**Universidade de São Paulo**

**Faculdade de Educação**

ALDO FREITAS VIEIRA

# Ensino do Cálculo Diferencial e Integral: das técnicas ao *humans-with-media*

São Paulo

2013

ALDO FREITAS VIEIRA

# Ensino do Cálculo Diferencial e Integral: das técnicas ao *humans-with-media*

Tese apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Educação.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Nilson José Machado

São Paulo

2013

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

375.3 Vieira, Aldo Freitas
V658e Ensino de cálculo diferencial e integral : das técnicas ao humans-with-media / Aldo Freitas Vieira ; orientação Nilson José Machado. São Paulo : s.n., 2013.
204 p. : il., grafs. tabs.

Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração : Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo)

.

1. Cálculo diferencial e integral – Estudo e ensino 2. Epistemologia 3. Livro didático 4. Educação a distância 5. Formação de professores 6. Tecnologia da informação I. Machado, Nilson José, orient.

Nome: Vieira, Aldo Freitas.

Título: Ensino do Cálculo Diferencial e Integral: das técnicas ao *humans-with-media.*

Tese apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Educação.

Aprovado em:

**Banca Examinadora**

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr.: _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Ao meu pai Aldo,

e às minhas mães, Jacira e Augusta (*in memorian*),

responsáveis pelo que sou e,

por tudo que conquistei.

# AGRADECIMENTOS

À Deus, antes de tudo.

Ao meu orientador, Professor Nilson, pelo apoio, amizade, exemplo e dedicação, acrescentando muitos sentidos à palavra *orientação*, um modelo a ser seguido.

Aos membros da Banca de Qualificação: Professor Wanderley Rezende e Professor Marcelo Borba, pelas valiosas sugestões e contribuições para a realização deste trabalho.

À UFPA , pela possibilidade de participação neste programa de Doutorado.

À USP, seus Professores e Funcionários que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Aos meus familiares, por acreditarem que seria possível realizar este sonho.

*Àquele que é poderoso para fazer tudo infinitamente mais daquilo que pedimos ou pensamos, segundo o poder que em nós opera.*

*(Paulo. Bíblia, Ef 3:20)*

# RESUMO

As dificuldades epistemológicas e metodológicas do ensino de Cálculo Diferencial e Integral em cursos do ensino superior presenciais, a rápida evolução tecnológica (tanto em *hardwares* como em *softwares*) e o avanço aparentemente irreversível do ensino a distância, constituíram uma grande motivação para este trabalho.

Analisando as dificuldades na construção de significados no estudo do Cálculo como em Barufi (1999), sua natureza epistemológica em Rezende (2003), e metodologias usadas na Educação à Distância, apresentam-se as idéias da natureza artificial de Simon (1981), as tecnologias da inteligência de Lévy (1993), as mediações sobre a técnica de Ortega y Gasset (1963), culminando no conceito do coletivo *humans-with-media,* como em Borba e Villarreal (2005).

Pretende-se alargar os passos, verificando-se os limites e possibilidades do uso de novas Tecnologias da Informação (TI´s) no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, aplicáveis tanto no ensino Presencial como na Educação à Distância, no coletivo *humans-with-media*.

A expectativa é a de que uma nova fase da técnica tem início, uma fase em que a separação homem/técnica é impossível. Não se trata mais da técnica e o humano, ou o humano e a técnica, mas do *humano midiático*. Tanto um (o humano) quanto o outro (a técnica) são atores no processo de construção do conhecimento. Sendo assim, não é mais possível abrir mão do uso das tecnologias informáticas no estudo do Cálculo Diferencial e Integral. Faz-se necessária a compreensão de sua importância na construção dos significados

num curso de Cálculo para o coletivo *humans-with-media,* e também trabalhá-las, as tecnologias, como recurso potencial na mediação das dificuldades de natureza epistemológica existentes nos eixos sistematização/construção, variabilidade/permanência, global/local, discreto/contínuo, finito/infinito e construção/significação.

**Palavras-chave:** Ensino de Cálculo; Epistemologia; Significados; Metodologia; Livro Didático; Formação de Professores; Tecnologia da Informação e Informática; Ensino Presencial; Ensino à Distância; Técnica; Tecnologias da Inteligência; *Humans-with-media*.

# RESUMEN

Las dificultades epistemológicas e metodológicas de la enseñanza del Calculo Diferencial e Integral en cursos de educación superior presenciales, la rápida evolución tecnológica, sea en hardware, sea en softwares y el avance aparentemente irreversíble de la educación a distancia, constituyeron grande motivación para este trabajo.

Analizando las dificultades de la construcción de significados en el estudio del Calculo como en Barufi (1999), su naturaleza epistemológica en Rezende (2003) y metodologías utilizadas en la Educación a Distancia, trabajamos las ideas de la naturaleza artificial de Simon (1981), las tecnologías de la inteligencia de Lévy (1993), las mediaciones sobre la técnica de Ortega y Gasset (1963), finalizando con el concepto del coletivo *humans-with-media.*

Pretendemos ensanchar los horizontes, testando limites y probabilidades de uso de nuevas Tecnologías de la Información (TI's) en la enseñanza del Calculo Diferencial e Integral, aplicábles sea en la educación Presencial, sea en la educación a distancia, en el colectivo *humans-with-media.*

Nuestras expectativas están relacionadas al inicio de una nueva fase de la técnica, una etapa donde es imposible separarla del ser humano. No se trata más de la técnica y el humano o del humano y la técnica, pero de un humano mediático donde tanto uno – el humano - como el otro - la técnica - son actores en el proceso de construcción del conocimiento. Así, ya no se podrá dejar de utilizar las tecnologías informáticas en el estúdio del Calculo Diferencial e Integral. Necesitamos comprender su importancia en la construcción de los significados en un curso de Cálculo para el coletivo *humans-with-media* y

trabajarlas - las tecnologías - como un recurso potencial en la medición de las dificultades de la naturaleza epistemológica existentes en los ejes sistema/construcción, variabilidad/permanencia, global/local, discreto/continuo, finito/infinito y construcción/significación.

**Palavras llave**: Enseñanza del Calculo; Epistemologia; Significados; Metodología; Libro Didáctico; Formación de Profesores; Tecnología de la Información e Informática; Educación Presencial; Educación a Distancia; Técnica; Tecnologías de la Inteligencia; Humans-with-media.

# ABSTRACT

The epistemological and methodological difficulties in teaching Differential and Integral Calculus in graduate classrooms, the rapid technological advancements in both hardware and software and the apparently irreversible growth of distance learning constituted a major inspiration for this work.

Analyzing the difficulties in giving meaning to the study of calculus as in Barufi (1999), its epistemological nature in Rezende (2003) and the methodologies used in Distance Education, this paper explores the ideas of artificial nature in Simon (1981), the intelligence technologies of Lévy (1993) and the debate over the technique of Ortega y Gasset (1963) to culminate with the concept of the collective *humans-with-media* as in Borba and Villarreal (2005).

The present study intends to expand the boundaries by verifying the limits and possibilities of using new Information Technologies (IT's) to teach Differential and Integral Calculus courses to real and virtual students within the collective of *humans-with-media*.

It suggests a new phase is beginning, where it is impossible to separate the technique from the human being, where there is no longer a technique and a human being, but only a media oriented individual who merges with the technique to become combined actors in the process of building knowledge. In this sense, it is impossible to relinquish the use of information technologies in the study of Differential and Integral Calculus. It is imperative to understand the importance of these technologies in giving meaning to the study of Calculus by

the collective humans-with-media and explore these technologies as a potential resource to overcome the epistemological difficulties found in the axes systematization/construction, variability/permanence, global/local, discrete/continuous, finite/infinite and construction/meaning.

**Keywords:** Teaching Calculus; Epistemology; Meanings; Methodology; Textbook; Professor Education; Faculty Training; Information Technology; Computer Science; Classroom Education; Distance Learning; Technique; Intelligence Technologies; Humans-with-media.

# SUMÁRIO

**1. As Dificuldades no Ensino do Cálculo Diferencial e Integral**

1.1 Relacionadas com a educação

de uma maneira geral..... 16

1.2 Oriundas das dificuldades no ensino

da Matemática..... 25

1.3 Associadas aos livros didáticos..... 39

1.4 De natureza epistemológica..... 47

**2. As Tecnologias Informáticas**

2.1 Na identidade profissional docente

contemporânea..... 63

2.2 Desenvolvidas na Educação à Distância..... 85

2.3 No estudo do Cálculo Diferencial e Integral..... 98

**3. As novas tecnologias e a inteligência**

3.1 Na natureza artificial..... 108

3.2 A potencialização do sujeito

(pelo Instrumento) e a ecologia cognitiva..... 116

**4. A mediação das tecnologias informáticas e as competências do humano midiático**

4.1 A utilização de softwares e a formação de competências ..... 130

4.2 A tecnologia como conhecimento tácito do humano midiático..... 142

4.3 As tecnologias, as dificuldades, a pessoalidade e ascompetência docentes..... 151

4.4 As tecnologias e o convencimento..... 161

4.5 A técnica, a simbiose homem x máquina e o humano midiático..... 169

**5. Considerações finais e conjecturas..... 180**

**Referências ..... 195**

# 1. DIFICULDADES NO ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

## 1.1 Relacionadas à educação de uma maneira geral

A educação é um processo social cuja busca resulta sempre da aproximação entre o conhecimento do professor e o do aluno. Existem diferentes formas de análise das relações sociais em um contexto escolar. O modo como estas relações se organizam - e o seu efeito no processo de ensino-aprendizagem configuram-se, talvez, como os fatores mais relevantes desta argumentação.

Os critérios que permitem estudar tais fatos vêm das relações sociais, responsáveis pela manutenção dos membros do grupo. Num primeiro momento, o foco deste estudo será a análise sobre as dificuldades encontradas na educação de uma maneira geral, para depois trazê-la ao ensino da Matemática e, então, chegar às dificuldades encontradas no ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

Nas últimas décadas, as transformações políticas, econômicas e sociais têm sido tão acentuadas que, ao falar com jovens contemporâneos sobre a sociedade e sobre as tecnologias dos anos anteriores à década de 90, encontra-se certo tom fictício, desconectado da realidade atual.

Os computadores pessoais dos anos 80 podem ser comparados aos teclados dos atuais PC´s. Com a diferença de que mesmo a aparência destes computadores pessoais sendo a de um teclado, eles eram compostos pelo teclado, CPU, portas de entrada e saída de dados. Como explicar aos jovens sobre a existência das antigas escolas de datilografia, ou mesmo, sobre o que

vem a ser uma máquina de datilografar? Nos dias atuais, digita-se algo, não mais se datilografa. Imprime-se, escanea-se, reproduz-se...

Com o sistema educativo, ocorre fenômeno idêntico. A sociedade parece não mais enxergar a educação como promessa de melhoria de condições gerais de vida. A regra, hoje, é encontrar professores desiludidos com o processo de degradação de sua imagem social.

Ao “pensar a escola”, muitos fatores devem ser considerados: históricos, sociais, culturais, antropológicos, econômicos, políticos e pedagógicos. Pode-se também considerá-la sob diversas perspectivas: a do professor, a do aluno, a dos pais, a da comunidade, a da gestão escolar e a da construção do conhecimento.

Ao se refletir sobre a escola hoje, no século XXI, parte-se da idéia de que um de seus papéis é o de possibilitar às novas gerações a apropriação do conhecimento, construído e acumulado pela humanidade. E também a de que a instituição-escola é constituída por pessoas, seres que interagem e que buscam incessantemente novos conhecimentos.

A escola se mantém no mundo contemporâneo sem sofrer grandes transformações. Em outras palavras, ainda é considerada um estabelecimento de ensino que privilegia a reprodução de idéias e de comportamentos ensinados pelo professor na sala de aula, palco de exibição.

Administrativamente, a escola abriga toda uma hierarquia: diretor, vice-diretor, supervisor, professor, aluno, sendo que a maioria das instituições desconsidera a participação dos alunos e a dos pais, não apresentando projeto coletivo de ação na busca por uma educação de qualidade.

Como as pessoas que seguram “as rédeas administrativas” o fazem na direção que lhes convém, é possível que “as puxem” de acordo com seus interesses pessoais. Como forças opostas aplicadas a um mesmo objeto não provocam o deslocamento do mesmo, tal fato induz as escolas à crença de que apenas “um lado” deve administrar. Trata-se de uma postura autoritária, baseada na defesa de que “um” manda e os “outros” obedecem. Esquece-se de que a escola (enquanto instituição formadora) fundamenta-se pelo diálogo, portanto, pelo conflito.

Quanto às práticas pedagógicas, as escolas brasileiras sustentam a idéia de que o professor, agente do processo educativo, ensina, transmite aos alunos o seu conhecimento e estes, passivamente, o memorizam. Tal pressuposto leva a escola a assumir um papel autoritário, na crença de que o professor ocupa o centro deste processo e que, para a existência da aprendizagem, basta que o aluno reproduza o que lhe foi transmitido.

As bases desta escola tradicional têm sofrido abalos mediante o desenvolvimento de tecnologias, tais como a televisão, o computador, a internet, o celular, responsáveis por universalizar as informações, retirando do professor o lugar de “único” detentor do saber.

Atualmente, os alunos trazem para a sala de aula informações de diversas áreas do conhecimento, como a arte, as engenharias, a informática, a literatura. Aproveitando-se este ponto, segue a conceituação de “técnica” e “tecnologia”.

Para Ortega y Gasset (1963), ao conjunto de atos e procedimentos implementados pelo ser humano para modificar ou reformar sua circunstância refere-se...

> ... a técnica, que podemos, desde logo, definir como a reforma que o homem impõe à natureza em vista da satisfação de suas necessidades. (ORTEGA Y GASSET, 1963)

A idéia de tecnologia foi muito bem trabalhada por Borba e Villarreal (2005), que concordam com o mesmo entendimento de Kenski (2003), que a descreve como

> o conjunto dos conhecimentos e princípios científicos que são aplicados para planejamento, construção, e utilização de parte de um equipamento num ramo específico de atividade.[1] (KENSKI, 2003, p. 19)

Relevantes também são os estudos científicos mundiais na área da Educação, que apontam o conhecimento - concebido como produto de uma relação - como atividade. Tal concepção epistemológica retira do aluno a postura passiva, pois o considera responsável pela construção do conhecimento, provando que ele é parte fundamental do processo de aprendizagem.

Apesar dos abalos sofridos, a escola tradicional está muito presente no ambiente educacional brasileiro. Instituições com pouca participação da comunidade (fragmentadas no esquema de que alguns pensam a educação enquanto outros a executam) relacionam a disciplina do aluno ao “estar quieto”, cumprindo as ordens estabelecidas pelo professor.

Para a manutenção de tal concepção, as salas de aula permanecem com carteiras em fileiras. O professor, colocado à frente, apenas no uso de quadro, giz e livro didático, dá instruções aos alunos. Neste modelo, percebe-se que o professor acredita na transmissão de conhecimentos como única forma de aprendizagem, desconsiderando a comunicação como uma interação

[1] The set of knowledge and scientific principles that are applied to the planning, construction, and utilization of a piece of equipment in a specific type of activity.

entre sujeitos. Não se defende aqui o fim das salas de aula, mas argumenta-se que este modelo é insuficiente e ultrapassado.

Severos problemas qualitativos surgem quando se migra do sistema de ensino de elite ao de ensino de massas. Não é possível aceitar o jargão “antigamente...”, pois a sociedade é diferente. Diferentes tecnologias, valores e desejos localizam o ato de ensinar num plano paralelo ao de antigamente.

Talvez um elemento fundante em toda esta síndrome de Raul Seixas (a sociedade como uma “metamorfose ambulante”) seja o ceticismo e a recusa dos professores em relação às mudanças políticas e tecnológicas neste modelo de escola puramente industrial.

Contudo, independente dos motivos ou agentes provocadores das mudanças, aqueles à frente de todo o processo são os atores desta peça interminável: os professores. Eles precisam suportar críticas imediatistas e generalizadas, elaboradas pelo senso comum que os apontam como vilões por trás das falhas encontradas no sistema de ensino.

A expressão “mal-estar docente” resume o conjunto de reações deste grupo profissional em busca de um fio condutor frente às mudanças sociais. Destacam-se como fatores desencadeadores deste mal-estar em qualquer mercado: a falta de apoio, as críticas, a abstenção social das responsabilidades educativas e das políticas patronais com vistas à mudança de foco dos problemas do ensino para a classe trabalhista. A subvalorização docente caracteriza uma “fase de desencanto” profissional em nível internacional.

Costuma-se distinguir dois grupos de fatores envolvidos no estudo da pressão da mudança social na função docente. Alguns incidem diretamente

sobre a ação do professor em sala de aula, modificando suas condições de trabalho, e provocando tensões associadas a emoções negativas (que constituem a base empírica para o mal-estar docente). Outros fatores referem-se às condições ambientais, com ação indireta capaz de afetar setores importantes, como o da motivação profissional. Os problemas em sala de aula são considerados de responsabilidade do professor, ocasionando crise e conflitos não apenas na escola, mas de fundo social e de valores humanos.

Pode-se pensar em alguns indicadores básicos capazes de resumir as mudanças na educação. Alguns tratam das novas concepções educativas, outros das variações no trabalho escolar. A ruptura do consenso social sobre a educação é um deles. Desfez-se o consenso social sobre o papel da escola, seus objetivos e valores que deveria discutir. Diferentes sensibilidades culturais produzidas no âmbito familiar fomentaram valores muito distintos. A falta de projetos educacionais globais, a demagogia política e a prevaricação das autoridades (na tomada de medidas não tão populistas em relação à educação) têm ratificado este pensamento.

É possível citar também a inibição educativa de outros agentes de socialização. A família se exime de suas responsabilidades, repassando este papel à escola. Valores básicos que devem ser transmitidos na esfera parental agora são “empurrados” para a instituição. Este processo chega a tal ponto que os pais solicitam ajuda formal à escola nos quesitos em que encontram-se irresponsáveis e ausentes.

A modificação do apoio da sociedade ao sistema educativo também é relevante. Se por um lado a família não deposita na escola suas aspirações futuras, por outro, observa-se que a melhoria desejada também não se

encontra na obtenção de um simples título educacional sem a devida apropriação cognitiva.

Há duas décadas, o mau andamento de um aluno proporcionava-lhe uma cobrança familiar. Hoje, a cobrança desloca-se para a escola. Em casos de sucesso, o mérito é apenas do discente. No fracasso, a culpa é do professor.

As fragmentações do trabalho do professor, mesmo sem formação e remuneração adequadas, são notoriamente fatores relevantes. O professor é cobrado a administrar, programar, avaliar, orientar, atender, organizar e até vigiar, e, às vezes, ensinar. A sobrecarga é elemento importante no paradoxo da generalização, numa era de especificações.

As mudanças nos conteúdos curriculares interferem sobremaneira no processo educativo. O avanço científico, as exigências sociais e os novos mercados requerem alterações profundas nos conteúdos curriculares. Por outro lado, incluir também significa retirar, visto que o tempo não se alonga. As mudanças inserem-se entre a oposição (ao comodismo) e o receio sobre o que podem ocasionar ao sistema educacional, fazendo-o parecer um regime de escravidão mercadológica.

Um grande passo a ser dado ocorre com o uso das novas e atuais tecnologias da informação, como recurso na batalha diária para a melhora no sistema educacional, seja no ensino fundamental, médio ou superior.

Para finalizar, uma definição sobre o que entendemos pelas novas tecnologias da informação e da comunicação (TIC´s ou, simplesmente, TI´s): são os recursos tecnológicos que permitem o trânsito, a geração, o uso e a aplicação de informações.

Qual o referencial que permite afirmar o uso de TI's, de alguma forma, como desenvolvimento em relação à metodologia tradicional? Tal resposta se revelará após o entendimento do papel das tecnologias da inteligência destacadas por Lévy (1993) - em discussão nos próximos capítulos, ratificada por Borba e Villarreal (2005):

> Nós propomos que de uma nova tecnologia da inteligência resulta em um novo coletivo que produz novos conhecimentos, que é qualitativamente diferente da tecnologia produzida por outros coletivos.[2] (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 24)

Lévy (1993) utiliza a idéia de tecnologias da inteligência para discorrer sobre três técnicas específicas e ligadas à memória: oralidade, escrita e informática. A oralidade, tema a ser abordado nos próximos capítulos, representou um papel importantíssimo, entre outros, como extensão da memória. O mesmo aconteceu com a escrita.

Contudo, com a criação da escrita, a oralidade sofre um redimensionamento, e se transforma na chamada oralidade secundária. O papel da informática, ou das tecnologias informáticas, obteve o mesmo impacto, a mesma influência. Com o advento das TI´s, foi criada uma nova oralidade e uma nova escrita.

Este estudo está de acordo com a idéia de Borba e Villarreal (2005) que defendem a mudança substancial ocasionada pelas TI´s também na maneira de pensar do ser humano, por meio de simulações, experimentações, novas linguagens, imagens, vídeos, e nas aparentes infinitas possibilidades oriundas destas tecnologias informáticas.

---

[2] We claim that a new technology of intelligence results in a new collective that produces new knowledge, which is qualitatively different from the knowledge produced by other collectives.

Um novo desafio docente na educação, e em particular no estudo do Cálculo Diferencial e Integral, será o de construir uma nova metodologia capaz de articular as competências conjuntamente com uma melhor apropriação do objeto em estudo, por meio das possibilidades oriundas da utilização de novas tecnologias.

A ação intencional do educador, no sentido de fomentar a importância da apropriação do conhecimento, tem vital valor no processo de ensino-aprendizagem. A conjectura acena para a essencialidade da necessidade de inserção de TI´s neste processo. Contudo, tal apropriação se efetiva somente quando ocorre a certeza de tal necessidade.

Neste sentido, as TI's buscam do elemento humano uma adequação de seus processos. É urgente a tomada das TI's de forma didática, visando a sua devida apropriação como instrumento facilitador de aprendizagem. Mais urgente ainda é o entendimento da existência de um novo coletivo produtor de conhecimento, no qual as tecnologias informáticas fazem parte e configuram-se como protagonistas do processo de construção do saber, tanto quanto o fazem os seres humanos. Borba e Villarreal (2005) definiram este novo coletivo como *humans-with-media.* Denominaremos como humanos midiáticos os elementos deste conjunto.

## 1.2 Oriundas das dificuldades no ensino da Matemática

A existência de problemas no ensino da Matemática coloca-se como questão muito estudada nos últimos tempos. Entre outros fatores, destacam-se dificuldades metodológicas, de elaboração da linguagem dos livros didáticos, e de formação de professores.

O chamado ensino tradicional caracteriza-se pela memorização e mecanização de estruturas de resolução de problemas. Não é possível imaginar hoje o ensino da Matemática pautado por estas duas características.

Não se trata do descarte do processo de memorização, visto que o utilizamos, por exemplo, para a lembrança de regras ortográficas e gramaticais, dos elementos da tabela periódica, ou mesmo, da tabuada de multiplicação. Além disso, a mecanização de certos algoritmos não é inteiramente ruim, e pode ser aplicada ao se deparar com a divisão entre dois inteiros, ou ainda, frente a uma equação do 2º grau.

Contudo, existem outras ferramentas e metodologias utilizadas atualmente para somar-se àquelas utilizadas há 50 anos e que, por parecerem as únicas satisfatórias, continuam a reinar soberanas nas salas de aula.

Apesar dos estudos e esforços coletivos na proposição de mudanças no ensino da Matemática, esta disciplina continua considerada a grande vilã entre todas as áreas de conhecimento, conforme esclarece Vitti (1999):

> O fracasso do ensino da Matemática e as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo, pois vários educadores já elencaram elementos que contribuem para que o ensino da Matemática seja assinalado mais por fracassos do que por sucessos. (VITTI, 1999, p. 19)

Adicionadas a esta questão, surgiram idéias de que o problema no ensino da Matemática era o contexto. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN´s), a disciplina deveria relacionar-se aos aspectos concretos do cotidiano do aluno:

> É importante que estimule os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode contribuir para a solução tanto de problemas do cotidiano, como de problemas ligados à investigação científica. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo. (BRASIL, 1998, p. 62-63)

Porém, o perigo desta forma de pensamento é a possível negligência à capacidade de abstrair, projetar, generalizar, tão importantes ao desenvolvimento do raciocínio lógico (que segue na contramão do imediatismo do contexto). Quisera o homem possa executar os dois processos: as aplicações e as abstrações. Impossível? Não! Difícil, com certeza.

O texto dos PCN´s aponta ainda um fio condutor para uma possível solução desta questão:

> É consensual a idéia de que não existe caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular a Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destaca-se a história da Matemática, **as tecnologias da comunicação** e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção de estratégias de resolução.[3] (grifo nosso)

Seria este o grande dilema da vida? Saber o que fazer, mas não saber como? Talvez, mas este não é o ponto-alvo para polêmicas ou aprofundamentos. Esta pesquisa investiga as possíveis causas dos problemas no ensino da Matemática, projetados intensamente no ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

[3] Ibidem, p. 42.

Também não se pretende aqui fazer retroceder o peso da culpa aos anos/estágios anteriores. Não adianta dizer que o fracasso do ensino do Cálculo Diferencial e Integral é oriundo apenas de problemas na formação no Ensino Médio que, por conseguinte, ocorre de uma falha do Ensino Fundamental.

Esta postura é confortável para quem a toma, pois pressupõe a isenção de qualquer responsabilidade atual, alcançando as séries iniciais trabalhadas por profissionais oriundos dos cursos de Magistério.

Outro aspecto relevante refere-se aos resultados no Provão por licenciados em Matemática. Conforme Druck (2004), as médias dos anos de 1998, 1999, 2000, 2001 foram, respectivamente: 0,43, 0,98, 0,65 e 1,12. A maior parte da prova abordava diferentes tópicos do ensino médio.

Tal fato é, no mínimo, alarmante. Analisando-se apenas as médias chega-se à conclusão de que os profissionais formados para lecionar a disciplina não a conhecem, e não se sentem confortáveis com seu conteúdo.

Citando novamente a redação encontrada nos PCN´s:

> O professor, para desempenhar o papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área, e uma concepção de Matemática como ciência dinâmica, sempre aberta às incorporações de novos conhecimentos.[4]

Será que questões como a salarial e a da desvalorização da profissão de professor fazem com que a Matemática não atraia bons alunos, realmente

[4] Ibidem, p. 36.

interessados em aprofundar seus conhecimentos nesta disciplina? Será que estes alunos estão migrando para as engenharias e áreas afins?

A resposta é difícil, mas não existem argumentos contra os fatos. E o fato mostrado, nestas médias, é altamente relevante. Como procurar meios alternativos e inovadores para trabalhar conteúdos em pessoas sem segurança cognitiva?

Refletindo sobre como esta questão poderia afetar o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, os seguintes raciocínios são encontrados: “se eu não sei trigonometria, fujo da trigonometria, não ensino trigonometria ou, se ensino, não sei o que é relevante e o que deve ser aprofundado; se apenas entendo a divisão de dois valores como um número Racional, não chamo atenção sobre taxas de variação, e meus alunos não enxergam uma razão entre duas grandezas como uma relação variacional entre elas; se não tenho uma visão sólida da Matemática e de suas aplicações, não sei como contextualizar um tópico e, por outro lado, evito alguns assuntos que não admitem contextualização, como alguns aspectos da álgebra, mesmo sendo fundamentais na resolução de problemas”.

Atualmente, o ensino da Matemática parece estar dividido entre conceituação, manipulação e aplicação. Na conceituação, o professor apresenta as definições, os Axiomas, os Teoremas e seus Corolários (consequências) por meio de fórmulas. A seguir, manipula tais conceitos nos exercícios e, posteriormente, aplica o conhecimento teórico em algumas situações concretas.

O quanto se trabalha em cada uma destas partes depende do professor, do livro adotado, da proposta da escola, da cultura local em que a instituição se

encontra e vários outros fatores, incluindo o da cultura familiar que define como a escola deverá funcionar. Entretanto, este esquema parece não estar surtindo bons resultados, fato que tem gerado o desenvolvimento de muitas pesquisas.

Muitas vezes, diferentes jogos e materiais são utilizados na tentativa de minimizar o problema de alunos que não alcançam resultados satisfatórios. Porém, no processo de repensar o fazer pedagógico, é necessário investigar com clareza as razões fundamentais pelas quais estes materiais são importantes, bem como definir o momento certo de usá-los. O simples caráter motivador não deveria ser a única razão a justificar o uso de tais procedimentos.

Torna-se impossível analisar a dificuldade da aprendizagem da Matemática sem pensar no que ela consiste, e para que serve. A existência da Matemática, da Física, da língua mãe, e das diversas ciências na escola é uma consequência de sua presença na sociedade, atuando tanto sobre as necessidades atuais, quanto sobre as conjecturadas.

As Tecnologias Informáticas são, portanto, um instrumento importantíssimo para unir a realidade do aluno à da escola. Nunca se configurarão como única ferramenta disponível, mas, certamente, estas tecnologias tornaram-se indispensáveis ao cotidiano do Século XXI.

No entanto, as experiências metodológicas não devem ser ditadas por modismos, mas precisam estar ancoradas em estudos didático-pedagógicos que as justifiquem. Não se deve levar alunos para uma sala com computadores apenas pela existência desta, ou ainda, pela disponibilidade de verbas voltadas à criação de novos e modernos espaços pedagógicos.

O uso do computador, em si, concerne ao desenvolvimento das aulas de informática. Não deve ser usado simplesmente como um jogo, um vídeo ou como qualquer outro recurso que se diferencie dos tradicionais quadro e giz. O diferencial desta metodologia é saber o porquê, e em quais momentos devemos utilizá-la. Muitas vezes, não há a necessidade de levar os alunos até o computador, em outras sim.

Como exemplo, segue uma primeira abordagem sobre o comportamento gráfico de uma função do 1º grau. Normalmente, neste momento do conteúdo, o professor tenta estender um comportamento discreto para um contínuo, criando no aluno o sentimento de que entre dois pontos do gráfico uma função será sempre monótona e, mais ainda, com sua taxa de variação constante. É claro que, em se tratando de uma função do 1º grau, esta questão se aplica como verdade. Porém, a construção do significado deste comportamento no aluno é estendida a outros tipos de funções.

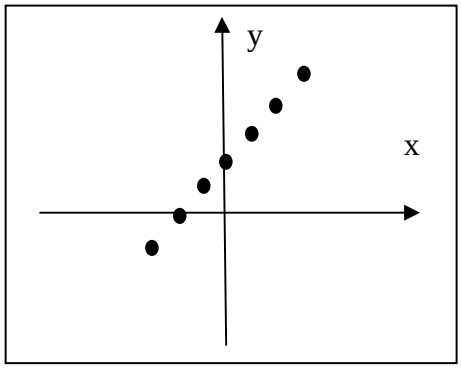
É interessante que, ao repetir o mesmo procedimento numa parábola, o professor não una os pontos através de segmentos de reta. Num primeiro instante, o aluno parece ter “entendido”, ou “aceito como verdade”. Mas, quando o professor trabalha com outras funções, o mesmo aluno deseja “tabelar” tudo para a construção do gráfico. Ele não se importa em verificar se existem potências, qual é a base e o grau, se há funções trigonométricas, ou ainda, sobre qual função se trata.

Para a construção do gráfico de $y = 2.x + 4$, em geral, apresenta-se uma tabela construída com valores de x escolhidos “aleatoriamente”, sendo os

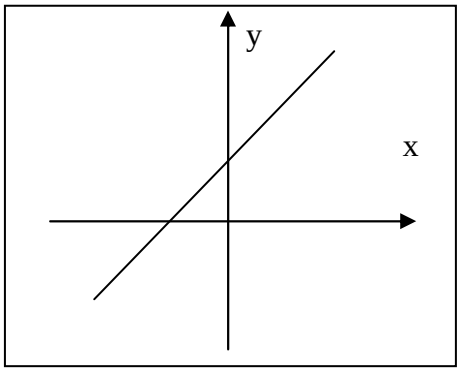
inteiros pertencentes ao intervalo [-5,5], seguido do cálculo de suas respectivas imagens:

| x | Y |
|---|---|
| -3 | -2 |
| -2 | 0 |
| -1 | 2 |
| 0 | 4 |
| 1 | 6 |
| 2 | 8 |
| 3 | 10 |

Após este momento, os pontos (x,y) são marcados em um gráfico:



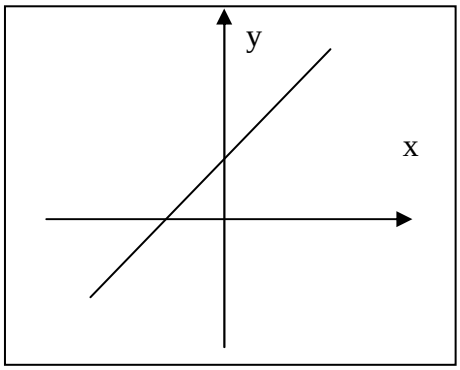

Depois, unindo-se os pontos, chega-se à conclusão de que se trata de uma função crescente.



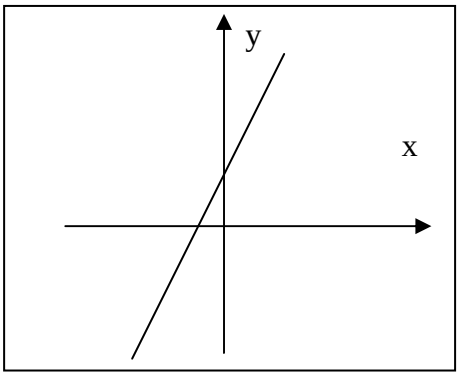
Por outro lado, pode-se trocar a construção gráfica por meio da tabulação de valores num *notebook* e num *data show*, utilizando um *software* para construção gráfica de funções. Vários comportamentos gráficos, os impactos dos coeficientes das funções sobre o gráfico, e diversos outros aspectos importantes são mostrados sem que o aluno necessite, num primeiro momento, usar o computador.

Num segundo momento, é muito interessante deixar que o aluno aprenda a usar um determinado *software* para construir gráficos de funções, e a verificar sozinho as diferenças e impactos na mudança dos coeficientes.

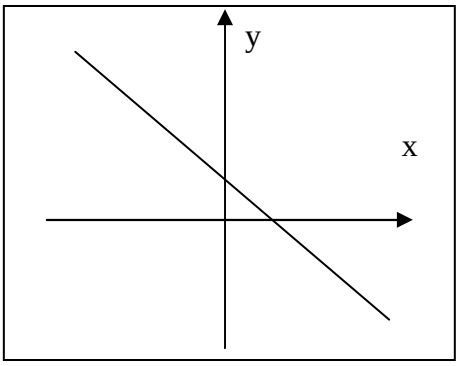
No exemplo anterior, pode-se começar com y = 2.x + 4




Mudar o valor do primeiro coeficiente para 4: y = 4.x + 4



Mudar o valor do primeiro coeficiente para -4: y = -4.x + 4




E assim por diante, trabalha-se além do comportamento gráfico, taxa de variação, crescimento, decrescimento, e outros aspectos relevantes. O mesmo poderia ser feito com qualquer outra função. Após isso, é possível utilizar o mesmo conceito numa sala de informática, deixando o aluno fazer, acertar, errar, até que finalize a construção do conhecimento sozinho, ratificando o que foi realizado nas aulas anteriores, e acrescentando significados observados por ele mesmo em suas experiências.

Tal qual a Matemática, tratada como um amontoado de técnicas visando a sua aplicação a fins específicos, o ensino do Cálculo Diferencial e Integral vem seguindo a mesma linha. A origem do estudo de funções está relacionada à observação das variações quantitativas presentes nos fenômenos naturais.

Descrevendo-se o que se entende por função no ensino médio, diz-se que se trata de uma relação entre dois conjuntos A e B, de forma que cada elemento de A corresponde a um único elemento de B.

Esta idéia é oriunda de um processo histórico de construção do conhecimento matemático, cujo conceito de função extrapola, gradativamente,

o âmbito do Cálculo, enquanto relação entre quantidades variáveis, para o âmbito da teoria dos Conjuntos (iniciada no século XX). Esta parece não ter contribuído ao desenvolvimento do conhecimento matemático no que diz respeito à negociação de significados de função.

A idéia de função como relação encontra sustentação na maneira como Dirichlet (1837) conceituou a noção de função, conforme apresentada por Ruthing (1984). “A função y(x) é dada se temos uma regra que associe um valor definido y a cada x em certo conjunto de pontos.” (DIRICHLET apud RUTHING, 1984).

Ainda, de acordo com Rezende (2003):

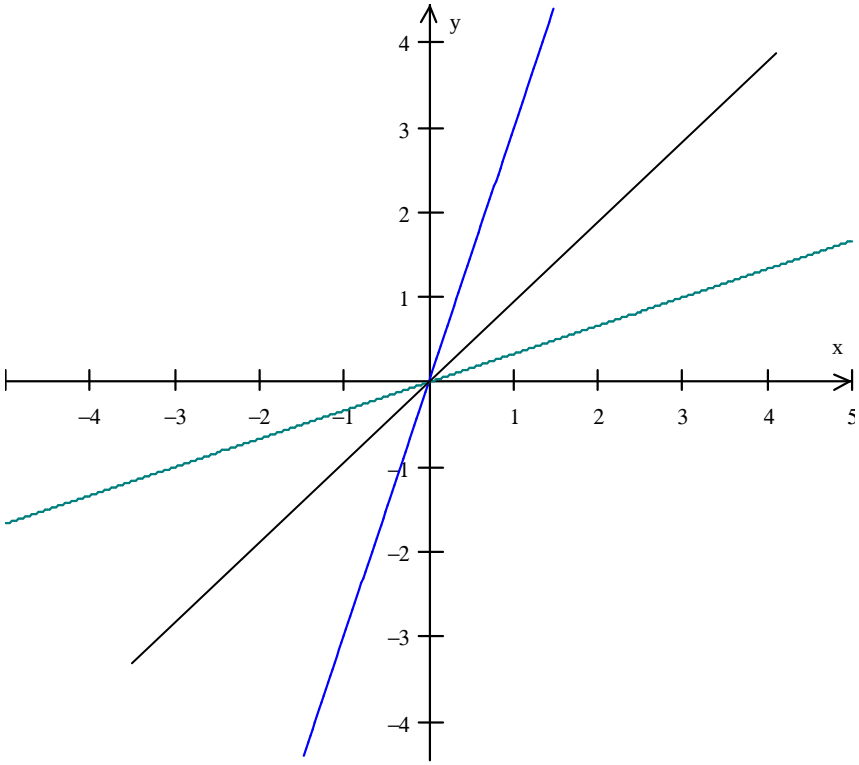
> Pesquisas na área de ensino de Cálculo têm sustentado que o conceito de função tem sido uma das principais fontes de obstáculos epistemológicos para a aprendizagem dos conceitos básicos desta disciplina. (REZENDE, 2003)

Este fato é um forte indicador de que o ensino de funções não vem cumprindo bem sua missão. Para representar funções, utilizamos tabelas, gráficos e fórmulas matemáticas. Por exemplo, o valor y obtido, guardando-se uma mesma quantia x por k meses, é dado por meio da fórmula $y = K. x$ . Já o valor y obtido, guardando-se num banco um valor x durante k meses, a uma taxa fixa i, pode ser escrito como $y = x . (1 + i)^K$ .

Porém, não é conferida a devida importância ao modo como estas funções variam, ou seja, como crescem ou decrescem, o que coincide exatamente com que se deseja estudar no Cálculo Diferencial e Integral. É comum discorrer sobre injetividade e sobrejetividade, mas não sobre o quanto a função cresce ou decresce. Calculam-se os zeros de uma função, mas os seus pontos críticos não recebem a atenção merecida.

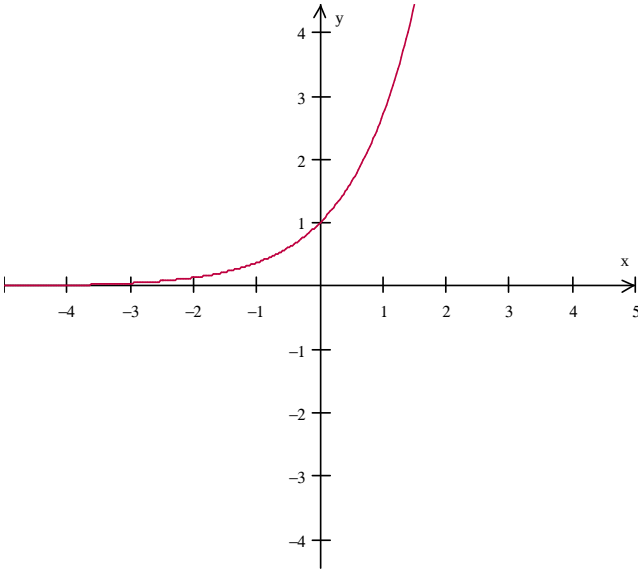
Se a abordagem no estudo de função estivesse relacionada àquela mencionada anteriormente (por meio do uso de softwares, em discussão conjunta com a construção gráfica, taxas de variação, crescimento e decrescimento), o processo de discorrer sobre os conceitos no Cálculo Diferencial e Integral seria dado de forma muito mais fácil e natural.

Por exemplo, na análise do gráfico de y = 3.x , de y = x e de y = x/3

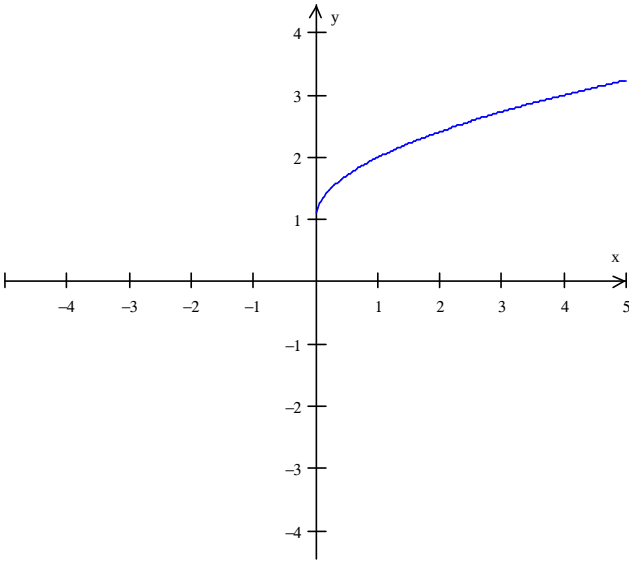



Verifica-se que a primeira função (azul) varia bem mais rapidamente do que a última (verde). Contudo, para cada uma delas, a taxa de variação é constante, ou seja, a maneira que y = 3.x varia é igual em todo seu Domínio, o mesmo acontecendo para y = x/3.

