UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE PSICOLOGIA

TALITA LIMA QUEIROGA

Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II
(Versão Corrigida)

SÃO PAULO
2012

TALITA LIMA QUEIROGA

Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II
(Versão Corrigida)

Dissertação apresentada ao Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo para obtenção do grau de Mestre em Psicologia.

Área de Concentração: Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano

Orientador: Prof. Dr. Lino de Macedo

SÃO PAULO

2012

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Catálogo na publicação
Biblioteca Dante Moreira Leite
Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo

Queiroga, Talita Lima.

Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II / Talita Lima Queiroga; orientador Lino de Macedo. -- São Paulo, 2012.

168 f.

Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Psicologia. Área de Concentração: Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano) – Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo.

1. Jogos 2. Pensamento lógico 3. Matemática 4. Construção do conhecimento 5. Piaget, Jean, 1896-1980 I. Título.

HQ782s

FOLHA DE APROVAÇÃO

Talita Lima Queiroga

Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II

Dissertação apresentada ao Instituto de
Psicologia da Universidade de São Paulo
para obtenção do grau de Mestre em
Psicologia

Área de concentração: Psicologia Escolar e
do Desenvolvimento Humano

Aprovado em ____/____/____/

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Assinatura: _____

Aos meus pais, sinônimos de amor,
compreensão, trabalho e sabedoria.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pois foi ele quem me guiou nessa longa caminhada e nunca me abandonou. Agradeço por toda misericórdia derramada sobre mim, para que eu pudesse superar dificuldades e chegar ao final dessa trajetória.

Aos meus pais, Thales e Fátima, fonte de inspiração desse trabalho. Foram eles que me deram a vida e me fizeram vivê-la com dignidade. Sou grata por toda torcida, orações, renúncias e sacrifícios por mim.

Aos meus tios e padrinhos, Ciro e Lúcia, por terem sido meus pais em São Paulo e terem dado apoio e incentivo fundamentais para mim.

Ao professor Lino de Macedo, pela enorme contribuição dada à minha vida acadêmica e pessoal. Por ter me dado a honra de tê-lo como orientador, por ter aberto minha cabeça e me levado para um caminho diferente do planejado, pela sabedoria compartilhada, por ter sido paciente e não ter desistido de mim e por todos os puxões de orelha, críticas, incentivos e elogios que nunca serão esquecidos. Obrigada por ser uma referência na vida de seus alunos.

Às queridas professoras Maria Thereza e Heloísa Garcia pela leitura cuidadosa e responsável deste trabalho à época do Exame de Qualificação e por serem um exemplo de profissional a ser seguido. A elas, o meu respeito e admiração.

A todos os colegas do grupo de orientação, pelas trocas de conhecimento, discussões construtivas e reflexões em cada reunião e pela leitura crítica do meu trabalho: Alexandre, Ana Luíza, Maria Carolina, Patrícia e Paulo. Em especial, agradeço à Margaret pela atenção dada ao meu trabalho na reta final e às queridas Angela e Sandrei, por serem minhas melhores amigas em São Paulo. Obrigada por terem sido minhas grandes companheiras tanto nos momentos lúcidos como nos momentos lúdicos.

Às amigas Tamires Monteiro e Romina Cácia, que tiveram papéis importantes na minha vida e no meu trabalho. Obrigada por terem sido disponíveis e dedicadas.

Ao meu amor, Pablo, por (ter tentado) ser paciente. Mas porque principalmente soube ser colo para me acolher e braço para me envolver nos momentos mais complicados.

A todos os amigos e familiares que, mesmo distantes, se fizeram presentes.

Às crianças participantes da minha pesquisa e à instituição que me acolheu, por terem confiado na minha pessoa e no meu trabalho. Sou muito grata a cada um que fez parte disso!

Ao CNPq, pela bolsa fornecida que foi fundamental para que eu conseguisse me manter e produzir esse trabalho.

À USP e seus funcionários, que ofereceram apoio e condições para a realização do mestrado.

“...conhecer é um jogo de investigação – por isso de produção de conhecimento – em que se pode ganhar, perder, tentar novamente, ter esperanças, sofrer com paixão, conhecer com amor...”

Lino de Macedo

Resumo

QUEIROGA, T. L. (2012) **Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II**. 168p. Dissertação de Mestrado, Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

Jogos e situações-problema podem ser utilizados para desafiar e estimular os alunos, podendo ser recursos úteis para uma aprendizagem diferenciada e significativa. Assim, a presente pesquisa teve como objetivo proporcionar a prática de dois jogos - o Kenken e o Feche a Caixa - em 10 oficinas para alunos da Escola Fundamental II. Nessas oficinas a pesquisadora observou como os alunos utilizavam seu raciocínio lógico-matemático para solucionar jogos e situações-problema, argumentavam suas respostas e lidavam com erros e acertos. A pesquisadora buscou compreender o que era jogo e o que era raciocínio lógico-matemático a partir do referencial teórico piagetiano. A análise dos dados foi feita com base no desempenho de cada participante nas diferentes atividades propostas, focando principalmente nas estratégias utilizadas, nos erros cometidos e no comportamento dos alunos frente aos desafios. Os resultados apontaram que os alunos aprenderam a jogar de acordo com as regras e objetivos e também desenvolveram algumas boas estratégias, mas não conseguiram dominar um dos jogos de forma lógica. Entretanto, foi possível inferir que esses jogos se mostraram bons instrumentos para fortalecer os processos de aprendizagem, pois envolviam conhecimentos matemáticos, aritméticos, geométricos e lógicos, além de serem bastante motivadores.

Palavras-chave: Jogos. Pensamento lógico. Matemática. Construção do conhecimento. Piaget, Jean, 1896-1980.

Abstract

QUEIROGA, T. L. (2012) **Games of Logical-mathematical thinking for Middle School students**. 168p. Dissertação de Mestrado, Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

Games and problem-situations can be used to challenge and stimulate students, being considered useful resources for a meaningful learning. Thus, the present study aimed to provide the practice of two games - Kenken and Shut the Box – for Middle School students during 10 workshops. In these workshops the researcher observed how students used their logical-mathematical skills to play games and solve problem situations, and also how they argued their answers and dealt with their mistakes. The Piagetian theory was used by the researcher to understand what game and logical-mathematical thinking mean. Data analysis was based on the performance of each participant in all activities proposed, focusing mainly on the strategies used, the mistakes and the behavior of students facing the challenges. The results showed that students learned the rules and objectives and also developed some good strategies in both games but failed to logically dominate one of the games. However, it was possible to infer that these games are good tools to improve the learning processes because they involve mathematical, arithmetical, geometrical and logical knowledge, besides being quite motivating.

Keywords: Games. Logical thinking. Mathematics. Knowledge construction. Piaget, Jean, 1896-1980.

Lista de Figuras

Figura 1 - Kenken com quatro operações matemáticas e nível de dificuldade médio.....	34
Figura 2 - Jogo do Feche a Caixa tradicional, numerado de 1 a 10.	36
Figura 3 - Jogo de Kenken de matriz 4x4 resolvido com lápis à esquerda e o mesmo jogo resolvido com fichas de E.V.A. à direita.....	48
Figura 4 - O jogo de Feche a Caixa duplo feito de madeira à esquerda e feito de cartolina à direita.....	48
Figura 5 - Registro de uma partida de Feche a Caixa de papel.....	49
Figura 6 - Jogo de matriz 3x3 utilizando fichas de E.V.A de duas cores.....	52
Figura 7 - Jogo de matriz 4x4 utilizando fichas de E.V.A. de seis cores.....	53
Figura 8 - Exemplo de um Enigma Kenken elaborado pela pesquisadora.....	54
Figura 9 - Número de jogos respondidos pelos alunos, destacando os resolvidos com jogadas suficientes dos com jogadas excedentes.....	62
Figura 10 - Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 3x3 com lápis.....	63
Figura 11 - Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 3x3 com fichas.....	64
Figura 12 - Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com fichas.....	64
Figura 13 - Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com fichas.....	65
Figura 14 - Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 3x3 com lápis respondidos em casa.....	65
Figura 15 - Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com lápis respondidos em casa.....	66
Figura 16 - Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com lápis respondidos em dupla na sala de aula.....	66
Figura 17 - Média de jogadas excedentes do alunos nos jogos, de acordo com as atividades.....	67
Figura 18 - Porcentagem dos tipos de erros nos jogos de Kenken resolvidos em sala.....	69
Figura 19 - Porcentagem dos tipos de erros nos jogos de Kenken como tarefa de casa.....	69

Figura 20 - Jogo com 100% das casas com erros.....	71
Figura 21 - Jogos que estavam na lousa para serem copiados e respondidos pelas alunas.....	75
Figura 22 - Cópia e resolução dos jogos J21 e J22 feitas por G e L.....	76
Figura 23 - Comparação da porcentagem de acertos entre os tipos de pergunta “número” e “por quê?”	84
Figura 24 - Quantidade de partidas de Feche a Caixa terminadas com ou sem restos, ordenadas do aluno que conseguiu fechar todas as caixas mais vezes ao que menos conseguiu.....	87
Figura 25 - Média de pontos perdidos de cada aluno por partida.....	88
Figura 26 - Porcentagem de erros nos jogos de Feche a Caixa.....	89
Figura 27 - Tipos de erros de cálculo do Feche a Caixa.....	90
Figura 28 - Partidas e resultados do torneio mata-mata de Feche a Caixa.....	97
Figura 29 - Torneio mata-mata de Feche a Caixa realizado na última oficina.....	98
Figura 30 - Porcentagem de aproveitamento (acertos) dos alunos de acordo com o tipo de questão proposta na situação-problema.....	102
Figura 31 - Porcentagem de aproveitamento (acertos) nas respostas e justificativas da segunda situação-problema.....	103

Lista de Tabelas

Tabela 1 - <i>Descrição dos Alunos Participantes das Oficinas.....</i>	45
Tabela 2 - <i>Resumo das atividades dos alunos por oficina.....</i>	58
Tabela 3 - <i>Quantidades de jogadas realizadas e tempo de cada dupla.....</i>	74
Tabela 4 - <i>Desempenho dos alunos nas perguntas tipo número nos Enigmas.....</i>	82
Tabela 5 - <i>Desempenho dos alunos nas perguntas tipo “por quê?” nos Enigmas.....</i>	82
Tabela 6 - <i>Quantidade de jogadas e tempo para resolução do jogo após responderem as perguntas do enigma.....</i>	84
Tabela 7 - <i>Jogadas na primeira partida do Torneio de Feche a Caixa.....</i>	93
Tabela 8 - <i>Resultado da segunda partida do Torneio de Feche a Caixa.....</i>	94
Tabela 9 - <i>Respostas dos alunos da primeira situação-problema do Feche a Caixa.....</i>	100
Tabela 10 – <i>Julgamento e justificativa da segunda situação-problema.....</i>	103
Tabela 11 - <i>Jogadas realizadas pelos alunos na situação-problema.....</i>	104
Tabela 12 - <i>Escolhas de dados e de jogadas realizadas pelos alunos.....</i>	105

Apêndices

Apêndice A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	142
Apêndice B - Quantidade de jogadas realizadas por cada aluno nos jogos de Kenken.....	143
Apêndice C – Exemplo de tipos de erros.....	147
Apêndice D – Jogo elaborado pela pesquisadora em sala para ser respondido pela dupla L e T.....	148
Apêndice E – Enigma Kenken.....	149
Apêndice F - Exercício de Feche a Caixa.....	151

Anexos

Anexo A - Jogos realizados nas oficinas.....	153
Anexo B - Jogos utilizados como tarefa de casa.....	160
Anexo C – Situação-Problema do Feche a Caixa.....	163
Anexo D – Jogos de Kenken no computador respondidos pelo alunos.....	164
Anexo E – Jogos preparados pelos alunos na nona oficina.....	165
Anexo F – Jogos preparados pelos alunos na décima oficina.....	167
Anexo G - Torneio de Feche a Caixa.....	168

Sumário

1 Introdução.....	15
2 Revisão da Literatura.....	19
2.1. O raciocínio lógico-matemático segundo a teoria piagetiana.....	19
2.2 O jogo.....	25
3 Os Jogos de Raciocínio Lógico-Matemático Utilizados na Pesquisa.....	32
3.1 Kenken.....	32
3.2 Feche a Caixa.....	
4 Por que a Escolha de Jogos de Raciocínio Lógico-Matemático para Crianças em Idade Escolar?.....	38
5 Objetivos.....	44
5.1 Objetivo geral.....	44
5.2 Objetivos específicos.....	44
6 Método.....	45
6.1 Participantes.....	45
6.2 Local.....	46
6.3 Material.....	47
6.4 Procedimento de coleta de dados.....	49
6.5 Procedimentos de registro dos dados.....	59
7 Resultados.....	61
7.1 Kenken.....	61
7.1.1 Número de jogadas.....	61
<i>7.1.1.1 Média de jogadas excedentes (correções) por atividade.....</i>	<i>63</i>
7.1.2 Jogos com erros.....	68
<i>7.1.2.1 Tipos e frequência de erros.....</i>	<i>68</i>
<i>7.1.2.2 Porcentagem de jogos errados por atividade e por aluno.....</i>	<i>70</i>

7.1.2.3 Porcentagem de casas erradas por jogo.....	70
7.1.3 Uso de fichas.....	72
7.1.4 Jogos em dupla.....	73
7.1.5 Cópia.....	74
7.1.6 Kenken no computador.....	77
7.1.7 Tarefas de casa.....	78
7.1.8 Criar um Kenken.....	79
7.1.9 Estratégias.....	80
7.1.10 Enigmas.....	81
7.1.11 Resumo dos resultados do Kenken.....	85
7.2 Feche a Caixa.....	86
7.2.1 Estratégias.....	86
7.2.2 Restos.....	86
7.2.3 Jogadas erradas.....	88
7.2.4 Feche a Caixa duplo.....	90
7.2.5 Feche a Caixa no computador.....	91
7.2.6 Torneio de Feche a Caixa de papel.....	92
7.2.7 Torneio de Feche a Caixa duplo.....	96
7.2.8 Situação-Problema.....	99
7.2.9 Resumo do Feche a Caixa.....	105
 8 Discussão.....	 107
8.1 Desempenho nas atividades com o Kenken.....	107
8.2 Desempenho nas atividades com o Feche a Caixa.....	114
8.3 Comparação do desempenho dos alunos nos dois jogos.....	118
8.4 Kenken, Feche a Caixa e definições de jogos.....	122
8.5 Kenken, Feche a Caixa e o raciocínio lógico-matemático.....	123
 9 Considerações Finais.....	 131
 Referências.....	 135
Apêndices.....	142
Anexos.....	153

1 Introdução

Esta pesquisa foi desenvolvida com base em três eixos principais: a teoria do desenvolvimento de Jean Piaget, jogos e brincadeiras e raciocínio lógico-matemático. Para fazer esse estudo, a pesquisadora considerou que os jogos são atividades intelectuais que contribuem para o desenvolvimento cognitivo das crianças e utilizou como método oficinas de jogos.

Os jogos e as brincadeiras são atividades fundamentais do ser humano, principalmente durante a infância. Eles possuem um papel importante no cotidiano da humanidade, existindo há tempos em todas as sociedades e fazendo parte da vida das pessoas. Além de proporcionarem momentos de diversão, os jogos e brincadeiras são instrumentos capazes de estimular e facilitar o desenvolvimento social, cognitivo e afetivo, bem como a aprendizagem, promovendo a construção de vários conhecimentos.

Piaget e seus colaboradores realizaram várias pesquisas para compreender como a criança se desenvolve e como constrói seus conhecimentos através da interação com outras pessoas e objetos. Esse autor postulava que o conhecimento não estaria nem no sujeito nem no objeto, mas seria decorrente das interações entre ambos. Do ponto de vista do sujeito, essa interação significa poder assimilar o objeto às suas próprias estruturas.

Assimilação, bem como acomodação, adaptação e equilíbrio são termos essenciais na teoria de Piaget para entender tanto o desenvolvimento como a aprendizagem. Para ele, os processos de assimilação e acomodação são interdependentes, pois um não existe sem o outro. A assimilação seria, de acordo com Piaget (1973/2000), uma “integração em estruturas prévias, que podem permanecer inalteráveis ou que são mais ou menos modificadas por essa mesma integração” (p. 23). Ou seja: frente à uma nova realidade, o sujeito incorpora essa sua nova percepção a seus conhecimentos prévios. Já a acomodação seria toda modificação dos esquemas de assimilação sob a influência de situações exteriores aos quais se aplicam. Ou seja: quando não existe uma estrutura cognitiva que assimile a nova informação, o sujeito constrói um novo esquema ou modifica um esquema existente.

A adaptação, segundo Piaget (1969/2010c), é um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Diz-se que um organismo é adaptado quando ele é capaz de “conservar sua

estrutura assimilando a ela os alimentos tirados do exterior e acomodar essa estrutura às diversas particularidades desse meio” (p. 138). Já a adaptação intelectual é “o equilíbrio entre a assimilação das experiências às estruturas dedutivas e a acomodação dessas estruturas aos dados da experiência” (p. 138).

De acordo com Piaget (1964/2010b), tanto o desenvolvimento orgânico como o psíquico orientam-se para o equilíbrio. O desenvolvimento seria então “uma equilibração progressiva, uma passagem contínua de um estado de menor equilíbrio para um estado de equilíbrio superior” (p. 13). O autor postula que qualquer necessidade do organismo irá sempre gerar um desequilíbrio e que o equilíbrio só será restabelecido quando houver a satisfação dessa necessidade. Logo, toda ação humana consiste em um “movimento contínuo e perpétuo de reajustamento ou equilibração” (p. 16).

Segundo Macedo (2010), Piaget se preocupou com uma aprendizagem cuja aquisição “é da ordem do espontâneo, do geral e do necessário” (p. 134), que possibilita a construção de coordenações no plano do corpo e do pensamento. Segundo o autor, a teoria piagetiana explica a aprendizagem como uma “aquisição de uma resposta particular, aprendida em função da experiência, seja ela obtida de forma sistemática ou não” (p. 125). O desenvolvimento, por sua vez, seria “uma aprendizagem no sentido lato” (p. 125) e seria também o responsável pela formação dos conhecimentos.

Macedo, Petty e Passos (2005) asseveram que o desenvolvimento e a aprendizagem são formas interdependentes de conhecimento. Para esses autores, o desenvolvimento é interior a uma pessoa (endógeno) e refere-se a um processo construtivo cujo desafio é desdobrar-se para fora, enquanto a aprendizagem se produz no exterior (exógena) e tem como desafio incorporar algo externo; assim, é possível dizer que a criança desenvolve brincadeiras e aprende jogos. Segundo esses autores, a criança pode também aprender brincadeiras e desenvolver habilidades, sentimentos ou pensamentos.

Piaget utilizava jogos para estudar o desenvolvimento e a aprendizagem das crianças, tanto como objeto de estudo, como desencadeador de situações-problema. Para ele o jogo era uma das mais importantes manifestações do pensamento infantil e com um valor educacional muito grande. Segundo Piaget (1945/2010a), o jogo é simples assimilação funcional ou reprodutora: quase todos os comportamentos a propósito da inteligência são suscetíveis de se converterem em jogo, uma vez que se repitam pelo simples prazer funcional.

Por isso, o jogo é considerado por Piaget como essencial na vida das crianças, pois por meio da atividade lúdica a criança pode assimilar ou interpretar a realidade a si própria. Nas palavras de Piaget (1969/2010c), “o jogo é, sob as suas duas formas essenciais de exercício sensório-motor e de simbolismo, uma assimilação do real à atividade própria fornecendo a esta seu alimento necessário e transformando o real em função das necessidades múltiplas do eu” (p. 141).

O autor acreditava que o jogo era capaz de promover a geração de novas formas mentais, colaborando com a passagem da inteligência concreta para abstrata. Ele afirmava que “se o ato de inteligência culmina num equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, enquanto a imitação prolonga a última por si mesma, poder-se-á dizer, inversamente, que o jogo é essencialmente assimilação, ou assimilação predominando sobre a acomodação” (Piaget, 1945/2010a, p. 99).

Para Macedo (2012a) o jogo é, na perspectiva do jogador, pura busca de ordem (procedimental e intencional em relação a um objetivo), desfeita a cada nova partida, a cada nova oportunidade, independentemente do resultado. Ainda de acordo com Macedo (2009), é por meio dos processos de equilibração que um sujeito constrói conhecimentos sobre um objeto. Para o autor, este objeto pode ser um jogo “composto de objetos (peças, tabuleiros, casas), objetivos e regras que o estruturam como tal, ao ser funcionalmente ativado pelas ações dos jogadores” (p. 45). Para esse autor, o jogo:

É um exercício de pôr o corpo e seus esquemas de ação (olhar, pegar, escutar, imaginar, pensar) a serviço de uma simulação e de uma representação, plena de desafios em um contexto de regras. É também um exercício de compreender, de fazer coordenações inferenciais, de tomar consciência de procedimentos, de construir estratégias, de formular um conhecimento sobre o próprio jogo e as formulações ou explicações que autorizam ou dão significação às jogadas. É uma prática de se tornar responsável, ser protagonista, comportar-se como sujeito ativo. (Macedo, 2009, p. 50)

O uso do jogo faz com que muitas atitudes e procedimentos sejam aprendidos e adotados. Para Macedo, Petty e Passos (2007), o jogo favorece a aquisição de conhecimento porque o sujeito que joga aprende sobre como age e pensa, sobre o próprio jogo e o que é necessário para vencê-lo, sobre as relações sociais relativas ao jogar e também sobre conteúdos.

Quando uma criança joga, ela aprende no campo social a conviver com os outros, cooperar, pensar e agir sobre o outro. No campo cognitivo, os jogos estimulam a criança a pensar, analisar, antecipar, construir estratégias, etc. Já no campo afetivo, a criança aprende a

lidar com suas emoções. Logo, ao jogar, a criança aprende a tomar decisões, criar estratégias, confrontar ideias, buscar soluções, se concentrar, perseverar, interagir, ganhar e perder, e muitos outros comportamentos resultantes de uma complexa atividade mental (Capel, 2003).

O jogo exige uma atividade mental, assim como o conhecimento e a aprendizagem. Coll (2004) afirma que para Piaget o conhecimento e a aprendizagem nunca são “resultado de uma leitura direta da experiência, mas fruto da atividade mental construtiva mediante a qual, e pela qual, as pessoas leem e interpretam a experiência” (p. 108). Em outras palavras, esse postulado significa que se o indivíduo não age intelectualmente, ele não aprende.

A mobilização intelectual e a ação sobre o objeto são essenciais para aprender, para construir conhecimentos. Por isso, Macedo, Petty e Passos (2007) estabeleceram uma relação interessante entre jogo e conhecimento, afirmando que tanto para conhecer algo como para jogar é necessário agir. Para os autores, o jogo acontece quando todos os participantes agem de acordo com as regras e os objetivos do jogo e afirmam ainda que jogar frequentemente permite uma “construção gradativa da competência para questionar e analisar as informações existentes. Assim, quem joga pode efetivamente desenvolver-se” (p. 24).

Os jogos podem ser utilizados em várias situações e lugares. De acordo com Macedo (2006), hoje é comum utilizar jogos de todos os tipos como importante recurso metodológico em vários ambientes, como na sala de aula, na clínica e em outros contextos de formação e orientação. Os jogos também podem ser jogados em muitos níveis e de várias formas. Conforme Macedo (2009), compreender objetivos e regras de jogos é geralmente simples, não sendo um problema para quem inclusive possui alguma dificuldade de aprendizagem. Assim, os jogos representam bons recursos para construir processos favoráveis ao desenvolvimento e aprendizagem de competências e habilidades necessárias para a solução de problemas na educação e na vida.

Baseada na ideia de que os jogos são bons recursos para observar e promover o desenvolvimento e a aprendizagem de habilidades, a presente pesquisa proporcionou a prática de dois jogos de raciocínio lógico-matemático - o Kenken e o Feche a Caixa - em oficinas de jogos para alunos da Escola Fundamental II. O objetivo da pesquisa foi fazer um estudo empírico desses dois jogos, verificando seus aspectos lógico-matemáticos, desafiando os alunos a resolver os problemas propostos e observando como o raciocínio lógico-matemático desses alunos se expressava na resolução dos jogos.

2 Revisão da Literatura

2.1 O raciocínio lógico-matemático segundo a teoria piagetiana

O homem constrói conhecimentos por meio de ações físicas ou mentais. De acordo com Piaget (1937/1979), essa construção depende da dialética entre o objeto a ser conhecido e o sujeito que conhece, considerando como objeto de conhecimento qualquer objeto, fenômeno físico, fato ou ações concretas ou representadas.

Assim, Piaget distinguiu três tipos de conhecimento: o físico ou experimental (sendo o termo “físico” relativo ao real e não à Física como ciência), o lógico-matemático e o social. O primeiro seria o conhecimento dos objetos do mundo exterior, podendo ser construído de forma empírica, por meio da experiência e observação; o segundo consiste em relações que o sujeito estabelece entre os objetos, sendo não-empírico e, por fim, o terceiro tipo de conhecimento trata das convenções estabelecidas socialmente, de natureza preponderantemente arbitrária. Nesse último, as convenções criadas pelas pessoas necessitam ser passadas de uma pessoa para outra para que esse conhecimento continue sendo adquirido. (Kamii & Livingston, 2003; Kamii & Joseph, 2005; Piaget, 1973/2000)

Um exemplo de conhecimento físico seria identificar a cor ou formato de um objeto, como uma bolinha amarela. Um exemplo de conhecimento lógico-matemático seria relacionar dois objetos e perceber suas diferenças e/ou semelhanças: saber que uma bolinha amarela é diferente de uma grande bola azul em cor e em tamanho, mas não no formato. Por fim, um exemplo de conhecimento social seria a unidade padrão de medidas, como o centímetro e o quilo, que foram convenções criadas por pessoas.

Segundo Piaget (1959/1974a), a experiência física consistiria em agir sobre os objetos para descobrir suas propriedades que ainda são abstratas. Já a experiência lógico-matemática também consistiria em agir sobre os objetos, mas para descobrir propriedades que estão abstratas nas próprias ações do sujeito. Na teoria piagetiana, segundo Machado (2001), a experiência lógico-matemática procede diretamente das ações mais gerais que podemos exercer sobre objetos ou grupos de objetos e consistem em estabelecer correspondências (contar), reunir, associar, dissociar e ordenar.

Piaget colaborou com a ideia de que a lógica e a matemática são formas de organização da atividade intelectual humana. Ele acreditava que o conhecimento lógico-matemático estaria na origem de todo o desenvolvimento cognitivo, sendo o próprio sujeito responsável por sua construção. Na teoria piagetiana, o conhecimento físico e o lógico-matemático estão intimamente relacionados na realidade psicológica da criança pequena.

Segundo Piaget (1965/1973), o ponto de partida psicológico das operações lógicas começa antes de o indivíduo estar apto à lógica propriamente dita. Desde o período sensório-motor é possível observar os processos que conduzirão à lógica: a organização dos esquemas desse período, por exemplo, constituem uma espécie de lógica dos movimentos e das percepções. Dos dois aos sete anos, a capacidade de pensamento representativo ou intuitivo realiza um equilíbrio superior ao da inteligência sensório-motora, pois agora o sujeito consegue antecipar e reconstituir representações. Por volta dos sete anos, as ações efetuadas mentalmente pelos sujeitos alcançam um equilíbrio estável, definido pela reversibilidade, que constitui o começo das operações lógicas.

O começo do pensamento operatório é marcado pela capacidade de conservação de um todo, independentemente das transformações internas efetuadas sobre as partes. Entretanto, dos sete aos 11 anos as operações lógicas são compreendidas apenas no terreno do concreto, com a dedução sendo acompanhada de manipulações efetivas ou imaginadas. É a partir dos 11-12 anos que a lógica das proposições sucede a lógica das ações concretas. Logo, é possível dizer que o desenvolvimento da lógica é uma passagem progressiva da ação efetiva e irreversível para a operação (Piaget, 1965/1973). Assim, pode-se dizer que a lógica é uma forma de equilíbrio ‘móvel’ e reversível, e não um mecanismo inato e fornecido desde o começo. Para Piaget (1972/1988), a lógica não é inerente ao sujeito, mas construída passo a passo, em decorrência de suas atividades.

É importante salientar que, para Piaget (1973/2000), a sucessão dos estágios que conduzem à lógica formal ocorrem independentemente das acelerações ou retardamentos que podem modificar as idades cronológicas médias em função da experiência adquirida e do meio social. Ou seja: o conhecimento lógico-matemático é universal, pois crianças do mundo todo passam pelos mesmos estágios de desenvolvimento, apenas as idades podem variar de grupo para grupo.

Assim, de acordo com Piaget (1973/2000), os conhecimentos lógico-matemáticos não são hereditários. As crianças elaboram seu conhecimento lógico-matemático ao passo que vão construindo relações mais complexas sobre outras mais simples que elas mesmas criaram, e o

principal mecanismo que a criança usa para fazer essas relações é a abstração. Em outras palavras, Coll e Guilliéron (1987) afirmam que para a teoria piagetiana “o sujeito não descobre verdades que lhe vêm dadas do exterior mas ao contrário, constrói esquemas cada vez mais abstratos” (p. 47).

Ainda de acordo com Coll e Guilliéron (1987), a teoria piagetiana postula que a ação permite que o sujeito conheça o mundo e a si próprio por meio dos movimentos de interiorização e exteriorização. Assim, os sistemas lógico-matemáticos são elaborados graças a uma série de abstrações reflexionantes e de construções autorreguladoras novas. Para esses autores, as estruturas operatórias formais são o ponto de partida das estruturas lógico-matemáticas. A lógica e a matemática “prolongam, em um nível superior, a lógica natural do lógico e do matemático enquanto organismos humanos” (p. 41) .

Dessa forma, a Matemática para Piaget (1972/1988) seria nada mais do que “uma lógica, que prolonga da forma mais natural a lógica habitual e constitui a lógica de todas as formas um pouco evoluídas do pensamento científico” (p. 55). Conforme Piaget (1973/2000), a matemática permite estruturar o real e deduzir os fenômenos por meio de operações e transformações. A lógica, por sua vez, consiste no sistema dessas operações e seria a total coordenação de ações. Para ele:

A lógica é um sistema de operações, isto é, de ações tornadas ao mesmo tempo compostas e reversíveis. Raciocinar é, com efeito, reunir ou dissociar, segundo encaixes simples (adição ou subtração) ou múltiplos (multiplicação e divisão), trata-se de classes (reunião de objetivos segundo suas semelhanças), de relações assimétricas (seriação dos objetos segundo suas diferenças ordenadas) ou de números (semelhanças e diferenças generalizadas). (Piaget, 1965/1973, p. 172, grifos do autor)

Ainda de acordo com Piaget (1973/2000):

toda a lógica consiste em constituir esquemas invariantes destinados a organizar em pensamento o fluxo irreversível dos acontecimentos exteriores e o devir contínuo da consciência interna: os conceitos, sob o seu duplo aspecto de classes ou de relações, são disso exemplo; e o princípio de identidade, embora sempre desmentido pelo real a uma escala qualquer, exprime, a título de norma do sujeito pensante, essa exigência de invariância enquanto o pensamento quiser permanecer coerente. (Piaget, 1973/2000, p. 187)

Piaget (1949/1976) concebeu que, tanto na lógica como na matemática, as operações só existem em sua solidariedade e constituem totalidade bem definidas. Para ele, a lógica tem uma certa autonomia e ele explicita a relação entre as operações lógicas e as operações matemáticas da seguinte maneira:

de um lado a lógica é autônoma, já que repousa exclusivamente na quantidade intensiva e que esta não implica o número; por outro lado, a lógica interfere na matemática e não se aplica realmente a ela, pois a matemática evidencia uma estruturação superior e reúne em uma quantidade ‘qualquer’ as próprias conexões extensivas e intensivas. Disto resulta que a matemática, ou bem se constitui em sua própria lógica, ou bem exige a construção de uma lógica matemática especial, elaborada por meios matemáticos. (Piaget, 1949/1976, p. 71)

Para Piaget (1972/1988), a matemática consiste em ações exercidas sobre as coisas. As operações matemáticas são ações bem coordenadas entre si e imaginadas, em vez de serem executadas materialmente. Por isso, para entender a matemática, a abstração é indispensável. Mas o que seria a abstração?

O processo de abstração é considerado característico do pensamento lógico-matemático. Piaget (1973/2000) afirmou que existem dois tipos de abstração - empírica (simples) e reflexionante (construtiva) - e que, na criança pequena, uma não ocorre sem a outra. A primeira forma de abstração é aquela que se relaciona à construção do conhecimento físico e a segunda à construção do conhecimento lógico-matemático.

Ainda segundo Piaget (1973/2000), na abstração empírica o sujeito centra-se numa propriedade do objeto e ignora outras. Por exemplo: se é dado um objeto ao sujeito, ele reterá apenas uma qualidade desse objeto, como sua forma, cor ou substância que o compõe. Já na abstração reflexionante, também chamada de reflexiva ou construtiva, o sujeito toma consciência da existência de uma ação ou operação, reflete essa ação ou operação, projetando-a num novo plano (como o pensamento, por exemplo) e integra essa ação ou operação numa nova estrutura.

Para Piaget (1977/1995), a abstração reflexionante (*réfléchissante*) pode ser observada em todos os estádios do desenvolvimento e é aquela que se apoia sobre os objetos físicos ou sobre aspectos materiais da ação e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito para refletir sobre eles e utilizá-los para outras finalidades. Em outras palavras, a abstração reflexionante exige a coordenação das propriedades entre objetos, sendo a percepção das semelhanças ou diferenças entre eles existente apenas como operação mental de cada sujeito.

A projeção da ação é designada como “reflexionamento” (*réfléchissement*) e, de acordo com Macedo (2011c), esse processo é desencadeado por cinco procedimentos ordenados de acordo com sua complexidade e pelo fato de que o anterior engloba o seguinte. São eles: agir e representar, reconstituir, comparar, refletir sobre as reflexões precedentes e, por último, tematizar. Já a reorganização da ação em uma abstração reflexionante é designada por “reflexão”(*réflexion*). Em outras palavras, a reflexão é, na teoria piagetiana, o ato mental

de reconstruir e reorganizar sobre o patamar superior aquilo que foi assim transferido do inferior.

Há ainda outros tipos de abstração, que são variações da abstração reflexionante: a pseudo-empírica e a reflexiva ou refletida (*réfléchie*). Segundo Montangero e Maurice-Naville (1998), a abstração pseudo-empírica ocorre quando o objeto é modificado pelas ações do sujeito e enriquecido de propriedades retiradas de suas coordenações. Em outras palavras, as propriedades abstraídas não são próprias ou inerentes aos objetos, mas derivadas de uma operação do sujeito sobre tais objetos.

Ainda segundo os autores, a abstração reflexiva, por sua vez, é o resultado de abstração reflexionante acompanhada de tomada de consciência e de uma formalização dos elementos que foram abstraídos. Essa abstração é observada desde a simples representação verbal de uma ação na criança até a formalização de operações de pensamento lógico. Conforme Macedo (2011c), as abstrações refletidas referem-se àquilo que pode se tornar explícito, ou seja, ao que deixou de ser inerente ou intrínseco aos procedimentos do sujeito e aos observáveis do objeto. As abstrações refletidas referem-se então ao processo gradual de tomada de consciência ou formalização.

De acordo com Kamii e Joseph (2005), a prova de conservação dos números utilizada por Piaget avalia o nível de conhecimento lógico-matemático das crianças. Nessa prova, um experimentador utiliza fichas vermelhas para produzir uma linha e pede para que a criança utilize a mesma quantidade de fichas azuis para fazer outra linha. Quando a criança faz corretamente a correspondência biunívoca, colocando uma ficha azul para cada vermelha, o experimentador comprime uma linha de fichas e amplia a outra para saber se as linhas possuem ainda uma quantidade igual de fichas. Uma criança que não conserva os números vai achar que há uma maior quantidade de fichas em uma fila do que na outra.

Ainda segundo as autoras, o pensamento da criança que não conserva os números está em um nível baixo de abstração reflexiva, o que faz com que ela tenha apenas um conhecimento físico sobre os objetos, no sentido que ela percebe as fichas, mas talvez ainda não tenha construído um conhecimento lógico-matemático suficiente para ultrapassar o empirismo. Por sua vez, a criança que conserva os números, tendo a capacidade de deduzir logicamente que a quantidade nas duas fileiras é a mesma, já iniciou a construção do seu conhecimento lógico-matemático.

Assim, segundo Brasil (1997), a abstração matemática é revelada no tratamento de relações quantitativas e de formas espaciais, destacando-as das demais propriedades dos objetos. A matemática move-se quase exclusivamente no campo dos conceitos abstratos e de suas inter-relações.

Falando agora especificamente da matemática, Piaget também se interessou em saber como se construía o próprio número e as operações aritméticas. Nas palavras do próprio Piaget (1964/2010b), o número é:

um composto de certas operações precedentes e supõe, em consequência, sua construção prévia. Um número é uma coleção de unidades iguais entre si, ou seja, uma classe cujas subclasses se tornam equivalentes pela supressão das qualidades. Mas, ao mesmo tempo, é uma série ordenada, ou melhor, uma seriação de relações de ordem. (Piaget, 1964/2010b, pp. 51-52)

Para Piaget (1973/2000), as estruturas de ordem são essenciais ao mecanismo do pensamento e a seriação (encadeamento das relações assimétricas transitivas) é uma das primeiras estruturas operatórias que se constroem na criança, sendo sua síntese necessária para a construção do número. As estruturas de ordem são inerentes a toda organização biológica e ao seu funcionamento, mas, por outro lado, também são produtos do pensamento.

