UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Carla Naíra Milhossi

Apresentação da álgebra por livros didáticos aprovados no PNLD 2014

São Paulo
2017

CARLA NAÍRA MILHOSSI

Apresentação da álgebra por livros didáticos aprovados no PNLD 2014

Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Educação

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Oscar João Abdounur

São Paulo
2017

Catalogação na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

375.33
M644a

Milhossi, Carla Naíra
Apresentação da álgebra por livros didáticos aprovados no PNLD 2014 / Carla Naíra Milhossi; orientação Oscar João Abdounur. São Paulo: s. n., 2017.
135 p. ils.; grafs.

Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) - - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

1. Pensamento algébrico 2. Álgebra 3. Livro didático 4. PNLD
I. Abdounur, Oscar João, orient.

MILHOSSI, C. N. **Apresentação da álgebra por livros didáticos aprovados no PNLD 2014**. Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Educação

Aprovado em: ___/___/___

Banca examinadora

Prof.:_________________________ Instituição: _______________________________

Julgamento:___________________ Assinatura:________________________________

Prof.:_________________________ Instituição: _______________________________

Julgamento:___________________ Assinatura:________________________________

Prof.:_________________________ Instituição: _______________________________

Julgamento:___________________ Assinatura:________________________________

A todas as alunas e todos os alunos cujos caminhos tive a oportunidade de cruzar desde o início do meu percurso como educadora.

AGRADECIMENTOS

A todos os estudantes que não se conformaram e me questionaram em momentos diversos, impulsionando, assim, diversas reflexões que motivaram esse trabalho.

Ao meu companheiro, Edgard, por me nortear nas mais diversas etapas desse trabalho.

Aos meus pais, Isabel e Odair, por desde sempre me permitirem e incentivarem a ter coragem e voar alto em todas as circunstâncias que envolveram meus estudos.

Ao meu orientador, Oscar, por toda a confiança empregada em mim ao longo do desenvolvimento dessa pesquisa.

Aos professores Ernani e Danielle, da Escola de Aplicação da FEUSP, por disponibilizarem exemplares das coleções usadas nessa pesquisa.

Aos funcionários da biblioteca da Escola Municipal Dom Orione, de Belo Horizonte, por toda a atenção e colaboração no processo de obtenção das coleções analisadas.

A todos os amigos que me acompanharam e incentivaram ao longo do desenvolvimento dessa pesquisa.

RESUMO

MILHOSSI, C. N. **Apresentação da álgebra por livros didáticos aprovados no PNLD 2014**. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2017.

Apresentam-se nesta dissertação os resultados da pesquisa desenvolvida com o objetivo de investigar a partir de qual conteúdo os livros didáticos mais vendidos pelo PNLD 2014 apresentam o primeiro conteúdo explícito da álgebra escolar no Ensino Fundamental II, e de verificar se situações anteriores a ele estão, implicitamente, relacionadas a esse campo da matemática. Verificou-se que as coleções analisadas iniciam a álgebra com o foco em equações, diferentemente do recomendado pela literatura, que afirma que o caminho mais adequado seja iniciá-la abordando situações que exploram a ideia de variável, por meio de observação de regularidades e generalização, pois essas favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, observou-se que as coleções abordam as equações no 7º ano do Ensino Fundamental II, em descompasso com o que orientam os PCN, que indicam que ele deve ser abordado a partir do 8º ano.

Palavras-chave: Pensamento algébrico. Álgebra. Livro didático. PNLD.

ABSTRACT

Title: **Presentation of Algebra by textbooks approved on the 2014’s PNLD (National Textbook Program).** 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2017.

This work presents the results of the research developed in order of investigate from which content the most sold textbooks by the 2014’s PNLD presents the first explicit content of School Algebra in the Elementary School II, checking if the previous mathematic situations are, implicitly, related to this specific ground of Math. It was noted that the investigated book collections start with an Algebra focused on equations, differently of what is recommended by the literature, which states the most convenient way is by questions that explore the variable idea, with the observation of regularities and generalizations, because of their support to the development of the algebraic thoughts. Besides that, it was noted the collections approach the equations on the Elementary School II's 7th grade, disagreeing with the PCN orientations, that points that it must be approached from the 8th grade.

Keywords: Algebraic thoughts. Algebra. Textbooks. PNLD.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA 9
2 A ÁLGEBRA NA ESCOLA 12
2.1 Considerações gerais sobre educação matemática 12
2.2 Indicadores do aprendizado da álgebra 14
2.3 Álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) 21
2.4 Ensino e aprendizagem da álgebra escolar 24
3 LIVRO DIDÁTICO 35
4 METODOS DE PESQUISA 44
5 CARACTERÍSTICAS DAS COLEÇÕES E DISCUSSÕES 49
5.1 Coleção 1: Praticando matemática – edição renovada 49
5.1.1 Características gerais 49
5.1.2 Primeiro conteúdo explicitamente algébrico 52
5.1.3 Situações algébricas anteriores ao conteúdo explícito 67
5.1.4 Discussão sobre aspectos algébricos da coleção 69
5.2 Coleção 2: Vontade de saber matemática 74
5.2.1 Características gerais 74
5.2.2 Primeiro conteúdo explicitamente algébrico 76
5.2.3 Situações algébricas anteriores ao conteúdo explícito 87
5.2.4 Discussão sobre aspectos algébricos da coleção 92
5.3 Coleção 3: Projeto Teláris – matemática 96
5.3.1 Características gerais 96
5.3.2 Primeiro conteúdo explicitamente algébrico 99
5.3.3 Situações algébricas anteriores ao conteúdo explícito 113
5.3.4 Discussão sobre aspectos algébricos da coleção 119
5.4 Comparação entre as coleções 124
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 129
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 131

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

A abordagem de temas algébricos muitas vezes é um passo traumático no processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos dos alunos da educação básica. É comum que se considere o 8º ano do Ensino Fundamental como o ano mais difícil em Matemática, por conta da grande carga de assuntos algébricos normalmente abordados nessa série. Alunos que não apresentavam dificuldades na disciplina algumas vezes passam a apresentá-las. Isso, sem contar a prática comum de se abordar assuntos algébricos com foco na técnica, o que faz com que a sensação de ser um tema inútil se torne bem frequente entre os alunos e muitas vezes faz com que os professores questionem a validade e utilidade do tema.

Os livros didáticos trazem uma sequência de conteúdos algébricos distribuídos pelos volumes do Ensino Fundamental II que podem acabar por definir a abordagem do professor e, consequentemente, o caminho do pensamento algébrico a ser percorrido pelo aluno. Assim, investigar como a álgebra é apresentada nos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) parece ser um bom caminho a se percorrer para traçar um perfil de justificativas possíveis para tamanha dificuldade dos alunos quando o assunto é álgebra.

As pesquisas orientam que práticas escolares cada vez mais deveriam considerar a importância de atribuir sentido aos temas a se ensinar. Em Matemática não seria diferente: foi-se o tempo em que se indicava que ensinar Matemática poderia resumir-se em apresentação de regras e algoritmos seguidos de extensa lista de exercícios. Nos últimos tempos, inúmeros estudos sobre Educação Matemática foram desenvolvidos pelo mundo, com a intenção de transformar o ritmo de aulas, pautadas em exemplos seguidos de atividades, em um momento de produção de conhecimento matemático, que não se resume meramente na capacidade técnica. O antigo sentido da matemática, focado na comunicação de técnicas, já não é compatível com o cenário atual da educação. Um novo sentido para o ensino de matemática tem sido construído – ou deveria estar sendo construído – já que não basta mais o domínio de técnicas.

Considerando esse momento de reflexões e produções, o questionamento sobre o quanto as discussões e os estudos têm contribuído para que o ensino da álgebra na Educação Básica se torne cada vez mais significativo e menos traumático inevitavelmente vem a tona.

Uma breve leitura do sumário de um livro didático do oitavo ano do Ensino Fundamental II, por exemplo, revela a grande quantidade de temas relacionados à álgebra que se espera que os alunos aprendam nesse ano de sua jornada escolar. Expressões algébricas, equações, polinômios, produtos notáveis, fatoração, entre outros, são títulos sabidos como essenciais para o currículo de Matemática no segundo ciclo do Ensino Fundamental. Porém, a efetividade da aprendizagem desses temas pode ser facilmente questionada, já que não é incomum perceber um estudante que acabou de ingressar no Ensino Médio com dificuldades em resolver um problema em que o uso de uma equação de primeiro grau seria um grande facilitador, por exemplo.

É provável que todo professor de Matemática já tenha sido questionado sobre o sentido do ensino da álgebra no Ensino Fundamental e sobre a eficiência dele. Também parece ser frequente o docente que se depara com os conteúdos algébricos para esse ciclo de ensino e não sabe exatamente como torná-lo significativo para os alunos. Considerando o nível de abrangência dos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), investigar como a álgebra é apresentada aos estudantes por meio desses materiais pode revelar dados significativos na compreensão do processo das dificuldades encontradas pelos alunos no momento da passagem do domínio aritmético para a manipulação algébrica, tendo em vista o potencial de influência desses materiais nos modos como os professores encaminham suas aulas e, consequentemente, no caminho percorrido pelos estudantes na compreensão dos temas relacionados à álgebra no Ensino Fundamental II.

As pesquisas voltadas para a educação algébrica foram intensificadas na comunidade acadêmica na década de 80. Entretanto, no Brasil, até o fim dessa década nenhum trabalho com esse foco havia sido produzido. Por outro lado, uma análise sobre os temas dos trabalhos apresentados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), mostra um aumento no número de pesquisas relacionadas à álgebra escolar. No encontro de 2013 foram apresentados vinte e três artigos sobre o tema, enquanto que em 2001 versavam sobre o assunto apenas cinco (CÂMARA, 2015).

Uma busca nos bancos de trabalhos acadêmicos mostra um número pequeno de dissertações ou teses que abordam os primeiros temas do ensino de álgebra a partir de uma análise dos materiais didáticos disponíveis. Observa-se um número maior de trabalhos abordando a aprendizagem da álgebra com foco nos resultados e dificuldades dos estudantes. Em relação aos materiais didáticos, foi possível encontrar trabalhos referentes a anos e temas específicos relacionados à álgebra, como a abordagem para equações de 1º grau e os conceitos algébricos abordados em materiais de 8º ano do Ensino Fundamental. Desse modo, a relevância de investigar a abordagem dos primeiros passos da álgebra nos materiais didáticos fica evidenciada.

O tema deste projeto foi definido após um percurso que buscava encontrar respostas para as dificuldades dos alunos em aprender álgebra no Ensino Fundamental II e para a sensação de rompimento brusco entre aritmética e álgebra para esses alunos. A partir de reflexões acerca desse percurso, percebeu-se que era preciso compreender como a álgebra aparece nos suportes disponíveis para o professor e para o estudante, ou seja, nos materiais didáticos usados. Assim, considerou-se relevante essa investigação primordial nos livros didáticos aprovados pelo PNLD, uma vez que os materiais têm abrangência nacional.

Desse modo, o objetivo geral desta pesquisa foi investigar de que modo a álgebra é introduzida no Ensino Fundamental II por meio dos livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático, edição 2014 (PNLD 2014). Especificamente, pretendeu-se identificar a partir de qual conteúdo explicitamente algébrico ela é iniciada e a partir de qual abordagem e se, anterior a esse conteúdo, a coleção apresentava elementos implícitos do campo algébrico.

2 A ÁLGEBRA NA ESCOLA

2.1 Considerações gerais sobre educação matemática

São inúmeras as pesquisas que apontam para uma necessidade de repensar o modo como a Matemática é abordada no processo de ensino e de aprendizagem. Há uma falta de sentido da Matemática para os escolares, e é preciso construí-lo, mesmo que hoje isso não pareça natural, pois aquilo que antes parecia suficiente "já não atrai, não satisfaz, não gratifica e não seduz nem os docentes, nem os alunos" (SADOVSKY, 2007, p. 12).

Em concordância com Sadovsky (2007), Santaló (1996, p. 17) afirmou que a escola precisa acompanhar a maleabilidade do mundo atual, pois

> [...] se a escola descuida-se e se mantém estática ou com movimento vagaroso em comparação com a velocidade externa, origina-se um afastamento ou divórcio entre a escola e a realidade ambiental, que faz com que os alunos se sintam pouco atraídos pelas atividades de aula e busquem adquirir por outros meios os conhecimentos que consideram necessários para compreender à sua maneira o mundo externo, que percebem diretamente ou através dos meios massivos de comunicação.

Assim, segundo Charnay (1996), um objetivo prioritário do ensino de Matemática é que se atribua ele uma grande carga de significado, para que o aluno perceba seu sentido. Contudo, o autor reconhece que esse objetivo representa uma das principais dificuldades para o ensino dessa disciplina.

Brousseau (1983)[1] *apud* Charnay (1996), definiu o sentido de um conhecimento matemático a partir das situações em que o estudante encontrou como soluções e o modo como a teoria matemática é realizada complementada pelos erros que o aprendiz é capaz de evitar, estratégias para economizar registros ao encontrar a solução e hipóteses levantadas e não aceitas. Desta maneira, complementa-se aquilo que é apresentado como acabado e todo o processo para alcançar este produto.

A esse sentido do conhecimento matemático, Charnay (1996) acrescentou que é preciso considerar os níveis de significação de um objeto a ser ensinado, definidos pelo autor como níveis externo e interno. Deve-se levar em conta suas possíveis aplicações, ou seja, em que situações o novo conceito pode ser utilizado (nível externo), sem ignorar seu nível interno, que se relaciona o objeto por ele mesmo: de que modo esse conceito funciona.

---

[1] BROUSSEAU, G.: Les obstacles epistémologiques et les problémes d'enseignement, *Recherches en didactique des didactique des mathématiques* (La Penseé Sauvage), 1993, nº 4.2, p. 170

Somente neste nível é possível analisar propriedades e elementos matemáticos de um conhecimento.

Ademais, Vergnaud (2009), no prefácio de sua publicação, referiu-se a uma grave crise[2] do ensino de Matemática. Dentre as razões apresentadas, mencionou o excesso de uma formalização da Matemática − recomendada na década de 70 −, a pouca ligação entre os programas, as capacidades e maneiras de pensar dos estudantes e a formação insuficiente dos professores. Afirmou, ainda, que é preciso estimular um grande número de pesquisas não só em didática, mas também em psicologia, além de um programa de formação de professores.

Lerner de Zunino (2007), em pesquisa realizada em escolas argentinas, entrevistou professores e estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental, as quais versaram sempre sobre ensinar e aprender Matemática. Ainda que não se referisse às séries finais do Ensino Fundamental, em que professores especialistas são responsáveis por ministrar as aulas de Matemática, as respostas obtidas permitiram perceber que essa disciplina de fato precisa ser foco de cuidado desde a formação elementar até a formação específica dos professores. Nas transcrições feitas em sua publicação, a autora revelou uma Matemática cercada de insegurança inclusive por parte dos educadores. De modo geral, eles apresentaram uma relação ruim com a disciplina e não se demonstraram seguros em ensinar seus conceitos às crianças. Por outro lado, as crianças demonstraram reconhecer a importância da disciplina e os mais jovens tenderam a concordar com uma estrutura de ensino de Matemática que se pauta em uma repetição de técnicas. Entretanto, alguns alunos já na fase final do primeiro ciclo[3] deixaram claro que sentem faltam de perceber um sentido por trás do que se espera que elas aprendam.

Quando o olhar passa a focar na álgebra escolar, parte da matemática considerada fundamental para o currículo, essa necessidade parece se tornar ainda mais evidente. Diversos autores, como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Papini (2003), Sessa (2005), Ponte (2005), Ponte, Branco e Matos (2009), Panossian e Moura (2008), Barrio, Lalanne e Petich (2010), apontaram a urgência em repensar o modo como a Álgebra vem sendo abordada nas escolas, mostrando que a passagem da aritmética para a álgebra representa uma ruptura muito grande para os estudantes. Além disso, ainda é possível observar um fracasso dos estudantes quando analisamos seu domínio em álgebra.

---

[2] Vergnaud refere-se a uma crise do ensino de Matemática da França, mas não seria inadequado estendê-la para nossa realidade.
[3] O primeiro ciclo seria equivalente ao que se conhece no Brasil como Ensino Fundamental I.

Esse movimento do repensar o ensino de álgebra é necessário inclusive porque não se pode mais responsabilizar apenas os alunos por seu fracasso em Matemática e, em especial, nesse bloco de conteúdos da disciplina. Estudos de Patto (1996) e de Carraher, Carraher e Schliemann (1988) sobre fracasso escolar mostram que os motivos apontados pelas instituições para justificar o não aprendizado dos estudantes – motivos esses normalmente relacionados com suas condições sociais, estruturas familiares e formações anteriores − soam como desculpas para uma falta de compreensão da própria escola e dos educadores sobre os recursos passíveis de aplicação nesse contexto. Desse modo, o fracasso escolar precisa ser entendido como um fracasso da escola.

Assim, quando os autores acima citados mostram a necessidade de significar o ensino de álgebra, eles se demonstram em concordância com a afirmação de que a escola é responsável pelas dificuldades encontradas pelos estudantes na passagem da aritmética para a álgebra.

2.2 Indicadores do aprendizado da álgebra

Segundo informações da página oficial do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) tem o objetivo de realizar um diagnóstico do sistema educacional brasileiro, com a intenção de fornecer indicativos sobre a qualidade do ensino no país. A primeira edição aconteceu em 1990 e, na ocasião, os estudantes eram avaliados em três áreas: Língua Portuguesa, Matemática e Ciências. Apenas amostras de estudantes da rede pública realizaram o teste. A partir 1995, o formato do Saeb mudou, o exame passou a contemplar amostras também de estudantes da rede privada e o sistema passou a utilizar a Teoria de Resposta ao Item (TRI) para análise dos resultados, o que permite uma maior comparabilidade dos resultados ao longo das edições. Nesse ano, foram aplicados apenas testes de Língua Portuguesa e Matemática. Mas em outras edições o teste de Ciências voltou a ser aplicado e, para o Ensino Médio, também foram aplicados testes de História e Geografia. Apenas a partir de 2001 é que ficou decidido que o Saeb avaliaria apenas Língua Portuguesa e Matemática, como faz até hoje. Atualmente, o Saeb é composto por três avaliações externas:

- Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb): ocorre de maneira amostral em escolas das redes pública e privada, abrangendo regiões urbanas e rurais, para avaliar habilidades de Língua Portuguesa e Matemática de estudantes matriculados no 5º ano e no 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Os resultados dessa avaliação são apresentados pelo Inep como resultados do Saeb.

- Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc): conhecida como "Prova Brasil", envolve estudantes do 5º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental matriculados exclusivamente na rede pública de ensino (escolas municipais, estaduais e federais). Participam da prova todas as escolas que possuem pelo menos 20 alunos matriculados nos anos avaliados. Avalia habilidades em Língua Portuguesa e Matemática. Os resultados são disponibilizados por escola e por ente federativo.
- Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA): abrange somente alunos do 3º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas e avalia os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e a alfabetização Matemática.

A partir da observação dos resultados do Saeb[4], é possível caracterizar as habilidades algébricas dos estudantes do Brasil. Usando os dados desde 1995, verifica-se uma baixa pontuação dos estudantes na área de Matemática tanto no Ensino Fundamental II quanto no Ensino Médio. A seguir é possível observar as notas médias dos estudantes nos dois segmentos, desde 2005 até 2015:

Tabela 1 - Médias de proficiência em Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental (EF) e 3º ano do Ensino Médio (EM) no Saeb - Brasil – 1995 - 2015[5]

	Ano										
Série	1995	1997	1999	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013	2015
9º EF	253	250	246	243	245	240	247	249	253	252	256
3º EM	282	289	280	277	279	271	273	275	275	270	267

Fonte: Adaptado de MEC/Inep (2016).

De acordo com o portal do Inep, essa nota compreende aspectos diversos da Matemática, isto é, não avalia apenas o desempenho dos alunos em álgebra. Por outro lado, o próprio sistema de avaliação apresenta uma escala de proficiência, correspondendo nota e desempenho dos estudantes nos diversos eixos avaliados na disciplina. Nos quadros abaixo

[4] Os resultados em Matemática analisados referem-se apenas a Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb), que recebeu a denominação de Saeb, como nas apresentações dos dados oficiais. Como este trabalho está focado na Álgebra, serão observados as notas correspondentes ao 9o ano do Ensino Fundamental e ao 3o ano do Ensino Médio.

[5] Notas arredondadas no relatório para o inteiro mais próximo.

estão relacionadas as escalas de proficiência usadas pelo Inep como referência apenas para o item "Números e operações; álgebra e funções", primeiramente para as avaliações de 9º ano do Ensino Fundamental e, em seguida, para as de 3º ano do Ensino Médio.

Quadro 1 – Escala de proficiência em Matemática - Saeb (9º ano do Ensino Fundamental)[6]

Matemática – 9º ano do Ensino Fundamental	
Nível*	Descrição do nível – O estudante provavelmente é capaz de: (No item "Números e operações; álgebra e funções")
Nível 1 (200-225)	• Reconhecer o maior ou o menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal.
Nível 2 (225-250)	• Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas. • Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal. • Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três.
Nível 3 (250-275)	• Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete. • Determinar a soma, a diferença, o produto ou o quociente de números inteiros em situações-problema. • Localizar o valor que representa um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica. • Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros.
Nível 4 (275-300)	• Determinar a soma de números racionais em contextos de sistema monetário. • Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau envolvendo números naturais, em situação-problema. • Localizar números inteiros negativos na reta numérica. • Localizar números racionais em sua representação decimal.
Nível 5 (300-325)	• Associar uma fração com denominador 10 à sua representação decimal. • Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1º grau ou sistemas lineares. • Determinar, em situação-problema, a adição e a multiplicação entre números racionais, envolvendo divisão por números inteiros. • Determinar a porcentagem envolvendo números inteiros. • Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal.
Nível 6 (325-350)	• Reconhecer frações equivalentes. • Associar um número racional, escrito por extenso, à sua representação decimal, e vice-versa. • Estimar o valor da raiz quadrada de um número inteiro aproximando-o de um número racional em sua representação decimal. • Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais com constante de proporcionalidade não inteira. • Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais.

[6] As informações do quadro foram reproduzidas tal qual constam no quadro de proficiências disponível no portal do Inep.

	• Determinar um valor monetário obtido por meio de um desconto ou um acréscimo percentual. • Determinar o valor de uma expressão numérica, com números irracionais, fazendo uso de uma aproximação racional fornecida.
Nível 7 (350-375)	• Determinar o quociente entre números racionais, representados na forma decimal ou fracionária, em situações-problema. • Determinar a soma de números racionais dados na forma fracionária e com denominadores diferentes. • Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 2º grau, com coeficientes naturais, envolvendo números inteiros. • Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração, multiplicação e/ou potenciação entre números inteiros. • Determinar o valor de uma expressão numérica com números inteiros positivos e negativos. • Determinar o valor de uma expressão numérica com números racionais. • Comparar números racionais com diferentes números de casas decimais, usando arredondamento. • Localizar na reta numérica um número racional, representado na forma de uma fração imprópria. • Associar uma fração à sua representação na forma decimal. • Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de inequações do 1º grau. • Associar a representação gráfica de duas retas no plano cartesiano a um sistema de duas equações lineares, e vice-versa. • Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau.
Nível 8 (375-400)	• Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica do 1° grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal. • Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração e potenciação entre números racionais, representados na forma decimal. • Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.
Nível 9 (400-425)	• Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.

*Em cada nível está incluído o primeiro valor do intervalo e excluído o último.

De acordo com as informações do quadro acima, verifica-se que os objetivos relacionados diretamente à álgebra passam a aparecer a partir do nível 4, cuja nota deve ser maior ou igual a 275 e menor que 300. Esse primeiro objetivo apresentado é o "determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau envolvendo números naturais, em situação-problema". A partir do nível 4, portanto, os estudantes passam a ter os primeiros domínios em relação aos conhecimentos algébricos, partindo das expressões algébricas de 1º grau, mencionadas no nível 4, para que posteriormente sejam abordados conceitos envolvendo equações de 1º grau, expressões algébricas de 2º grau, inequações do 1º grau até que se alcance a generalização de regularidades, já no último nível da escala de proficiência correspondente ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Observa-se na Tabela 1, no intervalo de tempo entre 1995 a 2015, que nos anos 1995 (nota média 253), 1997 (nota média 250), 2011 (nota média 253), 2013 (nota média 252) e 2015 (nota média 256) os estudantes obtiveram um desempenho médio correspondente ao nível 3 da escala de proficiência considerada pelo Inep. Nos demais anos, as notas correspondem ao intervalo anterior, ou seja, maiores ou iguais a 225 e menores que 250. Ao se comparar esses resultados com as informações do Quadro 1, o Saeb revelou que o estudante que concluiu o 9º ano do Ensino Fundamental não dominava nenhuma habilidade relacionada à álgebra, já que:

- no nível 2, correspondente às médias de notas de 1999 até 2013, no quesito "números e operações; álgebra e funções" estabelecido pelo Inep, além dos objetivos atribuídos ao nível 1 – que não compreendem tópicos da álgebra – esperava-se que o estudante fosse capaz de reconhecer a fração que correspondesse à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas; associasse um número racional que representasse uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal; determinasse uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três. Assim, até o nível 2, atribui-se aos estudantes o domínio de uma variedade de habilidades relacionadas aos números e operações, entretanto, nenhuma delas relacionada à álgebra.
- no nível 3, correspondente às médias dos anos de 1995, 1997 e 2015, nesse mesmo quesito, esperava-se que o estudante também fosse capaz de determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação; determinasse a soma, a diferença, o produto ou o quociente de números inteiros em situações-problema; localizasse o valor que representasse um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica; resolvesse problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros; ou seja, mais uma vez não se tinha a expectativa de que os estudantes dominassem alguma habilidade algébrica.

Quadro 2 - Escala de proficiência em Matemática - Saeb (3º ano do Ensino Médio)[7]

Matemática – 3º ano do Ensino Médio	
Nível*	Descrição do nível – O estudante provavelmente é capaz de: (No item "Números e operações; álgebra e funções")
Nível 1 (225-250)	Não existem itens âncoras para esse nível.

[7] As informações do quadro foram reproduzidas tal qual constam no quadro de proficiências disponível no portal do Inep.

Nível 2 (250-275)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de reconhecer os zeros de uma função dada graficamente. Também é bem provável que os alunos determinem: o valor de uma função afim, dada sua lei de formação; um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética.
Nível 3 (275-300)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de reconhecer: o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente; em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo. Também podem ser capazes de determinar: por meio de proporcionalidade o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente; o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano; um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste. Além disso, é provável que resolvam problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.
Nível 4 (300-325)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto. Além disso, podem ser capazes de determinar: a lei de formação de uma função linear a partir de dados fornecidos em uma tabela; a solução de um sistema de duas equações lineares; um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral; a probabilidade da ocorrência de um evento simples. Também é provável que resolvam: problemas utilizando proporcionalidade direta ou inversa, cujos valores devem ser obtidos a partir de operações simples; problemas de contagem usando princípio multiplicativo.
Nível 5 (325-350)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de determinar: o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial dada; o percentual que representa um valor em relação a outro; o valor de uma expressão algébrica; a solução de um sistema de três equações sendo uma com uma incógnita, outra com duas e a terceira com três incógnitas. Também é provável que sejam capazes de resolver problema envolvendo: divisão proporcional do lucro em relação a dois investimentos iniciais diferentes; operações, além das fundamentais, com números naturais; a relação linear entre duas variáveis para a determinação de uma delas; probabilidade de união de eventos. Além disso, é provável que os alunos sejam capazes de avaliar o comportamento de uma função representada graficamente, quanto ao seu crescimento.
Nível 6 (350-375)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de determinar os zeros de uma função quadrática, a partir de sua expressão algébrica. Além disso, é provável que resolvam problemas de porcentagem envolvendo números racionais não inteiros.
Nível 7 (375-400)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto; os zeros de uma função quadrática em sua forma fatorada; gráfico de função afim a partir de sua representação algébrica; a equação de uma reta a partir de dois de seus pontos; as raízes de um polinômio apresentado na sua forma fatorada. Além disso, é provável também que os alunos sejam capazes de determinar os pontos de máximo ou de mínimo a partir do gráfico de uma função; o valor de uma expressão algébrica envolvendo módulo; o ponto de interseção de duas retas; a expressão algébrica que relaciona duas variáveis com valores dados em tabela ou gráfico; a maior raiz de um polinômio de 2o grau. Também é provável que os alunos sejam capazes de

	resolver problemas: para obter valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial dada; que envolvam uma equação de 1o grau que requeira manipulação algébrica; envolvendo um sistema linear, dadas duas equações a duas incógnitas; usando permutação; utilizando probabilidade, envolvendo eventos independentes.
Nível 8 (400-425)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de reconhecer: o gráfico de uma função trigonométrica da forma y=sen(x); um sistema de equações associado a uma matriz. Também é provável que sejam capazes de determinar: a expressão algébrica associada a um dos trechos do gráfico de uma função definida por partes; o valor máximo de uma função quadrática a partir de sua expressão algébrica e das expressões que determinam as coordenadas do vértice; a distância entre dois pontos no plano cartesiano. É provável também que os alunos sejam capazes de resolver problema: usando arranjo; envolvendo a resolução de uma equação do 2º grau sendo dados seus coeficientes. Além disso, existe uma grande probabilidade de que sejam capazes de interpretar o significado dos coeficientes da equação de uma reta, a partir de sua forma reduzida.
Nível 9 (425-450)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de reconhecer o gráfico de uma função exponencial do tipo $f(x)=10^x+1$; o gráfico de uma função logarítmica dada a expressão algébrica da sua função inversa e seu gráfico. Também é provável que sejam capazes de determinar a expressão algébrica correspondente a uma função exponencial, a partir de dados fornecidos em texto ou gráfico; a inversa de uma função exponencial dada, representativa de uma situação do cotidiano; inclinação ou coeficiente angular de retas a partir de suas equações; um polinômio na forma fatorada, dadas as suas raízes.
Nível 10 (450-475)	Nesse nível, o estudante pode ser capaz de determinar a solução de um sistema de três equações lineares, a três incógnitas, apresentado na forma matricial escalonada.

*Em cada nível está incluído o primeiro valor do intervalo e excluído o último.

O quadro acima revela que, para os estudantes do 3º ano do Ensino Médio, a partir do segundo nível da escala de proficiência tem-se a expectativa de domínio de habilidades algébricas, começando pelas funções de 1º grau e seus gráficos, passando pelos zeros da função, função quadrática, sistemas lineares, função exponencial, função logarítmica até funções trigonométricas.

Ao comparar as notas médias para o 3º ano do Ensino Médio mostradas na tabela 1 com os níveis de proficiência do quadro 2, encontra-se a seguinte situação:

- nas últimas avaliações, correspondentes aos anos de 2005 a 2015 – exceto 2011 e 2013 -, as médias de notas revelaram que os estudantes estavam no nível 2 de proficiência (notas maiores ou iguais a 250 e menores que 275). Nesse nível, as expectativas em relação à álgebra versam sobre a compreensão dos zeros de uma função a partir da representação gráfica e a obtenção do valor de uma função afim dada sua lei de formação. Como o nível 1 não compreende objetivos específicos para o tópico “números e operações; álgebra e funções”, as habilidades algébricas se limitam ao que foi descrito no nível 2.

- nas avaliações correspondentes aos primeiros anos considerados (de 1995 a 2003) e nos anos 2011 e 2013, percebeu-se os estudantes, a partir das notas médias, no nível 3 da escala de proficiência do Inep (notas maiores ou iguais a 275 e menores que 300). Nesse nível, os objetivos relacionados aos itens algébricos, além daqueles descritos no nível 2, fazem referência à compreensão dos valores da função quadrática a partir de seu gráfico (valor máximo/mínimo; estudo do sinal).

Portanto, nos dois níveis alcançados pelos estudantes do 3º ano do Ensino Médio nos anos considerados, os estudantes revelaram um domínio elementar no estudo das funções, mais associado à representação gráfica de funções afins e quadráticas do que relacionado a representação na linguagem algébrica das mesmas.

Assim, as notas e os níveis de proficiência correspondentes apresentados pelo Saeb mostraram que os estudantes brasileiros demonstravam uma dificuldade real nos conceitos algébricos usualmente presentes nos currículos das escolas do país, o que vai ao encontro e reforça os apontamentos das pesquisas sobre a necessidade de se avançar no que diz respeito a dar significado à aprendizagem da álgebra para os estudantes tanto do Ensino Fundamental quanto de Ensino Médio.

2.3 Álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Atualmente, o Brasil não possui uma base curricular comum a todas as escolas. O norteador para a elaboração dos currículos escolares são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Entretanto, uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) já foi prevista no Artigo 210 da Constituição Federal do Brasil de 1988, com a intenção de fixar conteúdos mínimos no currículo. No segundo semestre de 2015, o Ministério da Educação (MEC) do Brasil, lançou o portal da Base Nacional Comum Curricular, com a intenção de abrir um canal de diálogo entre diversas partes durante o processo de elaboração de um currículo comum mínimo, que vigore em todo o território nacional. Segundo o portal da BNCC, o documento deixará claro para todas as escolas do país quais serão os conhecimentos que todos os estudantes brasileiros deverão ter acesso desde a Educação Infantil ao Ensino Médio nas quatro áreas: Matemática, Linguagem, Ciências da Natureza e Ciências Humanas (BRASIL. BNCC)

Até a finalização da BNCC, o documento de referência nacional na elaboração dos currículos continuará sendo os PCN. É evidente que as Secretarias Estaduais de Educação bem como algumas municipais, possuem atualmente seu currículo mínimo próprio e cada escola tem o direito garantido pela Lei de Diretrizes e Bases de Educação Nacional (LDBEN), de 1996, de complementar seu currículo de acordo com características regionais, socioculturais e econômicas da comunidade escolar. Direito esse que, segundo o portal da BNCC, será mantido mesmo após a formulação de um novo documento, correspondendo à "parte diversificada" do currículo escolar.

Assim, já que as próprias Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), publicadas de 2009 a 2012, mencionam os PCN como orientador de currículo básico, esse último documento terá papel relevante na análise que se pretende fazer nesta pesquisa e, portanto, é razoável destacar o encaminhamento aos assuntos relacionados à álgebra escolar sugerido por ele.

Desde a publicação dos PCN, em 1998, os conteúdos da Matemática nas escolas têm sido divididos em quatro grupos (chamados de eixos):

- Números e operações
- Espaço e forma
- Grandezas e medidas
- Tratamento da informação

Os conteúdos relativos à álgebra estão compreendidos no eixo "Números e operações" dos PCN. Em relação a esses conteúdos, as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais voltados para os primeiros anos do Ensino Fundamental afirmam que, apesar de já ser possível desenvolver uma pré-álgebra com os escolares nas primeiras séries, somente nos anos finais do Ensino Fundamental é que a álgebra será ampliada. Tanto que, quando o documento especifica os objetivos da série, deixa claro dois deles referentes à ideia de pré-álgebra, ambos pertencentes ao eixo "Números e operações" (BRASIL, 1997, p. 47):

> - Interpretar e produzir escritas numéricas, levando em conta hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática.
> - Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.

Nota-se que, nos dois objetivos destacados acima, valoriza-se a observação de regularidades para a produção de explicações mais generalizadas, o que claramente se relaciona com os objetivos da álgebra, conforme os próprios PCN deixam claro em seu documento referente às séries finais do Ensino Fundamental, publicado em 1998. Nessa mesma publicação, o documento orienta que a ampliação da álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental II deve ser feita por meio da exploração de situações-problema, levando o estudante a reconhecer as diversas funções da álgebra: generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar e resolver problemas aritmeticamente difíceis. Além disso, usando a mesma estratégia, deve-se levar o aluno a representar problemas por meio de equações e inequações, diferenciando variáveis e incógnitas e tomando contato com as fórmulas, e também compreender as regras de resolução dessas sentenças (manipulação da linguagem algébrica) (BRASIL, 1998). O documento sugere um trabalho a partir da generalização de padrões, o que possibilita, inclusive, a exploração da noção de função, entretanto recomenda que o tema "funções" seja objeto de estudo mais profundo no Ensino Médio. Os objetivos constantes nos PCN voltados para as séries finais do Ensino Fundamental revelam uma valorização do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Dos objetivos listados dentro do eixo "Números e operações" para o 3º ciclo do Ensino Fundamental (correspondente aos dois primeiros anos do chamado Ensino Fundamental II), destacou-se dos PCN (BRASIL, 1998, p. 64) aqueles que o próprio documento classifica como pertencentes aos objetivos que levam ao desenvolvimento do pensamento algébrico:

> - Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer possíveis soluções.
> - Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras.
> - Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

É importante oferecer aos alunos o estudo das relações a partir da exploração de padrões em sequências numéricas para que seja possível ao aluno fazer generalizações ainda no trabalho com números. Essas generalizações e o modo como podem ser representadas permitem a exploração das primeiras noções de álgebra. Como os conceitos e procedimentos relacionados à álgebra são complexos, recomenda-se que o trabalho com o cálculo algébrico e a resolução de equações fiquem reservados para os dois anos finais do Ensino Fundamental. Para os dois primeiros anos do Ensino Fundamental II, é suficiente que os estudantes compreendam a ideia de variável e sua relação com a variação de grandezas (BRASIL, 1998).

Desse modo, os objetivos referentes aos conhecimentos algébricos para os dois últimos anos do Ensino Fundamental II, listados pelos PCN (BRASIL, 1998, p. 81) voltados a esse segmento são:

> - Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades – identificando as equações, inequações e sistemas.
> - Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos.
> - Observar regularidades e estabelecer leis matemática que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Esses objetivos deixam claro que é no final do Ensino Fundamental que devem ser exploradas situações que exigem uma formalização da linguagem algébrica, com uma insistência na importância de se abordar as generalizações. Pode-se então afirmar que os PCN delineiam um caminho para o trabalho algébrico que se inicia pela observação de regularidades, ainda no Ensino Fundamental I, passando pela generalização para então chegar à linguagem algébrica mais formalizada.

2.4 Ensino e aprendizagem da álgebra escolar

Diversos autores, como Papini (2003), Ponte (2005), Ponte, Branco e Matos (2009), Panossian e Moura (2008), têm mostrado que a passagem do pensamento aritmético para o algébrico representa um processo de ruptura cognitiva para o estudante. Para Papini (2003, p. 54, tradução nossa),

> Aprender álgebra implica uma mudança de pensamento, passar de situações numéricas concretas a proposições mais gerais sobre os números e as operações, de um modo informal a um modo formal de representação e resolução de problemas. Essa mudança de pensamento requer “romper” com alguns conhecimentos e “hábitos” que provêm de um marco de referência anterior do tipo aritmético.

Entretanto, apesar do processo de ruptura em diversos aspectos, existe uma ponte entre a aritmética e a álgebra. É o que afirma Papini (2003), ao sinalizar que a passagem da aritmética para a álgebra é um processo de ruptura e continuidade. Continuidade pois generalizações algébricas podem ser realizadas sobre objetos numéricos (que na verdade já são generalizações em um sistema anterior). E ruptura, pois não se generaliza mais sobre objetos cotidianos, mas sobre números e pensamentos (generalizações de generalizações).

Desse modo, mesmo quando alunos mostram domínio nos conceitos relacionados aos números e operações, é comum que, apesar desse desempenho razoável no tratamento aritmético, passam a se deparar com grandes dificuldades na aprendizagem da álgebra (PONTE, 2005).

Segundo Papini (2003), na passagem da aritmética para a álgebra escolar, é preciso mudar, em síntese, a forma de ser ver o sinal de igual (“=”), as convenções de notações matemáticas, os métodos de resolver problemas, a experiência anterior com letras e o contrato didático. É nessas mudanças necessárias onde moram justamente as principais dificuldades dos alunos nessa etapa, conforme quadro abaixo.

