**Modelos univariados e multivariados para cálculo
do Valor em Risco de um portfólio**

Renato Fadel Fava

DISSERTAÇÃO APRESENTADA
AO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE
MESTRE EM CIÊNCIAS

Programa: Estatística
Orientadora: Profa. Dra. Clélia Maria de Castro Toloi

São Paulo, abril de 2010

Modelos univariados e multivariados para cálculo do Valor em Risco de um portfólio

Este exemplar corresponde à redação
final da dissertação devidamente corrigida
e defendida por Renato Fadel Fava
e aprovada pela Comissão Julgadora.

Banca Examinadora:

- Profa. Dra. Clélia Maria de Castro Toloi - IME-USP.
- Profa. Dra. Chang Chiann - IME-USP.
- Profa. Dra. Thelma Sáfadi - UFLA.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, aos meus pais e à minha família. Aos meus amigos pelo apoio e pela compreensão nas inúmeras vezes em que tive de me ausentar devido aos estudos. Em especial aos meus amigos Rodrigo Manfredini, pela ajuda com o Latex, e Augusto Andrade, pelas críticas e sugestões. À minha namorada, Gabriela, pela paciência e companheirismo. Aos meus professores Nancy Garcia e Sebastião de Amorim, por me ensinarem grande parte do que sei sobre estatística. À minha orientadora Clélia Toloi, pela dedicação, pelos ensinamentos, pelos conselhos e pela paciência e, finalmente, a minha amiga Jacqueline David, por todo apoio e incentivo durante esses três anos.

Resumo

Este trabalho consiste em um estudo comparativo de diversos modelos para cálculo do Valor em Risco de um portfólio. São comparados modelos que consideram a série univariada de log-retornos do portfólio versus modelos multivariados, que consideram as séries de log-retornos de cada ativo que compõe o portfólio e suas correlações condicionais. Além disso, são testados modelos propostos recentemente, que possuem pouca literatura a respeito, como o PS-GARCH e o VARMA-GARCH. Também propomos um novo modelo, que utiliza o resultado acumulado do portfólio nos últimos dias como variável exógena. Os diferentes modelos são avaliados em termos de sua adequação às exigências do Acordo de Basileia e seu impacto financeiro, em um período que inclui épocas de alta volatilidade. De forma geral, não foram notadas grandes diferenças de performance entre modelos univariados e multivariados. Os modelos mais complexos mostraram-se mais eficientes, produzindo resultados satisfatórios inclusive em tempos de crise.

Palavras-chave: Valor em Risco, RiskMetrics, Acordo de Basileia, volatilidade, correlação condicional, GARCH, EGARCH, PGARCH, PS-GARCH, VARMA-GARCH, DVEC, retornos passados acumulados.

Abstract

The present work consists of a comparative study of several portfolio Value-at-Risk models. Univariate models, which consider only the portfolio log-returns series, are compared to multivariate models, which consider the log-returns series of each asset individually and their conditional correlations. Additionally, recently proposed models such as PS-GARCH and VARMA-GARCH are tested. We also propose a new model that uses past cumulative returns as exogenous variables. All models are evaluated in terms of their compliance to Basel Accord and financial impact, in period that includes high volatility times. In general, univariate and multivariate models performed similarly. More complex models yielded more accurate results, with satisfactory performance including in crisis periods.

Keywords: Value-at-Risk, Basel Accord, volatility, conditional correlation, RiskMetrics, GARCH, EGARCH, PGARCH, PS-GARCH, VARMA-GARCH, DVEC, past cumulative returns.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Considerações Preliminares	1
1.2	Objetivos	1
1.3	Contribuições	2
1.4	Organização do Trabalho	2
2	Conceitos	3
2.1	Log-retornos	3
2.2	Valor em Risco	4
3	Dados	7
3.1	Séries de preços	8
3.2	Séries de Log-retornos	10
3.3	Análise descritiva	13
4	Especificação dos Modelos Utilizados	15
4.1	Média Móvel Simples	16
4.2	Quantis empíricos	18
4.3	EWMA - Alisamento exponencial simples	19
4.4	ARCH	21
4.5	GARCH	24
4.6	EGARCH	27
4.7	PGARCH	29
4.8	PS-GARCH	32
4.9	VARMA-GARCH	36
4.10	DVEC	38
4.11	EGARCH com retornos passados acumulados	43
5	Medidas para Avaliação dos Modelos	47
5.1	Teste da Regressão Linear Simples	47
5.2	Teste de Cobertura Incondicional	48

5.3	Teste de Dependência Serial das Exceções	49
5.4	Teste de Cobertura Condicional	50
5.5	Provisão Média Diária	50
5.6	Magnitude das Exceções	51
6	Resultados	53
7	Conclusões	57
A	Tratamento dos dados	59
B	Correlações condicionais	63
C	Códigos e saídas do S-PLUS	67
C.1	ARCH	68
C.2	GARCH	72
C.3	EGARCH	76
C.4	PGARCH	80
C.5	PS-GARCH	84
C.6	VARMA-GARCH	90
C.7	DVEC	99
C.8	EGARCH com retornos passados acumulados	105

Lista de Figuras

3.1	Evolução do preço do ativo PETR4 de junho de 1998 a maio de 2009.	8
3.2	Evolução do preço do ativo VALE5 de junho de 1998 a maio de 2009.	9
3.3	Evolução do preço do ativo ITAU4 de junho de 1998 a maio de 2009.	9
3.4	Evolução do preço do portfólio de junho de 1998 a maio de 2009.	10
3.5	Série de log-retornos do ativo PETR4.	11
3.6	Série de log-retornos do ativo VALE5.	11
3.7	Série de log-retornos do ativo ITAU4.	12
3.8	Série de log-retornos do portfólio.	12
4.1	VaR's fornecidos pelos modelos Média Móvel Simples e log-retornos observados.	18
4.2	VaR's fornecidos pelos modelos Quantis Empíricos e log-retornos observados.	19
4.3	VaR's fornecidos pelos modelos EWMA e log-retornos observados.	20
4.4	VaR's fornecidos pelos modelos ARCH e log-retornos observados.	24
4.5	VaR's fornecidos pelos modelos GARCH e log-retornos observados.	26
4.6	VaR's fornecidos pelos modelos EGARCH e log-retornos observados.	29
4.7	VaR's fornecidos pelos modelos PGARCH e log-retornos observados.	31
4.8	VaR's fornecidos pelo modelo PS-GARCH e log-retornos observados.	34

4.9	VaR's fornecidos pelo modelo VARMA-GARCH e log-retornos observados.	38
4.10	VaR's fornecidos pelo modelo DVEC e log-retornos observados.	42
4.11	VaR's fornecidos pelo modelo DVEC.mat.mat e log-retornos observados.	43
4.12	VaR's fornecidos pelo modelo DVEC.scalar.scalar e log-retornos observados.	44
4.13	VaR's fornecidos pelo modelo EGARCH com retornos acumulados e log-retornos observados.	46
6.1	Resultados.	56
A.1	Evolução do preço do ativo PETR4 sem ajustes para desdobramentos e grupamentos.	60
A.2	Evolução do preço do ativo VALE5 sem ajustes para desdobramentos e grupamentos.	61
A.3	Evolução do preço do ativo ITAU4 sem ajustes para desdobramentos e grupamentos.	62
B.1	Correlações condicionais entre os ativos PETR4 e VALE5. . .	64
B.2	Correlações condicionais entre os ativos PETR4 e ITAU4. . .	65
B.3	Correlações condicionais entre os ativos VALE5 e ITAU4. . .	66

Lista de Tabelas

3.1	Principais eventos políticos e econômicos no período que afetaram os preços dos ativos	13
3.2	Estatísticas descritivas das séries de log-retornos	13
4.1	Coeficientes do modelo ARCH univariado	22
4.2	Coeficientes do modelo ARCH multivariado	23
4.3	Matriz de correlações condicionais	23
4.4	Coeficientes do modelo GARCH univariado	25
4.5	Coeficientes do modelo GARCH multivariado	25
4.6	Matriz de correlações condicionais	25
4.7	Coeficientes do modelo EGARCH univariado	27
4.8	Coeficientes do modelo EGARCH multivariado	28
4.9	Matriz de correlações condicionais	28
4.10	Coeficientes do modelo PGARCH univariado	30
4.11	Coeficientes do modelo PGARCH multivariado	30
4.12	Matriz de correlações condicionais	31
4.13	Coeficientes do modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) univariado utilizado no PS-GARCH	32
4.14	Coeficientes do modelo PS-GARCH	33
4.15	Matriz de correlações condicionais	34
4.16	Coeficientes dos modelos AR(1)-GARCH(1,1) univariados utilizados no VARMA-GARCH	36
4.17	Coeficientes do modelo VARMA-GARCH	37
4.18	Matriz de correlações condicionais	37
4.19	Coeficientes do modelo DVEC - variâncias	39
4.20	Coeficientes do modelo DVEC - covariâncias	39
4.21	Coeficientes do modelo DVEC.mat.mat - variâncias	40
4.22	Coeficientes do modelo DVEC.mat.mat - covariâncias	41
4.23	Coeficientes do modelo DVEC.scalar.scalar - variâncias	41

4.24	Coeficientes do modelo EGARCH univariado com retornos acumulados	45
5.1	Penalidades Impostas pelo Acordo de Basileia	51
A.1	Desdobramentos/grupamentos do ativo PETR4 no período . .	60
A.2	Desdobramentos/grupamentos do ativo VALE5 no período . .	60
A.3	Desdobramentos/grupamentos do ativo ITAU4 no período . .	61

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Preliminares

Em 1995, o Comitê de Basileia passou a permitir que os bancos utilizassem modelos próprios para calcular o Valor em Risco (VaR) de seus portfólios e fazer provisões para perdas. Desde então, a capacidade dos bancos em estimar com precisão a variabilidade (ou volatilidade) do valor de seus ativos passou a ser de extrema importância, visto que esta estimativa impacta diretamente o resultado financeiro. Se por um lado uma estimativa demasiado conservadora leva a um provisionamento maior, por outro uma subestimação do VaR pode levar a uma exposição ao risco maior que a desejada.

Com a crise global que teve seu ápice no ano de 2008, as críticas às metodologias existentes vêm crescendo. Dentre elas, as mais comuns são:

- Modelos construídos levando-se em consideração dados coletados em períodos de estabilidade não necessariamente funcionarão em momentos de crise ou alta volatilidade;
- Os modelos fornecem uma estimativa da perda máxima esperada em condições normais de mercado, ou em 99% do tempo, porém não fornecem nenhuma indicação do que pode acontecer no 1% restante.

Além do cálculo do VaR, modelos de volatilidade são também utilizados para precificação de opções (ver Black e Scholes (1973) [3]).

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é comparar diversas metodologias para estimar a volatilidade de um portfólio. Especificamente, são comparados modelos univariados, que consideram apenas a série de retornos do portfólio, com modelos multivariados que levam em consideração os retornos de cada ativo

do portfólio e suas correlações. Serão testados modelos de diferentes níveis de complexidade, tanto teórica quanto operacional.

Para tanto, consideraremos uma posição comprada de um portfólio composto pelos ativos PETR4, VALE5 e ITAU4, nas proporções 50%, 40% e 10%, respectivamente.

1.3 Contribuições

As principais contribuições deste trabalho estão discriminadas abaixo:

- Comparação da performance de modelos univariados e multivariados, utilizando medidas que fazem sentido do ponto de vista prático (impacto financeiro e adequação ao Acordo de Basileia).
- Avaliação dos diferentes modelos em um período de alta volatilidade.
- Aplicação de modelos propostos recentemente, que ainda não têm uma extensa literatura a seu respeito.
- Teste do uso de retornos passados acumulados como variáveis exógenas nos modelos.

1.4 Organização do Trabalho

No Capítulo 2, apresentamos os conceitos básicos necessários para o entendimento deste trabalho. Em seguida, no Capítulo 3, descrevemos a base de dados utilizada.

Os diferentes modelos e medidas de performance utilizados são apresentados nos Capítulos 4 e 5, respectivamente.

Finalmente, nos Capítulos 6 e 7, apresentamos os resultados obtidos com cada modelo e as conclusões e aprendizados resultantes deste trabalho.

Capítulo 2

Conceitos

Neste capítulo são apresentados os conceitos básicos imprescindíveis para o entendimento deste trabalho.

2.1 Log-retornos

O risco de mercado está relacionado com a mudança de preços de ativos. Seja P_t o preço de um ativo no instante t , definimos a variação do preço deste ativo do instante $t - 1$ até o instante t como:

$$D_t = P_t - P_{t-1}. \quad (2.1)$$

Dividindo-se D_t pelo preço inicial no período, P_{t-1} , temos a variação relativa, dada por:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \quad (2.2)$$

O log-retorno, por sua vez, é definido por:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) = \ln(1 + R_t). \quad (2.3)$$

Para um horizonte de k unidades de tempo, o log-retorno pode ser facilmente obtido através do somatório dos k log-retornos intermediários:

$$r_t(k) = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-k}} \right) \quad (2.4)$$

$$r_t(k) = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \times \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \times \dots \times \frac{P_{t-k+2}}{P_{t-k+1}} \times \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} \right)$$
$$r_t(k) = r_t + r_{t-1} + r_{t-2} + \dots + r_{t-k+2} + r_{t-k+1}. \quad (2.5)$$

O preço de um portfólio de m ativos no instante t , $P_{p,t}$, pode ser escrito em função do preço deste portfólio no instante $t-1$, dos pesos da cada ativo no portfólio e dos log-retornos desses ativos, da seguinte forma:

$$P_{p,t} = \sum_{i=1}^m P_{p,t-1} x_{i,t} e^{r_{i,t}}, \quad (2.6)$$

em que $x_{i,t}$ é o peso do ativo i no instante t , sendo $\sum_{i=1}^m x_{i,t} = 1$, e $r_{i,t}$ é o log-retorno do ativo i no instante t . Utilizando-se (2.6), chegamos à seguinte expressão para o log-retorno de um portfólio:

$$r_{p,t} = \ln \left(\frac{P_{p,t}}{P_{p,t-1}} \right) = \ln \left(\sum_{i=1}^m x_{i,t} e^{r_{i,t}} \right). \quad (2.7)$$

No contexto de modelagem de séries temporais financeiras, a grande maioria dos estudos utiliza o log-retorno, em vez de variação relativa. É importante notar também que, para v pequeno, $\ln(1+v) \approx v$, portanto os log-retornos (r_t) e as variações relativas (R_t) em geral são bastante próximos, o que nos permite aproximar as variações relativas pelos log-retornos. Além disso, a equação (2.7) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$r_{p,t} \approx \sum_{i=1}^m x_{i,t} r_{i,t}, \quad (2.8)$$

pois

$$\ln \left(\sum_{i=1}^m x_{i,t} e^{r_{i,t}} \right) \approx \ln \left(\sum_{i=1}^m x_{i,t} (1 + r_{i,t}) \right) = \ln \left(1 + \sum_{i=1}^m x_{i,t} r_{i,t} \right), \quad (2.9)$$

e

$$\ln \left(1 + \sum_{i=1}^m x_{i,t} r_{i,t} \right) \approx \sum_{i=1}^m x_{i,t} r_{i,t}, \quad (2.10)$$

Utilizaremos (2.8) para o cálculo do log-retorno do portfólio.

2.2 Valor em Risco

Morettin (2008) [11] define Valor em Risco como uma medida de variação potencial máxima de um ativo, sobre um período pré-fixado e com dada probabilidade. Alternativamente, Tsay (2005) [6] define Valor em Risco, do ponto de vista do comitê regulatório, como a perda mínima sob condições

extraordinárias de mercado e fornece uma definição probabilística do VaR: suponha que, no instante t , estejamos interessados no risco de uma posição financeira para os próximos l períodos. Seja $\Delta P(l)$ a variação em valor dos ativos nesta posição financeira do instante t para o instante $t + l$ e $F_l(x)$ a função de distribuição acumulada de $\Delta P(l)$, define-se o VaR para uma posição comprada, VaR_c , para um horizonte de tempo l e com probabilidade p como

$$p = Pr[\Delta P(l) \leq VaR_c] = F_l(VaR_c). \quad (2.11)$$

No caso de uma posição vendida, a perda ocorre quando há uma valorização do ativo, logo o VaR de um horizonte de tempo l com probabilidade p é dado por

$$p = Pr[\Delta P(l) \geq VaR_v] = 1 - Pr[\Delta P(l) \leq VaR_v] = 1 - F_l(VaR_v). \quad (2.12)$$

Para posições compradas o VaR assume tipicamente valores negativos e para posições vendidas assume valores positivos.