Assim, a construção do número na criança se dá, segundo Piaget (1973/2000), através das estruturas lógicas de agrupamentos de classes (inclusão e classificação) e de relações de ordem (seriação ou encadeamento das relações assimétricas transitivas), estruturas estas que supõem a manipulação dos objetos e a experiência. O número surge então como uma construção endógena, sendo um produto das ações mais gerais do indivíduo e da sua coordenação. Em resumo, o número seria a síntese de duas relações: “da inclusão (ação de encaixar 1 em 1+1 e 1+1 em 1+1+1) e da ordem (ação de seriar 1, 1, 1... único meio de os distinguir), sendo a correspondência 1 a 1 a expressão dessa síntese na comparação entre dois conjuntos distintos” (p. 359).

O que Piaget concluiu é que as crianças constroem os conceitos numéricos sintetizando dois tipos de relações mentais. De acordo com Kamii e Joseph (2005), o primeiro é a inclusão hierárquica, que “se refere à capacidade mental que a criança tem de incluir “um” em “dois”, “dois em três”, “três em quatro”, e assim sucessivamente” (p. 15). O segundo tipo de relação mental que a criança faz é a ordem, que é a capacidade que a criança tem de fazer arranjos mentais de um conjunto de objetos em primeiro, segundo, terceiro, etc. Para Piaget, durante a primeira infância, os primeiros números são acessíveis ao sujeito porque são

números intuitivos correspondente a figuras perceptivas, mas é só a partir dos 7 anos que a série indefinida dos números e as quatro operações se tornam acessíveis também.

Kamii e Livingston (2003) afirmam com base na teoria piagetiana que as crianças só aprendem os algoritmos e o sistema número decimal se já construíram o conhecimento lógico-matemático necessário para seu entendimento. As autoras afirmam também que, para Piaget, o raciocínio lógico-matemático era necessário em diversos domínios do conhecimento, não ficando restrito apenas à lógica e a matemática.

Ainda de acordo com Kamii e Livingston (2003), o pensamento lógico-matemático e a aquisição e retenção do conhecimento matemático dependem do desenvolvimento cognitivo do indivíduo e não podem ser apenas transmitidos para a criança, mas construídos. As crianças possuem sua própria maneira de raciocinar e cabe aos professores, mediadores e/ou adultos facilitarem esse processo construtivo.

Segundo Piaget (1998), o raciocínio lógico-matemático se desenvolve na criança e no adolescente de forma espontânea, mas essa espontaneidade não significa a falta de necessidade de ser alimentado, completado e ampliado. Como exposto anteriormente, ninguém pode ensinar uma criança a ter habilidades lógico-matemáticas, pois ela deve construir esses conhecimentos, contudo, essa construção pode e deve ser estimulada através de vários recursos. O jogo é considerado um dos recursos mais populares, pois favorece a observação e o exercício de processos psicológicos.

2.2 O jogo

A palavra “jogo” não tem definição rigorosa, envolve vários significados e pode ser empregada de diversas formas; entretanto, vários autores que estudam o jogo procuram dar um sentido para essa palavra. Assim, nesse trabalho serão expostas algumas definições importantes.

Embora Piaget tenha considerado a tarefa de classificar jogos como difícil, visto que é complicado situar um jogo dentro de apenas uma categoria, o autor se deparou com três grandes estruturas que caracterizam os jogos infantis - o exercício, o símbolo e a regra. São essas estruturas que Piaget utilizou para classificar os jogos em três categorias.

A primeira categoria, segundo Piaget (1945/2010a), é o jogo motor ou de exercício, que são as primeiras atividades lúdicas vistas na infância e que provocam algum prazer

funcional. O jogo de exercício é uma característica do período sensório-motor, e compreende em média os primeiros dezoito meses de vida da criança. Esse tipo de jogo “não supõe o pensamento nem nenhuma estrutura representativa especificamente lúdica” (p. 127); entretanto, possibilita o melhoramento dos esquemas de ação do sujeito.

O jogo de exercício, conforme Piaget (1969/2010c), é apenas pura assimilação do real ao eu. Segundo Macedo (1997a), essa forma de assimilação é funcional ou repetitiva e caracteriza o aspecto lúdico ou autotélico dos esquemas de ação, sendo importante para o desenvolvimento da criança, pois tem como consequência a formação de hábitos. Os hábitos são a principal forma de aprendizagem no primeiro ano de vida da criança e constituem a base para as futuras operações mentais.

Já a segunda categoria de jogo definida por Piaget é a de jogo simbólico, quando já é possível evocar e representar objetos e situações que não estão presentes. Esta categoria de jogo não é mais do que o pensamento egocêntrico em estado puro. Piaget (1964/2010b) postulou que a função do jogo simbólico era “satisfazer o eu por meio de uma transformação do real em função dos desejos” (p. 28), sendo uma assimilação deformada da realidade do eu. Ao interpretar o jogo por meio da estrutura do pensamento da criança, Piaget (1945/2010a) concluiu que “*o jogo simbólico é para a inteligência representativa, aquilo que o jogo de exercício é para a inteligência sensório-motora*, isto é, um desvio ou uma dissociação no sentido da assimilação pura” (p. 183, grifos do autor).

Conforme Macedo (1997a), a assimilação no jogo simbólico é deformante porque a realidade é assimilada por analogia, ou seja, a criança atribui aos conteúdos o significado que ela deseja. Assim, a criança produz linguagem, cria convenções, compreende e se integra ao mundo à sua volta. Logo, o jogo simbólico também é importante para o desenvolvimento infantil e também serve como base para as futuras operações mentais.

Por fim, há a terceira categoria de jogo, que é chamada por Piaget (1945/2010a) de jogo de regras, que seria o equilíbrio da vida social e a assimilação do eu, que é princípio de todo jogo. O jogo de regras marca o enfraquecimento do jogo infantil e a passagem ao jogo adulto, em que os jogos são regulados por regras aceitas por todos os jogadores e cujas violações representam uma falta. A princípio, essas regras são vistas como naturais, indiscutíveis e imutáveis, mas depois as crianças aprendem que as regras podem ser modificadas caso todos os jogadores acreditem ser necessário e concordem, o que evidencia um novo processo cognitivo.

Segundo Macedo (1997a), o jogo de regras herda características das estruturas dos jogos anteriores mas tem como característica original o seu caráter coletivo: os jogadores dependem um do outro e por isso há a ideia de assimilação recíproca. O jogo de regras é importante pelo seu valor operatório, porque jogar dessa forma exige fazer coordenações, implicações, correspondências, etc.

Do ponto de vista da prática das regras pelas crianças, Piaget (1932/1994) definiu quatro estágio sucessivos. No primeiro, chamado de estágio motor e individual, a regra ainda não é coletiva e sim motora, pois a criança manipula os objetos em função apenas de seus desejos e hábitos motores. No segundo estágio, chamado de egocêntrico, as crianças recebem as regras do exterior, mas ainda jogam cada uma para si, sem cuidar da codificação da regras. No terceiro estágio, da cooperação, há a necessidade da unificação das regras, pois a criança procura vencer os outros jogadores na mesma situação. Já no quarto estágio, chamado de codificação de regras, os jogos são regulamentados e as regras são conhecidas por todos.

Do ponto de vista da consciência da regra, Piaget (1932/1994) definiu três estágios. No primeiro, a regra é puramente motora e ainda não é coercitiva. No segundo estágio, a regra é considerada sagrada e inatingível, sendo qualquer modificação considerada uma transgressão. No terceiro estágio, a regra passa a ser uma lei imposta pelo consentimento mútuo e respeitá-la é obrigatório; entretanto, é possível modificá-la caso haja consenso do grupo.

O exercício, o símbolo e a regra são as grandes classes de jogos para Piaget, mas ele fala ainda em jogos de construção, o que não chega a ser uma categoria, mas uma transição. Para Macedo (2012b), Piaget definiu como jogos de construção aqueles “caracterizados pelo desafio e interesse em montar ou reunir peças que reproduzem um modelo ou referência” (p. 8). Esse jogo é dominado pela criança que busca a produção de um objeto ou o desafio em executar ações bem sucedidas.

O jogo de construção possui elementos que contemplam o esforço de uma nova assimilação e acomodação. Conforme Macedo (1997b), o jogo de construção “é a vivência cultural e familiar de papéis, em que, por meio de brincadeiras, encenações, representações, podem-se reconstruir conteúdos fundamentais para cada indivíduo” (pp. 151-152). Ainda segundo esse autor, essa estrutura de jogo possibilita a reconstrução do real e nos remete às vidas social, de trabalho e adaptativa. É importante porque permite à criança uma livre construção que a ajudará a se adaptar às exigências da vida.

Nas palavras de Rodrigues (2010), o jogo de construção é um instrumento eficiente para auxiliar no ajuste às novas realidades, em que a criança, imatura no campo da ação, deve refazer o trabalho de coordenação entre a assimilação e a acomodação realizada anteriormente. Acredita-se que por meio desse tipo de jogo o sujeito pode se tornar intelectualmente ativo no sentido da epistemologia genética.

Como Piaget, outros autores também definiram os jogos de acordo com estruturas, como Roger Caillois por exemplo. Em seu livro “Os jogos e os homens”, Caillois (1990) analisa várias noções da palavra jogo e afirma que os jogos existem de vários tipos e contribuem para uma atmosfera de descontração e diversão, sendo todos os jogos um sistema de regras que definem o que é permitido e proibido. Primeiramente, ele afirma que a palavra jogo evoca as ideias de facilidade, risco ou habilidade; em seguida, ele traz o jogo como um termo que designa a atividade específica e os objetos necessários para o funcionamento dessa atividade (ex: jogo de cartas, jogo de xadrez, etc.) e combina o termo jogo às ideias de sorte e destreza.

Caillois (1990) dividiu os jogos em quatro setores principais, de acordo com a predominância dos papéis da competição, da sorte, do simulacro ou da vertigem. São eles: *agôn* - os jogos de competência que envolvem competição, implicando uma rivalidade que leva os jogadores a assumir uma posição ativa para superar o adversário e ter suas qualidades e capacidades reconhecidas; *alea* – os jogos de azar, que excluem o esforço do jogador, sendo ele passivo e jogado à sua própria sorte, tendo ele que vencer não um adversário, mas o seu próprio destino; *mimicry* - os jogos de simulação, em que o prazer consiste em simular ser outras pessoas, pois é possível esquecer, disfarçar e despojar-se temporariamente da sua personalidade, construir uma situação fictícia e assumir um papel imaginário; e, por fim, *ilinx* - os jogos de vertigem, que são buscados pelas pessoas que sentem prazer em ter sua estabilidade desafiada para atingir uma espécie de transe, espasmo ou estonteamento.

No livro “Dicionário de Jogos” de 1973, Alleau e Matignon, segundo Macedo (2006), definem o jogo como uma espécie de convenção em que a perda ou ganho são determinados pela aptidão, puro acaso, ou a aptidão e o acaso misturados. Logo, os autores fazem distinção entre dois tipos de jogos, classificando-os em jogos de azar, quando os acontecimentos não dependem das qualidades do jogador, e jogos de destreza, em que os acontecimentos são resultantes da inteligência, da experiência, do exercício ou de alguma outra qualidade adquirida ou natural da pessoa que joga.

Alguns autores utilizam termos de outras línguas para definir o jogo e classificá-lo, como Noemi Aizencang e Gilles Brougère, por exemplo. Segundo Aizencang (2005), o jogo é um fenômeno cultural e social que não conta com uma definição única devido à complexidade de sua natureza. No livro “Jugar, Aprender y Enseñar: relaciones que potencian los aprendizajes escolares”, a autora procura mostrar as diversas definições da palavra jogo por meio da língua dos romanos, o latim. Para ela existem três termos diferentes para referir-se ao jogo em latim: *athos*, que envolve combate e competência; *agon* que está associado a jogos coletivos e competências esportivas; e *paidia*, que são os jogos e competências infantis.

Brougère (1998) também se utiliza de termos em latim e de outros idiomas para definir o jogo. Para ele, o termo jogo que se utiliza nos dias de hoje vem da Roma antiga, sendo derivado da palavra *jocus*, que significa divertimento. O autor faz ainda uma análise lexical da palavra jogo, o que resulta em três níveis de significação. O primeiro, que seria referente à palavra *play* em inglês, remete a uma situação em que um sujeito ou vários sujeitos jogam. Sendo assim, a palavra jogo estaria associada ao que o vocabulário científico chama de “atividade lúdica”, englobando o que pode ser observado e também o sentimento que as pessoas têm em participar de um jogo.

O segundo significado dado por Brougère (1998) e que seria referente à palavra *game* em inglês, remete a uma estrutura regida por um conjunto de regras que permitem seu desenvolvimento. O que diferencia esses dois níveis de significação é que no *play* há necessidade de jogadores e o *game* subsiste na ausência de jogadores. Por fim, o terceiro significado seria referente à palavra “brinquedo”, ao próprio material do jogo. Vale salientar aqui que o autor dá ao termo *play* o mesmo sentido que Piaget dá ao jogo.

Roza (1993), por sua vez, explica o termo jogar através de sua utilização na língua portuguesa e tenta diferenciá-lo da brincadeira. Para a autora, o brincar não é sinônimo de jogar, mas um dos comportamentos pertencentes ao conjunto de atividades que compõe o jogar. A autora explica que o “brincar” do português é oriundo do latim *vinculum* (laço, união), o que o difere de outras línguas como o alemão (*spielen*), o francês (*jouer*) e o espanhol (*jugar*), em que o mesmo verbo é utilizado para designar o brincar, o jogar e também outras atividades, como interpretação teatral ou musical. A autora afirma também que o brincar, na língua portuguesa, tem como significado o ato de divertir-se, “gracejar, zombar, ou ainda tomar parte dos folguedos carnavalescos” (p. 24), e que o termo jogar se estende a essas definições, embora seja mais frequentemente empregado para definir os passatempos e divertimentos sujeitos a regras.

Kishimoto (2003) é uma outra autora que busca a diferenciação entre brincar e jogar. Ela afirma que essa falta de distinção entre os termos jogo e brincadeira demonstra um nível baixo de conceituação deste campo e diferencia os termos jogo, brinquedo e brincadeira. Para ela, o jogo pode ser visto como o resultado de um sistema linguístico que funciona dentro de um contexto social, um sistema de regras e um objeto. Já o brinquedo conota criança e supõe uma relação com ela e uma ausência de um sistema de regras que organizam essa relação. Assim, a brincadeira seria a ação que a criança desempenha, o lúdico em ação.

Macedo, Petty e Passos (2005) explicam que o jogo é “um dos sucedâneos mais importantes do brincar” (p. 14). Esses autores afirmam que a brincadeira seria uma necessidade da criança, enquanto o jogo seria uma de suas possibilidades, a medida que envelhecem. Isso porque o jogo exige condições necessárias para sua realização. Assim, jogar seria um brincar em um contexto de regras e com um objetivo predefinido.

Macedo (2012) define ainda o jogo e seus quatro componentes: o jogo em si, os jogadores, o jogar e as jogadas ou coisas jogadas. O jogo é uma atividade social, simbólica, cultural, cognitiva e afetiva ou emocional realizada pelo gosto e escolha de seus praticantes; jogadores são as pessoas que realizam essa atividade individualmente ou em grupo, são o sujeito do objeto jogo; o jogar é uma abstração, é o que o jogador faz, e por fim, jogadas são os procedimentos e coisas jogadas são as coisas com que se joga (por exemplo, dados, pedões...).

Macedo (2009) alega ainda que o jogo funciona no espaço e no tempo: o espaço seria a parte do jogo em que as peças se posicionam e se movimentam, onde se tecem as possibilidades de relações, implicações e inferências; já o tempo é o momento em que o jogo ocorre, o que marca a presença e o presente de uma partida. Ainda segundo Macedo (2012b), o tempo do jogo é sucessivo e simultâneo: sucessivo porque as jogadas ocorrem umas depois das outras e simultâneo porque todos jogam ao mesmo tempo e se submetem às mesmas coordenadas.

Para Huizinga (1996), o fato de o jogo não ser passível de definição exata em termos lógicos, biológicos ou estéticos faz com que sua descrição limite-se a suas próprias características. A liberdade, o desinteresse, a limitação e a ordem são, para esse autor, umas das principais características de jogo. Assim, ele chega a uma definição que abrange tudo o que chamamos de “jogo” entre animais, crianças e adultos, nos seguintes termos:

é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da ‘vida cotidiana’. (p. 33)

Por fim, pode-se concluir que as definições de jogo podem variar de acordo com autores e teorias e a ênfase que eles dão aos seus aspectos sociais, simbólicos, culturais, cognitivos ou afetivos. Contudo, todas confirmam a importância que o jogo tem em toda nossa vida, seja para o desenvolvimento, aprendizagem ou apenas entretenimento.

3 Os Jogos de Raciocínio Lógico-Matemático Utilizados na Pesquisa

3.1 Kenken

O Kenken - também conhecido como Kendoku ou Calcudoku - é um jogo desafiador similar ao Sudoku que vem sendo utilizado como ferramenta para o ensino da matemática por professores em vários países. A diferença entre o Sudoku e o Kenken é que o primeiro é um jogo puramente lógico (os números são apenas símbolos, que podem ser substituídos por letras, por exemplo) e o segundo envolve operações matemáticas básicas.

Em japonês, o nome original do jogo é *Kashikoku Naru Pazuru* e significa algo como “quebra-cabeça para ser mais esperto”. Já a explicação para o nome popular do jogo é que a palavra *ken* significa sabedoria em japonês. Assim, Kenken significa algo como sabedoria em dobro ou sabedoria ao quadrado.

O Kenken foi criado em 2004 pelo japonês Tetsuya Miyamoto, um professor de matemática do ensino fundamental que tinha como meta melhorar o pensamento lógico-matemático dos seus alunos. Para isso, ele resolveu criar um puzzle para ser feito na escola que fosse fácil de entender, divertido e desafiador mesmo para aqueles alunos que não gostassem de matemática. O que Miyamoto queria era que essa atividade incentivasse o pensamento independente, enfatizasse a tentativa e erro, a concentração e a perseverança (<http://www.kenken.com>).

A filosofia educacional de Miyamoto consiste na arte de ensinar, sem ensinar (*The art of teaching, without teaching*). Esse método propõe fornecer aos alunos vários puzzles para que eles os respondam em um determinado tempo. Ele só se comunica com os alunos quando os resultados estão corretos e perguntas não podem ser feitas, além das soluções dos problemas nunca serem dadas (<http://www.kenken.com>).

Segundo Shortz (2008), o método incomum de Miyamoto consiste em tornar disponível aos alunos as ferramentas de aprendizagem e deixá-los progredir sozinhos. Nesta pesquisa, entretanto, o método de Miyamoto não foi totalmente seguido. Além de os alunos não jogarem todas as vezes sozinhos, a pesquisadora também não fixou um tempo para que eles respondessem os puzzles e estava sempre disponível para tirar as dúvidas e auxiliá-los, numa relação de cooperação.

De acordo com Shortz (2008), puzzles como o Kenken são fáceis de aprender, possuem regras simples e são profundos, viciantes e mentalmente prazerosos. O Kenken possui diferentes níveis de dificuldade, começando com matrizes pequenas e utilizando apenas uma operação matemática (adição) e indo até matrizes maiores, utilizando as quatro operações matemáticas. Pessoas de várias idades podem resolver um Kenken utilizando a lógica e a aritmética simples.

O jogador de Kenken deve resolver os puzzles aritméticos preenchendo cada casa com números de 1 a n , sem que eles se repitam na mesma linha ou coluna. A grade ou matriz é formada por um número n de linhas e de n colunas ($n \times n$), sendo geralmente $2 < n \leq 9$. Isto significa que se uma grade tiver três casas na linha e três casas na coluna, por exemplo, cada casa dessas vai conter os números um, dois e três. De igual modo, se a grade tiver nove casas na linha e nove casas na coluna, cada casa dessas vai conter os números de um a nove apenas uma vez, tanto na vertical como na horizontal.

O tracejado mais escuro é utilizado para formar um bloco, onde a primeira casa contém um número e um sinal, representando, respectivamente, o resultado que deve ser obtido através da disposição dos números e o tipo de operação matemática que deve ser utilizada para chegar ao resultado proposto. Por exemplo: se em um bloco de duas casas, a primeira mostra “3+”, isso significa que devem ser utilizados dois números que, quando somados, atinjam o resultado de 3. Logo, os números devem ser 1 e 2.

Nos blocos de uma casa, chamados aqui de bloco unitário, o número a ser colocado já vem escrito no topo e não é preciso fazer nenhuma operação aritmética. Já nos blocos que possuem mais de uma casa e não possuem o sinal da operação, a adição deve ser utilizada para atingir o resultado.

Outra característica dos blocos é que os números podem ser repetidos, contanto que estejam em linhas e colunas diferentes. Assim, é importante ter em mente que cada linha tem números que só aparecem uma vez (não se repetem), cada coluna tem também números que só aparecem uma vez (não se repetem) e as caixas mais escuras (blocos) contém o chamado “número alvo”, onde se vê a operação matemática a ser utilizada e o resultado dessa operação.

A Figura 1 traz um Kenken de matriz 4×4 resolvido. Os números que devem ser utilizados para resolver este puzzle são 1, 2, 3 e 4, visto que a matriz é 4×4 .

+ - x ÷			
3- 1	4	1- 2	3
7+ 4	6x 2	3	1 1
3	6+ 1	2÷ 4	2
2	3	5+ 1	4

Figura 1. Kenken com quatro operações matemáticas e nível de dificuldade médio. Adaptado do site www.kenken.com

Para resolver os cálculos propostos pelo jogo, o jogador deve construir o que Kamii e Joseph (2005) chamam de “rede de relações numéricas”. Construir essa rede significa que ao se pensar em um número, como o número cinco por exemplo, deve-se pensar nele de todas as maneiras possíveis: $1+2+2$, $1+3+1$, $2+3$, etc. Segundo as autoras, uma rede de relações numéricas servem durante toda nossa vida e para todas as operações matemáticas. Quando o indivíduo constrói essa rede, ele se torna capaz de pensar flexivelmente sobre os números.

Não existe uma ordem correta de resolver um Kenken, pois cada indivíduo resolve sua maneira de jogar. Entretanto, manuais sobre este jogo e o próprio site indicam que é mais fácil se iniciar o jogo preenchendo as casas cujo resultados são simples de deduzir - os blocos unitários, por exemplo, já que eles informam com certeza qual número deverá ser colocado. Em seguida, recomenda-se preencher os blocos que estão na mesma coluna ou linha deste bloco unitário, pois estes provavelmente serão mais fáceis de deduzir já que o jogador saberá os números que são possíveis e necessários no bloco/linha/coluna. Por fim, os blocos que têm muitas possibilidades de combinação deverão ser preenchidos por último.

Embora exista essa ordem indicada para resolver o Kenken, não é sempre possível utilizá-la em todos os desafios, principalmente nos níveis mais altos de dificuldade. Além disso, independentemente da forma como se joga o Kenken, só é possível chegar a um resultado. Logo, cada pessoa desenvolve sua própria maneira de resolver o jogo e leva o tempo necessário para terminá-lo. Deve ser salientado também que é possível resolver um Kenken sem “chutes” ou adivinhações, mas em alguns momentos o método de tentativa e erro poderá ser utilizado para eliminar algumas dúvidas.

Apesar de haver vários indícios de que o Kenken possa ser um bom subsídio para o raciocínio lógico-matemático, ainda não existem pesquisas feitas sobre esse jogo e não se conhece os resultados da prática do jogo em alunos no Brasil. Assim, apresentar o jogo Kenken para uma turma de alunos do Ensino Fundamental II e desafiar os alunos a resolverem os jogos, promover intervenções por meio de situações-problema e verificar como elas solucionam os desafios é um dos objetivos deste trabalho.

3.2 O Feche a Caixa

O outro jogo que foi utilizado na pesquisa foi o Feche a Caixa, também conhecido em português como Calcodado, Vira-vira ou Eliminação e em inglês como *Shut the Box*, *Canoga* ou *Tric-Trac*. Este jogo, como o Kenken, envolve o raciocínio lógico, a capacidade de combinação das operações aritméticas e a construção da rede de relações numéricas. Porém envolve também a sorte, pois precisa de resultados dos dados para que as jogadas sejam realizadas.

Segundo o site da revista Nova Escola (s.d.), não se sabe ao certo em que ano foi inventado o Feche a Caixa ou por qual autor. Sabe-se apenas que este é um jogo normando secular, que costumava ser jogado por marinheiros e que tem por objetivo fechar o maior número de caixas, perdendo o mínimo de pontos.

Segundo Villas Bôas (2007), o Feche a Caixa exige que o jogador relacione dois conjuntos numéricos, sendo um deles expresso por quantidades (dados) e o outro por numerais (tabuleiro). Ao jogar o Feche a Caixa faz-se uso também das propriedades comutativa e associativa para agrupar as parcelas da soma e facilitar o cálculo. Vale salientar que embora o Feche a Caixa utilize dados, sendo também considerado um jogo de sorte, ele não é um jogo em que o jogador fica apenas passivo à sua sorte já que ele deve, além de fazer cálculos corretos, utilizar boas estratégias com as situações que lhe são apresentadas.

Este jogo geralmente envolve apenas um jogador, mas pode ser jogado também por mais pessoas, embora não deixe de ser um jogo individual. É que embora mais de uma pessoa possa jogar no Feche a Caixa duplo, as jogadas de um jogador não afetam o desempenho do seu oponente, ou seja, essa forma de jogo apenas permite que se observe o jogo e a forma de jogar do adversário.

O Feche a Caixa tradicional contém nove caixas (ou casas), enumeradas de um a nove, mas também é possível encontrar versões do jogo com 10 ou 12 caixas. Todos os números

ficam visíveis e o jogador recebe dois dados numerados de um a seis. Ao lançar os dados, os resultados obtidos devem ser somados e deve-se baixar/riscar as caixas que, quando somadas, atingem o mesmo resultado dos dados. Uma vez que uma caixa é baixada, ela permanece baixada até o fim da partida, ou seja, não se pode utilizá-la mais de uma vez na mesma partida. Logo, as próximas jogadas devem ser realizadas com as caixas que permanecem abertas.

Quando as caixas 7, 8 e 9 (e também 10, 11 e 12, no caso de não ser um tabuleiro tradicional) já tiverem sido baixadas, o jogador pode decidir se quer lançar somente um único dado ou se prefere continuar lançando os dois dados. Quando o total de pontos não permitir fechar mais nenhuma casa ou carta, o jogador somará os valores que continuam expostos e, quem atingir primeiro os 45 pontos, perde. Ou seja: o Feche a Caixa é um jogo em que a pontuação é negativa: ganha quem acumular menos pontos (porque provavelmente fechou um maior número de caixas, ou caixas com a maior numeração) e perde quem atinge a maior pontuação. A Figura 2 mostra um jogo de Feche a Caixa.

Figura 2. Jogo do Feche a Caixa individual, numerado de 1 a 10
Foto de arquivo pessoal

Diferentemente do Kenken, que é um jogo que tem menos de 10 anos, o Feche a Caixa é um jogo conhecido há séculos e por isso é possível encontrar algumas pesquisas sobre ele. Na pesquisa de Urbano, I. Silva, Oliveira, R. Silva, Costa e Nascimento (2009), por exemplo, os autores perceberam que faltava às crianças o interesse nas atividades de ensino de matemática nas escolas em que atuavam e que o jogo poderia motivar a aprendizagem da matéria. Eles resolveram utilizar o Feche a Caixa dentro da sala de aula e concluíram que as crianças conseguiram facilmente compreender as regras do jogo, explorar situações de juntar

quantidades e trabalhar a lógica-dedutiva, além do cálculo mental.

Villas Bôas (2007) também utilizou o Feche a Caixa como um dos materiais em sua pesquisa de mestrado sobre jogos como recurso na construção da noção de número na educação infantil. Em seu trabalho, ela selecionou e analisou jogos que envolvessem contagem, cálculo, correspondência biunívoca e comparação e anotação de quantidades para jogar com crianças de três a sete anos em uma escola. Ao observar as partidas jogadas pelas crianças e fazer intervenções analisando os jogos e os desafios suscitados por eles, ela concluiu que o jogo se mostrou um valioso instrumento que fez com que as crianças participantes reunissem seus conhecimentos internos e os articulassem para resolver os problemas propostos.

Assim, apresentar o jogo Feche a Caixa para a mesma turma de alunos do Ensino Fundamental II e também desafiá-los a resolverem os jogos, promover intervenções por meio de situações-problema e verificar como elas solucionam os desafios é um dos objetivos deste trabalho.

4 Por que a Escolha de Jogos de Raciocínio Lógico-Matemático para Crianças em Idade Escolar?

No Brasil, infelizmente, os alunos parecem não estar aprendendo matemática de forma satisfatória e um sinal disso são os baixos resultados obtidos constantemente na Prova Brasil e no Sistema de Avaliação da Educação Básica [SAEB] e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos [PISA]. A Prova Brasil e o SAEB são exames que se complementam e que têm como objetivo produzir informações a respeito da realidade educacional brasileira, avaliando o desempenho acadêmico em língua portuguesa e matemática dos alunos do quinto e oitavo anos do ensino fundamental e da terceira série do ensino médio.

No SAEB realizado em 2007 concluiu-se que boa parte dos alunos demonstram habilidades ainda bem elementares para quem está concluindo a primeira etapa do ensino fundamental, como efetuar subtrações de três algarismos, multiplicações de dois algarismos, divisões exatas e frações. Já no PISA, que tem como objetivo medir e comparar o desempenho dos países na educação, os alunos brasileiros alcançaram em 2006 apenas a 53ª posição em matemática entre 57 países. Numa escala que vai do nível 1 ao 6, mais de 70% dos estudantes brasileiros ficaram situados no nível 1, o mais baixo (Prova Brasil, s.d.; INEP, 2007).

Esses dados apontam que os alunos brasileiros enfrentam dificuldades na aprendizagem da matemática, o que faz com que ela seja a matéria com maiores índices de reprovação no Ensino Fundamental. Isto se torna preocupante, pois além de a matemática fazer parte dos currículos escolares como uma disciplina básica, o raciocínio-lógico matemático é essencial na escola e na vida.

De acordo com Sutherland (2009), a aprendizagem matemática tem como propósitos a educação para o mundo do trabalho, para o ensino superior e para a vida cotidiana, fazendo com que o sujeito se torne um cidadão informado. Esses propósitos se relacionam a diferentes práticas matemáticas, modos de saber, diferentes objetos, tecnologias e símbolos. De igual modo, para Zunino (1995), a matemática “é uma disciplina instrumental – como a leitura – que ajuda a compreender as demais matérias” (p. 5). Logo, aprender matemática é importante porque além de utilizá-la na vida diária, ela prepara a criança para raciocinar com rapidez.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) alegam que como a atividade matemática não consiste apenas em “olhar para coisas prontas e definitivas” (p. 19), mas sim construir e se apropriar de um conhecimento que servirá para o sujeito compreender e transformar sua realidade, vários recursos didáticos devem ser utilizados nas escolas para estimular e/ou facilitar esses processos. Materiais como jogos, livros, vídeos, calculadoras e computadores possuem um papel importante no processo de aprendizagem da matemática.

Nesta pesquisa, a pesquisadora optou por utilizar os jogos de raciocínio lógico-matemático como recurso pois, de acordo com Macedo (2009), os jogos são bons recursos para construções de competências e habilidades necessárias para a aprendizagem de vários conteúdos, além de poder favorecer observações e possibilitar análises entre o que se estuda e o como (e por quê) se estuda.

Os jogos são instrumentos que podem tornar um ambiente rico para estimular e facilitar a aprendizagem e o desenvolvimento. De acordo com Rabioglio (1995), quando a criança joga, ela está mentalmente ativa: aprende a seguir regras, conhece diferentes pontos de vista, negocia, toma decisões e coordena perspectivas, enquanto desenvolve linguagens e elabora noções lógicas e matemáticas.

Segundo Silva (2010), a matemática ajuda as pessoas a construírem os alicerces do seu pensamento como instrumento de vida e de sua inserção no mundo e, ao jogar, as crianças estruturam os conceitos e noções e estabelecem relações lógicas. Para a autora, todos podem aprender a partir de um ambiente rico em situações, procedimentos, construção de conceitos e de representações simbólicas.

Conforme Macedo (2011a; 1997b), os jogos matemáticos possibilitam à criança construir relações quantitativas ou lógicas e talvez sejam uma das melhores formas de se demonstrar empiricamente o valor da matemática, como disciplina de um pensar com razão, que argumenta, calcula, faz inferências, que age em um contexto de regras lógicas e sociais.

Além disso, a prática de jogos de matemática podem promover o que Macedo (2012b) chama de “um ciclo virtuoso entre jogar para aprender matemática, aprender matemática para jogar melhor, jogar melhor para competir, competir para se aperfeiçoar, aperfeiçoar para se tornar mais desenvolvido no jogo do conhecimento, no jogo da escola” (p. 22).

Conforme Piaget (1969/2010c), se as crianças são desafiadas a entender o que fazem em matemática, elas constroem seu raciocínio lógico-matemático. Para o autor, o jogo é um meio tão poderoso para a aprendizagem das crianças que quando é possível transformar em

jogo atividades como leitura, cálculo e ortografia, observa-se que as crianças se apaixonam por essas ocupações usualmente tidas como tediosas. Ou seja, os jogos são considerados poderosos instrumentos porque são capazes de fazer com que as crianças se interessem por eles e, conseqüentemente, pelas áreas que ele trabalha.

Ainda de acordo com Piaget (1969/2010c), o interesse é o aspecto dinâmico da assimilação e surge quando o eu se identifica com uma ideia ou um objeto, quando encontra neles um meio de expressão e eles se tornam um alimento necessário à sua atividade. Para Piaget (1964/2010b), o interesse é a relação entre um objeto e uma necessidade, visto que um objeto se torna interessante na medida em que corresponde a uma necessidade. Assim, o autor afirma que: “o interesse é a orientação própria a todo ato de assimilação mental. Assimilar, mentalmente, é incorporar um objeto à atividade do sujeito, e esta relação de incorporação entre o objeto e o eu não é outra que o interesse no sentido mais direto do termo (“inter-esse”) (p. 37).

Logo, pode-se concluir que para que haja aprendizagem é necessário então que haja uma motivação, um interesse. Para Piaget (1964/2010b), quanto o interesse intervém em uma situação, ele mobiliza as reservas internas de força. Assim, basta que um trabalho seja interessante para que ele pareça fácil e a fadiga diminua. O autor exemplifica que é por isto que os escolares alcançam um rendimento melhor quando se apela para seus interesses e quando os conhecimentos propostos correspondem às suas necessidades.

Segundo Piaget (1969/2010c), a vida escolar geralmente prepara muito pouco para a liberdade intelectual porque ela se baseia na autoridade da escola e dos professores. Nas palavras dele:

É preciso ensinar os alunos a pensar, e é impossível aprender a pensar num regime autoritário. Pensar, é procurar por si próprio, é criticar livremente e é demonstrar de forma autônoma. O pensamento supõe, portanto, o livre jogo das funções intelectuais, e não o trabalho sob coerção e a repetição verbal. (Piaget, 1998, p. 154)

Não é possível aprender bem por meio de exercícios impostos, medo de testes, passividade mental e obediência logo, não há aritmética sem atividade mental, sem o incentivo ao raciocínio, pois aprender matemática demanda mais do que saber conceitos, procedimentos e suas aplicações. Aprender matemática exige um conjunto de atitudes e motivações e o ambiente social e as situações criadas para proporcionar a aprendizagem são cruciais no desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático. (Kamii & Declark, 2003; Onrubia, Rochera & Barberà, 2004)

Em seu livro “Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas”, Panizza (2006) utiliza uma citação do livro de Rudolph Bkouche, Bernard Charlot e Nicolas Rouchen “*Faire des mathématiques: le plaisir du sens*”, escrito em 1991. Nessa citação, a autora traz as postulações de Bkouche sobre a atividade matemática. De acordo com esse autor, a atividade matemática é a construção de um mundo matemático pelo sujeito, sujeito este autor do seu próprio saber e não um receptor de informações ou espectador. Assim, o próprio do pensamento matemático é a submissão às regras que o sujeito criou quando construiu seus objetos.

Para Onrubia, Rochera e Barberà (2004), o conhecimento matemático é de alto nível de abstração e generalidade. Logo, o obstáculo central na aprendizagem da matemática é coordenar o conhecimento matemático interno (formal) e externo (referencial, que vincula o sistema formal da matemática a alguns aspectos do mundo real). Ou seja, nas palavras de Macedo (2009), aprender matemática supõe um duplo desafio: compreender bem o que é proposto para que possa haver uma interpretação e tomada de decisões e, ao mesmo tempo, fazer os cálculos corretamente.

Ainda segundo Onrubia, Rochera e Barberà (2004), não é possível aprender de forma passiva, mas sim por meio de um processo ativo de elaboração de significados e atribuição de sentidos, mediante interação, negociação e comunicação com outras pessoas. Esses autores postulam ainda que a construção do conhecimento matemático depende da importância dos conhecimentos informais (noções, habilidade e estratégias desenvolvidas fora da escola) e do ensino em um contexto relevante de explicação e tomada de decisões.

