UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

LUÍS GOMES DE LIMA

A ABSTRAÇÃO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA FÍSICA:
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS

SÃO PAULO

2018

LUÍS GOMES DE LIMA

A ABSTRAÇÃO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA FÍSICA:
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS

Versão Corrigida

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Faculdade de Educação, da Universidade de São Paulo, como requisito para obtenção do título de doutor em educação, modalidade ensino de ciências e matemática.

Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Elio Carlos Ricardo

SÃO PAULO

2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Catálogo na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

-
375.21
L732a | Lima, Luís Gomes de
A abstração no ensino e aprendizagem da física: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica na resolução de problemas / Luís Gomes de Lima; orientação Elio Carlos Ricardo. São Paulo: s.n., 2018.
243 p. ils.; grafs.; tabs.; anexos

Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) - - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

1. Abstração 2. Física (Ensino) 3. Resolução de problemas I. Ricardo, Elio Carlos, orient. |
|-----------------|---|
-

Elaborado por Nicolly Leite – CRB-8/8204

Título: A abstração no ensino e aprendizagem da física: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica na resolução de problemas.

Aprovado em: / /

TITULARES

Instituição: Faculdade de Educação (FEUSP)

Assinatura: _____

Instituição: Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Assinatura:

Instituição: Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)

Assinatura:

Instituição: Univ. Federal de Itajubá (UNIFEI)

Assinatura:

Instituição: Instituto de Química (IQUSP)

Assinatura: _____

Prof. Dr. Ricardo Primi. Instituição: Universidade São Francisco (USF).

Profa. Dra. Lúcia Helena Sasseron. Instituição: Faculdade de Educação (FEUSP).

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud. Instituição: Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP).

Profa. Dra. Jesuína Lopes de Almeida Pacca. Instituição: Instituto de Física (IFUSP).

À
Luísa Brünnhild Oliveira Lima e
Maria Luciana de Oliveira Lima

*Perfer et obdura! dolor hic tibi proderit olim;
Saepe tulit lassus sucus amarus opem.*

Agradecimentos

Agradeço à minha esposa e filha pelo companheirismo nos altos e baixos dessa jornada acadêmica e pelo respeito nas decisões tomadas. Agradeço por terem sempre acompanhado e vivenciado minha luta, obrigado pela tolerância.

Agradeço ao prof. Dr. Elio Carlos Ricardo, por ter sido meu orientador nessa empreitada. Pela formação científica rigorosa e atenciosa, pela disposição em apresentar uma visão científica e de pesquisa precisas, pelo conhecimento epistemológico e didático compartilhado. Ao mestre, com carinho.

Ao prof. Dr. Osvaldo Pessoa Junior, por sempre ter respondido minhas dúvidas, questionamentos e aflições por e-mail. Obrigado pela indicação de Ilya Aleksandrovich Khlyabich; pelas indicações filosóficas, em especial sobre as qualidades secundárias citadas na abstração científica e, as relações com as sensações presentes em Mach, além dos textos e artigos enviados, os quais foram essenciais para o delineamento da minha tese.

Ao prof. Dr. José Francisco Custódio Filho e, ao Prof. Dr. Mikael Frank Rezende Junior, pelos imprescindíveis apontamentos no meu exame de qualificação. Pela contribuição ímpar no delineamento da pesquisa e, pelas pistas deixadas que, certamente auxiliaram a traçar o restante do caminho.

Ao prof. Dr. Luís Carlos de Menezes pela acolhida na vida acadêmica e pela sua visão educacional que muito me influenciou.

Ao prof. Dr. Marcelo Alves Barros do Instituto de Física de São Carlos, por ter me indicado a semiótica de Duval, ainda durante o meu mestrado.

Aos meus alunos por terem me levado a investigar as dificuldades de aprendizagem da física à luz da abstração.

Aos programas de Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciências e da Faculdade de Educação da USP, professores e funcionários.

Aos colegas de pesquisa, tanto do Instituto de Física, quanto da Faculdade de Educação pelas conversas, queixas, inquietações e proposituras sobre o ensino e aprendizagem da física.

Uma aranha executa operações semelhantes às do tecelão, e a abelha envergonha mais de um arquiteto humano com a construção dos favos de suas colmeias. Mas o que distingue, de antemão, o pior arquiteto da melhor abelha é que **ele construiu o favo em sua cabeça, antes de construí-lo em cera**. No fim do processo de trabalho obtém-se um resultado que já no início deste existiu na imaginação do trabalhador, e, portanto, idealmente. O arquiteto não só modifica as formas naturais, dentro das limitações impostas por essa mesma natureza, mas também realiza um propósito próprio, que define os meios e o caráter da atividade à qual ele deve subordinar à sua vontade.

(Karl Marx, *O Capital*, volume 1, livro primeiro, 1996, p. 298).

A ABSTRAÇÃO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA FÍSICA: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

RESUMO:

Nesta tese, a abstração é investigada e desenvolvida com o objetivo de contribuir para a compreensão e solução dos problemas físicos trabalhados com alunos de Ensino Médio. O conceito de abstração é averiguado historicamente com vistas ao seu entendimento epistemológico para a física e, em especial, para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, colaborando para o entendimento e solução de problemas tratados em sala de aula. O aporte teórico utilizado é fornecido pela teoria de Raymond Duval, a respeito dos registros de representação semiótica, compreensão e aprendizagens intelectuais, segundo sua fórmula: não há *noésis* sem *semiósis*. Atividades focando a promoção da abstração, por meio de ferramentas didáticas deduzidas da teoria dos registros de representação semiótica, são realizadas com estudantes do Ensino Médio e, para efeitos de comparação, com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. As atividades tiveram duas versões. A primeira, diagnóstica, observando as principais dificuldades dos estudantes nos problemas físicos trabalhados; a segunda, tratou de problemas canônicos da física de sala de aula, por meio da ferramenta didática desenvolvida. A análise das respostas destas atividades indica o desenvolvimento da abstração dos estudantes e aumento da taxa de sucesso na solução de problemas físicos, desde que seja garantido o fenômeno da congruência, por meio da função de objetivação, discriminação das unidades significantes e conversão dos registros semióticos da física trabalhados nos problemas canônicos da disciplina. Os resultados apontam para um ensino de física que promove a abstração nos estudantes e uma melhoria na compreensão e solução de problemas de sala de aula.

Palavras-chave: Abstração. Registros de Representação Semiótica. Ensino e Aprendizagem da Física. Resolução de Problemas de Física.

THE ABSTRACTION IN THE TEACHING AND LEARNING OF PHYSICS:
CONTRIBUTIONS FROM THEORY OF REGISTERS OF SEMIOTIC
REPRESENTATION IN THE PROBLEM SOLVING

ABSTRACT:

In this thesis, the abstraction is investigated and developed with the objective of contributing to the understanding and solution of the physical problems worked with students of High School. The concept of abstraction is historically ascertained with a view to its epistemological understanding for physical, particularly for cognitive development of students, especially for the students' cognitive development, collaborating to the understanding and solution of problems treated in the classroom. The theoretical approach is provided by Raymond Duval's theory, about the semiotic representation registers, intellectual understanding, and learning, according to its formula: there is no noesis without semiosis. Activities focusing on the promotion of abstraction, through didactic tools deduced from the theory of records of semiotic representation, are carried out with high school students and, for comparison purposes, with a 9th grade elementary school class. The activities had two versions. The first diagnosis, observing the main difficulties of the students in the physical problems worked; the second, dealt with canonical problems of classroom physics, through the didactic tool developed. The analysis of the responses of these activities indicates the development of students' abstraction and increase of the success rate in the solution of physical problems, provided that the congruence phenomenon is guaranteed through the objectivation function, discrimination of the signifying units and conversion of the semiotic registers of physics worked on the canonical problems of discipline. The results point to a physics teaching that promotes abstraction in students and an improvement in understanding and solving classroom problems.

Keywords: Abstraction. Registers of Semiotic Representation. Teaching and Learning of Physics. Solving Physics Problems.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AE: Aula Expositiva
AT1: Atividade 1
AT2: Atividade 2
AT3: Atividade 3
AT4: Atividade 4
AT5: Atividade 5
AT6: Atividade 6
AT7: Atividade 7
AT8: Atividade 8
AT9: Atividade 9
AT10: Atividade 10
AT11: Atividade 11
AT12: Atividade 12
AT13: Atividade 13
AT14: Atividade 14
AT15: Atividade 15
AT16: Atividade 16
AT17: Atividade 17
AT18: Atividade 18
AT19: Atividade 19
AT20: Atividade 20
BIPM: Bureau International des Poids et Mesures
BPR5: Bateria de Provas de Raciocínio
BPRD: Bateria de Provas de Raciocínio Diferencial
CHC: Cattell-Horn-Carroll
EF: Ensino Fundamental
EM: Ensino Médio
EPEF: Encontro de Pesquisa em Ensino de Física
FMC: Física Moderna e Contemporânea
Gc: Inteligência Cristalizada
Gf: Inteligência Fluida
GO: Goiás
Gq: Conhecimento quantitativo
Gv: Processamento Visual
HFS: História-Filosofia-Sociologia da Física
IFUSP: Instituto de Física da Universidade de São Paulo
L1: Leitura 1
L2: Leitura 2
L3: Leitura 3
MG: Minas Gerais
MIT: Massachusetts Institute of Technology
MQ: Mecânica Quântica
PEF: Projeto de Ensino de Física
PFD: Princípio Fundamental da Dinâmica
PR: Paraná
PSSC: Physical Science Study Committee

PUC-SP: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
RA: Raciocínio Abstrato
RE: Raciocínio Espacial
RM: Raciocínio Mecânico
RMN: Ressonância Magnética Nuclear
RN: Raciocínio Numérico
RS: Representações Sociais
RS: Rio Grande do Sul
RV: Raciocínio Verbal
S: Espaço
SI: Sistema Internacional de Unidades
SND: Sistema de Numeração Decimal
SNEF: Simpósio Nacional de Ensino de Física
SP: São Paulo
T: tempo
TAP: Toulmin's Argument Pattern
TBP: Teste Brasileiro de Provérbios
TIC: Tecnologia da Informação e Comunicação
UDESC: Universidade do Estado de Santa Catarina
UEL: Universidade Estadual de Londrina
UFG: Universidade Federal de Goiás
UFPR: Universidade Federal do Paraná
UFRN: Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UNESP: Universidade Estadual Paulista
UNIFESP: Universidade Federal de São Paulo
UNIMONTES: Universidade Estadual de Montes Claros
UPE: Universidade de Pernambuco
USP: Universidade de São Paulo
ZDP: Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: alfabeto grego.....	58
Tabela 2: caracteres do alfabeto grego e o correspondente significado conceitual para a física.	58
Tabela 3: três casos distintos de tratamento - somas com decimal, fração e potenciação.....	74
Tabela 4: tipos e funções de representações.....	75
Tabela 5: tipos de registros e representação semiótica.....	78
Tabela 6: tarefa de conversão entre expressões referenciais e escritura simbólica.	82
Tabela 7: conversão de escritura algébrica em representação gráfica.....	83
Tabela 8: conteúdos e estratégias das aulas sobre FMC.	102
Tabela 9: análise das respostas dos alunos à leitura (anexo II).	116
Tabela 10: índice de acertos sobre a AT2.	117
Tabela 11: índice de Acertos sobre a AT3.	124
Tabela 12: índice de Acertos sobre a AT4.	126
Tabela 13: tipos de Registro e preferência dos estudantes.	129
Tabela 14: bateria de provas BPR-5 com testes de RM, RV e RA em alunos de 1º EM.	130
Tabela 15: bateria de provas BPR-5 com testes de RM, RV e RA em alunos de 3º EM.	131
Tabela 16: questão trabalhada e atividade realizada.	134
Tabela 17: análise do problema AT7 segundo os três critérios de congruência.....	137
Tabela 18: análise dos problemas AT8 segundo os três critérios de congruência.	142
Tabela 19: análise do problema AT9 segundo os três critérios de congruência.....	146
Tabela 20: análise do problema AT10 segundo os três critérios de congruência.	151
Tabela 21: análise do problema AT11 segundo os três critérios de congruência.	153
Tabela 22: análise do problema AT12 segundo os três critérios de congruência.	156
Tabela 23: análise do problema AT13 segundo os três critérios de congruência.	161
Tabela 24: análise do problema AT14 segundo os três critérios de congruência.	164
Tabela 25: análise do problema AT15 segundo os três critérios de congruência.	167
Tabela 26: análise do problema AT16 segundo os três critérios de congruência.	170
Tabela 27: análise do problema AT17 segundo os três critérios de congruência.	172
Tabela 28: análise do problema AT18 segundo os três critérios de congruência.	176
Tabela 29: análise do problema AT19 segundo os três critérios de congruência.	178
Tabela 30: análise do problema AT20 segundo os três critérios de congruência.	181

Sumário

APRESENTAÇÃO.....	1
ESTRUTURA DA TESE	6
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	9
1.1. Em busca da Abstração	9
1.2. O Problema e os Objetivos	18
1.3. Referenciais Teórico-Metodológicos.....	19
CAPÍTULO 2 - O INTRAPSÍQUICO E O INTERPSÍQUICO NO ENSINO DA FÍSICA	21
2.1. As Influências do Behaviorismo e do Empirismo no ensino de física	21
2.2. As Sensações	27
2.3. A Teoria de Aprendizagem Cognitivista	30
2.4. A Abstração na Neurociência.....	36
2.5. Vygotsky e a Teoria Histórico-Cultural	40
2.6. O Significado de Abstração	46
CAPÍTULO 3 – OS REGISTROS SEMIÓTICOS E AS APRENDIZAGENS INTELECTUAIS	57
3.1. O papel dos signos e símbolos no ensino da física	57
3.2. A <i>noésis</i> e a <i>semiósisis</i> nas representações semióticas.....	63
3.3. Condições para a utilização dos registros de representação semióticas	69
3.4. Tipos e Funções de Representações Semióticas	75
3.5. A Coordenação dos Registros de Representação Semiótica	78
3.6. A Coordenação dos Registros de Representação Semiótica e a Aprendizagem	87
CAPÍTULO 4 – ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	92
4.1. Promoção da Abstração no Ensino e Aprendizagem da Física	92
4.2. Pesquisa Qualitativa: o Método de Análise de Conteúdo	93
4.3. Materiais: as Atividades Empregadas.....	95
CAPÍTULO 5 – A ABSTRAÇÃO NO ENSINO E APREDIZAGEM DA FÍSICA	110
5.1. A Física Ensinaada por meio da Leitura.....	110
5.2. A Inserção de Variedades de Registros de Representação Semiótica	116

5.3. A Medição da Abstração em Estudantes do Ensino Médio.....	130
5.4. O Contexto Social-Histórico-Filosófico como Registro de Representação Semiótica	134
5.5. Os Registros Semióticos como Ferramenta Didática para Soluções Canônicas de Problemas da Física e Desenvolvimento da Abstração dos Estudantes.	136
 CONSIDERAÇÕES FINAIS	 186
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 192
 ANEXO I – Cenas da entrevista de Feynman para a TV Horizon (1981).	 203
ANEXO II – Gedankenexperiment: o navio de Galileu.	205
ANEXO III – Prova de Raciocínio Mecânico (RM) – BPR-5.....	206
ANEXO IV – Prova de Raciocínio Verbal (RV) - BPR-5	216
ANEXO V – Prova de Raciocínio Abstrato (RA) – BPR-5.....	219
ANEXO VI - Questões	223

APRESENTAÇÃO

O objetivo desta tese é compreender o papel da abstração no ensino e aprendizagem da física em adolescentes do Ensino Médio (EM), especialmente na resolução de problemas canônicos da física presentes na educação básica. Nessa empreitada, é importante explicar que o recorte dado ao EM se justifica pela necessária separação entre a física e a física escolar, bem como ao ensino e aprendizagem da física escolar, cujos conteúdos sofreram uma transposição didática que se afasta do conhecimento físico primeiro, desenvolvido pelos cientistas. Entende-se que a física enquanto ciência não é a mesma física presente na escola, a primeira tem especificidades que não são englobadas na física ensinada no EM. A separação se estabelece pelo fato de que a física ciência está envolvida no contexto da cultura científica, a qual pode ser compreendida como todo conjunto de ações, normas e práticas que englobam a atividade de investigação, produção e divulgação de um novo conhecimento sobre o mundo natural. Por outro lado, a cultura escolar pode ser compreendida pelo conjunto de normas e práticas escolares, que definem o ensino e as condutas dos discentes no espaço escolar. Essa distinção inicial é importante para delinear e explicar o tema de pesquisa, bem como para explicar as motivações que levaram a desencadeá-lo. Nesse contexto, irei relatar, em forma de um retrato autobiográfico, essas motivações e percursos que resultaram na presente tese.

Como professor de física do EM desde 2001, vinha percebendo em minha *praxis* que a física desenvolvida com os alunos, em certa medida, afastava os jovens do aprendizado da disciplina. Não é nenhum segredo que, dentre as disciplinas constantes na grade curricular do EM, a física seja uma das menos apreciadas pelos estudantes. Essa aversão pela disciplina me levou, ainda como professor, a indagar suas raízes. Percebi que a física ensinada, e presente nos livros didáticos, não era aceita pelos estudantes, o que me levou, até por motivos de sobrevivência profissional, a buscar novas metodologias que englobassem a física em contextos culturais mais amplos. Essa busca fez com que entrasse em contato com outras possibilidades de ensino da física para o EM, que motivassem meus alunos. Passei a utilizar contextos culturais mais amplos, tais como o teatro, a arte, a ficção, a música, os filmes, a leitura, desde que esses recursos tivessem conteúdos físicos a serem explorados. Tais práticas desencadearam um princípio motivador nos estudantes, ainda que, quando se abordava conceitos da física que necessitavam de cálculos, a recusa dos estudantes voltava a ser notada.

Essas percepções me levaram a questionar se a física é difícil aos estudantes pelo fato de necessitar uma grande abstração, como a capacidade de interpretar a linguagem própria da

física repleta de signos específicos e sistematizar esses símbolos em operações de cálculo ou em explicações conceituais. Era e é comum escutar dos estudantes que não sabem, ou não entendem, o que o enunciado quer, ou qual expressão matemática aplicar diante do problema exposto. Em vão foram as tentativas de oferecer tabelas com nomenclaturas das grandezas físicas fundamentais, de transformações de unidades para o Sistema Internacional (SI), ou de passos a serem seguidos para resolução de problemas de física. Diante de muitas variáveis expostas em um problema a dificuldade aumentava, juntamente com o abandono dos estudos, isto é, os alunos abandonavam os esforços para aprender física e se dedicavam a outras disciplinas, alegando que se fossem reprovados apenas em uma disciplina, seriam aprovados pelo conselho no final do ano.

Dessas constatações e inquietações, finalizei em 2010 um curso *lato sensu* sobre metodologias do ensino da física, a fim de melhorar minha *praxis* e compreender melhor como a diversidade de métodos de ensino poderia facilitar o aprendizado da física por parte dos estudantes. No intuito de pesquisar a fundo os motivos das dificuldades de aprendizagem em física ingressei em 2011 no mestrado em ensino de física. Foi durante a realização do meu mestrado, onde abordei a abstração como ponte entre a física e a literatura na construção de conceitos de Mecânica Quântica (MQ) no EM, que tive maior clareza da importância da abstração para o ensino e aprendizagem da física. Nessa etapa avaliei a abstração presente na literatura como potencializadora de conceitos físicos de MQ, por identificar que a leitura facilitava a construção de pseudoconceitos¹ nos estudantes, sendo que esses pseudoconceitos deviam ser didatizados em conceitos físicos pelo professor em suas aulas. Nesse momento, ainda em estágio embrionário, pairava a hipótese de que outras formas de representação semiótica, no caso a leitura, poderiam ser didatizadas em conceitos físicos, mas não tinha ainda a percepção de que essa estratégia poderia ser transposta para outros tipos de signos. Essa inquietação me acompanhou durante muito tempo, bem como a compreensão sobre a abstração para o ensino de física, um conceito, inclusive, muito caro, que me levou a leituras diversas em áreas diferentes do ensino de física.

Ainda durante a realização do mestrado, entrei em contato com as pesquisas de Vygotsky (1991; 1994; 2000; 2007; 2013a; 2013b), em especial, a respeito da formação de

¹ Em seus estudos sobre a formação de conceitos, Vygotsky (1994; 2008) define o pseudoconceito como uma espécie de Pensamento por Complexo mais evoluído, sendo uma das etapas finais, atrás, somente, dos Conceitos Potenciais e do desenvolvimento da abstração, para construção de um conceito. O pseudoconceito é dual por natureza, servindo de ponte entre um Pensamento por Complexo e um Pensamento Conceitual, facilitando a construção da abstração.

conceitos científicos e desenvolvimento das funções psíquicas superiores, como a memória lógica, a atenção deliberada e a abstração. E, segundo esse autor, a abstração só tem início no desenvolvimento intelectual da criança a partir da puberdade, desenvolvendo-se até o começo da vida adulta. O curioso é que o estágio operatório formal de Piaget (1970; 1977), fase em que se assentam as bases do pensamento científico, indica a mesma conclusão: a de que as funções psíquicas superiores só começam a se desenvolver a partir dos 12 anos de idade. Essas leituras me levaram a buscar compreender a abstração, como ela se desenvolve e, principalmente, como possibilitar que estudantes de EM desenvolvam as abstrações necessárias para sua aprendizagem de física, delineando a minha escolha pelo tema de pesquisa desta tese.

Tais questionamentos possibilitaram indagar se é possível uma física que não se apresente abstrata, isto é, uma física sem símbolos, ou sem necessidade destes. A hipótese é a de que isso não é possível. Tal negativa pode se assentar no próprio entendimento da física como ciência abstrata, ou sobre uma questão epistemológica, pois a física é abstrata por natureza. Segundo Granger² (apud Duval, 2009, p.16): “a formação do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar objetos e suas relações”. Eis aqui o núcleo da dificuldade de estudantes de EM sobre a disciplina física. A necessidade de compreender como desenvolver os simbolismos da física para seu ensino e aprendizado, levou-me a estudar a teoria de Raymond Duval a respeito dos registros de representação semiótica e aprendizagem intelectual. E, mais, se os estudos de Vygotsky (2008) estiverem corretos, ou seja, se a abstração necessária para o ensino e a aprendizagem da física não é desenvolvida plenamente pelos adolescentes, torna-se necessário, então, desenvolver subsídios didáticos para que esses jovens abstraíam.

Finalizando essa apresentação, talvez seja relevante indicar que durante o período em que estive no mestrado e doutorado, até o presente momento, publiquei alguns trabalhos e participei de alguns congressos com apresentação oral. Em Lima (2012) realizei um estudo a respeito do Movimento Retilíneo Uniforme dos corpos através da leitura de trechos da segunda jornada do *Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano* de Galileu Galilei, presentes em Mariconda (2004). Neste trabalho pude comparar o ensino tradicional presente em livros e apostilas com o ensino por meio da literatura na leitura de dois textos do *Diálogo*, a saber, o experimento da queda de um corpo do alto do mastro de um navio

² Gilles Gaston Granger (1920-2016). In: GRANGER, G. G.. *Langages et Épistémologie*. Editions Lincksieck. Paris 1979.

(MARICONDA, 2004, p.207) e o experimento da cabine de um navio (MARICONDA, 2004, p. 268-269). Os resultados deste trabalho apresentaram um maior rendimento no ensino e aprendizagem da física por meio da leitura dos trechos citados, quando comparados com os métodos constantes nos materiais didáticos tomados como exemplo, apontando para as vantagens de contextos culturais mais amplos, bem como sobre a utilização de textos históricos da física.

Posteriormente, participei do XXI Simpósio Nacional de Ensino de Física 2015 (SNEF 2015) com apresentação do trabalho *A Literatura como Ferramenta Didática no Ensino de Mecânica Quântica para o Ensino Médio*, (LIMA; RICARDO, 2015a). Neste trabalho apresentei parte da minha pesquisa de mestrado (LIMA, 2014), apontando para o uso da física e literatura como ferramenta didática no ensino da física. Verificou-se que a proposta apresentada trouxe sentido aos estudantes, em relação aos conteúdos trabalhados. Tais resultados indicaram vantagens didáticas na articulação entre física e literatura para o professor, desde que esse assuma seu papel de mediador no ensino de sua disciplina.

Ainda em 2015, foi publicada uma revisão bibliográfica (LIMA; RICARDO, 2015b), sob o título *Física e Literatura: uma revisão bibliográfica*, na qual analisamos a produção de trabalhos sobre física e literatura durante este século, propiciando uma extensa revisão em mais de 160 trabalhos, dos quais pudemos verificar o grande potencial no uso da literatura como ferramenta didática para o ensino da física. O fato de melhorias de aprendizado serem constatadas na articulação entre física e leitura, deve-se, ao que parece, à utilização da língua materna dos estudantes como recurso didático, ou como símbolo semiótico primeiro, facilitando sua transposição para outros tipos de signos, como expressões matemáticas, gráficos, tabelas, conceitos, entre outros.

Já em 2016, foram apresentados dois trabalhos (CORRALLO; LIMA; RICARDO, 2016a; 2016b) no Encontro de Pesquisa em Ensino de Física (EPEF). O primeiro, versou sobre as relações entre física e literatura na obra de Victor Hugo intitulada *O Corcunda de Notre Dame*. As relações construídas trataram da surdez do personagem Quasimodo, que por ser sineiro da catedral adquiriu uma perda auditiva induzida por ruído. Nesta perspectiva, apresentamos a física presente nos sinos, tratando das qualidades fisiológicas do som, mais especificamente, da intensidade dos sinos de Notre Dame. Além dos aspectos literários, históricos e sociais da obra, foram averiguados os limites da audição humana para a dor e consequentes danos à audição. Os resultados apresentados pelos estudantes participantes

apontaram para vantagens didáticas na articulação entre física e literatura, possibilitando uma compreensão dos conteúdos articulados a contextos culturais mais amplos.

O segundo trabalho, tratou sobre as Representações Sociais (RS) como aporte ao ensino da física a respeito do conteúdo de eletrostática. Neste trabalho, foi possível verificar que as RS podem se tornar uma ferramenta útil ao professor, na medida em que ele pode verificar, dos conteúdos trabalhados em sala de aula, quais conceitos passaram a compor o núcleo e quais ficaram orbitando a periferia, permitindo ações didáticas para consolidação dos conteúdos de física estudados. Nesse contexto, o professor pode avaliar e preparar aulas de revisão e recuperação, buscando inserir no núcleo os conteúdos que julgar mais importantes e que, numa primeira ação didática, acabaram ficando, apenas, na periferia. Neste sentido, o uso das RS constitui-se como possível ferramenta didática ao ensino da física.

Por último, em 2017, foram apresentados dois trabalhos no XXII SNEF. Em Lima, Corrallo e Ricardo (2017a), apresentamos o desenvolvimento de processos argumentativos por meio da relação entre física e literatura, promovendo sentidos aos estudos da física para alunos do EM. Neste trabalho, analisamos uma pergunta frequente dos alunos em sala de aula, a qual oculta a dificuldade dos estudantes sobre a disciplina, que trata de indagar o porquê de serem obrigados a estudar física. A fim de fornecer não apenas uma resposta a esse questionamento, mas, também, mudar a concepção sobre a disciplina, realizamos um estudo de caso sobre o tema da formação do arco-íris, apresentando contextos culturais variados, poemas, entrevista de Feynman, desenhos e contos folclóricos sobre o arco-íris. Como referencial teórico utilizamos o Toulmin's Argument Pattern (TAP), produzindo argumentação por parte dos alunos, e entendimento de que a física aumenta sua compreensão intelectual.

Em Corrallo, Junqueira e Lima (2017b), avaliamos as vantagens didáticas do software livre Track em experimentos sobre movimentos uniformemente variados e determinação da aceleração da gravidade, avaliando as vantagens didáticas do uso de softwares livres durante as aulas de física. A gratuidade destes softwares permite aos professores de física utilizarem recursos ligados à Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), possibilitando o acesso a informatização dos conteúdos, principalmente, na rapidez de análise de dados.

ESTRUTURA DA TESE

Com o propósito de averiguar a abstração no ensino e aprendizagem da física, a proposta desta tese irá dispor, além desta apresentação, de uma estrutura de cinco capítulos e das considerações finais. No primeiro capítulo, tratamos da introdução, que tem por objetivo estruturar nosso problema de pesquisa, buscando verificar, por meio de uma revisão bibliográfica, o que se tem pesquisado na área de ensino de física a respeito da abstração, identificando o nicho onde esta tese possa se assentar por meio de possíveis lacunas existentes, justificando a presente pesquisa. Dessa introdução, verificamos uma escassez na área de pesquisa em ensino de física quanto à importância e o desenvolvimento da abstração para o ensino e aprendizado da disciplina. O problema de pesquisa, os objetivos, e os referenciais teórico-metodológicos, são apresentados na introdução.

Consequentemente, no segundo capítulo, fomos levados a buscar construir uma compreensão acerca do significado de abstração e sua relevância para o ensino e aprendizagem da física. Essa necessidade teve como propósito tentar identificar e construir um entendimento sobre a abstração com foco na ciência. A busca desta compreensão sobre o papel da abstração no ensino e aprendizagem da física justifica-se em Triviños (1987): “a abrangência da revisão da literatura depende muito da teoria que se desenvolve no esclarecimento dos fatos que se estudam” (p. 100). Ainda, segundo Pazello e Mattos (2010), investigações sobre essa temática não são comuns na área de pesquisa voltada ao ensino de física, sendo limitadas ao campo de estudo da psicologia da aprendizagem, do ensino da matemática e da filosofia. Essa limitação, também justifica a busca por um entendimento sobre abstração em outras áreas de pesquisa. Nessa perspectiva, encontramos na teoria histórico-cultural³ de Vygotsky a possibilidade de análise a respeito da formação de conceitos científicos e a relevância da abstração, por meio de signos e da palavra, para formações daquilo que Vygotsky chamou de conceitos genuínos⁴. Seus estudos permitem uma aproximação. Entretanto, não tratam especificamente da abstração no sentido que a desenvolvemos aqui.

³ Segundo Prestes (2010) a denominação correta da teoria de Vygotsky é teoria histórico-cultural, ligada diretamente ao materialismo dialético. Segundo a autora: “[...] há também aqueles que desejam ser o Anjo Gabriel de Vygotsky, interpretando a teoria histórico-cultural, ora atribuindo a ela outras denominações, como sócio-histórica, sócio-interacionista, sócio-cultural, entre outras (PRESTES, 2010, p. 147).

⁴ Para Vygotsky (1994; 2008) um conceito genuíno só surge quando os traços abstraídos são novamente sintetizados e a abstração sintetizada daí resultante se torna o principal instrumento de pensamento, sendo a palavra a principal responsável por esse processo.

Uma vez encontrado um entendimento inicial sobre o significado da abstração, apresentamos, no terceiro capítulo, o referencial teórico adotado que, acreditamos, possa tratar da abstração. Assim, o papel dos símbolos e signos próprios da física são estudados mediante a teoria de Raymond Duval (DUVAL, 1993; 1995, 2009), a respeito dos registros semióticos e aprendizagens intelectuais, constituindo-se como ferramenta teórico-metodológica capaz de tratar e converter os símbolos específicos da física e, possivelmente, desenvolver a abstração nos estudantes. É apresentada uma definição específica de abstração física que comporte esta teoria.

Nesse contexto, analisamos o papel da *noésis* e da *semiósisis*, dentro da pluralidade de sistemas semióticos por meio da fórmula apresentada por Duval (2009, p.17): “não há *noésis* sem *semiósisis*”. Dada a importância dessa afirmação, a teoria geral de Duval é apresentada com o intuito de fornecer os subsídios necessários à compreensão da utilização de diversos tipos de registros de representação semiótica, bem como a conversão de um registro em outro. Nessa perspectiva, analisamos as condições para utilização dos registros de representação semiótica com seus tipos e funções para, em seguida, verificarmos como se dá a coordenação dos registros de representação semiótica com objetivos à aprendizagem, o que será verificado por meio da conversão de representações semióticas, juntamente com a coordenação dos registros na discriminação das unidades significantes ora estudadas nas soluções de problemas físicos.

O quarto capítulo é dedicado à metodologia empregada, onde buscamos apresentar a importância da língua materna como sistema semiótico natural, constituindo a representação semiótica primeira a ser utilizada em qualquer processo de ensino e aprendizagem. A variedade de registros de representação semiótica é inserida, para fins de estabelecermos alguns diagnósticos, em atividades para alguns alunos do 9º ano do Ensino Fundamental (EF)⁵ e para alunos das três séries do EM, sendo analisada conforme o referencial dos registros de representação semiótica e aprendizagem intelectual fornecidos por Duval (2009). Em seguida, medimos como os alunos do EM abstraem alguns registros de representação semiótica por meio da análise dos Perfis de Capacidades Cognitivas na Bateria de Provas de Raciocínio (BPR-5) em três perfis: o Raciocínio Mecânico (RM); o Raciocínio Verbal (RV) e Raciocínio Abstrato (RA), por serem, a nosso ver, mais propícios aos interesses desta tese. A BPR-5 foi inserida e analisada segundo os referenciais teóricos fornecidos por Almeida (1986; 1988), Almeida e Primi (2004), Almeida et al. (2010) e Primi e Almeida (2000), oriundos de Meuris (1969). Os

⁵ Apesar do EM ser o foco deste trabalho, ressaltamos que utilizamos dados de uma turma de EF para comparação.

resultados destes testes, fornecerão subsídios para identificar porque a física é considerada uma das disciplinas mais difíceis pelos estudantes. Mais propriamente, indicam o grau de abstração presentes nos estudantes de EM, bem como suas capacidades cognitivas diante de questões abstratas, apontando a importância de trabalhar e desenvolver a abstração nos jovens estudantes de física.

Dado que a língua natural se constitui como o sistema semiótico primeiro, investigamos também como aspectos ligados aos contextos histórico-filosófico-social (HFS) da física podem fornecer vantagens didáticas que não podem ser menosprezadas. Nesse intento, analisamos como 35 alunos do 3º EM abstraíram conceitos ligados à Física Moderna e Contemporânea (FMC) por meio das leituras fornecidas por 3 textos: o primeiro, apresentado em Holton (1984), que traz contribuições histórico-filosóficas sobre o conceito de complementaridade. O segundo, presente em Pessoa Junior (2008), a respeito das interpretações da Mecânica Quântica e, o terceiro texto, de Pessoa Junior (2006), permitiram uma introdução histórica à teoria quântica, com seus problemas de surgimento e possíveis interpretações. Após as leituras os alunos responderam a uma série de questões (anexo VI) sobre FMC. As justificativas de escolha destes materiais são apresentadas no capítulo, sendo que a opção do conteúdo de FMC se deu por acomodação ao cronograma escolar. As demais atividades foram desenvolvidas com foco nos problemas canônicos da física, por meio da utilização dos registros semióticos (DUVAL, 2009).

No quinto capítulo, realizamos uma análise dos dados obtidos com o intuito de constituir um estudo que possa dar conta de avaliar o desenvolvimento ou não da abstração nos nossos estudantes. Essa análise objetivou avaliar a abstração desenvolvida pela diversificação dos registros semióticos na discriminação das unidades significantes para o exercício da conversão na compreensão sobre os conteúdos de física trabalhados. Essa primeira averiguação mostrou que há indicativos de possibilidade de desenvolvimento da abstração quando a física é ensinada por meio de dois procedimentos: 1) a utilização da língua natural como registro semiótico primeiro e; 2) a variedade de registros de representação semiótica, por meio da formação, tratamento e conversão para diversos registros construídos por meio da discriminação das unidades significantes nos problemas físicos estudados.

Por fim, após o quinto capítulo, apresentamos algumas considerações sobre o desenvolvimento da abstração para o sucesso dos estudantes na resolução de problemas físicos. Buscamos identificar a importância da abstração para o ensino e aprendizagem da física, bem como apontamos para as possíveis contribuições que um ensino de física possa ter se for realizado por meio do desenvolvimento da abstração.

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1. Em busca da Abstração

Ao analisar a maioria dos dicionários escolares pode-se verificar que o termo abstração está, em geral, relacionado ao ato de isolar um ou mais elementos de um todo, significando uma separação, uma subtração, ou um corte deste. Um aspecto é o que fazer com esse pedaço do todo. Se abstrair significa apenas o isolamento, então a abstração e o ato de abstrair parecem de fácil operação. Contudo, como se verificará ao longo desta tese, essa simplicidade é ilusória, principalmente se refletirmos a respeito do que fazer com o fragmento subtraído do todo, em especial, quando nos referimos aos objetos científicos, seu ensino e aprendizagem. A título de exemplo, tomemos um pedaço de barbante amarrado a uma bola de papel que começa a oscilar. Ao restringir a abstração ao ato de isolar, pode-se correr o risco de termos apenas a afirmação de que a bola de papel amarrada ao barbante balança. Esse tipo de análise simplória está muito aquém de uma abstração que resulte na expressão característica do período de um pêndulo ($T = 2\pi\sqrt{l/g}$) e sua frequência de oscilação ($f = 1/2\pi \cdot \sqrt{g/l}$), ou, ainda, na análise abstrata de que a Terra gira, ou seja, que possui movimento de rotação, como na observação do experimento histórico do pêndulo de Foucault⁶, disposto ao público no Panthéon de Paris.

A partir da ilustração apresentada pode-se verificar que a primeira apropriação é concreta, baseada na observação direta do evento realizado, enquanto as outras percepções parecem ser de um tipo diferente, as quais, aparentemente, exigem operações mentais mais rebuscadas que a simples análise concreta. Para fins de um ensino e aprendizagem de física, interessa o desenvolvimento dessas outras percepções, isto é, que ao olhar uma bola de papel amarrada a um pedaço de barbante, sejam obtidos os conceitos físicos, como o período e a frequência. Uma primeira questão que pode ser levantada diz respeito ao como realizar esse desenvolvimento mental, ou seja, quais seriam as maneiras possíveis de didatizar um modelo científico como o ilustrado, de forma a que os discentes possam ver uma bola de papel amarrada a um barbante, mas enxerguem conceitos físicos como o período e a frequência de um pêndulo

⁶ A edição de setembro de 2002 da revista *Physics World* apresenta o resultado de uma enquete com seus leitores a respeito dos mais belos experimentos da física. O pêndulo de Foucault ganhou a décima posição, dada sua simplicidade e comprovação da rotação da Terra. Em 1851 Jean Bernard Leon Foucault fixou uma corda de 67 metros no teto do Panthéon de Paris, presa, na outra extremidade, a uma esfera de ferro de 28 kg. Esse aparato passou a apresentar uma lenta rotação no sentido horário, o que foi explicado pela suposição da rotação da Terra.

simples, a rotação da Terra ou, ainda, o fenômeno da ressonância. Aparentemente, a escolarização possui um papel fundamental no processo desse desenvolvimento e, apesar de existirem outras formas de acesso à informação, como meios de comunicação, ambiente social, entre outros, as chances de se obter esse desenvolvimento sem a escolarização parece duvidoso.

Nesse contexto, segundo Lomônaco et al. (1995), ao investigarem a relação entre a escolarização e a capacidade de abstração por meio do Teste Brasileiro de Provérbios (TBP), concluem que o desenvolvimento da abstração se dá pela escolarização, e é mais evidente quanto maior for a idade dos estudantes. Os autores apresentam uma série de provérbios aos estudantes, juntamente com três alternativas, sendo a abstrata aquela que expressa o sentido metafórico, extrapolando o fenômeno concreto representado pelo provérbio; a alternativa concreta indica o sentido literal do fenômeno observado; a irrelevante não expressa nem o sentido abstrato, nem o sentido concreto. O exemplo fornecido por Lomônaco et al. (1995, p. 103) pode ser esclarecedor:

Água mole em pedra dura, tanto bate até que fura.

a. Água e pedra não se misturam.

b. De tanto bater, a água acaba furando a pedra.

c. As pessoas que não desistem facilmente daquilo que desejam, acabam atingindo os seus objetivos.

A alternativa (a) é considerada irrelevante; a (b), concreta e a (c), abstrata (LOMÔNACO et al. 1995, p. 103).

Como observado acima, e para fins de ensino e aprendizagem, não basta a síntese, o isolamento de um ou mais aspectos de um objeto. É necessário uma generalização do corte realizado para fins característicos, como o da didatização de conhecimentos para um fim. Em nosso caso particular, consiste em uma didatização dos aspectos abstraídos e sua generalização para conhecimentos físicos específicos.

Com o intuito de averiguar alguns estudos que tratem da abstração no ensino de física foram investigadas algumas revistas e atas de congressos, as quais foram escolhidas por sua relevância no cenário de ensino de física. O período investigado foi de 2010 até 2016, com o objetivo de verificar as pesquisas mais recentes. Todavia, dada a escassez de estudos que contenham a abstração como foco principal, ressaltamos que alguns trabalhos apresentados sejam de períodos anteriores ao descrito, bem como a necessidade de extrapolar para outras áreas do conhecimento, além do ensino da física.

Os periódicos analisados foram a Science Education, do volume 94 ao 101; o Journal of Research in Science Teaching, do volume 47 ao 54; o Caderno Brasileiro de Ensino de Física,

do volume 27 ao 33; a Revista Brasileira de Ensino de Física, volume 32 ao 39. Os congressos verificados foram do XIX ao XXII SNEF e dos XII ao XVI EPEF. Por fim, investigamos também o site da Scielo. A busca realizada nas revistas investigadas foi feita mediante a leitura dos títulos e dos resumos, além de busca direta na aba de pesquisa, digitando-se o termo abstração. No SNEF e EPEF, a busca realizada se deu pela ferramenta de pesquisa, quando existente, digitando-se a palavra abstração, ou acessando as atas individualmente, lendo-se títulos e resumos.

Na Science Education a busca resultou em 1 (um) trabalho: Haglund; Jeppsson e Andersson (2012), abordando superficialmente a abstração. Esses autores realizaram um estudo exploratório com 25 alunos da primeira série, com idades entre 7 e 8 anos, por meio de raciocínio analógico sobre mistura e transferência de calor. Constataram que algumas crianças conseguiram desenvolver suas próprias analogias sobre os fenômenos abstratos apresentados. Os autores concluem que analogias autogeradas podem constituir uma potencial ferramenta de aprendizagem.

No Journal of Research in Science Teaching, a busca resultou em 0 (zero) pesquisas que tratassem a abstração como foco principal ou superficial de estudo.

A Revista Brasileira de Ensino de Física e o Caderno Brasileiro de Ensino de Física resultaram em 0 (zero) pesquisas sobre abstração como tema principal ou superficial.

O SNEF resultou, igualmente, em 0 (zero) pesquisas que tenham a abstração como tema principal de investigação.

No EPEF encontramos apenas um trabalho que trata superficialmente da abstração presente em Pazello e Mattos (2010), na seção Linguagem e Cognição no Ensino de Física, a qual, inclusive, deixou de integrar a lista de temas no XVI EPEF de 2016. Os autores relacionam o perfil conceitual de Mortimer (2000) e a generalização na formação de conceitos. Alertam que: “trabalhos sobre o conceito de generalização não são comuns na área de pesquisa em ensino de Ciências” (p. 1), ressaltando que pesquisas sobre esse tema se restringem às áreas de psicologia da aprendizagem, do ensino da matemática e da filosofia. Pazello e Mattos (2010), apresentam o conceito de generalização em Davydov (1990), subdividindo-a em generalização empírica e teórica, sendo a última a que permite uma dupla transição, do concreto e individual ao abstrato e do abstrato ao individual e concreto, conforme os autores: “generalizar teoricamente é enxergar o concreto de forma qualitativamente diferente; é enxergar uma pedra balançando em um fio como um pêndulo simples” (p. 7). Ressalta-se que, embora, não tratem

diretamente da abstração, focam na generalização, que é um componente importante da abstração, como será evidenciado mais à frente.

No site da Scielo digitamos a palavra abstração na aba de pesquisa, resultando 0 (zero) pesquisas sobre o tema em revistas específicas do ensino de física. Entretanto, o resultado geral apresentou 91 artigos espargidos em áreas diversas, como administração, saúde, medicina, engenharia agrícola, ciência da computação, linguística, psicologia, filosofia e matemática. Destes resultados selecionamos três trabalhos que apresentam alguma relevância, no sentido de ensino e aprendizagem sobre abstração, a saber, Moura e Moretti (2003), Pontes (2013) e, Sayão (2001).

Em Moura e Moretti (2003) são analisados os conceitos prévios e a interação social de alunos da 8ª série do EF. A investigação apresenta resultados positivos para formação de conceitos mais abstratos e sua generalização quando os alunos trabalham interagindo entre si ao invés de isoladamente. Essa constatação apresenta interessantes resultados sobre a interação social na construção do conhecimento, a qual iremos abordar com maiores detalhes ao analisar as contribuições de Vygotsky.

Em Pontes (2013), propõe-se algumas indicações de pesquisas que podem contribuir para uma teoria geral de princípios de abstração com foco na matemática. De acordo com o autor, a abstração deve anteceder o ensino, conforme esclarece, sob o ponto de vista da argumentação lógica e filosófica, “a realização de uma análise sistemática de princípios de abstração deve ser anterior à execução de qualquer programa de fundamentação da aritmética que pressuponha o uso de tais princípios” (PONTES, 2013, p. 189). Na área da ciência da informação, Sayão (2001) trata da modelagem na ciência da informação e na informática, considerando os modelos como recursos metodológicos que se enquadram na ciência cognitiva e em um campo multidisciplinar.

Como visto, ao que tudo indica, a abstração não tem aparecido como foco principal das investigações em ensino de física, essa restrição remete a buscar alguns outros estudos que possam trazer alguma luz para que possamos clarear melhor nosso problema de pesquisa.

Neste sentido, encontramos alguns trabalhos que identificam o papel da abstração na matemática, com possibilidades de investigação e aplicação no pensamento científico. Os trabalhos analisados são: Hazzan (1999), Mitchelmore e White (2004), Nersessian (1992), Nersessian e Greeno (1990) e Tweney (2009).

Em Hazzan (1999) há uma proposta de redução do nível de abstração para o aprendizado da álgebra com alunos de graduação. Segundo o autor, para que haja redução de abstração na resolução de problemas algébricos, os alunos devem aplicar uma estratégia mental que torne a linguagem matemática desconhecida mais familiar para eles. Assim, a abstração, conforme o autor, deve ser tratada como pertencente à linguagem, reduzindo a linguagem difícil (algébrica) para uma linguagem familiar. Essa proposta, ao que parece, insere-se em uma perspectiva de transformar o abstrato em concreto. Contudo, como veremos mais adiante, após analisarmos os estudos de Vygotsky (2008), a operação que leva do abstrato ao concreto é mais árdua aos estudantes do que o movimento de transformação do concreto ao abstrato.

O papel da abstração para a matemática e sua relevância para aprendizagem pode ser observado em Mitchelmore e White (2004), onde os autores exploram o papel da abstração empírica na formação de ideias matemáticas fundamentais, conectando conceitos abstratos gerais a conceitos empíricos, através de processo de reconhecimento entre conceitos semelhantes para posterior formalização dos mesmos, além de diferenciar o conceito de abstração na matemática da aprendizagem matemática.

Como os cientistas pensam? Essa pergunta é respondida por Nersessian (1992) ao investigar como Maxwell conseguiu chegar as suas equações. A autora apresenta a importância da abstração e mudança conceitual, relacionando-as ao raciocínio analógico e imaginário, indo além das análises da construção de representação de forças no campo magnético para discutir como é que o raciocínio imagético e analógico foi usado por Faraday e Maxwell em seus esforços construtivos. Também analisa as atuais teorias cognitivas para mostrar como é possível que tal raciocínio gere novas representações nas já existentes. Segundo Nersessian (1992), a análise cognitiva histórica que ela apresenta abre uma nova área de exploração, oferecendo maneiras de reformular problemas científicos por meio da história da ciência, cujas ideias científicas podem facilitar o aprendizado porque os alunos terão um contexto no qual poderão se basear. A autora conclui que os processos históricos fornecem um modelo para a atividade de aprendizagem em si e, assim, têm o potencial de auxiliar os alunos na construção de representações de teorias científicas existentes. Neste aspecto, a história da ciência torna-se um campo de conhecimento estratégico de como construir, mudar e comunicar representações científicas, para tanto sugere-se investigar dados históricos, tais como publicações, diários, cadernos, correspondências, entre outros, a fim de traçar estratégias e, em seguida, planejar formas de integrar e transformar esses exemplos mais realistas de resolução de problemas científicos em procedimentos instrucionais.

Em outro trabalho, Nersessian e Greeno (1990) apresentam uma pesquisa que trata do processo da matemática na ciência, abordando as representações físicas como modelos abstraídos, onde os autores investigam o desempenho de Faraday e Maxwell nesse processo. Os autores indicam a necessidade da abstração em fórmulas matemáticas para depois utilizar esse formalismo em uma gama maior de fenômenos, isto é, após abstrair é necessário generalizar o fenômeno abstraído, no formato de uma expressão matemática, para amplos fenômenos correlatos. O trabalho trata de uma exploração que fornece sugestões úteis sobre as maneiras em que os modelos abstraídos podem ser usados mais produtivamente na prática da educação científica, principalmente ao expor a importância das analogias, bem como suas limitações.

Segundo Nersessian e Greeno (1990) recordam, foi Maxwell quem gerou as equações de campo para o eletromagnetismo, mas sua análise do problema começou com os modelos abstraídos específicos criados por Faraday, não em formato matemático, mas em forma de ilustrações e esquemas. Com isso, os autores apontam para a necessidade de se considerar modelos onde o pensamento analógico é dependente de uma representação cognitiva, de um mapeamento, ou de um esquema, que conecta o concreto e o abstrato, considerando a representação como capaz de constituir-se como objeto de análise para construção de hipóteses.

Seguindo essa linha, sobre a importância de representações, encontramos em Tweney (2009) o alerta de que o papel da representação matemática no pensamento científico não tem recebido a devida importância por parte dos cientistas cognitivos. O autor investiga, por meio de uma abordagem cognitivo-histórica, as representações matemáticas na ciência, comparando as semelhanças e diferenças entre Faraday e Maxwell, ressaltando o papel cognitivo da matemática como derivado da representação científica. Segundo Tweney (2009), é importante para a ciência cognitiva perceber que os físicos se utilizam de um modelo de representação inventado que “levou a ciência a um nível extremamente elevado. Este modelo vai além dos modos mais familiares de representação visual e verbal e aponta para um modo de representação de especialistas que invoca maneiras inteiramente novas de pensar sobre o pensamento” (TWENEY, 2009, p. 773). Para o autor, é possível alargar o entendimento sobre o conhecimento dos processos cognitivos, bem como sobre o uso da matemática na ciência por meio da aplicação da memória de trabalho a longo prazo e o uso de imagens sinestésicas.

Outra área que a abstração tem papel importante é a da ciência da cognição, a qual preocupa-se com a questão dos modelos cognitivos. Neste aspecto de modelagem, apresentam-se os trabalhos de Iwasaki (1992), Nersessian (2002) e Skorstad, Gentner e Medin (1988).

A modelagem como recurso para o desenvolvimento da abstração é estudada em Iwasaki (1992), onde a autora investiga a complexidade de raciocínio através do uso de uma hierarquia de modelos abstratos que possibilitam o gerenciamento da complexidade. Conforme Iwasaki (1992, p. 79) explica, “para limitar o tamanho de um modelo e a complexidade do raciocínio sobre seu comportamento, é importante formular um modelo que esteja focado no comportamento de interesse em vez de usar um modelo abrangente e complexo”. A abrangência a que se refere a autora pode ser interpretada como o número de variáveis constantes, por exemplo, na resolução de um problema, sendo mais abstrato e mais complexo na medida que possui muitas variáveis, o que leva a necessidade de um modelo específico ao objetivo que se pretende. Para isso, a autora sugere explicitar as suposições sobre as variáveis e os valores de referência, sendo que a quantidade de variáveis deve conter esses valores, a fim de facilitar o processo de abstração. Mais adiante, iremos verificar na teoria de Raymond Duval uma forma de apresentar e trabalhar com um modelo específico à cada objetivo de um problema, minimizando as complexidades que muitas variáveis carregam para uma solução.

De acordo com Nersessian (2002), a natureza dos processos ligados à cognição científica constitui um problema essencial para a ciência cognitiva, bem como o papel que desempenham para as práticas e estudos científicos. A autora restringe sua investigação na base cognitiva de práticas de raciocínio criativo baseadas em modelos, buscando compreender como as representações científicas totalmente novas podem ter sido geradas de representações existentes. Para Nersessian (2002) é necessário ajustes da modelagem ao objetivo, sendo a modelagem visual e os experimentos de pensamento meios capazes para promoção da abstração, além de permitir a revisão de restrições fornecidas pelo problema inicial, sendo que “a abstração genérica possibilita a extração e integração de restrições de diversas fontes, levando à novidade genuína (NERSESSIAN, 2002, p. 153), sendo a novidade genuína o conceito científico abstraído.

A modelagem também é considerada na área da ciência da computação, com perspectiva estrutural, como constata-se em Skorstad; Gentner e Medin (1988), cujos autores apresentam, por meio de uma modelagem computacional, o processo psicológico conhecido como esquema-abstração, que consiste em apresentar sequências de efeito sobre o conceito a ser aprendido, baseando o aprendizado na repetição de exemplos. Em outro trabalho, Kramer (2007), investiga a relevância da abstração para a área da computação. O autor indaga o motivo de alguns engenheiros de software e cientistas da computação apresentarem bons projetos, enquanto outros não o conseguem. Conforme Kramer (2007), os bons profissionais são aqueles que

desenvolveram melhor a abstração, o que implica a necessidade de melhorias quanto à formação desses profissionais.

A importância dos símbolos, esquemas e das representações para a abstração é apresentada em Barsalou (2003), enquanto uma definição de abstração mais pontual é apresentada por Struss (1993) ressaltando a importância da generalização de fenômenos. A necessidade de caracterização de um sistema de símbolos que leve à abstração pode ser observada em Barsalou (2003). Conforme esse autor, a interpretação e as representações estruturadas são duas marcas da cognição humana que, juntamente com os sistemas de símbolos perceptuais, levam à abstração. Defende, ainda, que há seis formas de compreender a abstração; são elas:

1. Conhecimentos categóricos. Abstração pode simplesmente significar que o conhecimento de uma categoria foi abstraído da experiência [...].
2. A capacidade comportamental para generalizar entre os membros da categoria [...].
3. representação sumária. Possibilita o aparecimento de uma regra declarativa que possibilita conexões entre membros da categoria na memória de longo prazo [...].
4. representação esquemática. Uma representação esquemática pode abstrair as propriedades críticas dos exemplares de uma categoria e descartar as propriedades irrelevantes [...].
5. representação flexível. As representações sumárias podem ser aplicadas de forma flexível a diversas tarefas, incluindo categorização, inferência, compreensão da linguagem, raciocínio, etc. [...].
6. Conceitos abstratos. Os conceitos se destacam do concreto, das entidades físicas, associando-se a eventos mentais (BARSALOU, 2003, p. 1177-1178).

Embora todas as significações de abstração acima sejam relevantes, Barsalou (2003) restringe seu estudo à representação sumária no âmbito das percepções, valorizando a interpretação e as representações estruturadas como marcas da cognição humana.

No caminho de se buscar uma significação mais pontual sobre abstração, Struss (1993) apresenta a importância da abstração como elemento essencial do raciocínio qualitativo sobre sistemas físicos possibilitando tratar da complexidade de problemas reais. O autor apresenta uma definição para abstração: “**A abstração é um processo de generalização.** Passa de objetos individuais a conceitos desses objetos que capturam sua essência, mas eliminam suas propriedades individuais e acidentais” (STRUSS, 1993, p. 220, grifos meus). Para o autor, os conceitos abstratos são constituídos de classes equivalentes de objetos concretos, com algumas qualidades suprimidas, e a essência resultante é generalizada em contextos diversos daqueles que originou a abstração. Veremos adiante, no capítulo 2, que as proposições de Locke (1999) se aproximam dessa definição.

Dos trabalhos analisados vale ressaltar que buscamos, também, alguns trabalhos na área da psicologia. A revista *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, foi selecionada, tanto por sua relevância, quanto pelo seu Qualis A1. A forma de busca ocorreu como nas outras revistas, foi digitada a palavra abstração na barra de pesquisa da revista, resultando em quatro trabalhos: Almeida (1992), Janczura (1995), Lomônaco et al. (1995) e Silva e Lomônaco (1995).

Em Almeida (1992) se estabelece uma estrutura de treinos cognitivos em estudantes pela formulação e diversificação dos conteúdos por meio de exercícios verbais, abstratos, numéricos e, espaciais, buscando a transição de um exercício ao outro. Como veremos adiante, ao investigarmos a teoria de Raymond Duval, a diversificação citada e, em especial, a transição serão tratadas na coordenação e mobilidade da variedade de registros de representação semiótica, favorecendo a conversão dos registros estudados após sua formação, tratamento e discriminação de unidades significantes.

Outro trabalho encontrado na revista, desenvolvido por Janczura (1995), analisa modelos protótipos em categorizações, apresentando as dificuldades da abordagem prototípica em procedimentos de categorização, como os de representatividade de componentes das categorias.

Em Lomônaco et al. (1995) já citado anteriormente, investiga-se o aumento da abstração por meio da TBP, chegando a conclusões de que a abstração se apresenta mais desenvolvida em indivíduos com maior escolarização, a qual é decisiva quanto à velocidade e progresso cognitivo alcançado pelos indivíduos.

Em trabalho semelhante, Silva e Lomônaco (1995) realizaram a avaliação do desenvolvimento cognitivo dos sujeitos por meio do TBP, constataram que há diminuição de respostas concretas com o avanço da idade dos indivíduos, consequentemente, aumentam-se as respostas abstratas à medida que os indivíduos analisados tenham mais idade e maior escolaridade.

Ao apresentar as pesquisas, citadas anteriormente, não tivemos a pretensão de esgotar o tema, porém, parece que ainda há poucos trabalhos que tratam diretamente da abstração no contexto de ensino e aprendizagem de física. Contudo, de modo geral, constata-se que uma compreensão sobre a abstração deve levar em consideração alguns elementos essenciais e proposições, são eles: o raciocínio e memória lógica; a modelagem; o interpósíquico e o intrapsíquico; a atenção deliberada, ou foco; a generalização; o papel das interações sociais; as representações; a conexão entre concreto e abstrato; esquemas de desenvolvimento da

abstração; o papel da linguagem; a compreensão de símbolos; as qualidades essenciais, ou primárias, e as qualidades secundárias de um objeto; o papel da escolarização e da idade para o desenvolvimento da abstração; a formulação e diversidade dos conteúdos e a transição entre eles; a quantidade de variáveis em um problema e a hipótese de que a abstração deve anteceder o ensino de conteúdos.

Dado o propósito de se chegar a uma compreensão de abstração com foco no ensino e aprendizagem de física, iremos analisar alguns desses elementos no decorrer da tese, buscando uma apropriação sobre abstração que contribua neste sentido, especialmente que possa ser utilizada para a solução de problemas de física.

1.2. O Problema e os Objetivos

Dos estudos apresentados, constata-se a lacuna posta na escassez de trabalhos que investiguem a abstração na área específica de ensino de física, bem como a dificuldade em se tratar esse tema, remetendo-nos a buscar uma compreensão sobre abstração em outras áreas. Entendemos que há uma profunda relação entre a abstração e o entendimento dos fenômenos físicos, bem como sua generalização a contextos diversos, sendo que o ensino e aprendizagem da física podem ser potencializados quando os estudantes tiverem a oportunidade de abstrair os conceitos e generalizá-los nos problemas apresentados na disciplina.

A partir do exposto até o momento, podemos desenhar o problema de pesquisa como sendo a necessidade de promover um ensino e aprendizagem da física que possibilite o desenvolvimento da abstração nos estudantes, facilitando a utilização dos símbolos e signos próprios que representam os objetos da física e suas relações, para a solução de problemas. Isso que permite levantar algumas perguntas: É possível estudar e aprender física sem que haja um processo de desenvolvimento de abstração, com a utilização dos seus signos e símbolos específicos? Como desenvolver a abstração para que seja possível a sistematização dos signos ou símbolos no ensino e aprendizagem da física por parte dos estudantes?

As respostas a essas perguntas serão tratadas ao longo da tese, mas já possibilitam apresentar nosso objetivo geral, como sendo a necessidade de investigar o desenvolvimento da abstração para o ensino de física voltado para estudantes de EM, possibilitando uma

compreensão e melhor desenvolvimento do seu aprendizado em física, especialmente, contribuindo para a compreensão e solução dos problemas físicos estudados.

A fim de possibilitar o cumprimento desse objetivo, temos como objetivos específicos:

- i. Compreender e definir a abstração, suas características e peculiaridades específicas para o ensino da física;
- ii. Desenvolver o estudo dos signos / símbolos físicos, com foco na semiótica;
- iii. Aplicar a formação, tratamento e a conversão semiótica, por meio da discriminação das unidades significantes (DUVAL, 1993; 2005; 2009), sobre os conteúdos da física, de forma a propiciar um grau mais elevado de abstração nos estudantes;
- iv. Oferecer orientações para elaboração de um ensino de física baseado no desenvolvimento da abstração, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes do EM.

1.3. Referenciais Teórico-Metodológicos

Dados os objetivos traçados anteriormente, temos dois principais referenciais teóricos adotados, como citado na apresentação, os quais são complementares. O primeiro trata da teoria histórico-cultural de Lev Semenovitch Vygotsky, e o segundo da teoria de Raymond Duval, sobre registros semióticos e aprendizagens intelectuais. A escolha por Vygotsky é apoiada pela necessidade de se analisar seus estudos a respeito da formação de conceitos científicos e desenvolvimento das funções psicológicas superiores: a memória lógica, a atenção deliberada e a abstração. O conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), também é essencial para delimitarmos, posteriormente, a sistematização de estudos sobre física que levem em conta o desenvolvimento da abstração.

Entendemos que a contribuição de Vygotsky nos aproxime de uma compreensão a respeito da formação de conceitos, do desenvolvimento da abstração e da interação dessa abstração com o desenvolvimento do ensino e aprendizagem que buscamos depreender.

Apesar da contribuição de Vygotsky ser importante, lembramos que ela também é limitada, uma vez que não possibilita a total compreensão e desenvolvimento da abstração científica, mas fornece alguns caminhos, ou indicações, as quais nos vemos obrigados a

explorar. Lembremos que Vygotsky (2008) esboça todo um desenvolvimento sobre a formação de conceitos, finalizando na abstração, inclusive, afirmando sua posição intelectual superior, como o último estágio de formação de um verdadeiro e genuíno conceito científico, posterior à atenção deliberada e à memória lógica.

Entretanto, devemos recordar que o autor não trata especificamente da abstração, ou seja, não explica como desenvolver a abstração em estudantes, limitando-se a afirmar, baseado nos estudos de seus colaboradores, que a abstração não é possível de ser desenvolvida plenamente em adolescentes, cujas funções psicológicas superiores estão, ainda, em formação.

Dessa afirmação, temos, ao menos, dois caminhos: 1) desenvolver uma física que não necessite abstração, o que supomos ser inviável, ou que tenha seu grau de abstração reduzido ao máximo, tratando apenas da percepção concreta dos fenômenos e sua interpretação com o menor número de variáveis possíveis; e 2) buscar procedimentos didáticos de desenvolvimento da abstração para o ensino e aprendizagem da física, possibilitando durante a escolarização a gradual evolução da abstração na interpretação e operacionalização dos conceitos físicos.