Em aplicações práticas, o cálculo do VaR depende de diversos fatores:

- A probabilidade de interesse p , por exemplo 0,05 ou 0,01.
- O horizonte de tempo l . Para efeito de cálculo de exigência de capital, o Comitê de Basileia estipula o cálculo diário do VaR utilizando um horizonte de dez dias (ver [8] e [10]). Já para a validação do modelo (*'backtesting'*), deve ser utilizado o VaR de um dia (ver [9]). Neste estudo utilizaremos o VaR de um dia para ambas finalidades.
- O valor do portfólio.
- A função de distribuição acumulada $F_l(x)$ ou seus quantis.

Dentre esses fatores, este último é o único desconhecido e que necessita ser estimado. Para tanto, há diversas metodologias e este é justamente o tema central desta dissertação.

Capítulo 3

Dados

Utilizaremos dados disponibilizados pelo sítio da Bolsa de Valores de São Paulo (<http://www.bmfbovespa.com.br/>) com os valores de fechamento dos ativos PETR4, VALE5 e ITAU4 do dia 15 de junho de 1998 até dia 19 de maio de 2009. Como os valores referem-se ao preço do ativo na data, é necessário corrigi-los para levar em consideração as variações causadas por grupamentos e desdobramentos dos ativos. Veja o Apêndice A para mais detalhes.

Para avaliar os diferentes modelos, suporemos uma posição comprada de um portfólio com a seguinte composição:

- 50% Ações da Petrobrás (PETR4);
- 40% Ações da Vale (VALE5);
- 10% Ações do Itaú (ITAU4).

Suporemos também que este portfólio não sofra nenhuma alteração durante todo o período. Esta suposição, apesar de não ser realista, não prejudica a comparação entre os diversos modelos. A composição do portfólio também é bastante diferente da composição da maioria das carteiras de fundos de investimentos, que geralmente são mais diversificadas e contêm vários instrumentos financeiros, não apenas ações. Entretanto, o Comitê de Basileia [8] não permite que seja modelada a correlação entre diferentes instrumentos financeiros. O Valor em Risco de uma carteira que contém diversos ‘fatores de risco’ (ações, títulos de renda fixa, contratos futuros de taxas de juros, opções sobre ações, etc), deve ser a soma simples dos Valores-em-Risco de cada fator, o que equivale à suposição de correlação igual a zero. Logo, é de interesse dos gestores de risco um modelo que seja capaz de estimar separadamente o VaR de cada fator de risco que compõe a carteira, como por exemplo, de ações, que é o objeto de pesquisa deste

estudo. Além disso, estes três ativos representam aproximadamente 30% do índice Ibovespa (data de referência: 29 de janeiro de 2010). Se considerarmos os ativos VALE3 e PETR3, que são altamente correlacionados com PETR4 e VALE5 respectivamente, este percentual sobe para quase 37% (PETR4 e VALE5 são ações preferenciais, que garantem ao seu portador prioridade na distribuição de resultados, enquanto PETR3 e VALE3 são ações ordinárias, que conferem ao portador o direito a voto em assembleia). Logo, estes ativos representam um percentual significativo das ações que compõem a maioria dos fundos de investimento.

3.1 Séries de preços

Nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 é mostrada a evolução do preço dos três ativos no período estudado.

Figura 3.1: Evolução do preço do ativo PETR4 de junho de 1998 a maio de 2009.

O efeito da crise global de 2008 nos três ativos analisados é nítido. O valor do ativo PETR4 atingiu o máximo de R\$50,56 no dia 23 de maio de 2008, após uma sequência de boas notícias tais como revisões positivas no *rating* do Brasil pela Standard & Poor's (e posteriormente pela Fitch Rating) e descobertas de jazidas de Petróleo no território brasileiro. No dia 15 de setembro de 2008, quando o banco norte-americano Lehman Brothers anunciou que pediria concordata, o valor do ativo já havia caído para

Figura 3.2: Evolução do preço do ativo VALE5 de junho de 1998 a maio de 2009.

Figura 3.3: Evolução do preço do ativo ITAU4 de junho de 1998 a maio de 2009.

R\$29,80, chegando a R\$18,11 no dia 27 de outubro de 2008.

O mesmo comportamento pode ser visto também nos ativos VALE5 e ITAU4 e consequentemente no valor do portfólio, como mostrado na Figura 3.4.

Figura 3.4: Evolução do preço do portfólio de junho de 1998 a maio de 2009.

3.2 Séries de Log-retornos

A séries de log-retornos dos três ativos e do portfólio é mostrada nas Figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8. Notamos dois grandes conglomerados de volatilidade: o primeiro entre final de 1998 e começo de 1999, causado pela moratória Russa, anunciada em 17 de agosto de 1998; e o segundo em 2008, causada pela crise financeira mundial já citada anteriormente.

Utilizaremos os dados entre 4 de agosto de 1999 e 28 de dezembro de 2006 para estimar os parâmetros dos modelos e incluiremos os dados de 2 de janeiro de 2007 até 15 de maio de 2009 para avaliar o desempenho desses modelos, simulando assim o uso de modelos estimados em momentos de baixa volatilidade, em tempos de crise.

A Tabela 3.1 lista os principais eventos econômicos e políticos que tiveram impacto nos valores dos ativos neste período.

Figura 3.5: Série de log-retornos do ativo PETR4.

Figura 3.6: Série de log-retornos do ativo VALE5.

Figura 3.7: Série de log-retornos do ativo ITAU4.

Figura 3.8: Série de log-retornos do portfólio.

Data	Evento
17/08/1998	Rússia declara moratória
15/01/1999	Fim do regime de câmbio fixo no Brasil
2001	Crise na Argentina
11/09/2001	Ataque às Torres Gêmeas em Nova Iorque
27/09/2002	Desconfiança dos investidores com a provável eleição de Lula
27/02/2007	China ameaça adotar medidas para conter investimentos no país
08/11/2007	Petrobrás anuncia descoberta da reserva de Tupi
21/01/2008	Desconfiança com economia norte-americana derruba Ibovespa
15/09/2008	Falência do banco norte-americano Lehman Brothers

Tabela 3.1: Principais eventos políticos e econômicos no período que afetaram os preços dos ativos

3.3 Análise descritiva

Conforme dito na seção anterior, utilizaremos os dados entre 4 de agosto de 1999 e 28 de dezembro de 2006 para modelar as séries de log-retorno. Nesta seção, fazemos uma análise descritiva destas séries. A Tabela 3.2 mostra os valores de algumas estatísticas descritivas. Os retornos diários médios dos três ativos são bastante semelhantes, próximos a 0,12%, e a variabilidade do ativo ITAU4 é um pouco superior à dos outros ativos.

	PETR4	VALE5	ITAU4	Portifólio
Mínimo:	-0,0981	-0,0903	-0,1008	-0,0571
Média:	0,0011	0,0012	0,0012	0,0012
Mediana:	0,0009	0,0003	0,0001	0,0017
Máximo:	0,1003	0,0986	0,0956	0,0683
Desvio Padrão:	0,0210	0,0211	0,0232	0,0169
Assimetria:	-0,0178	0,1623	0,1810	-0,0772
Excesso de Curtose:	1,4716	1,3852	0,6946	0,7479
Nº de Observações:	1838	1838	1838	1838

Tabela 3.2: Estatísticas descritivas das séries de log-retornos

Capítulo 4

Especificação dos Modelos Utilizados

Nesta seção, apresentamos os modelos que serão utilizados neste estudo por ordem crescente de complexidade, bem como os parâmetros estimados para estes modelos, considerando o portfólio descrito no Capítulo 3, no período entre 4 de agosto de 1999 e 28 de dezembro de 2006. Iniciamos com um modelo bastante simples, que supõe normalidade para os log-retornos, não requer estimação de parâmetros e utiliza uma média móvel simples dos quadrados dos retornos para estimar a variância condicional. Depois apresentamos uma abordagem não-paramétrica, que prescinde de suposições quanto a distribuição dos retornos e gera estimativas basesando-se em quantis empíricos. A terceira metodologia apresentada é bastante popular. Conhecida como RiskMetrics, utiliza alisamento exponencial simples para prever a volatilidade e requer a estimação de apenas um parâmetro. Em seguida apresentamos os modelos ARCH, GARCH, EGARCH, PGARCH, PS-GARCH e VARMA-GARCH, que requerem a estimação de uma quantidade maior de parâmetros. Para as versões multivariadas destes modelos, utilizamos a suposição de correlação condicional constante. Finalmente, apresentamos o modelo DVEC, que fornece estimativas de todos os parâmetros da matriz de variâncias e covariâncias condicionais (ou seja, reconhece que as correlações entre os ativos podem variar ao longo do tempo) e propomos um modelo que utiliza retornos passados acumulados como variáveis exógenas na estimação da variância.

No caso de um portfólio composto por m ativos (neste caso, $m = 3$), a maioria dos modelos citados acima possibilita duas alternativas:

- Ajustar o modelo para a série de log-retornos do portfólio (modelo univariado);
- Ajustar um modelo para a série de log-retornos de cada ativo e levar em conta suas correlações para estimar a volatilidade do portfólio (modelo multivariado).

4.1 Média Móvel Simples

Este modelo supõe que a série de log-retornos segue uma distribuição normal com média 0 e utiliza a variância histórica dos últimos d dias para prever a variância condicional no instante t :

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{\sum_{i=1}^d r_{t-i}^2}{d}. \quad (4.1)$$

Trata-se de uma metodologia bastante simples e de fácil implementação. Para um nível de significância α e um horizonte de um dia, o VaR é dado por:

$$VaR_t = \Phi^{-1}(\alpha)\hat{\sigma}_t, \quad (4.2)$$

em que Φ é a função de distribuição acumulada normal com média 0 e variância 1.

No caso multivariado, a variância do retorno de cada ativo do portfólio é calculada utilizando-se (4.1) e a matriz de covariâncias é estimada através das covariâncias históricas entre cada par de ativos:

$$\hat{\sigma}_{jl,t} = \frac{\sum_{i=1}^d r_{j,t-i}r_{l,t-i}}{d}. \quad (4.3)$$

Finalmente, a variância condicional de um portfólio com m ativos no instante t , $\sigma_{p,t}^2$, é estimada utilizando-se as variâncias condicionais de cada ativo e as covariâncias entre cada par de ativos:

$$\hat{\sigma}_{p,t}^2 = \sum_{k=1}^m x_{k,t}^2 \hat{\sigma}_{k,t}^2 + 2 \sum_{j<l} x_{j,t} x_{l,t} \hat{\sigma}_{jl,t}, \quad (4.4)$$

em que $r_{k,t}$ é o retorno do ativo k no instante t , e $x_{k,t}$ é o peso (proporção) do ativo k no portfólio no instante t , sendo que

$$\sum_{k=1}^m x_{k,t} = 1, \forall t. \quad (4.5)$$

Neste caso, o VaR do portfólio é dado por:

$$VaR_{p,t} = \Phi^{-1}(\alpha)\hat{\sigma}_{p,t}. \quad (4.6)$$

Alternativamente, o VaR do portfólio pode ser calculado utilizando-se os VaR's de cada ativo e as correlações entre eles.

$$VaR_{p,t} = \sqrt{\sum_{k=1}^m (x_{k,t} VaR_{k,t})^2 + 2 * \sum_{j < l} x_{j,t} x_{l,t} \hat{\rho}_{jl,t} VaR_{j,t} VaR_{l,t}}. \quad (4.7)$$

em que $\hat{\rho}_{jl,t}$ é a correlação dos ativos j e l , no instante t , dada por:

$$\hat{\rho}_{jl,t} = \frac{\hat{\sigma}_{jl,t}}{\hat{\sigma}_{j,t} \hat{\sigma}_{l,t}}. \quad (4.8)$$

O Comitê de Basileia [10] obriga os bancos a utilizarem um período histórico mínimo de um ano para a estimação do Valor em Risco. Neste estudo, utilizamos uma janela de 250 dias úteis (que representam aproximadamente um ano).

Na Figura 4.1 podemos ver os Valores-em-Risco diários estimados para o portfólio pelo modelos de Média Móvel Simples Univariado e Multivariado, assim como os log-retornos observados. Visualmente, não parece haver diferença entre os modelos univariado e multivariado. Podemos observar diversos dias em que a perda foi superior ao Valor em Risco estimado (chamamos estes eventos de exceções), e em alguns casos esta perda ultrapassou o VaR em mais de 5%.

Figura 4.1: VaR's fornecidos pelos modelos Média Móvel Simples e log-retornos observados.

4.2 Quantis empíricos

Outra maneira bastante simples de estimar o Valor em Risco é utilizando a distribuição empírica dos retornos. Nesta metodologia, a perda máxima esperada, com um nível de significância de 99%, é simplesmente o primeiro percentil dos retornos observados. Utilizamos também um período histórico de 250 dias úteis para estimar o VaR por quantis empíricos.

Por tratar-se de um método não paramétrico, esta metodologia não fornece nenhuma estimativa da variância condicional. No caso multivariado, utilizamos a correlação de Pearson entre os log-retornos dos últimos 250 dias úteis e a equação (4.7) para calcular o VaR do portfólio.

A Figura 4.2 mostra os Valores-em-Risco estimados por este modelo, tanto na versão univariada quanto multivariada. Neste caso, podemos notar uma diferença entre as duas abordagens, a versão multivariada parece fornecer estimativas mais conservadoras.

Figura 4.2: VaR's fornecidos pelos modelos Quantis Empíricos e log-retornos observados.

4.3 EWMA - Alisamento exponencial simples

Longerstaey e More (1995) [5] propuseram um modelo que prevê a variância condicional no instante t utilizando uma média móvel ponderada exponencialmente da variância condicional e do log-retorno no instante $t-1$.

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2. \quad (4.9)$$

Analogamente, a covariância entre dois ativos é calculada através de um alisamento exponencial simples da série de produtos entre os retornos desses ativos:

$$\sigma_{ij,t} = \lambda \sigma_{ij,t-1} + (1 - \lambda) r_{i,t-1} r_{j,t-1}. \quad (4.10)$$

O valor de λ pode ser estimado de forma a minimizar o erro nas estimativas (soma dos quadrados das diferenças entre volatilidade estimada e observada). Porém, para retornos diários, Longerstaey e More sugerem utilizar $\lambda = 0,94$. Neste estudo, utilizamos o valor sugerido pelos autores.

Figura 4.3: VaR's fornecidos pelos modelos EWMA e log-retornos observados.

A Figura 4.3 mostra as estimativas diárias de Valor em Risco fornecidas pelo modelo EWMA. Não parece haver muita diferença entre as estimativas obtidas com os modelos univariado e multivariado.

4.4 ARCH

Proposto por Engle (1982) [13], foi primeiro modelo a fornecer uma abordagem sistemática para estimação da volatilidade:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} + a_t. \quad (4.11)$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t. \quad (4.12)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i a_{t-i}^2. \quad (4.13)$$

em que r_t são os log-retornos observados, a_t são os resíduos do modelo ajustado à série de log-retornos, também conhecidos como ‘inovações’, ϵ_t são os resíduos padronizados, $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$ (pois σ_t^2 não pode assumir valores negativos). Note que o modelo EWMA é um caso específico do modelo ARCH(∞), com $r_t = a_t$.

As distribuições mais comumente utilizadas para descrever o comportamento de ϵ_t são a normal e a t de student. Para as séries em questão, a t de student apresentou um ajuste superior, tanto para o modelo ARCH quanto para os outros modelos que serão apresentados em seguida. Além disso, as estimativas do número de graus de liberdade foram todas próximas de 8, portanto fixaremos a distribuição t com 8 graus de liberdade para todos os modelos, para efeito de simplicidade.

Os coeficientes deste e de todos os modelos apresentados em seguida foram estimados utilizando o *software* S-PLUS. Todos os modelos foram ajustados e verificados por meio de uma análise residual. Os testes utilizados são os testes de Lyung-Box, aplicado aos resíduos padronizados, para verificar a eliminação da correlação existente nos log-retornos e os testes de Lyung-Box e Lagrange, aplicados aos resíduos quadráticos padronizados, para verificar o correto ajustamento da volatilidade. Para detalhes ver Toloi e Morettin (2006) [1].

O código utilizado e as saídas do S-PLUS com os testes mencionados acima podem ser vistos no Apêndice C. Para o modelo ARCH univariado, podemos notar que o teste de Lyung-Box para os resíduos padronizados resultou em um p-valor de 0,3362, não rejeitando a hipótese de correlação nula. Os testes de Lyung-Box e Lagrange para os resíduos quadráticos padronizados resultaram em p-valores de 0,248 e 0,26, respectivamente. Novamente a hipótese de correlação nula não foi rejeitada, confirmando o ajuste adequado do modelo.