Para Starepravo (2010), o saber matemático geralmente é trabalhado nas escolas em seu caráter universal, sem que o aluno possa relacionar o conteúdo ao que ele já sabe ou atribuir valor ao que é ensinado. Assim, essa informação acaba por se constituir em informações fragmentadas que serão armazenadas durante um tempo e depois esquecidas, ou seja, aparentemente não existe uma orientação à ação educativa para a compreensão.

Ainda segundo Starepravo (2010), os jogos utilizados no ensino da matemática criam um contexto rico para a manipulação de materiais, permitindo que os jogadores conjuguem experiências de natureza física e lógico-matemática. Além disso, os jogos podem ainda criar um contexto para a proposição de problemas, contribuir para a aquisição de fluência no cálculo e desenvolver uma atitude mais positiva dos alunos em relação às aulas.

Igualmente, Brenelli (2008) afirma que a necessidade de realizar operações aritméticas desencadeadas em um contexto lúdico é uma boa oportunidade para a aprendizagem dessas noções. Rabioglio (2010) também afirma que os jogos podem ser grandes aliados do raciocínio matemático. Além disso, a autora acredita que quando o trabalho de cálculo mental é desenvolvido e estimulado desde o ensino fundamental pode refletir em todas as áreas de conhecimento. Certas atividades podem inclusive impulsionar os estudantes a buscar formas de fazer matemática, e não apenas reproduzir algoritmos e produzir resultados numéricos.

Kamii e Livingston (2003) postulam que, do ponto de vista da aritmética, os jogos podem ser considerados grandes motivadores para o treino das quatro operações justamente pela satisfação que proporcionam e pelo retorno imediato proveniente do próprio jogo ou dos colegas, não necessariamente do professor. Segundo Kamii e Housman (2002), quando jogos matemáticos são usados, as crianças escolhem se envolver nessa atividade sem receber recompensas extrínsecas pois o prazer está na atividade em si.

Isso acontece porque, de acordo com Molinari (2010), os desafios propostos pelos jogos, além de serem mais significativos para as pessoas por apresentarem um prazer funcional, “provocam modificações nas estruturas de pensamento do sujeito, contribuindo para o seu desenvolvimento, pois envolve antecipação, planejamento, busca de estratégias de solução e socialização, dentre outros elementos” (p. 122).

Além disso, para Macedo (2011a), aspectos importantes no contexto do jogo como tomar consciência, observar, abstrair, coordenar pontos de vista e formalizar procedimentos são igualmente importantes no contexto da escola. Segundo o autor, “a disciplina moral (respeito à regra do jogo, ao oponente, ao resultado da partida) e a disciplina intelectual (observar, comparar, antecipar, inferir, planejar, decidir) dos jogos são igualmente reconhecidas como valiosas para o ensino da Matemática e outras linguagens científicas” (p. 18).

Assim, a escolha de proporcionar a prática de jogos de raciocínio lógico-matemático se deu baseada no fato de que muitos alunos brasileiros apresentam dificuldades na matemática e de que os jogos podem ser uma importante ferramenta auxiliar desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e na aprendizagem de conteúdos escolares.

A pesquisadora decidiu fazer oficinas de jogos para que fosse possível exercitar e observar o pensamento lógico-matemático dos alunos de forma recreativa. Deve ser salientado que o objetivo principal das atividades realizadas era verificar como os alunos

jogavam esses jogos e resolviam situações-problemas sobre eles. Todavia, segundo Palhares (2008), como jogar e aprender são processos solidários, o jogo oferece um contexto lúdico e a aprendizagem acontece informalmente quando associada a ele e formalmente quando a transmissão de conteúdos é necessária.

5 Objetivos

5.1 Objetivo geral

Realizar um estudo exploratório com os jogos Kenken e Feche a Caixa com um grupo de alunos que estavam cursando a Escola Fundamental II, observando como eles utilizavam o raciocínio lógico-matemático na resolução desses jogos.

5.2 Objetivos específicos

- Observar os aspectos lógico-matemáticos do Kenken e do Feche a Caixa;
- Analisar o desempenho dos alunos, verificando como eles resolviam problemas, que tipos de erros cometiam e como argumentavam suas respostas no contexto dos dois jogos.

6 Método

6.1 Participantes

A pesquisa foi realizada com oito crianças que eram alunos da rede pública estadual de ensino de São Paulo. Esses alunos frequentavam diariamente uma instituição socioeducativa da capital pela manhã e cursavam, em outro turno, o sexto e oitavo anos do ensino fundamental. Algumas informações básicas sobre os participantes dessa pesquisa podem ser visualizadas na Tabela 1. Os nomes dos alunos foram abreviados para manter seu anonimato.

Tabela 1 - *Descrição dos alunos participantes das Oficinas*

Nome	Sexo	Idade	Série	Matéria Favorita	Frequência*
C	F	12	Sexto ano	Educação Artística	80%
D	F	12	Sexto ano	Matemática	80%
G	F	12	Sexto ano	Ciências	80%
L	F	14	Oitavo ano	Matemática	80%
M	F	11	Sexto ano	Ciências	100%
R	F	11	Sexto ano	Educação Física	90%
T	F	12	Sexto ano	Matemática	60%
V	M	11	Sexto ano	Matemática	90%

Nota. *Frequência: remete à quantidade de oficinas que o aluno frequentou. M participou de todas; R e V tiveram uma falta, justificadas por problemas de saúde; D e G faltaram duas oficinas cada, justificadas por atividades de reforço na escola; L e C começaram a participar das oficinas a partir do segundo dia; T faltou duas oficinas por problemas de indisciplina na instituição e duas por opção. Todos os alunos estudavam na mesma escola pública na região central de São Paulo.

A participação de alunos da Escola Fundamental II foi devido ao fato de o jogo utilizar as quatro operações matemáticas que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, devem ser aprendidas ainda na Escola Fundamental I. Com isso, a pesquisadora garantiria que o estudo seria feito apenas com alunos que já tivessem adquirido conhecimentos aritméticos suficientes para resolver os problemas propostos pelo Kenken.

Uma outra razão para a escolha desses alunos é por eles terem em média 11-12 anos, uma fase em que geralmente, segundo Piaget e Inhelder (1968/2001), o sujeito é “capaz de raciocinar corretamente sobre as proposições em que não acredita ou em que ainda não

acredita” (p. 115), o que faz com que ele seja capaz de inferir sobre consequências e possibilidades, o que constitui o início do pensamento hipotético-dedutivo formal.

A escolha desses alunos seguiu o preceito da voluntariedade, proposto pela psicopedagoga da instituição. Embora achasse a proposta do projeto interessante, ela afirmou que só autorizaria a participação de alunos que realmente quisessem participar do projeto, pois não iria pedir para nenhum deles participar ou continuar na oficina sem que eles próprios manifestassem essa vontade.

A pesquisadora aceitou essa condição, pois concorda com as propostas de Caillois (1990) e de Brenelli (2008). O primeiro postula que os jogos devem ser atividades livres e voluntárias, que trazem alegria e divertimento. Deste modo, se um indivíduo é forçado a participar de um jogo, ele deixa imediatamente de ser jogo. A segunda afirma que “jogar é estar interessado, não pode ser uma imposição; é um desejo” (p. 27).

Para atender essa condição, a psicopedagoga pediu para que antes de as oficinas terem início, os jogos fossem apresentados para um grupo maior de alunos, que foram escolhidos por duas professoras que davam aula para as turmas de alunos que tinham entre 11 e 14 anos de idade. As professoras escolheram 12 alunos de forma aleatória e a pesquisadora trabalhou os dois jogos com eles por cerca de uma hora. Depois, voltou à instituição e, em conjunto com as professoras, conversou com esses alunos e explicou sobre o projeto e a necessidade deles se comprometerem com as oficinas.

Dos 12 alunos que haviam participado da apresentação dos jogos, seis se prontificaram a participar das atividades. A partir da segunda oficina, duas alunas que não haviam sido escolhidas pelas professoras no primeiro contato pediram para se juntar ao grupo. Vale salientar que depois que os alunos aceitaram participar da pesquisa, os membros da instituição não participaram nem interferiram em qualquer atividade realizada pela pesquisadora.

6.2 Local

A pesquisa foi realizada em um centro para crianças e adolescentes de 6 a 15 anos e que faz parte do serviço promocional e social de uma paróquia da região central da cidade de São Paulo. Essa instituição consiste em uma associação civil, não-econômica, sem fins lucrativos, filantrópica e de assistência social, que tem como objetivo desenvolver e promover pessoas e famílias da área de Santa Cecília, região central da capital paulista.

A instituição funciona pela manhã (das 07:30 às 12:30) e à tarde (das 12:30 às 17:30), de segunda a sexta e por 12 meses no ano, sendo 11 meses de atividades e um mês (janeiro) de férias coletivas. O objetivo desta instituição é contribuir para que as crianças tenham um espaço de convívio e trabalho socioeducativo por 20 horas semanais, no horário alternado ao da escola. Lá, as crianças recebem reforço escolar, iniciação à informática, aulas de inglês, dança, música, tratamento dentário, atendimento psicológico e alimentação balanceada. A instituição já atendeu cerca de 9 mil crianças, tendo capacidade para atender 220 por ano.

Todas as oficinas foram realizadas em uma sala de aula ampla, com um quadro negro, uma mesa para o professor e 28 mesas escolares com uma cadeira cada. Nas oficinas, as mesas eram agrupadas de acordo com a atividade proposta: separadas em atividades individuais e juntas em atividade de dupla. A sala utilizada era também o local onde os participantes tinham aula e foi escolhida pela professora deles pois, além de ficar vazia no horário das atividades, os alunos não precisariam se deslocar para outro ambiente.

6.3 Material

Para os jogos de Kenken foram utilizados dois tipos de materiais: o lápis e o etil vinil acetato (E.V.A). No primeiro utilizava-se apenas uma folha de papel, lápis e borracha; no segundo, utilizava-se uma folha de papel e peças em E.V.A. A versão 3x3 do Kenken contém um tabuleiro dividido em 9 casas, formando 3 linhas e 3 colunas, e utiliza 9 peças (três para cada número de 1 a 3). A matriz 4x4 contém um tabuleiro dividido em 16 casas, formando 4 linhas e 4 colunas e utilizou 20 peças (cinco para cada número de 1 a 4). O motivo de haver quatro peças a mais do que o necessário será explicado nos procedimentos. Os dois tipos de materiais podem ser visualizados na Figura 3.

Figura 3. Jogo de Kenken de matriz 4x4 resolvido com lápis à esquerda e o mesmo jogo resolvido com fichas de EVA à direita

Já os jogos Feche a Caixa utilizados foram o duplo e o de papel, sendo o primeiro feito de madeira contendo 10 caixas dos dois lados, pois pode ser jogado por duas pessoas ao mesmo tempo. Além do tabuleiro oficial de madeira, também foram utilizados dados e fichas de cartolina com números de 1 a 10. Os dois tipos de Feche a Caixa duplo podem ser vistos na Figura 4.

Figura 4. O jogo de Feche a Caixa duplo feito de madeira à esquerda e feito de cartolina à direita. Foto de arquivo pessoal

Já no Feche a Caixa de papel, os alunos recebiam um papel contendo números de um a nove, um lápis e dois dados. A Figura 5 mostra um exemplo de uma partida concluída do Feche a Caixa de Papel.

DADOS	NÚMEROS
6 + 3	1 2 3 4 5 6 7 8 9
4 + 4	1 2 3 4 5 6 7 8 9
6 + 5	1 2 3 4 5 6 7 8 9
3 + 2	1 2 3 4 5 6 7 8 9
2 + 5	1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ 4	1 2 3 4 5 6 7 8 9
	1 2 3 4 5 6 7 8 9
PARTIDAS	PONTOS
1	2 + 3 = 5
2	
Total	

Figura 5. Registro de uma partida de Feche a Caixa de papel. Na primeira coluna faz-se o registro dos dados sorteados. Na segunda coluna elimina-se os resultados obtidos. Em baixo, faz-se o registro de pontos acumulados nas partidas e o total obtido em todas as partidas. Foto de arquivo pessoal

6.4 Procedimento de coleta de dados

A pesquisadora e o orientador decidiram fazer oficinas de jogos para coletar os dados da pesquisa pois, conforme Macedo, Petty e Passos (2007), dentro de um contexto de oficinas os “jogos são propostos com o objetivo de coletar importantes informações sobre como o sujeito pensa, para ir simultaneamente transformando o momento de jogo em um meio favorável à criação de situações que apresentem problemas a serem solucionados” (p. 13). Os dois então elaboraram um plano de trabalho e concluíram que para realizar todas as atividades planejadas seriam necessárias cerca de 10 oficinas.

Portanto, para coletar os dados da pesquisa foram realizadas 10 oficinas nos meses de março a junho de 2011 na própria instituição socioeducativa, pela manhã, quando todas as atividades dos alunos nessa instituição estavam encerradas (ou seja, no intervalo entre as atividades diárias e o almoço). As oficinas foram realizadas uma vez por semana, com duração aproximada de uma hora e meia. Elas não ocorreram em 10 semanas consecutivas

pois houve semanas em que a instituição estava fechada para as reuniões pedagógicas mensais ou feriados.

Todas as oficinas foram filmadas com autorização da instituição e dos responsáveis pela criança, dadas pelo Termo de Consentimento para Participação em Pesquisa disponível no Apêndice A. As filmagens eram focadas na resolução do jogo e, às vezes, em algumas expressões da criança. Se a criança comesse a ser filmada já durante a realização de um jogo, a filmagem continuava até que ela iniciasse e terminasse o jogo seguinte, para que todos os alunos fossem filmados em pelo menos um jogo completo por oficina. Assim, era possível ter registrada a estratégia utilizada por eles do início ao fim de uma partida.

Nessas oficinas, além de resolverem jogos, os alunos deveriam resolver situações-problema. Situação-problema, segundo Macedo, Petty e Passos (2007) “são questões elaboradas que têm como referência momentos significativos do jogo. Representam pontos de impasse durante as partidas e exigem decisões importantes para garantir um bom resultado” (p. 49). Resolver uma situação-problema implica refletir sobre o jogo e formular e testar hipóteses, “propiciando um maior domínio sobre a estrutura do jogo, tentando, assim, unir conhecimento e aprendizagem” (p. 49).

Conforme Brenelli (2008), uma situação-problema gerada pelo jogo é um desafio ao pensamento, é uma perturbação que ao ser resolvida resulta no progresso do desenvolvimento do pensamento. Para Macedo, Petty e Passos (2005), a superação de uma situação-problema exige do sujeito alguma aprendizagem ou esforço.

Os jogos de Kenken foram propostos aos alunos nas matrizes de 3x3 e 4x4 e utilizavam as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Os jogos utilizados eram classificados em dois níveis: fácil e médio. O nível fácil continha jogos de matrizes 3x3 e 4x4 com apenas uma ou duas operações, havendo sempre um bloco unitário. Já os de nível médio eram também de matriz 3x3 e 4x4, mas apresentavam as quatro operações e na maioria das vezes não continham blocos unitários.

Os jogos de Kenken foram retirados do livro de Shortz (2008) “*Kenken easiest: 100 logic puzzles that make you smarter*” e do material oficial do jogo chamado *Kenken for Teachers*, que consiste em uma seleção de puzzles enviada quinzenalmente por e-mail para as pessoas cadastradas gratuitamente no site oficial do jogo, o <www.kenken.com>. Os 50 jogos utilizados durante as oficinas estão disponíveis no Anexo A e os 23 jogos entregues para serem respondidos em casa estão disponíveis no Anexo B.

Os jogos utilizados como tarefa de casa eram uma continuação ou complementação do trabalho de classe do dia. Esses jogos foram entregues para que os alunos continuassem se exercitando fora do período regular de aulas, mas também para a pesquisadora saber se havia diferença de desempenho e motivação dos alunos nos dois diferentes ambientes. A pesquisadora não utilizava os momentos da oficina para corrigir os jogos da tarefa de casa. Caso algum aluno pedisse, no fim da oficina a professora tirava dúvidas e checava os resultados de quem havia solicitado.

Os jogos de Kenken foram utilizados em todas as oficinas. A repetição de atividades desse jogo nas oficinas se deu porque conforme Macedo (1997b), a repetição em seu sentido funcional é matriz para a regularidade, sendo fundamental para a aprendizagem escolar e para a vida. Além disso, de acordo com Macedo (2008), por meio da repetição as crianças podem verificar que um mesmo objeto (no caso, o jogo) admite muitas posições ou deslocamentos e que uma mesma ação pode gerar diferentes consequências e efeitos.

Ainda segundo Macedo (2008), a repetição é uma condição porque não se aprende em uma única vez: o que causa interesse pede repetição. Segundo o autor, nas repetições ocorrem “identificações (planejadas ou não), substituições; verificam-se semelhanças e diferenças; ordenam-se ou organizam-se os elementos de diversos modos; produzem-se progressos em relação a um objetivo ou ao próprio ato de fazer” (p. 42). Além disso, de acordo com Starepravo (2010), a fluência no cálculo se dá pelo seu uso repetido em várias situações, contanto que essas situações sejam significativas para a criança, como a repetição através de um jogo.

Na maioria das oficinas os jogos de Kenken foram respondidos individualmente, como proposto pelo criador do jogo. Além disso, jogar sozinho encoraja o esforço de cada criança na construção do seu próprio conhecimento, o que permitiu que os alunos desenvolvessem sua própria forma de raciocinar sobre o jogo, bem como confiança na sua habilidade de jogar. Em algumas sessões os alunos foram solicitados a trabalhar em dupla, com o objetivo de incentivar a interação social, a troca de pontos de vista e a experiência compartilhada.

Em algumas oficinas os alunos foram incentivados a utilizar para a resolução dos jogos lápis e, em outras, fichas. Entretanto, na maioria das oficinas os alunos podiam optar entre os dois materiais. Quanto às fichas, foram utilizados dois tipos. Nos primeiros jogos, em que a matriz era sempre 3x3, foram utilizadas fichas com lados de duas cores: verde e laranja. O lado laranja era utilizado para quando havia certeza de que os números estavam nas casas certas; já o lado verde era utilizado quando havia certeza dos números nos blocos, mas não

nas casas, ou seja, quando se sabe quais números deverão estar nos blocos, mas ainda não é possível saber sua ordem.

A Figura 6 mostra o uso dessas fichas.

Figura 6. Jogo de matriz 3x3 utilizando fichas de E.V.A de duas cores. Foto de arquivo pessoal

Já para os jogos de matriz 4x4, cada ficha possuía duas cores, sendo a primeira face das cores amarelo, azul, laranja, verde e rosa, e a segunda face da cor roxa. As faces coloridas foram utilizadas para que os alunos pudessem distinguir melhor os blocos, devendo utilizar cores diferentes para blocos diferentes. Havia quatro fichas para cada uma das cinco cores, que correspondem à primeira face. Já a segunda face tinha a cor roxa presente em 20 fichas e era utilizada quando se sabia os números que eram possíveis dentro de um bloco, mas não se sabia sua ordem. Embora para resolver uma matriz 4x4 só fossem necessárias 16 fichas, foram produzidas quatro a mais do que necessário, para que o jogador tivesse mais opção de cores. A Figura 7 mostra o uso dessas fichas.

Figura 7. Jogo de matriz 4x4 utilizando fichas de E.V.A. de seis cores.
Foto de arquivo pessoal

Além do lápis e das fichas, os alunos também resolveram um jogo de Kenken online, de matriz 4x4 com quatro operações. Segundo dados do site oficial do Kenken, cerca de 100.000 jogos online são resolvidos diariamente na página www.kenken.com/playnow.html. O Kenken virtual é jogado da mesma forma que o concreto (com lápis ou EVA), a diferença é que no site é possível utilizar duas ferramentas: *check* e *reveal*. Na primeira, o jogador pode se certificar se todos os números colocados até o momento estão corretos para então fazer as correções; na segunda, o computador preenche automaticamente alguma casa vazia, revelando o número correto e ajudando o jogador a preencher as demais.

Fazer com que os alunos jogassem com lápis e papel, tabuleiro e fichas, no computador e em casa permitiu que a pesquisadora observasse se havia diferenças no modo de jogar dos alunos em diferentes materiais e diferentes contextos. Além disso, jogos de computador são bastante populares para as crianças de hoje em dia. Assim, a pesquisadora se interessou em saber se haveria diferença na motivação e no desempenho dos alunos em jogar no contexto concreto e no virtual.

Os alunos também resolveram uma atividade chamada Enigma Kenken, que eram situações-problema que permitiam que o jogador pensasse sobre o jogo e justificasse/argumentasse suas respostas. Essa atividade foi criada pelo professor Lino de Macedo, baseada no Enigma Sudoku, e consiste em um jogo do Kenken em que os alunos devem responder primeiramente algumas perguntas sobre as jogadas, antes de efetuá-las. A

pesquisadora elaborou todos os enigmas utilizados na oficina. Ela escolhia um jogo de nível fácil ou médio e elaborava todas as perguntas. Um exemplo dessa atividade pode ser vista na Figura 8.

	1	2	3	
A	3	$2\div$		1. Que número está no A3?
B	$3+$		$6\times$	2. Onde está o número 3 na linha C?
C	$2-$			3. O número 3 está no C1?

Figura 8. Exemplo de um Enigma Kenken, elaborado pela pesquisadora

Duas outras atividades foram criadas para que os alunos pensassem sobre o Kenken: a cópia e a criação de jogos. Na primeira, a pesquisadora colocava jogos no quadro negro e os alunos tinham de copiá-los no papel e respondê-los em seguida. Segundo Macedo (2010), a cópia é um exercício criativo, desafiador e crítico que tem também um sentido de pesquisa ou de busca. Essa atividade foi proposta por se tratar de um exercício de correspondência: o aluno é exercitado a fazer a correspondência do que está na lousa ao que está no papel.

Já a atividade de criação de jogos foi proposta porque permite que o sujeito tome consciência do jogo como um todo e em partes, concebendo suas possibilidades e necessidades. Nesta atividade, os alunos foram estimulados a usar suas noções e representações para construir o seu próprio jogo.

Quanto ao jogo Feche a Caixa, os alunos jogaram o duplo, com lápis e papel, e no computador. Quando jogavam o Feche a Caixa de papel ou o de computador, os alunos focavam apenas em seu jogo sem observar o jogo dos outros colegas. No Feche a Caixa duplo, os alunos jogavam contra outro jogador, mas suas jogadas não afetavam diretamente a do outro.

No Feche a Caixa duplo, eles jogavam de forma livre: escolhiam seus adversários, o material que seria utilizado e quantas vezes jogariam. Não havia comparação ou somatório de pontos nas partidas, apenas um vencedor por jogo. Já nos torneios de Feche a Caixa duplo, os

jogadores eram sorteados e quem perdia era eliminado, restando apenas um vencedor, que seria aquele que ganhasse todas as partidas disputadas.

No Feche a Caixa de papel, as regras e objetivos do jogo eram os mesmos, mas os alunos sempre jogavam individualmente (sem ver as jogadas do adversário) para só depois compararem seus resultados entre si. No torneio do Feche a Caixa de papel, o vencedor seria aquele que tivesse o menor somatório de pontos na mesma quantidade de partidas, estipuladas previamente pela pesquisadora. Em alguns casos, a pesquisadora sorteava e ditava os mesmos números a todos os alunos, para comparar as estratégias de jogada de cada um.

Os alunos também jogaram a versão do Feche a Caixa para o computador, disponível no site da revista Nova Escola¹. Lá, os números vão de um a nove e o jogador participa de várias partidas, só terminando o jogo quando a soma de todos os seus restos atinge ou ultrapassa 45 pontos.

Os jogos de Feche a Caixa foram utilizados em sete oficinas e em outras duas foram dadas apenas a sua versão em enigma, ou seja, situações-problema sobre algumas jogadas que mostravam como o aluno pensava para resolver o jogo. O Feche a Caixa foi menos utilizado porque a pesquisadora estava mais interessada em focar no Kenken, já que ainda não foram realizadas pesquisas sobre ele. O Feche a Caixa foi utilizado na pesquisa basicamente por dois motivos: para que os alunos tivessem acesso a outro jogo em vez de jogar apenas o Kenken em todas as oficinas, e para que a pesquisadora pudesse comparar o desempenho dos alunos em ambos os jogos, principalmente em relação às dificuldades.

Nas oficinas, a pesquisadora enfatizou que não existia uma ordem universal ou correta de resolver ambos os jogos, pois seria interessante que cada um elaborasse suas próprias estratégias e descobrisse a que garantiria melhores resultados.

A descrição de todas as atividades propostas nas oficinas, bem como suas justificativas, será dada a seguir. Após a descrição, a Tabela 2 mostra essas atividades de forma resumida.

Oficina um. Os objetivos e as regras do Kenken foram repassados e, para facilitar a fixação da regra de não repetir os números nas linhas e colunas, os alunos foram solicitados a preencher as matrizes 3x3 e 4x4 vazias. Em seguida, os alunos resolveram os jogos J1, J2, J3 e J4 individualmente, com lápis e papel. Esses jogos eram de matriz 3x3 e tinham apenas problemas de adição. No fim da oficina, a pesquisadora conversou sobre a compreensão e

¹ Recuperado de http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?201_caixa.swf.

possíveis dificuldades dos alunos, bem como suas expectativas para as próximas oficinas. Como tarefa de casa, os alunos receberam os jogos T1 e T2.

Oficina dois. A pesquisadora perguntou se os alunos tinham alguma dúvida ou dificuldade sobre o Kenken e se queriam repassar as regras e objetivos. Os alunos resolveram individualmente seis jogos (J5, J6, J7, J8, J9 e J10) utilizando as fichas em E.V.A. Após conferirem se estava tudo certo, eles deveriam passar os resultados à lápis. Os jogos eram de matriz 3x3 com problemas de adição e subtração. Quem terminasse os jogos de Kenken poderia se juntar a um colega que também tivesse terminado e jogar o Feche a Caixa duplo, ou no tabuleiro de madeira ou nas fichas. A pesquisadora reforçou as regras e objetivos do Feche a Caixa com cada dupla. Como tarefa de casa, os alunos tiveram os jogos T3, T4 e T5.

Oficina três. Os alunos resolveram seis jogos de matriz 3x3 (J11, J12, J13, J14, J15 e J16) com problemas de adição e subtração. A resolução dos jogos foi feita individualmente e os alunos podiam usar o material que desejassem. O participante que terminasse primeiro poderia ajudar um colega que ainda estivesse resolvendo os jogos. Quando todos terminaram as atividades do Kenken, a pesquisadora propôs um torneio de Feche a Caixa de papel. Como tarefa de casa, os alunos receberam os jogos T6, T7 e T8.

Oficina quatro. A versão 4x4 foi apresentada, mas apenas com problemas de adição. Foi proposto que os alunos individualmente resolvessem quatro jogos (J17, J18, J19 e J20) utilizando tabuleiro e fichas. A pesquisadora propôs também que os alunos copiassem e resolvessem os jogos J21 e J22 que estavam disponíveis na lousa. Após resolverem as atividades com o Kenken, houve um torneio “mata-mata” de Feche a Caixa com o tabuleiro de madeira. Como tarefa de casa, os alunos receberam os jogos T9, T10 e T11.

Oficina cinco. Foi realizada uma avaliação individual. A pesquisadora recebeu um aluno por vez para que pudesse fazer questionamentos sobre as jogadas e uma pequena entrevista para obter informações sobre cada um. Enquanto os demais respondiam seis jogos de matriz 4x4 com adição e subtração (J23, J24, J25, J26, J27 e J28) utilizando o material preferido, cada aluno era chamado individualmente para responder uma pequena entrevista, um Enigma Kenken e uma lista de situações-problema do Feche a Caixa². Como tarefa de casa, os alunos receberam os jogos T12, T13 e T14.

² Fornecidas informalmente por Maria Carolina Villas Bôas. Disponível no Anexo C.

Oficina seis. Os alunos receberam seis jogos de matriz 3x3 (J29, J30, J31, J32, J33 e J34) com as operações matemáticas de multiplicação e divisão, para serem resolvidos individualmente com lápis ou fichas. Os alunos participaram de mais um torneio de Feche a Caixa de papel. Como tarefa de casa, eles receberam os jogos T15, T16 e T17.

Oficina sete. Foram propostos seis jogos 4x4 com as quatro operações (J35, J36, J37, J38, J39 e J40) para serem resolvidos individualmente com lápis ou fichas. Quando todos os alunos encerraram essa atividade, foram para a sala de informática da instituição para jogar partidas de Kenken e Feche a Caixa no computador. Como tarefa de casa, os alunos deveriam copiar da lousa os jogos T18, T19 e T20 e respondê-los.

Oficina oito. A pesquisadora propôs que os alunos respondessem em dupla, com lápis ou fichas, os jogos de matriz 4x4 com as quatro operações: J41, J42, J43, J44, J45 e J46. Os alunos foram incentivados a discutir sobre as escolhas de cada jogada. Após as atividades em dupla, os alunos responderam individualmente dois enigmas Kenken, similares ao resolvidos na avaliação durante a quinta oficina. Em seguida, os alunos jogaram um torneio de Feche a Caixa de Papel. O torneio foi composto de quatro partidas, onde nas três primeiras a pesquisadora era quem jogava os dados. Na quarta partida, os alunos jogavam seus próprios dados. Como tarefa de casa, os alunos receberam os jogos T21, T22 e T23.

Oficina nove. A pesquisadora propôs três jogos de Kenken 4x4 nível médio (J47, J48, J49 e J50), com as quatro operações, para serem resolvidos com lápis. Propôs também que cada aluno criasse dois jogos de matriz 3x3 e um de matriz 4x4, para que ela própria respondesse. Em seguida, os alunos resolveram um exercício sobre o Feche a Caixa. Esse exercício consistia em um registro de um jogo criado pela pesquisadora em que os alunos deveriam comentar cada jogada, avaliando se esta havia sido boa ou não e justificar sua resposta. Após analisar as jogadas, os alunos teriam a chance de, com os mesmos dados, fazer as jogadas que achassem melhores.

Oficina dez. Os alunos tiveram três atividades: criar dois jogos de Kenken (um 3x3 e outro 4x4) e trocá-los com outro colega para serem resolvidos, resolver dois enigmas Kenken e escolher suas jogadas em um Feche a Caixa de papel. O primeiro enigma continha o mesmo jogo utilizado na quinta oficina, mas com perguntas diferentes, enquanto que o segundo enigma era inédito. Na atividade do Feche a Caixa, os alunos podiam escolher o resultado dos dados em uma partida para eliminar todas as caixas, de maneira que não sobrassem restos.

Tabela 2 - *Resumo das atividades dos alunos por oficina*

Oficina	Atividades Propostas
1	Preencher uma matriz 3x3 e uma atriz 4x4; resolver a lápis e individualmente quatro jogos 3x3 de adição; tarefa de casa.
2	Resolver com fichas e individualmente seis jogos 3x3 de adição e subtração; jogar o Feche a Caixa duplo; tarefa de casa.
3	Resolver individualmente seis jogos 3x3 de adição e subtração, com lápis ou fichas; jogar duas partidas do torneio de Feche a Caixa de papel; tarefa de casa.
4	Resolver individualmente quatro jogos 4x4 de adição com fichas; copiar e resolver individualmente dois jogos 4x4 de adição com lápis; jogar o torneio de Feche a Caixa duplo; tarefa de casa.
5	Resolver individualmente seis jogos 4x4 de adição e subtração com lápis ou fichas; fazer uma avaliação individual (conversar sobre os jogos e resolver um Enigma Kenken e uma situação-problema do Feche a Caixa); tarefa de casa.
6	Resolver individualmente seis jogos 3x3 de multiplicação e divisão com lápis ou fichas; jogar quatro partidas do torneio de Feche a Caixa de papel; tarefa de casa.
7	Resolver individualmente seis jogos 4x4 de quatro operações com lápis ou fichas; jogar Kenken e Feche a Caixa no computador; tarefa de casa.
8	Resolver em dupla com lápis ou fichas seis jogos 4x4 de quatro operações; resolver dois enigmas Kenken; jogar quatro partidas do torneio de Feche a Caixa de papel; tarefa de casa.
9	Resolver a lápis e individualmente três jogos 4x4 de quatro operações; criar dois jogos de Kenken de matriz 3x3 e um de matriz 4x4; resolver uma situação-problema do Feche a Caixa.
10	Criar um jogos de Kenken de matriz 3x3 e um de matriz 4x4; resolver dois enigmas Kenken; resolver uma situação-problema do Feche a Caixa; conversa final.

Nota. Esta tabela mostra o resumo das principais atividades realizadas em cada oficina.

É importante frisar que, embora não tenha coletado dados propriamente em uma escola, a pesquisadora se baseou nos modelos de aplicação da teoria piagetiana na escola propostos por Gruber e Vonèche (1995) para intervir nas oficinas. Esses autores propuseram quatro modelos de intervenção na aprendizagem, chamados Taos, Paris, Atenas e Eldorado, que serão brevemente discutidos a seguir e exemplificados de acordo com o papel deles na pesquisa.

O modelo Taos respeita o artesão individual, ou seja, cada criança conduz seu próprio desenvolvimento intelectual sozinha. Para isso, ela terá à sua disposição materiais e exercícios escolhidos pelo educador que lhe ajudarão a se desenvolver através de uma atividade

espontânea. Nesta pesquisa, os alunos tiveram todos os materiais e exercícios escolhidos cuidadosamente pela pesquisadora e, na maioria das atividades, eles trabalharam individualmente.

O modelo Paris traz o prazer da discussão, pois sua ênfase está no diálogo entre a criança e seu igual, mediado por um adulto. Nesse modelo, nem as crianças são deixadas discutindo sozinhas, nem o adulto pode apresentar sua posição, ou seja, cabe ao adulto apenas promover e garantir o debate entre as crianças. Nesta pesquisa, a pesquisadora procurou promover e mediar as discussões nas atividades em dupla, evitando sempre dar sua opinião.

O modelo Atenas também traz o diálogo como base, mas não entre a criança e seu igual. Nesse modelo é o adulto quem faz as perguntas, expõe os problemas e, caso necessário, fornece o material. Um exemplo dessa intervenção nesta pesquisa são os enigmas que foram atividades que permitiam que os alunos refletissem sobre o jogo através das perguntas elaboradas pela pesquisadora.

Por fim, há o modelo Eldorado, no qual o adulto participa com a criança dos processos de descoberta e aprendizagem. Os materiais e situações devem ser ricos em possibilidades para permitir que eles, em diferentes níveis de desenvolvimento, trabalhem juntos nas atividades propostas. Esse método permite que a criança observe alguém de outro nível e aprenda com ele, e para que o adulto divida seu conhecimento com a criança por meio da experiência. Nesta pesquisa, os alunos viram algumas vezes a pesquisadora jogar e também jogaram com ela.

6.5 Procedimentos de registro dos dados

Para registrar o trabalho de campo, a pesquisadora utilizou uma câmera filmadora para a gravação das oficinas durante a resolução de jogos do Kenken e Feche a Caixa, como mencionado anteriormente. As filmagens tiveram duração total de 10hr27min14s e foram realizadas por uma colaboradora que não era da área, mas conhecia os objetivos da pesquisa. Além disso, antes das oficinas, a pesquisadora explicava para essa colaboradora todas as atividades que iriam ocorrer no dia e indicava o que devia ser focado na gravação de cada atividade.

Além das gravações das oficinas em vídeo, a pesquisadora utilizou um caderno de anotações, onde fazia um registro de suas observações e impressões sobre o contexto das

oficinas e o comportamento de cada aluno. A colaboradora responsável pela filmagem também contribuía com algumas observações ao fim das oficinas.

No fim de cada oficina, os alunos tinham de entregar à pesquisadora todas as suas produções escritas. A pesquisadora arquivou todas as atividades realizadas pelos alunos, sendo essas uma importante fonte de dados para a pesquisa.

7 Resultados

O objetivo da pesquisa foi fazer um estudo sobre os jogos Kenken e Feche a Caixa e saber como o raciocínio lógico-matemático de alunos do Ensino Fundamental II se expressou na resolução desses jogos. Para analisar os procedimentos utilizados pelos alunos na prática dos jogos e verificar as formas de jogar, a pesquisadora analisou as jogadas realizadas em cada jogo, as estratégias utilizadas, a frequência e tipos de erros cometidos e os tipos de justificativas dadas aos enigmas e situações-problema.

7.1 Kenken

Para avaliar o desempenho dos alunos nas atividades do Kenken, primeiramente foram observados as estratégias utilizadas e o número de jogadas realizadas pelos alunos em cada partida, bem como os tipos de erros e frequência com que ocorriam. Em seguida, a pesquisadora avaliou o desempenho dos alunos em cada atividade proposta (jogar com fichas, em dupla, fazer cópia de jogos, criar os próprios jogos de Kenken, jogar no computador, jogar em casa e resolver enigmas).

7.1.1 Número de jogadas

Para resolver uma partida de Kenken são suficientes apenas nove jogadas em uma matriz 3x3 e 16 jogadas em uma matriz 4x4. Um jogo pode ser respondido corretamente utilizando uma quantidade maior de jogadas do que a suficiente, o que indica que o jogador excedeu a quantidade mínima necessária de jogadas porque precisou efetuar algumas correções para ter êxito na resolução do jogo, geralmente porque optou em usar a tentativa e erro como estratégia. Nesta pesquisa não havia nenhum problema em resolver jogos utilizando jogadas excedentes, pois essas jogadas a mais foram consideradas fundamentais para que cada aluno concluísse seu jogo; mas, para a matemática o ideal é que sempre haja a economia de jogadas, que não haja “desperdício” de tempo e de ações.