Realizando a mesma análise para $y = e^x$, verifica-se que a taxa de variação não é constante, pois quanto mais à direita o intervalo a considerar, maior é a variação da função:




Já a função $y = \sqrt{x} + 1$ apresenta o seguinte comportamento gráfico:



Nota-se que as funções tratadas anteriormente são crescentes, mas assim o fazem de forma diferente: umas crescem mais rápido do que outras, outras crescem de forma constante; uma possuem um acréscimo na forma como aumenta, outra diminue seu crescimento à maneira que cresce.

Outras argumentações poderiam ser feitas, como por exemplo, o estudo de retas tangentes ao gráfico das funções em determinado ponto, ou sobre a concavidade do gráfico em certo intervalo, sem a necessidade de simples memorização dos resultados sobre o sinal do coeficiente do termo de maior grau numa função quadrática (o que faz parecer que a concavidade só existe no universo das parábolas). Predomina-se uma abordagem algébrica do conceito de função.

De acordo com Cabral (1998), analisando-se o universo de respostas dos estudantes a alguns problemas de taxas relacionadas, quatro níveis de significação são identificados: o aritmético, o algébrico, o funcional e o diferencial, determinando-se, entre eles, uma hierarquia epistemológica.

Segundo a pesquisadora, em situações-problema desta natureza, os dois primeiros níveis de significação são os mais comuns. Cabral complementa que os alunos não conseguem verificar as quantidades variáveis envolvidas, tampouco a relação funcional entre elas. Desta forma, se não é possível quantificar o processo de variação de uma grandeza em relação à outra, constata-se uma falha no conceito de função, sob o ponto de vista epistemológico.

É interessante salientar que tal pensamento é ratificado por Rezende (2003) no estudo das três etapas das funções quadráticas, sendo elas:

1) Uma inicial, por meio de tabelas interativas, que permitam ao aluno controlar os parâmetros da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, o valor do incremento $\Delta x$ e o valor $x_o$ da sequência (progressão aritmética) $x_n = x_o + n\Delta x$, $n>0$, de modo a concluir, por observações e cálculos simples, que a sequência $\Delta y_n$ também forma uma progressão aritmética, cuja razão é $\Delta^2 y_n$;

2) Uma etapa seguinte, que possibilite ao aluno observar e testar a conjectura, elaborada no passo anterior, em um ambiente gráfico interativo produzido por um software dinâmico;

3) E, por último, realizar efetivamente a passagem para a variável contínua, por meio do raciocínio e do cálculo algébrico. (REZENDE, 2003)

De acordo com o exposto acima, observa-se que as dificuldades no ensino da Matemática na Educação Básica influenciam fortemente o ensino do Cálculo Diferencial e Integral. As quantidades variáveis, como tempo, peso, temperatura, ou outra grandeza qualquer, constituem parte dos problemas encontrados no cotidiano sem possuírem fórmulas explícitas.

Portanto, a capacidade de simulação oriunda do uso de novas tecnologias poderá auxiliar o resgate do estudo sobre a variabilidade das funções reais, e sobre o sentido de função.

### 1.3 Associadas aos livros didáticos

O desconforto em relação ao ensino do Cálculo é generalizado, sendo encontrado tanto no Brasil como no exterior, conforme denuncia o trabalho de Tall (1976). Um aspecto importante desta crise no ensino do Cálculo é o entendimento do que vem a ser o “divisor de águas” entre este estudo e o da Análise Matemática.

O valor da demonstração na construção do conhecimento matemático é reconhecido entre os professores universitários. Contudo, Bachelard (1996) acrescenta que “o movimento da demonstração matemática não pertence ao conteúdo do objeto, mas é uma operação exterior à coisa”. (BACHELARD, 1996)

A conclusão que se chega é a que o processo da demonstração é uma justificação lógica da validade do resultado e, muitas vezes, não carrega em si a idéia que permitiu intuí-la. Segundo Baldino (1998), o professor de matemática insiste em priorizar o significado lógico dos resultados em relação aos seus sentidos.

No que concerne ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral, verifica-se uma lacuna extremamente refletida na evasão dos alunos em determinados cursos de graduação. Na Universidade, os cursos introdutórios de Cálculo Diferencial e Integral aparecem como disciplinas do primeiro ano, nas diferentes especificidades dos cursos de Engenharia, Matemática, Física, Química, Ciências Econômicas, Administração, Contabilidade, Arquitetura, Geociências, Biociências, entre outros. São cursos básicos, ministrados a

alunos recém-egressos da escola secundária, de todas as áreas denominadas “exatas”, e de algumas classificadas como “humanas” ou “biológicas”.

Outro grande objetivo dos cursos iniciais de Cálculo Diferencial e Integral é o de propiciar condições de base ao estudo de equações diferenciais. Equações estas que são modelos para a resolução de problemas relevantes da Física, Química, Engenharia, Economia, Biologia, entre outras áreas do conhecimento.

Assim, o Cálculo surge como um curso básico, amplo e integrador, de caráter fundamental, envolvendo, ano após ano, milhares de alunos e várias dezenas de professores.

Há uma década, Barufi (1999), em sua tese de Doutorado, já levantava dados alarmantes sobre o tema em cursos presenciais da USP.

> É possível observar esta realidade, por exemplo, no IME, onde, mesmo a mudança da periodicidade dos cursos de Cálculo, transformando os dois cursos semestrais num único curso anual, não trouxe uma significativa melhoria da situação. De fato, verificamos que no ano de 1995, a taxa de não aprovação - isto é, reprovação por nota ou por falta, ou desistência - em MAT 135 (Cálculo para Funções de uma Variável Real) foi de 66,9%, e, em MAT 131 (Cálculo Diferencial e Integral), de 43,8%. De modo geral, o mesmo se observa fora do IME, como na Escola Politécnica, com dados que, embora denotando uma condição um pouco mais confortável, com médias relativamente mais altas, ainda mostram elevados números de alunos não aprovados. Tais índices se mantêm mesmo nos cursos de re-oferecimento, como é o caso de 46,9% de não aprovação no primeiro semestre de 1994, no curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral, para alunos que não foram aprovados no ano anterior.
> (BARUFI, 1999, p.3)

Argumenta ainda que existem...

> ... outras questões também muito importantes: *como* e, *o quanto*, o caráter interdisciplinar do Cálculo é explicitado nos diferentes cursos universitários? O conteúdo dos cursos passa por processos de adequação dependendo do que ocorre na sala de aula?
> (BARUFI, 1999, p.6)

Outra ponderação relevante é que ...

> ... para a maioria dos alunos, o conhecimento matemático, desenvolvido anteriormente na escola secundária, pouco ou em nada se relaciona ao apresentado no curso de Cálculo, ..., isto ocorre principalmente quando as questões do Cálculo são apresentadas num contexto formal, logicamente bem estruturado, no qual o conceito de número real é preponderante e o estudo das funções surge como um fim em si mesmo, baseado nas propriedades dos números reais (enquanto corpo ordenado, arquimediano e completo).
> (BARUFI, 1999, p.5)

Em relação a estes paradigmas, existem dois modelos principais, muito diferentes, norteadores das várias propostas didáticas, no sentido de maior ou menor proximidade de cada texto. O primeiro constitui-se na apresentação do Cálculo sistematizado, formal e logicamente organizado, como resultado do trabalho de pensadores, filósofos e matemáticos em mais de vinte séculos. Esta abordagem é utilizada por alguns autores nas propostas para um primeiro curso de Cálculo Diferencial e Integral. Neste caso, a sequência temática basicamente se coloca como: Números Reais, Funções, Limites, Derivadas e Integrais, e o tratamento metodológico obedece, em muitos casos, à idéia de fornecer uma revelação do Cálculo. A proposta parece basear-se no fato, questionável, de que a lógica interna consistente precisa garantir a aprendizagem significativa por parte dos estudantes.

O segundo modelo apresenta o Cálculo em construção. Este diverge do anterior por apresentar uma sequência temática que não obedece necessariamente à estruturação lógica, mas ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, ou à sua contemporaneidade. Isto se deve ao fato deste basear-se numa metodologia problematizadora, segundo a qual a existência de problemas importantes e motivadores deflagra o processo de construção do conhecimento por parte dos alunos.

O propósito deste estudo é o de mostrar a existência de uma grande mediação na construção dos significados do Cálculo Diferencial e Integral a partir da inserção de Tecnologias da Informação, em particular as Tecnologias Informáticas (ou os recursos tecnológicos advindos do computador, que permitem o trânsito de informações), independente do modelo utilizado.

Duas ramificações do trabalho de Barufi (1999) serão aqui abordadas: o fato de o autor concluir outro mecanismo útil (a uma frutífera negociação de significados) como a utilização de imagens pictóricas, esquemas, desenhos, apontando-se a característica de visibilidade como facilitador do processo de significação; e o fato da escolha do livro didático revelar uma primeira compatibilidade entre a proposta do autor, e a do professor que ministra o curso.

O livro didático mostra um caminho proposto por seu autor, com vistas à viabilização da concepção de como o conhecimento no Cálculo pode ou deve ser construído. Contudo, argumenta-se aqui que, independente de tal escolha, as Tecnologias da Informação poderão apresentar-se como fortes mediadoras na negociação dos significados do Cálculo Diferencial e Integral.

Especificamente no âmbito da Universidade, o Cálculo como curso básico ainda surge como consenso, extremamente importante à formação dos alunos ingressantes. Neste ambiente, muitos cursos de Cálculo Diferencial e Integral permanecem os mesmos, trazendo abordagem idêntica à realizada há vinte, trinta ou quarenta anos.

Pode-se, ainda, observar o deslumbre decorrente da sistematização lógica do Cálculo. O processo de limite foi finalmente formalizado, e os números reais passaram a constituir um universo onde os matemáticos se

movimentam bem. O estabelecido tornou-se “verdade absoluta”, transmitida aos estudantes, os “homens do futuro”. E como vivem eles o presente? Na realidade, estão sendo preparados para serem “homens do futuro” ou do passado? Afinal, conforme avalia Landa (1972), até de forma benevolente, “os alunos saem da escola como os contemporâneos de Newton, quando deveriam fazê-lo como os contemporâneos de Einstein.”[5] (LANDA, 1972).

Os cursos de hoje apresentam aos alunos as mesmas perguntas feitas no passado. Talvez porque, hoje em dia, os professores, eles próprios, muitas vezes não apresentem outras perguntas. Tal fato sugere também a necessidade de avaliação da identidade profissional construída nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Será que os professores pretendem que os estudantes entendam o Cálculo a partir de sua lógica interna, ou a partir de sua potência enquanto ferramenta importante na resolução dos problemas?

Nas últimas décadas, as mudanças ocorridas no trato com a informação apontam a necessidade (premente) da interação (com o universo dos computadores) configurar-se como algo tão natural quanto o foi, em décadas passadas, a manipulação do lápis ou da caneta.

A sociedade da informação demanda novas exigências à sabedoria humana. A sua emergência impõe, como importante tarefa educativa, tornar os alunos capazes de movimentarem-se à vontade no mundo da informação. Eles deverão retirar dele o melhor partido, apreciando a globalidade de suas implicações e intervindo nas grandes opções que precisarão fazer a seu respeito.

---

[5] Los alumnos salen de La escuela como los contemporáreos de Newton, cuando deberían hacerlo como los de Einstein.

As novas tecnologias da informação provocam o aparecimento de novos saberes e de novas competências, ligadas ao tratamento da mesma. É necessário o conhecimento de onde a informação pode ser procurada, bem como a capacidade de interpretá-la, utilizá-la e avaliá-la.

Argumenta-se, nesta pesquisa, que o uso de TI's no ensino do Cálculo é um elemento fundamental ao preenchimento do vazio entre o entendimento da verdade de um fato e suas implicações no objeto de estudo. Para isto, deve-se trazer à reflexão a ordem existente nos livros didáticos, recorrendo-se às idéias de Batista (1999), Choppin (2002) e Chartier (1999).

De acordo com Batista (1999), o livro didático é o impresso empregado ao desenvolvimento de um processo de ensino ou de formação. Tal conceituação inclui também os fenômenos que marcam a relação da escola com as tecnologias de transmissão, a preservação do conhecimento e da informação: a escrita em geral, o manuscrito, o impacto destas tecnologias no trabalho pedagógico, e suas consequências culturais e cognitivas.

A idéia da ordem dos livros ganha interesse na constatação da visão cartesiana do mundo, intimamente relacionada ao pensamento de Descartes, e difundida na literatura ocidental. Choppin (2002) salienta que os manuais aparecem essencialmente como instrumentos da constituição identitária dos estados modernos.

Assim, o interesse inicial da comunidade científica restringiu-se à ordem política e humanista. Contudo, a partir do final do século XIX, alguns historiadores buscaram pré-julgamentos nacionais e estereótipos susceptíveis de despertar, conservar ou reativar sentimentos de hostilidade entre os povos, conforme enfocado por Chartier (1999).

Trazendo esta reflexão ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral, constata-se que a literatura ainda encontra-se de acordo com as mesmas prerrogativas de décadas atrás. Existe a necessidade do despertar para outras possibilidades pedagógicas existentes no século XXI. Para isto, a “ordem dos livros” também deverá manifestar este pensamento.

É interessante perceber como a compreensão do livro de classe restringe-se à vivência dos papéis sociais (como aluno, pai, professor, editor, político, religioso, entre outros) instigadores de sua pesquisa. O manual está inscrito na realidade material e cultural da mesma forma como a bandeira ou a moeda inscrevem-se na esfera do simbólico. O livro veicula: conteúdo, valores morais, religiosos e políticos. Participa do processo de socialização e de aculturação da juventude. O manual funciona como um filtro e um prisma, impondo certa hierarquia no campo dos conhecimentos. Não opera como um livro que comumente desfrutamos, mas como um instrumento que utilizamos.

Associando-se estas idéias às trabalhadas por Barufi (1999) em sua tese de Doutorado, vislumbra-se o quanto a literatura existente sugere a continuidade no uso de metodologias de décadas passadas. Reserva-se a último plano a contemplação das possíveis contribuições pedagógicas das atuais TI’s na construção do conhecimento, no estudo do Cálculo Diferencial e Integral. Afinal, visualizar, observar consequências das mudanças de parâmetros em funções, de suas derivadas ou primitivas, e compreender graficamente comportamentos direcionais, são apenas algumas das diversas possibilidades do uso de tecnologias da informação, seja no estudo presencial ou na sua modalidade à distância.

Acrescenta-se, ainda, um aspecto relevante ao que Barufi (1999) desenvolveu em sua tese de Doutorado, a respeito dos livros didáticos:

> Entendemos que o livro didático, escolhido pelo professor para suporte ou apoio ao seu trabalho, constitui um forte indício do tratamento que será dado ao curso. O livro preferido faz transparecer muito das preocupações do professor, suas crenças, suas escolhas metodológicas. (BARUFI, 1999, p. 7)

O que se pretende discutir aqui é que, independente do livro didático escolhido (e do tratamento conferido ao curso), as Tecnologias Informáticas são instrumentos importantíssimos na negociação dos significados do estudo do Cálculo, inclusive pela inserção de *e-books* (livros digitais), aplicativos interativos e multimídias. Os limites e as possibilidades existentes neste processo compõem o objeto principal deste estudo.

## 1.4 De natureza epistemológica

Para iniciar a reflexão sobre as dificuldades de natureza epistemológica do Cálculo Diferencial e Integral, é útil ponderar os problemas encontrados no ensino da Matemática nos ensinos fundamental e médio.

Entre os objetivos desta investigação, encontra-se a tentativa de entendimento do processo cognitivo da apropriação do conhecimento, por meio das imagens conceituais formadas durante todo o processo de aprendizagem.

Sobre este assunto, Tall (1976) escreveu:

> O cérebro humano não é uma entidade puramente lógica. A maneira complexa com que ele funciona é usualmente uma variação da lógica matemática. Não é sempre a lógica pura que nos dá as inspirações, nem a causadora de nossos erros. Para entender como esse processo ocorre, tanto correta como erroneamente, devemos formular uma distinção entre os conceitos matemáticos formalmente definidos, e o processo cognitivo pelo qual eles são concebidos.[6] (TALL, 1976, p. 1)

Esta reflexão pode ser aplicada a quaisquer conceitos matemáticos, particularmente àqueles que se relacionam, de alguma maneira, ao estudo do Cálculo Diferencial e Integral, entre eles, principalmente o estudos das funções.

Para evitar conflitos provenientes da idéia (erroneamente formada) a respeito do significado de função, deve-se trabalhar a relação de variabilidade, de variação, de dependência, de taxa de variação no ensino fundamental e também, ao longo do ensino médio.

Atualmente, o aluno constrói a imagem de que uma função é apenas uma expressão contendo x e y. De fato, a função é a própria expressão, tornando intensamente sofrida e inaceitável a idéia de variabilidade. A

[6] The human brain is not a purely logical entity. The complex manner in which it functions is often at variance with the logic of mathematics. It is not always pure logic which gives us insight, nor is it chance that causes us to make mistakes. To understand how these processes occur, both successfully and erroneously, we must formulate a distinction between the mathematical concepts as formally defined and the cognitive processes by which they are conceived.

dificuldade aumenta ainda mais quando se trata de pontos críticos. Como uma "fórmula" poderia possuir um valor máximo ou mínimo, se ela é estática ou apenas uma expressão matemática?

Na construção do gráfico de uma função quadrática, o aluno observa, visualiza e constata o seu ponto crítico, mas não consegue conferir significado ao mesmo quando a redação apresenta um pouco mais do que simples termos técnicos. O estudante não entende qual coordenada do vértice utilizar, por apresentar a ratificação da idéia estática de função construída anteriormente.

Ao refletir sobre o exposto anteriormente, Tall (1976) compartilha uma excelente analogia:

> O conceito de subtração tem usualmente sua primeira abordagem como um processo envolvendo números inteiros positivos. Neste estágio, a criança observa que a subtração de um número sempre reduz a resposta. Para esta criança, essa observação é parte de sua imagem conceitual e pode causar problemas posteriores quando confrontada com a subtração de números negativos. Por esta razão, todos os atributos mentais associados com um conceito, consciente ou inconscientemente, devem ser incluídos na imagem conceitual; eles podem conter as sementes de futuros conflitos.[7] [8]

Vale salientar que a definição formal de função ajuda menos ainda a significação deste conceito. As aulas e os livros didáticos definem a noção de função da seguinte maneira: uma relação entre dois conjuntos (A e B) é chamada de função de A em B se cada elemento do conjunto A possui uma única correspondência com um elemento do conjunto B.

---

[7] Ibidem, p. 2.

[8] For instance the concept of subtraction is usually first met as a process involving positive whole numbers. At this stage children may observe that subtraction of a number always reduces the answer. For such a child this observation is part of his concept image and may cause problems later on should subtraction of negative numbers be encountered. For this reason all mental attributes associated with a concept, whether they be conscious or unconscious, should be included in the concept image; they may contain the seeds of future conflict.

Contudo, tal conceito sequer é lembrado diante do fato de a função constituir-se como "uma fórmula", um gráfico ou uma tabela de valores aos alunos. Certamente, em alguns momentos, estes se sentem confortáveis ao operar com o mesmo tipo de expressão, ou ainda, com o mesmo tipo de função, seja ela do 1º grau, 2 º grau, exponencial ou qualquer outra.

As atitudes frente aos problemas propostos são parecidas e, por vezes, idênticas às usadas em casos imediatamente anteriores, causando o sentimento de "bem conhecer" este ou aquele assunto. Porém, com mínimas mudanças nestas estruturas, retorna-se ao ponto inicial. Isto porque o entendimento de como agir encontra-se ausente. Uma mudança algébrica aparenta ser uma alteração conceitual exatamente pelo fato da imagem conceitual (formada sobre o assunto) ter se apresentado anteriormente como equivocada.

No meio acadêmico, muito se fala à respeito do “fracasso no ensino de Cálculo”. Rezende (2003), em sua tese de Doutorado, investigou as dificuldades de natureza epistemológica de tal ensino. O autor concluiu, ao contrário do veiculado pelo pensamento comum, que o problema não se restringe à ordem cultural ou sócio-econômica, visto que o vivenciado no Brasil é análogo ao encontrado nos países desenvolvidos.

A inquietação a este respeito deu origem a um movimento internacional em prol da reforma no ensino de Cálculo, iniciado na década de 80, conhecido por “Calculus Reform” (Reforma do Cálculo). O movimento apresentou como características básicas: o uso de tecnologia, *softwares* e calculadoras gráficas, voltado tanto ao aprendizado de conceitos e teoremas como à resolução de diferentes tipos de problemas.

Este processo ficou conhecido como ensino via “Regra de Três”, isto é, caracterizou-se pela utilização das abordagens numérica, geométrica e analítica. O presente estudo discute o ensino via Regra de Três, e busca o entendimento do porquê de sua necessidade (urgente até certo ponto), emergente na atual cultura tecnológica da humanidade.

Rezende (2003) também apresentou outros questionamentos, como a obrigatoriedade do Cálculo em alguns dos cursos de Ensino Superior, cujas grades o classificam como imprencidível. Qual a razão de tantas reprovações? Onde está a dificuldade? No aluno? No professor? Na metodologia? Nos livros? No currículo? Esta pesquisa conjectura que, independente do currículo ou do livro, as novas TI´s fornecerão grande suporte nesta mediação por figurarem como atores do coletivo *humans-with-media*.

Analisando textos usualmente empregados num curso inicial de Cálculo, Barufi (1999) detectou a predominância da sequência de “Cauchy-Weierstrass” na organização didática dos conteúdos programáticos. Consagrada no século XIX, a sequência consiste basicamente em fundamentar os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral nas noções de limite e número Real.

A sequência define limite, continuidade, derivada e integral de uma função, respectivamente nesta ordem. Coloca-se como instrumento didático na grande maioria dos cursos de Cálculo Diferencial e Integral, e nos textos de Análise Matemática (fundamentação gradativa das idéias básicas do Cálculo).

Um conflito pedagógico comum encontrado nos cursos de Cálculo é o descompasso entre o que se faz e o que se pede. Ao professor, em geral, cabe a tarefa de demonstrar os resultados e, ao aluno, a de fazer exaustivas listas de exercícios. Nas avaliações, o que mais se avalia encontra-se na técnica,

nos cálculos de limites, derivadas e integrais, o que sugere a prevalência do domínio técnico sobre o significado.

Para tentar minimizar os resultados catastróficos dos cursos de Cálculo no Ensino Superior, é comum a realização de cursos “preparatórios” pelas IES, também chamados de “Pré-Cálculo”, “Cálculo Zero”, “Matemática Básica”, entre outros.

Independente de como são chamados, tais cursos tentam resolver o problema de “falta de base” do aluno, o que parece ser o grande vilão deste fracasso, de acordo com os professores de Cálculo.

Por um lado, é verdade que o aluno recém-egresso do Ensino Médio peca, em sua maioria, em álgebra, funções e trigonometria. Por outro, em muitas outras áreas, a “falta de base” também é notória, mas não implica necessariamente em resultados catastróficos.

Além disto, tais disciplinas “niveladoras”, de acordo com a representação baldista do conhecimento, tem média de aprovação (e, por conseguinte, de reprovação), similar às obtidas nos cursos de Cálculo que, com ou sem elas, continuam a apresentar resultados preocupantes.

Ao propor uma nova concepção epistemológica, Baldino (1998) clarifica e diferencia dois termos utilizados indistintamente, de forma clássica: “aquisição” e “produção” de conhecimento. Para o autor, não existe transmissão nem comunicação de conhecimentos, mas produção de significados na dialética do sujeito com o outro, sob circunstâncias determinadas pela instituição.

O sujeito aprende porque fala, e não por prestar atenção. Baldino (1998) afirma que o “significado” é uma função do ouvinte, apresentando-se, portanto, como uma produção conjunta entre o falante e o outro.

Esta tese quer demonstrar que, no processo de reflexão crítica da forma de pensar do aluno, o uso de Tecnologias da Informação (no ensino do Cálculo Diferencial e Integral) pode configurar-se como elo de ligação entre o aspecto cultural e o cognitivo dos significados.

Na elaboração das atividades de ensino propostas neste trabalho, vislumbra-se a ponte entre o *como*, o *porquê*, o *quê* e o *para quê* ensinar Cálculo. No lugar de apontar para a “falta de base” dos estudantes, projeta-se o estabelecimento dos conceitos básicos e necessários ao aprendizado do Cálculo, e de suas mediações através das TI´s.

Rezende (2003) reflete sobre a responsabilidade dos professores de Cálculo em explicitar as concepções epistemológicas que perpassam suas ações docentes. Afinal, cabe ao professor o comando, a orientação do processo ensino-aprendizagem. Rezende(2003) discute sobre as dualidades sistematização/construção, a variabilidade/permanência, o global/local, o discreto/contínuo, o finito/infinito e a construção/significação.

Esta pesquisa deseja ir além, e mostrar que as TI´s mediam e facilitam sobremaneira quaisquer destes pares em cursos de Cálculo Diferencial e Integral, visto que se constituem como a nova tecnologia da inteligência segundo Lévy (1994). Além disto, segundo Borba e Villarreal (2005), as TI´s configuram-se como atores protagonistas na construção do conhecimento, para o humano midiático da atualidade.

Sobre o par discreto/contínuo presente num curso de Cálculo, a noção de continuidade é estabelecida em termos de função, e é definida localmente por meio do conceito de limite. Isso é feito estendendo-se a propriedade local de um ponto $x_o$ de seu domínio a todos os pontos do mesmo, ou seja, que $\lim_{x \to x_o} f(x) = f(x_o)\ \forall\ x_o \in D(f)$.

Contudo, tal passagem do conceito local de continuidade para o formato global não acrescenta grandes significados. O usual é repetir o feito por Euler, isto é, atribuir que uma função é contínua se, ao desenhá-la, não se retira o lápis do papel. Menos significado teria ainda a afirmação de que uma função contínua é aquela em que a imagem inversa de um aberto é um aberto.

Dois elementos caracterizam bem a fraca percepção dos alunos em relação à dualidade discreto/contínuo: a distância entre os campos da atritmética e da geometria no ensino básico da Matemática, e a significação errada de número Real, em que o número Irracional é definido como sendo o número Real que não é um número Racional (sendo a definição do conjunto dos Reais dada pela união dos Racionais com os Irracionais).

Assim, o único conjunto numérico que os alunos apresentam certo domínio sobre as características de seus elementos é o dos números Racionais. Portanto, como o conceito de continuidade foge ao conhecimento geral, os estudantes não conseguem responder o que um número Real realmente significa, visto que desconhecem o seu processo de construção.

Segundo Rezende (2003), o Teorema Fundamental do Cálculo estimula o descolamento da dualidade discreto/contínuo do conceito de integral, levando-se em conta que o ato de integrar é identificado pelo de encontrar a antiderivada da função do integrando.

O exaustivo treinamento em técnicas de integração leva o aluno a ignorar o significado do conceito de integral, fazendo com que ele a veja simplesmente como um procedimento algébrico. Quanto a isto, o próprio Rezende (2003) concorda que:

> Calcular uma integral através de processos numéricos aproximados, ou mesmo usando determinados tipos de séries - como fizeram Newton, Euler e outros - também são exercícios que contribuem para o processo de tecedura da noção de integral. A noção deve ser explorada então na sua totalidade, e não reduzida simplesmente ao ato algébrico de encontrar uma antiderivada da função através de técnicas de integração. (REZENDE, 2003, p. 350)

Configura-se, no mínimo, irracional a não-utilização das TI´s na conferência da significação necessária a este caso, sem que se negue a importância do conhecimento das definições anteriores.

Sobre o par variabilidade/permanência, é importante relembrar que o desenvolvimento da noção de variável possibilita a construção de um dos conceitos básicos do estudo do Cálculo: o de função. Para o Cálculo, a relevância ocorre na relação de interdependência entre as quantidades variáveis. Disto resulta o problema da variabilidade, ou seja, da medida da taxa de variação de uma das variáveis em relação à outra. Contudo, a maneira como este conceito é trabalhado nos ensinos fundamental, médio e superior provoca desvios de natureza epistemológica na abordagem do Cálculo Diferencial e Integral.

Quando o aluno começa um curso de Cálculo Diferencial e Integral, ele já foi “apresentado” à definição de função. Mas, para os estudantes tal conceito é caracterizado, em geral, por suas expressões analíticas. Ou seja, uma função

não é vista como uma relação de interdependência, mas como uma expressão do tipo $y = 2x + 1$; $y = \cos x$, $y = e^x$, entre outras.

Sendo assim, para os estudantes recém-chegados ao ensino superior, uma função se resume à expressão analítica capaz de a definir. Os alunos estabelecem a idéia de função não no contexto da variabilidade, mas em termos de uma correspondência estática entre os valores das variáveis x e y. Até a forma de desenhar o gráfico ratifica a ausência da variabilidade, visto que, em geral, os gráficos são construídos por uma tabela com valores pré-estabelecidos e que, "magicamente" são transformados numa curva cuja curvatura é induzida pelo professor.

A definção de injetividade ou sobrejetividade não implica na preocupação em *como* ou *o quanto* uma variável cresce em relação à outra. Discute-se os zeros, mas esquece-se dos pontos críticos, considerados elementos essenciais no esboço do gráfico de uma função real, de variável real. Portanto, o próprio gráfico da função se transforma num conjunto de pontos (x, f(x)) e, assim, estabelece-se a representação de função pelo estudante.

Obviamente que esta idéia de função encontra alicerce na maneira que Dirichlet (1837) conceituou tal noção: " uma função y(x) é qualquer regra que associe um valor definido y a cada x, em certo conjunto de pontos". (apud RUTHING, 1984). Contudo, esta idéia está longe de possuir aderência na história do Cálculo, oriunda da busca por soluções aos problemas de taxas de variação e pontos ótimos, isto é, máximos e mínimos. Com relação a isto, Rezende (2003) afirma que...

> ... com o desenvolvimento da forma algébrica de pensar surge o conceito de variável; e, pela introdução do simbolismo algébrico na geometria, desenvolve-se a geometria analítica e, por conseguinte, a relação funcional entre quantidades variáveis determinadas implicitamente pela equação da curva que as relaciona; na "invenção" do Cálculo, o desenvolvimento do "pensamento diferencial" foi efetivado em termos da relação funcional estabelecida pela geometria analítica. Quanto aos "problemas de otimização", a situação é similar... (REZENDE, 2003, p. 348-349)

De acordo com Rezende (2003), a principal razão para as dificuldades de aprendizagem no ensino do Cálculo (no que concerne aos problemas de taxas e otimização) é o desvio epistemológico do conceito de função, lembrando-se que a noção de derivada está relacionada às diversas áreas do conhecimento e, sobretudo, à taxa de variação instantânea.

A definição formal do conceito de derivada em termos de limite, e sua interpretação geométrica como coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função em questão em determinado ponto, prevalecem sobre a interpretação dinâmica em termos de taxa de variação instantânea, de onde, de fato se origina historicamente.

O processo de significação do conceito de derivada parece realizado simplesmente por meio de um exaustivo uso de regras de derivação, não incentivando o aluno a construir efetivamente o significado da derivada.

Sobre a dualidade finito/infinito, já dizia Galileu: "O infinito e a indivisibilidade são de natureza muito incompreensíveis para nós (os humanos)". Contudo, os estudantes não apresentam a mínima consciência desta dificuldade, mesmo após realizar um curso de Cálculo.

Predomina entre os alunos uma atitude potencialista, isto é, a visão de que o infinito existe apenas potencialmente, uma vez que processos infinitos não se realizam efetivamente. Uma das principais atribuições do infinito seria a

de representar uma situação de indeterminação. Segundo os estudantes, tal estado de indeterminação é consequência da impossibilidade de realização das operações infinitas. Rezende (2003) ainda ratifica esse ponto, esclarecendo:

> Apesar da complexidade do conceito de infinito, é, no mínimo, curioso que nossos estudantes não tenham sequer consciência das dificuldades referentes à noção de infinito, mesmo tendo eles já realizado um curso de Cálculo ou de Análise. Isto nos leva a concluir que cursar ou não as referidas disciplinas, tal como se encontram organizadas nos dias de hoje, não faz diferença alguma para a instrução do aluno neste assunto. (REZENDE, 2003)

Outra dificuldade é o não-reconhecimento pelo aluno das especificidades do infinito matemático. Os alunos transferem as propriedades válidas para processos finitos aos processos infinitos. Não reconhecem as situações de indeterminação presentes, e tentam resolvê-las algebricamente, como se o infinito fosse um número.

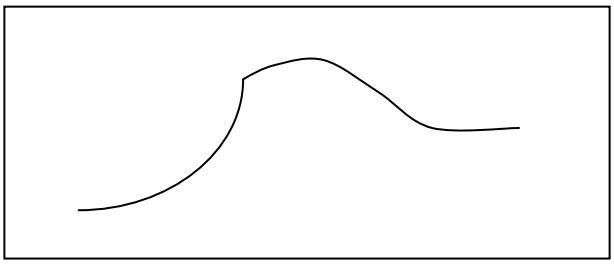
Além disto, a noção de limite se constitui como processo de aproximação, prevalecendo a idéia de que uma sequência tende, mas não alcança o seu ponto limite. Do Cálculo de Newton ao de Cauchy, a noção de infinito só mudou de corpo, ora infinitesimal, ora limite.

A dualidade local/global não participou efetivamente da “invenção” do Cálculo. Newton não fazia distinção entre os conceitos locais e as propriedades globais das curvas diferenciáveis e integráveis. De fato, Newton conceituava continuidade e diferenciabilidade pelo comportamento global da curva.

Um bom exemplo desta questão encontra-se em Rezende (2003):

> ... para o matemático inglês, a curva da figura era o desenho de duas curvas diferenciáveis, e não o de apenas uma curva, que deixa de ser diferenciável em apenas um ponto. A noção de diferenciabilidade é, portanto, uma característica global da curva.[9]

[9] Ibidem, p. 375-376.



Atualmente, a dualidade local/global não encontra referência nos ensinos fundamental e médio. Contudo, ao ingressar no ensino superior, já no ensino do Cálculo, os conceitos são definidos localmente e estendidos ao estado global. Tal extenção, aparentemente natural, exige do aluno uma habilidade de ir e vir aos dois pólos. Continuidade e diferenciabilidade são definidas localmente, e estendidas. Função monótona é definida globalmente.

Muitos dos exercícios sobre diferenciabilidade de uma função, num curso de Cálculo, referem-se a funções definidas por partes. Contudo, os alunos ignoram o fato de nem sempre ser permitido o uso de regras de derivação nos pontos limites das sentenças que definem a função.

Portanto, com o treinamento exaustivo da técnica de derivação, a derivada passa a configurar uma natureza global para o aluno. Primeiro, deriva-se a expressão e, depois, exclui-se suas restrições. Outro fato relevante (ao atual ensino do Cálculo) é a aparente ignorância do estudante ao fato de que, mesmo o estudo da monotonicidade não é pontual, ainda que seja realizado em nível local.

A oposição local/global é um produto da percepção do espaço, e Petitot (1985) localiza a contribuição do Cálculo para o surgimento das primeiras relações entre o local e o global, no desenvolvimento da geometria:

> Até o fim do século XIX, a geometria reduz-se essencialmente ao estudo de objetos geométricos imersos num espeço bi ou tri dimensional. Os métodos utilizados são, por um lado, os métodos

> sintéticos herdados pela tradição euclidiana e, por outro lado, os métodos analíticos e algébricos fundados no uso de coordenadas. Com a introdução do Cálculo Infinitesimal, as coordenadas permitem a análise das propriedades diferenciais dos objetos (equação das tangentes, das normais, estruturas dos pontos singulares, etc.) Assim, aparecem os primeiros teoremas gerais sobre as curvas algébricas e a "solidariedade" que existe entre sua estrutura local e global. (PETITOT apud REZENDE, 2003, p. 21)

Newton e Leibniz não explicitaram o conceito de diferenciabilidade localmente. Rezende (2003) atribuiu a ausência de considerações locais, nestas duas versões iniciais do Cálculo, a dois fatores: as curvas frequentemente utilizadas eram, no mínimo, diferenciáveis; a noção de limite e o conceito de função não existiam. Estes conceitos foram introduzidos por Euler e Lagrange e, a partir deste ponto, as preocupações com as questões essenciais da dualidade local/global tiveram início.

Assim como a participação da dualidade local/global apresentou-se tardiamente no estudo do Cálculo, tal oposição parece nem mesmo ser mencionada na escola básica. Ao ingressar no ensino superior num curso de Cálculo, contudo, o estudante é logo apresentado a situações desta natureza.

Em geral, os conceitos do Cálculo são definidos localmente e, depois, estendidos globalmente: uma função é contínua num intervalo se assim o for em cada ponto do mesmo; diferenciável se assim o for em cada ponto, e assim por diante.

Sobre a dualidade sistematização/construção, em primeiro lugar, deve-se entender o significado destas palavras no âmbito do conhecimento matemático. Sistematização está diretamente associada ao surgimento do formalismo e do logicismo, escolas filosóficas em que a Matemática encontra-se extremamente ligada à lógica.

No formalismo, pretende-se alcançar um estado global unitário da Matemática, utilizando-se a lógica formal como principal instrumento de significação. No logicismo, a Matemática é um prolongamento da lógica, ou seja, todos os resultados e conceitos matemáticos podem ser reduzidos da lógica.

Com relação ao conceito de construção, tome-se a reflexão de Javier Lorenzo (1974) citado por Mora (2000):

> (...) quase todas as formulações realizadas depois do aparecimento das antinomias, praticamente, recorrem, de uma maneira mais ou menos explícita, ao construtivismo; os próprios realistas platônicos que sustentavam taxativamente o logicismo primitivo, depois das restrições a seus excessos platônicos produzidas pelas limitações formalistas (...) aceitaram métodos que qualificam de construtivos. (LORENZO apud MORA, 2000, p. 564)

Desta maneira, Rezende (2003) conclui:

> Assim, pode-se afirmar que o par sistematização/construção não constitui propriamente uma dualidade no sentido filosófico: não existe sistematização sem construção, nem construção sem sistematização. (REZENDE, 2003, p. 389)

As interpretações relativas ao processo de construção do conhecimento, bem como as atitudes nele tomadas, constituem o cerne da dualidade sistematização/construção. Sistematização não é o oposto de construção, e sim parte do processo de elaboração do conhecimento. De fato, historicamente, o estudo do Cálculo foi sistematizado por diversas vezes. Inicialmente, em sua “invenção”, em termos de quantidades infinitesimais. Por Cauchy e Weierstrass, ocorreu em termos de limites (via de regra, ainda hoje figuram nos livros didáticos os assuntos limite – continuidade – derivada – diferencial – integral).

A significação dos conceitos e dos resultados é realizada por meio das definições e demonstrações dos teoremas. Ao final, apresentam-se os exemplos como consequências, e não como a origem histórica do conceito definido, surgindo um grande obstáculo de natureza epistemológica (o que provoca a desmaterialização dos resultados e conceitos básicos).

Por exemplo, se não houver o processo de significação do conceito de derivada com a geometria, com a física (ou com outra área do saber detentora das idéias construtoras deste conceito), que sentido apresentará sua definição formal? Não é assistindo à demonstração de um teorema que se é capaz de construir sua rede de significados.

A seguir, uma afirmação de Rezende (2003) altamente relevante à reflexão sobre a mediação das Tecnologias Informáticas no estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

> Assim, para se recuperar o "real" nível de significação dos conceitos e resultados do Cálculo é preciso que se inverta a polaridade da dualidade sistematização/construção; isto é, ao invés de se construir as significações no nível do conhecimento já sistematizado, deveríamos é construir os campos de significações dos resultados e idéias básicas do Cálculo para, num momento posterior, buscar a sistematização desses elementos.[10]

Contudo, para isso, é necessário iniciar um processo contemporâneo de significação, lançando mão das possibilidades que as atuais tecnologias proporcionam. Sabe-se, também, que limites irão surgir, e que não é possível prescindir da sistematização que, conforme dito anteriormente, mistura-se ao processo de construção.

[10] Ibidem, p. 392.

Além disto, é preciso olhar com mais afinco o fio condutor que o processo histórico (da construção dos conceitos básicos do estudo do Cálculo) aponta, sem pressupor este caminho como o mais fácil ao aluno.

As dualidades aqui descritas não possuem fronteiras bem definidas, interrelacionando-se sem hierarquias. Por último, urge lembrar que a ação educativa é temporal. Ou seja, teorias e práticas criadas no passado pouco oferecem ajuda. Considerando-se que as teorias de hoje antes não existiam, talvez, por este motivo, não tenham sido pensadas anteriormente.

Da forma como a disciplina de Cálculo está estruturada, existe uma grande proximidade com a Análise, podendo aquela ser avaliada, inclusive, como uma pré-Análise. Esta posição híbrida em justificar logicamente os resultados é, sem dúvida, uma das principais fontes de crise de identidade no ensino do Cálculo.

Rezende (2003) concluiu a existência de algumas ausências no estudo do Cálculo, às quais poderão ser mediadas com o uso de TI´s: falta de ênfase à taxa de variação, falta de contextualizações, visualização gráfica precária, entre outras.

A partir do entrelaçamento dos fatos históricos, pedagógicos e tecnológicos, apresentando como pano de fundo as dualidades essenciais e os mapas conceituais do Cálculo, faz-se necessário o retorno do ensino aos seus próprios significados, problemas construtores e suas potencialidades.

Tão importante quanto o conhecimento das técnicas é o entendimento de seus significados, das múltiplas interpretações e da aplicação da Matemática em outras áreas do conhecimento.

# 2. AS TECNOLOGIAS INFORMÁTICAS

## 2.1 Na identidade profissional docente contemporânea

Para iniciar a discussão sobre o papel das tecnologias informáticas na formação docente contemporânea, propõe-se a reflexão sobre o significado da identidade pessoal. Segundo Freud a identidade pessoal é o conjunto de caracteres próprios e exclusivos do indivíduo. Sob o ponto de vista da Psicanálise, não existem dois indivíduos iguais. Esta ciência examinou e entendeu o inconsciente antes do consciente.