Quadro 3 – Dificuldades dos alunos na passagem da aritmética para a álgebra

- Dar sentido a uma expressão algébrica
- Não ver a letra como representando um número
- Atribuir significado concreto às letras
- Pensar uma variável com significado de um número qualquer
- Passar informação da linguagem natural para a algébrica
- Compreender as mudanças de significado, na aritmética e na álgebra, dos símbolos + e =
- Não distinguir adição aritmética (3 + 5) da adição algébrica (x + 3)

Fonte: Ponte (2005, p. 10)

Ainda sobre essas dificuldades, existe uma leitura unidimensional sobre a linguagem simbólica que separa a escrita matemática entre elementos que possuem letras e elementos que não as possuem. Ou seja, a álgebra se caracteriza pela presença de letras e a aritmética pela ausência. Entretanto, quando são abordadas questões de aritmética, as letras não deixam de se apresentar, para representar unidades de medida, por exemplo (PANIZZA; DROUHARD, 2010).

Especificamente sobre o uso de símbolos, tem-se que muitas vezes eles repetem tanto no tratamento aritmético quando no algébrico, porém com sentidos diferentes (PANIZZA e DROUHARD, 2010; PONTE, 2005; SESSA, 2005). Ponte (2005), afirmou que apesar de muitas pessoas considerarem o contrário, os símbolos já são abordados desde o início do trabalho aritmético. Entretanto, muitas vezes são explorados com um significado equivocado ou simplificado. É o que ocorre com o símbolo de igualdade (“=”), exemplificaram Sessa (2005) e Panizza e Dhouhard (2010), que no tratamento aritmético é apresentado aos estudantes como símbolo utilizado para denotar o resultado de uma operação, não sendo explorado seu sentido de equivalência.

Papini (2003) e Panossian e Moura (2008), resgatam a teoria de Vygotsky (2008) acerca das relações entre pensamento e linguagem e sobre a formação de conceitos em seus trabalhos. Vygotsky (2008) afirma que uma palavra é uma generalização, uma vez que cada palavra é atribuída a uma classe de fenômenos conhecidos. Assim, a atribuição de significado a uma palavra, que vem da interação social, pressupõe generalização. Existem etapas para o desenvolvimento de operações mentais e que, no âmbito da linguagem, é na última etapa que a função simbólica da linguagem passa a ser descoberta gradualmente.

Deste modo, a comunicação só é possível quando os significados das palavras são compreendidos. Em seus estudos, Vygotsky (2008) aponta a existência de três níveis de pensamento no processo de construção da linguagem e elaboração de conceitos:

- pré-pseudo-conceitual: as palavras da criança não coincidem nem com a referência nem com o significado do adulto, pois há ainda muitos vínculos subjetivos;
- pseudo-conceitual: as palavras da criança coincidem apenas com a referência do adulto, mas não com seu significado. Nesse estágio, já existem vínculos objetivos, mas de relação entre objetos e não como conceito;
- conceitual: as palavras da criança coincidem tanto com a referência quanto com o significado do adulto. Aqui ela é capaz de estabelecer tanto relações contextualizadas quanto descontextualizadas entre significados.

As relações entre objeto e significado são caracterizadas como contextualizadas. Já quando se tratam de relações também entre significados, são consideradas descontextualizadas.

Papini (2003) conclui que um conceito é, portanto, um ato de pensamento que não pode ser transmitido através de explicações, memorização ou repetição. Baseando-se na afirmação de Vygotsky (2008) sobre a possibilidade de controle consciente de um conceito quando ele é parte de um sistema, Papini (2003), afirma que a prática comum de ensino de álgebra na escolarização formal não oportuniza aos estudantes a possibilidade de controle no processo de construção dos conceitos que se visa ensinar, uma vez que se prioriza atividades técnicas e de memorização com um fim em si mesmas, preterindo-se situações de modelização e resolução de problemas.

Por outro lado, Papini (2003), sinaliza que, apesar de ser possível estabelecer diversas relações entre a construção dos conceitos envolvidos com a linguagem natural e com a linguagem algébrica, tem-se que atentar para alguns aspectos das afirmações de Vygotsky (2008) para que essa teoria não seja usada em defesa de que, no ensino de álgebra, inicie-se com atividades que valorizem os símbolos em busca de uma significação posterior para eles. Esse cuidado deve ser tomado uma vez que Vygotsky (2008) mostra que no processo de construção da linguagem natural há uma etapa inicial de apropriação da estrutura externa e dos símbolos e estruturas gramaticais da linguagem, etapa essa que é anterior ao processo de entendimento das operações lógicas que apoiam essas estruturas. Entretanto, ao longo dessa primeira etapa descrita, os símbolos e as estruturas gramaticais da linguagem natural são manipulados em contextos de interação social que permitem o contato e a retomada constantes com seus significados.

Em concordância com Papini (2003), Sessa (2005) também sinaliza que a escola espera que os alunos tenham destreza na manipulação algébrica em detrimento do sentido da álgebra para eles. A visão atual mais frequente da álgebra reduz essa área à regras de transformações de expressões, isso é, manipulação monômios, polinômios, frações algébricas, ou seja, expressões diversas, e também à estratégias de resolução de equações. Esse processo, que reduz a álgebra ao cálculo algébrico, desvaloriza aspectos essenciais da álgebra na Matemática: desconsidera o percurso histórico - com foco na resolução de problemas, não valoriza as relações e as estruturas algébricas e não aborda a questão das variáveis - inclusive a ideia de função (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Barrio, Lalanne e Petich (2010), também apontaram que a escola costuma apresentar a linguagem algébrica, por meio do cálculo algébrico, e depois procura utilizá-la na resolução de problemas, o que vai na contramão do percurso histórico, em que a linguagem foi desenvolvida na intenção de resolver problemas. Sessa (2005), mostrou que, usualmente, explora-se, por exemplo, as estratégias de resolução de equações e, em seguida, busca-se mostrar seu sentido por meio de problemas, porém, as situações escolhidas muitas vezes não exigem o uso da álgebra, podendo ser resolvidas por estratégias aritméticas, o que revela uma estratégia esvaziada de significado para os estudantes. Assim, a álgebra ainda é vista como um ponto em que se deve explorar as expressões e a mecanização, focada no conjunto de regras de transformação de expressões e processos de resolução de equações de 1º e 2º graus (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

A álgebra escolar abordada essencialmente por meio da técnica é refutada por Panossian e Moura (2008, p. 12), que afirmam que

> [...] reconhecer *x* e *y* e saber manipulá-los não significa o domínio do pensar algébrico, pois pode ser apenas domínio técnico. A comunicação por meio da linguagem algébrica prescinde de um pensamento algébrico que se estrutura e se apresenta ao mesmo tempo em que se desenvolve e se reflete mediante a linguagem algébrica.

Essa estruturação do pensamento algébrico que ocorre simultaneamente ao processo de reflexão sobre a linguagem algébrica representa um percurso similar ao processo de construção da linguagem natural, em que, enquanto se apropria das estruturas dos símbolos, se está sempre em contato com seus usos a partir da interação social, o que favorece a construção dos significados desses símbolos (VYGOTSKY, 2008). Panossian e Moura (2008) rejeitam o caráter meramente técnico da álgebra e validam essa rejeição ao apresentar o resultado de um estudo comparativo entre a 6ª série (atual 7º ano) do Ensino Fundamental e o 1º ano do Ensino Médio. Nesse estudo, os autores apresentaram aos alunos desses diferentes anos um mesmo problema em que, em algum momento, era solicitado explicitamente o uso da linguagem algébrica. A análise das respostas dadas pelos alunos mostrou que os estudantes do 1º ano do Ensino Médio não apresentam avanços sobre a linguagem algébrica quando comparados com os alunos do 7º ano em questão, ressaltando que, ao grupo do Ensino Fundamental ainda não haviam sido apresentados formalmente os conteúdos algébricos. Assim, o estudo revela que alunos do Ensino Médio não possuem de forma estruturada um pensamento algébrico, o que está em concordância com os resultados do Saeb apresentados no item 2.2 deste capítulo.

O pensamento algébrico não se resume apenas à capacidade de lidar corretamente com situações que envolvem funções ou exigem a manipulação de cálculo algébrico. Ele representa algo maior, envolvendo “a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios” (PONTE, 2005, p. 7). Desse modo, o pensamento algébrico diz respeito às relações entre conceitos e objetos, buscando representar essas relações da forma mais geral possível. Por isso que uso da observação de padrões configura-se como item potente para seu desenvolvimento (PONTE, 2005; LINS e GIMENEZ, 1997).

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico se manifesta a partir de generalizações sobre dados e relações matemáticas, com base em conjecturas e argumentos. Essas generalizações são expressas em linguagem que se torna cada vez mais elaborada. “Esse processo de generalização pode ocorrer com base na aritmética, na geometria, em situações de modelação matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático lecionado desde os primeiros anos de escolaridade” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 9). Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 86) afirmam que são

> [...] elementos caracterizadores do pensamento algébrico: percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.

Os resultados do Saeb e os estudos e afirmações dos autores considerados neste trabalho, revelam a importância de se pensar em formas mais significativas para o encaminhamento da álgebra escolar com os estudantes. O que se apresenta a seguir são algumas formas de se considerar o ensino e a aprendizagem da álgebra escolar.

Sobre caminhos possíveis para a introdução da álgebra na escola, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), existem três concepções para a educação algébrica: linguístico-pragmática, fundamentalista-estrutural e fundamentalista-analógica.

- Concepção linguístico-pragmática: focada no fornecimento de um instrumental mecânico de técnicas para resolução de problemas ou de equações. Parte da manipulação de expressões algébricas, a partir de exercícios técnicos que favoreçam a aquisição desses procedimentos e só então segue para os problemas.
- Concepção fundamentalista-estrutural: parte das propriedades estruturais das operações para justificar a álgebra e sua linguagem. Trabalho a partir dos campos numéricos, dos conjuntos, das propriedades e das relações.
- Concepção fundamentalista-analógica: busca retomar o valor instrumental da álgebra sem abandonar a parte fundamentalista que justifica a álgebra. Representa uma síntese das duas concepções anteriores. A álgebra volta a ser ferramenta de resolução de problemas e o transformismo algébrico é justificado usando o concreto, inclusive a geometria.

Entretanto, essas três concepções reduzem o pensamento algébrico à linguagem algébrica. A ideia de que o pensamento só se desenvolve através da manipulação da linguagem é equivocada, pois desconsidera que a linguagem é a expressão de um pensamento, tanto no plano histórico quando no pedagógico. Desse modo, surge a necessidade de uma nova abordagem para a educação algébrica, que valorize o pensamento algébrico, por meio da exploração de regularidades e explicitação das mesmas, das relações entre as grandezas e da generalização, desde as séries iniciais. Nessa abordagem, considera-se que o domínio da linguagem não é o primeiro passo para o aprendizado de álgebra, mesmo porque nas séries iniciais essa linguagem não se faz necessária. Nela sugere-se o trabalho com generalizações a partir de situações problemas. Entende-se que a introdução precoce dos símbolos algébricos represente um obstáculo para e educação algébrica, entretanto, também considera-se um erro não fazer uso deles no momento adequado (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Lins e Gimenez (1997) também sinalizam a existência de três abordagens distintas para a álgebra escolar:

- Abordagem "letrista": exploração da álgebra estritamente simbólica que apresenta-se em duas versões: a considerada mais "pobre", em que se aborda a manipulação dos símbolos usando o recurso do treino; e a visão dita "melhorada", em que se faz uso de recursos intuitivos (como a balança para justificar equações equivalentes) para se focar na manipulação correta dos símbolos algébricos.
- Abordagem "aritmética generalizada": usa-se a atividade aritmética para se explorar o campo algébrico, sob a afirmação de que essa atividade se baseia da generalização. Assim, a abordagem foca em representar ideias numéricas pela via algébrica.
- Abordagem "estruturalista": deve-se dedicar à trabalhar as estruturas algébricas abstratas, a partir das operações numéricas e transformações geométricas.

Porém, os autores consideram que as três abordagens não representam caminhos ideais para a exploração da álgebra escolar e propõem uma nova abordagem, em que a álgebra é vista como uma atividade. Para eles, isso vai além de considerar a álgebra como uma aritmética generalizada. A aritmética e a álgebra não devem ser encarados como caminhos paralelos, mas sim como duas faces da mesma atividade e, por isso, é possível antecipar o trabalho com o campo algébrico para as séries iniciais do Ensino Fundamental (LINS e GIMENEZ, 1997).

Ursini *et al.* (2005), após evidenciarem as dificuldades dos estudantes em álgebra, em especial sobre a compreensão do conceito de variável, propõem que o encaminhamento da álgebra escolar seja feita a partir do que se chamou de "modelo 3UV". O modelo 3UV, ou "três usos da variável" relaciona uma maior significação no ensino e na aprendizagem de álgebra à abordagem dos três sentidos da variável: como incógnita específica, como número genérico e como relação funcional. Para cada um desses sentidos, Ursini *et al.*(2005) listam habilidades específicas associadas à cada um deles, como pode ser observado no quadro a seguir:

Quadro 4 – Habilidades relacionadas aos diferentes sentidos da variável

Sentido da variável	Habilidades
Incógnita	• reconhecer a existência de um valor desconhecido; • representar simbolicamente o valor desconhecido; • desenvolver essa representação simbólica (algébrica); • relacionar diferentes representações algébricas em uma mesma situação; • operar aritmética e algebricamente para encontrar o valor desconhecido; • substituir os valores encontrados para validar a resposta.
Número genérico	• utilizar símbolos para representar uma situação qualquer; • interpretar esses símbolos; • manipular expressões mesmo não havendo a necessidade de se descobrir um valor; • simplificar ou fatorar expressões.
Relação funcional	• reconhecer a relação entre variáveis; • simbolizar (verbalmente ou por meio de tabela ou gráfico) a relação funcional; • diferenciar relações simbólicas de relações funcionais; • determinar valores usando a relação.

Fonte: Ursini *et al.* (2005)

Desse modo, para Ursini *et al.* (2005), o conceito de variável na álgebra escolar é bastante complexo e não é possível o domínio sobre ele sem que se compreenda os três sentidos da mesma. Para tanto, o ensino de álgebra na escola pressupõe que se aborde em sala de aula esses três caminhos e que se perceba as diferenças e as relações entre eles.

Por outro lado, esses três sentidos de variável destacados por Ursini *et al.* (2005) podem ser consideradas três possíveis vias de entrada da álgebra escolar. Isso é, o primeiro contato dos estudantes com a álgebra na escola pode se dar por três caminhos distintos: por meio das equações (variável como incógnita), por meio das generalizações (variável como número genérico) ou por meio das funções (variável como relação funcional) (SESSA, 2005).

Para Sessa (2005), iniciar o trabalho em álgebra na escola por meio de equações significa fazer uso imediato da linguagem algébrica para representar valores desconhecidos. Ao escolher essa via, a escola valoriza o trabalho que visa o domínio de técnica de resolução das equações, e esse primeiro contato com a álgebra muitas vezes significa uma carga de dificuldades muito grande para os estudantes. As equações representam objetos complexos e sua abordagem precoce pode levar a um significação rasa e incompleta de sua natureza e, consequentemente, uma falta de sentido para os alunos. Isso porque eles precisam lidar inicialmente com um significado diferente para o sinal de igualdade, até então utilizado apenas para representar resultados de operações. Além disso, apresenta-se as equações como sendo igualdades que possuem incógnitas, reduzindo a sentença a uma operação aritmética em que se desconhece um dos termos. Essa definição induz a uma concepção que entende a equação como algo que só tem uma variável e, portanto, solução única (o que explica as dificuldades ainda maiores em equações quadráticas ou em sistemas de equações). O trabalho com equações usualmente começa a partir do trabalho com técnicas e, só então passa-se a exigir seu uso em situações-problema. O resultado disso é que os problemas costumam não exigir o uso de equações, podendo ser resolvidos por meio da aritmética. Quando se obriga o uso do novo recurso, a mensagem que se passa é a de que o que importa é dominar a técnica em detrimento do sentido da nova ferramenta, o que leva, portanto, a uma grande dificuldade com esse primeiro assunto abordado em álgebra.

A segunda via de entrada é por meio da generalização. Essa abordagem, segundo a autora, permite explorar as características que unificam certas propriedades ou problemas e explicitar esses pontos comuns. A generalização pode ser explorada desde os primeiros anos escolares, em linguagens diversas, até alcançar a possibilidade de se representar o que foi observado por meio da linguagem algébrica. Nesse ponto, ela vai além de mostrar uma propriedade de um determinado conjunto ou operação, ela permite validar hipóteses por meio da manipulação de seus símbolos.

Por fim, Sessa (2005), ressalta que o uso de funções como porta de entrada para a álgebra não é totalmente separada da via anterior. Esse caminho aborda a álgebra por meio da construção da ideia de dependência entre duas grandezas e faz uso das letras para representar essa dependência. Escolher esse caminho representa construir um importante conceito matemático: a ideia de função. A dificuldade para essa abordagem é construir esse conceito de modo cuidadoso, o que exige explorar a ideia de modelagem e os registros de representação semiótica atrelados ao conceito. Como as funções podem ser representadas de diversas formas, inclusive graficamente, iniciar por esse caminho seria já apresentar algo bastante complexo.

Sessa (2005) então propõe que a entrada para a álgebra na escola seja feita pela segunda via apresentada: por meio da generalização. Esse caminho é potente por também permitir a construção da ideia de variável antes da ideia de incógnita atrelada às equações. O trabalho com generalização, além de possibilitar a exploração do pensamento algébrico sem a apresentação formal da linguagem algébrica, permite também ao aluno construir ferramentas para manipular e controlar as transformações algébricas que se relacionam à equivalência de expressões no momento em que a linguagem algébrica passa a ser utilizada. Esse caminho leva a uma passagem mais tranquila e significativa para o trabalho com equações.

Quando Papini (2003) afirma que a passagem de aritmética para a álgebra escolar representa, ao mesmo tempo, um processo de ruptura e continuidade para o estudante, ela explica que a ruptura se caracteriza pela mudança no foco do desenvolvimento, exigindo um outro plano de pensamento e pelo fato de que não mais se generaliza sobre objetos do cotidiano, mas sobre números e pensamentos. Por outro lado, a continuidade é observada quando inicia-se as generalizações algébricas a à partir de objetos numéricos, que já são generalizações em um sistema de pensamento anterior. Assim, dentre suas propostas para significar o ensino e a aprendizagem de álgebra, é possível destacar os seguintes pontos:

- Tipo de atividades: as atividades escolhidas devem possibilitar as relações contextualizadas e descontextualizadas de pensamento propostas por Vygotsky (2008), ou seja, as atividades devem permitir um desenvolvimento adequado de conceitos.
- Interação social: as trocas no espaço escolar (aluno-aluno e aluno-professor) ao longo do processo de construção dos conceitos algébricos são fundamentais para um desenvolvimento efetivo.
- Mediação docente: a ação do professor não deve se resumir ao ato de “explicar”. É preciso que ele faça parte da interação social ao longo do processo, que selecione situações problematizadoras significativas e que perceba os momentos em que são necessárias intervenções.
- Função intelectual das ferramentas semióticas: a linguagem algébrica, ao longo do processo de descontextualização, exige que as relações sejam explicadas, resultando em um crescimento intelectual. É neste ponto que a ideia de ruptura e continuidade se sustentam, já que, Papini (2003, p. 68, tradução e grifos nossos) afirma que

> A apropriação das ferramentas da álgebra gera uma reconstrução do pensamento aritmético anterior, colocando-o como um corpo teórico de conhecimentos.
> Reciprocamente, os instrumentos de pensamento anteriores (aritméticos) que o sujeito possui condicionam a apropriação das ferramentas da álgebra. **Se o sujeito possui hábitos de generalização a partir do trabalho com problemas numéricos, vê-se favorecida esta possibilidade de continuidade entre os processos de pensamento de ambos domínios**.

- Linguagem natural e linguagem algébrica: apesar de ser possível estabelecer relações entre as duas linguagens, é preciso compreender que o desenvolvimento da linguagem algébrica não pode ser pensado exatamente como o da linguagem natural, já que a circulação social delas é muito diferente.

Fica claro, portanto, que Papini (2003), propõe que o primeiro contato dos estudantes com a álgebra escolar seja feito a partir de situações que evidenciem o caráter de continuidade na passagem aritmética-álgebra e que, para isso, sejam a eles oferecidas pela escola atividades que priorizem a generalização.

Desse modo, a última parte deste capítulo mostra que, para significar o ensino e a aprendizagem de álgebra, faz-se necessário priorizar o desenvolvimento do pensamento algébrico, como afirmam os autores acima citados e conforme orientações dos PCN. O domínio do pensamento algébrico e, consequentemente, da linguagem algébrica ocorre, segundo Ursini *et al.* (2005), quando se explora os três sentidos da variável (modelo 3UV). Entretanto, esse domínio se mostra mais eficiente quando a álgebra escolar é introduzida por meio de problemas que explorem situações de generalização sobre diversos aspectos matemáticos (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993; LINS, GIMENEZ, 1997; PAPINI, 2003; SESSA, 2005).

3 LIVRO DIDÁTICO

As pesquisas acerca dos livros e materiais didáticos têm uma história recente, de acordo com Choppin (2002). O autor afirma que esse objeto de estudo passou a ser de interesse acadêmico a partir da década de 1960, com maior intensidade nos anos 80 e 90, muito motivado, entre outros fatores, pela intenção de se pesquisar questões relacionadas à educação.

Sala de aula e livro didático, em nosso sistema de educação, representam uma relação praticamente automática. Silva (1996, p. 11), sinaliza

> Costumo lembrar que o livro didático é uma tradição tão forte dentro da educação brasileira que o seu acolhimento independe da vontade e da decisão dos professores. Sustentam essa tradição o olhar saudosista dos pais, a organização escolar como um todo, o *marketing* das editoras e o próprio imaginário que orienta as decisões pedagógicas do educador.

Choppin (2002) afirma que, apesar de o livro didático soar tão familiar à todos, a ponto de dispensar definições, o pesquisador dessa fonte se depara, na verdade, com uma dificuldade para defini-lo. Isso porque a natureza do livro didático permeia três campos distintos que fazem parte de seu processo: a literatura religiosa, que deu origem aos livros escolares – caracterizados por perguntas e respostas - no Ocidente cristão; a literatura didática, de caráter mais técnico, que se instalou nas escolas europeias entre os séculos XVIII e XIX; e a literatura de lazer, que mais recentemente passaram a integrar e influenciar os materiais didáticos.

Por outro lado, Lajolo (1996, p. 4-5), restringe o caráter didático de um livro ao espaço escolar, ao afirmar que,

> para ser considerado didático, um livro precisa ser usado, de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto do conhecimento humano, geralmente já consolidado como disciplina escolar. Além disso, o livro didático caracteriza-se ainda por ser passível de uso na situação específica da escola, isto é, do aprendizado coletivo orientado por um professor.

Apesar de reconhecer o livro didático como material utilizado na escola, Choppin (2002), mostra que, na verdade, esse material deve ser reconhecido pelas suas quatro funções principais, sendo elas: função referencial, função instrumental, função ideológica e cultural e função documental. A função referencial se dá quando exerce o papel de traduzir programas ou currículos, reunindo conteúdos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita ser relevante passar às novas gerações. Já a função instrumental ocorre quando o livro didático apresenta uma metodologia de aprendizagem a ser colocada em prática. Segundo o autor, a função mais antiga é a ideológica e cultural, uma vez que a partir do século XIX, o livro didático passou a ser um dos principais instrumentos de construção de identidade nacional, tendendo a aculturar e até mesmo doutrinar os estudantes a partir das formas como as temáticas são apresentadas, tanto explícita quanto implicitamente. Por fim, a função documental, mais recentemente identificada, se dá pela possibilidade de desenvolvimento de aspectos críticos nos estudantes, a partir de textos e imagens que o livro didático oferece.

Já Bittencourt (2008), complementando as ideias de Choppin (2002), aponta que, além do papel do livro didático como suporte para conhecimento escolar, ao representar um sistematizador de conteúdos, é possível destacar outros papéis para esse material: livro didático como mercadoria, uma vez que o objetivo do mercado editorial é vender o máximo possível, tanto para as escolas públicas, através do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), como para as instituições privadas; livro didático como suporte de métodos pedagógicos, uma vez que orienta formas de trabalho a partir das escolhas de texto e atividades e das recomendações para o professor; e livro didático como veículo de um sistema de valores, ideologias e cultura de uma época, sendo esse último papel justificado pelos argumentos de Choppin (2002) acima citados.

Sobre o papel do livro didático como mercadoria, focar-se-á aqui no PNLD. Segundo Mantovani (2009), o PNLD foi criado em 1985, substituindo o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), de 1971. Porém, a relação do Governo Federal e os livros didáticos é anterior a isso. Mantovani (2009), aponta que em 1929 foi criado o Instituto Nacional do Livro Didático e que, no ano seguinte, a secretaria responsável pelo órgão passou a propor a regulamentação para a produção e distribuição de livros didáticos nas escolas. Em 1938, um decreto-lei definiu formalmente "livro didático" e criou a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), que tinha como função garantir que os livros didáticos distribuídos para as escolas seguiam os programas oficiais de ensino. Ou seja, a CNLD não examinava a qualidade dos livros, apenas segurava o cumprimento dos programas.

A CNLD continuou com seu papel, tendo sua autonomia ampliada ao longo dos anos, até o Regime Militar no Brasil que, na década de 60, extinguiu a CNLD, criando a Comissão do Livro Técnico e Didático (COLTED), a partir do acordo MEC/USAID. Esse acordo foi assinado entre o Ministério da Educação e Cultura do Brasil (MEC) e a *Agency for International* Development dos Estados Unidos (USAID), esse último, órgão criado durante a Guerra Fria pelos Estados Unidos para assessorar países subdesenvolvidos. Na COLTED, cabia ao MEC e ao Sindicato Nacional de Editores e Livreiros (SNEL), representando o

Brasil, apenas a execução do acordo, ou seja, distribuição dos materiais. Já o controle do processo e do conteúdo cabia à USAID. A meta da comissão era distribuir gratuitamente 51 milhões de exemplares de livros didáticos aos estudantes ao longo de três anos.

Entretanto, em 1971 a COLTED foi extinta, depois do que ficou conhecido como o “escândalo da COLTED”. Segundo Freitag *et al.* (1993), o acordo MEC/USAID, que levou à criação da comissão, não se resumia à ajuda, havia a intenção de domínio sobre as escolas brasileiras, por meio do rígido controle de conteúdo. Essa percepção de críticos da educação brasileira levou à denúncias, que geraram inquéritos a fim de investigar irregularidades no mercado editorial de livros didáticos. A extinção da COLTED levou à criação do PLIDEF, acima mencionado, que, depois de passar a ser responsabilidade da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), passou a apresentar problemas com prazos e com acordos entre editoras e órgãos estatais responsáveis pela distribuição de livros didáticos (MANTOVANI, 2009).

Desse modo, Mantovani (2009), sinaliza que cria-se o PNLD, que apresentava algumas mudanças em relação aos programas anteriores: os professores passaram a indicar o livro didático que gostariam de usar e esses passaram a ser reutilizados na escola. Além disso, passou a atender alunos das duas primeiras séries escolares (de escolas públicas e comunitárias) e extinguiu a participação dos órgãos estaduais no processo, ou seja, o programa estava sob o controle integral da FAE. É válido ressaltar que não cabia à FAE ou a qualquer outro órgão do governo a avaliação dos materiais na ocasião da criação do PNLD. A avaliação dos materiais passou a ser realizada a partir de 1997, após denúncias de erros conceituais presentes em livros didáticos comprados pelo MEC e distribuídos às escolas. Nesse mesmo ano, a FAE foi extinta e a execução do PNLD passou a ser de responsabilidade do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

Assim, em 1997, ocorreu o primeiro PNLD com caráter de avaliação pedagógica dos livros. Nessa edição foram avaliados livros didáticos destinados ao primeiro ciclo do Ensino Fundamental. A edição de 1998 avaliou novamente livros para esse segmento. A partir de então, as coleções de Ensino Fundamental I passaram a ser avaliadas a cada três anos, assim como ocorreu com as coleções de Ensino Fundamental II, a partir do PNLD 1999. Em 2001 o PNLD passou a atender também alunos com deficiência visual, distribuindo exemplares em braile a eles. Apenas em 2004 o programa passou a avaliar os livros destinados aos alunos do Ensino Médio, no programa conhecido como PNLEM (ZUNIGA, 2007).

Atualmente, de acordo com o portal do FNDE, além de atender alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, avaliando e distribuindo as coleções escolhidas pelos professores, o PNLD abrange também outras categorias específicas:

- PNLD EJA: avalia e distribui livros para jovens e adultos matriculados na rede de educação básica e em entidades parceiras do Programa Brasil Alfabetizado (PBA);
- PNLD CAMPO: avalia e distribui livros didáticos específicos para alunos matriculados em escolas rurais, no Ensino Fundamental I;
- PNLD Obras complementares: avalia e distribui livros complementares a fim de contribuir com o processo de alfabetização para alunos matriculados do 1o ao 3o anos do Ensino Fundamental;
- PNLD Alfabetização na idade certa: avalia e distribui livros de literatura, tecnologias educacionais e outros materiais como um dos compromissos do Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa;
- PNLD Dicionários: avalia e distribui dicionários de Língua Portuguesa.

Reforçando o papel do livro didático como mercadoria, sinalizado por Bittencourt (2008), Cassiano (2007), aponta que o Brasil passou a representar o maior mercado de livros didáticos da América Latina. Tanto isso é considerável que as editoras do país, antes pequenas e em geral com caráter familiar, passaram a dar espaço para grandes editoras internacionais, caracterizando o que Cassiano (2007) chama de oligopólio no ramo dos didáticos.

Relacionado a esse aspecto, Bittencourt (2008), destaca a existência de um paradoxo na ação do Estado em relação aos materiais didáticos: quando o estado passou a se preocupar em garantir normas e procedimentos nos livros didáticos – o que ocorre desde o império – passou também a conceder a produção desses materiais à iniciativa privada. O paradoxo se dá justamente porque ao mesmo tempo que busca dar valor ao patriotismo à partir do controle dos materiais, indo ao encontro da função do material didático como ideológica e cultural, o Estado afrouxa esse controle ao deixar nas mãos de empresas privadas a elaboração dos livros didáticos. É possível, desse modo, fazer um paralelo com o que ocorre atualmente: ao mesmo tempo que o governo federal, por meio do PNLD, busca controlar a qualidade dos materiais didáticos, ele avalia e adquire os livros didáticos produzidos pelas grandes editoras que atuam por muitas vezes em diversos países.

Para caminhar do papel do livro didático como mercadoria para seus outros papéis, faz-se razoável passar pelos critérios do PNLD. Ao longo das edições do programa em todos os segmentos, os critérios foram se modificando, mesmo que ligeiramente. Nas edições de 1997 e 1998, a análise dos livros inscritos iniciava-se a partir de dois critérios eliminatórios, sendo eles: critério I) os livros didáticos não podem expressar preconceitos nem formas de discriminação; critério II) os livros didáticos não podem conter ou induzir a erros graves de conteúdos (Zuniga, 2007). Desse modo, o critério I converge para um outro sentido do livro didático apontando por Bittencourt (2008): como veículo de um sistema de valores, ideologias e cultura de uma época.

Ainda segundo Zuniga (2007), a partir da edição de 1999, acrescentou-se o critério III como eliminatório: os livros precisavam apresentar coerência entre teoria metodológica explicitada e aquela que de fato se encontra na coleção. Além dos critérios eliminatórios, desde a primeira edição do PNLD considera-se critérios classificatórios aos materiais, como aspectos teóricos, pedagógicos, editoriais e qualidade do manual do professor.

Atualmente, os critérios eliminatórios são explicitados em 6 itens no edital do programa (item 2.1 do anexo III dos editais PNLD 2014 e PNLD 2017 – ambos avaliando materiais destinados ao Ensino Fundamental II):

- respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino fundamental;
- observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
- coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela coleção, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
- correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
- observância das características e finalidades específicas do Manual do Professor e adequação da coleção à linha pedagógica nele apresentada;
- adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da coleção.

Especificamente a respeito do manual do professor, Ribeiro (2015), apresenta um breve histórico sobre o material: ele só foi formalizado no período de 1966 a 1985. Até então, pode-se destacar que de 1880 a 1930 não havia exigência do Estado de orientações aos professores. Nesse período, os "livros dos mestres" continham apenas as respostas das atividades propostas aos alunos. Após 1930 até a década de 60, os livros dos professores apresentavam um certo diálogo, entretanto, apenas nos materiais correspondentes ao que, na ocasião, era chamado de primário. Para as séries seguintes, os livros dos professores continham o programa oficial do governo. Atualmente, o manual do professor ocupa um lugar mais relevante, tanto que compõe um dos critérios classificatórios do programa. Os editais oficiais dos PNLD 2014 e PNLD 2017, apresentam considerações importantes sobre o manual do professor. No item “4. Das características das Obras”, subitem 4.1.6 (Edital PNLD 2017, p.), observa-se a condição de que

> O Manual do Professor impresso não poderá ser apenas cópia do livro do estudante com os exercícios resolvidos. É necessário que ofereça orientação teórico-metodológica e de articulação dos conteúdos do livro entre si e com outras áreas do conhecimento; ofereça, também, discussão sobre a proposta de avaliação da aprendizagem, leituras e informações adicionais ao livro do estudante, bibliografia e referências, bem como sugestões de leituras e referenciais que contribuam para a formação e atualização do professor. O Manual do Professor Multimídia deverá conter o Manual do Professor impresso atrelado a conteúdos multimídia, não sendo permitida a presença de atividades a serem desenvolvidas com os estudantes por meio do MP Multimídia.

Assim, os editais deixam claro que esperam que o livro do professor deve (Edital PNLD 2014, p. 54 e Edital PNLD 2017, p. 43):

- explicitar os objetivos da proposta didático-pedagógica efetivada pela coleção e os pressupostos teórico- metodológicos por ela assumidos;
- descrever a organização geral da coleção, tanto no conjunto dos volumes quanto na estruturação interna de cada um deles;
- orientar o professor para o uso adequado da coleção, inclusive no que se refere às estratégias e recursos de ensino a serem empregados;
- indicar as possibilidades de trabalho interdisciplinar na escola, a partir do componente curricular abordado na coleção;
- discutir diferentes formas, possibilidades, recursos e instrumentos de avaliação que o professor poderá utilizar ao longo do processo de ensino-aprendizagem;
- promover a interação com os demais profissionais da escola;
- sugerir textos de aprofundamento e propostas de atividades complementares às do livro do estudante.
- propiciar a superação da dicotomia ensino e pesquisa, proporcionando ao professor um espaço efetivo de reflexão sobre a sua prática.

A leitura completa dos últimos editais revela uma maior especificação do que se espera do Manual do Professor em cada um dos componentes curriculares avaliados. Ao direcionar o olhar para Matemática, que é o foco deste trabalho, encontra-se as condições a seguir para o material destinado ao professor no programa de 2014 (Edital PNLD 2014, p. 68):

- apresentar orientações metodológicas para o trabalho do ensino-aprendizagem da Matemática.
- contribuir com reflexões sobre o processo de avaliação da aprendizagem de Matemática;

- apresentar orientações para a condução de atividades propostas.

Já no programa que selecionou materiais para o triênio 2017, 2018 e 2019, os critérios para o Manual do Professor nos materiais de material de matemática (Edital PNLD 2017, p. 62):

- apresentar orientações para a condução de atividades propostas no Livro do Estudante.
- explicitar com clareza e correção os pressupostos teóricos e metodológicos para o trabalho do de ensino-aprendizagem da Matemática a partir dos quais a proposta didático-pedagógica foi elaborada;
- descrever com precisão e funcionalidade a organização dos livros, inclusive no que diz respeito aos objetivos a serem atingidos nas atividades propostas e aos encaminhamentos necessários;
- apresentar subsídios que contribuam com reflexões sobre o processo de avaliação da aprendizagem de Matemática de acordo com as orientações descritas nas Diretrizes Curriculares Nacionais, assim como para a ampliação e adaptação das propostas que figuram no(s) livro(s) do estudante;
- propor formas de articulação entre as propostas e atividades do livro didático e os demais materiais didáticos distribuídos por programas oficiais;
- fornecer subsídios complementares tais como bibliografias básicas, sugestões de leitura suplementar, sugestões de integração com outras disciplinas ou de exploração de temas transversais, dentre outros;
- explicitar, de forma pertinente, as articulações entre o Manual do Professor impresso e o Manual do Professor Multimídia, para as obras Tipo 1.[8]

Observando essas especificações, adentra-se a mais um papel do livro didático especificado por Bittencourt (2008): livro didático como suporte de métodos pedagógicos. Para Munakata (1997, p. 4), o livro didático acaba assumindo uma maior importância em países como o Brasil, em que vive-se uma precária situação educacional. Desse modo, ele acaba determinando conteúdos e estratégias de ensino, “marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina”.

Convergindo para essa afirmação de Munakata (1997), a pesquisa de Bittencourt (2008) sinaliza que os professores acabaram se tornando dependentes desse material didático, porque ele direciona e condiciona o conhecimento em cada disciplina escolar. Por outro lado,

[8] Segundo o referido Edital, as coleções inscritas podem apresentar um Manual do Professor Multimídia (tipo 1) ou não (tipo 2).

a autora menciona que muito dessa dependência ocorre devido a frágil formação dos professores.

Ao adentrar na esfera da relação entre professores e livros didáticos, é pertinente recorrer a Mantovani (2009), que sinaliza a ausência de protagonismo dos professores no processo de produção e avaliação dos livros didáticos. Segundo ela, existe um descompasso entre o que pensam os avaliadores do PNLD e o que executam os professores em sua prática. Esse descompasso pode justificar a preferência, na etapa de escolha dos professores, por livros que não possuíam as melhores avaliações no PNLD, nas edições em que o programa publicava em seu Guia os livros divididos em categorias, sendo elas: excluídos, não recomendados, recomendados com ressalvas, recomendados e recomendados com distinção. Essas categorias foram usadas até 2004[9]. A partir da edição de 2005 o Guia passou a conter apenas as coleções aprovadas (ZUNIGA, 2007).

Zuniga (2007), usa essas categorias para buscar compreender o que o Estado, através do PNLD e a partir da colaboração dos avaliadores pesquisadores, considera um livro didático ideal, ao analisar essas categorias. A autora analisou que o livro didático ideal seria justamente aquele que continha os elementos necessários para ser categorizado no item "recomendados com distinção". Eles livros seriam, portanto, os que apresentavam uma menor distância curricular ao que poderia ser chamado de um currículo ideal. Desse modo, pode-se avaliar que o PNLD teria como objetivo encurtar a distância entre currículo real e currículo ideal. Por outro lado, as editoras fariam um contraponto, porque, ao visarem a aprovação no programa, teriam também esse papel de encurtar distâncias entre currículo real e ideal, mas, por ter a intenção de vender o máximo possível, teriam um papel de encurtar outra distância: aquela entre o livro didático e o cotidiano escolar, considerando o currículo realmente praticado nas escolas.

Ao longo dos programas considerados por Zuniga (2007) o que se percebe é que os professores acabaram, em sua grande maioria, escolhendo materiais de categorias diferentes da "recomendados com distinção". Um dos fatores para a não valorização dessa categoria é a existência, dentro do PNLD, de uma valorização do currículo ideal, distanciando-o do currículo real praticado nas escolas. Assim, o professor, que possui uma frágil formação e condições de trabalho questionáveis, acaba demonstrando preferência por materiais mais distantes daqueles etiquetados como ideais pelos avaliadores. Zuniga (2007) aponta ainda que

[9] A categoria "recomendados com distinção" passou a ser usada na segunda edição do PNLD, que ocorreu em 2008. Já a categoria "não recomendados" deixou de fazer parte do Guia a partir da edição de 1999.

o pouco interesse dos professores por livros que se aproximam do currículo ideal tem como consequência a extinção desse tipo de material nos programas, uma vez que as editoras balizam as produções a partir de questões de mercado, como afirmaram Choppin (2002) e Bittencourt (2008).

É claro, desse modo, que os livros didáticos representam, entre outros papéis, um protagonismo no que diz respeito às questões curriculares e metodológicas nas escolas, sinalizado pelos autores anteriormente citados. Entretanto, para Zuniga (2007), o currículo nos livros didáticos não é uma mera imposição. Ele é produto de uma série de negociações e conflitos, que, como mostrado por Munakata (1997), passam inclusive pelas experiências dos autores, sendo todos os pesquisados por ela anteriormente professores.