A quantidade de jogadas de cada aluno foi obtida pela filmagem e/ou contagem de marcas no papel. Como nem todos os jogos puderam ser filmados, nos jogos que foram resolvidos a lápis a pesquisadora contou as marcas de rasuras no papel. Nos jogos que foram

respondidos com fichas e não foram filmados, não foi possível fazer qualquer tipo de contagem. Embora não tenha sido feita uma contagem de jogadas nos jogos entregues com erros, eles foram considerados como jogos com jogadas excedentes, pois seria necessário realizar mais jogadas para corrigi-los.

O interesse nessa análise foi saber se os alunos tiveram a necessidade de realizar jogadas excedentes ou se conseguiam resolver os jogos com a quantidade suficiente de jogadas. Para isso, a pesquisadora considerou 243 jogos respondidos em sala e 65 respondidos em casa em que a contagem de jogadas pôde ser feita. Em sala, os alunos responderam 15,6% dos jogos sem jogadas excedentes, já em casa, esse número foi maior: 21,5%.

No total, a pesquisadora constatou que 52 (16,8%) dos 308 jogos foram respondidos sem jogadas excedentes. T, L, R e C foram as alunas que ficaram acima dessa média, tendo respectivamente 31,5%, 30%, 22,7% e 20% dos jogos respondidos com a quantidade suficiente de jogadas. Já G, D, V e M foram os alunos que ficaram abaixo da média, tendo apenas respondido respectivamente 16,1%, 15,3%, 7,1% e 6,3% dos jogos com a quantidade mínima de jogadas. A Figura 9 mostra o total de jogos respondidos e em quantos foram feitos jogadas suficientes.

Figura 9. Número de jogos respondidos pelos alunos, destacando os resolvidos com jogadas suficientes dos com jogadas excedentes. Os alunos foram ordenados de acordo com a maior porcentagem de jogos respondidos com jogadas suficientes

A Figura 9 mostrou que todos os alunos conseguiram solucionar jogos com apenas a quantidade suficiente de jogadas. Entretanto, na maioria das vezes, os alunos precisaram de mais jogadas.

7.1.1.1 Média de jogadas excedentes (correções) por atividade

As Figuras 10, 11, 12 e 13 mostram a quantidade média de jogadas excedentes e comparam o desempenho dos alunos na ordem de quem utilizou menos jogadas àquele que utilizou mais jogadas de acordo com cada atividade realizada em sala. A Figura 10 mostra a média de jogadas excedentes realizadas pelos alunos nos jogos de 3x3 respondidos a lápis.

Figura 10. Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 3x3 com lápis

É possível observar na Figura 10 que todos os alunos precisaram de jogadas excedentes em algum momento. V foi o aluno que realizou mais jogadas, ou seja, que precisou efetuar uma maior quantidade de correções, tendo em vista o objetivo do jogo. Já T, por exemplo, não precisou fazer sequer duas jogadas excedentes por jogo. No entanto, T foi a aluna que mais precisou realizar correções nos jogos 3x3 respondidos com fichas, como irá mostrar a Figura 11.

A média de correções aumentou muito na atividade 3x3 com fichas para todos os jogadores, aparentemente porque os alunos pensavam menos antes de realizar as jogadas utilizando esse material, efetuando trocas rápidas nas posições das fichas. É possível observar que a maior quantidade de correções efetuadas por um jogador nos jogos respondidos à lápis é quase a mesma do jogador que realizou a menor quantidade de correções nos jogos respondidos com fichas.

Figura 11. Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 3x3 com fichas

L foi a aluna que menos precisou de jogadas excedentes tanto nas atividades de 3x3 com fichas, como na de 4x4 com lápis, como mostra as Figuras 11 e 12. A Figura 12 também mostra que a média de jogadas excedentes aumentou em relação ao 3x3 com fichas.

Figura 12. Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com fichas

Esse aumento da média de quantidade de jogadas excedentes nos jogos 4x4 com lápis é compreensível, pois os jogos de matriz 4x4 apresentam um nível maior de dificuldade já que envolvem mais possibilidades de resolução.

Quanto ao 4x4 com fichas, apenas três alunas foram filmadas respondendo essa atividade. V havia faltado, C e R não tiveram tempo para respondê-la e G e M não foram

filmadas. Mais uma vez, L foi a aluna que fez menos jogadas excedentes, necessitando apenas de uma média de duas correções por jogo.

Figura 13. Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com fichas

É possível observar na Figura 13 que a média de jogadas excedentes de D, L e T foi mais baixa nessa atividade do que no 3x3 com fichas e 4x4 com lápis. Já a Figura 14 mostra o desempenho dos alunos na tarefa de casa que utilizaram jogos 3x3 resolvidos com lápis em que, no geral, os alunos fizeram poucas jogadas excedentes.

Figura 14. Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 3x3 com lápis respondidos em casa

Entretanto é possível observar a diferença de desempenho de T, por exemplo, que foi a aluna que mais fez jogadas excedentes em casa e a que menos fez em sala. A Figura 15, por

sua vez, mostra o desempenho dos alunos na tarefa de casa e que utilizaram jogos 4x4 resolvidos com lápis. Apenas D, L e M fizeram essa atividade. D e L precisaram de menos de duas jogadas a mais do que o suficiente para resolver os jogos. M, por sua vez, precisou de cerca de oito jogadas a mais.

Figura 15. Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com lápis respondidos em casa

A Figura 16 mostra o desempenho desses alunos nos jogos de 4x4 com lápis e em dupla. Apenas C, M, R e V fizeram essa atividade e foi possível observar que o desempenho deles quanto às jogadas excedentes foi melhor do que no 4x4 com lápis e resolvido individualmente em sala e em casa.

Figura 16. Média de jogadas excedentes realizada nos jogos 4x4 com lápis respondidos em dupla na sala de aula

A Figura 17 compara, ao mesmo tempo, todas as atividades através do desempenho dos sujeitos e todos os sujeitos através das atividades.

Figura 17. Média de jogadas excedentes do alunos nos jogos, de acordo com as atividades

Na Figura 17 é possível perceber que individualmente, com exceção de L e T, os alunos precisaram realizar mais jogadas nos jogos de matriz 4x4 respondidos com lápis. Como mencionado, os jogos 4x4 trazem mais possibilidades de jogadas e talvez por isso os alunos tenham precisado fazer mais correções. L e T precisaram fazer mais correções nos jogos 3x3 com fichas, mas menos correções nos jogos 3x3 com lápis e 4x4 com fichas. Logo, é possível inferir que o primeiro contato delas com as fichas pode ter interferido no desempenho.

Também é possível observar que, com exceção de T, os alunos fizeram melhor os jogos 3x3 com lápis em casa do que em sala, pois precisaram de menos jogadas excedentes para concluir a atividade. Já nos jogos 4x4 com lápis, as alunas que fizeram também tiveram um melhor desempenho em casa do que em sala. Quanto aos jogos em dupla, eles fizeram menos jogadas excedentes nos jogos 4x4 resolvidos com lápis do que individualmente.

No Apêndice B apresentam-se tabelas sobre os dados brutos relativos à quantidade de jogadas realizadas pelos alunos, de acordo com a matriz (3x3 e 4x4), com o material utilizado (lápiz ou fichas), com o local da atividade (em sala ou em casa) e se responderam os jogos individualmente ou em dupla.

7.1.2 Jogos com erros

Jogos com erros são aqueles que tiveram todas as casas preenchidas, mas que apresentavam algum erro que não foi percebido e corrigido pelos alunos. Dos 267 jogos que foram respondidos em sala, 11,6% continham algum erro; de igual proporção, dos 60 jogos que foram respondidos em casa e devolvidos à pesquisadora, 11,6% também continham algum erro.

7.1.2.1 Tipos e frequência de erros

A pesquisadora criou três categorias para classificar os tipos de erros cometidos: cálculo, escolha de números e posição das parcelas. Esses tipos de erros serão explicados em seguida e os exemplos podem ser visualizados no Apêndice C.

No que tange ao erro de cálculo, este consiste em erros na resolução da conta proposta pelo bloco, por exemplo, em um jogo 4x4, colocar em um bloco 2- os números 4 e 1 ou qualquer outra combinação que não corresponda ao resultado exigido.

Quanto ao erro de escolha dos números, existem dois tipos. O primeiro ocorre quando se coloca um número diferente do solicitado em uma casa ou em uma matriz. Por exemplo, colocar em um bloco unitário que exija o número 3, qualquer outro número que não seja ele ou colocar um número diferente de 1, 2 e 3 em um jogo de matriz 3x3.

O segundo tipo de erro de escolha dos números ocorre quando se utilizam números que correspondem ao resultado correto, mas que se referem a uma combinação “errada” do ponto de vista do conjunto do jogo. Por exemplo, em um jogo 4x4, colocar em um bloco de duas casas com resultado 5+ os números 4 e 1, quando pelo conjunto do jogo as parcelas corretas são 3 e 2; ou em um jogo 3x3, colocar os números 3 e 2 em um bloco -1, quando as parcelas corretas seriam 1 e 2.

Os erros de posição, por sua vez, ocorrem quando as parcelas colocadas no bloco estão corretas, mas não no lugar onde foram colocados. Por exemplo, em um jogo 3x3, colocar em um bloco 3x os números 3 e 1, quando a posição correta seria 1 e 3.

Um sujeito pode cometer mais de um tipo de erro em um único jogo. Dos 31 jogos errados que haviam sido respondidos em sala, 52% continham mais de um tipo de erro. Quanto à frequência de cada tipo de erro cometido, foi verificado que 74,1% dos jogos continham erro de posição, 48,3% continham erro de cálculo e 38,7% continham erro de

escolha dos números. A Figura 18 ilustra a porcentagem dos tipos de erros verificados nesses jogos.

Figura 18. Porcentagem dos tipos de erros nos jogos de Kenken respondidos em sala

Quanto aos jogos com erros que haviam sido resolvidos como tarefa de casa, 28% tinham mais de um tipo de erro. Quanto à frequência de cada tipo de erro, 71,4% dos jogos continham erros de posição, 42,9% tinham erros de cálculo e 14,3% tinham erro de escolha dos números. A Figura 19 mostra a frequência dos tipos de erros verificados nesses jogos.

Figura 19. Porcentagem dos tipos de erros nos jogos de Kenken como tarefa de casa

É possível verificar nas Figuras 18 e 19 que os erros de posição foram os mais frequentes em ambas as atividades, seguidos de erros de cálculo e de escolha. Entretanto, embora a porcentagem de erros de posição e de cálculo tenha sido similar em ambas as atividades, os erros de escolha ocorreram com uma frequência bem menor nos jogos resolvidos em casa.

No que tange à frequência dos tipos de erro de acordo com a matriz do jogo, a pesquisadora observou que nos jogos 3x3, 43% dos erros foram de posição, 28,5% dos erros foram de cálculo e 28,5% dos erros foram de escolha. Já na matriz 4x4 os resultados foram similares: 47% de posição, 28% de cálculo e 25% de escolha.

7.1.2.2 Porcentagem de jogos errados por atividade e por aluno

A atividade em que os alunos entregaram mais jogos com erros foi o 4x4 a lápis: 24,13% dos jogos continham algum erro. Em seguida, os alunos cometeram mais erros na atividade 3x3 com fichas (17,64%), 3x3 com lápis na tarefa de casa (13%), 4x4 com lápis em dupla (8,33%), 4x4 com fichas (7,14%) e 3x3 com lápis (5,94%). Nem um erro foi registrado na atividade 4x4 com lápis feita em casa. Vale ressaltar que, nas tarefas de casa, os alunos resolveram mais os jogos de matriz 3x3 do que os de matriz 4x4.

Nos jogos respondidos em sala, G foi a aluna que mais entregou jogos com erros: 21,2% dos que ela resolveu estavam errados. Em seguida, D cometeu algum erro em 18,1% dos jogos resolvidos por ela. M, C, V, T e L cometeram algum erro em, respectivamente, 12,2%, 10,7%, 10,2%, 9% e 8,6% dos jogos. Já R obteve a menor taxa de erro: apenas 2,5%.

Nos jogos respondidos em casa, D entregou 36,3% com algum erro, sendo a quantidade de jogos errados maior do que a obtida em sala. R também entregou mais jogos com erros nas tarefas de casa: foram 12,5%. Apenas M teve uma taxa de jogos errados menor em casa: apenas 6,25%.

7.1.2.3 Porcentagem de casas erradas por jogo

A pesquisadora se interessou em saber se os erros que os alunos cometiam afetavam apenas uma casa - e por isso passavam mais despercebido por eles, impedindo uma correção - ou várias casas e blocos. Para isso, ela observou a quantidade de casas erradas nos jogos resolvidos em sala e calculou a porcentagem de cada aluno por jogo. V apresentou a menor variação de quantidade de casas erradas por jogo: 6,25% a 25%. Em seguida, L manteve uma

taxa de erro de 25%, pois só errou em um jogo. C apresentou uma variação de 6,25% a 37,5%, G de 11% a 43,75% e D de 12,5% a 55,5% de casas com erros em um único jogo. R, T e M apresentaram as taxas mais altas, ou seja, uma quantidade maior de casas erradas por jogo. R manteve a taxa de erro em 66,6% pois, como L, só errou um jogo. T, por sua vez, variou de 66,6% a 77% e M variou de 12,5% a 100% de casas erradas, o que significa que em algum jogo ela errou todas as casas.

A pesquisadora também observou a quantidade de casas erradas em cada jogo resolvido como tarefa de casa e calculou a porcentagem para cada aluno. O único jogo que M errou, ela entregou com todas as casas erradas (100%). R também entregou um único jogo com erro, com 33,3% das casas erradas. Já D entregou quatro jogos errados, cuja quantidade de casas erradas variava de 11,1% a 55,5%.

A Figura 20 mostra um jogo que contém 100% das casas erradas. Em grafite, é o que foi feito por uma aluna em sala; em caneta, a resolução correta feita pela pesquisadora durante a análise dos dados.

7+ 3 2	1 3	2- 2 1
2- 2 1	3 2	1 3
1 3	1- 2 1	3 2

Figura 20. Jogo com 100% das casas com erros

É possível observar que, nesse jogo, a aluna cometeu erros de escolha dos números (escolheu 3+1+3 em vez de 2+3+3 para dar 7 e 3-2 em vez de 2-1 para dar 1) e de cálculo (fez 2-1 para dar 2 em dois blocos, em vez de 3-1). O interessante é que todos os erros ocorreram no ponto de vista dos blocos, já que do ponto de vista das linhas e colunas o jogo estaria correto, pois ela obedeceu a regra de os números não se repetirem.

7.1.3 Uso de fichas

Como observado anteriormente nas Figuras 10, 11, 12 e 13, houve uma diferença no desempenho individual dos alunos de acordo com o material utilizado para resolver os jogos. Em jogos 3x3 com fichas, os alunos realizaram mais jogadas excedentes e cometeram mais erros do que em jogos 3x3 com lápis. Já no 4x4 com fichas, os alunos realizaram menos jogadas excedentes do que com lápis e cometeram menos erros do que em jogos 4x4 com lápis.

Além disso, a pesquisadora percebeu que os alunos apresentaram dois problemas quanto à utilização de fichas: o primeiro foi que não conseguiram utilizar as duas cores como forma de auxiliar na hipótese sobre o que era possível e necessário em cada casa; o segundo foi que os alunos tentaram resolver os jogos utilizando mais chutes e tentativa e erro do que quando resolviam com lápis.

Sobre o primeiro, a pesquisadora percebeu que os alunos não viam essa ferramenta como auxiliar e sim como algo para dificultar o processo, pois teriam que memorizar para que cada cor servia e colocá-las sempre em uma ordem. Sobre o segundo, a pesquisadora observou que por não ter que apagar o que estava errado, os alunos iam simplesmente colocando as fichas e trocando-as de lugar sem refletir muito sobre suas jogadas. Logo, na primeira vez que as fichas foram utilizadas, os alunos fizeram mais jogadas do que o necessário com esse instrumento do que com o lápis.

Os alunos achavam que corrigir erros quando se resolvia à lápis era mais trabalhoso do que com as fichas, que só precisavam ser mudadas de lugar. Deste modo, os alunos pensavam menos antes de agir e só invertiam as fichas para ver se o erro seria mais rapidamente corrigido. Assim, quando solicitados a responder os jogos com fichas, os alunos perguntavam se esse uso era de fato obrigatório, pois preferiam usar o lápis. Diziam que com o lápis eles “erravam” menos (no sentido de fazerem menos jogadas) e não precisariam ter que “passar a limpo” depois de terminarem um jogo. A pesquisadora percebeu também que quando tinham que usar as fichas, geralmente os alunos começavam utilizando-as bem, entretanto, quando começavam a cometer muitos erros, eles passavam a ignorar as cores das fichas e/ou a usar o lápis.

Logo, quando a pesquisadora dava liberdade para eles escolherem qualquer um dos dois materiais, todos sempre preferiram jogar com lápis. Quando perguntados sobre o material favorito, todos os alunos obviamente responderam que preferiam o lápis e diziam que dava

“menos trabalho”, pois quando faziam com as fichas eles deveriam passar todos os resultados a lápis depois. Os alunos também disseram achar difícil procurar os números por cores para colocar nos blocos.

7.1.4 Jogos em dupla

A primeira vez que alunos trabalharam em dupla foi em uma das oficinas, quando L e T foram as primeiras a terminarem as atividades propostas e se gabavam disso. A pesquisadora então aproveitou o momento para desafiá-las e elaborou um jogo de matriz 4x4 (disponível no Apêndice D) para que elas resolvessem juntas utilizando fichas.

L e T trabalharam bem em dupla, pois souberam discutir e explicitar seus pontos de vista. Cada uma colocava uma ficha por vez e sempre argumentavam o porquê de suas decisões. No que tange às estratégias utilizadas, elas começaram fazendo uso das cores das fichas mas, como realizaram muitas jogadas e tiravam e colocavam as fichas rapidamente, elas pararam de usar as cores diferentes para cada bloco. T demonstrou que se guiava pelos números já colocados na matriz, ou seja, coordenava pontos de vista e tinha consciência do todo e parte. Um exemplo disso é que para resolver a última linha ela diz *“já tem o um e o três certo, então tem que vir o quatro e o dois pra cá, falta só saber a ordem”*. Já L se mostrou atenta, pois sempre que ela e sua parceira concluíam uma linha ou coluna, ela procurava por repetições. Entretanto, na perspectiva do jogo, elas não foram tão bem porque precisaram fazer muitas jogadas excedentes: ao todo, fizeram 59 jogadas (43 a mais). Assim, embora a atividade tenha sido boa para elas trocarem pontos de vista, o desempenho dessas alunas quanto às jogadas excedentes foi melhor quando jogaram individualmente.

Em uma outra oficina, a pesquisadora propôs a atividade de resolver jogos em dupla para todos os alunos presentes. Nesse dia, a pesquisadora conseguiu observar melhor as estratégias e resolução dos jogos em dupla e comparar o desempenho de “C e M” e “R e V”. A Tabela 3 mostra o desempenho das duplas com relação à quantidade de jogadas e o tempo que passaram resolvendo os mesmos jogos.

Tabela 3 - *Quantidades de jogadas realizadas e de tempo de cada dupla na atividade*

Dupla	J41	J42	J43	J44	J45	J46
C e M	16/27	16/16	16/24	16/22	16/27	16/22*
	2m18s	2m16s	-	-	3m13s	2m08s
R e V	16/20	16/31	16/21	16/27	16/25	16/29
	1m51s	3m21s	1m18s	1m50s	-	-

Nota. A tabela mostra as quantidades de jogadas e de tempo necessárias para cada dupla concluir jogos de matriz 4x4 com as quatro operações. * A dupla C e M entregou o J46 com erros.

Comparando as duas duplas, é possível observar na Tabela 3 que C e M tiveram um melhor desempenho em relação à quantidade de jogadas excedentes; R e V tiveram melhor desempenho quanto ao tempo e quanto à conferência dos resultados, pois entregaram todos os jogos sem erros. Como já apontado anteriormente, esses quatro alunos tiveram um melhor desempenho quanto a jogadas excedentes em jogos em dupla do que individualmente.

Quanto às estratégias utilizadas pelas duplas, R e V começaram preenchendo os blocos unitários de todos os jogos. Eles preenchiam as matrizes ao mesmo tempo, comentando o que estavam fazendo e o porquê. Começaram trabalhando bem, mas depois começaram a se irritar um com o outro e a reclamar do fato de trabalharem em dupla, pedindo para a pesquisadora deixá-los fazer os jogos individualmente. Ameaçavam se bater, gritavam alto um com outro e se xingavam de palavras como “anta”, “jumenta” e “burro”. Nos dois últimos jogos eles disputaram o papel o tempo inteiro e pediram para a pesquisadora não propor mais atividades que eles tivessem que trabalhar com outro aluno pois preferiam fazer o Kenken sozinhos, como é proposto pelo criador do jogo.

Já C e M também iniciaram a atividade preenchendo os blocos unitários todos de uma vez, discutiam as jogadas antes de fazê-las e faziam cálculos no papel. C e M trabalharam bem juntas e não brigaram. Entretanto, elas não perceberam que haviam cometido erros em seis casas de um jogo. A pesquisadora observou que R e V não perdiam o foco enquanto discutiam, mas atrapalharam muito a concentração de C e M.

7.1.5 Cópia

A pesquisadora anotou dois jogos no quadro negro e pediu para que as alunas copiassem em uma folha que já continha as matrizes em branco. Logo, o que as alunas

precisavam fazer era apenas marcar corretamente os blocos e colocar o número alvo e a operação pedida em cada um deles. Em seguida, os dois jogos deveriam ser resolvidos individualmente. Essa era uma atividade simples, porém, as alunas estavam um pouco dispersas e isso pode ter afetado o desempenho delas. L terminou a atividade rapidamente, mas as demais alunas levaram cerca de 30 minutos para concluí-la. C e R passaram a oficina inteira fazendo essa atividade, e, por conta disso, não resolveram os demais jogos propostos no dia por falta de tempo.

Apenas M e L fizeram a atividade da cópia sem errarem nem uma vez. Porém, M necessitou da confirmação da pesquisadora de que tudo estava certo, enquanto L checkou sozinha tudo que tinha feito. Quanto às demais alunas, R cometeu muitos erros na cópia dos blocos, mas percebeu todos e pediu folhas extras para corrigi-los e entregou a atividade sem erros. T também errou a cópia nos dois jogos mas não quis refazê-la em outra folha, avisou à pesquisadora onde tinha errado e respondeu os jogos sem problemas. G também errou a cópia e demonstrou grande dificuldade de copiar os blocos, mas embora tenha conseguido perceber seus erros ela não quis outra folha para corrigi-los. Um dos jogos respondidos por ela continha também erro de resolução. D também cometeu erros de execução da cópia e na resolução nos dois jogos, mas pareceu não ter percebido ambos, pois não avisou à pesquisadora nem pediu folhas extras.

Os jogos que deveriam ser copiados estão disponíveis na Figura 21. Já a Figura 22 ilustra a diferença de desempenho entre duas alunas. Essa figura mostra os dois jogos de G, que foi uma das alunas que mais teve dificuldade na atividade, e os jogos de L, que conseguiu concluir a atividade rapidamente, sem dificuldades ou erros.

7+		3	7+
	5+	3+	
3			7+
5+			

3	7+	7+	
7+		1	
	6+		5+
	4+		

Figura 21. Jogos que estavam na lousa para serem copiados e respondidos pelas alunas.

Figura 22. Cópia e resolução dos jogos J21 e J22 feitas por G e L. Fotos de arquivo pessoal, adaptadas para preservar a identidade das participantes e formarem uma única figura.

Como é possível observar, além de não ter conseguido copiar os blocos corretamente em ambos os jogos, G cometeu erros de resolução em seis casas do J21. Foi verificado que todos os seus cálculos nesse jogo estavam corretos, porém, ela teve problemas de escolha e de posição dos números. O fato de os cálculos estarem corretos mostra que o erro de cópia não foi a causa dos erros de resolução, pois ela manteve a noção de bloco mesmo com os erros. No J22, por exemplo, ela também cometeu erro de cópia mas isso não afetou a resolução, pois conseguiu respondê-lo corretamente.

Já L, além de ter realizado a atividade em menos tempo que os demais alunos, conseguiu copiar os jogos corretamente sem precisar de folhas extras ou da checagem da pesquisadora e resolver os jogos sem erros, sendo o J21 apenas com a quantidade suficiente de jogadas.

7.1.6 Kenken no computador

As alunas ficaram animadas para fazer esta atividade, pois todas disseram ter computador em casa e gostar de usá-lo. Cada aluna deveria responder um jogo, pois na época dessa atividade o site oferecia apenas um por dia. Os jogos respondidos estão disponíveis no Anexo D e, coincidentemente, M e R responderam o mesmo.

Como explicado anteriormente, o Kenken no computador se joga da mesma maneira que no papel ou tabuleiro, a diferença é que o site fornece ferramentas de auxílio para a resolução do jogo. A pesquisadora quis observar se os alunos empregariam as mesmas estratégias do contexto concreto no virtual e se sentiriam necessidade de utilizar essas ferramentas.

Para resolver os jogos no computador, as alunas utilizaram a mesma quantidade de tempo de um jogo com lápis ou fichas. M fez uso da ferramenta *check* quatro vezes, fez os cálculos com o auxílio dos dedos e, no fim do jogo, se orientou pelas casas vazias em linhas e colunas, completando-as. Ela terminou o jogo em 02min29s. Já R iniciou o jogo sem preencher logo os blocos unitários, utilizou o *check* três vezes, fez todos os cálculos mentalmente e terminou aos 02min15s. C, por sua vez, resolveu um jogo diferente das outras meninas, não utilizou o *check*, fez todos os cálculos mentalmente e terminou em 02min18s. Foi possível observar que independentemente da estratégia adotada, as alunas precisaram praticamente da mesma quantidade de tempo para resolverem jogos do mesmo nível de dificuldade.

Comparando com os jogos realizados por elas no papel, as alunas utilizaram basicamente as mesmas estratégias nos jogos do computador, também precisaram fazer jogadas excedentes e precisaram de uma quantidade similar de tempo para solucionar um jogo.

7.1.7 Tarefas de casa

As tarefas de casa eram jogos dados pela pesquisadora no final de cada oficina para que os alunos resolvessem a lápis em casa e entregassem na oficina seguinte. Foram propostas 184 tarefas de casa (23 para cada aluno) e dessas, apenas 60 foram feitas (32,6%). Embora os alunos fossem mais responsivos em sala, eles tiveram um desempenho ligeiramente melhor quanto ao número de jogadas e tipos de erros nos jogos respondidos em casa.

Com exceção de C, todos os alunos fizeram as tarefas T1 e T2. Essa tarefa foi respondida por todos em sala de aula, pois eles terminaram os jogos rapidamente e ficaram empolgados para resolver mais. Disseram também que não teriam muito tempo de fazê-la em casa, pois o professor de matemática deles já passava tarefas demais. R cometeu erros de posição no T1 e entregou o jogo com quatro casas erradas. G entregou o T2 incompleto.

Apenas D, M e R entregaram à pesquisadora as tarefas T3, T4 e T5. D entregou o T3 e o T4 com duas casas erradas, causadas por erro de posição. Quanto às tarefas da terceira oficina (T6, T7 e T8), apenas M e L fizeram. M entregou o T8 com todas as nove casas erradas. O interessante do jogo é que nenhum número se repetia nas linhas e colunas, mas havia erros de cálculo e de escolha.

Os jogos T9, T10 e T11 foram respondidos por M e por L e todos estavam corretos. Os jogos T12, T13 e T14 foram respondidos por D, M e L e todos também estavam corretos. Quanto aos jogos T15, T16 e T17, D cometeu um erro de cálculo no T15 que afetou duas casas e culminou em uma repetição. Já no T16 ela errou seis casas, devido a erros de cálculo e de posição. Entretanto, não havia repetição nas linhas e colunas.

Os jogos T18, T19 e T20 deveriam ser copiados da lousa. Entretanto, a oficina terminou tarde, quando o sinal para o almoço já havia sido tocado. Logo, nenhum aluno teve tempo de copiar. Na oitava oficina, quando a pesquisadora ia entregar o T21, T22 e T23, os alunos pediram para que ela não o fizesse, pois eles não teriam tempo de resolver.

Desse modo, a aluna que mais resolveu os jogos de tarefa de casa foi M, com 17 jogos (100% dos que ela recebeu). Em seguida, os alunos que mais responderem jogos foram D e L, com 11 jogos cada (64,7%). Em seguida vem R com oito (47%), V com cinco (29,4%), G com quatro (23,5%), C com três (17,6%) e T com dois (11,7%).

7.1.8 Criar um Kenken

A atividade de criar jogos de Kenken foi realizada nas duas últimas oficinas e permitiu que a pesquisadora observasse se os alunos haviam tomado consciência do todo e das partes do jogo, concebendo a existência de possibilidades e necessidades dele. Os jogos criados na nona oficina estão disponíveis no Anexo E, e os criados na décima oficina estão no Anexo F.

Na primeira oficina em que isso ocorreu, os alunos teriam que desenvolver três jogos e entregar para a pesquisadora respondê-los. Para a elaboração desses jogos eles utilizaram estratégias diferentes: D, L e V distribuíam os números sem repeti-los na linha ou coluna e depois faziam os blocos e colocavam as operações. Já G, M e R também distribuíam os números, mas colocavam primeiro as operações, para depois fecharem os blocos. Já C foi a aluna que mais demorou a criar seu próprio Kenken, não tendo tempo de entregar para a pesquisadora responder. A razão disso é que C primeiro criava os blocos, os resultados e as operações, para só depois distribuir os números e ver se dava certo. Essa estratégia é bem mais difícil do que começar distribuindo os números, como todos os outros alunos fizeram, o que exigiu de C um maior tempo para a elaboração.

Quanto aos jogos terem apenas uma solução possível, apenas uma dos alunos conseguiu fazer com que todos os três jogos permitissem isso. L e C criaram bons jogos de matriz 3x3, mas o 4x4 permitia mais de uma resolução. R e G criaram um bom 4x4 e um bom 3x3, mas um dos 3x3 permitia também mais de uma resolução. V, por sua vez, criou apenas um 3x3 bom, pois o outro 3x3 e o 4x4 permitiam mais de uma resolução. M criou apenas um bom 4x4, pois seus 3x3 permitiam mais de uma resolução. D foi a única que entregou três jogos que permitiam apenas uma resolução.

Na última oficina os alunos teriam que criar um jogo 3x3 e outro 4x4 e trocar com seus colegas para eles responderem. Apenas C, G, D e V participaram dessa atividade. Foi possível observar que D, G e V criavam seus jogos de Kenken distribuindo primeiramente os números na matriz para, em seguida, criarem os blocos e colocarem os números e sinais da operação. Já C continuou criando primeiro os blocos e as contas, para depois tentar encaixar os números. Por isso, C demorou bem mais do que os outros alunos para terminar essa atividade. Quando a pesquisadora perguntou porque ela não fazia como os outros alunos e distribuía primeiramente os números, ela disse que fazer isso a deixaria confusa, porque ela não saberia qual número e qual conta teria que fazer.

V criou dois bons jogos e D criou um bom 4x4, mas seu 3x3 permitia mais de uma resolução; eles trocaram os jogos entre si. C criou dois bons jogos e G criou dois bons 4x4 (fez um a mais enquanto esperava C terminar de criar, mesmo sem ter sido solicitada pela pesquisadora), mas um 3x3 que permitia mais de uma resolução. Elas trocaram os jogos entre si. Todos conseguiram resolver os jogos criados pelos seus amigos.

7.1.9 Estratégias

Para fazer as contas propostas pelo jogo, os alunos utilizaram como estratégia o próprio cálculo mental, não precisando recorrer à contagem unitária ou armação de contas no papel. Apenas nos jogos que envolviam a multiplicação alguns alunos quiseram recorrer à tabuada ou à calculadora como auxílio e o fizeram algumas vezes sem que a pesquisadora percebesse de imediato.

Quanto às estratégias de resolução do jogo, a maioria dos alunos geralmente começavam pelos blocos de uma casa, o que é uma boa estratégia, pois começavam pelas casas que eles tinham certeza do resultado correto. Entretanto, quando os jogos não tinham blocos de uma casa, os alunos iniciavam a resolução do jogo de forma aleatória, sem analisar quais blocos teriam os resultados mais simples de deduzir.

Quanto aos materiais, os alunos não consideraram as fichas como uma ferramenta estratégica na resolução do jogo. É que utilizá-las corretamente poderia auxiliá-los a trabalhar com possibilidades e a cometer menos erros. Entretanto, a pesquisadora verificou que os alunos não utilizaram o material corretamente.

Os alunos também não usaram muito as possibilidades de combinações, o que são chamados de “candidatos”. É que uma estratégia que pode ajudar no jogo é saber que, por exemplo, um bloco de três casas de resultado 7+ em uma matriz 4x4 pode ter vários candidatos como $2+3+2$, $3+1+3$ e $4+2+1$. Quando se sabe isso, os alunos podem anotar no papel ou colocar todos os números possíveis nas casas para depois, com a resolução dos demais blocos, ir apagando os que se tornarem impossíveis. O que foi observado é que os alunos não faziam nenhuma anotação sobre os números possíveis de um bloco. Eles geralmente colocavam a primeira combinação que viesse à cabeça e só pensavam nas demais possibilidades quando percebiam que havia algum erro no jogo. Logo, saber quais são todas as combinações possíveis do bloco antes de preenchê-lo pode ajudar a pré-corriger erros, mas os alunos não trabalhavam dessa forma.

A maioria dos alunos também não focava sempre no que faltava nas linhas/colunas para resolver os jogos. Ao preencher com certeza uma linha/coluna de uma matriz 3x3 com os números 1 e 2, o aluno também teria certeza que a casa vazia deveria ser preenchida com o número 3. Porém, a pesquisadora percebeu que em vez de focar nos números que faltavam na linha/coluna e colocá-los automaticamente, os alunos pensavam ainda no cálculo dos blocos vazios. O interessante é que quando resolviam todo o jogo e precisavam conferir se tudo estava correto, os alunos checavam apenas as linhas e colunas em busca de repetições, mas não checavam os blocos para se certificar que os cálculos também estavam corretos. Na grande maioria das vezes, os blocos só eram checados quando eles percebiam que havia alguma repetição nas linhas ou colunas.

A pesquisadora observou também que os alunos tiveram preferência em utilizar os chutes e a tentativa e erro em vez de tentar resolver os jogos baseados na lógica. Uma prova disso é que eles precisaram fazer uma maior quantidade de jogadas do que a necessária na maioria dos jogos. Os alunos acreditavam que quem respondia mais rápido era mais inteligente e, assim, queriam ser os primeiros a terminar, preferindo fazer jogadas rapidamente, sem parar para pensar muito sobre elas.

7.1.10 Enigmas

As atividades de enigma traziam perguntas sobre jogos de Kenken de matriz 4x4 e estão disponíveis no Apêndice E. Todos os enigmas foram criados pela pesquisadora e tinham apenas dois tipos de perguntas: número e “por quê?”. Essas perguntas deveriam ser respondidas sem que os alunos solucionassem os jogos, ou seja, os alunos tinham que pensar sobre a resolução do jogo mas não podiam colocar esse pensamento no papel.

Nas perguntas do tipo número, os alunos teriam que responder sobre um número e/ou sobre a sua localização em uma linha/coluna (ex: “Onde está o número 1 na linha A?” ou “Que número está na casa Ba?”). A pesquisadora só considerou três tipos de resposta: certa (c), errada (e) e não sabe ou não respondeu (n). Os alunos que não fizeram foram marcados com um traço (-). A Tabela 4 mostra o desempenho dos alunos nessas perguntas.

Tabela 4 *Desempenho dos alunos nas perguntas tipo número nos Enigmas*

	E1		E2		E3		E4		E5		
	P1	P2	P3	P4	P3	P4	P1	P4	P1	P2	P3
C	e	e	c	c	e	e	c	c	c	n	c
D	c	c	-	-	-	-	c	c	c	n	c
G	e	e	-	-	-	-	c	c	c	c	c
L	e	c	c	c	e	c	c	e	c	c	c
M	c	c	c	c	e	e	c	c	c	c	c
R	c	c	c	e	e	c	c	c	c	c	c
T	c	c	-	-	-	-	-	-	-	-	-
V	c	c	e	c	e	c	c	c	e	c	c

Nota. E (enigma); P (pergunta); c (certo); e (errado); n (não sabe); - (não respondeu).

Já nas perguntas do tipo por quê?, os alunos teriam de justificar as afirmações ou negações do enunciado (ex: “O número 2 não está na casa B3. Por quê?” ou “O número 1 está com certeza na casa A2. Por quê?”). A pesquisadora considerou quatro tipos de resposta: suficiente (s) quando a resposta era correta e completa; insuficiente (i) quando a resposta era correta mas incompleta, ou seja, quando a justificativa não era tão boa; errada (e) quando a justificativa não era correta; e não justificou (n) quando os alunos não justificavam as respostas. Os alunos que não participaram da atividade foram sinalizados com um traço (-). A Tabela 5 mostra o desempenho dos alunos nas justificativas dos enigmas.