A Psicologia tentou descobrir elementos da consciência antes de Freud, verificando aquilo que o indivíduo considerava sobre ele mesmo. Freud pretende o contrário, afirmando que a mente é como um *iceberg*: o que se vê é a menor parte, a consciência, sendo o inconsciente um gigante desconhecido.

O inconsciente abarca os impulsos, paixões, ideias e sentimentos reprimidos. Segundo Freud, os grandes golpes contra a vaidade humana podem ser expressos pelos seguintes pensamentos: “não somos o centro do universo”; “não somos uma espécie separada e única; e nem tudo é fruto de uma vontade consciente”, apresentando como “causadores” destas reflexões, respectivamente, Copérnico, Darwin, e ele mesmo, Freud.

O conceito de identidade estará sempre presente nas relações e nas representações que fazemos do mundo, cabendo ao sujeito assumir identidades plurais em diversos momentos. A personalidade, contudo, poderia ser definida como a unificação das identidades ao redor de um “eu” coerente.

Na formação da identidade profissional, as influências, referenciais, e mestres são retratados na atuação profissional. Portanto, é importantíssima a explanação das TI's na formação do professor, com a finalidade de que ele possa refletir sobre suas apropriações durante a carreira.

A identidade não é um dado adquirido, uma propriedade, um produto. É um lugar de lutas e conflitos, uma construção de maneiras de ser e estar na profissão. Sentir-se professor é o resultado de um processo evolutivo. O desenvolvimento profissional dos professores depende de aspectos contextuais, levando-se em conta o modo como percebem o mundo a sua volta, a eles mesmos e a sua profissão. A noção de identidade profissional define-se, sobretudo, por sua natureza psicológica.

Na década de 60, houve a crise das "identidades coletivas", a partir da decomposição dos ofícios tradicionais. Algumas estratégias mais individualistas são provenientes de fatores como a importância da formação contínua e as novas políticas de gestão empresarial. A identidade profissional pode ser percebida a partir da perspectiva de ator no trabalho, incorporando-se saberes e posicionamentos relativos ao indivíduo sem a necessidade extrema da presença de um coletivo.

Um primeiro questionamento sobre a identidade profissional docente poderia assim ser formulado: qual o sentido que os professores conferem ao seu trabalho, e de que forma estas representações constroem as suas identidades profissionais?

Devem-se analisar diferentes trajetórias profissionais com vistas à verificação do tipo de formação e de conhecimento (tácito) presente em cada indivíduo. Esta fidelidade às raízes constitui-se como condição essencial à

manutenção e à transmissão do tipo de formação desenvolvida pelos indivíduos, considerando-se, inegavelmente, que tal influência é fundamental na construção de uma identidade. Observa-se esta questão presente em várias áreas, como a literatura, a música e arquitetura.

Os valores construídos durante a formação profissional apontam a direção de sua conduta, revelando as necessidades e perspectivas em relação ao trabalho docente e às condições de profissionalização, ao mesmo tempo em que proporcionam sentido a esta auto-identidade.

Delineia-se, desta forma, certo consenso nas representações sobre o trabalho docente, propondo-se a interiorização de uma imagem profissional. Na maioria das vezes, o trabalho efetuado só poderá ser assim considerado, quando nele houver um sentido.

A relação histórica entre o sujeito e o seu objetivo, de maneira recíproca, determina o resultado final da ação. Em outras palavras, a ação está condicionada ao modo como uma atividade é realizada, e como ela se desenvolve e evolui de maneira permanente.

Assim, a ação docente decorre da própria formação pessoal, e também dos caminhos percorridos na “rede de conhecimentos” vivenciados pelo professor. Este busca por um processo de uma miscigenação, reconstrução e reestruturação de sua formação a cada instante, em prol do desenvolvimento de sua atividade.

Nota-se que cada “mundo vivido no trabalho” corresponde a um tipo de formação, ou seja, a um sistema de objetivos e métodos pedagógicos. O sentido social do trabalho docente ainda é o do sacerdócio. Contudo, vivencia-se uma tendência à visão profissional, tanto pelo lado social como

pelo da categoria. Logicamente, este processo ainda encontra-se imerso em significativas contradições em seu desenrolar. Discursos perdidos entre os dois lados são comuns, e aparentemente se dissipam entre as ações reais e a atuação mantenedora da imagem sacerdotal que se intenta perseguir, mesmo frente à incansável busca por melhores remunerações. A realidade atual do magistério guarda contradições estendidas à tentativa de criação de um “tom” sacerdotal no discurso coletivo (e também altamente profissional, nas atitudes individuais).

Assim, os sentidos conferidos ao trabalho, e aos efetivamente desenvolvidos, localizam-se entre os processos de atingir objetivos, construir competências, desenvolver habilidades, e no expediente de agradar ao “cliente”, sem que o mesmo apresente condições de escolher quais produtos devem ser “adquiridos”.

Relevante ainda é o impacto dos ponteiros sociais que (des)qualificam as instituições de ensino, tornando o trabalho docente altamente paradoxal e desgastante. Muitas vezes, os profissionais perdem-se na decisão de fornecer apoio a “gregos ou a troianos”.

A reflexão sobre os desafios dos docentes contemporâneos (relacionados à identidade profissional e às práticas da subjetividade) favorece a identificação do modo como os aspectos relacionados à experiência em si influenciam as práticas profissionais ao longo da vida. Busca-se a análise de como a subjetividade é projetada nos percursos profissionais dos docentes, e também quais os fatores impulsionadores da mudança nestes percursos.

Conjectura-se, neste estudo, que a formação docente nos cursos de Licenciatura em Matemática necessita ser repensada, com vistas às mudanças

metodológicas aqui propostas. O uso das tecnologias informáticas ainda figura como a grande aposta na mediação das dificuldades epistemológicas do estudo do Calculo Diferencial e Integral, independente da realização de “reformas" na maneira de trabalhar os conceitos relativos a este estudo. Contudo, para que o professor enxergue valor na utilização das TI´s nesta mediação, é necessário que ele tenha sido sensibilizado sobre este assunto durante sua formação.

Outro ponto de discussão propõe que a postura a favor de uma ou de outra abordagem metodológica decorre da identidade profissional docente. Esta identidade, por sua vez, advém de diferentes experiências desenroladas no transcorrer da vida. Diante disto, o que é relevante para alguns poderá parecer incoerente para outros.

Como exemplo, tome-se o uso de TI´s no estudo da Matemática. Para alguns, esta ferramenta poderá ser inovadora, urgente e até mesmo indispensável na atualidade. Outros, já argumentam que este uso se trata somente do “aprendizado de apertar botões!”.

Tais experiências, de acordo com Gonçalves (1995), são assim chamadas: zona de trabalho; zona do estilo; zona das relações de intimidade e zona do eu, sendo a última o local onde crenças e valores são encontrados.

Desta maneira, a identidade revela os diversos sentidos atribuídos por alguém “a si próprio”, ou ainda, os sentidos que lhe são conferidos por “outros”, tais quais: o ideal de vida; o guia e as relações de amizade. Estas se constituem como um campo de identificações positivas ou negativas, muitas vezes inconscientes e desencadeadoras de processos de “metamorfose” nas pessoas. O ideal de vida engloba as quatro zonas de experiências citadas

anteriormente. O guia é um referencial personificado, um ídolo, um modelo, um ideal.

Tomando-se como base a personalidade, os processos de desenvolvimento pessoal e profissional resultam na transformação do docente ao longo de sua carreira. Estes processos realizam-se através de transições de vida e de um conjunto de fatores sócio-profissionais, levando-se em conta o ambiente de trabalho e as características específicas da profissão.

Além disso, as estratégias identitárias definem-se por alguns fatores: os atores, a situação, os desafios e as finalidades. O estudo do “eu” docente considera duas dimensões: a retrospectiva e a prospectiva. Na primeira, o sujeito-professor concebe-se por referência ao passado e, na última, idealiza o “eu” que deseja tornar-se.

Na dimensão retrospectiva, o professor é confrontado ao modo como visualiza sua autoimagem e sua autoavaliação. As reações obtidas a partir deste confronto configuram-se como as razões capazes de impulsionar, ou mesmo, de implodir sua motivação profissional, influenciando a percepção do próprio trabalho. A dimensão prospectiva refere-se às expectativas dos professores quanto ao seu desenvolvimento profissional futuro.

As experiências dos formandos e novos docentes determinam a forma como concebem suas atitudes em sala de aula. Além disso, alguns fatores são identificados como grandes influenciadores nas atitudes docentes: as experiências de infância; os modelos de professor; as experiências de ensino e as experiências significativas.

As experiências de infância formam a base dos traços de personalidade e também os modos de conduta habituais do docente. A influência de alguns

de seus professores resulta na percepção de modelos, salientando-se que as vivências negativas e positivas perpetuam-se quando o docente “assume-se” professor.

Muitas vezes, o processo de ensino provoca choques entre as experiências anteriores e os novos componentes sugeridos. Por exemplo, o uso das TI´s aponta uma incongruência neste encadeamento formativo, de difícil suplantação em sala de aula.

No início da carreira, as imagens formadas refletem as experiências significativas capazes de validar, ou não, a teoria na prática docente. Já a dimensão prospectiva remete às aspirações de futuros eficazes e desejáveis à ação educativa.

Incidindo diretamente na formação identitária docente, cooperam também: a disciplina em foco, a relação com os alunos, e a representação sobre o papel do professor. A disciplina ensinada influencia sobremaneira as representações e experiências profissionais. Ela constitui, para a maioria, o primeiro traço definidor de sua identidade.

Outra condição básica ao bom desenvolvimento profissional é a relação professor-aluno. O respeito mútuo é fomentador de interesse profissional em sala de aula. Já a representação assumida pelo docente sobre o papel do professor (em função das normas e valores pessoais e sociais) desenvolve sua ação (educativa) em termos de competência e eficácia.

Conforme Esteve (1995), as mudanças sociais acarretam reflexos diretos na função docente, contribuindo para a utilização das novas metodologias emergentes deste contexto. As novas TI´s surgem como grandes

possibilidades de mediação no estudo do Cálculo Diferencial e Integral, principalmente para o humano midiático.

É comum a distinção de alguns fatores frente ao estudo da pressão de mudança social na função docente. Uns incidem diretamente sobre a ação do professor em sala de aula, modificando suas condições de trabalho, provocando tensões associadas a sentimentos e emoções negativas, e constituindo a base empírica para o mal-estar docente. Outros se referem às condições ambientais, em ação indireta sobre fatores importantes, como a motivação profissional. Os problemas em sala de aula são considerados de responsabilidade do professor, ocasionando uma crise de identidade docente.

Denomina-se “profissionalidade” o conjunto de comportamentos, conhecimentos, destrezas, atitudes e valores que constituem a especificidade de “ser professor”. Em termos sociológicos, a docência é vista como uma semi-profissão em comparação às carreiras liberais clássicas.

Na prática, a clarificação das implicações dos professores liga-se à progressiva libertação dos mesmos “como grupo”, ao desenvolvimento de sua *profissionalidade* e à melhor qualidade do ensino. Neste contexto, três perguntas relevantes insinuam-se: quais os fins e as práticas do sistema escolar? Qual deverá ser o conhecimento e o desempenho do professor? Quais as tecnologias disponíveis para ajudar na mediação do processo ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral?

As respostas a estas questões dependem de fatores como, por exemplo, o momento histórico que apresenta ingerência nos contextos: profissional, da prática e sócio-cultural.

A profissão docente não detém responsabilidade exclusiva sobre a prática educativa. Deve-se “alargar” o conceito de prática e priorizar a noção mais ampla sobre pensamento e ação (frente à observação do caráter antropológico das práticas pedagógicas).

A exigência do posto de trabalho (semi-profissão) constitui uma prática institucionalizada. Disto resulta a geração de práticas concorrentes que, em última análise, configurar-se-iam como outras determinações da prática.

A regulação técnico-pedagógica da prática docente deveria observar o funcionamento de algumas regras. Estas, contudo, por apresentarem-se pouco precisas, tornam-se incapazes de regular a prática. Ao contrário, as regras manifestam-se por meio de grande diversidade funcional, promovendo uma profusão de saberes potencialmente pertinentes à profissão, sem que haja uma preocupação real na construção de tais competências na formação docente.

O apoio do conhecimento à ação é precário, sugerindo ao professor a tomada de ação a partir de suas próprias convicções. A consciência sobre a prática apresenta-se como idéia-força, condutora da formação inicial e permanente dos professores.

Na formação docente, a análise teórico-prática da *profissionalidade* obriga a uma compreensão do “ofício do professor” a partir do “conhecimento útil” às práticas. Algumas formas de visualizar o ensino como atividade profissional são sugeridas: o ensino como ofício composto de saberes e práticas adquiridas pela experiência; como derivação do conhecimento; como uma arte; como um empenhamento moral (dimensão ética da atividade docente).

Educar e ensinar consiste, sobretudo, na permissão de contato com a dimensão cultural, na acepção mais geral do termo. Aqui, a própria experiência cultural do professor é determinante, configurando-se este ponto, talvez, como o real sentido da docência.

A “evolução” social, contudo, outorga à escola um conjunto cada vez maior de funções, conduzindo-a a indefinição de suas funções educacionais.

A respeito da mediação como propriedade elementar (caracterizadora da consciência humana), os estudos de Vygotsky (1999a) apontam importantes colaborações.

> Propomos que um aspecto essencial do aprendizado é o fato de ele criar a zona de desenvolvimento proximal; ou seja, o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas e seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente de crianças. (VYGOTSKY, 1999a, p. 118)

Vygotsky enfatiza as possibilidades de aquisição do conhecimento advindas da elaboração do conceito de *zona de desenvolvimento proximal*. Para o autor, tanto o comportamento dos animais como o do homem são construídos sobre uma base reflexiva. Ao contrário dos animais, o ser humano não está restrito a meros reflexos estímulo-resposta, conseguindo estabelecer conexões indiretas entre a estimulação que recebe e as respostas que emite, por meio de vários elos de mediação.

A existência ou a ausência do uso de novas tecnologias (na formação da identidade profissional docente) influencia o modo como os professores veem o mundo e agem sobre ele. Ao introduzir uma modificação no ambiente, por meio de seu próprio comportamento, o homem influencia sua conduta futura.

Desta forma, muitos processos mentais são originalmente sócio-históricos, ou seja, manifestações importantes da consciência, diretamente formadas pelas práticas básicas da atividade humana e pelas formas de cultura existentes.

O uso social de Tecnologias Informáticas é muito comum, compondo parte de um grande percentual do dia das crianças, jovens e adultos da era atual. Os processos mentais destes públicos formam-se por associações simbólicas diferentes das encontradas por eles nas instituições de ensino, sejam elas de educação básica ou de ensino superior.

Ratificando esta linha de pensamento, Luria (2008) assume que as atividades cognitivas superiores guardam sua natureza sócio-histórica, e que a estrutura da atividade mental, seu conteúdo específico e as formas gerais básicas de todos os processos cognitivos transformam-se ao longo do desenvolvimento histórico:

> O modo pelo qual as formas da atividade mental humana historicamente estabelecidas se correlacionam com a realidade passou a depender cada vez mais de práticas sociais complexas. Os instrumentos usados pelos homens em sociedade para manipular o ambiente, além de produtos de gerações anteriores que ajudam a formar a mente da criança em desenvolvimento, também afetam essas formas mentais. (LURIA, 2008, p. 23)

Pode-se concluir que as exposições a um sistema linguístico, às novas tecnologias e às relações sociais determinam a forma mental utilizada pelo ser humano, que se vale dos fatores citados para analisar, generalizar e codificar suas experiências. Os fatores ambientais são decisivos ao desenvolvimento sócio-histórico da consciência. Luria (2008) complementa, ainda, sobre os resultados causados pela influência de padrões sociais:

> Novos motivos para a ação aparecem sob a forma de padrões extremamente complexos de práticas sociais. Assim, são criados novos problemas, novos modos de comportamento, novos métodos de captar informação e novos sistemas de refletir a realidade. (LURIA, 2008)

Quando ponderados pelo prisma da atividade cognitiva do indivíduo, tais conceitos sugerem que uma pessoa (capaz de desenvolver o pensamento abstrato) reflete o mundo externo mais profunda e completamente, alcançando conclusões e inferências a respeito do fenômeno percebido. Tomando-se como base não apenas o conhecimento tácito e suas experiências pessoais, esta pessoa também adquire domínio sobre os esquemas de pensamento lógico, formados em estágios avançados do desenvolvimento cognitivo.

Sobre este ponto, Luria (2008) defende que:

> O aparecimento dos códigos verbal e lógico, permitindo a abstração dos aspectos essenciais dos objetos e assim a atribuição desses objetos a categorias genéricas, leva à formação de um aparato lógico mais complexo. Esse aparato permite que conclusões sejam tiradas a partir das premissas dadas sem ter de recorrer à experiência gráfico-funcional imediata, tornando possível a aquisição de novos conhecimentos de um modo discursivo e lógico-formal.[11]

À medida que os pensamentos teóricos se desenvolvem por meio de um sistema lógico de códigos (interligando conceitos gerais a conceitos particulares), cria-se um sistema de relações verbais e lógicas cada vez mais complexo. Além das palavras, significados e sentenças, o sistema gera novos significados e sentenças, tornando possível a realização de operações de dedução e inferência sem relação com a experiência direta.

O silogismo é um mecanismo objetivo que surge neste processo de desenvolvimento cognitivo. De origem grega, a palavra significa conexão de idéias ou, simplesmente, raciocínio. Uma definição mais formal de silogismo seria o conjunto de julgamentos individuais (com graus variados de

[11] Ibidem, p. 135.

generalidade) que trazem determinadas relações de necessidade entre si. Desta forma, dadas duas proposições que possuem uma relação lógica, um ser humano (cujo processo teórico de pensamento se encontra bem desenvolvido) perceberá a ligação entre elas, e será capaz fazer deduções e tirar inferências.

Os aspectos explorados por Vygotsky e Luria sugerem a reflexão sobre o impacto das novas tecnologias na educação, e em particular na formação profissional docente. Estas tecnologias possuem seu próprio sistema lógico de códigos, capaz de criar relações cada vez mais complexas, exploradas apenas pelas pessoas que apresentarem acesso às mesmas.

Remetendo-se novamente à problemática da identidade docente incoerente com os valores contemporâneos, Sacristán (1995) sugere que o ensino é uma acumulação, ou repertório de “esquemas práticos”, o que reforça a impossibilidade de *ateoricismo*.

O conceito de “esquema prático” é mais amplo do que o de “tarefas acadêmicas”. O professor dispõe de “esquemas práticos” para realizar avaliações, corrigir provas, solucionar conflitos sociais entre alunos, organizar espaço, e desenvolver suas aulas.

Os “esquemas práticos” extravasam o tempo letivo, pois estão presentes em todas as funções realizadas pelo professor. Verifica-se que, “na prática”, os “especialistas do ofício” dominam a maioria dos esquemas práticos, e que o repertório destes esquemas facilita o desenvolvimento ordenado da atividade, configurando-os como ordem implícita da ação reguladora de seu desenvolvimento. Já a prática poderia ser definida como o somatório dos “esquemas práticos” postos em jogo.

Tais esquemas encontram-se enraizados na cultura, levando os professores a assemelharem-se entre si, apesar da presença de nuances pessoais. Muitas vezes, os esquemas tornam-se rotinas apropriadas pelo coletivo, e não por um único indivíduo.

Nota-se, neste ponto, a intensa força necessária para retirar os professores da inércia produtiva. Muitos deles acreditam estar “no caminho correto”, e reagem com antipatia a quaisquer processos de mudança. Fincam estacas infinitas entre a possibilidade de mediação pelo uso de TI’s, e a angústia de distanciamento frente à “verdadeira” Matemática.

Um esquema estratégico é um princípio regulador (em nível intelectual e prático), isto é, uma ordem consciente na ação, na qual estrutura-se o desenvolvimento da mesma. O pensamento estratégico tem a função de ordenar o pensamento, a intencionalidade, as operações e as ações, apresentando-se como forma substancial do conhecimento pelos professores. Trata-se de uma manifestação da especificidade da sabedoria dos docentes, figurando ao lado do conhecimento de proposições e de casos.

Os esquemas estratégicos situam-se para além das situações concretas, implicando um *saber como* complementado a um *saber porquê*. Estes esquemas definem, mais claramente, a componente intelectual do exercício profissional docente.

Considerando-se que a educação de qualidade depende da existência de personalidades originais (para a realização de práticas inspiradas), preconiza-se a necessidade de análise científica das ações intuitivas vivenciadas pelos professores.

Formula-se o desafio de que a ciência da Educação fundamenta-se em práticas de qualidade, aspirando-se à transmissão do conhecimento científico como reflexo da riqueza desta experiência.

A *profissionalidade* é caracterizada pelo pensamento pragmático, que relaciona idéias, ações e a avaliação das condições de aplicação. Desenvolve-se no âmbito de situações particulares, e sua função é a de aplicar princípios gerais a situações particulares relacionadas à atividade. Decorre disto a dificuldade de comunicação do conhecimento prático-estratégico aos professores.

Como atividade em que se aplica o conhecimento científico, o Ensino apresenta-se como proposta de grande tradição acadêmica, reforçada pela visão técnica–positivista. A formação de professores está impregnada por uma visão que concebe a realidade como campo de aplicação, onde a prática apresenta pouca importância enquanto fenômeno pré-existente.

A metáfora da atividade docente como ação artística reforça o papel criador dos professores, reconhece a necessidade de contribuições pessoais e reage ao tecnologismo pretensioso. Por outro lado, não apresenta semelhanças ao espontaneísmo, aproveitando-se anteriormente das contribuições dos conhecimentos de base.

De certo modo, a metáfora pressupõe uma tentativa de sintetizar conhecimento e prática, mas esquece-se a realidade vivida pelos professores no posto de trabalho. Insiste-se que os professores assumam os seguintes papéis: processadores ativos de informação, agentes que tomam decisões (que necessitam de fundamentação), investigadores na aula ou desenhistas reflexivos de situações.

Estas imagens libertadoras serão válidas somente enquanto a capacidade criadora dos professores for capaz de abarcar a totalidade dos marcos práticos presentes na ação. Enquanto o discurso e parte das práticas docentes apresentarem caracteres político, moral e ideológico, o conhecimento mais adequado à formação dos professores deverá fundamentar-se na tradição social e moral, nomeando-se o docente como gestor de dilemas.

Ao longo de sua trajetória, o professor define-se como o resultado de experiências pessoais e profissionais, acarretando mudanças conceituais tanto na prática cotidiana como nos grupos reflexivos. As práticas do trabalho docente enriquecem cognitivamente o professor: levam-no a encontrar soluções, a refletir sobre as dificuldades e êxito do processo educativo, a avaliar e a reajustar sua forma de pensar e agir.

Assim, a identidade profissional docente é construída e reconstruída ao longo de sua carreira, recebendo impacto das vivências do quotidiano no âmbito pessoal e profissional.

Silva (2009) reforça esta questão ao localizar os processos *identitários* docentes como resultantes de sucessivas interações estabelecidas entre o sujeito e diversos meios, profissionais e sócio-culturais. Tal fato permite a construção de identidades docentes diferenciadas, de acordo com as apropriações de experiências realizadas pelos sujeitos ao longo de sua vida. Desta forma, as identidades são continuamente construídas e reconstruídas.

Considera-se que as memórias das experiências escolares dos professores em formação não se apresentam somente como lembranças, mas também como representações. Em outras palavras, são atribuições de sentido, capazes de atuar na formação da identidade dos futuros profissionais.

A identidade profissional docente negocia suas representações a todo o momento, em meio a um conjunto de variáveis extremamente complexas, tais como: a sua história familiar e pessoal, as condições de trabalho e os discursos reveladores da natureza e quantidade das funções desempenhadas. A “crise de identidade” da referida classe tem início a partir da mudança estrutural sofrida pelas sociedades modernas.

Os discursos docentes englobam representações em constante negociação, visto que continuamente disseminam idéias relacionadas à organização dos sistemas de ensino e à gestão deste público em diversos níveis. Também se referem aos objetivos e às metas de trabalho dos professores, bem como aos discursos que atravessam suas práticas e que repercutem na sociedade como um todo. Aos poucos, uma identidade profissional multifacetada e heterogênea é construída.

As representações sobre o ofício do professor tornam-se cada vez mais complexas diante: da diversidade de ensino; das relações com múltiplos conhecimentos do campo de docência e de pesquisa; das relações que desenvolvem frente ao *espaço* e ao *tempo* de ensinar; e das novas formas de interagir com os alunos. Desta forma, a atribuição de sentido à experiência pessoal e profissional ocorre por meio dos significados produzidos pelas representações.

A identidade profissional é construída ao longo da vida do sujeito, e depende tanto de aspectos contextuais como pessoais, visto que se relaciona ao modo como os indivíduos percebem os demais.

Outro aspecto do ofício docente depende do nível e tipo de disciplina que o professor ministra, provocando variações e ênfases de ordem afetiva,

social ou cognitiva. Tais diferenças ganham sentido à medida que se considera a identidade profissional como a somatória de processos construídos paulatinamente, ao longo da carreira. Disto resulta a tomada de atitudes que dependem da apropriação cognitiva e da visão de mundo imputadas pela vida.

De acordo com Goded (1999), a natureza prática do conhecimento elabora-se a partir da interação entre aspectos ideológicos, científicos e cotidianos. Analogamente, o conhecimento profissional não pode identificar-se com o saber puramente acadêmico, tão pouco reduzir-se ao caráter experimental. A fusão destes conhecimentos (procedentes de diferentes fontes) é o elemento que constrói ou fomenta a sua elaboração.

Dando continuidade a este fio condutor, apresenta-se o paradoxo de que o uso de TI´s em sala de aula precede novos projetos pedagógicos nas licenciaturas, ou ainda, que tal uso forçará esta mudança, visto que o conhecimento profissional diferenciado propiciaria a utilização de tecnologias.

Ainda segundo Goded (1999), o saber prático do professor (relativo à sua vertente didática) deverá integrar diferentes informações capazes de orientá-lo na reflexão sobre a relação entre conteúdos (entre outras perspectivas pertinentes à mediação), visando a uma melhor apropriação das competências curriculares.

Remetendo às ideias de Charlot (2006) a reflexão sobre a ciência da educação, conclui-se que este é um campo de saber fundamentalmente mestiço. Cruzam-se, interpelam-se e, por vezes, fecundam-se conhecimentos, conceitos e métodos, originários de campos disciplinares múltiplos. O mesmo ocorre a diferentes saberes, práticas, fins éticos e políticos.

Constata-se que os limites e possibilidades de novas metodologias, (ligadas à informática no ensino do Cálculo Diferencial e Integral) encontram-se intimamente ligados a este campo aparentemente sem representatividade nos cursos de formação docente, nos quais ideias puramente tecnicistas ainda subsistem.

Outrossim, se o aluno não se mobiliza intelectualmente, não é capaz de aprender. Somente o aluno poderá manipular a “matéria” que produz o conhecimento. Ao professor, cabe a execução de algo talvez como um guia, um fio, para que o aluno possa construí-lo, por ele mesmo. Lembrando que na imagem da rede do conhecimento, um fio pode convergir em um nó com diversas ramificações. Nesta reflexão, encontram-se algumas das possibilidades do uso de TI´s.

Com relação à formação do professor, Ferreira (2003) argumenta que, aos poucos, passou a ser compreendida como um processo contínuo por meio do qual o sujeito aprende a ensinar. Processo este resultante da inter-relação de teorias, modelos, experimentos e regras práticas que possibilitam o desenvolvimento profissional. Contudo, os currículos, em sua maioria, ainda constituem-se como ferramentas construtoras de reprodutores metodológicos.

Em geral, ensina-se da mesma forma com que se aprende. Quando se depara com a vontade e a necessidade de mudanças metodológicas, a complexidade das relações entre os universos de pensamento apresenta relevante importância. Trata-se da construção de caminhos capazes de viabilizar a reformulação e a reconstrução de valores indicadores das direções a seguir.

A escola não deve constituir-se como um mundo à parte daquele no qual está inserida, pois existe para mantê-lo e transformá-lo. Deste modo, as novas tecnologias precisam fazer parte do cotidiano escolar, como argumenta Barreto (2002):

> Enquanto isso, fora da escola, as tecnologias da informação e da comunicação produzem textos cada vez mais diversificados e complexos, na medida em que tecidos pela articulação de palavras, imagens, sons, etc. Assim, foi sendo configurada uma enorme lacuna entre os textos produzidos na escola e fora dela. (BARRETO, 2002)

Conforme Orlandi (2002), as TI's proporcionam uma fonte de riqueza ao trabalho docente à medida que permitem o trabalho com diferentes linguagens. Músicas, quadros, quadrinhos, gráficos, vídeos, poemas, textos acadêmicos, teses, artigos, diferentes recursos, quando integrados e bem articulados, permitem uma visão mais ampla por parte dos alunos, e uma aproximação entre as realidades presentes dentro e fora do curso.

> A conveniência com a música, a pintura, a fotografia, o cinema, com outras formas de utilização do som e com a imagem [...] poderiam nos apontar para uma inserção no universo simbólico, que não é a que temos estabelecido na escola. Essas linguagens não são alternativas. Elas se articulam. E é essa articulação que deveria ser explorada no ensino da leitura, quando temos como objetivo trabalhar a capacidade de compreensão do aluno. (ORLANDI, 2002)

Barreto (2002) complementa sobre a necessidade do emprego de diferentes recursos e linguagens frente às habilidades da leitura e da comunicação:

> É importante que os materiais extrapolem os textos escritos, não em nome da atratividade, como um fim em si mesma, mas pela importância do trabalho com textos tecidos pela articulação de múltiplas linguagens. Materiais que favoreçam diferentes leituras, entradas na polissemia, atentas aos diversos sentidos negociados pelos alunos, todos e cada um. Leituras que levem em conta as vozes que ecoam nos textos... (BARRETO, 2002)

O autor afirma, ainda, que os cursos de licenciatura ou de pós em formação de professores deverão, sobretudo, preocupar-se em preparar professores reflexivos. Utilizado e surgido no âmbito educacional, o termo “reflexivo” contraria a idéia de alienação docente.

> O trabalho docente tem sido reduzido à atividade docente, assim como a sua formação (inicial e continuada) tem sido deslocada para a capacitação em serviço. Em ambos os casos, o ponto central corresponde à tentativa de apagamento ou de simplificação da mediação didática [...]. É como se todas as mediações didáticas pudessem ser mapeadas e trabalhadas separadamente, resultando a soma no ensino competente [...] Há uma aposta nos materiais em si, com o privilégio dos meios em detrimento das mediações.[12]

A alienação decorrente do processo de dominação e divisão do trabalho prevalece na Educação quando as atividades de produção do conhecimento e de ensino começam a distanciar-se entre si. Um professor reflexivo, na contramão do modelo reprodutivista de ensino, é capaz de resolver situações inesperadas em sua rotina de trabalho, mesmo quando ultrapassam os conhecimentos elaborados pela Ciência e sugerem respostas ainda por serem descobertas.

O docente também é capaz de elaborar questionamentos, propor novos conceitos e explicações ao entendimento da realidade e, mais ainda, de criticar técnicas e regras estabelecidas por outros. Desta forma, a necessidade de inovação metodológica na identidade profissional docente é assim salientada no pensamento de Sacristán (1995):

> O professor não é um técnico nem um improvisador, mas sim um profissional que pode utilizar o seu conhecimento e a sua experiência para se desenvolver em contextos pedagógicos práticos preexistentes. (SACRISTÁN, 1995, p. 74)

[12] Ibidem

Um curso de licenciatura, por vezes, distancia-se do processo de formação reflexiva quando passa a se preocupar com técnicas e regras gerais. Receitas gerais são conferidas com o caráter de “se ensinar assim, o aluno irá aprender”. Desvia-se, desta forma, do foco da mediação didática em direção às ferramentas de ensino.

Cedro (2008) nomeia este processo de *semiformação* ou *pseudo-formação.* Conforme assinala Barreto (2002), “é como se todas as mediações didáticas pudessem ser mapeadas e trabalhadas separadamente, resultando a soma no ensino competente”. (BARRETO, 2002)

Portanto, é visível e indiscutível a urgência em repensar a formação docente, com vistas às mudanças na identidade profissional coerente com os dias atuais, dias do humano midiático, tanto aluno como professor. Também se coloca a necessidade de reavaliações metodológicas ao estudo de disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, diante da disseminação da técnica, da tecnologia, da informática como a nova tecnologia da inteligência.

A criação de novas possibilidades, como o uso de TI’s, capazes de minimizar as dificuldades epistemológicas inerentes a este estudo, causaria um possível abalo sísmico em antigas certezas pedagógicas.

## 2.2 Desenvolvidas na educação à distância

A extensão do território brasileiro demanda a existência de número expressivo de Instituições de Ensino Superior (IES) e cursos, ampliando a participação do setor público e da iniciativa privada a fim de suprir a demanda educacional da população, em especial, a dos alunos do ensino superior brasileiro.

Desta forma, cada vez mais as IES tornam-se provedoras de serviços educacionais, gerando oportunidades ao investimento privado. Este cenário altamente competitivo permite o avanço de algumas IES e, como consequência, o declínio de outras. O crescimento destas instituições não está apenas no ensino presencial, sendo a modalidade à distância um dos fatores relevantes nesta expansão.

De acordo com Boisot (1998), a lógica mercadológica insere-se na oferta de melhores “produtos” (cursos e programas) e na possibilidade de exercer o direito de escolha, mediante diferenciais competitivos. Assim, a expansão do cenário educacional brasileiro rumou, ano após ano, à concentração do mercado pelas grandes redes, que passaram a deter um número cada vez maior de matrículas. Contudo, a evasão em tais cursos é tão grande quanto o seu processo de expansão. Fato este que apresenta, como elemento ratificador, o percentual altíssimo de retenção em cursos de Cálculo Diferencial e Integral.

A procura por cursos com disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral em suas grades curriculares crescem, assustadoramente, devido a uma necessidade emergente no Brasil. Necessidade esta oriunda do crescimento

econômico e de grandes investimentos, tanto aos atualmente programados quanto aos projetados para a próxima década.

Neste cenário, uma pergunta emerge implacavelmente: será a qualidade do ensino de Cálculo na formação profissional um fator relevante ou estará à margem da discussão? A qualidade de ensino não estaria ofuscada por um *frisson* em busca de melhores números no setor, ou seja, do aumento de mão de obra? Diante desta reflexão, torna-se importante partir da definição de Educação à Distância (EAD) para o início desta discussão.

Para Moran (2003), o conceito de educação à distância envolve...

> (...) o processo de ensino-aprendizagem, mediado por tecnologias, onde professores e alunos estão separados espacial e/ou temporalmente. É ensino/aprendizagem onde professores e alunos não estão normalmente juntos, fisicamente, mas podem estar conectados, interligados por tecnologias, principalmente as telemáticas, como a Internet. Mas também podem ser utilizados o correio, o rádio, a televisão, o vídeo, o CD-ROM, o telefone, o fax e tecnologias semelhantes. (MORAN, 2003)

Assim como toda a atividade de ensino e/ou aprendizagem, a formação à distância ocorre num espaço de aprendizagem que, conforme Cedro (2008), é “o lugar da produção e troca de significados constitutivos para o sentido das ações de todos os indivíduos envolvidos na atividade educativa”. (CEDRO, 2008)

Neste caso, a EAD atualmente utiliza um espaço *virtual* de aprendizagem, o AVA. As características específicas do novo espaço, o ambiente virtual, podem trazer novidades positivas à formação de professores.

Conforme o pensamento de Barreto (2002), a EAD inova a compreensão tradicional de sala de aula e de conteúdos escolares:

> É um avanço significativo pensar uma sala de aula que não seja tão delimitada por quatro paredes e pela compartimentação dos conteúdos escolares. [...] O tempo (real) posto como simultaneidade e o espaço (virtual) visto não mais como um espaço de lugares, mas de

> fluxos, no movimento de democratizar a informação. (BARRETO, 2002)

Como consequência de um espaço de aprendizagem diferenciado, as operações e condições envolvidas em cada ação também variam daquelas encontradas num curso presencial.

As condições elementares de um AVA envolvem fóruns, arquivos e correios. As operações exigem, minimamente, conhecimentos de informática e de comunicação virtual, encontrando variação de acordo com a multiplicidade de profissionais envolvidos. Pode-se ressaltar, entre eles, alunos e tutores do curso.

Aos alunos cabe fazer as leituras, acessar os links, realizar as atividades que contam, ou não, como pontos. Aos tutores cabe orientar os alunos sobre a realização das atividades: corrigi-las; estimular a participação dos cursistas com baixa frequência; manter interação com os alunos, e também entre eles; incentivar a leitura da bibliografia recomendada; encorajar a participação qualitativa nas atividades e nos fóruns.

A educação à distância, globalizante e integradora, caracteriza-se por mediar uma relação em que professor e alunos encontram-se fisicamente separados. A interação dos estudantes (com os docentes e entre si), apesar do distanciamento geográfico, é garantida por diferentes meios, resultando em maior eficiência ao processo de aprendizagem.

Além disto, em se tratando de EAD, os projetos de educação superior à distância parecem condizentes com os objetivos das instituições e da sociedade brasileira, a saber, o encurtamento de algumas “distâncias” e a minimização das desigualdades regionais.

De acordo com Dupas (1999), a expansão educacional de um país apresenta forte influência sobre o seu desenvolvimento social, incrementa a produtividade no trabalho, traz crescimento econômico, melhora os salários e diminui a pobreza. Neste cenário, o ensino superior torna-se cada vez mais importante. Embora se considere, em tese, a educação um bem intransferível, a sua redistribuição é mais factível do que a maioria dos ativos fixos.

Conclui-se, desta forma, que a expansão da educação no Brasil é essencial à redução da desigualdade e da pobreza, além de fomentar o crescimento econômico. Conclui-se, também, que a origem da pobreza no país não se encontra na escassez relativa ou absoluta de recursos, mas na forma como tal riqueza é distribuída.

A desigualdade de renda brasileira decorre também do baixo grau de oportunidade de inclusão econômica e social de boa parte da população. A EAD apresenta-se, então, como fator importantíssimo ao incremento do número de ingressantes em cursos superior no Brasil.

Contudo, se existem relevantes dificuldades nos cursos presenciais de Cálculo Diferencial e Integral, o que pensar daqueles da modalidade EAD? Há a necessidade de reavaliação das metodologias ao estudo de disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, agregadoras de grandes barreiras aos discentes na educação tradicional. Existe também a urgência na criação de novas possibilidades como, por exemplo, o uso de TI's, capazes de minimizar as dificuldades epistemológicas inerentes a este estudo.

Assim, metodologias inovadoras e contemporâneas, presentes no ensino presencial e na EAD, apresentar-se-iam como excepcional saída à

grande parte da população que não consegue apoderar-se do conhecimento sugerido nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral.

Os cursos apontam grande percentual de retenção, tornando de extrema importância o estudo, em profundidade, sobre o uso de novas tecnologias aplicadas ao ensino presencial e à EAD.

Supõe-se que, uma vez já apresentadas dificuldades epistemológicas no estudo do Cálculo em cursos presenciais, a tarefa de trabalhar tais competências na modalidade à distância seria ainda mais árdua. Contudo, muitas ações de EAD, realizadas atualmente, podem ser caracterizadas como "imitação" do processo vivido na educação presencial. Isto se deve ao fato de a EAD ser recente no Brasil. É novo também o entendimento de questões fundamentais desta modalidade de ensino, sob o ponto de vista pedagógico e metodológico, tais quais: as contribuições da tecnologia digital ao processo de aprendizagem, a diferença entre informação e conhecimento, e o significado do processo de "aprender".

Quando os meios utilizados na mediação professor-aluno baseavam-se em formas impressas, o material instrucional era trabalhado, sendo mais tarde enviado ao aluno e utilizado de acordo com a disponibilidade de tempo. Tais condições demarcavam claramente a dimensão espaço-temporal, quase que impossível de ser suplantada no estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

O mesmo ocorreu aos veículos de massa, como o rádio ou a televisão. Com o advento das tecnologias digitais, as barreiras temporais estão sendo eliminadas com a chegada das atividades *síncronas*, nas quais professor e aluno encontram-se num *chat* para a troca de idéias. Este distanciamento

temporal passa a significar a possibilidade, ou não, de realização de atividades simultâneas ou síncronas.

Surge, então, o impasse do conhecimento sobre quais são as possibilidades de utilização de tecnologias contemporâneas em salas de aula virtuais, inseridas no plano de um curso de Cálculo para o Ensino Superior.

Analisando-se a crise de competências vivenciada no ensino presencial brasileiro, um curso de Cálculo Diferencial e Integral à distância poderá significar tanto um avanço tecnológico como um retrocesso educacional.

Neste trabalho, pretende-se avaliar e refletir sobre uma nova maneira de pensar o ensino do Cálculo (que poderá ser aplicada tanto na EAD como no ensino presencial) com a ajuda de TI's, potencializando a nova tecnologia da inteligência, a informática, do humano midiático de nosso século.

Assim, a minimização da distância entre o avanço tecnológico e a aparente derrota contemporânea na construção de competências (no estudo do Cálculo Diferencial e Integral), surge como fatores de vital relevância e urgência para a sociedade atual. Sociedade esta que pulsa ao ritmo das inovações, da supervalorização do novo, ainda que não se conclua ou experimente-se, de fato, a existência de "real valor" na novidade.

No Brasil, a criação de programas radiofônicos marcou significativamente a evolução da educação à distância, principalmente no campo da alfabetização de jovens e adultos. Um destes programas foi o Movimento de Educação de Base (MEB), atuante principalmente no norte e nordeste do país, e desmantelado pela repressão política do período militar (de 1964 a 1984).

Atualmente, no Brasil, diversas instituições desenvolvem programas de educação à distância, dentre elas, as universidades federais do Mato Grosso, Mato Grosso do Sul, Santa Catarina, Pará; a Universidade do Estado de São Paulo, entre outras.

Muitas destas universidades ainda apresentam os cursos de graduação em fase de implantação, outras já funcionam há alguns anos. O CEDERJ (Centro Universitário de Ensino à Distância do Rio de Janeiro), consórcio que congrega seis universidades públicas do estado do Rio de Janeiro, iniciou com os cursos de licenciatura plena em Matemática, Biologia, Química, Geografia e História.

Fora do Brasil, grandes instituições europeias, como a Open University (OU), na Inglaterra, e a Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), na Espanha; e algumas da América do Sul, como a Universidad Nacional Abierta na Venezuela e o Sistema de Educación a Distancia, na Colômbia, têm desenvolvido programas de graduação e pós-graduação, contribuindo para a formação profissional em várias áreas do conhecimento.