Lajolo (1996) e Munakata (1997), entre outros pontos, concordam que a grande questão é o uso que se faz do livro didático. Com grande influência no currículo, o diferencial em sala de aula se daria pelas escolhas do professor, que entenderia esse material como mais um instrumento didático. Porém, mais uma vez a formação não ideal do docente e suas condições de trabalho são elementos que não podem ser ignorados.

Desse modo, é consenso a relevância do livro didático no processo educacional do país. A presença do livro didático em sala de aula é muito forte e muitas vezes esse instrumento determina a qualidade das abordagens em sala de aula. Segundo Silva (2010, p. 135)

> […] o livro didático apresenta-se como elemento imprescindível para o processo de ensino e aprendizagem, sistematizando o currículo e as concepções educacionais, bem como os conteúdos e, ainda, organizando tudo como um padrão desejável de aula para o professor.

4 MÉTODOS DE PESQUISA

Para Gil (2002) uma pesquisa é classificada com base em seus objetivos e com base em seus procedimentos. Entretanto, Gerhardt e Silveira (2009) e Pradanov e Freitas (2013), acrescentam que uma pesquisa deve ser classificada também quanto a sua abordagem e sua natureza.

Desse modo, a presente pesquisa, quanto a sua abordagem, se caracteriza como qualitativa, uma vez que não tem a intenção de representar dados numéricos, sendo focada na apresentação das características que definem o percurso da educação algébrica nas três coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental II aprovadas no PNLD 2014. Por outro lado, como se trata de uma pesquisa que pode ser utilizada para orientar escolas e professores na escolha do material didático, do ponto de vista de sua natureza, pode se caracterizar como aplicada. Como se propõe a apresentar a partir de qual ano e conteúdo a álgebra é apresentada aos estudantes do Ensino Fundamental II e qual a maneira escolhida para se encaminhar os temas algébricos, a pesquisa caracteriza-se como descritiva quanto a seus objetivos. Segundo Gil (2002), esse tipo de pesquisa é adequado a pesquisadores que preocupam-se com a atuação prática, o que vai ao encontro dos objetivos desse trabalho, com foco no ensino e na aprendizagem da álgebra escolar a partir dos livros didáticos utilizados nas escolas.

Como o objeto principal de análise é representado pelas três coleções de livros didáticos de Matemática para Ensino Fundamental II aprovadas no PNLD 2014, a pesquisa é caracterizada como documental. De acordo com Gil (2002), muitas vezes a pesquisa documental se confunde com a bibliográfica. Entretanto, para Gil (2002, p. 45), "a pesquisa documental vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos de pesquisa", o que aproxima a presente pesquisa dessa categoria.

Ao buscar explicar o delineamento de uma pesquisa documental, Gil (2002) afirma que, em pesquisas qualitativas, nem sempre há a necessidade de um modelo teórico prévio. Por muitas vezes "o processo de análise e interpretação é fundamentalmente interativo, pois o pesquisador elabora pouco a pouco uma explicação lógica do fenômeno ou da situação estudados, examinando as unidades de sentido, as inter-relações entre essas unidades [...]" (GIL, 2002, p. 90).

Desse modo, após fazer um levantamento sobre os diversos caminhos possíveis para se introduzir a álgebra na educação escolar, por meio de uma revisão bibliográfica a respeito do tema, foi feita uma análise de coleções voltadas para o Ensino Fundamental II aprovadas no PNLD 2014 na disciplina Matemática. A intenção dessa análise foi verificar em qual volume da coleção a álgebra é introduzida e de que maneira o assunto é abordado, partindo das possibilidades levantadas na revisão de literatura.

Como os livros didáticos possuem um protagonismo significativo nas escolas do Brasil, esta pesquisa elegeu livros didáticos aprovados no PNLD como objeto de pesquisa. A escolha de livros aprovados pelo programa deu-se pela abrangência do mesmo, que distribui materiais para todas as escolas públicas do país. Como o foco deste trabalho está no Ensino Fundamental II, foi preciso eleger materiais aprovados pelas edições do PNLD voltadas para esse segmento. Desse modo, sendo a edição de 2014 a mais atual, optou-se pelos livros didáticos de matemática aprovados no PNLD 2014, em que os livros aprovados e adquiridos foram usados ao longo do triênio 2014, 2015, 2016.[10] As dez coleções de Matemática aprovadas pela referida edição do programa foram:

- Descobrindo e aplicando a matemática
  Alceu dos Santos Mazzieiro e Paulo Antônio F. Machado
  Editora Dimensão – 1ª edição, 2012

- Matemática – Bianchini
  Edwaldo Roque Bianchini
  Editora Moderna – 7ª edição, 2011

- Matemática – ideias e desafios
  Dulce Satiko Onaga e Iracema Mori
  Saraiva Livreiros Editores – 17ª edição, 2012

- Matemática – Imenes & Lellis
  Luiz Márcio Pereira Imenes e Marcelo Cestari Terra Lellis
  Editora Moderna – 2ª edição, 2012

- Matemática: teoria e contexto
  Marília Ramos Centurion e José Jakubovic
  Saraiva Livreiros Editores – 1ª edição, 2012

- Praticando matemática – edição renovada
  Miguel Asis Name e Maria José C. De V. Zampirolo
  Editora do Brasil – 3ª edição, 2012

10 Ao longo de 2016, enquanto esta pesquisa estava em curso e prestes a ser finalizada, ocorreu a avaliação dos livros, publicação do Guia e escolha dos materiais por parte das escolas do PNLD 2017.

- Projeto Araribá Matemática
  Fabio Martins de Leonardo
  Editora Moderna – 3ª edição, 2010

- Projeto Teláris – Matemática
  Luiz Roberto Dante
  Editora Atica – 1ª edição, 2012

- Projeto Velear – Matemática
  Antonio José Lopes
  Editora Scipione – 1ª edição, 2012

- Vontade de saber Matemática
  Patricia Rosana M. Pataro e Joamir Roberto de Souza
  Editora FTD – 2ª edição, 2012

Para viabilizar a pesquisa, foi criado um filtro de modo a restringir o objeto de análise a três coleções. Esse filtro consistiu em observar o número de exemplares vendidos de cada uma dessas coleções aprovadas e selecionar delas as três mais escolhidas pelas escolas.

De acordo com os dados estatísticos apresentados no portal do FNDE sobre o PNLD 2014, a venda dos exemplares de cada coleção estão apresentadas no quadro a seguir:

Quadro 5 – Número de exemplares por coleção adquiridos pelo Governo Federal no PNLD 2014

Classificação em relação ao número de vendas	Coleção	Exemplares adquiridos	Porcentagem
1º	Praticando matemática – edição renovada	2 831 411	22,4%
2º	Vontade de saber matemática	2 694 730	21,3%
3º	Projeto Teláris	2 274 623	18%
4º	Matemática - Bianchini	1 345 301	10,6%
5º	Projeto Araribá - Matemática	1 091 645	8,6%
6º	Matemática: teoria e contexto	1 026 549	8,1%
7º	Matemática – ideias e desafios	468 034	3,7%
8º	Projeto Velear – Matemática	324 709	2,6%
9º	Descobrindo e aplicando a matemática	319 998	2,5%
10º	Matemática – Imenes & Lellis	270 860	2,2%
	TOTAL	12 647 860	12 647 860

FONTE: FNDE (2014)

O Quadro 5 acima mostra que as três coleções mais vendidas pelas editoras no PNLD 2014 representam 61,7% do total de livros de matemática adquiridos nessa edição do programa. Desse modo, a análise dessas três coleções representa lançar o olhar para os materiais utilizados pela maioria das escolas brasileiras. Tem-se, assim, as coleções a seguir como objetos de estudo dessa pesquisa:

1ª. Praticando matemática – edição renovada
Álvaro Andrini[11] e Maria José C. De V. Zampirolo
Editora do Brasil – 3ª edição, 2012

2ª. Vontade de saber Matemática
Patricia Rosana M. Pataro e Joamir Roberto de Souza
Editora FTD – 2ª edição, 2012

3ª. Projeto Teláris – Matemática
Luiz Roberto Dante
Editora Atica – 1ª edição, 2012

Para a realização da análise, foram considerados os pareceres publicados no Guia do PNLD 2014, que considera a abordagem dos eixos norteadores da matemática escolar, baseando-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação e álgebra[12], apresentando a distribuição dos conteúdos em cada eixo ao longo dos volumes. Além disso, foi realizada uma leitura nas coleções voltadas aos alunos, buscando identificar:

- O primeiro conteúdo explícito relacionado à álgebra presente na coleção;
- A abordagem pela qual se introduz esse primeiro conteúdo no material. Abordagem essa que pode focada na técnica ou favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de situações ou atividades que signifiquem os conteúdos envolvidos;
- Textos, atividades ou imagens que estejam localizados anteriormente ao primeiro conteúdo explícito e que explorem implicitamente o desenvolvimento do pensamento algébrico, proporcionando a observação de padrões ou regularidades e/ou apresentando ou solicitando generalizações verbais (orais ou escritas) ou em linguagem matemática.

Foram considerados conteúdos explicitamente algébricos por esse trabalho qualquer um pertencente à lista a seguir:

- Letras na matemática
- Expressões algébricas

[11] Em todos os documentos referentes ao PNLD 2014, o primeiro autor relacionado do material consta como Miguel Asis Name, entretanto, o autor correto é Álvaro Andrini.
[12] Os PCN (1998) incluem o tema "álgebra e funções" no eixo "números e operações", subdividindo-o ao fazer as orientações específicas por eixo.

- Fórmulas
- Monômios
- Polinômios
- Equações de 1º e 2º graus
- Inequações
- Cálculo algébrico
- Produtos notáveis
- Fatoração
- Frações algébricas
- Sistemas de equações
- Funções.

5 CARACTERÍSTICAS DAS COLEÇÕES E DISCUSSÕES

5.1 Coleção 1: Praticando matemática – edição renovada

5.1.1 Características gerais

Informações sobre a obra:
Praticando matemática – edição renovada
Álvaro Andrini[13] e Maria José C. De V. Zampirolo
Editora do Brasil – 3ª edição, 2012
Código da coleção no PNLD 2014: 27454
Exemplares vendidos: 2 831 411

O Guia de livros didáticos do PNLD 2014 faz uma descrição geral da obra, considerando que os livros trazem exercícios e atividades com foco na aplicação e sistematização de procedimentos e propriedades apresentados nos textos. Outro aspecto destacado pelos avaliadores é a pouca presença de situações de investigação e descoberta ao longo dos volumes que compõem a obra. O gráfico a seguir, disponível no Guia (p. 62), mostra a distribuição de conteúdos pelos campos da matemática a partir da análise dos avaliadores:

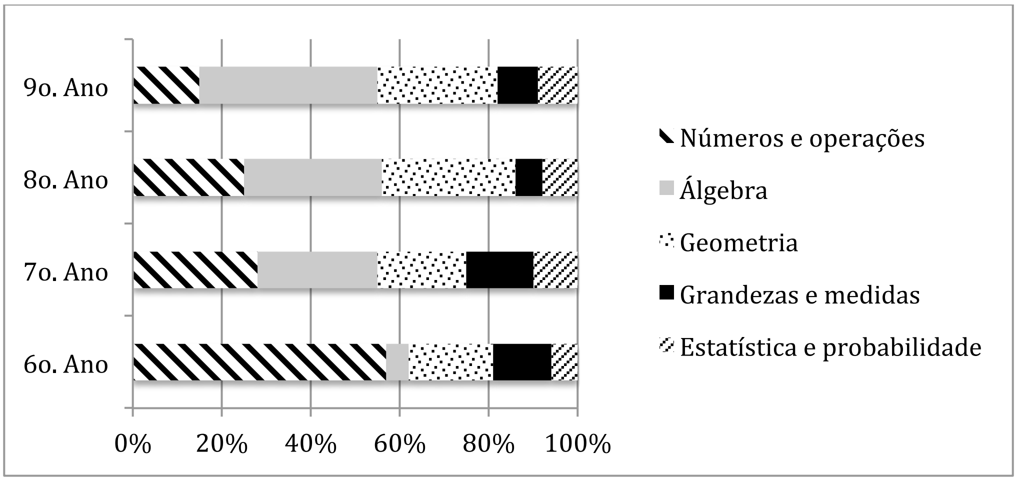


Gráfico 1– Conteúdos por campo da matemática e série, em porcentagem – coleção *Praticando Matemática – edição renovada* (adaptado de Brasil, MEC/SEB, 2013)

O gráfico acima revela que os avaliadores do PNLD 2014, ao classificar os conteúdos da coleção, reconheceram a presença da álgebra desde o volume destinado ao 6º ano do Ensino Fundamental, sendo essa presença maior a cada volume (cerca de 5% no 6º ano, 25% no 7º ano, 30% no 8º ano e 40% no 9º ano). O Guia referente ao programa não especifica

13 Em todos os documentos referentes ao PNLD 2014, o primeiro autor relacionado do material consta como Miguel Asis Name.

quais conteúdos foram classificados em cada um dos campos considerados. A posterior análise dos volumes colaborará com essa especificação para este trabalho.

No que diz respeito ao campo algébrico abordado na coleção, o Guia (p. 62), afirma que

> O estudo do campo é, em geral, conduzido de modo satisfatório. A álgebra é estudada em seus vários papéis, em particular para criar modelos matemáticos para situações reais, seja por meio de equações, inequações ou funções. Os significados das letras também são focalizados. No entanto, nos dois últimos anos, observa-se demasiada atenção ao cálculo algébrico. Além disso, as construções de gráficos de funções polinomiais do 1º e 2º graus são tratadas de modo superficial.

Sobre a metodologia de ensino e aprendizagem da coleção, o Guia considera que o material tem foco na explicação de conteúdos, seguida de atividades em que é necessário usar o conteúdo abordado. Por outro lado, menciona que as limitações didáticas dessa abordagem acabam sendo diminuídas nos dois primeiros volumes, por conta das escolhas de atividades que permitem ao aluno investigar e formular hipóteses, mesmo não favorecendo e incentivando uma real e desejável troca entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Desse modo, sem apresentar detalhes, o Guia considera que a coleção aborda a álgebra desde o 6º ano e que aborda os temas apresentando conteúdo em texto e exemplos, que antecedem atividades de aplicação de conceitos, que nos dois primeiros volumes oferecem mais oportunidade de reflexão aos alunos.

A seguir, a partir da leitura e análise dos volumes da coleção, pretende-se buscar características mais detalhadas que estejam relacionadas ao ensino e à aprendizagem de álgebra. Nesse material, os conteúdos são distribuídos do seguinte modo:

Quadro 6: Distribuição de conteúdos ao longo da coleção *Praticando a matemática – edição renovada*

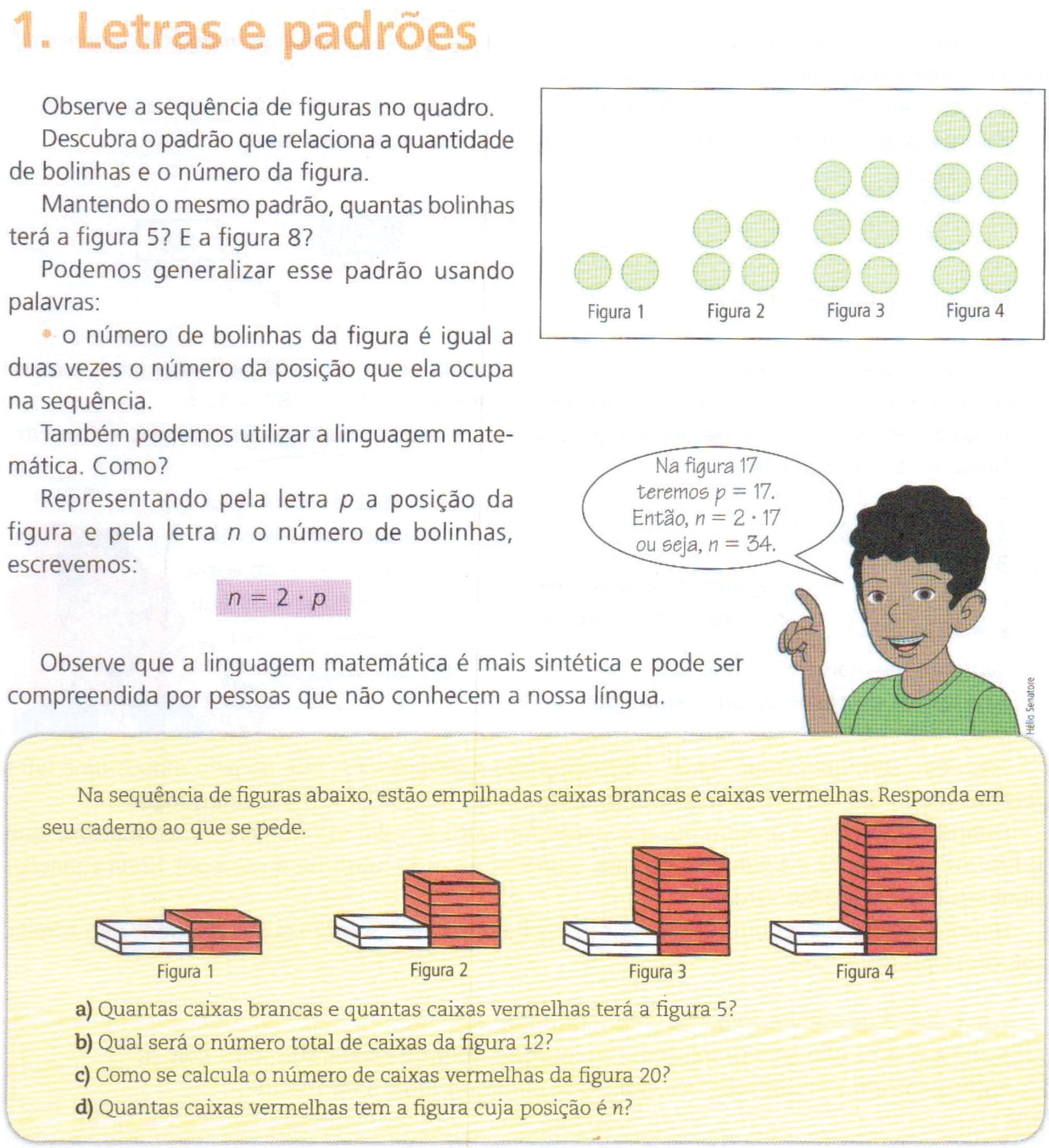
6º ano
Unidade 1: Sistema de numeração decimal
Unidade 2: Números naturais
Unidade 3: Adição e subtração de números naturais
Unidade 4: Multiplicação e divisão de números naturais
Unidade 5: Potenciação e raiz quadrada de números naturais
Unidade 6: Múltiplos e divisores
Unidade 7: Dados, tabelas e gráficos de barras
Unidade 8: Observando formas
Unidade 9: Ângulos
Unidade 10: Polígonos e circunferências
Unidade 11: Frações
Unidade 12: Números decimais

Unidade 13: Porcentagens
Unidade 14: Medidas
7º ano
Unidade 1: Números naturais
Unidade 2: Frações e números decimais
Unidade 3: Números negativos
Unidade 4: Proporcionalidade
Unidade 5: Razões e porcentagens
Unidade 6: Construindo e interpretando gráficos
Unidade 7: Sólidos geométricos
Unidade 8: Áreas e volumes
Unidade 9: Equações
Unidade 10: Inequações
Unidade 11: Ângulos e triângulos
8º ano
Unidade 1: Conjuntos numéricos
Unidade 2: Potenciação e notação científica
Unidade 3: Radiciação
Unidade 4: Cálculo algébrico
Unidade 5: Produtos notáveis
Unidade 6: Fatoração
Unidade 7: Frações algébricas
Unidade 8: Sistemas de equações
Unidade 9: Retas e ângulos
Unidade 10: Triângulos
Unidade 11: Triângulos: congruência e pontos notáveis
Unidade 12: Quadriláteros e outros polígonos
Unidade 13: Circunferência e círculo
Unidade 14: Possibilidades e estatística
9º ano
Unidade 1: Potenciação e radiciação
Unidade 2: Equações o 2º grau
Unidade 3: Sistema cartesiano
Unidade 4: Funções
Unidade 5: Noções de possibilidade
Unidade 6: Teorema de Tales e semelhança de triângulos
Unidade 7: Relações métricas nos triângulos retângulos
Unidade 8: Trigonometria no triângulo retângulo
Unidade 9: Círculo e cilindro
Unidade 10: Porcentagem e juro

A partir do quadro acima, nota-se que o primeiro conteúdo explicitamente algébrico apresentado pela coleção é o tema “equações”, que compõe a unidade 9 do volume correspondente ao 7º ano. Ainda nesse volume, no campo da álgebra, são trabalhadas as inequações, na unidade seguinte. Analisando o volume seguinte, cinco unidades são explicitamente dedicadas à álgebra: “Cálculo algébrico” (unidade 4); “Produtos notáveis” (unidade 5); “Fatoração” (unidade 6); “Frações algébricas” (unidade 7); e “Sistemas de equações” (unidade 8). Já no volume correspondente ao 9º ano, há duas unidades com temas explicitamente algébricos: a unidade 2, sobre equações do 2º grau, e a unidade 4, sobre funções.

5.1.2 Primeiro conteúdo explicitamente algébrico

Ao analisar o primeiro tema explicitamente algébrico da coleção, correspondente à Unidade 9 – “Equações” do volume referente ao 7º ano verifica-se, que antes de falar propriamente das equações, o material inicia a unidade abordando, no item 1, o tema “Letras e padrões”, conforme figura a seguir:



1. Letras e padrões

Observe a sequência de figuras no quadro.

Descubra o padrão que relaciona a quantidade de bolinhas e o número da figura.

Mantendo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá a figura 5? E a figura 8?

Podemos generalizar esse padrão usando palavras:

- o número de bolinhas da figura é igual a duas vezes o número da posição que ela ocupa na sequência.

Também podemos utilizar a linguagem matemática. Como?

Representando pela letra p a posição da figura e pela letra n o número de bolinhas, escrevemos:

$$n = 2 \cdot p$$

Observe que a linguagem matemática é mais sintética e pode ser compreendida por pessoas que não conhecem a nossa língua.

Na sequência de figuras abaixo, estão empilhadas caixas brancas e caixas vermelhas. Responda em seu caderno ao que se pede.

a) Quantas caixas brancas e quantas caixas vermelhas terá a figura 5?
b) Qual será o número total de caixas da figura 12?
c) Como se calcula o número de caixas vermelhas da figura 20?
d) Quantas caixas vermelhas tem a figura cuja posição é n?

Figura 1 – Abordagem inicial para o tema “letras e padrões” – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 197

Observa-se que o material começa a abordagem formal da álgebra no Ensino Fundamental II, no 7º ano, a partir da generalização de forma breve, a partir de explanação no texto direcionado ao aluno, não iniciando esse tema de maneira a permitir que os alunos explorem as ideias relacionadas à padrões e generalizações. Após o texto, o material sugere que seja feita uma atividade de observação de padrão em uma sequência de figuras e posterior generalização. Essa atividade está presente em um quadro e corresponde a uma seção que sugere um desafio inicial referente à generalização, entretanto, ela aparece depois do exemplo em forma de texto de introdução.

A partir da segunda página da unidade, no item 2, o material dedica-se às equações propriamente ditas. Nesse momento, o livro define equação, demonstra como resolver uma equação de primeiro grau com uma incógnita por meio de operações inversas, estando a incógnita no primeiro membro dessa equação, e define o que é solução ou raiz de uma equação, afirmando que é possível haver uma, várias ou nenhuma raiz. Apesar de usar uma equação de primeiro grau com uma incógnita nesse primeiro exemplo de resolução, o material não precipita a definição da mesma nesses termos. É interessante destacar que essa equação utilizada é a tradução em linguagem matemática da seguinte situação “Pensei em um número, multipliquei-o por 3, somei 87 e obtive 123. Em que número pensei?”. Antes de apresentar a resolução por meio de equação, mostra-se a resolução aritmética, apoiada no esquema apresentado abaixo:

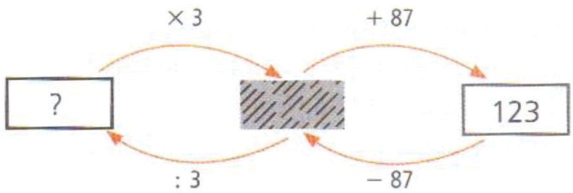


Figura 2 – Resolução de problema por meio de operação inversa – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 198

A estratégia por meio de equação é apresentada depois do esquema aritmético, e vem acompanhada do recado: “Você pode ter achado que a primeira solução é mais fácil. No entanto, o uso de letras pode ajudar, e muito, na resolução de problemas. Você vai ver!”

A terceira página da unidade é dedicada à algumas definições relacionadas às equações – incógnita, membros e termos de uma equação – e a mais dois exemplos de resolução a partir de operações inversas. Esses exemplos referem-se à encontrar a solução das equações $3x - 4 = -6 - 3$ e $\frac{2a}{5} + 1 = 7$. É relevante destacar que o segundo exemplo utiliza a letra a e não a x como incógnita. Nesses exemplos, cada operação inversa realizada é justificada logo à frente do passo realizado. O primeiro deles envolve operações com números negativos e tem como resposta um número não inteiro. Salienta-se, ao encontrar o valor final para x que o traço da fração indica uma divisão. Já a equação do segundo exemplo apresenta uma fração. Nesse momento, valendo-se da ideia de operação inversa, o material toma o cuidado de primeiro subtrair 1 de 7 e, em seguida, utiliza-se da multiplicação, que é a inversa da divisão, para reduzir a equação à $2a = 30$ e, assim, encontrar o valor de a a partir da divisão de 30 por 2.

A quarta página da unidade – e a última antes de uma seção nomeada "Exercícios", dedica-se a explicar de que modo verifica-se se um número é solução de uma equação dada e apresenta um breve relato histórico de equações e álgebra, destacando Diofante e sua estratégia de utilizar símbolos na representação de valores desconhecidos. Além disso, explica a origem da palavra "álgebra" ao citar o livro *Al-jabr wal mugãbalah* escrito por Al-Khowarizmi.

Após as definições e exemplos apresentados nas quatro primeiras páginas da unidade, o material propõe as primeiras atividades relacionadas ao tema na seção "Exercícios". Nessa seção, foram propostas 22 atividades, distribuídas ao longo de duas páginas. Essas atividades podem ser divididas em sete categorias, conforme quadro abaixo.

Quadro 7 – Categorias das atividades presentes na seção "Exercícios", p. 201 e 202 da unidade 9 – livro do 7º ano – Coleção *Praticando matemática – edição renovada*

Categoria	**Atividades**
Sequências numéricas	1, 2
Valor numérico	2[14], 3
Reconhecimento de equação	4
Verificação de solução	5, 14
Equação como balança	6, 9, 11
Tradução para linguagem algébrica	7, 16, 17, 21
Resolução de equações	8, 10, 13, 15, 18, 19, 20, 22
Equivalência de equações	9[15], 12

As atividades da categoria "sequências numéricas" abordam a ideia de generalização de padrões em situações diferentes daquela apresentada na primeira página da unidade, por abordar padrões numéricos sem o apoio de figuras. Isso permite que seja explorada a

[14] A atividade 2 aparece nas duas primeiras categorias, pois, além de se referir a uma sequência numérica, solicita o valor de alguns termos já tendo dado a expressão que relaciona cada termo a seu valor
[15] A atividade 9 usa balanças para demonstrar equivalência entre equações, por isso está em duas categorias

generalização de padrões numéricos a partir de situações que diferem daquelas exemplificadas e já previamente discutidas.

A categoria “tradução para linguagem algébrica” merece especial atenção, pois, exceto a atividade 7, que solicita claramente uma equação que traduza cada uma das três sentenças apresentadas, as demais são situações simples que, embora a tendência do material seja esperar uma resposta que faça uso de uma equação, mesmo não a solicitando no enunciado, todas as três atividades podem ser facilmente resolvidas lançando-se mão de estratégias aritméticas. Como exemplo, pode-se tomar a atividade 21, p. 202: “Subtraindo-se 2 da terça parte de um número obteve-se 8. Qual é esse número?”. Usando apenas raciocínio aritmético, a situação poderia ser resolvida do seguinte modo:

Terça parte do número: 8 + 2 = 10
Número: 10 . 3 = 30
Resposta: O número é 30.

Já fazendo uso de uma equação, tem-se:

$$\frac{x}{3} - 2 = 8$$
$$\frac{x}{3} = 8 + 2$$
$$\frac{x}{3} = 10$$
$$x = 10 \, . \, 3$$
$$x = 30$$
Resposta: O número é 30.

Esse tipo de situação permite comparação de métodos diferentes de resolução para uma mesma situação apresentada. Nota-se, além disso, que a resolução sem uso de equação é bastante econômica.

Ademais, apesar de as outras cinco categorias não exigirem maiores considerações, ao se levar em conta todo o bloco de atividades contido nessa primeira seção “Exercícios” da unidade, é relevante salientar alguns pontos. A atividade 10, que pede a solução de equações, traz nos seis itens a incógnita no lado direito e não no esquerdo, o que ocorre pela primeira vez na unidade. Além disso, desperta a atenção o fato de, dentre as 22 atividades da seção, a maioria delas tem um foco técnico – indique a solução, resolva, calcule (mentalmente ou não), encontre, ou palavras similares são os comandos diretos de 14 das 22 atividades. As demais atividades proporcionam pouca reflexão e representam situações elementares. Além disso, nas atividades com foco na técnica, todas as equações apresentadas têm a letra *x* como incógnita. Por fim, as situações representadas por meio de balanças parecem desconectadas do que poderia ser considerada a intenção central da lista de atividades: colocar em prática todas as explicações apresentadas nas quatro páginas que antecedem a seção "Exercícios".

Seguindo para o item 3 da unidade, nomeado "Algumas operações com letras", encontra-se na primeira linha um convite para resolver problemas com ajuda das equações. O material usa o problema correspondente ao primeiro exemplo do item para explorar a soma de monômios – a soma $x + 2x$ - a partir do diálogo entre duas crianças, conforme figura abaixo:

- Mário pagou R$ 8,40 por um caderno e uma caneta. O preço do caderno é igual ao dobro do preço da caneta. Qual é o preço da caneta? E do caderno?

Vamos representar o preço da caneta por x. Como o preço do caderno é o dobro de x, temos:

Preço da caneta: x

Preço do caderno: $2x$

Um caderno e uma caneta custam juntos R$ 8,40. A equação que representa o problema é:

$$x + 2x = 8{,}4$$

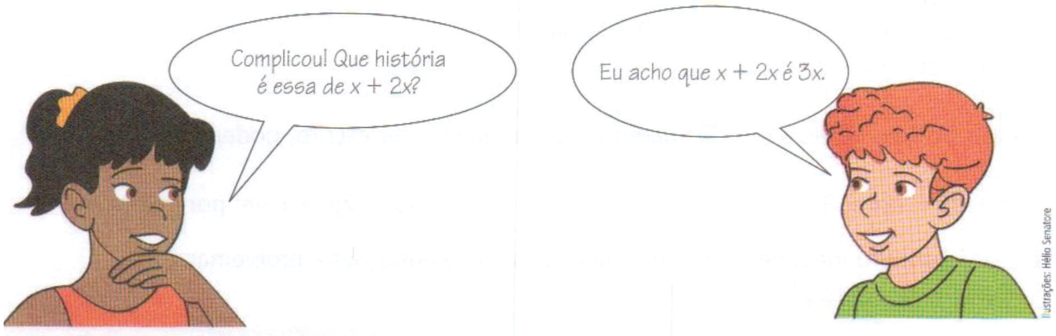


Figura 3 – Abordagem inicial para cálculo algébrico – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 203

Desse modo, interrompe-se a resolução do problema para explicar a soma de monômios com mesma parte literal, entretanto, sem antecipar a nomeação desses termos. Após a explicação, convida-se o leitor a resolver mentalmente algumas adições e subtrações algébricas, como ilustrado a seguir:

Calcule mentalmente:

- $5x + 3x$
- $7a - 11a$
- $10m - 8m$
- $x + x + 5x - 3x$

Figura 4 – Proposta de cálculo algébrico mental – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 203

A figura 4 mostra que foi apresentada uma diversidade de letras para representar a variável nas operações solicitadas.

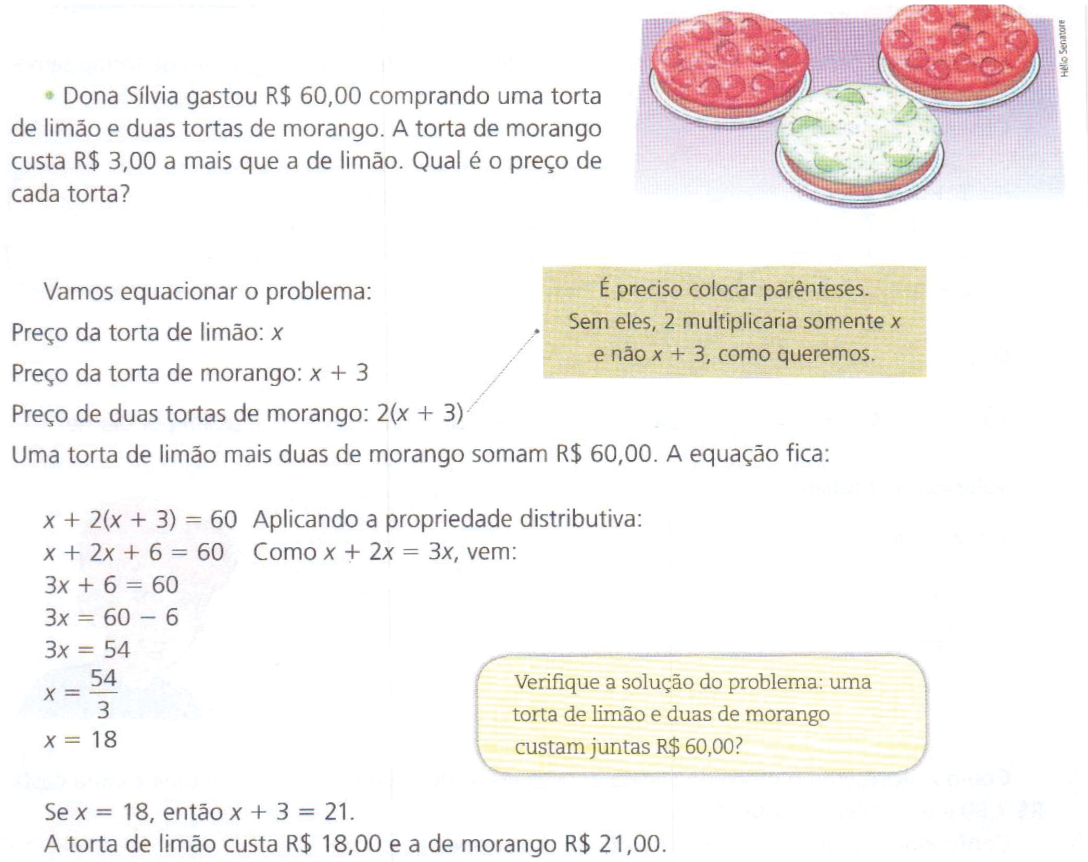
A segunda página do item 3 é dedicada à exemplos de situações que exigem o uso da propriedade distributiva da multiplicação. O material retoma a propriedade - que foi explorada no livro voltado para o 6º ano da coleção - usando dois exemplos numéricos (p. 204):

$$2 \cdot (4+5) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5$$
$$3 \cdot (7-2) = 3 \cdot 7 - 3 \cdot 2$$

Em seguida, afirma que a propriedade continua valendo com letras, apresentando os exemplos (p. 204):

$$4 \cdot (x+3) = 4 \cdot x + 4 \cdot 3 = 4x + 12$$
$$(-5) \cdot (a+2) = (-5).a + (-5).2 = -5a - 10$$
$$7 \cdot (3-2y) = 7 \cdot 3 + 7 \cdot (-2y) = 21 - 14y$$

Por fim, usa um problema como exemplo a ser resolvido usando equação e a propriedade distributiva, conforme imagem:



• Dona Sílvia gastou R$ 60,00 comprando uma torta de limão e duas tortas de morango. A torta de morango custa R$ 3,00 a mais que a de limão. Qual é o preço de cada torta?

Vamos equacionar o problema:

Preço da torta de limão: x

Preço da torta de morango: $x + 3$

Preço de duas tortas de morango: $2(x + 3)$

É preciso colocar parênteses. Sem eles, 2 multiplicaria somente x e não $x + 3$, como queremos.

Uma torta de limão mais duas de morango somam R$ 60,00. A equação fica:

$x + 2(x + 3) = 60$ Aplicando a propriedade distributiva:

$x + 2x + 6 = 60$ Como $x + 2x = 3x$, vem:

$3x + 6 = 60$

$3x = 60 - 6$

$3x = 54$

$x = \dfrac{54}{3}$

$x = 18$

Verifique a solução do problema: uma torta de limão e duas de morango custam juntas R$ 60,00?

Se $x = 18$, então $x + 3 = 21$.

A torta de limão custa R$ 18,00 e a de morango R$ 21,00.

Figura 5 – Uso da propriedade distributiva – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 204

Por outro lado, ao resolver o problema apresentado usando apenas recursos aritméticos, tem-se:

$60 - 6 = 54$ (preço das três tortas, subtraindo-se os 3 reais a mais de cada uma das tortas de morango) $54 \div 3 = 18$ (preço da torta de limão) 18 + 3 = 31 (preço da torta de morango)

Desse modo, observa-se que o problema do exemplo tem uma resolução aritmética bastante econômica.

Após o exemplo acima, o livro traz a segunda seção "Exercícios" da unidade, na página 205, composta por 8 atividades, que podem ser distribuídas nas seguintes categorias:

Quadro 8 – Categorias das atividades presentes na seção "Exercícios", p. 205 da unidade 9 – livro do 7º ano – Coleção *Praticando matemática – edição renovada*

Categoria	Atividades
Equação como balança	23
Resolução de equações	24, 25, 29, 30
Resolução de problemas	26, 28, 30
Tradução para linguagem algébrica	27
Valor numérico	30[16]

Assim como na primeira seção "Exercícios" da unidade, os problemas apresentados possuem uma resolução aritmética simples e, apesar do material sugerir uma resolução por meio de equações, os problemas 26 e 28 não explicitam a necessidade de fazer uso da linguagem algébrica. O problema 30 já dá a equação pronta e pede sua resolução. Por se tratar de uma situação envolvendo área do retângulo, o desafio está em descobrir as medidas dos lados depois de descobrir quanto vale a incógnita da equação dada para depois encontrar as dimensões, a partir da substituição (valor numérico).

Como aspectos relevantes desse bloco de atividades, destaca-se o uso da letra *x* para representar as incógnitas de todas as atividades de resolução e a ausência de outras letras, apesar de terem sido usadas nas páginas de teoria. Além disso, pela primeira vez na unidade, é proposta a resolução de equações com incógnitas nos dois membros, sendo elas $8x = 5x + 4{,}5$ (item **d** da atividade 24), $3{,}5x + 8 = 2(x + 7)$ (item **e** da atividade 29) e $-3(x - 5) - 2(2x + 1) = 8$ (item **g** da atividade 29).