A Tabela 4.1 mostra os coeficientes estimados para o modelo ARCH univariado:

Coeficiente	Estimativa (p-valor)
ϕ_0	0,0015 (0,000)
ϕ_1	0,1179 (0,000)
ϕ_2	-0,1011 (0,000)
α_0	0,0002 (0,000)
α_1	0,0989 (0,007)
α_2	0,0753 (0,020)
α_3	0,1385 (0,001)
α_4	0,0714 (0,040)

Tabela 4.1: Coeficientes do modelo ARCH univariado

No caso multivariado, utilizamos o modelo de correlação condicional constante, proposto por Bollerslev (1990) [17]. Este modelo supõe que a matriz de covariância condicional tem a seguinte forma:

$$\Sigma_t = \Delta_t R \Delta_t, \quad (4.14)$$

em que R é a matriz de correlação condicional constante e Δ_t é a seguinte matriz diagonal:

$$\Delta_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1;t} & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_{m;t} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

com σ_{it} seguindo um processo ARCH, para $i = 1 \dots m$.

Os parâmetros estimados para o modelo multivariado são mostrados na Tabela 4.2 e a matriz de correlações condicionais é mostrada na Tabela 4.3.

No Apêndice C, podemos notar que para o ativo ITAU4, os testes de Lyung-Box para os resíduos padronizados (p-valor igual a 0,006118) e de Lyung-Box e Lagrange para os resíduos quadráticos padronizados (p-valores de 0,0009437 e 0,02304, respectivamente) rejeitam a hipótese de correlação nula, indicando que seria necessária a inclusão de mais parâmetros para a obtenção de um ajuste correto. Entretanto, optamos por manter a simplicidade do modelo, dada a pouca importância deste ativo no portfólio, de apenas 10%. O mesmo comportamento se repetiu em outros modelos mostrados mais adiante.

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0014 (0,001)	0,0012 (0,005)	0,0009 (0,058)
ϕ_1	0,0886 (0,000)	0,0621 (0,004)	0,0520 (0,014)
ϕ_2	0,0000 (0,000)	0,0000 (0,000)	0,0000 (0,000)
α_0	0,0003 (0,000)	0,0003 (0,000)	0,0004 (0,000)
α_1	0,0469 (0,059)	0,0962 (0,003)	0,0852 (0,014)
α_2	0,0917 (0,001)	0,0651 (0,026)	0,0892 (0,005)
α_3	0,1405 (0,000)	0,0746 (0,006)	0,0896 (0,002)
α_4	0,0414 (0,115)	0,0453 (0,098)	0,0956 (0,006)

Tabela 4.2: Coeficientes do modelo ARCH multivariado

	PETR4	VALE5	ITAU4
PETR4	1,000	0,415	0,442
VALE5	0,415	1,000	0,337
ITAU4	0,442	0,337	1,000

Tabela 4.3: Matriz de correlações condicionais

Para este modelo e para os modelos apresentados na sequência, o VaR de um dia, com 99% de confiança, é dado por:

$$VaR = \hat{r}_t - \frac{t_v(0,99)\hat{\sigma}_t}{\sqrt{v/(v-2)}}, \quad (4.16)$$

em que $t_v(p)$ é o p-quantil da distribuição t com v graus de liberdade (no caso, $v = 8$).

Os Valores-em-Risco estimados pelos modelos ARCH podem ser vistos na Figura 4.4. Aqui, notamos uma diferença entre as abordagens univariada e multivariada, com uma maior variabilidade dos Valores-em-Risco estimados pelo modelo univariado.

As principais críticas ao modelo ARCH são sua incapacidade de diferenciar o efeito de inovações positivas e negativas e o alto número de parâmetros normalmente necessários para descrever adequadamente a volatilidade.

Figura 4.4: VaR's fornecidos pelos modelos ARCH e log-retornos observados.

4.5 GARCH

Bollerslev (1986) [16] propôs uma generalização do modelo ARCH, com a seguinte forma:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} + a_t. \quad (4.17)$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t. \quad (4.18)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^o \beta_i \sigma_{t-i}^2. \quad (4.19)$$

em que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_i \geq 0$ e $\sum_{i=1}^{\max(n,o)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$.

A Tabela 4.4 mostra os coeficientes estimados para o modelo univariado.

No Apêndice C podemos ver a análise residual para o modelo GARCH univariado. O p-valor do teste de Lyung-Box para os resíduos padronizados foi de 0,3493. Os testes de Lyung-Box e Lagrange para os resíduos

Coeficiente	Estimativa (p-valor)
ϕ_0	0,0016 (0,000)
ϕ_1	0,1113 (0,000)
ϕ_2	-0,0967 (0,000)
α_0	0,0000 (0,014)
α_1	0,0810 (0,000)
β_1	0,8745 (0,000)

Tabela 4.4: Coeficientes do modelo GARCH univariado

quadráticos padronizados resultaram em p-valores de 0,7912 e 0,848, respectivamente, confirmando a adequação do modelo ajustado.

No caso multivariado, utilizamos novamente a suposição de correlação condicional constante e as equações (4.14) e (4.15). Podemos ver na Tabela 4.5 os coeficientes estimados para o modelo multivariado.

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0016 (0,000)	0,0014 (0,001)	0,0011 (0,019)
ϕ_1	0,0853 (0,000)	0,0621 (0,004)	0,0499 (0,015)
ϕ_2	-0,0445 (0,029)	-0,0604 (0,005)	-0,0702 (0,001)
α_0	0,0000 (0,002)	0,0000 (0,001)	0,0000 (0,014)
α_1	0,0796 (0,000)	0,0791 (0,000)	0,0556 (0,000)
β_1	0,8605 (0,000)	0,8272 (0,000)	0,9168 (0,000)

Tabela 4.5: Coeficientes do modelo GARCH multivariado

A Tabela 4.6 mostra as correlações condicionais estimadas para o modelo GARCH multivariado.

	PETR4	VALE5	ITAU4
PETR4	1,000	0,411	0,441
VALE5	0,411	1,000	0,334
ITAU4	0,441	0,334	1,000

Tabela 4.6: Matriz de correlações condicionais

Os p-valores dos testes de Lyung-Box e Lagrange podem ser vistos no Apêndice C. O modelo ajustado ao ativo ITAU4 apresentou um p-valor de 0,04411 para o teste de Lyung-Box para os resíduos padronizados, mostrando que seriam necessários mais parâmetros para ajustar adequadamente esta série, porém novamente optamos por um modelo mais parcimonioso dada a

pouca importância deste ativo no portfólio. As séries dos ativos PETR4 e VALE5 não apresentaram este problema.

O modelo GARCH apresenta uma vantagem em relação ao modelo ARCH, pois normalmente requer menos parâmetros para descrever a volatilidade de uma série, porém também não diferencia os impactos de log-retornos positivos e negativos na volatilidade condicional.

O modelo EWMA é uma variação do modelo GARCH(1, 1), com a soma dos parâmetros α_1 e β_1 igual a 1, também conhecido como IGARCH (*integrated* GARCH).

As estimativas do Valor em Risco diário são dadas também pela equação (4.16). Na Figura 4.5, podemos ver os Valores-em-Risco estimados pelos modelos GARCH.

Figura 4.5: VaR's fornecidos pelos modelos GARCH e log-retornos observados.

4.6 EGARCH

Nelson (1991) [2] introduziu o modelo GARCH Exponencial (EGARCH), com a seguinte definição:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} + a_t. \quad (4.20)$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t. \quad (4.21)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \left| \frac{a_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{i=1}^r \gamma_i \frac{a_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{i=1}^o \beta_i \ln(\sigma_{t-i}^2). \quad (4.22)$$

O parâmetro γ permite dar pesos diferentes para log-retornos negativos e positivos na estimativa da volatilidade. Se este parâmetro for negativo, log-retornos negativos causarão um impacto maior na volatilidade, o que geralmente é o caso. Este fenômeno é conhecido como ‘efeito alavancagem’, ou ‘*leverage effect*’. Outra vantagem do modelo EGARCH é o fato de não necessitar de restrições no parâmetros para garantir volatilidade estimada estritamente positiva, devido ao fato de modelar $\ln(\sigma^2)$ em vez de σ^2 .

Na Tabela 4.7, podemos ver os coeficientes estimados para o modelo EGARCH univariado.

Coeficiente	Estimativa (p-valor)
ϕ_0	0,0013 (0,000)
ϕ_1	0,1174 (0,000)
ϕ_2	-0,0987 (0,000)
α_0	-0,9652 (0,001)
α_1	0,1624 (0,000)
β_1	0,8983 (0,000)
γ_1	-0,5333 (0,003)

Tabela 4.7: Coeficientes do modelo EGARCH univariado

Conforme esperado, o parâmetro γ_1 é negativo, o que implica que log-retornos negativos causam uma maior volatilidade.

O p-valor para teste de Lyung-Box para os resíduos padronizados foi de 0,3486. Os p-valores dos testes de Lyung-Box e Lagrange para os resíduos quadráticos padronizados foram de 0,7684 e 0,8353, respectivamente. Portanto, o modelo ajustado é adequado para descrever a a volatilidade do portfólio.

Na Tabela 4.8, podemos ver os coeficientes estimados do modelo multivariado com matriz de correlação constante, onde o mesmo fenômeno também ocorre. Para o ativo ITAU4, porém, este parâmetro não foi significativo a um nível de 10%.

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0013 (0,003)	0,0011 (0,013)	0,0006 (0,206)
ϕ_1	0,0861 (0,000)	0,0612 (0,004)	0,0524 (0,014)
ϕ_2	-0,0402 (0,047)	-0,0587 (0,005)	-0,0751 (0,000)
α_0	-1,0754 (0,000)	-1,4672 (0,000)	-0,9373 (0,000)
α_1	0,1686 (0,000)	0,2074 (0,000)	0,1959 (0,000)
β_1	0,8789 (0,000)	0,8314 (0,000)	0,8957 (0,000)
γ_1	-0,5358 (0,000)	-0,2968 (0,024)	-0,1909 (0,111)

Tabela 4.8: Coeficientes do modelo EGARCH multivariado

As correlações estimadas para o modelo EGARCH são mostradas na Tabela 4.9. Vale a pena notar que este modelo gerou estimativas ligeiramente inferiores das correlações entre os ativos.

	PETR4	VALE5	ITAU4
PETR4	1,000	0,406	0,436
VALE5	0,406	1,000	0,328
ITAU4	0,436	0,328	1,000

Tabela 4.9: Matriz de correlações condicionais

A análise de resíduos dos modelos ajustados pode ser vista no Apêndice C. Novamente, o modelo ajustado ao ativo ITAU4 não eliminou completamente a auto-correlação da série de resíduos padronizados (p-valor de 0,02754 para o teste de Lyung-Box). O mesmo não ocorreu com as séries dos ativos PETR4 e VALE5.

Na Figura 4.6, podemos ver os Valores-em-Risco estimados pelos modelos EGARCH.

Figura 4.6: VaR's fornecidos pelos modelos EGARCH e log-retornos observados.

4.7 PGARCH

Ding et al (1993) [20] propuseram o modelo PGARCH (*'Power GARCH'*), com a seguinte forma:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} + a_t. \quad (4.23)$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t. \quad (4.24)$$

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i (|a_{t-i}| - \gamma_i a_{t-i})^\delta + \sum_{i=1}^o \beta_i \sigma_{t-i}^\delta. \quad (4.25)$$

em que δ é estimado, diferentemente dos modelos ARCH, GARCH e EGARCH que impõem o valor 2 para este parâmetro. Assim como no modelo EGARCH, o parâmetro γ é incluído para capturar o efeito alavancagem.

A Tabela 4.10 mostra os coeficientes estimados para o modelo PGARCH univariado. O parâmetro γ_1 foi menor que 0, evidenciando novamente a existência do efeito alavancagem. O parâmetro δ foi diferente de 2, porém não

estatisticamente diferente (o erro padrão foi 0,471, ou seja, o valor estimado é diferente de 2 em apenas 1 desvio padrão; o p-valor mostrado na Tabela 4.10 refere-se ao teste $\delta = 0$ *versus* $\delta \neq 0$). O fato de δ ser próximo de 2 indica que esta flexibilidade do modelo PGARCH talvez não traga nenhum benefício.

Coeficiente	Estimativa (p-valor)
ϕ_0	0,0013 (0,000)
ϕ_1	0,1151 (0,000)
ϕ_2	-0,0973 (0,000)
α_0	0,0001 (0,615)
α_1	0,0693 (0,003)
β_1	0,8647 (0,000)
δ	1,6049 (0,001)
γ_1	-0,5219 (0,010)

Tabela 4.10: Coeficientes do modelo PGARCH univariado

O p-valor para teste de Lyung-Box para os resíduos padronizados foi de 0,3702. Os p-valores dos testes de Lyung-Box e Lagrange para os resíduos quadráticos padronizados foram 0,8232 e 0,882, respectivamente, indicando que o modelo ajustado é adequado (para mais detalhes, ver Apêndice C).

A Tabela 4.11 mostra os coeficientes estimados do modelo PGARCH multivariado com matriz de correlações constante. Novamente observamos γ_1 negativo e δ estatisticamente não diferente de 2.

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0012 (0,005)	0,0011 (0,014)	0,0008 (0,114)
ϕ_1	0,0911 (0,000)	0,0640 (0,003)	0,0508 (0,013)
ϕ_2	-0,0402 (0,048)	-0,0600 (0,005)	-0,0707 (0,001)
α_0	0,0001 (0,610)	0,0001 (0,636)	0,0000 (0,698)
α_1	0,0635 (0,003)	0,0870 (0,000)	0,0541 (0,001)
β_1	0,8576 (0,000)	0,8076 (0,000)	0,9125 (0,000)
δ	1,8754 (0,000)	1,7817 (0,001)	2,1093 (0,002)
γ_1	-0,4559 (0,005)	-0,2428 (0,037)	-0,1997 (0,054)

Tabela 4.11: Coeficientes do modelo PGARCH multivariado

As correlações estimadas para este modelo, que podem ser vistas na Tabela 4.12, são mais próximas às dos modelos ARCH e GARCH.

No Apêndice C, podemos ver os p-valores dos testes de Lyung-Box e La-

	PETR4	VALE5	ITAU4
PETR4	1,000	0,410	0,438
VALE5	0,410	1,000	0,333
ITAU4	0,438	0,333	1,000

Tabela 4.12: Matriz de correlações condicionais

grange, todos acima de 0,05. As séries dos três ativos foram adequadamente ajustadas pelo modelo PGARCH.

Os Valores-em-Risco estimados pelos modelos PGARCH são mostrados na Figura 4.7.

Figura 4.7: VaR's fornecidos pelos modelos PGARCH e log-retornos observados.