Tabela 5 - *Desempenho dos alunos nas perguntas tipo “por que? Nos Enigmas*

	E1				E2		E3		E4					E5			
	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P1	P2	P1	P2	P3	P4	P5	P2	P3	P4	P5
C	e	s	s	i	s	s	e	i	i	i	e	s	i	e	s	s	n
D	i	i	i	i	-	-	-	-	i	i	i	e	e	e	s	s	s
G	n	s	i	i	-	-	-	-	s	s	s	n	e	s	n	s	e
L	s	s	s	i	i	e	s	s	n	s	s	n	s	-	-	-	-
M	n	s	s	n	s	s	e	i	e	e	e	n	e	s	s	i	e
R	n	s	s	e	i	e	i	e	-	-	-	-	-	s	s	s	s
T	n	s	i	i	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
V	i	s	s	s	i	e	i	i	i	e	e	n	i	n	n	e	n

Nota. E (enigma); P (pergunta); s (suficiente); i (insuficiente); e (errada); n (não justificou); - (não fez).

Nas perguntas do tipo “por que?” a pesquisadora categorizou ainda três tipos de justificativas: cálculo, repetição e preenchimento. A justificativa baseada no cálculo ocorria quando os alunos davam suas respostas pensando no resultado da conta no bloco, por exemplo: *“o número não está aí porque assim a conta dá errado”*, *“o número está nessa casa porque a conta irá ficar certa”* e respostas que trazem o próprio cálculo, como *“porque $4-1=3$ ”* e *“porque $3-1$ dá 2”*. Esse tipo de resposta foi considerada insuficiente pela pesquisadora, pois mostrava que os alunos consideravam apenas o bloco que, obviamente, teria que dar uma conta certa visto que o jogo exige cálculos corretos.

A justificativa de repetição ocorria quando os alunos usavam a própria regra do jogo, de que os números não se repetem nas linhas e colunas. A pesquisadora considerava suficiente as respostas que traziam uma localização, como *“o número 3 não está no A1 porque senão repete no A4”* ou *“porque se colocar no lugar do 4 repete o 2”*. Já as respostas consideradas insuficientes não traziam qualquer informação sobre a localização da dica e aparentava ser apenas uma utilização da regra de não repetição dos números. Eram respostas do tipo *“o número não está no B1 porque senão vai repetir na coluna”* ou *“porque deve repetir em algum lugar”*.

Por fim, a justificativa do preenchimento ocorria quando os alunos davam as respostas baseadas no que tinha ou estava faltando na linha, coluna ou bloco. As respostas eram consideradas suficientes quando os alunos tinham dados suficientes para responder, por exemplo: *“o número 2 não está no B3 porque ele já está no B4”* ou *“o número 2 está com certeza no D1 porque só falta o 2 nessa linha”*. A resposta era considerada insuficiente quando os alunos não tinham dados necessários para respondê-la e utilizavam a lógica de que os números deveriam aparecer uma vez na linha ou coluna, por exemplo: *“o número 4 está com certeza lá porque só deve estar faltando ele na linha”*.

Quanto à frequência dos tipos de justificativas dadas, o cálculo apareceu em 37,7% das respostas, a posição apareceu em 36% e a repetição em 26,2%. A pesquisadora percebeu que C, D e V utilizaram os três tipos, mas recorreram mais ao cálculo, seguido de repetição e posição. L, M e R também utilizaram as três, mas recorreram mais à posição, seguida de repetição e cálculo. G, por sua vez, utilizou na maioria das vezes a justificativa pela posição, usando o cálculo como justificativa apenas uma vez. Já T usou apenas a posição em suas justificativas. Além desses três tipos de justificativas frequentes dadas pelos alunos, houve também alunos que diziam não saber justificar e outros que simplesmente não deram justificativa.

A Figura 23 mostra a comparação entre acertos nas respostas das 11 perguntas do tipo número e 17 do tipo “por quê?”. Ao lado da letra de cada aluno há a quantidade de respostas que foram dadas para essas perguntas.

Figura 23. Comparação da porcentagem de acertos entre os tipos de pergunta “número” e “por que?”

É possível observar que houve uma grande diferença no desempenho dos alunos nos dois tipos de pergunta. Os alunos foram bem na pergunta tipo “número”, pois todos acertaram mais da metade delas. Entretanto, na pergunta tipo “por quê?” os alunos tiveram um desempenho inferior e apenas L acertou mais da metade das perguntas.

Após responderem os enigmas, os alunos poderiam resolver os jogos contidos neles, se quisessem. Após responderem as perguntas do primeiro enigma, todos os alunos resolveram o jogo. A quantidade de jogadas e o tempo necessário para terminar esse jogo foram anotados. Esses dados podem ser vistos na Tabela 6.

Tabela 6 - Quantidade de jogadas e tempo para resolução do jogo após responderem às perguntas do enigma

	C	D	G	L	M	R	T	V
Nº de jogadas	16/25	16/22	16/27	16/16	16/19	16/16	16/20	16/18
Tempo	3min37s	2min4s	2min15s	1min2s	3min13s	1min18s	1min6s	3min10s

Nota. A tabela mostra a quantidade de jogadas e o tempo gasto de cada jogador na resolução do jogo do primeiro enigma

Nenhum aluno respondeu os jogos dos Enigmas 2, 3 e 4, mesmo sendo o jogo do Enigma 4 o mesmo utilizado no Enigma 1. Quanto ao Enigma 5, alguns alunos disseram estar cansados desse tipo de atividade e pediram para devolver os jogos antes de responderem as perguntas, mas a pesquisadora não permitiu que eles o fizessem dessa forma. Entretanto, alguns alunos preencheram o jogo de acordo com as respostas que iam dando nos enigmas. D, G, M, R e V entregaram o jogo resolvido.

7.1.11 Resumo dos resultados do Kenken

Dos 244 jogos de Kenken cuja quantidade de jogadas pôde ser registrada, apenas 15,5% foram respondidos sem jogadas excedentes. As atividades em sala de aula em que os alunos mais precisaram fazer jogadas excedentes foi o 4x4 utilizando o lápis, seguido do 3x3 com fichas e do 4x4 feito com lápis e em dupla. Já nas tarefas de casa, embora a atividade não tenha tido muito sucesso por ser pouco realizada pelos alunos, eles executaram menos jogadas excedentes.

Quanto aos erros, os alunos erraram pouco: dos 267 jogos que foram respondidos em sala, 11,6% continham um ou mais tipos de erro, sendo 74,1% dos jogos com erro de posição, 48,3% com erro de cálculo e 38,7% com erro de escolha dos números. Em casa, a taxa de erros nos jogos foi a mesma do que em sala: 11,6% continham algum erro, dos quais 71,4% tinham erros de posição, 42,9% de cálculo e 14,3% de escolha dos números.

Quanto à utilização de fichas, os alunos tiveram dificuldade em usar o material e preferiam o lápis; quanto à resolução de jogos em dupla, os alunos tiveram um bom desempenho embora preferissem jogar individualmente; quanto à cópia, a maioria dos alunos teve dificuldade em fazê-la visto que essa atividade demandou muito tempo e correções, além de que alguns alunos não conseguiram concluí-la de forma satisfatória; por fim, quanto a jogar Kenken no computador, verificou-se que os alunos tiveram um desempenho similar nos contextos concreto e virtual.

Sobre as duas atividades que não envolviam o jogar, mas sim o pensar sobre o jogo, verificou-se que os alunos tiveram no geral um bom desempenho ao criar os jogos de Kenken, mas não foram tão bem nos enigmas, pois embora tivessem facilidade nas perguntas sobre a localização dos números, eles tiveram dificuldades para justificar suas respostas.

7.2 Feche a Caixa

Os jogos de Feche a Caixa foram avaliados de acordo com as atividades propostas: Feche a Caixa Duplo, Torneio de Feche a Caixa Duplo, Torneio de Feche a Caixa de Papel, Feche a Caixa no computador e Situações-Problema. A pesquisadora também avaliou os pontos perdidos de cada aluno e os tipos de erros que foram cometidos.

7.2.1 Estratégias

Para fazer os cálculos de adição propostos pelos jogos, os alunos costumavam fazer cálculo mental, contagem unitária nos dedos e contagem unitária falada. Para os cálculos de subtração propostos pelo jogo, os alunos utilizaram o cálculo mental, e armação e resolução de contas no papel.

Como estratégia geral do jogo, na maioria das vezes, os alunos procuravam fechar a maior caixa possível. Por exemplo, quando tiravam nos dados os números 4 e 5, eles costumavam fechar a caixa 9 em vez das 1 e 8, 2 e 7, 3 e 6 ou 4 e 5. Quando não faziam isso, os alunos buscavam fechar as caixas que contivessem o maior número possível (seguindo o exemplo anterior, seriam as caixas com os números 1 e 8). Algumas poucas vezes os alunos também fecharam as caixas que tivessem o mesmo número dos dados (4 e 5) ou uma outra combinação (2 e 7 ou 6 e 3). Alguns alunos também utilizaram como estratégia fechar três caixas em uma única jogada (seriam as caixas 1, 2 e 6 ou 1, 3 e 5 ou 2, 3 e 4).

A maioria dos alunos tentava sempre fechar as maiores caixas, para poderem escolher com quantos dados jogar. A pesquisadora observou, entretanto, que boa parte dos alunos continuava jogando com dois dados quando podiam optar por um.

7.2.2 Restos

Quando se joga o Feche a Caixa tradicional e no computador, o jogo acaba quando a soma dos restos ultrapassa 45. Logo, um bom jogador é o que consegue jogar mais partidas sem que essa quantidade de pontos seja atingida. Já em um jogo de Feche a Caixa duplo, o jogador precisa apenas perder menos pontos ou fechar todas as caixas em uma partida contra alguém para ser o vencedor. E, em um torneio de Feche a Caixa de papel, o vencedor é aquele que em comparação com outros jogadores acumula menos pontos em uma quantidade fixa de partidas.

Em qualquer uma dessas atividades, o desafio dos jogadores seria conseguir sempre fechar todas as caixas, ou seja, não perder pontos, não deixar restos. Mas, como se trata de um jogo em que a sorte nos dados tem um papel importante, perder ou deixar restos não significa jogar mal. Talvez por isto o conseguir fechar todas as caixas aconteceu poucas vezes, em apenas 13% dos jogos registrados. A Figura 24 mostra a quantidade de partidas registradas de Feche a Caixa de cada aluno e a quantidade de partidas em que todas as caixas foram fechadas.

Figura 24. Quantidade de partidas de Feche a Caixa terminadas com ou sem restos, ordenadas do aluno que conseguiu fechar todas as caixas mais vezes ao que menos conseguiu

Quanto aos jogos em que não foi possível fechar todas as caixas, isto é, quanto aos jogos em que os alunos deixavam restos, a pesquisadora calculou a média de pontos perdidos pelos alunos em cada jogo registrado. A Figura 25 mostra a média de pontos perdidos de cada aluno.

Figura 25. Média de pontos perdidos de cada aluno por partida

É possível observar que os alunos tinham um desempenho bastante parecido, conseguindo fechar poucas vezes todas as caixas e usualmente perdendo alguns pontos. G foi a aluna que, em média, deixava restos menores e M a que deixava restos maiores. Entretanto, a pesquisadora observou que o fato de deixar muitos restos e perder muitos pontos não impedia que os alunos vencessem partidas ou torneios pois, como já foi dito, o fator sorte tinha forte influência sobre os resultados.

7.2.3 Jogadas erradas

Dos 100 jogos de Feche a Caixa que foram registrados, ocorreu algum tipo de erro em 22% deles. Três tipos de erros foram cometidos pelos alunos nas partidas: repetição, escolha dos dados e cálculo. Quanto ao erro de repetição, esse ocorre quando se elimina o mesmo número mais de uma vez em uma mesma partida, o que é contra a regra do jogo que diz que as caixas só podem ser fechadas uma única vez. Já o erro de escolha dos dados ocorre quando alguém opta em jogar apenas um dado em vez de dois, antes de fechar as casas 7, 8 e 9 no Feche a Caixa no papel e 7, 8, 9 e 10 no Feche a Caixa duplo.

Quanto aos erros de cálculo do Feche a Caixa, existem três tipos possíveis: soma errada dos dados (por exemplo, tirar os números 4 e 5 nos dados mas dizer que a soma dá 8 e fechar caixas cujo resultado também seja 8), eliminação errada das caixas (que é um erro de correspondência e consiste em, por exemplo, tirar o 4 e o 5 nos dados, dizer corretamente que a soma dá 9, mas fechar as caixas 6 e 4 ou qualquer outras que não atinjam o resultado do

dado) e cálculo errado dos pontos (quanto o aluno não consegue calcular corretamente os restos e os pontos obtidos em cada partida).

No caso das oficinas, o cálculo errado dos pontos podiam ser erros de adição ou subtração. Os erros de adição podiam acontecer no final de uma partida (por exemplo, ter como resto as caixas 8 e 9 e, ao somá-las, dizer que tinha perdido 16 pontos) ou no fim de várias partidas, o que ocorria geralmente nos torneios de Fecho a Caixa de papel em que os alunos deveriam somar todos os restos de todas as partidas jogadas (por exemplo, ao perder 5 pontos em uma partida e 11 em outra, dizer que o total de pontos perdidos no torneio era 14). Já o erro de subtração aconteceu apenas no Fecho a Caixa no computador, em que os alunos começavam com 45 pontos e deveriam subtraí-lo pelos restos obtidos em várias partidas.

Nas atividades de Fecho a Caixa que foram filmadas e/ou entregues para a pesquisadora, foi observado que as alunas L e T foram as únicas que não cometeram nem um erro, mas também foram as participantes que jogaram menos partidas. C cometeu apenas um erro, G e V cometeram apenas dois, R cometeu quatro, D cometeu cinco e M cometeu sete erros. Quanto aos tipos de erros, 71,4% foram de cálculo, 19% foram de repetição e 9,6% foram de escolha dos dados. A Figura 26 ilustra a porcentagem desses erros.

Figura 26. Porcentagem de erros nos jogos de Fecho a Caixa

É interessante observar que embora o Feche a Caixa exigisse operações matemáticas consideradas pelos alunos como mais simples, os erros de cálculo foram mais frequentes nesse jogo do que no Kenken. Dentre os erros de cálculo do Feche a Caixa, 56,25% foram de soma dos restos, 25% foram de eliminação das caixas (correspondência) e 18,75% foram de soma dos dados. A Figura 27, a seguir, mostra a porcentagem desses erros.

Figura 27. Tipos de erros de cálculo do Feche a Caixa

É importante salientar que os erros de escolha dos dados só foram observados nos torneios de Feche a Caixa de papel e que os erros de repetição só foram observados neles e no Feche a Caixa Duplo. Já os erros de cálculo foram observados em todas as atividades do Feche a Caixa, sendo o erro de cálculo do resto bastante frequente no Feche a Caixa de papel e no computador, mas inexistente no Feche a Caixa duplo.

7.2.4 Feche a Caixa duplo

Os alunos só jogaram o Feche a Caixa duplo de forma livre no primeiro contato com o jogo, pois a pesquisadora gostaria que, antes de iniciar os torneios, eles jogassem sem se preocupar com os cálculos dos pontos. Nesse dia, a pesquisadora também jogou algumas partidas contra os alunos.

Logo de início, a pesquisadora percebeu que os alunos recorreram várias vezes à contagem unitária nos dedos ou falada para saber o resultado dos dados, especialmente D, G e V. A pesquisadora percebeu também que todos os alunos usaram como estratégia tirar os números maiores e fazer retiradas unitárias (por exemplo, se o resultado nos dados era 6 e 4,

eles preferiam fechar a casa 10 do que as casas 9+1 ou 8+2). Apenas V mudou sua estratégia uma vez em uma partida. Ele resolveu tirar os números exatamente iguais aos que saíam nos dados (por exemplo, quando tirou 4 e 6 no dado, ele fechou as caixas 4 e 6; tirou 2 e 5 e fechou as caixas 2 e 5). Como V não obteve sucesso com essa tática, ele voltou a usar a estratégia comum a todos.

Foi possível observar também que após eliminar os números 7, 8, 9 e 10 e ter a possibilidade de jogar com apenas um dado, V foi o único que escolheu essa forma; R, D e G quanto tiveram essa possibilidade preferiram continuar jogando com dois dados.

Quanto aos erros observados, só houve dois durante toda a atividade: V errou uma soma dos dados (mesmo tendo feito a conta nos dedos) e M fechou uma caixa duas vezes na mesma partida (tirou primeiro 5+6 nos dados e eliminou as caixas 8 e 3; em seguida, tirou 6+3 nos dados e baixou a caixa 1, dizendo que a 8 já estava baixada).

Foi observado também que após jogarem algumas partidas os alunos alteraram uma regra do jogo. Todos os alunos sabiam que a partida encerraria para eles quando tirassem nos dados um número que não pudesse ser eliminado, mas seu oponente continuaria jogando até que isso acontecesse com ele ou se fechasse todas as caixas. Entretanto, a pesquisadora observou que nessa atividade o jogo só encerrava quando os dois jogadores passavam a vez de forma consecutiva. Ou seja: se um jogador tirasse nos dados uma soma que fosse impossível de ser fechada nas caixas disponíveis e isso não acontecesse logo em seguida com seu oponente, o primeiro jogador só teria “perdido a vez” e poderia fazer uma nova jogada após seu oponente jogar. Dessa forma, o jogo só encerraria quando os dois perdessem a vez consecutivamente ou se um deles conseguisse fechar todas as caixas. O curioso é que os alunos utilizaram essa nova regra apenas nessa situação, pois nos torneios em tabuleiro e no papel isso não aconteceu.

7.2.5 Feche a Caixa no computador

Os alunos tiveram também a oportunidade de jogar o Feche a Caixa online, disponibilizado no site da revista Nova Escola. No jogo, os números das caixas vão de um a nove e o jogador participa de várias partidas, terminando apenas quando a soma de todos os seus restos atinge ou ultrapassa 45. A cada partida encerrada, o jogador deve subtrair a pontuação do jogo pelo resto de sua partida. Apenas C, M e R participaram e cada uma foi filmada individualmente em pelo menos uma partida.

M utilizou a estratégia de eliminar os maiores números possíveis, mas demonstrou dificuldade em realizar alguns cálculos. Ao tirar 3 e 4 nos dados, por exemplo, disse alto que o resultado era oito. Quando viu que daria errado, disse que o resultado então seria nove. Então, resolveu contar nos dedos, viu que dava sete e clicou no número sete. Ela ficava muito atrapalhada para calcular os restos e não conseguia resolver as contas mentalmente, preferindo armá-las em um papel. Mesmo no papel ela ainda utilizava bastante a contagem nos dedos para somar os restos e subtrair os pontos corretamente.

R também utilizou a mesma estratégia de tirar os maiores números possíveis, mas fez todas as contas de cabeça, o que a fez cometer alguns erros. Somou seus restos $2+3+5+9$ e disse rapidamente que o resultado seria 18. Quando o computador acusou o erro, ela olhou os restos no computador e, apontando um por um, ela conseguiu chegar ao resultado correto, que era 19. Entretanto, para fazer a subtração dos pontos, pediu uma calculadora. A pesquisadora pediu para ela tentar fazer de cabeça, mas ela preferiu armar e efetuar a conta no papel e atingiu o resultado correto. Na segunda partida ela também somou rapidamente seus restos, mas de forma errado. O computador acusou o erro e ela somou novamente, de cabeça, chegando ao resultado certo. Ela fez de cabeça $26-19$, dizendo que o resultado era 13, mas o computador acusou o erro. Ela decidiu então contar nos dedos pela primeira vez e chegou ao resultado correto. Em outro jogo R somou de cabeça seus restos $2+8+9=19$. Mas, ao subtrair $28-19$ ela colocou que o resultado era 10. Quando o computador acusou o erro, ela pensou novamente e colocou o nove. Ela começou uma nova partida, somou os restos de cabeça e deu fim ao seu segundo jogo.

Já C também utilizou a mesma estratégia de tirar os maiores números possíveis e somava corretamente nos dedos os seus restos ou fazia contas de cabeça. Por deixar sempre restos menores, C jogou mais partidas que as outras meninas e teve um melhor desempenho. A pesquisadora não observou nem um erro cometido por C.

7.2.6 Torneio de Fecho a Caixa de Papel

Na primeira vez que fizeram essa atividade os alunos jogaram apenas duas partidas, sendo a primeira com eles mesmos jogando seus dados e a segunda com a pesquisadora jogando os dados e ditando os mesmos números para todos. No final, quem tivesse perdido o menor número de pontos ganharia o torneio. A Tabela 7 mostra as jogadas de cada aluno na primeira partida.

Tabela 7 - Jogadas na primeira partida do Torneio de Feche a Caixa

D	G	M	R	T	V
6 e 3 → 9	5 e 2 → 7	2 e 1 → 3	4 e 2 → 6	5 e 2 → 7	3 e 2 → 5
3 e 2 → 5	4 e 3 → 6+1	5 e 1 → 6	5 e 3 → 8	6 e 5 → 9+2	6 e 5 → 6+4+1
4 e 1 → 4+1	6 e 2 → 8	5 e 2 → 7	5 e 2 → 7	5 e 5 → 1+4+5	6 e 4 → 7+3
6 e 3 → 7+2	3 e 2 → 3+2	6 e 1 → 5+2	5 e 3 → 5+3	6 e 2 → 8	? → P
3 e 1 → P	? → P	2 e 2 → 4	5 e 2 → 4+2+1	4 e 2 → 6	
		6 e 2 → 8	? → P	? → P	
		1 → 1*			
R=3+6+8=17	R=4+5+9=18	R=9	R=9	R=3	R=2+8+9=19

Nota. Os números antes da seta (→) são o resultado dos dados; os números depois da seta correspondem às caixas que foram fechadas pelos alunos. R = resto; P = passou a jogada; ? = não registrou na folha de resposta o último lançamento de dados realizado. * M errou ao escolher lançar apenas um dado sem ter eliminado o número nove.

Na primeira partida, com exceção de V, todos utilizaram a mesma estratégia observada na oficina anterior: tirar os números maiores nas primeiras jogadas. V resolveu tirar números médios, riscando dois ou três números por jogada, o que não foi uma boa estratégia visto que ele foi quem fez menos jogadas e mais acumulou pontos. T e R também fecharam três caixas por jogada, mas R fez isso quando não havia outra jogada possível. T foi a única que conseguiu eliminar os números 7, 8 e 9 e teve a oportunidade de escolher jogar com um ou dois dados, mas escolheu continuar com dois. Ela fez as melhores jogadas, acumulando menos pontos.

Já na segunda partida é possível observar que os alunos seguiram estratégias bastante semelhantes. D, R e T fizeram as mesmas jogadas e tiveram o mesmo desempenho de G. V mais uma vez teve menos sorte na escolha de suas jogadas. A Tabela 8 mostra as jogadas de cada aluno nessa partida.

Tabela 8 - *Resultado da segunda partida do Torneio de Feche a Caixa*

DADOS	D	G	M	R	T	V
6 e 6	9+3	9+3	9+3	9+3	9+3	8+4
6 e 4	8+2	8+2	8+2	8+2	8+2	9+1
3 e 3	6	5+1	6	6	6	6
5 e 2	7	7	7	7	7	7
4 e 2	1+5	6	2+4*	1+5	1+5	-
3 e 1	4	4	-	4	4	-
Resto	0	0	5	0	0	10

Nota. A primeira coluna mostra os dados escolhidos pela pesquisadora e as demais mostram as caixas eliminadas por cada participante. * M eliminou o número dois pela segunda vez.

T foi a campeã desse primeiro torneio, com apenas três pontos perdidos em duas partidas. R ficou em segundo lugar com nove pontos e, em terceiro, M com 14. Se ela não tivesse cometido erros nas duas partidas, seu resultado poderia ter sido melhor. D fez 17 pontos, G fez 18 e V fez 29.

No segundo torneio de Feche a Caixa de papel os alunos lançaram os próprios dados em quatro partidas. Os alunos estavam muito empolgados para começar o jogo, mas não se lembravam das regras de como jogar no papel. Eles ficaram com algumas dúvidas e a pesquisadora teve que passar em todas as carteiras para repassar as regras e verificar se eles estavam fazendo as atividades de forma correta. Como cada aluno realizou muitas jogadas, a pesquisadora se limitou a analisar as estratégias utilizadas de cada um, e não cada jogada.

C teve como estratégia fechar sempre uma só casa. Quando não havia possibilidade, ela tirava as caixas de números maiores e menores. Quando fechou as três caixas maiores (7, 8 e 9) em duas partidas, ela continuou jogando com dois dados. Obteve como restos $2 + 0 + 12 + 31$, cuja soma dá 45. O seu mau desempenho na partida em que obteve 31 pontos de resto não ocorreu devido à estratégia escolhida, e sim à má sorte com os dados (ela só conseguiu tirar valores muito baixos neles).

D também tinha preferência em fechar apenas uma caixa por vez. Quando não era possível, ela também buscava fechar os números maiores e menores. Ao fechar as três maiores caixas em duas partidas, ela também continuou jogando com dois dados. Obteve como restos $16 + 14 + 18 + 13$ cuja soma dá 62. No seu último jogo, ela cometeu um erro ao

fechar um mesmo número duas vezes, o que afetou seu resultado negativamente. Caso não tivesse cometido o erro, teria ficado com um resto menor. D também cometeu erro de cálculo nos restos de duas partidas.

G também, quando possível, preferia fechar apenas uma caixa. Quando não era possível, ela fazia vários arranjos. Ao fechar as três maiores caixas em três partidas, ela escolheu jogar com um dado. Em um jogo ela escolheu jogar com um dado só antes de eliminar o número sete, o que pode ter afetado negativamente seu resultado. Obteve como restos $2 + 4 + 12 + 10$, cuja soma dá 18.

M utilizou uma estratégia diferente dos demais jogadores. Nos três primeiros jogos ela deu preferência a fechar as caixas exatamente iguais aos números que saíam nos dados (por exemplo, ao tirar $6+4$ nos dados ela eliminava as caixas 4 e 6). Essa estratégia fez com que suas partidas acabassem rápido e que ela fechasse apenas as caixas numeradas do 1 ao 6. Na quarta partida ela mudou um pouco essa estratégia, fechando duas caixas por vez, privilegiando as combinações de números maiores com menores. Nessa última partida ela conseguiu ter um desempenho bem melhor do que nas partidas anteriores. Obteve como restos: $24 + 24 + 24 + 2$, cuja soma dá 74 e errou o cálculo do resto em uma partida.

R utilizou como estratégia fechar sempre a maior caixa e, quando não era possível, ela fechou as caixas com os números maiores e menores disponíveis. Ao eliminar os três números maiores em uma partida, ela escolheu jogar com um dado. Obteve como restos: $15 + 14 + 11 + 6$, que somados dão 46.

V também preferia fechar apenas uma caixa por vez. Quando não era possível, ele fechava apenas os números maiores e menores. Nos três primeiros jogos, ao fechar as três maiores caixas, ele continuou jogando com dois dados. Porém, no quarto jogo, como o único número que restava para ser fechado era o 1, ele jogou apenas com um dado. Obteve como restos $0 + 3 + 2 + 0$, que somados dão apenas 5, o que lhe consagrou como o grande campeão do torneio.

O terceiro torneio de Feche a Caixa de papel foi composto de quatro partidas, onde nas três primeiras a pesquisadora era quem jogava os dados e na quarta partida os alunos jogavam seus próprios dados. M foi a ganhadora desse torneio, com 44 pontos. C e R fizeram 56 e 52 pontos respectivamente.

O Anexo G irá mostrar o que ocorreu em todas as partidas. O que foi possível perceber nesse torneio é que C variou bastante de estratégia. Ela buscou fechar as caixas com números

maiores sozinhos apenas na primeira partida; na segunda e terceira ela preferiu fechar os mesmos valores dos dados ou outras combinações de duas caixas; na quarta partida, ela resolveu fechar duas caixas por vez, dando preferência pela combinação de número maior e menor. Ela obteve como restos $10 + 9 + 23 + 9$, cuja soma dá 51.

R e M fizeram as mesmas jogadas nas duas primeiras partidas, fechando sempre uma caixa por vez ou pares de caixas com o maior/menor número. Na terceira partida as jogadas só não foram iguais porque R errou o cálculo, que culminou na eliminação de um número errado e a deixou com um resto muito grande. M obteve como restos $7 + 9 + 17 + 11$, cuja soma dá 44 e foi a vencedora do torneio. Já R obteve como restos $7 + 9 + 28 + 13$, cuja soma dá 57.

7.2.7 Torneio de Feche a Caixa duplo

O torneio com o tabuleiro de Feche a Caixa duplo foi uma atividade solicitada pelos alunos e que não havia sido programada pela pesquisadora. Os alunos pediram para enfrentar uns aos outros no tabuleiro, frente a frente, “num torneio de verdade” e não num torneio de papel. A pesquisadora elaborou então um torneio mata-mata onde quem fechasse todas as caixas ou tivesse o menor resto em uma partida passava para a fase seguinte e quem tivesse o maior resto fosse imediatamente eliminado, sem chance de jogar outra partida ou com outro oponente. Assim, o vencedor do torneio precisaria ganhar apenas três jogos.

Os participantes das quatro primeiras partidas foram decididos no sorteio e o vencedor de uma partida esperava o vencedor da próxima para ser seu oponente. M fez menos pontos nas três partidas que disputou. Logo, eliminou todos os participantes que enfrentou e sagrou-se vencedora do torneio mesmo sem ter tido os menores restos dentre os demais concorrentes nas duas primeiras fases do torneio.

As partidas e seus resultados podem ser visualizados na Figura 28, a seguir.

Figura 28. Partidas e resultados do torneio mata-mata de Feche a Caixa. Cada quadro mostra quem participou do jogo e os resultados que obtiveram. A coluna da esquerda mostra as quatro primeiras partidas, vencidas por D, T, M e R. A coluna central mostra as duas partidas da semifinal, realizadas com os quatro jogadores e vencidas por T e M. O quadro à direita mostra as duas participantes da final, vencida por M. P* foi uma colega da turma que participou do torneio para que fosse possível haver quatro chaves na primeira fase

Esse primeiro torneio não foi filmado, mas a pesquisadora assistiu a todas as partidas e fez anotações. Ela observou que nessa atividade os alunos ainda tiveram preferência por fechar sempre uma caixa por jogada ou duas caixas em que fosse possível eliminar o maior número possível; nenhum aluno usou a estratégia de fechar mais de duas caixas por jogada. Já sobre a possibilidade de escolher um ou dois dados quando se fechava as caixas 7, 8, 9 e 10, apenas D e R conseguiram fechar essas caixas e ambas optaram por jogar com um dado, vencendo nas partidas em que fizeram isso.

A segunda vez que os alunos jogaram esse torneio mata-mata foi na última oficina e a pesquisadora conseguiu filmar. A pesquisadora iria apenas fazer atividades com o Kenken e conversar com os alunos sobre a experiência com os dois jogos, mas todos novamente pediram para que houvesse mais um torneio de Feche a Caixa no tabuleiro antes da conversa, para se “despedirem” do jogo. As chaves e os resultados podem ser visualizados na Figura 29.

Figura 29. Torneio mata-mata de Feche a Caixa realizado na última oficina.
Não se sabe o resultado dos jogos de M e V, apenas que V foi o vencedor

A primeira partida foi de R contra D. Ambas utilizaram a mesma estratégia: fechar as caixas com números maiores primeiro, dando preferência a fechar uma por vez. D teve a chance de escolher jogar com um dado só, mas preferiu continuar com dois. Porém, uma desatenção tirou-lhe a vitória: ao tirar 2 e 2 nos dados, tendo ainda a caixa de número 4 para ser eliminada, ela falou que havia passado a vez. R ganhou por apenas um ponto de diferença: 12x13.

A segunda partida foi entre C e G. Ambas utilizaram a mesma estratégia de fechar as caixas com os números maiores, dando preferência a fechar uma por vez. C ganhou por 9x13, e passou para a próxima fase. A terceira partida ocorreu entre M e V, mas não foi filmada por falha técnica. Sabe-se apenas que V saiu vitorioso.

A quarta partida foi entre L e T. T utilizou a estratégia de fechar uma caixa por vez, dando preferência para eliminar sempre os números maiores; já L começou eliminando duas caixas por vez na primeira jogada, mas preferiu fechar as caixas com os números maiores nas jogadas seguintes. T não teve sorte com os dados e tirou apenas números baixos nos dados, acumulando 27 pontos. L conseguiu fechar todas as caixas e ganhou a partida.

A quinta partida foi entre C e R, que utilizaram mais uma vez a mesma estratégia de fechar uma caixa por vez ou eliminar os números maiores primeiro. C conseguiu fechar todas as caixas e venceu R, que acumulou 30 pontos.

Já a sexta partida ocorreu entre L e V, que também utilizaram mais uma vez a estratégia de fechar uma caixa por vez e eliminar os números maiores primeiro. V se utilizou da contagem nos dedos uma vez e, ao conseguir eliminar as caixas 7, 8 e 9, ele falou alto

sobre a regra “*posso jogar com um dado só se eu quiser*”. Ele preferiu continuar com dois dados e ganhou o jogo por 13x17.

Assim, a partida final foi entre C e V. C utilizou a estratégia de tirar os maiores números possíveis primeiro; já V começou eliminando primeiro os números iguais aos que saíam nos dados e depois a mesma estratégia de C. Durante a partida, V utilizou a contagem unitária falada e nos dedos em algumas jogadas. No fim, C foi a vencedora do torneio, pois acumulou 12 pontos, contra os 18 acumulados por V.

7.2.8 Situação-Problema

Na primeira situação-problema com o Feche a Caixa, realizada na avaliação individual dos alunos, havia um tabuleiro com um jogo em andamento e dados já jogados. Os alunos deveriam somar os dados e dar respostas para quatro problemas com base no que estava disponível no tabuleiro. Nos três primeiros problemas os alunos deveriam responder a) quais caixas poderiam ser fechadas com o lançamento de dados, b) qual seria a melhor jogada e c) justificar porque tal jogada era a melhor.

No primeiro problema, o tabuleiro continha os números 1-2-3-4-5-6-7-8-9, os dados lançados eram 4 e 5 e as possibilidades de jogadas eram 9, 8+1, 7+2, 6+3, 5+4, 5+3+1 e 4+3+2. No segundo problema, o tabuleiro continha os números 1-2-3-4-6, o resultado dos dados era 2 e 3 e as únicas possibilidades eram 3+2 e 4+1. No terceiro problema, o tabuleiro mostrava os números 1-2-3-4-5-6-7, os dados eram 4 e 4 e as possibilidades eram 7+1, 6+2, 5+3, 5+2+1 e 4+3+1.

Sobre as respostas dadas na pergunta a), a pesquisadora considerou dois tipos: completa (c), quando os alunos diziam todas as combinações de caixas possíveis e incompleta (i), quando os alunos não diziam todas essas combinações. Vale salientar que a pesquisadora utilizou duas medidas para analisar essas respostas: os alunos que fechavam apenas uma ou duas caixas por jogada teriam as respostas consideradas completas se dessem todas as possibilidades para uma e duas caixas; já para os alunos que costumavam baixar mais de duas caixas por jogada, a resposta estaria completa se eles dessem também as possibilidades com mais de duas caixas.

Na pergunta tipo b), a pesquisadora considerou boa jogada (b), razoável (r) e fraca (f). Nas justificativas c) a pesquisadora também considerou como boa (b), razoável (r) e fraca (f). O não justificou (n) representa os alunos que não responderam essa questão.

No quarto problema, o tabuleiro tinha apenas as caixas 5 e 6 abertas e os dados não estavam disponíveis. Os alunos teriam que responder: a) quais as possibilidades de eliminação com um dado?; b) quais as possibilidades de eliminação com dois dados?; c) é melhor jogar com um ou dois dados? e d) justificar. Nas perguntas a) e b) a pesquisadora considerou as respostas completa (c) e incompleta (i). Na c), só poderiam ser respondidos um dado, que no caso desse problema é considerado uma boa resposta (b) ou dois dados, que é considerado uma resposta fraca (f).

Quanto às justificativas, a pesquisadora classificou só dois tipos de resposta: boa (b), quando os jogadores acreditavam que jogar com apenas um dado dava a eles uma maior probabilidade de ganhar, e fraca (f) quando os jogadores acreditavam que jogar com dois dados dava a eles uma maior probabilidade de ganhar ou quando davam outra justificativa. Esse julgamento da pesquisadora foi feito com base na real probabilidade dos resultados na situação proposta pelo problema: com um dado, a chance de acerto era de 33%, contra 27% de chance com os dois dados. A Tabela 9 mostra o desempenho dos alunos nesta situação-problema.

Tabela 9 - Respostas dos alunos da primeira situação-problema do *Feché a Caixa*

	C	D	G	L	M	R	T	V
1 ^a)	c	c	i	c	i	i	i	i
1b)	f	b	b	r	b	b	b	b
1c)	f	b	r	r	r	b	b	b
2 ^a)	c	c	c	c	c	c	c	c
2b)	b	b	b	b	b	b	b	b
2c)	b	b	b	f	n	f	b	b
3 ^a)	c	c	c	c	i	i	i	i
3b)	b	b	b	b	b	b	b	b
3c)	b	b	b	b	b	b	b	b
4 ^a)	c	c	c	c	c	c	c	c
4b)	c	i	c	i	i	i	i	i
4c)	f	f	f	f	f	b	b	b
4d)	f	f	f	f	f	b	b	b

Nota. c= completo; i= incompleto; b = bom; r= razoável; f= fraco; n= não justificou.

No primeiro problema foi verificado que embora M, R, T e V costumassem fechar três caixas em suas partidas, eles não consideraram essa estratégia na resolução do problema e, por isso, as respostas deles foram consideradas incompletas. Entretanto, eles juntamente com D e G conseguiram escolher corretamente a melhor jogada da partida. D, R, T e V conseguiram dar também uma boa justificativa, mais completa do que as de G, L e M.