O item 4 da unidade é tem título "Balanças em equilíbrio e equações" e é explorado em duas páginas, seguidas de uma nova seção "Exercícios". A primeira página é dedicada a

16 A atividade 30 aparece em duas categorias pois, apesar de dar a equação pronta e pedir sua resolução, apresenta outros desafios no enunciado. Desafios esses que não estão relacionados com equações, mas sim com cálculo de valor numérico.

usar a ideia de equilíbrio da balança de dois pratos para justificar operações ao longo da resolução de equações. A página começa com uma situação de equilíbrio inicial e ilustra três operações a partir dela, conforme figuras a seguir:

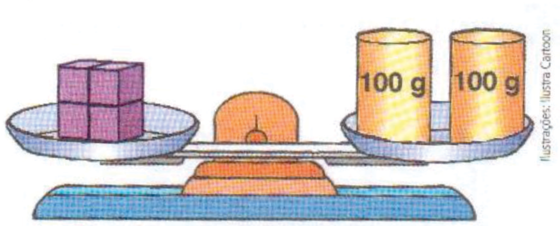


Figura 6 – Equação como balança em equilíbrio – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 206

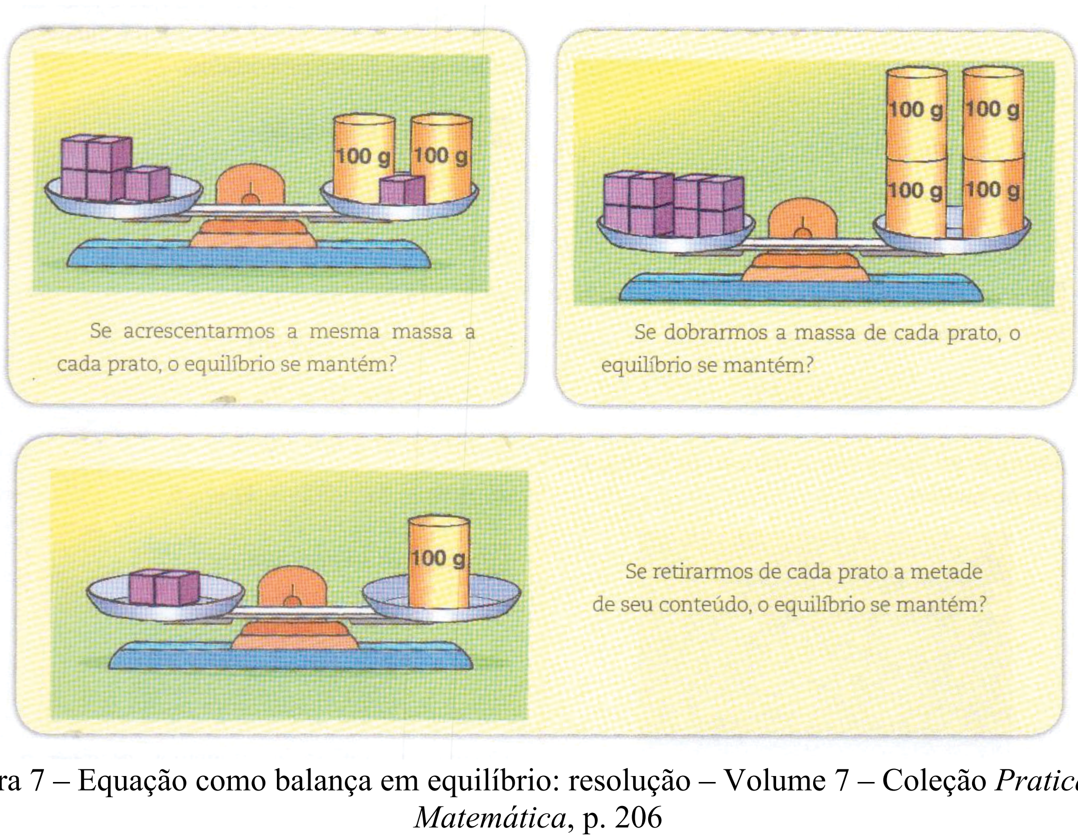


Figura 7 – Equação como balança em equilíbrio: resolução – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 206

Em seguida, usa as ilustrações para afirmar que "numa equação podemos somar o mesmo número aos dois membros da equação; subtrair o mesmo número dos dois membros da equação; multiplicar os dois membros da equação por um mesmo número diferente de zero; dividir os dois membros da equação por um mesmo número diferente de zero" (p. 206). A partir desse momento, portanto, deixa-se de associar a resolução de equações a operações inversas e passa-se a usar a ideia de equações equivalentes. Na página seguinte, apresenta um exemplo de resolução de equações usando a ideia de balança, ilustrando passo a passo (Figura 8) e mais dois exemplos sem a ajuda das ilustrações, apenas com as operações para simplificar a equação.

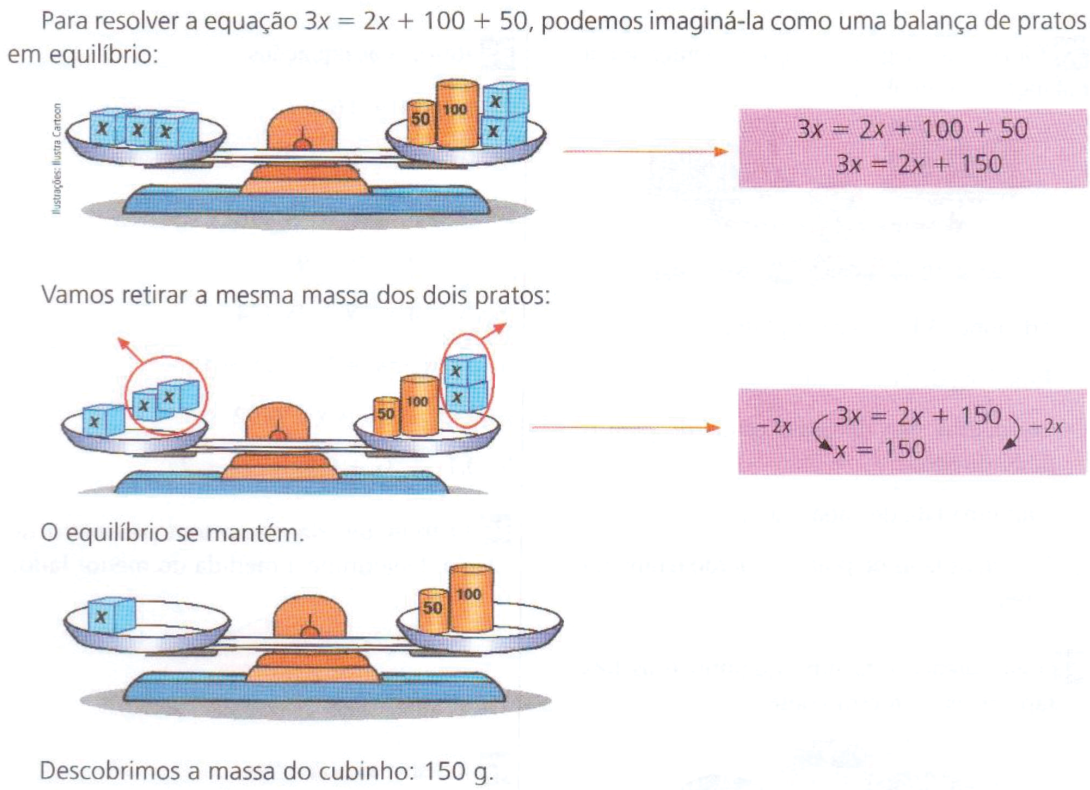


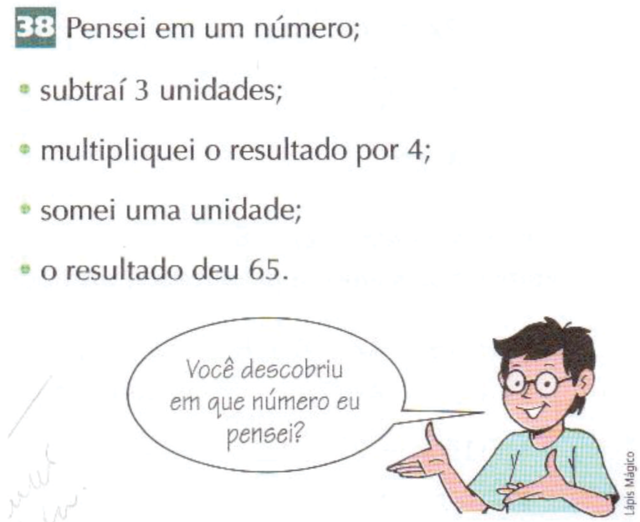
Figura 8 – Exemplo de resolução de equação – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 207

A seção "Exercícios" que é proposta no item 4 é composta por oito atividades, que podem ser classificadas de acordo com o quadro abaixo:

Quadro 9 – Categorias das atividades presentes na seção "Exercícios", p. 208 da unidade 9 – livro do 7º ano – Coleção *Praticando matemática – edição renovada*

Categoria	**Atividades**
Equação como balança	31, 32
Resolução de equações	35, 37
Resolução de problemas	34, 36, 38
Tradução para linguagem algébrica	33

Mais uma vez chama a atenção o uso exclusivo da letra *x* para representar todas as incógnitas presentes nas atividades. Além disso, as atividades de caráter técnico (35 e 36) apresentam equações similares às presentes na seção "Exercícios" anterior (p. 205). Os itens que foram classificados como "resolução de problemas" têm resolução aritmética simples, como o problema 38 (Figura 9), facilmente resolvido usando operações inversas e um esquema, como o próprio material apresenta na segunda página da unidade.

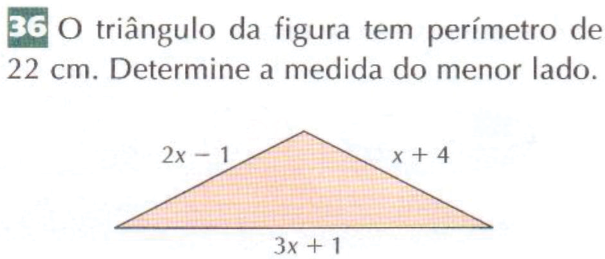


38 Pensei em um número;

- subtraí 3 unidades;
- multipliquei o resultado por 4;
- somei uma unidade;
- o resultado deu 65.

Figura 9 – Exemplo de problema de resolução aritmética simples – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 208

Porém, a atividade 36 já apresenta valores desconhecidos como medidas dos lados do triângulo (Figura 10), o que induz o uso de equação.



36 O triângulo da figura tem perímetro de 22 cm. Determine a medida do menor lado.

Figura 10 – Exemplo de problema que induz o uso de equação – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 208

O item 5 da unidade é dedicado a apresentar exemplos de problemas a serem resolvidos por meio de equações. A resolução apresentada para os dois exemplos explorados foi feita com o uso desse recurso. A seguir, podem ser vistos os exemplos com a resolução apresentada pelo material e uma resolução aritmética, para realizar uma comparação.

Exemplo 1: Em certa cidade, aconteceu um fato interessante. Num período de quatro dias consecutivos, a temperatura mínima registrada diminuiu exatamente 1^{o} C por dia. A média das temperaturas mínimas nesse período foi de -2,5^{o} C. Quais foram as temperaturas mínimas registradas em cada dia?(p. 209)

Resolução apresentada no livro (p. 209):
Se chamarmos de *t* a temperatura mínima registrada no primeiro dia, teremos:
1º dia: t
2º dia: $t - 1$
3º dia: $(t - 1) - 1 = t - 2$
4º dia: $(t - 2) - 1 = t - 3$
Média = $\frac{t+t-1+t-2+t-3}{4} = -2{,}5$
Resolvendo a equação acima, encontramos a temperatura *t* e, a partir dela, a temperatura mínima registrada em cada dia.
$\frac{4t - 6}{4} = -2{,}5$
$4t - 6 = 4.(-2{,}5)$
$4t - 6 = -10$
$4t = -4$
$t = -1$
1º dia: t = -1º C
2º dia: $t - 1$ = -2º C
3º dia: $t - 2$ = -3º C
4º dia: $t - 3$ = -4º C

Uma possível resolução aritmética:
Se são 4 dias e a média é -2,5, então, a soma das temperaturas mínimas dos quatro dias é $4 \cdot (-2{,}5) = -10$.
Como a cada dia a temperatura diminuiu 1º C em relação ao dia anterior, a diferença de cada dia seguinte para o primeiro dia é:
2º dia: 1º C a menos do que o 1º dia;
3º dia: 2º C a menos do que o 1º dia;
4º dia: 3º C a menos do que o 1º dia.
Para que a soma dos dias seja uma soma de parcelas iguais, é preciso tirar essas diferenças da soma -10 já encontrada. Assim:

$$-10 - (-1) - (-2) - (-3) = -10 + 1 + 2 + 3 = -4$$

Então, cada dia tem em comum $\frac{-4}{4} = -1$, que equivale ao primeiro dia. Por fim:
1º dia: t = -1º C
2º dia: t – 1 = -2º C
3º dia: t – 2 = -3º C
4º dia: t – 3 = -4º C

Exemplo 2: É possível construir um quadrado e um triângulo equilátero de modo que:
- os dois tenham o mesmo perímetro?
- o lado do quadrado meça duas unidades a menos que o lado do triângulo? (p. 209)

Resolução apresentada no livro (p. 209):
Chamando a medida do lado do triângulo de *x*, a medida do lado do quadrado será $x - 2$. Como os perímetros dever ser iguais, temos:
$4(x - 2) = 3x$
$4x - 8 = 3x$
Subtraindo 3*x* de ambos os membros:
$x - 8 = 0$
$x = 8 \to x - 2 = 6$
O triângulo equilátero tem lado 8 e o quadrado, lado 6.

Uma possível resolução aritmética:
Se os lados forem inteiros, então o perímetro deve ser um múltiplo comum entre 3 (número de lados do triângulo) e 4 (número de lados do quadrado). O primeiro múltiplo comum é 12, seguido por 24, 36 e assim por diante. Fazendo testes:
Se o perímetro for 12, o lado do triângulo tem que medir 4 e o do quadrado, 3. Como 3 não é 2 unidades menor que 4, não serve.
Se for 24, o triângulo deve ter 8 de lado e o quadrado, 6. Como 6 = 8 – 2, essa é a resposta.

Comparando a resolução algébrica e aritmética em ambos os exemplos acima, nota-se que o uso apenas de raciocínio aritmético leva a resposta sem grandes dificuldades.

Na página seguinte, o material traz mais dois exemplos de problemas, sob o título "Eliminando denominadores". O título sugere a explicação de uma técnica, o que se confirma na resolução das equações resultantes dos enunciados. Como a intenção da página é expor como simplificar uma equação de modo que ela fique sem frações, os dois exemplos apresentados exigem conhecimento em representações fracionárias. Mesmo necessitando de domínio nas operações com frações, apenas o segundo exemplo justificaria o uso de equações, sendo a resolução do primeiro possível por meio de cálculo aritmético, como se vê:

Exemplo 1: Todo início de mês, João separa a metade de seu salário para pagar o aluguel, contas de água, luz etc., e mais dois quintos de seu salário para os gastos com alimentação e transporte. Sobram R$ 160,00 para outras despesas. Qual é o salário de João? (p. 210)

Resolução apresentada no livro (p. 210):
- Salário de João: x
- Metade do salário de João: $\frac{x}{2}$
- Dois quintos do salário de João: $\frac{2}{5}$ de x ou $\frac{2x}{5}$

$$x = \frac{x}{2} + \frac{2x}{5} + 160$$

Usando frações equivalentes, podemos escrever os termos da equação num mesmo denominador:

$$\frac{10x}{10} = \frac{5x}{10} + \frac{4x}{10} + \frac{1600}{10} \Rightarrow \frac{10x}{10} = \frac{9x + 1600}{10}$$

Multiplicamos ambos os membros da equação por 10:

$$\cancel{10} \cdot \frac{10x}{\cancel{10}} = \cancel{10}.\frac{9x + 1600}{\cancel{10}}$$

Usamos cancelamento.

$$10x = 9x + 1600$$

$$x = 1600$$

Então, João recebe R$ 1600,00 por mês.

Uma possível resolução aritmética:
A fração que representa o total de gastos descritos é dada por: $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$
Então, a fração que sobra do salário é $\frac{1}{10}$, que equivale a 160 reais.
Como o salário total equivale a fração $\frac{10}{10}$, basta multiplicar o valor de $\frac{1}{10}$ por 10:

$$160 \cdot 10 = 1600$$

O salário de João é R$ 1600.00.

Exemplo 2: Pensei em um número x, somei 7 a ele, dividi o resultado por 3 e somei a metade do número pensado. Obtive como resultado o sucesso de *x*. Em que número pensei? (p. 210)

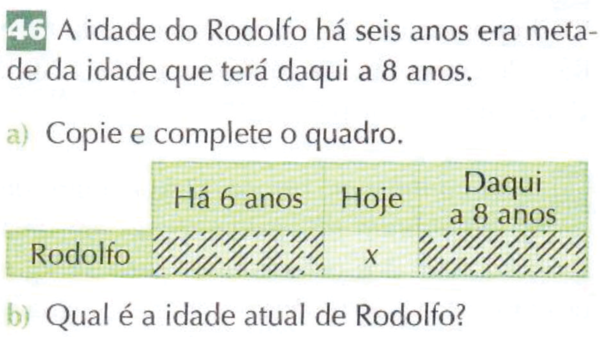
Para o exemplo 2, o livro utiliza equação na resolução. De todos os exemplos apresentados pelo material na unidade, esse é o único que a resolução aritmética se demonstra pouco eficiente ou econômica, porque, após a divisão por 3, é somada a metade do número inicial e, além disso, o resultado das operações também é dependente do número inicial.

Após os quatro exemplos apresentados acima, o material traz a última seção "Exercícios" da unidade, composta por nove atividades, que podem ser classificadas de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 10 – Categorias das atividades presentes na seção "Exercícios", p. 211 da unidade 9 – livro do 7º ano – Coleção *Praticando matemática – edição renovada*

Categoria	**Atividades**
Resolução de equações	41, 45
Resolução de problemas	39, 40, 42, 43, 44, 46, 47

Nesse bloco de atividades, aquelas voltadas para o domínio da técnica (41 e 46) têm foco nas equações com frações. Mais uma vez todas as equações apresentadas possuem a incógnita representada pela letra *x*. Considerando as atividades restantess, apesar de fazerem parte da categoria "Resolução de problemas" no quadro acima, as atividades 44 e 47 apresentam comandos simples, com intenção de focar na resolução de equações, pois já apresentam os dados como expressões algébricas. Todos os demais problemas podem ser resolvidos de maneira econômica usando apenas raciocínio aritmético, mesmo o problema 46, que induz o uso de equações, trazendo um quadro para facilitar a resolução (Figura 11) , tem solução determinada facilmente sem fazer uso de recurso algébrico.



46 A idade do Rodolfo há seis anos era metade da idade que terá daqui a 8 anos.

a) Copie e complete o quadro.

	Há 6 anos	Hoje	Daqui a 8 anos
Rodolfo		x	

b) Qual é a idade atual de Rodolfo?

Figura 11 – Exemplo de problema de resolução aritmética simples – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 211

A próxima seção da unidade é chamada “Revisando”. Essa seção é composta por 26 atividades, que versam sobre todos os itens abordados nas páginas anteriores, sendo os cinco últimos classificados como “desafios”. As atividades dessa seção podem ser distribuídas em categorias, conforme quadro abaixo:

Quadro 11 – Categorias das atividades presentes na seção “Revisando”, p. 212 a 214 da unidade 9 – livro do 7º ano – Coleção *Praticando matemática – edição renovada*

Categoria	Atividades
Equação como balança	49, 51, 52
Resolução de equações	48, 53, 54, 61, 64, 67
Resolução de problemas	50, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 69, 70, 71, 72, 73

As três atividades da primeira categoria solicitam que o “peso” de algum objeto ou pessoa seja determinado a partir de uma situação de balança em equilíbrio. Não aparecem letras para designar os pesos desconhecidos. São situações simples, com intenção de explorar a ideia de realizar-se operações sem alterar o equilíbrio da balança – ou seja, manter válida a igualdade.

Já a segunda categoria reúne uma diversidade de equações de 1º grau a serem solucionadas, todas elas com incógnita *x*. As primeiras atividades contém equações mais simples enquanto as últimas trazem as mais complexas, envolvendo frações.

Por fim, a última categoria poderia ser dividida em duas subcategorias: “resolução de problemas simples, com uso de equação induzido” e “resolução de problemas”. À primeira subcategoria, correspondem as atividades 50, 55, 57 e 59. Em todas elas, os dados apresentados já estão em linguagem algébrica, restando apenas escrever uma igualdade e resolver uma equação. Por outro lado, as demais atividades não sugerem tampouco exigem o uso de equações, apesar de que o foco do material indica que o esperado é uma resolução usando recursos algébricos. Todos os problemas dessa subcategoria podem ser facilmente resolvidos lançando-se mão apenas de estratégias aritméticas. Até mesmo os cinco problemas classificados como desafios pelo material. Merecem atenção os problemas 58, 71 e 72, os três retirados de edições de vestibulares. Essas três situações apresentam uma dificuldade não pelos possíveis cálculos ou raciocínios a serem realizados no processo de resolução. São mais difíceis pela linguagem utilizada nos enunciados, mais complexas quando comparadas a todos os outros problemas da seção "Revisando" e até mesmo a todos os outros problemas da unidade. Como exemplo, apresenta-se a seguir o problema 71 (p. 214):

(Uniube-MG) Uma empresa deseja enviar sua equipe de vendedores para visitar várias cidades, sendo cada uma visitada por apenas um vendedor. Se cada um deles fosse a 10 cidades diferentes, restariam ainda 30 cidades que não seriam visitadas. Se cada vendedor fosse a 12 cidades diferentes, mesmo assim 10 não seriam visitadas. Quantos vendedores tem a empresa?

Ao ler o problema acima e reler qualquer outro exemplo presente nesse trabalho, nota-se uma maior complexidade no modo como as informações são apresentadas na questão 71 e também na quantidade de informações relevantes. Os exemplos usados pelo livro e os problemas apresentados por ele possuem, em sua maioria, comando simples e informações mais enxutas. Talvez os problemas 58, 71 e 72 representem de fato um desafio, pelo modo como o enunciado é apresentado.

Após a seção "Revisando", o material apresenta uma página destinada ao item nomeado "Seção livre". Nesse item, traz informações sobre o matemático hindu Arybhata, seguidas de um problema explorado por ele, resolvido por operação inversa (Figura 12).

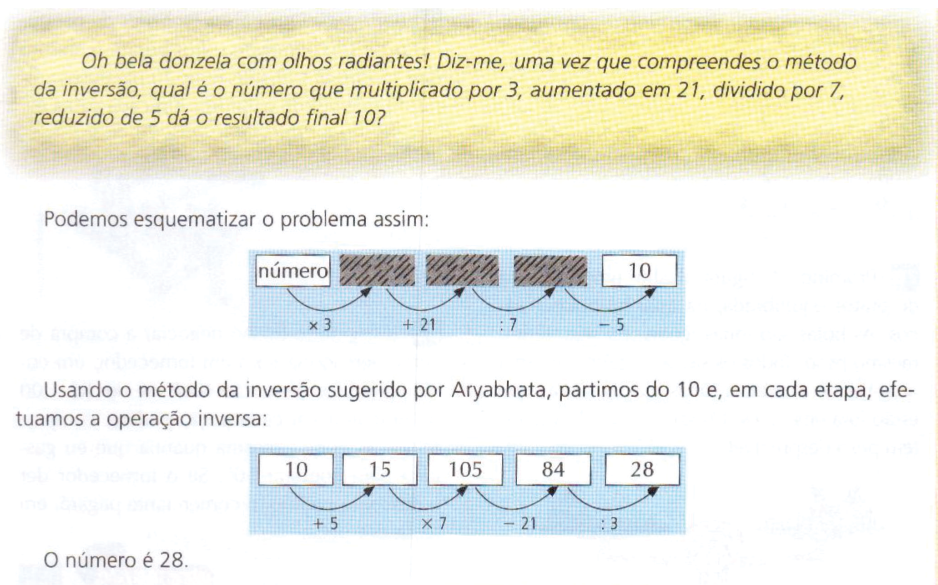


Figura 12 – Uso da operação inversa na resolução de problema – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 215

A proposta da seção tem um tom que parece se aproximar de um encerramento leve para uma unidade intensa. Desse modo, o livro finaliza o tema equações do mesmo modo como o iniciou: com um problema envolvendo operações inversas. Depois do encerramento conceitual, o livro ainda traz uma lista de atividades destinadas à autoavaliação – sendo esse o nome da seção - composta por 21 atividades de múltipla escolha, versando sobre resolução de equações (oito atividades), tradução para linguagem algébrica (84, 85 e 86) e sobre resolução de problemas (todas as demais). Excetuando-se os problemas 79 e 91, em que a resolução estritamente aritmética demonstra-se complexa, todos os outros problemas podem ser facilmente resolvidos sem que seja feito uso de recursos algébricos.

5.1.3 Situações algébricas anteriores ao conteúdo explícito

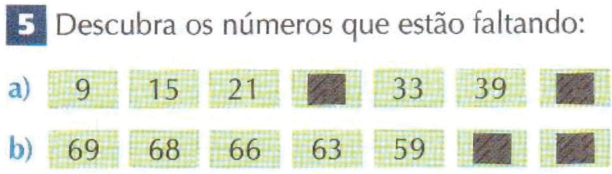
Para verificar se a coleção explora algum aspecto da álgebra escolar implicitamente, em temas anteriores ao primeiro conteúdo explícito, foi realizada uma leitura detalhada dos livros correspondentes ao 6º e ao 7º anos do Ensino Fundamental, sendo que nesse último foi necessária uma leitura até a unidade anterior à Unidade 9, que trata das equações. Nos dois volumes estão presentes diversas atividades que possuem conexão com a álgebra e algumas poucas referências nos textos de explicitação de conceitos que podem dialogar com esse campo da matemática escolar.

As atividades consideradas podem ser classificadas em um dos grupos descritos a seguir:

- Operação inversa: atividade que precisa ser resolvida usando a ideia de operação inversa para descobrir um valor desconhecido.
- Sequência numérica: atividade que exige observação de padrão e solicita um termo específico da sequência. O padrão pode ser apenas numérico ou com apoio de figuras (números quadrados ou cúbicos, por exemplo).
- Observação de padrão: atividade que convida o aluno a perceber alguma característica recorrente em determinada situação diferente de uma sequência numérica (padrão em um tipo de operação, por exemplo), sem exigir generalização.
- Generalização verbal: atividade que solicita uma explicação verbal para o padrão estabelecido em uma sequência numérica ou operação.
- Generalização em linguagem matemática: atividade que solicita que o aluno escreva, em linguagem matemática (fazendo uso de letras específicas) o padrão observado.

- Uso de símbolo para representar valor desconhecido: atividade que representa no enunciado uma variável, incógnita ou algarismo desconhecido por meio de um símbolo geométrico ou de uma letra.
- Balança: atividade que faz uso da balança para representar uma situação de igualdade e pede a massa desconhecida de algum objeto.

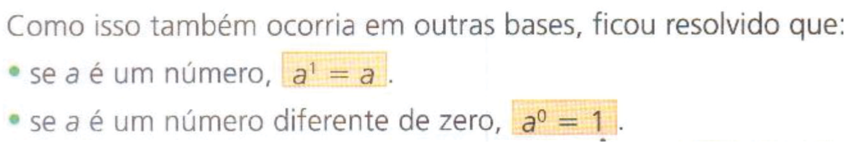
A maioria das atividades mencionadas pertencem à categoria "sequência numérica". Como a atividade abaixo:


5 Descubra os números que estão faltando:

a)	9	15	21		33	39	
b)	69	68	66	63	59		

Figura 13 – Exemplo de atividade de sequência numérica – Volume 6 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 27

Além da presença em atividades, ainda no material direcionado ao 6º ano, encontram-se referências algébricas nos textos que abordam os conceitos. Essas referências são mencionadas de maneira direta e natural, passando a impressão de que o leitor tem domínio do uso de símbolos (sejam eles letras ou não) para representar números desconhecidos ou variáveis, como é possível verificar na situação ilustrada a seguir, sobre potências com expoente 1 ou 0:


Como isso também ocorria em outras bases, ficou resolvido que:

- se a é um número, $a^1 = a$.
- se a é um número diferente de zero, $a^0 = 1$.

Figura 14 – Uso de letras para generalização – Volume 6 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 78

Outra situação que demonstra uma naturalidade no uso da linguagem algébrica no livro do 6º ano é a unidade que aborda áreas e volumes. Nela, o autor explicita as fórmulas de área do retângulo e quadrado e volume de bloco retangular e cubo, usando letras para representar tanto área e volume quanto as dimensões das figuras geométricas consideradas. O mesmo ocorre no livro do 7º ano, quando o tema áreas e volumes é retomado e as áreas não se limitam ao retângulo, abordando também outros polígonos.

Desse modo, assim como no primeiro volume da coleção, o livro destinado ao 7º ano apresenta algumas situações textuais em que apresenta a generalização matemática ou verbal ao explicitar conceitos. Outro aspecto que se destaca no segundo volume da obra é a unidade 4, sobre proporcionalidade. Ao buscar explicar o que é uma proporção, o material apresenta já nas primeiras linhas a propriedade delas, enunciando, após exemplos que, numa proporção "multiplicando seus termos em cruz, obtemos o mesmo resultado" (p. 90). A partir daí, apresenta exemplo de aplicação da propriedade em problemas e passa a fazer uso da letra x para representar o valor desconhecido de cada situação. Usando a mesma estratégia, sempre retomando a propriedade das proporções, o material explora escalas, grandezas direta e inversamente proporcionais, intercalando exemplos e exercícios. Antes de explorar as situações de proporcionalidade inversa, o autor nomeia a estratégia de resolução de problemas utilizada nos exemplos anteriores de "regra de três" e apenas nesse momento apresenta uma resolução por um caminho diferente dessa regra, se dirigindo ao estudante dizendo que "examinando os dados de cada problema, você decidirá qual procedimento usar" (p. 102).

Mesmo não tendo relação com conteúdos algébricos, é interessante mencionar o uso diverso de letras ao longo dos volumes da coleção. De maneira sistematizada, as letras são usadas no volume do 6º ano para nomear ponto, reta e plano na unidade 8. Em toda a coleção, usa-se letras para representar unidades de medida, assunto que comumente já vem sendo estudado pelos alunos desde o Ensino Fundamental I. Tais usos das letras se repetem ao longo dos quatro volumes da coleção.

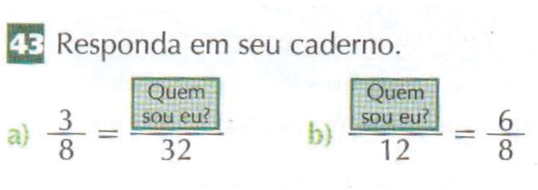
Assim, os dois volumes apresentam majoritariamente por meio de atividades elementos que se relacionam com a álgebra escolar, mas em nenhum momento essas atividades fazem parte de uma sequência que culminaria na exploração e sistematização de um novo conceito. O mesmo ocorre com as poucas situações textuais em que se faz uso da linguagem algébrica como recurso para representar generalizações.

5.1.4 Discussão sobre aspectos algébricos da coleção

As páginas anteriores, dedicadas a descrever a abordagem algébrica da obra, mostram que, apesar de constar no Guia de livros didáticos do PNLD 2014 uma porcentagem do volume do 6º ano destinada a álgebra, esse campo só passa a ser explorado formal e explicitamente a partir da unidade 9 do 7º ano. Por outro lado, implicitamente, observou-se aspectos que vão ao encontro do raciocínio algébrico desde o início do primeiro volume da coleção, o que possivelmente motivou a classificação apresentada pelo Guia.

Papini (2003), Ponte (2005) e Panizza e Drouhard (2010) afirmavam que uma das grandes dificuldades na passagem da aritmética para a álgebra se dá na falta de sentido no usa das letras. No tratamento estritamente aritmético – muitas vezes caracterizado pela ausência de letras – faz-se uso considerável de letras, seja para designar uma unidade de medida ou nomear alguma figura ilustrada. Assim, quando se passa a fazer o uso da letra no tratamento algébrico, uma possível confusão de significados ocorre, dificultando a compreensão dos conceitos e procedimentos em que a álgebra escolar se pauta. Desse modo, quando a coleção apresenta uma diversidade de atividades ao longo dos volumes 6 e 7, que exigem certa abstração algébrica para serem solucionadas – como exemplo, pode-se citar os exercícios envolvendo sequências numéricas – ela está, por um lado oferecendo uma possibilidade de desenvolvimento de pensamento algébrico, mas por outro, pode colaborar com essa falta de sentido no uso das letras. Isso pode acontecer porque as atividades sugeridas não fazem parte de uma sequência gradual de desenvolvimento desse pensamento algébrico. Elas são propostas em meio a uma série de outras atividades de aplicação de um conceito previamente exposto e por muitas vezes podem ter um fim em si mesmas. É claro que, a depender do modo como o professor explora cada questão, esse fim pode ser diferente. Como afirmam Lajolo (1996) e Munakata (1997), o bom uso do livro depende muito do professor. Entretanto, Zuniga (2007), defende que o compromisso do livro didático é com o aluno. Desse modo, pode-se entender que, apesar de ter o professor como mediador entre material e aluno – e de se esperar que essa mediação seja de qualidade – o livro didático por si só deveria oferecer um suporte para garantir da melhor maneira possível a formação do estudante que o utiliza.

Essa ausência do caráter gradual de referências algébricas que poderia levar a sistematizações importantes, pode ser ilustrada pela diversidade de símbolos usados para designar valores desconhecidos nos dois primeiros volumes. É claro que variar a forma de representar esses valores é positivo, porém, isso precisa ser feito de modo a favorecer a compreensão do aluno. Na coleção, já nas primeiras páginas do volume de 6º ano, faz-se uso da letra x como variável (p. 29, exercício 10), na seguinte notação $35 < x < 42$. Essa é a primeira vez na obra em que uma variável é representada por meio de uma letra. Após ela, em alguns outros momentos faz-se uso de x e outras letras para representar variáveis ou incógnitas. Para além do fato de não se explorar o sentido dessa letra em cada situação apresentada, uma em cada bloco de atividades, em muitas outras situações esse valor desconhecido é representado pelo símbolo de interrogação (“?”) ou por um quadrado hachurado e, já no volume 7 da coleção, quando supõem-se que o estudante esteja familiarizado com o material, o valor desconhecido é representado pela frase “quem sou eu?” dentro de um retângulo (Figura 15). Dessa forma, o aspecto positivo da variedade de símbolos para representar variáveis ou incógnitas dá lugar à sensação de que não houve o devido cuidado em apresentar ou sugerir uso de representações mais familiares ao aluno – como o “quem sou eu?” – e gradualmente a substituindo por formas geométricas – como o quadrado hachurado - para chegar ao uso de letras – como a letra *x*. Dada a diversidade de autores que evidenciam a dificuldade em compreender o sentido da letra, construir um sentido para ela a partir de outros símbolos parece um caminho mais seguro e comprometido com o processo do aluno.


43 Responda em seu caderno.

a) $\frac{3}{8} = \frac{\boxed{\text{Quem sou eu?}}}{32}$ b) $\frac{\boxed{\text{Quem sou eu?}}}{12} = \frac{6}{8}$

Figura 15 – Exemplo de símbolo para valor desconhecido – Volume 7 – Coleção *Praticando Matemática*, p. 109

Situação semelhante ocorre em generalizações no próprio texto: em diversas ocasiões ao longo do volume de 6º ano, o livro usou álgebra como recurso, como para apresentar as fórmulas de área de retângulo e volume de bloco retangular na unidade 14, exemplo. Por outro lado, no livro destinado ao sétimo ano, praticamente na metade dele, o material apresenta a relação de Euler de maneira verbal, escolhendo não fazer uso da linguagem algébrica. Desse modo, enquanto no 6º ano a coleção demonstra considerar possível apresentar relações em linguagem algébrica sem uma sequência gradual de construção de significados relacionados à variável ou incógnita, no 7º ano essa preocupação parece ter relevância.

Outro aspecto relevante para este trabalho é a unidade 4 do livro do 7º ano, sobre proporcionalidade. Como descrito no item anterior, a coleção explora a proporcionalidade a partir da propriedade fundamental da proporção e passa a aplicá-la em situações-problema, nomeando as incógnitas de *x* em todos os exemplos apresentados. Após alguns exemplos e atividades, nomeia a estratégia de regra de três e, apesar de mencionar que o aluno pode escolher qual caminho seguir para resolver os problemas propostos, é notável que o material sugere e induz o uso da regra de três, uma vez que apresenta todos os exemplos anteriores e posteriores a essa flexibilidade sendo resolvidos por essa regra. O grande ponto é que o uso da regra de três tal qual é apresentada pela coleção sempre resulta em uma equação a ser resolvida. Entretanto, as equações só serão formalmente apresentadas e exploradas no unidade 9 do livro, sem nenhuma referência às situações exploradas na unidade sobre proporcionalidade. Por mais simples que possam parecer as resoluções das equações geradas pela regra de três no material, que por ele são resolvidas pelo recurso de operação inversa, elas não deixam de ser equações e, consequentemente, um tema complexo para os alunos. Ao realizar a leitura dessa unidade, o leitor poderia supor que apresentar a regra de três – e, consequentemente, uma equação – como estratégia, o autor do material estaria propondo uma ponte entre situações de proporcionalidade, muitas vezes mais palpáveis para os estudantes, por serem de fácil contextualização, e a álgebra, por meio das equações. Porém, cerca de cem páginas adiante, na unidade específica sobre equações, nenhuma menção à proporcionalidade ou à regra de três é realizada.

Adentrando, portanto, na primeira unidade explicitamente algébrica da coleção, alguns pontos são relevantes. Mostrou-se que essa unidade, denominada “Equações” pelo autor da coleção, tem início a partir de uma situação de generalização. Entretanto, apenas uma página na unidade é dedicada ao tema, sem que tenham sido explorados aspectos relevantes sobre ele, pautados no desenvolvimento gradual de uma representação algébrica. A generalização em questão é posta, apresentada sem a possibilidade de discussão, desenvolvimento ou sistematização. Por outro lado, podemos, em uma primeira análise, atribuir essa característica ao fato de a coleção, desde o exemplar de 6º ano, explorar situações de generalização (verbal e em linguagem matemática), majoritariamente por meio de atividades. Sobre esse fato, duas considerações: a primeira delas diz respeito as atividades de generalização ao longo dos volumes 6 e 7 representarem situações pontuais, em meio a uma lista de atividades de aplicação de conceitos ou propriedades. Tal abordagem não favorece a construção gradual de sentidos para uso da linguagem algébrica – como já foi analisado anteriormente. A segunda consideração está relacionada ao fato de que essas situações não parecem representar alguma referência para a abordagem inicial da unidade 9. Dessa forma, não foi observado um cuidado por parte da coleção em utilizar propostas anteriores presentes no próprio material como algo em favor da atribuição de sentido para um conceito novo. Portanto, pode-se concluir que, apesar de situações isoladas explorando generalização, o material inicia de fato os assuntos algébricos por meio das equações, o que vai na contramão do que afirmam Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Papini (2003) e Sessa (2005), que mostraram ser mais significativo aos alunos explorar os significados dos símbolos algébricos por meio da observação de padrões a serem generalizados inicialmente de maneira verbal e, em um momento posterior, usando linguagem matemática.

Ademais, foi exposto que ao apresentar as equações propriamente ditas, a obra apoia-se nas operações inversas como estratégia de resolução e que, apesar de em exemplos apresentar outras letras além do x para representar as incógnitas, em todas as atividades observadas usa-se apenas uma letra: o próprio x. Isso pode ser considerado um aspecto negativo, uma vez que o aluno acaba sendo induzido a pensar que situações de equações se resumem ao uso de um único símbolo para incógnita.

Ainda sobre as características da unidade 9 – "Equações", tem-se, após a exploração de estratégias para encontrar a solução, a intenção de justificar o uso das mesmas na resolução de problemas. Entretanto, como demonstrado no item anterior, praticamente todas as situações-problema apresentadas – em forma de exemplo ou atividades – podem ser facilmente resolvidas usando recursos estritamente aritméticos, apesar do recado ilustrado no item anterior, afirmando que o uso das equações seria justificado. Isso vai ao encontro do que diz Sessa (2005), ao sinalizar que, quando se escolhe abordar as equações inicialmente explorando a técnica para, em seguida, mostrar seu uso em problemas, por muitas vezes escolhe-se situações-problema em que o uso da equação não é de fato necessário, sendo a prática comum a exigência desse uso eletivo. Para a autora, essa prática passa a mensagem para o aluno de que o que importa nesse momento não é a resolução de problemas, mas o domínio da técnica, o que é prejudicial ao processo de ensino e aprendizagem de álgebra - consenso entre os autores usados como referência nesta pesquisa.