É justamente no segundo caminho acima que entendemos a imprescindível contribuição e a complementação de Duval (1993; 1995; 2009), como aporte teórico-metodológico que possibilita o desenvolvimento da abstração por meio de três operações: a formação, o tratamento e, principalmente, a conversão de registros de representação semiótica. Esse referencial teórico possibilita o desenvolvimento da abstração, por meio de atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas às *semiósises*. Conforme veremos mais à frente, é possível tratar e converter os símbolos próprios da física, por meio de uma dinâmica de ensino que leve à mobilidade dos conteúdos pela conversão de um tipo de registro em outro.

Nesse sentido, é possível que um conceito, escrito em língua natural, seja convertido em expressão algébrica, ou em forma de gráfico, ou como representação de uma tabela sendo, em seguida, trabalhado no sentido contrário, ou seja, na conversão, da tabela para o gráfico, do gráfico para expressão algébrica e desta para a escrita conceitual em língua materna. Essa dinamização dos conteúdos, apresentada por Duval (1993; 1995; 2009) parece fornecer subsídios para que os estudantes consigam abstrair melhor os fenômenos físicos estudados, além de conseguirem melhorar a operacionalização de variáveis apresentadas em problemas.

Assim, o capítulo seguinte busca uma compreensão preliminar sobre abstração, para que seja possível a construção de um entendimento de abstração específica para a física.

CAPÍTULO 2 - O INTRAPSÍQUICO E O INTERPSÍQUICO NO ENSINO DA FÍSICA

2.1. As Influências do Behaviorismo e do Empirismo no ensino de física

Das teorias a respeito do ensino e aprendizagem, parecem haver dois aspectos essenciais ligados ao entendimento do intrapsíquico e do interpsíquico, ou seja, se o conhecimento ocorre por meio de aspectos internos ou externos. Essas características serão discutidas, a fim de melhor delinear como ocorre o ensino e a aprendizagem da física, aproximando-nos da importância da abstração para este processo. Neste intento, iremos analisar brevemente as influências do behaviorismo e do empirismo no ensino de física e as teorias de aprendizagem cognitivistas e construtivistas, a fim de buscar entender a relação dos saberes da física com os estudantes, bem como estabelecer uma posição em relação a uma destas teorias. Em seguida, iremos abordar alguns elementos que surgiram das pesquisas levantadas no capítulo anterior, as quais julgamos importantes para compreensão da abstração, como as sensações, as qualidades primárias e secundárias para generalização, chegando a uma primeira definição de abstração científica, a qual aborda a essência desta função para os fins que pretendemos.

O behaviorismo é considerado, geralmente, como uma teoria que indica a análise do comportamento, por meio de estímulo e resposta, como objeto de estudo, sendo sua teoria considerada como opositora do método da introspecção, embora alguns estudos critiquem essa posição, como Brandenburg e Weber (2005), que relacionam o behaviorismo radical com eventos internos por meio do autoconhecimento e da liberdade. Contudo, iremos apresentar a relação, contribuições e influências do behaviorismo no ensino de física, como uma teoria de aprendizagem (MOREIRA, 2011), buscando compreender seus aspectos como uma proposta ou modelo pedagógico para o ensino de física. A respeito das filosofias implícitas nas teorias de aprendizagem, Moreira (2011) assim as divide:

São três as filosofias subjacentes - A *comportamentalista* (behaviorismo) a *humanista* e a *cognitivista* (construtivismo) - **embora nem sempre se possa enquadrar claramente determinada teoria de aprendizagem em apenas uma corrente filosófica** (MOREIRA, 2011, p. 13-14, grifo nosso).

A utilização destas teorias como proposta pedagógica é evidenciada por Zimmermann (1997) ao afirmar que um modelo de pedagogia, adotado pelo professor de física, é constituído de um modelo epistemológico; um modelo do processo de aprendizagem e outro modelo de

ensinamento, relacionados entre si. Assim, as implicações e influências do behaviorismo como modelo pedagógico para o ensino de física foram tais que, mesmo hoje, são utilizadas como processos de ensino por alguns professores de física. Zimmermann (2000), ao investigar as concepções pedagógicas de quatro professores de EM, identificou em três deles uma forte concepção behaviorista em seu ensino, como afirma:

Mário tem um modelo indutivista de natureza da ciência internamente consistente e coerente com seu modelo de ensino behaviorista [...] Sérgio e Daniel foram observados planejando suas aulas através de uma lista de objetivos behavioristas com as devidas estratégias de reforço, uma didática claramente behaviorista (ZIMMERMANN, 2000, p.158).

Tais influências constatadas nos professores de EM refletem que o behaviorismo foi determinante na formação inicial desses professores, ou seja, que esteve presente e está presente nos cursos de licenciatura ou de formação continuada. Nesse sentido, Rodrigues (2005) analisa as contribuições do behaviorismo radical para formação de professores no período de 1970, o qual se relaciona aos primeiros cursos de pós-graduação *stricto sensu* no Brasil, a 2002. Nesse contexto, alguns autores entendem que o behaviorismo foi preponderante, tanto na construção de objetos didáticos, quanto em projetos de ensino, como o Physical Science Study Committee (PSSC)⁷ e o Projeto de Ensino de Física (PEF) desenvolvido no Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP).

Vale ressaltar que esses projetos não tiveram o sucesso almejado. De acordo com Gaspar (2004), a razão do fracasso desses projetos foi: “a superestimação da capacidade do material instrucional na promoção da aprendizagem ancorada basicamente na experimentação” (GASPAR, 2004, p. 76). Entretanto, o behaviorismo foi preponderante, tanto na construção de objetos didáticos, quanto na posterior elaboração de livros didáticos nele baseados, vindo a

⁷ É importante ressaltar que o PSSC teve influência direta de Zacharias (MIT), inclusive rejeitando as ideias pedagógicas de Bruner. Segundo Gaspar (2004), apesar do pedagogo americano Jerome Bruner ter influenciado a equipe, formada por centenas de professores de física e alguns educadores, foram as ideias do coordenador Jerrold R. Zacharias que prevaleceram, o que, inclusive, gerou o fracasso da proposta. Conforme Gaspar (2004, p. 3): “grande parte da orientação pedagógica do projeto não encontrava respaldo nas ideias de Bruner; baseou-se nas intuições ou crenças pedagógicas do próprio Zacharias, avalizadas pelos membros da comissão: **‘Zacharias não acreditava em um ensino de ciências fundado em abstrações e queria que tudo no seu projeto do PSSC estivesse firmemente baseado na experimentação.** Na avaliação de Zacharias, manifestações de verdades tangíveis, visíveis, tinham de preceder fórmulas e gráficos, e não há nenhuma sugestão nesse sentido nas ideias de Bruner” (RAIMI, 2004). Gaspar (2004) é categórico ao afirmar que o PSSC teve forte influência behaviorista de Zacharias, refutando o denominado Processo da Educação (BRUNER, 1960), como afirma o autor: “a crença de que a experimentação levaria à compreensão ou até mesmo à redescoberta de leis científicas – ideia que hoje seria classificada como um equívoco epistemológico –, permeou todo o projeto dando a ele ênfase exagerada e irrealista ao papel da experimentação o que, a nosso ver, levou toda a proposta ao fracasso” (GASPAR, 2004, p. 3). Inclusive, o próprio Bruner se manifestou rejeitando a proposta de Zacharias, afirmando que: “Um bom intuitivo pode ter nascido com algo especial, mas a sua intuição funciona melhor quando ele tem um sólido conhecimento do conteúdo, uma familiaridade que dá substância à intuição” (BRUNER, 1960, p.56).

influenciar toda uma geração, propagando-se até a atualidade, como nos lembra Moscovici (2009, p.42) ao constatar que: “vivemos em um mundo behaviorista, praticamos uma ciência behaviorista e usamos metáforas behavioristas”. Uma abordagem histórica da introdução do behaviorismo, ou análise do comportamento, no Brasil, teve início na década de 1960 com a chegada de Fred S. Keller na USP e na Universidade de Brasília, cujos contributos podem ser verificados em Todorov e Hanna (2010).

Nessa perspectiva, torna-se relevante apresentar uma breve análise das principais características do behaviorismo.

O Behaviorismo pode, em princípio, ser dividido em behaviorismo metodológico, ou comportamentalista e behaviorismo radical. O primeiro teve suas origens com John Broadus Watson (1878-1958), que foi influenciado pelos experimentos em animais de Ivan Pavlov (1849-1936). Pavlov analisou a salivação de cães por meio de reflexo condicionado, relacionando-o ao comportamento humano. Da generalização desses experimentos, Watson, de forte base empirista, cuja corrente filosófica, o empirismo, teve como principal representante John Locke (1632-1704) – cujas ideias vamos abordar à frente, propôs no ocidente o termo behaviorismo para se dedicar aos estudos do comportamento por meio de estímulos. Watson realizou experimentos tanto em animais quanto em seres humanos, dando papel central às condições ambientais, baseou sua teoria em estímulos e respostas, descartando a hereditariedade ou a subjetividade, como ressalta:

Deem-me uma dúzia de crianças saudáveis, bem constituídas e o meio ambiente propício para educá-las que eu me comprometo, fazendo uma escolha ao acaso, a formá-las de modo a fazer delas peritos nos ramos que eu bem entender, um médico, um comerciante, um jurista e até um mendigo ou um ladrão, independentemente do seu talento, das suas inclinações, tendências ou aptidões, bem como da profissão ou da raça dos seus antepassados (WATSON, 1925, p. 104).

O behaviorismo metodológico de Watson buscou dar status de ciência à psicologia, ao propor uma ciência natural para o comportamento humano. Watson considerava a mente uma tábua rasa, não havendo subjetividade ou ideias inatas. Portanto, o conhecimento seria derivado da experimentação e da percepção sensorial, que por meio da relação estímulo-resposta poderia moldar o comportamento humano.

Nessa mesma linha, o psicólogo americano Edward Lee Thorndike (1874-1949) introduziu no behaviorismo a ideia do reforço positivo por meio da lei do efeito, que consistia na repetição de um condicionamento quando esse era agradável e sua diminuição se fosse

desagradável. Lançou as bases do condicionamento operante, mais tarde utilizado por Skinner. De acordo com Thorndike, ao ser recompensado o organismo generalizaria aquele condicionamento em situações diversas. As ideias de Thorndike podem ser observadas no ensino tradicional de física, uma vez que cabe ao professor propor inúmeros exercícios para reforçar o aprendizado do aluno que, partindo de exercícios fáceis a difíceis, sentirá motivação em continuar estudando cada vez que receber do professor um reforço positivo.

A segunda divisão mais importante do behaviorismo denomina-se behaviorismo crítico, introduzido por Burrhus Frederic Skinner (1904-1990), cujas implicações no ensino aprendizagem tiveram mais impacto, sendo observado no Brasil no final da década de 1960. Skinner introduziu a ideia do condicionamento operante, no qual o indivíduo age e opera sobre o meio através de reforços positivos e aproximações sucessivas. Com o condicionamento operante se modela uma resposta, a qual gera uma consequência que, por sua vez, se for reforçadora aumenta a probabilidade de ocorrer novamente, caso contrário, diminui essa ocorrência. Assim como Pavlov, Skinner também modelou o comportamento em animais por meio das denominadas caixas de Skinner, analisando e modelando o comportamento de pombos e ratos. Ao generalizar essas caixas, nas conhecidas máquinas de ensinar, Skinner retirava as possibilidades de interferência das mediações humanas na aprendizagem do estudante. Disso decorrem as propostas de ensino desenvolvidas por Skinner e chamadas de instrução ou textos programados, sendo que para Skinner (1972):

O ensino é um arranjo de contingências sob as quais os alunos aprendem. (...) os professores arranjam contingências especiais que aceleram a aprendizagem, facilitando o aparecimento do comportamento que, de outro modo, seria adquirido vagarosamente, ou assegurando o aparecimento do comportamento que poderia, de outro modo, não ocorrer nunca (SKINNER, 1972, p. 62).

Nesse sentido, vale lembrar que as propostas de ensino de Skinner por meio das instruções e textos programados foram muito influentes nos projetos de física inseridos no Brasil, como os já citados PSSC e PEF, embora fossem muito fragmentados e não garantissem um aprendizado que durasse, como salienta Gaspar (2004):

Os textos programados fragmentavam o conteúdo em pequenos trechos nos quais eram inseridas lacunas ou indagações para que o aluno as completasse ou respondesse. Partia-se do pressuposto de que a resposta certa, além de elemento reforçador que estimulava o aluno a prosseguir, era também um indicativo válido da aprendizagem: resposta certa era indicativo seguro de conhecimento adquirido (GASPAR, 2004, p.5).

Para Skinner (1972), a mudança de comportamento é alcançada a partir do condicionamento do estudante por repetições de exercícios, como nas máquinas de ensinar, nas quais o aluno deve retornar aos conteúdos anteriores caso erre, tentando até acertar para poder prosseguir. Curiosamente, a mesma máquina de ensinar é apresentada em ferramentas tecnológicas de ensino atuais, como é o caso de algumas plataformas virtuais de ensino⁸, que nada mais são do que uma máquina de ensinar de Skinner adaptada à contemporaneidade. Através dessas ferramentas, o aluno senta-se diante de um computador e vai tentando acertar questões, por exemplo, de física, caso ele acerte passa para outros módulos, caso erre volta para o módulo anterior até acertar e poder passar de módulo.

Assim, os impactos e influências do behaviorismo, com suas características peculiares, foram sentidos na elaboração dos materiais didáticos no início do ensino de física no Brasil, repercutindo até os dias atuais. Decorre desse processo o surgimento de algumas teorias, denominadas de transição, por estarem entre o behaviorismo e o cognitivismo. Esse foi o caso da Gestalt, que, apesar de ser mais uma teoria psicológica que uma teoria de aprendizagem, e tendo como premissa central a de que o todo é mais importante que a soma de suas partes, contribuiu com a aprendizagem por *insight*. O *insight* seria o responsável por fornecer certas percepções em resoluções de problemas, cabendo ao professor mostrar que esses insights podem ser generalizados para outros problemas.

Pelo exposto até o momento, podemos presumir que o behaviorismo foi uma teoria que não concebia o pensamento interior, o intrapsíquico, no aprendizado dos estudantes, delegando e generalizando comportamentos animais aos comportamentos humanos, sendo, portanto, uma teoria de aprendizagem incompleta por natureza, assumindo o empirismo como prática de ensino.

John Locke, grande influenciador do empirismo britânico, em seu *Ensaio Acerca do Entendimento Humano* (LOCKE, 1999), no livro I, ao combater o inatismo do filósofo Ralph Cudworth (1617-1688), é levado a considerar a alma humana, em seu nascimento, como uma *tábula rasa*⁹, onde nada está presente. Para Locke (1999), se um homem adulto possui

⁸ Um exemplo de uma plataforma no sentido exposto é oferecido pela Geekie, uma empresa paulista que desenvolve plataformas de ensino. Um dos produtos oferecidos é um ambiente virtual que apresenta o conteúdo de forma fragmentada e, ao final de cada conteúdo, apresenta um questionário de múltipla escolha, onde o aluno, à semelhança dos textos programados de Skinner, deve acertar a alternativa para prosseguir (reforço positivo) ou retroceder (reforço negativo) até acertar.

⁹ É importante ressaltar que em nenhum outro momento Locke (1999) generaliza o conceito de *tábula rasa*, ou seja, ele considera o ser em seu nascimento como tal, sendo que o aprendizado ao longo da vida irá proporcionar os conhecimentos, os quais são obtidos por meio da relação do ser com o meio externo.

conhecimento, este se deu pela experiência sensível e pela reflexão, sendo considerados materiais que preenchem a mente de conhecimento, aos quais chama de ideias. As ideias seriam segundo Locke (1999) as responsáveis por todo e qualquer conteúdo do processo cognitivo, ou seja, a ideia é o próprio objeto do entendimento, representando inclusive os “fantasmas”, considerados pelo autor como os dados provenientes dos sentidos, por exemplo, as imagens, as noções, lembranças ou conceitos abstratos.

As ideias de sensação são oriundas do exterior, como quente, duro, verde; já as ideias de reflexão viriam do próprio indivíduo, como pensar, duvidar, acreditar. Esses dois tipos de ideias, de sensação e de reflexão, recebem a alcunha de ideias simples e, a fim de descobrir se elas são representativas, isto é, exteriores ao sujeito que as percebe, Locke (1999) as separa em dois tipos: as ideias percebidas pelo espírito¹⁰ e as ideias provenientes da mudança da matéria nos corpos causadores de percepção.

Essa separação leva-o à principal distinção de ideia em sua teoria, a de qualidades primárias, que seriam reais e inseparáveis dos corpos, e a de qualidades secundárias, que poderiam se separar do corpo, uma vez que não representariam exatamente os corpos. Com isso, Locke (1999) consegue se livrar das concepções inatas e metafísicas, considerando a realidade, ou *a coisa em si*¹¹, como impossível de ser compreendida, sendo que a única possibilidade de a verificar seria por meio da pesquisa experimental das qualidades primárias, as ideias de sensação, que nela coexistem. Já o entendimento da realidade interior, ou a alma dessa realidade, seria posta como um conjunto de ideias de reflexão, relegadas às qualidades secundárias.

Nesse contexto, as sensações seriam a realidade visível passível de verificação por experimentação, enquanto o intrapsíquico estaria no campo da subjetividade, pertencendo apenas às ideias de reflexão e de qualidade secundária. Esse início de entendimento sobre as qualidades primárias e secundárias fornecerá uma compreensão mais apurada sobre abstração, como veremos à frente. Por ora, daremos atenção maior ao conceito e importância da sensação como parte do constructo sobre abstração que intentamos alcançar.

¹⁰ Na filosofia moderna e contemporânea espírito significa razão, alma racional, ou intelecto, cujo termo e significado foi proposto por Descartes, como aponta Abbagnano (2007, p. 414). Assim, toda denominação de espírito ou alma presente nessa tese tem essa significação.

¹¹ De acordo com Kosik (2011): “A ‘coisa em si’ não é uma coisa qualquer e, na verdade, não é nem mesmo uma coisa: a ‘coisa em si’, de que trata a filosofia, é o homem e o seu lugar no universo, ou (o que em outras palavras exprime a mesma coisa): a totalidade do mundo revelada pelo homem na história e o homem que existe na totalidade do mundo” (KOSIK, 2011, p. 250, grifo nosso).

2.2 As Sensações

De acordo com Cuvillier (1948): “logo acima da tendência, que é subconsciente, parece que encontramos na sensação o **elemento mais simples da consciência** a que é possível chegar” (CUVILLIER, 1948, p. 117, grifo do autor). Esse autor explica que excluídas as sensações internas, que poderiam ser entendidas como as ideias de reflexão de qualidades secundárias de Locke (1999), toda sensação é atribuída a um agente exterior, por meio de uma excitação ou estímulo como, por exemplo, o choque, a pressão, o calor, o som, a luz, o sabor, o cheiro, o toque, entre outros.

Para Cuvillier (1948) a sensação supõe condições fisiológicas, sendo que um certo estímulo implica ao órgão sensorial periférico uma modificação, ou uma impressão, como por exemplo a excitação de um raio de luz para a visão. Essa impressão é, então, transmitida por um nervo sensitivo aos centros nervosos, onde é recebida num centro sensorial específico do cérebro que projeta e interpreta as impressões vindas dos órgãos periféricos. A sensação pode, então, ser considerada um fato psíquico, consecutivo das impressões causadas no corpo, sendo uma “ressonância na consciência de uma impressão feita no corpo” (CUVILLIER, 1948, p. 117). Portanto, observamos que a sensação é externa e não interna. Embora seja percebida internamente, sua causa é exterior à mente, estando ligada, inclusive, aos sentidos por meio de aspectos representativos de propriedades como cor, cheiro, sabor, melodia, sobre um objeto exterior, sem que isso exclua aspectos afetivos, como a tonalidade ou a fragrância, em serem agradáveis ou desagradáveis, entre outros.

No livro II, que trata das ideias, Locke (1999) explica o que compreende por sensação:

Primeiro, nossos sentidos, familiarizados com os objetos sensíveis particulares, levam para a mente várias e distintas percepções das coisas, segundo os vários meios pelos quais aqueles objetos os impressionaram. Recebemos, assim, as ideias de amarelo, branco, quente, frio, mole, duro, amargo, doce e todas as ideias que denominamos de qualidades sensíveis. **Quando digo que os sentidos levam para a mente, entendo com isso que eles retiram dos objetos externos para a mente o que lhes produziu estas percepções.** A esta grande fonte da maioria de nossas ideias, bastante dependente de nossos sentidos, dos quais se encaminham para o entendimento, denomino *sensação* (LOCKE, 1999, p. 58, grifo nosso).

Uma extração de objetos externos pelos sentidos nos remete a uma operação de abstração rudimentar, baseada na produção das percepções geradas pelos sentidos. Percebe-se, no conceito de sensação acima, uma estreita relação entre a percepção e a sensação, sendo esta

consequência daquela, além do que há dependência das ideias por um processo biológico dos sentidos como audição, olfato, paladar, tato e visão. Embora Cuvillier (1948), ao analisar a percepção de extensão e espaço, identifica que:

A sensação já contém intuições vagas de extensividade, de volume, como germe da noção de espaço; **mas esta noção resulta de uma construção intelectual**, destinada a organizar nossa representação do mundo sensível e que só pode realizar-se por intervenção de uma série de fatores biológicos e sociais” (CUVILLIER, p. 267, grifo nosso).

Assim, as ideias derivam *in loco* das coisas materiais externas que, de acordo com Locke (1999), resultam no objeto da sensação, sendo as operações de nossas mentes o objeto da reflexão. Em suma, as ideias derivam das coisas materiais externas como objeto da sensação e das operações mentais como objetos da reflexão, retomando-se as qualidades primárias e secundárias já citadas. O valor da sensação tem, como conhecimento, uma correspondência, mas não identidade ou semelhança com a coisa material. Para Cuvillier (1948) a sensação é um sinal subjetivo, interpretado pelo espírito, como ressalta:

Assim certas diferenças físicas entre os sons traduzem-se subjetivamente pelo que chamamos altura, intensidade e timbre; **mas o que são objetivamente essas diferenças, é a física, ciência experimental, que no-lo diz. O valor intelectual da sensação resulta, portanto, de uma interpretação**” (CUVILLIER, 1948, p. 131, grifo nosso).

Mas, como o papel dessas sensações dado pela filosofia pode ter relação com o ensino de física? A proposição de que as ideias, como materiais de todo conhecimento, são sugeridas ou fornecidas, conforme Locke (1999), à nossa mente, unicamente pela sensação e pela reflexão, leva-nos, aparentemente, a uma forte ligação com o ensino de física empirista, tanto na elaboração dos textos programados já citados, quanto na visão de uma física pronta a ser entendida pela experimentação, pela tentativa e erro, e pela repetição de exercícios, impregnada no ensino propedêutico. Além dessas características empiristas, há uma outra relação, mais sutil, e de suma importância para o ensino de física, na teoria lockeana de ideia, que trata de exteriorizá-la por meio de palavras, operação essa que leva à abstração, conforme veremos adiante. Antes, precisamos verificar as relações das sensações e suas influências no ensino da física que, dado um contexto histórico e de influência do behaviorismo radical, podem ser averiguadas pelas contribuições de Ernst Waldfried Josef Wenzel Mach (1838-1919) físico e filósofo austríaco, o qual critica a física de sua época por conter elementos metafísicos, desenvolvendo uma proposta de conhecimento baseada em características biológicas, históricas e psicológicas, como apresentado por Laurenti (2004).

Nesse contexto, é importante destacar que as contribuições de Mach foram desenvolvidas para um contexto científico, mas possuem implicações epistemológicas que afetaram o ensino da física. Na proposta machiana, o conhecimento estaria relacionado à sobrevivência da espécie, o que indica uma influência darwiniana; à evolução histórica, em especial a da mecânica, que visa a desconfigurar a noção de verdade absoluta (tempo e espaço newtonianos) em prol de um contexto de construção histórica; além da análise dos processos psicológicos que afetam a experiência do pesquisador, através da adaptação do pensamento aos fatos. Inclusive, segundo Laurenti (2004), Mach: “desenvolveu uma epistemologia como uma psicologia do conhecimento [...] procurou redefinir os objetivos, o objeto e o método da ciência depurando-os de sua significação metafísica” (LAURENTI, 2004, p. 36-37). Essa epistemologia de Mach leva-o a considerar o conhecimento oriundo das sensações (MACH, 1996), as quais possibilitam a interpretação que temos do mundo, construída pela experiência. Essa concepção pode constituir uma evidência da relação de Mach com o desenvolvimento de um conhecimento com forte base empírica, o que pode ser observado na declaração de Mach (1976):

Estamos absolutamente certos do que experienciamos agora, menos certos do que observamos cuidadosamente por experiência e, conseqüentemente, somente nos lembramos, menos certos [ainda] do que com base na analogia da experiência nós apenas imaginamos e nada [certos] quando a imaginação é baseada no que não pudemos experienciar. O não experienciável não tem sentido concebível e não merece absolutamente respeito (MACH, 1976, p. 119).

A citação acima demonstra como a experiência é fulcral no pensamento machiano. Na visão de Mach: “os fatos são o ponto de partida do pensamento” (MACH, 1948, p.17). Sendo que Mach (1960), ao analisar sobre as leis universais da física, resume-as a apenas aproximações de nossa experiência sensível, sobre uma realidade em constante mudança e não o contrário, como afirma: “Ao separar mentalmente um corpo do ambiente mutável em que se move, o que realmente fazemos é libertar um grupo de sensações em que nossos pensamentos estejam fixados e que é relativamente mais estável do que os outros, a partir do fluxo de todas as nossas sensações”¹² (MACH, 1960, p. 4271, tradução nossa).

De forma mais categórica, a compreensão de sensação se apresenta no pensamento de Mach (1886), apud Pessoa Junior (2012), como decorrente de uma repetição sucessiva de eventos análogos, como afirma: “acabamos nos acostumando a considerar *todas* as

¹² Discurso proferido antes da reunião de aniversário da Academia Imperial de Ciências, em Viena, 25 de maio de 1882.

propriedades dos corpos como ‘efeitos’ partindo de núcleos permanentes e levados ao ego por meio do corpo; e a tais efeitos chamamos *sensações*” (MACH, 1886, apud PESSOA JUNIOR, 2012, p. 3). Desta forma, segundo o autor afirma, o que é mais fixo e permanente ganha proeminência, gravando-se na memória e sendo expresso pela linguagem.

É importante ressaltar que essas considerações permitem uma aproximação com o conceito de sensação, para que possamos compreendê-la, posteriormente, no contexto da abstração. Não temos, portanto, a pretensão de aprofundamento sobre essa questão. A intenção, como citada no início deste capítulo, é de analisar as influências da teoria de aprendizagem comportamentalista no ensino de física, observando alguns elementos que possam ser úteis para a construção de uma compreensão sobre a abstração. Neste contexto, devemos analisar também quais contributos temos na teoria de aprendizagem cognitivista sobre o assunto.

2.3. A Teoria de Aprendizagem Cognitivista

Após as influências do behaviorismo e das teorias de transição, como a Gestalt, houve uma mudança de enfoque no processo de ensino e aprendizagem. A preocupação passa do exterior para os processos de aprendizagem internos, surgindo a teoria cognitivista. De acordo com Moreira (2011, p. 15), a filosofia cognitivista trata “dos processos mentais: se ocupa da atribuição de significados, da compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição”. Conforme esse autor, quando a cognição ocorre por meio de uma construção temos o chamado construtivismo, o qual, continua Moreira (2011, p. 15), “é uma posição filosófica interpretacionista [...] porque supõe que os eventos e objetos do universo são interpretados pelo sujeito cognoscente. O ser humano tem a capacidade criativa de interpretar e representar o mundo, não somente de responder a ele”. Esse autor inclusive alerta para a confusão, muitas vezes presente em sala de aula, de se usar essa posição filosófica como um método baseado em manipulações, as quais não constituem uma construção cognitivista. Antes, ressalta Moreira (2011), é necessário sistematizar o conhecimento sobre a cognição, buscando “explicar e prever observações nesta área. E nenhuma dessas teorias implica, necessariamente, descoberta ou mera manipulação” (MOREIRA, 2011, p. 15).

Um dos principais representantes do cognitivismo é Jean William Fritz Piaget (1896-1980). Biólogo de formação, doutorou-se em biologia pela Universidade de Neuchâtel, na

Suíça, posteriormente tendo se dedicado à epistemologia, psicologia e educação. Sua principal contribuição foi ter fundado a teoria genética, uma epistemologia baseada no estudo da gênese do pensamento humano. Com Piaget, o processo de aprendizagem se dava, agora, pela cognição do aluno, considerando-o como centro do processo de ensino, o que levou à teoria da cognição na busca de explicações sobre o desenvolvimento cognitivo humano. As contribuições de Piaget para a educação foram marcantes, pois possibilitou uma mudança conceitual no processo de ensino e aprendizagem de então. No Brasil, suas ideias influenciaram muitos professores e, conforme Vasconcelos (1996), a partir do movimento da Escola Nova¹³, foi aberto espaço para a divulgação das ideias piagetianas. O primeiro texto de Piaget traduzido para o português “*Remarques psychologiques sur le travail par équipes*” indica certa tendência socializadora. Dado o contexto social da década de 30, e sustentando o aluno como centro do processo de aprendizagem, essa obra “provocou inicialmente uma forte tendência dos educadores a valorizar demasiadamente as qualidades psicológicas dos educandos” (VASCONCELOS, 1996, p. 63).

É claro que a mudança conceitual da aprendizagem do exterior para o interior como fonte de cognição foi importante para o cenário educacional. Entretanto, é preciso certa precaução sobre o fato das raízes epistemológicas, que geraram a epistemologia genética de Piaget, terem profunda relação com a biologia. Dessas raízes, cresceram as ideias que geraram a epistemologia genética (PIAGET, 1970), segundo a qual o desenvolvimento do conhecimento ocorre como uma evolução biológica. Os estágios dessa evolução seriam: 1) sensório motor: 0 a ~2 anos – a criança desenvolve coordenação motora, aprendendo sobre os objetos ao seu redor por meio das sensações; 2) pré-operatório: 2 a ~7 anos – a criança desenvolve a aquisição da fala e dos símbolos. É o estágio onde aparece o raciocínio intuitivo; 3) operatório Concreto: 7 a ~12 anos – a criança começa a formar conceitos, apresenta lógica consistente e capacidade de resolver problemas concretos e; 4) Operatório Formal: ~12 anos em diante – agora, adolescente, começa a desenvolver o raciocínio hipotético-dedutivo e a capacidade de abstração.

Conforme a teoria da epistemologia genética, é nesse último estágio que as habilidades psíquicas ligadas ao desenvolvimento de um raciocínio mais abstrato começam a se desenvolver. Para Piaget (1970) é por meio das operações formais que "o conhecimento supera o próprio real para inserir-se no possível e ligar diretamente o possível ao necessário sem a

¹³ Vasconcelos (1996) recorda que a Escola Nova foi um movimento de renovação do ensino com grandes impactos na Europa, e na América. No Brasil, dadas as demandas de desenvolvimento urbano e expansão da cafeicultura, com fortes mudanças no cenário econômico, social e político, grupos de intelectuais se juntam para promover uma escola que desenvolvesse um cidadão integrado à democracia.

mediação indispensável do conceito" (PIAGET, 1970, p. 45). Isso, segundo o autor, levaria o sujeito à formulação de hipóteses, por meio de esquemas conceituais abstratos, os quais possibilitaria efetuar operações mentais segundo a lógica formalizada.

Sobre a abstração, Piaget (1977) a subdivide em abstração empírica, responsável por extrair informações do objeto pela ação do sujeito sobre o objeto. E, em abstração reflexiva, que leva ao conhecimento lógico-matemático por meio da coordenação das ações que a criança exerce sobre os objetos. Essa coordenação de ações é responsável pela manifestação da manipulação simbólica e do raciocínio dedutivo, realizada pela mente, de dentro para fora, na interação da criança com o ambiente, assim a abstração reflexiva é “*a construção de relações entre os objetos*” (KAMII, 1999, p.17).

Com a formulação da abstração reflexiva, temos na teoria de aprendizagem piagetiana uma relação intrapsíquica de conhecimento, gerando as operações lógico-matemáticas, conforme identificado por Piaget (1970):

É na medida em que se **interiorizam as operações lógico-matemáticas do sujeito, graças às abstrações reflexivas, que constroem operações sobre outras operações**, e na medida em que é finalmente alcançada essa extemporaneidade características dos conjuntos de transformações possíveis e já não apenas reais, que o mundo físico em seu dinamismo espaço-temporal, englobando o sujeito como parcela ínfima entre outras, começa a ficar acessível a uma leitura objetiva de algumas de suas leis e, sobretudo, a explicações causais que obrigam o espírito a uma constante descentração em sua conquista de objetos. (PIAGET, 1970, p.50, grifo nosso).

Assim, verifica-se na construção teórica de Piaget a relação cognitiva para se adquirir conhecimento, pois ao afirmar que pela abstração reflexiva se constrói operação sobre operação, então, essa relação entre elas é realizada de dentro para fora, portanto, internamente, no intrapsíquico, diferentemente do behaviorismo e do condicionamento operante de Skinner com sua máquina de ensinar e textos programados.

A presença de algumas ideias de Piaget, embora já estivessem presentes no Brasil em alguns meios educacionais no final da década de 20 e início da década de 30, (VASCONCELOS, 1996), teve maior impacto no período pós influências de Skinner já na década de 1980, como aponta Coll (1983), ao verificar tanto a recepção quanto a marca dos trabalhos de Piaget no ensino e, também, sinalizado por Carvalho (1983), ao analisar pesquisas feitas no Brasil em ensino de física por meio da teoria piagetiana. Portanto, essa teoria de aprendizagem teve um profundo impacto no ensino. Ao mudar o foco do exterior para o interior, surge uma corrente de ensino denominada construtivismo, cuja principal característica é a

centralização do processo de ensino e aprendizagem no aluno, onde o conhecimento seria uma construção do ser humano.

O construtivismo pode ser compreendido por dois eixos, a partir da concepção do aprender. De acordo com Carretero (2000), o construtivismo pode ter uma concepção onde a aprendizagem ocorre em um empreendimento individual e; outra, onde só é possível aprender com os outros. O primeiro tipo de construtivismo possui conexão com os trabalhos de Piaget, de seus discípulos, e dos psicólogos da linha cognitivista. O segundo tipo, oposto ao primeiro, concebe o aprender por meio do social, da cultura e da linguagem, tendo Vygotsky – que trataremos à frente – como seu principal representante (MORAES et al., 2008).

Com o cognitivismo piagetiano temos, portanto, uma mudança no enfoque do professor para o aluno; do conteúdo e da memorização para uma espécie de construção individual de significados; de um aluno passivo na recepção do conhecimento para um aluno atuante no controle e independência de sua aprendizagem. A perspectiva de que o aluno desenvolva um papel, quase independente do professor, atuante e com controle de sua aprendizagem, constitui, talvez, seu principal problema. Nesse aspecto, segundo Souza e Kramer (1991) há uma redução na teoria piagetiana sobre a construção do conhecimento para a inteligência lógico-matemática. Segundo as autoras, para o cognitivismo piagetiano “outras formas de conhecimento, que têm como base a expressão da realidade através das mais diversas manifestações culturais que o homem é capaz de produzir, tornam-se irrelevantes” (KRAMER; SOUZA 1991, p. 78).

Lembremos aqui da dificuldade de estudar, salientada por Freire¹⁴ (2001): “**Estudar é, realmente, um trabalho difícil.** Exige de quem o faz uma postura crítica, sistemática. Exige uma disciplina intelectual que não se ganha a não ser praticando-a” (FREIRE, 2001, p.10, grifo nosso).

Nesse sentido, Gaspar (2004) critica essa concepção de estudante independente, salientando a necessidade de recolocar o professor no centro do processo de aprendizagem. Conforme esse autor, a tentativa de validar os estágios de desenvolvimento cognitivos propostos por Piaget resultou em um fracasso, pois ao investigarem a programação genética do cérebro verificaram que boa parte da população estudada, mesmo adulta, não tinha desenvolvido o estágio operatório formal. Segundo o autor, ao se verificar a validação de algumas tarefas cognitivas, como as propostas em *Da Lógica da Criança à Lógica do*

¹⁴ Freire também alerta sobre o fato de que ninguém se educa sozinho, mas em um processo de comunhão, mediatizado pelo mundo. Essa mediação envolve diversas formas de conhecimento.

Adolescente (PIAGET; INHELDER, 1976), por meio da análise das respostas às tarefas realizadas tanto por adolescentes quanto por adultos, constatou-se que o desenvolvimento cognitivo mais avançado, o estágio 4 citado acima, o operatório formal, não era atingido pela maioria das pessoas. Sobre esse aspecto, Gaspar (2004) nos esclarece que:

Os resultados foram surpreendentes. Uma revisão desses trabalhos (CHIAPETTA, 1976) atesta que **grande parte das pessoas, mesmo em idade adulta, não chegava a atingir o estágio operatório formal**. Esses resultados levaram a duas consequências imediatas. A primeira, em relação às estruturas curriculares de fundamentação piagetiana: o ensino de conceitos formais aos adolescentes deveria ser reduzido ao mínimo, senão descartado, pois eles, em sua esmagadora maioria, não tinham a estrutura mental que possibilitasse a sua aprendizagem. **A física, portanto, só lhes poderia ser apresentada por meio de um enfoque experimental, concreto, sem formulações abstratas, privilegiando-se seu aspecto informal ou cultural**. A segunda consequência teve consequências mais graves. **Se grande parte da população adulta pesquisada não apresentava uma estrutura formal de pensamento, tornava-se difícil aceitar a existência de uma programação genética para a estrutura do cérebro humano, postulado básico da teoria piagetiana**. Comparando a suposta formação genética do cérebro com a formação genética de nossa dentição, seria o mesmo que encontrar grande parte da população adulta sem seus dentes molares ou pré-molares simplesmente por que não teriam nascido (GASPAR, 2004, p. 7, grifo nosso).

As constatações apontadas acima são preocupantes, principalmente pela verificação de que a abstração não é inata a um desenvolvimento biológico como apontava a teoria piagetiana, sendo que, de acordo com Gaspar (2004, p. 8), “o abalo causado por essas pesquisas foi fatal - a sua teoria de estágios cognitivos acabou por ser abandonada assim como todas as propostas curriculares nela balizadas”.

Nessa perspectiva, um dos problemas epistemológicos no âmago do construtivismo cognitivista seria, de acordo com Aguiar Junior (1998), a “suposta correspondência entre a natureza do processo de construção do conhecimento científico e a natureza das aprendizagens escolares, ou seja, **a [suposta] passagem do plano epistemológico para o pedagógico como se este derivasse dedutivamente daquele**” (AGUIAR JUNIOR, 1998, p. 110, grifo nosso). Esse autor salienta um ponto importante, a saber, a de que as raízes epistemológicas são vitais na construção do conhecimento e a sua passagem, de conhecimento científico para conhecimento escolar, não é trivial.

Dentro desse aspecto pedagógico, aliás, é importante ressaltar que as duas teorias de aprendizagem apresentadas, a comportamentalista e a cognitivista, ao que tudo indica, não suprem as necessidades para o ensino e aprendizagem da física baseada no desenvolvimento da abstração. Há a necessidade de uma didatização que seja capaz de lidar com a transição exposta

por Aguiar Junior (1998), bem como, possibilitar o desenvolvimento da abstração nos estudantes, a qual, pelo exposto, não está inserida nem na teoria piagetiana, nem na tradição behaviorista. Como visto, dentro do contexto behaviorista de Skinner (1972), o ato de abstrair não pode ser uma forma existente, inata, na mente. Dentro de sua concepção, a abstração pode ser formada e modelada por um comportamento controlado. Para Skinner (1972), abstrair é emitir um comportamento sob controle de uma propriedade ou algumas propriedades do estímulo, que é comum a mais de um estímulo e, simultaneamente, não ficar sob controle de outras propriedades. Assim, um organismo, ou sujeito, generaliza ao emitir a mesma resposta na presença de estímulos, e essa resposta é reforçada por vários estímulos que levam à resposta desejada (MOREIRA; MEDEIROS, 2007).

Por sua vez, na teoria cognitivista de Piaget (1970; 1977), fala-se em abstração empírica e abstração reflexiva, como já comentado anteriormente. Nessa concepção, as informações que são extraídas do fenômeno externo e analisado por um sujeito constituem as abstrações empíricas. Se essas mesmas informações forem extraídas das ações do sujeito sobre o fenômeno, então, constituem as abstrações reflexivas.

Segundo sua teoria genética, o autor assume que a interiorização do conhecimento prevalece sobre o ato externo de conhecer. Para Piaget (1970), o processo de aquisição de conhecimento que se desenvolve entre externo e interno é iniciado com o nascimento, e à medida que a criança cresce “se liberta, enfim, da ação material e de um universo que engloba esta última, mas a supera de todas as formas” (Ibid. p, 51). Portanto, para esse autor, o conhecimento e o processo de abstração são internos, sendo realizados no intrapsíquico, o que cria na educação as sementes do construtivismo, o qual admite que o estudante, sozinho, possa desenvolver seu aprendizado, uma vez que teria, inatas, as possibilidades biológicas para isso¹⁵.

Tal concepção é fortemente questionável no sentido prático, principalmente para o ensino da física, onde as concepções alternativas (VIENNOT, 1976) do aluno, caso ele seja deixado por sua própria conta, acabam prevalecendo sobre um conhecimento sistematizado, que se adquire na relação social, em especial, na escola e no processo de escolarização.

¹⁵ Essa percepção está inserida no construtivismo radical de Ernst von Glasersfeld, que defende a teoria de que o conhecimento nada mais é que uma construção que fazemos com base nos dados subjetivos de nossa experiência. Conforme visto em Gaspar (2004), é preciso considerar que o professor esteja no centro do processo de ensino e aprendizagem, colaborando na condução dos ensinamentos aos seus alunos. O termo construtivismo radical surge pela primeira vez na publicação de Glasersfeld e Smock intitulada *Epistemology and education: the implications of radical constructivism for knowledge acquisition*, de 1974, trazendo uma premissa básica: a função da cognição é adaptativa e serve para a organização do sujeito de seu mundo experiencial, e não para a descoberta de uma realidade objetiva. Assim, nesta teoria, o conhecimento é caracterizado como mera forma de adaptação cognitiva.

Assim, necessitamos analisar outra possibilidade, o interacionismo da teoria histórico-cultural de Vygotsky, que será abordada mais adiante, a fim de podermos avaliar sua contribuição, ou não, para o desenvolvimento da abstração. Por enquanto, ainda nos resta verificar o entendimento da abstração na neurociência, uma vez que, aparentemente, é uma área voltada às questões empíricas do intrapsíquico e aos processos de abstração na construção do conhecimento matemático e científico.

2.4. A Abstração na Neurociência

A abstração na neurociência pode ser analisada segundo as proposições de Luria (1973), onde são citadas três unidades funcionais do cérebro, relevantes para compreensão dos substratos neurofisiológicos do pensamento abstrato:

1. Uma unidade responsável pela regulação do estado da atividade cortical e do nível de vigilância, formada pela substância reticular e outras estruturas existentes no tronco cerebral e no diencefalo e pelas regiões mediais do córtex;
2. Uma unidade para a recepção, análise e armazenamento de informações – constituídas por regiões laterais do neocórtex situadas na superfície convexa dos hemisférios cerebrais, compreendendo as regiões occipital (visão), temporal (audição) e parietal (sensibilidade geral);
3. Uma unidade para programação, regulação e verificação da atividade – formada por estruturas localizadas na região anterior dos hemisférios cerebrais, à frente da circunvolução para-central (OLIVEIRA; AMARAL, 2001, p. 4).

Para Luria, segundo indicam Oliveira e Amaral (2001), as duas últimas unidades acima mencionadas possuem maior relevância para o pensamento abstrato. Para os autores o pensamento abstrato é oriundo de estímulos externos que são provenientes das sensações, sendo “captados pelos órgãos sensoriais, de lembranças evocadas da memória ou simplesmente de mensagens provenientes de locais indeterminados nos recônditos da mente e sem qualquer traço de lembrança consciente” (OLIVEIRA; AMARAL, 2001, p.5).

De acordo com Luria (1981), o princípio de construção de sistemas funcionais do cérebro humano já tinha sido postulado por Vygotsky como o princípio de organização extracortical das funções mentais complexas: “querendo dizer com este termo algo inusitado, que **todos os tipos de atividade humana consciente são sempre formados com o apoio de ajudas ou instrumentos auxiliares externos**” (LURIA, 1981, p. 16, grifo nosso). Além da constatação de que o conhecimento se dá pela interação com o meio externo, esse autor também

evidencia que as funções superiores do cérebro se desenvolvem mais no final da adolescência e durante a vida adulta, da mesma forma que Vygotsky (2008) já havia investigado.

Conforme exposto por Luria (1981), a criança pequena tem seu pensamento baseado nas percepções visuais e na memória, resultando em um pensamento por meio da recordação, enquanto:

Em estádios ulteriores de adolescência ou na vida adulta, o pensamento abstrato com a ajuda das funções de abstração e generalização é tão altamente desenvolvido que mesmo processos relativamente simples como percepção e memória são convertidos em formas complexas de análise e síntese lógicas, e a pessoa na verdade começa a *perceber ou recordar por meio da reflexão*. Esta modificação na relação entre os processos psicológicos fundamentais deve levar a alterações na relação entre os sistemas fundamentais do córtex que formam a base para a efetuação dos referidos processos. Consequentemente, enquanto que na criança pequena uma lesão de uma zona cortical responsável por uma forma relativamente elementar de atividade mental (por exemplo, o córtex visual) invariavelmente acarreta, como efeito secundário ou “sistêmico”, o desenvolvimento imperfeito de estruturas superiores superpostas a essa atividade elementar, no adulto, no qual esses sistemas complexos não apenas se formaram mas vieram a exercer uma influência decisiva sobre a organização de formas simples de atividade, uma lesão das áreas “inferiores” não é mais tão importante como era nos estágios iniciais de desenvolvimento (LURIA, 1981, p. 17-18, grifo nosso).

Com isso, Luria (1981) evidencia que o estágio de formação das funções psíquicas superiores, como a abstração, a memória lógica e a atenção deliberada, no cérebro da criança e do adolescente, estão, ainda, em desenvolvimento, sendo que o pensamento abstrato, como grifado acima, só se desenvolve nos “*estádios ulteriores de adolescência ou na vida adulta*”, substituindo nesse estágio a percepção por meio de recordação por um sistema mais complexo de análise e síntese lógica. Outra importante colocação do autor se refere às lesões em partes do cérebro na formação ou maturação da criança para o adolescente e deste para o adulto. Lesões que ocorrem em regiões do cérebro, responsáveis por formas elementares de atividade mental, antes de formadas as funções psíquicas superiores, tem grande relevância, afetando o desenvolvimento dessas mesmas funções. Para o adulto, que já formou suas funções psíquicas superiores, uma lesão em regiões cerebrais elementares não tem grandes consequências, uma vez que ele, o adulto, já desenvolveu seu intelecto por formas complexas de raciocínio.

Os estudos de Luria (1981) sobre o funcionamento do cérebro são de importância fundamental para podermos definir a concepção de abstração por parte dos adolescentes que estudam física nas escolas. Conforme esse autor nos mostra, há uma profunda relação com o descrito por Vygotsky (2008), a saber que a abstração inicia seu desenvolvimento na puberdade, mas só vai ser finalizada a partir da vida adulta. Talvez esteja aqui a gênese da fala de tantos

alunos que estudam física no EM, de que não entendem os enunciados dos problemas, ou que não sabem o que fazer, ou qual fórmula aplicar, entre outras falas, que apontam para uma certa incompreensão ou dificuldade de abstração e operacionalização com símbolos mais abstratos.

Essa aparente incompreensão é ressaltada por Luria (1981) ao explicar esse fato expresso na formação das zonas corticais superiores do cérebro:

Um distúrbio das zonas inferiores dos tipos correspondentes de córtex nos primeiros tempos de vida deve, portanto, conduzir inevitavelmente a desenvolvimento incompleto das zonas corticais superiores, e, conseqüentemente, como Vygotsky (1934; 1960) expressou isto, **a linha principal de interação entre essas zonas corticais vai “de baixo para cima”**. Inversamente, no indivíduo *adulto*, com suas funções psicológicas superiores inteiramente formadas, as *zonas corticais superiores assumiram o papel dominante*. Mesmo quando percebe o mundo ao seu redor, o indivíduo adulto organiza (codifica) suas impressões em sistemas lógicos, encaixa-as em certos esquemas; *as zonas superiores, terciárias, do córtex começam assim a controlar o funcionamento das zonas secundárias* que lhes são subordinadas, e se as zonas secundárias são afetadas por uma lesão patológica as terciárias tem uma influência compensatória sobre seu funcionamento. Esta relação entre as zonas corticais principais, hierarquicamente organizadas, no adulto, levou Vygotsky a conclusão de que **no estágio tardio da ontogênese a linha principal de sua interação vai “de cima para baixo”**, e de que o funcionamento do córtex cerebral humano adulto revela não tanto a dependência das zonas superiores em relação as inferiores, mas, sim, o oposto: dependência das zonas inferiores (modalmente específicas) em relação as superiores (LURIA, 1981, p. 56, *itálicos do autor, grifo nosso*).

Segundo Vygotsky (2008), o desenvolvimento das zonas corticais superiores nas crianças e adolescentes é incompleto em relação a um adulto, o que gera dificuldades no entendimento de conceitos científicos mais abstratos. Nesta perspectiva, a compreensão de problemas físicos, a interpretação dos enunciados, o entendimento do que se fornece nestes e o que se solicita, bem como os conceitos presentes nos problemas, além dos dados e a necessidade de tratamentos destes, em especial, em relação às transformações de unidades para padrões solicitados como o Sistema Internacional (SI) e, o número de variáveis existentes nos problemas de física, constituem grandes dificuldades para a aprendizagem da física por parte dos adolescentes estudantes da disciplina. Essas dificuldades são ressaltadas pelo autor, ao evidenciar que o conhecimento científico é descendente, ou seja, está relacionado com a aprendizagem escolar. Como afirma Vygotsky (2008):

Um conceito cotidiano da criança, como por exemplo, “irmão”, é algo impregnado de experiência. No entanto, quando lhe pedimos para resolver um problema abstrato sobre o irmão de um irmão, como nos experimentos de Piaget, ela fica confusa. [...] os conceitos vão sendo gradualmente expandidos no decorrer das leituras e dos trabalhos escolares posteriores. Poder-se-ia dizer que o *desenvolvimento dos conceitos espontâneos da criança é ascendente*,

enquanto o desenvolvimento dos seus conceitos científicos é descendente, para um nível mais elementar e concreto (VYGOTSKY, 2008, p. 135, grifos do autor).

Está claro que não só conceitos abstratos são de difícil interpretação para os estudantes, como se é necessário maturá-los aos poucos, com o desenvolvimento da aprendizagem científica escolar que segundo Vygotsky (2008), deve ser consciente e deliberada desde o início, sendo comparada em graus de dificuldade por esse autor com o aprendizado de uma língua estrangeira. Há aqui a percepção da necessidade de uma didatização dos conteúdos físicos escolares para o aprendizado da disciplina por parte dos alunos. Como a abstração, conforme vimos em Luria (1981), e como exposto por Vygotsky (2008), não está totalmente formada nos alunos de EM, sendo apenas plenamente desenvolvida a partir da vida adulta, precisamos desenvolver métodos de ensino que possibilitem o seu desenvolvimento para, com isso, garantir a aprendizagem dos alunos em física.

Na intenção de nos aproximarmos de uma compreensão a respeito do processo de ensino e aprendizagem citado acima, e envolvendo os aspectos ligados ao intrapsíquico e interpssíquico, encontramos em Ricardo, Custódio e Rezende Junior (2003) o questionamento sobre a existência da mobilidade de funções psíquicas superiores para o intrapsíquico, ou seja, se realmente o aprendizado de física é internalizado pelo aluno, se realmente ele abandona suas concepções alternativas adquiridas, sócio e historicamente construídas, para um modelo científico comprovado teórica e empiricamente. Esses autores propõem, então, uma contrapartida que seria um projeto de aprendizagem de física que partisse dos alunos, na tentativa de formar um:

Ambiente dinâmico e que comporta múltiplas variáveis, entre elas as relações pessoais com os saberes, em que **as concepções e representações dos alunos exercem suas influências no processo de aprendizagem**. Trata-se de manter o aluno em uma constante ruptura didática do contrato estabelecido (RICARDO; CUSTÓDIO; REZENDE JÚNIOR, 2003, p. 8, grifo nosso).

Como se percebe, as relações pessoais com os saberes podem ser passíveis de compreensão e consecução por meio de um processo socialmente construído. Considerando-se essa possibilidade e, que o saber parte do externo para o interno por meio deste processo, iremos verificar, a seguir, as contribuições da teoria histórico-cultural de Vygotsky a fim de estabelecer uma melhor compreensão e possível posição a respeito do processo de ensino e aprendizagem da física nestes moldes.

2.5. Vygotsky e a Teoria Histórico-Cultural

Lev Semenovitch Vygotsky (1896-1936) foi um bielorrusso e um materialista histórico que fundou a Escola Soviética de Psicologia Histórico-Cultural no século XX. Sua prolífera atuação abordou diversos campos como a psicologia, filosofia, literatura, deficiência física e mental. Tem como requisito principal de sua teoria o conceito de atividade. Tal conceito pode ser encontrado nos primeiros escritos de Vygotsky ao sugerir que a atividade (*Tätigkeit*): “pode servir como princípio explanatório em relação à consciência humana e ser considerado como um gerador de consciência humana” (HARRY, 2002, et al., p. 111).

De acordo com Harry et al. (2002), Vygotsky buscou em Hegel e Marx os fundamentos de uma teoria social de atividade humana, oposta ao naturalismo e à passividade empirista, adotando uma visão histórica dos estágios de desenvolvimento e da consciência humana, aliada ao conceito de práxis humana de Marx, surgindo assim uma percepção de construção dialética com base materialista histórica¹⁶ dos fenômenos da consciência. Em oposição à crença de adaptação biológica, Vygotsky considera os objetos da experiência humana, ou seja, o comportamento e a mente humana relacionados ao social, ao cultural e historicamente construídos, onde a atividade constitui a seguinte fórmula: “objeto ↔ atividade ↔ sujeito, em que tanto o objeto, quanto o sujeito são histórica e culturalmente específicos” (HARRY, 2002, et al., p. 116).

Assim, a teoria de aprendizagem encontrada em Vygotsky possui forte relação com a construção do conhecimento por meio das interações sociais, em objeção à teoria piagetiana de construção interior de conhecimento por meio de raízes epistemológicas biológicas. Vygotsky proporciona uma inovação ao considerar que a razão do conhecimento se dê pela interação entre a construção histórica e cultural do sujeito e do objeto. Para Vygotsky é a partir da interiorização

¹⁶ De acordo com Triviños (1986): “O materialismo histórico é a ciência filosófica do marxismo que estuda as leis sociológicas que caracterizam a vida da sociedade, de sua evolução histórica e da prática social dos homens, no desenvolvimento da humanidade [...] O materialismo histórico esclarece conceitos como ser social (relações materiais dos homens com a natureza e entre si que existem em forma objetiva, isto é, independentemente da consciência) [...] De maneira muito geral, pode-se dizer que a concepção materialista apresenta três características importantes. A primeira delas é a da materialidade do mundo, isto é, todos os fenômenos, objetos e processos que se realizam na realidade são materiais, que todos eles são, simplesmente, aspectos diferentes da matéria em movimento. A segunda peculiaridade do materialismo ressalta que a matéria é anterior à consciência. Isto significa reconhecer que a consciência é um reflexo da matéria, que existe objetivamente, que se constitui numa realidade objetiva, por último, o materialismo afirma que o mundo é conhecível. Esta fé na possibilidade que tem o homem de conhecer a realidade se desenvolve gradualmente. No começo, apenas o homem pode distinguir o objeto, fenômeno ou processo por sua qualidade” (TRIVIÑOS, 1987, p. 51-52).

dos instrumentos e signos que ocorre o desenvolvimento humano, sendo as ferramentas necessárias nesse processo denominadas de funções psicológicas superiores, como a atenção deliberada, a abstração e a memória lógica. Em seu manuscrito de 1929, Vygotsky (2000) esclarece que qualquer função psicológica superior é externa, isto é, baseia-se na relação social entre os indivíduos humanos, sendo que o seu desenvolvimento ocorre na relação interpsicológica e intrapsicológica do sujeito. Ou seja, primeiro no social, entre as pessoas, para, posteriormente, ser compreendido em seu interior. Assim, Vygotsky (2000), citando pesquisas de seus colaboradores, identifica a impossibilidade das funções psicológicas superiores serem deduzidas do intrapsicológico:

Conclusão geral: **se atrás das funções psicológicas estão geneticamente as relações das pessoas, então: 1) é ridículo procurar centros especiais para as funções psicológicas superiores ou funções supremas no córtex** (partes frontais – Pavlov); 2) **deve explicá-las não com ligações internas** orgânicas (regulação), **mas de fora** – daquilo a que a pessoa dirige a atividade do cérebro de fora, **através de estímulos**; 3) **elas não são estruturas naturais, mas construções**; 4) o princípio básico do trabalho das funções psíquicas superiores (da personalidade) é social do tipo interação ii das funções, que tomou o lugar da interação das pessoas. Mais plenamente elas podem ser desenvolvidas na forma de drama. Digressão: na atividade construtiva a aproximação dos estímulos corresponde à aproximação dos processos cerebrais, às duas formas de atividade nervosa: 1. dominante (catalização) e 2. à associação – correspondem: 1) indicação, intensificação e acentuação e 2) mnemotécnica (lembrete). iii Aproximando objetos (estímulos), eu aproximo processos nervosos (reações); atuando fora, eu domino (dirijo) os próprios processos internos. O que significam todas as organizações, regulações (Basov), estruturas em comparação com este tipo supremo de dominação – atividade construtiva. **A natureza da atenção voluntária e qualquer função superior não pode deduzir-se da psicologia individual** (VYGOTSKY, 2000, p. 27-28, grifo nosso).

Verificamos pelas conclusões acima que toda e qualquer função psíquica superior é externa, os processos são interpsíquicos, isto é, compartilhados entre os indivíduos, o que para Vygotsky (2000) significa dizer que ela é social, e que mesmo antes da memória lógica, da atenção deliberada ou da abstração ganharem status de função, elas constituíram uma relação social de aprendizado entre duas pessoas. Essa relação ocorre por outro conceito central na teoria de Vygotsky, o da mediação, que se dá inicialmente com os adultos, como agentes externos, que apresentam o mundo às crianças. Estas, ao crescerem, vão transformando essa mediação com os adultos em construtos internos e **“a resposta mediada ao mundo se transforma num processo intrapsíquico”** (LURIA, 1992, p.50, grifo nosso).

O desenvolvimento das funções psicológicas superiores, constituem o mais importante campo de estudo para o desenvolvimento de conhecimentos científicos, em especial para a

física. Os processos referentes à essa construção de conceitos científicos são sumamente importantes, sendo necessário detalhá-los, o que faremos analisando os estágios de formação de conceitos, segundo expostos em Vygotsky (2008).

A partir do capítulo 5 de *Pensamento e Linguagem*, Vygotsky (2008) identifica quatro principais estágios para a formação de um conceito, partindo da função da palavra para a criança como um amontoado sincrético que forma uma imagem vaga na criança, passando pelo pensamento por complexos; o pré-conceito e finalmente a abstração, como principal responsável pela formação dos conceitos, uma vez que para Vygotsky (2008), “apenas o domínio da abstração, combinada com o pensamento por complexos em sua fase mais avançada, permite à criança progredir até a formação dos conceitos verdadeiros” (VYGOTSKY, 2008, p. 95).

Segundo o autor, os conceitos científicos são produto do aprendizado escolar e não da vivência anterior da criança, pois é na escola que ela entrará em contato com o uso de sistemas e regras que fará emergir, pelo uso da linguagem própria necessária, o desenvolvimento de sua abstração, onde o grau de generalidade é a variável psicológica essencial. Assim, o uso da palavra, da linguagem como símbolo se constitui e progride de acordo com o desenvolvimento social, cultural, histórico e escolar do estudante.

Vale lembrar que Vygotsky (2008) ressalta a importância semiótica¹⁷ da linguagem como signo mediador das funções superiores:

Para explicar as formas mais elevadas do comportamento humano, temos que pôr a nu os meios através dos quais o homem aprende a organizar e dirigir o seu comportamento. **Todas as funções psíquicas de grau mais elevado são processos mediados e os signos são os meios fundamentais utilizados para os dominar e orientar. O signo mediador é incorporado na sua estrutura como parte indispensável a bem dizer fulcral do processo total.** Na gênese do conceito, esse signo é a palavra, que a princípio desempenha o papel de meio de formação de um conceito, transformando-se mais tarde em símbolo (VYGOTSKY, 2008, p. 69-70, grifo nosso).

Nesse sentido, a interação entre o sujeito e o objeto que é externa, cultural e historicamente constituída, é mediada pelos signos semióticos, principalmente as palavras, que levam ao desenvolvimento das funções superiores, responsáveis pela constituição de um conceito científico. É claro, contudo, que o processo de desenvolvimento intrapsíquico não pode se resumir a esse esquema, é preciso que a mediação seja eficaz, sendo realizada por um

¹⁷ A importância dos signos e da representação semiótica será melhor discutida à frente, em Duval, com sua teoria de registros das representações semióticas e aprendizagens intelectuais.

indivíduo mais capacitado para formação do novo conceito que, naturalmente seria, embora não exclusivamente, o professor. A mediação dos símbolos, esquemas e palavras, também pode ser realizada com o apoio de um colega mais capacitado ou de um adulto.

É nesse viés que a principal contribuição da teoria de aprendizagem vygotskyana é a interação social dada pela Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) que, segundo Vygotsky (1991), constitui-se na distância entre o nível de desenvolvimento real e potencial, ou seja, entre o ato de solucionar problemas individualmente e com a orientação de um adulto, ou com o apoio de outros estudantes mais capazes. Vygotsky (1991) assim explica a ZDP:

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de "brotos" ou "flores" do desenvolvimento, ao invés de "frutos" do desenvolvimento. **O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente.** A zona de desenvolvimento proximal **provê psicólogos e educadores de um instrumento através do qual se pode entender o curso interno do desenvolvimento.** Usando esse método podemos dar conta não somente dos ciclos e processos de maturação que já foram completados, como também daqueles processos que estão em estado de formação, ou seja, que estão apenas começando a amadurecer e a se desenvolver. Assim, a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também àquilo que está em processo de maturação. [...] O estado de desenvolvimento mental de uma criança só pode ser determinado se forem revelados os seus dois níveis: o nível de desenvolvimento real e a zona de desenvolvimento proximal (VYGOTSKY, 1991, p.58, grifo nosso).

Pode-se afirmar que a ZDP, juntamente com o papel dos signos e da linguagem como formadora do pensamento, e da interação social no processo de formação de ensino aprendizagem, constituem as principais contribuições de Vygotsky com grande potencial para constituir uma ferramenta didática profícua que possibilite o desenvolvimento da abstração. Essas contribuições são valorizadas no ensino de física por Gaspar (2004), ao identificar que essa teoria recolocou o professor no centro do processo de ensino de física:

O aluno, como todo ser humano, não aprende com a manipulação de objetos, com experiências ou diretamente com a natureza – **ele aprende com um ou muitos parceiros mais capazes e, entre eles está, é claro, o professor.** Como dizia Heisenberg em uma de suas muitas reflexões sobre filosofia e ciências “não podemos esquecer que as ciências estão ‘entre’ a natureza e o homem”; exemplificando mais adiante: “o conceito de ‘lei da natureza’ não pode ser completamente objetivo, pois a palavra ‘lei’ é um princípio puramente humano” (HEISENBERG, 2000). **A física, como toda ciência, é uma**

construção humana. Ela não está na natureza, mas na mente dos físicos e (deveria estar) na mente dos professores de física, logo **só é possível ao aluno aprender física com seus intermediários que detém esse conhecimento,** aqueles que estão “entre” o aluno e a natureza (GASPAR, 2004, p. 10, grifo nosso).