4.8 PS-GARCH

McAleer e da Veiga (2008) [7] propõem um modelo multivariado que visa captar os efeitos de ‘contaminação’ do portfólio de forma parcimoniosa. Este modelo assume que $r_{p,t}$, a série univariada de log-retornos do portfólio, segue um processo ARMA(p_p, q_p)-GARCH(n_p, o_p):

$$r_{p,t} = \phi_{p,0} + \sum_{i=1}^{p_p} \phi_{p,i} r_{p,t-i} + \sum_{i=1}^{q_p} \theta_{p,i} a_{p,t-i} + a_{p,t}. \quad (4.26)$$

$$a_{p,t} = \sigma_{p,t} \epsilon_{p,t}. \quad (4.27)$$

$$\sigma_{p,t}^2 = \alpha_{p,0} + \sum_{i=1}^{n_p} \alpha_{p,i} a_{p,t-i}^2 + \sum_{i=1}^{o_p} \beta_{p,i} \sigma_{p,t-i}^2. \quad (4.28)$$

Os autores sugerem a utilização de um modelo do tipo ARMA(1,1)-GARCH(1,1). A Tabela 4.13 mostra os coeficientes estimados para este modelo:

Coeficiente	Estimativa (p-valor)
ϕ_0	0,0023 (0,000)
ϕ_1	-0,4488 (0,001)
θ_1	0,5683 (0,000)
α_0	0,0000 (0,015)
α_1	0,0802 (0,000)
β_1	0,8788 (0,000)

Tabela 4.13: Coeficientes do modelo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) univariado utilizado no PS-GARCH

Em seguida, utiliza-se os valores estimados de $\sigma_{p,t}^2$ e $a_{p,t}$, $\hat{\sigma}_{p,t}^2$ e $\hat{a}_{p,t}$, como variáveis exógenas nos modelos ajustados para as séries de log-retornos de cada ativo:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} + a_t. \quad (4.29)$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t. \quad (4.30)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^r \gamma_i I(a_{t-i}) a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^o \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

$$+ \sum_{i=1}^s \eta_i \hat{a}_{p,t-i}^2 + \sum_{i=1}^u \kappa_i \hat{\sigma}_{p,t-i}^2. \quad (4.31)$$

em que $I(a_t)$ é uma função indicadora dada por

$$I(a_t) = \begin{cases} 1, & \text{se } a_t \leq 0 \\ 0, & \text{se } a_t > 0 \end{cases} \quad (4.32)$$

A função indicadora distingue o efeito de inovações positivas e negativas de mesma magnitude na variância condicional. A inclusão dos parâmetros η e κ permite que a estimativa da volatilidade de cada ativo leve em consideração a informação passada de todos os outros ativos indiretamente, através da informação sumarizada pelos log-retornos do portfólio. A Tabela 4.14 mostra os coeficientes estimados para as séries em questão:

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0018 (0,010)	0,0015 (0,033)	0,0011 (0,171)
ϕ_1	-0,3936 (0,004)	-0,4416 (0,024)	-0,4557 (0,080)
θ_1	0,5171 (0,000)	0,5250 (0,005)	0,5171 (0,039)
α_0	0,0000 (0,001)	0,0000 (0,008)	0,0000 (0,002)
α_1	-0,0012 (0,951)	0,0371 (0,192)	0,0272 (0,063)
β_1	0,8553 (0,000)	0,7343 (0,000)	0,9275 (0,000)
γ_1	0,1212 (0,000)	0,0985 (0,032)	0,0566 (0,047)
η_1	0,0359 (0,229)	0,0478 (0,196)	0,0484 (0,128)
κ_1	-0,0223 (0,683)	0,0791 (0,531)	-0,0760 (0,122)

Tabela 4.14: Coeficientes do modelo PS-GARCH

A análise de resíduos através dos testes de Lyung-Box e Lagrange (Apêndice C) mostra um ajuste adequado das três séries.

Podemos notar que os parâmetros que visam captar o efeito de ‘contaminação’ não foram significativos a um nível de 10%. A grande concentração do portfólio em apenas dois ativos (PETR4 e VALE5, com 50% e 40%, respectivamente) pode ser um dos motivos para que isso tenha acontecido, pois isso faz que a informação contida nos log-retornos passados desses ativos já contenham boa parte da informação contida nos log-retornos passados do portfólio. Já para o ativo ITAU4, que representa apenas 10% do portfólio, essas variáveis mostraram-se mais significativas, por se tratar de uma informação adicional àquela trazida pelas variáveis já presentes no modelo.

Finalmente, estima-se a matriz de correlações constante utilizando os resíduos padronizados dos modelos de cada ativo, obtidos em (4.29) - (4.31).

As correlações obtidas são mostradas na Tabela 4.15.

	PETR4	VALE5	ITAU4
PETR4	1,000	0,382	0,417
VALE5	0,382	1,000	0,312
ITAU4	0,417	0,312	1,000

Tabela 4.15: Matriz de correlações condicionais

Os Valores-em-Risco estimados pelos modelos PS-GARCH podem ser vistos na Figura 4.8.

Figura 4.8: VaR's fornecidos pelo modelo PS-GARCH e log-retornos observados.

Um possível variação deste modelo seria substituir a série de log-retornos do portfólio pela série de log-retornos do Ibovespa, em (4.26-4.28). Do ponto de vista prático, esta variação faz mais sentido, pois os portfólios são dinâmicos e podem variar diariamente, tanto em relação aos ativos que o compõem, quanto ao percentual que cada ativo representa. O fato de um ativo pertencer ou não a um portfólio não deve alterar sua influência sobre outros ativos, portanto seria mais razoável considerar um portfólio

composto por conjunto fixo de ativos, como o Ibovespa ou outros índices disponíveis.

4.9 VARMA-GARCH

O modelo multivariado para um portfólio com m ativos proposto por Ling e McAleer (2003) [15], que assume simetria nos efeitos de inovação positivas e negativas na volatilidade condicional, é dado por:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \Phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \Theta_i a_{t-i} + a_t. \quad (4.33)$$

$$a_t = D_t \epsilon_t. \quad (4.34)$$

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n A_i a_{t-i} + \sum_{i=1}^o B_i \sigma_{t-i}, \quad (4.35)$$

em que $r_t = (r_{1;t}, \dots, r_{m;t})'$, $\phi_0 = (\phi_{1;0}, \dots, \phi_{m;0})'$, $\Phi_i = \text{diag}(\phi_i)$, $\Theta_i = \text{diag}(\theta_i)$, $a_t = (a_{1;t}, \dots, a_{m;t})'$, $D_t = \text{diag}(\sigma_t)$, $\epsilon_t = (\epsilon_{1;t}, \dots, \epsilon_{m;t})'$, $\sigma_t = (\sigma_{1;t}^2, \dots, \sigma_{m;t}^2)'$, $\alpha_0 = (\alpha_{1;0}, \dots, \alpha_{m;0})'$, A_i e B_i são matrizes $m \times m$ com elementos $\alpha_{j,k;i}$ e $\beta_{j,k;i}$, respectivamente, para $j, k = 1, \dots, m$. Este modelo também supõe correlações condicionais constantes.

Os autores propõem um procedimento simples para a estimação do modelo VARMA-GARCH. Primeiramente devem ser estimados modelos do tipo AR(1)-GARCH(1,1) para as séries de cada ativo do portfólio, e os valores das variâncias condicionais e dos resíduos são armazenados. A Tabela 4.16 mostra os resultados deste primeiro passo:

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0015 (0,001)	0,0013 (0,005)	0,0010 (0,037)
ϕ_1	0,1136 (0,000)	0,0688 (0,004)	0,0479 (0,044)
α_0	0,0000 (0,006)	0,0000 (0,003)	0,0000 (0,030)
α_1	0,0802 (0,000)	0,0967 (0,000)	0,0675 (0,000)
β_1	0,8581 (0,000)	0,8065 (0,000)	0,9114 (0,000)

Tabela 4.16: Coeficientes dos modelos AR(1)-GARCH(1,1) univariados utilizados no VARMA-GARCH

Feito isso, são estimados modelos do tipo ARMA(1,1)-GARCH(1,1) para cada série, agora incluindo os resíduos e as variâncias condicionais estimadas no primeiro passo para as outras $m-1$ séries como variáveis exógenas, conforme mostrado na Tabela 4.17.

E finalmente calcula-se a matriz de correlação utilizando os resíduos padronizados, que pode ser vista na Tabela 4.18.

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0022 (0,002)	0,0020 (0,007)	0,0014 (0,077)
ϕ_1	-0,5078 (0,000)	-0,4677 (0,019)	-0,4647 (0,064)
θ_1	0,6186 (0,000)	0,5461 (0,004)	0,5274 (0,029)
α_0	0,0000 (0,013)	0,0000 (0,003)	0,0000 (0,028)
α_1	0,0566 (0,005)	0,0839 (0,001)	0,0499 (0,002)
β_1	0,8383 (0,000)	0,8037 (0,000)	0,9205 (0,000)
$a_{1;PETR4}$		0,0287 (0,094)	0,0328 (0,101)
$\sigma_{1;PETR4}$		-0,0404 (0,344)	-0,0272 (0,542)
$a_{1;VALE5}$	0,0286 (0,068)		0,0216 (0,283)
$\sigma_{1;VALE5}$	-0,0581 (0,103)		-0,0437 (0,287)
$a_{1;ITAU4}$	0,0282 (0,064)	0,0145 (0,330)	
$\sigma_{1;ITAU4}$	0,0249 (0,529)	0,0090 (0,770)	

Tabela 4.17: Coeficientes do modelo VARMA-GARCH

	PETR4	VALE5	ITAU4
PETR4	1,000	0,387	0,423
VALE5	0,387	1,000	0,321
ITAU4	0,423	0,321	1,000

Tabela 4.18: Matriz de correlações condicionais

Os testes de Lyung-Box e Lagrange (Apêndice C) confirmam o ajuste adequado das três séries.

Os Valores-em-Risco estimados pelos modelos VARMA-GARCH podem ser vistos na Figura 4.9.

Este modelo sofre do mesmo problema do PS-GARCH, por considerar apenas ativos que fazem parte do portfólio. Além disso, para portfólios compostos por muitos ativos, o modelo se torna muito complexo, exigindo a estimação de um número grande de parâmetros.

Figura 4.9: VaR's fornecidos pelo modelo VARMA-GARCH e log-retornos observados.

4.10 DVEC

O modelo DVEC é dado por:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \Phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \Theta_i a_{t-i} + a_t. \quad (4.36)$$

$$a_t = D_t \epsilon_t. \quad (4.37)$$

$$\Sigma_t = A + \sum_{i=1}^n A_i \otimes (a_{t-i} a'_{t-i}) + \sum_{i=1}^o B_i \otimes \Sigma_{t-i}. \quad (4.38)$$

em que $r_t = (r_{1;t}, \dots, r_{m;t})'$, $\phi_0 = (\phi_{1;0}, \dots, \phi_{m;0})'$, $\Phi_i = \text{diag}(\phi_i)$, $\Theta_i = \text{diag}(\theta_i)$, $a_t = (a_{1;t}, \dots, a_{m;t})'$, $D_t = \text{diag}(\sigma_t)$, $\epsilon_t = (\epsilon_{1;t}, \dots, \epsilon_{m;t})'$, A , A_i , B_i e Σ_t são matrizes simétricas $m \times m$ e $\otimes$ é o produto de Hadamard (elemento-a-elemento).

A grande vantagem deste modelo é que ele permite modelar as covariâncias condicionais entre os ativos, eliminando assim a suposição de correlação constante, que é uma suposição muito forte e provavelmente inválida. Entretanto, não permite que os retornos de um ativo sejam utilizados para estimar a volatilidade de outro, como fazem o PS-GARCH e o VARMA-GARCH (embora seja simples alterar a formulação do modelo para passar a considerar os log-retornos do portfólio ou do Ibovespa como variável exógena).

A Tabela 4.19 mostra os coeficientes do modelo DVEC relacionados à diagonal da matriz Σ_t , ou seja, às variâncias condicionais (ou volatilidades) de cada ativo.

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0016 (0,000)	0,0013 (0,002)	0,0011 (0,016)
ϕ_1	0,0771 (0,000)	0,0538 (0,007)	0,0428 (0,036)
ϕ_2	-0,0408 (0,047)	-0,0650 (0,002)	-0,0690 (0,001)
α_0	0,0000 (0,000)	0,0000 (0,006)	0,0000 (0,009)
α_1	0,0649 (0,000)	0,0457 (0,000)	0,0461 (0,000)
β_1	0,8785 (0,000)	0,9304 (0,000)	0,9290 (0,000)

Tabela 4.19: Coeficientes do modelo DVEC - variâncias

Já na Tabela 4.20, podemos ver as equações utilizadas para estimar as covariâncias de cada par de ativos. Lembrando que, para um portfólio composto por m ativos, temos

$$\binom{m}{2} = \frac{m!}{2!(m-2)!} \quad (4.39)$$

equações de covariância condicional, o que pode resultar em um número muito grande de parâmetros a serem estimados.

Coeficiente	PETR4xVALE5	PETR4xITAU4	VALE5xITAU4
α_0	0,0000 (0,022)	0,0000 (0,021)	0,0000 (0,023)
α_1	0,0217 (0,000)	0,0211 (0,005)	0,0268 (0,000)
β_1	0,9681 (0,000)	0,9443 (0,000)	0,9616 (0,000)

Tabela 4.20: Coeficientes do modelo DVEC - covariâncias

No Apêndice C podemos ver os resultados dos testes de Lyung-Box para os resíduos padronizados e de Lyung-Box e Lagrange, para os resíduos

quadráticos padronizados. O teste de Lyung-Box para os resíduos padronizados rejeita a hipótese de correlação nula para a série do ITAU4, com p-valor igual a 0,04292. Já os testes de Lyung-Box e de Lagrange para os resíduos quadráticos padronizados rejeitam a hipótese de correlação nula para a série do ativo VALE5 (p-valores iguais a 0,04916 0,03924, respectivamente).

Neste caso, em que temos apenas 3 ativos, necessitamos estimar três equações adicionais, o que não é um número muito grande. Entretanto, para portfólios maiores (em aplicações práticas, os portfólios costumam ter dezenas de ativos), esta é uma grande desvantagem deste modelo.

Outra desvantagem deste modelo é que ele não garante que a matriz Σ_t seja positiva semidefinida. Por causa disso, o modelo gerou estimativas de correlação superiores a 1 (ver gráficos em Apêndice B). Para resolver este problema, Ding (1994) [19] e Bollerslev, Engle e Nelson (1994) [18] propuseram uma extensão ao modelo DVEC, em que são estimados os fatores de Cholesky das matrizes de coeficientes:

$$\Sigma_t = AA' + \sum_{i=1}^n (A_i A_i') \otimes (a_{t-1} a_{t-1}') + \sum_{i=1}^o (B_i B_i') \otimes \Sigma_{t-1}. \quad (4.40)$$

em que A , A_i e B_i são matrizes triangulares inferiores $m \times m$. Chamaremos este modelo de DVEC.mat.mat. A Tabela 4.21 mostra os valores dos coeficientes estimados para as diagonais da matriz Σ_t (variâncias condicionais):

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0011 (0,007)	0,0012 (0,004)	0,0012 (0,024)
ϕ_1	0,1161 (0,000)	0,0376 (0,082)	0,0441 (0,059)
ϕ_2	-0,0739 (0,000)	-0,0503 (0,021)	-0,0493 (0,032)
α_0	0,0000	0,0000	0,0000
α_1	0,0910	0,0972	0,0962
β_1	0,8173	0,8252	0,8460

Tabela 4.21: Coeficientes do modelo DVEC.mat.mat - variâncias

Aqui, não temos os p-valores para os coeficientes α_0 , α_1 e β_1 pois estes coeficientes não são estimados diretamente. Eles são obtidos através da multiplicação das matrizes A e B por suas transpostas. Os coeficientes do modelo DVEC.mat.mat para as equações relativas às covariâncias são mostrados na Tabela 4.22.

Para esta versão do modelo DVEC, a análise de resíduos mostra um ajuste mais adequado, com os testes de Lyung-Box e Lagrange não rejeitando, a um nível de significância de 5%, as hipóteses de correlação nula

Coeficiente	PETR4xVALE5	PETR4xITAU4	VALE5xITAU4
α_0	0,0000	0,0000	0,0000
α_1	0,0891	0,0890	0,0935
β_1	0,8210	0,8194	0,8256

Tabela 4.22: Coeficientes do modelo DVEC.mat.mat - covariâncias

para as séries de resíduos padronizados e resíduos quadráticos padronizados (Apêndice C).

O modelo DVEC pode ser simplificado ainda mais, utilizando vetores em vez de matrizes, para os coeficientes A_i e B_i :

$$\Sigma_t = AA' + \sum_{i=1}^n (\alpha_i \alpha_i') \otimes (a_{t-1} a_{t-1}') + \sum_{i=1}^o (\beta_i \beta_i') \otimes \Sigma_{t-1}. \quad (4.41)$$

em que A é uma matriz triangular inferior e α_i e β_i são vetores $m \times 1$ (modelo DVEC.vec.vec.), ou ainda utilizando escalares:

$$\Sigma_t = AA' + \sum_{i=1}^n \alpha_i (a_{t-1} a_{t-1}') + \sum_{i=1}^o \beta_i \Sigma_{t-1}. \quad (4.42)$$

em que A é uma matriz triangular inferior e α_i e β_i são escalares. Chamaremos este modelo de DVEC.scalar.scalar. Estas duas últimas formulações têm a vantagem de reduzir drasticamente o número de parâmetros a serem estimados.