Ao realizar a leitura da coleção com olhar focado na álgebra, nota-se que o perfil de abordagem dos temas continua aquele apontado pela literatura como maior colaborador para a falta de sentido da álgebra: explora-se as técnicas e, em sequência, busca-se uma aplicação delas em situações-problema. Porém, nos volumes correspondentes ao 8º e 9º anos, observou-se que o foco na manipulação dos símbolos e cálculo algébrico é mais presente, o que combina com o parecer dos avaliadores constante no Guia de livros didáticos do PNLD 2014.

Assim, é razoável concluir que a coleção diverge do que vem afirmando os autores no que diz respeito ao ensino de álgebra, uma vez que prioriza a manipulação algébrica em detrimento da construção do pensamento algébrico. O material vai ainda na contramão do que sugerem os PCN, que orientam que nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental II o trabalho com álgebra se resuma à compreensão da ideia de variável (por meio da generalização), ficando para os dois últimos anos a exploração de equações e cálculo algébrico (BRASIL, 1998).

5.2 Coleção 2: Vontade de saber matemática

5.2.1 Características gerais

Informações sobre a obra:
Vontade de saber matemática
Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro
FTD – 2ª edição, 2012
Código da coleção no PNLD 2014: 27493
Exemplares vendidos: 2 694 730

A leitura do Guia de livros didáticos do PNLD 2014 mostra que os avaliadores consideram que a coleção concentra o estudo da álgebra nos dois anos finais do Ensino Fundamental II – o que pode ser observado no gráfico abaixo (p. 91). Sobre estratégias metodológicas, avaliam que a obra segue o modelo de apresentação de conteúdos de maneira expositiva e, em seguida, busca aplicá-los nos blocos de atividades.

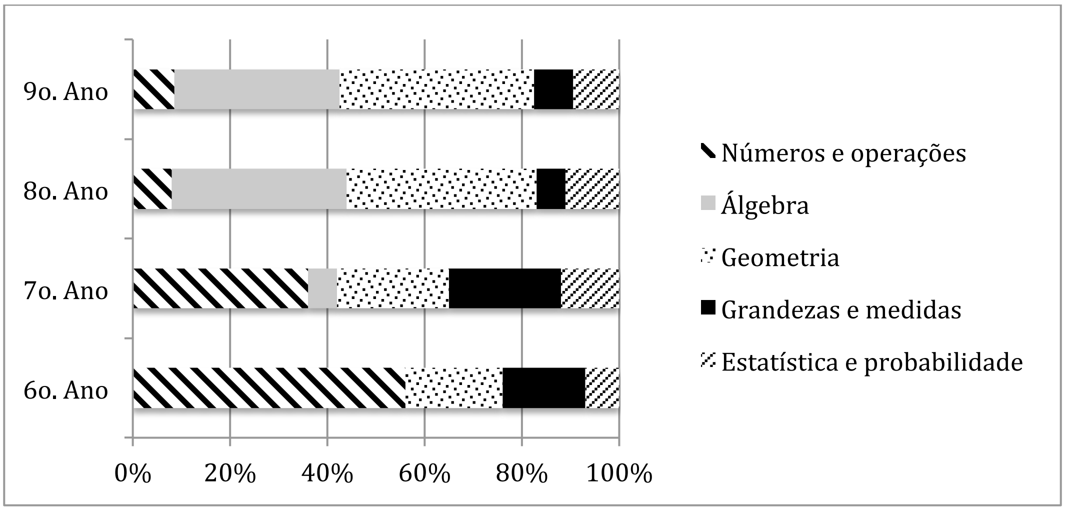


Gráfico 2 – Conteúdos por campo da matemática e série, em porcentagem – coleção *Vontade de saber matemática* (adaptado de Brasil, MEC/SEB, 2013)

O gráfico mostra que o Guia identifica a presença da álgebra apenas a partir do livro voltado ao 7º ano, dedicando neste volume pouco espaço ao tema (pouco mais de 5% do exemplar). Por outro lado, observa-se que nos volumes 8 e 9, cerca de 40% do material é dedicada ao campo algébrico. Assim como na coleção “Praticando matemática – edição renovada”, não há especificação no Guia de quais assuntos foram consideradas como componentes desse campo.

Especificamente sobre a álgebra presente na obra, o Guia menciona que, em geral, os temas são trabalhados com abordagem inicial que apresenta os conceitos por meio de texto, sistematizando-os logo em seguida. Além disso, destaca dois pontos: a presença de situações que proporcionam a relação entre a álgebra e outros campos da matemática e o favorecimento do trabalho com generalizações. Aponta como positiva a abordagem da proporcionalidade sem o foco na regra de três.

Desse modo, o Guia aponta a exploração do campo algébrico a partir do 7º ano na coleção, com grande concentração dos temas no 8º e no 9º anos, seguindo uma abordagem metodológica que prioriza a apresentação de conceitos que posteriormente devem ser aplicados em atividades.

A seguir, serão apresentadas características mais detalhadas no que diz respeito à exploração do campo algébrico no material, que foram levantadas após leitura e análise dos volumes que compõem a coleção. Inicialmente, apresenta-se a distribuição de conteúdos ao longo da obra no quadro a seguir:

Quadro 12: Distribuição de conteúdos ao longo da coleção *Vontade de saber matemática*

6º ano
Capítulo 1: Formas geométricas espaciais
Capítulo 2: Os números
Capítulo 3: Operações com números naturais
Capítulo 4: Potências e raízes
Capítulo 5: Múltiplos e divisores
Capítulo 6: Frações
Capítulo 7: Ângulos e retas
Capítulo 8: Polígonos, formas circulares e simetria
Capítulo 9: Números decimais
Capítulo 10: Operações com números decimais
Capítulo 11: Medidas de comprimento e medidas de tempo
Capítulo 12: Medidas de superfície
Capítulo 13: Medidas de capacidade e medidas de massa
Capítulo 14: Tratamento da informação
7º ano
Capítulo 1: Frações
Capítulo 2: Números decimais
Capítulo 3: Formas geométricas espaciais
Capítulo 4: Números positivos e números negativos
Capítulo 5: Tratamento da informação
Capítulo 6: Expressões algébricas, fórmulas e equações
Capítulo 7: Grandezas e unidades de medida
Capítulo 8: Ângulos
Capítulo 9: Polígonos

Capítulo 10: Proporcionalidade
Capítulo 11: Transformação de figuras e simetria
Capítulo 12: Medidas de volume
8º ano
Capítulo 1: Ângulos
Capítulo 2: Potências e raízes
Capítulo 3: Conjuntos numéricos
Capítulo 4: Plano cartesiano
Capítulo 5: Monômios, polinômios, produtos notáveis e fatoração
Capítulo 6: Polígonos
Capítulo 7: Equações, sistemas de equações e inequações
Capítulo 8: Regra de três
Capítulo 9: Tratamento da informação
Capítulo 10: Triângulos
Capítulo 11: Quadriláteros
Capítulo 12: Medidas de superfície
Capítulo 13: Formas circulares
9º ano
Capítulo 1: Raízes
Capítulo 2: Equações de 2º grau e sistemas de equações
Capítulo 3: Matemática financeira
Capítulo 4: Simetria
Capítulo 5: Funções
Capítulo 6: Semelhança
Capítulo 7: Relações no triângulo retângulo
Capítulo 8: Tratamento da informação
Capítulo 9: Círculo e circunferência
Capítulo 10: Medidas de volume

A leitura do quadro acima mostra que a coleção inicia o campo algébrico de forma explícita na Capítulo 6: “Expressões algébricas, fórmulas e equações” do volume destinado ao 7º ano, sendo o único capítulo do volume pertencente à álgebra. Já o volume 8, que dedica uma maior quantidade de páginas ao campo, tem o Capítulo 5: “Monômios, polinômios, produtos notáveis e fatoração” e o Capítulo 7: “Equações, sistemas de equações e inequações”, além do Capítulo 8: “Regra de três”, que se apoia na resolução de equações. Por fim, no volume 9, também com grande parte do material dedicada álgebra, tem-se focados no tema o Capítulo 2: “Equações de 2º grau e sistemas de equações” e o Capítulo 5: “Funções”.

5.2.2 Primeiro conteúdo explicitamente algébrico

A leitura do primeiro capítulo explicitamente dedicado à álgebra na coleção - Capítulo 6: “Expressões algébricas, fórmulas e equações”, 7º ano - permite a descrição de uma variedade de características da abordagem do tema na obra. O capítulo é iniciado a partir de um texto informativo sobre o uso de táxi e o cálculo de sua tarifa. Após o texto, como continuidade da abertura de tema, o material expõe a relação entre preço final da corrida e as variáveis que o determinam a partir de uma fórmula que é apresentada do seguinte modo:

Valor da corrida = valor fixo inicial + distância (km) · preço por km + tempo (min) · preço por minuto

A fórmula apresentada, apesar de fazer uso de símbolos como "=", "+" e "·", não usa símbolos ou letras para representar as variáveis. Em seguida, a partir de dois trajetos de táxi ilustrados em um mapa de uma cidade, calcula o valor final da corrida, fazendo uso da fórmula e explicando cada parte dela, como pode ser observado nas figuras 16 abaixo:

Figura 16 – Fórmulas em situação inicial do capítulo – Volume 7 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 158

No quadro "Conversando sobre o assunto", que compõe a abertura do capítulo, a maioria das perguntas propostas diz respeito à questões do uso do táxi e sua relação com mobilidade, exceto a última pergunta, que faz com que os alunos busquem explicar com suas palavras como é determinado o preço de uma corrida de táxi. Para isso, eles têm o suporte do texto e da fórmula apresentados.

Após as duas páginas que abrem o capítulo, o livro dedica uma página para explorar o item "Expressões algébricas". Há uma continuidade na abordagem da abertura, pois o item é explorado a partir da situação ilustrada na figura 17, ou seja, baseia-se na tradução para linguagem algébrica de uma situação cotidiana. Nessa mesma, mostra como se calcula o valor numérico de uma expressão algébrica ainda com base na situação de aluguel de carro.

Figura 17 – Contexto para uso de expressões algébricas – Volume 7 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 160

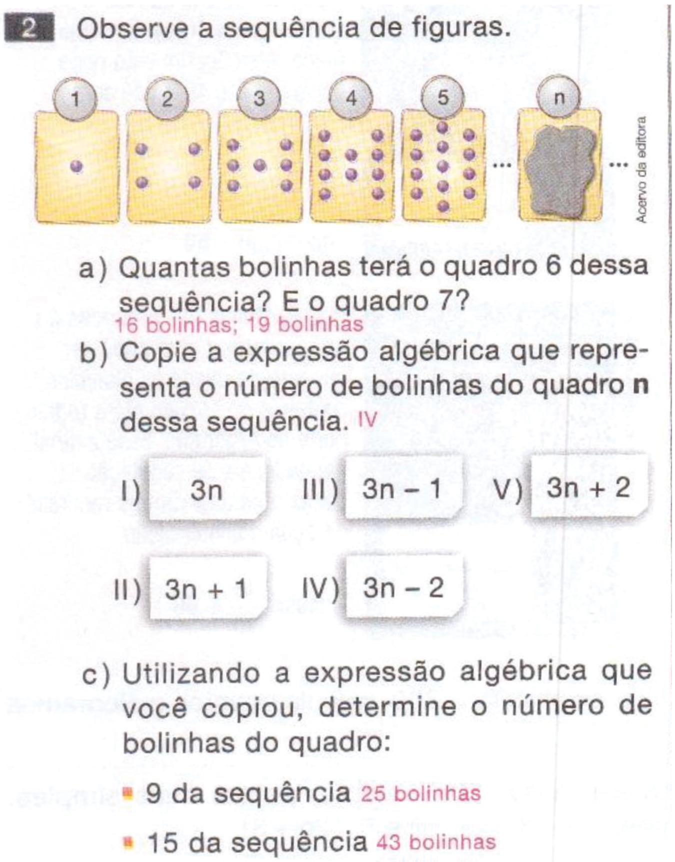
O material ainda explica a equivalência entre escrever $95 + 1{,}10 \cdot x$ e $95 + 1{,}10x$, justificando que não utilizar o símbolo para multiplicação quando um dos fatores é uma letra é uma convenção. Encerra a página com as seguintes sistematizações: “As expressões em que aparecem letras no lugar de números são chamadas expressões algébricas. Nelas, as letras são chamadas **variáveis**.” e “Quando substituímos a variável de uma expressão algébrica por um número e efetuamos os cálculos, obtemos o valor numérico da expressão. O valor numérico da expressão $a + 2b$, em que $a = 1$ e $b = -3$, é dado por: $a + 2b \rightarrow 1 + 2 \cdot (-3) = 1 - 6 = -5$”. As próximas três páginas correspondem à primeira seção nomeada “Atividades” do capítulo. As dez atividades da seção podem ser classificadas de acordo com o quadro abaixo:

Quadro 13 – Categorias[17] das atividades presentes na seção “Atividades”, p. 161 a 163 do capítulo 6 – livro do 7º ano – Coleção *Vontade de saber matemática*

Categoria	**Atividades**
Tradução para linguagem algébrica (sem contexto)	1
Tradução para linguagem algébrica (com contexto)	2, 3, 4, 5, 10
Observação de padrões em sequências e generalização	2, 4
Valor numérico	2, 3, 4, 5, 6, 10
Cálculo algébrico	7, 8, 9

Características relevantes desse bloco de atividades dizem respeito aos itens de observação de padrões que não representam generalizações elementares, como é possível observar na figura 18, que ilustra a atividade 2 da seção.

[17] Algumas atividades podem fazer parte de duas ou mais categorias


2 Observe a sequência de figuras.

1 2 3 4 5 ... n ...

Acervo da editora

a) Quantas bolinhas terá o quadro 6 dessa sequência? E o quadro 7?
16 bolinhas; 19 bolinhas

b) Copie a expressão algébrica que representa o número de bolinhas do quadro **n** dessa sequência. IV

I) 3n III) 3n – 1 V) 3n + 2

II) 3n + 1 IV) 3n – 2

c) Utilizando a expressão algébrica que você copiou, determine o número de bolinhas do quadro:

- 9 da sequência 25 bolinhas
- 15 da sequência 43 bolinhas

Figura 18 – Exemplo de atividade de observação de padrões – Volume 7 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 161

De modo geral, as atividades apresentam uma situação contextualizada, exigindo a tradução da situação para uma expressão algébrica e, em seguida, solicitando que a expressão algébrica encontrada seja utilizada para encontrar valores numéricos específicos. Como a atividade 5 (p. 161):

> Ronaldo trabalha como vendedor em uma loja e seu salário é composto por uma parte fixa de R$ 1420,00 mais 4% de comissão sobre o valor dos produtos vendidos durante o mês.
>
> a) Escreva uma expressão algébrica para representar o salário de Ronaldo em um mês no qual ele vendeu *x* reais.
>
> b) Com base na expressão que você escreveu, calcule quantos reais Ronaldo vai receber de salário se ele vender em um mês o equivalente a:
>   - R$ 4200,00
>   - R$ 15350,00
>   - R$ 8913,00

A simplificação de expressões algébricas, inclusive a propriedade distributiva, aparece pela primeira vez na atividade 7. Nela, o material expõe dois exemplos e convida os alunos a simplificar outras expressões de maneira semelhante. Nessa atividade, faz uso de letras diversas para representar as variáveis, não se limitando ao uso de *x*.

A última atividade da seção, classificada como desafio, de fato tem um elemento de maior dificuldade, uma vez que a expressão algébrica que representa a situação enunciada possui duas variáveis, diferentemente das situações anteriores.

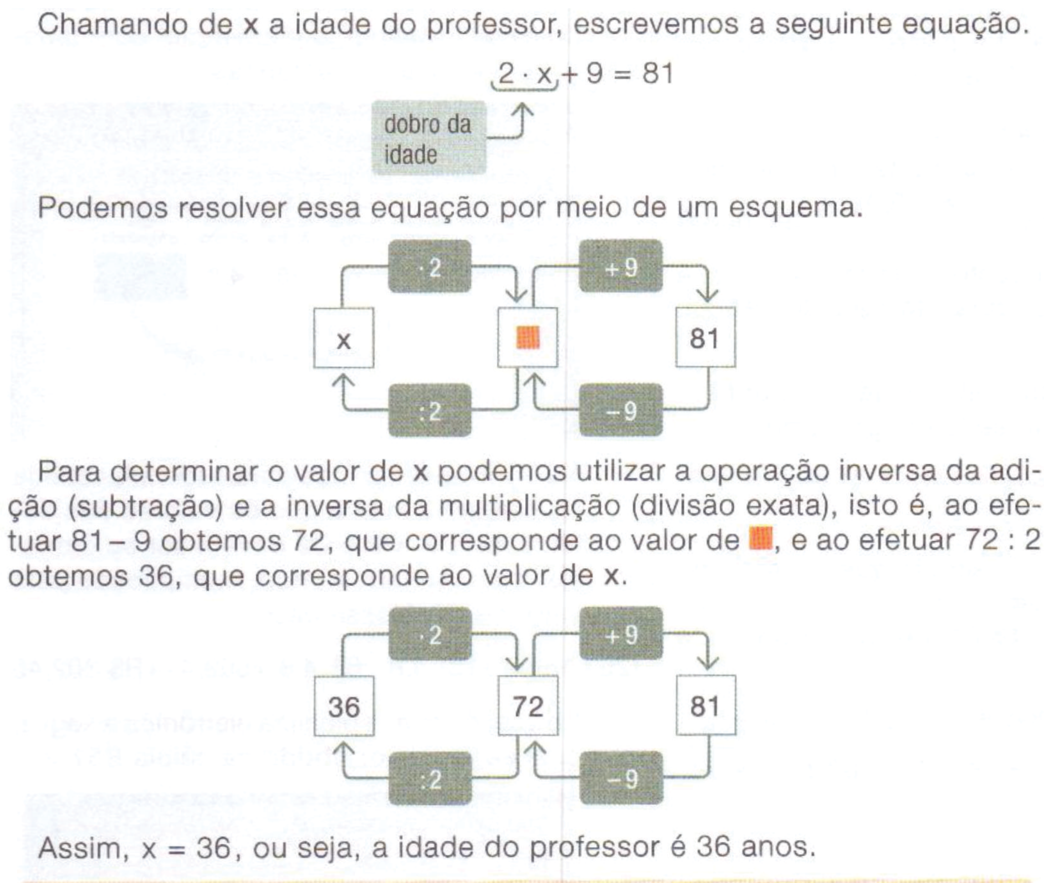
Após o bloco de atividades, é abordado o item "Fórmulas", que representa uma extensão das expressões algébricas. No texto que explica o conceito de fórmulas, o material apresenta duas fórmulas de maneira direta e mostra como se faz o uso delas. Por fim, faz uma sistematização. Como sequência do item, a página seguinte é dedicada ao segundo bloco "Atividades" do capítulo, composto por quatro situações, todas elas bastante parecidas: situação contextualizada com fórmula anunciada e solicitação de uso da mesma para determinar certos resultados.

Um destaque para a atividade 12 da página 165 (enunciada abaixo) foi feito, pois, no item **b**, ao invés de pedir o valor do custo **C**, dado um número de cópias, faz o contrário: pede o número **n** de cópias, sabendo que o custo é de R$ 0,0292.

> Atividade 12
> Uma gráfica, para calcular o custo da produção unitária de certo modelo de panfleto, utiliza a fórmula $C = \frac{48+0{,}01\cdot n}{n}$, em que **C** corresponde ao custo unitário, em reais, e **n**, ao número de cópias do panfleto a serem produzidas.
> [...]
> b) Entre os itens a seguir, qual indica uma quantidade de panfletos que, aos serem produzidos, terão custo unitário de R$ 0,0292?
> I) 4500 panfletos III) 5800 panfletos
> II) 1800 panfletos IV) 2500 panfletos

Considera-se a situação particularmente interessante, já que, se for substituir na fórmula o custo **C** por 0,0292, o aluno encontra uma equação fracionária a ser resolvida. Por outro lado, a situação pode ser facilmente resolvida a partir da substituição de **n** por cada um dos valores possíveis, até encontrar uma igualdade verdadeira. A proposta pode ser considerada potente, uma vez que permite uma discussão acerca de resolução de equações, podendo fazer o papel de motivadora para a exploração de novos conceitos (como frações e equações algébricas e resolução de equações).

O próximo item do capítulo corresponde às equações. O tema é iniciado a partir da seguinte situação (p. 166): "O dobro da minha idade, mais 9 é igual a 81. Qual é a minha idade?". Discutindo o problema, o próprio material propõe a resolução por meio da equação $2 \cdot x + 9 = 81$ e sugere a resolução por meio de um esquema (Figura 19) pautado em operações inversas.


Chamando de **x** a idade do professor, escrevemos a seguinte equação.

$$\underbrace{2 \cdot x}_{\text{dobro da idade}} + 9 = 81$$

Podemos resolver essa equação por meio de um esquema.

Para determinar o valor de **x** podemos utilizar a operação inversa da adição (subtração) e a inversa da multiplicação (divisão exata), isto é, ao efetuar 81 − 9 obtemos 72, que corresponde ao valor de ■, e ao efetuar 72 : 2 obtemos 36, que corresponde ao valor de **x**.

Assim, x = 36, ou seja, a idade do professor é 36 anos.

Figura 19 – Resolução de equação por meio de operações inversas – Volume 7 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 166

Ao finalizar a resolução do problema pelo esquema acima, define (p. 166) que "Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade em que há pelo menos uma letra que representa um número desconhecido, chamada **incógnita**", explica o que significa resolver uma equação e destaca o primeiro e o segundo membro, a partir de um exemplo. Após as definições, mostra como encontrar a solução da equação $2x + 5 = 13$ por meio de tentativas, usando os valores 1, 2, 3 e 4 para x, sendo o último a solução. Em seguida, vem o terceiro bloco "Atividades" da unidade, composto por 14 situações, que podem ser classificadas de acordo com o quadro abaixo:

Quadro 14 – Categorias[18] das atividades presentes na seção "Atividades", p. 167 a 168 do capítulo 6 – livro do 7º ano – Coleção *Vontade de saber matemática*

Categoria	Atividades
Operação inversa	15
Reconhecimento de equações	16
Resolução de equações	17, 18, 19, 23, 24
Tradução para linguagem algébrica	20, 21, 22, 26, 27, 28
Equação como balança	21
Resolução de problemas	22, 25, 26, 27, 28

[18] Algumas atividades podem fazer parte de duas ou mais categorias

Sobre essa terceira seção de atividades e suas categorias, cabe destacar que as atividades de resolução de equações, de caráter técnico, apresentam uma variedade de letras para representar a incógnita e que, nas equações mais simples, as incógnitas aparecem nos dois membros da equação. Já nas equações mais complexas, que envolvem a propriedade distributiva, a incógnita sempre está apenas no primeiro membro. Além disso, as situações problemas propostas sempre apresentam uma resolução aritmética simples. Entretanto, o livro quase sempre divide a resolução em dois itens, exigindo que a situação seja representada por meio de uma equação antes de pedir a solução da situação dada. Isso só não ocorre na atividade 25 (Figura 20), que pede direto a idade de Manuela.

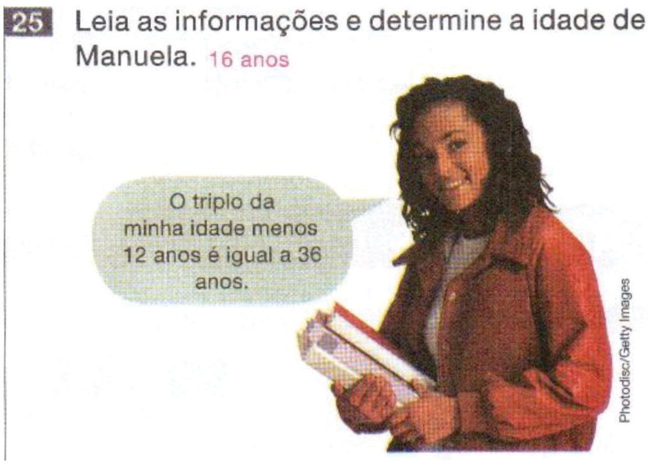


Figura 20 – Problema que não exige uso de equação – Volume 7 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 168

Encerrando-se o bloco de atividades, o material parte para o item “Resolvendo equações pelos princípios aditivo e multiplicativo”. Nesse item, a obra se apoia na ideia de balança em equilíbrio para justificar a validade das operações que simplificam uma equação, tornando mais simples sua resolução.

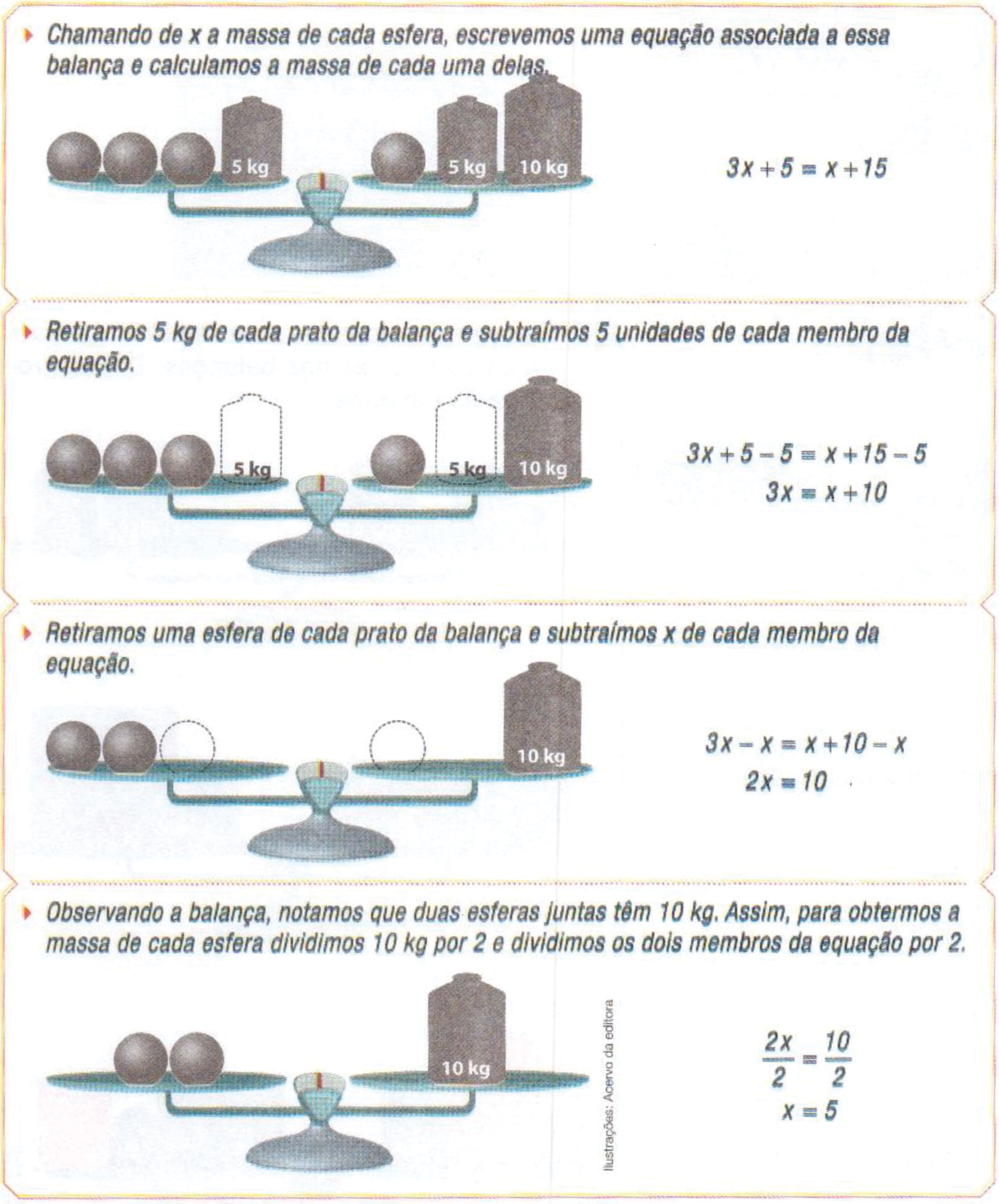


Figura 21 – Equação como balança em equilíbrio – Volume 7 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 169

Ao fim da página, apresenta a seguinte sistematização: “Ao adicionarmos ou subtrairmos um mesmo número nos dois membros de uma equação, a igualdade não se altera. Esse é o **princípio aditivo da igualdade.** De maneira semelhante, ao multiplicarmos ou dividirmos os dois membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero, a igualdade também não se altera. Esse é o **princípio multiplicativo da igualdade**.”

O próximo item do capítulo corresponde à quarta e última seção “Atividades”, composta por dezessete exercícios, classificados segundo o quadro a seguir:

Quadro 15 – Categorias[19] das atividades presentes na seção "Atividades", p. 170 a 173 do capítulo 6 – livro do 7º ano – Coleção *Vontade de saber matemática*

Categoria	**Atividades**
Equação como balança	29, 32
Resolução de equações	29, 30, 31, 32, 45
Linguagem algébrica	29, 32, 33, 34, 37, 38, 39, 40, 41, 43
Resolução de problemas	33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44
Valor numérico	34, 38, 39, 41, 45

Assim como na seção "Atividades" anterior, os problemas desse bloco, em geral, apresentam um primeiro item que cobra a tradução da situação enunciada para a linguagem algébrica. Apenas quatro das atividades não solicitam a escrita de uma equação e todas essas podem ser facilmente resolvidas usando apenas estratégias aritméticas. Os demais problemas em que o enunciado exige o uso de uma equação também podem, em sua maioria, ser resolvidos sem recursos algébricos, sendo que apenas dois deles possuem resolução aritmética complexa (atividade 37, p. 171; atividade 43, p. 172). A seguir, dois exemplos de problemas resolvidos pelas duas estratégias, para efeito de comparação:

Atividade 34: A Oceania é o continente com o menor número de países. Já a África, cujo número de países equivale ao triplo do da Oceania mais 12, é o continente com o maior número de países. Chamando de x o número de países da Oceania e sabendo que juntas, África e Oceania, têm 68 países:

a) escreva uma equação para representar essa situação.
b) resolva a equação que você escreveu no item **a** e determine quantos países têm a Oceania e a África. (p. 171)

Resolução esperada pelo livro:
Equação solicitada:
$x + 3x + 12 = 68$
Resolução:
$4x + 12 = 68$
$4x + 12 - 12 = 68 - 12$
$4x = 56$
$\frac{4x}{4} = \frac{56}{4}$
$x = 14$

Assim, Oceania tem 14 países e a África tem 14 . 3 + 12 = 54 países.

[19] Algumas atividades podem fazer parte de duas ou mais categorias

Uma possível resolução aritmética:
Número total de países excetuando-se os 12 a mais que o triplo: 68 – 12 = 56
56 ÷ 4 = 14 (divide-se por 4, pois uma das partes corresponde à Oceania e as outras três pertencem à África).
14 . 3 + 12 = 54
Assim, a Oceania tem 14 países e a África tem 54.

Atividade 38: Em uma escola há uma quadra esportiva cujo perímetro é 96 m, sendo a medida do comprimento da quadra 12 m maior que a da largura. Quais são as dimensões dessa quadra? (p. 172)

Resolução esperada pelo livro:
Se x é a largura, x + 12 é o comprimento. Então, como o perímetro é 96 m,
$2x + 2(x + 12) = 96$
$2x + 2x + 24 = 96$
$4x + 24 = 96$
$4x + 24 - 24 = 96 - 24$
$4x = 72$
$\frac{4x}{4} = \frac{72}{4}$
$x = 18$ (comprimento)
Largura: 18 + 12 = 30
Assim, a largura mede 18 m e o comprimento mede 30 m.

Uma possível resolução aritmética:
Se o perímetro é 96 m, a soma de uma largura com um comprimento é metade disso, ou seja, 48 m.
Subtraindo os 12 m a mais do comprimento, tem-se 48 – 12 = 36
Dividindo 36 em duas partes iguais, cada parte mede 18 (largura).
Acrescentando os 12 m no comprimento, encontra-se 18 + 12 = 30.
Portanto, o campo tem 18 m de largura e 30 m de comprimento.

Comparando os dois caminhos para a solução em cada problema, fica claro que o uso de equações não é essencial para a resolução dos problemas. O que não ocorre nos problemas 37 e 43 já mencionados. Como é possível perceber pelo enunciado de um deles reproduzido abaixo, as estratégias estritamente aritméticas não representam um caminho econômico para a solução.

Atividade 43: Para realizar um passeio com saída de São Luís (MA) e destino à cidade histórica de Alcântara (MA), uma agência de turismo contratou um barco que tem capacidade para 65 passageiros. Para realizar esse passeio, o barqueiro cobra R$ 13,00 por passageiro mais R$ 3,00 para cada lugar que ficar vago no barco.
a) Quantos reais serão pagos ao barqueiro se forem transportados 54 passageiros? E 39 passageiros?
b) Chamando de x o número de passageiros que utilizarão o barco, qual das expressões algébricas a seguir corresponde à quantia a ser paga ao barqueiro?
I) $13 \cdot (x + 3x)$ III) $13x + 3 \cdot (65 - x)$
II) $13x + 3 \cdot (65x)$ IV) $13x - 3 \cdot (65 + x)$
c) Determine quantos passageiros foram transportados, sabendo que foram pagos R$ 625,00 ao barqueiro. (p. 172)

Para o problema enunciado acima, uma provável via de resolução que dispensa o uso da álgebra seria o uso de estimativas para os lugares ocupados e os lugares vazios, até encontrar a solução, o que pode ser um caminho longo e complexo.

Após essas atividades, o material traz um quadro nomeado “Refletindo sobre o capítulo”, com questões que visam retomar os principais tópicos trabalhados, de maneira sucinta. As questões abordam diferenças entre expressão algébrica e equação, métodos de resolução de equações e fórmulas conhecidas, entre outras coisas. A seção seguinte – “Acessando tecnologias”- propõe o uso de planilhas eletrônicas para explorar fórmulas. Nela, apresenta-se um exemplo e, em seguida, pede-se a resolução de um problema proposto anteriormente (problema 11, página 165) usando o programa como recurso.

Para finalizar o capítulo, tem-se a seção “Revisão”, composta por 27 atividades, sendo as oito últimas de múltipla escolha. Essas atividades podem ser classificadas de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 16 – Categorias[20] das atividades presentes na seção “Revisão”, p. 176 a 179 do capítulo 6 – livro do 7º ano – Coleção *Vontade de saber matemática*

Categoria	**Atividades**
Sequência	46, 70
Generalização	46, 70, 71
Linguagem algébrica	46, 47, 50, 56, 58, 61, 70, 71
Valor numérico	47, 49, 50, 51, 52, 53, 62, 64
Expressões algébricas	48, 67
Resolução de problemas	56, 58, 61, 63, 72
Resolução de equações	54, 55, 57, 59, 64, 65, 66
Equação como balança	60
Operação inversa	68, 69

[20] Algumas atividades podem fazer parte de duas ou mais categorias

A seção "Revisão" possui uma quantidade significativa de atividades de caráter técnico – resolução de equações, expressões algébricas, valor numérico – como é possível observar no quadro anterior. Sobre os problemas, mais uma vez são de fácil resolução aritmética, apesar de em praticamente todos os casos (exceto os problemas 63 e 72) o uso de equações ser exigido no enunciado ou induzido. Seguindo a tendência do capítulo, essa seção usa outras letras além da letra x para representar variáveis ou incógnitas em expressões, fórmulas ou equações. De modo geral, as atividades que compõem a seção de revisão podem ser consideradas atividades simples, sem a necessidade de se fazer uso de relações ou cálculos aritméticos ou algébricos complexos. Mesmo a última atividade do bloco (p. 179), nomeada "Desafio", possui uma dificuldade leve, não exigindo uso dos conceitos novos – expressões algébricas, fórmulas ou equações – trabalhadas ao longo do capítulo, como se pode observar abaixo:

Atividade 72: (OBMEP) O aniversário de Carlinhos é no dia 20 de julho. Em agosto de 2005, ao preencher uma ficha em sua escola, Carlinhos inverteu a posição dos dois últimos algarismos do ano em que nasceu. A professora que recebeu a ficha disse: - Carlinhos, por favor, corrija o ano de seu nascimento, senão as pessoas vão pensar que você tem 56 anos! Qual é a idade de Carlinhos?
a) 11 anos b) 12 anos c) 13 anos d) 14 anos e) 15 anos

Resolução:
Ano que Carlinhos escreveu na ficha: 2005 – 56 = 1949
Ano que Carlinhos nasceu: 1994
Idade de Carlinhos: 2005 – 1994 = 11 anos
Alternativa **a**.

Observando a atividade e a resolução acima, o questionamento que fica é de que modo os conteúdos do capítulo colaboraram para encontrar a solução. Esse aspecto é relevante, uma vez que se trata da segunda[21] – e última- atividade considerada desafiadora ao longo de todo o capítulo e, paradoxalmente, não exige o uso dos temas abordados por ele.

5.2.3 Situações algébricas anteriores ao conteúdo explícito

Ao realizar a leitura dos volumes 6 e 7 – até a página anterior ao capítulo 6 – da coleção, observou-se algumas características no que diz respeito à abordagem da álgebra ou pensamento algébrico que serão apresentadas a seguir.

O material voltado ao 6º ano aborda, em forma de atividades, algumas poucas situações relacionadas à sequências numéricas, sempre pedindo próximos valores, sem o

[21] O primeiro desafio da unidade é a atividade 10, p. 163, sobre expresses algébricas.

convite para explicação, verbal ou não, do padrão de formação dessa sequência. Há situações em que a atividade se apoia em ilustrações, como na sequência de números quadrados (Figura 22).

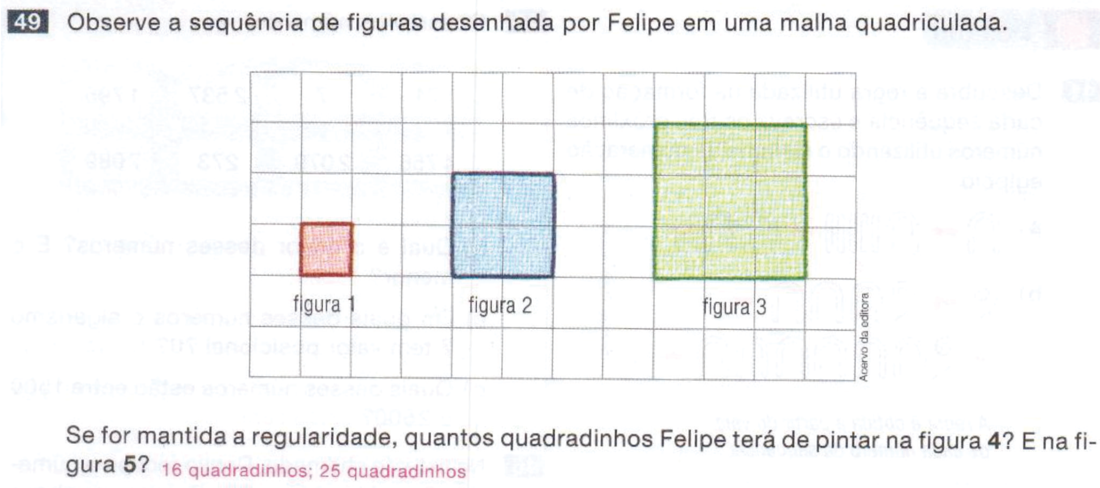


Figura 22 – Atividade de sequência de números quadrados – Volume 6 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 48

Outro tipo de atividade bastante explorado pelo volume 6 são as situações de operação inversa, em geral apresentadas de maneira esquemática, em que os valores a serem encontrados – incógnitas - estão representados por um quadradinho (Figura 23) em praticamente todas as propostas. Em dois exercícios nessa abordagem, já na segunda metade do volume, os valores desconhecidos são representados por letras maiúsculas (Figura 24).