As contribuições dos trabalhos de Vygotsky para o ensino de física também são apontadas por Gehlen e Delizoicov (2012), ao investigarem a dimensão epistemológica de problema na obra de Vygotsky. Esses autores evidenciam a tendência de investigações utilizando os pressupostos de Vygotsky sobre práticas pedagógicas, praticamente abordando o papel da linguagem no processo ensino-aprendizagem; de significação conceitual no contexto de propostas curriculares; e inclusão de tópicos de Física Moderna e Contemporânea (FMC) no EM. Para Gehlen e Delizoicov (2012), a lacuna presente na obra de Vygotsky, em relação ao ensino de ciências diz respeito à dimensão epistemológica de problema, que é tratada por Vygotsky como processo de humanização no desenvolvimento cognitivo do sujeito, ou seja, no desenvolvimento do conhecimento.

Todavia, não podemos esquecer que Vygotsky não tinha o objetivo de construir uma teoria de ensino, de planejamento, ou de qualquer prática pedagógica. Vygotsky tinha uma base, uma raiz, uma epistemologia psicológica. Nunca esteve preocupado em, por exemplo, como ensinar física, mas sim, tentar descobrir a forma como se aprende. O desenvolvimento de uma forma de ensinar física deve ser uma preocupação e, principalmente, uma responsabilidade nossa, pesquisadores e professores de física. Assim, sempre se encontrará lacunas, em quaisquer estratégias e teorias de aprendizagem, principalmente no ensino da física. Outra lacuna importante que pode ser identificada na teoria de Vygotsky diz respeito ao desenvolvimento da abstração, que é abordada superficialmente pelo autor ao investigar a formação de conceitos científicos. Nessa investigação, Vygotsky (2008) coloca a abstração como a função psíquica superior mais importante para formação de conceitos científicos, mas não aborda a abstração, isso porque, talvez, não era seu objeto de estudo, ou porquê não teve tempo, dada sua multifacetada obra e morte prematura. Essa lacuna, especificamente a importância e desenvolvimento da abstração em um processo de ensino e aprendizagem da física, é de suma importância para o desenvolvimento dos objetivos desta tese e será abordada a partir do referencial teórico oferecido por Raymond Duval no próximo capítulo.

Outra questão importante que merece atenção é a própria constituição, formação e utilização das funções psíquicas superiores que, de acordo com Vygotsky (2008), só aparece no limiar da puberdade e é constituída após esse período na fase adulta. Assim, como já exposto

pelo trabalho de revisão de Chiapetta (1976), sobre as pesquisas piagetianas não terem encontrado na maioria das pessoas, inclusive adultas, o estabelecimento do período operatório formal, em Vygotsky (2008), após revisar os trabalhos de Rimat e demais colaboradores, chega-se a mesma conclusão.

Esse fato pode levar a implicações estruturais no ensino de física, como visto anteriormente nas críticas de Gaspar (2004) à teoria piagetiana: se a abstração não é formada na adolescência, então o ensino da física deveria se reduzir a operações concretas e com poucas variáveis presentes nos problemas. Entretanto, Vygotsky (2008) estabelece que a escolarização tem papel fundamental no desenvolvimento científico, consequentemente, a escolarização pode desenvolver a abstração por meio de procedimentos didáticos. Essa problemática relacionada a abstração é abordada por Vygotsky (2008), não somente na passagem do concreto ao abstrato, mas também no sentido inverso, do abstrato para o concreto. O autor verifica que o adolescente enfrenta dificuldades em aplicar um conceito apreendido e formulado em nível abstrato, em novas situações concretas que necessitem ser formuladas nos mesmos termos abstratos, assim **“a transição do abstrato para o concreto mostra-se tão árdua para o jovem quanto a transição primitiva do concreto para o abstrato”** (VYGOTSKY, 2008, p. 100, grifo nosso).

Essa transição entre concreto e abstrato será investigada em Duval (2009), principalmente na conversão de registros semióticos, permitindo analisar se a operação de conversão pode contribuir para o desenvolvimento da abstração ao favorecer essa passagem do concreto ao abstrato e do abstrato ao concreto por meio da discriminação das unidades significantes aos registros de representação que serão estudados em forma de problemas físicos.

Na teoria de Vygotsky, como citado, a abstração compõe uma das funções psíquicas superiores, junto da memória lógica e da atenção deliberada, as quais, pelo visto, são necessárias para diminuir as dificuldades comentadas. Segundo Vygotsky (2008), ao explicar a formação de conceitos científicos, indica a abstração como o último estágio para se chegar à formação de um conceito científico genuíno.

Dentro da concepção dada por Vygotsky, a abstração se forma por meio de um movimento dialético materialista, entre o externo, o social, construído histórica e socialmente, e o interno, como função psíquica. Contudo, como já dito anteriormente, o autor não desenvolve os métodos pelos quais é possível abstrair, apenas a identifica como fundamental para o processo de formação de conceitos científicos. Sua principal contribuição nesse sentido pode ser extraída da ZDP, onde o sujeito mais capaz contribui com o aprendizado do sujeito menos

capacitado, levando-o de uma zona de desenvolvimento real (aquela em que se encontra) por meio da ZDP para uma zona de desenvolvimento potencial mais próxima do conhecimento pretendido.

As contribuições de Vygotsky, aqui elencadas, aproximaram-se mais da abstração e se mostraram mais adequadas que as anteriores, isto é, a teoria de aprendizagem construtivista (MOREIRA, 2011) que pode ser derivada de Vygotsky, se mostrou mais próxima do desenvolvimento da abstração, quando comparada com as teorias comportamentalistas e cognitivistas vistas anteriormente. Nesse contexto, pode se constituir como proposta pedagógica (ZIMMERMANN, 1997), pelo professor, desde que assuma, nos moldes aqui estruturados, seu papel mediador no ensino e aprendizagem da física, por exemplo, considerando a ZDP nesse processo.

Assumindo essa proposta pedagógica, no próximo tópico, busca-se um possível significado de abstração que possa convergir e contribuir para o ensino e aprendizagem da física nesse contexto.

2.6. O Significado de Abstração

A compreensão da abstração não é uma tarefa trivial, haja vista que possui definições e implicações distintas para filosofia, psicologia, neurociência, entre outros, sendo parte de nossa tese a identificação da abstração como função primordial para o ensino da física e melhora da sua aprendizagem pelos estudantes de EM. Assim, a fim de atingir o intento de melhor compreender a abstração, é necessário investigá-la por meio de um processo que possibilite enquadrar nossa pesquisa no objetivo desse capítulo, ou seja, verificar as relações da abstração com os processos interp-síquicos e intrap-síquicos no ensino da física. Partindo desse pressuposto, Jauch (1986, p. 72-73) entende a abstração como “um ponto fundamental em epistemologia científica”, ao expor o diálogo entre os dois conhecidos personagens da física, Salviati e Sagredo:

- Salviati: [...] A natureza se nos apresenta como uma multidão de fenômenos que parecem sem ligação alguma até que nós conseguimos selecionar alguns eventos significantes e **os abstraímos de suas circunstâncias irrelevantes e particulares, de modo que eles se tornem idealizados**. Somente então podem eles exibir sua verdadeira estrutura em total esplendor.

Sagredo – Esta é uma ideia maravilhosa! Ela sugere que quando tentamos compreender a natureza, devemos olhar os fenômenos como *mensagens* a serem compreendidas. **A questão é que cada mensagem parece aleatória até que estabeleçamos um código para lê-la. Este código toma a forma de uma abstração**, isto é, nós procuramos ignorar certas coisas como irrelevante, e então selecionamos parcialmente o conteúdo da mensagem por uma livre escolha. **Esses sinais irrelevantes formam o “ruído de fundo” que limitará a precisão de nossa mensagem. Mas como o código não é absoluto pode haver várias mensagens no mesmo material bruto constituído pelos dados**, de modo que a alteração do código pode resultar em uma mensagem de significado igualmente profundo em alguma coisa que inicialmente era simplesmente um ruído, e vice-versa: **em um novo código uma mensagem anteriormente considerada pode não ter significado [...]** Mas, diga-me Salviati, como nós podemos ainda reivindicar que *descobrimos* alguma coisa no mundo real objetivo? Não significa isso que criamos coisas segundo nossas próprias imagens e que a realidade está somente dentro de nós?

Salviati – Eu não penso que seja necessariamente assim, mas **esta é uma questão que requer reflexão mais profunda**. (JAUCH, 1986, p. 73-74, grifo nosso).

Pelo exposto na primeira fala de Salviati, verificamos que a definição dada de abstração leva a não consideração de fatos irrelevantes ao fenômeno observado, para que esse fenômeno possa se tornar uma ideia, a qual conteria a essência do próprio fenômeno. Falta a esse conceito de abstração o importante ato de generalização, que iremos detalhar à frente. Assim, ao extrair as qualidades importantes das não importantes chegaríamos a uma coisa, a ideia do fenômeno que, ao ser generalizado em outros contextos, traria a compreensão do fenômeno observado como uma abstração.

A percepção da necessidade de extração de características irrelevantes também se encontra em Locke (1999), sendo essa irrelevância denominada por qualidades secundárias, que seriam “aquelas que não persistiriam e não estariam nos objetos senão como poderes para produzir várias sensações nos sujeitos” (LOCKE, 1999, p.11).

A partir do capítulo XI do *Ensaio acerca do entendimento humano*, Locke (1999), ao tratar do discernimento e outras operações da mente, inicia o trajeto para definir abstração, delineando algumas operações verificadas na mente. Discute inicialmente o fato de não existir conhecimento sem discernimento, que a mente tem a capacidade de discernir e distinguir sobre a variedade das ideias, “não basta ter percepção confusa de algo geral. Se a mente não tiver uma distinta percepção dos diferentes objetos e de suas qualidades, será incapaz de alcançar muito conhecimento” (Locke, 1999, p. 85). O autor, então, aborda a necessidade de percepção de igualdade e diferença entre duas ideias opostas, bem como de suas comparações. Identifica que os seres brutos não possuem um grau de comparação elevado, não ultrapassando as características presentes nos próprios objetos, sendo que nos homens o poder de comparação se

eleva ao uso de ideias gerais. Explica que a mente realiza a composição de ideias simples adquiridas pela sensação e a reflexão em ideias complexas. E, afirma que pela repetição de sensações, as crianças fixam ideias em suas memórias, iniciando o aprendizado de sinais, como as palavras, para comunicar suas ideias.

Tal importância dada a palavra só é vista novamente em Vygotsky (2008). De fato, Locke evidencia essa tênue relação entre o processo de abstração e a função simbólica pertencente à linguagem. Após interpelar alguns processos mentais e qualificar as palavras como símbolos que permitem a comunicação das ideias, Locke (1999) apresenta sua interpretação de abstração:

As palavras começam, então, a revelar marcas externas de nossas ideias internas, sendo estas ideias apreendidas das coisas particulares. Se, porém, cada ideia particular que apreendemos devesse ter um nome distinto, os nomes seriam infinitos. Para que isto seja evitado, **a mente transforma as ideias particulares recebidas de objetos particulares em gerais**, obtendo isto por observar que tais aparências surgem à mente inteiramente separadas de outras existências e das circunstâncias da existência real, tais como tempo, espaço ou quaisquer outras ideias concomitantes. **Denomina-se a isso *abstração*, e é através dela que as ideias extraídas dos seres particulares tornam-se representações gerais de uma mesma espécie e seus vários nomes aplicam-se a qualquer coisa que exista em conformidade com essas ideias abstratas.** [...] Deste modo, sendo observada hoje a mesma cor no giz ou na neve, cor que foi apreendida ontem, pela mente, do leite, e levando apenas esta aparência em conta, o entendimento a transforma no representativo de toda esta espécie, designada pela palavra *brancura*, cujo som significa a mesma qualidade em qualquer parte que possa ser imaginada ou encontrada, fazendo destes universais tanto ideias como termos (LOCKE, 1999, p. 87, grifo nosso).

Dada a teoria lockeana, compreende-se que a ideia é aprendida e apreendida de coisas particulares, ou seja, externas à mente devido a experiências do sujeito, seja com objetos seja com outros sujeitos, o que resulta a transformação pela mente dessas ideias em gerais, contendo apenas a essência da ideia ao expurgar todas as outras características dispensáveis. A principal função da abstração apontada na citação acima é a de generalizar a essência do fenômeno observado, como exemplificado, a brancura do giz é a mesma para designar a brancura do leite, embora sejam dois corpos distintos, a sua essência, a brancura é a abstração generalizada em conceito que será utilizada em outros contextos.

Das considerações apontadas sobre abstração por Locke (1999), é importante atentar para a relevante diferenciação de como entender os processos pelos quais se abstrai. Se constituem processos internos, intrapsíquicos, ou se constituem processos externos, interpssíquicos. Nesse aspecto, o problema central da filosofia diz respeito à relação entre o

corpo e a “alma”, o ser e o pensar, a consciência e a matéria, o externo e o interno, o intersíquico e o intrapsíquico. Conforme a solução apresentada ao problema fundamental da filosofia, as correntes filosóficas se dividem em idealistas ou materialistas, sendo o materialismo histórico dialético o mais profundo materialismo. Para o idealista a realidade existe na mente, para o materialista ela existe fora da mente, já para o materialista histórico ela é um processo histórico cultural que se dá do intersíquico, na relação dos sujeitos com o mundo, para o intrapsíquico. Esse entendimento básico é extremamente importante para nos identificarmos em relação à corrente filosófica de abstração para a física que estamos tentando definir.

Nesse contexto, podemos afirmar que a teoria de Locke aponta para o materialismo, pois entendia o processo de abstração oriundo de fora para dentro. Essa função simbólica é muito importante para o desenvolvimento da abstração voltada ao ensino e aprendizagem da física e será melhor detalhada na exposição da teoria de Raymond Duval.

Torna-se relevante lembrar que existem definições de abstração, contemplando o conhecimento sensível, a sensação, a percepção, a intuição, entre outros elementos, nas correntes filosóficas do idealismo, como se pode verificar em Platão, Aristóteles, Kant, Hegel, entre outros filósofos. Contudo, essas definições não serão apresentadas por exigirem um aprofundamento maior no âmbito filosófico, e fugirem ao significado de abstração ligado ao materialismo, cuja relação parece mais profícua para um entendimento sobre abstração científica que buscamos.

Um exemplo talvez seja esclarecedor desse intento de aproximação de uma abstração voltada às ciências. Tomemos o princípio de Arquimedes ($|\vec{E}| = d_f \cdot v_f \cdot g$), em seguida realizemos uma demonstração com duas bolas de plástico preenchidas apenas por ar, uma de 30 cm de diâmetro e outra de 60 cm de diâmetro. Em seguida, coloquemos as bolas no fundo de uma banheira com água, abandonando-as ali, então, teremos a constatação de que a bola de maior diâmetro “pula” para fora da água atingindo maior altura que a de 30 cm. Isto ocorre porque a bola maior desloca maior volume de água, aumentando o empuxo, dada a sua relação diretamente proporcional $\vec{E} \propto v$. Essa relação de proporção direta é uma abstração de cunho científico, isto é, a compreensão de que o deslocamento de líquido maior resulta em um empuxo maior para as mesmas unidades de densidade (μ) e gravidade (g). A partir dessa abstração pode-se chegar ao concreto, a constatação de que a bola maior, que desloca maior volume de água

quando imersa, irá “pular” para fora da água com uma altura maior que a bola menor, que proporcionalmente irá deslocar menos volume de água quando imersa.

Contudo, se não for considerada essa abstração, e realizarmos apenas o movimento concreto, isto é, partindo da experimentação de duas bolas soltas no fundo de um recipiente com água, teríamos, provavelmente, uma análise errada, a saber: a de que bolas maiores pulam para fora da água com altura maior do que bolas menores. É claro que essa percepção errônea é de fácil demonstração, ao abandonarmos duas bolas de plástico, uma maior e homogênea e outra menor e oca, constataríamos que a menor teria um maior empuxo, dado, agora, outra variável, a densidade do corpo, que sendo maior que a densidade do fluido indica que o corpo afundará. Evidentemente, a simples experiência não se traduz em conceitos abstratos, o que indica que o movimento do concreto ao abstrato, é tão árduo quanto seu contrário, e eis toda a sua complexidade. Fazer com que a brancura de Locke (1999), que neste exemplo seria o conceito de empuxo, possa ser generalizado para diversos outros contextos não é tarefa trivial.

Nessa perspectiva, percebe-se que a pesquisa é mais laboriosa que o simples realizar experimental, pois ao realizarmos essa introspecção da matéria em relação a seu contexto social, histórico, dialético, podemos, então, concluir o entendimento do movimento real, do concreto representado e definido pela abstração, conforme exposto por Assunção (2013):

A captura imanente da coisa estudada não pode se dar por um mapa previamente desenhado ou por atalhos metodológicos que abreviem a longa e trabalhosa jornada da pesquisa. Esta “tem de captar detalhadamente a matéria, analisar suas várias formas de evolução e rastrear sua conexão íntima” e só então explicitar os resultados encontrados por um procedimento de reconstrução categorial (ASSUNÇÃO, 2013, p. 60, grifos meus).

Isso nos leva a considerar o já exposto, de que o concreto é obtido através de abstrações, as quais estão na matéria e não na mente. Entretanto, esse concreto é mais que o objeto dado pela simples percepção, ou sensação, como visto anteriormente. Esse concreto como produto do abstrato, resulta numa aproximação maior da realidade que o simples olhar pode nos dar, ou seja, é um concreto rebuscado e produzido por um movimento dialético das sutilezas abstratas do objeto cognoscível. A fim de melhor compreender esse movimento dialético, Karel Kosik, ao investigar o mundo da pseudoconcreticidade em sua *Dialética do Concreto*, faz duas importantes ressalvas. A primeira é sobre o papel da dialética, sendo seu objetivo tratar da *coisa em si*. A segunda é definir que *a coisa em si* é oculta ao homem, sendo necessário, além de esforço, um desvio entre as representações fenomênicas e a essência da coisa. Para tanto, o autor esclarece que: “o conceito da coisa é compreensão da coisa, e compreender a coisa

significa conhecer-lhe a estrutura. **A característica precípua do conhecimento consiste na decomposição do todo**” (KOSIK, 2011, p.18, grifo nosso).

Conforme o autor, a distinção entre representação e conceito da coisa exige compreender a *praxis* humana e, com isso, conhecer sua estrutura. Existe um certo pragmatismo e uma automatização das ações do homem em relação a suas ações diárias e cotidianas, cuja funcionalidade leva à repetição à medida que funciona para resolver e entender os problemas que apareçam diante de si. Uma análise mais aprofundada sobre essa questão é apresentada por Kosik (2011) ao afirmar que:

A atitude primordial e imediata do homem, em face da realidade, não é a de um abstrato sujeito cognoscente, de uma mente pensante que examina a realidade especulativamente, porém, a de um ser que age objetiva e praticamente, de um indivíduo histórico que exerce a sua atividade prática no trato com a natureza e com os outros homens, tendo em vista a consecução dos próprios fins e interesses, dentro de um determinado conjunto de relações sociais. Portanto, a realidade não se apresenta aos homens, à primeira vista, sob o aspecto de um objeto que cumpre intuir, analisar e compreender teoricamente, cujo polo oposto e complementar seja justamente o abstrato sujeito cognoscente, que existe fora do mundo e apartado do mundo; **apresenta-se como o campo em que se exercita a sua atividade práctico-sensível, sobre cujo fundamento surgirá a imediata intuição prática da realidade**. No trato práctico-utilitário com as coisas – em que a realidade se revela como mundo dos meios, fins, instrumentos, exigências e esforços para satisfazer a estas – **o indivíduo “em situação” cria suas próprias representações das coisas** e elabora todo um sistema correlativo de noções que capta e fixa o aspecto fenomênico da realidade (KOSIK, 2011, p. 13-14, grifo nosso).

Verifica-se que a realidade se apresenta ao homem dentro de sua atividade prática, em uma espécie de utilitarismo sem compreensão conceitual do objeto, onde se constitui dentro de uma “*atividade práctico-sensível*” convergindo para uma compreensão do mundo por meio da intuição, constituída pelas sensações e percepções, cuja análise já apresentamos anteriormente em Locke (1999), Cuvillier (1948) e Mach (1996). Constata-se que a criação das representações se dá, então, pela ação do homem em relação ao seu meio, ou seja, na sua *praxis*. A forma natural com a qual o indivíduo atua sobre o mundo se dá, segundo Kosik (2011), pela fetichização, isto é, pela prática fenomênica cotidiana, pela *praxis* utilitária do senso comum, das formas e não dos conteúdos propriamente ditos, constituindo o que o autor denomina de mundo da pseudoconcreticidade, ao qual pertencem, como exposto por Kosik (2011, p. 15):

- i. O mundo dos fenômenos externos, que se desenvolvem à superfície dos processos realmente essenciais;

- ii. O mundo do tráfico e da manipulação, isto é, da *praxis* fetichizada dos homens (a qual não coincide com a *praxis* crítica revolucionária da humanidade);
- iii. O mundo das representações comuns, que são projeções dos fenômenos externos na consciência dos homens, produtos da *praxis* fetichizada; formas ideológicas de seu movimento;
- iv. O mundo dos objetos fixados, que dão a impressão de ser condições naturais e não são imediatamente reconhecíveis como resultados da atividade social dos homens (KOSIK, 2011, p. 15).

É na pseudoconcreticidade, segundo Kosik (2011), que: **“aqueles que efetivamente, determinam as condições sociais se sentem à vontade, qual peixe n’água, no mundo das formas fenomênicas** desligadas de sua conexão interna e absolutamente incompreensíveis em tal isolamento” (KOSIK, 2011, p. 14, grifo nosso).

O mundo fenomênico, descrito por Kosik (2011), possui uma estrutura que pode ser descoberta e descrita na própria atividade do fenômeno. Isso sugere a necessidade de investigar o fenômeno, pois é nele que a essência se manifesta e se esconde. Para o autor, sem o fenômeno a essência não seria passível de ser atingida, isso porque é ele que se manifesta primeiro, sendo mais fácil de ser percebido, o que gera a necessidade de um esforço para se conhecer a estrutura da coisa, pois, conforme Kosik (2011), “se a aparência fenomênica e a essência coincidissem diretamente, a ciência e a filosofia seriam inúteis” (KOSIK, 2011, p. 17). A necessidade do esforço, descrita pelo autor, para se conhecer o conceito da coisa se dá por meio da decomposição, da separação do fenômeno e da essência do conceito, assim como já citado em Locke (1999), há necessidade de separar o que é secundário do que é essencial e, conforme Kosik (2011), **“só através dessa separação se pode mostrar a sua coerência interna, e com isso, o caráter específico da coisa”** (KOSIK, 2011, p. 18). Percebemos nessa passagem uma aproximação entre o descrito por Locke e por Kosik, no que se refere à necessidade de abstração para se compreender o conceito, uma vez que ambos citam a separação entre qualidades secundárias, ou fenômeno, das qualidades primárias, ou essência, o que se dá no processo da abstração.

Entretanto, é perceptível como as qualidades secundárias, o fenômeno, a aparência, constituem-se como verdade para o sujeito, pois a facilidade de proliferação do mundo da pseudoconcreticidade se dá naturalmente pela própria *praxis* cotidiana, segundo Kosik (2011):

Os fenômenos e as formas fenomênicas das coisas se reproduzem espontaneamente no pensamento comum como realidade (a realidade mesma) não porque sejam os mais superficiais e mais próximos do conhecimento sensorial, mas porque **o aspecto fenomênico da coisa é produto natural da**

praxis cotidiana. A *praxis* utilitária cotidiana cria “o pensamento comum” – em que são captados tanto a familiaridade com as coisas e o aspecto superficial das coisas quanto a técnica de tratamento das coisas – como forma de seu movimento e de sua existência. O pensamento comum é a forma ideológica do agir humano de todos os dias. Todavia, o mundo que se manifesta ao homem na *praxis* fetichizada, no tráfico e na manipulação, não é o mundo real, embora tenha a “consistência” e a “validez” do mundo real: **é o mundo da aparência (Marx). A representação da coisa não constitui uma qualidade natural da coisa e da realidade: é a projeção, na consciência do sujeito, de determinadas condições históricas petrificadas** (KOSIK, 2011, p. 19, grifo nosso).

Verifica-se que esse mundo da aparência, de práticas fetichizadas, leva a formação da representação da coisa, do fenômeno ou do conceito, e que essas representações todas são construídas e determinadas pelos detentores das condições sociais. Assim, iludem-se aqueles que pensam criar suas representações. Antes, elas foram minuciosamente impostas, através das condições históricas e sociais preestabelecidas, as quais os indivíduos se submeteram ao longo da história da humanidade na forma da *praxis* fetichizada, cotidiana e utilitária, formando o pensamento ingênuo, que não se forma independente das condições históricas e sociais do sujeito. A forma proposta por Kosik (2011) de destruir a pseudoconcreticidade é apresentada em três processos: “1) *crítica revolucionária da praxis humana, por meio das revoluções sociais*; 2) *pensamento dialético, para dissolver o mundo fetichizado e*; 3) *realizações da verdade e criação da realidade humana em um processo ontogenético*” (Ibid., p. 23-24). De acordo com o autor, é o pensamento dialético o principal responsável pela cisão entre a representação e o conceito, sendo capaz de propiciar o conhecimento da estrutura da coisa, de decompor o todo e averiguar a objetividade e pragmatismo da representação, sem negar, mas apto a destruir sua ilusória independência, desnudando o pensamento comum de sua falsa rigidez e demonstrando-o como prática social, portanto, oriunda e dependente desta, permitindo uma compreensão desse mundo de *praxis* humana.

Contudo, cabe aqui ao menos uma questão: a realidade proposta por Kosik na destruição da pseudoconcreticidade é possível? Conforme o autor, a resposta é positiva, pois a realidade de que trata não é oposta ao pragmatismo humano, pelo contrário, “é a compreensão da realidade humano-social como unidade de produção e produto de sujeito e objeto, de gênese e estrutura” (Ibid., p. 23). O que o autor defende é a construção da realidade por meio de um processo onde a humanidade e o sujeito a formem em conjunto. A fetichização é, portanto, construída histórica e socialmente, por aqueles que determinam as condições sociais, formando o mundo da pseudoconcreticidade e, como é construída, pode ser desconstruída e construída novamente, por meio de um processo dialético, constituindo um mundo onde: “a verdade não

é dada e predestinada, não está pronta e acabada, impressa de forma imutável na consciência humana: **é o mundo em que a verdade devem**” (KOSIK, 2011, p. 23, grifo nosso). E o professor tem papel relevante neste processo, como detentor das condições sociais de ensino.

Para Kosik (2011), é possível conhecer a estrutura da coisa a partir de um processo dialético, no qual o conhecimento se dá apenas por meio de um “*esforço supremo*” (KOSIK, 2011, p. 28), onde a apropriação e entendimento do mundo tem várias interpretações, como ressalta o autor: **“O homem vive em muitos mundos, mas cada mundo tem uma chave diferente**, e o homem não pode passar de um mundo para o outro sem a chave respectiva, isto é, sem mudar a intencionalidade e o correspondente modo de apropriação da realidade” (KOSIK, 2011, p. 29).

Conforme exposto, percebemos que é possível o desenvolvimento de um conhecimento físico por meio de uma prática utilitária que se dê por processos específicos, por meio das chamadas *chaves*, as quais consideramos como processos de abstração que podem “abrir” uma porta entre um conhecimento fetichizado e outro físico, podendo explicar os fenômenos físicos fora de suas representações, mas sem as negar. É preciso desenvolver um processo que permita apresentar a estrutura do conceito, decompondo-o em suas partes essenciais, confrontando-o com a fetichização historicamente construída para generalizá-lo. Esta confrontação é essencial para que o sujeito não fique preso ao mundo das aparências fenomênicas, pois como alerta Kosik (2011):

Se o conhecimento não determinou a destruição da pseudoconcreticidade, se não cobriu, por baixo da aparente objetividade do fenômeno, sua autêntica objetividade histórica, assim confundindo a pseudoconcreticidade com a concreticidade, **ele se torna prisioneiro da intuição fetichista**, cujo produto é a má totalidade (KOSIK, 2011, p. 61, grifo nosso).

Para o autor, ao abordar o capítulo II *Economia e Filosofia*, a realidade ou o conhecimento real deve passar, antes pela aparência fenomênica, sendo que a investigação não deve visar de forma direta a essência, do mesmo modo, o ensino dos conceitos científicos não deve ser realizado de forma direta¹⁸, é necessário confrontar o conhecimento científico pretendido com o conhecimento ingênuo do indivíduo. Entendemos que isso seja possível por meio da didatização dos conhecimentos físicos e por técnicas de ensino, que desenvolvam a

¹⁸ Um ensino direto pode pressupor que não há etapas de didatização do conhecimento, ou que os estudantes não possuem concepções alternativas, que precisam ser colocadas em conflito por um processo de ensino didatizado. Sobre os riscos de um ensino direto Vygotsky lembra que “a experiência prática mostra também que é impossível e estéril ensinar os conceitos de uma forma direta. Um professor que tenta conseguir isto habitualmente mais não consegue da criança do que um verbalismo oco, um psitacismo que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade só encobre um vácuo” (VYGOTSKY, 2008, p. 59).

abstração e deem conta de explicar e aplicar o conceito em uma *praxis* utilitária voltada ao ensino da física, desmistificando a aparência fenomênica dos conceitos, pois como nos alerta e indica Bachelard (2011, p. 77, grifo nosso), “**um conceito físico exige uma técnica de realização**”, a qual será apresentada na teoria de Raymond Duval.

Uma vez exposta essa síntese, sobre os principais elementos pertencentes à abstração, bem como a delimitação do enfoque materialista, encontramos uma definição mais adequada ao problema da tese, a qual nos parece se aproximar mais daquilo que procuramos delinear como abstração científica, ou abstração voltada para a física, como apresentada em Lima (2014) nos estudos sobre a relação da abstração para construção de conceitos de mecânica quântica no EM. Essa abstração científica é definida segundo Khlyabich (1967) como:

Operação por meio da qual a nossa mente, depois de distinguir os caracteres essenciais de um grupo de fatos, separa-os das propriedades secundárias para generalizá-los. Por meio de abstrações científicas, o conhecimento passa da percepção de coisas isoladas à generalização de uma massa de fatos, formulando conceitos, categorias e leis que refletem os vínculos essenciais internos dos fenômenos. **Só a generalização teórica permite ao pensamento humano pôr a descoberto a essência dos fenômenos, as leis do seu desenvolvimento.** A impossibilidade de conhecer o geral por outro meio que não seja a abstração não significa que ele não seja real, que não exista. A lei da gravitação universal não pode ser fotografada, mas, nem por isso, podemos negar a sua realidade. A abstração científica materialista é diametralmente oposta à abstração idealista que separa o pensamento humano da realidade objetiva (KHLIABICH, 1967, p. 99, grifo nosso).

Aqui notamos algumas características interessantes da abstração científica. A primeira identificada na necessidade de separar propriedades secundárias do fato observado. Lembremos que em Locke (1999) a qualidade secundária se traduz naquilo que não faz parte e não persiste no corpo. Retomando o exemplo dado, das bolas imersas na água, teríamos como qualidades secundárias ao grupo de fatos que queremos analisar, as cores da bola, se tem listras, ou formas geométricas desenhadas, se são de borracha, de ferro, se são de futebol, de vôlei, se são lisas ou ásperas, se são grandes ou pequenas, entre outras.

A segunda característica essencial é o ato de generalização dos caracteres essenciais de um grupo de fatos observados, passando das qualidades secundárias para a formulação de conceitos e leis que refletem a essência interna do fenômeno estudado, isto é, seu conhecimento científico. É importante lembrar que Struss (1993), é categórico em definir a abstração como um processo de generalização, inclusive, indicando a passagem para a obtenção da abstração por meio de processos que captam a essência (qualidades primárias de Locke) e eliminam as propriedades individuais e acidentais (qualidades secundárias de Locke) dos objetos de estudo.

No exemplo das bolas imersas na água, a essência do objeto, no caso o empuxo, é dado pelo produto da densidade do fluído, pelo volume do fluído deslocado e pela gravidade local. A ocorrência de generalização do fenômeno de empuxo ocorre ao separarmos, ou eliminarmos, as propriedades individuais e acidentais, ou seja, as qualidades secundárias da bola, como, por exemplo, sua cor, formato, ou espessura, e apreendêssemos o fenômeno de que a bola sofre a ação de uma força vertical e para cima, tanto maior, quanto for o volume do líquido deslocado pela bola imersa agora, no ato de generalização, em qualquer fluido. Tal processo contribuir para identificarmos a relação diretamente proporcional entre o empuxo e o volume de fluido deslocado pelo corpo: $\vec{E} \propto v$. Assim, separando as qualidades secundárias, teríamos o conceito físico de empuxo generalizado, também, para qualquer corpo, independentemente de ser ou não uma bola.

Entendemos com isso que o que reflete a essência do fenômeno é, portanto, sua generalização em contextos diversos daquele que o originou. Isso posto, podemos assumir ao menos três definições de abstração: as dadas por Khlyabich (1967), Locke (1999) ou Struss (1993), pois convergem bem para o ensino e aprendizagem de física que pretendemos analisar.

Assim, com o intuito de verificar a exigência exposta por Bachelard (2011) acima, sobre a técnica de realização como ação precípua e inerente à abstração dos conhecimentos físicos, vamos investigar no próximo capítulo as possibilidades de operacionalização dos objetos físicos, a fim de desenvolver a abstração e generalização no ensino e aprendizagem da física, verificando como as linguagens e as representações semióticas possibilitam investigar a produção de significados, relacionando diversas linguagens com outros sistemas de signos.

CAPÍTULO 3 – OS REGISTROS SEMIÓTICOS E AS APRENDIZAGENS INTELECTUAIS

3.1. O papel dos signos e símbolos no ensino da física

Não é incomum um professor de física se deparar com falas de seus alunos indicando que não entendem física. Muitos deles dizem não entender o enunciado dos problemas, outros, com não menos intensidade, alegam não saber como resolver ou dar encaminhamento aos problemas, não conseguindo, muitas vezes, sequer montar um esboço de solução possível. Não são capazes, em muitos casos, sequer de identificar o que é dado e o que é solicitado no enunciado. Somando-se a essa falta de compreensão, temos a dificuldade em resolver expressões numéricas básicas, tais como divisões com frações, decimais e, principalmente, notações científicas com operações que necessitam trabalhar com potenciações, além da falta de habilidade em tratar transformações de unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI)¹⁹.

Juntamente a essa problemática, há, ainda, uma falta de compreensão dos símbolos²⁰ específicos da física, símbolos estes que vão além da utilização matemática na solução dos problemas, tais como a linguagem lógica ou algébrica. Tratam-se dos símbolos próprios das aplicações conceituais da física, tais como a utilização de retas e setas ($\rightarrow$), que ora podem designar um vetor, ora podem designar um deslocamento, ou um referencial, ou mesmo a

¹⁹ O histórico e a lista completa das sete grandezas físicas da física estão presentes no Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), presentes em: www.bipm.org.

²⁰ Símbolo palavra de origem grega, é um tipo de signo (concreto) que representa um objeto abstrato. Conforme Abbagnano (2007), em Charles Sanders Peirce distingue-se o signo em três eixos: *ícone*, referência ao objeto; *índice*, ligado a causa e consequência e; *símbolo* que referencia o objeto por determinação de lei, ou associação de ideias. Para Cassirer a atividade simbólica é produção das condições cognoscíveis, cujo movimento se dá por meio da relação com a *semiótica*. Em Umberto Eco o símbolo é uma decisão de se utilizar um procedimento para interpretar simbolicamente um texto. O sentido de símbolo em física será o de apresentar por meio de figura ou caractere, uma representação do significado conceitual estudado, tratando-o dentro da semiótica. É importante lembrar que no livro IV, cap. XXI do *Ensaio sobre o Entendimento Humano*, Locke (1999) expõe a divisão das ciências em três tipos: 1º física; 2º prática e 3º *semiótike* ou a doutrina dos sinais, onde o mais usual se dá pelo uso das palavras, embora a semiótica seja uma ciência que tem por objeto qualquer objeto sígnico, conforme o autor, a semiótica: “*consiste em considerar a natureza dos sinais que a mente utiliza para o entendimento das coisas, ou transmitir este conhecimento a outros. Pois, desde que as coisas que a mente contempla não são nenhuma delas, além de si mesmas, presentes no entendimento, é necessário que algo mais, como o sinal ou representação da coisa considerada, deva estar presente nele, e estas são as ideias*” (LOCKE, 1999, p. 316 grifo nosso). Para Locke, portanto, a divisão inicial dos objetos do conhecimento se dá nesses três tipos.

direção e sentido de uma bússola, ou simplesmente apontar as passagens de uma mudança de fase de uma substância qualquer, entre outras aplicações.

Além desses, temos a utilização dos símbolos ligados ao alfabeto grego, como visto na tabela 1.

Tabela 1: Alfabeto Grego

Nome da letra	Maiúsculas	Minúsculas	Nome da letra	Maiúsculas	Minúsculas
Alfa	A	α	Nu	N	ν
Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gama	Γ	γ	Ômicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ε	Rô	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Teta	Θ	θ	Ipsilon	Υ	υ
Iota	I	ι	Fi	Φ	φ
Capa	K	κ	Chi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Ômega	Ω	ω

Fonte: tabelas rápidas do Word.

A título de exemplo, ilustramos na tabela 2 alguns dos caracteres acima que confundem muito os alunos, além de muitas vezes serem totalmente incompreensíveis por não pertencerem ao seu uso cotidiano, sendo pouco utilizados, portanto, trazendo grandes dificuldades de operacionalização.

Tabela 2: caracteres do alfabeto grego e o correspondente significado conceitual para a física.

SÍMBOLO	CONCEITO	SÍMBOLO	CONCEITO
α e β	Ângulos ou coeficientes de dilatação térmica	μ	Coeficiente de atrito; massa específica; ou 10^{-6} .
γ	Coeficiente de dilatação volumétrica ou fator de Lorentz	ν	Frequência do quantum; velocidade
Δ	Variação; deslocamento; delta do cálculo de Bhaskara	ρ	Densidade; resistividade.
η	Simboliza tanto o rendimento do ciclo de Carnot, como do trabalho mecânico.	Σ	Somatória.
θ	Ângulo ou temperatura	T e τ	Trabalho mecânico; momentum; temperatura.
K e k	O Kelvin da temperatura termodinâmica ou k que denota a multiplicação por 10^3 .	Φ	Fluxo elétrico ou magnético; potência ou condução térmica.
λ	Comprimento de onda da ondulatória ou de Broglie.	Ω e ω	Resistência elétrica; velocidade angular.

Fonte: o autor.

Poderíamos questionar a habilidade de aplicação simbólica dos alunos por falta de prática, embora, mesmo em alunos de 3º EM, que já trabalharam com símbolos de física desde o 1º ano, constata-se dificuldades no uso dos símbolos específicos da física, bem como com a linguagem própria da área de exatas. Feio e Silveira (2008), ao analisarem problemas onde se exigia a conversão da língua natural para o registro algébrico, constataram dificuldades dos alunos de 3º EM para atribuir significado às letras presentes no enunciado do problema. Em Lima (2014), verificou-se dificuldades dos alunos quanto à compreensão e utilização da própria língua materna, nas palavras que conceituam termos da MQ, como superposição quântica, colapso de onda e incerteza. Para superar as dificuldades no uso e compreensão das novas palavras, o autor utilizou analogias e metáforas da literatura para mediar a compreensão conceitual sobre MQ. Também em Paulo e Moreira (2011) discute-se a importância da linguagem para inserção de conceitos de MQ no EM. De acordo com esses autores:

A linguagem é o meio que utilizamos para fazer, divulgar e utilizar ciência para dar conta das nossas relações com o mundo. Contudo, conforme a ciência avança, essa linguagem sofre modificações. O progresso da técnica experimental dos nossos tempos coloca, ao alcance da ciência, novos aspectos da natureza que não podem ser descritos na forma de conceitos da vida diária (...). Na MQ o problema da linguagem é complexo porque **não se tem de começo nenhum critério simples para se correlacionarem os símbolos matemáticos aos símbolos da linguagem cotidiana.** A única coisa que sabemos, como ponto de partida, é que os conceitos comuns não são aplicáveis ao estudo das estruturas atômicas. (PAULO; MOREIRA, p. 423-425, grifo nosso).

A linguagem escrita, compreendida como símbolo, também se constitui como obstáculo aos estudantes, uma vez que a linguagem científica, embora seja escrita e apresentada na língua materna dos jovens de EM, não faz parte do seu repertório coloquial, em nível social e histórico. A título de exemplo, nos trabalhos de Silva e Almeida (2013; 2014), que investigaram uma proposta didática com alunos de EM sobre a leitura do texto de divulgação científica *A Ressonância Magnética Nuclear – RMN - e suas aplicações atuais*, verificaram que os alunos tiveram dificuldades leitoras e certa recusa em realizar as atividades propostas, mesmo tendo sido eles que escolheram o texto. O texto escolhido continha um linguajar muito sofisticado aos alunos o que, conforme os autores, demonstra a urgência em se trabalhar leituras nas aulas de física, além de maior promoção do papel mediador do professor para que se trabalhe formas de cativar os alunos para a realização de trabalhos que articulem a leitura e a física.

Assim, a estranheza sobre o porquê de os alunos não compreenderem e não aplicarem os símbolos, sejam esses símbolos representados por esquemas, números, letras, palavras,

gráficos, tabelas, desenhos ou caracteres, ainda assombra os professores, por não perceberem que pode se tratar antes de um obstáculo pedagógico, como identificado por Bachelard (2011):

Na educação, a noção de obstáculo pedagógico também é desconhecida. Acho surpreendente que os professores de Ciências, mais do que os outros se possível fosse, não compreendam que alguém não compreenda. (...) Não levam em conta que o adolescente entra na aula de Física com conhecimentos empíricos já constituídos; não se trata, portanto de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida quotidiana (BACHELARD, 2011, p.23, grifo nosso).

A falta dessa mudança cultural apontada acima, expressa-se em um ensino de física vazio, em uma espécie de verbalismo oco como explicado em Vygotsky (2008), onde a repetição de exercícios não implica, necessariamente, uma compreensão conceitual, abstrata e passível de generalização para contextos diversos.

Para evitar essa incompreensão é necessário investigar a importância e desenvolvimento dos sistemas de signos²¹, explorada por Vygotsky (2008), o qual constatou que o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, como visto anteriormente, a atenção deliberada, memória lógica e abstração, ocorrem pela internalização dos sistemas de signos produzidos, histórica, social e culturalmente, por meio da palavra e de seu uso. Sendo assim, é necessário que se trabalhe a palavra como signo para representar e generalizar fenômenos. Conforme já citado por Vygotsky (2008, p. 70), “todas as funções psíquicas superiores são processos mediados e os signos são os meios fundamentais utilizados para dominá-las e dirigí-las”. Assim, Vygotsky (2007; 2008), ao analisar a mediação entre a interação do homem e seu meio social, percebe que essa se dá pelo uso de signos, cujas ferramentas, ou instrumentos, são criados e usados pelo homem ao longo de sua história. Nesse contexto, e, de acordo com a introdução do livro *A construção social da mente*, Vygotsky (2007) “generaliza sua concepção sobre a origem das funções psicológicas superiores de tal forma que revela a íntima relação entre a sua natureza fundamentalmente mediada e a concepção materialista dialética de mudança histórica” (VYGOTSKY, 2007, p. 11).

²¹ De acordo com Abbagnano (2007), o signo ou semiose possibilita utilizar do passado para prever e planejar o futuro, sendo caracterizado como a possibilidade de referenciar um objeto ou acontecimento presente a um objeto ou acontecimento não-presente. Conforme salienta o autor: “*pode-se dizer que o homem é iminentemente um animal simbólico, e que nesse seu caráter se radica a possibilidade de descoberta e de uso das técnicas em que consiste propriamente sua razão*” (ABBAGNANO, 2007, p. 1062). Constatamos que a noção de signo é anterior a de símbolo, pois o primeiro atua como mediador na formação de um conceito, ou seja, atua diretamente no desenvolvimento das funções psíquicas superiores (VYGOTSKY, 2008), para depois se transformar no segundo, em símbolo, capaz de ser operacionalizado e permitir a generalização.

Pensar a construção do conhecimento nesse contexto implica compreendê-lo, também, como construção coletiva. Segundo Trindade (2007), o homem e o meio social em que habita interagem na produção do conhecimento, como esclarece:

Todo conhecimento torna-se, devido à necessária vinculação do meio ao indivíduo que pertence ao próprio meio, um autoconhecimento. Essa interação faz-se cogente pela gênese unívoca entre os muitos integrantes do mundo da vida, sem olvidar que o homem é um desses integrantes [...] ocorre, deste modo, um acoplamento estrutural entre o sistema nervoso do observador e o meio, proporcionando, assim, uma mútua transformação/adaptação. **O ser é modificado pelo meio ao qual o próprio ser pertence e modifica** (TRINDADE, 2007, p. 97, grifo nosso).

A interação apontada acima se encontra evidenciada por Vygotsky, principalmente pela importância do papel da mediação na construção do conhecimento. Para Vygotsky (2008), o papel da linguagem é fundamental nesse processo, a assimilação de símbolos e seus significados, como construção estritamente humana, leva ao desenvolvimento cognitivo e social, bem como constrói nos estudantes todo um significado que os ajudará a compreender os modelos e conceitos físicos.

O papel da linguagem é imprescindível para se estruturar qualquer conhecimento, em especial a física. Compreender os símbolos, signos e significados da física permite interpretar seus modelos e facilita a aprendizagem dos alunos. Conforme Vygotsky (2007; 2008), os significados são estabelecidos de acordo com sua utilização socialmente coordenada, contribuindo para a formação social da mente e o desenvolvimento das funções psíquicas superiores.

A partir dessas considerações, o aprendizado intrapsíquico é derivado do interpssíquico, uma vez que tanto a produção quanto a recepção de significados passam por um processo social, interpessoal no desenvolvimento dos processos psíquicos superiores, que não são unicamente pertencentes ao intrapsíquico, mas se mostram como produtos de uma estrutura sócio-histórica adquirida ao longo do tempo da vida do sujeito (LEÃO, 2007).

Verificamos que Luria (1973; 1992), baseado nos estudos de Vygotsky, constata a importância da experiência social como responsável pelo desenvolvimento dos processos psíquicos superiores, ao afirmar que:

Para explicar as formas mais complexas da vida consciente do homem é imprescindível sair dos limites do organismo, buscar as origens desta vida consciente e do comportamento “categorial”, **não nas profundezas do cérebro ou da alma, mas sim nas condições externas da vida e, em**

primeiro lugar, da vida social, nas formas histórico-sociais da existência do homem (LURIA, 1992, p. 20-21, grifo nosso).

Ainda de acordo com Luria (1992), a vida social citada acima se insere na cultura, cujo termo se refere às diversas formas estruturadas com as quais as sociedades fornecem aos seus sujeitos os recursos, instrumentos e objetivos para que façam parte dela. A linguagem é uma das mais importantes dessas ferramentas, permitindo assumir o pressuposto de que a subjetividade, o intrapsíquico, é gerado pela vivência do homem no meio que o circunda, na sociedade da qual ele faz parte.

Como o indivíduo adquire seu sistema de símbolos a partir de sua vivência histórica e social, esse sistema simbólico, fruto do senso comum, está internalizado no adolescente estudante de EM, tanto pela prática social quanto por sua aceitação em seu meio, constituindo uma facilidade de uso, um pragmatismo. Contudo, o mesmo não se pode dizer a respeito dos signos e símbolos da física. Seria o caso, ao que parece, de criar primeiro o símbolo antes de utilizá-lo, para facilitar o próprio processo de abstração científica, conforme exposto por Menezes, Kawamura e Housome (1994):

Na construção dessa ciência (a física), a abstração que corresponde a simplicidade decorre de um longo processo, por vezes secular, que é a própria ciência em seu desenvolvimento. Também a construção do conhecimento individual, no aprendizado da ciência, decorre de um outro processo, em vários aspectos diferente do primeiro, semelhante em pelo menos um ponto: abstração nenhuma faz qualquer sentido na ausência dos objetivos específicos, variados, "reais", a partir dos quais foi possível o abstrair. **Para a ciência e para seu aprendiz, o símbolo precisa primeiro, ser criteriosamente construído, para só então, ser utilizado.** Além disso, não pode ser reificado a ponto de substituir o que simboliza, ou a estátua de santo vira santo... (MENEZES; KAWAMURA; HOSOUME, 1994, p.16, grifo nosso).

Ao criarmos os símbolos próprios ao ensino da física devemos ter o cuidado para não nos restringirmos a apenas uma única linguagem, devemos, ao contrário, ofertar uma gama de linguagens para que os alunos possam transitar entre elas e ensiná-los a realizar esse trânsito. Nessa empreitada, iremos analisar vários tipos de representações semióticas, com o intuito de inserirmos nossa proposta de pesquisa para a solução de problemas específicos de física.

3.2. A *noésis* e a *semiósisis* nas representações semióticas

Ao introduzir sua obra, Duval (2009) expõe que atividades cognitivas como a internalização conceitual, o raciocínio, a resolução de problemas e compreensão textual, exigem o uso de vários sistemas semióticos para o desenvolvimento e funcionamento cognitivo do pensamento humano. O autor esclarece, inclusive, que há dois argumentos contrários ao fato da apreensão conceitual ser dependente dessa pluralidade de sistemas semióticos.

O primeiro trata de distinguir o objeto de sua representação, alertando que os manuais de ensino “não hesitaram em fazer dessa distinção o tema recorrente de sua obra pelos alunos do “quatrième²²”: *é o objeto representado que importa e não suas diversas representações semióticas possíveis*” (DUVAL, 2009, p. 14, grifo nosso).

Para o autor, essa recusa acabou gerando uma confusão entre objeto e representação que é prejudicial ao ensino, tornando a aprendizagem apenas funcional no âmbito da sala de aula, impedindo que os estudantes possam contextualizar os conteúdos fora da escola, não criando condições de generalização dos conceitos aprendidos na escola com a vida fora da escola. Tal recusa levou a concepção errônea de que os objetos escolares são importantes, enquanto que suas representações em outras situações não o são, o que fornece um aprendizado de objetos estanques, pertencentes apenas aos espaços intramuros da escola.

O segundo argumento, de cunho psicológico, implica afirmar que as representações mentais seriam dominantes em relação às representações semióticas, sendo estas subordinadas e, apenas, o meio pelo qual se exterioriza as primeiras.

Essa distinção não é coerente, segundo o autor, em uma perspectiva genética, uma vez que a representação mental é constituída por uma operação intrapsíquica das representações semióticas, por meio da passagem do interp-síquico ao intrapsíquico nas operações do sujeito que são construídas histórica e socialmente em seu meio, como vimos no capítulo anterior.

Esses dois argumentos acabaram por confundir a importância da relação existente entre representação e conceito, gerando até mesmo certa recusa dos pesquisadores em admitir a importância dessa relação. Nesse aspecto, Duval (2009) explica que essa confusão levou a

²² Segundo Duval (2009) anexo I, o quatrième seria comparável ao final do EF e início do EM brasileiro. No sistema francês consistiria no 1º ciclo do colégio sendo dividido em troisièmè, quatrième, cinquièmè e sexièmè. Essa preocupação, quanto a não se confundir a representação com o conceito, não é única do ensino francês.

admissão de que a *noésis*²³ é superior, ou que seria independente da *semiósisis*²⁴, como se fosse possível separar o conceito daquilo que ele representa.

Decerto, a teoria de Duval é relativa ao ensino das matemáticas, e já comentamos anteriormente que o ensino da física, muitas vezes, é investigado e desenvolvido com o suporte de vastas áreas do conhecimento. Então, porque a teoria de Duval (2009) poderia ser diferente, ou, o que ela acrescentaria?

A resposta a essa importante indagação pode ser obtida após a análise geral da teoria, o que se dará ao longo deste capítulo. Contudo, basta ressaltar, por ora, que nela as representações semióticas são indissociáveis da obtenção e desenvolvimento cognitivo, sendo, inclusive, por meio dessas que se dá a constatação de que, conforme Granger (apud Duval 2009, p. 16, grifo nosso): **“a formação do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar objetos e suas relações”**. Inclusive, segundo o autor, é a diversidade de representações semióticas que possibilita o aumento da cognição e, por consequência, surge o desenvolvimento das representações mentais, além do que há a necessidade de se coordenar a variedade de sistemas semióticos, necessidade essa que não é exclusiva da matemática, sendo observada desde o domínio da língua natural, nos casos em que é preciso compreender, interpretar, extrair informações e escrever coerentemente, ao domínio dos conceitos físicos, onde é preciso compreender e interpretar problemas para aplicar os conceitos adequados. Assim, de acordo com Duval (2009): **“Não há noésis sem semiósisis, é a semiósisis que determina as condições de possibilidade e de exercício da noésis”** (DUVAL, 2009, p. 17, grifo nosso).

Essa afirmação inverte a hipótese de dependência ou sujeição das representações semióticas às representações mentais. O que se constata é exatamente o inverso, para que haja

²³ A etimologia de noesis deriva do grego: (νόησις) significando insight, intelecção ou inteligência; é o entendimento relacionado a hipóstase (natureza de algo). É um cognato do verbo noein (νοεῖν) e seu objeto noeton (νοητόν). Num sentido amplo noesis é pensamento, em contraste com sensação. In: Wikipedia (<https://pt.wikipedia.org/wiki/Noesis>. Acesso em 15 de agosto de 2015). Para Duval (2009) o termo noésis significa intelecção, o ato de entender. O uso que faremos de noésis será o relativo à abstração científica, pois assim como para Duval não basta compreender um conceito, mas, também, mobilizá-lo dentro de uma atitude de pensamento, o que para nós constitui o ato de generalizar o abstraído.

²⁴ Segundo Duval (2009) a semiósisis indica a ação do signo, o que se verifica, também, em Abbagnano (2007), acrescentando que trata dos processos inferenciais por meio dos quais alguma coisa é considerada signo de outra coisa por um intérprete humano. Tal mobilização pressupõe, segundo Peirce, a necessidade de três agentes: 1º o *signo*, que designa o objeto, ou o evento que age como signo; 2º o *objeto*, isto é, aquilo a que o signo se refere; 3º o *interpretante*, ou seja, o efeito do signo sobre um intérprete, efeito que faz que o objeto ou evento que age como signo se torne signo para aquele intérprete. Morris acrescenta um 4º elemento, o *intérprete*, ressaltando o fato de que o signo se refere a um *designatum* para alguém (ABBAGNANO, 2007, p. 1032). Simplificando, entendemos a semiósisis como o uso do signo na mobilização de um conceito.

o desenvolvimento cognitivo, é necessário o uso das representações semióticas. Tal verificação responde o denominado *paradoxo cognitivo* apresentado por Duval (2005, p. 21, grifo nosso): **“como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação?”** É evidente que a sensação primeira é aquela representação vulgar do objeto, como vimos em Kosik (2011), porém, para Duval (2005), a utilização e mobilização de várias representações semióticas que correspondam a um único objeto responde a esse paradoxo, embora deixe bem claro que essa passagem de um sistema de representação para outro, não é, de forma alguma, evidente ou espontânea para os alunos. Tal dificuldade por parte dos alunos é evidenciada por Duval (2009) ao afirmar que os estudantes:

Não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes: a escritura algébrica de uma relação e sua representação gráfica, a escritura numérica de um relatório e sua representação geométrica sobre uma reta ou no plano, o enunciado de uma fórmula em francês e a escritura dessa fórmula sob forma literal, etc. **E, de maneira mais significativa, uma tal separação persiste mesmo após, no processo de ensino, tendo sido bastante utilizados esses diferentes sistemas semióticos de representação** (DUVAL, 2009, p.19, grifo nosso).

Para o autor, essa discrepância se dá pela falta de congruência entre as representações de um objeto relativo a sistemas semióticos diferentes, sendo necessário, na passagem de uma representação a outra, que se verifiquem três condições: 1) correspondências semânticas entre as unidades significantes constituintes; 2) ordem possível de apreensão dessas unidades nas representações e; 3) conversão entre uma única unidade significativa da representação de partida em uma única unidade significativa na representação de chegada.

Sobre essas condições, falaremos com maior profundidade à frente. Antes, precisamos nos deter nessa dificuldade de passagem de um domínio concreto para outro abstrato por parte do estudante. Isso já foi apontado anteriormente em Vygotsky (2008) sobre a árdua tarefa do jovem em realizar, tanto a transição do abstrato para o concreto, quanto o inverso, do concreto ao abstrato, o que ocorre, em geral, apenas após o final da adolescência. Nessa perspectiva, não é espantosa a afirmação acima de Duval (2009) sobre a persistência da separação das representações sobre um mesmo objeto. A abstração, como visto, juntamente com as demais funções psíquicas superiores, não está totalmente formada na adolescência. É preciso criar um sistema de ensino que ajude os estudantes a desenvolverem essas funções, para que possam transitar entre as diversas representações semióticas, a fim de que estas subsidiem sua aprendizagem, o que pretendemos apresentar mais adiante.

Essas representações semióticas são, como exposto por Duval (2005, p. 17), inerentes a “um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou gráficos cartesianos, podendo ser convertidas em representações ‘equivalentes’ em outro sistema semiótico com significações diferentes para o sujeito que as utiliza”. Portanto, as representações semióticas tratam de objetos obtidos, em geral, somente pela escolarização. Os conceitos físicos são resultado da escolarização e não do pensamento ingênuo, que é produto das representações sociais ou do senso comum. Tal constatação já havia sido evidenciada por Vygotsky (2008) ao discordar de um ponto essencial sobre a teoria de Piaget, a saber, a da separação entre desenvolvimento e aprendizagem, o que dificulta aos pesquisadores, segundo o autor, a observação da interação entre os dois processos inerentes à cada faixa etária dos estudantes.

Nessa perspectiva, Vygotsky (2008) explica-nos que “os conceitos espontâneos da criança são um produto do aprendizado pré-escolar, da mesma forma que **os conceitos científicos são produto do aprendizado escolar**” (VYGOTSKY, 2008, p. 145, grifo nosso). Portanto, toda a representação obtida pelo pensamento ingênuo é fruto da prática socialmente fetichizada (KOSIK, 2011), enquanto a representação semiótica é fruto da prática escolar, a qual deve ser mediada, conforme Vygotsky (2008), pelo uso de um sistema de signos, como alerta:

Na ausência de um sistema de signos, linguísticos ou não, só é possível o mais primitivo e limitado tipo de comunicação. A comunicação por meio de movimentos expressivos, observada sobretudo entre os animais não é tanto comunicação, mas antes uma difusão de afeto. O ganso atemorizado que de súbito se apercebe dum perigo e alerta todo o bando com os seus gritos não está dizendo aos restantes o que viu, antes está contaminando os outros com o seu medo (VYGOTSKY, 2008, p. 10, grifo nosso).

A importância dada pelo autor ao uso de um sistema de signos é tanta que afirma ser sua ausência “a diferença psicológica principal que distingue os conceitos espontâneos dos conceitos científicos” (VYGOTSKY, 2008, p. 144). A utilização de um sistema semiótico variado possibilita, inclusive, a generalização dos conceitos físicos, o que, segundo o autor, eleva o estudante para patamares superiores de desenvolvimento, ou seja, ajuda-o a abstrair e desenvolver as demais funções psíquicas superiores.

Além dessas importantes observações, é relevante ressaltar que as representações semióticas se referem, aqui, aos símbolos próprios do aprendizado físico, como apresentados no item anterior deste capítulo, os símbolos matemáticos e conceituais próprios da física. A obtenção de seus caracteres próprios, sua utilização, são oriundos dos bancos escolares e não da *praxis* cotidiana. As representações semióticas são, portanto, conforme Duval (2009),

figuras, gráficos, tabelas, escrituras simbólicas, língua natural, ou língua materna, que inclusive é a representação semiótica primeira, entre outras, específicas da física e que foram citadas anteriormente.

Torna-se relevante dizer que a teoria de Raymond Duval tem sido muito utilizada por pesquisadores da área de ensino de matemática, como apontam os trabalhos constantes em artigos e pesquisas de mestrado e doutorado como os presentes em: Boemo (2015), Boemo, Rosa, Mariani (2014), Brandt (2005), Brandt e Moretti (2014), Colombo, Flores e Moretti (2008), Costa (2010), Kluppel e Brandt (2014), Picone (2007), Pontes, Brandt e Nunes (2017), Ribeiro (2007) e Richit e Silva (2014).

A dissertação de Boemo (2015) investiga o estudo de sistemas lineares por meio da coordenação das representações semióticas no 2º ano do Ensino Médio, os dados foram coletados de um livro didático adotado pela turma, e as atividades consistiram no tratamento e conversão de registros algébricos, gráficos e lineares. Segundo a autora, a mobilização dos registros para outros registros se mostraram difíceis aos alunos, indicando a necessidade de melhora na formação de professores de matemática para gerar compreensão da importância de mobilização de diferentes sistemas de representação no ensino e aprendizagem de sistemas lineares.

O estado da arte sobre os registros de representação semiótica nas pesquisas em matemática é apresentado por Boemo, Rosa e Mariani (2014), contendo 115 dissertações e 12 teses, constantes dos programas de pós-graduação em Educação, Educação Matemática e Ensino de Matemática de Universidades brasileiras que adotaram os registros de representação semiótica como fundamentação teórica. Os trabalhos apresentados indicam a relevância da teoria de Raymond Duval nos estudos de ensino de matemática a partir deste século, tendo sua influência aumentado gradualmente à medida que sua obra fica sendo mais conhecida. Assim, os principais resultados apontam para a utilização da teoria de Raymond Duval como referencial teórico, em 17 programas de pós graduação de educação matemática e, a grande maioria, concentrados no sudeste do país.

A tese de Brandt (2005) investiga a compreensão do Sistema de Numeração Decimal (SND) de origem indo-arábica, por crianças de escolas estaduais dos estados do Paraná e Santa Catarina, cujas tarefas consistiram em situações de ensino que compreenderam registros de natureza monofuncional (a escrita arábica) e plurifuncional (a palavra escrita), mediante as

operações cognitivas de produção, tratamento e conversão, buscando superar o fenômeno de não-congruência.

O livro organizado por Brandt e Moretti (2014), apresenta contribuições da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval, para o ensino e pesquisa na educação matemática, com resultados para os processos de ensino, aprendizagem e avaliação de matemática na educação básica e superior, inclusive, contando com um trabalho do próprio autor da teoria.

As pesquisas brasileiras em educação matemática, compreendendo teses e dissertações, que abordaram os registros de representação semiótica, no período de 1990 a 2005, são apresentadas por Colombo, Flores e Moretti (2008), contendo 27 dissertações e 3 teses levantadas no período analisado. Segundo os autores, os trabalhos mostram um crescente interesse por parte dos pesquisadores em educação matemática a respeito da teoria de Duval. Entretanto, apontam para necessidade de melhor estruturação da teoria, tanto nos livros didáticos, quanto na formação inicial dos professores.

Em Costa (2010) apresenta-se uma dissertação que investiga como os fenômenos de não-congruência influenciam, aumentando a taxa de fracassos dos estudantes, na conversão da língua natural para a escrita algébrica em problemas de equações de primeiro grau.