A Tabela 4.23 mostra os valores dos coeficientes estimados para o modelo DVEC.scalar.scalar:

Coeficiente	PETR4 (p-valor)	VALE5 (p-valor)	ITAU4 (p-valor)
ϕ_0	0,0014 (0,001)	0,0012 (0,006)	0,0010 (0,035)
ϕ_1	0,0662 (0,001)	0,0494 (0,009)	0,0489 (0,013)
ϕ_2	-0,0392 (0,038)	-0,0668 (0,001)	-0,0662 (0,001)
α_0	0,0000	0,0000	0,0000
α_1	0,0265 (0,000)	0,0265 (0,000)	0,0265 (0,000)
β_1	0,9637 (0,000)	0,9637 (0,000)	0,9637 (0,000)

Tabela 4.23: Coeficientes do modelo DVEC.scalar.scalar - variâncias

Já para esta versão mais simplificada do modelo DVEC, o teste de Lyung-Box rejeita a hipótese de correlação nula para a série de resíduos padronizados para o ativo ITAU4, com p-valor de 0,03301. O teste de Lyung-Box

para os resíduos quadráticos padronizados rejeita a hipótese de correlação nula para os ativos PETR4 e VALE5 (p-valores de 0,002270 e 0,009242, respectivamente) e o teste de Lagrange rejeita a mesma hipótese apenas para o ativo VALE5, com p-valor de 0,01576 (ver Apêndice C).

Os Valores-em-Risco estimados pelos modelos DVEC, DVEC.mat.mat e DVEC.scalar.scalar podem ser vistos nas Figuras 4.10, 4.11 e 4.12, respectivamente.

Figura 4.10: VaR's fornecidos pelo modelo DVEC e log-retornos observados.

Figura 4.11: VaR's fornecidos pelo modelo DVEC.mat.mat e log-retornos observados.

4.11 EGARCH com retornos passados acumulados

Todos os modelos mostrados até o momento consideram a informação passada de forma desagregada, considerando o log-retorno em $t-1$ independentemente do log-retorno em $t-2$, $t-3$, etc. Sabemos que o mercado apresenta alguns comportamentos que dependem do resultado acumulado da última semana, do último mês ou dos últimos três dias, por exemplo. Um movimento bastante conhecido ocorre após uma sequência de altas, quando os investidores tendem a vender seus ativos para realizar lucros, o que acaba resultando em uma pressão para baixo nos preços. Pensando neste tipo de comportamento, propomos, neste trabalho, um modelo que leva em consideração os log-retornos acumulados no últimos dias. Este modelo é uma extensão do EGARCH univariado que inclui os log-retornos passados acumulados (e o seu valor absoluto) como variáveis exógenas tanto na equação da média quanto na equação da variância dos log-retornos. O modelo é dado por:

Figura 4.12: VaR's fornecidos pelo modelo DVEC.scalar.scalar e log-retornos observados.

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} + \sum_{i=1}^{u_1} v_i r_{t-1}(i) + \sum_{i=1}^{u_2} \omega_i |r_{t-1}(i)| + a_t. \quad (4.43)$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t. \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \ln(\sigma_t^2) = & \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \left| \frac{a_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{i=1}^r \gamma_i \frac{a_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{i=1}^o \beta_i \ln(\sigma_{t-i}^2) \\ & + \sum_{i=1}^{s_1} \xi_i r_{t-1}(i) + \sum_{i=1}^{s_2} \zeta_i |r_{t-1}(i)|, \end{aligned} \quad (4.45)$$

em que $r_{t-1}(i)$ é o log-retorno acumulado nos últimos i dias.

Utilizamos o modelo EGARCH pois, devido a sua formulação, não há necessidade de impor restrições aos parâmetros. Porém a mesma ideia pode ser aplicada a outros modelos, tanto na versão univariada quanto multivariada.

Na Tabela 4.24 podemos ver os parâmetros estimados para a série de log-retornos do portfólio.

Coefficiente	Estimativa (p-valor)
ϕ_0	0,0014 (0,000)
ϕ_1	0,1403 (0,000)
ϕ_2	-0,0584 (0,048)
v_4	-0,0313 (0,051)
α_0	-0,9406 (0,000)
α_1	0,1214 (0,001)
β_1	0,9020 (0,000)
γ_1	-0,9214 (0,009)
ζ_{10}	1,0835 (0,002)

Tabela 4.24: Coeficientes do modelo EGARCH univariado com retornos acumulados

No Apêndice C podemos ver a análise residual para o modelo EGARCH com retornos acumulados. O p-valor para o teste de Lyung-Box para os resíduos padronizados foi de 0,5661. Os testes de Lyung-Box e Lagrange para os resíduos quadráticos padronizados resultaram em p-valores de 0,9021 e 0,9535, respectivamente, confirmando a adequação do modelo ajustado.

Foram testadas diversas combinações considerando os últimos 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20 e 30 dias e este modelo foi o que apresentou melhor ajuste aos dados. Entraram no modelo final as variáveis:

- Log-retorno acumulado nos últimos 4 dias úteis, v_4 . Esta variável entrou na equação da média com coeficiente negativo, o que indica um efeito de correção no valor do portfólio. Ou seja, após um resultado acumulado positivo há uma tendência de queda e um resultado acumulado negativo gera uma tendência de alta, sendo que quanto maior o valor absoluto deste resultado, mais forte a tendência;
- Valor absoluto do log-retono acumulado nos últimos 10 dias úteis (duas semanas), ζ_{10} , na equação da variância condicional. Aqui novamente notamos a existência de conglomerados de volatilidade. Se a variação do valor do portfólio nos últimos 10 dias foi grande, a variação absoluta do próximo dia útil tende a ser grande também.

A Figura 4.13 mostra as estimativas de Valor em Risco fornecidas pelo modelo EGARCH com retornos passados acumulados.

Figura 4.13: VaR's fornecidos pelo modelo EGARCH com retornos acumulados e log-retornos observados.

Capítulo 5

Medidas para Avaliação dos Modelos

Nesta seção, apresentamos as medidas de performance que serão utilizadas para comparar os diferentes modelos.

5.1 Teste da Regressão Linear Simples

Uma característica desejável da volatilidade prevista por um modelo é que ela seja não-viesada. É possível testar essa característica construindo um modelo de regressão linear simples em que a variável dependente Y é a volatilidade observada e a variável independente X é a volatilidade prevista. Como a volatilidade não é observável, utilizamos os quadrados dos log-retornos observados para representar a volatilidade observada (para modelos que não supõe log-retornos com média zero, utilizamos o quadrado da diferença entre o log-retorno previsto e o observado, ou o resíduo do modelo para a média do log-retorno). Se a equação estimada for $Y = X$, ou seja, $\beta_0 = 0$ e $\beta_1 = 1$, então a estimativa é não-viesada.

A hipótese $\beta_1 = 1$, pode ser testada utilizando-se a seguinte estatística:

$$\frac{\hat{\beta}_1 - 1}{\hat{\sigma}(\beta_1)}, \quad (5.1)$$

em que

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2} \quad (5.2)$$

e

$$\hat{\sigma}^2(\beta_1) = \frac{\frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(n-2)}}{\sum(X_i - \bar{X})^2}. \quad (5.3)$$

Para testar a hipótese $\beta_0 = 0$, utilizamos a seguinte estatística:

$$\frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\sigma}(\beta_0)}, \quad (5.4)$$

em que

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \quad (5.5)$$

e

$$\hat{\sigma}^2(\beta_0) = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(n-2)} \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right]. \quad (5.6)$$

Ambas estatísticas têm distribuição t com $n - 2$ graus de liberdade. Além de verificar um possível viés na volatilidade estimada por um modelo, a regressão linear simples pode ser utilizada para também para medir quanto um modelo explica da volatilidade de um ativo ou portfólio através do R^2 , que é dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}. \quad (5.7)$$

Para mais detalhes sobre modelos de regressão linear e inferência sobre os parâmetros desses modelos, consultar Netter et al (1996) [14].

5.2 Teste de Cobertura Incondicional

O Comitê de Basileia (2006) [10] exige a utilização de um nível de confiança de 99% para a estimação do Valor em Risco. Consequentemente, espera-se que, em 1% dos casos a perda observada seja maior que o Valor em Risco estimado. O Teste da Cobertura Incondicional nada mais é que um teste de razão de verossimilhanças para verificar se o percentual de exceções é diferente de 1%, cuja estatística é dada por:

$$RV_{CI} = 2[\ln(\alpha^x(1-\alpha)^{N-x}) - \ln(0,01^x(0,99)^{N-x})], \quad (5.8)$$

em que $\alpha = x/N$, x é o número observado de exceções e N é o número total de previsões. Sob a hipótese nula, a estatística RV_{CI} possui distribuição assintótica $\chi^2(1)$, portanto se $RV_{CI} > 3,84$ rejeitamos esta hipótese a um nível de significância de 5%.

5.3 Teste de Dependência Serial das Exceções

Além do número de exceções condizente com o nível de significância escolhido para o cálculo do Valor em Risco, deseja-se que as exceções observadas para um dado modelo não sejam correlacionadas serialmente. Esta característica de um modelo de volatilidade é particularmente importante pois uma sequência de exceções pode levar um banco à falência, caso suas reservas não sejam suficientes para cobrir essas perdas.

Sejam VaR_t o Valor em Risco estimado para um portfólio e r_t o retorno observado no instante t , definimos I_t :

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{se } r_t \geq VaR_t \\ 0, & \text{se } r_t < VaR_t \end{cases} \quad (5.9)$$

I_t pode ser tratado como uma cadeia de Markov de primeira ordem, com matriz de transição

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \pi_{00} & 1 - \pi_{00} \\ \pi_{10} & 1 - \pi_{10} \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

em que $\pi_{ij} = P[I_t = j | I_{t-1} = i]$. A função de verossimilhança aproximada é dada por:

$$L(\Pi_1; I_1, I_2, \dots, I_t) = \pi_{00}^{n_{00}} (1 - \pi_{00})^{n_{01}} \pi_{10}^{n_{10}} (1 - \pi_{10})^{n_{11}}, \quad (5.11)$$

em que n_{ij} é o número de observações com valor i seguidas de observações com valor j . Note que esta função é condicionada na primeira observação. Os valores de π_{00} , $1 - \pi_{00}$, π_{10} e $1 - \pi_{10}$ que maximizam a função de verossimilhança são, respectivamente, $\frac{n_{00}}{n_{00} + n_{01}}$, $\frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}$, $\frac{n_{10}}{n_{10} + n_{11}}$ e $\frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}$.

A suposição de independência serial implica na seguinte matriz de transições:

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} \pi & 1 - \pi \\ \pi & 1 - \pi \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

Neste caso, função de verossimilhança torna-se mais simples:

$$L(\Pi_2; I_1, I_2, \dots, I_t) = \pi^{n_{00} + n_{10}} (1 - \pi)^{n_{01} + n_{11}}, \quad (5.13)$$

e a estimativa de máxima verossimilhança de π se torna $\frac{n_{00} + n_{10}}{n_{00} + n_{10} + n_{01} + n_{11}}$.

Consequentemente, obtemos a estatística do teste de razão de verossimilhanças,

$$RV_{DS} = 2 \ln \left[\frac{L(\Pi_1; I_1, I_2, \dots, I_t)}{L(\Pi_2; I_1, I_2, \dots, I_t)} \right], \quad (5.14)$$

com distribuição $\chi^2(1)$, para um nível de significância de 5%, o valor crítico também é 3,84. Para mais detalhes sobre este teste, consultar Christoffersen (1998) [12].

5.4 Teste de Cobertura Condicional

Christoffersen (1998) [12] propôs o teste da cobertura condicional, que verifica tanto a hipótese de igualdade entre proporções observada e esperada de exceções, quanto a hipótese de independência serial dessas exceções. Este teste é baseado na razão de verossimilhanças e sua estatística é dada por:

$$RV_{CC} = RV_{CI} + RV_{DS}, \quad (5.15)$$

em que RV_{CI} e RV_{DS} são dadas por 5.8 e 5.14, respectivamente. RV_{CC} tem distribuição $\chi^2(2)$. Logo, para um nível de significância de 5%, devemos utilizar o valor crítico 5,99.

5.5 Provisão Média Diária

O Acordo de Basileia especifica o nível mínimo de provisão a ser mantido para uma carteira de ativos como o maior valor entre:

- O VaR estimado para aquele dia;
- O VaR médio dos últimos 60 dias úteis, multiplicado por um fator k.

em que o VaR deve ser calculado para um nível de confiança de 99% e um horizonte de tempo de 10 dias úteis (para tanto, o Comitê de Basileia [10] permite o uso do VaR de 1 dia multiplicado por $\sqrt{10}$, o que teoricamente só é válido para alguns modelos, e exige que a validade desta aproximação também seja verificada por meio de *backtests*). O fator k é estabelecido por reguladores locais, porém não pode ser inferior a 3. Stahl (1997) [4] utiliza a desigualdade de Chebyshev para justificar a imposição deste fator. Para qualquer variável aleatória X , com variância finita e conhecida σ , temos:

$$P(|X - \mu| > a\sigma) \leq \frac{1}{a^2}. \quad (5.16)$$

Supondo simetria para a distribuição de X , obtemos:

$$P(X - \mu < -a\sigma) \leq \frac{1}{2a^2}. \quad (5.17)$$

Encontramos o valor de a tal que $P(X - \mu < -a\sigma) \leq 1\%$, fazendo:

$$\frac{1}{2a^2} = 0,01 \Rightarrow a = 7,071. \quad (5.18)$$

Portanto, o VaR máximo, para um nível de confiança de 99%, é de $7,071\sigma$. Porém, se utilizarmos a distribuição normal, obtemos o VaR de $2,32\sigma$, para o mesmo nível de confiança. Se a suposição de normalidade não for correta o VaR verdadeiro pode ser até $\frac{7,071}{2,32} = 3,03$ vezes maior que o VaR calculado, o que justifica a escolha deste valor pelo Comitê de Basileia.

Após autorizar, em 1995, que os bancos passassem a utilizar modelos internos para calcular o VaR, o Comitê de Basileia definiu em 1996 [9] um procedimento de *backtesting* através do qual esses modelos são validados. De acordo com o número de exceções observados, uma penalidade é imposta ao banco na forma de maior exigência de capital, através do aumento no fator k . A Tabela 5.1 mostra o valor do aumento imposto de acordo com o número de exceções observados nos últimos 250 dias úteis.

Zona	Número de Exceções	Aumento no fator k
Verde	0-4	0,00
Amarela	5	0,40
	6	0,50
	7	0,65
	8	0,75
	9	0,85
Vermelha	10+	1,00

Tabela 5.1: Penalidades Impostas pelo Acordo de Basileia

Este aumento, entretanto, não é automático. Caso o número de exceções observado esteja entre cinco e nove (zona amarela), a aplicação da penalidade dependerá do julgamento de um supervisor, que poderá também exigir uma revisão do modelo utilizado. Para efeito do cálculo da valor a ser provisionado, consideramos a aplicação automática da penalidade.

Em resumo, um modelo que superestima a volatilidade vai resultar em uma exigência maior de capital e o mesmo pode ocorrer com um modelo com o comportamento contrário, através da aplicação da penalidade.

5.6 Magnitude das Exceções

Outro fenômeno interessante a ser estudado são as exceções. Por mais que o número de exceções resultantes de um modelo esteja dentro do esperado (próximo de 1%), essas exceções podem levar um banco à falência caso sejam muito superiores ao VaR previsto. Portanto, avaliaremos os valores médio e máximo da diferença entre o VaR e o retorno observado, para os casos em que a perda for superior ao VaR.

Capítulo 6

Resultados

Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos para um portfólio composto pelos ativos PETR4, VALE5 e ITAU4, nas proporções 50%, 40% e 10%, respectivamente, no período de 4 de agosto de 1999 até 19 de maio de 2009.

A Figura 6.1 sintetiza os resultados de todos os modelos testados, para o portfólio em questão. A tabela está ordenada pelo número de exceções observadas em cada modelo. Primeiramente, notamos um número muito grande de excessões dos modelos Média Móvel Simples, EWMA e Quantis Empíricos, tanto nas versões univariadas quanto multivariadas. Exceto o modelo Quantis Empíricos Multivariado, todos estes modelos reprovaram no teste de cobertura incondicional. Os modelos EWMA destacam-se pela baixa exigência de capital, entretanto às custas de uma subestimação do risco. Já o modelo Média Móvel Simples apresentou uma exigência de capital semelhante a maioria dos outros modelos e o modelo Quantis Empíricos, mesmo subestimando o risco, resultou em exigências muito superiores a todos os outros modelos.

Os testes de dependência serial e cobertura condicional não se mostraram efetivos pois, mesmo com um número grande de observações (mais de duas mil), quando utilizamos um nível de significância de 1% o número de exceções é muito baixo e raramente ocorrem exceções consecutivas. Excetuando-se os três modelos já citados, nenhum dos outros modelos apresentou exceções consecutivas. Neste casos, a estatística $RV(DS)$ dada por (5.14) e, consequentemente, a estatística $RV(CC)$ dada por (5.15) não podem ser calculadas.