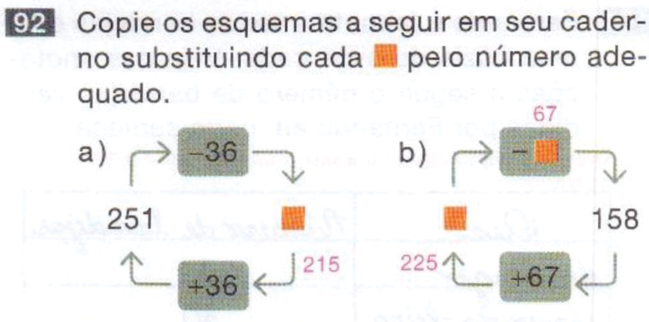


Figura 23 – Exemplo de símbolo para representar elemento desconhecido – Volume 6 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 79

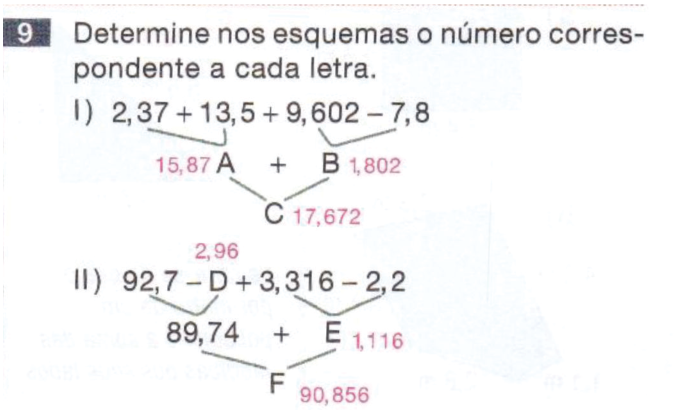


Figura 24 – Exemplo de símbolo para representar elemento desconhecido – Volume 6 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 226

As letras maiúsculas para representar números algarismos desconhecidos passam a ser usadas em diversas atividades depois da metade do livro, seja em situações de operação inversa, situações de quadrados mágicos ou operações com algarismos faltantes. Foi observada, além disso, uma atividade (atividade 47, p. 99) que contém uma equação, porém sem a pretensão de que ela fosse resolvida, já que se trata de uma equação irracional (incógnita no radicando de uma raiz). Desse modo, por se tratar de uma atividade de múltipla escolha, é razoável considerar que a intenção do exercício é a substituição dos valores até encontrar uma igualdade verdadeira.

A atividade 72 (p. 246) enunciada abaixo é o primeiro item da coleção que traz equações explícitas, solicitando o valor de cada letra. O exercício, proposto como desafio, na verdade apresenta uma situação de sistema de equações, de resolução simples, mas que já exige a ideia de substituição para resolução.

Atividade 72: Nos cálculos de cada quadro, as letras representam números. Determine o número correspondente a cada letra.

A + **B** = 28,16	**C** – 19,53 = 4,72	*Para resolver essa atividade, considere que letras iguais correspondem ao mesmo número.*
D + **C** = 36,19	**A** + **C** – **D** = 29,46	

Ademais, todas as situações em que uma generalização se fazia pertinente ao longo do volume o livro enunciou essas generalizações, sem o convite para uma discussão coletiva ou reflexão individual. Isso ocorre tanto em situações em que se enuncia generalizações verbais – critérios de divisibilidade, por exemplo – quanto em situações de generalizações em linguagem matemática – fórmulas de área de retângulo e quadrado. Inclusive, as fórmulas de área são as únicas situações do volume 6 em que uma generalização apresentada em linguagem matemática.

Assim como na primeira coleção analisada, o uso de letras ao longo da obra não se restringe a algarismos e valores desconhecidos, sendo elas utilizadas seja para representar uma unidade de medida, seja para nomear pontos ou retas. Por fim, destaca-se alguns exercícios que envolvem situações de balança em equilíbrio nesse volume, como a atividade ilustrada na figura abaixo (p. 68).

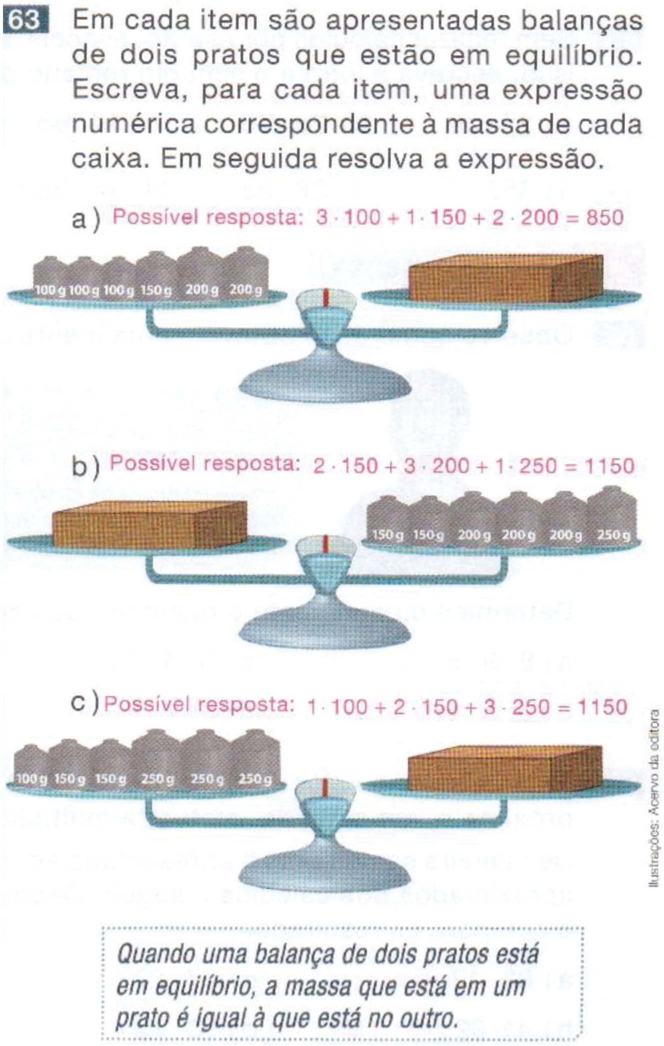
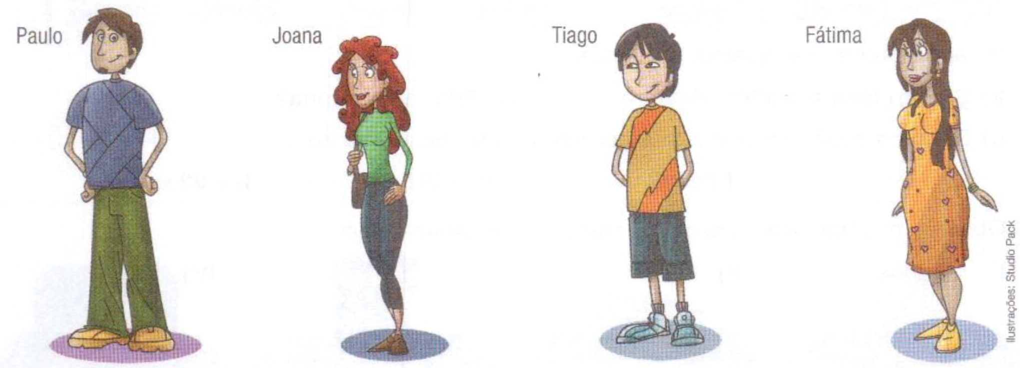


Figura 25 – Atividade que usa balança em equilíbrio – Volume 6 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 68

Já no volume 7, as atividades de operação inversa ou que possuem esquemas com números ou algarismos desconhecidos, majoritariamente apresentam letras maiúsculas para representá-los. Essas situações são menos frequentes nesse volume do que no volume anterior. Assim como no livro do 6º ano, as situações de generalização são sempre precipitadamente anunciadas nos textos que antecedem as atividades – propriedades de potências e relação de Euler são exemplos delas. As atividades envolvendo sequências numéricas em geral são apresentadas usando o recurso da reta numérica e também não solicitam a explicação do padrão de formação.

Chama a atenção no livro do 7º ano a atividade 21 (Figura 26) , da página 50, no capítulo voltado aos números decimais. Essa atividade é similar à de sistemas que foi apresentada acima, referente ao livro do 6º ano, porém, as equações não estão prontas, são situações enunciadas, que podem ser traduzidas por três equações. Porém, fica claro que a intenção da atividade não é propor a resolução pela via algébrica, nem mesmo que cada sentença seja traduzida por uma equação, mas sim estimular o uso da estratégia de substituição, mesmo nas afirmações verbais.


21 Leia algumas informações sobre a massa de quatro pessoas.

- Fátima tem 2,26 kg a mais que Tiago.
- Paulo e Joana têm no total 132,42 kg.
- Tiago tem de emagrecer 4,64 kg para ter a mesma massa de Joana.

Peça aos alunos que registrem os procedimentos utilizados para resolver essa atividade.

Sabendo que Paulo tem 75,82 kg, determine quantos quilogramas tem:

a) Fátima 63,5 kg b) Joana 56,6 kg c) Tiago 61,24 kg

Figura 26 – Atividade 21 – Volume 7 – Coleção *Vontade de saber matemática*, p. 50

Assim, ao longo dos dois volumes analisados, situações relacionadas à álgebra e ao pensamento algébrico se apresentam por meio de atividades, que pertencem a uma das categorias abaixo:

- Operação inversa: atividade que precisa ser resolvida usando a ideia de operação inversa para descobrir um valor desconhecido.
- Sequência numérica: atividade que exige observação de padrão e solicita um termo específico da sequência. O padrão pode ser apenas numérico ou com apoio de figuras (números quadrados ou cúbicos, por exemplo).

5.2.4 Discussão sobre aspectos algébricos da coleção

Os dois itens anteriores, dedicados à descrever as características da obra no que diz respeito ao primeiro tema explicitamente algébrico e à álgebra implícita no material, proporciona reflexões acerca de uma diversidade de aspectos apresentados nos capítulos de suporte teórico.

Diferentemente da coleção "Praticando matemática – edição renovada", que desde as primeiras páginas do volume 6 apresenta, via atividades, situações representadas pela linguagem algébrica, a coleção "Vontade de saber matemática" passa praticamente o primeiro livro fazendo uso de uma forma geométrica para representar valores ou algarismos desconhecidos, que aparecem, de maneira geral, em atividades de representação esquemática, cujo objetivo é o uso da ideia de operação inversa. Apenas na parte final do primeiro livro surgem poucas situações em que o uso da forma geométrica dá lugar à letras maiúsculas. Assim, a segunda coleção demonstra um maior cuidado ao abordar símbolos para representar números desconhecidos, buscando ilustrá-los de maneira esquemática e visual, o que pode colaborar com o processo de elaboração de sentido para o uso posterior da letra como variável, um dos principais problemas relacionado ao ensino e à aprendizagem de álgebra, de acordo com Papini (2003), Ponte (2005) e Panizza e Drouhard (2010).

Por outro lado, a literatura condiciona o sucesso na aprendizagem de álgebra à tópicos que vão além do cuidado ao se explorar o uso de símbolos na representação algébrica. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) defendem que o domínio da linguagem não garantem o aprendizado da álgebra. Para os autores, explorar, desde as séries iniciais, situações que estimulem a observação e expressão de regularidades, mesmo que oralmente ou verbalmente, é o caminho mais assertivo para a atribuição de sentido para a álgebra. Entretanto, a coleção analisada não favorece essa abordagem, uma vez que as atividades envolvendo padrões ou regularidades são escassas, resumindo-se à sequências numéricas, que se apresentam em meio a uma série de outros exercícios, sem que o devido convite para se expor a generalização seja feito. Esse é um ponto em comum entre essa coleção e os livros da obra "Praticando a matemática – edição renovada".

Como exposto nas características da coleção, as generalizações sempre são apresentadas nos textos, algumas vezes após a apresentação de alguma regularidade por meio de um quadro ou uma sequência que revela a regularidade. Assim, na contramão do que Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (1997), Papini (2003), Ponte (2005) e Sessa (2005), o material não oportuniza, em nenhuma situação, que o aluno vivencie as etapas de um processo de generalização, passando pela observação de padrões, apresentados ou construídos, pela explicitação oral e verbal deles, até chegar à uma representação deles por meio de símbolos, o que acaba sendo possível apenas nas séries finais do Ensino Fundamental. Quando escolhe apresentar todas as situações que potencialmente favorecem com a construção do pensamento algébrico pela via textual, o material limita ou até mesmo impossibilita a atribuição de sentido para o campo algébrico por parte dos alunos.

De maneira similar à obra "Praticando a matemática – edição renovada", na coleção em questão a linguagem algébrica aparece no volume 6 e nos primeiros capítulos do volume 7 nos textos que abordam áreas de polígonos (6º e 7º anos) e nas propriedades de potência (7º ano). As fórmulas de área e as generalizações em linguagem matemática das propriedades são diretamente apresentadas, sem que o uso das letras seja justificado como relevante para aquelas situações. Mais um indício de as escolhas de abordagem da obra apontam para um esvaziamento de sentido para os alunos. Assim, no que diz respeito aos elementos implícitos da álgebra na coleção, essa análise aponta para um distanciamento da construção do pensamento algébrico.

No que diz respeito ao primeiro conteúdo algébrico explícito, foi mostrado que a coleção aborda o campo de fato apenas no capítulo 6 do 7º ano – "Expressões algébricas, fórmulas e equações". Esse capítulo é iniciado a partir de expressões numéricas que não se originam da observação de regularidades. Ou seja, no momento em que o livro se dedica à álgebra propriamente dita, escolhe uma abordagem mais direta, mas busca expressar algebricamente uma situação cotidiana, que poderia ser escrita por meio de uma fórmula matemática – como mostrado anteriormente no exemplo sobre condições para o aluguel de um carro. Ao contrário dessa abordagem, Sessa (2005), ao defender que a via de entrada da álgebra seja a partir das generalizações, construindo primeiramente a ideia de variável, mostra que essa via possibilita, inclusive, a abordagem das expressões algébricas e a equivalência entre elas. A verificação da equivalência, para a autora, é potente para iniciar e justificar o cálculo algébrico, uma vez que as situações de generalizações podem resultar em expressões representadas de maneiras diferentes – ora mais, ora menos simplificadas – e o convite para analisar as semelhanças e diferenças entre essas representações resulta na abordagem do cálculo algébrico, que, na coleção, é apresentado via exemplo e proposta para reprodução do mesmo.

Tem-se, então, que, apesar de buscar contextualizar as expressões algébricas e fórmulas, nesse primeiro momento o material recai no clássico "veja o exemplo" e "faça o mesmo nos itens abaixo". Essa escolha não favorece a reflexão sobre o campo algébrico enquanto se constrói conceitos sobre ele, como Panossian e Moura (2008) sinalizam como ideal.

Quando avança o capítulo para as equações, o material apresenta uma equação traduzindo um problema e sua resolução, esquemática, por meio de operação inversa, de maneira similar à abordagem da obra "Praticando a matemática – edição renovada". Após esse primeiro exemplo, mostra outro exemplo de equação, sem relação com problema, e sugere sua resolução por meio de tentativas. O questionamento que fica é por que sugerir a resolução por tentativas – pouco econômico em quase todas as situações – num momento posterior à apresentação da resolução por operação inversa. Mais do que isso, por que não permitir que os estudantes analisem a situação ou até mesmo a equação e busquem formas de resolvê-las. É muito provável que essas duas estratégias apresentadas sejam utilizadas pelos alunos e a comparação delas pode ser usada para justificar caminhos mais econômicos e sistematizar formas de se resolver equações. Um aspecto positivo dessa coleção é que, diferentemente da coleção anterior, nas atividades, usa letras variadas para representar as incógnitas, não induzindo os alunos a considerarem que só é possível – ou permitido – o uso da letra *x*.

Ao utilizar balanças para justificar os princípios e aditivos na resolução de equações, de maneira similar à coleção "Praticando a matemática – edição renovada", mais uma vez o material perde a oportunidade de permitir uma exploração por parte dos alunos, já que escolhe apresentar as etapas, ilustrando-as nas balanças, ao invés de fazer um convite para se resolver uma situação por meio de balança. Além disso, não aproveita situações que envolvem balanças e pesos desconhecidos – raras, mas ainda assim existentes – presentes no livro de 6º ano e nos primeiros capítulos do volume 7, para incentivar uma discussão sobre o tema antes de apresentá-lo.

Sobre os problemas propostos, tal qual foi observado na primeira coleção analisada, eles validam a afirmação de Sessa (2005), que diz que, em geral, foca-se inicialmente o tema "equações" nas técnicas de resolução para, depois disso, explorá-las como recurso para resolver problemas. Porém, na maioria das vezes, os problemas escolhidos para se abordar o tema, não prescindem do domínio em resolução de equações para serem solucionados. No material é bem clara essa incoerência, uma vez que, salvas raras exceções, os problemas fazem exigência explícita do uso de equações, ao mesmo tempo que apenas um de todos os problemas propostos exige um raciocínio aritmético complexo o suficiente para justificar o uso da linguagem algébrica. Por outro lado, identifica-se a presença de situações coerentes e adequadas ao tema.

Como sinalizado pelo Guia de livros didáticos do PNLD 2014, a obra não dedica espaço para a álgebra no livro voltado para o 6º ano. Esta pesquisa mostra que existem sim elementos do campo algébrico nesse volume, entretanto, eles aparecem de maneira fragmentada, compondo uma ou duas atividades pertencentes a uma lista de outras tantas que não versam sobre o tema nem possibilita sua abordagem. Já sobre o livro do 7º ano, o mesmo Guia avalia que a coleção dedica pouco espaço à álgebra – mostrando, inclusive, uma grande concentração do campo algébrico no 8º e 9º anos. De fato, no volume 7, pertence ao campo algébrico apenas o capítulo 6. Além disso, no capítulo 10, dedicado ao estudo da proporcionalidade, o material faz uso da regra de três – e, consequentemente, das equações. Entretanto, é importante ressaltar que, apesar de abordar a regra de três no capítulo, o volume inicia o estudo de proporcionalidade, incluindo as situações de proporcionalidade direta e inversa, sugerindo a resolução dos problemas usando uma tabela como recurso. Apenas depois de explorar uma variedade considerável de situações é que menciona e utiliza a regra de três como estratégia. Essa característica difere da abordagem para o tema escolhida pela coleção "Praticando a matemática – edição renovada".

Apesar de o Guia de livros didáticos do PNLD 2014 afirmar que a coleção favorece o trabalho com generalizações, especialmente nos volumes destinados a 6º e 7º anos foi verificado justamente o oposto: poucas situações que exigem a observação de padrões e nenhuma situação convidando os estudantes a falarem sobre possíveis padrões ou regularidades. Finalizando a discussão sobre esse primeiro capítulo explicitamente algébrico, cabe afirmar que é sintomático que ele se encerre com uma atividade nomeada desafio que é facilmente resolvida pela via aritmética, não exigindo uso de nenhum tema abordado ao longo do capítulo – expressões, fórmulas ou equações. É razoável supor que as atividades de revisão, especialmente as classificadas como desafio, abordem e justifiquem o uso dos temas explorados nas páginas anteriores. Pode-se, portanto, considerar esse mais um aspecto que valida o que a literatura vem afirmando: existe um excesso de preocupação com o domínio técnico no campo algébrico e um certo descaso na atribuição de sentido para o mesmo.

Para efeitos de comparação, foi realizada uma leitura dos últimos dois volumes da obra, com o olhar focado no campo algébrico. Essa leitura mostra que o material segue a tendência de explicar em forma de texto ou exemplos os tópicos relacionados ao campo algébrico. No volume destinado ao 8º ano, um espaço considerável do livro é destinado à álgebra, com grande ênfase no cálculo algébrico. Após isso, o estudo de equações é retomado, bem como a abordagem da regra de três na proporcionalidade. No volume 9, mantém o tom "exemplos seguidos de atividades" e priorizando as técnicas.

Quando compara-se a organização de conteúdos da coleção com as orientações dos PCN, assim como na coleção "Praticando a matemática – edição renovada", verifica-se que o material não considera o que é recomendado nos parâmetros, uma vez que não pauta o campo algébrico na observação e explicitação de padrões e regularidades, priorizando o sentido para variável, nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental II. Como visto, a obra não deixa a abordagem de equações e o trabalho com cálculo algébrico para as séries finais do ciclo, como orientam os PCN.

Desse modo, faz sentido considerar que também essa coleção vai na contramão do que a literatura e os PCN afirmam, já que introduz o campo algébrico por meio das expressões de modo a não se apoiar em processos de generalização de regularidades, valoriza o domínio de técnicas e as aplica em situações que na maioria das vezes dispensam seu uso. Apesar de ser claro que o bom uso de qualquer recurso didático, inclusive do livro, depende do professor que conduz o processo do aluno (LAJOLO, 1996; MUNAKATA, 1997), é faz sentido novamente destacar que o livro didático deveria ser uma ferramenta voltada para o aluno, de modo a garantir uma boa formação para o mesmo independente do professor (ZUNIGA, 2007).

5.3 Coleção 3: Projeto Teláris – matemática

5.3.1 Características gerais

Informações sobre a obra:
Projeto Teláris – Matemática
Luiz Roberto Dante
Ática – 1ª edição, 2012
Código da coleção no PNLD 2014: 27468
Exemplares vendidos: 2 274 623

O Guia de livros didáticos do PNLD 2014, ao apresentar os aspectos gerais da obra, destaca como ponto positivo a frequência em que diferentes estratégias são apresentadas e discutidas ao longo dos volumes. Por outro lado, considera um aspecto negativo a extensa lista de conceitos abordados ao longo do material, que, aliada ao detalhamento escolhido pelo autor, acaba tornando a abordagem exaustiva. Sobre a metodologia, o Guia menciona que, em geral, os conceitos são iniciados por meio de uma situação-problema, mas que usualmente não apresenta situações em que o aluno possa estabelecer relações, tirar conclusões ou fazer generalizações, apesar de considerar que as listas de exercícios por muitas vezes permitem o desenvolvimento de competências relacionadas à elaboração de hipóteses, argumentação e generalização.

Segundo o Guia, os conteúdos são distribuídos pelos campos da matemática ao longo da obra segundo o gráfico a seguir:

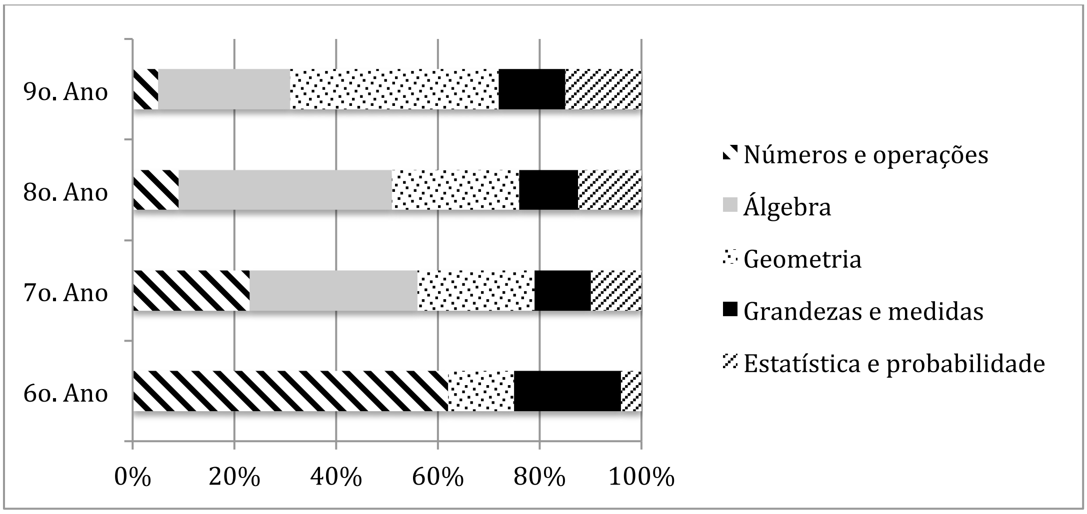


Gráfico 3 – Conteúdos por campo da matemática e série, em porcentagem – coleção *Projeto Teláris – Matemática* (adaptado de Brasil, MEC/SEB, 2013)

O gráfico acima mostra que o Guia considera que a álgebra é abordada pela coleção apenas a partir do volume destinado ao 7º ano, em cerca de 30% dele. Mostra, ainda, uma grande concentração do campo algébrico no volume 8, que dedica por volta de 40% das páginas a ele. Por fim, a álgebra no livro de 9º ano corresponde a cerca de 25% do volume.

Nas considerações que se referem especificamente à álgebra na coleção, o Guia considera que o material faz uma boa articulação entre o campo algébrico e os demais campos da matemática, dando destaque ao uso da linguagem algébrica para mostrar relações aritméticas e geométricas. O Guia menciona como ponto forte da coleção a variedade de enfoques dados ao uso da linguagem algébrica e às formas de se resolver equações.

Posterior à leitura das considerações sobre a obra apresentadas pelo Guia, a leitura dos volumes que compõem a coleção permite o levantamento das características apresentadas a seguir, a começar pelos conteúdos abordados por ela, descritos no quadro abaixo.

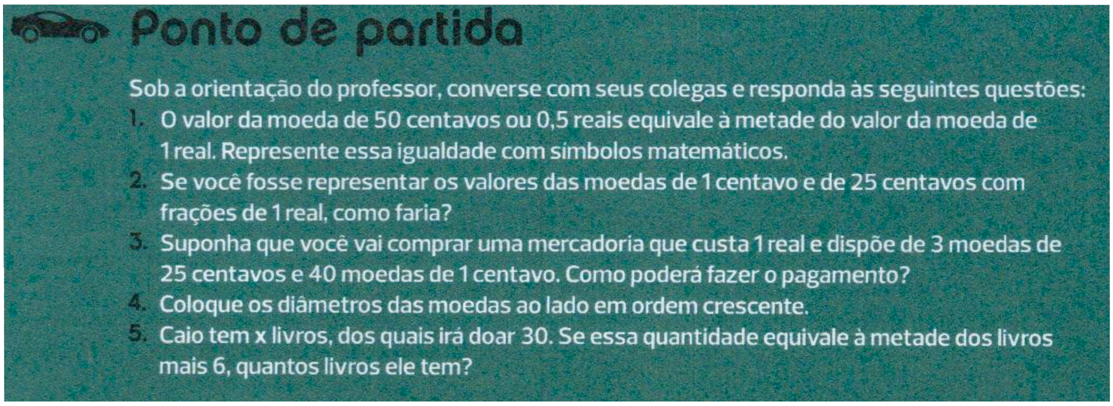
Quadro 17: Distribuição de conteúdos ao longo da coleção *Projeto Teláris – Matemática*

6º ano	
Unidade 1: Números naturais e geometria	Capítulo 1: Números naturais e sistemas de numeração
	Capítulo 2: Operações fundamentais com números naturais
	Capítulo 3: Geometria: sólidos geométricos, ângulos e polígonos
Unidade 2: Potenciação e divisibilidade	Capítulo 4: Potenciação, raiz quadrada e expressões numéricas
	Capítulo 5: Divisores e múltiplos de números naturais
Unidade 3: Frações e números decimais	Capítulo 6: Frações e porcentagens
	Capítulo 7: Números decimais
Unidade 4: Grandezas e medidas	Capítulo 8: Explorando a ideia de medida
	Capítulo 9: Perímetros, áreas e volumes
7º ano	
Unidade 1: Números inteiros e geometria	Capítulo 1: Números inteiros
	Capítulo 2: Geometria: sólidos geométricos, regiões planas e contornos
Unidade 2: Números racionais e introdução à álgebra	Capítulo 3: Números racionais
	Capítulo 4: Equações do 1º grau com uma incógnita
Unidade 3: Álgebra e geometria	Capítulo 5: Equações do 1º grau com duas incógnitas; Inequações do 1º grau com uma incógnita; Sistemas
	Capítulo 6: Geometria: ângulos e polígonos
Unidade 4: Proporcionalidade e estatística	Capítulo 7: Proporcionalidade
	Capítulo 8: Matemática financeira: regra de sociedade, juros simples e juros compostos
	Capítulo 9: Noções de estatística e probabilidade
8º ano	
Unidade 1: Números reais e expressões algébricas	Capítulo 1: Conjuntos numéricos: dos números naturais aos números reais
	Capítulo 2: Expressões algébricas
Unidade 2: Geometria e álgebra	Capítulo 3: Ângulos, triângulos e quadriláteros
	Capítulo 4: Cálculo algébrico
Unidade 3: Álgebra e geometria	Capítulo 5: Equações e sistemas de equações
	Capítulo 6: Circunferências e círculos
Unidade 4: Grandezas e medidas, geometria e estatística	Capítulo 7: Perímetros, áreas e volumes
	Capítulo 8: Representação de sólidos geométricos no plano
	Capítulo 9: Estatística e probabilidade
9º ano	
Unidade 1: Números reais e equações	Capítulo 1: Números reais: cálculos
	Capítulo 2: Equações e sistemas de equações do 2º grau
Unidade 2: Função e geometria	Capítulo 3: Explorando a ideia de função
	Capítulo 4: Proporcionalidade em geometria
	Capítulo 5: Semelhança
Unidade 3: Geometria e trigonometria	Capítulo 6: Relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência
	Capítulo 7: Introdução à trigonometria
Unidade 4: Grandezas e medidas e estatística	Capítulo 8: Perímetros, áreas e volumes
	Capítulo 9: Estatística, combinatória e probabilidade

Observando o quadro acima de modo a identificar os conteúdos algébricos explícitos na obra, nota-se que o primeiro conteúdo dessa categoria é abordado no volume 7, Capítulo 4: “Equações do 1º grau com uma incógnita”. No mesmo volume, também é dedicado ao campo algébrico o Capítulo 5: “Equações do 1º grau com duas incógnitas; Inequações do 1º grau com uma incógnita; Sistemas". No volume dedicado ao 8º ano, três capítulos são de conteúdos algébricos: Capítulo 2: "Expressões algébricas", Capítulo 4: "Cálculo algébrico" e Capítulo 5: "Equações e sistemas de equações".

5.3.2 Primeiro conteúdo explicitamente algébrico

O Capítulo 4: "Equações de 1º grau com uma incógnita" pertence à Unidade 2: "Números racionais e introdução à álgebra" do volume 7 da coleção. Cada unidade do volume é iniciada por uma seção chamada "Ponto de partida". O "Ponto de partida" da unidade em questão apresenta características – como valor e diâmetro - das moedas em circulação no Brasil em janeiro de 2012, seguidas de cinco questões (Figura 27).



Ponto de partida

Sob a orientação do professor, converse com seus colegas e responda às seguintes questões:

1. O valor da moeda de 50 centavos ou 0,5 reais equivale à metade do valor da moeda de 1 real. Represente essa igualdade com símbolos matemáticos.
2. Se você fosse representar os valores das moedas de 1 centavo e de 25 centavos com frações de 1 real, como faria?
3. Suponha que você vai comprar uma mercadoria que custa 1 real e dispõe de 3 moedas de 25 centavos e 40 moedas de 1 centavo. Como poderá fazer o pagamento?
4. Coloque os diâmetros das moedas ao lado em ordem crescente.
5. Caio tem x livros, dos quais irá doar 30. Se essa quantidade equivale à metade dos livros mais 6, quantos livros ele tem?

Figura 27 – Questões iniciais da unidade 2 – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 83

As quatro primeiras questões relacionam-se com as características apresentadas e têm a intenção de mobilizar conhecimentos prévios para explorar representações e relações de números racionais, antes de apresentar ou retomar conceitos sobre eles. A única questão que refere-se à parte "introdução à álgebra" da unidade é a questão 5 – "Caio tem x livros, dos quais irá doar 30. Se essa quantidade equivale à metade dos livros mais 6, quantos livros ele tem?" – que não tem relação com a situação inicial apresentada. Após a abertura da unidade, inicia-se o capítulo 3, sobre números racionais, e, em seguida, o capítulo 4, sobre o campo algébrico.

O item 1 do capítulo 4 – "Introdução" – traz duas situações enunciadas e apresenta as representações das mesmas por meio de equações, afirmando que elas serão estudadas ao longo do capítulo. Abaixo, uma das situações apresentadas (p. 116):

Reciclagem Uma empresa recicla 12 toneladas de papel a cada 5 meses. Indicando por y a quantidade de papel reciclado a cada mês, podemos representar a situação por uma sentença matemática: $5 \cdot y = 12$. Qual é o valor de y?

Após os dois exemplos, na página seguinte, aborda-se o item 2: "Letras em lugar de números", que explora as expressões algébricas por meio de "máquinas de números" (Figura 28). Essas máquinas possuem um comando que transforma cada número que entra em outro número. Na primeira máquina, o material exemplifica algumas situações no texto, apresenta a expressão algébrica que corresponde à "transformação" ocorrida na máquina – usa a letra x para representar a variável - e convida o aluno a "participar da brincadeira", fazendo as seguintes perguntas (p. 117):

- E se entrasse o número 50, que número sairia?
- E se entrasse o número -10, que número sairia?
- Que número deve entrar para sair o 52?
- E se entrasse um número y, que número sairia?

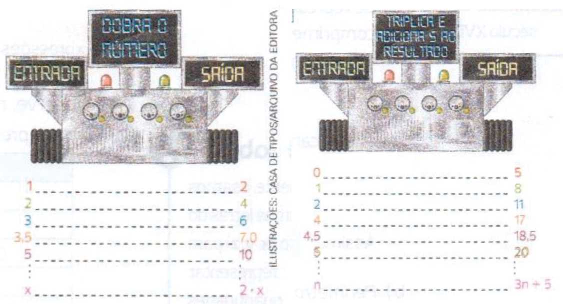


Figura 28 – "Máquinas de número" – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris –Matemática*, p. 117

Depois dos dois exemplos, o livro traz o primeiro bloco de atividades, nomeado "Exercícios e problemas". Esse bloco contém duas atividades, sendo a primeira delas uma extensão da segunda máquina do texto, pedindo a tradução para linguagem matemática e explorando a ideia de operação inversa, e a segunda abordando situações a serem traduzidas para linguagem algébrica.

A página seguinte é dedicada ao terceiro item do capítulo – "Expressões algébricas". O item é iniciado a partir da definição "Expressões que contêm número e letras são chamadas de expressões algébricas”, seguida de uma série de exemplos que apresentam a linguagem usual associada à linguagem algébrica. No fim da página está o segundo bloco de atividades, dessa vez nomeado apenas de “Exercícios”, cujos itens podem ser classificados de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 18 – Categorias das atividades presentes na seção “Exercícios”, p. 118 do capítulo 4 – livro do 7º ano – Coleção *Projeto Teláris*

Categoria	**Atividades**
Tradução para linguagem algébrica	3, 4
Tradução para linguagem usual	5

Nesse bloco, todos os exercícios são diretos, ou seja, não buscam contextualização.

Avançando no tema “Expressões algébricas”, a próxima página busca, por meio de texto, justificar a equivalência entre expressões como $3x + 4x$ e $7x$. Para isso, faz uso de recurso aritmético (Figura 29). Esse tipo de equivalência é justificado por meio de uma segunda abordagem: a propriedade distributiva, também usada para justificar equivalências como $3(x + 4) = 3x + 12$ (Figura 30).

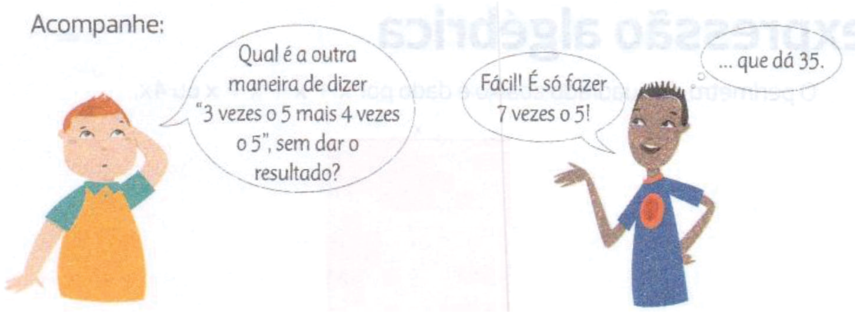


Figura 29 – Justificativa para soma de monômios – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 119

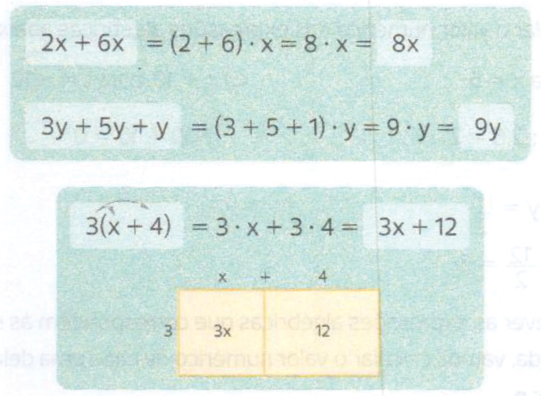


Figura 30 – Exemplo de cálculo algébrico – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris Matemática*, p. 119

Os dois exercícios que encerram a página são técnicos, com objetivo de explorar a simplificação de expressões. O segundo deles mostra, por meio de exemplo, como simplificar a expressão $\frac{4x+12}{2}$ e pede para que o aluno faça os quatro itens seguintes de maneira similar.

Ainda como parte do item 3 do capítulo, o material define o que é valor numérico de uma expressão algébrica e apresenta diversos exemplos de como calculá-lo. Em seguida, mais um bloco de atividades, que podem ser classificadas conforme o quadro:

Quadro 19 – Categorias[22] das atividades presentes na seção "Exercícios e problemas", p. 121 do capítulo 4 – livro do 7º ano – Coleção *Projeto Teláris*

Categoria	Atividades
Valor numérico	8, 9, 10, 12
Tradução para linguagem algébrica	9, 10
Interpretação das variáveis	11
Operação inversa	12

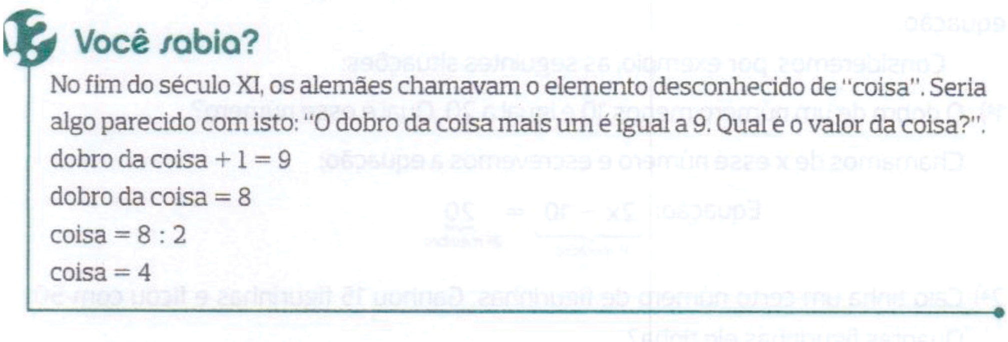
A primeira atividade sobre valor numérico é de caráter técnico, apresentando diversas expressões e pedindo seus valores numéricos. As demais, primeiro solicitam que se escreva a expressão e só depois o valor numérico, sendo a atividade 12 uma situação de contexto. A atividade 11 (Figura 31) de interpretação de variáveis, possui um convite para ser realizada em duplas.

Figura 31 – Atividade 11 – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris - Matemática*, p. 121

[22] Uma mesma atividade pode pertencer a mais de uma categoria

A próxima página é dedicada à explorar a ideia de elemento desconhecido por meio de charadas envolvendo desafios numérico ou geométricos, para, só depois, explicar o "uso de letras para encontrar números desconhecidos"[23], a partir do exemplo (p. 123): "Qual é a idade atual de Pedro se daqui a 8 anos ele terá 31 anos?". O livro aborda a situação narrando um momento de sala de aula. Destaca que "a professora disse que cada um poderia resolver da forma que quisesse, mas que ela iria mostrar uma forma usando letra para representar o número desconhecido." Depois disso, usa a letra x para representar a idade atual de Pedro e apresenta a sentença $x + 8 = 31$e a resolve por meio de operação inversa.

Após o exemplo, em um item de título "Você sabia?", aparece uma estratégia para registrar as etapas da resolução aritmética de um problema usualmente resolvido com apoio algébrico (Figura 32).


Você sabia?