Kluppel e Brandt (2014) analisam o conteúdo de geometria nos livros didáticos de matemática de 2002 a 2009, verificando as especificidades da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval. Segundo os autores, os livros didáticos analisados apresentam muitas lacunas referentes aos aspectos da teoria de Duval.

A análise do problema fundamental do cálculo, por meio da mobilização, coordenação de registros e a sua representação gráfica pelos professores deste teorema é realizada na dissertação de Picone (2007), a pesquisa constatou que poucos são os professores que procedem na coordenação de registros no ensino do teorema fundamental do cálculo.

Outro estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática é apresentado por Pontes, Brandt e Nunes (2017), com 65 trabalhos mapeados, dos quais 80% tem nível de abrangência com aplicação no ensino básico. A pesquisa aponta para a predominância de metodologias que utilizam Sequências Didáticas e Atividades Matemáticas e ausência de metodologias que adotem a Modelagem Matemática e as funções discursivas da teoria de Duval. Ainda, mostra que a função de tratamento e conversão está presente em todos

os trabalhos analisados, com predominância de escolha do objeto matemático feita pelo professor.

A tese de Ribeiro (2007) investiga o desenvolvimento epistemológico da noção de equação, colaborando para a educação algébrica, mediante a articulação das teorias de Raymond Duval e Yves Chevallard. O autor apresenta os multisignificados para a noção de equação presentes na história da matemática e como algoritmo presentes nos livros didáticos e demais publicações, contribuindo para a educação matemática ao apresentar outras formas de perceber e trabalhar com equações.

Já em Richit e Silva (2014) é realizada uma experiência didática com licenciandos de matemática de uma instituição federal de ensino, na disciplina de Geometria Analítica II, a respeito de superfície quadrática com foco na diversidade de registros semióticos com aporte da informática sobre esse conceito, o que possibilita ao sujeito reconstruir suas afirmações e conhecimentos a cada verificação. Para os autores, a coordenação do sujeito, ao longo das mudanças de tratamento e conversões dos registros de representação foi essencial para a melhor compreensão do objeto abstrato ora estudado.

Por fim, como visto, cabe ressaltar que a teoria de Duval não se restringe ao apresentar a dependência entre noésis e semiósis em sua fórmula: não há noésis sem semiósis. Vai além; ele apresenta as condições necessárias ao uso das representações semióticas, por meio das condições de congruência, da conversão das representações, de sua coordenação, tratamento e objetivação, os quais serão detalhados a seguir.

3.3. Condições para a utilização dos registros de representação semióticas

Como visto no item anterior, há dois grandes equívocos a respeito das representações semióticas. O primeiro é considerá-las úteis e inerentes apenas à comunicação. O segundo, consiste em identificá-las como um suporte para a representação mental. Esses equívocos são corrigidos por Duval (2009) ao observar na aprendizagem das matemáticas a enorme dificuldade dos estudantes, em qualquer nível de ensino, em se compreender a mudança de um tipo de representação em outra que represente um mesmo objeto. Conforme o autor, não é importante o uso de um ou outro tipo de signo, o que importa para se compreender tanto o papel da semiósis quanto o funcionamento do pensamento no desenvolvimento da noésis, estabelece-

se na “variedade dos tipos de signos que podem ser utilizados. A semiósis é inseparável de uma diversidade inicial de tipos de signos disponíveis” (DUVAL, 2009, p.35). Ao investigar os sistemas semióticos, o autor constata uma importante lacuna nos estudos a respeito de representações semióticas, que trata da falta de uma análise mais profunda sobre o papel da diversidade das representações semióticas para o desenvolvimento cognitivo no complexo processo de conversão de um sistema semiótico em outro.

Nesse contexto, observa-se que o ensino de física, presente nos livros didáticos e nas salas de aula, geralmente se estabelece por uma parca introdução teórica seguida de uma expressão matemática, como se isso fosse suficiente para que o aluno pudesse transitar conceitualmente em uma diversidade de problemas distintos sobre o mesmo conceito apresentado. Em outras palavras, como se fosse suficiente compreender um objeto com apenas um tipo de representação semiótica apresentada.

Antes, deveria ser proporcionado aos alunos uma diversidade de representações disponíveis sobre o objeto de estudo, ensinando-os a mudar de um tipo de representação semiótica para outro, possibilitando a operação denominada por Duval (2005) de *conversão semiótica*, a qual pode propiciar uma operacionalização razoável para o desenvolvimento da abstração científica como, por exemplo, a passagem da língua natural para a linguagem física mais abstrata. De acordo com esse autor, as representações semióticas, que são externas, desenvolvem a comunicação e a cognição, sendo por meio dessas representações semióticas que o aluno exterioriza, comunica e objetiva seu pensamento sobre um ente mais abstrato.

Nesse processo, desenvolve-se uma compreensão primeira sobre o objeto em estudo, sendo possível analisar os registros de representações semióticas produzidos pelos alunos, de forma a mostrar as principais dificuldades encontradas por eles na passagem da língua natural. Como o enunciado de um problema, ou a leitura de uma explanação conceitual, ou de um texto histórico/filosófico para a linguagem física por meio de outros tipos de representação semiótica, como uma tabela, um gráfico, um símbolo, uma expressão matemática, um modelo, entre outros, que façam surgir, nessa correspondência, não só a compreensão dos conceitos físicos pretendidos, mas também a sua generalização.

É importante esclarecer que o termo *registros de representação semiótica* representa para Duval (2009) os sistemas semióticos que cumprem as chamadas três atividades cognitivas necessárias para classificar uma representação semiótica, explicadas por Duval (2009), como as ações de:

1ª Constituir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma *representação de alguma coisa* em um sistema determinado;

2ª Transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma representação de conhecimento em comparação às representações iniciais;

3ª Converter as representações produzidas, em um sistema, em representações de um outro sistema, de tal maneira que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado.

Todos os sistemas semióticos não permitem essas três atividades cognitivas fundamentais, por exemplo, o código morse ou o código da rota (DUVAL, 2009, p. 36-37).

Mais adiante o autor nomeia essas atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas à semiósis como *formação, tratamento e conversão*.

A *formação* de uma representação semiótica consiste no uso de um ou vários signos, pertencentes a um sistema semiótico já existente e utilizado, para representar um objeto, seja por sua nomeação, sua reprodução icônica, seja pela esquematização de suas propriedades, constituindo as chamadas regras de conformidade que garantem o processo de formação de representação semiótica dentro do domínio definido. Essas regras de conformidade, segundo Duval (2009):

Definem um sistema de representação, e por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representações possíveis num registro [...] permitem identificar um conjunto de elementos físicos ou traços como uma representação de qualquer coisa num sistema semiótico: seja um enunciado em alemão, seja um cálculo, seja uma fórmula física, seja uma figura em geometria, seja uma caricatura, seja o esquema de um circuito elétrico... Elas permitem então o reconhecimento das representações como representações num registro determinado (...) De um ponto de vista didático e epistemológico podemos mesmo dizer que elas intervêm mais no controle de aceitabilidade de uma representação produzida, na perspectiva do registro onde ela é formada, do que na sua formação (DUVAL, 2009, p. 55-56).

Essa definição permite compreender a formação intrínseca de uma representação em um registro específico, como a escrita simbólica de uma temperatura qualquer (θ), ou a composição de um texto, ou a escrita de uma expressão física ($E = h.v$) que constituem, dentro de cada registro, uma representação de um registro já utilizado, permitindo, pela regra de conformidade, o reconhecimento e aceitação da representação que foi formada. Assim, o aluno reconhecerá a representação formada, dizendo: esse é o símbolo da temperatura; isso é um texto; ou, essa é a expressão matemática da energia do fóton.

A segunda atividade denominada de *tratamento* indica uma transformação de uma representação em outra, interna a um registro ou a um sistema, Duval (2009, p. 57) fornece o

exemplo do cálculo que, segundo o autor: “é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismos e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escrita de números”. O mesmo processo se constata na física, no tratamento da linguagem conceitual em uma explicação sobre um fenômeno. Nesse exemplo, mantém-se a internalidade do registro ou sistema semiótico, no caso, a língua materna utilizada na explicação de um fenômeno que, ao sofrer o tratamento resulta na escrita, na mesma língua materna, de um conceito físico. Também, pode-se ter o tratamento na solução de um exercício dado em forma de equações e resolvido por equações.

É importante esclarecer que a primeira atividade não pode se confundir com a segunda, pois a primeira se refere à formação da representação (escrita de um cálculo, ou escrita simbólica, ou ilustração etc), enquanto a segunda se refere à transformação de uma representação em outra, desde que continue sendo interna ao registro da qual foi transformada.

Assim como a formação possui a regra de conformidade, o tratamento ocorre mediante regras de expansão informacional que garantem a representação do registro final no mesmo registro de partida. Duval (2009) indica as *regras de derivação*, de natureza dedutiva, no quadro da lógica; as *regras de produção* de natureza inferencial, no quadro da inteligência artificial; as *regras de coerência temática*, de natureza linguística, no quadro das línguas naturais e; as *regras associativas de contiguidade e de similitude*, de natureza cognitiva, no quadro das ideias por permitir a expansão discursiva e a mobilização de representações mentais.

Por fim, a terceira atividade denomina-se *conversão* de representação, cuja tese explicita a transformação da representação de um objeto, ou situação ou informação pertencente a um registro em uma representação do mesmo objeto, da mesma situação ou informação, porém num outro registro. Conforme aponta Duval (1993), a conversão é uma transformação externa ao registro inicial, sendo cognitivamente diferente do tratamento.

O autor cita quatro exemplos de conversão: 1) a ilustração como a conversão de uma linguagem escrita (uma representação linguística) em uma representação imagética em forma de figura; 2) a tradução que é a conversão de uma representação linguística em uma determinada língua em outra representação linguística em outra língua; 3) a descrição que indica a conversão de uma representação não verbal como os esquemas, figuras, gráficos, tabelas, em uma representação linguística, sendo que o autor alerta para que não se confunda essa conversão com a descrição de um objeto, ou situação, ou informação que não foram, ainda,

semioticamente representados e; 4) a conversão de uma representação linguística, dos dados de um problema, para uma representação de escrita simbólica em forma de equação.

Todos esses exemplos, entre outros, indicam a enorme dificuldade para os alunos na compreensão dos conceitos e fenômenos físicos, pois a conversão constitui, segundo Duval (2009), “**a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos**” (Ibid., p. 63, grifo nosso). Segundo o autor, existem falhas no ensino e aprendizagem que acentuam essa dificuldade, como a falta de estudos e emprego da conversão, levando a inexistência de regras de conversão. Há ainda a execução de princípios de simplicidade e economia que resultam no uso exclusivo do registro convertido, não havendo preocupação com a coordenação dos registros representados e certo imediatismo e simplicidade ingênua na mudança de registros, como se ela fosse natural.

Essas falhas apontadas pelo autor indicam a importância da terceira atividade cognitiva fundamental à semiósis, uma vez que sejam resolvidas podem superar os obstáculos surgidos quanto à mudança e coordenação de registros, favorecendo as aprendizagens conceituais. O problema específico colocado por Duval (2009) sobre esses obstáculos se refere a uma aprendizagem que leve à aquisição de atividades de conversão. O autor lembra que é comum que os alunos cheguem ao “*seconde*²⁵” sem saber calcular, interpretando esse fracasso não como relativo ao cálculo *per si*, ou ao seu tratamento, mas, antes, esse fracasso resulta em não saberem realizar a conversão. Como exemplo, o autor cita o caso das escrituras decimal, fracionária e exponencial, que são de registros totalmente diferentes de representação semiótica de números, como nos exemplos abaixo citados por Duval (2012):

Para a expressão de um número é preciso, de fato, distinguir a significação operatória ligada ao significante, em virtude das regras do sistema de expressão escrita (esta significação operatória não é a mesma para 0,25, $1/4$ e $25 \cdot 10^{-2}$: **não são os mesmos tratamentos que devem ser considerados para efetuar as adições** $0,25 + 0,25 = 0,5$, $1/4 + 1/4 = 1/2$ e $25 \cdot 10^{-2} + 25 \cdot 10^{-2} = 50 \cdot 10^{-2}$ e o número representado que não é o significante 0,25, nem o significante $1/4$ e nem o significante $25 \cdot 10^{-2}$. Cada uma destas três expressões tem uma significação operatória, mas representa o mesmo número (DUVAL, 2012, p. 273, grifos do autor).

É importante notar e mostrar que as operações matemáticas para resolução desses cálculos são diferentes, embora tenham o mesmo significado, isto é, o tratamento de cada um é

²⁵ No sistema de ensino francês, o *seconde* equivale a 1ª série do EM. É importante verificar que essa fala é a mesma dos professores brasileiros do EM, a de que os alunos saem do EF e chegam ao EM sem saberem calcular, o que para Duval (2009) constitui-se em um erro de análise, pois na realidade o que os alunos não sabem e nem desenvolveram foram a conversão de registros semióticos em outros.

distinto, diferente para cada uma das três adições, como ilustrado na tabela 3 abaixo, conforme Duval (2009, p. 60):

Tabela 3: Três casos distintos de tratamento - somas com decimal, fração e potenciação

1º caso	2º caso	3º caso
$\begin{array}{r} +0,25 \\ +0,25 \\ \hline 0,50 \end{array}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} =$ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,50$	$25 \cdot 10^{-2} + 25 \cdot 10^{-2} =$ $= (25 + 25) \cdot 10^{-2} =$ $= 50 \cdot 10^{-2} = 0,50$

Fonte: Duval (2009, p. 60).

Ressaltemos a distinção de significação operatória em cada um dos casos, a forma de operacionalizar as somas é totalmente diferente nas três situações, no 1º caso é uma soma direta, no 2º caso o estudante deve considerar a soma de fração tomando a noção de mínimo múltiplo comum e, no 3º caso, a soma se dá pelo conceito de potenciação.

Assim, uma tarefa que implique: realize a soma $0,25 + 0,25$ na forma de fração e na forma de potenciação, torna-se extremamente complexa para o estudante. Portanto, a problemática principal exposta por Duval (2009) é a inexistência de regras de conversão que possibilitem a aprendizagem conceitual, sendo que “a conversão das representações é, para a aprendizagem, uma atividade tão fundamental quanto as atividades de formação ou de tratamento. Porque ela, sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representações” (DUVAL, 2009, p. 63).

Dessa forma, foi verificado que as condições para utilização de registros em representações semióticas devem ocorrer por meio dessas três atividades cognitivas, porém devemos compreender os diferentes tipos de representação para permitir uma melhor utilização das representações semióticas em um ensino e aprendizagem de física que leve em consideração o desenvolvimento da abstração.

3.4. Tipos e Funções de Representações Semióticas

De acordo com a proposta de Duval (2009), a classificação de representações semióticas deve ocorrer por duas oposições, a consciente/não consciente, onde se observa uma característica, ou fato observado sobre um objeto por um sujeito, enquanto que outra característica, ou fato, não é observado, ou percebido, por esse mesmo sujeito. A passagem de uma observação do não-consciente ao consciente, indica um processo de objetivação, que leva esse sujeito à consciência sobre o objeto em estudo. Para que haja a tomada de consciência sobre um objeto, é necessária uma significação do objeto para que possa ser compreendido pelo sujeito, pois, segundo Duval (2009, p.41, grifo nosso), “é sempre através de uma significação que se faz a apreensão perceptiva ou conceitual de um objeto (...) **A significação é a condição necessária de objetivação para o sujeito**, isto é, da possibilidade de tomar consciência”.

A segunda oposição que permite classificar as representações semióticas ocorre por meio da oposição externa/interna, a qual indica o fato, fenômeno ou característica sobre um objeto que é rapidamente identificado pelo sujeito, e aquilo que não o é. Analogamente, podemos citar, a fim de ilustração, as qualidades secundárias e primárias de Locke (1999) como, respectivamente, as representações externas e internas, na passagem do estado concreto-abstrato indicada por Bachelard (2011). Nessa perspectiva, dada sua natureza, as representações externas são, segundo Duval (2009), representações semióticas, cuja característica principal proporciona três funções: a comunicação, a objetivação e o tratamento. Enquanto que a representação interna pode ser tanto consciente, quanto não-consciente, como visto na tabela 4.

Tabela 4: Tipos e funções de representações

	INTERNA	EXTERNA
CONSCIENTE	<p>MENTAL</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ função de objetivação. 	<p>SEMIÓTICA</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ função de objetivação; ➤ função de expressão; ➤ função de tratamento intencional.
NÃO-CONSCIENTE	<p>COMPUTACIONAL</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ função de tratamento automático ou quase instantâneo. 	

Fonte: Duval (2009, p. 43).

Percebe-se que as representações semióticas estimulam e trazem significado. Por serem tanto conscientes, quanto externas, levam, por meio da verificação de símbolos, traços, imagens, sons, esquemas, entre outros, a uma significação sobre o objeto representado. Assim, a percepção pelo sujeito de um objeto, que em nosso caso se refere a uma representação sobre um conceito da física, gera uma primeira identificação.

A principal contribuição dos conceitos apresentados na tabela 4 é o de permitir uma clareza maior na distinção das representações semióticas das representações mentais, uma vez que, segundo os apontamentos de Duval (2005; 2009), a representação semiótica permite uma apreensão sob o ponto de vista tanto do representante, quanto do objeto representado, enquanto a representação mental, permite apenas a compreensão daquilo que é representado. Além disso, as representações semióticas permitem, pelo fato de serem externas, realizar a função de comunicação, ao mesmo passo que desenvolvem a cognição por meio da objetivação e do tratamento dos objetos científicos, resultando no paradoxo cognitivo.

Assim, o autor divide em três as representações e aponta suas funções, sendo necessário, para fins de melhor compreensão, explicar essas divisões mais detalhadamente, conforme apresentado por Duval (2009).

1) representação mental que é consciente e interna e apresenta função de objetivação, não necessitando de um significante para representar um objeto. Essa função de objetivação consiste na formação de representações mentais novas pelo sujeito por meio da variedade de representações semióticas, ou seja, **a produção de representações semióticas leva ao surgimento das representações mentais.**

2) representação computacional que é interna e não consciente, sendo o tipo de representação algoritmizável que não necessita da visão do objeto, sendo o tipo de representação pertencente ao domínio da inteligência artificial e ao domínio da psicologia cognitiva, como o caso da escrita binária “0” e “1” e da codificação de imagens ou frases em termos de pares predicado-argumento. Na representação computacional tem-se a função de tratamento automático ou quase-instantâneo, que produz a informação e a significação imediata na consciência do sujeito, sendo realizada externa, a atenção produz uma visão sobre o objeto. Em suma, uma longa prática leva o sujeito a automatização e a aplicação de tratamentos automáticos sobre o objeto, cuja apreensão já se tenha estabelecido, como por exemplo, um

motorista experiente dirigindo não olha mais para o câmbio de marcha ou para os pedais, o que lhe fornece um caráter imediatista de apreensão do objeto.

3) As representações semióticas são, de acordo com Duval (1993, p. 39, grifo nosso), **“produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento”**. São representações de tipo conscientes e externas, o que lhes garante o papel de comunicação, são dependentes de um significante como um símbolo, sons, retas, imagens, ilustrações, expressão numérica, entre outros, para poder representar o objeto e são produzidas pelas funções de objetivação, expressão e tratamento intencional.

A objetivação consiste na formação de representações mentais novas, dependentes da produção de representações semióticas, enquanto para a função de expressão a representação semiótica pode ser suficiente, reproduzindo o objeto por imitação ao invés de produzi-lo por objetivação. Já a função de tratamento intencional requer um tempo de controle consciente apoiando-se em dados conhecidos, levando a uma percepção rápida do objeto, ou seja, é a função que se apoia sobre características já conhecidas para o sujeito, resultando apenas naquilo que o sujeito percebe rapidamente sobre o objeto.

Segundo Duval (2009), as funções de tratamento automático e intencional são complementares e necessárias à atividade cognitiva humana, uma vez que essa complementaridade permite um maior nível epistêmico do sujeito, pois quanto maior o tratamento automático, maior será a familiaridade do sujeito com o objeto.

Ressalte-se que é sobre a função de objetivação e não sobre as outras duas que a estrutura de representação semiótica deve ser analisada, a fim de permitir compreender o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, pois é sobre essa função que surge a possibilidade da mudança de registros, constituindo-se em uma atividade cognitiva essencial na didática por facilitar a aprendizagem. Sobre os tipos de registro de representação semiótica, Duval (2005) esclarece que é justamente a grande variedade de registros de representação semiótica que possibilita a liberdade do sujeito em objetivar um conceito por meio dessas representações.

Sobre os diferentes tipos de registro, o autor os classifica como visto na tabela 5.

Tabela 5: Tipos de registros e representação semiótica.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: ➤ Argumentação a partir de observações, de crenças etc; ➤ Dedução válida a partir de definição ou teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0,1,2 ou 3). ➤ Apreensão operatória e não somente perceptiva; ➤ Construção com instrumentos.
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: ➤ Numéricas (binária, decimal, fracionária etc); ➤ Algébricas; ➤ Simbólicas (línguas formais). ➤ Cálculo	Gráficos cartesianos ➤ Mudanças de sistema de coordenadas; ➤ Interpolação; extrapolação.

Fonte: Duval (2005, p. 14).

Foram apresentados os tipos de representação semiótica, suas funções e os tipos de registros das representações semióticas, contudo, falta-nos apresentar como se dá a coordenação, ou seja, a mudança desses registros por meio da atividade cognitiva da conversão, por meio do processo de correspondência de representações pertencentes a registros diferentes, bem como avaliar os problemas inerentes à essas mudanças de um registro em outro.

3.5. A Coordenação dos Registros de Representação Semiótica

Já foi comentado como é difícil ao estudante realizar a conversão de um registro de representação semiótica em outro, mas os livros/manuais de ensino apresentam os seus conteúdos mesclando os diferentes registros como se isso fosse natural e perfeitamente compreensível aos estudantes. Essa falha é apontada por Duval (2009) ao afirmar que ao abrir qualquer manual de matemática constata “vai-e-vens incessantes entre frases em língua natural, fórmulas literais, expressões em língua formal, figuras geométricas ou gráficos cartesianos” (Ibid., p.64). O mesmo se pode afirmar dos materiais “didáticos” de outras disciplinas, como a física, onde um texto dá passagem a uma expressão física, ou ao enunciado de um conceito, passando para uma ilustração ou tabela e, em muitos casos, desses registros de representação para um gráfico. Contudo, em nenhum deles se ensina a como proceder a conversão de um

desses registros nos outros, ou seja, não se apresenta a necessária condição de ensinar a converter um texto em linguagem simbólica, ou um gráfico em fórmula literal. Essa falta de atenção à conversão resulta na total incompreensão dos estudos em física, e o que deveria levar à comunicação leva à falta dela, constituindo-se na fala dos alunos de não entenderem física, pois sua apresentação não é didatizada a ponto de favorecer a coordenação e a conversão dos registros apresentados.

A análise do procedimento de correspondência dos registros de representação semiótica é apresentada por Duval (2009) por meio da congruência e da não-congruência entre as representações, a fim de possibilitar a investigação sobre os casos em que há conversão entre as representações ou não, ou seja, permite avaliar se um registro que foi convertido pode ser processado em uma conversão inversa, de forma a que volte a ser representado na expressão inicial do registro de partida. Tal mobilização por meio da correspondência permite avaliar um enunciado de uma lei física como, por exemplo, a segunda lei de Newton ou Princípio Fundamental da Dinâmica (PFD), em uma representação semiótica inicialmente representada em língua natural como “a força é o produto entre a massa e a aceleração”, e algumas possíveis conversões, tais como:

- i. Representação algébrica $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$; ou, $\vec{I} = \Delta \vec{Q} / \Delta t \rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{v} / t = m \cdot \vec{a}$
- ii. Representação simbólica $\Sigma \vec{F}_R \neq 0$;
- iii. Representação em língua original por meio da qual a lei foi escrita no Principia: “*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur*”.
- iv. A tradução que é a conversão da representação linguística em latim em outra representação linguística em português: “A mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime essa força”.
- v. A ilustração, esquema, figura ou imagem que represente o enunciado escrito.

Torna-se claro, pelo exposto acima, que a mobilidade e a conversão entre essas diversas representações não são triviais aos estudantes, o que torna árdua a tarefa de resolução de muitos problemas.

Há a necessidade de verificação de correspondência entre os registros apresentados aos alunos. Caso haja, na conversão, o reencontro da expressão inicial do registro de partida, temos a congruência entre os registros e a conversão é quase imediata. Caso não haja correspondência

termo a termo não teremos uma unidade significativa do registro de partida para se poder chegar ao registro final e realizar a operação inversa, do registro de chegada ao de partida. Nesses casos, então, deparamo-nos com a não-congruência das representações semióticas e, em todos os casos em que ocorram esse fenômeno, tanto o tempo de tratamento aumenta, quanto a conversão pode se apresentar impossível. Dada essa importância, apresentaremos brevemente os fenômenos de congruência e não congruência.

Para que haja congruência é necessário segmentar a representação em unidades que sejam significantes de tal modo que possam ser correspondentes, sendo necessários três critérios de congruência, segundo exposto por Duval (2009, p. 68-69):

1. Possibilidade de correspondência semântica dos elementos significantes: a cada unidade significativa simples de uma das representações pode-se associar uma unidade significativa elementar (conversão de uma expressão referencial em uma escritura algébrica, como no exemplo: João tem 4 bolinhas e ganhou 2 $\rightarrow$ $4+2$). Esse critério ocorre quando o número de signos no registro de partida é o mesmo que no registro de chegada, como no exemplo citado “4 ganhou dois”, representam três signos de partida, enquanto que o registro de chegada deve, obrigatoriamente, possuir, também, três signos, como se observa “ $4+2$ ” constituem os três signos exigidos. Ao contrário, esse critério não se observa quando o número de signos distinguirem na partida e chegada, como por exemplo, o registro de partida “quatro vezes mais” possui três signos, entretanto, o registro de chegada se apresenta como “vezes quatro” ou “ $\times 4$ ”, constituindo-se com dois signos apenas, não garantindo, portanto, o estabelecimento da correspondência semântica dos elementos significantes e dificultando a conversão.
2. Univocidade semântica terminal: a cada unidade significativa elementar da representação de partida deve corresponder uma só unidade significativa elementar no registro de representação de chegada (registro icônico possui um só valor significativo, enquanto que no registro da língua natural temos duas unidades significantes elementares possíveis). Esse critério exige que, nos problemas, deva existir uma só operação para cada registro por vez. Por exemplo, se o problema trata de multiplicação em seu enunciado, a solução deve ter apenas multiplicação. Nos casos em que há presença de operações distintas no registro de partida e no registro de representação de chegada (ganhou/perdeu, mais/menos, multiplicar/dividir, escalar/vetorial, entre outros) esse critério não é observado, conseqüentemente não há congruência e a conversão pode

ser impossível de ser realizada. Como exemplo, no problema: “Qual a aceleração escalar média de um automóvel que aumenta sua velocidade de 36 para 108 km/h em 10s”? Fica evidente a não congruência, pois a univocidade semântica terminal não é preservada uma vez que para resolver o problema deve-se efetuar conversão por divisão (km/h para m/s), subtrações ($30 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}$) e, novamente, divisão ($20 \text{ m/s} / 10 \text{ s}$), resultando na aceleração de 2 m/s^2 . Só que no enunciado do problema há apenas a indicação de soma (que aumenta), o que implica várias operações para um só registro, portanto, caracteriza-se como um fenômeno de não congruência, e a taxa de fracasso dos alunos aumenta em exercícios desse tipo.

3. Organização das unidades significantes: as organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduzem a apreender nelas as unidades em correspondência semântica segundo a mesma ordem nas duas representações (pertinente apenas quando estas apresentam o mesmo número de dimensão). Esse critério é útil para se comparar frases e fórmulas literais, sendo observado quando lemos o registro de partida no mesmo sentido que escrevemos o registro de chegada, por exemplo, no problema “ganho 2 doces e ganho 3, fico com 5”, resulta em (ganha) $2 + (\text{ganha}) 3 = (\text{ganha}) 5$, conservando, dessa forma, a organização das unidades significantes, pois garante a mesma ordem de apreensão das unidades nas duas representações: (ganha 2, ganha 3, ganha 5 $\rightarrow$ 2, 3, 5). Ao contrário, essa organização não se observa quando temos, por exemplo, que realizar inversões na ordem em que o registro de partida se apresenta, como no problema “Uma pessoa caminha numa pista de Cooper de 300 m de comprimento, com velocidade média de 1,5 m/s. Quantas voltas ela completará em 40 minutos”? A organização das unidades significantes não é conservada, pois há uma inversão necessária para solução do problema, ou seja, primeiro devemos calcular o tempo para uma volta ($300\text{m}/1,5\text{m/s}$), depois transformar 40 min em s (40.60) e só depois efetuar $2400/200$ para obter as 12 voltas e, tal solução, não está evidente no enunciado, pois o sentido de solução no registro de chega é outro, totalmente diferente, do registro de partida.

São esses os critérios que possibilitam determinar se existem ou não congruência entre duas representações semióticas diferentes. Caso não se verifiquem esses critérios temos a chamada não-congruência entre a representação inicial e final, constituindo-se o nível de dificuldade de uma conversão, conforme o grau de não-congruência apresentado. A não-congruência das representações semióticas corresponde, segundo Duval (2009), ao frequente

fracasso na atividade cognitiva de conversão, sendo que se pode compreender um conceito, mas não saber operacionalizar a representação em termos de outra representação por falta dos critérios de congruência entre os registros. A tabela 6 ilustra bem esse comportamento.

Tabela 6: tarefa de conversão entre expressões referenciais e escritura simbólica.

I	II	$I \rightarrow II$	$II \rightarrow I$
1. A soma dos dois produtos de dois inteiros, todos inteiros sendo diferentes.	$a.b + c.d$	90%	90%
2. O produto de um inteiro pela soma de dois outros.	$a(b+c)$	71%	74%
3. A soma dos produtos de um inteiro com dois outros inteiros.	$a.b + a.c$	48%	87%
4. A intersecção dos complementares de dois conjuntos.	$CA \cap CB$	91%	81%
5. A reunião das intersecções de um conjunto com dois outros conjuntos.	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$	41%	81%

Fonte: Duval (2009, p. 74).

Os fracassos notados nas conversões $I \rightarrow II$ solicitadas nas questões 3 e 5, constituem e evidenciam o fenômeno de não congruência, principalmente por falta de correspondência semântica, o que não ocorre com a questão 1, onde existe correspondência semântica entre as unidades representantes, univocidade terminal e ordem de apreensão. Verifica-se na questão 1 o enunciado em língua natural indicando claramente a operação solicitada, o mesmo não se pode dizer das questões 3 e 5 na conversão $I \rightarrow II$, pois surgem dificuldades ligadas a não-congruência entre a língua natural e a conversão para a linguagem simbólica. Nota-se que a conversão $II \rightarrow I$ nas questões comentadas possui um nível de acerto elevado, pois a escrita simbólica já está visível, bastando escrevê-la em língua natural, o que é mais fácil que a passagem inicial inversa. Tais dificuldades não são exclusivas da passagem da língua natural à simbólica, constata-se em diversas outras conversões, cujos elementos constitutivos possuam não congruência entre si. Duval (2009) expõe a mesma dificuldade ao analisar a conversão da representação de escritura algébrica para sua representação gráfica e vice-versa, como visto na tabela 7.

Tabela 7: Conversão de escritura algébrica em representação gráfica.

I	II	III	I→III: hachurar	III→II: escolher a expressão
3... o conjunto dos pontos cuja abscissa e ordenada são de mesmo sinal.	$xy \geq 0$		56%	25%

Fonte Duval (2009, p. 76).

Observa-se que o fenômeno de não-congruência é claramente observado na passagem III→II, já na passagem I→III tem-se correspondência semântica e univocidade semântica terminal entre a representação linguística (I) e sua representação gráfica (III), o que corresponde a uma maior taxa de sucesso dos estudantes nessa conversão pelo fato de possuir congruência entre as representações. De acordo com Duval (2009) a conversão da escritura algébrica para um gráfico (equação → gráfico) ocorre tranquilamente, porém a conversão inversa (gráfico → equação) se torna, ao estudante, extremamente difícil. Segundo o autor, isso se deve à indeterminação das unidades significantes em relação aos pontos do gráfico, sendo determinadas por valores visuais do gráfico, como explica:

As unidades significantes de um gráfico correspondem aos valores de diferentes variáveis visuais. **O aluno que não as discrimine é como cego para a conversão inversa da que é classicamente ensinada.** Isso quer dizer que ele tem poucas chances de fazer uma leitura correta dos gráficos (DUVAL, 2009, p.78-79, grifo nosso).

Ao analisar a importância dos critérios de congruência e não-congruência na conversão de representações semióticas, observa-se que uma tarefa é melhor compreendida quando ela é constituída pelos três critérios de congruência e, ao contrário, torna-se de difícil compreensão aos estudantes quando o fenômeno de não-congruência se acentua entre um ou mais critérios.

Um exemplo talvez seja esclarecedor, e possa ajudar a compreender a dificuldade exposta acima. Dentro dessa perspectiva, a título ilustrativo, foi aplicado, no segundo bimestre de 2015, um problema a um grupo de 35 alunos de 3º EM, com o objetivo principal, além da resposta do problema, de verificar se eles seriam capazes de proceder à discriminação das unidades significantes em um gráfico para conversão em língua algébrica, além de outras conversões postas no problema. O problema compunha uma lista de exercícios, extraído do vestibular da Universidade Federal de Goiás (UFG):

Considere uma região do espaço em que a intensidade do campo magnético esteja variando em função do tempo, como mostrado no gráfico. Uma espira de área $A = 8,0 \text{ cm}^2$ e resistência $R = 5,0 \text{ m}\Omega$ é colocada nessa região, de tal maneira que as linhas de campo sejam normais ao plano dessa espira.

a) determine o fluxo magnético através da espira, em função do tempo.

b) calcule a corrente induzida na espira.

Esse problema se mostrou de alto grau de dificuldade aos alunos. Nenhum deles conseguiu resolvê-lo nos termos solicitados. Analisando a questão, sob a luz das representações semióticas, pode-se constatar que o problema se apresenta como um fenômeno de não congruência, sendo sua solução difícil aos estudantes. Tem-se um enunciado em língua materna que fornece uma representação linguística, mesclado a representações simbólicas, símbolos físicos que representam submúltiplos de grandezas físicas, como a área da espira em cm^2 e a resistência em mili ohm. Estes devem sofrer transformação no mesmo registro de área e resistência elétrica para, m^2 e ohm, sendo necessária a conversão da representação simbólica em outro tipo de representação, a numérica e suas respectivas unidades: 10^{-4} m^2 e $10^{-3} \Omega$. Há ainda a representação por meio de gráfico, sendo solicitado no exercício uma representação semiótica em forma de função matemática e o cálculo de um outro conceito que não aparece no enunciado, nem no gráfico, mas que pertence ao corpo teórico das grandezas envolvidas no problema. Temos nessa questão uma série de representações semióticas distintas, mas nenhum critério de congruência é estabelecido no problema. Questões canônicas como essa reforçam a extrema dificuldade dos estudantes em realizar conversões semióticas, principalmente, por não garantirem a congruência, uma vez que não há correspondência semântica, nem univocidade semântica terminal, muito menos organização das unidades semânticas. Ou seja, constituem um fenômeno de não-congruência.

A solução canônica desse problema seria a seguinte:

a) Dados: $S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$; $R = 5 \cdot 10^{-3} \Omega$

Como o gráfico é uma reta: $\text{tg} \alpha = 3/30 = 1/10$.

Assim, $B(t) = B_0 + 1/10 \cdot t \rightarrow B(t) = 1/10 \cdot t$

Logo, usando $\phi = B.S.\cos\alpha \rightarrow \phi = 1/10.t \cdot 8.10^{-4}.\cos 0^\circ \therefore \phi = 8.10^{-5}t$.

b) Como, do enunciado, B é perpendicular ao plano da espira, então o cosseno vale 1.

Do gráfico temos: $\Delta\phi = (\phi_f - \phi_i) \rightarrow \Delta\phi = (3.8.10^{-4} - 0) = 2,4.10^{-3} \text{ Wb}$.

Então, da expressão da força eletromotriz induzida temos: $\varepsilon = -\Delta\phi/\Delta t$. Portanto, substituindo teremos: $|\varepsilon| = -2,4.10^{-3}/30 = 8.10^{-5} \text{ V}$. Assim, aplicando a primeira lei de Ohm, obtemos a corrente elétrica induzida: $|\varepsilon| = R.i \rightarrow i = 8.10^{-5} \text{ V}/5.10^{-3}\Omega \therefore i = 16\text{mA}$.

Nota-se claramente na resolução canônica acima a não existência dos critérios de congruência. Para que exista o fenômeno de congruência entre os diversos registros apresentados, há necessidade de se proceder à discriminação das unidades significantes, o que pode ser obtido solicitando: a) transforme as unidades do enunciado para m^2 e Ω ; b) verifique se o gráfico é uma reta, se achar necessário crie uma tabela com os valores do gráfico; c) determine a tangente do ângulo a partir dessa reta; d) escreva a função de 1º grau e compare-a com o apresentado no gráfico, identificando os coeficientes angular e linear; e) escreva essa função em parâmetros de B e t; f) escreva a equação do fluxo magnético; g) calcule esse fluxo magnético com os valores obtidos anteriormente; h) observando o gráfico determine a variação do fluxo magnético; i) dos valores obtidos no item anterior e o tempo presente no gráfico, escreva a expressão da força eletromotriz induzida e a calcule; j) utilizando $\varepsilon = U$, aplique a primeira lei de Ohm, e calcule a corrente elétrica induzida na espira.

Como já visto anteriormente, a passagem do abstrato ao concreto é extremamente difícil aos estudantes, mas ao utilizar essas correspondências semânticas a taxa de sucesso na resolução desse exercício aumentou consideravelmente entre os alunos. O que eles não conseguiam, portanto, era converter os diversos registros existentes no enunciado de forma direta e coordená-los para resolução. Isso pode ser entendido como uma dificuldade de abstrair as características essenciais dos diferentes registros e generalizá-los em outras representações, garantindo, através da coordenação de diversas representações semióticas, a aprendizagem em termos de atividade conceitual, pois de acordo com Duval (2009):

A atividade conceitual implica a coordenação dos registros de representação. É preciso que um sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime, instancia ou ilustra (...) a compreensão conceitual aparece ligada à descoberta de uma invariância entre representações semioticamente heterogêneas (...) **Mas é no que diz respeito à**

função de objetivação, e não às de expressão ou à de tratamento, que a estrutura da representação deve ser, em definitivo, analisada para se compreender seu papel no funcionamento cognitivo do pensamento (DUVAL, 2009, p. 82, grifo nosso).

Dada a importância da objetivação ressaltada acima, apresentamos o modelo cognitivo de representação baseado nessa função proposta pelo autor.

Figura 1: Modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação.
Fonte Duval (2009, p. 89).

Segundo esse modelo, Duval (2009) explica que:

As flechas 1 e 2 correspondem às transformações internas a um registro. As flechas 3 e 4 correspondem às transformações externas, isso quer dizer a conversões por mudança de registro. A flecha C corresponde ao que chamaremos compreensão integrativa de uma representação: ela supõe uma coordenação de dois registros. As flechas em pontilhado correspondem à distinção clássica entre representante e representado. Naturalmente esse esquema considera o caso mais simples da coordenação entre dois registros: em certos domínios, como a álgebra linear, uma coordenação entre três registros ao menos pode ser requisitada. Podemos ver igualmente uma das possibilidades importantes da estrutura da representação: o representante de um registro pode ser considerado como o representado de um outro registro, como é o caso na relação entre texto e imagem. Enfim não existem flechas entre os tratamentos próprios a cada registro. Isso não exclui o caso de congruência ou ‘equivalência computacional’, mas o interesse de mudanças de registro se apegam ao fato de que cada registro tem tratamentos que lhe são próprios (DUVAL, 2009, p. 89).

Assim, como se pode observar, a atividade cognitiva de conversão das representações semióticas leva a uma coordenação entre os dois registros de representação (flechas 3 e 4), por meio da objetivação à compreensão integrativa (flecha C), a qual se refere ao entendimento alcançado por meio da coordenação de registros.

No exemplo dado, podemos ter para cada item de discriminação das unidades significantes para o problema essa coordenação entre dois registros. Tomemos, como exemplo, o item (a) transforme as unidades do enunciado para m^2 e Ω . Temos, segundo o modelo, as

flechas 1 e 2, representativas das unidades a serem tratadas, área e resistência elétrica, respectivamente. Já as flechas 3 e 4 correspondem às transformações de registro cm^2 para m^2 para a área e, $\text{m}\Omega$ para Ω para a resistência elétrica, chegando, pela flecha C, ao objeto cognitivo representado, ou, ao conceito de unidade do SI.

Essa *noésis* é alcançada por um sujeito na coordenação dos registros sobre o objeto e sua representação, ou seja, entre o representante e o representado, como indicam as flechas em pontilhado. Para que não haja, portanto, confusão entre o objeto e sua representação, basta dispor de várias representações semióticas desse mesmo objeto e coordená-las. Torna-se importante ressaltar que essa coordenação entre os registros, essa mobilidade vista na transição das flechas 3 e 4, é que permite a aprendizagem intelectual dos estudantes.

Essa coordenação fornece ao sujeito, segundo Duval (2009, p.91), um “grau de liberdade permitindo ter estratégias heurísticas, conduzir bem os tratamentos escolhidos e controlar sua pertinência”. Dada a importância da coordenação de registros de representações semióticas e, por ser ela fundamental à compreensão, devemos no próximo item analisar a aprendizagem adquirida na coordenação dos registros de representação semiótica.

3.6. A Coordenação dos Registros de Representação Semiótica e a Aprendizagem

Uma das grandes dificuldades no ensino de física se dá pela inexistência de um processo de abstração e generalização que viabilize a compreensão dos alunos em relação a algumas representações semióticas, além da ausência de conversão entre essas, tais como: os tópicos conceituais; a interpretação textual de um enunciado; a leitura de um gráfico; a coleta das informações, os chamados dados do problema; a transformação de unidades postas no problema para o SI; a consecução operacional do problema, que se dá, em geral, pela aplicação de uma expressão matemática; entre outros, que por falta de coordenação se tornam incompreensíveis.

Essa problemática nos leva a considerar uma aprendizagem desenvolvida sobre a coordenação de registros, que possa desenvolver a atividade cognitiva de conversão nos estudantes. Como indica Duval (2009, p.99), “uma aprendizagem especificamente centrada sobre a conversão de representações e efetuada fora de toda tarefa de tratamento parece, então, necessária ao início de todo ensino que dá acesso a um novo domínio ou uma nova rede conceitual”.

O autor, contudo, salienta que, para esse fim, não basta que o professor insira exercícios de conversão em relação a alguns tópicos de seu conteúdo. Essa insuficiência se deve, primeiro, à não-congruência que não é explícita em processos de resolução e, em segundo, a conversão exige que se identifique suas unidades significantes, tanto nos registros iniciais, quanto nos de chegada, sendo que o autor alerta: **“Porém, sempre é a discriminação dessas unidades significantes que falta”** (DUVAL, 2009, p. 99, grifo nosso).

A discriminação das unidades significantes constitui-se, segundo o autor, como a condição preliminar para a atividade de conversão de representações semióticas, pois elas são colocadas em correspondência nos registros iniciais e finais, sendo que a dificuldade de conversão não se resolve pela prática de exercícios de conversão, mas sim pela discriminação dessas unidades significantes. O objetivo central da discriminação é, de acordo com o exposto por Duval (2009), **“fazer o objeto de uma aprendizagem específica**. Ela é a condição necessária para toda atividade de conversão e, em seguida, para o desenvolvimento da coordenação dos registros de representação” (DUVAL, 2009, p. 100, grifo nosso).

A discriminação é realizada sobre as unidades significantes de cada registro. Isso implica a segmentação das representações nessas unidades, explorando-se as suas variáveis possíveis nos diferentes registros de representação.

A quantidade de variáveis em um registro de representação semiótica, que possibilite a previsão e observação destas em outro registro de representação semiótica, pode ser um dos fatores de acentuada dificuldade para os estudantes. Decerto, os problemas onde apareçam muitas variáveis são de extrema dificuldade de solução.

Sobre essa questão, Duval (2009) citando Piaget, reconhece essa dificuldade e lembra que o entendimento e a tarefa de se trabalhar com muitas variáveis se inicia com a puberdade, porém, como já citado anteriormente em Vygotsky (2008), as funções psicológicas superiores se iniciam na puberdade e só se solidificam após a vida adulta. Tal constatação foi também denunciada anteriormente em Gaspar (2004), que relata a revisão do trabalho de Piaget em Chiapetta (1976), constatando que não foi verificada, mesmo na grande parte das pessoas, inclusive em idade adulta, o estágio operatório formal. Pode-se, então, considerar, que a observação e manuseio de muitas variáveis que levem à conversão de representações semióticas, faz-se por meio da abstração, isto porque é necessário que o estudante tenha condições de realizar a observação das qualidades primárias sobre um objeto científico, generalizando-as por meio do manuseio de suas variáveis de forma a convertê-las de um registro

a outro. Essa operação, permite que tenha alcançado a compreensão daquele objeto em diferentes contextos, ou melhor, em diferentes registros de representação semiótica.

Assim, pode-se concluir que para conseguir converter registros de representações semióticas o estudante deve, primeiro, aprender a identificar e trabalhar com a discriminação de unidades significantes ao registro, o que o leva a necessidade de verificar as variáveis desse registro e observá-las em outros registros.

Em nossa interpretação, essa operação final se resume no ato da abstração e generalização dos fenômenos físicos a serem estudados e ensinados aos estudantes. Pode-se deduzir, portanto, que a aquisição de conhecimento, um conceito físico, deve estar ligada à formação e tratamento de diversos registros de representações semióticas (língua natural, símbolos, expressões numéricas, gráficos, tabelas, figuras, ilustrações, modelos, caracteres, entre outros), permitindo a generalização dessa aquisição em diferentes contextos daquela que foi formada. Isso ocorre por meio da conversão pela coordenação dos registros apresentados, possibilitando a compreensão integrativa e, por fim, o desenvolvimento da abstração, que ocorrerá na conversão pela discriminação das unidades significantes do registro de representação semiótica.

Essas considerações possibilitaram uma compreensão maior sobre o conceito de abstração, de forma que nos permitem apresentar uma definição de abstração física, que possa ser útil para seu ensino. Essa, contém, além da construção propiciada no capítulo anterior, também a contribuição dada pelos registros de representação semiótica e aprendizagens intelectuais de Duval. A abstração física, então, pode ser assim formulada:

A abstração física é a operação realizada por meio de técnicas de realização de formação, tratamento e conversão de representações semióticas diversas em registros de representação físicos (símbolos físicos) que, por meio da discriminação das unidades significantes leva à coordenação, mobilidade e correspondência entre os registros, o que permite sua internalização e generalização em outros contextos diversos levando à congruência e, por fim, à compreensão integrativa. Por meio da abstração física assim formulada, o conhecimento passa da percepção isolada de poucos registros semióticos à generalização de uma diversidade de registros, possibilitando a generalização de uma gama de fatos, formulando conceitos, categorias e leis que refletem a correspondência interna entre os registros semióticos que representam o fenômeno físico abstraído.

É importante ressaltar que o objetivo do ensino da física deva convergir para a utilização de grande quantidade de registros semióticos. Assim, a prática histórica instaurada no ensino da física de se utilizar e trabalhar com poucos registros, como a álgebra, aponta para a incompreensão da física pelos estudantes da disciplina. De forma geral, podemos considerar que os pontos mais importantes da teoria de Raymond Duval foram apresentados, em especial o conceito de conversão de representação e suas particularidades de coordenação de registros. Um esquema geral da teoria pode ser observado na figura 2.

No capítulo seguinte, será apresentado como os conceitos derivados da teoria de Raymond Duval podem propiciar um processo de abstração específico para o ensino e aprendizagem da física na solução de problemas canônicos, problemas de sala de aula, os quais os professores de EM se deparam todos os dias, mediante atividades trabalhadas diretamente com os alunos.

Figura 2: Quadro Teórico Global da Teoria das Representações Semióticas de Duval – Fonte: o autor.

CAPÍTULO 4 – ASPECTOS METODOLÓGICOS

4.1. Promoção da Abstração no Ensino e Aprendizagem da Física

Dada a discussão realizada até o momento, parece razoável afirmar que o desenvolvimento da abstração para o ensino e aprendizagem da física não é nada trivial. Muitos são os problemas que derivam do ato de ensinar, e muitos outros sobre o ato de ensinar uma disciplina específica como a física.

Sobre essa problemática, a respeito de como ensinar física, apresentamos, para fins ilustrativos, uma sequência reduzida de partes de uma entrevista de Feynman (anexo I) a um canal de televisão sobre esse assunto. De acordo com Feynman (1981), a maneira de se ensinar física é desconhecida, como esclarece:

Quando os alunos estão todos na sala de aula, então você me pergunta: Como seria melhor ensiná-los? Seria melhor ensiná-los partindo do lado histórico? A partir de aplicações? **Minha teoria é que o melhor modo de ensinar é não ter nenhuma filosofia. É ser caótico. Confuso. No sentido de usar todas as maneiras possíveis de ensinar. É o único jeito que eu consigo responder. Atrair esse ou aquele cara com coisas diferentes à medida que você ensina.** O sujeito que se interessa por história vai se entediar com a matemática abstrata, mas depois o sujeito que gosta de abstrações vai se entediar com a parte histórica. Tentar não entediar todo mundo o tempo todo, talvez seja melhor. Eu não sei como fazer. Eu não sei responder a essa pergunta, com mentes diferentes, interesses diferentes. O que prende a atenção delas? O que as deixa interessadas? Como você os direciona para que fiquem interessados? Uma maneira é forçar: você tem que passar nessa disciplina. Você precisa fazer essa prova. É um modo efetivo, muita gente se forma desse jeito, talvez seja o modo mais eficaz. **Desculpe, mas depois de anos e anos tentando ensinar e tentando vários métodos diferentes, eu realmente não sei como fazer** (in: BBC Horizon - entrevista com Richard Feynman, 1981, grifo nosso).

A forma caótica descrita acima consiste, segundo o autor, em se empregar diversas metodologias de ensino, ora usando a matemática abstrata, ora usando contextualizações históricas. Compreendemos essa maneira de ensinar descrita por Feynman (1981) como o emprego de uma diversidade de registros de representações semióticas como já analisado em Duval (2005; 2009), permitindo aos alunos terem à mão diversas interpretações possíveis sobre o assunto estudado, empregando a conversão destes registros.

Conforme Feynman (1981), mesmo depois de anos tentando ensinar física, confessa não saber como o fazer. Essa constatação mostra, inclusive, que não basta só saber física para ensinar física. A afirmação de Feynman (1981), nos leva a perceber a real dificuldade de ensinar física, bem como a necessidade de se criar uma didatização que possibilite ao estudante o acesso a uma diversidade de registros semióticos para o desenvolvimento de sua aprendizagem, bem como para o desenvolvimento de suas funções psíquicas superiores, em especial a abstração.

No intento de caminhar nessa direção, apresentaremos à frente 20 atividades desenvolvidas com alunos de 9º ano do EF ao 3º ano do EM, sendo as 12 primeiras realizadas em duas escolas privadas da zona sul de São Paulo, no primeiro e segundo semestres de 2015, e as oito últimas em escolas públicas no último semestre de 2017. Nestas atividades exploramos a diversidade de registros de representação semióticas e suas respectivas conversões, como apontado em Duval (2005; 2009), além de avaliarmos o progresso desses estudantes no tocante ao desenvolvimento de suas abstrações em física.

É importante ressaltar a necessidade de mobilidade na aplicação metodológica de uma pesquisa qualitativa, como alerta Triviños (1987, p. 137, grifo nosso), “o processo da pesquisa qualitativa **não admite visões isoladas, parceladas, estanques**. Ela se desenvolve em interação dinâmica retroalimentando-se, reformulando-se constantemente”.

Nesse aspecto, as coletas de dados e suas análises, embora sejam específicas de determinadas atividades desenvolvidas na sala de aula, devem se articular com o todo desenvolvido, o que implica avaliá-las também, no conjunto analisado. Isso resulta em idas e vindas no processo de análise.

4.2. Pesquisa Qualitativa: o Método de Análise de Conteúdo

A análise de conteúdo, conforme retrata Triviños (1987), é tão antiga quanto a própria história do homem e suas tentativas de interpretar fenômenos e qualificar dados, tendo se desenvolvido de forma sistemática e organizando-se como método de investigação ao longo do tempo. O amadurecimento do método, nos seus aspectos teóricos e metodológicos, ocorreu com os estudos de Bardin (1977), conforme nos lembra Triviños (1987):

A obra verdadeiramente notável sobre a análise de conteúdo, onde este método, poder-se-ia dizer, foi configurado em detalhes, não só em relação à

técnica de seu emprego, mas também em seus princípios, em seus conceitos fundamentais, é a de Bardin, *L'analyse de contenu*, publicada em Paris (TRIVIÑOS, 1987, p. 159).

Ao destacar essa obra, Triviños (1987) ressalta que qualquer técnica de análise só produz sentido se articulada com o referencial teórico adotado pelo pesquisador.

Vale frisar o desafio e os riscos implicados em qualquer abordagem metodológica, haja vista a escassez de ferramentas teóricas próprias do campo de investigação em ensino de física, como denunciado por Rezende, Ostermann e Ferraz (2009). Segundo as autoras ressaltam, há necessidade de desenvolvimento de pesquisas teóricas que produzam conhecimento sobre o ensino e aprendizagem de física, para além da simples descrição, conforme alertam “o predomínio de trabalhos de cunho descritivo nestas sistemáticas sugere **a necessidade de fomentar a cultura de pesquisa que de fato leve à produção de conhecimento**” (REZENDE; OSTERMANN; FERRAZ, 2009, p. 1405-6, grifo nosso).

Nessa perspectiva, salientamos que sempre existirão possíveis lacunas no emprego de quaisquer metodologias de análise oriundas de áreas outras que não as do ensino da física. Cientes dessas ressalvas, o método de análise de conteúdo parece razoável dados nossos objetivos, uma vez que permite, por exemplo, tratar a complexidade de analisar os conteúdos das comunicações derivadas do estudo aplicado.

A análise de conteúdo é definida por Bardin (1977) como sendo:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações. Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos; ou, com maior rigor, será um único instrumento marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações (BARDIN, 1977, p. 30).

Segundo Bardin (1977), as etapas que constituem a análise de conteúdo são três, podendo ser sintetizadas como segue:

- 1) A pré-análise: constitui a organização do material. De acordo com Bardin (1977):

É a fase de organização propriamente dita. Corresponde a um período de intuição, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise [...] Geralmente, esta primeira fase possui três missões: **a escolha dos documentos** a serem submetidos a análise, **a formulação das hipóteses e dos objetivos** e **a elaboração de indicadores** que fundamentem a interpretação final (BARDIN, 1977, p. 95, grifo nosso).

- 2) A exploração do material: é uma descrição analítica do material que ocorre mediante operações de codificação, conforme regras que foram formuladas anteriormente. Consistindo, segundo Bardin (1977, p. 101), como uma “fase longa e fastidiosa”.
- 3) O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação: implica a codificação dos dados brutos, do material, visando a uma interpretação do conteúdo.

Em relação à etapa 3 acima citada, Triviños (1987) faz uma ressalva interessante, a de que o pesquisador não se detenha, exclusivamente, no conteúdo dos materiais, isto é, no conteúdo manifesto dos documentos, mas que se aprofunde por reflexões e intuições nas ideologias manifestas, tornando a pesquisa dinâmica ao levar em consideração os aspectos históricos e sociais que os determinam.

Nessa perspectiva, a interpretação dos dados colhidos em uma pesquisa qualitativa não pode ser estanque, ao contrário, deve ser flexível. Segundo o autor, a flexibilização da análise dos dados “permite a passagem constante entre informações que são reunidas e que, em seguida, são interpretadas, para o levantamento de novas hipóteses e nova busca de dados” (TRIVIÑOS, 1987, p. 170).

Seguindo as etapas propostas, daremos início aos pressupostos de Bardin (1977), partindo da organização dos materiais desenvolvidos em nossa pesquisa.

4.3. Materiais: as Atividades Empregadas

Para fins de análise de nossa proposta foram realizadas um total de 20 atividades, as 6 primeiras aplicadas em 2015 e as 14 últimas em 2017, sendo as seis primeiras diagnósticas, e as demais desenvolvidas segundo os critérios de congruência e modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação de Duval (2009). As atividades serão denominadas de atividade 1 (AT1); atividade 2 (AT2); atividade 3 (AT3); e assim por diante, até a atividade 20 (AT20).

A AT1 foi desenvolvida com 50 alunos, com idade média de 14 anos, do 9º EF de uma escola particular da zona sul de São Paulo, buscando compreender se a leitura de um texto

histórico, um gedankenexperiment²⁶ extraído do Diálogo de Galileu Galilei, traduzido por Mariconda (2004) e constante no anexo II, contribuiria para o desenvolvimento da abstração desses alunos e apreensão/entendimento do conceito sobre Movimento Retilíneo Uniforme (MRU).

A AT2, desenvolvida com os mesmos alunos da AT1, em outro momento de aula, tratou de verificar se a inserção de uma variedade maior de registros de representação semiótica (língua materna, tabela, gráfico, expressão algébrica, função e conceito) pôde contribuir para uma melhor compreensão dos conceitos físicos sobre cinemática trabalhados, além de propiciar a inserção da linguagem matemática.

A AT2 (fonte: o autor) foi assim desenvolvida:

Um navio navega com velocidade constante sem flutuações para esquerda ou direita, ou seja, em linha reta, conforme mostra a tabela:

S (m)	0	20	40	60	80	100
t (s)	0	1	2	3	4	5

- 1) Desenhe o gráfico desse movimento.
- 2) Descreva a expressão da velocidade média e calcule a velocidade média do navio a partir da tabela.
- 3) Descreva a expressão da velocidade média e calcule a velocidade média do navio a partir do gráfico.
- 4) Escreva a função horária das posições do navio a partir da tabela.
- 5) Escreva a função horária das posições do navio a partir do gráfico.

²⁶ Um gedankenexperiment é um experimento de pensamento, muito utilizado na filosofia e na física. Sua origem remonta aos gregos antigos e Galileu Galilei utilizou-se muito de experimentos de pensamento para poder apresentar suas teorias. Embora o termo seja creditado à Ernst Mach, foi na realidade cunhado, segundo Caldeira (2009), por Hans Christian Ørsted, por volta de 1812 em latim-alemão (Gedankenexperiment), para em 1820 ser apresentado em alemão (Gedankenversuch), sendo que em 1897 Ernst Mach apresenta um estudo sobre o uso de experiências imaginárias. A utilização de Gedankenexperiments em sala de aula pode contribuir para o desenvolvimento da abstração nos alunos.

É importante ressaltar que a AT2 foi trabalhada levando em consideração a discriminação das unidades significantes a cada registro. Como recorda Duval (2009), a discriminação é a operação que deve anteceder a conversão, buscando trabalhar as variáveis existentes em cada registro. Assim, a leitura e interpretação da tabela, a escrita algébrica a partir da tabela e do gráfico, o cálculo e a escrita da função, foram trabalhados separadamente antes da conversão, seguindo os pressupostos dados por Duval (2009, p. 100), ao alertar que a discriminação “é a condição necessária para toda atividade de conversão e, em seguida, para o desenvolvimento da coordenação dos registros de representação”. Todas as variáveis inerentes a cada registro foram trabalhadas antecipadamente à realização da conversão. Ainda sobre a AT2, torna-se relevante esclarecer que a atividade foi conduzida várias vezes, invertendo-se e mesclando a sequência apresentada, mudando-se um pouco, em cada uma delas, os valores constantes da tabela para evitar cópias de respostas e garantir melhor tratamento de variáveis.

A AT3 até a AT6 foram aplicadas em outra escola particular, também da zona sul da cidade de São Paulo, agora, exclusivamente para estudantes do EM. A AT3 replicou a AT2, só que agora, aplicada a 57 alunos de 1º EM, cursando o 2º trimestre de 2015, com idades médias de 15 anos, após terem passado pelos estudos da Cinemática. Nessa atividade, sentimos a necessidade de avaliar a preferência destes alunos sobre algum tipo de representação semiótica específica que foi trabalhada em sala de aula, a fim de verificar o nível de abstração alcançado nas atividades e comparar essas preferências com a dos alunos partícipes da AT2. Após a aplicação da atividade, realizamos a seguinte pergunta:

1) Neste trimestre estudamos o movimento retilíneo uniforme e o movimento retilíneo uniformemente variado por meio das seguintes linguagens: língua materna; ilustrações; leitura e interpretação de tabelas; leitura, interpretação e construção de gráficos e; escrita de funções horárias dos movimentos retilíneos uniformes e uniformemente variados. Qual (is) dessa (s) linguagem (ns) colaborou mais para o seu aprendizado?

A AT4 (fonte: o autor), foi desenvolvida com 35 alunos de 3º EM, durante o 2º trimestre de 2015, com idades médias de 17 anos. Porém, agora sobre o conceito físico da 1ª lei de Ohm, consistindo nos seguintes problemas:

1) A primeira lei de Ohm pode ser definida pela resistência de um condutor que submetido à razão entre a variação da diferença de potencial e a variação da corrente elétrica se apresente constante. Escreva uma expressão matemática que traduza esse enunciado.

2) Atribua valores a U (V) e a i (A) em uma tabela de tal forma a obter um resistor ôhmico.

3) Construa o gráfico a partir da tabela acima.

4) Verifique a partir do gráfico acima se o resistor é ou não ôhmico.

5) Nessa atividade foram trabalhadas 4 linguagens: língua materna; interpretação/leitura de tabela; construção/leitura de gráfico e; expressão física. Em qual delas, ou quais, mais ajudou você a entender o conceito da 1ª lei de Ohm?

Sobre a AT5 é relevante lembrar que o aprendizado da física, como já discutido, envolve muitas habilidades e competências que necessitam um nível de abstração elevado por parte dos alunos. São muitas exigências de interpretações e compreensões de uma linguagem que necessita trabalhar com símbolos específicos, com leituras textuais de problemas por meio de extração de dados e suas conversões para uma escrita algébrica que leve à solução de problemas de nível mais técnico. Essas exigências extrapolam a simples aplicação de uma expressão matemática.

Dadas essas dificuldades, torna-se necessário investigar como alunos do EM abstraem alguns registros de representação semiótica por meio da análise dos perfis de capacidades cognitivas na Bateria de Provas de Raciocínio (BPR-5) em apenas três perfis de capacidade cognitivas. O raciocínio mecânico, o raciocínio verbal e, o raciocínio abstrato, por serem, a nosso ver, mais propícios aos interesses desta tese.

A BPR-5 foi desenvolvida originalmente por meio da Bateria de Provas de Raciocínio Diferencial (BPRD) construída por Almeida (1986; 1988), a qual originou-se dos Testes de Raciocínio Diferencial de Meuris (1969). A BPR-5 é constituída por cinco subtestes: Raciocínio Abstrato (RA), Raciocínio Verbal (RV), Raciocínio Numérico (RN), Raciocínio Espacial (RE) e Raciocínio Mecânico (RM). A partir de Almeida et al., (2010); Almeida e Primi (2000) e Cruz (2008) os subtestes da BPR-5, são explicados a seguir.