Com relação à formação do professor de Matemática vamos ilustrar o colocado no projeto pedagógico do curso a distância da Universidade Federal do Pará:

> No contexto da Lei n° 9334/96 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional-LDB, a formação do futuro professor de Matemática deve voltar-se para o desenvolvimento de competências que abranjam todas as dimensões da atuação profissional do professor. Isto implica, principalmente, definir as competências necessárias à atuação profissional e tomá-las como norteadoras da organização curricular e mais geralmente da proposta pedagógica do curso de graduação, de modo que os futuros professores de matemática desenvolvam efetivamente tais competências ao longo do curso.
> Em linhas gerais, as competências necessárias para a formação dos professores segundo as definições do Conselho Nacional de Educação e documentos referenciais para formação de professores elaborados pelo Ministério de Educação apontam para competências referentes ao comprometimento com valores estéticos, políticos e éticos inspirados da sociedade democrática, competências referentes

> à compreensão do papel social da escola, referentes ao domínio dos conteúdos a serem socializados, de seus significados em diferentes contextos e de sua articulação interdisciplinar, competências referentes ao domínio do conhecimento pedagógico, referentes ao conhecimento de processos de investigação que possibilitem o aperfeiçoamento da prática pedagógica e o gerenciamento do próprio desenvolvimento profissional. Em termos de organização curricular estas competências se traduzem numa formação comum a todos os professores da educação básica, formação comum a todos os professores de matemática, formação específica dos professores de matemática, formação específica para atuação em outras áreas e estágio.
> Adequar-se a esta nova concepção educacional não é tarefa fácil e não basta apenas adequar a proposta curricular ou usar novas tecnologias mas deve-se estimular uma mudança profunda na postura e na prática pedagógica dos docentes formadores do futuro professor de matemática.
> Para atender, em termos didáticos e pedagógicos, os princípios prescritos pela LDB, devemos executar ações voltadas para:
> • uma proposta curricular que contenha os conteúdos necessários ao desenvolvimento das competências desejadas a formação do professor de matemática;
> • uma nova perspectiva metodológica que proporcione situações de aprendizagem centradas em situações-problema;
> • uma prática de ensino mais ampla procurando implementar além do estágio uma prática contextualizada por meio de estudo de casos, situações simuladas e produção dos alunos;
> • o uso do computador como recurso didático em conteúdos curriculares;
> • o uso do computador como recurso tecnológico de aquisição de informação e atualização através da Internet, software educativos e aplicativos computacionais. (UFPA, p. 8)

Sobre a aprendizagem, este projeto diz que:

> Com esse enfoque pedagógico, a aprendizagem será realizada pelos seguintes meios:
> • material atraente em linguagem adequada;
> • atividades relevantes e contextualizadas;
> • troca de experiências e interação social;
> • fontes de informação de qualidade.
> (UFPA, p. 13)

Para a realização desta forma de ensino, faz-se necessária a elaboração de material didático e de um projeto de acompanhamento tutorial (nas formas presencial e à distância), bem como o desenvolvimento de um processo de avaliação compatível a esta nova maneira de educar.

Além disso, as particularidades do estudo do Cálculo (como as demonstrações, noções de infinito e de continuidade) demandam um trabalho

diferenciado. Caso contrário, as dificuldades epistemológicas ligadas a estes processos poderão aumentar consideravelmente no contexto de um curso à distância.

Em qualquer modalidade de ensino, seja presencial ou à distância, a comunicação entre alunos e professores é fundamental para que a aprendizagem ocorra. Decorre disto que a eficiência educacional depende basicamente de um sistema de comunicação que assegure esta interatividade. Isto se concretizará na medida em que exista uma infraestrutura de suporte (ao desenvolvimento de uma metodologia de ensino) capaz de promover a aprendizagem ativa.

Importantes elementos deverão ser trabalhados num curso à distância, garantindo que interação aluno-professor ocorra de fato. A tutoria se destaca como um dos principais componentes para que esta comunicação seja estabelecida.

Nos diversos modelos de EAD, a tutoria tem desempenhado funções de mediação: entre os conteúdos das disciplinas e os alunos; entre professores e alunos; e aos alunos entre si. Cabe à tutoria a competência das orientações acadêmica e não acadêmicas.

Dentro de um sistema de EAD, o tutor é a figura que estabelece o vínculo mais próximo ao aluno, seja presencialmente ou à distância. Isto tanto do ponto de vista dos conhecimentos acadêmicos como de suas atitudes frente ao estudo. O estudante da modalidade à distância precisa ser orientado na especificidade deste aprendizado e constantemente motivado, de forma a evitar o abandono do curso.

Não é possível a definição de um modelo universal de tutoria que seja o mais eficiente para a EAD. Cada sistema possui suas peculiaridades, e deve buscar as resoluções de problemas dentro do contexto em que se desenvolvem.

Levando-se em conta importantes experiências de Educação à Distância, consolidadas no Brasil e no exterior, pode-se pensar em estabelecer um planejamento próprio para cada região em relação ao sistema de tutoria. Trata-se da busca por um modelo que fundamentalmente atenda às especificidades de seu público-alvo.

O modelo construtivista impõe a necessidade de ajustes e mudanças (na configuração do processo de ensino) diante das novas perspectivas de educação continuada e à distância, e também do surgimento de frequentes possibilidades tecnológicas.

O pensamento construtivista está estruturado no princípio de que o conhecimento configura-se como reflexão pessoal sobre o aspecto social do mundo, apresentando como premissa a idéia de que o indivíduo é agente de seu conhecimento.

Desta forma, o indivíduo constrói significados e representações da realidade de acordo com suas experiências e vivências, em diferentes contextos. No entanto, tais reapresentações estão constantemente abertas a mudanças, e suas estruturas formam as bases sobre as quais novos conhecimentos são construídos.

O estudo do Cálculo é atingido sobremaneira por estas inovações processuais oriundas da EAD, exigindo uma total modificação nas estratégias e metodologias a ele associados.

A produção de significados é um processo individual e, o conhecimento, uma produção social. Entretanto, o que uma pessoa faz, pensa e fala, recebe a influência de uma série de fatores, especialmente o das interações interpessoais e grupais.

O uso da linguagem – a ferramenta do processo social – é fundamental na organização da compreensão das estruturas de conhecimento do indivíduo, visto que possibilita a negociação e a troca, condições essenciais ao compartilhamento de representações pelos seres humanos.

Nesta perspectiva, a representação é considerada um ato de produção, e não de reprodução. A idéia de que o conhecimento pode ser compreendido e compartilhado (pela mera transmissão de informações, e por uma visão linear e simplificada dos fenômenos envolvidos) encontra-se muito distante da perspectiva a ser adotada num curso de Cálculo (seja ele presencial ou à distância).

As novas tecnologias de comunicação e de informação permitem mudanças significativas nos ambientes educacionais. Deve-se considerar o processo de formação como fundamento da atividade intencional do aluno na resolução de problemas do mundo real, em diversas instâncias (técnica, interpessoal, política, entre outras). Esta atividade, por sua vez, ancora-se na busca de informações à obtenção de uma gama de saberes e metodologias, desenvolvidos e renovados diariamente.

Mesmo reconhecendo o significado destas novas possibilidades, coloca-se como essencial a compreensão de que, no processo educativo, a tecnologia consiste *num meio* e não *um fim*. Disto decorre também a importância da abordagem pedagógica que privilegia a autonomia e a

responsabilidade do aluno sobre sua própria aprendizagem, preparando-o a continuar aprendendo, isto é, “aprendendo a aprender”.

Ao pensar a EAD hoje em dia, associa-se imediatamente esta modalidade de ensino ao uso do computador. Contudo, encontra-se grande variação no conjunto de meios a serem utilizados, constituindo-se, entre outros: de impressos, áudios, vídeos, multimídia, internet, correio eletrônico (e-mail), *chats*, fóruns e videoconferências. Pesar apenas o computador neste processo ocasiona, inegavelmente, uma perda inevitável “de outras tecnologias”. Ao prescindir-se, por exemplo, do uso de gestos, da articulação vocal e da entonação de fala por parte do professor, perde-se, inevitalmente, a espontaneidade presente em todo o educador durante a relação (única e temporal) existente numa aula presencial.

Setzer (2001) diria que há um empobrecimento causado pelo uso do computador na EAD durante este momento “quase artístico”, denominado de aula, independente das competências ali trabalhadas. O computador pode transformar, transportar ou armazenar “dados”, mas não é capaz de elaborar “informações” ou transmitir sentimentos.

Por outro lado, de acordo com Lévy (1993), há a necessidade de buscar o entendimento dos novos momentos “mágicos e artísticos” proporcionados por esta tecnologia educacional à distância, agregando-se a oralidade, a escrita e outras tecnologias que possibilitem uma mudança completa no pensar educativo.

O processamento de dados se utiliza de pensamentos formais que restringem o tratamento das informações expressas na forma de dados,

ocasionando a perda de qualidade significativa para tais informações, e também dificultando a expressão de noções como continuidade e infinito.

Tal empobrecimento, citado por Setzer (2001), talvez ocorra pela dificuldade de entendimento da nova tecnologia educacional que emerge da EAD, e também pelas tentativas de simples deslocamento das metodologias válidas no ensino presencial ao universo da Educação a Distância.

Tais tecnologias configuram-se como um avanço na maneira de ver e de se relacionar com o mundo. O processo de formação do conhecimento está mudando por que o mundo está cada vez mais artificial, não de uma forma pejorativa, mas no sentido de Simon (1981). Nós, humanos, não conseguimos nos desvincular das técnicas de hoje. A nova tecnologia da inteligência, como articula Lévy (1993), nos leva a conjecturar outra fase da técnica de Ortega y Gasset (1963), ligada ao *humans-with-media* de Borba e Villarreal (2005). Este estudo deseja mostrar que estamos vivendo tal fase. Em qualquer modalidade de ensino, presencial ou a distância, é necessário utilizar a informática no estudo do Cálculo Diferencial e Integral, propiciando um “tsunami didático-pedagógico” pela inserção desta nova tecnologia da inteligência como recurso mediador das dificuldades epistemológicas ali existentes.

### 3.3 No estudo do Cálculo Diferencial e Integral

Compreendidas por especialistas e educadores como ferramentas essenciais e indispensáveis na era da comunicação, as novas tecnologias ganham espaço efetivo nas salas de aula. Computadores ligados à internet, *softwares* de criação de sites, televisão a cabo, sistema de rádio e jogos eletrônicos.

Estas são algumas das possibilidades existentes, e que podem ser aproveitadas no ambiente escolar como instrumentos facilitadores do aprendizado. Entretanto, apesar de algumas escolas possuírem estas tecnologias, as mesmas não são utilizadas como deveriam, por vezes isoladas em salas distantes do manuseio de alunos e professores. Estudos recentes denunciam que professores e escolas, muitas vezes, não conseguem interligar estes instrumentos ao desenvolvimento de suas atividades regulares.

As tecnologias demandam enormes desafios porque descentralizam os processos de gestão do conhecimento: aprende-se em qualquer lugar, a qualquer hora e de formas diferentes. O aprendizado pode acontecer solitariamente ou em grupo, estando professor e aluno juntos fisicamente ou conectados virtualmente.

Na medida em que chega à sala de aula, o uso das tecnologias não poderá se restringir à complementariedade. Deve-se repensar a forma de ensinar e de aprender, inserindo o professor como mediador, organizador de processos mais abertos e colaborativos.

As tecnologias desafiam as instituições a repensar o ensino tradicional (no qual os professores encontram-se no centro do processo) na busca de uma

aprendizagem mais participativa e integrada, trazendo momentos presenciais e outros à distância.

Durante a construção do conhecimento em sala de aula, negociam-se valores, comportamentos e significados, que dependem da cultura e estilo de vida da comunidade na qual o indivíduo encontra-se inserido.

Sociedades intensamente informatizadas geram a necessidade de negociação através de artefatos contemporâneos. Neste cenário, o ambiente de *softwares* surge como ferramenta processual, como interface entre o mundo e seus artefatos modernos.

Entre estes artefatos, encontram-se tanto os *hardwares* como os softwares. A linguagem matemática (em particular no que concerne ao estudo do Calculo Diferencial e Integral) configura-se como um artefato que não sofre modificação em sua essência. Por outro lado, ele pode e deve receber uma renegociação na maneira de apresentação, uma transposição didática da forma como outrora era exposto.

Na concepção cartesiana do conhecimento, uma das pressuposições de Descartes (1969) foi a de dividir cada uma das dificuldades em tantas parcelas quantas necessárias, visando a sua melhor compreensão. Este trabalho resgata aqui os eixos sugeridos por Rezende (2003) em sua tese de doutorado, verificando-se as possibilidades das Tecnologias Informáticas na mediação destas dificuldades epistemológicas.

Conhecer algo é conhecer seu significado, e segundo Machado (1995) “os significados constituem feixes de relações, que se articulam em teias, em redes, construídas social e individualmente, e em permanente estado de

atualização, originando a imagem da rede de conhecimentos". (MACHADO, 1995, p. 138)

É intenção deste estudo ratificar o exposto anteriormente, visto que algumas teias são tecidas a partir de artefatos contemporâneos, oriundos das Tecnologias Informáticas e que fortificam (ou apresentam a possibilidade de renegociar) os conhecimentos no estudo do Calculo Diferencial e Integral.

De forma cartesiana, pode-se usar tais tecnologias para dividir as dificuldades epistemológicas existentes no estudo do Calculo e, através desta mediação, melhor entender e tomar posse destes significados.

Além disso, as teias da rede de conhecimentos (tecidas até o momento da apresentação aos conceitos de limites, derivadas e integrais) precisam se tornar grandes mediadoras na negociação dos significados em todos os eixos discutidos anteriormente.

Este nó, unindo artefatos já conhecidos como a matemática, e novos como a informática, fortalece a apropriação do conhecimento pelo homem, acrescentando significados negociados pelas tecnologias contemporâneas aos já trabalhados por décadas nos cursos de Calculo Diferencial e Integral. Muda-se, então, a forma de trabalhar tais significados, e de reconfigurar didaticamente a abordagem nos cursos de Cálculo, por meio da inserção de Tecnologias Informáticas.

A este respeito, Machado (1995) analisa:

> A cada instante, a cada nova relação percebida, a cada nova interpretação de uma relação já configurada, alteram-se os feixes que compõem os nós/significados, atualiza-se o desenho de toda a rede. (MACHADO, 1995, p. 145)

Importante também é evidenciar que a simulação é fonte de novos conhecimentos, valorizando-se a citação de Whitehead e Russell (1912), em *Principia Mathematica*:

> ... A razão principal a favor de qualquer teoria dos princípios da Matemática tem que ser sempre indutiva, isto é, deve basear-se no fato da teoria em questão nos permitir deduzir a Matemática ordinária. Habitualmente, em Matemática, o maior grau de auto-evidência não aparece exatamente ao princípio, mas sim um pouco mais adiante; daí que as deduções iniciais, até alcançarem esse ponto, dêem mais razões para acreditar nas premissas por essas produzirem consequências verdadeiras, do que para acreditar nas consequências por se seguirem às premissas. (WHITEHEAD e RUSSELL, 1912)

A simulação traz o sentimento de " verdade" das premissas, visto que visualizamos os efeitos das consequências. Assim, as preferências contemporâneas pelos formalismos dedutivos impedem a visualização deste importante fato, o que pode influenciar sobremaneira a posse do conhecimento do Cálculo Diferencial e Integral. Por meio das possíveis mediações das dificuldades epistemológicas deste estudo, o computador (unindo a idéia de *software* e *hardware*) parece ser o artefato mais indicado a cumprir tal papel.

De acordo com as dificuldades existentes no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, emerge a necessidade do uso de TI´s para a obtenção de melhorias na apropriação do conhecimento pelos alunos. Essas tecnologias podem ser utilizadas como mediadores de uma compreensão cognitiva ou simplesmente como atividade, visto que, de todos os fatores controláveis pela escola e pelo sistema de educação, aquele que mais impacto causa no desempenho dos alunos é o professor.

Mais do que nunca, é importante valer-se da máxima de que "quem precisa aprender é quem ensina". Em outras palavras, quanto melhor preparado estiver o professor melhor será a qualidade do ensino, o que faz deflagrar a urgência no processo de qualificação profissional.

Considera-se a questão profissional como fator altamente relevante, em relação a qual Cedro (2008) declara: “a formação docente deve ocorrer de um modo que possibilite aos indivíduos a apropriação da atividade de ensino”. (CEDRO, 2008)

Ou seja, as atividades de formação, ensino e de aprendizagem encontram-se implicadas entre si, e constituem um ciclo, ou a atividade educativa como um todo. Desta forma, como toda atividade de ensino e/ou aprendizagem, o processo de formação ocorre num espaço de aprendizagem.

De acordo com Cedro (2008), o espaço de aprendizagem é “o lugar da produção e troca de significados constitutivos ao sentido das ações de todos os indivíduos envolvidos na atividade educativa”.[13]

Partindo-se de um gráfico ou de uma imagem, pode-se explorar melhor os significados dos conceitos envolvidos na situação, conforme analisam Borba e Penteado (2001):

> As atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação. As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia e de física. (BORBA; PENTEADO, 2001)

Neste caso, trata-se de um espaço de aprendizagem diferente do encontrado na sala de aula convencional, visto que as novas tecnologias educacionais seriam configuradas como necessárias ao desenvolvimento de um plano de aula de Cálculo de tal porte.

As características específicas deste novo espaço da aprendizagem unem tecnologias usuais como quadro (lousa) e giz (pincel) a projetores e PC´s, podendo acrescentar novidades positivas à formação de alunos e

[13] Ibidem

professores. Como conseqüência de um espaço de aprendizagem diferenciado, as operações e condições envolvidas em cada ação também diferenciam-se das operações e condições encontradas num curso convencional.

De acordo com Leontiev (2001), existem três níveis principais de motivação para a aprendizagem: o nível dos motivos que se encontram na própria aprendizagem; o nível dos motivos que se encontram na vida escolar, nas relações com a classe e com o coletivo da escola; o nível dos motivos que se encontram no mundo, na futura ocupação e perspectivas profissionais do sujeito. Tais níveis tornam-se bem claros diante de metodologias inovadoras, como a que este trabalho se propõe. Diante disto, o aluno poderá realizar um curso de Cálculo pensando em diferentes processos como: entender como funciona tal vivência virtual mediada pelas TI´s, e adquirir conhecimentos teóricos que fundamentem sua prática; interagir com colegas e professor visando a um posicionamento a respeito de tal tecnologia; obter aprovação no curso, a partir de uma apropriação cognitiva do Cálculo através do uso de *softwares* contemporâneos, diferenciando seu currículo dos demais.

Borba e Villarreal (2005) denominam de “segunda revolução industrial” a intensificação do uso de tecnologia, cuja ação tem provocado inúmeras mudanças sociais. Incluem-se, entre elas, alterações no uso do dinheiro, da telefonia e de eletrodomésticos; no significado da noção de trabalho e de novas profissões, e até mesmo na maneira de pensar e organizar o cotidiano.

Com a área da Educação não foi diferente. Vive-se num mundo inundado por tecnologias, no qual dificilmente se obtém sucesso utilizando-se metodologias de décadas atrás.

A previsão do cenário de desemprego social ocasionado pelo incremento tecnológico não se concretizou. Pelo contrário, sobram vagas de emprego em certas áreas, como por exemplo Engenharia, sugerindo a necessidade imediata de um renovo tecnológico.

A tecnologia também impactou a educação, ainda que superficialmente. Neste caso, o avanço é bastante moderado. Ao mesmo tempo em que as Tecnologias da Informação são geradoras de novas possibilidades, também requerem uma capacitação diferenciada, inteiramente coerente aos costumes da sociedade atual.

Vários *softwares* podem ser trabalhados em um curso de Cálculo Diferencial e Integral, como Modellus, Derive, Mathematics, Maple, Winplot, Geogebra, Plot, Mathlab, Graphmatica, entre outros. Eles permitem a visualização, efetuam cálculos de derivadas, integrais definidas através de métodos numéricos (com apoio visual) e constroem gráficos de funções.

O *softwares* complementam-se entre si em suas funções, alguns trazendo interfaces mais simples, outros menos atrativas. Este é um dos pontos de discussão proveniente deste estudo, mostrando como uma de suas possibilidades futuras, a construção de uma matriz conceitual para fazer a análise anterior .

Deseja-se analisar as possibilidades de mediação das dificuldades epistemológicas do ensino do Cálculo, de acordo com o exposto por Rezende (2003), ao utilizar um destes softwares, o Winplot, e verificar o seu papel mediador no processo de ensino-aprendizagem.

Vale ressaltar que não se procura fazer do curso de Cálculo um programa em que o estudante apenas alimente um software (seja de computador ou de calculadora gráfica) para obter dados de seu interesse.

O que se busca aqui é o uso da tecnologia em união ao desenvolvimento do raciocínio (empregados nos conceitos do Cálculo), visando a mediação das dificuldades epistemológicas, através da informática, num coletivo em expansão, o *humans-with-media.*

O que se pretende com as TI´s e o ensino do Cálculo é a ampliação das possibilidades do aluno em experimentar, observar, conjecturar, deduzir e pesquisar, trabalhando habilidades associadas ao raciocínio lógico.

O uso de simulações e animações incrementam o apelo sensorial na apresentação da informação, diversificando as associações entre teoria e prática, e fornecendo novas possibilidades para a sistematização da aprendizagem.

Com relação ao uso de tecnologias no ensino do Cálculo, queremos ainda apresentar algumas colocações importantíssimas que justifiquem este movimento, ainda que comedido de utilização do computador nestes cursos.

Em primeiro lugar, cita-se a visão de Barufi (1999) sobre as possibilidades de novos significados no ensino do Cálculo, a partir de uma análise sobre uso do computador:

> (...) ferramenta extremamente útil para propiciar a formulação de inúmeros questionamentos, reflexões e análises que fazem com que a sala de aula se torne um ambiente onde relações podem ser estabelecidas, possibilitando articulações diversas e, portanto, a construção do conhecimento. (BARUFI, 1999)

Com relação ao interesse do aluno, de acordo com preferências trazidas em sua identidade pessoal contemporânea, Silva (2004) acrescenta que:

> (...) para atender às necessidades do ensino em meio a essa grande corrida tecnológica que está proposta, pois a educação hoje, tanto nos níveis fundamental, médio e superior é impraticável sem estes recursos que envolvem os homens, e os autores estão tendo que adequar os livros a essa realidade. (SILVA, 2004)

Palis (1995) complementa ainda que...

> (...) tem-se constatado que algumas mudanças na qualidade do aprendizado dos alunos ocorrem porque eles participam mais ativamente em aulas ou trabalhos apoiados em computadores e/ou calculadoras, seguem o curso mais de perto e fazem mais perguntas, do que em ambientes de ensino tradicionais. (PALIS, 1995)

Contudo, a operacionalização do uso de TI´s depende de fatores como um projeto pedagógico que possibilite a inserção destas ferramentas em um curso de Cálculo. Tão importante quanto este projeto é a reflexão do professor em relação ao paralelo existente entre o conteúdo (do curso) e os softwares que possibilitam uma melhor mediação do mesmo. A utilização técnica do recurso não é suficiente. É preciso, em primeiro lugar, que a negociação dos significados, mediada pelas tecnologias informáticas, apresente-se clara ao professor.

Para isto, ele deve incrementar o seu aparato técnico, extrapolando o campo da Matemática e obtendo conhecimentos técnicos sobre os *softwares*, em busca de clareza sobre as potencialidades do uso pedagógico da ferramenta do computador.

Por exemplo, para mostrar as expansões da fórmula de taylor e das aproximações polinomiais, o professor deverá dominar a utilização de um *software* que aumente o grau do polinômio e demonstre o ajuste ao gráfico da função. Podemos ainda verificar graficamente a diferença entre cos(7x) e 7cos(x); a validade do Teorema do Valor Médio; e impactos sobre o gráfico de uma função pela mudança em seus parâmetros. Para isto, é necessário que o

docente domine a ferramenta utilizada, no caso o computador (*hardware* e *software)*.

# 3. AS NOVAS TECNOLOGIAS E A INTELIGÊNCIA

## 3.1 Na natureza artificial

Ao tentar compreender o mundo natural, a humanidade foi construindo e desenvolvendo artefatos e ferramentas, partindo da própria linguagem até a elaboração de instrumentos tecnológicos contemporâneos. Faz-se necessário a identificação da diferença entre as noções de ciência natural e artificial.

De acordo com Simon (1981):

> Uma ciência natural é um corpo de conhecimentos acerca de uma classe de seres - objetos ou fenômenos - do mundo: ocupa-se das suas características e propriedades; de como se comportam e interatuam, sendo seu propósito central, trivializar o maravilhoso. (SIMON, 1981, p. 21)

O artificial (ou artefato) refere-se àquilo produzido pelo homem, e que não existia antes da intervenção humana no mundo natural. O mundo de hoje é muito mais artificial do que natural, ou seja, é mais fabricado pelo homem.

Tais artefatos podem imitar a natureza e são chamados de sintéticos, ou então, podem ser totalmente diferentes de algo natural. Quase todos os elementos do ambiente são artifícios humanos, sendo o mundo artificial o preferido pelas pessoas, na maioria das vezes.

Controla-se a iluminação do ambiente, sua temperatura e umidade, a comida, a bebida, até mesmo a qualidade do ar respirado, seja poluindo-o ou filtrando-o. Sequências de artefatos são criadas para que o processo de comunicação seja estabelecido. Artefatos estes denominados de símbolos, compartilhados uns com os outros (através dos olhos e ouvidos), aos quais chamamos de linguagem, seja ela falada ou escrita.

Tais sequências de símbolos possuem leis que variam de um grupo para outro, em consequência de um artifício coletivo. Também se modificam conforme o tempo, ao sabor da necessidade e vontade coletivas, tal qual o Aramaico "progrediu" ao Hebraico.

Vale ressaltar que, ao se introduzir um artefato à natureza, ele passa a fazer parte da mesma. Não se quer dizer que ele seja agora um objeto natural, pré-existente, mas que não é capaz de violar as leis das ciências naturais. Neste sentido, o artefato participa da natureza tanto quanto uma árvore é podada para evitar fungos, ou um lindo jardim recebe cuidados por uma empresa de paisagismo.

Sobre a distinção entre o natural e o artificial, Simon (1981) enumera:

> - As coisas artificiais são sintetizadas (apesar de nem sempre, nem mesmo usualmente, com total premeditação) pelo homem;
>
> - As coisas artificiais podem ter a aparência de naturais, carecendo em muitos aspectos da realidade destas;
>
> - Os objetos artificiais podem ser caracterizados em termos de objetivos, funções, adaptações;
>
> - Os objetos artificiais são normalmente discutidos, particularmente durante a concepção, em termos imperativos assim como descritivos.[14]

Portanto, conceitualmente, a Matemática é um artefato, algo artificial fabricado pelo homem e utilizado em diversos aspectos de sua vida: na comunicação, como ferramenta científica, como desenvolvimento de linguagem e interface com o ambiente, entre outros.

Além de ser intensamente utilizada nas ciências naturais para a explicação de fenômenos naturais, a Matemática é muito usada na construção

[14] Ibidem, p. 27.

de outros artefatos, e inserida na chamada ciência artificial (que abarca o corpo de conhecimentos acerca do que é artificial).

A Matemática como artefato, fabricada pelo homem, também possui seu ambiente interno, assim como um carro é composto por porta, banco, motor... Ela é formada por axiomas, teoremas, postulados, lemas, espaços, e vários outros itens.

Vistos e ouvidos (na forma de linguagem), os símbolos enfeixam-se no ambiente mais significativo ao homem. Os idiomas são artefatos mais trabalhados pelo artifício coletivo. A linguagem matemática também pode ser contemplada pelo raciocínio desenvolvido anteriormente e, tais quais os idiomas, necessita de resignificação com o passar do tempo. Apenas com a seguinte diferença: os idiomas admitem mudanças em suas regras estruturais. Na Matemática, o que foi posto como *verdade* não sofre modificação.

A reestruturação a qual se refere este trabalho, portanto, deve ser pensada em sua interface com o mundo, a fim de que continue a ser compreendida e apropriada pelos seus usuários. Ao mesmo tempo, a reelaboração insere-se na relação de tempo/espaço com artefatos construídos, reconstruídos, reestruturados e resignificados rapidamente pela tecnologia.

Estas mudanças também transformam a sociedade e suas relações básicas, alterando as noções de distância, trabalho, relacionamento, convivência, intimidade e proximidade.

O mundo atual, independente de sua valoração como bom ou ruim, muda tão rápido que, em breve, hologramas tornarão a imagem plana de alguém muito mais próxima ao natural... O homem sequer consegue imaginar

quais são as mudanças psicológicas provocadas pela inserção da terceira dimensão nos meios de comunicação.

Diante disto, a renegociação dos significados do estudo do artefato chamado Cálculo Diferencial e Integral torna-se imprescindível. Desta forma, o cidadão globalizado (inserido neste mundo artificial), poderá tomar para si o entendimento dos conceitos matemáticos que não sofreram modificações. Já as noções de linguagem, as tecnologias educacionais, o papel, o lápis, o mundo, estes mudaram totalmente.

Com relação aos aspectos externos dos artefatos, seus propósitos e funções, pode-se criar a seguinte metáfora: grandes tubarões que são capazes de sentir cheiro de sangue a milhas de distância, mas não possuem a visão assim tão boa... Não cabem aqui possíveis explicações biológicas sobre este animal, visto que tais fatos condizem com os propósitos e funções externas de seus órgãos.

As tecnologias informáticas são artefatos referentes a propósitos culturais (oriundos do mundo moderno) que objetivam a posse do conhecimento matemático por meio da construção de significados (mediados por tais tecnologias).

Assim, como alguns sentidos são potencializados para a sobrevivência de uma espécie, como o tubarão, as tecnologias funcionam como artefatos que potencializam as habilidades do homem, diante do ambiente intensamente artificial em que vive.

Atualmente, o estudo do Cálculo Diferencial e Integral não pode ser comparado ao de quatro décadas atrás, visto que o mundo e suas relações

com o homem (interesses, valores e forma de pensamento) encontram-se completamente transformados.

A Matemática (como linguagem, conjunto de símbolos e artefato) continua possuindo as propriedades de outrora, mas alguns aspectos tornaram-se importantíssimos nos dias atuais. Entre eles, a necessidade (e possibilidade) de negociação de seus significados, por meio de gráficos, e a rapidez de processamento.

Tal fato confere instantaneidade a tarefas que, no passado, desprendiam horas, dias, meses e até uma vida de cálculos. O que antes necessitava de extrema abstração, hoje se resume a simples observação. Com isto, abrem-se novos espaços para abstração em outros aspectos, capazes de conduzir o homem a patamares de raciocínio inimagináveis.

Em relação às características de um sistema simbólico, Simon (1981) o caracteriza como sistemas de processamento de informação "que procuram realizar objetivos, e habitualmente são postos ao serviço dos sistemas mais vastos em que estão incorporados."[15]

Conclui-se, portanto, que o cérebro e o computador são *Sistemas Simbólicos*, ou *Sistemas de Processamento de Informação*: o primeiro se trata de um sistema simbólico físico como o segundo, mas de maior importância.

Quanto a este assunto, Simon (1981) salienta ainda:

> Chamamos aos sistemas simbólicos "físicos" para lembrar ao leitor que existem no mundo real como dispositivos feitos de vidro e metal. Antigamente pensávamos nos sistemas simbólicos da Matemática como abstratos e incorpóreos, não tomando em conta o papel, o lápis e as mentes humanas que, na verdade, são necessários para lhes dar vida. Os computadores trouxeram os sistemas simbólicos do céu platônico das idéias para o mundo empírico dos processos reais executados por máquinas ou cérebros, ou por uns e outros trabalhando em conjunto.[16]

[15] Ibidem, p. 54.
[16] Ibidem, p. 56.

A “família de artefatos”, nomeada Sistemas Simbólicos, é extremamente importante devido aos papéis por ela cumpridos: de análise, observação, simulação, transposição e modificação do meio na qual está inserida.

Um sistema simbólico físico contém um conjunto de entidades chamado *símbolos*, espécie de padrões tais quais: marcas em rochas, relevos e depressões (como na linguagem Braille), marcas no papel ou sinais com as mãos. Estes padrões podem formar estruturas simbólicas maiores, chamadas de expressões, palavras, frases, e assim por diante...

Alguns processos inseridos nos sistemas simbólicos atuam sobre as estruturas simbólicas, criando, copiando, modificando e destruindo seus símbolos. Com o passar do tempo, as estruturas simbólicas podem se adaptar ao ambiente, e evoluir para melhor representá-lo.

Em se tratando de representação, chega-se a um ponto importantíssimo de toda a articulação de Simon (1981). Ao se debruçar sobre a problemática da invenção, o autor tenta estudar os processos cognitivos do pensamento humano. Salienta a importância da simulação neste processo, e conclui ser o computador o único capaz...

> (...) de imitar os processos do pensamento humano, tais quais são produzidos realmente no cérebro humano diante da resolução dos problemas e de outras atividades cognitivas e de qualquer tipo. (SIMON, 1981, p. 265)

Simon sustenta ainda que os processos por ensaio e erro encontram-se no coração da descoberta. Uma teoria da descoberta deve, pois, dar conta dos fracassos e dos sucessos:

> Einstein fez muitas tentativas de busca de solução que fracassaram, e um processo seletivo de tentativas ocupou um lugar fundamental durante a década onde ele se debatia com o problema da velocidade da luz.[17]

Unindo este pensamento ao que posteriormente este estudo irá discutir, percebe-se que Lévy (1993) também se mostra um defensor da simulação:

> Um modelo digital não é lido ou interpretado como um texto clássico, ele geralmente é explorado de forma interativa. Contrariamente à maioria das descrições funcionais sobre papel ou aos modelos reduzidos analógicos, o modelo informático é essencialmente plástico, dinâmico, dotado de uma certa autonomia de ação e reação. (...) O conhecimento por simulação é sem dúvida um dos novos gêneros de saber que a ecologia cognitiva informatizada transporta. (LÉVY, 1993, p. 121)

Sobre o tema da simulação, Lévy (1993) enfatiza ainda que o...

> (...) computador permite que uma pessoa explore modelos mais complexos e em maior número do que se estivesse reduzido aos recursos de sua imagística mental e de sua memória de curto prazo, mesmo se reforçadas por este auxiliar, por demais estático, que é o papel. A simulação, portanto, não remete a qualquer pretensa irrealidade do saber ou da relação com o mundo, mas antes a um aumento dos poderes da imaginação e da intuição.[18]

Para a apropriação do conhecimento, o cérebro humano, como um sistema simbólico, necessita de processos que criem e modifiquem as estruturas simbólicas que estão sendo processadas, analisadas e alteradas.

As Tecnologias Informáticas também são estruturas simbólicas, embora pertencentes a outro sistema simbólico. Este, por sua vez, faz a mediação entre as dificuldades de representação interna (como imagens mentais) e um artefato de outro sistema, como a Matemática e, em particular, o Cálculo Diferencial e Integral.

---

[17] Ibidem, p. 289.
[18] Ibidem, p. 125-126.

As tecnologias possuem processos criadores de modelos que visam a melhora da negociação de significados (acerca das estruturas simbólicas da Matemática), e de seus processos como o Cálculo Diferencial e Integral. Como se viu neste estudo, os sistemas simbólicos da Matemática não são abstratos, “ganham vida” somente quando incorporados pelo cérebro; por objetos, como o lápis, papel e, atualmente pelo computador.

## 3.2 A potencialização do sujeito (pelo instrumento) e a ecologia cognitiva

A seguir, partindo-se da imagem cartesiana do conhecimento, este estudo apresenta as pressuposições do acalentado método de Descartes (1969) sobre o “bem conduzir a razão”, e a busca pela *verdade* nas ciências:

> - nunca aceitar por verdadeira coisa nenhuma que não se conhecesse como evidente, isto é, evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção;
>
> - dividir cada uma das dificuldades que examinasse em tantas parcelas quantas pudessem ser e fossem exigidas para melhor compreendê-las;
>
> - conduzir por ordem os pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de serem conhecidos, para subir, pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos, e, supondo mesmo certa ordem entre os que não se precedem naturalmente uns aos outros;
>
> - fazer sempre enumerações tão completas e revisões tão gerais, que ficasse certo de nada omitir. (DESCARTES, 1969)

No contexto de Descartes, o conhecimento era fundamental para que o homem pudesse atingir um pedestal de onde poderia exercer seu domínio sobre a natureza, caracterizado por sentimentos de conquista e controle.

Além disto, o conhecimento era considerado “algo” a ser perseguido, ou transmitido, de maneira linear, obedecendo-se a ordens hierárquicas. Raciocínios “mais simples” formulavam-se sempre como pré-requisito aos “mais complexos” e elaborados.

De certa maneira, tal hierarquização da informação contribuía na caracterização do papel do professor como detentor do conhecimento. Saber este que, paulatinamente, deveria ser repassado aos alunos, receptores passivos, esperançosos por atingir o “degrau altíssimo” em que se encontravam o professor e seu “imenso” conhecimento.

A questão que se coloca é a de que o conhecimento não é algo que se acumula materialmente, mas um valor continuamente construído. Sua constituição, que parte de uma imensa rede de relações, apresenta a necessidade da criação de outra imagem para representá-lo: a de rede.

Segundo Machado (1995), observa-se que, de modo geral, a rede de conhecimentos e significados apresenta as seguintes atribuições:

> - compreender é aprender o significado;
>
> - aprender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos;
>
> - os significados constituem, pois, feixes de relações;
>
> - as relações entretecem-se, articulam-se em teias, em redes, construídas social e individualmente, e em permanente estado de atualização;
>
> - em ambos os níveis - individual e social - a idéia de conhecer assemelha-se à de enredar. (MACHADO, 1995)

O significado não é algo material a ser transferido de um indivíduo a outro. Constitui-se um feixe de relações analógicas, metafóricas, que envolvem aquilo que se pretende conhecer, enredando-o ao que já é conhecido.

Refletindo-se sobre o papel das transformações sócio-culturais na remodelação de sentidos e significados na informática (e nos seus desdobramentos sobre a linguagem matemática), apresenta-se a definição de hipertexto de Lévy (1998):

> Cada um em sua escala, os atores da comunicação ou os elementos de uma mensagem, constroem e remodelam universos de sentido. Estes mundos de significação são chamados de hipertextos. (LÉVY, 1998, p. 15)

O autor detalha ainda mais a noção de hipertexto:

> Tecnicamente, um hipertexto é um conjunto de nós ligados por conecções. Os nós podem ser palavras, páginas, imagens, gráficos

> ou parte de gráficos, sequências sonoras, documentos, tão complexos que podem eles mesmos ser hipertextos.[19]

A rede hipertextual encontra-se em constante construção e renegociação. Assim, os símbolos matemáticos, as imagens, o cérebro, as expressões, a informática, e outros atores envolvidos na rede de significação estão permanentemente em jogo.

Esta pesquisa conjectura que as TI´s deveriam apresentar uma extensão ainda maior de seu papel na rede hipertextual, facilitando a mediação das dificuldades epistemológicas do estudo do Cálculo. As Tecnologias Informáticas configurar-se-iam como elementos externos à rede. Estes, quando inseridos, seriam responsáveis por novas conecções, novas teias de significados e de *nós* antes inexistentes, relativamente ao Cálculo Diferencial e Integral.

A transposição da oralidade (primeira tecnologia da inteligência) para a escrita provocou uma (grande) mudança social proveniente do condicionamento da maneira de pensar (influenciada pela oralidade) em direção a um novo recondicionamento social.

O mesmo acontece com a inserção de qualquer elemento externo à rede, tais quais, tecnologias, linguagens e métodos de trabalho, influenciando a maneira de pensar de um grupo ou de toda a sociedade. Este estudo defende que as mudanças tecnológicas no mundo interferem na maneira de pensar e conviver do homem.

Lévy (1998) reflete acerca do impacto das tecnologias sobre a construção da inteligência coletiva...

---

[19] Ibidem, p. 20

> (...) para fazer um questionamento sobre a temporalidade social e os modos de conhecimento inéditos que emergem do uso das novas tecnologias intelectuais baseadas na informática. Mas se alguns tempos sociais e estilos de saber peculiares estão ligados aos computadores, a impressão, a escrita e os métodos mnemotécnicos das sociedades orais não foram deixados de lado. Todas estas "antigas" tecnologias intelectuais tiveram, e têm ainda um papel fundamental no estabelecimento dos referenciais intelectuais e espaço-temporais das sociedades humanas.[20]

Uma nova tecnologia da inteligência não anula ou substitui outra. De fato, elas estabelecem uma relação de complementariedade e de mútua colaboração. Tal qual a oralidade representou à linguagem de sinais e a escrita.

Lévy sinaliza também que a sociedade encontra-se condicionada, mas não determinada pela técnica. Falando-se em tecnologia nos dias de hoje, vale explicitar o conceito de virtual no contexto contemporâneo de Lévy (1999):

> (...) é virtual toda entidade desterritorializada, capaz de gerar diversas manifestações concretas em diferentes momentos e locais determinados, sem, contudo, estar ela mesma presa a um lugar ou tempo particular. (LÉVY, 1999, p. 47)

Refletindo-se sobre o mundo virtual que desponta hoje, por meio do que Lévy (1999) chama de *ciberespaço*, verifica-se a grande potencialidade interativa a ser explorada pela educação:

> (...) a comunicação por mundos virtuais é, portanto, em certo sentido, mais interativa que a comunicação telefônica, uma vez que implica, na mensagem, tanto a imagem da pessoa como a da situação, que são quase sempre aquilo que está em jogo na comunicação.[21]

As "tecnologias intelectuais" ou "tecnologias da inteligência" favorecem novas formas de acesso à informação, novos estilos de raciocínio e de construção de conhecimento.

---

[20] Ibidem, p. 75.
[21] Ibidem, p. 81.

Pode-se continuar refletindo sobre as duas primeiras tecnologias da inteligência, a oralidade e a escrita, deflagradoras, inclusive, de uma oralidade secundária. Disto resulta a necessidade do uso da ferramenta hermenêutica, com vistas à compreensão do que “deve ter sido dito”, “naquilo que foi escrito”, “daquilo que havia sido falado”.