No segundo problema todos responderam corretamente sobre as caixas que podiam ser fechadas e todos escolheram boas jogadas. Entretanto, nas justificativas, L e R não souberam responder corretamente e M não respondeu. No terceiro problema apenas C, D, G e L responderam corretamente sobre as caixas que podiam ser fechadas, mas todos escolherem bem qual seria a melhor jogada e justificaram corretamente.

No quarto problema, todos responderam corretamente sobre as possibilidades de fechar as caixas jogando um dado, mas apenas C e G responderam de forma satisfatória sobre as possibilidades com dois dados. Entretanto, apenas R, T e V escolheram jogar com um dado e justificaram corretamente. É importante salientar que nas justificativas deste problema foram observados três tipos de respostas: quando os jogadores acreditavam que jogar com um ou dois dados davam a eles uma maior probabilidade de tirar o resultado desejado, quando acreditavam que jogar com dois dados tornaria possível tirar resultados maiores do que com apenas um, e mais rápido quando se acreditava que ao jogar com dois dados se chegaria mais rapidamente ao fim da partida, o que não é de fato importante para o jogo.

A Figura 30 mostra a porcentagem de acertos (respostas completas ou suficientes) nessa atividade. A pesquisadora avaliou o desempenho dos alunos nos três tipos de questões propostas nessa situação-problema: possibilidade de combinação, melhor jogada e justificativa.

Figura 30. Porcentagem de aproveitamento (acertos) dos alunos de acordo com o tipo de questão proposta na situação-problema

É possível observar que, no geral, os alunos tiveram um melhor desempenho nas questões sobre a melhor jogada a ser feita, seguida da possibilidade de combinação, que são perguntas diretamente relacionadas à prática do jogo. Já a justificativa não está relacionada diretamente com o jogar, mas com o pensar sobre o jogar e foi mais uma vez onde os alunos tiveram maior dificuldade.

Em uma outra situação-problema do Feche a Caixa, disponível no Apêndice F, os alunos deveriam julgar seis jogadas realizadas em uma partida, justificar seu julgamento e depois criar suas próprias jogadas com os mesmos dados que haviam sido utilizados nessa partida.

No julgamento, os alunos só podiam dizer que a jogada era boa ou ruim. Logo, a pesquisadora considerou a resposta boa (b) ou fraca (f) de acordo com o problema. Já na justificativa, os alunos podiam dar qualquer resposta e a pesquisadora classificou-as em três tipos: boa (b), fraca (f) e não justificou (n). Os resultados podem ser vistos na Tabela 10.

Tabela 10 - *Julgamento e justificativa da segunda situação-problema*

	C	D	G	M	R	V
4 e 3→7	b/b	b/b	b/b	b/f	b/f	b/b
6 e 4→9+1	b/b	b/b	b/b	b/b	b/f	b/f
2 e 1→3	b/b	b/b	b/n	f/f	f/f	b/f
5 e 6→5+6	b/f	b/b	b/n	f/f	b/f	b/f
5 e 3→8	b/b	b/b	b/b	f/f	b/b	b/b
1→P	b/f	f/f	b/n	b/b	b/b	b/f

Nota. A primeira coluna mostra a situação-problema. As colunas dos alunos mostram a resposta e as justificativas que eles deram.

É possível observar que M teve dificuldade nessa atividade, pois considerou a maioria das jogadas como ruins e deu justificativas fracas para quase todas as suas respostas. R e V também deram justificativas fracas, porém, V soube julgar muito bem as jogadas. C, G e D tiveram os melhores desempenhos da atividade, conseguindo julgar e dar boas justificativas em mais da metade das perguntas. A Figura 31 ilustra esses dados, mostrando a diferença entre a resposta e sua justificativa.

Figura 31. Porcentagem de aproveitamento (acertos) nas respostas e justificativas da segunda situação-problema

É novamente visível que os alunos tiveram mais dificuldade em dar justificativas, pois a maioria deles teve um desempenho melhor ao julgar uma jogada do que ao justificá-la. D foi a única aluna que conseguiu acertar a mesma quantidade de respostas e justificativas.

Após responderem e justificarem cada jogada dessa atividade, os alunos tinham de responder quais caixas eles fechariam utilizando os mesmos dados da partida que eles analisaram. Após a quinta jogada, os alunos deveriam responder se preferiam jogar com um dado ou dois e podiam escolher em quantas jogadas a mais a partida terminaria. As jogadas obtidas estão dispostas na Tabela 11.

Tabela 11 - *Jogadas realizadas pelos alunos na situação-problema*

DADOS	M	V	G	D	R	C
4 e 3	7	7	7	7	7	7
6 e 4	9+1	9+1	9+1	9+1	9+1	9+1
2 e 1	3	3	3	3	3	3
5 e 6	6+5	6+5	6+5	6+5	6+5	6+5
5 e 3	8	8	8	8	8	8
Um ou dois dados?	2	2	2	1	1	1
6ª jogada	2 e 4 = 2+4	2 e 4 = 2+4	2 e 4 = 2+4	1 e 1 = 2*	2=2	1 e 1 = 2
7ª jogada	-	-	-	2 e 2 = 4*	4=4	2 e 2 = 4

Nota. *Embora D tenha dito que era melhor jogar com um dado, ela escolheu jogar com dois.

É possível observar que todos os alunos optaram pelas mesmas cinco primeiras jogadas, que foram iguais às do exemplo. Isso demonstrou que, para eles, apenas a sexta jogada foi insatisfatória. M, V e G optaram por continuar jogando com dois dados em vez de um só; M e V não justificaram, mas G falou que dois dados lhe daria mais possibilidade de ganhar. D, R e C disseram que preferiam jogar com um dado; D disse que escolheria um dado porque só tinha números pequenos, R porque teria mais chance de tirar o dois e o quatro, e C disse que era mais fácil de jogar. Embora tivessem escolhido jogar com um dado e feito suas justificativas, D e C continuaram suas jogadas com dois dados.

Em uma terceira situação-problema, dada em outra oficina, os alunos receberam uma folha de exercício com espaço para registro do resultado dos dados e, ao lado, as caixas numeradas de um a nove. Foi perguntado a eles que se eles pudessem escolher o resultado dos

dados em uma partida, quais eles escolheriam para eliminar todas as caixas, de maneira que não sobrassem restos. O resultado dessa atividade pode ser observado na Tabela 12.

Tabela 12 - *Escolhas de dados e de jogadas realizadas pelos alunos*

C	D	G	L	M	R	T	V
6 e 3→9	6 e 3→9	5 e 5→9+1	5 e 6→9+2	6 e 4→9+1	5 e 5→9+1	5 e 4→9	6 e 3→6+3
4 e 4→8	4 e 4→8	6 e 6→8+4	6 e 4→6+4	2 e 3→5	6 e 2→8	6 e 2→8	2 e 4→2+4
1 e 1→1*	5 e 2→7	5 e 6→5+6	6 e 3→8+1	4 e 2→6	3 e 4→7	3 e 1→4	5 e 1→5+1
2 e 3→5	3 e 3→6	6 e 1→7	5 e 5→3+7	3 e 4→7	3 e 3→6	5 e 6→5+6	3 e 4→7
4 e 3→7	5 → 5	5 → 2+3	1 e 4 → 5	4 e 2→4+2	4 e 1→5	5 e 3→7+1	4 e 4→8
3 → 3	2 e 2→4	-	-	5 e 3→8	4 e 2→4+2	2 e 3→2+3	5 e 4→9
2 → 2	2 e 1→3	-	-	3 → 3	2 e 1→3	-	-
4 → 4	1 e 1→2	-	-	-	-	-	-
6 → 6	1 → 1	-	-	-	-	-	-

Nota. *C cometeu um erro de cálculo (correspondência).

Com exceção de C, que cometeu um erro, todos os alunos resolveram essa atividade sem problemas. É possível observar que os alunos assumiram diferentes formas de jogar: alguns se preocuparam em terminar em menos jogadas possíveis, outros em utilizar uma das regras do jogo que permite jogar apenas com um dado. É importante ressaltar que a forma mais rápida de vencer um Feche a Caixa ocorre com o mínimo de quatro jogadas. Assim, G e L foram as alunas que mais se aproximaram disso, conseguindo concluir o jogo em cinco jogadas. Já T e V precisaram de seis jogadas e M e R de sete. C e D utilizaram mais do que o dobro necessário de jogadas, pois ambas utilizaram a estratégia de tirar um número por vez. Dessa forma, concluíram a atividade com nove jogadas.

7.2.9 Resumo do Feche a Caixa

Apenas em 13% dos jogos registrados o vencedor conseguiu fechar todas as caixas. Essa prevalência de jogos com restos aponta que o fator sorte interferiu nesses resultados, visto que na maioria das vezes os jogadores utilizavam boas estratégias. Quanto aos erros, que foram observados em 22% das partidas registradas, foi observada a prevalência (71,4%) de erros de cálculo, seguido de 19% de erros repetição e 9,6% de escolha dos dados.

Quanto aos jogos de Feche a Caixa duplo, a pesquisadora observou que os alunos costumavam jogar bem, entretanto, eles inventaram uma nova regra para o jogo que não foi discutida com a pesquisadora mas que todos os alunos concordaram em utilizar. Quanto aos torneios, a pesquisadora notou que o fato de haver uma competição deixou os alunos muito entusiasmados, mas ao mesmo tempo mais ansiosos e suscetíveis ao erro e à contagem unitária falada ou nos dedos. Foi observado também que os alunos se preocupavam mais em vencer do que em fechar todas as caixas.

A pesquisadora também percebeu que os alunos variaram pouco de estratégia, utilizando basicamente a mesma na grande maioria dos jogos. A estratégia favorita dos alunos é a que a pesquisadora considera como a melhor, então o seu uso frequente deve ser enxergado como positivo. Quanto às situações-problema, os alunos conseguiam dar boas respostas às perguntas mas, como no Kenken, tiveram mais dificuldade em dar justificativas.

8 Discussão

Nesse tópico serão discutidos os resultados da pesquisa com base no objetivo do trabalho, que era fazer um estudo empírico com os jogos Kenken e Feche a Caixa e analisar como os alunos utilizaram o raciocínio lógico-matemático na resolução desses jogos. O estudo empírico se deu principalmente pelas análises de desempenho nos jogos e nas atividades propostas.

8.1 Desempenho nas atividades com o Kenken

Considerando especificamente os resultados das atividades no Kenken, foi possível perceber que os alunos gostavam do jogo e se sentiam desafiados por ele, pois mesmo com algumas dificuldades e erros eles mantiveram a motivação para jogar. Entretanto, embora os alunos gostassem de jogar o Kenken, notou-se que eles apelaram muitas vezes para a tentativa e erro e chutes para resolver o jogo, ou seja, “pensavam com a mão”, em vez de usar estratégias de raciocínio lógico-matemático, como antecipação e exclusão. Por não utilizarem estratégias lógico-matemáticas, os alunos precisaram de uma maior quantidade de jogadas para cumprir o objetivo do jogo. Um sinal disso foi que apenas 15,5% dos jogos foram respondidos sem jogadas excedentes.

A quantidade de jogadas excedentes não diminuiu com o passar das oficinas, como era esperado pela pesquisadora. A quantidade de jogadas não variou com o tempo e a experiência dos alunos, mas sim com o tipo de atividade (tamanho da matriz e tipo de material utilizado). Nos jogos 3x3 com lápis, por exemplo, os alunos precisaram de muitas jogadas excedentes, mas a pesquisadora considerou que isso era normal, visto que era o primeiro contato deles com o jogo e que eles ainda estavam desenvolvendo suas estratégias para jogar. Só que nas atividades seguintes, que foram jogos de 3x3 com fichas e 4x4 com lápis, em vez de diminuir, os alunos aumentaram a quantidade de jogadas excedentes.

A pesquisadora percebeu que no 3x3 com fichas esse aumento teve relação com o primeiro contato com as fichas, pois os alunos não as utilizaram como um auxílio para pré-corrigir erros e sim para corrigir os erros mais rapidamente. É que além de não utilizarem as cores das fichas como dicas do que se tinha certeza, os alunos não tinham o trabalho de

apagar os erros com lápis e iam apenas trocando as fichas de lugar, sem pensar sobre a jogada e buscando terminar logo o jogo.

Já no 4x4 com lápis, a pesquisadora observou que os alunos fizeram mais jogadas excedentes porque não conseguiram construir de início uma rede de relações numéricas. Isso significa que quando pensavam no número cinco, por exemplo, os alunos não pensavam nele de todas as maneiras possíveis. É que no jogo de matriz 3x3 o número cinco só podia resultar das contas $2+3$, $1+3+1$, $2+1+2$, mas no jogo de matriz 4x4 havia mais uma possibilidade a qual os alunos não contavam pois não tinham na matriz 3x3: a conta poderia ser também $4+1$.

Em seguida, na atividade de 4x4 com fichas, que traria as dificuldades de usar as fichas e de lidar com mais possibilidades de combinação de números, os alunos surpreenderam e tiveram um desempenho bem melhor, quase similar ao de 3x3 com lápis. Isso pode ter acontecido pelo fato de os alunos já estarem habituados tanto a utilizar as fichas como a resolver problemas 4x4, pois já tinham construído uma melhor rede de relações numéricas.

Foi observado que o desempenho dos alunos foi melhor nas tarefas de casa do que na escola. O curioso é que embora tivessem um melhor desempenho em casa, a atividade de tarefa de casa não funcionou muito bem para a metade dos alunos, pois apenas M entregou todas as tarefas que lhe foram dadas. A pesquisadora jamais exigiu que os alunos entregassem as tarefas, pois para ela os jogos deveriam ser encarados pelos alunos como uma oportunidade de revisar as atividades e estimular o raciocínio em casa; além disso, se houvesse uma obrigação, o jogo deixaria de ser jogo.

Segundo Carvalho, Nascimento e Paiva (2006), o rigor em cumprir uma tarefa depende de motivação e disciplina dos alunos. Para conseguir isso, elas devem ser exequíveis, curtas e prazerosas, exatamente como a pesquisadora havia planejado mas que não surtiu efeito. Então, a pesquisadora conversou com a turma para saber porque eles não entregavam as tarefas com frequência. Todos os alunos disseram considerar o Kenken como jogo e não como tarefa, porém, diziam que nas oficinas esses jogos eram divertidos, mas em casa eles ficariam com cara de tarefa escolar, o que para eles seria chato. Além disso, os alunos comentaram que às vezes esqueciam de resolver os jogos e que quando lembravam não tinham tempo.

Todos os alunos alegavam ter pouco tempo para resolver os jogos, pois além de frequentarem a escola no outro turno, tinham muitas tarefas escolares a serem feitas. A

pesquisadora sempre ouvia queixas de que o professor de matemática deles na escola era “um monstro” e que eles sempre tinham muita tarefa para fazer e pouco tempo para estudar todas as matérias em casa, pois passavam a manhã na instituição, a tarde na escola e tinham apenas o turno da noite para fazer todas as atividades de uma criança: brincar, ver TV, ficar no computador, conversar com a família, fazer tarefas da escola, etc.

Chakur (2000) em sua pesquisa sobre a tarefa escolar analisou cadernos de alunos do 4º ao 8º ano para investigar os tipos de atividades realizadas em classe e extraclasse. Ela observou que a partir do 6º ano a matemática costuma ser uma das disciplinas com o maior número de atividades propostas pelo professor, excedendo em muito o número de atividades de outras áreas curriculares. A autora observou também que, especialmente na matemática, há uma falta de rigor no cumprimento das tarefas.

Assim, o fato de os participantes desta pesquisa não terem se dedicado à tarefa de casa dada pela pesquisadora indica que eles assimilaram o Kenken como uma atividade escolar e não como um jogo. O Kenken é conhecido em vários países por ser um *puzzle* matemático recreativo, o que faz que ele seja um passatempo que as pessoas jogam em qualquer lugar já que é considerado viciante. Segundo Macedo (2011a), uma atividade é sustentada pelo prazer funcional. Quando ela gera prazer funcional, o indivíduo trata de realizá-la novamente como fim e não como meio. Logo, pode-se dizer que esse jogo funcionou para a maioria dos alunos como prazer funcional dentro da sala de aula, mas não fora dela.

Contudo, de acordo com o depoimento dos alunos dados nas avaliações, eles disseram gostar muito de jogar o Kenken e deram vários motivos: porque era legal, divertido, “*bom para a cabeça*”, porque aprendiam mais sobre números e matemática, porque “*despertava a inteligência*” e deixava o “*pensamento mais ligeiro*”. Todos os alunos disseram ter gostado de aprender o Kenken, que aprenderam algo com ele e que conseguiam responder os jogos de Kenken e Feche a Caixa cada vez mais rápido, devido ao constante exercício de cálculos exigidos pelo jogo.

Ainda quanto às jogadas excedentes, o desempenho dos alunos observados foi melhor também em dupla do que individualmente. Ao fazer os jogos de matriz 4x4 com lápis em dupla os alunos erraram menos e cometeram menos jogadas excedentes do que quando fizeram essa mesma atividade sozinhos. É que jogar em dupla permite um momento de troca, em que as pessoas se deparam com percepções diferentes das suas, o que permite que se exercite uma série de habilidades e que se construa novos conhecimentos.

Sobre o desempenho dos alunos quanto aos erros cometidos no Kenken, a expectativa da pesquisadora é que não houvesse nenhum, pois a conferência deveria ser feita no fim de cada partida para averiguar se os cálculos estavam corretos e se os números não se repetiam nas linhas e colunas. Como não havia um limite para a quantidade de jogadas excedentes, os alunos poderiam executar quantas fossem necessário, fazendo correções e evitando entregar os jogos com erros. Segundo Macedo (2010), os jogos “criam um contexto em que se pode mostrar à criança, ou ela pode verificar por si mesma, a contradição, o conflito e a não coerência entre suas respostas” (p. 73). Entretanto, boa parte dos alunos não percebeu por si mesmo seus erros e só percebiam quando pediam para a pesquisadora conferir se eles tinham feito a atividade corretamente.

Todos alunos em algum momento nas oficinas pediram para a pesquisadora checar se as atividades tinham sido respondidas corretamente, talvez por falta de confiança em si mesmos. A frequência desse pedido foi diminuindo ao longo do tempo, mas em alguns alunos ele não desapareceu. Entretanto, é preciso dizer que a pesquisadora jamais apontou diretamente algum erro cometido pelos alunos sem explicitar suas causas e fazia com que os alunos conferissem junto com ela todos os cálculos, cada linha e cada coluna.

Vale ressaltar que os alunos se sentiam melhor quando eles mesmos verificavam seus jogos, percebendo seus erros e corrigindo-os, do que quando a pesquisadora fazia essa verificação. A pesquisadora acredita que quando os alunos terminavam sozinhos os jogos de Kenken e comemoravam, essa comemoração não era apenas pelo problema resolvido, mas pela solução do problema por conta própria. Como diria Bkouche (citado em Panizza, 2006), o resultado não é o único objetivo do aluno ao resolver um problema matemático, mas também ser capaz de construí-lo por meio de sua própria atividade. Essa capacidade de encontrar as soluções dos problemas é fundamental para a construção de uma autoimagem positiva, de alguém capaz de resolver problemas, de fazer matemática e de aprender.

Na análise dos erros confirmou-se que a maioria dos erros ocorreu nas atividades de 4x4 com lápis e no 3x3 com fichas, que foram as atividades onde mais ocorreram as jogadas excedentes. No que tange à matriz, foi observado que a maioria dos erros ocorreu nos jogos 4x4, pois esses envolvem mais possibilidades e possuem um nível de dificuldade um pouco maior em relação aos jogos de matriz 3x3. Entretanto, não houve muita diferença entre os tipos de erros entre as duas matrizes: em ambos, a maioria dos erros foi de posição, seguidos de erros de cálculo e de escolha.

Um fato interessante é que em boa parte dos jogos, que continham erros de posição ou escolha, todos os cálculos dos alunos estavam corretos. Entretanto, ao cometer esses erros os alunos acabavam repetindo algum número nas linhas e/ou colunas. A pesquisadora observou que dentre os jogos errados havia alguma repetição em 61,29% dos respondidos em sala e em 66,66% dos resolvidos em casa. Logo, pode-se afirmar que os alunos não atentaram para uma das regras principais do jogo que era não haver repetições nas linhas e colunas, o que seria um indício de que o jogo não estaria correto.

Quanto a jogar o Kenken no computador, a pesquisadora não notou nenhuma diferença com relação à quantidade de tempo necessário, quantidade de jogadas excedentes e de erros. No entanto, ao analisar a estratégia utilizada pelos sujeitos foi possível evidenciar uma diferença que ocorreu devido o jogo no contexto virtual possuir as ferramentas *check* e *reveal*. Ainda que o jogo do Kenken no computador fosse apenas uma simulação do jogo de Kenken concreto no mundo virtual, ele continha essas ferramentas de auxílio que não existem no mundo real e que dão aos jogadores mais oportunidades de acertar e corrigir erros.

Assim, foi possível observar que embora os alunos tivessem obtido resultados similares em ambas as atividades, o jogo nos dois diferentes contextos exigiam coordenações e abstrações um pouco diferentes. De acordo com Alexandre e Souza (2011), a teoria piagetiana dá vários sentidos ao mundo virtual, desde sua representação de negativo do mundo real até a coordenação com os conceitos de possibilidades e novidades. Assim, o que pôde ser visto com esse resultado é que o universo virtual não é o oposto do real, mas uma integração do real.

Os alunos gostaram do fato de poderem usar o computador porque adoram tecnologia e anotaram o endereço do site para poder jogar em casa, mas a pesquisadora não sabe informar se o fizeram realmente. Os alunos também disseram ter gostado de jogar no computador porque o site possuía algumas ferramentas auxiliares. Entretanto, a pesquisadora não conseguiu inferir se a escolha por utilizar essas ferramentas era apenas para conferir as jogadas já realizadas ou para tirar dúvidas sobre as jogadas a serem feitas.

Em relação à atividade de cópia, que significava fazer algo o mais semelhante possível do original, a pesquisadora observou que os alunos tiveram muita dificuldade. A atividade de cópia dos jogos era um exercício de correspondência simples: os alunos deveriam olhar jogos não resolvidos na lousa e transpô-los para uma folha dada pela pesquisadora que continha as matrizes já desenhadas. O desafio da cópia consistia na repetição da forma e estrutura de um jogo que os alunos já estavam habituados, contudo, o desempenho não foi bom: eles teriam

que copiar apenas dois jogos e só uma aluna conseguiu terminar essa atividade e resolver esses dois jogos em menos de meia hora. Além de terem demorado bastante, dos seis alunos que fizeram a atividade, quatro cometeram erros de correspondência e alguns precisaram refazer a cópia mais de uma vez.

Segundo Torres (1996), copiar significa construir um novo objeto a partir de um modelo, e para reproduzir esse modelo com sucesso, a criança necessita observar as formas, analisá-las e compará-las na sua ação de copiar. Para a autora, a repetição desses conteúdos coloca em ação os esquemas assimilatórios da criança gerando significados para os mesmos e transformando-os em um novo objeto, agora construído pela própria criança. A pesquisadora acredita que os alunos não observaram atentamente o que estavam copiando, pois 66,66% das cópias entregues não conservaram as características estruturais do jogo do Kenken. Uma das alunas nem sequer analisou e comparou a diferença entre o objeto de cópia e o que foi copiado, pois entregou as atividades como se estivessem certas, diferente daqueles que não quiseram corrigir os erros mas avisaram à pesquisadora sobre eles.

A pesquisadora acredita que um dos motivos pelo qual os alunos demoraram a concluir essa atividade foi que as canetinhas de diferentes cores utilizadas para marcar os blocos causaram uma verdadeira disputa na sala de aula. Alguns alunos se recusavam a utilizar determinadas cores ou queriam fazer todos os blocos com cores diferentes, tendo que esperar alguém terminar de usar uma cor para trocar de canetinha com elas.

No que tange à atividade de criar jogos de Kenken, o importante foi verificar a estratégia de cada aluno para criar seu jogo e ver se os jogos que eles criavam permitiam apenas uma resolução, o que era um exercício de coerência, uma vez que um jogo não pode ter mais de uma solução possível. Na primeira vez que criaram jogos, a maioria dos alunos fez primeiro a distribuição dos números para em seguida criar os blocos e cálculos. A pesquisadora acredita que eles fizeram o jogo dessa forma porque se basearam na regra da distribuição do jogo que não permite repetição nas linhas e colunas, ou seja, focaram mais no aspecto lógico do jogo. Apenas uma aluna não fez dessa forma e ela foi a que mais demorou para terminar a atividade. Ela fazia primeiro a distribuição dos blocos e das contas, pois focou mais no aspecto aritmético do jogo.

Quanto a fazer jogos que permitissem apenas uma resolução, apenas uma aluna conseguiu atingir esse objetivo em todos os jogos, quatro conseguiram fazer dois jogos e dois só conseguiram fazer um jogo. Os alunos não conferiam essa regra de permitir apenas uma

resolução pois, embora soubessem que os jogos que haviam respondido nas oficinas tivessem apenas uma resolução, para eles isso não era uma necessidade do jogo.

Fazer jogos que permitissem mais de uma forma de resolução foi o único erro observado nessa atividade. Esse tipo de erro ocorreu, na maioria das vezes, nos jogos em que os alunos criaram blocos paralelos com a mesma quantidade de casas e utilizando os mesmos números. Por exemplo: em uma matriz 3x3, uma aluna colocou dois blocos de duas casas paralelos, sendo um “2x” e o outro “3+”; como ambos só podem ser preenchidos com os números 1 e 2, os blocos poderiam permitir duas posições dos números e o jogo teria pelo menos duas resoluções. Esse tipo de erro seria evitado se os alunos, após distribuírem os números corretamente (sem que eles se repetissem nas linhas e colunas), evitassem criar esses blocos paralelos com a mesma quantidade de casas que utilizassem os mesmos números.

Não houve diferença de desempenho dos alunos quanto à estratégia utilizada para criar os jogos na segunda vez que fizeram a atividade. Entretanto, houve uma pequena diferença quanto a fazer todos os jogos com apenas uma resolução: o número de alunos que conseguiu isso subiu pela metade. Contudo, a pesquisadora inferiu que isso aconteceu “acidentalmente”: como eram os colegas que teriam que resolver os jogos, os alunos se empenharam em criar jogos mais difíceis, o que acabou fazendo com que eles criassem blocos maiores e mais complicados de serem deduzidos, impedindo que pudesse haver uma inversão de números nos blocos que resultasse em repetição.

Enfim, a pesquisadora percebeu que os alunos não conseguiram alcançar o objetivo da atividade por inteiro. Em vez de testar se os jogos permitiam mais de uma solução, os alunos se contentavam apenas em fazer jogos que parecessem Kenken. Isso mostra que os alunos visualizavam apenas o objeto e não o modo de produção do objeto. Segundo Macedo (2010), para construir algo como conteúdo a criança precisa retirar das diversas formas que o expressam algo que lhes é comum, que se conserve de uma forma para outra e que lhes dê coerência lógica ou estética. Assim, é possível concluir que os alunos conseguiram construir algo coerente esteticamente, porém, não conseguiram construir com coerência lógica.

Quanto aos enigmas, que são mais complexos do que os jogos pois envolvem um maior raciocínio, os alunos demonstraram mais dificuldade. É que embora na maioria das vezes eles soubessem responder as perguntas tipo número, eles não conseguiram justificar com sucesso a maioria das perguntas tipo por quê?. Esse fato reforçou a ideia da pesquisadora de que os alunos sabiam jogar, mas ainda não jogavam bem.

A atividade dos enigmas está relacionada com a proposta do método de intervenção Atenas, pois permite uma reflexão sobre o jogo. Os enigmas não são jogos: eles estimulam os jogadores a prestar atenção nas variáveis do jogo. No caso do Kenken, os enigmas motivariam os alunos a atentarem ao que é casa, bloco, coluna e linha, comparar uma situação com outra e se antecipar. Os resultados apontaram que os alunos jogavam, mas talvez não tenham conseguido tomar consciência sobre o jogo. É que quando um sujeito toma consciência sobre algo, ele é capaz de reconstruí-lo em um nível superior de abstração através da representação, da linguagem ou da conceituação.

Tomar consciência envolve transformar o fazer no compreender. Conforme Piaget (1974b), compreender “consiste em isolar a razão das coisas, enquanto fazer é somente utilizá-las com sucesso, o que é, certamente, uma condição preliminar da compreensão, mas que esta ultrapassa, visto que atinge um saber que precede a ação e pode abster-se dela” (p. 179).

Segundo Macedo (2010), o fazer (*réussir*) é a ação entre objetos coordenados entre si no espaço e no tempo e depende da construção de procedimentos, do “como fazer”; já compreender (*comprendre*) seria a consciência sobre a ação, que é realizada entre representações e coordenações no pensamento, e que depende da construção de uma teoria sobre esses procedimentos, de um “por que fazer?”. Assim, os alunos conseguiam “fazer” os jogos, pois agiam para atingir os objetivos propostos por eles. Contudo, os alunos não conseguiam compreender os jogos, pois não conseguiam dominar essas ações em pensamento.

Quanto ao fato de alguns alunos pedirem para resolver os jogos utilizados nos enigmas antes de responder as perguntas, isso mostra que eles não tinham passado ainda do plano da experiência para o plano da proposição. Em outras palavras, isso que dizer que eles ainda precisavam da experiência para pensar, ou seja, não utilizavam o pensamento formal.

8.2 Desempenho nas atividades com o Fecho a Caixa

No que tange ao Fecho a Caixa, todos os alunos disseram gostar muito de jogá-lo. Sobre o porquê de gostarem do jogo, eles diziam que era por causa da competição, por ser de sorte, por ser “emocionante”, porque “despertava o QI da inteligência”, envolvia cálculos simples e era mais fácil de jogar do que o Kenken.

Com exceção de L, todos os alunos disseram preferir o Fecho a Caixa, por ser mais fácil de jogar do que o Kenken. Segundo eles, o Fecho a Caixa era um jogo em que não era

preciso “*quebrar a cabeça*”. A pesquisadora observou também que a maioria dos alunos preferia esse jogo pois nele havia de fato uma competição e o prazer funcional no jogo de regras é poder competir. Em outras palavras, um dos fatores que mais agradam em um jogo de regras é o desafio de jogar melhor, pois quem joga melhor ganha e a vitória é melhor assimilada quando se ganha de alguém. Além disso, o Feche a Caixa era um jogo de sorte, o que dá a ele um apelo popular.

Os alunos captaram rapidamente a melhor estratégia para jogar o Feche a Caixa e talvez por isso eles também o achassem mais fácil do que o Kenken. Desde o início, os alunos jogaram de forma bem parecida entre si, eliminando sempre os maiores números possíveis e fechando sempre a menor quantidade de caixas. Qualquer tentativa de mudar de estratégia que não tivesse sucesso era logo abandonada e os alunos voltavam a utilizar essa estratégia, pois perceberam que era nela que eles obtinham melhores resultados.

A pesquisadora observou que os alunos não checavam suas jogadas no Feche a Caixa e, como os erros em uma jogada geralmente não afetam diretamente o andamento do jogo, os alunos não percebiam quando haviam erros cometidos por eles ou, no caso do Feche a Caixa Duplo, pelos adversários.

Dentre os erros, os alunos costumavam cometê-los principalmente nos cálculos. Logo, a pesquisadora concluiu que os erros nas partidas de Feche a Caixa ocorriam mais por falta de atenção do que por dificuldade matemática, pois sabia que os alunos conseguiam resolver essas contas simples sem erros. De acordo com Luna (2008), se o jogador se mostra desatento nas jogadas do Feche a Caixa, ele não conseguirá coordenar os cálculos aritméticos com as necessidades de combinações que o jogo exige. Além disso, caso o jogador consiga prestar atenção na soma dos dados, mas não consiga prestar atenção às diferentes possibilidades de fechamento, ele não perceberá qual caixa será melhor fechar em um primeiro momento.

Quanto aos restos, a expectativa inicial da pesquisadora era que a média de pontos perdidos em uma partida apontasse o jogador que tivesse desenvolvido a melhor estratégia, mas isso não foi possível. É que além de os alunos utilizarem a mesma estratégia, o fato de o Feche a Caixa ser um jogo de sorte faz com que a média de pontos perdidos por jogo não meça desempenho, pois quando os jogadores se enfrentam eles podem vencer uma partida mesmo perdendo pontos. Um exemplo disso é que M foi a aluna que, em média, mais perdeu pontos em todos os jogos e mesmo assim ganhava várias partidas, conseguindo até ganhar um torneio de Feche a Caixa contra os demais alunos.

Sobre a habilidade dos jogadores quanto à atividade e ao material utilizado para jogar (lápis e papel, tabuleiro e computador), a pesquisadora não percebeu diferença no desempenho dos alunos: nem na quantidade de erros, na quantidade de pontos perdidos, nas estratégias ou na sobrevalência de um jogador sobre outro. Isso mostrou mais uma vez que fator sorte é forte no jogo e foi importante em todas as partidas do Feche a Caixa jogadas nessa oficina.

Com isso, foi possível assertar que Feche a Caixa é, portanto, uma combinação de *agôn* e *alea* na classificação dada por Caillois (1990). Ele é *agôn* porque envolve a responsabilidade individual, o trabalho, a paciência, a habilidade e a qualificação do jogador para escolher a melhor estratégia para fechar as caixas; ao mesmo tempo ele é *alea* porque envolve uma entrega ao destino, que determina a sorte ou azar no jogar dos dados. Segundo o autor, embora essas duas formas de jogos sejam opostas elas são simétricas e obedecem a uma mesma lei: todos os jogadores estão em condições de igualdade absoluta.

Quanto ao fato de terem alterado uma regra do jogo logo na primeira oficina, a pesquisadora considerou esse comportamento muito interessante, pois apontou que os alunos praticavam e tinham consciência da regra. Todos os alunos conheciam e respeitavam as regras, mas sabiam também que podiam transformá-las. É possível dizer nessa situação que a regra do jogo não era para essas crianças uma lei exterior, coercitiva, sagrada e imposta pelos adultos, pois foi modificada e adaptada às tendências do grupo, com o consenso do grupo.

Além da alteração da regra no jogo de Feche a Caixa duplo, nessa atividade os alunos também jogaram algumas partidas contra a pesquisadora. A princípio os alunos estavam intimidados, já que teriam de enfrentar alguém com um diferente nível de desenvolvimento. Porém, essa atividade foi interessante porque permitiu que os alunos observassem alguém mais experiente em ação e aprendessem com isso, tal como proposto por Gruber e Vonèche (1995) no modelo Eldorado. Um dos alunos conseguiu vencer uma partida contra a pesquisadora e começou a se achar “o maioral”. Após essa situação, os demais alunos ficaram mais motivados e confiantes para também desafiar a pesquisadora e adoravam fazê-lo, independentemente de ganhar ou perder.

Quanto ao jogar Feche a Caixa no computador, alguns fatores devem ser ressaltados. O jogo no contexto real permitia três tipos de erros: cálculo, repetição e escolha dos dados. Já no jogo do contexto virtual, os erros de repetição e escolha eram impedidos de acontecer, pois o programa evitava esses tipos de falhas. Assim, o único erro que poderia ocorrer era o erro de cálculo. Porém, quando o jogador errava o cálculo ele não continuava a jogada, diferente do

jogo concreto. Dessa forma, os jogadores percebiam de imediato o seu erro e o corrigiam, o que é bastante positivo.

Contudo, a pesquisadora observou que, proporcionalmente, os erros de cálculo aconteceram mais vezes nos jogos de computador do que nos jogos concretos, visto que o jogo virtual trouxe a operação de subtração. Alexandre e Souza (2011) dizem que o contexto virtual significa “um contexto no qual os universos do real e do possível se entrecruzam com suas categorias de tempo, espaço, objeto e causalidade, exigindo dos sujeitos coordenações novas e criando também novas necessidades (p. 43)”. Os alunos tiveram dificuldade em realizar essa nova coordenação e se adaptar à uma outra realidade, por isso, tiveram desempenhos diferentes nas duas atividades.

Quanto às diferentes situações-problemas, foi observado na primeira que, com exceção de C, os alunos apresentaram um pouco de dificuldade na rede de relações numéricas, pois poucos conseguiram perceber todas as possibilidades de combinação de números para fechar as caixas de acordo com os valores dos dados. Porém, quanto a escolher jogadas e justificar suas escolhas, a maioria dos alunos teve um bom desempenho, o que fez com que a pesquisadora acreditasse que eles haviam tomado consciência do jogo.

Entretanto, na segunda situação-problema, os alunos conseguiam julgar corretamente se uma jogada havia sido boa ou não, mas poucos conseguiram justificar suas opiniões de forma satisfatória. Ou seja, mais uma vez eles conseguiram jogar e fazer boas escolhas quanto à estratégia, mas dessa vez não conseguiram ter êxito nas justificativas, no pensar sobre o jogo.

Nessa mesma situação-problema, quando foram perguntados se era melhor jogar com um ou dois dados, a metade dos alunos preferiu jogar com dois dados. Isso aconteceu porque eles pensavam haver sempre uma maior chance de fechar as caixas com dois dados, visto que dessa forma são possíveis mais combinações que atinjam o resultado esperado. Todavia, não atentaram para o fato de que dessa forma também existem mais combinações que não atingem o resultado esperado.