O Raciocínio Espacial (RE): mede a capacidade de visualização, na formação de representações mentais visuais para serem manipuladas e transformadas em novas representações. Segundo Almeida e Primi (2000) e Cruz (2008), a RE se relaciona à capacidade de Processamento Visual (Gv), representando e manipulando imagens mentais, relacionada, dessa forma, com a chamada Inteligência Fluida (Gf). De acordo com Almeida et al. (2010):

A prova de Raciocínio Numérico (RN) avalia a capacidade de raciocinar indutiva e dedutivamente com símbolos numéricos em problemas quantitativos e o conhecimento de operações aritméticas básicas. A par da avaliação da inteligência fluida (Gf), este teste avalia também o conhecimento quantitativo (Gq) do aluno (ALMEIDA et al., 2010, p. 157).

O Raciocínio Numérico (RN), por sua vez, avalia a capacidade de se raciocinar indutivamente e dedutivamente, por meio de símbolos numéricos no interior de problemas quantitativos relacionados a operações matemáticas básicas de aritmética. De acordo com Almeida e Primi (2000) e Cruz (2008), o RN mede tanto a Inteligência Fluida (Gf), quanto o Conhecimento Quantitativo (Gq) do estudante.

O Raciocínio Abstrato (RA), de acordo com Almeida et al. (2010), tem o propósito de avaliar a capacidade de determinar relações abstratas em novos contextos para os quais os conhecimentos prévios são parcos ou inexistentes. Segundo os autores, o RA está “associado à Inteligência Fluida (Gf), que é definida como a capacidade de raciocinar em situações novas, criar conceitos e compreender implicações. Nesta prova, a novidade das tarefas decorre das figuras geométricas diferentes de item para item ao longo do teste” (ALMEIDA et al., 2010, p. 157).

O Raciocínio Verbal (RV) proporciona a avaliação da extensão do vocabulário, bem como o estabelecimento de relações abstratas entre os conceitos verbais trabalhados. De acordo com Almeida e Primi (2000) e Cruz (2008), o RV associa-se com a Inteligência Fluida, embora constitua uma prova de Inteligência Cristalizada, uma vez que exige a utilização de conceitos prévios, como o contexto no qual se constrói a frase descrita na prova de RV. Nesse sentido, aproxima-se mais das representações concretas do que das abstratas.

O Raciocínio Mecânico, segundo Almeida et al. (2010):

Avalia conhecimentos práticos de mecânica e física, adquiridos em experiências cotidianas e práticas. De novo, estamos face a um teste que avalia a inteligência cristalizada (Gc), mas dada a representação gráfica dos itens, é seguro afirmar que também avalia o processamento visual (Gv) e a inteligência fluida (Gf), pois alguma capacidade de relacionamento da informação é exigida (ALMEIDA et al., 2010, p. 157, grifo nosso).

Como se pode observar no anexo III, os 25 testes que compõem o RM tratam, basicamente, de assuntos de Mecânica. Com exceção de um teste sobre espelhos (11) que pertence à Óptica, os demais testes se dividem em assuntos tratados na Mecânica, sendo distribuídos em dinâmica, estática do ponto material e corpo extenso, movimento circular uniforme com transmissão e estática dos fluidos.

A escolha por três das cinco provas se justifica pelos tipos de inteligência²⁷ que medem e das relações que essas provas possuem com o desenvolvimento desta tese. Assim, o RM, estabelece conexões com a física; o RV está associado com a língua materna e o RA estabelece certo vínculo com o processo de abstração que aqui se desenvolve, como função cognitiva superior.

As provas de Raciocínio se dividem em dois formatos, A e B, sendo que aqui utilizaremos o formato B, pois o mesmo se refere a estudantes a partir do EM, como exposto por Almeida et al. (2010):

[...] *Bateria de Provas de Raciocínio (BPR-5) Forma B*: esta bateria da autoria de Almeida e Primi (2000) avalia uma capacidade geral de raciocínio considerando o conteúdo diferente das tarefas: Raciocínio Verbal (RV), Raciocínio Abstrato (RA), Raciocínio Espacial (RE), Raciocínio Numérico (RN) e Raciocínio Mecânico (RM). Cada prova contém entre 20 e 25 itens. **A Forma B é indicada para pessoas com nível de instrução a partir do ensino médio.** A cotação dos resultados consiste no somatório do número de acertos em cada prova. Os indicadores de precisão e de validade dos cinco subtestes, calculados através de métodos diversos, mostram-se adequados à avaliação (ALMEIDA, et al., 2010, p. 158, grifo nosso).

Das cinco provas constituintes da BPR-5, utilizamos apenas a bateria de provas referentes ao RM, ao RV e ao RA, na forma B, por avaliarem as capacidades de raciocínio que julgamos suficientes para que possamos verificar como os alunos de EM participantes de nosso estudo conseguem abstrair e trabalhar com os registros de representação semiótica constituintes dessas baterias de provas. Pelo exposto acima, verifica-se que o RM avalia diversos tipos de inteligência, a inteligência cristalizada, o processamento visual e a inteligência fluida. O RV se associa com a inteligência fluida, mas é uma prova que avalia predominantemente a inteligência cristalizada. E o RA avalia a inteligência fluida. Como o RM avalia e necessita de mais tipos de inteligência, temos um indicativo que ele seja mais difícil para os alunos.

De fato, o estudo exploratório da BPR-5 com alunos universitários, realizado por Almeida et al. (2010), em uma análise dos perfis de capacidade cognitiva feita em mais de 3000 alunos brasileiros e portugueses, realizada por Almeida e Primi (2004) mais o estudo de Primi e Almeida (2000) sobre a validação da BPR-5 em 1243 alunos brasileiros e portugueses desde

²⁷ A Inteligência Cristalizada (Gc), o Processamento Visual (Gv), a Inteligência Fluida (Gf) e outras, constituem tipos de inteligências que podem ser medidas conforme alguns modelos psicológicos, sendo a teoria das capacidades cognitivas de Cattell-Horn-Carroll, ou modelo CHC, a integração de três modelos distintos (MCGREW, 1997), que hoje constitui o modelo mais reconhecido atualmente. A importância desses modelos e medições é superar percepções inatas sobre inteligência, demonstrando que ela é composta de capacidades múltiplas que podem ser estimuladas e desenvolvidas por um processo de escolarização que leve à abstração.

a 6ª série do EF até o 3º EM, só para citar alguns exemplos, comprovam o menor rendimento na prova de RM em todos os estudantes avaliados nesses estudos. Em relação ao número de participantes descritos nos exemplos acima, é importante ressaltar que o número de alunos não prejudica a aplicação da BPR-5, nem sua análise, como visto em Baumgartl e Nascimento (2004), onde a BPR-5 foi aplicada a 57 participantes.

A validação da BPR-5 e seus estudos pode ser verificada em Primi e Almeida (2000), Cruz (2008) e Almeida et al. (2010).

Assim, a AT5 tratou de medir a abstração dos alunos do 1º e 3º EM, mediante a análise de três perfis de capacidade cognitivas da Bateria de Provas de Raciocínio 5 (BPR-5): o Raciocínio Mecânico (RM), constante no anexo III. O Raciocínio Verbal (RV), constante no anexo IV. O Raciocínio Abstrato (RA), constante no anexo V. Essas baterias de testes foram realizadas com 22 alunos do 1º EM, com idades médias de 15 anos, e com 37 alunos do 3º EM, com idades médias de 17 anos, no 3º trimestre de 2015.

A AT6, foi desenvolvida com 35 alunos, com idade média de 17 anos, do 3º EM de 2015, cursando o último trimestre da mesma escola, a respeito da introdução de temas ligados à Física Moderna e Contemporânea (FMC), a partir de um contexto que levasse em consideração a HFS da física, por meio da leitura de três textos escolhidos pelo professor de forma a complementar os estudos de FMC que estava trabalhando com seus alunos:

Texto 1) *As Interpretações da Mecânica Quântica* de Pessoa Junior (2008); texto selecionado por tratar-se de uma divulgação científica, contendo, portanto, uma linguagem mais acessível aos alunos, e mais próxima de entendimento que um texto técnico sobre o tema.

Texto 2) *Introdução Histórica à Teoria Quântica, aos seus problemas de fundamento e às suas interpretações* de Pessoa Junior (2006a); escolhido por envolver temas relacionados aos fundamentos filosóficos da teoria quântica que estavam sendo estudados com os alunos e apresentar figuras e tabelas como registros de representação semiótica preferíveis destes estudantes, como foi verificado nas atividades 3 e 4.

Texto 3) *As raízes da complementaridade* de Holton (1984), o qual foi selecionado por tratar de questões históricas, filosóficas e sociais, a respeito do conceito de complementaridade da Mecânica Quântica, consistindo em uma leitura abrangente envolvendo esses aspectos da HFS da física.

Nessa perspectiva, a AT6 concebeu o registro de língua natural, com enfoque nos conceitos físicos de FMC, sendo, em seguida, introduzidos novos registros ligados aos conceitos físicos estudados, bem como o tratamento específico a cada registro e, conseqüentemente, realizada a conversão entre os registros.

Após os trabalhos com esses alunos, realizamos uma série de questões (anexo VI) que demonstram os conceitos trabalhados em ambos registros de representação semiótica, sendo que essas questões compunham a avaliação trimestral de física daqueles alunos.

Os testes foram selecionados por meio da busca sobre os temas de FMC presentes nos vestibulares nacionais e, de preferência, mais atuais, os quais podem ser visualizados no anexo VI. Lembramos que os conteúdos de FMC eram obrigatórios como conteúdo curricular para aquele trimestre da série estudada.

Para a busca das questões, foi utilizada a ferramenta GPS do professor, software pago pela escola com objetivo de contribuir na escolha e seleção de questões de vestibulares do país. Nessa ferramenta, buscou-se o tema de FMC, sendo selecionadas questões que continham conteúdos trabalhados com os alunos. As questões abertas, anexo VI, foram elaboradas pelo professor de física, tendo em vista as leituras desenvolvidas e as aulas sobre FMC trabalhadas com os estudantes. A tabela 8 ilustra as aulas dadas com esse enfoque e os conteúdos abordados.

Tabela 8: conteúdos e estratégias das aulas sobre FMC.

AULA	CONTEÚDOS ABORDADOS	ESTRATÉGIAS
1 ^a	Teoria Quântica; fenômeno da interferência na dupla fenda de Young para luz e elétrons; dualidade onda-partícula.	Aula expositiva; vídeo sobre dupla fenda e simulador ²⁸
2 ^a	Experimentos da dupla fenda e efeito fotoelétrico.	Aula expositiva; simulador ²⁹
3 ^a	Partículas elementares.	Aula expositiva; vídeo ³⁰
4 ^a	Dualidade da matéria com a hipótese de De Broglie.	Aula expositiva
5 ^a	Átomo de hidrogênio e modelos atômicos.	Simulador ³¹
6 ^a	Princípio da Incerteza de Heisenberg.	Aula expositiva
7 ^a	Energia cinética do fóton e função trabalho.	Aula expositiva
8 ^a	Complementaridade.	Leitura Holton (1984) e debate
9 ^a	5º Congresso de Solvay.	Aula expositiva e discussão
10 ^a	Visão epistemológica e ontológica da física quântica.	Leitura: Pessoa Junior (2006a; 2008) e debate.

Fonte: o autor

²⁸ O vídeo utilizado youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=HZDR45m8AdY>. Acesso em 22 de out. 2015
O simulador utilizado trata da interferência quântica, presente no site do Phet Colorado, disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/quantum-wave-interference. Acesso em 22 de out. 2015.

²⁹ Efeito fotoelétrico: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/photoelectric. Acesso em 22 out. 2015.

³⁰ Vídeo disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2pfEwQq4pzE>. Acesso em 22 de out. 2015.

³¹ Modelos atômicos: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/hydrogen-atom. Acesso em 22 out. 2015.

Tendo-se em consideração que a HFS da física representa um registro de representação semiótica, a saber, da língua natural, cujos textos possuem conceitos físicos, é possível desenvolver as atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas às semioses (formação, tratamento e conversão) por meio destas leituras, uma vez que, conforme Duval (2009), a língua natural, em seu plano discursivo é um registro de representação semiótica.

Essa proposição parece razoável, primeiro, pelo exposto até o momento há uma preferência por parte dos alunos em se trabalhar, inicialmente, com registros de representação semióticas ligados à língua natural, em segundo, essa contextualização traz sentido ao ensino da física mais matematizado que deve aparecer, a nosso ver, após essa primeira formação. Assim, um ensino de física que contemple esses eixos norteadores de HFS pode fornecer subsídios didáticos aos alunos para que o professor possa inserir mais registros de representação semiótica, como ilustrações, símbolos, expressões algébricas, gráficos, tabelas, efetuando as devidas conversões entre os registros da língua materna constituída na HFS aos demais registros, garantindo o aprendizado da física por meio dessa variedade de registros de representação semiótica.

Segundo Matthews (1995): **“paulatinamente, se reconhece que a história, a filosofia e a sociologia da ciência contribuem para uma compreensão maior, mais rica e mais abrangente das questões neles formuladas”** (MATTHEWS, 1995, p. 165-166, grifo nosso). Para esse autor é necessária a introdução de cursos sobre HFS das ciências nos cursos de formação de professores para que toda essa rica diversidade possa algum dia chegar nas salas de aula de EM. Torna-se evidente que as vantagens em se utilizar da HFS da física em seu ensino podem contribuir, e muito, para entender o porquê e para que aprender física na escola. Nosso interesse é o de investigar e avaliar se a HFS, contida em textos com conceitos físicos, para que possa ser trabalhada didaticamente como um registro de representação semiótica.

Nesse aspecto, esse registro pode corroborar para desenvolver a abstração nos alunos, pois a aparente dificuldade no desenvolvimento das funções psíquicas superiores (VYGOTSKY, 2008) ou, o do estágio operatório formal de Piaget (1970; 1977) que, lembramos, não foi constatado em muitos adultos, conforme Chiapetta (1976), torna-se um grande obstáculo ao aprendizado dos símbolos e operações simbólicas próprias da física. Nesse contexto a HFS pode fornecer elementos textuais, como os estudados em Lima e Ricardo (2015b) que, se trabalhados pelo professor adequadamente como registros de representação semiótica, podem desenvolver uma compreensão para outros registros introduzidos na sequência didática do aprendizado.

É relevante ressaltar que a nossa compreensão sobre a HFS não se resume a simples ilustração, com intenções motivacionais para introdução aos conteúdos científicos da física, mas sim como a base para o aprendizado da física. Tal concepção pode encontrar respaldos em Martins (2007), ao alertar sobre os problemas inerentes ao estudo e utilização da história e filosofia da ciência (HFC), segundo o autor: “Se a HFC é – quase – uma unanimidade, porque não a vemos contemplada nas salas de aula do ensino médio e em livros didáticos? A resposta é, certamente, simples: não é fácil fazer” (MARTINS, 2007, p. 127).

Uma outra observação importante sobre o uso da HFS é a de que não existe ainda, apesar do consenso sobre sua importância, um material didático sólido que sirva de base para o ensino da física. Nesse aspecto, Pessoa Junior (1996) afirma que o uso da HFS pode “trazer gratas surpresas” (PESSOA JUNIOR, 1996, p. 4), mas lembra-nos que não existe, ainda, um conjunto de textos que esteja acessível aos professores para que possam ser utilizados adequadamente, com esse propósito, no ensino da física. Passados mais de vinte anos do alerta de Pessoa Junior (1996), a constatação é a mesma, ainda inexistente um material didático desenvolvido e articulado com os conteúdos da física, para ser utilizado em salas de aula de EM com os estudantes, a despeito de todas as pesquisas realizadas nessa área sobre esse tema, desde então. É claro que a colocação do autor acima refere-se a livros didáticos de ensino de física, uma vez que existem muitos livros paradidáticos que contemplam a HFS. Entretanto, um livro didático, que contemple a HFS juntamente com os demais conteúdos da física escolar é um desafio.

Dadas essas circunstâncias, bem como a importante contribuição de um ensino de física pautado na HFS, podemos levantar a seguinte proposição, para uma descrição analítica e posterior tratamento de resultados colhidos na AT6: A HFS é um registro de representação semiótica ligado à língua natural e que pode ser utilizado como tal para o desenvolvimento da abstração sobre conceitos da FMC, contribuindo para o ensino e aprendizagem da física.

As atividades realizadas, AT1, AT2, AT3, AT4 e AT6, tem por objetivo diagnosticar o desenvolvimento da abstração por parte dos estudantes, ao trabalharem com a diversidade de registros de representação semiótica apresentada, buscando a conversão destes registros entre si, além de analisar a língua materna, ou natural, como registro semiótico primeiro. A AT5 objetivou, especificamente, a medição da abstração presente nos estudantes por meio da BPR-5, com o intuito de diagnosticar e averiguar se a abstração física, por meio do teste RM, possui maior ou menor grau de dificuldade em relação as outras abstrações avaliadas, a saber o RV e o RA.

É importante ressaltar que apenas a AT5 foi realizada individualmente pelos alunos, dada sua característica específica. As demais atividades foram realizadas, em um primeiro momento, individualmente, sendo que, após aferidas as respostas, o professor permitiu que os alunos se agrupassem entre si, colocando em cada grupo um aluno que se mostrou mais capacitado, ou seja, que tivesse acertado e compreendido bem as atividades realizadas. Com isso a ZDP (VYGOTSKY, 2008) foi o ambiente de trabalho, permitindo que a interação social reduzisse a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial. Após essa mediação, a compreensão das atividades e sua consecução aumentaram o nível de acertos.

As atividades AT7 até AT20 consistiram em trabalhar alguns problemas canônicos da física do EM, sua solução canônica e a contribuição da teoria das representações semióticas sobre esses problemas no desenvolvimento da abstração dos estudantes e sua capacidade de solucionar esses problemas e outros similares a níveis de generalização em outros problemas. A justificativa destas demais atividades encontra-se respaldada em Duval (2009), ao afirmar que “o que interessa de maneira mais prática aos que ensinam Matemáticas e aos formadores dos que ensinam são ferramentas que permitem analisar os trâmites matemáticos no quadro de resolução de problemas” (DUVAL, 2009, p. 10).

No mesmo contexto, embora haja toda uma série de desafios, o que interessa, principalmente, aos professores de física, e aos formadores de professores de física, são instrumentalizações. Isto é, ferramentas didáticas que garantam a análise e encaminhamento de soluções de problemas presentes diariamente no chão da sala de aula, os problemas de livros-textos e problemas de vestibular trabalhados mediante giz e lousa e apresentados aos alunos.

Assim, essas atividades foram aplicadas da seguinte maneira: as atividades AT7 até AT14 foram trabalhadas em uma turma de 3º ano, composta por 28 alunos, da mesma escola das atividades de EM anteriores, durante o 2º semestre de 2017, que já haviam tido todo o conteúdo de física do EM e estavam tendo revisões de toda a física estudada no EM como preparo aos vestibulares de final de ano. As atividades AT15 até a AT20 foram aplicadas em escolas públicas, sendo as atividades AT15 e AT16, aplicadas em uma turma de 3º EM, com 20 alunos do período noturno em uma escola pública estadual da zona norte de São Paulo. A AT17 foi aplicada em cinco turmas de 1º EM, 1º A até 1º E, do período noturno de uma escola pública estadual da zona leste de São Paulo, contendo entre 18 e 20 alunos presentes em cada uma. E as atividades AT18 até AT20 em um Instituto Federal (IF) de São Paulo com 33 alunos de 2º EM na AT18 e uma turma de 1º EM com 35 alunos matriculados na AT19 e AT20.

É importante chamar a atenção para dois detalhes, o primeiro dado pela extensão do tempo, de 2015 até 2017 entre as primeiras atividades para estas últimas que ocorreu por necessidade de maturação do desenvolvimento metodológico aqui apresentado, o segundo, pelo fato de que alunos faltam às aulas, o que implica, as vezes, uma quantidade de alunos menor que o matriculado na realização das tarefas. Dadas as ressalvas, as atividades trabalhadas constam abaixo.

AT7 - (Fonte: o autor) – Considere um navio que, ao partir do repouso, mantenha uma velocidade de cruzeiro de 20 nós. Descreva o gráfico do espaço em função do tempo, em unidades do SI, para esse navio. Adote $1 \text{ nó} \cong 0,5 \text{ m/s}$.

AT8 – (Fonte: o autor) - O movimento de um corpo é descrito pela função $S = 20 - 2t + 3t^2$, sabendo-se que essa é a função horária das posições do movimento retilíneo uniformemente variado descrita por $S = S_0 + v_0t + \frac{a \cdot t^2}{2}$, determine a posição S (em metros) desse corpo após 10s.

AT9 – (UPE) - Sejam os blocos P e Q de massas m e M , respectivamente, ilustrados na figura a seguir. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é μ , entretanto não existe atrito entre o bloco Q e a superfície A. Considere g a aceleração da gravidade.

A expressão que representa o menor valor do módulo da força horizontal F , para que o bloco P não caia, é:

a) $\frac{mg}{\mu} \left(\frac{M+m}{M+2M} \right)$ b) $\frac{mg}{M\mu} (M + m)$ c) $\frac{mM}{\mu} \left(\frac{g}{M+m} \right)$ d) $\frac{Mg}{m\mu} \left(\frac{1}{M+m} \right)$ e) $\frac{mg}{\mu}$

AT10 – (UEL) - O homem utiliza o fogo para moldar os mais diversos utensílios. Por exemplo, um forno é essencial para o trabalho do ferreiro na confecção de ferraduras. Para isso, o ferro é aquecido até que se torne moldável. Considerando que a massa de ferro empregada na confecção de uma ferradura é de 0,5 kg, que a temperatura em que o ferro se torna moldável é de 520°C e que o calor específico do ferro vale $0,1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, assinale a alternativa que fornece

a quantidade de calor, em calorias, a ser cedida a essa massa de ferro para que possa ser trabalhada pelo ferreiro. Dado: temperatura inicial da ferradura: 20°C .

- a) 25 b) 250 c) 2500 d) 25000 e) 250000

AT11 – (UNIFESP) - O eletrocardiograma é um dos exames mais comuns da prática cardiológica. Criado no início do século XX, é utilizado para analisar o funcionamento do coração em função das correntes elétricas que nele circulam. Uma pena ou caneta registra a atividade elétrica do coração, movimentando-se transversalmente ao movimento de uma fita de papel milimetrado, que se desloca em movimento uniforme com velocidade de 25 mm/s . A figura mostra parte de uma fita de um eletrocardiograma.

Sabendo-se que a cada pico maior está associada uma contração do coração, a frequência cardíaca dessa pessoa, em batimentos por minuto, é:

- a) 60. b) 75. c) 80. d) 95. e) 100.

AT12 – (Fonte: Tipler, volume 2) - A carga $q_1 = +25\text{ nC}$ está na origem, a carga $q_2 = -15\text{ nC}$ está no eixo em $x = 2,0\text{ m}$ e a carga $q_0 = +20\text{ nC}$ está no ponto $x = 2,0\text{ m}$, $y = 2,0\text{ m}$. Determine a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica resultante em q_0 .

AT13 – (UFG) - A figura mostra um pessoa com massa de 60 kg que desliza, sem atrito, do alto de um tobogã de $7,2\text{ m}$ de altura (ponto A), acoplando-se a um carrinho com massa de 120 kg , que se encontra em repouso no ponto B. A partir desse instante, a pessoa e o carrinho movem-se juntos na água, até parar. Considere que a força de atrito entre o carrinho e a água é constante, e o coeficiente de atrito dinâmico é $0,10$. A aceleração gravitacional local é 10 m/s^2 .

- a) Calcule a velocidade da pessoa ao atingir o ponto B.

b) Calcule a velocidade do conjunto pessoa-carrinho, imediatamente após o acoplamento.

c) Calcule a distância percorrida na água pelo conjunto pessoa-carrinho, até parar.

AT14 – (UNESP) - Um projétil de 20 gramas, com velocidade de 240 m/s, atinge o tronco de uma árvore e nele penetra uma certa distância até parar.

a) Determine a energia cinética E_c do projétil antes de colidir com o tronco e o trabalho T realizado sobre o projétil na sua trajetória no interior do tronco, até parar.

b) Sabendo que o projétil penetrou 18 cm no tronco da árvore, determine o valor médio F_m da força de resistência que o tronco ofereceu à penetração do projétil.

AT15 – (Mackenzie – adaptado) - Seja uma carga $Q = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ no vácuo distando 40 cm de um ponto M e 50 cm de um ponto N. Calcule os potenciais no ponto M e N. Dado: $K = 9,0 \cdot 10^{-9} \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

AT16 – (Mackenzie - adaptado) - Três cargas puntiformes, $Q_1 = - 8,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = + 15 \mu\text{C}$ e $Q_3 = -9 \mu\text{C}$ estão distribuídas nos vértices de um retângulo. A carga Q_1 está afastada 3 cm da carga Q_2 que encontra-se afastada 4 cm da carga Q_3 . Calcule o valor do potencial elétrico no vértice do retângulo sem carga elétrica, que chamaremos de ponto A.

AT17 – (Fonte: o autor) - Considere um astronauta de massa 80 kg segurando um corpo de 800 g no espaço. Inicialmente o astronauta está em repouso e depois joga o corpo para frente com velocidade de 54 km/h. Calcule a velocidade de recuo do astronauta. Dados: $\vec{Q}_f = \vec{Q}_i$.

AT18 – (Fonte: Paraná, v. único - adaptado) - Uma força de intensidade 2 N é aplicada em um pino de 1mm^2 de área perpendicular a uma superfície. Calcule a pressão, em N/m^2 , que o pino exerce sobre a superfície. Dado: $P_{\text{atm}} = 10^{+5} \text{ N/m}^2$. Justifique a resposta.

AT19 – (Fonte: Paraná, v. único - adaptado) - O gráfico abaixo indica as transformações sofridas por um gás em um sistema termodinâmico. Calcule o trabalho realizado em cada uma das transformações (AB, BC) e o total do trabalho realizado pelas transformações.

AT20 – (PUC-SP) - O gráfico pressão (P) x volume (V) representa as transformações AB e BC experimentadas por um gás ideal:

Qual o trabalho mecânico realizado pelo gás durante a expansão de A até C? Dê a resposta em joules.

A fim de se verificar a contribuição destas atividades, o capítulo seguinte irá tratar dos próximos pressupostos de Bardin (1977), a exploração do material e o tratamento dos resultados, buscando estabelecer algumas estratégias didáticas que possam ajudar no desenvolvimento da abstração nos estudantes.

CAPÍTULO 5 – A ABSTRAÇÃO NO ENSINO E APREDIZAGEM DA FÍSICA

5.1. A Física Ensinada por meio da Leitura

É importante lembrar que a língua materna representa um dos primeiros contatos que temos com qualquer conhecimento, constituindo-se como o sistema semiótico natural (DUVAL, 2009) a qualquer apreensão de um objeto. Assim, o papel da leitura constitui-se como um importante meio e uma sólida ferramenta pedagógica ao ensino da física. Diversos estudos apontam para esse potencial, como os trabalhos apresentados na revisão bibliográfica de Lima e Ricardo (2015b).

Dada a importância da leitura para o ensino da física verificamos na AT1 que a escolha do gedankenexperiment leva a uma possível proposição: a leitura como representação semiótica natural, por meio da língua materna, contribui para abstração do conceito de MRU.

A fim de verificarmos essa hipótese, após a leitura do texto (anexo II), foi solicitado aos alunos a seguinte tarefa: da sua leitura atenta do texto reescreva, em seu caderno, esse gedankenexperiment utilizando exemplos mais atuais, do seu cotidiano e vivência pessoal, baseando-os no princípio físico abordado no texto.

A seguir, apresentamos algumas transcrições literais dos alunos sobre essa atividade, sendo identificados por números, conforme constava na lista de chamadas da sala de aula. Optamos pela transcrição, ao invés da imagem das tarefas, a fim de facilitar a leitura, dado que algumas grafias são de difícil compreensão. Adotamos do número 01 ao 27 os alunos do 9º A e do 28 ao 50 do 9º B. Alguns realizaram desenhos que também constam na transcrição. Como essa primeira atividade tinha por finalidade uma análise diagnóstica, não detectamos a necessidade de transcrever todas as 50 falas dos alunos, por isso, apresentamos uma amostra significativa da atividade que comporta nosso objetivo.

Transcrições das atividade da leitura, anexo II, *O navio de Galileu*, in: (MARICONDA, 2004, p. 268-269).

Transcrição AT1 do aluno 01:

Quando estou indo de carro com a minha família para a casa da minha avó, meu pai dirige por uma rua reta, sem buracos nem lombadas em velocidade constante. Enquanto isso, eu, dentro do carro em movimento, bebo água de uma garrafa sem deixar derramar e, sem me engasgar ou fazer mais esforço do que quando bebo água parada, sentada no sofá. Isso só é possível pois eu estou na mesma velocidade constante que o carro e, assim, não sinto mover ou andar, em relação a mim, o carro está em repouso (ALUNO 01).

Da transcrição do aluno 01 verificamos que houve compreensão da necessidade do movimento ser retilíneo e uniforme, como observado no fato da direção do veículo ser realizada em uma rua reta, sem buracos ou lombadas, o que acarretaria um movimento curvilíneo, além do aluno ter expresso a necessidade de velocidade constante. Os análogos à leitura do anexo II estão presentes nos exemplos fornecidos, como o fato de beber água sem que essa sofra um movimento contrário ao do veículo, o que se verifica nos fenômenos descritos por Galileu no anexo II, onde o carro, assim como o navio, parecem estar em repouso, apesar do movimento.

Transcrição AT1 do aluno 06:

Vamos supor que há um trem com três vagões. No primeiro vagão encontra-se um cachorro brincando e correndo com seu dono. No segundo vagão encontram-se um grupo de crianças jogando bola. Finalmente no terceiro vagão encontram-se duas pessoas jogando arco e flecha. Tanto o trem esteja parado ou andando, não vai fazer a mínima diferença para os que estiverem dentro e não reconheceriam se está em movimento ou não. O cachorro não iria demorar mais tempo para chegar ao seu dono; as crianças não iriam se cansar; e a flecha não iria demorar mais para chegar ao alvo. Pois todas essas coisas estão na mesma velocidade que o trem (ALUNO 06).

Nessa transcrição, o aluno 06 cita alguns exemplos que empregam o conceito físico presente no texto do anexo II, como os movimentos do cachorro, das crianças jogando bola e das pessoas jogando arco e flecha, concluindo que não faz diferença o trem estar em movimento ou repouso, uma vez que não se percebe o movimento quando se faz parte do mesmo sistema mecânico, como descrito no texto “não reconheceréis uma mínima mudança em todos os mencionados efeitos, nem de nenhum deles podereis compreender se o navio caminha ou está parado” (MARICONDA, 2004, p. 268).

Transcrição AT1 do aluno 07:

Se eu estou no assento de um avião, comendo, e o avião está na sua velocidade máxima, se eu não olhar pela janela, não tem como saber se o avião está em repouso ou em movimento, pois sua velocidade não afeta o que eu estou fazendo (ALUNO 07).

Observa-se que o aluno 07 utiliza um exemplo mais atual, como o avião, para descrever o gedankenexperiment do anexo II, inclusive esse registro semiótico imagético aponta para o fato da impossibilidade de se afirmar o movimento do avião e dos passageiros, a não ser que alguém olhasse pela janela. Os fenômenos descritos no anexo II foram substituídos por pessoas comendo dentro do avião, sem perceber o movimento deste. Apesar da imagem não mostrar claramente, o aluno 07 explicou em sala de aula que na terceira e quarta janela da direita para esquerda quis representar, respectivamente, uma pessoa fazendo uma refeição e outra comendo um pacote de salgados sem sentir o movimento do avião.

Transcrição AT1 do aluno 23:

Dentro de um ônibus de turismo, estava indo em direção a uma cidade em uma velocidade média de 100 km/h. As malas no compartimento superior apenas chacoalhavam, no banheiro havia uma goteira com um balde embaixo e outra menina sentada jogava peteca. Certo momento uma mala se desprende do compartimento e cai exatamente na reta em que estava, fui ao banheiro passando pela menina e ela jogava e pegava a peteca na maior facilidade e no banheiro as goteiras pingavam exatamente dentro do balde. Tudo isso aconteceu, pois, esses objetos estavam na mesma velocidade do ônibus e não sofreram alteração de vento ou algo do tipo (ALUNO 23).

Identifica-se que o aluno 23 utilizou análogos ao texto do anexo II, substituindo o navio por um ônibus e os fenômenos descritos no texto, como o balde que versa água em outro recipiente de boca estreita e o arremesso de um objeto a um amigo, pelos fenômenos do movimento da peteca e dos pingos no banheiro que não sofrem alterações pelo movimento do ônibus, uma vez que o movimento deste é retilíneo e uniforme. Da mesma forma que Galileu descreve os fenômenos dentro da cabine de um navio, o aluno 23 descreve outros fenômenos dentro do ônibus para que não haja alterações causadas pelo vento.

Transcrição AT1 do aluno 32:

Um gedankenexperiment utilizando exemplos mais atuais pode ser dentro de um “ônibus-festa”, ônibus que fazem festa dentro dele. Nesse ônibus, parado, toco música, serve-se comida, dança-se e bebe-se muito. Quanto o ônibus começa a andar ainda continuamos comendo, dançando, o som da música não muda, não caímos enquanto estamos em pé e ainda conseguimos beber e fazer outras coisas. E a razão disso tudo é ser o movimento do ônibus comum a todas as coisas contidas nele (ALUNO 32).

Da mesma forma que a transcrição anterior, o aluno 32 utiliza-se de um ônibus, onde os fenômenos descritos do anexo II são substituídos por pessoas que realizam uma festa dentro do ônibus que, em movimento, não altera as ações dos passageiros, uma vez que o movimento do ônibus é o mesmo de todas as coisas que estão dentro dele, o que sugere o fato de que não se percebe o movimento quando pertencemos ao mesmo sistema mecânico que se movimenta.

Transcrição AT1 do aluno 34:

Em um caminhão baú fechado e parado há duas pessoas pulando num trampolim, duas calopsitas voando e uma pessoa jogando uma bolinha para outra. O caminhão atinge a velocidade constante de 100 km/h, em uma linha reta, e as pessoas e os pássaros continuam a fazer as mesmas coisas sem alteração (ALUNO 34).

Os fenômenos descritos no anexo II, tais como os animaizinhos voadores, pessoa que pula com pés juntos e cai no mesmo lugar de onde saltou e o arremesso de um objeto a um amigo, bem como a necessidade da cabine do navio ser fechada, são evidenciados pelo aluno 34, que consegue apresentar exemplos inerentes ao texto e observar o conceito do movimento retilíneo uniforme, por meio da necessidade do caminhão estar em linha reta e com velocidade constante.

Transcrição AT1 do aluno 42:

Eu, minha mãe, meu pai e minha irmã estávamos no carro indo para Florianópolis, com uma velocidade média de 70 km/h. No caminho, minha irmã joga uma bolinha para o alto, a bolinha quase encosta no teto, e cai de volta na mão dela. Ainda em movimento, meu pai acende um cigarro, e antes dele abrir a janela, a fumaça sobe para o teto do carro, sem se espalhar. Tudo isso acontece pois os dois estão no mesmo movimento constante (ALUNO 42).

Como se pode observar, a necessidade da cabine do navio ser fechada e o fenômeno descrito no texto do anexo II como o acender da lágrima de incenso, cuja fumaça sobe até o teto da cabine do navio e ali forma uma pequena nuvem é substituído pelo aluno 42 pela fumaça de um cigarro, bem como o arremesso de objeto que cai no mesmo lugar de onde foi arremessado sem alterações em relação ao chão. Essas exemplificações são justificadas pelo aluno 42 dado o fato da velocidade do carro ser constante, como ocorreu com o navio.

Transcrição AT1 do aluno 50:

“Quando estamos em um avião podemos arremessar um objeto para qualquer sentido (frente, trás, lado esquerdo e lado direito) sem dificuldade nenhuma pois você está na velocidade constante do avião” (ALUNO 50).

O aluno 50 evidencia, como no navio do anexo II, a necessidade do avião ter um movimento constante, “sempre que o movimento seja uniforme e não flutuante de cá para lá não reconheceréis uma mínima mudança em todos os mencionados efeitos, nem de nenhum deles podereis compreender se o navio caminha ou está parado” (MARICONDA, 2004, p. 268), o que ele representa com os fenômenos de arremesso para qualquer sentido, uma vez que a velocidade do avião é a mesma dos corpos dentro dele.

Das transcrições acima, podemos interpretar que os alunos compreenderam o conceito solicitado por meio da conversão semiótica da leitura para o conceito físico, embora o registro tenha sido o mesmo, isto é, o registro da língua natural para o conceito físico de MRU, também em língua natural. Dos 50 alunos, um total de 38 alunos conseguiram, por meio da metodologia empregada, que tratou da leitura do texto histórico de Galileu (anexo II), abstrair o conceito de MRU, inclusive citando exemplos mais atuais, o que representa uma taxa de sucesso de 76% na realização da AT1. A alta taxa de acertos constatada nessa atividade foi fruto da formação dos registros, seu tratamento e, conseqüentemente, sua conversão dentro de um mesmo registro de representação semiótica, ou seja, a língua natural. Dado esse fato, a discriminação das unidades significantes foi facilitada para a coordenação, mobilidade e correspondência entre os registros.

Ao se observar a leitura do anexo II, encontra-se o conceito de MRU na seguinte passagem: “faça mover o navio com quanta velocidade desejardes porque (sempre que o movimento seja uniforme e não flutuante de cá para lá) não reconhecereis uma mínima mudança em todos os mencionados efeitos, nem de nenhum deles podereis compreender se o navio caminha ou está parado” (MARICONDA, 2004, p. 268). Essa passagem foi interpretada e entendida pela maioria dos alunos, pois a tarefa solicitada e o problema empregado possuem os três critérios necessários a um fenômeno de congruência - correspondência semântica, univocidade semântica terminal e organização das unidades significantes - levando-os à compreensão integrativa (DUVAL, 2009).

Ressalta-se que alguns alunos, como os 07 e 23, usaram registros por meio de figuras para consolidar seu entendimento sobre o conceito de MRU, o que pode significar determinada necessidade concreta de representações imagéticas, não conseguindo se manter na abstração do mesmo registro, a escrita em língua natural. Tal verificação pode ser influência da idade dos estudantes. Lembremos que, segundo Vygotsky (2008) a abstração não está consolidada nesta faixa etária.

Apenas 12 alunos não conseguiram atingir a proposta, esquecendo-se que o movimento deve ter velocidade constante, ou ser realizado em linha reta, como a resposta dada pelo aluno 17 ao escrever: “estava no trem quando jogo a caneta para cima e ao invés de ela ir para trás ela cai na minha mão, porque a caneta e eu estamos na mesma velocidade que o trem” (ALUNO 17). Nessa resposta, faltou dizer que o movimento era em linha reta. O mesmo ocorre com o aluno 16: “quando você está correndo com uma banana na mão e joga para cima, ela cai em sua mão novamente” (ALUNO 16). Aqui, há certa confusão com a descrição do movimento, pois correr indica variação de velocidade, portanto, não condiz com o movimento solicitado.

Como se pode verificar, a hipótese lançada se confirmou para a maioria dos estudantes, portanto, a leitura, enquanto um registro de representação semiótica dado pela língua materna, contribui para abstração do conceito de MRU com um alto índice de acertos. Os erros cometidos pelos 12 alunos restantes foram superados após a atividade envolvendo a ZDP em sala de aula.

Dado que nosso objetivo com o 9º ano era apenas para comparação e análise preliminar diagnóstica, consideramos que a atividade foi fecunda, a tabela 9 resume essa constatação, apontando os erros cometidos pela minoria dos alunos que não cumpriram a tarefa proposta.

Tabela 9: análise das respostas dos alunos à leitura (anexo II).

Aluno	Análise
03.	Fugiu ao tema proposto.
16-17-18-20-24-35-36-43.	Não citam a necessidade do movimento ser reto e a velocidade ser constante.
31.	Confunde o MRU com MRUV, citando aceleração.
47.	Trata apenas do referencial, sem mencionar o MRU.
48.	Confunde MRU com trajetória, cita apenas velocidade constante sem citar a necessidade do movimento ser realizado em trajetória retilínea, e conclui o inverso do que relata.
Os demais 38 alunos.	Demonstraram compreender o conceito constante na leitura.

Fonte: o autor.

No tópico seguinte, iremos verificar as soluções desses alunos diante de uma variedade maior de representações para além da língua natural.

5.2. A Inserção de Variedades de Registros de Representação Semiótica

Dado que a atividade anterior ocorreu na passagem de um registro de representação semiótica para um mesmo registro, devemos averiguar na próxima atividade o que ocorre quando um problema é inserido com uma variedade maior de registros de representação semiótica, como símbolos, expressões algébricas e gráficos. Nesse sentido, é necessário retomar Duval (2009), principalmente, no que diz respeito à importância da utilização de sistemas de expressão e representação. Segundo o autor, essa relevância “ultrapassa largamente o domínio das matemáticas e sua aprendizagem. **Ela trata, na realidade, da própria natureza do funcionamento cognitivo do pensamento humano**” (DUVAL, 2009, p. 13-14, grifo nosso). Da mesma forma, Vygotsky (2008) compreende que a aquisição de um sistema de símbolos, em nosso caso, símbolos próprios da física, possibilita a interpretação de modelos, o que colabora para o desenvolvimento da abstração, que é tão árduo para os estudantes, e contribui

para a aprendizagem da física. Para Vygotsky (2008), é a partir da interiorização dos símbolos e signos, os quais são externos, que ocorre o desenvolvimento cognitivo humano, por meio das ferramentas psíquicas superiores, a atenção deliberada, a memória lógica e a abstração. Desse processo decorre, conseqüentemente, a aprendizagem dos conceitos físicos.

A tabela 10 ilustra os baixos índices de acertos dos alunos na AT2, aplicada, inicialmente, sem nenhuma intervenção.

Tabela 10: Índice de acertos sobre a AT2.

AT2	ACERTOS
1. Tabela → Gráfico	38 alunos → 76%
2. Tabela → Escrita Algébrica	12 alunos → 24%
3. Gráfico → Escrita Algébrica	05 alunos → 10%
4. Tabela → Função	05 alunos → 10%
5. Gráfico → Função	03 alunos → 6%

Fonte: o autor.

Como visto, as conversões que exigem mudança de registro para outra representação diferente daquela de origem são extremamente difíceis aos alunos, apoiando o já visto em Duval (2009). Ou seja, o fenômeno de não-congruência se acentua e os fracassos nas atividades cognitivas de conversão são evidenciadas pelo baixo índice de acertos.

A hipótese que se estabelece nesse contexto diz respeito à necessidade, ou não, de uma variedade de sistemas semióticos de representação sobre as operações e resoluções de problemas físicos, buscando a discriminação das unidades significantes para que ocorra o desenvolvimento das atividades cognitivas fundamentais, isto é, as funções psíquicas superiores, em especial a abstração.

Nesse contexto, após a intervenção do professor, cada registro foi trabalhado isoladamente, buscando sua formação e tratamento, para depois seguir à conversão dos registros. A discriminação das unidades significantes foi essencial para o aumento da taxa de sucesso nas conversões solicitadas. Assim, os itens da AT2 foram discriminados como segue, incluindo o item 1 que não apresentou muitas dificuldades para sua conversão.

- 1) Desenhe um sistema de coordenadas para os dados da tabela, sendo que o eixo horizontal, da esquerda para direita, corresponda aos tempos da tabela também da esquerda para direita, e o eixo vertical, de baixo para cima, corresponda aos espaços da

tabela da esquerda para direita. Em seguida, ligue os pares ordenados, respectivamente, dos espaços e tempos e trace o gráfico nos pontos formados.

- 2) Observando a tabela, escolha dados de variação de espaço e tempo, ou seja, escolha qualquer valor para espaço final do navio à direita da tabela e subtraia por qualquer outro espaço inicial à esquerda do espaço final escolhido. Realize o mesmo para os tempos correspondentes a estes espaços. Em seguida, realize a divisão entre as subtrações dos espaços e tempos e forneça o valor da velocidade média do navio.
- 3) Observando o gráfico traçado no item 1, escolha dois pontos quaisquer da reta. Em seguida, feche um triângulo entre esses dois pontos, descendo uma reta a partir do último ponto do gráfico escolhido e traçando uma reta horizontal a partir do primeiro ponto do gráfico escolhido. Para determinar a velocidade a partir desta figura geométrica, escolha uma das opções: a) a partir do triângulo formado calcule a tangente do ângulo, dividindo o seno pelo cosseno; b) a partir do gráfico formado realize a divisão entre a altura do triângulo e a base do mesmo.
- 4) Escreva a função horária das posições do MRU. Chegando à expressão, observe a tabela e substitua, na função, os valores do espaço inicial (S_0) e da velocidade, calculada anteriormente, tanto no item 2, quanto no item 3.
- 5) Observe o gráfico traçado no item 1. Escreva a expressão da função horária das posições do MRU. Substitua nessa expressão, olhando o gráfico, os valores para S_0 e para velocidade calculada a partir do gráfico no item 3.

Ilustramos algumas respostas da AT2 abaixo, com o mesmo propósito evidenciado na AT1: diagnosticar um caminho metodológico para estabelecer o cenário em que a conversão semiótica seja útil para a promoção da abstração e melhor desempenho dos estudantes nas tarefas de física exigidas em sala de aula.

Resposta AT2 – atividade 1: aluno 19.

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0} = \frac{100 - 0}{5 - 0} = \frac{100}{5} = 20$$

Resposta AT2 – atividade 2: aluno 07.

$$\textcircled{3} \quad V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i}$$

$$V_m = \frac{80 - 40}{4 - 2} = \frac{40}{2}$$

$$V_m = 20 \text{ m/s}$$

Resposta AT2 – atividade 3: aluno 27.

$$S = S_0 + V.t$$

$$S = 0 + 20.t$$

$$S = 20.t$$

Resposta AT2 – atividade 4: aluno 40.

$$S = S_0 + V.t$$

$$S = 0 + 20.t$$

$$S = 20.t$$

$$V = \frac{100 - 0}{5 - 0} = \frac{100}{5} = 20 \text{ m/s}$$

Resposta AT2 – atividade 5: aluno 02.

Como se pode observar nas ilustrações das respostas acima, as atividades discriminadas favoreceram a resolução por parte dos alunos. Houve um aumento significativo das taxas de acertos ao compararmos os resultados alcançados com a tabela 10. O sucesso na conversão da tabela para o gráfico foi alcançada por 45 alunos, um aumento na taxa de acertos para 90%. Da tabela para a escrita algébrica tivemos acerto por parte de 40 alunos, resultando em uma taxa de sucesso de 80%. Do gráfico para escrita algébrica 36 alunos conseguiram realizar a conversão, aumentando a taxa de acertos para 72%, enquanto 38 alunos realizaram a conversão da tabela para função, resultando em 76% de sucesso. E a conversão do gráfico para função foi alcançada por 30 alunos, aumentando a taxa de sucesso na resolução para 60%.

Nesse contexto, as respostas dos alunos à AT2 foram muito produtivas após essa mediação. Eles conseguiram entender a atividade e desenvolvê-la dentro de cada registro sem grandes dificuldades, dado o tratamento específico a cada item solicitado, ou seja, sua discriminação. Analogamente ao exposto por Duval (2009), a dificuldade maior se deu na mudança de registro do gráfico para escrita algébrica e para escrita da função. Como citado anteriormente, a conversão da escritura algébrica para um gráfico (equação $\rightarrow$ gráfico) ocorre tranquilamente, porém a conversão inversa (gráfico $\rightarrow$ equação) se torna extremamente difícil, devido a indeterminação das unidades significantes em relação aos pontos do gráfico, que são correspondentes aos valores de diferentes variáveis do gráfico. Essa indeterminação torna o aluno “como cego para a conversão inversa da que é classicamente ensinada. Isso quer dizer que ele tem poucas chances de fazer uma leitura correta dos gráficos” (DUVAL, 2009, p.79).

Vale ressaltar que após a aplicação dessa atividade foi realizada uma série de exercícios de mesmo nível, mas agora aplicando a mudança de registros entre os itens solicitados. Ou seja, os alunos tinham que partir do gráfico para encontrar a velocidade média e escrever a função horária das posições do corpo para depois escrever uma tabela. Ou partir da expressão da velocidade média e escrever uma tabela e o gráfico e depois a função horária das posições do corpo. Ou partir da leitura de um texto e escrever a tabela, encontrar a velocidade média, escrever a função horária das posições do corpo e desenhar o gráfico. Enfim, trabalharam não só o tratamento específico a cada uma das atividades solicitadas que, vale lembrar, como visto na tabela 3, constituem tratamentos diferentes escrever uma expressão algébrica, uma função, desenhar um gráfico, ler um texto e escrever uma tabela. Mas, também, realizaram a mudança de registros de representação semiótica, ou seja, sua conversão, o que permitiu a generalização da aquisição do conhecimento físico sobre o conceito de MRU, em diferentes contextos, por meio da coordenação dos registros trabalhados. Para tanto, foi necessária a segmentação das representações nas suas unidades significantes, isto é, a possibilidade de correspondência semântica dos elementos significantes, a univocidade semântica terminal e a organização das unidades significantes, garantindo o fenômeno de congruência e aumentando a taxa de acerto dos estudantes.

Assim, como vimos em Duval (2009), a discriminação realizada nessas unidades significantes do registro gráfico, do registro algébrico e do registro da função, foram segmentados nas representações dessas unidades, verificando as possíveis variáveis nos diferentes registros de cada representação. Isso implicou mostrar que se forem tomados pontos errados do gráfico não há como chegar na correta escrita da expressão que indica a velocidade média e sua correspondente função. Tomemos para fins ilustrativos, a resposta do aluno 18 sobre essa tarefa:

$$V_m = \frac{S_f - S_i}{t_f - t_i} \rightarrow V_m = \frac{0 - 20}{1 - 5} \rightarrow V_m = \frac{-20}{-4} \therefore V_m = 5 \text{ m/s. E, } S = 0 + 5t. \text{ O que constitui,}$$

obviamente, um erro. Acontece que essa obviedade não é percebida pelos alunos, muitos cometem o erro de tomar os dados para os espaços e para os tempos na tabela a esmo, o que implica a necessidade primeira de se trabalhar a formação e o tratamento dos registros de representação semiótica no mesmo registro, para depois trabalhar a conversão destes registros em outros tipos de registros de representação semiótica.

Já no gráfico, costumam se confundir ao tomar os dados no eixo das abscissas e, no eixo das ordenadas, sem ambivalência, isto é, sem se preocupar que os valores coletados para os

espaços devem corresponder aos valores do tempo; Como, por exemplo, fez o aluno 23, que tomou do gráfico os seguintes valores: $S_0 = 100 \text{ m}$; $S_f = 20 \text{ m}$; $t_0 = 0 \text{ s}$ e $t_f = 1 \text{ s}$. Decorre disso que no ato de converterem esse registro gráfico para um registro dado por uma expressão da velocidade média e sua função, chegam a valores errados, bem como a um conceito de velocidade negativa, o que o gráfico não mostra. E é exatamente essa quantidade de variáveis presentes nos registros de representação semiótica que eleva o nível de dificuldade nessas tarefas de conversão.

Com essas atividades foi possível relacionar a conversão da língua natural da AT1 com as escritas de tabela, gráfica, algébrica e da função. A segmentação desses registros leva a comparação do conceito descrito em língua natural com os demais registros trabalhados, o que levou a coordenação, mobilidade e correspondência entre esses registros, e consequentemente à sua congruência. A variedade de exercícios realizados, como citado, cumpriu esse objetivo, sendo que os estudantes conseguiram justificar os elementos do MRU, velocidade constante e movimento retilíneo, presentes na leitura do navio de Galileu, com os dados da tabela, da expressão algébrica, com a escrita da função e do gráfico.

Assim, a AT2 forneceu meios para que possamos compreender a necessidade da inserção de uma variedade de sistemas semióticos de representação nas operações efetuadas, desenvolvendo não só as habilidades de operacionalização exigidas, mas também a abstração nesta variedade de registros, permitindo que os estudantes generalizassem, nas conversões efetuadas, o fenômeno do MRU em diferentes representações, na língua natural, na tabela, na escrita gráfica, na escrita algébrica e na escrita da função.

Ao final do 1º bimestre de 2015, onde a AT1 e AT2 foram desenvolvidas, foi esclarecido aos alunos que foram trabalhadas diversas linguagens com eles, a fim de que compreendessem o significado conceitual sobre MRU e pudessem estudá-lo em diferentes contextos de registros de representação semiótica em forma de língua natural, de ilustrações, de tabelas, de função horária e de gráficos. Assim, foi perguntado a eles qual dessas linguagens eles mais gostaram e qual ou quais mais ajudou no seu aprendizado sobre o conceito estudado. Dos cinquenta alunos participantes, 7 alunos (14%) citaram a língua materna; 10 alunos (20%) as ilustrações; seguidos de 10 alunos (20%) que preferiram as tabelas; enquanto 7 alunos (14%) citaram a função horária; 11 alunos (22%) indicaram os gráficos e apenas 5 alunos (10%) assinalaram que todas elas em conjunto contribuíram para seu aprendizado sobre o conceito estudado. As amostras a seguir indicam essas preferências.

Eu entendo as 5 linguagens, mas eu gosto mais da parte de fazer gráficos e a interpretação de tabelas. Eu gosto dos gráficos porque envolve desenhos geométricos, e também é fácil porque basta interpretar a tabela e desenhá-la milimetricamente. E eu gosto de interpretar as tabelas porque são fáceis de entender e que tem para fazer, por exemplo, quando tem esse tipo de exercício no livro eu fico feliz porque acho que vou acertar.

Preferência de linguagem utilizada: aluno 03.

A utilização de gráficos e tabelas é apontada como predileta pelo aluno 03, segundo o qual, facilita a resolução e o acerto dos exercícios que utilizam essas linguagens e lhe traz felicidade, por serem de fácil compreensão.

A linguagem que eu mais gostei foi a número três (3), a função horária. Basicamente porque é muito simples, só precisa decorar a fórmula ($S = S_0 + Vt$) que mostra que $S = S_0 + \text{Velocidade} \cdot \text{tempo}$. É para facilitar, nosso professor nos ensinou uma forma fácil de lembrar e só pensar em Sorvete.

Preferência de linguagem utilizada: aluno 11.

A função horária compõe a preferência de apenas 7 alunos da sala. Interessante notar que o aluno 11 ressalta a facilidade da utilização da função horária das posições do movimento retilíneo uniforme mediante a fórmula mnemônica ensinada pelo professor.

Eu prefiro a leitura e interpretação de tabelas. Com as informações da tabela é possível determinar diversas medidas, entre elas, a velocidade média, ~~espaço~~ espaço inicial e etc. A tabela é facilmente compreendida e até mesmo possível completá-la.

Preferência de linguagem utilizada: aluno 24.

Novamente a tabela é citada pelo aluno 24 como predileta, segundo o qual pela grande quantidade de possibilidades que a tabela oferece, como medidas de velocidade média e espaços.

Preferência de linguagem utilizada: aluno 31.

A escrita da função horária do MRU e o uso de gráficos e tabelas é apontado pelo aluno 31 visando sua entrada no EM, dada sua preocupação pelo fato de ser útil ao seu futuro.

Preferência de linguagem utilizada: aluno 46.

A ilustração como representação de um registro semiótico imagético é apontado pelo aluno 46 como preferencial, principalmente por constituir uma representação concreta e pouco ou nada abstrata.

Analisando essas respostas podemos verificar que o uso de ilustrações, tabelas e gráficos são mais preferidos pelos alunos, talvez, pelo fato de serem registros mais visuais e necessitarem menos esforço intelectual, no sentido de serem mais concretos aos alunos. Já os registros de representação semiótica caracterizados pela leitura e interpretação de textos, por meio da língua natural e por meio da escrita algebrizada da função horária, como visto, foram escolhidos por apenas 7 alunos, o que parece indicar que são registros mais abstratos para esses jovens, com idade média de 14 anos, ou seja, necessitam de uma abstração maior para identificar os dados do problema em uma leitura textual ou escrita de uma função.

Essas análises podem constituir fortes indícios de como se devem iniciar os estudos em física com os alunos, partindo de ilustrações, tabelas e gráficos, efetuando os tratamentos necessários, inicialmente em um único registro para em seguida, efetuar as discriminações das

unidades significantes destes registros para as suas efetivas conversões, o que leva a registros mais abstratos como leitura e escritas algébricas.

Com o intuito de constatar a validação desses indícios, a AT3 e a AT4 foram realizadas com o propósito de comparar os dados obtidos na AT2, como também verificar se a preferência por algum tipo de registro específico possa ser um indicativo do nível de abstração presente nesses adolescentes. Essa necessidade foi derivada das afirmações de Vygotsky (2008) e da revisão de Chiapetta (1976), sobre o fato da abstração não estar desenvolvida na puberdade e, em alguns casos, não ser verificada sequer na população adulta. A AT3 replicou a AT2 para 57 alunos de 1º EM, sendo que, agora, com uma diferença, a variedade de registros de representação semiótica foi trabalhada ao longo do trimestre, quando foi realizado o estudo da cinemática.

Não foi constatado grandes diferenças em relação às dificuldades apresentadas pelos alunos participantes da AT2, isto é, a conversão da representação gráfica para representação algébrica e da função mostraram-se igualmente difíceis aos alunos, sendo necessário desenvolver a discriminação das unidades significantes sobre cada registro, da mesma forma já descrita na AT2. Ressalte-se que os itens 2 a 5 da AT3 resultaram em um expressivo aumento da taxa de acertos dos alunos do 1º ano, em comparação aos do 9º ano, o que poderia ser explicado, tanto pelo aumento da idade, quanto pelo aumento da escolarização científica que fornece maiores ferramentas intelectuais aos estudantes, como já discutido em Vygotsky (2008).

A tabela 11 indica as dificuldades de conversão dos registros de representação semiótica solicitados aos alunos de 1º EM, sem nenhuma intervenção inicial por parte do professor.

Tabela 11: Índice de Acertos sobre a AT3.

AT3	ACERTOS
1. Tabela → Gráfico	45 alunos → 79%
2. Tabela → Escrita Algébrica	25 alunos → 44%
3. Gráfico → Escrita Algébrica	14 alunos → 25%
4. Tabela → Função	15 alunos → 27%
5. Gráfico → Função	13 alunos → 22%

Fonte: o autor.

Dada a manutenção das dificuldades, assim como visto na AT2, surgiu a necessidade de intervir sobre cada um dos registros individualmente, em sua formação e tratamento, para, assim como na AT2, passarmos para a conversão de um registro para outro, após serem desenvolvidas as discriminações das unidades significantes como visto anteriormente.

Ao final desses estudos, houve um expressivo aumento na taxa de acertos e foi realizada a seguinte pergunta: nesse trimestre estudamos o movimento retilíneo uniforme e o movimento retilíneo uniformemente variado por meio das seguintes linguagens: língua materna; ilustrações; leitura e interpretação de tabelas; leitura e interpretação e construção de gráficos e escrita de funções horárias dos movimentos retilíneos uniformes e uniformemente variados. Qual (is) dessa (s) linguagem (ns) colaborou mais para o seu aprendizado?

As respostas dos alunos sobre o estudo de cinemática após o final de todo um trimestre mostraram as seguintes preferências: 13 alunos indicaram a língua materna; 25 as ilustrações; 3 alunos apontaram a leitura e interpretações de tabelas; 3 alunos a interpretação e construção de gráficos e 7 alunos a escrita de funções horárias dos movimentos estudados. Do total dos alunos 5 conseguiram compreender que todas as linguagens utilizadas em conjunto são necessárias para a compreensão dos fenômenos físicos estudados. Contudo, a grande maioria dos alunos (25) escolheu o registro semiótico da ilustração como preponderante à compreensão dos estudos de MRU e MRUV estudados naquele trimestre, o que sugere a necessidade desses alunos de terem imagens concretas sobre os fenômenos estudados.

Comparando essas respostas com a dos alunos participantes da AT2, tivemos um aumento na predileção por ilustrações. Recordando, os alunos da AT2 apresentaram 20% de preferência sobre ilustrações, enquanto os alunos da AT3 43,8%. A predileção por língua materna aumentou de 14% na AT2 para 22,8% na AT3, enquanto a escolha por gráficos e tabelas, que na AT2 era, respectivamente, de 22% e 20%, caiu na AT3, para apenas 5,3%. A preferência por escrita algébrica e função permaneceu praticamente igual na AT2 e AT3, o mesmo se constata para a percepção da importância de todo o conjunto de representações semióticas estudados, sendo 10% na AT2 e 9% na AT3.

A fim de verificar se essa preferência/opção por registros mais visuais seria uma característica da idade, foi aplicada a AT4 à 35 alunos de 3º EM, porém, agora sobre o conceito físico da 1ª lei de Ohm, uma vez que era pertencente ao conteúdo programático do trimestre. A tabela 12 ilustra a mesma dificuldade já percebida na AT3 e AT2, isto é, nas atividades que exigem a conversão de um tipo de registro de representação semiótica para outro tipo.

Tabela 12: Índice de Acertos sobre a AT4.

AT4	ACERTOS
1. Língua Materna → Escrita Algébrica	4 alunos → 11,4%
2. Escrita Algébrica → Tabela	18 alunos → 51,4%
3. Tabela → Gráfico	29 alunos → 82,8%
4. Gráfico → Escrita Algébrica	5 alunos → 14,3%

Fonte: o autor.

O início da AT4 foi marcado pela dificuldade dos alunos em escrever a expressão da 1ª Lei de Ohm ($R = U/i$), a partir do texto dado, no item 1, sendo que apenas uma pequena minoria, 4 alunos, conseguiu realizar essa primeira etapa. Analisando a tabela 12, como era de se esperar, constata-se que a conversão de um registro a outro é extremamente difícil aos estudantes. Retomando Duval (2009), a conversão constitui **“a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos”** (DUVAL, 2009, p. 63, grifo nosso). Analisando o item 1 dessa atividade, constata-se que não possui a discriminação das unidades significantes, isto é, não tem correspondência semântica, univocidade semântica terminal e organização das unidades significantes, por isso, caracteriza-se um fenômeno de não congruência, justificando o fracasso dos alunos na realização da atividade.

Dada essa constatação, para que ocorra o fenômeno de congruência no item 1, foi necessário garantir a discriminação das unidades significantes postas no problema. Assim, este item foi descrito da seguinte forma: considere a resistência de um condutor chamado de R como sendo igual a divisão entre uma tensão (U) e uma corrente elétrica (i). Escreva uma expressão matemática que indique a relação descrita.

O item assim discriminado aumentou consideravelmente a taxa de sucesso dos alunos, uma vez que foram garantidas a discriminação das unidades significantes. Ou seja, a correspondência semântica dos elementos significantes, por possuir o mesmo número de signos antes e após a conversão. A univocidade semântica terminal, por permitir uma operação para cada registro e a organização das unidades significantes. A correspondência semântica e mesma ordem nas duas representações, ou seja, a medida que se lê o problema também se escreve a resposta $R = U/i$, o que garante o fenômeno de congruência. Efetuando a discriminação das unidades significantes aos demais itens, houve o mesmo aumento na taxa de sucesso pelos alunos.

O item 2 foi discriminado da seguinte forma: utilizando-se da expressão encontrada no item 1, atribua para U os valores de 10, 20, 30, 40 e 50 e para i os valores de 2, 4, 6, 8 e 10. Em seguida, efetue a divisão para cada um dos valores atribuídos encontrando cinco valores de R. Verifique se esses valores são iguais, se sim, o resistor é chamado de ôhmico. Por fim, apresente os valores atribuídos de U e i em uma tabela, sendo U em cima e i embaixo da tabela.