Ao desenvolver sua primeira tecnologia da inteligência (a oralidade), a humanidade avançou muito no que diz respeito à maneira de conviver socialmente. Juntamente com o “progresso”, a inserção tecnológica pode ter disparado a necessidade de seu compartilhamento nos indivíduos ainda não “inteirados” sobre as mudanças. À margem do mundo tecnologicamente avançado, estes indivíduos pensavam e se comunicavam de maneira diferente dos "antigos" sinais que, quando isolados da fala, pareciam se tratar de algo totalmente "ultrapassado".

Desta forma, o mesmo parece ocorrer ao ensino do Cálculo quando abordado apenas de forma analítica e algébrica, e desconectado do uso das atuais Tecnologias Informáticas.

A oralidade trouxe à humanidade a possibilidade de extrapolar o uso de desenhos e sinais gráficos como única forma de contar sua história, ou ainda, de perpetuar pensamentos. O advento da História Oral transforma totalmente a maneira de pensar e agir do indivíduo, seja internamente (ao reorganizar sua maneira de refletir e de enxergar o mundo), seja imerso em sua comunidade.

É evidente que este processo não ocorreu do dia para a noite. Da mesma maneira, a velocidade do avanço tecnológico atual ainda dificulta o processo de resignificação da forma de pensar e agir do homem, tanto no mundo como nas ciências em geral.

Porém, este aspecto não anula a necessidade urgente em iniciar as modificações na reformulação do estudo do Cálculo Diferencial e Integral, inserindo as Tecnologias Informáticas como poderosas ferramentas mediadoras das dificuldades epistemológicas (intrínsecas e indiscutivelmente perpetuadas pela metodologia ainda utilizada neste estudo).

Contudo, a oralidade não apagou os sinais da comunicação humana. Estes sinais foram, e ainda são, ferramentas primordiais no desenvolvimento da mesma. Tanto que, quando da inserção da escrita (a segunda tecnologia da inteligência), a falta dos sinais (e de outros fatores, como entonação vocal) acarretou em grandes perdas à comunicação, deflagrando a ciência Hermenêutica. Surgida como necessidade urgente à verbalização e resignificação daquilo que estava escrito, a Hermenêutica desencadeou a chamada oralidade secundária.

Mas tal fato não descaracterizou o salto tecnológico anunciado com a chegada da escrita. O avanço pode ser ilustrado, por exemplo, na facilidade de se perpetuar a história por meio dos registros escritos.

Conjectura-se que o mesmo processo ocorre no ensino do Cálculo. Isoladas, as tecnologias não provocarão a sua diferenciação em essência. Se usadas sem o auxilio de antigas ferramentas, as tecnologias também acarretarão em perdas, tal qual ocorreu à oralidade e à escrita. Somente a utilização conjunta das tecnologias informáticas com "antigas" ferramentas poderá definir o salto didático-pedagógico que este estudo propõe.

Ao refletir sobre a educação no século XXI (independente de níveis de ensino, disciplinas ou áreas de conhecimento em específico; de grades curriculares ou projetos pedagógicos) deve-se pensar sociologicamente,

buscando o conhecimento da mediação adequada à obtenção das metas e objetivos traçados.

Desta forma, o que esperar de um modelo ultrapassado, continuamente aplicado numa sociedade em que fóruns digitais são tão comuns quanto uma conversa entre amigos num shopping? Num mundo onde encontrar com alguém no almoço é, muitas vezes, tão pessoal quanto trocar mensagens em redes sociais. Em que cada indivíduo possui um receptor/transmissor capaz de compartilhar informações, tanto de sua vida particular quanto profissional. No qual as mais diversas formas de técnicas modificam o ambiente sob diferentes formas, usos e implicações, numa velocidade moral e psicologicamente difícil de acompanhar.

Diante deste cenário contemporâneo, diferentes tecnologias informáticas incidem na forma como o homem conhece e representa o mundo. A este respeito, Pierre Lévy (1993) elaborou uma pergunta intrigante:

> Uma certa configuração de tecnologias intelectuais em um dado momento abre certos campos de possibilidades (e não outros) a uma cultura? Quais possibilidades?(LÉVY, 1993)

Tenta-se aqui responder a esta indagação utilizando as palavras do próprio Lévy (1999): “o computador não é mais um centro, e sim um nó, um terminal, um componente da rede universal e calculante.” (LÉVY, 1999, p. 44)

Tomando-se este fio condutor e refletindo-se sobre o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, (na possibilidade da resposta a tal questionamento ser negativa), seria possível a continuidade de abordagem deste estudo da mesma maneira como vem sendo realizada há décadas passadas.

Contudo, marcas nas rochas se transformaram em toques numa tela digital. A cultura oral foi microfilmada. Discursos outrora feitos a favor do vento,

hoje são transmitidos globalmente pela internet. A linguagem humana resignificou-se de tal forma que cada tribo usa sua "língua" como transposição didática, compreendida, por vezes, apenas por seus pares.

Persegue-se, então, a máxima que aponta a grande dificuldade do homem do século XXI em adequar-se a costumes, linguagens e metodologias de gerações anteriores. Apresenta-se aqui uma contradição ao que tomamos como tese.

Portanto, este estudo concorda que a resposta à pergunta elaborada por Lèvy é: “Sim!” Decorre desta postura a implicação em descobrir quais são as possibilidades abertas pela configuração de novas tecnologias intelectuais em relação à mediação das dificuldades epistemológicas do ensino do Cálculo.

Esta mediação poderá, inclusive, auxiliar na forma como é possível guardar os conceitos e resultados do Cálculo Diferencial e Integral, partindo-se de novas ligações entre os significados, entre as habilidades e as competências a serem alcançadas.

Lembrando-se que, na oralidade primária, a palavra apresenta como função básica a gestão da memória social - e não apenas o registro da livre-expressão pessoal ou da comunicação prática cotidiana. Nesta sociedade, a inteligência encontra-se muitas vezes identificada com a memória, sobretudo a auditiva.

Com as tecnologias informáticas, é possível o arquivamento de imagens e vídeos de uma forma nunca antes imaginada, ao que já apontava Lévy (1993):

> De acordo com a psicologia cognitiva contemporânea, não há apenas uma, mas diversas memórias, funcionalmente distintas. A faculdade de construir automatismos sensório-motores parece colocar em jogo recursos nervosos e psíquicos diferentes da aptidão de reter proposições ou imagens. Mesmo no interior desta última faculdade,

> que chamamos de memória declarativa, podemos ainda fazer a distinção entre memória de curto prazo e memória de longo prazo. (LÉVY, 1993, p. 78)

A importância da simulação, tão discutida e ratificada por Simon (1981), também é reforçada por Lévy (1993):

> Não se pode mais conceber a pesquisa científica sem uma aparelhagem complexa que redistribui as antigas divisões entre experiência e teoria. Emerge, neste final do século XX, um conhecimento por simulação que os epistemologistas ainda não inventariaram. (LÉVY, 1993, p. 4)

Este discurso provoca a aspiração de que os profissionais da educação (que lidam com Cálculo Diferencial e Integral) possam enxergar a urgência de uma reestruturação metodológica, não no sentido de mudança entre tópicos (ou mesmo da negação da sequência didática de Cauchy-Weistrass), mas na necessidade da inserção de Tecnologias Informáticas neste processo.

Que a chegada das Tecnologias Informática promova o resgate do mundo atual, ou seja, que os alunos possam articular a potência da sociedade informatizada à negociação de significados do Cálculo! E que esta significação lhes permita tomar posse das habilidades e competências deste estudo.

No entanto, o uso da oralidade não foi deixado para trás, tampouco o usufruto da escrita como intensa ferramenta diária. Pensar que uma tecnologia da inteligência substitui outra se constitui numa absurda inocência. A mera sugestão intencional deste pensamento indica imensa resistência pessoal do ator frente aos cenários de inevitáveis mudanças.

A sucessão dos modos de gestão social do conhecimento (da oralidade para a escrita, e desta para a informática) é realizada deslocando-se o centro de interesse momentâneo: hora escrevendo mais e falando menos, ora simulando mais e escrevendo menos.

Tais tecnologias, inclusive, dependem dos agentes-indivíduos que, inseridos em seu espaço/tempo utilizam *uma*, *outr*a, ou ainda, *outras delas*, de acordo com a necessidade. Lévy (1993) ratifica este ponto quando analisa:

> Nem a sociedade, nem a economia, nem a filosofia, nem a religião, nem a língua, nem mesmo a ciência ou a técnica são forças reais, elas são, repetimos, dimensões de análise, quer dizer, abstrações.[22]

O que nos faz crer na mudança da forma de abstração do pensamento humano. Com o passar do tempo, verifica-se empiricamente que a velocidade de tal mudança tem apresentado aumento em sua taxa de variação (de forma assustadora) nas últimas décadas. Da mesma maneira, a Psicopedagogia defende que uma nova geração surge a cada cinco anos (com relação a usos, costumes, padrões e forma de ver o mundo)

Como distinguir, então: vida e ciência, símbolo e operação, homem e técnica? Se existe o pressuposto de que as antigas técnicas estão impregnadas de valores, e as novas apresentam-se fúteis e ineficazes, não se estaria desta forma promovendo o julgamento do próprio homem midiático?

Nos dias atuais, a condenação da escrita e da Imprensa seria considerada um grande um absurdo! Tratar-se-ia de autoflagelação, visto que estas técnicas constituem parte do ser humano, a saber, por meio da escrita. Esta reserva ao homem a função de perpetuar, escrever e imprimir, ler e interpretar, sem que ele ao menos note a oralidade secundária nela presente.

No ensino do Cálculo, a repetição e a perpetuação do que outrora foi realizado parece constituir a normalidade. Esta normalidade deverá, então, tornar-se normatização perpétua. Visto que falar das Tecnologias Informáticas como mediadoras das dificuldades epistemológicas deste estudo é tido como

[22] Ibidem, p. 13.

superficial, intolerável e até mesmo rechaçado como "tecnicamente" fraco.

Analisando-se a criação técnica na história da humanidade, vê-se que ela é proveniente da necessidade humana de interpretar e produzir sentidos. Como defende Lévy (1993), “a história das tecnologias intelectuais condiciona (sem, no entanto, determiná-la) a do pensamento.” (LÉVY, 1993)

De fato, vivemos numa época em que as representações e os saberes parecem “querer” dar lugar a novos modos de conhecimento, mas ainda pouco entendidos. Ocasiona-se, desta maneira, a origem de um "novo" homem, o humano midiático.

O homem midiático ainda não sabe muito bem como lidar com a nova tecnologia da inteligência, seus limites e suas possibilidades, definidas por Lévy (1993) como novas conexões mentais:

> As elaborações são acréscimos à informação alvo. Conectam entre si itens a serem lembrados, ou então conectam estes itens a idéias já adquiridas ou anteriormente formadas. (...) Quanto mais conexões o item a ser lembrado possuir com os outros nós da rede, maior será o número de caminhos associativos possíveis para a propagação da ativação no momento em que a lembrança for procurada.[23]

Conforme Machado (1995), o conceito de hipertexto trabalhado por Lévy (1993) ratifica a argumentação de que as conexões de elementos aparentemente desconexos (como a álgebra e a informática) reformulam e resignificam toda a rede de conhecimentos, criando novas teias e nós.

Cada indivíduo é responsável pela mudança interna dos conhecimentos por ele apropriados. Tanto quanto o meio influencia a reestruturação dos significados pela identidade pessoal, transformando as teias existentes e criando novas, fazendo com que feixes atuais mais significativos substituam os antigos e modifiquem toda a rede.

[23] Ibidem, p. 80.

Ao longo da história, o “ir e vir” das tecnologias da inteligência aponta que nenhuma delas era capaz de substituir a precedente, mas sim de complementarem-se mutuamente, num interessante resgate de caráter acumulativo, conforme Lévy descreve (1993):

> O eterno retorno da oralidade foi substituído pelas longas perspectivas da história. A teoria, a lógica e as sutilezas da interpretação dos textos foram acrescentadas às narrativas místicas no arsenal do saber humano. (...) Compreender o lugar fundamental das tecnologias da comunicação e da inteligência na história cultural nos leva a olhar de uma nova maneira a razão, a verdade, e a história, ameaçadas de perder sua preeminência na civilização da televisão e do computador. (LÉVY, 1993, p. 87)

No que concerne ao estudo do Cálculo, as Tecnologias Informáticas não são, e nem devem ser, consideradas substitutas de carências algébricas anteriores. A junção de tais ferramentas compõe o cenário de novas teias, potencializando e fortalecendo antigas ligações. Desta forma, constrói-se a ferramenta inovadora capaz de melhor mediar as dificuldades epistemológicas de tal estudo. Mediações estas passíveis de mudanças a cada momento, conforme escreve Lévy (1993):

> Não há identidade estável na informática porque os computadores, longe de serem os exemplares materiais de uma imutável idéia platônica, são redes de interfaces abertas a novas conexões, imprevisíveis, que podem transformar radicalmente seu significado e uso.[24]

Vale ressaltar que a inserção de teias, representando as atuais Tecnologias Informáticas, é algo que se encontra imerso na própria rede do indivíduo, uma vez que esta questão se apresentaria apenas como uma questão de escolha de caminhos - de acordo com o princípio da topologia do hipertexto de Lévy (1993).

[24] Ibidem, p. 102.

A maneira de trabalhar o estudo do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos superiores das universidades brasileiras tem permanecido em estabilidade metodológica há muito tempo. Nenhuma mudança significativa ocorreu, mesmo após a reforma pretendida em tal estudo décadas atrás.

O fato de a maioria dos professores acharem que tal metodologia encontra-se pronta e acabada contradiz o princípio da metamorfose, descaracterizando o dinamismo da rede hipertextual de Lévy (1993):

> A nova escrita hipertextual ou multimídia certamente estará mais próxima da montagem de um espetáculo do que da redação clássica, na qual o autor apenas se preocupava com a coerência de um texto linear e estático.[25]

A evolução de uma rede demanda a coexistência de interesses convergentes, de acordo com o principio da fractalidade hipertextual. Decorre disto que a saída da inércia metodológica atual (no tocante ao estudo do Cálculo) depende da atitude das vizinhanças instrucionais do aluno (professores, instituição e manuais) em concorrer para este fim.

Inserido no mundo contemporâneo, o mesmo indivíduo já fez contato com este processo evolutivo, pois os artefatos artificiais estão espalhados por todos os lugares e presentes em tudo o que se faz.

> O meio ecológico no qual as representações se propagam é composto por dois grandes conjuntos: as mentes humanas e as redes técnicas de armazenamento, de transformação e de transmissão das representações. A aparição de tecnologias intelectuais como a escrita ou a informática transformam o meio no qual se propagam as representações. (LÉVY, 1993, p. 84)

Para finalizar a argumentação sobre a potencialização do sujeito pelo instrumento, segue uma máxima de Lévy (1993):

> A inteligência ou a cognição são o resultado de redes complexas onde interagem um grande número de atores humanos, biológicos e técnicos. Não sou “eu” que sou inteligente, mas “eu” com o grupo

[25] Ibidem, p. 108.

> humano do qual sou membro, com minha língua, com toda uma herança de métodos e tecnologias intelectuais (dentre as quais, o uso da escrita). (...) O pretenso sujeito inteligente nada mais é que um dos microautores de uma ecologia cognitiva que o engloba e restringe". (...) O pensamento se dá em uma rede na qual neurônios, módulos cognitivos, humanos, instituições de ensino, línguas, sistema de escrita, livros e computadores se interconectam, transformam e traduzem as representações. (LÉVY, 1993, p. 135)

As transformações advindas das TI´s na educação demandam novas metodologias de ensino, capazes de criar um novo papel para o professor e resignificar o conceito de ensino. Elas favorecem novas formas de acesso à informação, novos estilos de aprendizagem (que podem ser compartilhados entre indivíduos) e amplia o potencial de inteligência coletiva dos grupos humanos.

# 4. A MEDIAÇÃO DAS TECNOLOGIAS INFORMÁTICAS E AS COMPETÊNCIAS DO HUMANO MIDIÁTICO

## 4.1 A utilização de softwares e a formação de competências

Para iniciar esta discussão, deseja-se introduzir ao leitor o conhecimento de um software facilmente encontrado na rede mundial de computadores, para depois instalar a reflexão sobre sua utilização na discussão sobre a formação de competências do humano midiático.

De acordo com Machado (2009),

> (...) uma pessoa é considerada competente se é capaz de mobilizar o que sabe para realizar o que deseja... Uma idéia inicial de competência pressupõe então: o desejo de algo, ou seja, a "apetência" por algum objetivo; o conhecimento dos meios, ou dos recursos para realizá-lo; e a capacidade de mobilizar tais recursos para realizar o que se intenta. (MACHADO, 2009, p. 26)

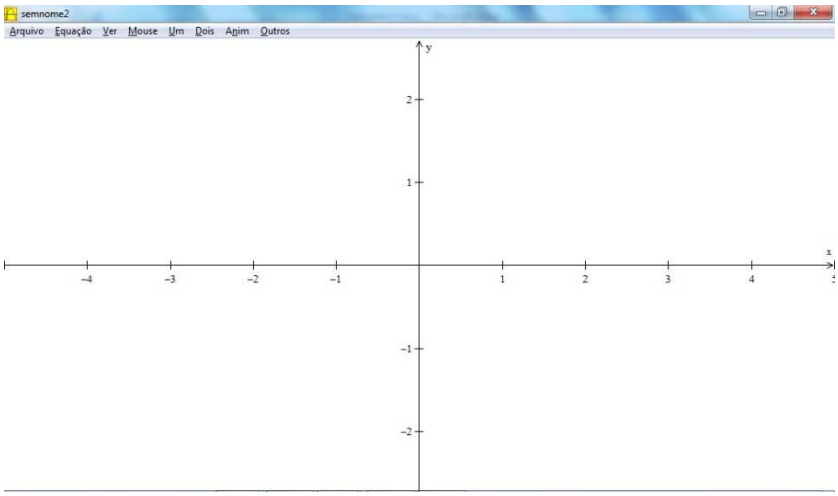
Qualquer um dos programas citados nos capítulos anteriores poderia ter sido selecionado ao estudo. Por uma questão de coerência, segue a explicitação de algumas qualidades do *software* escolhido, o Winplot, que é *freeware* (grátis) e pode ser encontrado em muitos sites de *donwload* na internet. Outra vantagem do Winplot refere-se ao fato dele ser executável (não necessita de instalação), podendo ser transportado em Pen Driver para a sua utilização em laboratórios de informática, *lan houses*, *cibers*, entre outros locais.

Inicia-se pela construção do gráfico de funções, de uma ou duas variáveis. O expediente do gráfico sempre auxilia a percepção do aluno (do curso de Cálculo Diferencial e Integral) em relação à noção intuitiva de limite,

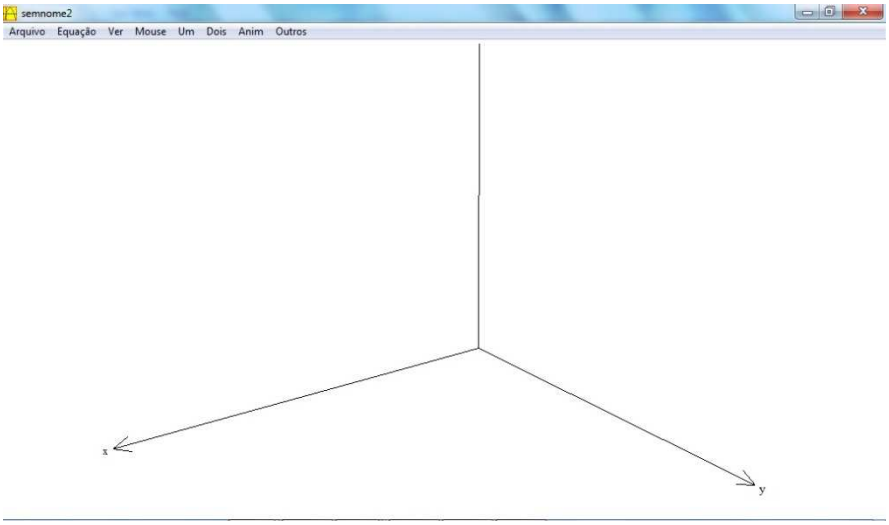
continuidade, crescimento e decrescimento em determinada direção, taxas de variação e curvas de nível.

Ao se executar o Winplot, depara-se com uma interface simples apresentada por meio de uma janela-modelo, que traz as opções de ajuda ou de abertura para janelas bi ou tridimensionais.

A opção bidimensional constrói gráficos de funções de uma variável:



A opção tridimensional favorece a construção de gráficos de funções com duas variáveis:

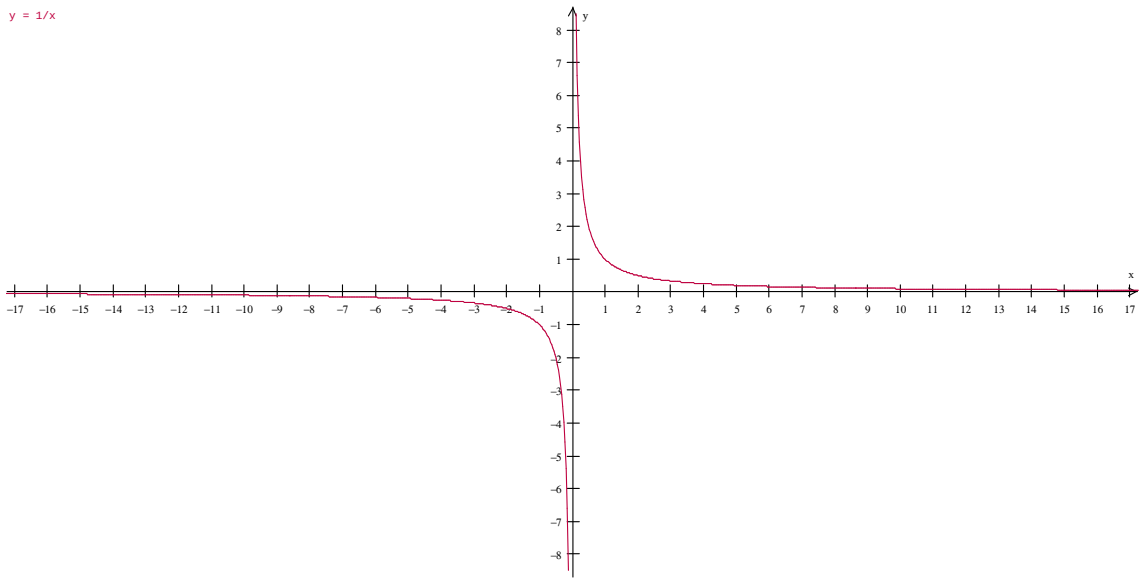



A interface do Winplot é extremamente simples, apresentando opções para construção de gráficos em 2D (duas dimensões) e em 3D (três dimensões). Além disso, permite a cópia de gráficos, a exportação em vários formatos, entrada com funções explícitas, implícitas, na forma paramétrica, e em coordenadas polares.

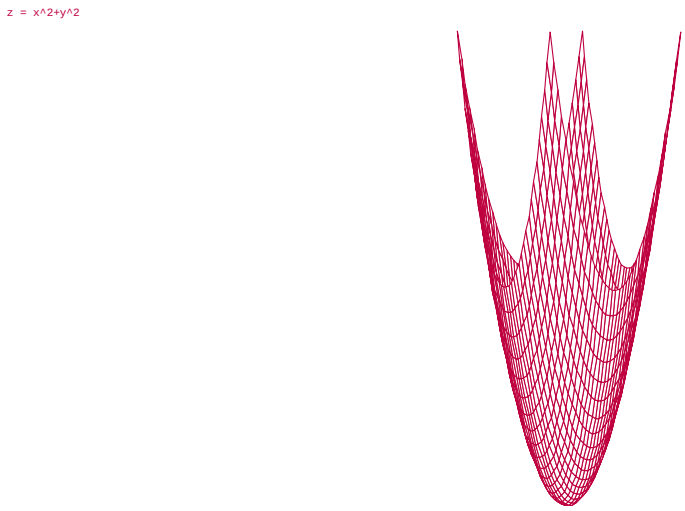
Os recursos do software Winplot permitem a sua utilização durante todo o curso de Cálculo Diferencial e Integral. Além de traçar o gráfico de uma função, também constrói o de sua derivada e de sua integral, tudo com relativa facilidade de operação, possibilitando a interpretação de resultados algébricos por meio desta interface gráfica (o que satisfaz o apelo do usuário por uma interface mais simples).

Outro ponto positivo é que gráficos de funções com assíntotas verticais são facilmente construídos, sem a exigência da preocupação com seu Conjunto Domínio. Por exemplo, para a construção de um gráfico 2D basta que

se entre na janela 2D, menu “equação” e submenu “explícita”. Por exemplo, ao escrever a expressão da função y = 1/x não existe a preocupação com x = 0...

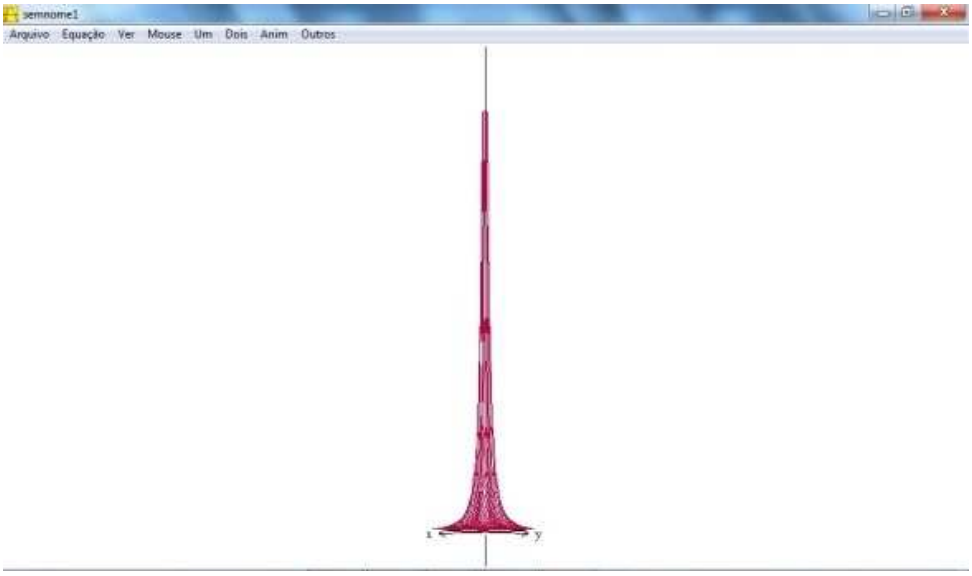



Para funções de duas variáveis, a construção gráfica também é simples. Entra-se na janela 3D e, depois, no menu “equação”, submenu “explícita”, e “inserir a função”. Como exemplo a seguir, temos $z = x^2 + y^2$ :

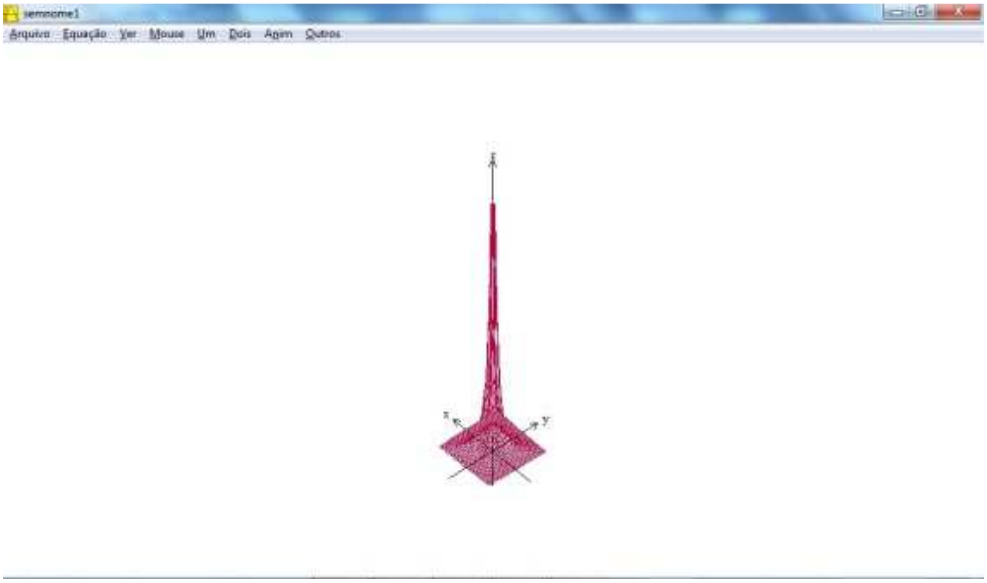


Tem-se, ainda, a opção de rotacionar o gráfico em qualquer direção para uma melhor visualização de seu comportamento. Na função anterior, não há interesse em rotacionar seu gráfico, levando-se em consideração a sua homogeneidade.

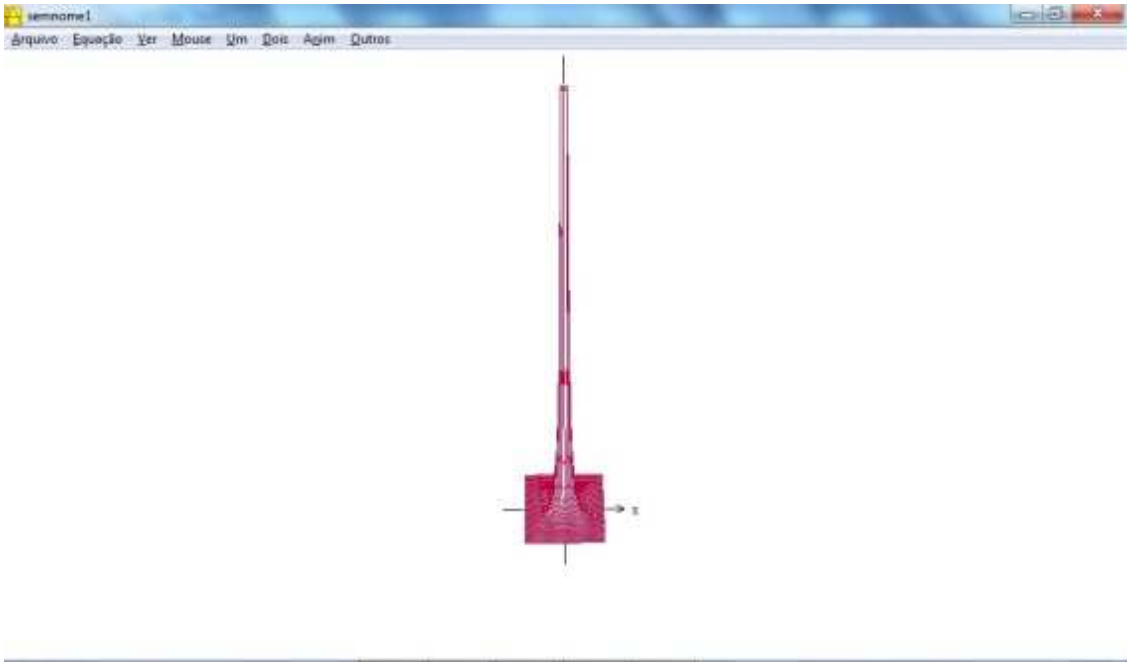
Tome-se, então, outro exemplo: a função $f(x,y) = 2(x^2 + y^2)/(x^4 + y^4)$



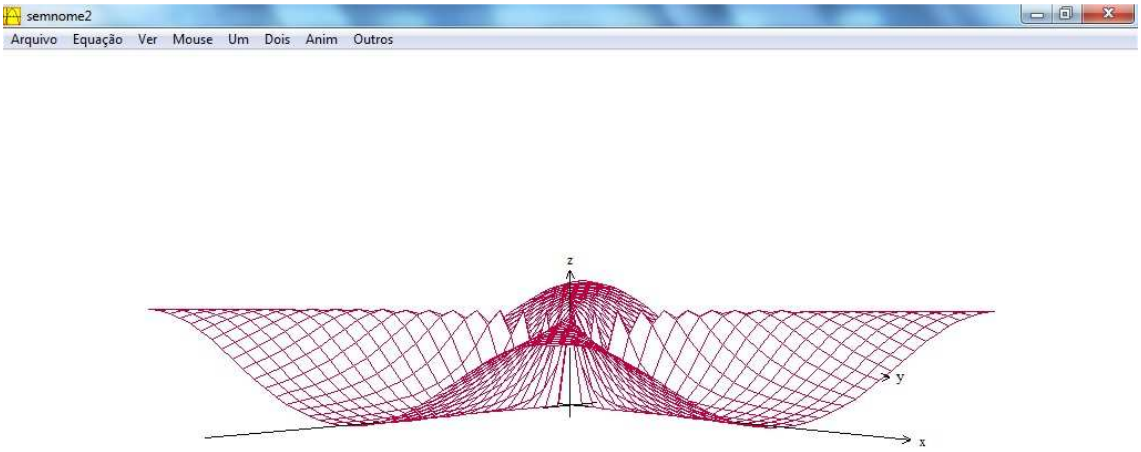

Que rotacionada:



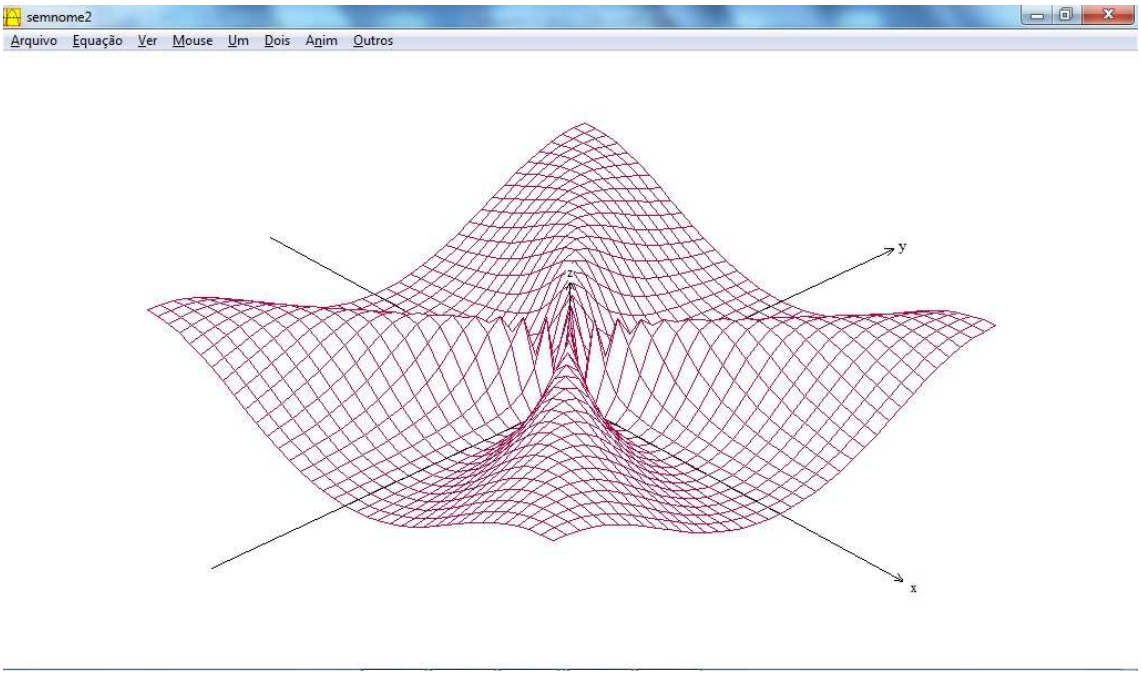
Ou ainda:



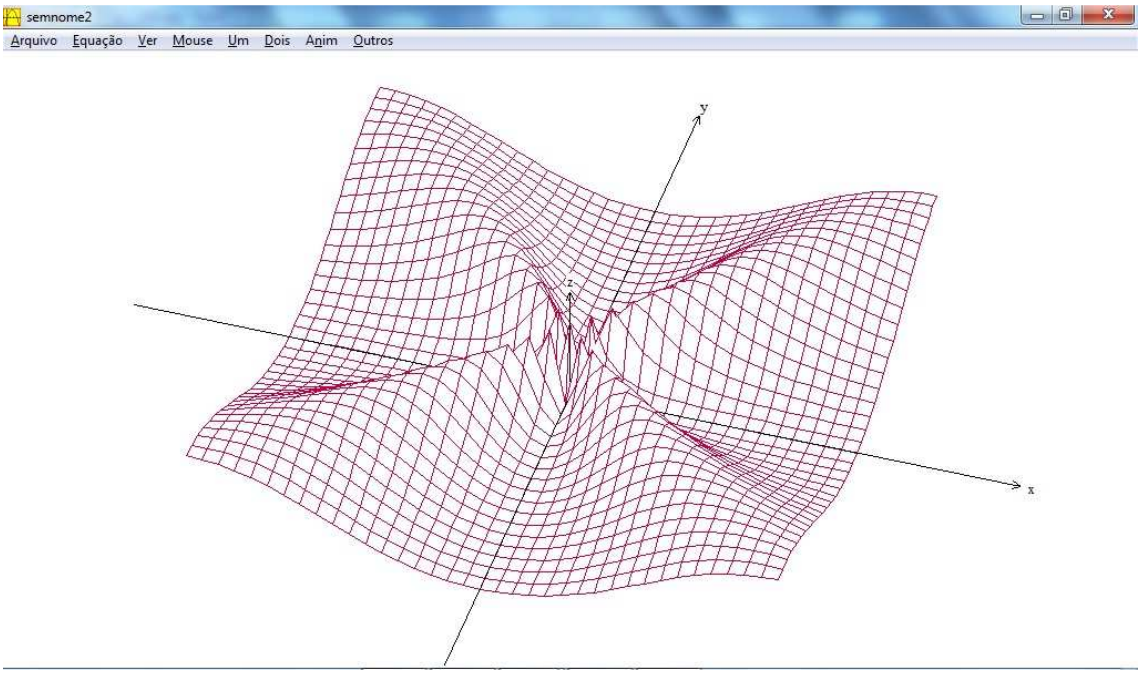

Usaremos agora a função $f(x,y) = 2x^2 y^2/(x^4 + y^4)$, e estudaremos seu comportamento sob alguns aspectos:



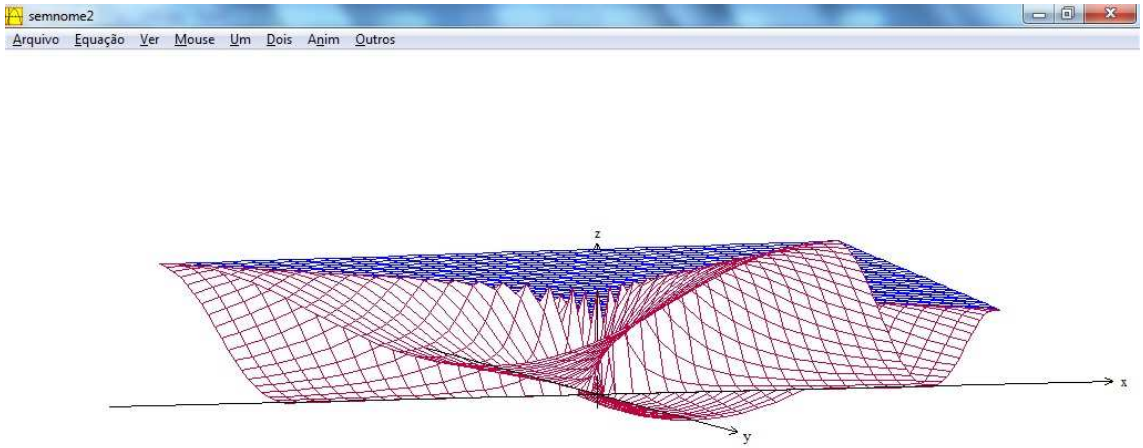
A análise gráfica do comportamento desta função sobre os caminhos y = x e y = - x apresenta inegável ajuda. Algebricamente, poderia se obter f(x,y) = 1 nos dois casos, mas a observação sobre o gráfico leva à conclusão do fato, de maneira inequívoca e inquestionável:



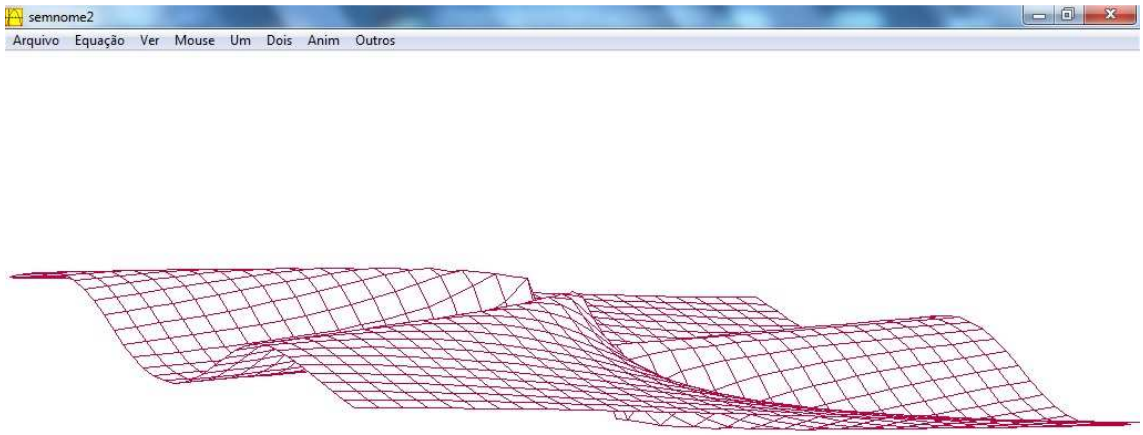

Rotacionando-se o gráfico,



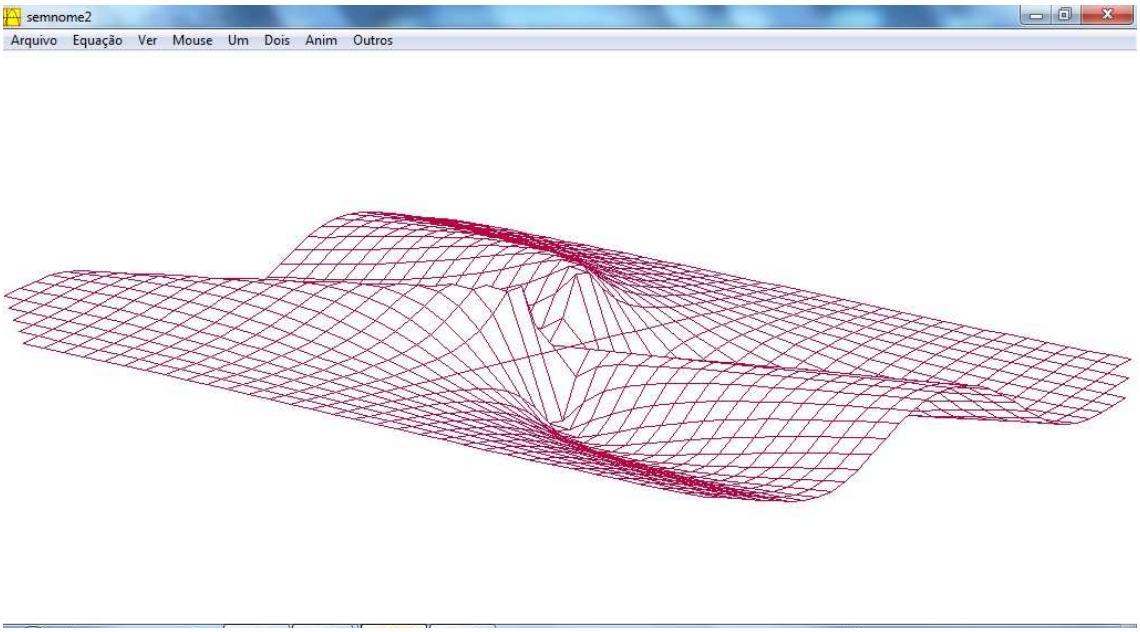
ou ainda, traçando-se o plano f(x,y) = 1:



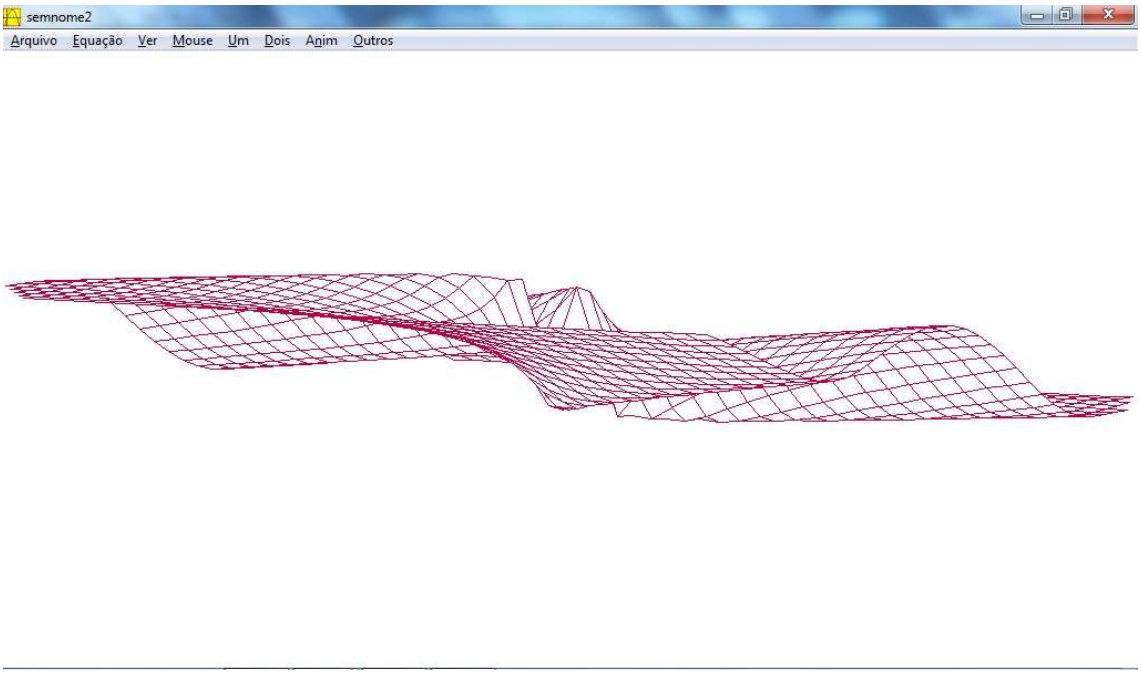

Outro exemplo também de difícil execução gráfica, utilizando-se somente a tecnologia quadro-giz, é o esboço do gráfico da função $F(x,y) = 4x\,y^2/(x^2 + y^4)$ :



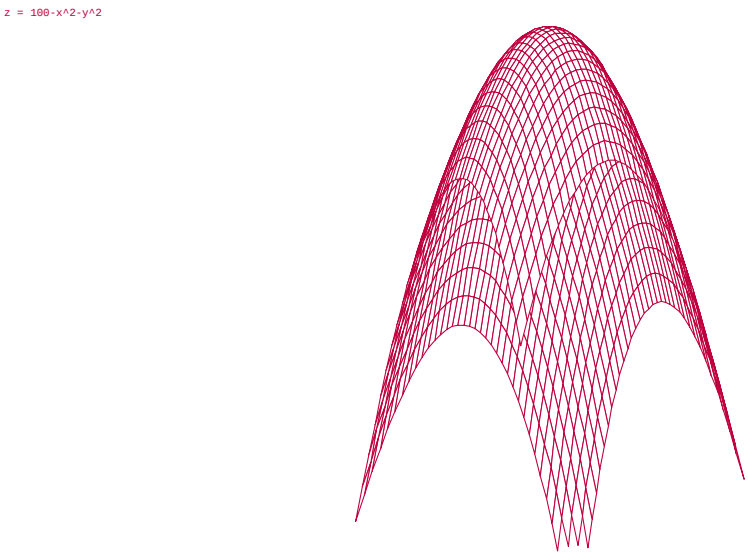
Verificando-se o seu comportamento sobre os caminhos $x = y^2$ e $x = -y^2$ algebricamente obteríamos, respectivamente, $F(x,y) = 2$ e $F(x,y) = -2$. Com o uso de TI´s, há uma relevante melhora na negociação deste significado, o significado do porquê nestes caminhos a função vale $F(x,y) = 2$ ou $F(x,y) = -2$.