Para suprir a necessidade de avaliar a proximidade com que as exceções ocorrem para cada modelo, utilizamos o fator k , imposto pelo Comitê de Basileia, que depende do número de exceções nos últimos 250 dias úteis. Consideramos o máximo fator k em todo o período estudado, que é análogo

ao número máximo de exceções em qualquer janela de 250 dias úteis dentro deste período. Neste quesito, todos os modelos atingiram a zona amarela definida pelo Comitê (ou seja, tiveram um fator k de pelo menos 3,40, que corresponde a 5 exceções em 250 dias úteis), o que é compreensível pois estamos considerando um período de crise intensa. Os modelos ARCH e EGARCH atingiram a zona vermelha, tanto na abordagem univariada quanto multivariada, e provavelmente teriam de ser substituídos.

Pelas razões citadas acima, consideramos os modelos Média Móvel, Quantis Empíricos, EWMA, ARCH e EGARCH inadequados para calcular o Valor em Risco do portfólio em questão. Além disso, o uso do modelo DVEC, em sua forma original, também não é aconselhável por gerar estimativas de correlações condicionais fora do intervalo $[-1, 1]$.

Consideremos portanto, a partir de agora, apenas os modelos GARCH, PGARCH, PS-GARCH, VARMA-GARCH, as extensões do modelo DVEC e o modelo EGARCH com retornos passados acumulados.

Devido ao período de crise contemplado nos dados, todos esses modelos foram reprovados no teste da regressão linear por subestimar a volatilidade. O modelo que apresentou melhor R^2 foi o EGARCH com retornos passados acumulados, seguido pelo PGARCH Univariado.

Os modelos GARCH Multivariado, PGARCH Multivariado, PS-GARCH, VARMA-GARCH e DVEC.mat.mat chegaram próximos a zona vermelha, com oito ou nove exceções em 250 dias. Portanto, estes modelos poderiam ter sido considerados inadequados por um supervisor. Não coincidentemente, estes modelos foram os que apresentaram menores exigências de capital.

Apesar de ter apresentado o menor número de exceções de todos os modelos, o modelo DVEC.scalar.scalar talvez não seja considerado o melhor, pois resultou em uma exigência de capital quase 3% superior à exigência de capital do modelo PGARCH Univariado, por exemplo.

Portanto, os três modelos que apresentarem melhores resultados foram o PGARCH, o EGARCH com retornos passados acumulados e o GARCH, todos em versões univariadas.

Levando-se em consideração todas as medidas de performance utilizadas, o PGARCH Univariado provavelmente seria o modelo escolhido para estimar o VaR do portfólio em questão. O percentual de exceções foi muito próximo ao esperado; teve no máximo 6 exceções em 250 úteis dias consecutivos (fator k igual a 3,50); gerou uma exigência de capital baixa, de 15,00%; teve o segundo melhor R^2 na regressão da volatilidade observada pela estimada; e apresentou valores de desvios absolutos máximo e médio semelhantes aos dos outros modelos.

De forma geral, a complexidade teórica e a dificuldade computacional

de se utilizar modelos multivariados parecem não ser recompensadas por um ajuste superior. Entretanto esses modelos apresentam uma vantagem prática que não é levada em consideração pelas medidas que utilizamos para comparação de modelos. Trata-se da possibilidade de se fazer ‘*stress tests*’, nos quais podemos simular diversos cenários:

- Variando a correlação entre os ativos;
- Alterando a participação de cada ativo dentro do portfólio;
- Incluindo novos ativos ou excluindo ativos do portfólio.

Essa flexibilidade dos modelos multivariados é necessária na gestão de risco, pois toda decisão de alteração da composição de um portfólio deve levar em consideração o impacto que essa alteração trará ao Valor em Risco do portfólio. Além disso, o Acordo de Basileia exige que os bancos implementem um programa rigoroso de ‘*stress testing*’. Os modelos univariados não fornecem as ferramentas necessárias para que esse tipo de análise seja feita.

Dada esta deficiência dos modelos univariados, é provável que um gestor de risco opte por um modelo multivariado, dentre os quais destacam-se os modelos DVEC.mat.mat, PGARCH, PS-GARCH, GARCH e VARMA-GARCH, todos com resultados satisfatórios, porém com prós e contras diferentes.

Modelo	# de exceções	% de exceções	RV(CI)	RV(DS)	RV(CC)	Exigência de Capital Média	Desvio Absoluto Máximo	Desvio Absoluto Médio	Máximo Fator k	R ²	β_0 (p-valor)	β_1 (p-valor)
DVEC: scalar: scalar	18	0,007	0,776			-15,42%	3,38%	1,12%	3,40	18,1%	-0,0001 (0,012)	1,281 (0,000)
DVEC	19	0,008	0,539			-15,10%	3,38%	1,06%	3,40	20,2%	-0,0002 (0,000)	1,542 (0,000)
GARCH - Univariado	20	0,008	0,347			-15,07%	3,80%	0,98%	3,40	21,1%	-0,0001 (0,008)	1,319 (0,000)
EGARCH com retornos acumulados	21	0,009	0,200			-15,11%	3,87%	1,04%	3,50	27,3%	-0,0002 (0,000)	1,628 (0,000)
PGARCH - Multivariado	24	0,010	0,001			-14,98%	3,75%	1,26%	3,85	22,9%	-0,0004 (0,000)	2,324 (0,000)
DVEC: mat: mat	25	0,010	0,010			-15,23%	3,66%	0,92%	3,75	20,3%	-0,0001 (0,000)	1,545 (0,000)
PGARCH - Univariado	25	0,010	0,010			-15,00%	3,85%	1,00%	3,50	24,7%	-0,0002 (0,000)	1,656 (0,000)
VARMA-GARCH	25	0,010	0,010			-14,97%	4,03%	1,14%	3,75	19,0%	-0,0001 (0,000)	1,670 (0,000)
PS-GARCH	26	0,011	0,054			-15,00%	3,74%	1,10%	3,75	22,3%	-0,0002 (0,000)	1,828 (0,000)
GARCH - Multivariado	26	0,011	0,054			-14,76%	5,58%	1,70%	4,00	15,1%	-0,0004 (0,000)	2,579 (0,000)
GARCH - Multivariado	27	0,011	0,132			-14,98%	3,67%	1,06%	3,85	20,2%	-0,0003 (0,000)	2,160 (0,000)
ARCH - Univariado	30	0,012	0,555			-15,01%	5,44%	1,28%	4,00	14,0%	-0,0001 (0,054)	1,439 (0,000)
EGARCH - Multivariado	31	0,013	0,758			-14,69%	6,19%	1,41%	4,00	19,7%	-0,0007 (0,000)	3,652 (0,000)
EGARCH - Univariado	31	0,013	0,758			-14,71%	4,40%	1,12%	4,00	21,8%	-0,0004 (0,000)	2,688 (0,000)
Quantis Empíricos - Multivariado	39	0,016	3,323	0,084	3,408	-15,75%	6,18%	1,18%	4,00			
EWMA - Univariado	42	0,017	4,677	0,041	4,718	-14,50%	4,26%	0,87%	3,65	20,6%	0,0000 (0,082)	0,905 (0,009)
Quantis Empíricos - Univariado	42	0,017	4,677	1,829	6,506	-15,48%	5,02%	1,12%	3,85			
EWMA - Multivariado	43	0,018	5,171	0,030	5,201	-14,69%	4,24%	0,85%	3,85	20,5%	0,0000 (0,083)	0,900 (0,005)
Média Móvel - Multivariado	47	0,019	7,348	0,443	7,790	-15,21%	7,06%	1,21%	4,00	5,1%	0,0001 (0,001)	0,758 (0,000)
Média Móvel - Univariado	47	0,019	7,348	0,443	7,790	-15,14%	7,07%	1,21%	4,00	5,2%	0,0001 (0,001)	0,772 (0,001)

Figura 6.1: Resultados.

Capítulo 7

Conclusões

Concluimos que as versões univariadas e multivariadas de modelos do mesmo tipo produzem, em geral, estimativas semelhantes de Valor em Risco. Se por um lado os modelos univariados são mais simples e fáceis de estimar, no contexto prático não oferecem a flexibilidade desejada pelos gestores de risco.

Os modelos mais simples (EWMA, Quantis Empíricos e Média Móvel Simples), apesar de atrativos e populares, não foram capazes de descrever adequadamente a volatilidade do portfólio. Além disso, as suposições de que as séries de log-retornos possuem média igual a zero e autocorrelação nula não são válidas para os ativos em questão.

A inclusão dos log-retornos do portfólio como variáveis exógenas na estimação da variância condicional de cada ativo (modelo PS-GARCH) trouxe uma melhora nos resultados, em relação ao modelo GARCH Multivariado. Sugerimos a utilização dos log-retornos de um índice (e.g. Ibovespa), em vez dos log-retornos do portfólio visto que, na prática, o portfólio é dinâmico.

Também notamos um ganho significativo com o uso dos log-retornos passados acumulados no modelo EGARCH. Esta ideia pode ser estendida para outros modelos e pode ser combinada com a ideia do PS-GARCH, citada no parágrafo anterior.

As estimativas de correlação condicional geradas pelos modelos que não supõem que essa correlação seja constante dão indícios que de esta suposição é inválida. Porém, dentre esses modelos estão tanto os modelos DVEC, que tiveram resultados satisfatórios, quanto os modelos EWMA, Quantis Empíricos e Média Móvel Simples, que foram os três piores modelos. Portanto, essa suposição parece não ser tão crítica quanto uma simplificação excessiva da equação que descreve a variância condicional de cada ativo.

Finalmente notamos que, mesmo tendo seus parâmetros ajustados em um período de baixa volatilidade e estabilidade econômica, os melhores

modelos são capazes de gerar estimativas de Valores-em-Risco consistentes, inclusive quando utilizados em tempos de crise. Para estes modelos, quando o log-retorno observado é inferior ao VaR, a diferença entre os dois é, em média, de um ponto percentual e, no máximo, de quatro pontos percentuais, valores esses bastante inferiores às provisões médias (em torno de 15%). Ou seja, as provisões impostas às instituições que utilizam estes modelos foram suficientes para cobrir todas as perdas.

Como sugestões para futuros trabalho, citamos:

- Replicação deste estudo para outros portfólios;
- Teste da versão multivariada do modelo EGARCH com retornos passados acumulados;
- Alteração no modelo PS-GARCH para substituir a série de log-retornos do portfólio por um índice como o Ibovespa, para ser utilizado como variável exógena no modelo.

Apêndice A

Tratamento dos dados

Os dados disponíveis no sítio da Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) referem-se ao valor de fechamento de cada ativo na data de referência. Não consideram, portanto, efeitos como mudanças de moeda e desdobramentos ou grupamentos de ações. Como este estudo utiliza dados de 1998 a 2009, não temos problemas de mudança de moeda. Entretanto, as três ações consideradas sofreram desdobramentos.

Desdobramento é o aumento da quantidade de ações de uma empresa, sem que haja alteração na participação dos sócios, geralmente feito com o intuito de aumentar a liquidez da ação. Suponha que uma ação esteja valendo R\$100,00 (cem reais). Para adquirir um lote de 100 ações, um investidor precisará de R\$10.000,00 (dez mil reais), tornando esta ação pouco atraente para o pequeno investidor. Neste caso, a ação pode sofrer um desdobramento na proporção de 1:2, passando a valer R\$50,00 (cinquenta reais) cada, sendo que quem possuía 100 ações desta empresa passa a deter 200, mantendo o valor total investido.

Da mesma forma, quando uma ação atinge um valor muito baixo, pode ser feito o grupamento das ações, que é justamente o oposto do desdobramento. O preço da ação é multiplicado por um fator x e o volume de ações detido por cada acionista é dividido por este mesmo fator. Não houve nenhum caso de grupamento para as ações consideradas neste trabalho, no período estudado.

As Figuras A.1, A.2 e A.3 mostram os valores dos ativos PETR4, VALE5 e ITAU4, respectivamente, conforme fornecidos pela Bovespa. As Tabelas A.1, A.2 e A.3 listam os desdobramentos realizados em cada um dos três ativos no período de 15/06/1998 a 19/05/2009.

As ações da Petrobrás, por exemplo, sofreram três desdobramentos no período. Para obtermos uma série de preços de fechamento do ativo livre do efeito dos desdobramentos, precisamos dividir os valores anteriores a 28 de

Figura A.1: Evolução do preço do ativo PETR4 sem ajustes para desdobramentos e grupamentos.

Data	Proporção
23/06/2000	1:10
01/09/2005	1:4
28/04/2008	1:2

Tabela A.1: Desdobramentos/grupamentos do ativo PETR4 no período

Data	Proporção
19/08/2004	1:3
22/05/2006	1:2
03/09/2007	1:2

Tabela A.2: Desdobramentos/grupamentos do ativo VALE5 no período

abril de 2008 por dois. Para os valores anteriores a 1 de setembro de 2005, precisamos também dividir por 4, ou seja, dividir por 8. E finalmente, os valores anteriores a 23 de junho de 2000, devem ser divididos por 80 ($4 \times 2 \times 10$). As ações da Vale e do Itaú também sofreram três desdobramentos no período, sendo necessários ajustes nos valores fornecidos pela Bovespa. Outra forma de lidar com este problema seria desconsiderar da série de log-

Figura A.2: Evolução do preço do ativo VALE5 sem ajustes para desdobramentos e grupamentos.

Data	Proporção
15/09/1999	1:10
03/10/2005	1:10
01/10/2007	1:2

Tabela A.3: Desdobramentos/grupamentos do ativo ITAU4 no período

retornos aqueles referentes aos dias em que ocorreram os desdobramentos.

Figura A.3: Evolução do preço do ativo ITAU4 sem ajustes para desdobramentos e grupamentos.

Apêndice B

Correlações condicionais

Nesta seção, mostramos os gráficos comparando as correlações condicionais entre os ativos que compõem o portfólio, estimadas pelos modelos Média Móvel, EWMA, DVEC, DVEC.mat.mat e DVEC.scalar.scalar. Podemos notar na Figura B.1 que o modelo DVEC produz estimativas de correlação maiores que 1.

Figura B.1: Correlações condicionais entre os ativos PETR4 e VALE5.

Figura B.2: Correlações condicionais entre os ativos PETR4 e ITAU4.

Figura B.3: Correlações condicionais entre os ativos VALE5 e ITAU4.