O item 3 apresentou alta taxa de sucesso, não necessitando sua discriminação, uma vez que construir o gráfico olhando para uma tabela, que pode ser considerado um registro semiótico concreto, visual, facilita a conversão pelos alunos.

O item 4, assim como o item 1, pode ser compreendido como um fenômeno de não congruência, pois não possui os 3 critérios para congruência estabelecidos por Duval (2009), não há correspondência semântica, univocidade semântica terminal e organização de unidades significantes.

Retomando o item, pede-se que se verifique a partir do gráfico se o resistor é ôhmico ou não. Para tanto, os alunos devem averiguar se o gráfico é uma reta, o que não está claro no enunciado do item 4.

Passando à discriminação do item 4, temos: do gráfico representado no item 3, efetue a divisão de cada par ordenado U e i, obtendo os valores de R, para cada divisão efetuada dos pontos do gráfico. Verifique se os valores de R são idênticos nas divisões. Se forem idênticos significa que R é constante, portanto, o condutor é ôhmico, se forem diferentes o condutor é não ôhmico. Indique, por fim, se o condutor é ou não ôhmico.

Com a discriminação das unidades significantes, o item 4 teve um aumento expressivo na sua taxa de acertos, pois foi tornado um fenômeno de congruência, como se observa na amostra de respostas abaixo:

Resposta AT4: aluno 03.

Resposta AT4: aluno 29.

Como se observa nas respostas dos alunos 03 e 29 eles generalizaram a resposta e traçaram a curva do gráfico mediante a concepção da equação da reta $y = ax + b$, identificando o coeficiente angular por meio da tangente do triângulo formado entre dois pontos da reta como sendo a resistência R , e identificaram o coeficiente linear como zero, uma vez que a reta se inicia no par ordenado $0,0$. Ao aplicarem a tangente, converteram a razão entre seno e cosseno pela razão entre a variação de tensão e variação de corrente elétrica, concluindo que a equação da reta representa que o resistor é ôhmico a partir da conversão desta expressão para $y = R.x$. Essa operação aponta para a generalização do problema proposto, onde não só responderam o solicitado, como ampliaram a resposta para situações diversas trabalhando literalmente, sem necessidade de trocar os caracteres de U e i por números. Interessante notar que, ao se garantir a discriminação das unidades significantes ao problema, os alunos tem a oportunidade de mostrar e potencializar seus conhecimentos prévios que, neste caso, foi evidenciado pelo uso matemático da equação da reta, conhecimento adquirido, em geral, no 1º EM.

A extrema dificuldade inicial dos alunos na realização da conversão no início da AT4 em seu item 1 (língua materna $\rightarrow$ escrita algébrica), e no item 4 (conversão do gráfico $\rightarrow$ equações/cálculos), constitui, conforme vimos em Vygotsky (2008): ***“um tipo de transferência que em geral só é dominado no final da adolescência. A transição do abstrato para o concreto mostra-se tão árdua para o jovem quanto a transição primitiva do concreto para o abstrato”*** (VYGOTSKY, 2008, p. 100, grifo nosso).

Em relação ao item 5 da AT4, buscamos verificar a preferência dos estudantes de 3º EM sobre algum tipo de registro de representação semiótica específico. Do total de 35 alunos, 10 alunos disseram preferir a língua materna, três preferiram tabelas, 6 apontaram os gráficos, enquanto a escrita algébrica e funções foram escolhidas por 10 alunos e 6 escolheram todos os registros como necessários para construir um melhor entendimento sobre o conceito estudado.

Essas preferências parecem indicar que é necessário trabalhar, não apenas com um único tipo de registro, como de costume, as expressões matemáticas na física, mas, sim, uma diversidade de tipos de registros que permitam o desenvolvimento de um ensino e aprendizagem da física que se utilize de técnicas de conversão e de aumento da capacidade de abstração dos estudantes por meio de uma diversidade de registros de representação semiótica.

A Tabela 13 resume as preferências dos alunos estudados nas atividades anteriores a respeito do tipo de registro desenvolvido.

Tabela 13: Tipos de Registro e preferência dos estudantes.

TIPO DE REGISTRO	9º EF (50 alunos)	1º EM (57 alunos)	3º EM (35 alunos)
Língua Materna	07 alunos → 14 %	13 alunos → 22,8 %	10 alunos → 28,5 %
Ilustrações	10 alunos → 20 %	25 alunos → 43,8 %	-
Tabelas	10 alunos → 20 %	03 alunos → 5,3 %	03 alunos → 8,5 %
Gráficos	11 alunos → 22 %	03 alunos → 5,3 %	06 alunos → 17 %
Escrita Algébrica e Funções	07 alunos → 14%	07 alunos → 12,3%	10 alunos → 28,5 %
Todos os Registros	05 alunos → 10 %	05 alunos → 9 %	06 alunos → 17 %

Fonte: o autor.

Essas predileções podem constituir um indicativo de que os estudantes estão muito presos ao concreto, tendo dificuldades em operacionalizar tarefas que exijam a passagem das representações concretas para o abstrato e vice-versa. A abstração exigida nos estudos da física deveria ser desenvolvida com estes estudantes por meio da diversidade de registros de representação semiótica, a fim de aumentar o nível de abstração e de sucesso nas situações-problema da física. As preferências, constantes na tabela 13, apontam para um predomínio de representações concretas e pouca compreensão da importância de um uso diversificado de registros de representação semiótica. É importante ressaltar que não foi solicitada preferência sobre ilustrações ao 3º EM, pois a AT4 não utilizou esse tipo de registro de representação semiótica.

Dadas as preferências dos alunos, é válido afirmar que há necessidade de inserção de uma variedade de sistemas semióticos sobre as operações e resoluções de problemas físicos, para que ocorra o desenvolvimento das atividades cognitivas fundamentais, isto é, as funções psíquicas superiores, em especial a abstração. Sem o desenvolvimento de um ensino e aprendizagem da física nesses termos, corre-se o risco dos estudantes, se forem deixados levar por suas preferências, ficarem presos às representações concretas dos fenômenos físicos, o que

impede uma compreensão maior dos conteúdos desta disciplina. É importante ressaltar que essa análise das preferências visa, apenas, constatar o tipo de registro que os alunos gostam mais de ter em seus estudos, uma vez que as operações de conversão, pela discriminação e congruência, foram realizadas, como posto e analisado nas atividades, buscando-se o aumento da capacidade cognitiva da abstração e compreensão dos fenômenos físicos mais abstratos ao se trabalhar com vários registros de representação semiótica. E, a partir desses indícios iniciais, podemos propor novas atividades.

5.3. A Medição da Abstração em Estudantes do Ensino Médio

Seguindo o exposto por Almeida e Primi (2000; 2004), aplicamos a bateria de provas RM (anexo III) obedecendo o tempo estipulado de 12 minutos para a realização dos 25 testes, os 25 testes do RV (anexo IV) seguindo o tempo de 10 minutos e, por fim, os 25 testes do RA (anexo V), obedecendo o tempo de 12 minutos. Todos os três tipos de prova com 5 alternativas para cada teste. Os resultados foram analisados somando-se o número de acertos de cada teste de toda turma, como exposto por Almeida et al. (2010). Realizamos essa bateria de testes, como dito anteriormente, com 22 alunos do 1º EM e 37 alunos do 3º EM da mesma escola.

Os resultados são apresentados na tabela 14 para os alunos do 1º EM e tabela 15 para os alunos do 3º EM, onde os alunos são protocolados a partir do número 01, seguidos da quantidade de acertos obtidos em cada uma das provas RM, RV e RA.

Tabela 14: bateria de provas BPR-5 com testes de RM, RV e RA em alunos de 1º EM.

1º EM / ALUNO	RM	RV	RA	1º EM / ALUNO	RM	RV	RA
01	4	15	17	12	5	15	13
02	9	15	16	13	17	21	20
03	14	17	23	14	8	18	16
04	11	15	22	15	9	21	18
05	12	21	17	16	13	13	19
06	15	19	18	17	11	17	16

07	18	15	17	18	10	13	7
08	16	18	17	19	8	21	19
09	13	18	18	20	11	21	19
10	15	22	13	21	12	19	20
11	10	18	23	22	18	22	16

Fonte: o autor.

Dado que a medida realizada para cada teste foi de toda turma, verificamos que a soma das respostas assinaladas corretamente para os testes resultaram em 47% de acertos na prova de RM, em 72% na prova de RV e em 70 % de acertos no RA.

Os acertos do 3º EM são apresentados abaixo:

Tabela 15: bateria de provas BPR-5 com testes de RM, RV e RA em alunos de 3º EM.

3ºEM/ ALUNOS	RM	RV	RA	3ºEM/ ALUNOS	RM	RV	RA	3ºEM/ ALUNOS	RM	RV	RA
01	9	10	18	14	12	16	18	27	11	20	20
02	7	10	16	15	18	18	19	28	13	20	24
03	10	21	19	16	17	18	21	29	9	21	16
04	8	12	20	17	13	18	21	30	12	12	22
05	14	13	15	18	17	20	19	31	11	16	15
06	14	21	19	19	12	20	23	32	10	20	18
07	12	18	21	20	16	15	20	33	15	18	15
08	12	22	17	21	13	17	17	34	12	17	18
09	10	17	20	22	14	20	21	35	11	17	19
10	12	17	21	23	8	17	20	36	16	17	22
11	21	17	20	24	17	19	21	37	12	16	15
12	10	17	18	25	15	16	19	-	-	-	-
13	10	12	19	26	17	15	18	-	-	-	-

Fonte: o autor.

Sobre o 3º EM verificamos que para a prova de RM tivemos 51% de acertos, para o RV 68% de acertos, e para o RA os alunos conseguiram 76% de acertos.

Como se observa na tabela 14, é possível constatar que, individualmente, apenas dois alunos, os alunos 07 e 22, conseguiram o maior número de respostas corretas aos itens do RM, alcançando 18 pontos dos 25 possíveis, enquanto que os demais obtiveram resultados abaixo, principalmente quando comparamos as outras provas RV e RA aplicadas a esta turma.

Dos testes realizados pelos alunos do 3º EM sobre a prova de RM, tivemos, como visto na tabela 15, alguns poucos alunos com acertos acima dos demais, como o aluno 11 que acertou 21 questões das 25 possíveis, seguido do aluno 15 com 18 acertos. Entretanto, a média da sala sobre o RM foi baixa, inclusive com alguns alunos com rendimento abaixo da média, como o aluno 02 que obteve apenas 7 acertos sobre o RM.

O baixo rendimento na bateria de testes do RM, observado nas tabelas 14 e 15, merece atenção, valendo ressaltar, também, que os 12 minutos não foram suficientes para nenhum dos alunos, seja do 1º EM, ou do 3º EM, tendo sido necessário aumentar o tempo para 15 minutos para encerramento das escolhas das alternativas. Isso nos fornece um importante indicativo, a saber: o de que a abstração necessária para se aprender física é mais árdua que a abstração necessária para o desenvolvimento dos testes pertencentes às baterias de provas de RV e RA. Tal constatação nos leva a considerar que uma possível abordagem sobre o ensino e aprendizagem da física deve partir do desenvolvimento de habilidades que levem em consideração, preliminarmente, as inteligências necessárias ao RV e RA para avançarmos, posteriormente, para a inteligência de processamento visual, fluida e cristalizada inerentes ao estudo e desenvolvimento do RM necessários ao aprendizado dessas questões de física.

Outra análise que pode ser considerada a respeito dos resultados sobre RM para o 1º e 3º EM, diz respeito à idade e ao papel da escolarização, embora a diferença não tenha sido grande, verificamos que os alunos do 1º EM obtiveram 47 % e do 3º EM 51%, o que pode indicar a ação da escolarização sobre o desenvolvimento da abstração. Esse papel da escolarização já foi discutido nos estudos de Lomônaco et al. (1995), ao avaliar um aumento de acertos no TBP com o aumento da escolarização.

Os resultados presentes sobre o RA nas tabelas 14 e 15, apontam para um bom desenvolvimento das habilidades desses alunos para compreenderem as situações propostas nas figuras geométricas (anexo V), mas é importante destacar que o RA está associado apenas à

inteligência Gf, já explicada anteriormente, como a capacidade de raciocinar em novas situações, criar conceitos e compreender implicações propostas. Além do que, as propostas das atividades do RA exigem menos que as atividades do RM (anexo III), uma vez que os testes propostos pelo RM, como já citado em Almeida et al. (2010, p. 157), avaliam outras inteligências, a saber: a Gc, o Gv e a Gf. Portanto, o RM mede vários tipos de inteligência, ao invés de apenas uma, o que aponta para a dificuldade maior dos estudantes na resolução dos testes de RM.

Em relação ao RV, merece destaque o alto índice de acertos nas duas turmas analisadas como visto nas tabelas 14 e 15, o que aponta para o fato de que a língua natural prevalece em relação a outros registro semióticos na resolução de problemas escolares. A esse respeito, Primi e Almeida (2000) correlacionam as notas escolares em diversas disciplinas com a BPR-5, sendo que a disciplina de física, nesta correlação, possui para o RM o menor escore (0,17) na amostra portuguesa, e (0,13) na amostra brasileira. De acordo com Primi e Almeida (2000), é o RV o que possui maior correlação com as tarefas escolares, conforme observam:

O subteste que demonstrou estar mais associado com as notas foi o RV. Esse resultado é coerente, uma vez que o componente específico avaliado por ele é a inteligência cristalizada referindo-se à extensão e profundidade do conhecimento conceitual-verbal adquirido, principalmente, nas experiências educacionais. Portanto, **entre os subtestes da BPR-5 o subteste RV é o que possui conteúdo mais próximo às tarefas escolares** (PRIMI; ALMEIDA, 2000, p. 171, grifo nosso).

Do que foi exposto, e das considerações elencadas na coleta dos dados sobre os testes RM, RV e RA, bem como das atividades expostas anteriormente, temos um indicativo de que atividades que envolvam leituras podem constituir bons resultados nas resoluções de problemas de física.

Nesse sentido, apresentamos a seguir uma análise a respeito do desenvolvimento do aprendizado físico a respeito de MQ, partindo do contexto histórico-filosófico-social da física, como um registro de representação semiótica, pertencente ao contexto da língua natural, como já discutido anteriormente. Essa análise diagnóstica justifica-se dado o sucesso dos alunos na prova RV, que na média das duas séries pesquisadas resultou em uma taxa de 70% de acertos, podendo ser considerado um indicativo de que a abstração pode ser desenvolvida inicialmente por esse critério, que considera a HFS da física como um registro semiótico da língua natural.

5.4. O Contexto Social-Histórico-Filosófico como Registro de Representação Semiótica

Ao verificarmos a AT6, os dados obtidos consistiram na medida dos acertos das questões desenvolvidas, conforme constam no anexo VI. Os resultados apresentados pelos alunos em relação aos acertos das questões (anexo VI) foram de 77% para as questões objetivas e 81% para as questões dissertativas.

Além dos resultados, a utilização da metodologia de ensino sobre FMC partindo de contextos que abordassem a HFS da física mostrou-se agradável aos estudantes e foi produtiva para a introdução dos conceitos ligados aos conteúdos de FMC.

Houve uma variedade de registros de representação semiótica no ensino de FMC durante as aulas, com a conversão entre esses registros, da língua natural por meio das leituras, para os conceitos específicos de FMC convertidos em sala de aula pelo professor de física, como exposto na tabela 8.

A tabela 16 apresenta a relação entre os conceitos abordados nas leituras da AT6 e as questões trabalhadas do anexo VI. Ressaltamos que, na tabela 16, consideraremos as seguintes abreviações, referindo-se ao que foi apresentado anteriormente, na exposição da AT6 e na tabela 8: Leitura 1 (L1) relativo à Pessoa Junior (2008); leitura 2 (L2) referindo-se à Pessoa Junior (2006a); Leitura 3 (L3), relacionado à leitura de Holton (1984); e aulas expositivas (AE).

Ressaltamos que essas indicações também apontam para o que foi mais preponderante para os alunos, a fim de chegarem à resposta adequada, enunciada na questão elencada na primeira coluna da tabela a respeito do anexo VI. Nesse aspecto, as questões objetivas são questões de vestibular, onde, em sua maioria, as aulas e estratégias didáticas (tabela 8) foram relevantes para sua solução pelos alunos, enquanto as questões dissertativas (anexo VI), tiveram, em sua maioria, as leituras como mais importantes para sua resolução.

Tabela 16: Questão trabalhada e atividade realizada.

OBJETIVAS	ATIVIDADE/LEITURA	DISSERTATIVAS	ATIVIDADE/LEITURA
01	AE	11	L1, L2, L3 e AE
02	L3	12	L2 e AE
03	AE	13	AE e L2
04	AE e L3	14	L2

05	AE e L3	15	L1 e L2
06	L1 e L2	16	L1 e L3
07	AE	17	L3
08	AE e L2	18	L1
09	AE	19	L2 e AE
10	L2	20	L1, L2, L3 e AE

Fonte: o autor.

Ao comparar esses resultados com a atividade desenvolvida, parece razoável afirmar que a HFS pode ser considerada como um registro de representação semiótica (língua natural), que contribuiu para o desenvolvimento da abstração sobre os conceitos de FMC trabalhados com os alunos participantes da AT6. Inclusive, colaborando para a melhoria do aprendizado da física sobre os conteúdos abordados em sala de aula. A formação, tratamento e conversão efetuados nas aulas expositivas, juntamente com a utilização dos textos como registros de representação semiótica, consistiram na compreensão integrativa dos tópicos de FMC estudados e as metodologias empregadas, constantes da tabela 16, resultaram em maior sentido no ensino para os alunos participantes do estudo.

As seis atividades apresentadas até o momento proporcionaram uma análise diagnóstica a respeito do desenvolvimento da abstração por meio da utilização de uma diversidade de registros de representação semióticas. Também trouxeram um indicativo de que é possível desenvolver a abstração física nos estudantes por meio dessa ferramenta didática, desde que o professor assuma seu papel mediador no ensino e aprendizagem da física.

Sem deixar de levar em conta todas as dificuldades existentes na atividade docente, além das condições precárias de trabalho, da falta de prestígio social e remuneração pífia, mas restringindo ao recorte de nosso objeto de estudo dentro da física escolar, esse papel mediador é crucial. Como dito anteriormente, na maioria das vezes, o que interessa ao professor de sala de aula, nesse recorte estabelecido, é a possibilidade de se instrumentalizar com ferramentas didáticas apropriadas que lhe garantam um maior sucesso na resolução de problemas de quadro negro, os problemas físicos dos livros-texto e exames vestibulares. As demais atividades apresentadas à frente visam a esse intento.

5.5. Os Registros Semióticos como Ferramenta Didática para Soluções Canônicas de Problemas da Física e Desenvolvimento da Abstração dos Estudantes.

As atividades a seguir visam à proposta de um caminho que trabalhe os problemas canônicos da física do EM, uma vez que a física presente nas escolas, em sua maioria, é essa. Isto é, uma física que trabalha com cálculos, operações matemáticas, funções, gráficos, tabelas, ilustrações e demais registros semióticos ligados às matemáticas. As atividades anteriores serviram como guia da proposta deste subcapítulo. Dessa forma, passaremos a explorar esses problemas, que são frequentes nas salas de aula de física. Contudo, vale ressaltar que, para que haja possibilidades dos alunos resolverem problemas desse tipo, há que se estabelecer o fenômeno de congruência, que ocorre por meio dos três critérios de congruência: a Correspondência Semântica dos Elementos Significantes; a Univocidade Semântica Terminal e a Organização das Unidades Significantes, que serão analisados em cada um dos problemas canônicos seguintes antes de serem didatizados.

A análise dos três critérios de congruência serve para que possamos averiguar se a grande maioria dos problemas canônicos da física, os problemas presentes nos livros-texto, os problemas de vestibulares em geral, ou seja, os problemas trabalhados em sala de aula de física do EM, enquadram-se no fenômeno da congruência, ou, ao contrário, se sua grande maioria representa fenômenos de não congruência. Na sequência, apresentam-se os problemas das atividades e suas soluções canônicas, posteriormente, apresentamos uma proposta de didatização destes problemas com o intuito de facilitar o fenômeno da congruência e consequentemente a solução destes problemas pelos estudantes do EM.

O problema da AT7 é voltado à cinemática, apresenta-se em língua natural, com conceitos físicos, traz velocidade em nós com o dado do valor de 1 nó em m/s e solicita um gráfico de espaço em função do tempo, em unidades do SI. Analisando o problema, constata-se que ele representa um fenômeno de não congruência, principalmente por não garantir os três critérios essenciais de discriminação das unidades significantes, como visto na tabela 17. A solução canônica desse problema é apresentada a seguir.

Como $S = S_0 + v.t \rightarrow S = 10. t \rightarrow$ tomando 5 instantes de t , temos o gráfico abaixo:

Essa solução canônica pouco diz sobre as dificuldades de resolução do problema pelos alunos de EM. Igualmente, pouco contribui na conversão dos registros de representação semiótica pelos alunos, nem busca atender aos três critérios de congruência. É necessário a discriminação das unidades significantes, pois, como recorda Duval (2009), “**porém, sempre é a discriminação dessas unidades significantes que falta**” (DUVAL, 2009, p. 99, grifo nosso), sendo que a conversão exige que se identifique suas unidades significantes, tanto nos registros iniciais, quanto nos de chegada.

A tabela 17 mostra os critérios de congruência da AT7.

Tabela 17: Análise do problema AT7 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT7	Não há Os elementos significantes presentes no enunciado não se associam com os da solução, são necessários vários outros elementos para construção do gráfico que não estão no enunciado, assim, apresentam número de signos distintos.	Não há Apresenta várias etapas e operações para um único registro de representação semiótica. A língua natural para o gráfico, necessita, antes da escrita da função, para atribuição de valores em tabela para depois desenhar o gráfico.	Não há As unidades significantes são desorganizadas, pois temos de início os registros: língua natural, número, unidade de velocidade em nós. Dado que a sequência para solução não é a mesma no registro de entrada e no registro de saída, é preciso, antes, converter unidades, descrever uma função e uma tabela.

Fonte: o autor.

Como visto na tabela acima, a AT7 representa um fenômeno de não congruência. Para fins de proposta de uma solução, que atenda nossos objetivos, iremos utilizar o modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação, como apresentado anteriormente na figura 1, a qual reproduzimos novamente a seguir, ressaltando, novamente,

que iremos substituir o termo da figura 1, indicado como *representante em outro registro*, pelo termo *representante no registro B*, como forma de facilitar nossa análise.

Figura 1: Modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação.

Fonte Duval (2009, p. 89).

Assim, a AT7, deve ser trabalhada de forma a garantirmos os três critérios de congruência. Para tanto, usamos o modelo cognitivo de representação, sendo desenvolvido para cada discriminação das unidades significantes presentes no enunciado e necessárias à construção da solução do problema.

Dessa forma, é necessário descrever melhor o problema, evidenciando suas partes significantes e suas conversões, bem como o tratamento da língua natural sobre o conceito de velocidade de cruzeiro, para o conceito de seu significado velocidade constante.

Primeiro: transforme, por meio de uma regra de três, a unidade da velocidade do navio de nós para m/s, usando o dado do problema e garantindo as unidades no SI solicitadas. Assim, teríamos:

$$1 \text{ nó} \rightarrow 0,5 \text{ m/s}$$

$$20 \text{ nós} \rightarrow x \text{ m/s}$$

Resultando na velocidade $v = 10 \text{ m/s}$.

As flechas 1 e 2 (figura 1) representam as transformações internas ao registro de língua natural por meio da interpretação textual do problema para sua escrita de velocidade em nós $\rightarrow 20$ nós (registro A) e em unidades do SI $\rightarrow 10 \text{ m/s}$ (registro B). As linhas tracejadas indicam o representante (velocidade em nós no registro A) e o representado (velocidade em m/s, no registro B). As flechas 3 e 4 correspondem às transformações externas, quer dizer as conversões por mudança de registro de nós para m/s. Por último, a flecha C conduz à compreensão

integrativa da representação (coordenação do registro nós para registro m/s), consistindo no objeto cognitivo representado, o conceito de velocidade em m/s como unidade do SI.

Segundo: Considerando que velocidade de cruzeiro signifique uma velocidade constante, determinada na primeira parte, e que $S = S_0 + v.t$ representa a função horária das posições de um movimento retilíneo e uniforme, sendo que S_0 é a posição inicial (que do enunciado é o repouso), determine 5 posições para S , utilizando instantes de tempo t , de 0 a 5s, efetuando a multiplicação da velocidade pelo tempo nas operações de $S = v.t$.

Para t (0s): $S = v.t \rightarrow S = 10.0 \rightarrow S = 0 \text{ m}$.

Para t (1s): $S = v.t \rightarrow S = 10.1 \rightarrow S = 10 \text{ m}$.

Para t (2s): $S = v.t \rightarrow S = 10.2 \rightarrow S = 20 \text{ m}$.

Para t (3s): $S = v.t \rightarrow S = 10.3 \rightarrow S = 30 \text{ m}$.

Para t (4s): $S = v.t \rightarrow S = 10.4 \rightarrow S = 40 \text{ m}$.

Para t (5s): $S = v.t \rightarrow S = 10.5 \rightarrow S = 50 \text{ m}$.

Utilizando o modelo cognitivo de representação (figura 1) para essa segunda parte da solução, temos as flechas 1 e 2 representando as transformações internas ao registro de escrita da função $[S(t) = v.t]$ para a escrita algébrica da operação de multiplicação $(10.t)$ para cada instante solicitado. As linhas tracejadas indicam os representantes (função no registro A) e (multiplicação no registro B). As flechas 3 e 4 indicam as conversões do registro de função para multiplicação (flecha 4) e conversão da multiplicação para função (flecha 3). A compreensão integrativa, representada pela flecha C, indica a coordenação do registro em forma de função, para o registro em forma de multiplicação, resultando no objeto cognitivo representado, a saber, o conceito de posição final para cada instante de tempo solicitado.

Terceira parte: dos dados obtidos na segunda parte, monte uma tabela indicando os espaços e os tempos obtidos, com os espaços em cima e os tempos embaixo.

S (m)	0	10	20	30	40	50
t (s)	0	1	2	3	4	5

Do solicitado, verifica-se que a conversão de registros semióticos consiste quase em uma função de tratamento interna aos mesmos registros de espaços e tempos já trabalhados na

segunda parte, uma vez que a exigência é apenas alocar estes dados em formato de tabela, o que representa uma tarefa fácil aos alunos.

Quarta parte: dos valores apresentados na tabela construa um gráfico $S \times t$, indicando os eixos com suas respectivas unidades no SI, sendo o eixo das ordenadas a representação das posições do navio e, o eixo das abscissas, a representação dos instantes considerados na tabela, ligando os pontos encontrados dos pares ordenados.

Da tabela, temos o gráfico já representado na solução canônica. A partir do modelo cognitivo de representação, temos as flechas 1 e 2 representando as transformações internas ao registro da tabela (registro A) para sua escrita em forma de pares ordenados x,y , ou t,s (registro B). As linhas tracejadas indicam o representante (espaços e tempos na tabela $\rightarrow$ registro A) e o representado (pares ordenados x,y , no registro B). As flechas 3 e 4 correspondem às transformações externas, quer dizer, às conversões por mudança de registro de dados da tabela (S e t) para pares coordenados t,S no sistema cartesiano. Por último, a flecha C corresponde à compreensão integrativa da representação (coordenação dos registros S e t na tabela para registro t,S no sistema cartesiano), consistindo no objeto cognitivo representado, a saber, o gráfico como uma reta.

Após efetuada essa discriminação das unidades significantes garantiu-se o fenômeno de congruência e a taxa de sucesso na solução do problema aumentou consideravelmente, sendo que, quando o problema foi dado aos alunos em sua forma canônica, não houve nenhum acerto, 0% de uma solução adequada. Contudo, após efetuada a discriminação, houve uma inversão para 100% nos acertos. Algumas respostas iniciais do problema canônico, antes da discriminação ser efetuada, constam a seguir para fins ilustrativos.

Resposta AT7: aluno 12

Resposta AT7: aluno 17

Resposta AT7: aluno 20.

Resposta AT7: aluno 28.

Recordando Duval (2009), em se tratando de gráficos, os valores das distintas variáveis visuais não são percebidas pelos alunos. Conforme nos lembra o autor: **O aluno que não as discrimine é como cego para a conversão inversa da que é classicamente ensinada. Isso quer dizer que ele tem poucas chances de fazer uma leitura correta dos gráficos** (DUVAL, 2009, p.78-79, grifo nosso). Nesse sentido, segundo o autor, os alunos estão fadados ao fracasso se forem deixados a esmo na solução dos problemas canônicos, ou seja, se não forem discriminadas as unidades significantes que garantem o fenômeno de congruência. Essa afirmação é constatada ao analisarmos os gráficos dos alunos acima.

O aluno 12, sequer conseguiu identificar os eixos do sistema cartesiano adequadamente, ao invés de traçar os eixos como pede o enunciado (espaço em função do tempo), escreve nós em função de m/s. O aluno 17 identifica o eixo das ordenadas como espaço em metros, mas não identifica o eixo das abscissas, além de identificar erroneamente as variáveis no gráfico. O aluno 20 traça um gráfico $v \times t$, apresentando uma aceleração inicial e depois uma velocidade constante. O mesmo erro se verifica no aluno 28.

Considerando-se que os alunos que realizaram essas atividades sejam do 3º ano, pode parecer assustador a taxa de fracasso nesse problema. Porém, conforme Duval (2009), se não houver congruência pela discriminação das unidades significantes, garantindo a correspondência semântica, a univocidade semântica terminal e a organização de unidades significantes, os alunos não conseguem dar sequência a uma solução adequada dos problemas canônicos da física.

O problema seguinte da AT8 trata de uma função horária das posições do movimento retilíneo uniformemente variado, comum aos problemas presentes na Cinemática. Nesse problema, os alunos participantes apresentaram 50% de taxa de acertos.

A solução canônica desse problema é a seguinte:

Substituindo t por 10 em $S = 20 - 2t + 3t^2$, vem: $S = 20 - 2(10) + 3(10^2) \rightarrow S = 300 \text{ m}$.

Observa-se que a solução canônica do problema não leva em consideração a discriminação das unidades significantes, considerando como posto e inteligível a quantidade de signos, a quantidade de operações e a ordem de solução apresentada. A tabela 18 aponta a análise deste problema segundo a discriminação das unidades significantes.

Tabela 18: Análise dos problemas AT8 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT8	Parcial Há correspondência semântica entre os signos de entrada e saída dos registros. Percebe-se que os signos $S = 20+2t+3t^2$ são os mesmos usados para solução do problema, apesar de que a unidade solicitada (m) possa levar à interpretação de que os dados da função estejam em outra unidade.	Não há Apesar da expressão aparecer no enunciado, não há univocidade semântica terminal, uma vez que a operação a ser realizada não está totalmente clara. Aparece uma função no enunciado, mas a solução exige uma subtração, uma soma, uma multiplicação e uma potenciação.	Parcial A leitura do problema não remete totalmente à sua conversão algébrica, não está totalmente evidente que é preciso substituir o tempo t por 10 e efetuar as demais operações para se determinar a posição S .

Fonte: o autor.

Como se percebe na tabela 18, ocorreram algumas discriminações parciais, o que acaba por elevar a quantidade de acertos. Contudo, por não estarem todas as discriminações presentes no problema houve 50% de erros na solução. Os erros mais comuns estão ilustrados abaixo:

$$\begin{aligned}
 08 \mid S &= 20 - 2(10) + \frac{10^2}{2} \\
 S &= 180 + \frac{10}{2} \\
 S &= 180 + 5 \\
 S &= 185m
 \end{aligned}$$

Resposta AT8: aluno 03.

$$\begin{aligned}
 8) S &= 20 - 2t + 3t^2 \\
 S &= S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \\
 S &= 20 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10^2 \\
 S &= 20 + 20 + 300 \\
 S &= 340m
 \end{aligned}$$

Resposta AT8: aluno 11.

$$\begin{aligned}
 8) S &= 20 - 2t + 3t^2 \\
 S &= 20 - 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10^2 \\
 S &= 20 - 20 + 300 \\
 S &= 300cm = 0,3m
 \end{aligned}$$

Resposta AT8: aluno 12.

$$\begin{aligned}
 08) \text{ parabola! } S &= 20 - 2t + 3t^2 \quad \text{posição } 10-0-10 \\
 S &= 20 + V_1 \cdot t + a \cdot t^2 \\
 S &= 20 + 20 + 300
 \end{aligned}$$

Resposta AT8: aluno 24.

Observa-se nas respostas erros comuns à falta de discriminação das unidades significantes nos problemas, resultando no fenômeno da não congruência. Portanto, a conversão não se verifica.

O aluno 03 monta errado a função, esquecendo-se do $3t^2$, além de inverter, sem nenhuma justificativa plausível, o sinal negativo para positivo, chegando a um valor de 180 como solução. Além disso, a potenciação 10^2 vira 10, e o resultado não poderia ser outro senão errado.

O aluno 11 confunde a função dada no problema, a qual deveria ser utilizada para solução, utilizando a função canônica com sinal positivo, não se atendo à necessidade de seguir a função exposta. Tal erro indica que não ficou claro a esse aluno a correspondência semântica, a univocidade semântica terminal e a organização de unidades significantes.

O aluno 12 identifica, sem nenhuma justificativa aparente, que o espaço determinado deve ser dado em cm, motivo pelo qual ele transforma a resposta numérica correta de 300, embora com unidade errada cm, para m, obtendo erroneamente 0,3m, o que mostra, ainda, que não soube transformar unidades de cm para m, pois a operação de transformação, a qual não foi solicitada no problema, deveria resultar em 3m e não 0,3m. Esse erro aponta que o aluno confundiu-se no problema, provavelmente pelo fato do enunciado ter solicitado a posição S (em metros), o que o levou a interpretar erroneamente que a resposta deveria estar em cm e seria necessário transformá-la em metros. Esse erro é justificado pela falta de congruência na discriminação das unidades significantes. Como visto na tabela 18 para a AT8, a parcialidade na correspondência semântica e na organização de suas unidades leva a esse tipo de erro.

O aluno 24 identifica que se trata de uma função quadrática, identifica elementos da função como o espaço inicial, a velocidade e a aceleração, mas não dá prosseguimento à solução do problema, evidenciando o fenômeno de não congruência e a não interpretação por falta de discriminação das unidades significantes, traduzindo-se na não realização da atividade por falta de compreensão da mesma.

Dados os erros na resolução dessa atividade, apresentamos o problema levando em consideração a discriminação das unidades significantes, de forma a garantir o fenômeno de congruência, como segue.

O movimento de um corpo é descrito pela função $S = 20 - 2t + 3t^2$, em unidade do SI, a qual representa a função horária das posições do movimento retilíneo uniformemente variado. Determine a posição S desse corpo após terem passados 10s, para tanto realize as operações:

- Substitua o signo t por 10 na função $S = 20 - 2t + 3t^2$;
- Realize as operações aritméticas presentes na função, realizando a potenciação, a multiplicação, a subtração e a soma, obtendo a resposta do problema com a unidade imposta no enunciado.

Assim, utilizando o modelo cognitivo de representação (figura 1) para o item (a) descrito acima, temos as flechas 1 e 2 representando as transformações internas ao registro de escrita da função $[S(t) = 20 - 2t + 3t^2]$ para a escrita aritmética na operação de substituição (t por 10) para cada t existente na função. As linhas tracejadas indicam os representantes (função no registro A) e (substituição de t por 10 no registro B). As flechas 3 e 4 indicam, respectivamente, as conversões do registro B e A, ou seja, a substituição de 10 no lugar de t e a função a ser substituída. A compreensão integrativa, representada pela flecha C, indica a coordenação do registro em forma de função para o registro em forma aritmética, resultando no objeto cognitivo representado, a expressão $S = 20 - 2(10) + 3(10)^2$.

O item (b), descrito acima, resulta na resolução aritmética da operação apresentada em (a), por meio do modelo cognitivo de representação (figura 1) temos as flechas 1 e 2 representantes das transformações internas da expressão para suas operações matemáticas. As linhas tracejadas mostram os representantes dos registros A e B, enquanto as flechas 3 e 4 indicam as conversões dos registros. A compreensão integrativa, representada pela flecha C, indica a coordenação do registro na forma da solução aritmética esperada, o que implica o objeto cognitivo representado, $S = 300m$.

Realizadas essas operações de discriminação das unidades significantes o fenômeno de congruência ocorreu para esses alunos e a solução do problema ficou evidente para aqueles que não tinham conseguido responder adequadamente o solicitado, aumentando a taxa de sucesso para sua totalidade.

A amostra a seguir ilustra as soluções desenvolvidas após garantida a congruência:

Handwritten student work for item (a):

$$8) S = 20 - 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10^2$$

$$S = 300m$$

Resposta AT8: aluno 10

Handwritten student work for item (b):

$$S = S_0 + Vt + \frac{a}{2}t^2$$

$$S = 20 - 2t + 3t^2$$

$$20 - 20 + 3 \cdot 100$$

$$= 20 - 20 + 300$$

$$S = 300m$$

Resposta AT8: aluno 15

$$\begin{aligned}
 S &= 20 - 2t + 3t^2 \\
 S &= 20 - 2 \cdot 10 + 3 \cdot (10)^2 \\
 S &= 20 - 20 + 3 \cdot 100 \\
 S &= 300 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Resposta AT8: aluno 01

$$\begin{aligned}
 8 - S &= 20 - 2t + 3t^2 \\
 S &= 20 - 2 \cdot (10) + 3 \cdot (10)^2 \\
 S &= 20 - 20 + 3 \cdot 100 \\
 S &= 300 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Resposta AT8: aluno 20

Como visto na tabela 17, e o analisado em Duval (2009), quanto menor for a discriminação das unidades significantes, mais difícil se torna a solução de um problema. Assim, a capacidade de solução de um problema é diretamente proporcional à quantidade de discriminação das unidades significantes do registro, uma vez que ela é garantida, os alunos conseguem desenvolver a solução dos problemas como visto na amostra acima.

O problema seguinte, presente em AT9, retrata um problema canônico de dinâmica, muito presente nos livros-textos e aplicados em salas de aula de física. Como visto pela tabela 19, mais adiante, esse problema não atende aos três critérios de congruência, motivo pelo qual a maioria dos alunos sequer tentou uma possível resposta. Ou seja, deixaram em branco, ou, simplesmente “chutaram” alguma alternativa, o que foi considerado como não tendo respondido ao problema. A única exceção foi o aluno 13 que esboçou a seguinte resposta errada:

$\vec{F}$ $\vec{P}$ $\vec{N}$
 Para equilíbrio em y:
 $N = P$
 $N = m \cdot g$
 Como $N = F$
 $m \cdot F = m \cdot g$
 $F = m \cdot g$

Resposta equivocada do aluno 13

Analisando-se essa resposta podemos interpretar que o aluno 13 começou corretamente ao estabelecer a condição de equilíbrio das forças em y, porém não soube dar prosseguimento à solução do problema, uma vez que essa condição de equilíbrio estabelece apenas a força $\vec{N}$, faltando analisar as forças entre os blocos P e Q e suas interações.

A solução canônica deste problema é apresentada abaixo.

A figura abaixo mostra as forças com seus respectivos módulos relevantes para a solução da questão.

Para que o bloco P não escorregue, devemos ter: $\mu N = m.g \rightarrow N = \frac{m.g}{\mu}$.

Aplicando o PFD aos blocos, temos:

- Bloco P $\rightarrow F - N = m.a \rightarrow F - \frac{m.g}{\mu} = m.a$ (I)
- Bloco Q $\rightarrow N = M.a \rightarrow \frac{m.g}{\mu} = M.a \rightarrow a = \frac{m.g}{\mu.M}$ (II)

Substituindo II em I, vem:

$$F - \frac{m.g}{\mu} = m. \frac{m.g}{\mu.M} \rightarrow F = \frac{m.g}{\mu} + \frac{m^2.g}{\mu.M} \rightarrow F = \frac{mMg + m^2.g}{\mu M} \therefore F = \frac{mg(M+m)}{\mu M}$$

Da solução canônica acima, podemos interpretar que este tipo de problema é considerado de extrema dificuldade para os alunos de EM, principalmente porque as etapas de solução não são evidentes, existem muitas variáveis a serem tratadas e muitas passagens necessárias para a solução. Isso ocorre porque não há qualquer estabelecimento dos critérios de congruência, culminando no fenômeno de não congruência e, portanto, na alta taxa de fracasso na resolução do problema pelos alunos. A tabela 19 mostra a falta de congruência dessa atividade.

Tabela 19: Análise do problema AT9 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT9	Não há A correspondência não se verifica, pois, o enunciado apresenta o problema com 4 signos distintos, a língua natural, o símbolo físico μ , a figura e o conceito de força. Não se pode	Não há Não apresenta uma só operação para cada registro de representação semiótica por vez. Ao contrário, exige várias operações que são inversas, com operações matemáticas distintas.	Não há A ordem em que se apresenta o problema é distinta da ordem de solução do mesmo.

	associar à cada uma destas representações uma mesma unidade significativa elementar. Ao contrário, para solução exige-se uma série de signos distintos: o diagrama de forças com todas as forças atuantes, os signos próprios de cada força, a análise de forças nos eixos x e y, e a montagem algébrica literal.		
--	---	--	--

Fonte: o autor.

Ao inserirmos a metodologia de solução baseada em Duval (2009), que busca evidenciar os três critérios de congruência houve para esse mesmo problema uma acentuada taxa de sucesso. Passemos à demonstração dessa resolução por meio da garantia dos três critérios de congruência necessárias à conversão de registros semióticos.

Primeiro, descreva o diagrama de forças para o corpo P e para o corpo Q, separadamente. Observe que a força existente entre os corpos P e Q é uma força de contato, denomine-a de $\vec{N}$, que representa a força normal horizontal entre os blocos P e Q que estão em contato entre si.

A partir do modelo cognitivo (figura 1) observa-se que as flechas 1 e 2 representam o tratamento no registro icônico (imagens dos blocos P e Q separados) e as forças presentes nos blocos P e Q. As linhas tracejadas indicam o representante no registro icônico (registro A) e o representante com as forças nos blocos (registro B). As flechas 3 e 4 correspondem às transformações externas, isso quer dizer às conversões por mudança de registro, transformando o registro icônico para o registro icônico com as devidas forças. Por último, a flecha C corresponde à compreensão integrativa da representação (coordenação do registro icônico P e Q para o registro icônico com as devidas forças), consistindo no objeto cognitivo representado, o diagrama de forças solicitado.

Segundo, para que a exigência do problema seja cumprida, ou seja, para que o bloco P não caia, é necessário que as forças existentes no eixo y do bloco P, estejam equilibradas. Assim, aplique a primeira lei de Newton: $\Sigma \vec{F}_R = 0$ no bloco P, igualando as forças que estejam em cima e embaixo deste bloco e foram representadas na primeira parte, encontrando o valor da força normal.

A partir do modelo cognitivo (figura 1) temos para as flechas 1 e 2 os tratamentos necessários aos registros A e B, isto é, no registro A encontra-se o bloco P com as forças verticais e no registro B a primeira lei de Newton a ser utilizada. As flechas 3 e 4 indicam as transformações de registro entre A e B, resultando na igualdade das forças verticais: $\mu \cdot \vec{N} = m \cdot \vec{g}$.

A flecha C leva à força normal vertical isolada da interação entre as flechas 3 e 4 para a área correspondente à cognição, à noésis que foi alcançada pela coordenação dos registros sobre o objeto e sua representação.

Terceira parte, observando as forças nos blocos P e Q da primeira parte, aplique a segunda lei de Newton $\Sigma \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$, separadamente para cada bloco, no eixo x, obtendo uma expressão algébrica para cada bloco.

Do modelo cognitivo (figura 1) as flechas 1 e 2 são representativas da função de tratamento, respectivamente, das forças nos blocos P e Q, como visto na primeira parte da solução, e da segunda lei de Newton, que vão receber tratamento. As linhas tracejadas indicam os representantes nos registros A e B, enquanto as flechas 3 e 4 realizam a transformação necessária aos registros, obtendo as expressões solicitadas que levadas pela flecha C indicam o conceito esperado, o objeto cognitivo da representação, isto é, as expressões algébricas para os blocos P e Q, sendo seus módulos representados por $F - \frac{m \cdot g}{\mu} = m \cdot a$ e $a = \frac{m \cdot g}{\mu \cdot M}$.

Quarta parte, das expressões algébricas obtidas na terceira parte da solução, substitua o valor da aceleração obtida na expressão algébrica do bloco Q na aceleração obtida da expressão algébrica do bloco P, determinando, por fim, a força exigida no problema.

Nessa última parte da solução, o modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação (figura 1) nos fornece a expressão algébrica do bloco P obtida na terceira parte da solução, inserida na flecha 1, enquanto a expressão algébrica do bloco Q encontra-se inserida na flecha 2. Portanto, os representantes estão, respectivamente, nos registros A e B. Cabem às flechas 3 e 4 realizarem a conversão, ou seja, a substituição da aceleração de Q, na aceleração de P, culminando na expressão final solicitada pelo problema, que é levada pela flecha C como o conceito esperado, ou objeto cognitivo solicitado, representado pelo item b das alternativas constantes na AT9.

Após a segmentação das unidades significantes a solução desse problema mostrou-se inteligível aos estudantes. Conseguiram dar encaminhamento para a solução graças ao cumprimento dos critérios de congruência, elevando consideravelmente a taxa de sucesso na

resolução do problema para 86%. Lembremos que, dos 28 alunos dessa série, nenhum conseguiu dar andamento satisfatório ao problema, muitos sequer tentaram. Após garantia dos critérios de congruência, 24 alunos chegaram na solução esperada, como demonstra a amostra de respostas abaixo:

$$\sum F_{Ry} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu \cdot N' = mg \\ F_{at} = P_p \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} N' = \frac{mg}{\mu} \\ N' = \frac{mg}{\mu} \end{array} \right.$$

Para [P]:

$$F - N' = M \cdot \vec{a}$$

$$F - \frac{mg}{\mu} = m \cdot \vec{a}$$

Para [Q]:

$$N' = M \cdot \vec{a}$$

$$mg = M \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{mg}{M}$$

Empi:

$$f = \frac{mg}{\mu} = m \cdot \frac{mg}{\mu M}$$

$$F = \frac{mg}{\mu} + \frac{m^2 g}{\mu M}$$

$$F = \frac{Mmg + m^2 g}{\mu M}$$

$$F = \frac{mg(M + m)}{\mu M}$$

Resposta AT9: aluno 08

$$\sum F_{Ry} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu \cdot N' = mg \\ F_{at} = P_p \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} N' = \frac{mg}{\mu} \\ N' = \frac{mg}{\mu} \end{array} \right.$$

$$\sum F_{Rx} = m \cdot \vec{a}$$

Para P:

$$F - N' = m \cdot \vec{a}$$

$$F - \frac{mg}{\mu} = m \cdot \vec{a}$$

Para Q:

$$N' = M \cdot \vec{a}$$

$$\frac{mg}{\mu} = M \cdot \vec{a} \quad \vec{a} = \frac{mg}{\mu M}$$

Em P:

$$F - \frac{mg}{\mu} = m \cdot \left(\frac{mg}{\mu M} \right)$$

$$F = \frac{mg}{\mu} + \frac{m^2 g}{\mu M}$$

$$F = \frac{Mmg + m^2 g}{\mu M}$$

$$F = \frac{mg(M + m)}{\mu M}$$

$$F = \frac{mg(M + m)}{\mu M}$$

Resposta AT9: aluno 21

Na AT10, o problema insere-se na área de física térmica, propriamente no conteúdo de calorimetria, como um problema corriqueiro de aplicação da equação fundamental da calorimetria. A solução canônica do problema encontra-se expressa abaixo:

Da equação fundamental da calorimetria, temos:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow Q = 500 (0,1) (520-20) = 25000 \text{ cal} = 25 \text{ kcal} \therefore \text{alternativa d.}$$

Dos 28 alunos que responderam a AT10, 17 deixaram a questão em branco, enquanto três apresentaram soluções erradas e oito alunos resolveram adequadamente o problema. O que representa uma taxa de fracasso de mais de 70% na solução desse problema. As tentativas de solução estão representadas na amostra abaixo:

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot \Delta\theta \\ Q &= 0,5 \cdot 0,1 (520 - 20) \\ Q &= 5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{+2} \\ Q &= 25 \text{ cal} \end{aligned}$$

Resposta AT10: aluno 01

Resposta AT10: aluno 11

Resposta AT10: aluno 24

Das respostas fornecidas, verifica-se que o aluno 01 utiliza a equação fundamental da calorimetria, contudo erra na unidade de massa empregada na solução, o que se justifica pela falta dos critérios de congruência, pois não está evidente no enunciado do problema que a massa fornecida como 0,5 kg deva ser transformada em gramas, levando ao erro.

O aluno 11 não consegue aplicar a equação fundamental da calorimetria no problema, o que indica a falta de organização das unidades significantes, além de não ter compreendido que o problema solicita a incógnita Q e não o calor específico c.

O aluno 24 também não entende que deve aplicar a equação fundamental da calorimetria, errando a solução do problema pela falta dos critérios de congruência no enunciado.

A tabela 20 aponta as faltas de congruência nesse problema canônico.

Tabela 20: Análise do problema AT10 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT10	Não há A quantidade dos elementos de significado (signos) presentes no início (enunciado) diferem dos signos que são apresentados para a adequada solução do problema, como se vê, temos no enunciado registros em língua natural, números, números em decimal, unidades de massa em kg e g, temperatura em °C, a palavra cedida que leva à ideia de perda/subtração. Já na solução, temos uma representação algébrica em forma de equação, onde é necessário transformar unidades e aplicar somas, subtrações e multiplicações.	Não há Não se constata as operações necessárias para solução do problema, sendo que existem operações distintas que não são evidenciadas no enunciado, tais como a transformação da massa para grama, bem como a equação da calorimetria que exige operações de multiplicação e subtração.	Não há Não é possível encontrar organização das unidades significantes no enunciado que sejam evidenciadas na solução do problema. Da forma que se lê o enunciado não há possibilidades de se encontrar uma forma de solução para o mesmo.

Fonte: o autor.

Da tabela 20, verificamos que não há o estabelecimento de nenhum dos 3 critérios necessários à congruência, portanto, esse problema se insere como um fenômeno de não congruência. O estabelecimento de congruência é necessário, sendo desenvolvido como segue.

Primeira parte, transforme a massa de ferro para gramas por meio de uma regra de três.

Segunda parte, utilize a equação fundamental da calorimetria, dada por $Q = mc\Delta\theta$, realizando a multiplicação da massa encontrada na primeira parte, pelo calor específico dado no enunciado, pela variação da temperatura, fornecida pela subtração entre a temperatura final e inicial constantes no enunciado do problema.

Por meio dessas discriminações das unidades significantes, foi possível aplicar o modelo cognitivo (figura 1), onde as flechas 1 e 2 indicam os tratamentos sobre os representantes dos registros A e B. Assim, na primeira parte, temos para a flecha 1 a quantidade de 1 kg, e para

flecha 2, a quantidade de 1000 g para cada kg. Na segunda parte, as mesmas flechas indicam, respectivamente, o produto $mc\Delta\theta$ e a substituição numérica dos símbolos como representantes dos registros A e B. As conversões dos registros ocorrem pelas flechas 3 e 4, que possibilitam, na primeira parte que seja convertida a massa de 0,5 kg para 500 g e, na segunda parte, que ocorra a conversão da expressão algébrica $mc\Delta\theta$ para o produto $500 \cdot 0,1 \cdot (520 - 20)$, obtendo, em ambos os casos, a noésis conduzida pela flecha C, dada a coordenação dos registros sobre os objetos e suas representações.

Uma vez garantido o fenômeno de congruência, 24 dos 28 alunos passaram a desenvolver corretamente o problema efetuando a conversão da unidade de massa, bem como o produto da equação fundamental da calorimetria, chegando a alternativa correta d, elevando em mais de 85% a taxa de sucesso. A amostra de respostas abaixo ilustra esse processo:

$m = 0,5 \text{ kg}$	$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$	$Q = mc\Delta\theta$
$c = 0,1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$	$0,5 = 500 \text{ g}$	$Q = 500 \cdot 0,1 \cdot 500$
$T = 520^\circ\text{C}$	500	$Q = 25000$
$T_1 = 20^\circ\text{C}$	500	
	250000	
	$0,1$	
	25000 g	

Resposta AT10: aluno 03

$1^\circ \rightarrow 0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$

$Q = mc\Delta\theta$ d- 25000

$500 \cdot 0,1 \cdot (520 - 20)$

$Q = 25000$

Resposta AT10: aluno 13

$1 \text{ Kg} = 1000 \text{ g}$
 $0,5 \text{ kg} \rightarrow 500 \text{ g}$ $X = 500 \text{ g}$

$Q = mc\Delta\theta$
 $Q = 500 \text{ g} \cdot 0,1 \cdot 520 - 20$
 $Q = 500 \cdot 0,1 \cdot 500$
 $Q = 25000$
 $Q = 25.000$
 letra d)

Resposta AT10: aluno 21

$m = 0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$

$Q = mc\Delta\theta$

$Q = 500 \cdot 0,1 \cdot (520 - 20)$

$Q = 500 \cdot 0,1 \cdot 500$

$Q = 25000$

alternativa d

Resposta AT10: aluno 26

Interessante notar que alguns alunos como o 13 e o 26 não descreveram o primeiro passo para prosseguir na solução do problema, ou seja, não sentiram a necessidade de escrever a regra de três para converter 0,5 kg em 500 g, dando a resposta direta. Isso pode ser um indicativo de que uma vez garantido os três critérios de congruências, alguns passos são compreendidos e automatizados pelos alunos. Entretanto, como se observa na amostra acima, os alunos 03 e 21 preferiram descrever a regra de três para terem certeza do valor da massa a ser empregada na solução. Recordemos que havia um fracasso superior de 70% nessa atividade em seu formato canônico, mas efetuada a discriminação das unidades significantes do problema e garantido os critérios de congruência, os alunos foram levados à compreensão integrativa (DUVAL, 2009).

A AT11 insere-se nos estudos de ondulatória, sendo solicitada a frequência do batimento cardíaco em rpm, contendo no enunciado do problema a velocidade em mm/s, além de um registro em forma icônica (imagem de uma onda em eletrocardiograma). Como visto na tabela 21, esse problema representa um fenômeno de não congruência, pois não há estabelecimento de nenhum dos três critérios exigidos para correspondência entre os registros, o que impossibilita a sua solução ou aumenta sua dificuldade.

Tabela 21: Análise do problema AT11 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT11	Não há 4 signos de entrada: língua natural, números, unidades e figura para apenas 2 signos de saída, equação e operadores matemáticos.	Não há Diversas operações para um mesmo registro.	Não há A sequência de resolução não apresenta a mesma organização presente nos registros de entrada.

Fonte: o autor.

Dos 28 estudantes, apenas 8 conseguiram responder o problema adequadamente chegando à sua solução. Portanto, trata-se de um problema com alta taxa de insucesso para os estudantes. Algumas das respostas a seguir ilustram essa constatação.

$$V = 25.10^6 \text{ m/s}$$

Resposta AT11: Aluno 5

$$25 = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{\lambda}{25}$$

Resposta AT11: Aluno 8

$$V = \lambda \cdot f$$

$$25 = 20 \cdot f$$

$$f = 1.25 \text{ Hz}$$

Resposta AT11: Aluno 14

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\frac{v}{\lambda} = f$$

Resposta AT11: Aluno 21

Observa-se, pelas respostas acima, que os alunos não identificaram os critérios de congruência no problema, pelo simples fato de não existirem, como visto na tabela 21. Assim, o aluno 5 apenas apresenta um valor para velocidade da onda. O aluno 8 chega a escrever a equação fundamental da ondulatória, mas não consegue dar prosseguimento à solução, pois não compreendeu como extrair o valor do comprimento de onda da figura dada no problema. O aluno 14 chega a encontrar a frequência em Hz, porém, não percebe que o problema solicita a frequência em batimentos por minuto. Já o aluno 21 apenas insere a equação da ondulatória isolando o f , mas não sabe quais valores substituir nos signos v e λ para prosseguir na solução.

A solução canônica desse problema é a seguinte: da equação fundamental da ondulatória temos: $v = \lambda \cdot f$, como se solicita a frequência, temos do enunciado que $v = 25 \text{ mm/s}$ e, da figura, obtém-se o valor do comprimento de onda $\lambda = 20 \text{ mm}$. Dessa forma, temos:

$$f = \frac{v \left(\frac{\text{mm}}{\text{s}} \right)}{\lambda \text{ (mm)}} \rightarrow f = \frac{25 \left(\frac{\text{mm}}{\text{s}} \right)}{20 \text{ (mm)}} \rightarrow f = 1,25 \frac{1}{\text{s}} \rightarrow f = 1,25 \text{ s}^{-1} \rightarrow f = 1,25 \text{ Hz.}$$

Como o problema solicita a frequência em rpm (rotações por minuto), vem:

$$f = 1,25 \frac{1}{\text{s}} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} \rightarrow f = 75 \frac{1}{\text{min}} \therefore f = 75 \text{ rpm, o que resulta na alternativa b.}$$

Com o intuito de melhorar a taxa de sucesso desse problema, é necessário segmentar as unidades significantes de forma a atender aos critérios de congruência. Assim, o problema foi segmentado em partes como segue.

Parte 1, conte a distância entre dois picos da onda na figura, ou seja, conte quantos quadrados, de 1mm cada, separam dois picos da onda, encontrando o comprimento de onda λ , na mesma unidade que a figura mostra.

Parte 2, utilizando a equação fundamental da ondulatória $v = \lambda \cdot f$, determine f ao dividir a velocidade v em mm/s pelo comprimento de onda λ em mm, determinado na parte 1.

Parte 3, como um minuto tem 60 s e o problema solicita a frequência em batimentos por minuto, realize a transformação do valor da frequência encontrada na parte 2 por meio de regra de três, para minutos, encontrando a solução solicitada.

Dada a figura 1, o modelo empregado na AT11 identifica o ganho cognitivo na solução do problema. As flechas 1 e 2 indicam em cada parte, respectivamente, os seguintes representantes nos registros A e B, figura com os picos da onda e a distância em milímetros (parte 1); a equação da ondulatória e a divisão aritmética de v por λ (parte 2) e o valor de $f = 1,25 \text{ s}^{-1}$ e a regra de três que culmina na multiplicação de f por 60s. Nas três segmentações do problema, a flecha C conduz as conversões realizadas ao solicitado, sendo nas respectivas partes, o objeto cognitivo representado por $\lambda = 20 \text{ mm}$; $f = 1,25 \text{ s}^{-1}$ e $f = 75$ batimentos por minuto, resultando na alternativa b do problema.

A segmentação assim apresentada na AT11 fez surgir os três critérios de congruência, e o problema passou a ser um fenômeno de congruência o que fez com que 25 dos 28 estudantes conseguissem atingir sua correta solução, aumentando consideravelmente a taxa de sucesso para quase 90%. A amostra abaixo ilustra o sucesso alcançado:

$$\lambda = 20 \text{ mm}$$

$$V = \lambda \cdot f$$

$$25 = 20 \cdot f$$

$$\frac{25}{20} = f$$

$$f = 1,25 \text{ Hz} \cdot 60 = 75 \text{ rpm}$$

(B)

Eu multipliquei pois o problema quer em rpm

Resposta AT12: aluno 09

$$1) \lambda = 20 \text{ mm}$$

$$2) V = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{V}{\lambda}$$

$$f = \frac{25}{20} = 1,25 \text{ Hz}$$

(1)
5

3) Transformando para Rpm

Alternativa (b)

$$1,25 \cdot 60$$

$$75 \text{ Rpm}$$

Resposta AT12: aluno 18

$$\begin{aligned}
 1^{\circ} - \lambda &= 20 \text{ mm} \\
 2^{\circ} - v &= \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \\
 f &= \frac{25 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} \Rightarrow 1,25 \text{ Hz} \\
 3^{\circ} - 1,25 \cdot 60 &= 75 \text{ rpm}
 \end{aligned}$$

alternativa b

Resposta AT12: aluno 23

$$\begin{aligned}
 1. v &= \lambda \cdot f & 1^{\circ} \text{ passo } \Rightarrow \lambda &= 20 \text{ mm} \\
 25 \text{ m/s} &= 20 \text{ mm} \cdot f \\
 f &= \frac{25}{20} & \text{passo 2} & \text{ } \textcircled{B} \\
 f &= 1,25 \text{ Hz} & \text{passo 3 } \Rightarrow f &= \frac{1}{b} \\
 1,25 \cdot 60 &= 75
 \end{aligned}$$

Resposta AT12: aluno 27

O problema presente na AT12 está ligado aos estudos da eletrostática, mais precisamente, sobre o conteúdo de força elétrica. Apesar do segundo critério necessário à congruência ter sido parcial, conforme mostra a tabela 22, essa parcialidade não foi suficiente para que os alunos conseguissem desenvolver a solução do problema. O não estabelecimento da correspondência semântica dos elementos significantes, da univocidade semântica terminal e da organização das unidades significantes na AT12, resultou em uma taxa de fracasso de 100% sobre a resolução desse problema.

A tabela 22 abaixo discrimina o fenômeno de não congruência da AT12.

Tabela 22: Análise do problema AT12 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT12	Não há A quantidade existente de signos de representação inicial no enunciado é bem menor que a quantidade de signos utilizados para solução do problema.	Parcial Apenas a primeira operação de colocar as cargas elétricas nos respectivos pontos cartesianos apresenta-se como uma mesma operação. Porém, a sequência de solução não apresenta o critério de conversão da univocidade semântica terminal, pois há uma quantidade enorme de operações inversas para solução, como operações de cálculos vetoriais e escalares, além de soma, subtração, multiplicação e divisão, além das representações gráficas e vetoriais.	Não há Constata-se que há organização junto a leitura das unidades de carga e suas posições no sistema cartesiano. Mas todo o restante, necessário à solução do problema, não apresenta essa mesma organização, muito ao contrário, para se determinar a força resultante solicitada é necessário organizar o problema, o que ocorre sem nenhuma ajuda do enunciado.

Fonte: o autor.

O fenômeno de não congruência apontado na tabela 22 pode ser observado na solução canônica do problema³² que é apresentada a seguir.

Desenhar os eixos coordenados mostrando as posições das três cargas. Evidenciar a força elétrica resultante $\vec{F}$ na carga q_0 como o vetor soma das forças $\vec{F}_{10}$ devida a q_1 , e $\vec{F}_{20}$ devida a q_2 .

A força resultante $\vec{F}$ em q_0 é a soma das forças individuais: $\vec{F} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20}$, assim temos:

$$\sum \vec{F}_x = \sum \vec{F}_{10x} + \sum \vec{F}_{20x} \quad \text{e} \quad \sum \vec{F}_y = \sum \vec{F}_{10y} + \sum \vec{F}_{20y} \quad (\text{I})$$

Calcular as forças:

$$\vec{F}_{10} \rightarrow \vec{F}_{10} = \frac{k |q_1 \cdot q_2|}{r^2} \rightarrow \vec{F}_{10} = \frac{9 \cdot 10^9 |25 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9}|}{(2\sqrt{2})^2} \rightarrow \vec{F}_{10} = 5,62 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

$$\vec{F}_{10x} = \vec{F}_{10y} = \vec{F}_{10} \cdot \cos 45^\circ = 3,97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{20} \rightarrow -\vec{F}_{20} = -\frac{k |q_1 \cdot q_2|}{r^2} \rightarrow \vec{F}_{20} = -\frac{9 \cdot 10^9 |15 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9}|}{(2)^2} \rightarrow \vec{F}_{20} = -6,74 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

De I vem:

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{10x} + \vec{F}_{20x} = 3,97 \cdot 10^{-7} + 0 = 3,97 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

$$\vec{F}_y = \vec{F}_{10y} + \vec{F}_{20y} = 3,97 \cdot 10^{-7} + (-6,74 \cdot 10^{-7}) = -2,77 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

$$\text{Força resultante: } \vec{F}_R = \sqrt{(3,97 \cdot 10^{-7})^2 + (2,77 \cdot 10^{-7})^2}$$

$$\therefore \vec{F}_R = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

³² Vale ressaltar que a solução canônica apresentada na AT12 não apresenta os versores do vetor, uma vez que no EM, em geral, não são ensinados. Porém, costuma-se ensinar que se tratando de vetores é preciso dar três respostas, a intensidade do vetor (seu valor escalar com número e unidade), sua direção (leste, oeste, norte, sul, ou cima, embaixo, etc) e o sentido (para cima, para direita, noroeste, sudeste etc), a fim de substituir a direção e sentido dos símbolos $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$, versores comumente utilizados nesses problemas.