No fim do século XI, os alemães chamavam o elemento desconhecido de "coisa". Seria algo parecido com isto: "O dobro da coisa mais um é igual a 9. Qual é o valor da coisa?".

dobro da coisa + 1 = 9

dobro da coisa = 8

coisa = 8 : 2

coisa = 4

Figura 32 – Box "Você sabia?" – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris - Matemática*, p. 123

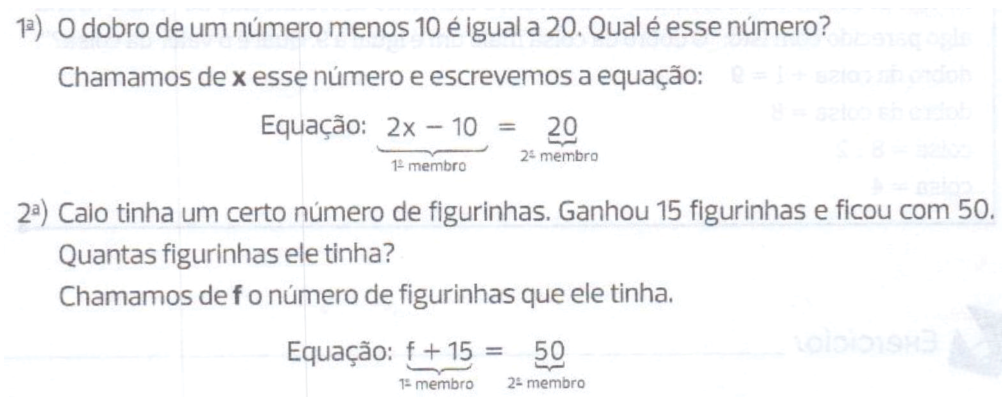
São duas as atividades que fecham a página: a primeira delas de resolução de equações variadas, todas elas de incógnita x, algumas necessitando apenas da realização de uma operação, por exemplo, $x = (-2) \cdot (+3)$, outras exigindo o uso de operação inversa. Uma delas, inclusive, é uma equação de 2º grau ($x^2 = +9$). A segunda atividade é uma proposta de discussão em dupla (p. 123):

Atividade 16 Em uma agitada assembleia de ratos, foi aprovada uma proposta: seria amarrado um sininho no pescoço do gato para saberem quando ele estaria por perto. Mas um ratinho perguntou: – E quem vai amarrar o sininho no gato? Um outro respondeu – Este é o xis da questão! Conversem e interpretem essa história.

A intenção dela é que os alunos discutam uma expressão por vezes usada no dia-a-dia e a relacionem com o tema em estudo. Desse modo o material finaliza o item 3 do capítulo.

[23] Nome dado pela coleção ao subitem.

Avançando para o item 4: "Equação, incógnita e solução ou raiz", o livro passa a tratar das equações de maneira mais formal. Inicialmente, faz a definição "Equações são igualdades que contêm pelo menos uma letra que representa um número desconhecido" e destaca, por meio de exemplo, o que são o primeiro e o segundo membros de uma equação. Segue adiante, afirmando que para resolver certos problemas, passa-se da linguagem usual para uma equação, mostrando os seguintes exemplos (p. 124):



1ª) O dobro de um número menos 10 é igual a 20. Qual é esse número?

Chamamos de **x** esse número e escrevemos a equação:

Equação: $\underbrace{2x - 10}_{1^{\underline{o}}\ \text{membro}} = \underbrace{20}_{2^{\underline{o}}\ \text{membro}}$

2ª) Caio tinha um certo número de figurinhas. Ganhou 15 figurinhas e ficou com 50. Quantas figurinhas ele tinha?

Chamamos de **f** o número de figurinhas que ele tinha.

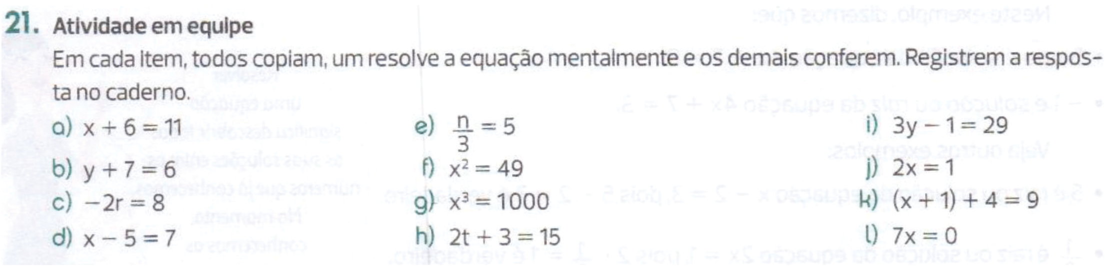
Equação: $\underbrace{f + 15}_{1^{\underline{o}}\ \text{membro}} = \underbrace{50}_{2^{\underline{o}}\ \text{membro}}$

Figura 33 – Exemplos de equações de 1º grau com uma incógnita – Volume 7 – Coleção *Projeo Teláris - Matemática*, p. 124

As atividades propostas após essas definições são duas: a primeira delas pedindo para que situações verbalizadas sejam escritas na forma de equação. Todas as situações são similares, pautadas em operações a partir de um certo número. Como exemplo, tem-se o item **c** da atividade 17: "O triplo de um número mais 5 é igual a 11.". A segunda atividade pede o contrário: que equações sejam traduzidas para a linguagem usual.

A página seguinte é dedicada a definir incógnita e solução ou raiz de uma equação. Além disso, apresenta exemplos em que verifica se um número é ou não raiz de uma equação. As duas atividades propostas após os exemplos solicitam a mesma coisa: verificar se um número é solução de uma equação dada, assim como feito nos exemplos apresentados. As equações que compõem os itens são variadas: algumas possuem frações, outras, parênteses, e uma delas é de segundo grau.

O próximo subitem apresenta exemplos de resolução mental de equações simples, seguidos de atividades que pedem o mesmo. A primeira delas (Figura 34) é chamada de atividade em equipe, por solicitar que, após um membro da equipe encontrar a solução mental da equação, os demais devem verificar se ela é correta.



21. Atividade em equipe

Em cada item, todos copiam, um resolve a equação mentalmente e os demais conferem. Registrem a resposta no caderno.

a) $x + 6 = 11$

b) $y + 7 = 6$

c) $-2r = 8$

d) $x - 5 = 7$

e) $\frac{n}{3} = 5$

f) $x^2 = 49$

g) $x^3 = 1000$

h) $2t + 3 = 15$

i) $3y - 1 = 29$

j) $2x = 1$

k) $(x + 1) + 4 = 9$

l) $7x = 0$

Figura 34 – Atividade em equipe – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris - Matemática*, p. 126

O item 5: "Equação do 1º grau com uma incógnita" é iniciado a partir da definição "Uma equação é do 1º grau com uma incógnita (x) quando pode ser escrita na forma ax = b, com a ≠ 0." (p. 127). Em seguida, afirma que equações desse tipo podem ser resolvidas como uso das operações inversas "para isolar a incógnita num dos membros da equação" e apresenta alguns exemplos, como o abaixo (p. 128):

> A idade de Tiago menos 13 anos é igual a 34 anos. Qual é a idade de Tiago?
> Consideramos x a idade de Tiago. Então:
> $x - 13 = 34$
> A operação inversa de subtrair 13 é somar 13. Somando 13 em ambos os membros, obtemos:
> $x - 13 + 13 = 34 + 13$
> $x = 47$
> Assim, a idade de Tiago é 47 anos.

Ao lado de cada um dos exemplos, o livro anuncia os princípios aditivo e multiplicativo, de acordo com o que foi usado em cada situação. Para apresentá-los, representa-os na forma de fala de uma personagem ilustrada nas páginas. As quatro falas são (p. 127 e 128):

- "Uma igualdade não se altera quando subtraímos o mesmo número em ambos os membros."
- "Uma igualdade não se altera quando somamos o mesmo número em ambos os membros."
- "Uma igualdade não se altera quando dividimos ambos os membros pelo mesmo número diferente de zero."
- "Uma igualdade não se altera quando multiplicamos ambos os membros pelo mesmo número diferente de zero."

Após os exemplos, o material propõe duas atividades, ambas pedindo a resolução de equações diversas. Por outro lado, a primeira delas apresenta as situações por meio da linguagem usual e, antes de cobrar a resolução, exige que elas sejam traduzidas por meio de uma equação.

Os exemplos apresentados após as atividades mais uma vez são de resolução de equações. Dessa vez, o material apresenta as resoluções de forma mais direta (Figura 35) mas afirma que são outros exemplos de equações resolvidas por meio de operações inversas.

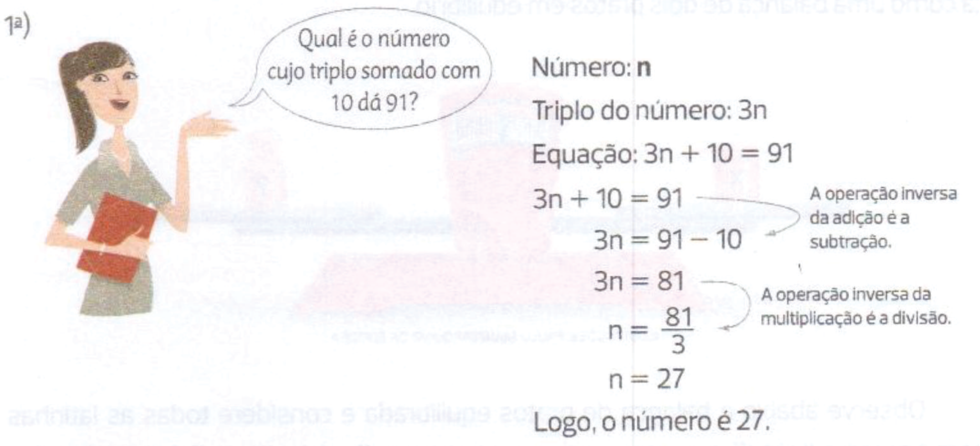


Figura 35 – Exemplo de resolução de equação – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 129

Novamente, depois dos exemplos, propõe atividades. Os três exercícios do bloco são diferentes entre si: o primeiro deles cobra a verificação de solução de duas equações, a segunda refere-se a resolução técnica de equações e o último exige que dois problemas sejam resolvidos por meio de equações. Porém, as duas situações propostas são de fácil resolução aritmética. Um deles pode-se observar a seguir:

Atividade 27, item **b** (p. 130)
Descubra qual é o número: a diferença entre sua terça parte e 8 é igual a 19.

Resolução por meio de equações:
Sendo x o número, sua terça parte é $\frac{x}{3}$. Então:

$$\frac{x}{3} - 8 = 19$$
$$\frac{x}{3} = 19 + 8$$
$$\frac{x}{3} = 27$$
$$x = 27 \cdot 3$$
$$x = 81$$

Assim, o número é 81.

Uma possível resolução aritmética:
A terça parte do número é igual a 19+8=27.
Então o número é 27 · 3 = 81.

Apenas depois dos exemplos mencionados e das atividades é que o material usa a balança como recurso para explorar a resolução de equações. Nesse momento, ele escolhe uma situação de balança em equilíbrio com uma latinha de peso *x* a ser descoberto (Figura 36). Representa a situação por meio de uma equação e ilustra cada etapa da resolução na balança e usa todas as equações obtidas ao longo das etapas de resolução para definir equações equivalentes. Por fim, usa também a balança para a verificação.

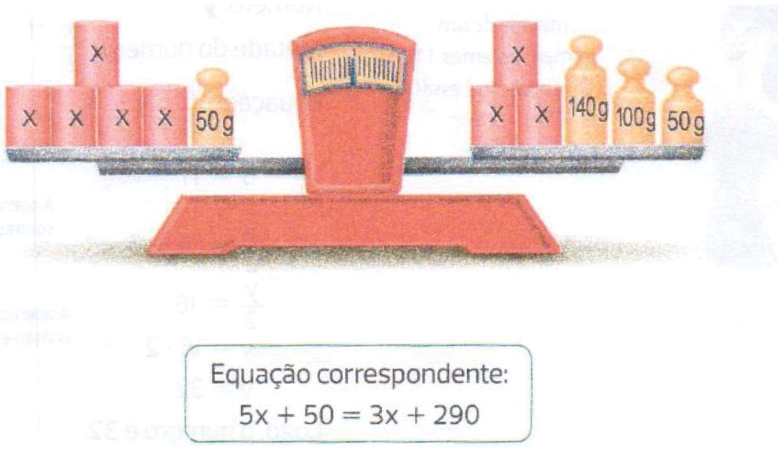


Figura 36 – Equação como balança em equilíbrio – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 130

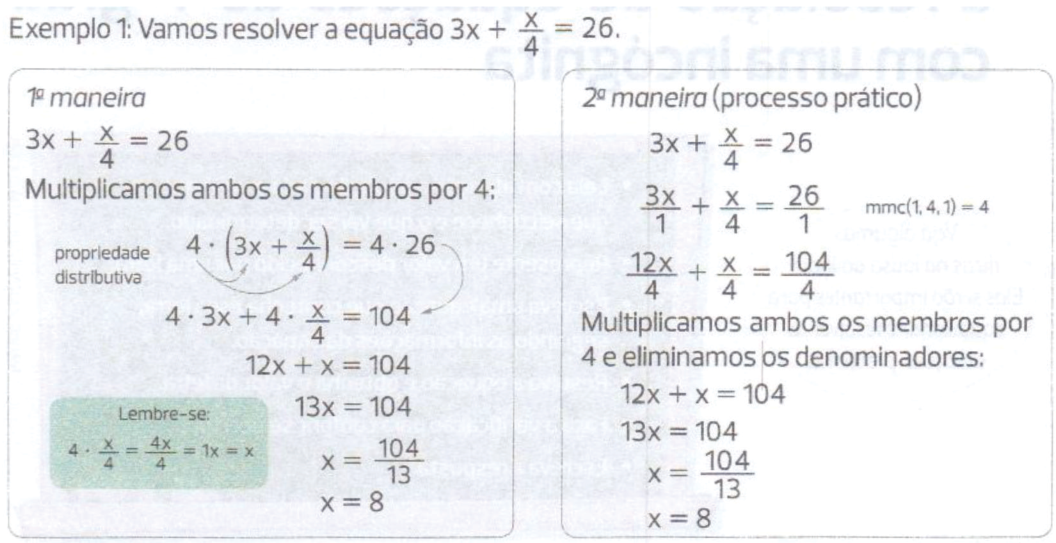
Após o exemplo ilustrado, apresenta mais três exemplos variados de equações resolvidas usando os princípios aditivo e multiplicativo, que estão associados à ideia de balança, porém sem usá-la para representar as situações. Duas atividades são a sequência da página: a primeira delas de caráter técnico, pedindo a resolução de algumas equações. A segunda apresenta três problemas a se resolver e exige que sejam solucionados usando equação como recurso. Porém, assim como no bloco de atividades anterior, nenhum deles prescinde de equações para ter sua resposta encontrada. Para ilustrar a afirmação, escolheu-se um dos itens:

Atividade 29, item a (p. 132) Noemi tem certa quantia em um banco. Sua irmã Alícia tem R$ 500,00 a mais. Juntas, elas têm R$ 3000,00. Quanto tem Noemi?

Resolução por meio de equações:
Sendo x a quantidade de Noemi, sua irmã tem $x + 500$
Então:
$x + x + 500 = 3000$
$2x + 500 = 3000$
$2x = 3000 - 500$
$2x = 2500$
$x = \frac{2500}{2}$
$x = 1250$
Assim, Noemi tem R$ 1250,00.

Uma possível resolução aritmética:
Se Alícia não tivesse os R$ 500,00 a mais, elas teriam quantidades iguais e a soma seria 3000 – 500 = 2500.
A metade disso é 1250.
Assim, Noemi tem R$ 1250,00.

A página seguinte é dedicada a apresentar exemplos de resolução de equações com frações e parênteses. O exemplo de equação com fração escolhido é resolvido de duas maneiras pelo material (Figura 37) a primeira delas mais detalhada e a segunda, mais econômica ("processo prático"):


Exemplo 1: Vamos resolver a equação $3x + \frac{x}{4} = 26$.

1ª maneira

$3x + \frac{x}{4} = 26$

Multiplicamos ambos os membros por 4:

propriedade distributiva

$4 \cdot \left(3x + \frac{x}{4}\right) = 4 \cdot 26$

$4 \cdot 3x + 4 \cdot \frac{x}{4} = 104$

$12x + x = 104$

$13x = 104$

$x = \frac{104}{13}$

$x = 8$

Lembre-se:

$4 \cdot \frac{x}{4} = \frac{4x}{4} = 1x = x$

2ª maneira (processo prático)

$3x + \frac{x}{4} = 26$

$\frac{3x}{1} + \frac{x}{4} = \frac{26}{1}$ mmc(1, 4, 1) = 4

$\frac{12x}{4} + \frac{x}{4} = \frac{104}{4}$

Multiplicamos ambos os membros por 4 e eliminamos os denominadores:

$12x + x = 104$

$13x = 104$

$x = \frac{104}{13}$

$x = 8$

Figura 37 – Formas para resolver equações com fração – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 133

O bloco de atividades no fim da página contém três itens, sendo o primeiro deles de caráter técnico, pedindo a resolução de uma variedade de equações possuindo frações e/ou parênteses. Os dois últimos são problemas que propõem a descoberta de números a partir de um enunciado, como "Quando somam a mim minha metade, resulta 39. Quem sou eu?"

(atividade 31, item **a**, p. 133). Nessas atividades, o material não exige o uso de equações, sendo que os dois itens da atividade 31 apresentam resolução aritmética simples enquanto que a resolução da atividade 32 por essa via não é econômica.

Atividade 32 (p. 133) Calcule e faça a verificação. Qual é o número natural cujo triplo de seu antecessor é igual ao dobro de seu sucessor?

É provável que ao tentar resolver o problema acima sem o uso de equações, o aluno encontre a solução a partir de tentativas.

O próximo subitem do item 5 refere-se a situações-problema envolvendo equações de 1º grau com uma incógnita. Antes de propor as atividades, o livro não apresenta exemplos ou lista estratégias, apenas enuncia algumas dicas para facilitar as resoluções (Figura 38). Essas dicas sugerem o uso de equações na resolução de cada problema. O bloco de atividades correspondente a esse subitem é o maior bloco de todo o capítulo, contendo 22 atividades.

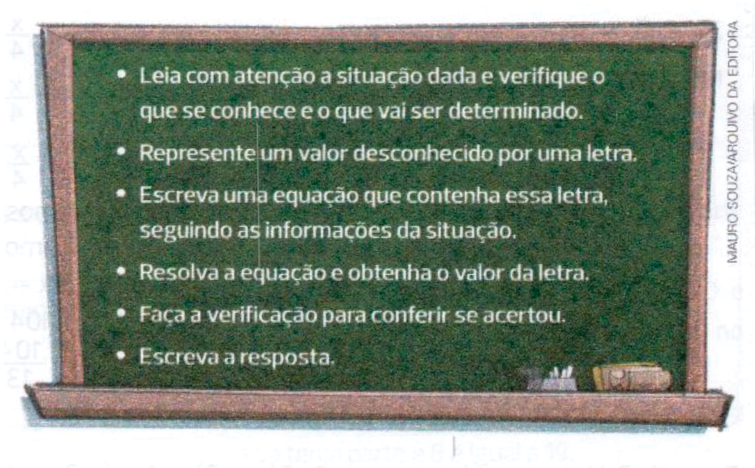


Figura 38 – Dicas para resolução de problemas – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 134

No primeiro e no terceiro problema propostos, o material pede para que a resolução seja feita de duas maneiras: sem usar equação e, em seguida, fazendo uso dela. Excetuando-se os itens 36 e 53, que são de caráter técnico, todas as demais são situações-problema a serem solucionadas. Apesar de o quadro de dicas já sugerir o uso de equações, ainda assim muitos problemas reforça o uso, exigindo a resolução pela via algébrica, mesmo situações de resolução aritmética simples. O quadro a seguir organiza essas informações.

Quadro 20 – Categorias das atividades presentes na seção “Exercícios e problemas”, p. 134 a 136 do capítulo 4 – livro do 7º ano – Coleção *Projeto Teláris*

Categoria	Atividades
Exercícios de caráter técnico	36, 54
Problemas que exigem o uso de equações	33, 34, 35, 37, 38,
Problemas que não exigem o uso de equações	41, 42, 44, 45, 46, 49, 50, 51, 52, 54
Problemas que não exigem, mas induzem o uso de equações	40, 43, 47, 48

O item 36, de caráter técnico, apresenta um exemplo de resolução de equações com frações de denominadores distintos e solicita que o mesmo seja feito nas equações seguintes. Também de caráter técnico, a atividade 54 apresenta uma equação literal – a equação $3(x - a) = x + 4 + 3a$ - e exige que se mostre que o valor de x, em função de a é $x = 3a + 2$. Não mostra exemplos de resolução de equações desse tipo nem no texto nem em outras atividades.

Os problemas do bloco, além de serem divididos segundo as características do quadro acima, podem também ser divididos entre aqueles que possuem fácil resolução aritmética e aqueles que não possuem:

Quadro 21 – Classificação[24] dos problemas presentes na seção “Exercícios e problemas”, p. 134 a 136 do capítulo 4 – livro do 7º ano – Coleção *Projeto Teláris* quanto à dificuldade de resolução aritmética

Categoria	Atividades
Problemas de fácil resolução aritmética	33, 34, 35, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 45, 46, 51, 54
Problemas de difícil resolução aritmética	40, 44, 47, 48, 49, 50, 52

Todos os itens da categoria “problemas de difícil resolução aritmética” podem ser resolvidos por tentativas, o que pode representar uma estratégia pouco econômica, a depender dos números envolvidos.

O último item do capítulo – item 6: “Uma aplicação de equação: geratriz de uma dízima periódica” – apresenta exemplos de como obter a fração geratriz de uma dízima periódica simples[25] fazendo uso de equações (Figura 39). Logo após os exemplos, enuncia o que chama de “regra prática”: “Escrever no numerador o número formado pela parte periódica e, no denominador, o número formado por tantos noves quantos forem os algarismos do numerador”. Os exercícios propostos são técnicos, cobrando a transformação

24 Para esse bloco de atividades, foi considerado pertinente essa classificação devido à grande quantidade de problemas, diferentemente de outros blocos desta e de outras coleções.
25 O livro define dízima periódica simples como sendo aquelas que a parte periódica inicia-se logo após a vírgula.

de frações em dízimas periódicas simples e vice-versa, sendo que na segunda situação, solicita o uso de equações em alguns itens e a regra prática em outros.

$$0{,}777\ldots = ? \left\{ \begin{aligned} x &= 0{,}777\ldots \\ 10x &= 7{,}777\ldots \\ 10x &= 7 + \underbrace{0{,}777\ldots}_{x} \\ 10x &= 7 + x \\ 10x - x &= 7 \\ 9x &= 7 \\ x &= \frac{7}{9} \end{aligned} \right.$$

Então, $0{,}777\ldots = \frac{7}{9}$.

$$0{,}131313\ldots = ? \left\{ \begin{aligned} x &= 0{,}131313\ldots \\ 100x &= 13{,}131313\ldots \\ 100x &= 13 + \underbrace{0{,}131313\ldots}_{x} \\ 100x &= 13 + x \\ 100x - x &= 13 \\ 99x &= 13 \\ x &= \frac{13}{99} \end{aligned} \right.$$

Logo, $0{,}131313\ldots = \frac{13}{99}$.

Figura 39 – Obtenção de frações geratriz de dízimas periódicas simples por meio de equações – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 137

Quando avança para as dízimas periódicas compostas[26], o livro exemplifica o processo de obtenção de fração geratriz fazendo uso de dízimas periódicas simples (regra prática) e de equações (Figura 40). Os exercícios mantêm-se no foco técnico, versando sobre a obtenção da geratriz em exercícios variados.

$$0{,}25555\ldots = ? \left\{ \begin{aligned} x &= 0{,}25555\ldots \\ 10x &= 2{,}555\ldots \\ 10x &= 2 + \underbrace{0{,}555\ldots}_{\frac{5}{9}} \\ 10x &= 2 + \frac{5}{9} \\ 90x &= 18 + 5 \\ 90x &= 23 \\ x &= \frac{23}{90} \end{aligned} \right.$$

Então, $0{,}25555\ldots = \frac{23}{90}$.

$$0{,}31222\ldots = ? \left\{ \begin{aligned} x &= 0{,}31222\ldots \\ 100x &= 31{,}222\ldots \\ 100x &= 31 + \underbrace{0{,}222\ldots}_{\frac{2}{9}} \\ 100x &= 31 + \frac{2}{9} \\ 900x &= 279 + 2 \\ 900x &= 281 \\ x &= \frac{281}{900} \end{aligned} \right.$$

Logo, $0{,}31222\ldots = \frac{281}{900}$.

Figura 40 – Obtenção de frações geratriz de dízimas periódicas compostas por meio de equações – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 138

A finalização do capítulo passa por algumas seções no material. A primeira delas corresponde à seção "Leitura", que apresenta a diferença entre as escalas Celsius e Fahrenheit, inclusive explorando a fórmula que permite mudar de uma escala para outra. Como atividades, propõe o uso da fórmula nessas transformações, o que recai em equações

[26] Quando, após a vírgula, incialmente aparece uma parte ainda não periódica.

em algumas situações. A próxima seção é a "Tratamento da informação", cujo tema explorado – pictrogramas – não se relaciona com o campo algébrico. A seção "Outros contextos" apresenta duas situações cotidianas, por meio de tabelas, e solicita a representação algébrica das situações e, em seguida, o valor desconhecido em questão, exceto a última atividade, proposta para ser realizada em duplas, que apresenta o método egípcio para resolver equações (Figura 41) por meio de um exemplo – "Qual é o valor de *aha*[27] sabendo que *aha* mais um sétimo de *aha* dá 19?". Depois do exemplo, convida as duplas a resolverem, usando o mesmo método, o problema "A idade de Beto mais outro tanto como ela, mais metade dela, mais a terça parte dela e mais a quarta parte dela dá o resultado 148. Qual é a idade de Beto?".

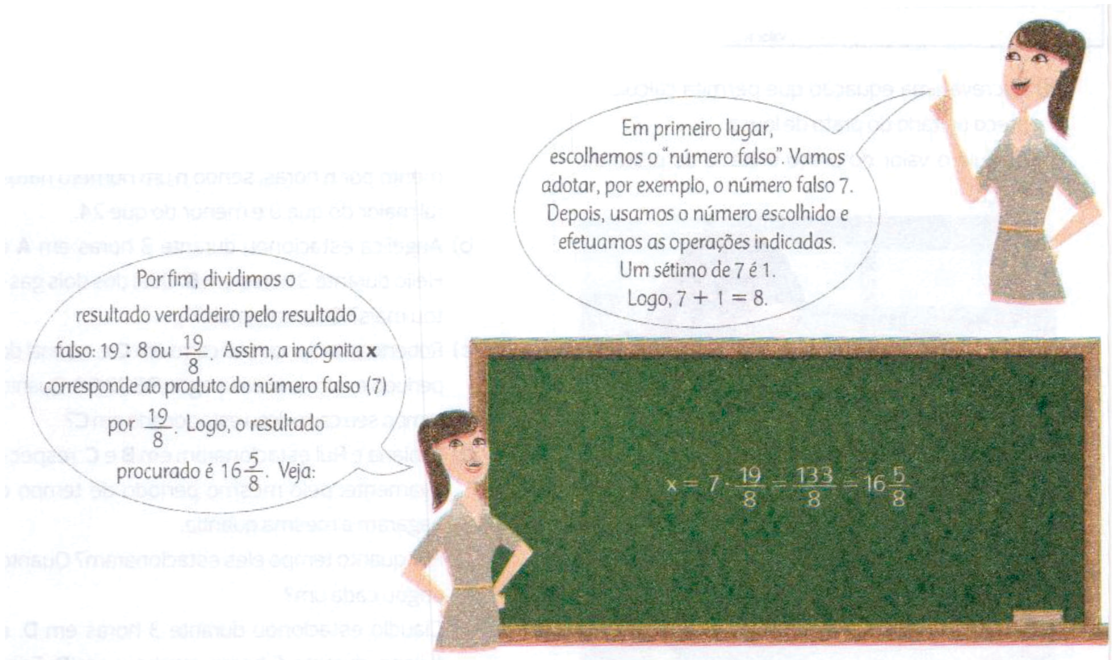


Figura 41 – Resolução de problema pelo método egípcio – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 142

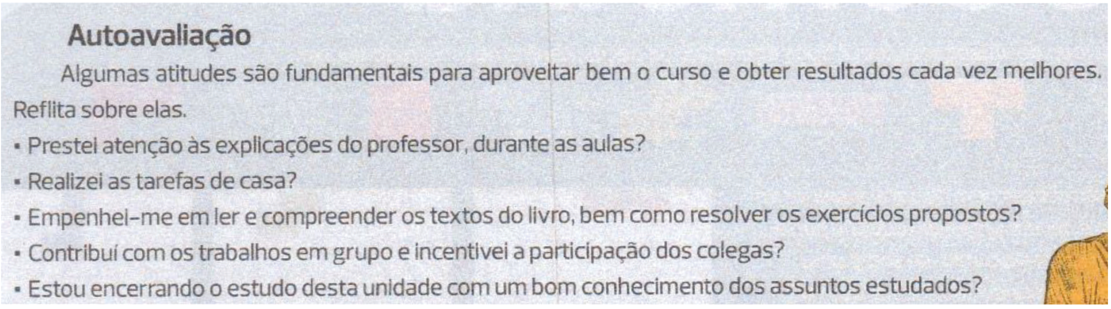
A última seção do capítulo - "Revisão cumulativa" – contém nove atividades, sendo algumas delas de múltipla escolha. Com exceção da primeira delas, sobre vista superior de um prisma, todas as demais envolvem conceitos e usos de expressões ou equações, podendo ser classificadas de acordo com o quadro seguinte.

[27] O livro afirma que aha é o nome dado às incógnitas em problemas encontrados no papiro de Rhind.

Quadro 22 – Categorias das atividades[28] presentes na seção "Revisão cumulativa", p. 143 do capítulo 4 – livro do 7º ano – Coleção *Projeto Teláris*

Categoria	Atividades
Resolução de equações	2, 6, 7
Tradução para linguagem algébrica	3, 4
Resolução de problemas	5, 9
Dízima periódica	8

Após o fechamento do capítulo, encontra-se a seção "Ponto de chegada", que encerra a unidade. Ela contém um texto sobre a história da álgebra e propõe uma reflexão sobre ele a partir de três atividades. O tópico "Verifique o que estudou" da seção divide as atividades entre os capítulos 3 e 4, que compõem a unidade. No que se refere ao capítulo 4, as quatro atividades exigem a criação de expressões ou problemas, como, por exemplo, a proposta "Invente e resolva uma equação do 1º grau com uma incógnita cuja solução seja -5." Por fim, o item "Autoavaliação" refere-se aos procedimentos dos alunos ao longo do estudo dos temas da unidade (Figura 42).



Autoavaliação

Algumas atitudes são fundamentais para aproveitar bem o curso e obter resultados cada vez melhores. Reflita sobre elas.

- Prestei atenção às explicações do professor, durante as aulas?
- Realizei as tarefas de casa?
- Empenhei-me em ler e compreender os textos do livro, bem como resolver os exercícios propostos?
- Contribuí com os trabalhos em grupo e incentivei a participação dos colegas?
- Estou encerrando o estudo desta unidade com um bom conhecimento dos assuntos estudados?

Figura 42 – Autoavaliação – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 145

5.3.3 Situações algébricas anteriores ao conteúdo explícito

Ao realizar a leitura do volume 6 e dos capítulos anteriores ao capítulo 4 do volume 7, percebeu-se que o campo algébrico de maneira implícita é abordado desde esse livro na coleção, predominantemente em atividades, mas também presentes nos textos, muitas vezes na forma de convite para reflexão, em geral em situações de observação de regularidades (Figura 43).

[28] Exceto atividade 1, que não diz respeito ao campo algébrico

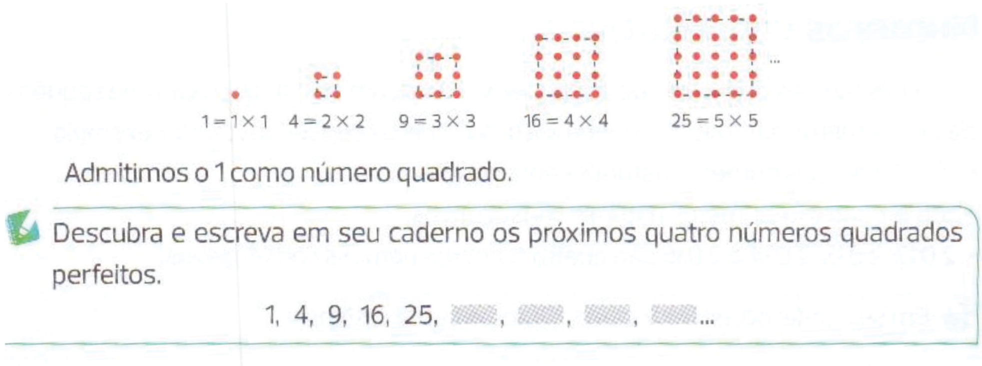


Figura 43 – Sequência de números quadrados – Volume 6 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 26

Referente ao volume destinado ao 6º ano, as atividades exploram situações diversas que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico e pertencem a uma das categorias abaixo:

- Sequência numérica: atividade que apresenta uma sequência e solicita o próximo termo (ou próximos termos). Pode apresentar uma representação geométrica, mas normalmente não apresenta. Não propõe a explicitação do padrão que forma a sequência. Um exemplo é ilustrado pela Figura 44:

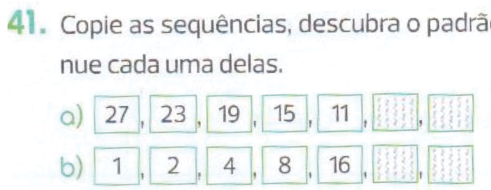
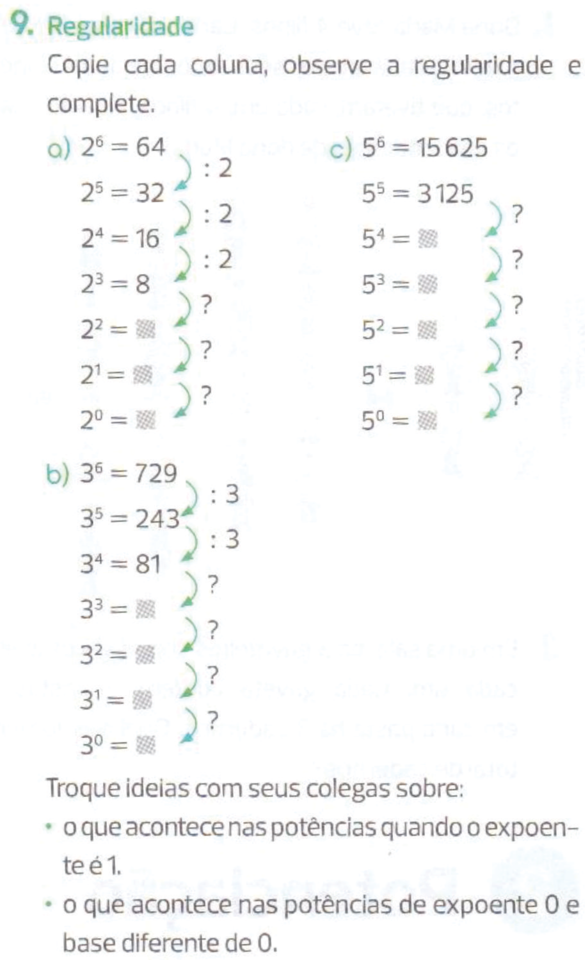


Figura 44 – Exemplo de atividade de sequência numérica – Volume 6 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 27

- Regularidade: atividade que propõe a observação e explicação de padrões em alguma situação anunciada. Sobre essa categoria, chama a atenção a existência de atividades que o próprio material anuncia, antes da proposta, ser uma atividade de "regularidade" (Figura 45). Entretanto, a maioria dos itens dessa categoria propõe a observação de padrões no enunciado (Figura 46).



9. Regularidade

Copie cada coluna, observe a regularidade e complete.

a) $2^6 = 64$) : 2
$2^5 = 32$) : 2
$2^4 = 16$) : 2
$2^3 = 8$) ?
$2^2 =$ ▒) ?
$2^1 =$ ▒) ?
$2^0 =$ ▒

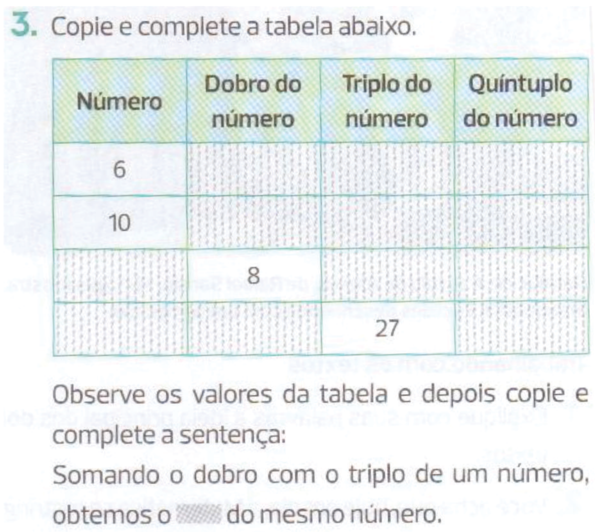
c) $5^6 = 15\,625$
$5^5 = 3\,125$) ?
$5^4 =$ ▒) ?
$5^3 =$ ▒) ?
$5^2 =$ ▒) ?
$5^1 =$ ▒) ?
$5^0 =$ ▒

b) $3^6 = 729$) : 3
$3^5 = 243$) : 3
$3^4 = 81$) ?
$3^3 =$ ▒) ?
$3^2 =$ ▒) ?
$3^1 =$ ▒) ?
$3^0 =$ ▒

Troque ideias com seus colegas sobre:

- o que acontece nas potências quando o expoente é 1.
- o que acontece nas potências de expoente 0 e base diferente de 0.

Figura 45 – Exemplo de atividade de regularidade – Volume 6 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 108



3. Copie e complete a tabela abaixo.

Número	Dobro do número	Triplo do número	Quíntuplo do número
6			
10			
	8		
		27	

Observe os valores da tabela e depois copie e complete a sentença:

Somando o dobro com o triplo de um número, obtemos o ▒ do mesmo número.

Figura 46 – Exemplo de atividade de regularidade – Volume 6 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 101

- Generalização: atividade que favorece a descrição de regularidades.
- Operação inversa: atividade direta ou situação-problema que exige a ideia de operação inversa como recurso.
- Problemas usualmente resolvidos por meio de equações: são atividades que, após a apresentação das equações, são frequentes nas seções de resolução de problemas para aplicação delas. Um exemplo é o problema "Com o número de pessoas que já chegaram para uma reunião, estão sobrando 4 cadeiras, mas se o número de pessoas dobrar ficarão faltando 7 cadeiras. Calcule quantas pessoas já chegaram e quantas são as cadeiras." (p. 251)

O que chama a atenção em algumas atividades propostas é o convite para que sejam realizadas em duplas ou em equipe (Figura 47). Referente ao campo algébrico, alguns exercícios específicos recebem um título que sugerem a habilidade a ser explorada no desenvolvimento dele. Além do título "regularidade" descrito acima, há também o título "generalizações", correspondente a uma única atividade (Figura 48) e o título "levantamento de hipóteses".

65. Atividade em equipe

O que você e seus colegas podem observar em relação ao número de lados, de vértices e de ângulos internos de um polígono?

Figura 47 – Exemplo de atividade em equipe– Volume 6 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 89

51. Generalizações

Os múltiplos de 5 são obtidos fazendo:

$$\underbrace{5 \cdot 0}_{0}, \underbrace{5 \cdot 1}_{5}, \underbrace{5 \cdot 2}_{10}, \underbrace{5 \cdot 3}_{15},$$

e assim por diante.

Se **n** representa um número natural qualquer, podemos indicar os *múltiplos de 5* por **5 · n**, que é uma *generalização* ou uma forma geral de indicar os múltiplos de 5.

Como podemos indicar:

a) os múltiplos de 6?

b) os múltiplos de 8?