Apêndice C

Códigos e saídas do S-PLUS

C.1 ARCH

```
##### UNIVARIADO #####

m.uni.AR2.ARCH4.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET~ar(2), ~garch(4,0),
cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.uni.AR2.ARCH4.t)

#####

> summary(m.uni.AR2.ARCH4.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2), formula.var = ~
      garch(4, 0), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(4, 0)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution:  t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value    Pr(>|t|)
      C  0.001472  0.00036141   4.073 0.00004845
    AR(1)  0.117859  0.02441572   4.827 0.00000150
    AR(2) -0.101050  0.02392240  -4.224 0.00002517
       A  0.000184  0.00001504  12.234 0.00000000
    ARCH(1)  0.098873  0.03671277   2.693 0.00714246
    ARCH(2)  0.075334  0.03226101   2.335 0.01964441
    ARCH(3)  0.138540  0.04066249   3.407 0.00067088
    ARCH(4)  0.071383  0.03475428   2.054 0.04012389
-----
```

```

AIC(8) = -9900.5385587036
BIC(8) = -9856.4070922803

Normality Test:
-----
Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk    P-value
      36.17 1.401e-008      0.9955 0.00002419

Ljung-Box test for standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      13.46 0.3362      12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      14.88 0.248      12

Lagrange multiplier test:
-----
Lag 1  Lag 2  Lag 3  Lag 4  Lag 5  Lag 6  Lag 7  Lag 8  Lag 9  Lag 10  Lag 11
-0.2776 -0.6376 -0.8829 0.2197 2.042 1.572 1.714 0.808 2.132 0.2338 0.4387

Lag 12      C
0.00862 -0.4836

TR^2 P-value F-stat P-value
15.59 0.2108 1.429 0.26

##### MULTIVARIADO #####

dados.port <- cbind(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET,
Log.retornos.Estimacao$VALE.RET, Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET)

m.multi.ARMA10.CCCARCH4 <- mgarch(dados.port~arma(1,0), ~ccc.garch(4,0),
armaType="diag", cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.multi.ARMA10.CCCARCH4)

#####

> summary(m.multi.ARMA10.CCCARCH4)

Call:
mgarch(formula.mean = dados.port ~ arma(1, 0), formula.var = ~ccc.garch(
4, 0), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F, armaType =
"diag")

Mean Equation: structure(.Data = dados.port ~ arma(1, 0)
, class = "formula"
)

```

```
Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ ccc.garch(4, 0)
, class = "formula"
)
```

```
Conditional Distribution: t
with parameter 8
```

```
-----
Estimated Coefficients:
```

```
-----
              Value Std.Error t value   Pr(>|t|)
C(1) 0.0014325 0.00043564   3.288 1.028e-003
C(2) 0.0012406 0.00044099   2.813 4.957e-003
C(3) 0.0009223 0.00048595   1.898 5.787e-002
AR(1; 1, 1) 0.0886305 0.02010561   4.408 1.103e-005
AR(1; 2, 2) 0.0620942 0.02169472   2.862 4.255e-003
AR(1; 3, 3) 0.0519979 0.02107595   2.467 1.371e-002
A(1, 1) 0.0002966 0.00001965  15.090 0.000e+000
A(2, 2) 0.0003243 0.00002199  14.746 0.000e+000
A(3, 3) 0.0003607 0.00002727  13.227 0.000e+000
ARCH(1; 1, 1) 0.0469207 0.02481179   1.891 5.877e-002
ARCH(1; 2, 2) 0.0962142 0.03187151   3.019 2.573e-003
ARCH(1; 3, 3) 0.0851889 0.03471521   2.454 1.422e-002
ARCH(2; 1, 1) 0.0917460 0.02685862   3.416 6.496e-004
ARCH(2; 2, 2) 0.0650877 0.02912175   2.235 2.554e-002
ARCH(2; 3, 3) 0.0892253 0.03165433   2.819 4.873e-003
ARCH(3; 1, 1) 0.1404607 0.03158097   4.448 9.204e-006
ARCH(3; 2, 2) 0.0745879 0.02719351   2.743 6.150e-003
ARCH(3; 3, 3) 0.0895713 0.02903771   3.085 2.068e-003
ARCH(4; 1, 1) 0.0414063 0.02628882   1.575 1.154e-001
ARCH(4; 2, 2) 0.0453184 0.02739134   1.654 9.820e-002
ARCH(4; 3, 3) 0.0956108 0.03494309   2.736 6.276e-003
```

```
-----
Estimated Conditional Constant Correlation Matrix:
```

```
-----
          [,1] [,2] [,3]
[1,] 1.0000 0.4146 0.4421
[2,] 0.4146 1.0000 0.3374
[3,] 0.4421 0.3374 1.0000
```

```
Standard Errors:
```

```
          [,1] [,2] [,3]
[1,]      NA 0.02159 0.02103
[2,] 0.02159      NA 0.02294
[3,] 0.02103 0.02294      NA
```

```
-----
AIC(21) = -27766.7390439
```

```
BIC(21) = -27650.8939445
```

Normality Test:

	Jarque-Bera	P-value	Shapiro-Wilk	P-value
v1	84.06	0.000e+000	0.9918	1.163e-008
v2	158.36	0.000e+000	0.9891	1.486e-010
v3	33.94	4.264e-008	0.9946	3.279e-006

Ljung-Box test for standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	18.25	0.108348	12
v2	14.66	0.260353	12
v3	27.70	0.006118	12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	17.60	0.1285038	12
v2	19.67	0.0735786	12
v3	33.07	0.0009437	12

Lagrange multiplier test:

	Lag 1	Lag 2	Lag 3	Lag 4	Lag 5	Lag 6	Lag 7	Lag 8	Lag 9	Lag 10
v1	-0.2777	-0.2249	-0.91795	2.080	0.794	1.2549	1.2857	1.456	2.1138	0.7085
v2	-1.1269	0.5257	-0.19840	3.565	1.704	1.6426	-0.1250	1.275	0.7178	-0.8875
v3	1.2621	-0.7730	0.08559	1.572	2.008	-0.4646	0.4045	3.038	-0.5283	2.5829

	Lag 11	Lag 12	C
v1	1.0301	-0.05944	0.07951
v2	-0.1113	-0.22614	0.50813
v3	2.4121	-0.04887	-0.27769

	TR^2	P-value	F-stat	P-value
v1	17.58	0.12911	1.614	0.18664
v2	22.71	0.03030	2.090	0.08248
v3	31.85	0.00146	2.947	0.02304

C.2 GARCH

```
##### UNIVARIADO #####

m.uni.AR2.GARCH11.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET~ar(2),
~garch(1,1), cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.uni.AR2.GARCH11.t)

#####

> m.uni.AR2.GARCH11.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2), ~
garch(
      1, 1), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F)
Iteration   0 Step Size = 1.00000 Likelihood = 2.70072
Iteration   0 Step Size = 2.00000 Likelihood = 2.69574
Iteration   1 Step Size = 1.00000 Likelihood = 2.70080
Iteration   1 Step Size = 2.00000 Likelihood = 2.70071

Convergence R-Square = 5.7068738060137e-006 is less than tolerance = 0.0001
Convergence reached.
> summary(m.uni.AR2.GARCH11.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2), formula.var = ~
      garch(1, 1), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value   Pr(>|t|)
      C 0.00158293 3.594e-004   4.404 1.122e-005
    AR(1) 0.11128809 2.409e-002   4.619 4.124e-006
    AR(2) -0.09668981 2.397e-002  -4.034 5.710e-005
      A 0.00001394 5.677e-006   2.455 1.419e-002
    ARCH(1) 0.08099919 1.826e-002   4.436 9.687e-006
    GARCH(1) 0.87449862 3.123e-002  27.998 0.000e+000
-----
```

```
AIC(6) = -9916.1292821323
BIC(6) = -9883.0306823148
```

Normality Test:

```
-----
Jarque-Bera      P-value Shapiro-Wilk P-value
      26.18 2.069e-006      0.9964 0.00025
```

Ljung-Box test for standardized residuals:

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      13.28 0.3493      12
```

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      7.922 0.7912      12
```

Lagrange multiplier test:

```
-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10
0.1761 1.569 -0.05235 -0.9988 0.9674 -0.5154 -0.07531 -0.2225 0.9554 -0.9947

Lag 11 Lag 12 C
-0.8495 0.03041 -0.2967

TR^2 P-value F-stat P-value
7.652 0.8117 0.6986 0.848
```

MULTIVARIADO

```
dados.port <- cbind(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET,
Log.retornos.Estimacao$VALE.RET, Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET)
```

```
m.multi.AR2.CCCGARCH11 <- mgarch(dados.port~ar(2), ~ccc.garch(1,1),
armaType="diag", cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.multi.AR2.CCCGARCH11)
```

#####

```
> summary(m.multi.AR2.CCCGARCH11)
```

Call:

```
mgarch(formula.mean = dados.port ~ ar(2), formula.var = ~ccc.garch(1, 1),
      cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F, armaType =
"diag")
```

```
Mean Equation: structure(.Data = dados.port ~ ar(2)
, class = "formula"
)
```

```
Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ ccc.garch(1, 1)
, class = "formula"
)
```

```
Conditional Distribution: t
with parameter 8
```

```
-----
Estimated Coefficients:
```

```
-----
              Value Std.Error t value   Pr(>|t|)
C(1)  0.00163635  4.322e-004    3.786 1.580e-004
C(2)  0.00144284  4.412e-004    3.270 1.095e-003
C(3)  0.00113762  4.851e-004    2.345 1.913e-002
AR(1; 1, 1)  0.08531241  2.110e-002    4.043 5.495e-005
AR(1; 2, 2)  0.06210890  2.141e-002    2.901 3.770e-003
AR(1; 3, 3)  0.04986372  2.057e-002    2.424 1.545e-002
AR(2; 1, 1) -0.04450781  2.037e-002   -2.185 2.899e-002
AR(2; 2, 2) -0.06039680  2.157e-002   -2.800 5.165e-003
AR(2; 3, 3) -0.07022621  2.047e-002   -3.430 6.166e-004
A(1, 1)  0.00002670  8.429e-006    3.168 1.560e-003
A(2, 2)  0.00004298  1.349e-005    3.187 1.463e-003
A(3, 3)  0.00001654  6.749e-006    2.451 1.434e-002
ARCH(1; 1, 1)  0.07955544  1.547e-002    5.142 3.010e-007
ARCH(1; 2, 2)  0.07909709  1.922e-002    4.116 4.020e-005
ARCH(1; 3, 3)  0.05555708  1.364e-002    4.074 4.821e-005
GARCH(1; 1, 1)  0.86050691  2.970e-002   28.976 0.000e+000
GARCH(1; 2, 2)  0.82723966  4.211e-002   19.644 0.000e+000
GARCH(1; 3, 3)  0.91682135  2.137e-002   42.902 0.000e+000
```

```
Estimated Conditional Constant Correlation Matrix:
```

```
-----
          [,1] [,2] [,3]
[1,]  1.0000 0.4108 0.4412
[2,]  0.4108 1.0000 0.3343
[3,]  0.4412 0.3343 1.0000
```

```
Standard Errors:
```

```
          [,1] [,2] [,3]
[1,]      NA 0.02144 0.02095
[2,]  0.02144      NA 0.02299
[3,]  0.02095 0.02299      NA
```

```
-----
AIC(18) = -27832.5602645
BIC(18) = -27733.2644651
```


Normality Test:

	Jarque-Bera	P-value	Shapiro-Wilk	P-value
v1	72.47	2.220e-016	0.9922	2.729e-008
v2	132.77	0.000e+000	0.9904	1.170e-009
v3	23.97	6.232e-006	0.9951	9.808e-006

Ljung-Box test for standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	12.51	0.40580	12
v2	13.00	0.36932	12
v3	21.45	0.04411	12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	6.26	0.9024	12
v2	11.65	0.4746	12
v3	13.45	0.3372	12

Lagrange multiplier test:

	Lag 1	Lag 2	Lag 3	Lag 4	Lag 5	Lag 6	Lag 7	Lag 8	Lag 9
v1	0.3144	1.827	-0.6830	0.4547	0.18663	0.01327	0.4339	0.3675	0.5506
v2	-1.1515	1.326	-0.5389	2.8123	-0.31694	0.85616	-1.1345	0.4313	-0.4558
v3	1.6125	0.261	1.8973	-0.3530	0.08065	-1.38828	-0.9316	0.9725	-1.3785

	Lag 10	Lag 11	Lag 12	C
v1	-0.6173	-0.3382	-0.051915	-0.7664
v2	-1.2015	-0.5975	-0.218573	1.5370
v3	1.2750	0.7914	-0.009352	0.7146

	TR^2	P-value	F-stat	P-value
v1	5.985	0.9168	0.5459	0.9559
v2	16.121	0.1858	1.4786	0.2378
v3	14.499	0.2700	1.3286	0.3121

C.3 EGARCH

```
##### UNIVARIADO #####

m.uni.AR2.EGARCH11.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET~ar(2),
~egarch(1,1), leverage=T, cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.uni.AR2.EGARCH11.t)

#####

> summary(m.uni.AR2.EGARCH11.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2), formula.var = ~
      egarch(1, 1), leverage = T, cond.dist = "t", dist.par = 8,
dist.est =
      F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ egarch(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value   Pr(>|t|)
      C  0.001306 0.0003562   3.667 2.521e-004
    AR(1)  0.117426 0.0233565   5.028 5.453e-007
    AR(2) -0.098721 0.0233668  -4.225 2.508e-005
      A -0.965204 0.2831648  -3.409 6.671e-004
    ARCH(1)  0.162421 0.0394050   4.122 3.926e-005
    GARCH(1)  0.898340 0.0323586  27.762 0.000e+000
    LEV(1) -0.533295 0.1800357  -2.962 3.094e-003

-----

AIC(7) = -9929.6293575582
BIC(7) = -9891.0143244378
```

```

Normality Test:
-----
Jarque-Bera P-value Shapiro-Wilk P-value
      20.25  4e-005      0.9972 0.001927

Ljung-Box test for standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      13.29  0.3486      12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      8.212  0.7684      12

Lagrange multiplier test:
-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10
0.1311 1.37 -0.1904 -1.061 1.262 -0.09952 0.4139 0.6273 1.335 -0.624

Lag 11 Lag 12 C
-0.2228 0.04555 -0.2806

TR^2 P-value F-stat P-value
7.807 0.8 0.7128 0.8353

##### MULTIVARIADO #####

dados.port <- cbind(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET,
Log.retornos.Estimacao$VALE.RET, Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET)

m.multi.AR2.EGARCH11.t <- mgarch(dados.port~ar(2), ~ccc.egarch(1,1),
armaType="diag", leverage=T, cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.multi.AR2.CCCEGARCH11.t)

#####

> summary(m.multi.AR2.CCCEGARCH11.t)

Call:
mgarch(formula.mean = dados.port ~ ar(2), formula.var = ~ccc.egarch(1, 1),
        leverage = T, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F,
        armaType =
        "diag")

Mean Equation: structure(.Data = dados.port ~ ar(2)
, class = "formula"
)

```

```
Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ ccc.egarch(1, 1)
, class = "formula"
)
```

```
Conditional Distribution: t
with parameter 8
```

```
-----
Estimated Coefficients:
```

```
-----
              Value Std.Error t value   Pr(>|t|)
C(1)  0.0012794 0.0004349   2.942 3.303e-003
C(2)  0.0011094 0.0004475   2.479 1.327e-002
C(3)  0.0006156 0.0004866   1.265 2.060e-001
AR(1; 1, 1) 0.0861447 0.0206863   4.164 3.268e-005
AR(1; 2, 2) 0.0612122 0.0214070   2.859 4.292e-003
AR(1; 3, 3) 0.0524028 0.0212638   2.464 1.382e-002
AR(2; 1, 1) -0.0402053 0.0202650  -1.984 4.741e-002
AR(2; 2, 2) -0.0586638 0.0210841  -2.782 5.452e-003
AR(2; 3, 3) -0.0751237 0.0207084  -3.628 2.938e-004
A(1, 1) -1.0754250 0.2509941  -4.285 1.925e-005
A(2, 2) -1.4672432 0.3800099  -3.861 1.168e-004
A(3, 3) -0.9373497 0.2594241  -3.613 3.106e-004
ARCH(1; 1, 1) 0.1686355 0.0347753   4.849 1.344e-006
ARCH(1; 2, 2) 0.2073983 0.0430174   4.821 1.544e-006
ARCH(1; 3, 3) 0.1959451 0.0416071   4.709 2.671e-006
GARCH(1; 1, 1) 0.8788941 0.0302924  29.014 0.000e+000
GARCH(1; 2, 2) 0.8313544 0.0465862  17.846 0.000e+000
GARCH(1; 3, 3) 0.8957477 0.0316833  28.272 0.000e+000
LEV(1; 1, 1) -0.5357742 0.1504464  -3.561 3.786e-004
LEV(1; 2, 2) -0.2967521 0.1310638  -2.264 2.368e-002
LEV(1; 3, 3) -0.1908530 0.1196369  -1.595 1.108e-001
```

```
-----
Estimated Conditional Constant Correlation Matrix:
```

```
-----
      [,1] [,2] [,3]
[1,] 1.0000 0.4061 0.4357
[2,] 0.4061 1.0000 0.3275
[3,] 0.4357 0.3275 1.0000
```

```
Standard Errors:
```

```
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    NA 0.02148 0.02110
[2,] 0.02148    NA 0.02314
[3,] 0.02110 0.02314    NA
```

```
-----
AIC(21) = -27834.2832598
```

```
BIC(21) = -27718.4381604
```

Normality Test:

	Jarque-Bera	P-value	Shapiro-Wilk	P-value
v1	47.08	5.970e-011	0.9941	1.102e-006
v2	127.74	0.000e+000	0.9907	1.754e-009
v3	28.23	7.428e-007	0.9952	1.111e-005

Ljung-Box test for standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	15.14	0.23410	12
v2	14.22	0.28687	12
v3	23.02	0.02754	12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	10.25	0.5945	12
v2	12.71	0.3901	12
v3	17.70	0.1252	12

Lagrange multiplier test:

	Lag 1	Lag 2	Lag 3	Lag 4	Lag 5	Lag 6	Lag 7	Lag 8	Lag 9
v1	-0.1768	1.9733	-0.6399	0.23715	0.01071	0.2877	0.8547	1.3965	1.2823
v2	-0.9906	1.0735	-0.2780	3.02669	0.51682	1.1184	-0.4937	0.8682	0.2895
v3	1.6078	0.4562	1.5873	0.03851	0.82224	-1.2076	-0.6642	1.8093	-0.9843