Algumas tentativas de resposta ao problema por parte dos alunos 03 e 09, para fins de amostragem da extrema dificuldade do problema, podem ser verificadas abaixo.

Resposta AT12: aluno 03.

Resposta AT12: aluno 09.

Observa-se nas respostas que os alunos 03 e 09 chegam a colocar as cargas nos respectivos pontos corretos do gráfico, o que ocorreu pelo atendimento parcial de um dos critérios de congruência, pois o enunciado da AT12 deixa claro que as cargas devem ser posicionadas nesses pontos. Entretanto, o mesmo não ocorre para o restante da solução, inclusive, em ambos os protocolos acima, os alunos escrevem não ter conseguido, demonstrando sua frustração quanto à falta de compreensão do problema.

Com o intuito de permitir uma solução por parte dos estudantes foi necessário segmentar o problema nas unidades apresentadas a seguir, de forma a garantir o fenômeno de congruência.

- 1) Desenhe os eixos x e y (plano cartesiano) mostrando as posições das três cargas. Observe se as forças de q_1 e q_2 exercidas em q_0 são atrativas ou repulsivas e represente-as vetorialmente por meio de setas, indicando os sentidos das forças em q_0 devido às cargas de q_1 e q_2 no plano cartesiano traçado.
- 2) Escreva a expressão da força resultante em q_0 como soma das forças individuais geradas pelas cargas e representadas por $\vec{F}_{1,0}$ e $\vec{F}_{2,0}$, juntamente com suas componentes x e y.
- 3) Determine a distância r que une q_1 a q_0 . Observe o triângulo formado. O que a distância r representa no triângulo? Determine-a.
- 4) Calcule a intensidade de $\vec{F}_{1,0}$ a partir da lei de Coulomb.
- 5) Decomponha vetorialmente $\vec{F}_{1,0}$ em suas componentes x e y, obtendo $\vec{F}_{1,0x}$ e $\vec{F}_{1,0y}$.
- 6) Observe a figura que foi formada nessa decomposição vetorial. Quais são seus ângulos?
- 7) Calcule a intensidade dessas componentes vetoriais $\vec{F}_{1,0x}$ e $\vec{F}_{1,0y}$.
- 8) Sobre a força $\vec{F}_{2,0}$, exercida por q_2 em q_0 , responda: a) quais suas componentes vetoriais? b) aponta contra ou a favor do referencial y? c) qual sinal, positivo ou negativo, deve ser utilizado para determinar sua intensidade? d) qual a distância r que une q_2 a q_0 ?
- 9) A partir da lei de Coulomb determine $\vec{F}_{2,0}$.
- 10) Use a expressão escrita no item 2 para calcular as componentes da força resultante em x e y. Use $\Sigma \vec{F}_x = \vec{F}_{1,0x} + \vec{F}_{2,0x}$ e $\Sigma \vec{F}_y = \vec{F}_{1,0y} + \vec{F}_{2,0y}$.
- 11) Desenhe um sistema cartesiano (x,y) sobre q_0 e insira sobre ele as componentes vetoriais das forças determinadas no item 10, observe com cuidado o comprimento no desenho dos vetores das forças $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$ nesse caso e trace a resultante vetorial.
- 12) Observe a figura formada em 11. Qual método parece eficaz para determinar a $\vec{F}_R$, na figura gerada?
- 13) Usando o método visualizado em 12, determine a intensidade da força resultante.
- 14) Qual a direção e o sentido da força resultante determinada em 13 e desenhada em 11?
- 15) Escreva a solução do problema, apresentando a intensidade da força resultante, sua direção e seu sentido, apresentados nos itens 13 e 14.

Tomando essas 15 discriminações no modelo cognitivo (figura 1) para cada um dos itens é possível verificar que a noésis, por meio das representações semióticas trabalhadas, é alcançada pelos alunos. Isso foi possível devido à oferta aos alunos de várias representações semióticas do objeto e sua coordenação entre os registros trabalhados, o que ocorreu pela discriminação das unidades significantes, garantindo o fenômeno de congruência e

consequentemente a possibilidade de solução por parte dos alunos. É importante destacar que, pela grande quantidade de discriminações necessárias nessa atividade, houve certa recusa dos alunos em realizarem 15 passos para resolver um único problema. Lembremos que Vygotsky (2008) aponta a atenção deliberada como uma das funções psíquicas superiores que não estão totalmente formadas nos adolescentes, o que pode justificar a recusa, haja vista que a atividade exige essa função. Contudo, aqueles que persistiram alcançaram o êxito esperado. Assim, dos 28 alunos, 17 fizeram a atividade discriminada e chegaram na solução esperada. A amostra abaixo ilustra o sucesso alcançado por esses alunos.

①

$q_1 > 0, q_2 > 0$: Repulsão
 $q_1 < 0, q_2 > 0$: Atração

② $\vec{F}_R = \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0}$

③ $r^2 = 2^2 + 2^2$
 $r = \sqrt{8}$
 $r = 2\sqrt{2} \text{ m}$

④ $F_{1,0} = 9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9} / (2\sqrt{2})^2$
 $F_{1,0} = 5,62 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

⑤

⑥ $\theta = 45^\circ$

⑦ $\text{sen } 45^\circ = \cos 45^\circ \Rightarrow F_{1,0x} = F_{1,0y}$
 $= 5,62 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

⑧ a) Sd F_y , b) contra, c) negativo, d) 2 m

⑨ $F_{2,0} = -9 \cdot 10^9 \cdot 15 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9} / 2^2 = -6,74 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 ↳ negativo porque é contra a trajetória

⑩ $\sum F_x = 3,97 \cdot 10^{-7} + 0 = 3,97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 $\sum F_y = 3,97 \cdot 10^{-7} + (-6,74 \cdot 10^{-7}) = -2,77 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

⑪

⑫ Pitágoras

⑬ $F_R = \sqrt{(3,97 \cdot 10^{-7})^2 + (-2,77 \cdot 10^{-7})^2} = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

⑭ Direção diagonal, sentido sudeste

⑮ Intensidade $4,8 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, oblíqua e sudeste

Dando continuidade às atividades propostas, a AT13 consiste em um problema subdividido em três itens, o item (a) trata da conservação de energia, o item (b) da conservação da quantidade de movimento e o item (c) do teorema da energia cinética.

A solução canônica da AT13 é apresentada abaixo.

$$a) E_{potg} = E_{cin} \rightarrow mgh = mv^2/2 \rightarrow v = \sqrt{2gh} \rightarrow v = \sqrt{144} \rightarrow v = 12 \text{ m/s.}$$

$$b) |\vec{Q}_f| = |\vec{Q}_i| \rightarrow m+M \cdot v_f = m_p \cdot v_p + M_c \cdot v_c = 0 \rightarrow v_f = \frac{m_p \cdot v_p}{m+M} \therefore v_f = 4 \text{ m/s.}$$

$$c) \text{TEC: } \tau = \Delta E_{cin} \rightarrow F_{at} \cdot d = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_i^2}{2} \rightarrow \mu \cdot N \cdot d = 0 - mv_i^2/2 \rightarrow \mu \cdot g \cdot d = -v_i^2/2$$

$$\rightarrow d = -\frac{v_i^2}{2\mu g} \rightarrow |d| = \frac{4^2}{2 \cdot 0,1 \cdot 10} \therefore d = 8 \text{ m.}$$

É importante destacar que essa atividade foi aplicada para a turma de 3º EM, logo após aulas de revisão que tiveram sobre os conceitos de conservação de energia, quantidade de movimento e colisões, o que reflete nas suas respostas. Todos os 28 alunos conseguiram aplicar a conservação de energia e chegar ao resultado da velocidade solicitada, apesar das discriminações parciais, como visto na tabela 23, uma vez que a operação necessária podia ser facilmente interpretada pelo enunciado do problema. Entretanto, o item b, por não possuir discriminações nas unidades significantes, dificultou a solução por parte dos alunos, dos quais 15 conseguiram chegar à solução. Já o item c demonstrou ser o mais difícil aos alunos, sendo que 21 deles não conseguiram chegar na resposta da questão.

Essas dificuldades podem ser observadas pela falta de congruência como apontado na tabela 23 a seguir.

Tabela 23: Análise do problema AT13 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT13 (a)	Parcial O enunciado apresenta a altura (ponto A) e o ponto B, onde a velocidade deve ser calculada, o que corresponde ao signo de energia potencial e ao de energia cinética.	Não há Não temos, neste item, a indicação das operações necessárias à resolução da questão. E sua solução exige operações variadas que não estão evidentes no item.	Parcial Apesar de estar claro o solicitado, a velocidade no ponto B, o item não organiza os registros de entrada e saída para solução.
AT13	Não há	Não há	Não há

(b)	O item apresenta um signo de entrada (língua natural), mas o registro de saída necessita um signo de igualdade, outro de soma, multiplicação e divisão.	O item apresenta apenas o registro de língua natural, mas a solução exige várias operações que não são evidentes no enunciado.	É difícil proceder à solução da forma que o item é apresentado.
AT13 (c)	Não há Apresenta um signo no registro inicial, mas a quantidade de signos da resolução é bem maior.	Não há Necessita muitas operações na resposta que não estão evidenciadas no registro inicial.	Não há A ordem de escrita do item não é a mesma para a solução da questão.

Fonte: o autor.

Como observado na tabela 23, a dificuldade dos alunos aumentam na medida em que o fenômeno de não congruência se acentua nos itens solicitadas na AT13. A fim de diminuir os erros e aumentar o sucesso nas soluções da AT13, além de verificarmos, também, a possibilidade de ganho conceitual, segmentamos o solicitado de forma a garantir os critérios de congruência, como segue.

- a) Quais os tipos de energia no ponto A e no ponto B?
- b) Considerando o sistema conservativo, qual a velocidade da pessoa ao chegar no ponto B?
- c) Qual o tipo de colisão quando a pessoa colide no carrinho acoplando-se a este?
- d) Dada essa colisão, calcule a velocidade do conjunto pessoa-carrinho, imediatamente após o acoplamento.
- e) Considerando a existência no enunciado do atrito com a água, qual conceito melhor permite calcular o trabalho efetuado pelo conjunto pessoa-carrinho no seu deslocamento até parar?
- f) Qual o tipo de força que atua neste deslocamento?
- g) Aplicando o conceito identificado nos itens (e-f), calcule o deslocamento do conjunto pessoa-carrinho até parar.

Dessa segmentação da AT13 em sete itens, podemos verificar que alguns não necessitam de conversão, bastando o tratamento para resolver o solicitado, como se observa no item (a), onde basta identificar a energia potencial gravitacional no ponto A e a cinética no ponto B. O mesmo é verificado nos itens (c), (e) e (f), que necessitam apenas o tratamento da língua natural para o conceito em língua natural, obtendo, respectivamente, colisão

perfeitamente inelástica, teoria da energia cinética e força de atrito. Os demais itens (b), (d) e (g), foram tratados mediante o modelo cognitivo da representação centrado sobre a função de objetivação (figura 1), onde as flechas 1 e 2 representam os tratamentos sobre os representantes dos registros A e B. Dessa forma, no item (b) a flecha 1 representa a energia potencial ($m \cdot g \cdot h$) e a flecha 2 a energia cinética ($m \cdot v^2/2$). No item (d) a flecha 1 representa a quantidade de movimento final e a flecha 2 a quantidade de movimento inicial. No item (g) a flecha 1 indica o trabalho da força de atrito e a flecha 2 a variação de energia cinética. As conversões dos registros acontecem por meio das flechas 3 e 4, permitindo que no item (b) ocorra a igualdade entre as energias isolando-se a variável solicitada da velocidade. Da mesma forma, no item (d) essas flechas permitem a igualdade entre as quantidades de movimento isolando-se a variável solicitada da velocidade e, no item (g), as flechas 3 e 4 viabilizam a conversão do enunciado em linguagem algébrica, isolando-se a variável solicitada da distância. Para cada um dos itens a flecha C conduz ao conceito, ao objeto cognitivo representado pela solução da questão de cada um dos itens. A velocidade final por conservação de energia no item (b), a velocidade final após o acoplamento da pessoa com o carrinho no item (d) e a distância percorrida pelo conjunto pessoa-carrinho no item (g).

Em seguida apresentamos algumas respostas dos alunos que ilustram as resoluções efetuadas sobre a AT13, as quais apontam para o ganho cognitivo e aumento da capacidade de compreensão uma vez que foram garantidas as discriminações das unidades significantes para cada item solicitado.

1-2a -> Ponte A: energia potencial gravitacional. Ponte B: energia cinética

b.) $mgh = \frac{mv^2}{2}$

$10 \cdot 12 = \frac{v^2}{2}$

$72 = \frac{v^2}{2}$

$72 \cdot 2 = v^2$

$144 = v^2$

$v = \sqrt{144}$

$V = 12 \text{ m/s}$

Resposta AT13 (itens a e b): aluno 26.

c) Colisão inelástica

d) $\vec{Q}_m = \vec{Q}_M$

$m \cdot v = (M+m)V$

$60 \cdot 12 = (60+180)V$

$720 = 240V$

$4 \text{ m/s} = V$

e) Energia da Esfera

Resposta AT13 (itens c, d, e): aluno 23

f) Força de atrito

g) $W = F \cdot d = -\frac{mv^2}{2}$

$10 \cdot 10 \cdot d = -\frac{4^2}{2}$

$100d = -8$

$d = -\frac{8}{100}$

$d = -0.08 \text{ m}$

$d = 8 \text{ m}$

Resposta AT13 (itens f e g): aluno 11.

Após as aplicações de discriminação efetuadas, o fenômeno de congruência se fez presente na AT13, permitindo aos alunos que não só resolvessem as questões, mas indicassem, como se observa na amostra das respostas acima, um entendimento conceitual do problema apresentado nas solicitações dos itens (a), (c), (e) e (f), o que possibilita aumentar o entendimento sobre as aplicações de resolução. O aumento no sucesso da AT13 foi considerável, sendo que apenas dois alunos não chegaram à totalidade das respostas esperadas.

A AT14 representa um problema que trata de energia mecânica com colisão e trabalho, subdividido em dois itens (a) e (b). Metade dos alunos do 3º EM conseguiram resolver o item (a), mas apenas 4 alunos conseguiram resolver o item (b), o que indica, em ambos os casos, que a AT14 não possui os critérios de congruência.

A solução canônica da AT14 é apresentada a seguir:

$$a) E_{\text{cin}} = \frac{mv_0^2}{2} = \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{2}\right) \cdot 240^2 = 576 \text{ J.}$$

$$\text{O trabalho é dado por } \tau = \Delta E_{\text{CIN}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = 0 - \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{2}\right) \cdot 240^2 = -576 \text{ J.}$$

$$b) \tau = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ, \text{ então: } -576 = F_m \cdot 0,18 \cdot (-1) \therefore F_m = 3,2 \text{ kN.}$$

A tabela 24 abaixo apresenta a análise dessa atividade.

Tabela 24: Análise do problema AT14 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT14 (a)	Não há O enunciado apresenta distintos números de signos que não correspondem ao total de signos da resolução. Como 20 gramas (três signos: números e grandeza física) sendo que a solução exige para massa 4 signos (0,02 kg) ou $2 \cdot 10^{-2}$ kg (6 signos).	Não há No enunciado não está discriminado todas as operações necessárias para solução do item (a), isto é, exige várias operações matemáticas distintas que não estão presentes no registro semiótico de entrada, o que impede o entendimento para conversão do registro semiótico de saída.	Não há O solicitado não permite que o aluno inicie a resolução com todas as operações matemáticas necessárias, ou seja, a ordem de apresentação do problema é distinta da ordem de sua resolução.
AT14 (b)	Não há Signos de entrada não possuem o mesmo número de signos de saída.	Não há Não apresenta uma só operação matemática para cada registro semiótico por vez.	Não há Da forma que se lê a questão não é possível proceder à solução da mesma.

Fonte: o autor.

Da tabela 24, constata-se o fenômeno de não congruência para a AT24, o que nos levou a proceder a segmentação da atividade em mais itens, da forma apresentada abaixo, garantindo que se transformasse em um fenômeno de congruência.

- a) Transforme a massa do projétil para unidade SI correspondente.
- b) Calcule a energia cinética E_c do projétil antes de colidir com o tronco.
- c) Qual conceito permite relacionar a E_{cin} calculada acima com o trabalho?
- d) Qual o valor do trabalho τ realizado sobre o projétil na sua trajetória no interior do tronco, até parar.
- e) Sabendo que o projétil penetrou 18 cm no tronco da árvore, determine o valor médio (F_m) da força de resistência que o tronco ofereceu à penetração do projétil, aplicando o Teorema da Energia Cinética, após transformar a distância penetrada pelo projétil para unidade SI correspondente.

Aplicando-se o modelo cognitivo (figura 1) a esses itens é possível observar a atividade cognitiva da conversão das representações semióticas mediante “uma correspondência análoga não mais entre o sistema da representação e o sistema formado pelo objeto real representado e seu contexto, mas entre dois registros de representação” (DUVAL, 2009, p. 88). Esse ganho cognitivo é constatado pela aplicação do modelo cognitivo da representação centrado sobre a função de objetivação, neste, as flechas 1 e 2 mostram os tratamentos internos sobre os registros A e B para cada um dos itens acima. No item (a) a flecha 1 corresponde ao tratamento da massa em gramas, a flecha 2 o tratamento de 1000 g para cada 1 kg. No item (b) as flechas 1 e 2, indicam, por sua vez, os tratamentos internos algébricos ($E = mv^2/2$) e seus correspondentes numéricos ($E_{cin} = 0,02 \cdot 240^2/2$). No item (c) as flechas representam, respectivamente, os tratamentos da leitura em língua natural e a expressão $\tau = mv^2/2 - mv_i^2/2$. No item (d), a flecha 1 representa o tratamento sobre $\tau = -mv_i^2/2$ e a flecha 2 o tratamento sobre a expressão com os dados numéricos $\tau = 0,02 \cdot 240^2/2$. Já no item (e), a flecha 1 representa o tratamento $F \cdot d = mv^2/2 - mv_i^2/2$ e a flecha 2 o tratamento com os valores numéricos $F \cdot 0,18 = -576 \text{ J}$. As flechas 3 e 4, inseridas para cada um dos itens, correspondem às transformações externas. Ou seja, representam as conversões semióticas por mudanças de registros que levam às soluções exigidas, mas é a flecha C que garante a compreensão integrativa, constituída pelos 3 critérios de congruência (ver figura 2), levando ao conceito, ao objeto cognitivo esperado.

A amostra de respostas abaixo representa o sucesso dos alunos após a garantia dos critérios de congruência para a AT14, sendo que, após essa didatização, apenas 1 aluno não resolveu o item (a) e 3 não resolveram o item (b), na verdade, deixaram em branco.

2) a) $20g = 0,02kg = 2 \cdot 10^{-3} kg$

b) $\frac{mv^2}{2} = \frac{0,02 \cdot (240)^2}{2} = \frac{0,02 \cdot 57600}{2} = 576$

c) Trabalho da Ecin ($\gamma = \Delta E_{cin}$)

d) $\gamma = \Delta E_{cin}$
 $\gamma = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = -576$

e) $F \cdot 0,18 = 576$
 $F = \frac{-576}{0,18} = -3200$

Resposta AT14: aluno 03.

2) a) $20g = 0,02kg = 2,0 \cdot 10^{-2} kg$

b) $\frac{mv^2}{2} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 240^2}{2} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 57600}{2} = 576$

c) Trabalho da Ecin ($\gamma = \Delta E_{cin}$)

d) $\gamma = 0 - 576 = -576 J$

e) $\gamma = F \cdot d$
 $F_m = \frac{-576 \cdot 10^2}{18 \cdot 10^{-2}} = 0,32 \cdot 10^4 = 3200 N$

Resposta AT14: aluno 19.

2) a) $20g = 2 \cdot 10^{-3} kg$

b) $E_{cin} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot (240)^2}{2} = 57600 \cdot 10^{-3} = 576 J$

c) $\gamma = \Delta E_{cin} \therefore F \cdot d = \Delta E_{cin}$

d) $\gamma = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = -576 J$

e) $18cm = 0,18m$
 $\gamma = F \cdot d$
 $-576 = F \cdot 0,18$
 $F = \frac{-576}{0,18} = -3200 N$
 $\hookrightarrow$ resistente

Resposta AT14: aluno 24.

A amostra de respostas à AT14 acima aponta para a compreensão dos estudantes em relação à resolução do problema proposto, o que indica, como visto nas atividades anteriores, que se forem garantidos os critérios de congruência os alunos conseguem dar andamento nas soluções dos problemas propostos. Observamos, das respostas acima, que o aluno 03 resolveu corretamente a parte matemática proposta, embora tenha se esquecido das unidades das grandezas físicas. O mesmo não acontece com as duas outras amostras, chamando a atenção ao aluno 24 que fez questão de ressaltar que a força calculada é resistente, o que apresenta um indicativo da abstração e generalização do conceito. Uma vez que tenha sido facilitada a compreensão da atividade proposta, por meio da incorporação dos critérios de congruência, esse aluno conseguiu avançar mais do que lhe foi exigido.

A AT15, por sua vez, trata de um problema sobre eletrostática, onde os alunos deveriam calcular o potencial elétrico em um ponto determinado. A solução canônica da AT15 é apresentada abaixo.

$$V_M = K.Q/d \rightarrow V_M = 9.10^9.1,2.10^{-8}/0,4 \rightarrow V_M = 270 \text{ V.}$$

$$V_N = K.Q/d \rightarrow V_N = 9.10^9.1,2.10^{-8}/0,5 \rightarrow V_N = 216 \text{ V.}$$

Do enunciado da AT15 e da solução apresentada acima, observamos que a atividade consiste em um fenômeno de não congruência, uma vez que os três critérios necessários à congruência não estão estabelecidos, conforme se vê na tabela 25.

Tabela 25: Análise do problema AT15 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT15	Não há O enunciado apresenta signos em língua natural, em registros numéricos e em unidades de medida que não se correspondem com a quantidade dos signos de saída.	Não há No enunciado não está discriminado todas as operações necessárias para solução do problema. As operações matemáticas para resolução da questão são insuficientes no enunciado que aponta, apenas, para a determinação dos potenciais. Entretanto, o registro de saída necessita de operações de potenciação, multiplicação e divisão.	Não há Da forma que se lê o problema não é possível identificar uma solução para o mesmo.

Fonte: o autor.

Essa falta de critérios de congruência apontada na tabela 25 e, como temos visto, reflete em um número acentuado de fracassos nas resoluções de problemas por parte dos estudantes. Dos 20 alunos que realizaram a AT15 canônica, oito deles conseguiram apresentar a solução exigida, o que representa uma taxa de fracasso na resolução da atividade de 60%, dada a falta dos critérios de congruência citados.

Nesse sentido, a AT15 foi reestruturada garantindo-se os critérios de congruência, como consta a seguir.

a) Faça um desenho representando a carga Q distante 40 cm de um ponto indicado pela letra M.

b) Calcule o potencial elétrico no ponto M, utilizando $V = \frac{K \cdot Q}{d}$, com $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, e a distância acima de 40 cm que deve ser transformada em metros.

c) Utilizando o mesmo desenho do item (a) estique outra reta a partir da carga Q para formar outro ponto, agora denominado de N, distante 50 cm da mesma carga Q.

d) Calcule o potencial elétrico no ponto N, utilizando $V = \frac{K \cdot Q}{d}$, com $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, e a distância acima de 50 cm, que deve ser transformada em metros.

Essas discriminações das unidades significantes da AT15, juntamente com a aplicação do modelo cognitivo (figura 1) para o tratamento da questão, garantiram o fenômeno de congruência e o estabelecimento da possibilidade de resolução por parte dos alunos. Ressaltamos que as flechas 1 e 2 do modelo cognitivo indicam as representações dos registros internos nos itens discriminados acima, sendo o tratamento no registro A estipulado pela língua natural do enunciado e o tratamento do registro B pela representação imagética no item (a). O tratamento no registro A do item (b) é dado pela expressão do potencial elétrico e do registro B pelos valores numéricos dos elementos da expressão. Já no item (c) temos as flechas 1 e 2, respectivamente, demonstrando o representante imagético do item (a) e os elementos para determinação do ponto N no registro B. O representante em A no item (d) consiste no registro do potencial elétrico e o representante em B, o registro dos dados numéricos do potencial em N. A conversão semiótica é realizada pelas flechas 3 e 4, que fornecem, a cada item, a mudança de um registro em outro, sendo conduzidos pela flecha C à compreensão integrativa da AT15. A amostra abaixo aponta neste sentido.

Handwritten student work for AT15. The diagram shows three point charges: M (top left), N (bottom left), and Q (middle right). Distances are marked: 40cm between M and Q, 50cm between N and Q, and 0.5m between M and N. Calculations for electric potential V are shown for each charge and a final result $V_m = 2.7 \cdot 10^6 \text{ V/C}$.

Resposta AT15: aluno 12.

A taxa de sucesso, após a aplicação dos critérios de congruência e do modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação sobre a AT15, melhorou consideravelmente o percentual de acertos dos alunos, passando de 60 % de fracasso, para uma taxa de 90% de êxito na resolução do problema, pois 18 alunos, dos 20, a exemplo do aluno 12 acima, resolveram adequadamente os itens solicitados.

A AT16, por sua vez, foi realizada com os mesmos alunos da AT15, ainda a respeito de eletrostática, mas, com exigências maiores de interpretação. A solução canônica desse problema está descrita abaixo.

$$\text{Potencial } V_1: V_1 = \frac{K_0 \cdot Q_1}{d_1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-8 \cdot 10^{-6})}{4 \cdot 10^{-2}} = -1,8 \cdot 10^6$$

$$\text{Potencial } V_2: V_2 = \frac{K_0 \cdot Q_2}{d_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (15 \cdot 10^{-6})}{5 \cdot 10^{-2}} = 2,7 \cdot 10^6$$

$$\text{Potencial } V_3: V_3 = \frac{K_0 \cdot Q_3}{d_3} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-9 \cdot 10^{-6})}{3 \cdot 10^{-2}} = -2,7 \cdot 10^6$$

$$V_{\text{RES}} = \Sigma V = V_1 + V_2 + V_3 = (-1,8 \cdot 10^6) + (2,7 \cdot 10^6) + (-2,7 \cdot 10^6) = -1,8 \cdot 10^6 \text{ V.}$$

A solução canônica apresentada acima demonstra a falta dos critérios de congruência, uma vez que existem muitos signos distintos para resolução que não são evidenciados no enunciado da AT16, bem como as operações e a ordem de escrita da questão que não favorecem os estudantes para que possam encaminhar uma solução para a atividade.

A tabela 26 a seguir mostra a falta dos critérios de congruência dessa atividade apontando para a dificuldade dos alunos em conseguir dar encaminhamentos para solução.

Tabela 26: Análise do problema AT16 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT16	<p>Não há</p> <p>O enunciado da AT16 não tem correspondência semântica dos elementos significantes, pois os signos de entrada são bem menores que os signos de saída dos registros apresentados. Como signos de língua natural, de representação geométrica, de números e submúltiplos de grandezas físicas no enunciado que são distintos dos números de signos necessários para resolução.</p>	<p>Não há</p> <p>Existem operações inversas como sinais de mais e menos, além da inexistência de operações como potenciação, divisão, aplicação do teorema de Pitágoras, multiplicação etc, que não estão evidenciadas no enunciado, mas que são imprescindíveis para solução do problema.</p>	<p>Não há</p> <p>A forma em que se lê o enunciado é bem diferente da forma necessária à solução do problema. Não possibilitando ao aluno a correta interpretação e encaminhamento do problema.</p>

Fonte: o autor.

Assim, a AT16 representa um fenômeno de não congruência. Como visto anteriormente, essa característica torna a atividade extremamente difícil para os alunos. Efetivamente, essa atividade resultou, inicialmente, em 100% de fracasso.

A fim de melhorar a apresentação da AT16, de forma a garantir os três critérios necessários à congruência, segmentamos o problema como consta abaixo em dez itens.

a) Faça um retângulo com um dos lados de 3 cm e o outro de 4 cm como consta no enunciado.

b) Coloque em cada vértice do retângulo as cargas elétricas Q_1 , Q_2 , Q_3 e o ponto A, seguindo as orientações constantes no enunciado.

c) Trace uma diagonal que liga Q_2 com o ponto A e observe a figura geométrica (triângulo) que surge dessa diagonal.

d) Descreva uma operação matemática que possa fornecer o valor dessa diagonal.

e) Calcule o valor dessa diagonal e coloque-a na figura.

f) Observe as distâncias existentes no retângulo que conectam cada carga Q ao ponto A, que será o ponto que contém o potencial elétrico resultante gerado pelas demais cargas elétricas.

g) Calcule o potencial elétrico da carga Q_1 , utilizando $V_1 = \frac{K_0 \cdot Q_1}{d_1}$, lembrando que a distância entre Q_1 e o ponto A deve ser convertida em metros e que $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

h) Calcule o potencial elétrico da carga Q_2 , utilizando $V_2 = \frac{K_0 \cdot Q_2}{d_2}$, lembrando que a distância entre Q_2 e o ponto A deve ser convertida para metros e que $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

i) Calcule o potencial elétrico da carga Q_3 , utilizando $V_3 = \frac{K_0 \cdot Q_3}{d_3}$, lembrando que a distância entre Q_3 e o ponto A deve ser convertida para metros e que $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

j) Calcule o potencial elétrico resultante no ponto A somando os resultados encontrados para o potencial nos itens (g), (h) e (i), isto é, $V_{\text{RES}} = V_1 + V_2 + V_3$.

A amostra abaixo representada pelo aluno 05 ilustra a aplicação dessa segmentação.

Diagram: Point A is at the top left. Charge Q_1 is at the top right, 5 cm from A. Charge Q_2 is at the bottom right, 4 cm from A. Charge Q_3 is at the bottom left, 3 cm from A.

Formulas and calculations:

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-8) \cdot 10^{-6}}{0,01 \text{ m}} = -72 \cdot 10^3$$

$$V_1 = -1800 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 15 \cdot 10^{-6}}{0,05} = 135 \cdot 10^3$$

$$V_2 = 2700 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-9) \cdot 10^{-6}}{0,03} = -81 \cdot 10^3$$

$$V_3 = -27 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_A = -1800 + 2700 + (-1620)$$

$$V_A = -720 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_A = -7,2 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Resposta AT16: aluno 05.

A segmentação realizada na AT16 permitiu determinar a congruência entre os registros de representação semiótica, facilitando a aplicação do modelo cognitivo da representação centrado sobre a função de objetivação (figura 1), onde as setas 1 e 2 representam o tratamento sobre os registros A e B, para cada um dos itens segmentados, que realizam o tratamento interno aos registros, enquanto as setas 3 e 4, externas aos registros iniciais, fornecem as conversões por mudança de registro para cada um dos itens acima. Após as respectivas conversões a seta C possibilita a coordenação de cada um dos dois registros convertidos, o que acarreta no objeto cognitivo representado. Essa operação possibilitou que 15 dos 20 alunos conseguissem dar andamento à solução da questão proposta, permitindo uma taxa de sucesso de 75% para este

problema. Esse aumento é verificado na resposta do aluno 05 acima, que conseguiu encaminhar corretamente as segmentações propostas. Chamamos a atenção para o cálculo do potencial elétrico V_3 do aluno 05 acima, a qual está corretamente montada, porém o aluno cometeu algum deslize ao efetuar a divisão levando-o a um valor incorreto do potencial V_3 , mas esse erro não reduz a segmentação proposta, e não implica falta de congruência. Portanto, consideramos como correto, uma vez que o aluno 05 cumpriu a construção da solução adequadamente.

A atividade seguinte, AT17 consiste em um problema sobre conservação de quantidade de movimento. Sua solução é apresentada abaixo:

Adotando o sentido de movimento do corpo como positivo e sabendo que inicialmente a quantidade de movimento é nula, pois o conjunto está em repouso, e utilizando m_C = massa do corpo e M_A = massa do astronauta, temos pela conservação da quantidade de movimento:

$$Q_f = Q_i \rightarrow m_C.V_{fC} + M_A.V_{fA} = 0 \rightarrow 800.10^{-3}.15 + 80.V_{fA} = 0 \rightarrow V_{fA} = \frac{-800.10^{-3}.15}{80}$$

$\therefore V_{fF} = -0,15$ m/s, onde o sinal negativo representa o movimento do astronauta contra o sentido da trajetória adotado.

Dado que todos os alunos, das cinco turmas de 1º EM, erraram, ou deixaram em branco, a atividade, temos o indicativo de que o problema representa um fenômeno de não congruência e as conversões necessárias a sua solução não são triviais aos alunos, como se vê na tabela 27.

Tabela 27: Análise do problema AT17 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT17	Não há A quantidade de signos do enunciado difere dos signos apresentados na solução. Nesse sentido o não há possibilidade dos alunos poderem ver alguma correspondência entre a leitura e a solução algébrica.	Não há Não se constata as operações necessárias para resolver o problema no enunciado, uma vez que várias operações distintas não estão evidentes, tais como multiplicações, divisões, somas, potências e escolha de referenciais.	Não há Inexiste qualquer ordem referente a organização das unidades significantes, ou seja, da forma que os alunos leem o enunciado não conseguem visualizar a resposta algébrica do mesmo. O enunciado apenas deixa evidente a velocidade média e a igualdade entre as quantidades de movimento.

Fonte: o autor.

Realmente, essas circunstancias permitem afirmar que a AT17 não possui os 3 critérios de congruência necessários para a conversão dos registros de representação semiótica presentes no problema, o que justifica o fracasso dos alunos na resolução do mesmo.

Dada essa problemática, desenvolvemos a discriminação das unidades significantes da AT17 da forma que segue:

a) Sabendo que $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$, e que para transformar km/h para m/s dividimos o valor de km/h por 3,6 ($1 \text{ km/h} = 1000\text{m}/3600\text{s}$), transforme a massa do corpo para kg e a velocidade para m/s .

b) Faça uma ilustração do problema inserindo um eixo de referência.

c) Calcule a quantidade de movimento inicial do astronauta e da caixa utilizando $Q = m.v$.

d) Considerando a conservação de quantidade de movimento ($\Sigma Q_f = \Sigma Q_i$) substitua os valores dados e calcule a velocidade final do astronauta.

e) O que representa o sinal da velocidade encontrada?

Após realizada essa discriminação a atividade foi reapresentada aos alunos, garantindo agora os três critérios de congruência, sendo empregado o modelo cognitivo (figura 1), por meio de suas setas 1 e 2 para cada item. No item (a) o tratamento interno aos registros semióticos de 800 g e 54 km/h como representante no registro A e, os registros $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ e $1 \text{ km/h} = 1000\text{m}/3600\text{s}$ como representante no registro B. Para o item (b) o representante no registro A dado pela língua natural do enunciado e o representante do registro B dado pela representação imagética da figura com eixo de referência. O item (c) teve o registro A representado pela expressão da quantidade de movimento e o registro B representado pelos valores numéricos das massas e velocidades correspondentes. As transformações internas representadas pelo registro A, do item (d) são dadas pela expressão $\Sigma Q_f = \Sigma Q_i$, enquanto o registro B tem por representante os valores das massas e velocidades correspondentes. Por fim, as setas 1 e 2 do item (e) apresentam no registro A o valor da velocidade final, e no registro B o eixo de referência adotado. As flechas 3 e 4, correspondentes a cada uma das conversões dos itens acima indicam as mudanças de registro, sendo no item (a) a conversão das unidades do enunciado para o SI, no item (b) a conversão da língua natural para a figura (ilustração) do problema, no item (c), a conversão da expressão algébrica das quantidades de movimento inicial para as expressões aritméticas, no item (d) possibilitaram a conversão semiótica da expressão algébrica dada pela

conservação da quantidade de movimento para o outro registro aritmético, enquanto que o item (e) teve sua conversão entre o registro numérico da velocidade $-0,15$ m/s, para o entendimento conceitual, dado pelo registro da orientação inicial, o eixo de referencial adotado. O objeto cognitivo representado em cada conversão semiótica foi conduzido pela seta C, correspondente à compreensão integrativa (figura 2).

A amostra de respostas abaixo ilustra o resultado alcançado na AT17 reformulada.

Respostas

a) $m_A = 80 \text{ kg}$; $m_C = 0,8 \text{ kg}$; $v = 15 \text{ m/s}$

b)

c) $Q_i = m_A v$ $Q_i = m_C v$ As quantidades iniciais são 0.
 $Q_i = 80 \cdot 0$ $Q_i = 0,8 \cdot 0$
 $Q_i = 0 \text{ m/s}$ $Q_i = 0 \text{ m/s}$

d) $Q_f = Q_i$ A velocidade do astronauta é $-0,15$
 $m_A v + m_C v = 0$ ficou negativo pois ele está em sentido contrário
 $80v + 0,8 \cdot 15 = 0$
 $80v + 12 = 0$
 $80v = -12$
 $v = -12/80$ $v = -0,15 \text{ m/s}$

Resposta AT17 1º EM A: aluno 11.

a) $m_A = 80 \text{ kg}$
 $m_C = 0,8 \text{ kg}$
 $v = 15 \text{ m/s}$

b)

c) $Q = 80 \cdot 0$ $Q = 0,8 \cdot 0$
 $Q = 0$ $Q = 0$

Resposta AT17 1º EM D: aluno 16, itens (a), (b) e (c).

(d) $Q_i \text{ da caixa} = 0,8 \text{ kg} \cdot 15$
 $Q_f \text{ da caixa} = 12$

$Q_i \text{ do astronauta} = 80 \cdot v$
 $12 + 80v = 0$
 $80v = -12$
 $v = -0,15 \text{ m/s}$

O resultado foi negativo porque o astronauta foi para trás

Resposta AT17 1º EM D: aluno 16, itens (d) e (e).

Os resultados alcançados, após a garantia dos critérios de congruência e aplicação do modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação em relação a AT17, foram bem satisfatórios, como se pode observar na amostra acima, em relação às respostas dos alunos onde podemos observar que deram a correta sequência às soluções esperadas, inclusive, observando o motivo da velocidade final do astronauta ser negativa.

Assim, após a realização da atividade tivemos os seguintes resultados para as turmas analisadas.

A turma do 1º EM A teve 18 alunos presentes no dia da atividade, destes, 11 deram prosseguimento adequado ao problema resolvendo os itens solicitados, o que representa uma taxa de sucesso de mais de 60%. No 1º EM B, de 23 presentes, 16 alunos conseguiram resolver todas os itens solicitados, o que representa uma taxa de quase 70% de sucesso na resolução da AT17. Dos 18 alunos do 1º C presentes no dia da atividade, 14 conseguiram resolver a AT17, o que corresponde a uma taxa de 77% de sucesso na resolução do problema.

O 1º EM D e o 1º EM E, tiveram, respectivamente, 20 alunos presentes para realização da atividade, sendo que o 1º EM D, apresentou 15 alunos que conseguiram resolver a AT17, enquanto que o 1º EM E, teve um total de 12 alunos que resolveram adequadamente o solicitado. Esses resultados apresentam, respectivamente, taxas de sucesso de 75 % e 60% na resolução da AT17.

Comparando o fracasso de 100% na AT17 canônica com os resultados obtidos pela garantia dos critérios de congruência, podemos afirmar que as taxas de sucesso alcançadas foram satisfatórias.

A AT18 representa um problema canônico que trata da pressão total sobre um pino. Sua solução canônica é apresentada abaixo.

$$P = F/A = 2/10^{-6} = 2.10^6 \text{ N/m}^2$$

$$P_T = P + P_{\text{atm}} = 2.10^6 + 10^5 = 2,1.10^6 \text{ N/m}^2$$

Justificativa: a pressão total é a soma das pressões que aplica força perpendicular à superfície.

Esse problema foi aplicado a 33 alunos de um 2º EM, como citado anteriormente, sendo que apenas 8 alunos conseguiram resolver adequadamente a AT18, o que corresponde a uma taxa de fracasso de mais de 75%. Os erros mais evidentes foram em relação a transformações de unidades para SI, cálculos com potenciação, falta de entendimento sobre a necessidade de somar a pressão atmosférica com a pressão obtida para determinar a pressão total e, conseqüentemente, não conseguir justificar a solução efetuada. Essa alta taxa de insucesso é evidenciada pela falta de congruência na AT18, pois não há o estabelecimento de nenhum dos critérios de congruência necessários para que haja compreensão da questão proposta. A tabela 28 aponta a falta dos critérios de congruência dessa atividade.

Tabela 28: Análise do problema AT18 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT18	Não há A quantidade de signos do enunciado é bem inferior a quantidade de signos necessários para resolução do problema. Temos signos em língua natural com potências, números, unidades no enunciado, porém, no registro de saída há muito mais signos que são necessários para converter unidades e encaminhar a solução.	Não há As operações matemáticas necessárias não estão evidentes no enunciado e são opostas, temos divisão, multiplicação, regras de potência, regras de três, somas e necessidade de justificativa conceitual na língua natural.	Não há A leitura do enunciado não facilita a resolução do problema. Há a afirmação da aplicação de uma força sobre o pino, seguida da solicitação do cálculo da pressão, o que leva a falso entendimento, a saber: aplicar apenas o conceito de pressão.

Fonte: o autor.

As características configuradas na AT18 e constatadas na tabela 28, classificam essa atividade como um fenômeno de não congruência e as taxas de fracasso dos alunos serão altas (DUVAL, 2009).

Dado o alto índice de erros na AT18 realizamos a discriminação das unidades significantes do problema, segmentadas nos itens abaixo.

a) Transforme a área do pino para metros quadrados. Execute uma regra de três sabendo que 1 m^2 equivale a 10^6 mm^2 . Se for preciso, utilize a regra de potenciação $1/a^m = a^{-m}$.

b) Calcule a pressão em N/m^2 que o pino exerce sobre a superfície sabendo que a pressão é determinada por $P = F/A$.

c) Determine a pressão total em N/m^2 , somando a pressão atmosférica fornecida no enunciado da questão com a pressão calculada no item anterior. Lembre-se que na soma de potências devemos ter o mesmo expoente para poder realizar a somatória, por exemplo, $1.10^3 + 1.10^2$ deve ser transformado para $1.10^3 + 0,1.10^3 = 1 + 0,1.(10^3) = 1,1.10^3 = 1100$.

Com essa proposição os alunos reverteram a taxa de fracasso, dos 33 alunos participantes 29 conseguiram resolver o problema solicitado, o que corresponde a uma inversão de 75% de fracasso para aproximadamente 88% de sucesso na resolução da AT17, uma vez que foram garantidos os três critérios de congruência na atividade proposta.

A amostra abaixo indica o sucesso alcançado na resolução da AT18.

Resposta AT18 item (a): aluno 06.

Resposta A18 item (b): aluno 06.

Resposta A18 item (c): aluno 06.

Resposta A18: aluno 31.

Da amostra acima podemos verificar que os alunos compreenderam bem a proposta da atividade, conseguindo resolver adequadamente o problema, dado o estabelecimento dos critérios de congruência. É importante destacar que a discriminação do item (c) acima, a respeito do exemplo sobre a regra de potenciação com soma foi necessária, uma vez que, em geral, os alunos de EM não têm essa operação nas aulas de matemática, restringindo-se às regras básicas de potenciação com multiplicação e divisão de potências.

Dando continuidade nas atividades propostas, a AT19 insere um problema de termodinâmica a respeito do trabalho de um gás representado em registro gráfico. Dos 35 alunos da turma, 32 erraram o exercício e apenas três conseguiram encaminhar a solução corretamente, o que consiste em uma taxa de fracasso de mais de 90%. A solução canônica da AT19 é apresentada a seguir.

$$\text{Trabalho no trecho AB: } \tau = 8 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 16 \cdot 10^2 = 1600 \text{ J}$$

$$\text{Trabalho no trecho BC: } \tau = (8 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5) \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 2 = 12 \cdot 10^2 = 1200 \text{ J}$$

$$\text{Trabalho Total: } \tau = 1600 + 1200 = 2800 \text{ J}$$

Dessa solução, podemos constatar que o grande fracasso na resolução da AT19 era esperado, uma vez que, de acordo com Duval (2009), operações que envolvem conversão de registro semiótico com gráficos não são triviais aos alunos. De fato, o enunciado da AT19 apresenta um único registro de representação semiótica, a língua natural, e solicita o conceito de trabalho do gás em duas transformações termodinâmicas distintas que são apresentadas em um registro de representação semiótica por meio gráfico. A tabela 29 apresenta os motivos da dificuldade de resolução desta atividade.

Tabela 29: Análise do problema AT19 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT19	Não há O número de signos presentes no enunciado difere da quantidade de signos presentes na solução do problema. O enunciado apresenta uma representação semiótica por meio da língua natural e outra por meio de gráfico, enquanto a solução	Não há No enunciado não consta nenhuma indicação das operações necessárias à solução do problema. Solicita-se um cálculo de trabalho para cada transformação e o valor total das transformações, indicando para operação de soma. Porém, existem muitas outras operações na resolução (cálculos de áreas, potências,	Não há Da forma que se lê o problema não é possível desenvolver a resolução.

	necessita de vários signos ligados a entidades geométricas, algébricas e aritméticas.	divisões e multiplicações) as quais não são evidentes no enunciado, o que impede o encaminhamento de uma adequada solução.	
--	---	--	--

Fonte: o autor.

Como se pode perceber pela tabela 29, a AT19 representa um fenômeno de não congruência, motivo pelo qual os alunos tiveram grandes dificuldades para resolvê-la. Da forma apresentada não é possível compreender o encaminhamento da resposta, o que leva a necessidade de discriminar as unidades significantes do problema para facilitar seu entendimento e possibilitar sua resolução por parte dos alunos. Nessa perspectiva, apresentamos abaixo as discriminações da AT19, de forma a garantir os critérios de congruência.

Sabemos que o trabalho executado ou exercido sobre um gás é $\tau = P \cdot \Delta V$, porém ele também é numericamente igual a área sob o gráfico: Área (A) = Pressão (P) x volume (V).

a) Calcule o trabalho, em joules, do trecho AB, sabendo que a área sob o gráfico é equivalente a área de um retângulo. Lembre-se que a área do retângulo é $A = b \cdot h$.

b) Calcule o trabalho, em joules, do trecho BC, sabendo que a área sob o gráfico é equivalente a área de um trapézio. Lembre-se que a área do trapézio é $A = (B+b) \cdot h/2$.

c) O trabalho total é a soma dos trabalhos realizados entre AB e BC. Qual o trabalho total, em joules, realizado por este gás?

A discriminação realizada por meio desses três itens possibilitou a aplicação do modelo cognitivo (figura 1), onde as flechas 1 e 2 correspondem às transformações internas dos seguintes registros, item (a) flecha 1 representa o conceito $\tau_{AB} = P \cdot \Delta V$ do retângulo e a flecha 2 representa a área do retângulo $A = b \cdot h$; no item (b) a flecha 1 representa o registro $\tau_{BC} = P \cdot \Delta V$ do trapézio e a flecha 2 o registro $A = (B+b) \cdot h/2$; o item (c) está representado pela flecha 1 mediante $\tau_{Total} = \Sigma \tau$ e a flecha 2 pela soma $\tau_{AB} + \tau_{BC}$. As flechas 3 e 4 mostram os representantes externos para cada item, ou seja, a conversão de registro semiótico onde a cognição é conduzida pela seta C resultante na compreensão integrativa da representação semiótica. Assim, as flechas 3 e 4 correspondem no item (a) na conversão do conceito de trabalho como $P \cdot \Delta V$ para o conceito do trabalho τ_{AB} como sendo igual a área do retângulo e, por meio da seta C, no resultado do trabalho $\tau = 1600 \text{ J}$. O mesmo ocorre no item (b), onde a cognição ocorre entre as flechas 3 e 4 na conversão do trabalho como a área do trapézio, sendo levado pela seta C à

resposta solicitada $\tau = 1200 \text{ J}$. O item (c), por sua vez, tem a representação externa das setas 3 e 4 estabelecida na conversão dos registros de trabalho total e soma das áreas calculadas nos itens anteriores, onde a seta C conduz ao objeto cognitivo $\tau = 2800 \text{ J}$.

A amostra de respostas abaixo ilustra as resoluções dos alunos.

$$\begin{aligned}\tau &= b \cdot h \\ \tau &= \Delta v \cdot p \\ \tau &= (v_f - v_i) \cdot p \\ \tau &= (4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) \cdot 8 \cdot 10^5 \\ \tau &= 2 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^5 \\ \tau &= 16 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 = 16 \cdot 10^2 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ J}\end{aligned}$$

Resposta AT19 item (a): aluno 15.

$$\begin{aligned}B &= 8(10^3) \\ b &= 4(10^3) \\ h &= 2(10^{-3}) \\ A &= \frac{(B+b) \cdot h}{2} \\ A &= \frac{[8(10^3) + 4(10^3)] \cdot 2(10^{-3})}{2} \\ A &= \frac{1200000 \cdot 2,002}{2} \\ A &= 2400\end{aligned}$$

Resposta AT19 item (b): aluno 21.

$$\begin{aligned}A &= (1,2 + 1,6) \cdot 10^3 \\ A &= 2,8 \cdot 10^3 \text{ J}\end{aligned}$$

Resposta AT19 item (c): aluno 32.

A discriminação realizada na AT19, aplicada por meio dos três itens acima, permitiu uma grande taxa de sucesso dos alunos na resolução do problema solicitado, uma vez que os critérios de congruência foram garantidos nessa atividade, como se observa na amostra de respostas acima. Do total de 35 alunos, 33 alunos acertaram o item (a), 31 alunos tiveram êxito na solução do (b) e, no item (c), a taxa de sucesso foi alcançada por 30 alunos.

Comparando-se esses resultados com a primeira aplicação é nítida a diferença, houve praticamente uma inversão de 90% de fracasso em 90% de sucesso, o que sugere fortemente que, uma vez garantido os critérios de congruência, os alunos logram êxito nas resoluções de problemas de sala de aula.

A AT20, por fim, refere-se a uma questão canônica que foi aplicada aos mesmos alunos da AT19 com o objetivo de verificar se eles conseguiriam resolver o problema proposto sem ajuda dos critérios de congruência. Essa proposição consiste em verificar se houve algum ganho de cognição e abstração por parte dos alunos na aplicação de uma atividade correlata. Uma vez

que já tinham passado pela discriminação das unidades significantes na AT19, espera-se que consigam resolver um problema similar de forma canônica. A resolução canônica da AT20 encontra-se a seguir.

$$\text{Trabalho no trecho AB: } \tau = (30 + 10) \cdot 1 / 2 = 20 \text{ J}$$

$$\text{Trabalho no trecho BC: } \tau = 2 \cdot 30 = 60 \text{ J}$$

$$\text{Trabalho Total: } \tau = 20 + 60 = 80 \text{ J}$$

Analogamente ao problema canônico da AT19, a AT20 também não possui os critérios de congruência estabelecidos no enunciado, porém, tiveram a oportunidade de desenvolver a solução baseando-se nas discriminações do problema estudado anteriormente.

A tabela 30 aponta para a falta dos critérios de congruência da AT20.

Tabela 30: Análise do problema AT20 segundo os três critérios de congruência.

Problema	Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes	Univocidade Semântica Terminal	Organização das Unidades Significantes
AT20	Não há Signos com registros de representação semiótica no enunciado apresentados por meio de língua natural, gráfico contendo números e grandezas físicas. Contudo, no registro de saída são necessários mais signos que são necessários para as operações algébricas e aritméticas, além das operações geométricas.	Não há A solicitação do trabalho mecânico realizado pelo gás é insuficiente para solução do problema. Existem operações geométricas, aritméticas e algébricas com cálculos distintos que não são evidentes no enunciado da questão.	Não há A leitura do problema não permite dar andamento na resolução do problema.

Fonte: o autor.

Da tabela 30, poderíamos esperar a mesma dificuldade na resolução da AT20 encontrada na AT19. Contudo, os alunos tiveram o tratamento e a conversão semiótica trabalhada por meio do modelo cognitivo na AT19, o que favoreceu sua abstração e permitiu uma taxa de acertos razoável na AT20. Dos 35 alunos que realizaram a AT20, um total de 28 alunos conseguiram superar a falta de congruência no problema e resolvê-lo adequadamente, o que significa uma taxa de 80% de sucesso. Ao compararmos a tentativa de solução do problema canônico da AT19, que resultou em um fracasso de mais de 90%, o resultado alcançado na AT20 é considerável em termos de compreensão e resolução da questão.

A amostra de resoluções abaixo ilustra o ganho cognitivo dos alunos na resolução da AT20.

$$A_t = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{40}{2}$$

$$A = 20 \text{ J}$$

$$A = \frac{(30+10) \cdot 1}{2}$$

$$A = \frac{40 \cdot 1}{2}$$

$$A = 20 \text{ J}$$

$$A = b \cdot h$$

$$A = 2 \cdot 30$$

$$A = 60 \text{ J}$$

$$B = 60 + 20$$

$$B = 80 \text{ J}$$

Resposta AT20: aluno 02.

Resposta AT20 com gráfico pintado determinando as áreas e resolução algébrica: aluno 21.

Conforme podemos constatar nas respostas dos alunos 02 e 21 acima, foram apresentadas as conversões semióticas do cálculo de área para o conceito de trabalho, onde a soma dessas áreas resultou no trabalho total esperado. A importância de se ressaltar bem a área sob o gráfico é apresentada pelo aluno 21, que pintou as duas áreas da transformação gasosa apresentada entre os trechos A e C do problema, o que indica a necessidade concreta dessa representação, área do gráfico, para que se estabeleça a conversão algébrica para a aritmética resultando na soma final dessas áreas que é o conceito do trabalho total realizado pelo gás.

Assim, apesar da AT20 ser um problema canônico, o fato de terem desenvolvido a AT19 com o estabelecimento dos critérios de congruência favoreceu a compreensão do enunciado e subsequente a resolução do mesmo.

O conjunto de atividades empregadas nesta tese demonstra que, havendo garantia da congruência nas conversões semióticas, os estudantes conseguem dar encaminhamento nas soluções dos problemas exigidos, inclusive, tendo a oportunidade de expor seus conhecimentos escolares adquiridos anteriormente de forma mais explícita. Ou seja, conseguem resolver as operações necessárias com mais tranquilidade, uma vez que entenderam o que deve ser feito.

O contrário também é constatado, na medida em que não entendem o problema não são capazes de dar início ou continuidade nas soluções necessárias, mesmo tendo passado por todo um processo de ensino sobre os conceitos cobrados nas atividades aqui empregadas. Com efeito, as atividades AT1 até a AT20, de forma canônica, empregadas nas turmas estudadas constituíam conceitos que já haviam sido ensinados em sala de aula. Porém, como visto, as taxas de fracasso foram acentuadas, sendo necessária a discriminação das unidades significantes e a garantia dos três critérios de congruência para que as taxas de sucesso superassem o fracasso nas resoluções anteriores.

Uma vez que garantimos o fenômeno de congruência, os alunos passaram a obter uma taxa elevada de sucesso nas resoluções efetuadas sobre as atividades propostas, tanto sobre o problema canônico original, quanto em outros similares ou com um grau mais elevado de exigência. As atividades reelaboradas, pela discriminação das unidades significantes e trabalhadas mediante o modelo cognitivo centrado na função de objetivação, garantiram que a conversão entre registros de representação semióticas desenvolvesse a cognição dos alunos que passaram por esse estudo.

Nesse sentido, apontamos a AT20, problema canônico, que foi aplicado após a discriminação das unidades significantes e do modelo cognitivo empregado na AT19, resultando em uma taxa considerável de sucesso por parte dos alunos. O que aponta para o desenvolvimento da abstração desses estudantes, uma vez que conseguiram generalizar o fenômeno físico empregado na AT19 em uma nova situação didática.

É importante ressaltar que, além dessas atividades aqui realizadas com os alunos, também foi dado prosseguimento em problemas correlatos, como visto na AT20, tanto com o mesmo nível de dificuldade nos problemas, quanto em graus mais elevados, com o intuito de averiguar se a discriminação das unidades significantes desenvolvida nestas atividades foi suficiente para que esses alunos pudessem ter melhorado suas capacidades de resolução e, conseqüentemente, suas aprendizagens na resolução dos problemas.

Em outras palavras, buscou-se analisar, com outros problemas semelhantes, e com um pouco mais de complexidade aos já apresentados, se esses alunos foram capazes de dar andamento em soluções viáveis em problemas canônicos da física.

Nesse sentido, uma outra atividade desenvolvida na sequência das aulas, para os mesmos alunos de 3º ano do EM da AT12, foi a seguinte:

Uma carga puntiforme $q_1 = + 8,0 \text{ nC}$ está na origem de um sistema cartesiano, uma segunda carga puntiforme $q_2 = + 12 \text{ nC}$ está no eixo x, em $x = 4,0 \text{ m}$. Determine o campo elétrico no eixo y, em $y = 3,0 \text{ m}$.

Baseando-se na AT12, esses alunos puderam desenvolver adequadamente a solução deste problema, seguindo as discriminações das unidades significantes, o que lhes garantiu o fenômeno de congruência. Portanto, houve a possibilidade de efetuar corretamente as conversões necessárias entre os registros do problema chegando à sua solução exigida com o valor do campo elétrico ($E = 11,2 \text{ N/C} \cong 11 \text{ N/C}$).

A título de exemplo, apontamos a resposta do aluno 13 sobre o problema acima, que foi generalizada e simplificada por meio do uso da lei dos cossenos, o que demonstra um grau de abstração mais elevado quanto à solução desse problema, tornando a solução, inclusive, mais econômica, como se pode ver abaixo.

Resposta da atividade posterior (campo elétrico): aluno 13 – 3ºEM.

Abaixo, consta a resposta desse aluno de forma um pouco mais detalhada, uma vez que a resolução acima está muito simplificada.

Resposta da atividade sobre campo elétrico detalhada – 3º EM: aluno 13.

Dada a generalização efetuada pelo aluno 13 na resposta acima, podemos considerar que o mesmo teve sua abstração desenvolvida pela série de atividades propostas, possibilitando que conseguisse identificar a essência do fenômeno físico solicitado para, em seguida, propor uma solução inovadora frente aos demais colegas de sala. Seus conhecimentos escolares foram utilizados livremente, uma vez que ele compreendeu o que lhe era apresentado e o que lhe era exigido, conseguiu determinar o que deveria ser feito em termos de resolução.

Assim, a variedade de registros de representação semiótica, juntamente com a garantia dos critérios de congruência, foram responsáveis pelos sucessos atingidos nas atividades propostas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a análise das atividades realizadas pelos alunos, foi possível verificar que quando há um desenvolvimento dos problemas de física com a inserção de uma variedade de registros de representação semiótica e, sendo garantido que ocorra a congruência entre esses registros, por meio da discriminação de suas unidades significantes, há um aumento na taxa de sucesso dos alunos a respeito da solução dos problemas trabalhados.

De acordo com Duval (2009), é o estabelecimento do fenômeno de congruência que garante o sucesso nas atividades desenvolvidas pelos alunos, como afirma o autor:

Toda tarefa na qual a conversão das representações é congruente dá lugar a uma taxa elevada de sucesso. Toda tarefa na qual a conversão não é congruente dá lugar a uma taxa mais ou menos fraca de sucesso, conforme o grau de não-congruência (DUVAL, 2009, p. 19, grifo nosso).

E, como visto, o fenômeno de congruência ocorre após serem cumpridos os três critérios de discriminação das unidades significantes, juntamente, com a coordenação e mobilidade dos registros, o que foi possível estabelecer por meio do modelo cognitivo (figura 1), principalmente pelo ganho intelectual dado na passagem das flechas 3 e 4, que resulta na flecha C do modelo, ou seja, na compreensão integrativa, como mostrado na figura 2.

É justamente esse ganho cognitivo que desenvolve a abstração nos estudantes de EM. Importante lembrar que Duval (2009) afirma que é a função de objetivação, a qual tratamos nas atividades desenvolvidas com os alunos a partir do modelo de representação centrado sobre a função de objetivação fornecido na figura 1, a principal responsável para analisar a cognição dos estudantes. Segundo o autor “é a função de objetivação que é essencial para analisar a relação entre a diversidade de registros e **o funcionamento cognitivo do pensamento**” (DUVAL, 2009, p. 88, grifo nosso).

De acordo os resultados apresentados nas atividades realizadas, podemos compreender que a abstração nos estudantes de EM pode ser desenvolvida por meio do uso de uma variedade de registros de representação semiótica, mobilizados na função de objetivação e discriminação das unidades significantes dos registros de entrada e saída dos problemas físicos apresentados nas salas de aula.

Essa compreensão é validada pelas relações expostas, entre a teoria das representações semióticas e o desenvolvimento da abstração, realizado pela escolarização dos alunos por meio

das ferramentas didáticas trabalhadas. Constatou-se, das respostas dos alunos, após a garantia da discriminação das unidades significantes dos registros trabalhados nos problemas físicos apresentados, que conseguiram efetuar soluções adequadas, desde que o fenômeno de congruência fosse estabelecido.

Conforme as definições de abstração apresentadas, em especial, a abstração física, podemos interpretar, a partir dos dados surgidos nas atividades trabalhadas, que os estudantes participantes da pesquisa não só abstraíram os procedimentos necessários para solução dos problemas, como foram capazes de generalizar as operações exigidas para novos problemas. Inclusive, com grau de dificuldade semelhantes e até mais elevados, como evidenciado na AT20 e no problema extra, aplicado aos alunos de 3º EM da AT12, a respeito da determinação do campo elétrico, como exposto anteriormente.

Vale a pena recordar que a generalização tem fundamental importância para o conceito de abstração, como já citado por Struss (1993, p. 220), “a abstração é um processo de generalização”. E, segundo Duval (2009), não basta compreender um conceito, mas, também, mobilizá-lo dentro de uma atitude de pensamento, como a atitude necessária à solução de problemas de física. Essa atitude constitui, nesse sentido, o ato de generalizar o abstraído em contextos diversos daquele em que foi originado.

Assim, parece-nos que o processo de generalização pode ser compreendido como a própria abstração, que em nosso estudo, resulta na operacionalização de soluções de problemas físicos, onde o fenômeno de congruência tenha se estabelecido. Esse processo pode gerar nos alunos possibilidades de resoluções diversas daquelas originadas inicialmente para contextos outros, isto é, para os problemas canônicos da física semelhantes aos desenvolvidos inicialmente, ou com graus de aumento em suas dificuldades de solução.

Nessa perspectiva, as análises realizadas permitiram investigar as dificuldades dos alunos em converter um tipo de registro em outro, agindo sobre as dificuldades encontradas e colaborar para que possam desenvolver sua abstração na compreensão de problemas físicos. A análise dos dados colhidos na pesquisa permitiu, inclusive, que fosse constatado o aumento do grau de abstração e a generalização dos fenômenos estudados em problemas correlatos.