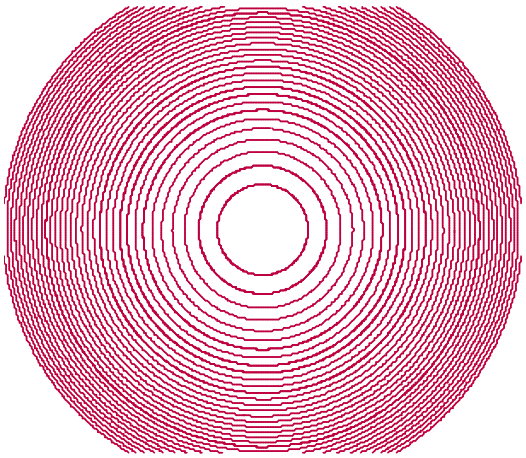

Por um outro ângulo:



O Winplot também pode ser usado para traçar as curvas de nível da função. Por exemplo, na função $z = - x^2 - y^2$ a seguir,



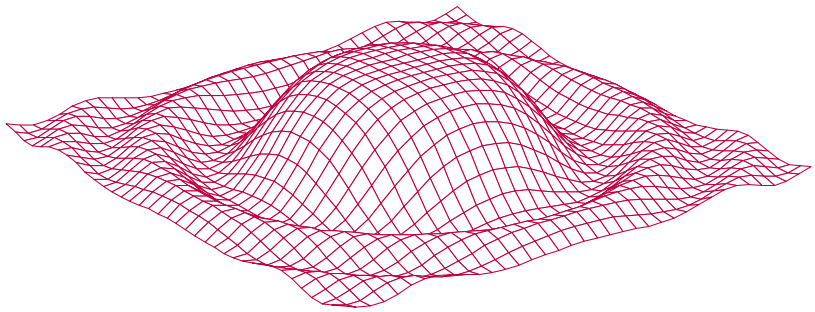

suas curvas de nível são facilmente traçadas:



Em seguida, apresentamos outro exemplo que ratifica a facilidade do usuário (aluno) na visualização de gráficos extremamente difíceis de realização utilizando-se apenas a tecnologia giz/quadro.

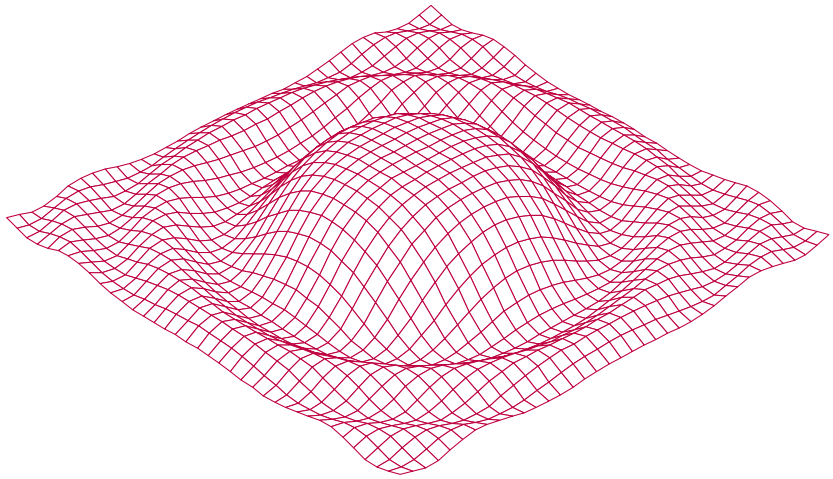
Como ilustração, utilizaremos a função z = sen($x^2$ + $y^2$ )/($x^2$ + $y^2$ ). Chamando u = $x^2$ + $y^2$ , verificamos que $\lim_{u \to 0} z(u) = 1$ . O que pode ser observado graficamente com certa facilidade observando-se as imagens dos círculos onde $x^2 + y^2 \rightarrow 0$.

```
z = sin(xx+yy)/(xx+yy)
```



Ou ainda por outro ângulo:

```
z = sin(xx+yy)/(xx+yy)
```



A sequência desta análise exemplifica limites e as possibilidades de mediação das TI´s sobre as dificuldades epistemológicas do ensino do Cálculo Diferencial e Integral. A reflexão leva em consideração os pares relacionados por Rezende (2003) mencionados anteriormente, e define a utilização do Winplot. Este software figura como exemplo (de aplicação das TI´s) nas construções de competências do humano midiático (conforme as descrições de Machado (2009), e  Borba e Villarreal (2005), respectivamente).

## 4.2 A tecnologia como conhecimento tácito do humano midiático

Ao refletir sobre o significado de qualidade na educação (e em particular no ensino de Cálculo Diferencial e Integral), depara-se com a necessidade de salientar a importância de extrapolar as fronteiras dos próprios cursos. Estes não podem ser vistos como “algo desconectado” do contexto em que se encontram inseridos.

Segundo Machado (2009),

> (...) em decorrência de uma explicação insuficiente, os fins de uma tarefa permanecem tão recatados que as atividades intermediárias assumem o lugar de protagonistas. (MACHADO, 2009, p. 14)

O “saber fazer” deve apresentar maior relevância ao simples aprendizado de um conjunto de técnicas (que parecem encontrar “um fim” em si mesmas). Sua aplicação social precisa configurar-se como finalidade, fazendo do aprendizado técnico apenas um “meio”. Sobre a potencialização equivocada dos meios, Machado (2009) também afirma que:

> ao especificarem demasiadamente os pormenores dos conteúdos envolvidos, acabam por permitir que as idéias fundamentais dos mesmos permaneçam tácitas ou passem ao largo das atenções dos alunos, produzindo a sensação de que os conteúdos seriam fins em si mesmos. Ao longo da história, no entanto, nem sempre foi assim.[26]

De fato, o contrário aconteceu ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Newton detinha “o problema”, apostando na “criação” dos conceitos do Cálculo para solucioná-lo. De acordo com Rezende, (2003) apresenta-se aqui uma das principais dificuldades (de natureza epistemológica) no ensino do

[26] Ibidem

Cálculo, decorrente do macroespaço encontrado na dualidade sistematização/construção.

A relação entre “sistematização” e “construção” não se constitui, necessariamente, como dualidade. Um elo não se opõe ao outro. Ao contrário, no ensino do Cálculo, ambos compõem parte integrante do processo de construção do conhecimento em geral, reservando ao sentido de dualidade aplicação restrita em escala pedagógica.

Na sequência didática de Cauchy-Weierstrass, os conceitos do Cálculo são apresentados segundo a sua definição formal, e alguns resultados são então demonstrados. Após isto, os alunos são conduzidos ao treinamento por meio de exercícios de fixação, sendo a significação dos conceitos realizada de acordo com a lógica formal das definições e da estrutura axiomática.

A este aspecto, Rezende (2003) verifica um grande obstáculo de natureza epistemológica:

> Primeiro define-se o conceito, depois, apresentam-se os exemplos, como se estes nada tivessem a ver com a origem histórica do conceito definido. Assim, com essa sistematização exacerbada, surge um dos grandes obstáculos de natureza epistemológica do ensino normal de Cálculo: a “desmaterialização” dos seus resultados e conceitos básicos. (REZENDE, 2003)

Segundo Machado (2009), neste ponto, a associação das idéias de competência técnica para a educação ao mundo do trabalho pode ser introduzida: “(...) a idéia de competência tangencia o terreno da aprendizagem de automatismos, distanciando-se da realização de um projeto.” (MACHADO, 2009, p. 20)

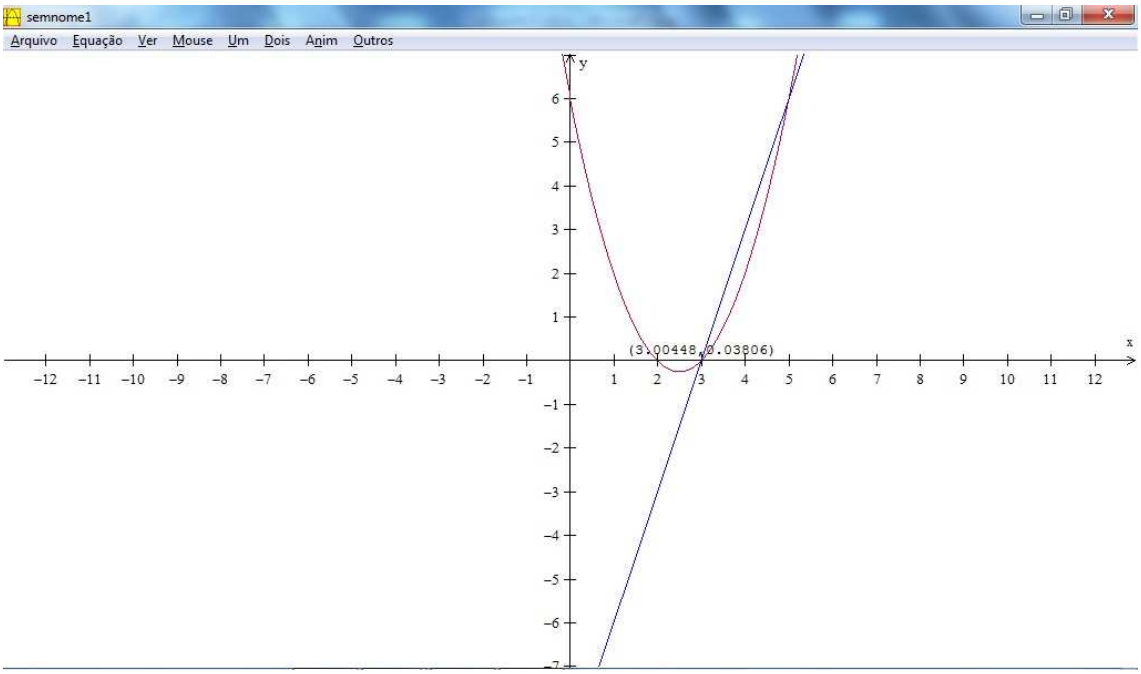
É oportuno que o aluno entenda o sentido dos resultados do Cálculo, além de dominar o conhecimento de suas demonstrações. Quanto a este

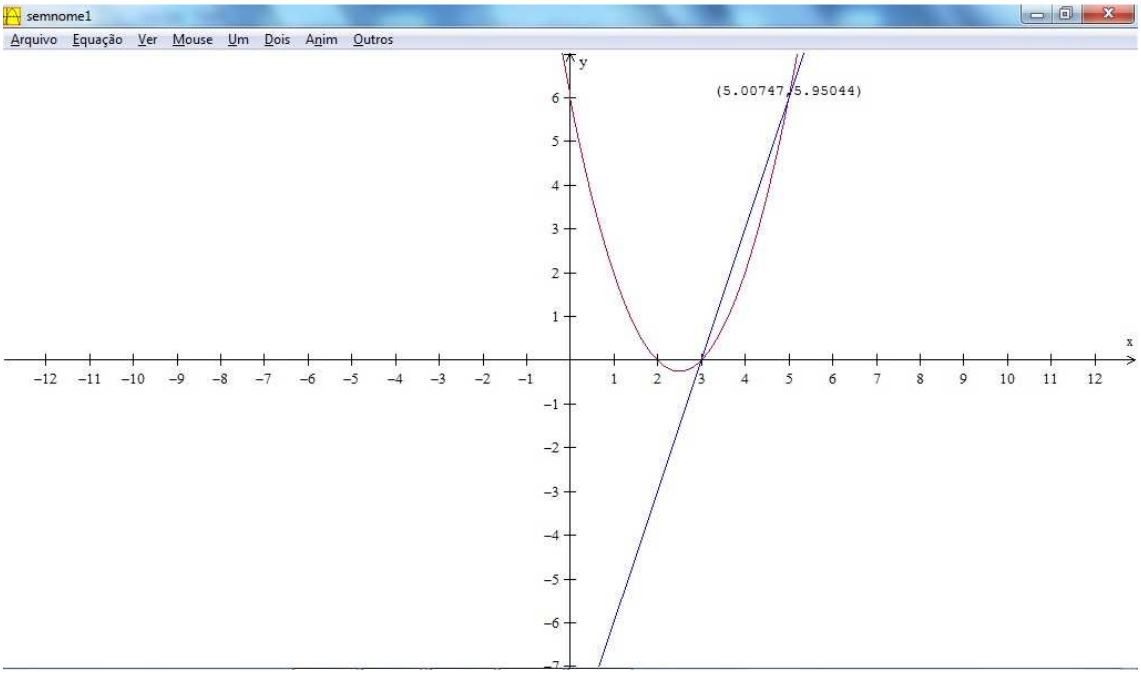
assunto, Rezende (2003) sugere que o par sistematização/construção seja repensado no ensino da disciplina:

> Assim, para recuperar o "real" nível de significação dos conceitos e resultados do Cálculo é preciso que se inverta a polaridade da dualidade sistematização/construção; isto é, ao invés de se construir as significações no nível do conhecimento já sistematizado, deveríamos é construir os campos de significações dos resultados e idéias básicas do Cálculo para, num momento posterior, buscar a sistematização desses elementos. (REZENDE, 2003)

Desta forma, viabiliza-se o trabalho com as tecnologias informáticas, de maneira a contribuir com o exposto anteriormente em situações-problema, nas quais o modelo matemático necessite ser aplicado. Por exemplo, na solução de equações não-lineares. Uma abordagem simples envolveria a solução de $x^2 – 5x + 6 = 3x – 9$, ou simplesmente, $x^2 – 8x + 15 = 0$, cuja solução algébrica é conhecida (ou pelo menos, certamente apresentada aos alunos de qualquer curso superior no Brasil).

Simplesmente conhecida por "fórmula de Bhaskara", trata-se de um método básico de resolução de equações polinomiais de grau 2. Mas, o humano midiático (o aluno familiarizado com a informática) poderia simplesmente construir gráficos sobrepostos das funções $y = x^2 – 5x + 6$ e $y = 3x – 9$ (ou das funções $y = x^2$ e $y = 8x – 15$), e colocar o cursor sobre os pontos de intersecção, encontrando os resultados desejados conforme ilustrado a seguir:




Neste ponto, relativiza-se a discussão sobre qual uso apontaria o caminho mais fácil, e fácil para quem. Em primeiro lugar, deseja-se configurar a ideia de “âmbito” como elemento fundamental à caracterização da noção de competência.

Segundo Machado (2009), “não é possível falar-se de competência sem a referência a um âmbito, a um contexto no qual se materializa.” (MACHADO, 2009, p. 31)

Facilidade ou dificuldade não podem ser tomadas universalmente. Um tailandês apresenta mais facilidade ao aprendizado de Muay Thai (arte marcial tailandesa) que um brasileiro. Em contrapartida, o último domina sem dificuldades as famosas “embaixadas” com uma bola de futebol.

É necessário considerar que muitos alunos que ingressam no curso superior não se lembram deste (que deveria ser) método básico para resolver equações de segundo grau. Em contrapartida, fazem uso intenso de tecnologia em seu cotidiano. Sob este ponto de vista, tais alunos apresentariam maior facilidade para a utilização das TI´s em relação ao tradicional método algébrico.

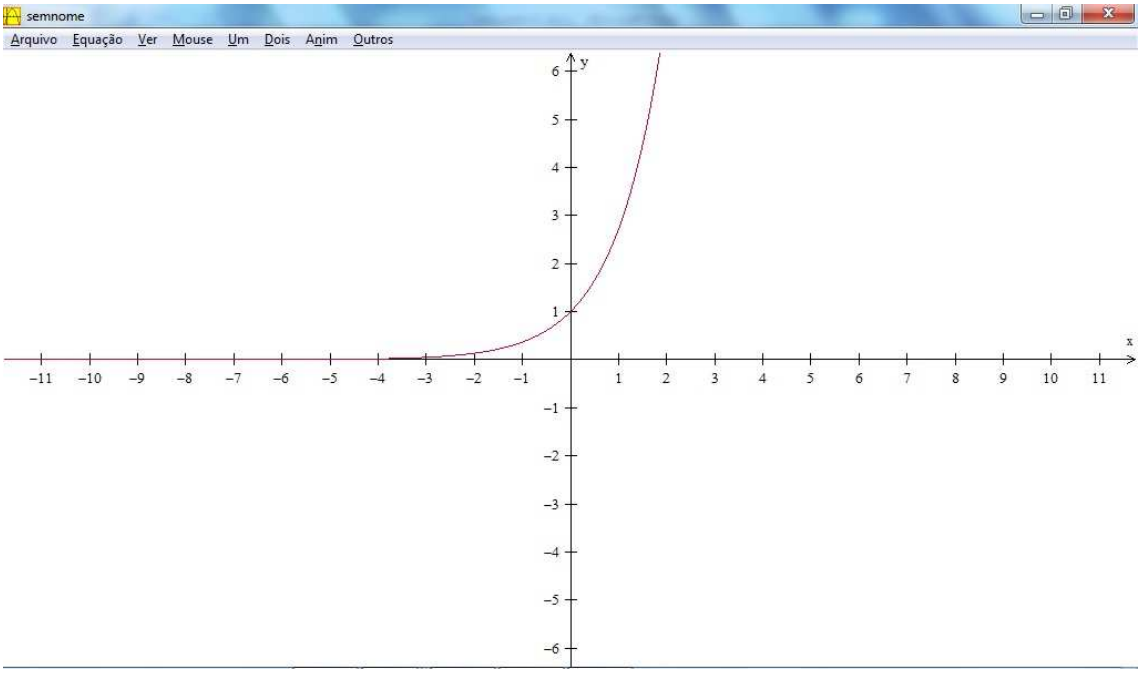
Se o modelo matemático escapasse aos polinômios como, por exemplo, $x.e^x=2$ ou $\sqrt{x}+\ln x=0$, ou ainda, $\sqrt{x}.\ln x+7senx.\cos x=0{,}3$, cairíamos em métodos iterativos do Cálculo, como o Método de Newton-Raphson, a saber: seja f uma função contínua em um intervalo (a,b) com f’(x) e f’’(x) também contínuas, e f’(x) $\neq 0$ neste intervalo, sendo $\lambda$ a única raiz da função em (a,b). A aproximação $x_k$ para a raiz $\lambda$ de f(x) em (a,b) é obtida realizando-se os seguintes passos:

1º - Escolhe-se um valor inicial para $x_k$.

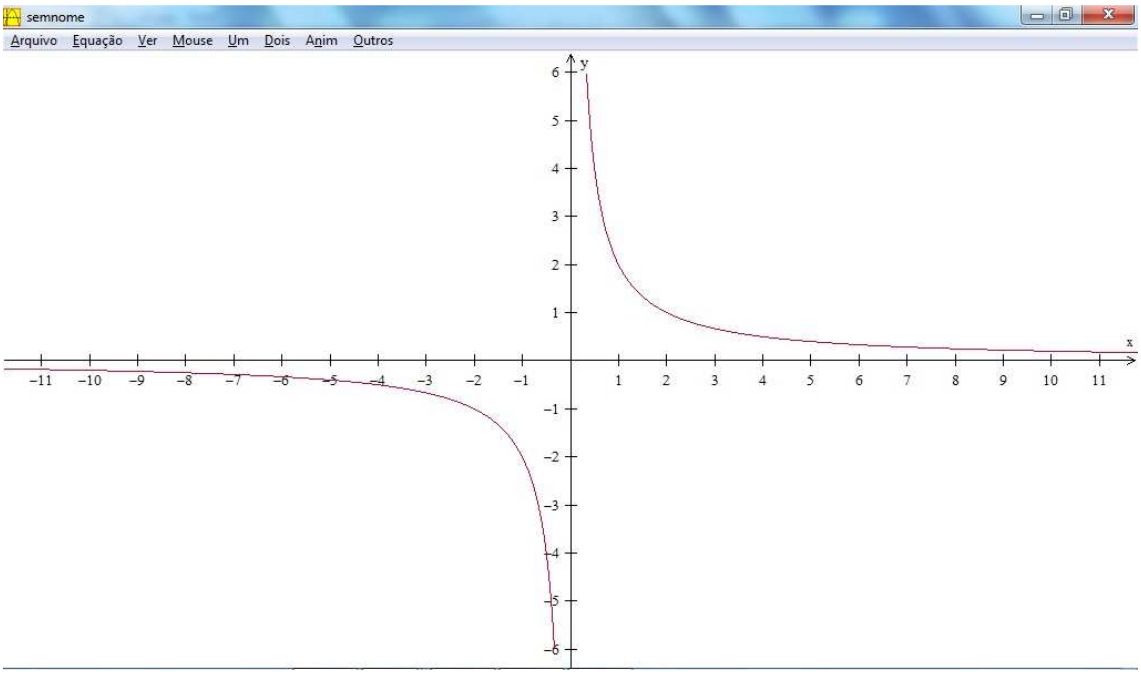
2º - Faz-se $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$ .

Para a escolha do $x_k$ inicial, utiliza-se um critério chamado de “critério de Newton”: $f(x_k) \cdot f''(x_k) > 0$. Neste caso, sem muitos argumentos, observa-se que o uso de TI´s para tal mediação seria de grande ajuda.

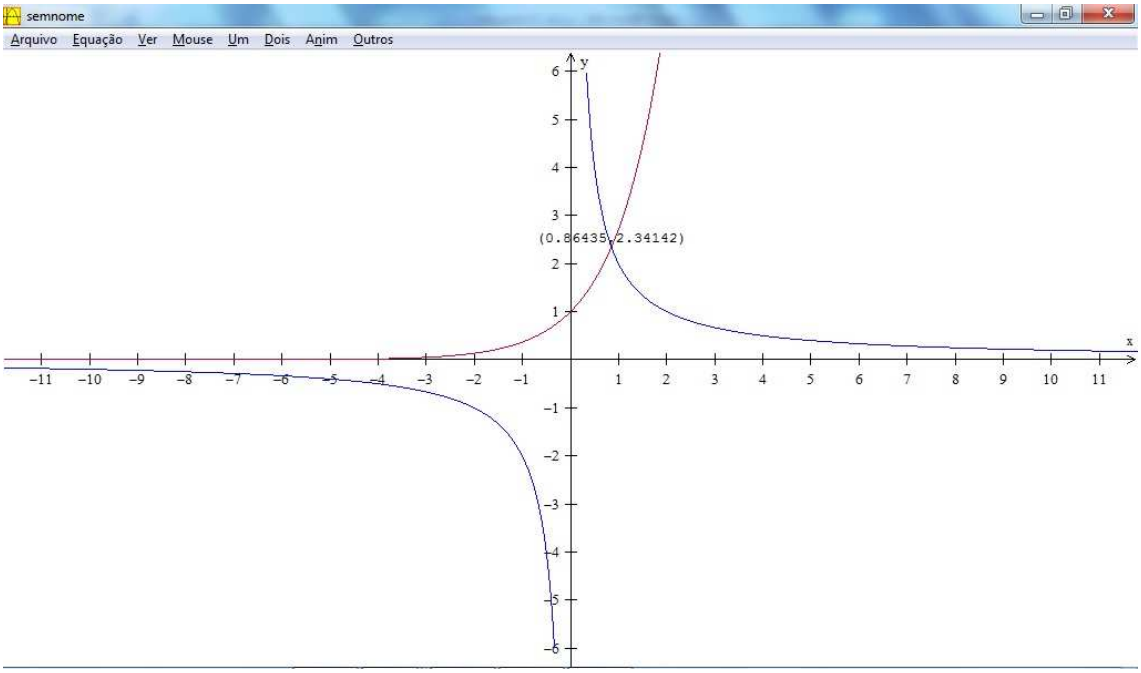
Para o exemplo $x.e^x = 2$, ou $e^x = 2/x$, o gráfico de $y = e^x$ é obtido de forma imediata por um aluno midiático.




E também o gráfico de $y = 2/x$ :



Alcançando-se rapidamente a solução pela sobreposição dos mesmos:




Fato este que levaria bastante tempo nas iterações do Método de Newton-Raphson. Isto sem considerar o manuseio da calculadora, competência totalmente distinta da utilização de um *software* por um aluno considerado *midiático.*

Passando-se a os outros dois exemplos, $\sqrt{x} + \ln x = 0$ e $\sqrt{x}.\ln x + 7senx.\cos x = 0{,}3$, a mediação seria ainda maior, pois as expressões das derivadas se configurariam num elemento a dificultar ainda mais as iterações do referido método. Já os gráficos poderiam ser realizados sem maiores problemas.

Neste ponto, é apropriado salientar que não se defende aqui o desconhecimento de álgebra ou de métodos de Cálculo Numérico pelo aluno. O presente trabalho não compara as TI´s a estes conhecimentos simplesmente

pela impossibilidade de realizar tal comparação diante de competências e conhecimentos tão diferentes.

Intenta-se, sim, apontar os limites e possibilidades do uso das tecnologias informáticas como recurso na mediação entre as dificuldades epistemológicas do ensino do Cálculo Diferencial e Integral e o conhecimento tácito do humano midiático.

Utilizando-se a imagem do iceberg para a reflexão de Polanyi (1983) sobre o conhecimento, diz-se que a parte exposta refere-se ao que se consegue explicitar. Já a submersa resume-se à dimensão tácita, local onde não se encontra palavras à expressão, mas certamente onde o explícito é sustentado.

Machado (2009) adverte que a mobilização dos saberes também se destaca como elemento fundamental na composição da idéia de competência:

> Uma competência está sempre associada a uma mobilização de saberes. Não é um conhecimento acumulado, mas a virtualização de uma ação, a capacidade de se recorrer ao que se sabe para se realizar o que se deseja, o que se projeta. (MACHADO, 2009, p. 32)

Para uma pessoa imersa na vida tecnológica (a partir do uso de redes sociais, álbuns de fotos multimidiáticos, *ebooks*, dicionários online, agendas eletrônicas ou simplesmente aplicativos em *tablets* ou *smartfones* que gerenciam seu dia-a-dia), o conhecimento e a competência na utilização destas tecnologias estendem-se a todas as áreas de sua vida.

Este conhecimento é, sem dúvida, parte integrante da dimensão tácita. Utilizá-lo tanto no trabalho, na vida em família, quanto num curso de Cálculo,

deve ser visto como algo natural e imprescindível à aproximação dos valores acadêmicos ao humano midiático.

Sobre este assunto, Machado (2009) afirma ainda que “quando o papel do conhecimento tácito que efetivamente reside em cada um de nós é subestimado, corre-se o risco de deixar de lado uma parte importante do potencial inerente a cada pessoa.”[27]

Finaliza-se esta seção lembrando, conforme a reflexão de Borba e Villarreal (2005), que o aprendizado de Matemática a partir de novas tecnologias não é “menos” nem “mais” do que o seria sem tal utilização. É apenas diferente: uma “nova” Matemática.

Nos dias de hoje, tal uso se faz urgente para que a linguagem Matemática, seus conceitos e resultados encontrem significações balizadas pelas tecnologias informáticas, tornando esta mediação o elo de ligação necessário à construção dos significados no ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

[27] Ibidem, p. 36.

## 4.3 As tecnologias, as dificuldades, a pessoalidade e as competências docentes

Este estudo já discutiu os problemas no ensino da Matemática, e portanto do Cálculo Diferencial e Integral. As dificuldades se originam a partir da construção da identidade profissional docente frente à grande diferença cultural de variadas gerações que se encontram e se relacionam em sala de aula. Neste ambiente, encontram-se alunos midiáticos e professores "sem mídia". Assim é o caso geral do sistema de ensino atual.

Contudo, Machado (2009) destaca algumas competências fundamentais aos professores, entre elas, a de tecer significações, sobre a qual este estudo irá desenvolver reflexões envolvendo a realidade docente e a vivida pelo aluno midiático.

Em primeiro lugar, deve-se lembrar que a pessoalidade é o primeiro elemento construtivo da idéia de competência:

> Objetos não tem desejos, não buscam algo junto com os outros. Mesmo em se tratando de plantas e animais, o fato de buscar a luz ou o alimento não parece exceder os limites da programação biológica: apenas os seres humanos, as pessoas desejam projetivamente, expressam sua vontade com livre-arbítrio, buscam conscientemente, juntamente com os outros, realizar seus projetos. (MACHADO, 2009, p. 27)

Os livros (didáticos) possuem suas representações e ordem própria, conforme argumentado em capítulos anteriores. Porém, não há sentido em dizer que existem variações de competência entre diferentes livros. Os significados são construídos pelas pessoas a partir de uma articulação na rede de significações hipertextuais. O próprio indivíduo, influenciado por seus projetos pessoais, constrói e resignifica o conteúdo apresentado nos livros.

Nesta teia, um único significado configura-se num feixe de relações. Já uma relação estabelece-se no elo entre dois significados, dois nós.

Portanto, a maneira como o conteúdo do livro e as tecnologias informáticas se relacionam depende da forma como o indivíduo tece esta rede de conhecimento em suas relações com o mundo.

Estes indivíduos podem assumir diferentes papéis, tanto como alunos como professores. Em outras palavras, cada um apresenta sua própria maneira de entender o mundo, de acordo com sua teia de relações. Quanto mais "feixes" do aluno formarem paralelos (não no sentido geométrico mas linguístico) a "feixes" dos professores (e vice-versa), melhor será a negociação dos significados em sala de aula. Um verdadeiro processo de convencimento é instalado. Alunos e professos atuam "contra as dificuldades" de forma conjunta.

Retornando à noção de competência docente de tecer significações, os conceitos e as idéias seriam definidos como os nós desta teia, os significados. Os fios deste nó seriam as relações entre estas idéias (e conceitos), local de onde partem os feixes construtores da rede de conhecimento. A construção desta teia inicia-se ao nascer, com o aprendizado dos gestos, da oralidade e da escrita pelo homem.

Observa-se que esta sequência é a mesma encontrada no conceito de tecnologias da inteligência de Lévy (1993). Neste conceito, a utilização da informática seria o próximo passo a ser dado, a próxima tecnologia a ser incorporada ao hipertexto, de forma natural - no sentido de natureza artificial defendido por Simon (1981).

Incoerente seria o pensamento de um possível retrocesso do aluno (um humano midiático) se, quando colocado frente aos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, não lançasse mão de todas as tecnologias da inteligência que formam seu conhecimento tácito. Ao professor, cabe observar tais características nos alunos de hoje, e refletir sobre o que Machado (2009) argumenta a respeito da competência e da integridade:

> Quando dizemos que a idéia de integridade - a de manter-se inteiro como pessoa, e ao mesmo tempo, integrado ao corpo social em que se partilham valores e crenças - é um elemento fundamental para caracterizar a competência, afirmamos que, sem ela, a competência pode ser associada apenas a sua dimensão técnica, sendo confundida com o mero desempenho especializado, com o simples "fazer bem feito sem saber o que se faz, ou para o que se faz. (MACHADO, 2009, p. 40)

A noção de competência social demanda também uma reflexão sobre integridade. Esta passa pelo cultivo de pensamentos sobre a dimensão individual e a coletiva. Conceber que "o melhor" para o outro corresponde exatamente ao que é "melhor" para nós em determinada época, implicaria, no mínimo, em atitude egoísta ou desrespeitosa face aos valores e crenças atuais.

Portanto, ao planejar um curso de Cálculo traça-se uma rota que apontará determinado percurso na teia de significados. Em geral, imagina-se (e age-se) de forma puramente cartesiana. Contudo, muitos caminhos poderiam ser tomados na articulação da negociação de significados em Cálculo Diferencial e Integral, na rede hipertextual, ao que Machado (2009) adverte:

> De fato, a questão realmente relevante do ponto de vista da escola e da ação do professor é o que fazer para ampliar, estender, refinar, atualizar, reconfigurar – entre outros verbos pertinentes que poderíamos recordar – a rede de significados que os alunos já trazem, valorizando as relações que são percebidas, que são enraizadas no contexto cultural que vivenciam.[28]

[28] Ibidem, p. 63.

Tome-se como exemplo as dificuldades de natureza epistemológica encontradas no ensino do Cálculo, referentes ao macroespaço da dualidade variabilidade/permanência. Rezende (2003) reitera que o conceito de função “nasce” no contexto de variabilidade, definindo-se como uma relação funcional implícita entre as quantidades variáveis. Porém, com o avançar do tempo, o conceito de função “migrou” do âmbito da relação entre quantidades variáveis para o âmbito da Teoria dos Conjuntos, tal como se vê nos dias atuais.

> (...) tal interpretação, além de não ter participado historicamente da solução do problema da variabilidade dada pelo Cálculo, constitui efetivamente um dos maiores obstáculos epistemológicos àquela noção de interdependência entre quantidades variáveis, tão essencial ao desenvolvimento do Cálculo. (REZENDE, 2003)

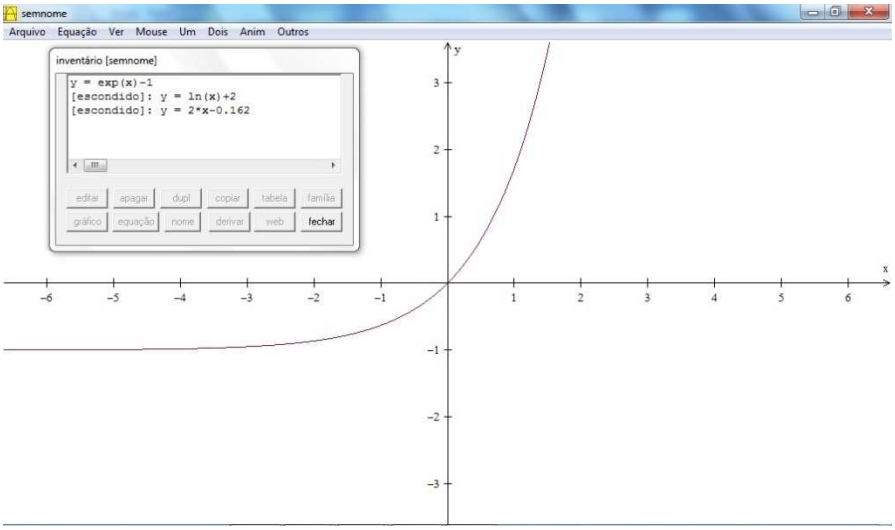
Neste sentido, esta dualidade (variabilidade/permanência) liga-se muito mais à modelagem do que ao uso de tecnologias informáticas. Vale esclarecer que não se entende que: construir tabelas (com valores discretos e “magicamente” escolhidos); substituir valores; e usar *softwares* para plotar os pontos obtidos seja a definição de mediação das dificuldades epistemológicas provenientes da dualidade variabilidade/permanência. Neste caso, haveria somente a transferência de uma abordagem equivocada (realizada com tecnologias tradicionais como papel/lápis/quadro/giz) ao universo das TI´s.

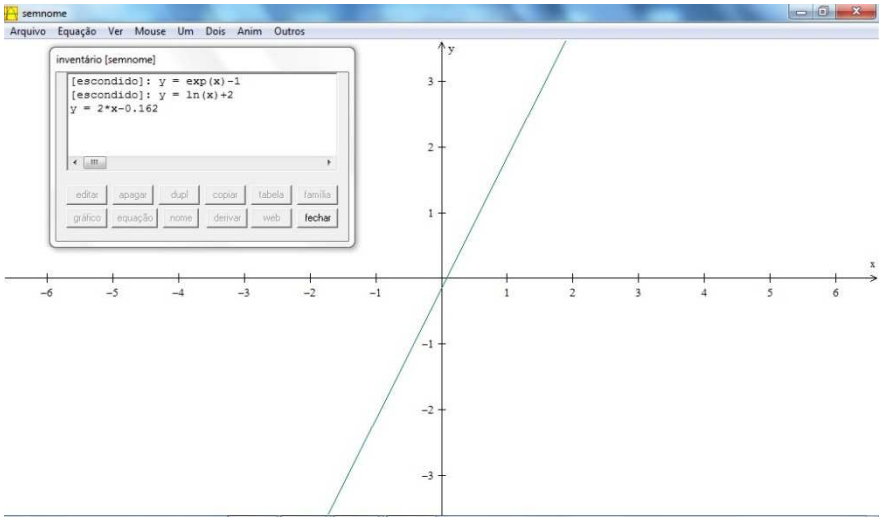
Contudo, se o fenômeno físico pode ser tabulado, sabe-se que quanto mais pontos (o gráfico possuir) melhor será a representação do comportamento do fenômeno. O uso de tecnologias informáticas é aqui indicado, visto que uma grande quantidade de pontos favoreceria a construção de um gráfico capaz de representar a relação entre as grandezas em questão.