Na terceira situação-problema, os alunos deveriam escolher os dados para que conseguissem fechar todas as caixas. Todos os alunos tiveram êxito nessa atividade, resolvendo com facilidade o que havia sido proposto. Porém, alguns demonstraram maior domínio nas relações numéricas, como G e L, que optaram por escolher os maiores números nos dados, que permitissem fechar duas caixas por vez e terminar a partida em menos jogadas.

C e D, por exemplo, foram menos flexíveis e focaram em tirar apenas um número por vez, terminando a partida com muitas jogadas.

O que a pesquisadora também inferiu nesse resultado é que G e L podem ter pensado em jogadas ideais, enquanto C e D podem ter pensado em jogadas reais. Ou seja, as primeiras pensaram nos melhores números possíveis, que poderiam ser consecutivamente tirados em um lance de muita sorte; já as segundas pensaram em resultados de dados com base na própria experiência, que geralmente exige várias jogadas até que uma partida seja finalizada porque os resultados dos dados não são tão bons.

Quanto à questão da competição, foi observado nas partidas de Feche a Caixa duplo que quando havia uma disputa entre os jogadores, havia o “elemento tensão” descrito por Huizinga (1996). Segundo este autor, a tensão significa incerteza e/ou acaso, e está presente em jogos de destreza (como os *puzzles*), jogos de competição, chegando ao extremo em jogos de azar. O Feche a Caixa duplo é um jogo de competição e um jogo de azar, logo, além de serem colocadas à prova as qualidades do jogador, a sorte estava envolvida, o que deixam o jogo “tenso”. Essa tensão fez com que alguns comportamentos aparecessem com frequência, como bastantes erros em somas simples, dificuldade nos cálculos e contagem unitária de dedos ou em voz alta. Logo, pode-se concluir, como Huizinga (1996) que a paixão por ganhar ameaça, por vezes, destruir a presteza do jogo.

8.3 Comparação do desempenho dos alunos nos dois jogos

Ao comparar o resultado entre os jogos de Kenken e Feche a Caixa nesta pesquisa, foi notável que embora o Kenken algumas vezes utilizasse cálculos mais complexos (por envolver as quatro operações) do que o Feche a Caixa, os alunos cometeram mais erros de cálculo no segundo jogo. Isso pode ser explicado pelo fato de que no Kenken os jogadores já possuem o resultado correto e devem tratar apenas das parcelas, enquanto que no Feche a Caixa os alunos não tem a dica do resultado. Logo, eles devem fazer os cálculos da mesma forma que a escola exige, ou seja: devem utilizar as parcelas em busca de um resultado.

Uma outra explicação é que como o Feche a Caixa envolvia competição, ele envolvia a tensão. Os alunos ficavam mais nervosos por não querer perder e serem considerados inferiores aos oponentes. Nos torneios de Feche a Caixa duplo, por exemplo, além de lidarem com a tensão de competir, os alunos também tinha suas partidas assistidas pelos demais jogadores, que estavam preparados para zombar de quem perdesse.

Foi observado também que no Feche a Caixa, proporcionalmente, os alunos cometeram mais erros de subtração (de restos, no Feche a Caixa no computador) do que de adição. Além disso, a pesquisadora percebeu que ao jogar Feche a Caixa os alunos recorriam à contagem unitária de dedos ou falada, o que não acontecia no Kenken.

No Kenken, a única insegurança ao fazer cálculos foi observada na multiplicação. Às vezes, sem que a pesquisadora estivesse vendo, os alunos faziam uso de tabuadas ou calculadoras para atingirem o resultado correto. É importante ressaltar que os jogos utilizados não exigiam mais do que a tabuada do número seis, que já devia ter sido dominada por esses alunos no Ensino Fundamental I, como proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997). Entretanto, o fato de um aluno conseguir dominar a tabuada não implica necessariamente em compreender o que significa 2×4 e sua relação com a operação inversa $8 \div 2$, por exemplo.

A pesquisadora também percebeu que a ideia de ganhar estava muito associada com o Feche a Caixa (duplo ou torneio) e não com o Kenken, por este ser um jogo solitário. Quando o Feche a Caixa envolvia uma disputa, os participantes aparentavam estar mais contentes no fim do jogo, pois haviam vencido um outro adversário e se consideravam superiores ao derrotado. Essa situação geralmente era acompanhada de uma fala, como “*ganhei!*” ou “*sou o melhor!*”. Já quando respondiam corretamente um jogo de Kenken, os participantes demonstravam estar mais aliviados do que contentes, pois venciam uma batalha contra eles mesmos. Essa situação, quando era acompanhada de uma fala, ouvia-se “*consegui!*” ou “*terminei!*”. Isso demonstra que a atitude de vencer estava relacionada à competição, ao jogar com outra pessoa, ao jogar o Feche a Caixa e não o Kenken, o que remete a uma frase de Huizinga (1996): “quem diz competição, diz jogo” (p. 88).

Foi possível observar também comportamentos conflitantes nos dois jogos, especialmente nos alunos M e V. Quando jogaram Kenken em dupla, eles se agrediam e queriam mostrar o tempo todo que um era melhor do que o outro, embora o objetivo não fosse esse. O jogo não era uma disputa entre eles, pelo contrário: a pesquisadora queria observar como eles coordenavam seus pontos de vistas e argumentavam suas respostas em dupla, e se o desempenho deles era melhor em conjunto. Já no Feche a Caixa a postura desses dois jogadores era diferente: embora fosse um jogo de disputa, eles tinham o costume de ajudar seus concorrentes quando estes demoravam a fazer cálculos ou ficavam em dúvida sobre qual caixa baixar, ou seja, quando o jogo envolvia competição, M e V costumavam dar os

resultados do cálculo antes que seus oponentes o fizessem e até diziam quais eram todas as possibilidades de jogadas.

A teoria piagetiana pode explicar essa situação: jogar implica o respeito mútuo que, segundo Piaget (1972/1988), é constituído entre indivíduos iguais, sendo um misto de afeição e medo (de decair aos olhos do parceiro). O respeito mútuo possibilita que os indivíduos elaborem uma disciplina cuja necessidade é descoberta na própria ação, isto é, leva o indivíduo a construir por ele mesmo os instrumentos que o irão transformar, partindo do interior.

De acordo com Piaget (1965/1973), existem dois tipos extremos de relações interindividuais baseado nos respeitos unilateral e mútuo: a coação e a cooperação. A coação implica uma autoridade e uma submissão, ou seja, uma relação de diferença entre as pessoas que conduz à heteronomia. Segundo La Taille (1992), a coação representa um freio ao desenvolvimento da inteligência e empobrece as relações sociais, fazendo com que “tanto o coagido quanto o autor da coação permaneçam isolados, cada um no seu respectivo ponto de vista” (p. 19)

A cooperação, por sua vez, conduz à autonomia e implica a igualdade de direito, a reciprocidade. Segundo Garcia (2010), o respeito mútuo e a cooperação são intimamente relacionados, pois só é possível cooperar se houver consideração pelo outro. Numa visão sistêmica, significa considerar que todas as partes envolvidas são igualmente importantes e que situações de humilhação, discriminação, preconceito seriam desaprovadas.

Nesse sentido, na situação ocorrida no jogo Kenken fica visível que os dois alunos não souberam cooperar entre si, o que caracterizou então uma relação de coação. O fato de agirem dessa forma mostra que eles tinham dificuldades em se organizar e ouvir o outro, talvez porque na escola sejam acostumados e incentivados a trabalhar sempre individualmente, a concorrer com o outro por melhores notas. Já na situação do Feche a Caixa foi observado que esses alunos interagiam com seus oponentes, dando a eles as respostas de que precisavam, entretanto, também não é possível dizer que esses alunos cooperaram com os outros, pois, na teoria piagetiana, cooperar não é sinônimo de ajudar, de fazer pelo outro, e sim de respeitar e aceitar a opinião o outro e de equilibrar as trocas de pontos de vista.

O fato de os jogadores darem as respostas para seus oponentes no Feche a Caixa remete a um comentário de Caillois (1990) que diz que um jogo supõe a vontade de ganhar pela utilização plena dos recursos e pela exclusão das jogadas proibidas, mas exige também

ser cortês para com o adversário e dar-lhe confiança. Além disso, segundo o autor, ninguém sente grande satisfação em aproveitar-se da inexperiência de um jogador pois há o desejo de lhe ensinar, já que o jogo é, acima de tudo, demonstração de superioridade.

O comportamento agressivo de R e V ocorrido na atividade em dupla infelizmente nem foi exclusivo deles nem surgiu apenas nessa atividade. Com exceção de L, todos os alunos em algum momento desrespeitaram os colegas participantes da oficina. Era bastante comum que eles se xingassem, se ameaçassem ou usassem ironias e sarcasmo para agredir verbalmente algum colega. As agressões geralmente envolviam palavrões, ameaças de socos ou de calar a boca, piadas sobre as características físicas ou sobre o desempenho do aluno na escola ou oficina (ex: *“a C não é burra, ela só tem preguiça de pensar”* ou *“Vocês querem uma calculadora para resolver esses joguinhos? Vocês são muito burras! Que vergonha!”*).

A pesquisadora intervinha pedindo apenas para que eles parassem, respeitassem os colegas e focassem nos jogos. Muitas vezes a própria turma intervinha pedindo silêncio e mais respeito, e brincavam dizendo que a pesquisadora teria que “censurar os vídeos”. Todavia, embora os alunos tivessem esse comportamento desrespeitoso entre si, eles jamais desrespeitaram a pesquisadora e a auxiliar responsável pela filmagem. Além disso, todas as ameaças nunca evoluíram para a agressão física e na oficina seguinte todos os alunos já estavam amigos novamente, como se nada tivesse acontecido. Um outro ponto a ser ressaltado é que esse nunca esteve relacionado com a derrota ou azar no jogo: os alunos reagiam muito bem quando perdiam e não desanimavam ou se zangavam perante a derrota ou as dificuldades. Esse mau comportamento geralmente ocorria sem motivo aparente ou, em menor quantidade, ocorria quando os alunos venciam os jogos e queriam zombar dos amigos que haviam perdido.

Por fim, a pesquisadora verificou que o desempenho dos alunos variou bastante e de acordo com cada jogo e atividade, e não de acordo com o nível de cada aluno. Foi observado, por exemplo, que bons jogadores do Kenken não eram necessariamente bons jogadores do Feche a Caixa; que alunos que deixavam mais restos no Feche a Caixa não eram os que faziam mais jogadas excedentes no Kenken; que os alunos que tiveram mais dificuldade na atividade de cópia não eram os que tinham mais dificuldade em responder os enigmas.

A pesquisadora percebeu também que embora a quantidade de erros nos dois jogos não tenha diminuído com o tempo, com o passar das oficinas os alunos pensavam e faziam jogadas de forma cada vez mais rápida, precisando de menos tempo.

8.4 Kenken, Feche a Caixa e definições de jogos

O Kenken e o Feche a Caixa se encaixam nas estruturas do exercício, do símbolo e da regra propostas por Piaget. Segundo Macedo (2011a; 1997a), os jogos são considerados de exercício por serem sustentados pelo prazer funcional, que pedem repetição sensório-motora ou simbólica. Esse prazer funcional poderá fazer com que o sujeito não venha a considerar seu trabalho como sacrifício, mas como algo que também produz satisfação. Assim, o Kenken e o Feche a Caixa são jogos de exercício porque trazem o prazer funcional no sentido de realizar novamente certa atividade como fim e não como meio. Dessa forma, os dois jogos podem recuperar ou favorecer o prazer funcional do processo de aprender.

Ao mesmo tempo, o Kenken e o Feche a Caixa são jogos simbólicos porque, conforme Macedo (2011a; 1997a), os contextos dos jogos são imaginários, simulações combinadas ou consentidas que criam desafios e pedem boa argumentação. Vale ressaltar que o contexto em que eles ocorrem é de faz de conta ou de simulação, mas as ações ou operações realizadas possuem sim implicações. Os jogos simbólicos permitem que o sujeito altere sua realidade, subordinando-a a suas próprias necessidades. Com isso, ele pode reviver momentos, antecipar outros e até mesmo vivenciar algo que jamais experimentaria.

O Kenken e o Feche a Caixa são também jogos de regras. Isso significa dizer que ambos são jogos de significados em que o desafio é superar a si mesmo ou ao outro. Para Macedo (2011a), em uma situação de jogo, a regra implica em desenvolver procedimentos ou habilidades para ganhar. O desafio dos jogos de regra consiste em dominar procedimentos que favoreçam o objetivo de jogar - no caso do Kenken, seria fazer menos jogadas excedentes, errar menos. No Feche a Caixa, seria eliminar mais pontos, vencer o oponente. Para Macedo (1997a), esse desafio do jogo de regras se renova a cada partida porque vencer uma não é suficiente para ganhar a próxima.

Ainda segundo Macedo (2011a; 2006), aprender um jogo trata-se de compreender as regras (lógicas, simbólicas ou sensório-motoras) que o estruturam, tendo-se que para isto coordenar pontos de vista, observar melhor, já que nessa estrutura de jogo joga certo aquele que corresponde às regras do jogo. Entretanto, jogar certo é uma condição necessária, mas não suficiente, pois nem sempre implica jogar bem. O jogar certo envolve as regras sociais, de saber as regras do jogo, de saber jogar com o outro; o jogar bem envolve a regra intelectual, de jogar para ganhar e ser cada vez melhor.

O jogar certo é um problema de aprendizagem, pois envolve dominar as informações e instruções de cada jogo. O jogar bem é um problema de desenvolvimento, pois corresponde a construções, que são internas ao jogador (como habilidade, inteligência, etc.). Foi possível observar que todos os alunos jogavam certo tanto o Kenken quanto o Feche a Caixa, mas poucos conseguiram jogar bem o Kenken. É possível inferir que os alunos compreenderam o que era essencial em cada jogo, mas a maioria o fez apenas na ação e poucos o fizeram no pensamento.

Conforme Macedo (comunicação pessoal, maio de 2012) em um jogo de regra, numa perspectiva de aprendizagem, a regra valorizada é a procedimental, ou seja, a regra do jogar bem, do jogar melhor, do pré-corriger erros, prestar mais atenção, desenvolver formas de pensar melhor, de coordenar os aspectos. Há uma série de fatores no jogo de regra que valoriza o aspecto social e moral: social porque implica jogar com outras pessoas, interagir, competir, compartilhar processos, consentir nas mesmas coisas, esperar o tempo do outro; moral porque envolve aspectos normativos, obedecer as regras, não trapacear, ter *fair-play*. Assim, pode-se dizer que o jogo de regra é um desafio de aperfeiçoamento dos modos de jogar.

Por fim, o Kenken é também um jogo de construção por ser um desafio construtivo, no sentido de algo deve ser construído para se atingir o objetivo do puzzle. Para Macedo (2006), um jogo de construção é aquele em que o sujeito aceita o desafio de realizar “uma montagem ou arranjo de peças segundo a referência, modelo ou intenção” (p. 24). Assim, o jogador de Kenken se relaciona apenas com o seu jogo e sua ação é regulada em função de progredir na direção do que pretende alcançar, em termos do objetivo do jogo.

8.5 Kenken, Feche a Caixa e o raciocínio lógico-matemático

Para cumprir o outro objetivo da pesquisa, que é verificar o raciocínio lógico-matemático expresso no Kenken e no Feche a Caixa, deve-se distinguir os aspectos aritmético, geométrico, algébrico e lógico desses jogos.

Quanto ao aspecto aritmético do Kenken, este reside no fato de que cálculos devem ser realizados sob a restrição proposta pelo jogo. A quantidade de números utilizados depende da matriz do puzzle (por exemplo, se a matriz é 3x3 os números utilizados serão 1, 2 e 3; se a matriz é 4x4, os números utilizados serão 1, 2, 3 e 4, e assim por diante). O Kenken também se utiliza das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e da capacidade de

desmembrar números em diferentes parcelas, o que permite que o número seja reconhecido em cada uma de suas representações, por exemplo: o número 4 pode ser representado pelas expressões $1+3$, $1+2+1$, $5-1$, $4\div 1$, 4×1 , entre outras.

Segundo Macedo (2012a), o aspecto geométrico do Kenken consiste em exercitar a dialética entre posições e deslocamentos de números que são fixos, mas que não podem se repetir nas colunas ou linhas. Fixos, porque para um jogo $n\times n$ só podem ser utilizados números de 1 a n . Já no ponto de vista algébrico o problema é abstrair regularidades, isto é, conhecer procedimentos que se repetem em qualquer jogo. Para o autor, jogar o Kenken é produzir ou observar equivalências, correspondências que se conservam em diferentes contextos.

Já sobre os aspectos lógicos do Kenken, esses consistem em observar e coordenar linhas e colunas ao mesmo tempo, estabelecer relações entre linhas, casas, colunas, blocos, resultados e operações e propor tarefas que se utilizam de antecipação (previsão de resultados), inferência (deduzir, por meio do raciocínio), afirmação (assegurar que algo é verdadeiro), negação (no sentido lógico-matemático, é uma operação sobre o valor lógico de uma proposição), argumentação (saber oferecer justificativas). O fato de só ser possível um resultado também trabalha o aspecto lógico porque o indivíduo deverá trabalhar com coerência e conferir sempre os resultados.

O Kenken é um jogo em que o sujeito deve estabelecer várias coordenações. Basicamente, para fazer os cálculos e decompor os números é necessário estabelecer relações aritméticas. O jogador tem também que abstrair e exercitar uma estrutura de ordem, entendendo por ordem o percurso de realização do jogo. É necessário que o jogador observe, compare e decida a melhor ordem de resolução dos jogos, pois esse percurso não é aleatório. Um bom jogador está atento a essa melhor ordem, que consiste em começar resolvendo os jogos pelas casas em que se tem certeza ou dicas para o resultado correto. Por exemplo: se o bloco é unitário, respondê-lo primeiro faz parte da melhor ordem.

O jogador deve ainda abstrair a estrutura espacial do jogo, pois é preciso considerar o objeto (número) relacionado com vários objetos diferentes ao mesmo tempo. Por exemplo, um mesmo número deve ser visto através de várias perspectivas: do bloco, da linha, do número, da casa.

Além disso, o jogador deve sempre avaliar o que é possível, impossível e necessário em cada jogo de Kenken. Em um jogo de matriz 3×3 , por exemplo, utilizar um número igual

ou maior do que quatro é impossível, pois só é possível utilizar números menores ou igual a três. O necessário é saber que o cálculo das parcelas de um bloco correspondem ao resultado previsto pelo jogo, por exemplo, em um bloco de duas casas que exige o resultado +4 em uma matriz 4x4 são necessários os números três e um.

Sobre o Feche a Caixa, seu aspecto aritmético consiste também nos cálculos que devem ser realizados sob a restrição proposta pelo jogo: somar dados e pontos perdidos e somar ou subtrair os restos. A quantidade de números envolvidos depende do tipo do jogo utilizado, podendo conter nove ou 10 caixas (como utilizado na pesquisa) ou mais. A forma pela qual o Feche a Caixa foi jogado nas oficinas não utilizou as operações de multiplicação e divisão, e utilizou muito pouco a subtração, ficando mais restrito apenas à adição. Como no Kenken, o jogo também utiliza a capacidade de desmembrar números em diferentes parcelas, o que permite que o número seja reconhecido em cada uma de suas representações, por exemplo: o número seis pode ser representado pelas expressões $5+1$, $4+2$ e $3+2+1$, por exemplo.

O aspecto geométrico do Feche a Caixa consiste no fato de que a soma dos dados pode achar sua correspondência em várias caixas (por exemplo: se a soma dos dados dá 11, esse resultado pode corresponder a várias combinações de caixas, como $10+1$, $9+2$, $8+3$, $7+4$, $6+5$, etc.) e também pelo fato de que cada caixa só pode ser utilizada uma vez por partida. Já sobre os aspectos lógicos, esses consistem em estabelecer relações entre os números dos dados e os números das caixas, saber que quando uma caixa é fechada uma vez ela não pode ser fechada novamente na mesma partida, bem como antecipar, inferir, afirmar, negar e argumentar.

No Feche a Caixa, ainda se trabalha a questão do possível, impossível e necessário. É necessário para o jogo fechar as caixas que, quando somadas, tenham o mesmo valor que foi tirado nos dados. No começo dos jogos há varias possibilidades de fazer a correspondência entre os números dos dados e a caixas, mas esse número vai diminuindo com o passar do jogo até que se feche todas as caixas ou que haja uma impossibilidade de fechar alguma. Na maioria das vezes, o jogo acaba por uma impossibilidade de fazer essa correspondência.

Em termos de lógica, o Kenken e o Feche a Caixa supõe as capacidades de descentração e reversibilidade. De acordo com o Dicionário de Psicologia da APA (2010), a descentração é “a progressão de uma criança do egocentrismo para uma realidade compartilhada com os outros” (p. 270). Ela inclui compreender como os outros enxergam o mundo e como as percepções pessoais, motivações e sentimentos diferem entre as pessoas. A atitude de descentrar consiste em utilizar técnicas de pensamento aberto, que englobem mais

de uma característica, em detrimento do pensamento centrado, que focaliza em apenas uma característica, excluindo as demais.

No Kenken, pensar simultaneamente (e não apenas sucessivamente) nas linhas, colunas, blocos e números supõem a descentração: pensar vários aspectos ao mesmo tempo, coordenando perspectivas. Nas atividades realizadas em dupla, a argumentação dos alunos também era uma forma de descentração, pois segundo Kamii e Livingston (2003), a descentração se dá por meio da troca de pontos de vista com outras pessoas, o que permite que a criança pense sobre outra perspectiva e a coordene com sua própria maneira de ver.

Já a reversibilidade é, para Piaget e Inhelder (1968/2001), “um sistema completo, ou seja, inteiramente equilibrado, de compensações, tais que a cada transformação corresponde a possibilidade de uma inversa ou de uma recíproca” (p. 136). Ainda segundo esses autores, a reversibilidade faz parte dos agrupamentos de operações concretas e possuem duas formas essenciais: a inversão e a reciprocidade. A inversão (ou negação) consiste na operação inversa composta com a operação direta correspondente e que tem capacidade de anulá-la. Ex: $+ A - A = 0$. Já a reciprocidade (ou simetria) tem como característica que a operação inicial composta com a sua recíproca rende uma equivalência. Ex: se $A < B$, chega-se a equivalência de que $A = A$.

Nas palavras de Macedo (2010), reversibilidade “é a capacidade de considerar simultaneamente uma ação e sua inversa, ou sua equivalente, ou ação realizada e uma não realizada (virtual ou apenas possível)” (p. 129), é uma “organização espaço-temporal das ações, na qual o aspecto espacial responde pela simultaneidade e o temporal pela sequência; ambos necessários e internamente dados” (p. 136). Para o autor, uma estrutura operatória é sempre reversível porque coordena simultaneamente o passado, o presente e o futuro.

Ainda conforme Macedo (2002), a reversibilidade caracteriza a possibilidade mental, corporal ou social de se considerar as relações entre as partes e entre as partes e o todo de modo simultâneo. Ela pode ser entendida como tendo a função coordenadora da interdependência, que é uma qualidade da relação entre as partes e o todo que lhe corresponde. A interdependência possibilita pensar e agir de modo diferenciado, evitando que resolvamos os problemas por ensaio e erro, evitando o agir para depois sofrer as consequências dessa ação. É a reversibilidade que faz com que consideremos todas as possibilidades e necessidades para a resolução de um problema.

Além da reversibilidade, a antecipação e a negação são atitudes lógicas que devem ser utilizadas em uma partida de Kenken. A antecipação, segundo Macedo (2010), consiste na capacidade de operar o futuro no presente e é importante tanto para o desenvolvimento da criança como para sua aprendizagem escolar. Segundo este autor, a antecipação ocorre quando a situação presente leva em conta uma situação futura em termos de pré-correção dos erros e projeção. No Kenken, a distribuição de números nas matrizes exige a antecipação pois, para distribuí-los sem erros, é necessário antecipar quantos objetos de cada tipo são necessários e em que locais eles devem ser colocados.

Para Macedo (2006), a antecipação permite pré-corriger erros e favorece uma direção. A antecipação trata-se então de “um modo de considerar o ‘como realizar’ na perspectiva de seus porquês” (p. 40). Segundo o autor, esses porquês podem significar a razão ou motivo pelo quais algo aconteceu ou não, ou ainda se referir a uma conduta de antecipação que possibilita justificar o que deve ser feito no momento para que algo seja evitado ou favorecido no futuro. A negação/exclusão, por sua vez, seria para a teoria piagetiana uma forma de reversibilidade, onde a pessoa percebe que qualquer operação pode ser negada ou invertida.

Como dito na introdução, a abstração é essencial na matemática. Logo, ela também é essencial para jogar o Kenken e o Feche a Caixa. Para Macedo (comunicação pessoal, maio de 2012), o Kenken utiliza a abstração porque é uma tarefa de escolher números adequados para um certo bloco em função de uma limitação (ex: deve-se fazer uma conta de adição cujo resultado seja número cinco). O Feche a Caixa também traz essa tarefa de escolher número, com a limitação de que sua soma nas caixas seja a mesma nos dados. Trata-se de abstrair, ou seja, retirar dos observáveis, daquilo que a experiência mostra, quais os números necessários para aquele bloco ou caixas.

Para fazer essa tarefa é preciso selecionar, comparar, abstrair. É o processo de abstração que dá a certeza do que é possível e necessário em cada jogo. Na linguagem piagetiana, o Kenken e o Feche a Caixa envolvem pura abstração pseudo-empírica porque aparentemente é uma abstração retirada da experiência, mas ela é retirada por um trabalho do sujeito, por um nível de contenção do sujeito, dependem de uma atividade que é do sujeito. A experiência, a informação, os observáveis são os mesmos, por que para um sujeito o resultado está claro e para outros não?

Na situação dos jogos e atividades propostas nas oficinas, o material e as regras eram comuns a todos. No entanto, a pesquisadora percebeu que o que diferenciava os jogadores eram, segundo Macedo, Petty e Passos (2005), as estratégias e os meios definidos pelos

jogadores para realizar suas ações. Assim, aquele que conseguia abstrair conseguia pensar nas melhores jogadas, trabalhar com hipóteses, levar em consideração suas possibilidades e as do adversário, coordenando-as simultaneamente, tendo assim mais condições para vencer.

Para Macedo (2011c), a abstração pseudo-empírica é um elemento muito importante em uma situação de jogo. As ações realizadas pelo jogador, como a escrita de um número no Kenken ou o fechamento de uma caixa no Feche a Caixa, são produtos de uma decisão tomada pelo jogador. Entretanto, suas marcas estão registradas no papel/tabuleiro, tornaram-se intrínsecas ao próprio jogo e expressam sua configuração atual, na qual a próxima jogada irá se apoiar.

De acordo com Macedo (2011b), jogar implica um sujeito ativo, que faz uso de esquemas de ação ou esquemas simbólicos correspondentes. Para esse autor, para jogar é necessário “compreender, interpretar, atribuir sentido, formular hipóteses, corrigir, imaginar, correr riscos, ser ativo, autônomo em suas ações, interagir socialmente e respeitar regras” (pp. 20-21). O jogar supõe ainda fazer previsões, formular hipóteses e verificar, em seguida, se o que foi suposto confirmou. Foi observado que alguns alunos tiveram problemas para cumprir essas necessidades, fazendo poucas previsões e interpretações, tendo dificuldade em formular hipóteses, não verificando suas suposições e às vezes nem se corrigindo.

Para jogar bem, os jogadores deveriam utilizar os esquemas presentativos, procedurais e operatórios, que são mecanismos cognitivos que auxiliam o sujeito no processo do conhecer. Nas palavras de Piaget (1987), os esquemas presentativos se referem às propriedades permanentes e simultâneas de objetos comparáveis, podem ser facilmente generalizados e abstraídos de seu contexto e se conservam mesmo quando inseridos em contextos mais amplos. Já os esquemas procedimentais consistem em ações sucessivas que servem para alcançar um fim e são difíceis de se abstrair de seu contexto. Por fim, os esquemas operatórios são uma síntese dos dois esquemas anteriores: consistem em operações coordenadas em estruturas e são marcados pela reversibilidade mental.

No Kenken, por exemplo, os esquemas presentativos correspondiam a linhas, colunas, blocos, casas, operações, números e cálculos, que são propriedades presentes em todos os jogos; no Feche a Caixa, os esquemas presentativos seriam os números das caixas, os números dos dados, a adição e os cálculos. Já os esquemas procedimentais de ambos os jogos consistem no fato de que diferentes procedimentos são realizados em cada partida para atingir o objetivo do jogo, ou seja, as estratégias, a ordem das jogadas de cada aluno - é aquilo que faz cada partida ser diferente de outra.

Ainda segundo Piaget (1987), os esquemas presentativos e operatórios (enquanto estrutura) formam o sistema I, que visa compreender o conjunto de realidades físicas e lógico-matemáticas; o sistema II reúne os esquemas procedurais e operatórios (enquanto operações transformantes que visam um objetivo) e visam o sucesso, o êxito em todos os domínios. Assim, o sistema I permite que o indivíduo compreenda e o sistema II permite que o indivíduo realize uma tarefa, resolva um problema.

O fato de os alunos saberem as regras e objetivos do jogo, mas terem cometido alguns erros ou feito mais jogadas do que necessário apontou que eles compreendiam o jogo, mas tinham alguma dificuldade em resolvê-lo. Os alunos até sabiam jogar o jogo corretamente, mas talvez ainda em um sentido simbólico e não operatório. Já sobre o desempenho dos alunos nos enigmas, ficou ainda mais evidente a diferença dos alunos entre o fazer e o compreender, pois eles até utilizavam boas estratégias para resolver os problemas dos jogos, mas não para compreendê-los e analisar suas relações.

Para concluir, a pesquisadora pôde inferir que além de contribuírem para o exercício do pensamento lógico-matemático, o Kenken e o Feche a Caixa possuem seu lado motivador, que estimulam os jogadores a fazer um esforço mental na busca da resolução do problema. Ela acredita que esses jogos também influenciam no desenvolvimento de atitudes como: confiança, certeza, autonomia, esforço e atenção. Isso significa que sua prática pode fornecer atitudes para não abandonar o jogo face às dificuldades e conter a raiva quando a resposta não é imediata, aprender a tolerar os desafios do processo e olhar o jogo como um todo, tendo foco no momento considerando ao mesmo tempo muitos elementos.

Confiança e certeza são praticamente sinônimos. O Dicionário de Psicologia da APA (2010) traz a certeza como o nível de confiança subjetiva que a pessoa tem em relação à sua atitude, e confiança seria ter fé ou convicção no mérito, verdade ou valor de algo. Já autonomia, de acordo com o mesmo dicionário, é o “estado de independência e autodeterminação em um indivíduo, grupo ou sociedade” (p. 120). Para Kamii (1992), a autonomia torna as crianças capazes de tomar decisões por elas mesmas, considerando os fatores relevantes para decidir qual deve ser o melhor caminho da ação. A autonomia possibilita aos indivíduos saírem de seu egocentrismo e aprenderem a colaborar entre si, se submetendo a regras comuns.

Esforço seria, de acordo com o Dicionário de Psicologia da APA (2010), uma “ativação do poder físico ou mental” (p. 363). Resolver um Kenken exige esforço mental, que seria então a quantidade de trabalho cognitivo requerido para resolver o problema. Atenção,

segundo o mesmo dicionário, é o “estado de consciência em que os sentidos estão seletivamente focados em aspectos do ambiente e o sistema nervoso central está em estado de prontidão para responder a estímulos” (p. 107). Segundo Macedo, Petty e Passos (2005), o jogar supõe sempre atenção porque envolve muitos aspectos e concentração, no sentido de que requer um foco para motivá-lo.

9 Considerações Finais

No primeiro momento deste trabalho, a pesquisadora buscou compreender as definições de jogos, o que era raciocínio lógico-matemático na teoria piagetiana e a importância de jogos para sujeitos em idade escolar, especialmente jogos de raciocínio lógico-matemático. Foi discutido ainda quais jogos seriam utilizados na pesquisa e o porquê de terem sido escolhidos. Em um segundo momento, a pesquisadora buscou fazer uma investigação sobre os jogos Kenken e Feche a Caixa, que foram ensinados a um grupo de alunos da Escola Fundamental II por meio de oficinas de jogos. Nessas oficinas foram propostas várias formas de trabalhar com os jogos de Kenken e Feche a Caixa para avaliar esses jogos e o desempenho geral dos alunos nas atividades escolhidas.

Nessa pesquisa, o uso de jogos foi pautado no processo de aprendizagem, e não de ensino. Os jogos trabalharam conteúdos de matemática de maneira simples, exigindo cálculos que alunos do Ensino Fundamental II seriam capazes de dominar. As atividades escolhidas valorizavam o raciocínio e habilidades lógico-matemáticas dos alunos, abordando não só a matemática como disciplina, mas as formas de pensá-la. Logo, a importância deste trabalho residiu no fato de trabalhar jogos que utilizam o raciocínio lógico-matemático e de possibilitar aos alunos um espaço para pensar, já que o rendimento da maioria dos estudantes brasileiros costuma ser baixo em matemática.

Todas as atividades propostas nas oficinas eram, na perspectiva dos sujeitos participantes, necessárias e possíveis. Do ponto de vista afetivo, de acordo com Macedo, Petty e Passos (2005), atividades são consideradas necessárias quando sua não realização resulta em algum desconforto. Já do ponto de vista cognitivo, são consideradas necessárias quando são minimamente pensáveis ou realizáveis, ou seja, quando o problema é compreensível para o sujeito. O fato de uma atividade ser apenas necessária não é suficiente, pois ela deve ser também possível de ser feita. Em outras palavras, as crianças devem possuir recursos externos e internos suficientes para a realização da tarefa, ou de parte dela.

Os alunos que participaram da pesquisa tinham recursos suficientes para a realização da tarefa e demonstraram estar sempre motivados e interessados nos jogos, mesmo quando erravam ou perdiam. Os alunos demonstraram várias vezes que estavam interessados e

motivados pelas oficinas. Como prova desse interesse e motivação, tem-se o fato de eles encararem as atividades sempre como divertimento, a ausência de perdas de participantes no decorrer das oficinas, as reclamações que haviam quando o intervalo entre as oficinas era superior a uma semana, o pedido para que a pesquisadora continuasse trabalhando com eles por mais tempo do que o planejado e o fato de que em toda oficina havia pelo menos um colega convidado por eles para conhecer os jogos e também participarem das atividades.

Já uma prova de que os jogos apelaram para seus interesses é que alguns alunos comentaram que passaram a gostar mais da disciplina de matemática na escola depois de jogarem o Kenken e o Feche a Caixa, pois perceberem que podiam fazer e pensar sobre a disciplina por meio de atividades que eram divertidas e estimulantes. Assim, foi observado que aconteceu com os alunos o que Macedo (2012b) chamou de ciclo virtuoso: os alunos queriam “jogar para aprender matemática, aprender matemática para jogar melhor, jogar melhor para competir, competir para se aperfeiçoar, aperfeiçoar para se tornar mais desenvolvido no jogo do conhecimento, no jogo da escola” (p. 22).

O Kenken e o Feche a Caixa se mostraram bons instrumentos para trabalhar processos de aprendizagem e raciocínio, além de desenvolver o gosto de realizar contas em uma situação desafiadora. Ambos exercitavam o cálculo de uma forma diferente da trabalhada na escola, especialmente o Kenken, que desmontava a forma habitual de fazer contas, dando primeiro o resultado para depois se pensar nas parcelas. O fato de o jogo ter se tornado um prazer funcional dentro de sala para esses alunos afirmou que jogos podem sim ser utilizados como principal instrumento de intervenção frente às dificuldades de aprendizagem. Os jogos oferecem excelentes oportunidades para contribuir e fortalecer procedimentos de aprendizagem, especialmente em áreas que sejam consideradas fracas nos alunos. Através do jogo, a criança pode pensar, levantar hipóteses, antecipar, planejar, interpretar e criar.

A análise dos erros de jogadas e de estratégia cometidos pelos alunos não teve nesse estudo um cunho negativo, pois a pesquisadora enxerga que os erros possuem função e utilidade e concorda com Piaget (1987) que um erro poder ser inclusive mais fecundo do que um êxito imediato, pois pensar sobre o erro proporciona novos conhecimentos e ideias. A pesquisadora também concorda com Macedo (2010), que afirma que a contradição, dúvida ou erro só surgem na criança quando existem nela recursos para que se possam enfrentá-los ou superá-los. Aprender com os erros, corrigi-los previamente, rever e atualizar significações, ampliar possibilidades, tomar consciência e refletir sobre limites, observar e coordenar melhor são as condições que sustentam a vida e o conhecimento. Logo, a pesquisadora considerou

cada erro, cada jogada excedente no Kenken e cada mudança de estratégia do Feche a Caixa como reorganização do pensamento dos alunos, necessária para a construção do seu conhecimento.

O fato de se prenderem mais a tentativa e erro do que em estratégias lógicas foi um aspecto que chamou muita atenção da pesquisadora nesse estudo. Entretanto, embora os alunos não tenham atingido o domínio lógico esperado no Kenken, fica evidente o fato de ambos os jogos terem sido uma atividade prazerosa e útil para eles. Mesmo errando, fazendo mais jogadas do que necessário, acumulando muitos pontos ou perdendo partidas, os alunos adoravam jogar e se empenhavam nas oficinas. Isso mostra que as pessoas jogam principalmente pelo prazer, e não porque suas consequências podem ser positivas.