Nesta tese foram abordados diversos caminhos em busca da abstração como meio para o ensino e aprendizagem da física. Vimos, a partir do primeiro capítulo, que a abstração tem sido investigada por áreas distintas ao ensino da física, tais como a psicologia, a filosofia, a neurociência e a matemática. A falta de estudos precisos sobre a abstração e seu

desenvolvimento no ensino específico da física aparece refletida nos materiais didáticos³³. Os conteúdos presentes nesses materiais de física tratam a abstração como posta, o que pode constituir um erro, com implicação ao não aprendizado da física pelos estudantes do EM.

Sobre esse aspecto, vale ressaltar a constatação dada por Bachelard (2011, p. 30), “Os livros de física, que há meio século são cuidadosamente copiados uns dos outros”, constituem um ensino de física imóvel, preocupado com o conteúdo e não com os estudantes. Nesse contexto, a formação inicial dos professores, também constitui um grave problema, pois ocorre de forma a se preocupar apenas com os conteúdos estáticos, não desenvolvendo condições para que os futuros professores possuam um arcabouço cultural mais amplo a ser empregado em suas aulas. Essa estatização leva ao risco de se apresentar o mesmo do mesmo, tanto o que consta nos livros didáticos, quanto o que se aprende nas salas de aula do ES. O que pode levar os futuros professores a reproduzirem uma física construída histórica e socialmente estanque, sem possibilidades de utilização do aprendizado em contextos diferentes daqueles apresentados nos materiais escolares, isto é, uma física útil apenas na, e para, a sala de aula.

Não estamos aqui defendendo que haja capítulos nos livros didáticos que ensinem a abstrair, apenas apontamos a necessidade de se construir ferramentas didáticas úteis aos professores no sentido de se desenvolver uma física passível de compreensão e generalização em contextos diversos daqueles apresentados nos materiais didáticos. Essa necessidade, inclusive, conduziu ao problema de pesquisa desta tese. Uma vez que a física apresentada aos nossos alunos é abstrata, repleta de signos e símbolos³⁴ próprios ao contexto da física, os quais são necessários ao encaminhamento de soluções dos problemas de física apresentados em sala de aula, é razoável que seja necessário o desenvolvimento da abstração. Tal desenvolvimento é preciso para que seja possível operacionalizar essa linguagem nos problemas tratados em sala de aula, fornecendo condições para que o conhecimento produzido possa ser generalizado em outras circunstâncias.

Com isso, foi estabelecida a necessidade de investigar a abstração no ensino e aprendizagem da física, com a preocupação de estabelecer um entendimento sobre suas características, o que foi realizado no capítulo 2 da tese ao investigarmos o intrapsíquico e o

³³ Aqui são retratados todos os manuais, apostilas e livros utilizados no ensino canônico da física.

³⁴ Lembramos que o símbolo é o representante de um signo, por exemplo, a cor verde é um signo, que pode ser simbolizada como a esperança, mas o mesmo signo verde pode ter outra simbologia, como no caso do futebol se torna símbolo de um time específico, portanto, a relação simbólica sobre o signo depende do contexto histórico, social e filosófico que se estabelece.

interspíquico no ensino da física. Essa investigação traçada no capítulo 2, apontada nos estudos analisados sobre abstração no capítulo 1, conduziu a pesquisa para algumas áreas, o que foi necessário para que fosse possível convergir a um significado preliminar sobre abstração. Assim, nossa busca pela compreensão da importância e do papel da abstração para o ensino e aprendizagem da física conduziu-nos à uma incursão em busca de entendimentos e definições. O que possibilitou compreender o desenvolvimento da abstração como fundamental para compreensão dos fenômenos físicos estudados em salas de aula. Essa busca permitiu a identificação da necessidade do isolamento dos caracteres essenciais para sua generalização, isto é, a generalização dos fenômenos em contextos diversos. A definição de abstração científica fornecida por Khlyabich (1967) foi fundamental nessa busca, principalmente por permitir a constatação de que somente a “generalização teórica permite ao pensamento humano pôr a descoberto o fenômeno estudado”. Não menos interessante foi a verificação de que a abstração, tanto na educação, quanto na neurociência, ocorre por processos externos para depois se fundamentar como processo interno, ou seja, a abstração parte do interspíquico para o intraspíquico dos sujeitos, por meio de interações sócio-histórico-culturais.

Recordando Bachelard (2011, p. 77) “um conceito físico exige uma técnica de realização”, e nossa interpretação dessa citação, como sendo posta pela necessidade de desenvolvimento da abstração para operacionalização dos objetos físicos nos problemas dados aos estudantes, desenvolvemos o terceiro capítulo com foco na exposição da teoria de Raymond Duval. Essa teoria que trata dos registros semióticos e aprendizagens intelectuais, foi utilizada articulando sua área de desenvolvimento ligado às matemáticas para os estudos da física. Tal articulação foi justificada pelo fato de que os signos físicos são, em sua maioria, os signos matemáticos, assim a utilização dos procedimentos expostos no capítulo 3 convergiram bem sobre os estudos dos problemas e atividades desenvolvidos, em seguida, com os alunos. O quadro teórico global (figura 1) aponta para a completa exposição da teoria, com atenção à conversão dos registros através da coordenação, mobilidade e correspondência entre os registros, que ocorre na discriminação das unidades significantes, conduzindo à compreensão integrativa, isto é, à cognição do objeto representado. Após o entendimento da teoria dos registros semióticos e aprendizagens intelectuais, convergimos para uma definição de abstração física comportando essa teoria.

Os aspectos metodológicos, introduzidos no capítulo 4, possibilitaram o desenvolvimento da pesquisa de forma a garantir a promoção dos estudos dos signos e símbolos físicos à luz do quadro teórico de Raymond Duval (figura 1). O método de análise de conteúdo

proposto por Bardin (1977) com as contribuições de Triviños (1987) foram eficazes para o estabelecimento da organização, exploração e tratamento dos materiais investigados.

As atividades apresentadas tiveram duas funções. Primeiro, estabelecer uma análise diagnóstica sobre o desenvolvimento de problemas físicos com base nos registros de representação semiótica, especialmente, por permitir o real entendimento da dificuldade dos estudantes de EM a respeito dos problemas apresentados em sala de aula. Segundo, desenvolver a aplicação de uma ferramenta didática capaz de garantir os três critérios de congruência para conversão de registros semióticos por meio da discriminação das unidades significantes e do modelo cognitivo centrado sobre a função de objetivação.

Estabelecemos a dificuldade dos estudantes como sendo relacionada à falta de congruência nos enunciados dos problemas. Assim, definimos que para que ocorra o desenvolvimento de abstração dos adolescentes, especificamente nas resoluções dos problemas físicos, é necessário que haja o estabelecimento do fenômeno de congruência nos enunciados desses mesmos problemas físicos, o que ocorre no cumprimento dos três critérios exigidos para a ocorrência da congruência. Ou seja, é exigido que haja correspondência semântica das unidades significantes, univocidade semântica terminal e organização das unidades significantes para que ocorra a compreensão do problema.

Das atividades realizadas, o registro semiótico da língua natural apresenta indícios de favorecer o início de um ensino e aprendizagem da física, para depois se trabalhar a formação, o tratamento e a conversão para outros registros como as escritas algébricas, de funções, gráficos, tabelas, enfim, possibilidades distintas de registros, o que parece levar a uma compreensão integrativa e ao desenvolvimento da abstração desses estudantes. Sobre a abstração, as medidas oferecidas pela BPR-5 apontam para dificuldades em abstrair fenômenos físicos, quando compara-se a abstração física na medida do RM em relação aos outros tipos de raciocínio, como o verbal e o abstrato da BPR-5. A alta taxa de acertos, sobre o RV, indica para o uso inicial de registros de representação semiótica de língua natural nos problemas físicos.

Ainda sobre as atividades realizadas, parece razoável afirmar que há necessidade de se trabalhar, inicialmente, os registros semióticos em uma única representação. Isto é, buscar desenvolver sua formação e seu tratamento, para só depois iniciar a conversão desses registros em outros tipos de registros de representação semiótica. Como visto nas atividades AT7 em diante, a conversão dos registros ocorreu por meio do estabelecimento do fenômeno da congruência considerando a discriminação das unidades significante, e o modelo cognitivo,

garantindo o entendimento dos alunos sobre os problemas trabalhados. Sem esse trabalho didático, os índices e taxas de fracasso tendem a aumentar, enquanto que, ao buscar desenvolver os registros individualmente, principalmente buscando sua discriminação, para, na sequência, desenvolver a conversão, as taxas de sucesso aumentam consideravelmente.

Com isso, podemos questionar a fala de muitos professores sobre os alunos não saberem matemática para aprender física. O que ocorre é falta de congruência e não se trata de dar dicas demais aos estudantes, pelo contrário, trata-se de garantir o desenvolvimento de sua abstração para poderem lidar com os aspectos relativos ao ensino e aprendizagem da física discutidos nessa tese. Conforme esclarecem Ricardo, Custódio e Rezende Junior (2003), sobre a construção do conhecimento por parte dos alunos e da ação dos professores:

[...] Em suas escolhas e estratégias didáticas o professor se depara com um paradoxo se pretende que o aluno construa o conhecimento: de um lado o professor não pode tornar tudo explícito ao aluno, pois irá tirar deste a oportunidade de aprender; de outro lado, **o aluno ainda não dispõe de instrumentos suficientes para se desvencilhar da situação** (RICARDO; CUSTÓDIO; REZENDE JUNIOR, 2003, p.1, grifo nosso).

Como esclarecem os autores acima, os alunos não possuem os instrumentos intelectuais necessários ao seu aprendizado em física. Portanto, há necessidade de desenvolver essas ferramentas, bem como sua abstração para que possam lidar com a física escolar. Esses instrumentos intelectuais foram desenvolvidos à medida que a abstração dos alunos foi elevada pela garantia do fenômeno de congruência nas atividades desenvolvidas.

A transposição da teoria de Raymond Duval para a física foi realizada por meio da aplicação da formação, tratamento e conversão semiótica, a partir da discriminação das unidades significantes como apresentadas em Duval (1993; 2005 e 2009), sobre os conteúdos de física trabalhados. Esse processo contribuiu satisfatoriamente para o desenvolvimento da abstração dos nossos estudantes, o que é verificado no capítulo 5, onde a teoria das representações semióticas foi empregada como ferramenta didática ao ensino da física. Com isso, indicamos o desenvolvimento de um ensino de física baseado na promoção da abstração, que contribuiu para o melhor entendimento dos alunos sobre os problemas trabalhados.

Nesse contexto, esperamos que a pesquisa aqui realizada possa contribuir para que os professores de EM tenham uma ferramenta didática capaz de lidar com os problemas diários, os problemas físicos cotidianos da sala de aula, melhorando sua *praxis*, bem como a aprendizagem dos estudantes em relação aos estudos da física.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAGNANO, N.. *Dicionário de Filosofia*. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

AGUIAR JUNIOR, O.. O papel do construtivismo na pesquisa em ensino de ciências. *Investigações em Ensino de Ciências*. V 3 (2), pp. 107-120, 1998.

ALMEIDA, L. S.. Inteligência e aprendizagem: dos seus relacionamentos à sua promoção. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, vol. 8, n° 3, pp. 277-292, 1992.

ALMEIDA, L.S.. *Bateria de Provas de Raciocínio Diferencial (BPRD)*. Porto: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, 1986.

ALMEIDA, L.S.. *O raciocínio diferencial de jovens*. Porto: INIC, 1988.

ALMEIDA, L.S.; NASCIMENTO, E.; LIMA, A.O.F.; VASCONCELOS, A.G.; AKAMA, C.T.; SANTOS, M.T.. Bateria de provas de raciocínio (BPR-5): estudo exploratório em alunos universitários. *Avaliação Psicológica*, 9(2), pp. 155-162, 2010.

ALMEIDA, L.S.; PRIMI, R.. *Baterias de Prova de Raciocínio – BPR-5*. São Paulo, SP: Casa do Psicólogo, 2000.

ALMEIDA, L.S.; PRIMI, R.. Perfis de capacidades cognitivas na bateria de provas de raciocínio (BPR-5) - Capacidades cognitivas e BPR-5. *Psicologia Escolar e Educacional*. V. 8, n.2, p. 135-144, 2004.

ASSUNÇÃO, V. N. F.. A teoria das abstrações de Marx: o método científico exato para o estudo do ser social. *Verinotio – Revista online de filosofia e ciências humanas* n° 18, Ano IX, out. 2013.

BACHELARD, G.. *A formação do Espírito Científico*. Trad. Estela dos Santos Abreu. Editora Contraponto. Rio de Janeiro, 9ª edição, 316 p., 2011.

BARDIN, L.. *L'analyse de contenu*. Paris, Presses Universitaires de France, 1977.

BARSALOU, L. W.. Abstraction in perceptual symbol systems. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 358, n. 1435, 1177–1187, 2003.

BAUMGARTL, V. O.; NASCIMENTO, E.. A Bateria de Provas de Raciocínio (BPR-5) aplicada a um contexto organizacional. *Psico-USF (Impr.)*, vol.9, no.1, p.1-10, 2004.

BIPM. Bureau International des Poids et Mesures: *Measurement units: the SI*. Disponível em: <https://www.bipm.org/en/measurement-units/>. Acesso em dezembro de 2017.

BOEMO, M. S. *Registros de Representação Semiótica Mobilizados do Estudo de Sistemas Lineares no Ensino Médio*. 2015. 163 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2015.

BOEMO, M. S.; ROSA, C. W.; MARIANI, R. C. P.. Os Registros de Representação Semiótica nas Pesquisas em Matemática: Um olhar para os sistemas lineares e funções. In: *IV EIEMAT*, 2º Encontro Nacional Pibid Matemática. Educação Matemática para o século XXI: trajetória e perspectivas. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2014.

BRANDENBURG, O. J.. WEBER, L. N. D.. Autoconhecimento e liberdade no behaviorismo radical. *Psico-USF*, v. 10, n. 1, p. 87-92, 2005.

BRANDT, C. F.. *Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração*. 2005. 241 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T.. (Orgs.) *As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação Matemática*. Ijuí: Editora Ijuí, 2014.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T.. O Cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 7, n. 13, 2014.

BROUSSEAU, G.. *Introdução ao estudo das situações didáticas : conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo, SP: Ática, 1 ed. 2008.

BRUNER, J.. *The Process of Education*. Harvard University Press, 1960.

CARRETERO, M.. *Constructivismo y educación*. Editorial Progreso, 2000.

CARVALHO, A. M. P.. Construção do conhecimento e ensino de ciências. *Em Aberto*, Brasília, ano 11, nº 55, jul./set. 1992.

CARVALHO, A. M. P.. Piaget e o ensino de ciências. *R. Fac. Educ.* São Paulo, 1983.

COLL, C.. Las aportaciones de la psicología a la educación: el caso de la teoría genética y de los aprendizajes escolares, In: COLL, C. *Psicología genética y aprendizajes escolares*. [Madrid]: Siglo XXI, 1983.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T.. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências. *Zetetiké – Revista de Educação Matemática*, Campinas, v. 16, n. 29, p. 41-72, jan./jun. 2008.

CORRALLO, M. V.; LIMA, L. G.; RICARDO, E. C.. Física e Literatura: Quasimodo, o Corcunda de Notre Dame, em Aulas de Ondulatória para o Ensino Médio. EPEF 2016. In: Atas do XVI EPEF (Encontro de Pesquisa em Ensino de Física), 2016, Natal. *Anais...* Rio Grande do Norte: SBF (Sociedade Brasileira de Física), 2016a.

CORRALLO, M. V.; LIMA, L. G.; RICARDO, E. C.. O uso das representações sociais como possível ferramenta didática para o ensino de física. EPEF 2016. In: Atas do XVI EPEF (Encontro de Pesquisa em Ensino de Física), 2016, Natal. *Anais...* Rio Grande do Norte: SBF (Sociedade Brasileira de Física), 2016b.

CORRALLO, M. V.; JUNQUEIRA, A. C.; LIMA, L. G.. Software Livre Tracker: análise da viabilidade para ensino de Física. In: Atas do XXII SNEF (Simpósio Nacional de Ensino de Física), 2017, São Carlos. *Anais...* São Paulo: SBF (Sociedade Brasileira de Física), 2017b.

COSTA, W. R.. *Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE. Educação, Recife, PE, 2010.

CRUZ, M.B.Z.. *Estudo de validade e precisão da bateria de provas de raciocínio infantil – BPR-5I*. Dissertação (Mestrado em Psicologia). Itatiba, SP: Universidade de São Francisco, 2008.

CUVILLIER, A.. *Manual de Filosofia*. Editora Educação Nacional de Adolfo Machado. Porto, 1948.

DAVYDOV, V.. *Types of generalization in instruction*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

DUVAL, R.. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. p. 37- 64. Strasbourg: IREM - ULP, 1993.

DUVAL, R.. Registros de representações semióticas e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D.Alcantara. (org) *Aprendizagem em matemática: registros de representações semióticas*. 2. ed. São Paulo: Papirus, 2005.

DUVAL, R.. *Semiósis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e Aprendizagens Intelectuais*. Livraria da Física. São Paulo, 2009.

DUVAL, R.. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Suisse: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R.; MORETTI, M. T.. Trad. Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

FEIO, E. S. P; SILVEIRA, M. R. A.. A conversão da língua natural para a linguagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica. *Anais do sexto Encontro Paraense de Educação Matemática*, Belém, 2008 (CD-ROM).

FEYNMAN, R.. *Sobre as Leis da Física*. 1ª edição 1965. Rio de Janeiro. Contraponto, 2012.

FREIRE, P. R. N.. Considerações em torno do ato de estudar. In: *Ação Cultural para a Liberdade e Outros Escritos*. 9ed. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

GASPAR, A.. Cinquenta anos de ensino de física: muitos equívocos, alguns acertos e a necessidade de recolocar o professor no centro do processo educacional. *Revista Educação*, n. 21, 2004. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/public/enas/Gaspar.pdf>. Acesso em 02 de abril de 2015.

GEHLEN, S. T.; DELIZOICOV, D.. A dimensão epistemológica da noção de problema na obra de Vygotsky: implicações no ensino de ciências. *Investigações em Ensino de Ciências* v 17(1), pp. 59-79, 2012.

GLASERSFELD, E. V.; SMOCK, C. D.. *Epistemology and Education: The Implications of Radical Constructivism for Knowledge Acquisition*. Research Report, 1974.

GRANGER, G. G.. *Langages et Épistémologie*. Editions Klincksieck. Paris, 1979.

HAGLUND, J.; JEPPSSON, F.; ANDERSSON, J.. Young children's analogical reasoning in science domains. *Science Education*, v. 96, n. 4, p.725-756, 2012.

HARRY, D.; MINICK, N. J.; WERTSCH, J. V.; TULVISTE, P.; HOLZMAN, L. H.; KOZULIN, A.; EMERSON, C.; LAVE, J.; WNGER, E.; ENGSTRÖN, Y.; HEDEGAARD,

M.; BAKHURST, D.; CAMPIONE, J. C.; SCHAFFER, H. R.. *Uma introdução à Vygotsky* (org.). São Paulo: Loyola, 2002.

HAZZAN, O.. Reduzindo o Nível de Abstração ao aprender conceitos abstratos da Álgebra. *Educational Studies in Mathematics*, 40: 71–90, 1999.

HEISENBERG, W.; BORN, M.; AUGER, P.; SCHRODINGER, E.. *Problemas da Física Moderna*, Ed. Perspectiva, São Paulo, 2000.

HOLTON, G.. As raízes da complementaridade. *Humanidades*, vol 2, n. 9, 1984.

IWASAKI, Y.. *Reasoning with multiple abstraction models*. MIT Press. To appear, 1992.

JANCZURA, G. A.. Por Que Não Modelos Prototípicos? *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, vol. 11 n. 2, pp. 095-100, 1995.

JAUCH, J. M.. *São os Quanta Reais? Um Diálogo Galileano*. Nova Estella. São Paulo, 1986.

KAMII, C.. *A criança e o número*. São Paulo: Papirus, 1999.

KHLYABICH, I. A.. *Pequena história da filosofia*. Editora e distribuidora de livros Ltda. São Paulo, 1967.

KLUPPEL, G. T.; BRANDT, C. F. *Reflexões sobre o ensino da Geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval*. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Org.). *As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, p. 113-134, 2014.

KOSIK, K.. *Dialética do concreto*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.

KRAMER, J.. Is Abstraction the Key to Computing? *Communications of the Acm*, vol. 50, n. 4, 2007.

KRAMER, S.; SOUZA, S. J.. O debate Piaget/Vygotsky e as políticas educacionais. *Cadernos de Pesquisa*, v. 77, p. 69-80, 1991.

LAURENTI, C.. *Hume, Mach e Skinner: a explicação do comportamento*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2004.

LEÃO, I. B.. Um método para investigar a consciência: do intrapsicológico ao interpsicológico. *Psicologia & Sociedade*; 19, Edição Especial 2: 67-75, 2007.

LIMA, L. G.; CORRALLO, M. V.; RICARDO, E. C.. Professor, por que eu tenho que estudar física? A física e literatura como promotora de sentidos em processos argumentativos. In: Atas do XXII SNEF (Simpósio Nacional de Ensino de Física), 2017, São Carlos. *Anais...* São Paulo: SBF (Sociedade Brasileira de Física), 2017a.

LIMA, L. G.; RICARDO, E. C.. Física e Literatura: uma revisão bibliográfica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, Florianópolis, v. 32, n. 3, p. 577-617, maio 2015b.

LIMA, L.G.. *A abstração como ponte entre a física e a literatura na construção de conceitos de Mecânica Quântica no Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo. Programa Interunidades em Ensino de Ciências. São Paulo, 2014.

LIMA, L.G.. O estudo do Movimento Retilíneo Uniforme dos corpos através da leitura de trechos da 2ª Jornada do livro Diálogo Sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano, de Galileu Galilei. *Revista Física na Escola*, v. 13, n. 1, 2012.

LIMA, L.G.; RICARDO, E. C.. A Literatura como Ferramenta Didática no Ensino de Mecânica Quântica para o Ensino Médio. SNEF 2015. In: Atas do XXI SNEF (Simpósio Nacional de Ensino de Física), 2015, Uberlândia. *Anais...* Minas Gerais: SBF (Sociedade Brasileira de Física), 2015a.

LOCKE, J.. *Ensaio Sobre o Entendimento Humano*. Nova Cultura. São Paulo, 1999.

LOMÔNACO, J. F. B.; CLARO, E. C. F.; SOUSA, J. T. P.; MORI, N. N. R.; BARRERA, S. D.; LIMA, V. S.. Escolaridade e capacidade de abstração: um estudo com o teste brasileiro de provérbios. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, vol. 11 n. 2, pp. 101-106, 1995.

LURIA, A. R.. *A construção da mente*. São Paulo, SP: Ícone, 1992.

LURIA, A. R.. *Fundamentos de Neuropsicologia*. São Paulo: Edusp, 1981.

LURIA, A.R.. *The Working Brain*. Basic Books Inc. Publ. New York, 1973.

MACH, E. W. J. W.. *Conocimiento y Error*. Pla Cortés Trad. Buenos Aires: Espasa-Calpe. 1948. Original: *Erkenntnis und Irrtum*, 1905.

MACH, E. W. J. W.. *Knowledge and Error: Sketches on the Psychology of Enquiry*. 5ed. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1976 [1905].

MACH, E. W. J. W.. *The Analysis of Sensations*. 2ed. London: Routledge, 1996 [1886].

- MACH, E. W. J. W.. The Economical Character of Physical Research. *Open Court*, v. 8, n. 375, 1960. Disponível: <http://opensiuc.lib.siu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4904&context=ocj>. Acesso em 20 de jan 2016.
- MARICONDA, P. R.. *Diálogo Sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano*. Imprensa Oficial. São Paulo – SP, 2004.
- MARTINS, A. F. P.. História e filosofia da ciência no ensino: há muitas pedras nesse caminho. *Cad. Bras. Ens. Fís.*, v. 24, n. 1: p. 112-131, 2007.
- MARX, K.. *O Capital*. Nova Cultura. São Paulo, v. 1, livro primeiro, 1996, p.298.
- MATTHEWS, M. R.. História, filosofia e ensino de ciências: a tendência atual de reaproximação. *Cad. Cat. Ens. Fís.*, v. 12, n. 3: p. 164-214, 1995.
- MCGREW, K. S. Analysis of the major intelligence batteries according to a proposed comprehensive Gf-Gc framework. In D. P. Flanagan, J. L. Genshaft, & P. L. Harrison (Orgs), *Contemporary intellectual assessment: theories, tests, and issues*. Nova York: Guilford, pp. 151-179, 1997.
- MENEZES, L.C., KAWAMURA, R.D.; HOSOUME, Y. Objetos e objetivos no aprendizado da Física. In: Atas do IV EPEF (Encontro de Pesquisa em Ensino de Física), 4, 1994, Florianópolis. *Anais...* Santa Catarina: SBF (Sociedade Brasileira de Física): UFSC, 1994.
- MEURIS, G.. *Tests de Raisonnement Différentiel*. Bruxelles: Editest, 1969.
- MITCHELMORE, M.; WHITE, P.. Abstraction in Mathematics and Mathematics Learning. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol 3 pp 329–336, 2004.
- MORAES, R.; ROSITO, B. A.; HARRES, J. B. S.; GALIAZZI, M. C.; RAMOS, M. G.; COSTA, R. C.; BORGES, R. M. R.. *Construtivismo e Ensino de Ciências: reflexões epistemológicas e metodológicas (org.)*. EDIPUCRS. Porto Alegre, 2008.
- MOREIRA, M. A.. *Teorias da Aprendizagem*. Editora EPU. São Paulo, 2011.
- MOREIRA, M. B.; MEDEIROS, C. A.. *Princípios básicos de análise do comportamento*. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- MORTIMER, E. F.. *Linguagem e Formação de Conceitos no Ensino de Ciências*. Editora UFMG, 1a ed., 2000.

MOSCOVICI, S.. *Representações Sociais: Investigações em psicologia social*. Petrópolis. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2009.

MOURA, M. O.; MORETTI, V. D.. Investigando a aprendizagem do conceito de função a partir dos conhecimentos prévios e das interações sociais. *Ciênc. educ. (Bauru)*, Bauru, v. 9, n. 1, p. 67-82, 2003.

NERSESSIAN, N. J.. How do scientists think? Capturing the dynamics of conceptual change in science. *Cognitive models of science*, v. 15, p. 3-44, 1992.

NERSESSIAN, N. J. The cognitive basis of model-based reasoning in science. *The cognitive basis of science*, p. 133-153, 2002.

NERSESSIAN, N.; GREENO, J. G.. Multiple abstracted representations in problem solving and discovery in physics. In: *Proceedings of the Cognitive Science Society*, p. 77-84, 1990.

OLIVEIRA, J. M.; AMARAL, J. R.. O pensamento abstrato. *Revista Cérebro & Mente*. Campinas, n. 12, abr. 2001.

PAULO, I. J. C. D.; MOREIRA, M. A.. O problema da linguagem e o ensino da mecânica quântica no nível médio. *Ciência & educação. Bauru*. Vol. 17, no. 2 (2011), p. 421-434, 2011

PAZELLO, F. P. S. MATTOS, C. R.. O Conceito de Generalização: Explorando os Limites do Modelo de Perfil Conceitual. In: Atas do XII EPEF (Encontro de Pesquisa em Ensino de Física), 2010, Águas de Lindóia. *Anais...* São Paulo: SBF (Sociedade Brasileira de Física), 2010.

PESSOA JUNIOR, O.. As Interpretações da Mecânica Quântica. *Revista Ciência Hoje*, v.42, n. 250, p.32-38. Rio de Janeiro - RJ, 2008.

PESSOA JUNIOR, O.. Introdução Histórica à Teoria Quântica, aos seus Problemas de Fundamento e às suas Interpretações. *Caderno de Física da UEFS*, 04 (01 e 02): 89-114, 2006.

PESSOA JÚNIOR, O.. Quando a Abordagem Histórica deve ser usada no Ensino de Ciências? *Revista Ciência e Ensino*, 1996.

PESSOA JUNIOR, O.. Trechos do Cap. I do livro *Contribuições para análise das sensações*, originalmente de 1886, *Beiträge zur Analyse der Empfindungen*. Tradução para o português feita por Osvaldo Pessoa Jr., para o curso de Filosofia e História da Ciência Moderna (FLF0449), 1º semestre de 2012.

PIAGET, J. W. F.. *Epistemologia Genética*. Petrópolis: Vozes, 1970.

PIAGET, J. W. F.. *Recherches sur l'abstraction réfléchissante*. L'abstraction de l'ordre des relations spatiales. Études d'épistémologie génétique tomo 2. Paris, PUF, v. 35, 1977.

PIAGET, J.; INHELDER, B.. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo: Pioneira, v. 1955, 1976.

PICONE, D. F. B. *Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do teorema fundamental do Cálculo*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: 2007.

PONTES, A. N.. A proposta de uma teoria geral de princípios de abstração: uma contribuição à fundamentação da aritmética. *Trans/Form/Ação*. Marília, v. 36, n. 2, p. 179-194, 2013.

PONTES, H. M. S.; BRANDT, C. F.; NUNES, A. L. R.. O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática - State of the art theory of semiotics representation registers in mathematics education. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 19, n. 1, 2017.

PRESTES, Z. R.. *Quando não é a mesma coisa! Análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil: repercussões no campo educacional*. 2010, 295 f. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

PRIMI, R.; ALMEIDA, L.S.. Estudo de Validação da Bateria de Provas de Raciocínio (BPR-5). *Psicologia: Teoria e Pesquisa*. Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília. Vol. 16 n. 2, pp. 165-173, 2000.

RAIMI, R. A.. *Jerome Bruner, The Process of Education*. Harvard University Press, 2004. Disponível em: <http://www.math.rochester.edu/people/faculty/rarm/bruner.html>. Acesso em 10 de março de 2017.

REZENDE, F.; OSTERMANN F.; FERRAZ, G.. Ensino-aprendizagem de física no nível médio: o estado da arte da produção acadêmica no século XXI. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 31, n. 1, 2009.

RIBEIRO, A. J.. *Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 142 f., 2007.

RICARDO, E. C.. Problematização e contextualização no ensino de física. *Ensino de Física (Coleção Ideias em Ação)*. São Paulo: Cengage Learning, 29-51, 2010.

RICARDO, E. C.; CUSTÓDIO, J. F.; REZENDE JÚNIOR, M. F.. A relação didática, os obstáculos à aprendizagem e a teoria dos campos conceituais. In: *II Encontro Internacional de Linguagem, Cultura e Cognição: reflexões para o ensino*. Belo Horizonte. Minas Gerais - MG, 2003.

RICHIT, A.; SILVA, R. S.. Superfícies quádricas e TIC's: concepção, aplicação e análise de uma proposta didática à luz da teoria da representação semiótica de Duval. # *Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia*, 3(2), 2014.

RODRIGUES, M. E.. *A contribuição do behaviorismo radical para a formação de professores: uma análise a partir das dissertações e teses no período de 1970 a 2002*. Tese de doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

SAYAO, L. F.. Modelos teóricos em ciência da informação - abstração e método científico. *Ci. Inf.*, Brasília , v. 30, n. 1, p. 82-91, 2001 .

SILVA, A. C.; ALMEIDA, M. J. P. M.. A leitura por alunos do ensino médio de um texto considerado de alto grau de dificuldade. *Alexandria*, v. 7, p. 49-73, 2014.

SILVA, A. C.; ALMEIDA, M. J. P. M.. Uma leitura de divulgação científica sobre ressonância magnética no ensino médio. *Anais...* São Paulo: ABRAPEC, 2013.

SILVA, C. B. B.; LOMÔNACO, J. F. B.. Elaboração e Validação de um Instrumento para Avaliar Tipos de Pensamento Através da Interpretação de Provérbios. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, vol. 11, n. 1, pp. 073-080, 1995.

SKINNER, B. F.. *Tecnologia do ensino*. São Paulo: Edusp, 1972.

SKORSTAD, J., GENTNER, D.; MEDIN, D.. Abstraction processes during concept learning: A structural view. *Proceedings of the Tenth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 419-425, 1988.

STRUSS, P.. Temporal abstraction in qualitative physics. In: *Working Papers of the 7th Int. Workshop on Qualitative Reasoning*, Seattle. 1993.

TODOROV, J. C.; HANNA, H. S.. Análise do comportamento no Brasil. *Psic.: Teor. e Pesq.* vol. 26 n. espec. Brasília, 2010.

TRINDADE, A.. *Os Direitos Fundamentais em uma Perspectiva Autopoiética*. Porto Alegre, 2007.

- TRIVIÑOS, A. N. S.. *Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação*. Editora Atlas. São Paulo, 1987.
- TWENEY, D. R.. Mathematical Representations in Science: A Cognitive–Historical Case History. *Topics in Cognitive Science*, 1, p. 758–776, 2009.
- VASCONCELOS, M. S.. *A difusão das ideias de Piaget no Brasil*. Casa do Psicólogo. São Paulo, 1996.
- VIENNOT, L.. '*Le raisonnement spontann e en dynamic elementaire*', Tese de doutorado. Universidade Paris VII, Paris 1976.
- VYGOTSKY, L. S.. *A construção do pensamento e da linguagem*. Editora Martins Fontes, São Paulo, 2001.
- VYGOTSKY, L. S.. *A formação social da mente* (2. ed.). São Paulo, SP: Martins Fontes, 2007.
- VYGOTSKY, L. S.. Manuscrito de 1929. *Educ. Soc.* Campinas, v. 21, n. 71, p. 21-44, 2000.
- VYGOTSKY, L. S.. *Obras Escogidas: Tomo 1*. Madrid, España: Centro de Publicaciones del MEC y Visor Distribuciones, 1991.
- VYGOTSKY, L. S.. *Obras Escogidas: Tomo. 2*. Madri, España: Visor Distribuciones, 1994.
- VYGOTSKY, L. S.. *Obras Escogidas: Tomo. 3*. Madri, España: Visor Distribuciones, 2013a.
- VYGOTSKY, L. S.. *Obras Escogidas: Tomo. 4*. Madri, España: Visor Distribuciones, 2013b.
- VYGOTSKY, L.S.. *Pensamento e Linguagem*. Editora Martins Fontes. São Paulo, 2008.
- WATSON, J. B.. *Behaviorism*. New York: W. W. Norton, 1925.
- ZIMMERMANN, E.. Modelos de pedagogia de professores de física: características e desenvolvimento. *Cad.Cat.Ens.Fís.*,v.17, n.2 p.150-173, 2000.
- ZIMMERMANN, E.. The Interplay of Pedagogical and Science Related Issues in Physics Teachers Classroom Activities. *Unpublished PhD thesis*, University of Reading, 1997.

ANEXO I – Cenas da entrevista de Feynman para a TV Horizon (1981).

Feynman: Entrevista BBC Horizon (1981).

ANEXO II – Gedankenexperiment: o navio de Galileu.

Salviati falando para Simplicio:

- Fechai-vos com algum amigo no maior compartimento existente sob a coberta de algum grande navio, e fazei que aí existam moscas, borboletas e semelhantes animaizinhos voadores; seja também colocado aí um grande recipiente com água, contendo pequenos peixes; suspenda-se ainda um balde, que gota a gota verse água em outro recipiente de boca estreita, que esteja colocado por baixo: e, estando em repouso o navio, observai diligentemente como aqueles animaizinhos voadores com igual velocidade vão para todas as partes do ambiente; ver-se-ão os peixes nadar indiferentemente para todos os lados; as gotas cadentes entrarem todas no vaso posto embaixo; e vós, lançando alguma coisa para o amigo, não deveis lançar com mais força para esta que para aquela parte, quando as distâncias sejam iguais; e saltando, como se diz, com os pés juntos, transporíeis espaços iguais em todas as partes. Assegurai-vos de ter diligentemente todas essas coisas, ainda que não exista dúvida alguma de enquanto o navio esteja parado as coisas devem acontecer assim, e fazei mover o navio com quanta velocidade desejardes porque (sempre que o movimento seja uniforme e não flutuante de cá para lá) não reconhecereis uma mínima mudança em todos os mencionados efeitos, nem de nenhum deles podereis compreender se o navio caminha ou está parado: saltando, percorreríeis no tablado os mesmo espaços que antes, nem daríeis saltos maiores para a popa que para a proa, porque o navio se move velocissimamente, ainda que, no tempo durante o qual estejais no ar, o tablado subjacente deslize para a parte contrário ao vosso salto; e jogando alguma coisa ao companheiro não será necessário atirá-la com mais força para alcançá-lo, se ele estiver para a proa e vós para a popa, que estivésseis colocados ao contrário; e as gotas continuarão a cair como antes no recipiente inferior, sem que nenhuma caia em direção à popa, ainda que, enquanto a gota está no ar, o navio navegue muitos palmos; os peixes na sua água nadarão sem maior esforço tanto para a parte precedente quanto para a parte subsequente do vaso, e com a mesma facilidade chegarão ao alimento colocado em qualquer lugar da borda do recipiente; e finalmente as borboletas e as moscas continuarão seus voos indiferentemente para todas as partes, e nunca acontecerá que se concentrem na parte endereçada para a popa, como se estivessem cansadas de acompanhar o curso veloz do navio, do qual seriam separadas, por manterem-se no ar por longo tempo; e se queimando alguma lágrima de incenso produzísseis um pouco de fumaça, veríeis que ela se eleva para o alto e como uma pequena nuvem aí se mantém, movendo-se indiferentemente não mais para esta que para aquela parte.

E a razão de toda esta correspondência de efeitos é ser o movimento do navio comum a todas as coisas contidas nele e também no ar, razão pela qual sugeri que se estivesse sob a coberta do navio.

Galileu Galilei, *Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano*, p. 268-269. Tradução de Pablo Rubem Mariconda, in: Mariconda (2004).

ANEXO III – Prova de Raciocínio Mecânico (RM) – BPR-5

Exemplo A

Que patamar (A, B, C) possibilita atingir uma maior profundidade com o salto?
Se igual marque D.

Exemplo B

Observando a posição do sol, qual das árvores (A, B, C) terá a sua sombra mais adequadamente desenhada?

TESTES

Exercício 1

Saindo a fumaça com a mesma pressão, em que situação (A, B, C) se verifica maior velocidade do vento?

Se igual marque D.

Exercício 2

Olhando a posição das rodas das pernas da mesa em que sentido (**A, B, C, D**) a mesa acabou de se movimentar?

Exercício 3

Que roda (**A, B, C**) dá mais voltas num igual período de tempo?

Se igual marque D.

Exercício 4

Em que ponto do trajeto (**A, B, C, D**) o pêndulo Z passa com uma maior velocidade?

Exercício 5

Atendendo aos nós da corda, em que local (**A**, **B**, **C**) a corda ao arrebentar provoca a queda da **tábua Y** ?

Se em nenhum deles marque **D**.

Exercício 6

Em qual das alternativas (**A**, **B**, **C**, **D**) ambas as rodas indicadas giram no mesmo sentido?

- A.** Rodas 1 e 2
- B.** Rodas 2 e 4
- C.** Rodas 4 e 3
- D.** Rodas 2 e 3

Exercício 7

Que eixo (**A**, **B**, **C**) roda mais rápido?

Se igual marque **D**.

Exercício 8

As torneiras 1, 2, 3, 4 e 5 estão fechadas. Que torneira **A**, **B**, **C** ou **D** ao ser aberta permite a saída da água para o reservatório R?

Exercício 9

As rodas 2 e 3 são **solidárias**, isto é, têm o mesmo eixo. Em qual dos pares seguintes (**A**, **B**, **C**, **D**) as rodas andam no mesmo sentido?

- A. Rodas 2 e 4
- B. Rodas 1 e 4
- C. Rodas 4 e 3
- D. Rodas 1 e 3

Exercício 10

A que distância deve estar colocada a criança mais pesada para possibilitar o equilíbrio da tábua?

- A. 2 metros
- B. 4 metros
- C. 1 metro
- D. 3 metros

Exercício 11

Qual dos espelhos retrovisores (A, B, C) permite observar uma maior área geográfica?

Se igual marque D.

Exercício 12

Que pinça (A, B, C) permite segurar com menor esforço um material pesado?

Se igual marque D.

Exercício 13

A roda X faz girar a roda Y. Girando a roda X para a direita, como indica a seta, que tipo de movimento (A, B, C, D) apresentará a roda Y:

- A. De um modo contínuo para a direita
- B. De um modo contínuo para a esquerda
- C. De um modo intervalar para a direita
- D. De um modo intervalar para a esquerda

Exercício 14

Que par de cordas (A, B, C, D) não deixa, realmente, a placa publicitária cair?

- A. Cordas 1 e 2
- B. Cordas 3 e 2
- C. Cordas 1 e 4
- D. Cordas 2 e 4

Exercício 15

Em que situação (A, B, C) será mais fácil erguer o peso?

Se igual marque D.

Exercício 16

Em qual das posições (A, B, C, D) a tábua, sendo a mesma, aguentará um peso maior?

Exercício 17

Puxando a alavanca no ponto M para baixo que sentido (A, B, C, D) tomará a extremidade 1?

Exercício 18

Para levantar o peso, qual das alternativas seguintes corresponde aos movimentos das rodas dentadas X e Y?

- A. 1 e 3
- B. 2 e 3
- C. 1 e 4
- D. 2 e 4

Exercício 19

Puxando a alavanca 1 no sentido indicado pela seta, que sentido (A, B, C, D) tomará a extremidade da alavanca 2 ?

Exercício 20

Em que local (**A**, **B**, **C**) a tábua tenderá a partir quando se faz força para baixo em 1?

Se igual marque **D**.

Exercício 21

Quando o eixo de cima gira no sentido indicado pela seta, que par de setas traduz os movimentos de X e Y?

- A. 1 e 4
- B. 2 e 3
- C. 1 e 3
- D. 2 e 4

Exercício 22

Que par de recipientes (**A**, **B**, **C**, **D**) está de acordo com a realidade?

- A. 1 e 2
- B. 3 e 4
- C. 1 e 3
- D. 1 e 4

Exercício 23

O cão está amarrado num ponto fixo da casa.
Que esquema (**A, B, C, D**) representa melhor
os limites máximos da área que o cão pode
percorrer?

Exercício 24

As três hélices apresentam igual massa.
Qual delas (**A, B, C**) tenderá a rodar
mais facilmente com a força do vento?
Se igual marque **D**.

Exercício 25

Qual das três barragens (**A, B, C**) se mostra,
de início, como a mais segura?
Se igual marque **D**.

Gabarito dos testes do Raciocínio Mecânico (RM) – BPR-5

01 – A	06 – B	11 – B	16 – D	21 – A
02 – A	07 – A	12 – B	17 – C	22 – D
03 – C	08 – C	13 – D	18 – D	23 – C
04 – D	09 – B	14 – D	19 – C	24 – A
05 – B	10 – C	15 – C	20 – B	25 – A

ANEXO IV – Prova de Raciocínio Verbal (RV) - BPR-5

Exemplo A: Dia está para Noite assim como Claro está para ...

A – Luz B – Energia C – Escuro D – Claridade E - Nuvem

Como podemos ver, Dia e Noite são antônimos, ou seja, palavras da mesma classe e de significados exatamente opostos. “Claro” é um adjetivo e seu antônimo é outro adjetivo – que só pode ser “Escuro” – letra C.

Exemplo B: Calçado está para Couro como Vestuário está para ...

A – Tecido B – Camisola C – Têxtil D – Roupas E-Algodão

A relação entre “Calçado” e “Couro” é a seguinte: a primeira palavra é algo que se faz com a primeira e ambas são palavras genéricas (não se diz “Couro de boi”, por exemplo, no item). A mesma relação existe entre “Vestuário” e “Tecido”. “Algodão” poderia trazer dúvidas, mas, como foi dito, são palavras genéricas as segundas das séries.

Exemplo C: Almoço está para Refeição como Automóvel está para ...

A – Autoestrada B - Motor C – Piloto D – Veículo E - Viagem

A relação no exemplo dado é: a primeira palavra é um tipo dentro da classe apresentada pela segunda. Almoço é um tipo de refeição. Esta mesma relação existe entre “Automóvel” e “Veículo” já que automóvel é um tipo de veículo. Aqui terminam os exemplos.

TESTES

1 – Tapete está para **Chão** assim **Quadro** está para ...

A – Muro B – Museu C – Parede D – Sala E – Frente

2 – Quartel está para **Soldado** como **Fábrica** está para ...

A – Trabalho B – Indústria C – Esforço D – Material E – Operário

3 – Hora está para **Dia** assim como **Mês** está para ...

A – Semana B – Tempo C – Calendário D – Ano E – Século

4 – Anel está para **Dedo** assim como **Gravata** está para ...

A – Pescoço B – Festa C – Camisa D – Cerimônia E – Paletó

5 – Passado está para **Presente** assim como **Ontem** está para ...

A – Futuro B – Hoje C – Após D – Amanhã E – Dia

6 – Médico está para **Doente** como **Vendedor** está para ...

A – Feirante B – Cobrador C – Imposto D – Cliente E – Comerciante

7 – Nunca está **Jamais** assim como **Sempre** está para ...

A – Futuro B – Hoje C – Eterno D – Logo E – Prazo

8 – Piano está para **Música** assim como **Voz** está para ...

A – Cantor B – Canto C – Disco D – Melodia E – Rádio

9 – Bússola está para **Navegador** assim como **Semáforo** está para ...

A – Motorista B – Polícia C – Carro D – Sinaleiro E – Código

10 – Porta está para **Casa** assim como **Título** está para ...

A – Entrada B – Livro C – Capítulo D – Prefácio E – Sumário

11 – Exceder está para **Ultrapassar** assim como **Medir** está para ...

A – Distinguir B – Observar C – Analisar D – Ordenar E – Avaliar

12 – Praia está para **Mar** assim como **Margem** está para ...

A – Baía B – Terra C – Rio D – Porto E – Leito

13 – Experimentar está **Ensaiai** assim como **Persistir** está para ...

A – Permanecer B – Aguentar C – Incentivar D – Progredir E – Analisar

14 – Moldura está para **Quadro** assim como **Frenteira** está para ...

A – Arredores B – Contorno C – Terra D – País E – Alfândega

15 – Sinônimo está para **Antônimo** assim como **Igual** está para ...

A – Diferente B – Parecido C – Contrário D – Inverso E – Idêntico

16 – Muito está para **Nada** assim como **Sempre** está para ...

A – Agora B – Todos C – Frequente D – Às vezes E – Nunca

17 – Esperança está para **Futuro** assim como **Arrependimento** está para ...

A – Posterior B – Hoje C – Passado D – Correção E – Culpa

18 – Revista está para **Leitura** assim como **Bola** está para ...

A – Atleta B – Descanso C – Futebol D – Ginástica E – Desporto

19 – Escultura está para **Arte** assim como **Poesia** está para ...

A – Poema B – Literatura C – Livro D – Canção E – Escritor

20 – Aprovar está para **Contradizer** assim como **Avançar** está para ...

A – Correr B – Parar C – Impedir D – Mudar E – Retroceder

21 – Antecedente está para **Consequente** assim como **Presente** está para ...

A – Futuro B – Agora C – Hoje D – Desenvolvimento E – Atualidade

22 – Permanecer está para **Constante** assim como **Habitual** está para ...

A – Sempre B – Inconstante C – Frequente D – Repetitivo E – Raro

23 – Tarde está para **Cedo** assim como **Tardio** está para ...

A – Passado B – Nunca C – Pontual D – Precoce E – Rápido

24 – Ouvido está para **Música** assim como **Olfato** está para ...

A – Gosto B – Perfume C – Ar D – Cheiro E – Ritmo

25 – Meditar está para **Concentração** assim como **Julgar** está para ...

A – Afirmação B – Justiça C – Atenção D – Ponderação E – Julgamento

Gabarito dos testes do Raciocínio Verbal (RV) – BPR-5

01 – C	06 – D	11 – E	16 – E	21 – A
02 – E	07 – C	12 – C	17 – C	22 – C
03 – D	08 – B	13 – A	18 – E	23 – D
04 – A	09 – A	14 – D	19 – B	24 – B
05 – B	10 – B	15 – A	20 – E	25 – E

ANEXO V – Prova de Raciocínio Abstrato (RA) – BPR-5
Ex. A

Ex. B

Ex. C

TESTES
1

2

21

A B C D E

22

A B C D E

23

A B C D E

24

A B C D E

25

A B C D E

Gabarito dos testes do Raciocínio Abstrato (RA) – BPR-5

01 – B	06 – D	11 – E	16 – D	21 – B
02 – C	07 – B	12 – D	17 – C	22 – A
03 – E	08 – C	13 – A	18 – B	23 – E
04 – D	09 – A	14 – B	19 – E	24 – D
05 – A	10 – C	15 – A	20 – C	25 – E

ANEXO VI - Questões

Questão 01 - (UEL PR/2015) - *De onde vem o mundo? De onde vem o universo? Tudo o que existe tem que ter um começo. Portanto, em algum momento, o universo também tinha de ter surgido a partir de uma outra coisa. Mas, se o universo de repente tivesse surgido de alguma outra coisa, então essa outra coisa também devia ter surgido de alguma outra coisa algum dia. Sofia entendeu que só tinha transferido o problema de lugar. Afinal de contas, algum dia, alguma coisa tinha de ter surgido do nada. Existe uma substância básica a partir da qual tudo é feito? A grande questão para os primeiros filósofos não era saber como tudo surgiu do nada. O que os instigava era saber como a água podia se transformar em peixes vivos, ou como a terra sem vida podia se transformar em árvores frondosas ou flores multicoloridas.*

(Adaptado de: GAARDER, J. *O Mundo de Sofia*. Trad. de João Azenha Jr. São Paulo: Companhia das Letras, 1995. p.43-44.)

Desde a elaboração dos modelos atômicos por Dalton, Thomson, Rutherford e Bohr, cientistas como Murray Gell- Man (EUA) e Georg Zweig (Alemanha) têm desvendado os segredos subatômicos da matéria.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, as subpartículas que constituem as partículas atômicas conforme os modelos de Gell-Man e Georg Zweig.

- a) Quarks, léptons e bósons.
- b) Elétrons, nêutrons e prótons.
- c) Neutrinos e pósitrons.
- d) Núcleo e eletrosfera.
- e) Fótons.

Questão 02 - (UFPR/2015) - No final do século XIX e início do século XX, a Física se defrontou com vários problemas que não podiam ser explicados com as teorias e modelos aceitos até esse período. Um desses problemas consistia em explicar corretamente o fenômeno do Efeito Fotoelétrico. Sobre esse efeito, considere as seguintes afirmativas:

1. Esse efeito foi observado primeiramente por Henrich Hertz e sua explicação correta foi publicada em 1905 por Niels Bohr.
2. A explicação correta desse efeito utilizou uma ideia de Max Planck, de que a luz incidente não poderia ter energia com um valor qualquer, mas sim uma energia dada por múltiplos inteiros de uma porção elementar.
3. Segundo o modelo proposto, cada fóton, ao colidir com um elétron, transfere-lhe uma quantidade de energia proporcional a sua velocidade.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
- b) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
- c) Somente a afirmativa 3 é verdadeira.
- d) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.

Questão 03 - (UNIMONTES MG/2015) - Em 1924, o Físico francês Louis de Broglie, em sua tese de Doutorado, formulou a hipótese de que a matéria teria um comprimento de onda λ associado a ela, dado pela expressão $\lambda = \frac{h}{mv}$, sendo m a massa da partícula material considerada, $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J.s a constante de Planck e v sua velocidade. Considerada a hipótese de ‘de Broglie’, um elétron que se move a uma velocidade de módulo $7,28 \times 10^6$ m/s manifesta uma onda de matéria cujo comprimento de onda é da ordem de

Dado: $m = 9,14 \times 10^{-31} \text{ kg}$

- a) 10^{-8} m
- b) 10^{-12} m
- c) 10^{-14} m
- d) 10^{-10} m

Questão 04 - (UFG GO/2014) - Em 1913, há cem anos, Niels Bohr, para resolver o problema da emissão de radiação por partículas carregadas que movem-se em uma órbita circular, formulou a hipótese de que o momento angular do elétron no átomo de hidrogênio era quantizado, ou seja, de que $mvr = n\hbar$ com $n = 1, 2, 3, \dots$. Essa hipótese foi necessária, pois, de acordo com a física clássica, o elétron colapsaria no núcleo, o que seria explicado

- a) pela perda discreta de energia potencial e diminuição do raio da órbita por saltos quânticos.
- b) pela conservação da energia mecânica com perda de energia potencial e ganho de energia cinética.
- c) pela perda contínua de energia cinética e de quantidade de movimento.
- d) pela conservação do momento angular e diminuição do raio da órbita.
- e) pelo aumento da força centrípeta e aumento da velocidade.

Questão 05 - (UDESC/2013) - Há 100 anos Niels Bohr propôs um modelo para a descrição do átomo de Hidrogênio. Bohr considerou um modelo planetário em que um elétron orbita um próton da mesma forma que a Terra orbita o Sol. No modelo atômico de Bohr, novos ingredientes físicos tiveram que ser considerados, entrando em cena a natureza quântica da matéria.

A respeito desses novos ingredientes, introduzidos no modelo atômico de Bohr, analise as proposições.

- I. Os raios das possíveis órbitas do elétron ao redor do próton são quantizados, ou seja, assumem valores discretos.
- II. O elétron, em suas possíveis órbitas ao redor do próton, pode assumir quaisquer valores de energias.
- III. Ao passar de uma órbita com raio maior para uma órbita com raio menor, o elétron emite um fóton, ou seja, radiação eletromagnética na forma de luz.

Assinale a alternativa **correta**:

- a) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- c) Somente a afirmativa II é verdadeira.
- d) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- e) Todas as afirmativas são verdadeiras.

Questão 06 - (UFG GO/2012) - A experiência da dupla fenda realizada por Akira Tonomura, em 1989, consiste em lançar elétrons sobre um anteparo que contém duas fendas e coletar em uma tela as partículas transmitidas, conforme ilustrado a seguir.

Nesse experimento, a fonte emite um elétron por vez. A evolução temporal da imagem formada está ilustrada nas figuras (a), (b), (c) e (d).

Disponível em: <<http://www.hitachi.com/rd/research/em/doubleslit.html>>. Acesso em: 23 set. 2011.

O fenômeno físico constatado na imagem final (d) e a teoria que descreve o comportamento dos elétrons são, respectivamente,

- refração e quantização de Bohr.
- refração e quantização de Planck.
- ondulatório e quantização de Planck.
- ondulatório e dualidade onda-partícula.
- propagação retilínea e dualidade onda-partícula.

Questão 07 - (UFRN/2012) - Estudantes interessados em analisar a natureza dual da luz preparavam uma apresentação para uma Feira de Ciências com três experimentos, conforme mostrados nas Figuras abaixo.

- o **1º experimento** mostra a difração da luz ao passar por uma fenda estreita;
- o **2º experimento** mostra o efeito fotoelétrico caracterizado pela geração de corrente elétrica a partir da incidência de luz sobre uma célula fotoelétrica; e
- o **3º experimento** mostra o efeito da polarização da luz ao fazê-la incidir sobre filtros polarizadores.

A partir desses experimentos, é correto afirmar que

- o efeito fotoelétrico e a polarização evidenciam a natureza ondulatória da luz, enquanto a difração evidencia a natureza corpuscular da luz.
- a polarização e a difração evidenciam a natureza corpuscular da luz, enquanto o efeito fotoelétrico evidencia a natureza ondulatória da luz.
- a difração e a polarização evidenciam a natureza ondulatória da luz, enquanto o efeito fotoelétrico evidencia a natureza corpuscular da luz.
- o efeito fotoelétrico e a difração evidenciam a natureza ondulatória da luz, enquanto a polarização evidencia a natureza corpuscular da luz.

Questão 08 - (UPE/2012) - Sobre o Princípio da Incerteza de Heisenberg, analise as proposições a seguir:

- I. Se uma medida da posição for feita com precisão Δx e se uma medida simultânea da quantidade de movimento for feita com precisão Δp , então o produto das duas incertezas nunca poderá ser menor do que $\frac{h}{4\pi}$, ou seja, $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$.
- II. Quanto maior a precisão na determinação da posição do elétron, menor é a precisão na determinação de sua velocidade (ou de sua quantidade de movimento) e vice-versa.
- III. O princípio afirma que há um limite real para a precisão das medições simultâneas da posição e da quantidade de movimento. Esse limite provém da própria estrutura quântica da matéria e das imperfeições dos instrumentos de medida utilizados.
- IV. O princípio fundamenta-se na ação do observador sobre o objeto observado; logo, ele é uma manifestação da impossibilidade de se ignorar a interação entre o observador e o objeto observado.
- V. Esse princípio se torna irrelevante na interpretação de experiências que lidam com objetos macroscópicos, mas se torna relevante na interpretação de experiências que lidam com partículas subatômicas, como os elétrons.

Estão **CORRETAS**:

- a) I, II, III, IV e V.
- b) I e II, apenas.
- c) I, II e V, apenas.
- d) I, II, IV e V, apenas.
- e) I, II e IV, apenas.

Questão 09 - (PUC RS/2012) - De acordo com a quantização da energia de Planck, sabe-se que a energia de um fóton é $E = hf$ onde h é a constante de Planck e f é a frequência da radiação. Considerando os fótons de radiação eletromagnética a seguir, numere os parênteses em ordem crescente de sua energia, sendo 1 o de menor energia e 5 o de maior energia.

- () luz azul
- () luz vermelha
- () raios gama
- () radiação ultravioleta
- () radiação infravermelha

A correta numeração dos parênteses, de cima para baixo, é

- a) 1 – 2 – 3 – 4 – 5
- b) 2 – 1 – 4 – 3 – 5
- c) 3 – 2 – 5 – 4 – 1
- d) 4 – 3 – 5 – 2 – 1
- e) 5 – 2 – 1 – 4 – 3

Questão 10 - (UFRN/2004) - Bárbara ficou encantada com a maneira de Natasha explicar a dualidade onda-partícula, apresentada nos textos de Física Moderna. Natasha fez uma analogia com o processo de percepção de imagens, apresentando uma explicação baseada numa figura muito utilizada pelos psicólogos da Gestalt. Seus esclarecimentos e a figura ilustrativa são reproduzidos abaixo.

A minha imagem preferida sobre o comportamento dual da luz é o desenho de um cálice feito por dois perfis. Qual a realidade que percebemos na figura ao lado? Podemos ver um cálice ou dois perfis, dependendo de quem consideramos como figura e qual consideraremos como fundo, mas não podemos ver ambos simultaneamente. É um exemplo perfeito de realidade criada pelo observador, em que nós decidimos o que vamos observar. A luz se comporta de forma análoga, pois, dependendo do tipo de experiência (“fundo”), revela sua natureza de onda ou sua natureza de partícula, sempre escondendo uma quando a outra é mostrada.

Figura citada por Natasha, na qual dois perfis formam um cálice, e vice-versa. Diante das explicações acima, é correto afirmar que Natasha estava ilustrando, com o comportamento da luz, o que os físicos chamam de princípio da:

- a) incerteza de Heisenberg.
- b) complementaridade de Bohr.
- c) superposição.
- d) relatividade.

GABARITO:

- 1) **Gab:** A 2) **Gab:** B 3) **Gab:** D 4) **Gab:** C 5) **Gab:** D
 6) **Gab:** D 7) **Gab:** C 8) **Gab:** D 9) **Gab:** C 10) **Gab:** B

Questões Abertas (fonte - o autor):

11 – Explique o conceito de dualidade da luz e da matéria. Cite exemplos.

Resposta esperada: A luz e a matéria são duais, ou seja, ora se comportam como onda, ora como partícula, dependendo do experimento realizado e métodos de observação. Exemplos: dupla fenda para luz e efeito fotoelétrico para partículas.

12 – Qual a importância da expressão $\lambda = h/m.v$?

Resposta esperada: Trata-se da hipótese de De Broglie, mostra que a matéria tem características ondulatórias.

13 – Enuncie o princípio da incerteza de Heisenberg.

Resposta esperada: segundo Heisenberg, não se pode definir, ao mesmo tempo, a posição e a quantidade de movimento duma partícula. Ou, $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$: o produto da incerteza associada ao valor de uma coordenada x_i e a incerteza associada ao seu correspondente momento linear p_i , não pode ser inferior à constante de Planck normalizada, onde $\hbar$ é a constante de Plank (h) dividida por 2π .

14 – Se um elétron incidir sobre uma dupla fenda poderemos ter no anteparo após as fendas um padrão corpuscular ou ondulatório? Justifique.

Resposta esperada: Inicialmente aparecerá um ponto, com o tempo teremos franjas de difração, isso se não ficarmos observando, caso contrário, permanecerá o padrão corpuscular

15 – A visão ortodoxa desenvolvida pela escola de Copenhague, conhecida como complementaridade, termo cunhado por Niels Böhr, representa um modelo científico para elucidar a questão da dualidade onda-partícula? Justifique sua resposta explicando a complementaridade.

Resposta esperada: É uma hipótese, pois não há como verificar o que há na passagem da dupla fenda, vemos apenas o resultado no anteparo, onda ou partícula, portanto, onda e partícula se complementam. Trata-se da visão descritiva, segundo Bohr descrevemos o que vimos, não podemos saber o que há na natureza. Afirma que qualquer fenômeno pode ser concebido ou num quadro ondulatório, ou num quadro corpuscular, mas nunca em ambos simultaneamente, portanto, são complementares.

16 – Qual principal embate foi travado no 5º congresso de Solvay em 1927?

Resposta esperada: Vários físicos debateram sobre a complementaridade, principalmente Einstein e Bohr.

17 – Em um artigo sobre as raízes da complementaridade, Gerald Holton afirma que nada é mais revelador sobre a motivação verdadeira e apaixonada dos cientistas do que suas reações aos seus respectivos construtos antitéticos. Holton, ainda cita que numa carta a Pauli, Heisenberg escreveu: "Quanto mais pondero sobre a parte física da teoria de Schrödinger, mais detestável ela me parece". Schrödinger, por sua vez, publicou sua reação à teoria de Heisenberg livremente: "Senti-me desencorajado para não dizer repugnado".

Os termos “detestável”, “desencorajado” e “repugnado” salientam a percepção de Holton sobre as reações desses físicos perante a teoria quântica.

A respeito da visão epistemológica (positivista ou realista) e ontológica (corpuscular, ondulatória ou dualística), responda abaixo qual a interpretação da teoria quântica de Heisenberg e Schrödinger que os levaram a travar tal embate.

a) Interpretação da teoria quântica para Heisenberg: _____

Resposta esperada: positivista/partícula.

b) Interpretação da teoria quântica para Schrödinger: _____

Resposta esperada: realista/onda.

18 – Vários embates também foram travados entre Böhr e Einstein. Quais as interpretações da teoria quântica eles possuíam?

Resposta esperada: Bohr apresentava um dualismo de mútua exclusão, onda ou partícula. Einstein apresentava-se realista dualista, em uma coexistência realista dualista dos aspectos corpusculares e ondulatórios como em De Broglie.

19 - Observe o experimento de dupla fenda abaixo, realizado para emissão com feixe de fótons, feixe de elétrons e emissão para um único elétron.

Caso você fosse perguntado por qual fenda o elétron passa qual seria sua resposta?

Resposta esperada: não há como saber.

20 – Qual a maior bizarrice ou estranheza que você verificou na teoria quântica.

Resposta esperada: resposta pessoal dentro dos estudos da FQ, uma aceitável seria o fato de qualquer partícula individual ter atribuída aspectos ondulatórios, e para qualquer forma de radiação, termos atribuídos aspectos corpusculares. Outras possíveis: incerteza de Heisenberg; superposição; complementaridade, etc.