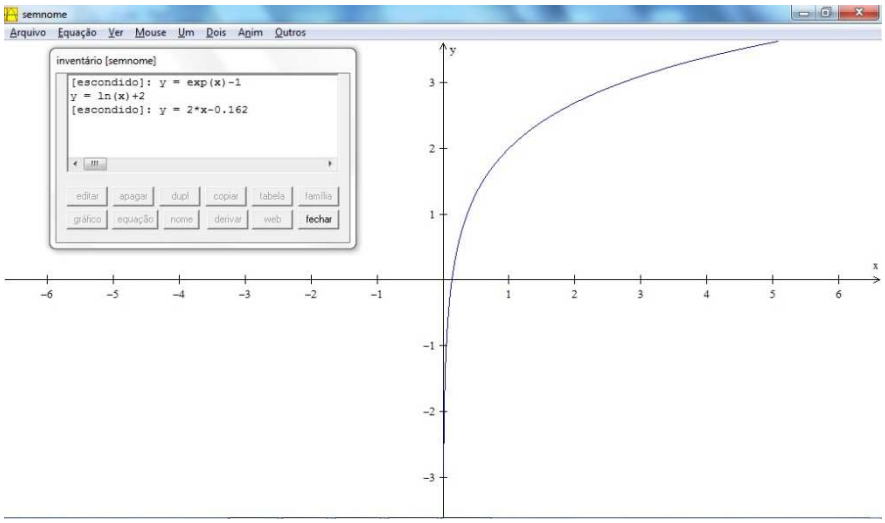
Outra possibilidade de mediação das dificuldades provenientes da dualidade variabilidade/permanência seria a de observar a forma com que uma

função cresce ou decresce, e também a sua variação (a forma que varia, o quanto e como).

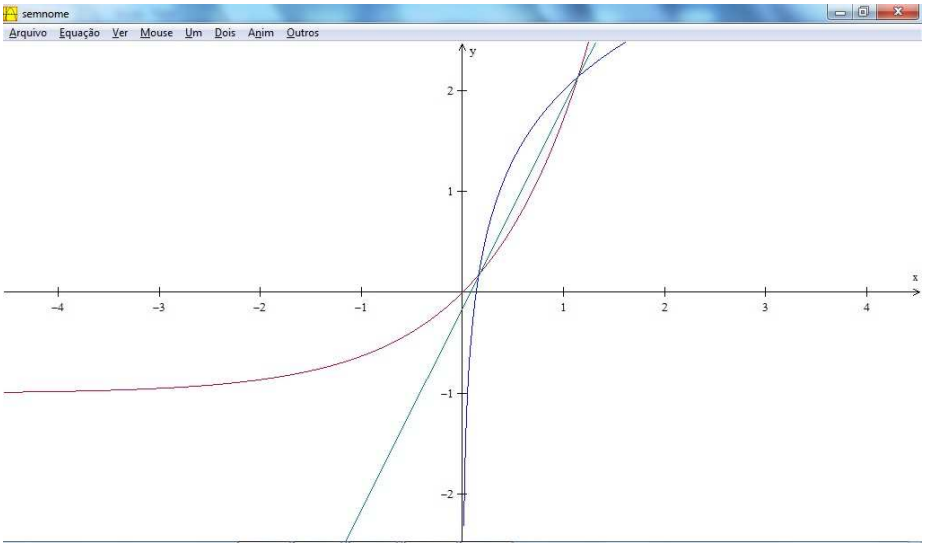
Para isto, tome-se algumas idéias encontradas em Machado (1988, p. 12) como, por exemplo, os gráficos das funções $y = e^x - 1$, $y = 2.x - 0{,}162$, e $y = \ln(x) + 2$, respectivamente...






que, sobrepostos...




ajudam a observar que as três funções são crescentes. Porém, a maneira como crescem é diferente. Disto se conclui que a taxa de variação (isto é, a rapidez com que cada função varia) é diferente e claramente observada em seus gráficos.

A função y = 2.x – 0,162 cresce a uma taxa constante. Já as outras duas também crescem, mas a taxas diferentes da constante. A função $y = e^x - 1$ cresce a uma taxa crescente, e y = ln(x) + 2 a uma taxa decrescente.

Pode-se trabalhar ainda estes gráficos para verificar se suas variações são ou não proporcionais, ou seja, se a função cresce mais ou menos de acordo com o crescimento de x.

Outra dificuldade de natureza epistemológica do estudo do Cálculo decorre no macroespaço da dualidade discreto/contínuo, ao que Rezende (2003) sugere: "(...) seriam interessantes que se realizassem algumas antecipações do binômio séries/limites no ensino básico..." (REZENDE, 2003)

Tome-se, então, a seguinte situação: somar os valores

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots$$

Isto pode ser feito de forma simples, contando-se a estória de uma formiguinha que deveria andar de um ponto A até um B, distantes em 1m um do outro. Para não se cansar, a formiguinha andaria sempre, a cada minuto, metade do que falta para completar o trajeto.

O aluno seria instigado a notar que a formiguinha andaria 1/2 m no 1º minuto, 1/4m no segundo, 1/8m no terceiro, e assim sucessivamente, até que depois de infinitos minutos chegaria a seu destino, o ponto B. Conclusão: a soma dos valores que caminhou vale 1m.

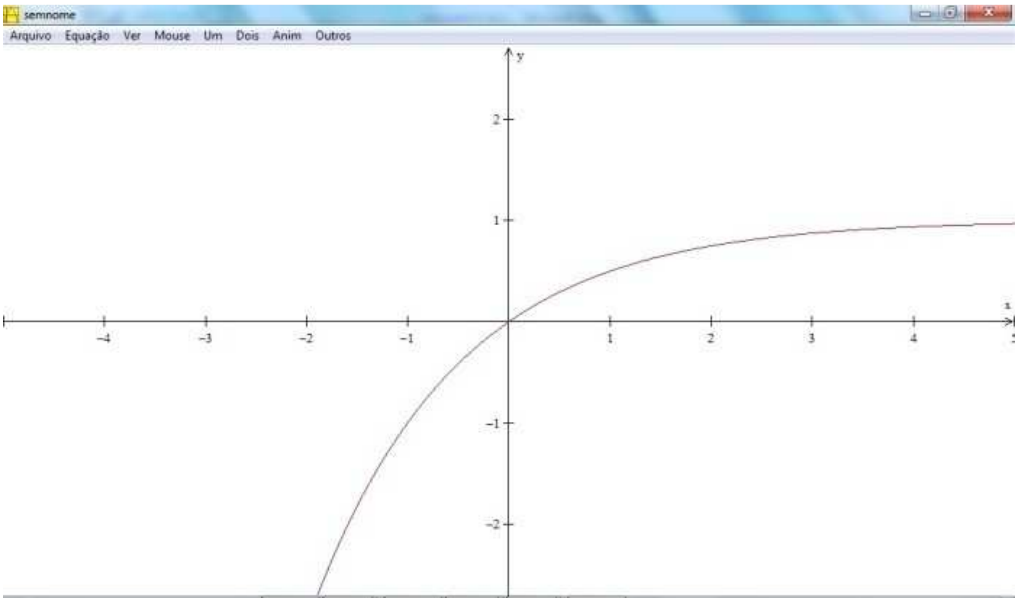
Fácil falar, mas será mesmo simples tomar posse de pensamentos como este num curso de Cálculo: “... até que depois de infinitos minutos ...”?

Segue-se a tentativa de aproximar conhecimentos e competências desejadas num curso de Cálculo, trazendo-se a facilidade de utilização de recursos ligados às tecnologias informáticas.

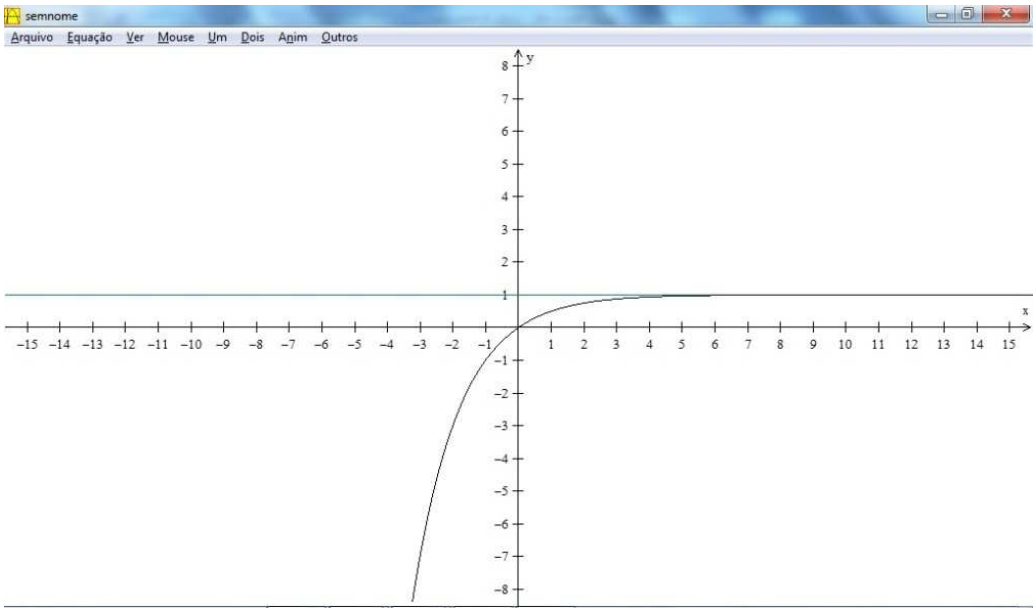
Observa-se que a soma acima citada é dada pela soma infinita de uma Progressão Geométrica, onde o primeiro termo vale $\frac{1}{2}$ e a razão também vale $\frac{1}{2}$.

Desde que $S_\infty = \lim_{n\to+\infty}(S_n)$ e $S_n = \frac{a_1.(1-q^n)}{1-q}$ , onde $a_1$ é o primeiro termo e q é a razão da progressão. Para este exemplo, temos $a_1 = q = ½$ e assim $S_n = 1 – (1/2)^n$.

Utilizando-se o Winplot para visualizar o gráfico de $S_n$ :



Traçando também o gráfico de sua assíntota horizontal:




Observa-se existir uma assíntota em y = 1, ou seja, as TI´s foram grandes mediadoras na discussão do binômio séries/limites, e

$$S_\infty = \lim_{n\to+\infty}(S_n) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{a_1.(1-q^n)}{1-q}\right) = 1.$$

Finalizando este raciocínio, é interessante trazer novamente a contribuição de Machado (2009) que qualifica a competência docente.

> A grande competência docente é traduzida, então, na tecedura dessa teia de significações. O professor competente consegue articular temas aparentemente desconectados, construindo os significados por meio de relações advindas de múltiplos conteúdos, e integrando-as em feixes significativos. (MACHADO, 2009, p. 63)

Portanto, face à realidade dos humanos midiáticos em sala de aula, o papel docente requer que o professor privilegie relações que tragam o conhecimento tácito do aluno, deste humano midiático, ao ambiente de estudo. A utilização das tecnologias informáticas como mediadoras das dificuldades de natureza epistemológica no ensino do Cálculo trabalhadas anteriormente, abre novas e enormes perspectivas neste processo.

## 4.4 As tecnologias e o convencimento

Verificando-se a etimologia da palavra “convencer”, observa-se que o significado de “vencer conjuntamente” extrapola o sentido usual do termo. A seguir, este estudo mostrará alguns casos em que as tecnologias podem ajudar na vitória “conjunta” sobre as dificuldades epistemológicas do ensino do Cálculo.

Conforme argumentam Borba e Villarreal (2005), uma nova Matemática possivelmente estará surgindo caso prefessor e aluno, humanos midiáticos, apresentarem o desejo de lançar mão das tecnologias. As pessoas envolvidas no processo educativo, professor e aluno, atores deste peça chamada sala de aula, vivenciam cenários diferentes com as mudanças sociais e tecnológicas da atualidade.

Ainda refletindo sobre a dificuldades epistemológicas no ensino do Cálculo, de acordo com Rezende (2003). Tome-se agora a problemática presente no macroespaço da dualidade finito/infinito. O conceito de infinito é altamente complexo, considerado há milênios um desafio a ser superado por diversos matemáticos.

Rezende (2003), entretanto, observa que...

> (...) diante dessa complexidade é, no mínimo curioso que nossos estudantes não tenham sequer consciência das dificuldades inerentes à noção de infinito, mesmo tendo eles já realizado um curso de Cálculo ou mesmo de Análise. (REZENDE, 2003)

Com relação à série de Girandi (1 – 1 + 1 – 1 + 1...), Rezende (1994), em sua dissertação de mestrado, afirma que os estudantes (majoritariamente) apontaram sua soma como nula, visto que:

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 \ldots = (1 - 1) + (1 - 1) + \ldots = 0 + 0 + 0 \ldots = 0$$

Os alunos assim o constataram fazendo uso da propriedade associativa, sequer questionando se tal propriedade é válida para somas infinitas, ou mesmo, se a série convergia. Contudo, ainda segundo este raciocínio (se correto), esta série poderia “convergir” para qualquer número inteiro, fossem “agrupados” um número qualquer de algarismos (1) no início da soma.

Já com relação às indeterminações matemáticas, Rezende (2003) relata os seguintes procedimentos comuns (por parte dos estudantes) no tocante ao cálculo de limites:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = 1^{\infty} = 1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right) = \infty - \infty = 0$$

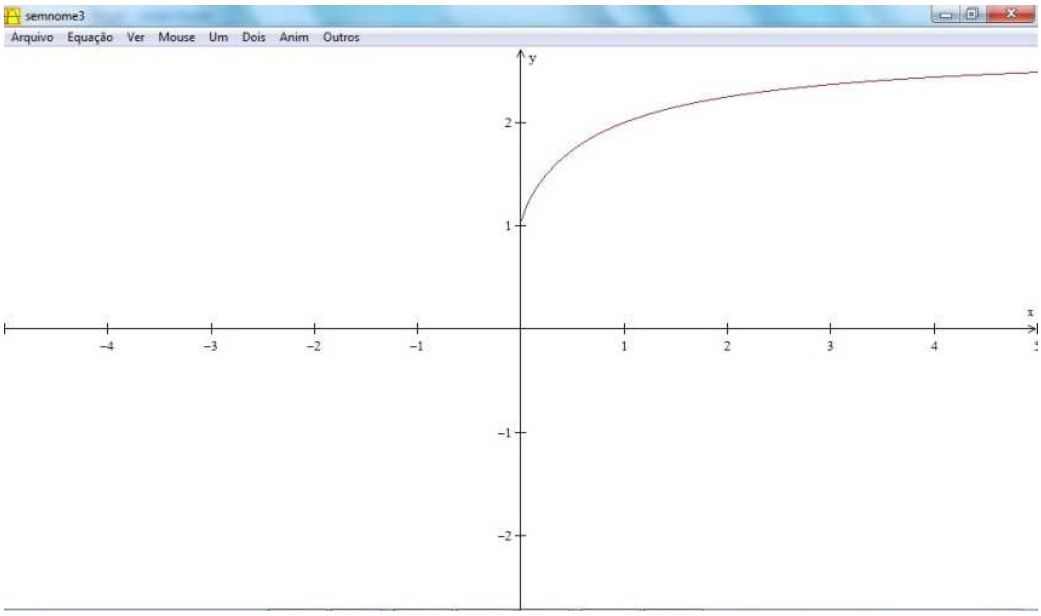
$$\lim_{x\to\infty} x sen\left(\frac{1}{x}\right) = \infty.0 = 0$$

Mostra-se uma “álgebra do infinito”, evidenciando que os estudantes não apresentam clareza em relação a esta noção tão importante. Nota-se que o infinito é um elemento estranho ao aluno do ensino superior, mesmo após o mesmo ter concluído o curso de Análise.

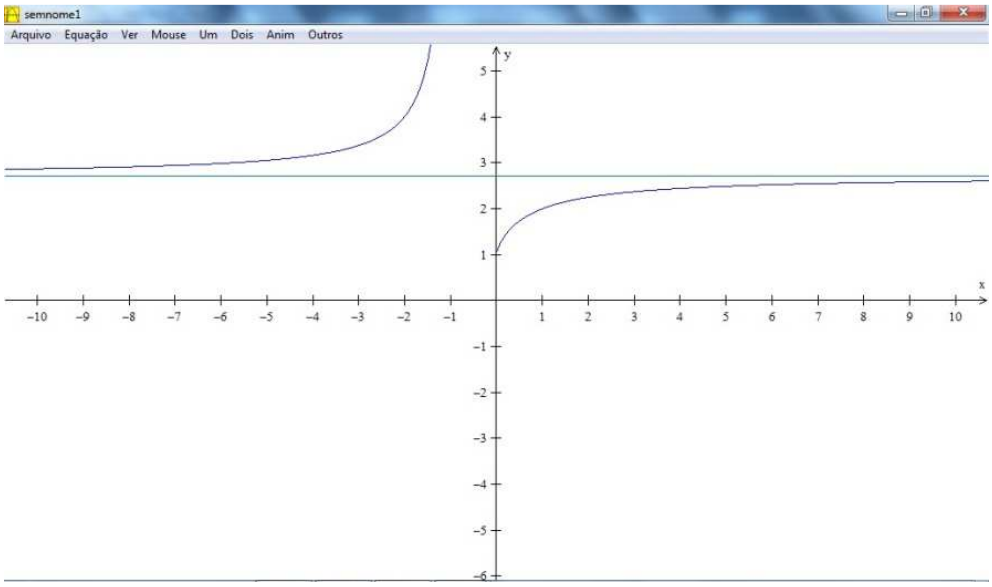
Rezende (2003) reitera, ainda, que: “isto posto, fica evidente que a idéia de infinito não participa nem contribui de forma significativa na construção das redes de significações estabelecidas num curso inicial de Cálculo. (REZENDE, 2003)

Desta forma, cria-se a necessidade de um convencimento do mediador, aproximando a realidade do aluno midiático, e lançando mão das TI´s como recurso para (senão suplantar) ao menos diminuir as dificuldades existentes num curso de Cálculo.

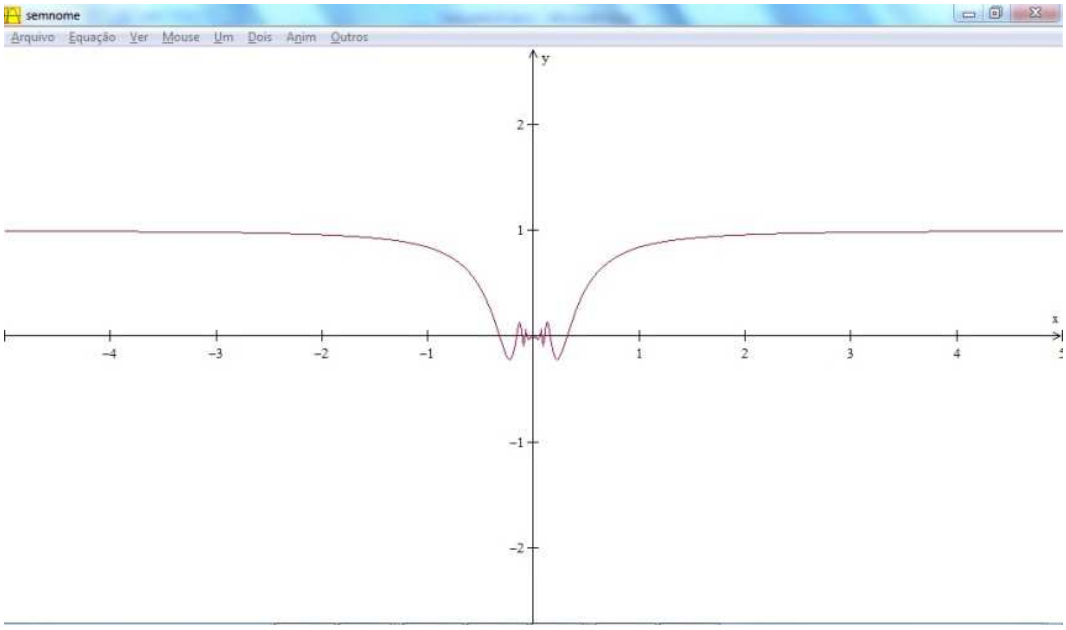
Visualizando-se, por exemplo, a função $y = (1 + (\frac{1}{x}))^x$:



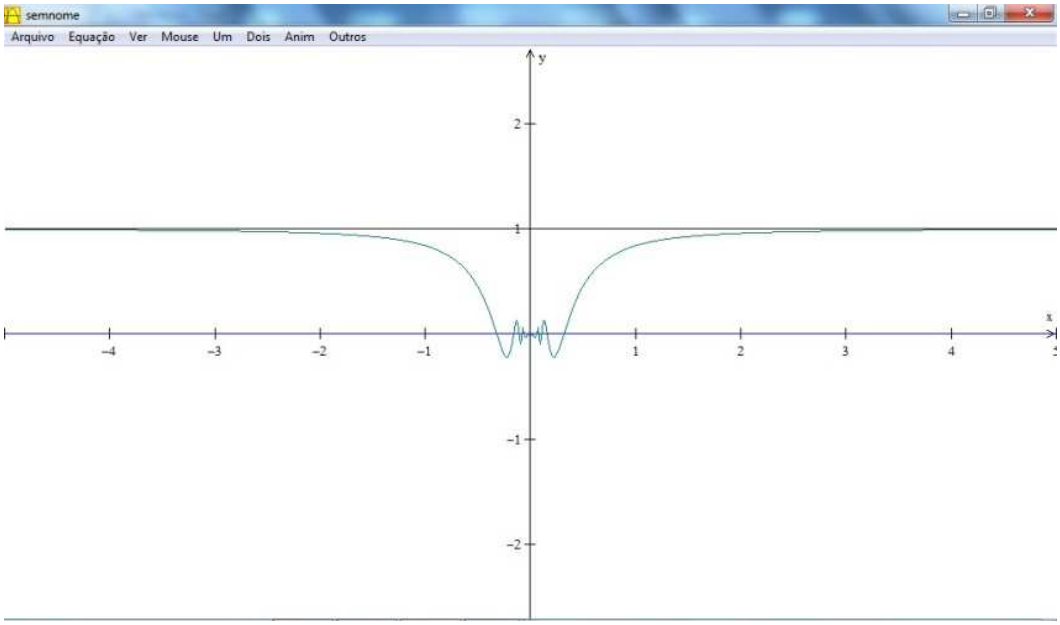

Para que seja possível avaliar o limite $\lim_{x \to +\infty}(1 + (\frac{1}{x}))^x$ construímos sua assíntota horizontal:



Verifica-se que $\lim_{x\to+\infty}(1+(\frac{1}{x}))^x = e$. Repete-se o mesmo procedimento para a função $y = x.sen(\frac{1}{x})$, concluindo-se que $\lim_{x\to\infty} x.sen\left(\frac{1}{x}\right) = 1$:

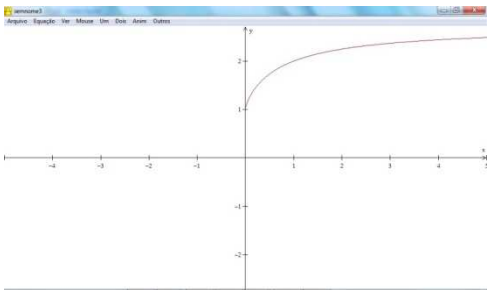


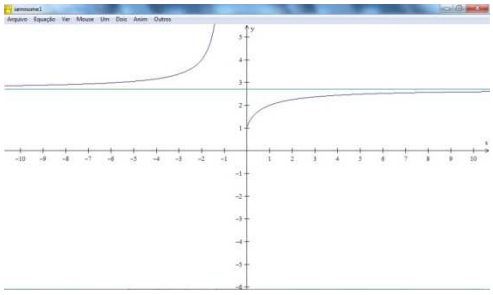

Com a assíntota:



O exemplo sobre a função $y = (1 + (\frac{1}{x}))^x$ ajuda o estabelecimento de um *link* com outra dualidade trabalhada por Rezende (2003): a oposição local/global. Esta pode ser caracterizada, inicialmente, como um produto da percepção do espaço, porém não se esgota nela.

No exemplo citado anteriormente, as figuras...





retratam o gráfico de uma mesma função. Contudo, a diferença se encontra na "distância" do observador.

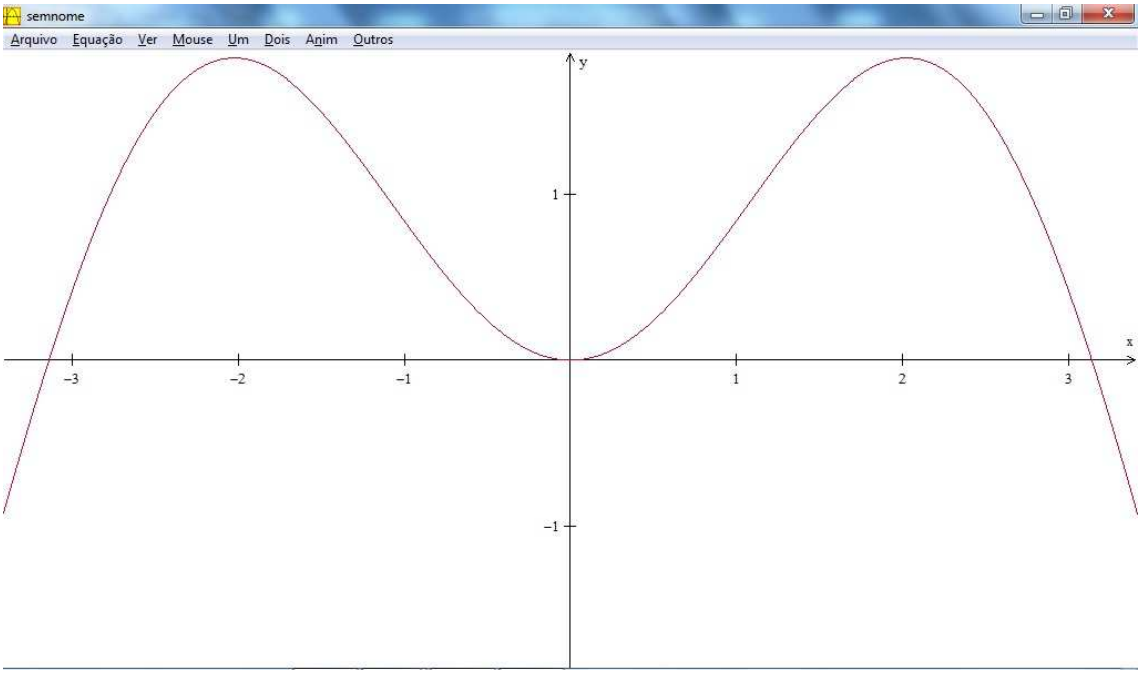
Pode-se estabelecer uma imagem figurada na dualidade local/global, imaginando-se uma pessoa no topo da montanha que olha o chão, e que visualiza apenas seus pés, centralizados em 2 $m^2$ . Diante disto, seria possível dizer: plano! Mas, ao levantar o olhar, o relevo (como um todo) seria possível de ser visualizado pela pessoa, fazendo "cair por terra" a conclusão anterior. Em se falando de terra, pode-se também pensar no planeta Terra, plano para nós, mas visto como uma esfera por Neil Armstrong quando pisou na Lua.

Rezende (2003) chama a atenção para o fato de alguns conceitos do Cálculo, como continuidade e diferenciabilidade, serem definidos localmente para depois serem estendidos, de forma "natural", ao seu estado global. Uma função contínua é aquela que assim é definida em cada ponto de seu Domínio.

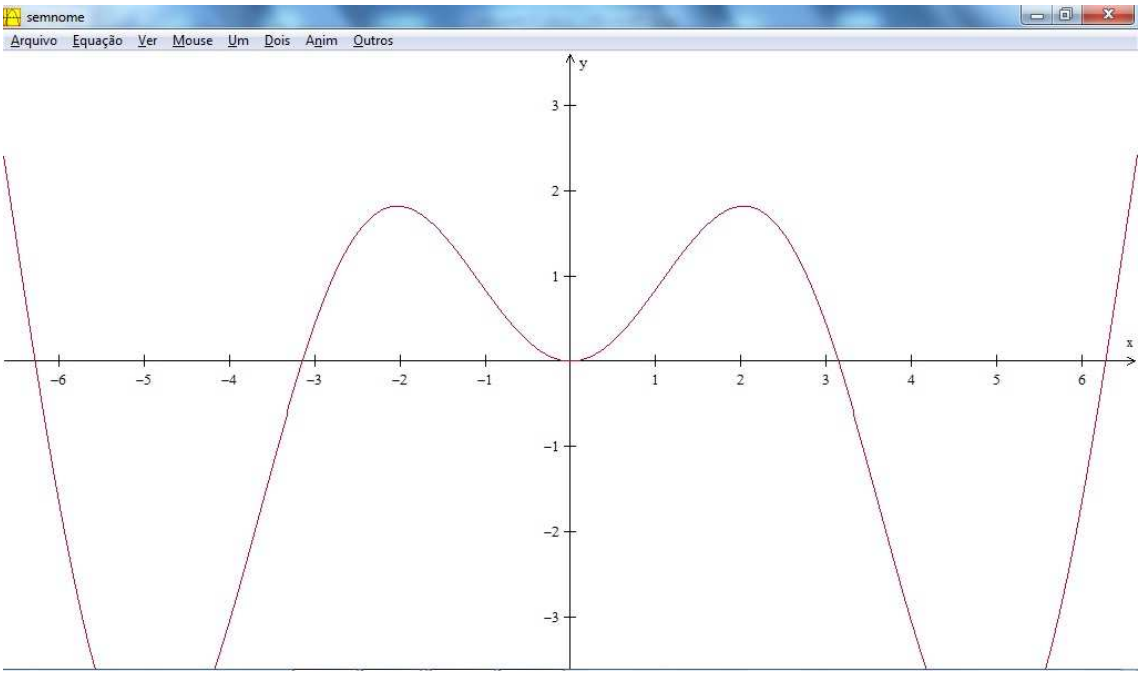
Sem dúvida, este fato exige do aluno uma difícil habilidade de “ir e vir” entre estas duas extremidades, a local e a global.

Tome-se outro exemplo: a função y = x.sen(x). Esta não é uma função comum aos ingressantes no curso superior por não terem seu comportamento (da função) trabalhado ao longo do ensino médio, ocasionando, portanto, grandes dificuldades de construção de gráficos num curso de Cálculo. Suponha-se que, ao tentar estudar seus pontos críticos, um aluno desavisado encontre apenas as soluções no intervalo [ -π, π].

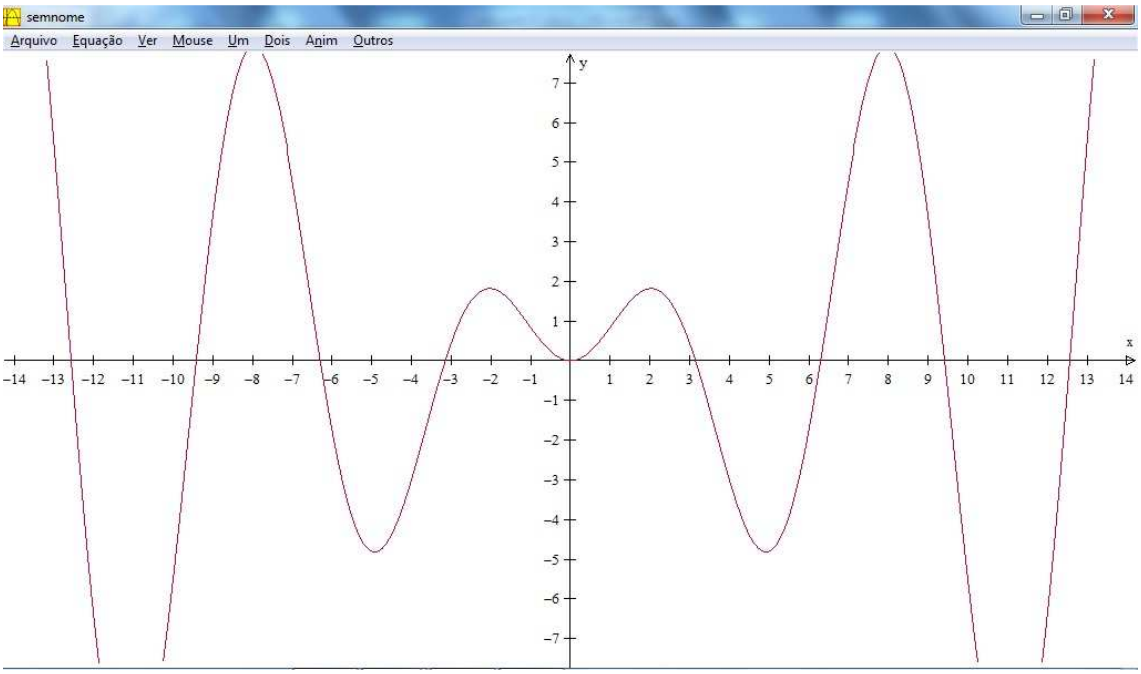
Suas conclusões sobre crescimento e decrescimento; concavidade; ponto de inflexão; máximos e mínimos iriam conduzi-lo à construção de um gráfico do tipo,



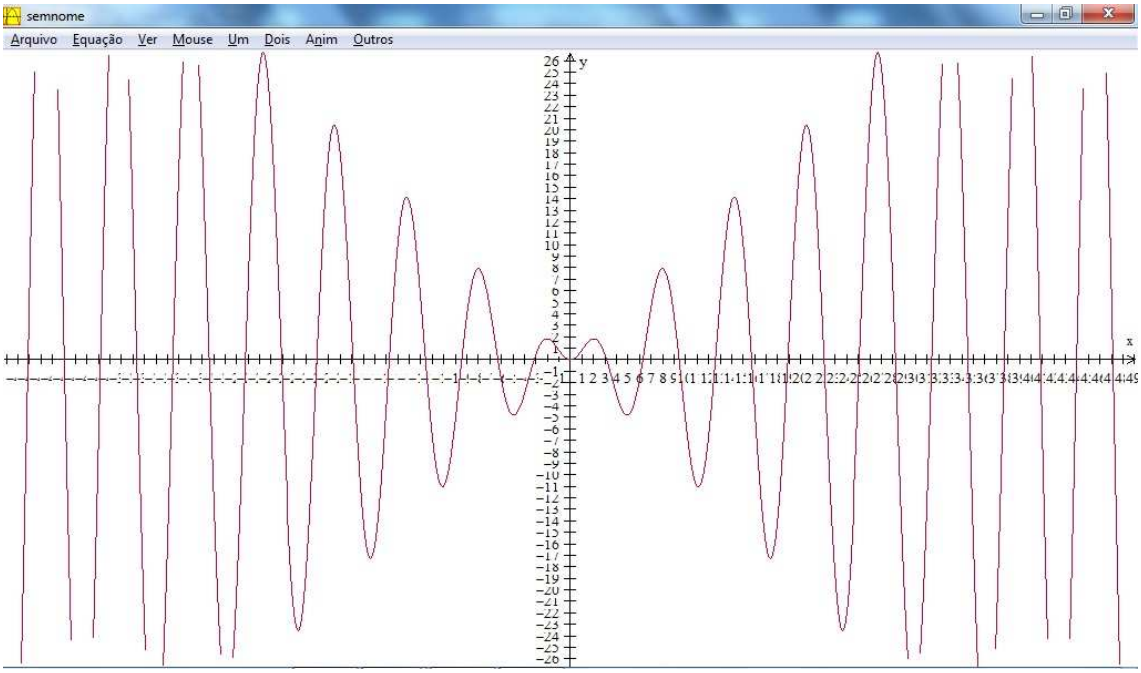
Observando-se dois pontos de inflexão, dois máximos locais e um mínimo local. Contudo, ao analisar o intervalo [-2π,2 π], a conclusão seria bem diferente:




Em [-4π, 4π]:



e assim por diante...




Ou seja, em relação à dualidade local/global, quanto mais “distante” o observador se encontrar do ponto observado, melhor se apresentará a construção do seu conhecimento sobre o comportamento global da função.

Portanto, as Tecnologias Informáticas, no que diz respeito ao convencimento, negociam os significados em um curso de Cálculo de forma inovadora e imprescindível para a atualidade.

## 4.5 A técnica, a simbiose homem x máquina e o humano midiático

Muito antes do aparecimento dos computadores, Ortega y Gasset (1963) refletiu sobre o que de fato seria a técnica. O autor pondera a respeito das necessidades que levam o homem a trabalhar, a pensar e agir no mundo, mudando e transformando o meio em que vive.

Necessário ao homem não é apenas aquilo que o permite continuar sobrevivendo. Ele precisa muito mais do que isso. Necessita bem viver, em bem-estar na sua relação com a natureza. Para isso, modifica o meio já existente, transformando em algo que lhe agrade, traga prazer e diminua o seu esforço.

Ao contrário do que ocorre aos animais, os instintos do homem são quase inexistentes, visto que suas faculdades (que o levam a tomar decisões sobre sua vida, sobre o meio em que está inserido, sobre a natureza e suas necessidades) constituem-se, basicamente, na capacidade de reflexão e de controle sobre suas vontades.

Similar ao pensamento Simon (1981), Ortega y Gasset (1963) conceitua que “natureza não significa aqui senão o que rodeia o homem, a circunstância.” (ORTEGA Y GASSET, 1963)

Esta natureza pré-existente, ou transformada pela ação do homem, hoje em dia se encontra muito mais artificial. Criada e remodelada de acordo com a vontade humana, às vezes por um simples capricho. Sem objetivos imediatos à manutenção da vida, mas quase sempre com a intenção de prolongar a sensação do prazer em viver.

Em relação a estes atos de vontade, Ortega y Gasset (1963) afirma ainda que todos...

> (...) têm uma estrutura em comum. Todos eles pressupõem e levam em si a invenção de um procedimento que nos permite, dentro de certos limites, obter com segurança, a nosso ver e conveniências, o que não existe na natureza, mas que necessitamos.[29]

Ele vê a técnica como um conjunto de regras e procedimentos que transformam a realidade, fazendo o que agora é real parecer ser pré-existente. Torna impossível a idéia de viver desde sempre sem esse artefato (a técnica), seja ele um aparelho ou simplesmente um conjunto de regras de comunicação (como a linguagem, a linguagem Matemática, ou ainda, uma metodologia como a utilizada há décadas no ensino do Cálculo Diferencial e Integral). Com a constante mudança da realidade pelo ser humano, alguns artefatos necessitam da inserção de novos procedimentos como, por exemplo, a informática.

Ortega y Gasset (1963) nomeia o primeiro estágio da técnica de “técnica do acaso”. Neste momento (na primeira fase da técnica), a atividade de fabricar instrumentos confundia-se como um ato natural (como por exemplo, fazer um machado, um sapato, uma túnica). Porém, o ser humano, além de criar instrumentos também desenvolve processos com vistas a melhorá-lo.

Ortega Y Gasset (1963) persiste neste raciocínio, ratificando o pensamento de Simon (1981) sobre natureza artificial:

> E, pois, a técnica, a reação enérgica contra a natureza ou circunstância que leva a criar contra esta e o homem uma nova natureza posta sobre aquela, uma sobrenatureza. (ORTEGA Y GASSET, 1963)

[29] Ibidem

A natureza artificial ou sobrenatureza encontra-se em constante mudança. Procedimentos que consideramos “naturais” são, inclusive, novamente transformados e remodelados visando a aproximação do homem à nova realidade que ele mesmo criou.

Atualmente, na educação, esta reformulação metodológica torna-se urgente. Impossível continuar a reproduzir procedimentos antigos se o homem, por meio da nova tecnologia da inteligência, a informática, vem criando uma nova natureza sobre a sobrenatureza existente.

Para o estudo do Cálculo, é igualmente importante a inserção de novos procedimentos pedagógicos que desenvolvam a aderência entre a Matemática e o meio, visto que o homem sempre buscou o equilíbrio entre o antigo e o novo, o passado e o futuro, a técnica e sua reforma.

Voltando ao futuro, para avançar na discussão sobre os impactos tecnológicos na educação, é necessário o entendimento dos mesmos sobre o raciocínio humano, quando este apresentar-se engajado em atividades de estudo com a utilização da informática.

Num primeiro momento, o computador foi avaliado apenas como meio de suplementar a quantidade de informações processadas pelos humanos. Contudo, entendendo-se que os valores, a política e o contexto podem direcionar o pensamento humano, seria impossível considerar hoje o computador um mero “potencializador” da atividade humana.

É comum a reflexão sobre a condição humana apresentar algo totalmente independente da máquina, não reconhecendo que os computadores são os grandes responsáveis pela mediação da construção do conhecimento.

Conforme Borba e Villarreal (2005), a “unidade cognitiva” continua a ser a condição humana, e não o *humano-computador*, nem o *humano-papel-caneta*, muito menos o *humano-papel-caneta-oralidade*.

Tal idéia, correta, se mal interpretada pode subestimar a importância da tecnologia na construção do conhecimento. Ao pensar a educação tecnológica, reflete-se sobre diferentes formas de se estabelecer novos parâmetros educacionais com vistas às modificações nas atividades didáticas associadas ao uso do computador.

Não se pode, simplesmente, pressupor que a maneira pedagógica de tratar um assunto, utilizando-se quadro e giz, papel e caneta, seja a mesma frente ao computador e a um *datashow*. Como reforçam Borba e Villarreal (2005): “se mudamos a mídia, papel e lápis para uma plotter, consequentemente, a maneira de ensinar o conceito de função, por exemplo, irá mudar.”[30] (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 172)

Também se exige um olhar diferente sobre a significação conferida a sujeitos, ao aluno e às suas inserções no aparato tecnológico. Borba e Villarreal (2005) acrescentam, ainda, que o papel da tecnologia em sala de aula exige novas formas de se conceber o ensino e a aprendizagem de Matemática:

> Se a Matemática for vista como um corpo rígido de verdades inquestionáveis, então não há possibilidade de discutir a influência da mídia na Matemática produzida pelos estudantes.[31] (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 197)

[30] If the media change, paper and pencil to a plotter, for instance, the manner of teaching the concept of function, for example, will change.
[31] If mathematics is seen as a rigid body of unquestionable truths, then there is no possibility of discussing the influence of media in the mathematics produced by students.

Para isso, é necessária a realização de estudos acerca das consequências do uso de *softwares*, sistemas computacionais e similares, nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral.

Apoderar-se cognitivamente dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral é importantíssimo. Contudo, a construção e a negociação dos significados apresentam a mesma relevância, visto que, sem elas, não há apropriação cognitiva. Aponta-se, desta forma, a urgência do uso de TI´s neste estudo.