Assim, a pesquisadora concluiu que do ponto de vista da metodologia e das análises efetuadas, as 10 oficinas foram suficientes para trabalhar os jogos e fazer um estudo empírico, além de os alunos terem conseguido dominar logicamente o Feche a Caixa. Porém, essas mesmas 10 oficinas foram insuficientes do ponto de vista do domínio dos problemas de Kenken propostos aos alunos. Embora esse domínio não tenha sido o objetivo da pesquisa, a pesquisadora esperava que esses alunos deveriam tê-lo atingido, tanto pela idade quanto pela série que estavam cursando.

Este trabalho se soma a outros (Brenelli, 2008; Garcia, 2010; Starepravo, 2010; Villas Bôas, 2007) que tentam trazer contribuições acerca da utilização de jogos para favorecer o desenvolvimento e a aprendizagem, especialmente de conteúdos escolares. É que de acordo com Kamii e Declark (2003), nem todo trabalho escolar é produtivo para o aprendizado, mas os jogos, mesmos os que não levam diretamente a um aprendizado, fazem com que as crianças aprendam algo enquanto brincam. Um exemplo disso é que os alunos diziam fazer vários exercícios de matemática na escola; todavia, isso não fez com eles tivessem facilidade nesses jogos que trabalhavam conteúdos mais simples do que os exigidos pelo seu professor.

Jogar o Kenken e o Feche a Caixa despertou o interesse dos alunos e fez com que eles percebessem que podiam fazer matemática de uma forma mais satisfatória. Todos os alunos adoraram os desafios e comentaram que gostariam de jogar os dois jogos na escola, especialmente na aula de matemática. Alguns alunos inclusive comentaram que antes não gostavam tanto de matemática, e que com as oficinas e atividades propostas eles aprenderam a gostar, a enxergá-la de outra maneira. Isso aconteceu porque, segundo Macedo, Petty e Passos (2005), “praticar jogos – e, principalmente, refletir sobre suas implicações – pode ajudar a recuperar o ‘espírito do aprender’ que está escondido nos conteúdos escolares” (p. 106).

Assim, conclui-se que o uso de jogos em contextos escolares e psicopedagógicos é profícuo. Esse foi o primeiro estudo empírico realizado no Brasil sobre o Kenken, que é um jogo conhecido e importante no mundo. Sugere-se que mais estudos sobre o Kenken sejam feitos, pois esse jogo se mostrou um forte instrumento para estimular o raciocínio lógico-matemático e motivar a aprendizagem da matemática, o que é importante tanto para alunos como para professores. Sobre o Feche a Caixa, esse estudo serviu para afirmar que ele também oferece boas oportunidades para estimular o raciocínio lógico-matemático e para reafirmar que as crianças adoram jogá-lo.

Referências

- Aizencang, N. (2005). *Jugar, aprender y enseñar: relaciones que potencian los aprendizajes escolares*. Buenos Aires: Ediciones Manantial.
- Alexandre, J., & Souza, M. (2011). Cognições especiais sobre perspectiva em contexto concreto e multimídia. *Psicologia: Teoria e Prática*, 13(3), 41-54.
- American Psychological Association (2010). *Dicionário de Psicologia*. Porto Alegre: Artmed.
- Brasil.(1997) *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF: Autor.
- Brenelli, R. (2008). *O jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e aritméticas*. Campinas: Papirus.
- Brougère, G. (1998). *Jogo e educação*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Caillois, R. (1990) *Os jogos e os homens*. Lisboa: Cotovia.
- Capel, E. (2003). GAP: espaço de jogos e artes para crianças com dificuldade de aprendizagem. In E. Masini & E. Shirahige. *Condições para aprender* (pp. 293-304). São Paulo: Vetor.
- Carvalho, M., Nascimento, C., & Paiva, C. (2006). Lugar do dever de casa na sala de aula. *Olhar de professor*, 9(2), 341-357. Recuperado em 15 de maio de 2012 de <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/olhardeprofessor/article/view/1469/1114>.
- Chakur, C. (2000). Tarefa escolar: o que dizem os cadernos dos alunos?. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 81(198), 189-208. Recuperado em 15 de maio de 2012 de <http://rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/140/140>.
- Coll, C. (2004). Construtivismo e educação: a concepção construtivista do ensino e da aprendizagem. In C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicológico e educação: Psicologia da educação escolar*. Porto Alegre: Artmed.

- Coll, C., & Gillieron, C. (1987). Jean Piaget: o desenvolvimento da inteligência e a construção do pensamento racional. In L. Leite (Org.) & A. Medeiros (Col.), *Piaget e a Escola de Genebra* (pp.13-50). São Paulo: Cortez
- Garcia, H. (2010). *Adolescentes em grupo: aprendendo a cooperar em oficina de jogos*. Tese de Doutorado não publicada, Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Gruber, H., & Voneche, J. (1995). *The essential Piaget*. New York: Basic Books.
- Huizinga, J. (1996). *Homo Ludens*. São Paulo: Perspectiva.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira [INEP] (2007). *PISA 2006: Resultados Internacionais*. [online]. Recuperado em 12 de agosto de http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/PISA2006-Resultados_internacionais_resumo.pdf.
- La Taille, Y. (1992). O lugar da interação social na concepção de Jean Piaget. In Y. de La Taille, M. de Oliveira & H. Dantas, *Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão*. São Paulo: Summus.
- Luna, F. (2008). *A (in)disciplina em oficina de jogos*. Dissertação de Mestrado não publicada, Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Kamii, C. (1992). *A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. Campinas: Papirus.
- Kamii, C., & Declark, G. (2003). *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papirus.
- Kamii, C., & Housman, L. (2002). *Crianças pequenas reinventam a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Porto Alegre: Artmed.
- Kamii, C., & Joseph, L. (2005). *Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Porto Alegre: Artmed.
- Kamii, C., & Livingston, S. (2003). *Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papirus.

- Kishimoto, T. (2003). O jogo e a educação infantil. In T. Kishimoto (Org.), E. Bomtempo, H. Penteado, L. Mrech, M. Moura, M. Fusari, & S. Ide, *Jogo, brinquedo, brincadeira e educação* (pp. 13-43). São Paulo: Cortez.
- Macedo, L. (1997a). O Jogo e sua importância na escola. In L. Macedo, A. Petty, & N. Passos. *Quatro Cores, Senha e Dominó* (pp. 125-143). São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Macedo, L. (1997b). Os jogos e sua importância psicopedagógica. Em L. Macedo, A. Petty, & N. Passos. *Quatro Cores, Senha e Dominó* (pp. 145-156). São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Macedo, L. (2002). A questão da inteligência: todos podem aprender? In M. de Oliveira, D. Souza & T. Rego (Orgs.). *Psicologia, educação e as temáticas da vida contemporânea* (pp.117-134). São Paulo: Moderna.
- Macedo, L. (2006). Jogo e Projeto: irreduzíveis, complementares e indissociáveis. In V. Arantes (Org.), L. Macedo & N. Machado, *Jogo e Projeto* (pp. 15-48) São Paulo: Summus.
- Macedo, L. (2008, outubro). Estratégias e procedimentos para aprender ou ensinar. *Pátio Revista Pedagógica*, 12(47), 40-43.
- Macedo, L. (Org.) (2009) *Jogos, Psicologia e Educação: teoria e pesquisas*. São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Macedo, L. (2010). *Ensaaios construtivistas*. São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Macedo, L. (2011a). *Aprendizagem, jogo e ensino: o jogo como elo entre culto e cultura*. Manuscrito. São Paulo: Instituto de Psicologia, USP.
- Macedo, L. (2011b). *Observáveis, coordenações, leitura e jogo: tecendo laços*. Manuscrito. São Paulo: Instituto de Psicologia, USP.
- Macedo, L. (2011c). *Formas e estruturas da abstração reflexionante e o problema do reconhecer*. Manuscrito. São Paulo: Instituto de Psicologia, USP.
- Macedo, L. (2012a). El desarrollo psicológico del juego y la educación. In M. Carretero & A. Castorina, *Desarrollo cognitivo y educación (II): procesos del conocimiento y contenidos específicos*. Argentina: Paidós.

- Macedo, L. (2012b). *Jogos e procedimentos de ensino*. Manuscrito. São Paulo: Instituto de Psicologia, USP.
- Macedo, L., Petty, A., & Passos, N. (2005). *Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar*. Porto Alegre: Artmed.
- Macedo, L., Petty, A. & Passos, N. (2007). *Aprender com jogos e situações problemas*. Porto Alegre: Artmed.
- Machado, N. (2001). *Matemática e realidade*. São Paulo: Cortez.
- Molinari, A. (2010) Solução de problemas aritméticos: possibilidades dos jogos. In A. Molinári, C. Zaia, L. Zaia, M. Rabióglio, O. Assis (Orgs.), & S. Bessa, *Jogar e aprender matemática* (pp. 117-138). Campinas: Unicamp.
- Montangero, J., & Maurice-Naville, D. (1998). *Piaget ou a inteligência em evolução: sinopse cronológica e vocabulário*. Porto Alegre: Artmed.
- Nova Escola (s.d.). *Plano de aula: Feche a Caixa*. Recuperado em 04 de fevereiro de 2011 de <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/feche-caixa-500425.shtml>.
- Onrubia, J., Rochera, M., & Barberà, E. (2004). O ensino e a aprendizagem da matemática: uma perspectiva psicológica. In C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicológico e educação: Psicologia da educação escolar* (pp. 327-341). Porto Alegre: Artmed.
- Palhares, O. (2008). O ensino e a aprendizagem da matemática na perspectiva piagetiana. *Schème – Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas*, 1 (1). Recuperado em 08 de março de 2012 de <http://www.marilia.unesp.br/Home/RevistasEletronicas/Scheme/Vol01Num01-Artigo05.pdf>.
- Panizza, M. (2006). *Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais*. São Paulo: Artmed.
- Piaget, J. (1973). *Estudos Sociológicos*. Rio de Janeiro: Forense. Publicado originalmente em 1965.

- Piaget, J. (1974a). Aprendizagem e conhecimento. In J. Piaget & P. Gréco, *Aprendizagem e conhecimento* (pp. 33-91). Rio de Janeiro: Freitas Bastos. Publicado originalmente em 1959.
- Piaget, J. (1974b). Conclusões Gerais. In J. Piaget. *Fazer e Compreender* (pp. 172-186). São Paulo: Melhoramentos.
- Piaget, J. (1976). *Ensaio de lógica operatória*. Porto Alegre: Globo. Publicado Originalmente em 1949.
- Piaget, J. (1979). A construção do real na criança. Rio de Janeiro: Zahar. Publicado Originalmente em 1937.
- Piaget, J. (1987). *O Possível, o Impossível e o Necessário*. In L. B. Leite, *Piaget e a Escola de Genebra*. São Paulo: Cortez.
- Piaget, J. (1988). *Para onde vai a educação?*. Rio de Janeiro: José Olympio. Publicado originalmente em 1972.
- Piaget, J. (1994). *O juízo moral na criança*. São Paulo: Summus. Publicado originalmente em 1932.
- Piaget, J. (1995). *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Porto Alegre: Artmed. Publicado originalmente em 1977.
- Piaget, J. (1998). *Sobre a Pedagogia*. São Paulo: Casa do Psicólogo.
- Piaget, J. (2000). *Biologia e conhecimento*. Porto: RÉ.S. Publicado originalmente em 1973.
- Piaget, J. (2010a). *A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação*. Rio de Janeiro: LTC. Publicado originalmente em 1945.
- Piaget, J. (2010b). *Seis estudos de Psicologia*. Rio de Janeiro: Forense Universitária. Publicado originalmente em 1964.
- Piaget, J. (2010c). *Psicologia e Pedagogia*. Rio de Janeiro: Forense Universitária. Publicado originalmente em 1969.

- Piaget, J., & Inhelder, B. (2001). *A Psicologia da criança*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil. Publicado originalmente em 1968.
- Prova Brasil (n.d.). *Prova Brasil*. Recuperado em 12 de agosto de 2010 de <http://provabrasil.inep.gov.br/>.
- Rabioglio, M. (1995). *Jogar: um jeito de aprender – análise do pega-varetas e da relação jogo escola*. Dissertação de Mestrado não publicada, Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Rabioglio, M. (2010). Exercitando o cálculo mental em jogos. In A. Molinári, C. Zaia, L. Zaia, M. Rabióglio, O. Assis & S. Bessa (Org.), *Jogar e aprender matemática* (pp. 91-116). Campinas: Unicamp.
- Rodrigues, A. (2010). Jogos de construção nas aulas de educação física: alternativa pedagógica para aquisição de competências leitora e escritora. Tese de Mestrado. Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo. Recuperado em 28 de abril de 2012 de <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-16092010-093324/pt-br.php>.
- Roza, E. (1993). *Quando brincar é dizer*. Rio de Janeiro, Relume-Dumará.
- Shortz, W. (2008). *Kenken easiest: 100 logic puzzles that make you smarter*. Volume 1, Nova York: St. Martin's Griffin.
- Silva, S. (2010). Matemática: implicações e relações. In A. Molinári, C. Zaia, L. Zaia, M. Rabióglio, O. Assis & S. Bessa (Org.). *Jogar e aprender matemática*. Campinas: Unicamp.
- Starepravo, A. (2010) *A multiplicação na Escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino*. Dissertação de Doutorado não-publicada, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Sutherland, R. (2009). *Ensino eficaz de matemática*. Porto Alegre: Artmed.
- Torres, M. (1996). *A cópia na escola – Uma análise construtivista*. Dissertação de Mestrado não publicada, Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo.

- Urbano, A., Silva, I., Oliveira, P., Silva, R., Costa, S., & Nascimento, R. (2009). *Jogo do Vira-Vira: contribuições matemáticas nas séries iniciais*. Recuperado em 30 de setembro de 2011 de <http://www.eventosufrpe.com.br/eventosufrpe/jepex2009/cd/resumos/R0158-3.pdf>.
- Villas Bôas, M. (2007). *Os jogos como recurso para construção da noção de número na Educação Infantil*. Dissertação de Mestrado não-publicada, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Zunino, D. (1995). Professores, crianças e pais têm a palavra. In D. Zunino, *A matemática na escola: aqui e agora*. Porto Alegre: Artmed.

Apêndice A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Senhores pais ou responsáveis,

Seu filho irá participar de oficinas de jogos, que acontecerão entre os meses de Março e Junho deste ano. As oficinas ocorrerão às quintas-feiras das 10:30 às 11:30 horas, na própria instituição. É uma atividade gratuita que pretende, através do uso de jogos, favorecer o desenvolvimento cognitivo e sócio-afetivo de alunos, além de promover formas de pensar e agir favoráveis à aprendizagem da matemática. Penso isto ser importante para seu filho, mesmo que ele não tenha nenhum problema nesta área.

A experiência das oficinas possibilitará a coleta de dados para a pesquisa “Aprendizagem de jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental”, a ser apresentada como dissertação de mestrado por Talita Lima Queiroga, sob a orientação do Professor Doutor Lino de Macedo, do Programa de Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano do Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo.

O objetivo da pesquisa é observar o modo como alunos do Ensino Fundamental resolvem problemas propostos no contexto de dois jogos - Kenken e Fecha-Caixa. A hipótese é que esta experiência favoreça o desenvolvimento da capacidade de pensar, argumentar e tomar decisões, em uma situação lúdica e interessante para os alunos. Para isto, necessitamos o seu consentimento para gravar e registrar as atividades de seu filho no contexto das oficinas.

Nos comprometemo-nos com **os seguintes cuidados éticos**:

- Não serão divulgados nomes ou outras informações que permitam identificar os participantes;
- A participação na pesquisa é voluntária e, caso deseje interrompê-la, o participante deverá comunicar aos pesquisadores, no que será atendido sem quaisquer consequências, penalizações ou prejuízos;
- Os participantes, quando solicitarem, serão informados do andamento da pesquisa e dos seus resultados direta ou indiretamente (e-mail ou telefone) pelos pesquisadores Prof. Dr. Lino de Macedo e Talita Lima Queiroga através dos e-mails limacedo@uol.com.br e tqueiroga@usp.br ou pelo telefone da Secretaria de Pós-graduação em Psicologia Escolar: 11- 3091-4356;
- Haverá possibilidade de publicação dos resultados da pesquisa, mas com o anonimato assegurado;
- As filmagens e gravações serão utilizadas somente em contextos de análise desta pesquisa pelos próprios pesquisadores envolvidos, sendo que sua armazenagem será restrita e de total responsabilidade dos mesmos.
- Após concluída a pesquisa, será doado um exemplar da tese correspondente para a instituição, que ficará à disposição dos participantes e da comunidade escolar.

Este “Termo de Consentimento” obedece à Resolução 196/96 e é feito em três vias: uma para a instituição, outra para cada aluno e seu responsável e uma terceira para os pesquisadores.

Diante do exposto, e afirmando que estamos esclarecidos sobre o conteúdo deste documento, confirmamos a nossa participação na pesquisa descrita acima.

São Paulo, ____ de _____ de 2011.

Prof. Lino de Macedo
pesquisador responsável

Talita Lima Queiroga
pesquisadora

Nome:
(responsável)

Nome:
(aluno)

Apêndice B - Quantidade de jogadas realizadas por cada aluno nos jogos de Kenken

a) Jogos respondidos individualmente

Quantidade de jogadas realizadas em cada jogo de matriz 3x3 feitos com lápis e papel

	C	D	G	L	M	R	T	V
J1	*	9/15	9/11	*	9/19	9/13	9/9	9/±23
J2	*	9/13	9/11	*	9/12	9/10	9/9	9/21
J3	*	9/13	9/14	*	9/12	9/10	9/11	9/9
J4	*	9/16	9/10	*	9/17	9/14	9/13	e
J11	*	9/9	9/9	9/11	9/20	9/9	9/11	9/11
J12	*	9/15	9/12	9/14	9/14	9/11	9/13	9/14
J13	*	9/9	9/9	9/12	9/13	9/9	9/9	9/10
J14	*	9/18	9/23	9/±30	e	9/22	e	9/25
J15	*	9/11	9/14	9/9	9/10	9/9	9/9	9/17
J16	*	9/17	9/9	9/11	9/11	9/10	e	9/23
J29	9/11	9/11	9/16	*	9/17	9/14	*	9/15
J30	9/9	9/9	9/10	*	9/10	9/14	*	9/12
J31	9/10	9/10	9/13	*	9/10	9/9	*	9/20
J32	*	9/13	9/10	*	9/11	9/13	*	9/9
J33	9/9	9/11	9/12	*	9/9	9/11	*	9/9
J34	9/27	e	9/17	*	9/11	9/12	*	9/14

.Nota. Foram 16 jogos de matriz 3x3. A tabela mostra apenas a quantidade de jogadas dos jogos que foram corretamente e completamente respondidos. O asterisco (*) representa jogos não respondidos ou respondidos parcialmente. Jogos entregues com erros são representados pela letra “e”.

Quantidade de jogadas realizadas em cada jogo de matriz 3x3 feitos com fichas

	C	D	G	L	M	R	T	V
J5	*	*	e	9/13	*	9/18	*	*
J6	*	*	*	9/11	*	*	9/24	*
J7	*	9/19	9/21	9/24	*	*	*	9/20
J8	9/9	*	*	*	*	e	*	9/14
J9	9/19	*	*	*	*	*	*	9/21
J10	9/21	*	*	*	e	*	*	9/14

.Nota. Foram seis jogos de matriz 3x3. A tabela mostra apenas a quantidade de jogadas dos jogos filmados que foram corretamente e completamente respondidos. O asterisco (*) representa jogos não respondidos, respondidos parcialmente ou não filmados. Jogos entregues com erros são representados pela letra “e”.

Quantidade de jogadas realizadas em cada jogo de matriz 4x4 feitos com lápis e papel

	C	D	G	L	M	R	T	V
J21	16/26	16/58	e	16/16	e	16/±24	16/18	*
J22	16/19	16/18	16/18	16/60	16/18	16/16	16/±32	*
J23	*	*	e	16/16	16/35	*	*	*
J24	*	*	*	16/16	16/36	*	*	*
J25	*	*	*	16/17	16/28	*	*	*
J26	*	*	*	16/28	e	*	*	*
J27	*	*	*	e	16/36	*	*	*
J28	16/19	16/22	16/33	*	16/18	16/29	*	16/17
J35	16/24	*	*	16/19	16/22	16/36	*	16/45
J36	16/±33	*	*	16/20	16/28	16/32	*	16/24
J37	16/21	*	*	16/18	16/24	16/16	*	16/22
J38	16/16	*	*	e	16/24	16/36	*	e
J39	16/24	*	*	16/16	16/18	16/22	*	e
J40	e	*	*	16/24	16/24	16/27	*	16/30
J47	16/37	e	16/±53	16/16	16/45	16/37	*	16/31
J48	16/23	e	e	16/25	16/33	16/34	*	16/22
J49	16/±44	e	e	16/30	16/26	16/19	*	e
J50	16/29	16/25	e	*	16/24	*	*	16/25

.Nota. Foram 18 de matriz 4x4. A tabela mostra apenas a quantidade de jogadas dos jogos que foram corretamente e completamente respondidos. O asterisco (*) representa jogos não respondidos ou respondidos parcialmente. Jogos entregues com erros são representados pela letra “e”.

Quantidade de jogadas realizadas em cada jogo de matriz 4x4 feitos com fichas

	C	D	G	L	M	R	T	V
J17	*	16/19	*	16/16	*	*	16/17	*
J18	*	e	*	16/16	*	*	16/16	*
J19	*	16/16	*	16/16	*	*	16/16	*
J20	*	16/20	e	16/24	e	*	16/26	*

.Nota. Foram quatro jogos de matriz 4x4. A tabela mostra apenas a quantidade de jogadas dos jogos filmados que foram corretamente e completamente respondidos. O asterisco (*) representa jogos não respondidos, respondidos parcialmente ou não filmados. Jogos entregues com erros são representados pela letra “e”.

b) Jogos respondidos em dupla

Quantidade de jogadas realizadas em cada jogo de matriz 4x4 feitos em dupla com lápis feito

	C	D	G	L	M	R	T	V
J41	16/27	*	*	*	16/27	16/20	*	16/20
J42	16/16	*	*	*	16/16	16/31	*	16/31
J43	16/24	*	*	*	16/24	16/21	*	16/21
J44	16/22	*	*	*	16/22	16/27	*	16/27
J45	16/27	*	*	*	16/27	16/25	*	16/25
J46	e	*	*	*	e	16/29	*	16/29

.Nota. Foram seis jogos de matriz 4x4 resolvidos em dupla. A tabela mostra apenas a quantidade de jogadas dos jogos filmados que foram corretamente e completamente respondidos. O asterisco (*) representa jogos não respondidos, pois os alunos não participaram da oficina. Jogos entregues com erros são representados pela letra “e”.

c) Jogos respondidos como tarefa de casa

Quantidade de jogadas realizadas em cada jogo de matriz 3x3 feitos com lápis e papel como tarefa de casa

	C	D	G	L	M	R	T	V
T1	*	9/12	9/11	9/11	9/13	e	9/10	9/12
T2	*	9/11	*	9/10	9/20	9/9	9/21	9/17
T3	*	e	*	*	9/17	9/9	*	*
T4	*	e	*	*	9/12	9/13	*	*
T5	*	9/9	*	*	9/11	9/14	*	*
T6	*	*	*	9/11	9/12	*	*	*
T7	*	*	*	9/16	9/9	*	*	*
T8	*	*	*	9/15	e	*	*	*
T15	9/15	e	9/13	*	9/10	9/9	*	9/15
T16	9/11	e	9/9	*	9/14	9/12	*	9/10
T17	9/9	9/10	9/9	*	9/9	9/9	*	9/10

.Nota. Foram 16 jogos de matriz 3x3. A tabela mostra apenas a quantidade de jogadas dos jogos que foram corretamente e completamente respondidos. O asterisco (*) representa jogos não respondidos ou respondidos parcialmente. Jogos entregues com erros são representados pela letra “e”.

Quantidade de jogadas realizadas em cada jogo de matriz 4x4 feitos com lápis e papel como tarefa de casa

	C	D	G	L	M	R	T	V
T9	*	*	*	16/16	16/32	*	*	*
T10	*	*	*	16/18	16/24	*	*	*
T11	*	*	*	16/20	16/21	*	*	*
T12	*	16/16	*	16/19	16/22	*	*	*
T13	*	16/19	*	16/16	16/23	*	*	*
T14	*	16/17	*	16/16	*	*	*	*

.Nota. Foram seis jogos de matriz 4x4 resolvidos em dupla. A tabela mostra apenas a quantidade de jogadas dos jogos filmados que foram corretamente e completamente respondidos. O asterisco (*) representa jogos não respondidos, pois os alunos não participaram da oficina. Jogos entregues com erros são representados pela letra “e”.

Apêndice C - Exemplos de tipos de erros

Erro de cálculo

6x 3	1	2	8+ 4
2÷ 2	4	1 1	3
3- 3	1- 2	12x 3	1
4	3	4	2 2

Erro de escolha dos números

7+ 3	2 2	3+ 1	4 4
4	7+ 3	2	3+ 1
3+ 1	4	3 2	2
2	5+ 1	4	3 3

7+ 2	3	2- 1
2- 1	2	3
2	1- 1	2

Erro de posição

2- 2	4	3 3	6+ 1
2- 3	1	3- 4	2
3- 4	5+ 3	1	3
1	2	6+ 2	4

Apêndice D - Jogo elaborado pela pesquisadora em sala para ser respondido pela dupla L e T

5+	5+		4
		6+	3+
6+	3		
	8+		

Apêndice E - Enigmas Kenken

	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
A	2-	3	2-	
B		3-		2
C	3+		7+	4+
D	2-			

Enigma 1

1. Que número está no Ba?
2. Onde está o número 1 na linha B?
Por que?
3. O número 3 não pode estar na casa Aa. Por que?
4. O número 4 está com certeza na casa Ad. Por que?
5. O número 4 não está na casa Dc. Por que?

	1	2	3	4
A	7+		6+	
B	4+	3+		9+
C			5+	
D	6+			

Enigma 2

1. O número 3 não está na casa A1. Por que?
2. O número 2 está com certeza na casa D1. Por que?
3. Onde está o número 4 na coluna 3?
4. Onde está o número 1 na linha A?

	1	2	3	4
A	8+		3+	3
B	4			6+
C	3+		8+	
D	5+			

Enigma 3

1. O número 2 não está na casa B3. Por que?
2. O número 4 está com certeza na casa C4. Por que?
3. Onde está o número 3 na coluna 2?
4. Onde está o número 1 na linha D?

Enigma 4

1. Que número está com certeza na casa Ba? Por que?
2. O número 2 está com certeza na casa Ac. Por que?
3. O número 1 não está na casa Ca. Por que?
4. Onde está o número 3 na coluna d?
5. O número 4 não está na casa Db. Por que?

	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
A	2-	3	2-	
B		3-		2
C	3+		7+	4+
D	2-			

	1	2	3	4
A	3+		3	7+
B	1	2÷	3-	
C	1-			2
D		3	2÷	

Enigma 5

1. Que número está na casa D3?
2. Onde está o número 1 na coluna 4? Por que?
3. Onde está o número 3 na linha B? Por que?
4. O número 1 está com certeza na casa A2. Por que?

Apêndice F - Exercício de Feche a Caixa

O jogador X estava participando de um torneio de Feche a Caixa. Observe as seis jogadas que ele fez e analise se foram boas. Justifique:

①

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	--------------	---	---

Foi uma boa jogada? Por que?

②

1	2	3	4	5	6	7	8	9
--------------	---	---	---	---	---	--------------	--------------	--------------

Foi uma boa jogada? Por que?

③

1	2	3	4	5	6	7	8	9
--------------	--------------	--------------	---	---	---	--------------	--------------	--------------

Foi uma boa jogada? Por que?

④

1	2	3	4	5	6	7	8	9
--------------	--------------	--------------	---	--------------	--------------	--------------	---	--------------

Foi uma boa jogada? Por que?

⑤

1	2	3	4	5	6	7	8	9
--------------	--------------	--------------	---	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

Foi uma boa jogada? Por que?

⑥

1	2	3	4	5	6	7	8	9
--------------	--------------	--------------	---	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

Foi uma boa jogada? Por que?

Se você estivesse jogando no lugar de X, como seriam suas jogadas? Encontre uma forma de eliminar todos os pontos ou de eliminar mais pontos do que ele.

①

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

②

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

③

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

④

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

⑤

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

A partir da jogada 6, você jogaria um dado ou dois dados? Por que?

Conclua o jogo, utilizando os dados e a quantidade de jogadas que você quiser:

⑥

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

⑦

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Anexo A - Jogos realizados nas oficinas

Matriz 3x3

Matriz 4x4

J1

3	5	1
		5
4		

J2

3	4	
	5	3
3		

J3

1	8	
5	1	
	3	

J4

3	3	
6		
5		1

J5

8	3	
		4
3		

J6

3	8	
		1
3	3	

J7

3	2-	3+
3+		
	1-	

J8

5+	2-	2
		2-
3+		

J9

5+		1
3+		6+
3		

J10

3+	4+	2
		4+
5+		

J11

4+		5+
5+		
	4+	

J12

1	1-	1-
6+		
		3

J13

2	2-	1-
6+		
		1

J14

7+		2-
2-		
	1-	

J15

4	8	
6		

J16

1-	4+	
	1	5+
3+		

J17

1	7		3
7	3	3	
	3		7
2		4	

J18

3	5	3	
5		2	7
	2	7	
5			1

J19

3	3		7
3	1	7	
	7		2
4		3	

J20

7	2	3	4
	7		3
3		3	
	5		3

J21

7		3	7
	5	3	
3			7
5			

J22

3	7	7	
7		1	
	6		5
	4		

J23

3+	3-	8+	
		2-	
7+			3-
3	3+		

J24

1	9+		
3-		5+	3+
1-			
5+		3-	

J25

3-	5+	3+	
		1-	
3	3-		6+
3+		3	

J26

6+			4
7+	7+	2-	
			3+
2	1-		

J27

2-		3	6+
2-		3-	
3-	5+		
		6+	

J28

5+	3+		7+
	3-		
2-		3	1-
1	7+		

J29

3x	6x	
	3x	2x
2		

J30

6x		1
3x		6x
	2	

J31

2x		3x
3÷	2	
	6x	

J32

2÷	2	3÷
	6x	
3		

J33

3	3÷	3+
1-		
	6x	

J34

3	2÷	
3+		6x
2-		

J35

3-	2÷		4+
	2	4+	
6x			2÷
4+		4	

J36

12x		2÷	
2÷		12x	3-
2÷	3		
	3+		3

J37

3-		6x	
2÷	2	7+	3-
	7+		
3		2÷	

J38

7+		2÷	2÷
3	3+		
2÷		12x	
	3-		3

J39

3	2x	8x	
8x		3	4x
	3x		
4x		6x	

J40

12x	6x		1
	3x	2÷	
2÷		2	12x
	4x		

J41

1-	7+	3+	4
			2-
3+		4	
3-		6x	

J42

2	7+		2-
3+		5+	
12x			2
2-		2÷	

J43

2-	3-		2
	4+	2÷	7+
2÷			
	2	4+	

J44

12x		2÷	
2÷	5+	3-	
		12x	6x
3-			

J45

1-		9+	1
3-			24x
3+			
3	3-		

J46

6x			8+
2÷		1	
3-	1-	12x	
			2

J47

$2\div$		$2-$	
$3x$		$2\div$	
$1-$		$6+$	
	$2-$		

J48

4	$12x$	$6x$	
$2\div$		$2\div$	
		$3x$	
$6x$			4

J49

$1-$	4	$2-$	
	$3+$	$2\div$	$1-$
$12x$			
	$2-$		2

J50

$3-$		$1-$	
$7+$	$6x$		1
	$6+$	$2\div$	
		$5+$	

Anexo B - Jogos utilizados como tarefa de casa

T1

5	3	
	3	4
3		

T2

4		6
8		

T3

5+		2-
3+		
3	1-	

T4

6+		1
2-		1-
	2	

T5

3+		1-
1	8+	
		1

T6

2-	3+	2
		2-
5+		

T7

5+		2-
3+	2-	
		2

T8

3+		1-
7+		
	1-	

T9

5	5	6	
		5	1
5	1		7
	5		

T10

4	2	7	
	5	3	5
6			
	7		1

T11

3	7		5
	3	4	
7		5	
	3	3	

T12

3	7	8	3
3			
	2		7
7			

T13

1	7+	3	3+
1-		1-	
	3+		4
2		7+	

T14

3	1-		7+
3+	9+		
		5+	
4	1-		1

T15

3÷	3+	2
		3÷
1-		

T16

6x		2÷
2÷	3÷	
		3

T17

12x		3÷
	1	
1	6x	

T18

3-		1-	
2÷		3	7+
24x			
	3	3-	

T19

2-	3+		7+
	1-	7+	
6+			
	3-		3

T20

3x		2÷	
2÷	3	3x	4x
	2÷		
1		6x	

T21

3+	7+		2-
	3-	2	
12x		6x	
	2÷		4

T22

2÷		2-	
3x		2÷	
1-		6+	
	2-		

T23

3+		3	7+
1	2÷	3-	
1-			2
	3	2÷	

Anexo C - Situação-Problema do Feche a Caixa

A) Situação do tabuleiro

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Lançamento dos dados

1. Quais as probabilidades:
2. Qual a melhor?
3. Porquê?

B) Situação do tabuleiro

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

Lançamento dos dados

1. Quais as probabilidades:
2. Qual a melhor?
3. Porquê?

C) Situação do tabuleiro

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	--------------	--------------

Lançamento dos dados

1. Quais as probabilidades:
2. Qual a melhor?
3. Porquê?

D) Situação do tabuleiro

1	2	3	4	5	6	7	8	9
--------------	--------------	--------------	--------------	---	---	--------------	--------------	--------------

- Quais as possibilidades com um dado?
 E com dois dados?
 Qual a melhor?
 Porquê?

Anexo D - Jogos de Kenken no computador respondidos pelos alunos

2÷	2-	3+	4
			6x
12+			
3-			

4+		3+	4
12x			2÷
2÷	24x		
		1-	

Jogos respondidos por M e R (à esquerda) e por C (à direita) no site www.kenken.com/playnow.html. Figura adaptada pela pesquisadora.

Anexo E - Jogos preparados pelos alunos na nona oficina

L

2x		3
2-		6x
2		

2	3x	
6x		2x
	3	

12x	2+	7+	
		5+	
	4	1-	
6x		3-	

C

3	1-	
3+	3x	
	3	2

3	3+	
1-		3
2+		2

3+		12x	
2-		4+	
3	12x	2÷	
1		2-	

R

4+		5+
3+		
3	2x	

3+		3
5+		2x
3x		

4+		5+	4x
6+			
3+		7+	
3	5+		2

G

4+		1-
8+		
		1

6+		4+
6+		
		2

1-		8+	
10+		3+	
5+			5+
	2-		

V

6x		5+
	7+	

3+	2-	6+
5x		

3+	12x	4÷	6x
1-	2÷	5+	4x

M

3+	4+	
	5+	
6+		

6+	4+	
	3+	5+

4+	6+		2+
	7+		
2÷	3+	4+	
		7+	

D

4+	6+	
	6+	
2		

1-		7+
6+		
		2

1-		9+	4
7+			4+
7+			
	6+		

Anexo F - Jogos preparados pelos alunos na décima oficina

C

2x	3	6x
	1-	
3		

4+		7+	6x
4			
3+		12x	
12x		2	1

G

7+		1
	9+	
1		

9+		7+	
	7+		
8+			7+
		2	

V

7+		3+
	8+	

8+	10+		
		3	
	6x		11+
2			

D

5+		3+
4+		
3+		3

7+	6+	8+	1
3+		8+	7+

Anexo G - Torneio de Fecho a Caixa

Desempenho dos alunos nas quatro partidas do torneio do Fecho a Caixa

P1	C	M	R
4 e 2	6	6	6
4 e 1	5	5	5
6 e 3	9	9	9
4 e 1	4+1	4+1	4+1
5 e 5	7+3	8+2	8+2
1 e 2	-	3	3
6 e 3	-	-	-
Resto	2+8=10	7	7

P 2			
4 e 2	4+2	6	6
5 e 2	7	7	7
5 e 2	6+1	5+2	5+2
6 e 2	8	8	8
4 e 4	5+3	4+3+1	4+3+1
4 e 1	-	-	-
Resto	9	9	9

P 3			
5 e 2	5+2	7	7
4 e 2	6	6	6
1 e 3	4	4	3*
5 e 1	-	5+1	5+1
1 e 2	-	3	-
1 e 1	-	2	-
5 e 1	-	-	-
Resto	2+4+8+9=23	9+8=17	1+3+7+8+9=28

P 4			
5 e 6 → 9+2	4 e 3 → 7	6 e 4 → 9+1	
6 e 3 → 6+3	2 e 2 → 4	6 e 3 → 7+2	
3 e 5 → 8	6 e 4 → 9+1	6 e 3 → 6+3	
2 e 6 → 1+7	6 e 1 → 5+2	3 e 1 → 4	
? e ? → P	4 e 2 → 6	3 e 1 → 4	
	? e ? → P	? e ? → P	
Resto	4+5 = 9	3+8 = 11	8 +5 = 13

Nota. Jogadas do torneio de Fecho a Caixa de papel, com os dados jogados pela pesquisadora nas três primeiras partidas e jogados pelas próprias alunas na quarta. ? = o número do dado não foi registrado na folha de resposta. P = quando as jogadoras passam a jogada. * R cometeu um erro de cálculo.