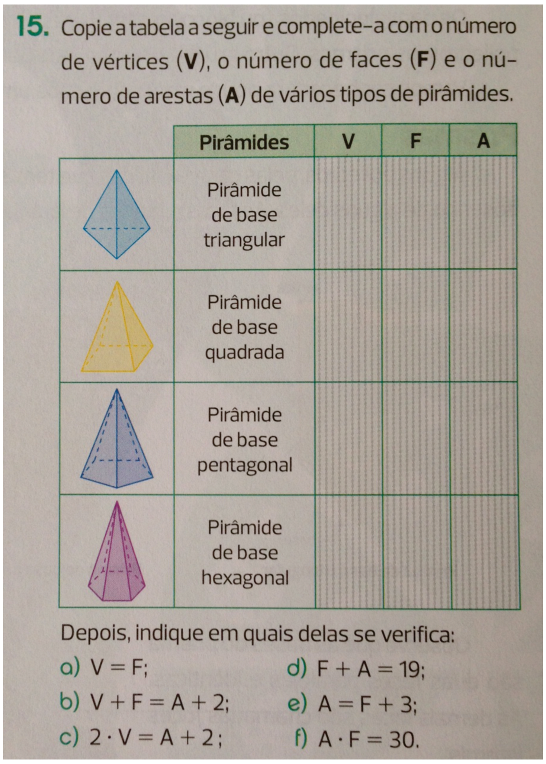
c) os múltiplos de 11?

d) os múltiplos de 15?

Figura 48 – Exemplo de atividade de generalização– Volume 6 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 139

A Figura 48 acima ilustra a única atividade que propõe que os alunos escrevam em linguagem algébrica um padrão observado.

Outras situações envolvendo o campo algébrico dizem respeito ao uso de símbolos para representar variáveis ou incógnitas. No volume 6, usa-se com frequência o símbolo “?” ou um quadrado cinza para representar valores ou algarismos desconhecidos que aparecem em atividades. O uso de letras, além da nomeação de ponto, reta ou plano, é pouco frequente, resumindo-se a três situações: a primeira delas, que representa o primeiro uso de letras como variável na obra, é na página 52, em que, após apresentar a relação entre dividendo (D), divisor (d), quociente (q) e resto (r) na divisão, faz-se uso da linguagem matemática para expressá-la: $q \cdot d + r = D$.. A segunda situação aparece em forma de atividade (Figura 49, p. 72). Já a terceira corresponde às fórmulas de área abordadas no volume (retângulo, quadrado, triângulo, trapézio e losango), todas expressas em linguagem matemática.



15. Copie a tabela a seguir e complete-a com o número de vértices (**V**), o número de faces (**F**) e o número de arestas (**A**) de vários tipos de pirâmides.

	Pirâmides	V	F	A
	Pirâmide de base triangular			
	Pirâmide de base quadrada			
	Pirâmide de base pentagonal			
	Pirâmide de base hexagonal			

Depois, indique em quais delas se verifica:

a) $V = F$;
b) $V + F = A + 2$;
c) $2 \cdot V = A + 2$;
d) $F + A = 19$;
e) $A = F + 3$;
f) $A \cdot F = 30$.

Figura 49 – Atividade que exige uso de letras – Volume 6 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 72

Os três primeiros capítulos do volume 7 também apresentam atividades variadas pertencentes às categorias listadas acima e outras atividades pertencentes a uma nova categoria: atividades com representação algébrica. Nessa nova categoria, estão aquelas atividades de determinação de valor numérico de expressões algébricas – exemplo na Figura

50 – e também que solicitam que o valor desconhecido em uma equação seja encontrado – exemplo na Figura 51. Essas últimas apresentando inclusive equações de 2º grau, exponenciais e modulares.

81. Se $x = -4$, $y = -6$ e $z = +12$, calcule:

a) $x + y$ c) $z : y$ e) $z - y$

b) $(-3) \cdot x$ d) $y - z$ f) $\frac{y}{3}$

Figura 50 – Exemplo de atividade de valor numérico – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 72

43. Determine o valor de **x** e **y**. Considere que **x** e **y** são números naturais.

a) $2^x \cdot 2^2 \cdot 2^3 = 2^9$

b) $(-3)^y \cdot (-3)^y \cdot (-3) = (-3)^3$

c) $2^x \cdot 2^y = 2^5$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^9$

Figura 51 – Exemplo de atividade de determinação de valor desconhecido – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 99

Uma situação presente no volume 7 que merece destaque é a justificativa para a generalização $a^0 = 1$, com a diferente de zero (Figura 52). É a primeira vez que a obra usa uma demonstração algébrica para justificar uma propriedade. Ademais, no livro referente ao 7º ano, mantém-se o que foi observado no livro de 6º: além de atividades, o texto convida a observar padrões e apresenta regularidades, entretanto, no volume 7 faz uso mais frequente da representação algébrica para anunciá-los.

Leitura

Justificando por que $a^0 = 1$ para $a \neq 0$

Podemos usar uma das propriedades da potenciação para justificar que $a^0 = 1$, com **a** racional e $a \neq 0$.

Se **a** é um número racional diferente de zero e **n** é um número natural, então:

$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$ Ⓘ

Mas, como todo número racional diferente de zero dividido por ele mesmo dá 1, podemos escrever:

$a^n : a^n = 1$ Ⓘⓘ

Comparando as igualdades Ⓘ e Ⓘⓘ, concluímos que:

$a^0 = 1$, para $a \neq 0$

Figura 52 – Demonstração algébrica – Volume 7 – Coleção *Projeto Teláris – Matemática*, p. 102

5.3.4 Discussão sobre aspectos algébricos da coleção

As características descritas no item anterior mostram que, diferentemente do que foi sinalizado pelo Guia de livros didáticos do PNLD 2014, que considera que a álgebra é abordada apenas a partir do 7º ano, o campo algébrico é trabalhado na coleção desde o primeiro volume, não abordando conteúdos explícitos, mas explorando situações de observação de padrão e generalização, sem focar na linguagem algébrica.

Com um enfoque divergente das duas coleções já analisadas, a presença do campo algébrico no material voltado para o 6º ano está mais próxima do que a literatura considera como favorável ao desenvolvimento do pensamento algébrico e da construção de sentido para a álgebra escolar. Isso ocorre porque o material apresenta uma diversidade de atividades que propõe a observação de regularidades além de convites para refletir sobre padrões e generalizações em meio aos textos em que explora e apresenta os conceitos. Além disso, o volume 6 faz pouco uso da linguagem algébrica para expressar generalizações de propriedades numéricas ou geométricas. Salvas as situações em que apresenta fórmulas de área dos polígonos, já no final do livro, e uma ou outra atividade que conduz o processo de generalização para uma representação em linguagem matemática (em forma de atividade de múltipla escolha), todas as conclusões acerca de regularidades observadas são enunciadas por meio da linguagem usual. As generalizações via linguagem algébrica são reservadas para algumas situações do volume 7, mesmo antes da álgebra ser formalmente apresentada pelo material.

Os símbolos usados para representar valores ou algarismos desconhecidos se resumiram à "?" e ao quadrado cinza em praticamente todas as situações constantes no volume de 6º ano. Isso demonstra cautela para explorar o conceito de incógnita, iniciando sua representação pela linguagem usual, gradativamente substituindo-a por símbolos comuns (interrogação e quadrado), avançando para as letras, normalmente utilizadas para representações algébricas de variáveis. Por outro lado, não se deixou de fazer uso da linguagem matemática no volume 6 e nos primeiros capítulos do volume 7. Apesar de uma presença mais frequente no 7º ano, as poucas situações em que se fez uso de letras no 6º ano foram para representação de variáveis e não de incógnitas. Já nos referidos capítulos do volume 7, a letra passa a ser usada com mais frequência como variável e também como incógnita, inclusive em atividades que envolvem equações, mas que a expectativa é que sejam resolvidas usando operação inversa como recurso – mesmo porque diversas das equações são de 2º grau, ou modulares ou exponenciais, temas normalmente não abordados de maneira formal no início do Ensino Fundamental II. Isso combina com o que afirmam Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), sobre ser prejudicial para o processo de construção do campo algébrico a apresentação precoce dos símbolos que orientam a linguagem algébrica, mas que, ao mesmo tempo, é igualmente prejudicial não apresentá-la em momento algum.

As atividades que conduzem a observação de padrões e generalizações merecem destaque, pois, além de demonstrar preocupação em oferecer espaço para que a álgebra seja introduzida por essa via, garantem que as habilidades referentes à perceber regularidades e expressar generalizações sejam trabalhadas, mostrando que existe um cuidado em oferecer ao aluno a possibilidade de dominar essas habilidades, não deixando a escolha – ou possibilidade – de adaptar outras atividades propostas no material para explorá-las. Essa abordagem vai ao encontro do que afirma Zuniga (2007), sobre o foco do livro didático ser, antes de qualquer coisa, a formação do aluno. Quando se garante a presença de aspectos como esses em um material que, de acordo com Choppin (2002), Bittencourt (2008), Mantovani (2009) e Silva (2010), tem impactos marcantes em sala de aula, por muitas vezes orientando currículo e metodologia, já se deixa de depender, pelo menos um pouco, da condução dada pelo professor, o que, segundo Lajolo (1996) e Munakata (1997), é de grande relevância no bom uso do livro didático.

A proposta de atividades em duplas ou equipes relacionadas às regularidades e generalizações são potentes por possibilitar a troca pelo menos entre os membros dessa dupla ou equipe. Compartilhar o que se observou, formular hipóteses, enunciá-las e discutir e argumentar sobre elas para se estabelecer um consenso a respeito dos aspectos estudados, facilitando a compreensão de novos conceitos relacionados à álgebra (PAPINI, 2003). A obra demonstra preocupação com essa prática, tanto que explicita em algumas atividades a habilidade envolvida, classificando-as em “regularidade”, “generalizações” ou “levantando hipóteses” antes de enunciar a proposta.

Chama a atenção a escolha por demonstrar uma propriedade numérica pela via algébrica sem que a linguagem algébrica tenha sido cuidadosamente formalizada pela obra. Ao buscar justificar que todo número diferente de zero resulta em 1, a coleção lança mão de estratégias algébricas que, para um leitor fluente nessa linguagem, parecem ser elementares, porém, para um estudante que não teve contato formal com ela, pode ser um gatilho para passar a negar a álgebra e seus múltiplos usos. Portanto, avalia-se como precipitada a escolha por esse caminho de demonstração, ainda mais considerando que a propriedade foi sistematizada após a observação de regularidades em sequências de exploração de potências de mesma base.

Ao focar nas atividades do volume 6 e dos três primeiros capítulos do volume 7 pertencentes à categoria “Problemas usualmente resolvidos por meio de equações”, faz-se relevante mencionar que representam problemas que podem ser resolvidos usando apenas estratégias aritméticas, mas que, por outro lado, apresentam uma resolução via equações bastante econômica. Tanto que, em sua maioria, podem ser considerados problemas “clássicos” para aplicação da resolução de equações. Esses problemas são importantes já que permitem a discussão de estratégias utilizadas para a solução e, mais do que isso, podem ser retomados no momento em que a álgebra passa a ser formalizada.

De maneira geral, antes de apresentar formalmente o campo algébrico, a obra apresenta situações em forma de texto ou de atividades que exploram especialmente as ideias de generalização, o que, segundo Sessa (2005), Papini (2003), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) é uma boa via de entrada para se explorar a álgebra, colaborando para maior atribuição de sentido ao conceito de variável. Por outro lado, essas situações são frequentes, se comparadas com as outras duas coleções avaliadas, mas não representam uma característica central da obra, como inclusive mencionou o Guia de livros didáticos do PNLD 2014. Além disso, elas permitem uma sistematização pontual e estão a serviço da construção de outros conceitos, como as propriedades de potência ou regularidades referentes à divisão de números naturais, por exemplo, mas não levam a sistematizações mais consistentes referentes ao próprio conceito de variável. Tanto que, analisando as características do primeiro capítulo explicitamente algébrico da coleção, tem-se que ele se inicia a partir das expressões algébricas, usando como recurso as “máquinas de números” e sem fazer referência a nenhuma de tantas situações anteriores já abordadas pelo material ou mesmo abordar de maneira mais sistemática situações de observação de padrões ou regularidades. É compreensível que se tenha escolhido não usar situações referentes ao volume 6, que correspondem a outro ano letivo, entretanto, os primeiros capítulos do volume 7 apresentam situações bastante pertinentes e que poderiam combinar com a intenção de se explorar “letras no lugar de número”. Como é feito, a impressão que fica é de que é a primeira vez que símbolos – letras – serão usados para expressar algo genérico, já que não se faz questão de se referir a situações anteriores.

Avançando às questões que se referem especificamente no capítulo 4 – “Equações de 1º grau com uma incógnita” do volume 7, é importante lembrar que ele faz parte da unidade 2 do mesmo volume, de título “Números racionais e introdução à álgebra”. Como descrito, a unidade é iniciada pela seção “Ponto de partida”, que apresenta características sobre moedas em circulação (valor e medidas), tema pertinente para se explorar ideias elementares e introdutórias referentes aos números racionais, como feito nas primeiras questões que sequenciam as informações apresentadas. Porém, não é um assunto de fácil relação com a parte “introdução à álgebra” da unidade. Tanto que a pergunta 5 - “Caio tem x livros, dos quais irá doar 30. Se essa quantidade equivale à metade dos livros mais 6, quantos livros ele tem?” – nada tem a ver com as moedas que representam o tema central da seção e, mais do que isso, passa a sensação de ter sido incluída na lista de questões apenas para que existisse algo referente também à segunda parte da unidade. Para além do fato de se incluir uma pergunta desconectada da situação inicial, tem-se o agravante de se referir à quantidade de total de livros de Caio pela letra x. Considera esse ponto como um aspecto negativo pois isso representaria uma indução ao uso da letra x na resolução em um momento da trajetória algébrica do aluno em que ele não domina essa linguagem. Cabe lembrar o que Panossian e Moura (2008) afirmam sobre o cuidado que se tem que tomar ao introduzir a álgebra escolar, já que é preciso construir um sentido para ela ao mesmo tempo em que sua linguagem é construída.

Apesar de ignorar uma diversidade de situações anteriores, ao explorar as expressões algébricas pelas “máquinas de fazer números”, a obra explora ideias iniciais que vão além da passagem da linguagem usual para a algébrica: aborda o valor numérico e até mesmo as equações, já que algumas atividades resultam nelas. É claro que a resolução dessas atividades não exige que essas equações sejam resolvidas com domínio na técnica, ficando implícito que o aluno deve resolver da maneira que conseguir, sendo que o mais provável é que lance mão das ideias de operações inversas. Um aspecto positivo das atividades é que além da tradução “linguagem verbal para linguagem algébrica” algumas delas solicitam justamente o contrário, sendo necessário saber interpretar os significados das variáveis ali representadas.

É interessante o cuidado de explorar situações simples de elementos desconhecidos, por meio de atividades que incluem inclusive charadas, antes de explorar formalmente as equações. Nesse momento, ao usar o problema para traduzir da linguagem usual para equações, escolhe um problema bastante elementar e, apesar de mencionar que cada um pode fazer do modo como achar mais conveniente, apresenta uma resolução fazendo uso de letras para representar a incógnita em uma situação que não justifica seu uso. Pode-se considerar que escolher um problema tão elementar se dá pela cautela de explorar a linguagem algébrica a partir de situações bastante simples para avançar até as mais complexas, entretanto, esbarra-se mais uma vez na importância do sentido do novo conceito: se ele se demonstra tão dispensável, como o aluno pode construir esse sentido? Sessa (2005) considera esse um dos pontos relevantes para o fracasso no domínio da álgebra escolar.

Por outro lado, o material busca valorizar outras estratégias de resolução de problemas além do uso de equações, inclusive apresentando por meio de exemplo uma forma de registrar as etapas de uma resolução estritamente aritmética. Além da apresentação por meio de exemplos, no bloco de atividades de resolução de problemas, contendo 22 situações, a obra solicita duas formas de se resolver algumas delas: usando equações e sem usar equações, com a intenção clara de possibilitar a comparação de estratégias.

Merece atenção a abordagem escolhida para apresentar técnicas de resolução de equações de 1º grau com uma incógnita. Inicialmente, menciona que será feito o uso de operações inversas, mas, na verdade, faz-se uso dos princípios aditivo e multiplicativo, enunciando-os a cada exemplo. Após um bloco de atividades é que de fato se utiliza das operações inversas em novos exemplos e, depois disso, recorre às situações de balanças em equilíbrio. A pergunta que fica é qual o sentido de se usar as balanças sendo que os princípios aditivo e multiplicativo, de passível justificativa pela balança, já foram apresentados e justificados de outro modo? A impressão passada é de uso de um recurso frequente no tema – tanto que esteve presente nas duas coleções anteriores – para não destoar de outras obras.

Voltando ao bloco de atividades contendo uma diversidade de situações-problema, é importante destacar que, apesar de muitas delas possuírem uma resolução aritmética elementar, outras representam problemas interessantes para justificar o uso de equações e suas estratégias de resolução, pois muitos deles podem ser resolvidos por tentativa e erro, o que dificilmente representa um caminho econômico.

Ao explorar os dois últimos volumes da coleção, encontra-se um grande concentração de temas com foco técnico no livro voltado para o 8º ano. Além disso, as abordagens mantém o tom dado à álgebra desde o volume 7: apresenta-se exemplos, em geral pautados em alguma situação-problema, e, em seguida, propõe-se atividades.

Por fim, de maneira sintética, considera-se que, apesar da potência de certos problemas propostos e de aproveitar oportunidades de explorar as generalizações nas mais diversas situações numéricas ou geométricas ao longo do volume 6 e nos primeiros capítulos do volume 7, quando passa a formalizar a álgebra a obra acaba se aproximando do clássico "uso de exemplos seguidos de atividades", aspecto esse destacado pelo Guia de livros didáticos do PNLD 2014. As generalizações, tão potentes para justificar as expressões numéricas, fórmulas e cálculo algébrico, dão lugar a um excesso de técnicas, com poucas oportunidades de apresentar um caminho diferente ou discutir caminhos apresentados. Desse modo, tem-se mais uma coleção se dirigindo para um local distante do considerado ideal pela literatura.

5.4 Comparação entre as coleções

Para finalizar a discussão, seguir-se-á uma comparação entre características principais das três coleções analisadas, a começar pelo primeiro item explicitamente algébrico abordado por elas:

Quadro 23: Primeiro conteúdo explicitamente algébrico das três coleções

Coleção	Coleção 1 Praticando matem ética – edição renovada	Coleção 2 Vontade de saber matemática	Coleção 3 Projeto Teláris – matemática
Conteúdo	Equações	Expressões algébricas	Expressões algébricas
Volume	7	7	7

O quadro acima mostra que todas as coleções analisadas iniciam a abordagem formal da álgebra a partir do livro correspondente ao 7º ano. As coleções 2 e 3, apesar de explorar as expressões algébricas antes das equações, dedicam pouco espaço a esse tema, com a intenção de incentivar o uso de letras para representar situações e iniciar as equações garantindo alguma familiaridade na tradução da linguagem usual para a linguagem algébrica. Essa estratégia em teoria interessante, acaba apresentando um sentido esvaziado, por, na coleção 2, explorar o tema de forma muito técnica e, na coleção 3, dedicar um espaço curto demais a ele, dificilmente garantindo a atribuição de sentido à ideia de variável, intrínseca ao assunto.

Todas as coleções analisadas apresentam aspectos do campo algébrico desde o volume 6, apesar de o Guia de livros didáticos do PNLD 2014 reconhecer essa presença no livro destinado ao 6º ano apenas na coleção 1. Entretanto, cada coleção aborda de maneira diferente o campo algébrico nesse volume. A coleção 1 faz uso da linguagem matemática para representar generalizações em forma de texto, passando a impressão de que essa é uma linguagem natural e familiar ao aluno. Além disso, essa coleção propõe atividades que, se bem aproveitadas, podem favorecer o desenvolvimento do campo algébrico, porém, as propostas em si não garantem esse favorecimento, uma vez que são situações isoladas pertencentes a um bloco de atividades com propostas variadas, ficando, assim, a critério do professor que faz uso do material, torná-las atividades potentes. Sobre esse aspecto, a literatura considera que o bom uso de qualquer livro didático depende do professor, mas, por outro lado, o compromisso do livro é com o aluno, de modo que ele deveria garantir o desenvolvimento de habilidades diversas no processo de formação deles, que os tornam bastante dependentes dos livros didáticos (LAJOLO, 1996; MUNAKATA, 1997; MANTOVANI, 2009).

Já a coleção 2 faz um uso menos frequente e mais cuidadoso de símbolos para representar algarismos ou números desconhecidos. Além disso, propõe poucas atividades que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico, em geral relacionadas às sequências numéricas e ao uso das operações inversas. Todas as situações que permitem uma abordagem na qual os alunos podem fazer parte da construção de generalizações a partir da observação de características e regularidades são enunciadas nos textos de apoio e majoritariamente sem a tentativa de ao menos mostrar ou ilustrar esses padrões que poderiam contribuir para a compreensão do novo conceito.

Por fim, a coleção 3 é a que mais apresenta propostas de reflexão acerca de regularidades e generalizações ao longo do volume 6. Em diversas situações, escolhe não apresentar uma propriedade numérica, propondo que ela seja explorada por meio de atividade ou faz um convite para uma observação seguida de questionamentos ao longo do texto que permitem sistematizar uma conclusão, o que combina com o que Lins e Gimenez (1997) nomeiam de atividade algébrica. Em algumas atividades, usa títulos como “Regularidades”, “Generalização” ou “Levantamento de hipóteses” para classificar aqueles itens que favorecem o desenvolvimento dessas habilidades. Além disso, é a única das três obras que propõe atividades em duplas ou equipe em situações em que a discussão possibilita fazer conclusões e sistematizações à respeito de padrões, o que é considerado por Papini (2003) uma condição para o sucesso no ensino e na aprendizagem da álgebra. Sobre o uso de letras para representar variáveis e incógnitas, o material se demonstra cauteloso, preferindo usar formas geométricas ou a interrogação nos esquemas e exemplos apresentados. Porém, todas as situações estão a serviço de explorar um conceito não algébrico, não se direcionando para uma sistematização nesse campo.

Nos livros referentes ao 7º ano, nos capítulos que antecedem a primeira abordagem do campo algébrico nas coleções, também há a presença da álgebra em todas elas. De maneira geral, todas elas mantém o tom assumido no volume 6. Merece destaque a escolha por abordar a proporcionalidade por meio da regra de três na coleção 1, que faz uso de equações para finalizar as resoluções antes mesmo de explorar o tema formalmente e, mais do que isso, não faz referência a esse uso quando passa a abordar as equações em um capítulo posterior. Outro destaque se dá para a coleção 3, que passa a fazer uso mais frequente da linguagem algébrica nesses primeiro capítulos, tanto em atividades quanto nos textos. Essa coleção propõe, inclusive, que sejam descobertos valores desconhecidos de equações antes de explorá-las, provavelmente esperando uma resolução via operação inversa. Esse tipo de proposta pode ser importante para discutir e justificar as equações, mas, nesse caso, depende do modo como o professor a explora, uma vez que o material não garante essa discussão.

Adentrando nos temas explicitamente algébricos, a coleção 1 dedica apenas uma página às expressões algébricas para representar generalizações antes de iniciar as equações de fato. Dessa forma, o tema é meramente apresentado, sem a possibilidade de exploração por parte dos alunos. A abordagem que cada coleção dá à linguagem algébrica via expressões é particular: a coleção 3 explora a ideia a partir das "máquinas de números" e permite uma maior reflexão dos alunos desde questionamentos em meio ao texto até as atividades. Quando aborda o cálculo algébrico, utiliza-se de situações aritméticas e exemplos algébricos. Merecem destaque atividades que cobram também que se interprete o significado das variáveis, não se limitando ao "escreva em linguagem algébrica", diferentemente da coleção 2, que propõe diversas atividades que exigem que a linguagem usual seja traduzida para a linguagem algébrica. A mesma coleção 2 faz uso de exemplos para justificar equivalência entre as expressões. A coleção aborda o cálculo algébrico apenas em situações de equações equivalentes, por não explorar um item referente às expressões algébricas antes de apresentar as equações. Nenhuma coleção explora e justifica o cálculo algébrico do modo como Sessa (2005) aponta ser o ideal para atribuição de sentido: por meio de generalizações expressas em linguagem matemática pelos próprios alunos, a partir de situações de regularidade que permitam mais de uma forma de se fazer a tradução da linguagem verbal para a linguagem matemática.

Especificamente sobre as equações, as três coleções dedicam bastante espaço para explorar o tema. As expressões algébricas, consideradas o primeiro conteúdo explicitamente algébrico das coleções 2 e 3, parecem ser apenas um gatilho inicial para exemplificar de que maneira se traduz uma situação da linguagem usual para a linguagem algébrica. As três obras, apesar de lançarem mão de situações-problema para escrever e resolver equações, fazem uso demasiado da dupla "exemplos + atividades". Pouco ou nada se permite em termos de liberdade de se buscar estratégias para resolver equações ou os problemas nas quais elas se baseiam. Com exceção de situações presentes em capítulos anteriores na coleção 2, em que se apresentam equações e exige-se que o valor desconhecido seja descoberto. Entretanto, já foi considerado que essas situações não garantem discussão sobre estratégia, estando isso condicionado à abordagem do professor.

O que se percebe em todas as obras analisadas é que, ao abordar as equações, os autores escolheram o caminho que inicia-se em apresentar formas de resolução para, em seguida, mostrar seu uso para resolver problemas. Esse caminho se demonstra contrário ao que a literatura aponta como mais significativo, ainda mais quando, posteriormente, se escolhe problemas que podem, em sua maioria, ser facilmente resolvidos por via estritamente aritmética. Como visto, raros problemas propostos nas coleções 1 e 2 apresentam uma estratégia econômica a partir de recursos aritméticos. Já a coleção 3 apresenta uma variedade maior desses problemas. Essa característica comum vai ao encontro do que mostra a literatura, ao tentar justificar a grande dificuldade dos alunos no campo algébrico: exige-se o uso da linguagem algébrica em situações em que ela é dispensável.

Ademais, após discutir as características de todas as coleções, é razoável considerar que nenhuma delas explora o campo algébrico tal qual a literatura sugere como mais propício para a atribuição de sentido para a álgebra: a partir da exploração da ideia de variável presente nas generalizações obtidas em situações de regularidades. Foi sinalizado que, de modo superficial, as coleções 1 e 2 propõe atividades que exigem observação de padrão e poucas que solicitam a explicitação desses padrões. Porém, ambas trazem essas atividades de maneira pontual e sem uma sequência que permite sistematizar ideias e conceitos. Já a coleção 3 apresenta um maior número de atividades que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de regularidades e generalizações, especialmente no volume 6. Por outro lado, a obra muda o tom quando passa a abordar formalmente o campo algébrico, sem apresentar cuidado para sistematizar o conceito de variável por muitas vezes explorado informalmente em situações anteriores.

Analisando as obras como um todo, percebe-se que todas elas dedicam um grande espaço para explorar as equações e inequações, abordando, desse modo, de maneira intensa o sentido "incógnita" que uma letra pode assumir na linguagem algébrica. Entretanto, os dois outros sentidos atribuídos a ela – variável e relação funcional, completando assim os três usos apresentados por Ursini (2005) – são menos explorados, apesar de abordados nas obras. A coleção 3 apresenta diversas situações em que se constrói a ideia de variável, mas apresenta pouco espaço para sistematizá-la. Esse é mais um aspecto que justifica o pouco sentido da álgebra para os alunos, uma vez que o sucesso no ensino e na aprendizagem de álgebra só ocorre de fato quando os três sentidos para a letra usada na linguagem algébrica são bem construídos (URSINI, 2005).

As obras analisadas não favorecem de maneira efetiva que a exploração do campo algébrico seja feita inicialmente pela conceito de variável, como proposto por Papini (2003) e Sessa (2005), através de situações que permitam, além da observação de regularidades, momentos de sistematizações dos conceitos. Assim, de modo geral, as coleções não favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico, amplamente valorizados por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (1997) e Ponte (2005). Mais do que isso, a análise realizada confirma o que o Guia de livros didáticos do PNLD 2014 sinaliza: as obras dedicam um espaço excessivo na exploração das técnicas, em detrimento de situações que potencializariam a construção de sentido para o campo algébrico. Novamente, observa-se os livros didáticos, de tamanha relevância para o sistema educacional no Brasil, por muitas vezes definindo currículo e metodologia, como apontam Choppin (2002), Bittencourt (2008) e Silva (2010), indo na contramão do que pesquisas acadêmicas têm sinalizado como um campo mais fértil para a álgebra escolar.

Por fim, observou-se que as três coleções não seguem na contramão apenas do que sinaliza a literatura, elas desviam-se também do que orientam os PCN, tanto no que diz respeito aos conteúdos abordados, quanto aos caminhos escolhidos para se abordar. Sobre os conteúdos, os PCN recomendam que para os dois primeiros anos do Ensino Fundamental II sejam reservadas os conteúdos algébricos que se relacionam com as ideias de regularidade e generalização, construindo, portanto, nessas séries, a ideia de variável. Além disso, orientam que os conteúdos envolvendo equações sejam abordados a partir do 8º ano do Ensino Fundamental II. Mostrou-se que todas as três coleções exploradas abordam desde o 7º ano as equações e até mesmo as inequações.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dificuldades dos alunos com o campo algébrico representam um lugar comum na rotina de um professor de matemática. A sensação de que as alunas e os alunos não aprendem a álgebra ensinada na escola é validada pelos resultados das avaliações nacionais oficiais. Para além das responsabilidades dos agentes diretamente envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem – professor e estudante – que muitas vezes representam os sintomas e não as causas de uma patologia maior, existem aspectos estruturantes desse caminho que levam a um fracasso escolar no campo algébrico relacionados com questões institucionais no âmbito nacional.

Ao longo dos anos, o papel assumido pelo livro didático na escola, em especial na escola pública, foi se direcionando de modo a tornar esse recurso de apoio didático em um orientador de currículo e de metodologia, devido a um sem-fim de motivos que perpassam, entre outras coisas, pela má formação dos docentes e por suas condições de trabalho, temas esses que merecem ser estudados por si só e com mais afinco. Instituições governamentais, na intenção de garantir uma qualidade mínima para um material de tamanha importância no contexto escolar brasileiro, criou um crivo – o PNLD – para filtrá-lo e isso acaba gerando um paradoxo: ao mesmo tempo em que se avalia, descartando-se coleções inadequadas, se valida como boas referências aquelas que são aprovadas, mesmo que elas não representem os melhores caminhos para se garantir uma boa formação aos estudantes. Esse paradoxo pode ser um reflexo de um outro aspecto contraditório: o Estado criou o PNLD com a intenção de garantir uma qualidade mínima para os materiais didáticos disponibilizados para as escolas, mas deixou a produção deles nas mãos de empresas privadas, que têm a intenção de vender, adequando-os às demandas dos professores, que, como já dito, são produtos de uma formação defasada e de condições de trabalho questionáveis.

Ao analisar, com o olhar focado no campo algébrico, as três coleções mais vendidas pelo PNLD 2014, constatou-se que nenhuma delas encaminha a álgebra escolar tal qual a literatura e os PCN vêm apontando como um percurso mais próximo do ideal no que diz respeito à efetiva aprendizagem e atribuição de sentido aos conceitos algébricos abordados na escola. Mesmo a coleção que apresenta, no volume 6, uma maior variedade de situações que podem colaborar com o desenvolvimento do pensamento algébrico - a coleção "Projeto Teláris – matemática" - recai no clássico dueto "exemplos + atividades" quando passa a tratar explicitamente da álgebra. Ademais, todas elas fazem uso demasiado de situações que não exigem o uso da álgebra para serem solucionadas justamente com a intenção de justificar sua importância. Isso é um sintoma do paradoxo anunciado: como um material com uma etiqueta que o classifica como adequado quanto livro a ser usado em sala de aula não favorece de maneira potente o domínio de um campo tão delicado da matemática escolar?

Desse modo, é razoável considerar que se fazem pertinentes todos os momentos em que os estudantes, em aulas versando sobre o campo algébrico, lançam a seus professores questões como "para que serve equação?" ou "onde vou usar essas letras?", uma vez que não vem sendo possível construir com eles um sentido para o que estão aprendendo. Ao que parece, pelo menos por enquanto e no que depende dos livros didáticos em circulação, os professores vão continuar sem respostas embasadas a esse tipo de questionamento de seus alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, A.; ZAMPIROLO, M. J. C. V. **Praticando a matemática:** edição renovada. 6º ano. - 3. ed. Belo Horizonte: Editora do Brasil, 2012.

ANDRINI, A.; ZAMPIROLO, M. J. C. V. **Praticando a matemática:** edição renovada. 7º ano. - 3. ed. Belo Horizonte: Editora do Brasil, 2012.

ANDRINI, A.; ZAMPIROLO, M. J. C. V. **Praticando a matemática:** edição renovada. 8º ano. - 3. ed. Belo Horizonte: Editora do Brasil, 2012.

ANDRINI, A.; ZAMPIROLO, M. J. C. V. **Praticando a matemática:** edição renovada. 9º ano. - 3. ed. Belo Horizonte: Editora do Brasil, 2012.

BARRIO, E; LALANNE, L; PETICH, A. **Entre aritmética y álgebra:** un camino que atraviessa los niveles primário y secundário: investigaciones y aportes. Buenos Aires: Centro de Publicaciones Educativas y Material Didáctico, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática: ensino de primeira a quarta séries**.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática: ensino de quinta a oitava séries**.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Saeb 2005:** primeiros resultados. MEC/Inep, 2007. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_professor/resultados/Saeb_resultados95_05_UF.pdf>. Acesso em 03 ago. 2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Saeb:** escalas de proficiência o Ensino Médio. MEC/Inep, 2013. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/escala_proficiencia/2013/escala_ensino_medio_2013.pdf> . Acesso em 03 ago. 2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Saeb:** escalas de proficiência o Ensino Fundamental. MEC/Inep, 2013. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/escala_proficiencia/2013/escalas_ensino_fundamental_2013.pdf> . Acesso em 03 ago. 2016.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Saeb.** MEC, 2016. Disponível em < http://portal.inep.gov.br/web/saeb >. Acesso em 26 out. 2016.

BRASIL. Sistema de Avaliação da Educação Básica. Edição 2015: resultados. MEC/Inep, 2016. Disponível em <download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2015/saeb_2015_resumo_dos_resultados.pdf>. Acesso em 26 out. 2016.

BRASIL. Todos pela educação. Indicadores da educação. MEC, 2015. Disponível em <www.todospelaeducacao.org.br/indicadores-da-educacao/5-metas?task=indicador_educacao&id_indicador=15#filtros>. Acesso em 03 ago. 2015.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2014: matemática. Brasília, MEC/SEB, 2013.

BRASIL. **Base nacional comum curricular.** Disponível em <basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em 09 jan. 2017.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). **Edital PNLD 2014.** Disponível em <www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-editais>. Acesso em 09 jan. 2017.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). **Edital PNLD 2017.** Disponível em <www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-editais>. Acesso em 09 jan. 2017.

BRASIL. MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (1998).** Disponível em <portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/PCB0498.pdf>. Acesso em 09 jan. 2017.

BRASIL. **Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (1996).** Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em 09 jan. 2017.

BRASIL. **Constituição (1998).** Artigo 210. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm>. Acesso em 09 jan. 2017.

BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático e saber escolar (1810-1910).** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

CÂMARA, M. **Parâmetros balizadores da pesquisa em educação matemática no Brasil:** pesquisa em educação algébrica. In: III FÓRUM DE DISCUSSÃO: PARÂMETROS BALIZADORES DA PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL, 2015, PUC – São Paulo. Disponível em <www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/grupos-e-temas.html#.Vb5EvGAk9-w>. Acesso em 03 ago. 2016.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 1988.

CASSIANO, C. C. F. **A escolha do professor e a circulação de livros didáticos no estado de São Paulo**. 2003. Dissertação (Mestrado em História da Educação). Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C. (org.) **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 42-53.

CHOPPIN, A. História dos livros didáticos e das edições didáticas: sobre o estado da arte. Tradução Maria Adriana C. Cappello. **Paedagogica Historica**, v. 38,n. 1, 2002, p. 21-49.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris:** matemática. 6º ano. São Paulo: Ática, 2012.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris:** matemática. 7º ano. São Paulo: Ática, 2012.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris:** matemática. 8º ano. São Paulo: Ática, 2012.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris:** matemática. 9º ano. São Paulo: Ática, 2012.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-posições/UNICAMP-FE**. Campinas, SP – vol. 4, n. 1 (10), 1993. p. 78-91.

FREITAG, B. *et al.* **O livro didático em questão.** São Paulo: Cortez, 1993.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa. -** 4. ed. – São Paulo: Atlas, 2002.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual do usuário. **Revista Em Aberto**. Brasília, ano 16, n. 69, jan./mar. 1996. p. 3-9.

LERNER DE ZUNINO, D. **La matemática en la escuela:** aquí y ahora. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2007.

LINS, R. C.;GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. – 7. ed. – Campinas, SP: Papirus, 1997.

MANTOVANI, K. P. **O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD:** impactos na qualidade do ensino público. 2009. 126 f. Dissertação (Mestrado em Geografia Humana). Faculdade de Filosofia Letras e Ciências Humanas. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2009.

MUNAKATA, K. **Produzindo livros didáticos e paradidáticos.** 1997. 218 f. Tese (Doutorado em História e Filosofia da Educação). Pontífica Universidade Católica. São Paulo, 1997.

PATTO, M. H. S. **A produção do fracasso escolar:** histórias de submissão e rebeldia. São Paulo: T.A. Queiroz, 1996.

PANIZZA, M.; DROURHARD, J. P. Prólogo. In: BARRIO, E; LALANNE, L; PETICH, A. **Entre aritmética y álgebra:** un camino que atraviessa los niveles primário y secundário: investigaciones y aportes. Buenos Aires: Centro de Publicaciones Educativas y Material Didáctico, 2010.

PANOSSIAN, M. L; MOURA, M. O. **Pensamento e linguagem algébrica em estudantes em fase inicial do ensino de álgebra.** EBRAPEM, 2008. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/141-1-A-gt8_panossian_ta.pdf>.Acecco em 09 jan. 2017.

PAPINI, M. C. Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)**, Buenos Aires, v. 6, n. 1, mar. 2003, pp. 41-71.

PATARO, P. R. M.; SOUZA, J. R. **Vontade de saber matemática.** 6º ano. – 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

PATARO, P. R. M.; SOUZA, J. R. **Vontade de saber matemática.** 7º ano. – 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

PATARO, P. R. M.; SOUZA, J. R. **Vontade de saber matemática.** 8º ano. – 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

PATARO, P. R. M.; SOUZA, J. R. **Vontade de saber matemática.** 9º ano. – 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

PONTE, J. P. **Números e álgebra no currículo escolar.** In: ENCONTRO: NÚMEROS E ÁLGEBRA NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2005, CAMINHA (PT). Disponível em <www.spiem.pt>.Acesso em 03 ago. 2016.

PONTE, J. P.; BRANCO, N; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: DGIDC, 2009.

PRADANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Nova Hamburgo: Feevale, 2013.

RIBEIRO, F. **"Prezado professor": prefácios, notas, advertências e *Manual do Professor*.** 2015. 183 f. Dissertação (Mestrado em História). Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2015.

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje:** enfoques, sentidos e desafios. Tradução Antonio de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2007.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não matemáticos. In: PARRA, C. (org.) **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 17-31.

SESSA, C. **Iniciación al estúdio didáctico del álgebra:** Orígenes y perspectivas. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2005.

SILVA, E. T. **Livro didático:** do ritual de passagem à ultrapassagem. Em Aberto, Brasília, ano 16, n. 69, jan./mar. 1996. p. 11-15.

SILVA, D. R. **Livro didático de Matemática: lugar histórico e perspectivas.** 2010. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

URSINI, S.; ESCAREÑO, F.; MONTES, T.; TRIGUEROS, M. **Enseñanza del Álgebra elemental:** una propuesta alternativa. Mexico: Trillas, 2005.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino de matemática na escola elementar. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** Tradução Jefferson Luiz Camargo. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

ZUNIGA, N. O. C. **Uma análise das repercussões do Programa Nacional do Livro Didático no livro didático de Matemática.** 2007. 183 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2007.