As TI´s são capazes de, através de simulações, permitir retorno imediato de resultados. E, mais ainda, visualizar o que outrora demandava muito tempo, sendo fundamental o seu uso no ensino contemporâneo.

O processo de visualização talvez seja a maior mudança ocasionada pela inserção dos computadores. Imagine-se um curso de Cálculo que aposta na construção gráfica de curvas e/ou superfícies através de TI´s; derivando, integrando, resolvendo sistemas, equações diferenciais, através de *softwares* e calculadoras gráficas, sem obviamente deixar de lado a base cognitiva para o desenvolvimento das competências necessárias. Seria no mínimo um processo inovador, sem descartar a possibilidade de ocasionar também uma extrema mudança nos casos de retenção observados nestes cursos.

Retornando ao passado, Ortega y Gasset (1963) concebeu ainda um segundo estágio da técnica, a “técnica do artesanato”, em que os procedimentos são ensinados através das gerações que inventaram e aperfeiçoaram os instrumentos. Deste processo, surgem aqueles que se especializam em determinadas técnicas, os artesãos.

Agora (nesta segunda fase da técnica), a técnica antes disseminada por todos é subdividida em tarefas específicas, a atos técnicos, que segundo Ortega y Gasset (1963)...

> ... não são aqueles em que o homem procura satisfazer diretamente as necessidades que a circunstância ou natureza as faz sentir, mas precisamente aqueles que levam a reformar essas circunstâncias eliminando no possível dela essas necessidades, suprimindo ou minguando o acaso e o esforço que exige satisfazê-las. (ORTEGA Y GASSET, 1963)

Quanto mais técnico era o artesão (do passado), menos esforço demandava para produzir o mais perfeito artefato, causando o desdobramento de sucessivos aperfeiçoamentos da técnica. A técnica proporcionava maior adaptação do meio ao sujeito, fosse por motivos objetivamente necessários à sobrevivência, ou simplesmente relacionados à melhora do aspecto (e beleza) de um artefato.

O trabalho de um bom artesão é caracterizado por um conjunto de procedimentos (e de seu aperfeiçoamento) sobre um artefato. O professor, como artesão, negocia os significados dos artefatos que tenta construir. A linguagem Matemática deve sempre procurar melhorias em seus procedimentos metodológicos, dispondo da técnica existente na sobrenatureza contemporânea, e também de todas as tecnologias da inteligência, inclusive a informática.

O ser humano está totalmente inserido no mundo midiático, desde a utilização de *smartfones* até a adesão aos computadores pessoais e *tablets*. Esses artefatos compõem o bem-estar humano da atualidade. Esta necessidade fundamental do homem existe desde sempre, a busca pelo sentir-se bem, pelo prazer.

Não se pode lutar contra a vontade humana deste século. Não é mais possível pensar o processo da educação sem o uso da informática como mediadora das dificuldades do ensino. E, ainda mais importante, como produtora do bem-estar atual da humanidade, conforme sentencia Ortega y Gasset (1963): “homem, técnica e bem-estar são, em ultima instância, sinônimos.”[32]

Neste esforço técnico para “poupar esforços”, Ortega y Gasset (1963) definiu o terceiro estágio da técnica, a “técnica dos técnicos”, a evolução da época dos artesãos, a construção das máquinas.

Por um lado, pode-se pensar numa evolução, por outro, um retrocesso. O homem nunca admitiu ser subjugado pela natureza. Sempre agiu visando modificá-la segundo sua vontade. Mas, agora, neste estágio da técnica, subordinado às máquinas, ao seu ritmo, o ser humano ficou renegado a um segundo plano por conta de um artefato que se destacou mais que o artesão. Neste momento (na terceira fase), as máquinas eram o centro, e o homem seu admirador, seu auxiliar, um operário, um apêndice da sua própria criação.

Algumas questões impõem-se aqui como necessárias: no processo educativo, seriam as metodologias “as máquinas que escravizam o homem?” O foco do ensino distanciou-se do ser humano de maneira a buscar práticas metodológicas que não permitam modificações? Seriam estas práticas maiores do que a natureza, ou ainda, do que a sobrenatureza criada pelo homem? Ou seriam elas uma nobrenatureza que necessitam de reformulação? Os professores são operários das máquinas metodológicas? Existe urgência na evolução do homem? Esta evolução ocorreria nas práticas ou no próprio ser

[32] Ibidem

humano? Será que já evoluímos, mas continuamos subjulgados pelas metodologias?

O foco do ensino parece sim ter “se apagado” no ser humano, e migrado em direção às práticas metodológicas que não permitem modificações, principalmente no ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

Contudo, estas práticas não são mais importantes que a sobrenatureza criada e recriada pelo homem, conforme sua necessidade e circunstância. Pelo contrário, fazem parte de uma natureza artificial que o próprio homem havia criado, mas que agora necessita de reformulação.

Os professores não podem estar subjulgados às metodologias. Há urgência na evolução deste artefato devido à inserção da tecnologia da inteligência atual, a informática. Não é mais cabível a idéia de ensinar Cálculo sem o uso tecnologias informáticas, visto que o homem necessita de transformação de meios de acordo com suas circunstâncias – atualmente definidas pelas tecnologias informáticas.

É relevante que a metodologia trabalhada num curso de Cálculo com o uso de tecnologias torna o processo de ensino-aprendizagem diferente do encontrado em cursos tradicionais. Nestes, o aluno não precisa possuir conhecimentos de programação. Porém, a familiaridade com *softwares* de uso geral é extremamente relevante, evitando-se que a dificuldade algébrica não seja substituída pela operação dos recursos da informática.

De acordo com Borba e Villarreal (2005), o uso de TI´s transforma a natureza da experiência. Assim, um curso de Cálculo com esta proposta muda intensamente a forma de trabalhar, por parte do professor, e a de estudar, por parte do aluno. Contudo, os autores ressaltam ainda que: “as ferramentas não

podem ser vistas como facilitadores externos ao processo de aprendizagem que toma um caminho pré-estabelecido qualquer”[33] (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 213)

Esta discussão toma “ainda mais corpo” quando as palavras de Borba e Villarreal (2005) são consideradas atentamente:

> O foco de nossa atenção poderia ser direcionado ao que acontece quando o sistema seres humanos-computador resolve o processo de busca humana, quando o processo de busca do computador é usado juntamente com o desenvolvido pelo ser humano, e as várias formas de respostas oriundas do computador contribuem para um novo problema emergente, podemos aplicar a metáfora da reorganização para descrever o que acontece ao pensamento.[34] [35]

Deve-se avaliar como a inserção de TI´s na educação (e em particular no ensino do Cálculo) é capaz de reorganizar o pensamento humano de maneira análoga ao desenvolvimento das tecnologias da inteligência, como articula Lévy (1993) neste cenário de mudança: perdas e ganhos ao passar da oralidade à escrita e, agora, a inserção da informática no cotidiano humano. Lévy (1993) usou a noção de Tecnologias da Inteligência para discutir o papel da oralidade, da escrita e das TI´s como extensoras da memória humana. As TI´s trouxeram uma nova e desafiadora maneira de pensar, ao unir oralidade, escrita, imagens, sons e comunicação instantânea.

---

[33] Tools cannot be though of as external facilitators of a process of learning, which, would proceed towards pre-established aims anyway.

[34] The focus of our attention should thus be directed to what happens when humans-computer system solve the search process of humans, when the “search” process of the computer is used in combination with that developed by humans, and the various forms of feedback provided by the computer contribute to the emergence of new problems, one can apply the metaphor of reorganization to describe what happens to thinking.

[35] Ibidem, p. 14.

Borba e Villarreal (2005) sugerem que a humanidade é constituída de tecnologias que transformam e modificam o seu raciocínio. Ao mesmo tempo, o ser humano está constantemente modificando tais tecnologias, adotando a perspectiva teórica de que a tecnologia é produzida pelo coletivo *humans-with-media*, e não somente pelo elemento humano.

Desta maneira, assim como a tecnologia oriunda de novas ferramentas tecnológicas é tecnologia nova, a Matemática trabalhada através de novas TI´s é nova Matemática. Para Ortega y Gasset (1963), esta vida inventada coincide exatamente àquilo que o homem chama de vida humana, de bem-estar.

Não há como ensinar Cálculo para o humano midiático sem o uso de tecnologias. O homem se encontra em outro estágio da técnica. Está no centro novamente. A máquina sucumbiu à vontade e à circunstância humana. Tem-se novamente o controle da natureza e das circunstâncias, a natureza artificial.

Porém, agora não existem mais distinções entre homem e técnica, como também não existiam no primeiro estágio. Hoje, mais do que nunca, não há homem sem técnica, nem técnica sem homem.

Em 1939, Ortega y Gasset, muito antes do aparecimento dos computadores, já discursava sobre o humano e a técnica. Borba e Villarreal, em 2005, caracterizam, de forma explícita a simbiose homem x máquina.

A idéia do humano midiático funciona para mostrar como o pensamento humano está sendo reorganizado com a inserção das TI´s. Obviamente, este impacto funciona como um instrumento de aproximação entre as dificuldades epistemológicas do ensino do Cálculo Diferencial e Integral e a chegada de um novo aluno, o aluno midiático, acostumado às possibilidades de mediação oriundas da informática.

O discurso de Lévy (1993), sobre as tecnologias da inteligência e suas modificações, é um estímulo à aceitação de que algo análogo acontece frente às constantes mudanças porque passam as interfaces criadas pelo humano midiático nas mídias atuais.

Estas mudanças transformam a maneira como a informação é manipulada. E o desenvolvimento tecnológico tem sido a chave para todas estas mudanças. Da mesma forma como a escrita não substituiu a oralidade, criando o que Lévy (1993) chama de oralidade secundária, o computador está desenvolvendo uma nova forma de oralidade e escrita.

O advento do computador transformou a natureza da produção do conhecimento. Ou seja, a Matemática produzida (utilizando-se papel e caneta) é diferente da concebida por novas tecnologias da informação, principalmente nos quesitos relacionados à visualização gráfica e aos métodos numéricos.

Argumenta-se, na Neurociência e na Psicologia, que o estudo de línguas ideogramáticas e alfabéticas interfere na construção da maneira de pensar e de ver o mundo, apontando forte ligação entre mente, corpo e tecnologia.

Uma mudança tecnológica causaria então uma transformação na maneira como o humano midiático enxerga o mundo. Esta argumentação apresenta como foco a pesquisa dos limites e possibilidades desta *etnomatemática* do humano midiático, tendo as TI´s como instrumento facilitador/mediador no estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONJECTURAS

De acordo com Caraça (1951), a Matemática pode ser desfrutada por todos quando apresentada de modo conveniente. Esta crença reflete, em parte, a idéia de uma reformulação na apresentação do Cálculo Diferencial e Integral.

As tecnologias informáticas têm o papel de aproximar estilo de vida e cultura secular aos conceitos e definições matemáticas presentes neste estudo. O pensamento de Lami (2001), sobre "Os conceitos Fundamentais da Matemática", ratifica a crença nas grandes possibilidades de mediação das TI´s sobre as dificuldades epistemológicas no ensino do Cálculo:

> A grande diferença deste livro, em relação a todos os outros que se têm escrito de divulgação matemática, é que este tem como idéia essencial que a vida é a base de inserção de todas as coisas, e que portanto a matemática, tal como toda a construção humana, depende do conjunto de condições sociais onde é engendrada e onde se desenvolve. (LAMI, 2001)

Ao escolher determinado livro didático para um Curso de Cálculo Diferencial e Integral, direciona-se implicitamente a abordagem do autor no referido curso, por meio da ordem ali existente, conforme abordado em outros capítulos.

Barufi (1999) também considera o computador um aliado, um instrumento facilitador, que possibilita o estabelecimento de múltiplas relações:

> (...) ferramenta extremamente útil para propiciar a formulação de inúmeros questionamentos, reflexões e análises que fazem com que a sala de aula se torne um ambiente onde relações podem ser estabelecidas, possibilitando articulações diversas e, portanto, a construção do conhecimento. (BARUFI, 1999, p. 176)

Além disto, selecionando-se a sequência didática histórica (ou de Cauchy-Weierstrass), conquistam-se atitudes bastante distintas durante a construção e a negociação dos significados do curso. Contudo, independente da escolha do livro (e mesmo da sequência didática), as Tecnologias da Informação serão instrumentos poderosos a uma melhor visualização, simulação e entendimento dos principais conceitos de um curso de Cálculo Diferencial e Integral.

Esta tese ilustrou, no capítulo 4, algumas possibilidades de mediação das dificuldades epistemológicas do ensino do Cálculo por meio de tecnologias informáticas, utilizando, em todos os casos, uma configuração de *hardware* básica: um processador Atom 1.60 GHz, e um *software freeware* (grátis), o Winplot. Na sequência, iniciou-se o trabalhou sobre a mediação das dificuldades epistemológicas, discutidas por Rezende (2003), nos seguintes eixos: sistematização/construção, variabilidade/permanência, global/local, discreto/contínuo, finito/infinito e construção/significação.

Nas últimas décadas, as mudanças culturais, sociais e econômicas, decorrentes do surgimento da informática, impulsionaram uma nova postura metodológica em relação ao ensino-aprendizagem, encontrada na instituições e no trabalho docente.

Mesmo apresentada como “algo contemporâneo”, a utilização da TI ainda parece figurar no campo da ficção. É urgente o entendimento das amplas possibilidades de trabalho com o universo das TI’s, por parte dos profissionais que procuram melhorias concretas no ensino.

O uso do computador e da Internet alterou significativamente a concepção de Educação à Distância. O entendimento da EAD passou de "educação por correspondência" à aceitação de uma ferramenta capaz de enfatizar uma verdadeira interação entre professor e aluno, e mesmo entre alunos.

O espaço físico dá lugar ao desenvolvimento de outro espaço, o *ciberespaço*, de acordo com Lévy (1993), o local onde todos (professores e alunos) interagem em cooperação e aprendizado conjuntos.

As tecnologias digitais são as principais responsáveis pelas novas possibilidades nas relações interpessoais, e estão contribuindo para o desenvolvimento, a reformulação e a disseminação da EAD.

Na verdade, tais tecnologias apresentam o potencial para revolucionar a EAD, e também a educação presencial. O encontro no *ciberespaço* permite que cada indivíduo "tenha voz", manifeste-se e interaja dinamicamente com pessoas e informações. Tais processos criam condições de aprendizagem que ainda não foram totalmente compreendidas e exploradas educacionalmente.

Segundo autores como Freeman e Perez (1988), Castells (1999) e Dupas (1999), o surgimento das novas tecnologias de informação e de comunicação, em especial na segunda metade da década de 1990 (com o advento da Internet), promoveu grande mudança social a partir da criação da "sociedade de informação", ou "sociedade da comunicação". Esta se caracteriza por uma maior participação da informação na economia e na sociedade. No mercado de trabalho da "sociedade da informação", a qualificação ganha maior peso, do que em épocas anteriores.

Aparentemente, existe uma “certeza” global em relação às imensas possibilidades de uso tecnológico em salas de aula virtuais, trazendo recursos cada vez mais numerosos, nos diversos níveis ensino. Ao mesmo tempo, um grande pré-conceito a tal utilização parece coexistir a este cenário.

A busca pelo “novo” acrescentou um *frisson* às atividades de ensino, devido à presença intensa de tecnologias nas escolas. Tal fascínio pelos novos e promissores meios, na verdade, poderá encobrir os verdadeiros objetivos da docência, invertendo as concepções de “meios” e “fins” educacionais.

As habilidades e competências traçadas na educação podem ser alcançadas mais facilmente com o uso de TI’s, ou tal uso é o objetivo principal da educação contemporânea? De fato, nem uma coisa nem outra, visto que não há separação entre técnica e homem, nos dias de hoje.

Em algumas áreas como a das engenharias, a busca por novas tecnologias provoca a nítida idéia de progresso. Entretanto, em outras, como artes, política e música, o novo nem sempre se apresenta automaticamente como melhor opção.

O mesmo cuidado se estende à área da Educação. Na escola, a mera novidade não pode se configurar como um valor em si. É preciso evitar os extremos do conservadorismo cego e do, também cego, fascínio pelo novo.

Sob o domínio do “fascínio pelo novo”, programas de educação à distância, de teleconferências, de realidade virtual, são superestimados como se suas existências (virtuais) “na tela” pudessem suprir completamente a força da existência real. O novo não é bom apenas porque é novo, mas pelas novas possibilidades que oportuniza às ações humanas.

Desde o princípio da educação sistematizada, diversas tecnologias educacionais são utilizadas, de acordo com os períodos históricos. Ainda hoje, a tecnologia do “giz e lousa” é aplicada (em substituição à tecnologia da pedra ardósia); e também, a tecnologia do livro didático. Atualmente, boa parte dos estados mundiais debruça-se sobre o estudo dos currículos escolares mais adequados aos padrões sociais pretendidos.

No mundo ocidental, um dos grandes desafios encontrados localiza-se no processo de adaptação da tecnologia à educação moderna, e aos meios de comunicação atuais, como a televisão, o rádio, os suportes informáticos, e outros que funcionam também, informalmente, como meios educativos.

A aplicação de tecnologias inicia agora nova abordagem educativa: de meras ferramentas (capazes de tornar mais eficientes e eficazes os modelos de educação sedimentados) passam a elementos estruturantes de novas visões da educação, com o objetivo de expressar a diversidade das culturas e dos processos pedagógicos.

Neste sentido, a TV, o vídeo, o rádio, a Internet, o material impresso, todos possibilitam a articulação de novas linguagens e novas racionalidades na escola. A cada ano, mais e mais escolas, e centros de educação, estão usando ferramentas *on-line* (e colaborativas) para o aprendizado geral e a busca de informações.

As abordagens no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, requerem que o aluno identifique regularidades, estabeleça generalizações, e aproprie-se da linguagem matemática para descrever e interpretar os fenômenos à sua volta.

Os ambientes gerados pelas TI's dinamizam os conteúdos necessários à chegada das competências desejadas, e potencializam o processo pedagógico, fazendo com que os mediadores se concentrem mais nas idéias e conceitos, e menos nos algoritmos de resolução de problemas.

A análise das Tecnologias da Informação também precisa identificar como a reflexão sobre a prática docente pode surgir em ambientes de formação de educadores. E também, quais fatores possibilitam situações favoráveis à construção coletiva do conhecimento, e a reflexão sobre a prática pedagógica.

Tal reflexão pode constituir-se como metodologia pedagógica ou didática. Contudo, é fundamental tomá-la como objeto de investigação, caracterizando-a como forma autêntica de análise das relações entre sujeito e objeto, teoria e realidade, reflexão e prática. Esta análise também pode ser contemplada sob o ponto de vista epistemológico, operando como *objeto* e contexto para inúmeras reflexões de pesquisa em Educação.

Para a dinamização da prática, de acordo com Menezes (2001), é importante que o professor se prepare para atuar em ambientes de aprendizagem nos quais encontre viabilidade ao trabalho com *estruturas heterárquicas,* no lugar das hierárquicas.

*Estruturas heterárquicas* utilizam concepções não-convencionais do currículo e, por não serem hierárquicas, emanam do grupo que está em interação. O currículo tem seu desenho formado por perguntas em busca de respostas que, por sua vez, não serão definitivas por serem geradoras de novas perguntas.

A presença de ambientes de aprendizagem (que indicam diferentes possibilidades de abordagem do currículo e do papel do professor) permite a reflexão sobre a prática tradicional, caracterizada pelo predomínio do objeto sobre o sujeito, segundo Piaget (1976).

Tal predomínio caracteriza as práticas de transmissão de conteúdos e de informações sem a consideração dos processos de elaboração interna do conhecimento pelos alunos, e também das manifestações externalizadas destes processos (por meio das atividades realizadas pelos alunos).

Verifica-se, hoje em dia, acentuada dimensão do desenvolvimento tecnológico em detrimento da formação adequada por meio da tecnologia, utilizando-se a ferramenta do computador como justificativa do sistema de ensino vigente.

Assim, a maioria dos projetos de utilização de computadores (nas escolas e programas de educação à distância) reproduz o modelo convencional e tradicional de ensino, promovendo mudanças que se resumem ao uso de equipamentos facilmente adaptados ao esquema dominante na prática pedagógica. Esta mudança pedagógica sequer caracteriza uma preocupação, e perpetua a prática tradicional.

Quando se intenta utilizar mais profundamente a tecnologia, ressalta-se a inserção de ambientes que permanecem em *estado de treinamento*, destacando-se a distância entre o discurso e a prática. Neste contexto, grande parte dos projetos e das instituições (que utilizam o computador e a Internet) introduz a ferramenta e realiza cursos de formação técnica, mas não se preocupa com as possibilidades reflexivas sobre ações a serem trabalhadas a partir dos recursos tecnológicos.

Um conceito que define a distância entre o *nível de desenvolvimento real* (determinado pela capacidade autônoma de resolução de problemas) e o *nível de desenvolvimento potencial*, (mede a capacidade de resolução de problemas sob orientação de professores ou colegas) é a *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZDP), conceito elaborado por Vygotsky (1999a).

Trata-se da série de informações que a pessoa dispõe como *background* potencial ao seu aprendizado. Ou ainda, revela a potencialidade de um aprendizado em processo, não finalizado, apresentando conhecimentos fora de seu alcance atual, mas potencialmente atingíveis.

Assim, analisando a ZDP em atividades pedagógicas (por meio de mediadores da construção coletiva do conhecimento) podem-se mencionar as redes de comunidades virtuais de aprendizagem, e as relações constituídas por estas comunidades na construção do conhecimento. Entre elas, destacam-se o diálogo, a troca intelectual, o controle mútuo dos argumentos, a aprendizagem cooperativa e as redes de tecnologias intelectuais.

Mais relevante ainda é visualizar a busca autônoma e cooperativa da construção coletiva do conhecimento. Constituída por sujeitos, tecnologias e suas relações, tal busca descaracteriza o modelo linear e tradicional da escola, oportunizando à aprendizagem um processo capaz de estabelecer relações não-lineares e cooperativas.

Tal imagem do conhecimento em rede, tão comentada, esmiuçada, sonhada (muitas vezes, longínqua da realidade), parece ser o fator que justifica e entrelaça todo o contexto tecnológico anterior, ao que traz à tona, nos dias atuais, a necessidade de uma efetiva mudança nas práticas pedagógicas.

Uma saída para este pseudoparadoxo poderia ser encontrado na formação do profissional inserido no próprio contexto de trabalho, considerando o computador um dos meios de transformação do atual sistema de ensino. Neste sentido, esta formação deverá evitar iniciativas que usem a informática para o entendimento da ferramenta *em si*, enquanto ela pode ser utilizada para a criação de ambientes de mudança nas práticas pedagógicas convencionais.

A informática e o "mundo virtual" (a Internet) não têm conquistado um bom lugar em nosso meio educacional, e menos ainda no matemático, levando-se em conta sua classificação como "a nova tecnologia da inteligência".

De fato, Borba e Villarreal (2005) alertam que:

> Mesmo havendo exceções, isso sugere que a Internet tem sido usada pela comunidade de pesquisa em educação matemática mais como uma maneira de organizar congressos, fazer pesquisa bibliográfica, coletar informações, ou fomentar discussões através de listas de e-mail, do que como um objeto de pesquisa.[36] (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 170)

As tecnologias informáticas estão enraizadas de forma impressionante na sociedade atual. Neste ponto, não se quer aqui discutir as diferenças sociais do planeta, apenas falar globalmente de fatos incontestáveis, como: a existência de mais aparelhos celulares do que pessoas; computadores pessoais espalhados por todo o globo; redes sociais e correios eletrônicos como a tônica atual para a comunicação e configuração de relacionamentos.

[36] Although there are exceptions, this suggests that the Internet has been used more by the mathematics education research community as a means to organize congress, do bibliographical research, share information, or carry on discussions through e-mail lists, than as a subject for research.

O pensamento de Borba e Villarreal (2005) apresenta-se inegável e inquestionável, no que diz respeito à reorganização do pensamento humano (sendo proposital este pleonasmo), e à forma como as diversas tecnologias da inteligência se tornam parte integrante do coletivo produtor de conhecimento:

> A reorganização se refere ao que acontece ao pensamento humano, enquanto a idéia do humano midiático enfatiza que esta reorganização é tão profunda que não podemos conceber um humano aprendendo sem mídia.[37] [38]

Conforme abordado no capítulo 4, não há como persistir no uso das mesmas metodologias e procedimentos de décadas atrás, e continuar a constatar as enormes dificuldades epistemológicas perpetuadas por estes métodos.

Conforme se mostrou, as TI´s são necessárias na mediação destes problemas, visto que a nova tecnologia da inteligência, a informática, está disseminada por toda a sociedade como “a técnica do novo século”.

Contudo, esta disseminação da técnica difere do primeiro estágio discutido por Ortega y Gasset (1963), em que a técnica já se encontrava distribuída pela sociedade. Outrossim, também difere do segundo e terceiros estágios citados pelo mesmo autor, nos quais a técnica estava focada. Primeiramente, centralizou-se nos artesãos e, depois nas máquinas, sendo estas as protagonistas sociais daquele período, e o ser humano, um mero coadjuvante.

---

[37] Reorganization refers to what happens to human thinking, while the notion of humans-with-midia emphasizes that this reorganization is so profound that we are unable to conceive of humans knowing without media.
[38] Ibidem, p. 169.

Ingressa-se, nos dias de hoje, num quarto estágio da técnica. Estágio em que não é possível isolar: técnica, informática, mídia, e ser humano. A evolução do pensamento não traz mais *o humano e a técnica*, ou *a técnica e o humano.*

Vive-se agora o estágio do humano-com-técnica, do humano-com-informática, do *humans-with-media*. Configura-se, portanto, como atos de insensatez, inadequação e inadmissibilidade a impossibilidade de ensinar *Cálculo-sem-informática*. As dificuldades epistemológicas serão deveras mediadas pelas TI´s visto que estas, as tecnologias, constituem o ser humano atual.

Com a passagem da oralidade para a escrita, novas possibilidades à produção do conhecimento entraram em cena. O simples fato do ser humano ser capaz de registrar (e guardar) os detalhes de uma argumentação lógica, em qualquer área do conhecimento, altera sobremaneira o conhecimento produzido.

Em particular na Matemática, o mesmo raciocínio pode ser encontrado. A escrita deu um grande salto nos limites e possibilidades da produção do conhecimento matemático, pois consegue registrar os detalhes dialéticos da argumentação matemática até chegar ao clássico ponto do “como queríamos demonstrar...”. O mesmo se estende à nova tecnologia da inteligência, a informática. Com ela, há mudanças nas possibilidades de produção de conhecimento em qualquer área, e em particular na Matemática.

Borba e Villarreal (2005) sugerem que o humano é constituído por suas tecnologias da inteligência, como a oralidade, a escrita e a informática. Os autores argumentam que estas tecnologias modificam e transformam os

atos e raciocínio humanos. Ao mesmo tempo, o homem volta a modificar estas mesmas tecnologias, criando novas linguagens faladas e escritas, novas mídias, novas tecnologias e, desta forma (por que não?), novos humanos.

> Outrossim, acreditamos que o conhecimento é produzido conjuntamente em um certo meio ou tecnologia da inteligência. Por esta razão, adotamos a perspectiva teórica que dá suporte à noção de que o conhecimento é produzido pelo coletivo composto por humanos-com-midia, ou humanos-com-tecnologias, e não, como outras teorias sugerem, por indivíduos independentes, ou coletivos compostos apenas por humanos.[39] (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 23)

Conforme argumentam Borba e Villarreal (2005), não há a técnica e o humano, mas o coletivo *humans-with-media*, que torna urgente o processo de abertura às novas possibilidades educativas. No caso do estudo do Cálculo Diferencial e Integral, isto significa a mediação das dificuldades epistemológicas ali existentes, alterando-se a maneira de pensar a Matemática.

Da mesma forma que o elemento humano, a técnica (como consequência antropogênica) passa a figurar como parte integrante do coletivo *humans-with-media,* e se transforma na protagonista da produção do conhecimento (tanto quanto o é o homem). Neste cenário, não mais se encontram *um e o outro*; nem *um ou o outro*, mas *os dois como um só*, "the *humans-with-media".*

[39] Moreover, we believe that knowledge is produced together with a given medium or technology of intelligence. It is for this reason that we adopt a theoretical perspective that supports the notion that knowledge is produced by a collective composed of humans-with-media, or humans-with-tecnologies, and not, as other theories suggest, by individual humans alone, or collectives composed only of humans.

Borba e Villarreal (2005) compartilham um pensamento creditado a Keith Devlin, de que a Matemática produzida pelo coletivo *humans-with-media* é diferente daquela produzida pelos humanos, cujo processo restringe-se ao uso de papel e caneta.

Desta maneira, os computadores não estão simplesmente apoiando ou auxiliando os humanos “a fazer Matemática”, mas alterando a natureza daquilo que é produzido. Os computadores estão realizando uma nova Matemática. Poderíamos até dizer: os computadores surgem como coautores da criação de uma nova Matemática, já que são atores no coletivo *humans-with-media.*

Portanto, para os humanos midiáticos de hoje, (cuja inteligência não pode ser separada em partes: a oralidade, a escrita, e a informática) a produção de conhecimento sem o uso das Tecnologias Informáticas resulta em enorme desperdício de possibilidades.

Isto significaria não admitir as TI´s como um excepcional recurso na mediação das dificuldades epistemológicas do estudo do Cálculo (e também como produtoras de conhecimento no coletivo dos humanos midiáticos).

Este estudo conjectura um próximo passo na direção de aceitação definitiva do uso das TI´s no estudo do Cálculo Diferencial e Integral. Esta perspectiva não se limita apenas à criação de salas de aula informatizadas, ou ao uso de computadores, *smartfones* e *tablets*, pois estas medidas, de certa forma, já estão presentes no cotidiano do humano midiático. Também não se refere somente à anulação de um possível pré-conceito da comunidade matemática em relação às TI´s, e à própria Matemática assim trabalhada.

Por outro lado, a Matemática produzida pelo humano midiático não é a mesma de outrora, sem o uso de TI´s: trata-se de uma nova Matemática.

Necessita-se de uma fórmula de equilíbrio entre o fascínio pelo novo (técnicas, tecnologias, informática) e o fastio (a recusa) em relação a esta nova abordagem. O uso consciente da técnica é fundamental neste quarto e novo estágio. Ao inserir o homem no centro da rede, o coletivo *humans-with-media* revela a força da interdependência entre os indivíduos e técnica.

Neste estágio, a máquina não se configura mais como elemento de maior importância. O ser humano volta a ser o centro. Porém, estes humanos realizaram a sua própria migração em direção ao coletivo indissolúvel, composto pelo humano midiático.

De nada adianta a existência de aparelhos de última geração sem a presença de um humano midiático, capaz de extrair o valor de suas contribuições sociais, conforme articula Ortega y Gasset (1963). No mundo de hoje, a natureza artificial de Simon (1981) constitui a maior parte da vida do homem.

Em relação aos livros didáticos, e em paralelo à reflexão de Barufi (1999), busca-se a construção de uma matriz conceitual capaz de avaliar os *softwares* (ao menos os mais comuns, encontrados na Internet) em relação às suas possibilidades de mediação frente às dificuldades epistemológicas do estudo do Cálculo.

Estas dificuldades são encontradas nos eixos: sistematização/construção; variabilidade/permanência; global/local; discreto/contínuo; finito/infinito e construção/significação, apresentados por Rezende (2003).

A composição de uma matriz de avaliação da técnica (ou a “nova tecnologia da inteligência” do humano midiático) mostrará as contribuições do

uso de calculadoras gráficas e de *softwares* multimídia no estudo do Cálculo Diferencial e Integral. O uso criterioso das tecnologias informáticas passa pelo estudo das características dos *hardwares* e *softwares* envolvidos neste processo de ensino-aprendizagem.

Convém lembrar, no entanto, que com a construção desta nova maneira de fazer Matemática, com a criação de novas tecnologias, e as mudanças constantes e inevitáveis no coletivo *humans-with-media*, as dificuldades de hoje podem não ser as mesmas de amanhã...

## REFERÊNCIAS


BACHELARD, G. *A formação do espírito científico*. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 1996.

BALDINO, R. R. *Desenvolvimento de essências de Cálculo Infinitesimal*. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1998.

BARATO, J. N. *Escritos sobre tecnologia educacional e educação profissional*. São Paulo: Editora SENAC, 2002.

BARRETO, R. G. *A* apropriação educacional das tecnologias da informação e da comunicação. In: LOPES, A. C.; MACEDO, E. (Org.). *O currículo: debates contemporâneos.* São Paulo: Cortez, 2002. p. 216-236.

BARUFI, M. C. B. *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. 1999. Tese de Doutorado - FEUSP, São Paulo, 1999.

BATISTA, A. A. G. *O conceito de "livros didáticos"*. In: BATISTA, A. A. G. (org.) In: *Livros escolares de leitura no Brasil: elementos para uma história*. Campinas: Mercado das Letras, 1999. p. 41-73.

BOISOT, M. H. *Knowledge assets.* New York: Oxford Universit Press, 1998.

BORBA, M. C. The transformation of mathematics in on-line courses. In: CHICK, H.; VINCENT, J. (ed.). *Proceedings of the 29th Conference of the Intertational Group for the Psycology of Mathematics Education.* Melbourne: PME, 2005. Vol. 2., p. 169 -176.

BORBA, M. C.; Villarreal, M. E. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking*. EUA: Springer, 2005.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Ministério da Educação e Cultura – MEC. 148 f. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CABRAL, T. C. B. *Contribuições da Psicanálise à educação matemática: a lógica da Intervenção nos processos de aprendizagem*. 1998. Tese de Doutorado - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática.* (Partes I, II e III). Lisboa: Lisboa Editora, 1951.

CASTELLS, M. *A sociedade em rede*. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

CEDRO, W. L. *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural*. Tese de Doutorado – FEUSP. São Paulo, 2008.

CHARLOT, B. A pesquisa educacional entre conhecimentos, políticas e práticas: especificidades e desafios de uma área do saber. *Revista Brasileira de Educação.* Vol. 11, nº 31, p. 7-18, jan./abr. 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v11n31/a02v11n31.pdf>. Acesso em: 2 Set. 2011.

CHARTIER, R. *A ordem dos livros*. Tradução de Mary Del Priori. Distrito Federal: Editora Universidade de Brasília, 1999.

CHOPPIN, A. O historiador e o livro escolar. *História da Educação*. Pelotas. Nº11, p. 5-24, jan./abr. 2002. Disponível em: <http://fae.ufpel.edu.br/asphe>. Acesso em: 16 Out. 2011

COSTA, L. A. C. *A avaliação da aprendizagem no ensino de estruturas: epistemologia, tecnologia e educação à distância*. 2004. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Porto Alegre, 2004.

DESCARTES, R. *Discurso do método*. Tradução de João Cruz Costa. Rio de Janeiro: Edições de Ouro, 1969.

DRUCK, S. *A* crise no ensino da Matemática no Brasil. *Revista do Professor de Matemática.* Vol. 53, nº 53, p.1-5, 2004.

DUPAS, G. *Economia global e exclusão social*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

ESTEVE, J. M. Mudanças sociais e função docente. In: NÓVOA, A. (org.). *Profissão professor.* Porto: Ed. Porto, 1995.

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de Matemática. In: FIORENTINI, D. *Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos.* Campinas/São Paulo: Mercado de Letras, 2003.

FREEMAN, C; PEREZ, C. Structural crises of adjustment: business cycles and investment behavior. In: DOSE. et ali. (Ed.) *Technical Change and Economic Theory.* Londres: Pinter Publishers, 1988.

GODED, P. El conocimiento profesional: naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Quadrante.* Vol. 8, 1999.

GONÇALVES, J. A. A carreira das professoras do ensino primário. In: NÓVOA, A. (org). *Vidas de professores*. Porto: Porto Editora, 1995a.

HEGEL, G. F. W. *Fenomenologia do espírito*. Tradução de Paulo Menezes. Petrópolis: Editora Vozes, 1992.

KENSKI, V. M. Tecnologias e ensino presencial e a distância. Campinas, SP: Papirus, 2003.

LANDA, L.N. Cibernética y pedagogia. Barcelona, Editorial Labor, 1972.

LAMI, G. *Conceitos fundamentais da matemática: algumas reflexões sobre o seu conteúdo e alcance pedagógico (2001)*, *Bento de Jesus Caraça, perspectivas sobre o homem e a obra.* Instituto Politécnico da Guarda, pp. 20-36. Texto lido na sessão em Seia, 9 Jun. 2000.

LEONTIEV, A. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícone, 2001.

LÉVY, P. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. São Paulo: Loyola, 1998.

_____. *As tecnologias da inteligência*. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

_____. *Cibercultura*. São Paulo: Ed. 34, 1999.

LEONTIEV, A. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: LACASA, P. *Aprender en la escuela, aprender en la calle.* Madrid: Aprendizaje Visor, 1994.

LORENZO, J. *La filosofia de la matemática de Poincaré*. p. 3, 356-357, 1974.

LOMPSCHER, J. Motivation and activity. *European Journal of psychology of education*. Vol.14, nº 1, p.11-22, 1999.

LURIA, A. R. *Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos sociais e culturais*. 5ª edição. São Paulo: Ícone Editora, 2008.

MACHADO, N. J. Epistemologia e didática. São Paulo: Cortez, 1995.

_____. *Conhecimento e valor*. São Paulo: Moderna, 2004.

_____. *Matemática por assunto 9, noções de cálculo*. São Paulo: Editora Scipione, 1988.

_____. *Educação: competência e qualidade*. São Paulo: Escrituras Editora, 2009.

MENEZES-FILHO, N. A. *A evolução da educação e seu impacto no mercado de trabalho*. Mar. 2001. Artigo preparado para o Instituto Futura Brasil.

MENEZES, C. S. et al. *Educação à distância: prática e formação do profissional reflexivo*. José Armando Valente, Silvia Branco Vidal Bustamante (org.). São Paulo: Avercamp, 2009.

MORAN, J. M. Contribuições para uma pedagogia da educação on-line. In: SILVA, M. *Educação online: teorias, práticas, legislação, formação corporativa.* São Paulo: Loyola, 2003.

MOURA, M. O. (org) et al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: _____. (org.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultura.* 1ª edição. Brasília: Liber Livro Editora, 2010, p. 81-109.

NETO, A. A. O. *Novas tecnologias & universidade: da didática tradicionalista à inteligência artificial: desafios e armadilhas*. Rio de Janeiro: Vozes, 2005.

ORLANDI, E. P. *Discurso e leitura.* São Paulo: Cortez/UNICAMP, 1988.

ORTEGA Y GASSET, J. *Meditação da técnica.* Rio de Janeiro: Livro Ibero-Americano,1963.

PALIS, G. R. Computadores em Cálculo: uma alternativa que não se justifica por si mesma. *Temas e Debates*. Blumenau, Vol 8, nº 6, p. 22-38, abr. 1995.

PIAGET, J. *Biologia e conhecimento*. 6ª edição. Petrópolis: Vozes, 1976.

POLANYI, M. *The tacit dimension*. Gloucester/Mass: Peter Smith, 1983.

POSTMAN, N. *Tecnopólio: a rendição da cultura à tecnologia*. São Paulo: Nobel, 1994.

RAMAL, A. C. *Educação na cibercultura: hipertextualidade, leitura, escrita e aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 2002.

REZENDE, W. M. *O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. 2003. Tese de Doutorado – FEUSP. São Paulo, 2003.

REZENDE, W. M. *Uma análise histórica-epistêmica da operação de limite.* 1994. Dissertação de Mestrado – IEM/USU. Rio de Janeiro, 1994.

REZENDE, W. M. O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica. In: Nílson José Machado; Marisa Ortegosa da Cunha. (Org.). Linguagem, Conhecimento, Ação: Ensaios de Epistemologia e Didática. São Paulo: Escrituras, 2003, v. 1, p. 313-336.

ROPER, S. D. Conducting a distance education course when you are the distant one. *Political Science & Politics*. Issue 3, vol. 37, p. 477-479, Jul. 2004.

ROSZAK, T. *O culto da informação*. São Paulo: Editora Brasiliense, 1998.

RÜTHING, D. Some definitions of the concept of function from J. Bernoulli to N. Bourbaki. *The Matematical Intelligencer.* New York, vol. 6, n$^{o}$ 4, p. 72-77, 1984.

SACRISTÁN, J. G. Consciência e acção sobre a prática como libertação profissional dos professores. In: NÓVOA, A. *Profissão professor*. Porto: Porto Editora, 1995.

SETZER, V. W. *Meios eletrônicos e educação: uma visão alternativa*. São Paulo: Escrituras, 2001.

SILVA, C. A. *A noção de integral e livros didáticos e os registros de representação semiótica*. 2004. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica (PUC/SP). São Paulo, 2004.

SILVA, M. L. R. *A complexidade dos processos identitários docentes*. FEUSP/Universidade do Porto. Portugal: Notandum libro 12, 2009.

SIMON, H. A. *As ciências do artificial*. Tradução de Luís Moniz Pereira. Coimbra: Arménio Amado, 1981.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity. *Education Studies in Mathematica.* Vol.12, p. 151-169, 1976.

UFPA. *Projeto didático-pedágogico do curso de Licenciatura em Matemática à Distância.* Disponível em: <aedi.ufpa.br/arquivos/Proj.ped.Matematica.pdf>. Acesso em: 20 Ago. 2011.

UNESCO. Aprendizaje abierto y a distancia. Consideraciones sobre tendências, políticas y estratégias. *Division de Educacion Superior de La*

*Unesco, 2002.* Disponível em: <unesdoc.unesco.org/images/0012/001248/128463s.pdf>. Acesso em: 10 Set. 2011.

VALENTE, J. A. *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas: Editora da Unicamp, 1999.

VILLAREAL, M. E. *O pensamento matemático dos estudantes universitários de Cálculo e Tecnologias informáticas*. 1999. Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista (UNESP). Rio Claro, 1999.

VITTI, C. M. *Matemática com prazer, a partir da história e da geometria*. 2ª edição. Piracicaba/São Paulo: Editora UNIMEP, 1999.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, (1999a).

VYGOTSKY, L; LURIA, A.; LEONTIEV, A. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 2001.

WHITEHEAD, A. N.; RUSSELL, B. *Principia mathematica*. Michigan: University Press, 1912.

<http://ecalculo.if.usp.br/index.htm.> Acesso em: 30 Dez. 2011.