	Lag 10	Lag 11	Lag 12	C
v1	-0.03326	0.63936	-0.03951	-0.8398
v2	-1.09849	-0.03199	-0.23198	1.4210
v3	2.13353	1.23538	-0.02378	0.1008

	TR^2	P-value	F-stat	P-value
v1	10.03	0.6136	0.9166	0.6357
v2	16.48	0.1702	1.5120	0.2239
v3	18.26	0.1080	1.6769	0.1668

C.4 PGARCH

```
##### UNIVARIADO #####

m.uni.AR2.PGARCH11.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET~ar(2),
~pgarch(1,1), leverage=T, cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.uni.AR2.PGARCH11.t)

#####

> summary(m.uni.AR2.PGARCH11.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2), formula.var = ~
      pgarch(1, 1), leverage = T, cond.dist = "t", dist.par = 8,
dist.est =
      F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ pgarch(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value Pr(>|t|)
      C 0.00132454 0.0003551 3.7296 1.976e-004
    AR(1) 0.11509086 0.0233613 4.9266 9.123e-007
    AR(2) -0.09729396 0.0233242 -4.1714 3.169e-005
      A 0.00009235 0.0001835 0.5033 6.148e-001
    ARCH(1) 0.06933414 0.0232382 2.9836 2.886e-003
    GARCH(1) 0.86474052 0.0314486 27.4970 0.000e+000
      POWER 1.60493878 0.4711485 3.4064 6.724e-004
    LEV(1) -0.52188093 0.2016480 -2.5881 9.728e-003

-----

AIC(8) = -9932.702651445
BIC(8) = -9888.5711850216
```

```

Normality Test:
-----
Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk    P-value
      22.35 0.00001399      0.9968 0.0007998

Ljung-Box test for standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      12.98 0.3702      12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      7.496 0.8232      12

Lagrange multiplier test:
-----
Lag 1  Lag 2  Lag 3  Lag 4  Lag 5  Lag 6  Lag 7  Lag 8  Lag 9  Lag 10
0.2375 0.9782 -0.3065 -1.323 1.163 -0.5258 0.1495 0.5686 1.102 -0.846

Lag 11  Lag 12      C
-0.4962 0.04196 -0.1426

TR^2 P-value F-stat P-value
7.215 0.8431 0.6585 0.882

##### MULTIVARIADO #####

dados.port <- cbind(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET,
Log.retornos.Estimacao$VALE.RET, Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET)

m.multi.AR2.CCCPGARCH11 <- mgarch(dados.port~ar(2), ~ccc.pgarch(1,1),
armaType="diag", leverage=T, cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.multi.AR2.CCCPGARCH11)

#####

> summary(m.multi.AR2.CCCPGARCH11)

Call:
mgarch(formula.mean = dados.port ~ ar(2), formula.var = ~ccc.pgarch(1, 1),
        leverage = T, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F,
        armaType =
          "diag")

Mean Equation: structure(.Data = dados.port ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ccc.pgarch(1, 1)
, class = "formula"
)

```

Conditional Distribution: t
with parameter 8

Estimated Coefficients:

	Value	Std.Error	t value	Pr(> t)
C(1)	0.00121905	0.00043857	2.7796	0.00549841
C(2)	0.00111497	0.00045194	2.4671	0.01371367
C(3)	0.00076970	0.00048708	1.5802	0.11422787
AR(1; 1, 1)	0.09111839	0.02074622	4.3920	0.00001187
AR(1; 2, 2)	0.06399120	0.02146835	2.9807	0.00291363
AR(1; 3, 3)	0.05076829	0.02042707	2.4853	0.01303141
AR(2; 1, 1)	-0.04016193	0.02030830	-1.9776	0.04812240
AR(2; 2, 2)	-0.05996404	0.02151712	-2.7868	0.00537802
AR(2; 3, 3)	-0.07070743	0.02034319	-3.4757	0.00052136
A(1, 1)	0.00005071	0.00009935	0.5104	0.60981959
A(2, 2)	0.00011682	0.00024702	0.4729	0.63634091
A(3, 3)	0.00001178	0.00003033	0.3883	0.69781558
ARCH(1; 1, 1)	0.06348330	0.02137887	2.9694	0.00302225
ARCH(1; 2, 2)	0.08704003	0.02475801	3.5156	0.00044940
ARCH(1; 3, 3)	0.05414616	0.01688848	3.2061	0.00136870
GARCH(1; 1, 1)	0.85761888	0.03007092	28.5199	0.00000000
GARCH(1; 2, 2)	0.80755582	0.04622226	17.4711	0.00000000
GARCH(1; 3, 3)	0.91245672	0.02233262	40.8576	0.00000000
POWER(1)	1.87539347	0.49055537	3.8230	0.00013625
POWER(2)	1.78173767	0.54026734	3.2979	0.00099285
POWER(3)	2.10927096	0.67853896	3.1085	0.00190904
LEV(1; 1, 1)	-0.45587054	0.16206787	-2.8128	0.00496311
LEV(1; 2, 2)	-0.24275574	0.11635408	-2.0864	0.03708485
	Value	Std.Error	t value	Pr(> t)
LEV(1; 3, 3)	-0.1997	0.1034	-1.931	0.05361

Estimated Conditional Constant Correlation Matrix:

	[,1]	[,2]	[,3]
[1,]	1.0000	0.4103	0.4382
[2,]	0.4103	1.0000	0.3328
[3,]	0.4382	0.3328	1.0000

Standard Errors:

	[,1]	[,2]	[,3]
[1,]	NA	0.02155	0.02099
[2,]	0.02155	NA	0.02307
[3,]	0.02099	0.02307	NA

AIC(24) = -27849.833822
BIC(24) = -27717.4394227

Normality Test:

	Jarque-Bera	P-value	Shapiro-Wilk	P-value
v1	47.39	5.109e-011	0.9941	9.956e-007
v2	121.41	0.000e+000	0.9911	3.926e-009
v3	23.83	6.698e-006	0.9953	1.663e-005

Ljung-Box test for standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	13.20	0.35479	12
v2	13.81	0.31280	12
v3	20.90	0.05181	12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

	Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
v1	6.578	0.8842	12
v2	11.322	0.5015	12
v3	13.993	0.3012	12

Lagrange multiplier test:

	Lag 1	Lag 2	Lag 3	Lag 4	Lag 5	Lag 6	Lag 7	Lag 8	Lag 9
v1	-0.1918	1.6653	-0.9506	-0.2265	0.051908	-0.2696	0.5538	0.9922	0.7954
v2	-0.9307	1.0615	-0.4836	2.9918	0.003377	0.8394	-0.8624	0.4996	-0.1738
v3	1.8899	0.2103	1.8902	-0.3063	0.344926	-1.2851	-1.0808	0.8215	-1.1906

	Lag 10	Lag 11	Lag 12	C
v1	-0.4356	-0.05895	-0.03877	-0.4962
v2	-1.2317	-0.33842	-0.23286	1.5189
v3	1.1554	0.76236	-0.01158	0.8942

	TR^2	P-value	F-stat	P-value
v1	6.293	0.9006	0.5741	0.9408
v2	15.631	0.2087	1.4332	0.2581
v3	14.886	0.2477	1.3644	0.2925

C.5 PS-GARCH

```
#####

m.PSGARCH.port <- garch(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET~ARMA(1,1),
~GARCH(1,1), cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.PSGARCH.port)

#####

> summary(m.PSGARCH.port)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ARMA(1, 1), formula.var
      = ~ GARCH(1, 1), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est =
F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ARMA(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ GARCH(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution:  t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value    Pr(>|t|)
      C 0.00234698 5.912e-004   3.970 7.475e-005
    AR(1) -0.44882764 1.335e-001  -3.361 7.931e-004
    MA(1)  0.56826515 1.229e-001   4.622 4.067e-006
      A  0.00001302 5.367e-006   2.427 1.533e-002
    ARCH(1)  0.08019796 1.800e-002   4.455 8.879e-006
    GARCH(1)  0.87883995 2.997e-002  29.320 0.000e+000

-----

AIC(6) = -9912.7082368664
BIC(6) = -9879.6096370489
```

```

Normality Test:
-----
Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk    P-value
      24.5 4.778e-006      0.9966 0.0003786

Ljung-Box test for standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      13.37 0.3425      12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      7.924 0.7911      12

Lagrange multiplier test:
-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10
0.09549 1.487 0.02515 -0.9573 1.03 -0.5937 -0.06922 -0.1566 1.043 -1.051

Lag 11 Lag 12 C
-0.7857 0.02391 -0.2546

TR^2 P-value F-stat P-value
7.651 0.8118 0.6985 0.8481

#####

residuos <- c(0, m.PSGARCH.port$residuals)
sigma.t <- c(0, m.PSGARCH.port$sigma.t)

m.PSGARCH.PETR2 <- garch(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET~ARMA(1,1),
~TGARCH(1,1)+residuos^2+sigma.t^2, cond.dist="t", dist.par = 8, dist.est=F)
summary(m.PSGARCH.PETR2)

#####

> summary(m.PSGARCH.PETR2)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PETR.RET ~ ARMA(1, 1), formula.var
      = ~ TGARCH(1, 1) + residuos^2 + sigma.t^2, cond.dist = "t",
dist.par
      = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PETR.RET ~ ARMA(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ TGARCH(1, 1) + residuos^2
+ sigma.t^2
, class = "formula"
)

```

Conditional Distribution: t
with parameter 8

Estimated Coefficients:

	Value	Std.Error	t value	Pr(> t)
C	0.00179557	6.938e-004	2.58806	0.00972832
AR(1)	-0.39358828	1.377e-001	-2.85862	0.00430314
MA(1)	0.51711705	1.283e-001	4.03143	0.00005771
A	0.00003343	9.587e-006	3.48663	0.00050070
ARCH(1)	-0.00121957	1.968e-002	-0.06198	0.95058431
GARCH(1)	0.85531749	4.570e-002	18.71406	0.00000000
GAMMA(1)	0.12122871	3.326e-002	3.64443	0.00027547
I(residuos^2)	0.03591367	2.987e-002	1.20243	0.22935312
I(sigma.t^2)	-0.02233909	5.470e-002	-0.40842	0.68301117

AIC(9) = -9177.8434352524

BIC(9) = -9128.1955355261

Normality Test:

Jarque-Bera	P-value	Shapiro-Wilk	P-value
45.54	1.291e-010	0.9943	1.589e-006

Ljung-Box test for standardized residuals:

Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
11.62	0.477	12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
7.704	0.8078	12

Lagrange multiplier test:

Lag 1	Lag 2	Lag 3	Lag 4	Lag 5	Lag 6	Lag 7	Lag 8	Lag 9	Lag 10
-0.4341	1.543	-0.9005	-0.4383	-0.1306	-0.366	0.7543	1.156	1.077	-0.3224

Lag 11	Lag 12	C
0.1026	-0.0523	-0.677

TR^2	P-value	F-stat	P-value
7.392	0.8307	0.6747	0.8686

```
#####

residuos <- c(0, m.PSGARCH.port$residuals)
sigma.t <- c(0, m.PSGARCH.port$sigma.t)

m.PSGARCH.VALE2 <- garch(Log.retornos.Estimacao$VALE.RET~ARMA(1,1),
~TGARCH(1,1)+residuos^2+sigma.t^2, cond.dist="t", dist.par = 8, dist.est=F)
summary(m.PSGARCH.VALE2)

#####

> summary(m.PSGARCH.VALE2)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$VALE.RET ~ ARMA(1, 1), formula.var
      = ~ TGARCH(1, 1) + residuos^2 + sigma.t^2, cond.dist = "t",
dist.par
      = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$VALE.RET ~ ARMA(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ TGARCH(1, 1) + residuos^2
+ sigma.t^2
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value    Pr(>|t|)
      C  0.00152682 0.00071758  2.1277 3.349e-002
    AR(1) -0.44158099 0.19547683 -2.2590 2.400e-002
    MA(1)  0.52497362 0.18580631  2.8254 4.774e-003
      A  0.00004537 0.00001709  2.6545 8.011e-003
    ARCH(1) 0.03707110 0.02842444  1.3042 1.923e-001
    GARCH(1) 0.73428946 0.10386357  7.0698 2.200e-012
    GAMMA(1) 0.09854865 0.04585685  2.1490 3.176e-002
I(residuos^2) 0.04782174 0.03693356  1.2948 1.956e-001
I(sigma.t^2) 0.07913998 0.12615268  0.6273 5.305e-001

-----

AIC(9) = -9110.1550792223
BIC(9) = -9060.5071794961
```

```

Normality Test:
-----
      Jarque-Bera      P-value Shapiro-Wilk      P-value
      68.23 1.554e-015      0.994 9.446e-007

Ljung-Box test for standardized residuals:
-----
      Statistic P-value Chi^2-d.f.
      12.41 0.4135      12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:
-----
      Statistic P-value Chi^2-d.f.
      9.511 0.6587      12

Lagrange multiplier test:
-----
      Lag 1      Lag 2      Lag 3      Lag 4      Lag 5      Lag 6      Lag 7      Lag 8      Lag 9      Lag 10
      -0.6436 0.008531 -0.421 0.5351 1.635 -0.8133 -0.7709 -1.037 0.9397 -1.565

      Lag 11      Lag 12      C
      0.4908 -0.0736 0.5954

      TR^2 P-value F-stat P-value
      9.636 0.6478 0.8807 0.6712

#####

residuos <- c(0, m.PSGARCH.port$residuals)
sigma.t <- c(0, m.PSGARCH.port$sigma.t)

m.PSGARCH.ITAUI2 <- garch(Log.retornos.Estimacao$ITAUI.RET~ARMA(1,1),
~TGARCH(1,1)+residuos^2+sigma.t^2, cond.dist="t", dist.par = 8, dist.est=F)
summary(m.PSGARCH.ITAUI2)

#####

> summary(m.PSGARCH.ITAUI2)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$ITAUI.RET ~ ARMA(1, 1), formula.var
      = ~ TGARCH(1, 1) + residuos^2 + sigma.t^2, cond.dist = "t",
dist.par
      = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$ITAUI.RET ~ ARMA(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ TGARCH(1, 1) + residuos^2
+ sigma.t^2
, class = "formula"
)

```

Conditional Distribution: t
with parameter 8

Estimated Coefficients:

	Value	Std.Error	t value	Pr(> t)
C	0.00106886	7.797e-004	1.371	0.170585
AR(1)	-0.45573994	2.602e-001	-1.751	0.080045
MA(1)	0.51708775	2.504e-001	2.065	0.039041
A	0.00002112	6.723e-006	3.141	0.001713
ARCH(1)	0.02717839	1.460e-002	1.862	0.062746
GARCH(1)	0.92752281	2.300e-002	40.327	0.000000
GAMMA(1)	0.05661686	2.843e-002	1.992	0.046554
I(residuos^2)	0.04843678	3.184e-002	1.521	0.128317
I(sigma.t^2)	-0.07602324	4.915e-002	-1.547	0.122130

AIC(9) = -8751.4592206889
BIC(9) = -8701.8113209627

Normality Test:

Jarque-Bera	P-value	Shapiro-Wilk	P-value
15.51	0.0004282	0.9963	0.0002148

Ljung-Box test for standardized residuals:

Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
15.91	0.1955	12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

Statistic	P-value	Chi^2-d.f.
16.24	0.1806	12

Lagrange multiplier test:

Lag 1	Lag 2	Lag 3	Lag 4	Lag 5	Lag 6	Lag 7	Lag 8	Lag 9	Lag 10
0.7023	0.5487	1.445	-0.3662	0.8716	-1.522	-0.8511	1.869	-1.372	-2.061

Lag 11	Lag 12	C
-0.05544	-0.05978	-0.4314

TR^2	P-value	F-stat	P-value
16.82	0.1564	1.544	0.2116

C.6 VARMA-GARCH

```
#####

m.uni.PETR4.AR1.GARCH11.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET~ar(1),
~garch(1,1), cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.uni.PETR4.AR1.GARCH11.t)

#####

> summary(m.uni.PETR4.AR1.GARCH11.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PETR.RET ~ ar(1), formula.var = ~
      garch(1, 1), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PETR.RET ~ ar(1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution:  t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value    Pr(>|t|)
      C 0.00145430 4.396e-004   3.309 9.560e-004
    AR(1) 0.11357193 2.388e-002   4.756 2.131e-006
      A 0.00002709 9.791e-006   2.767 5.723e-003
    ARCH(1) 0.08016649 1.761e-002   4.552 5.652e-006
  GARCH(1) 0.85810870 3.447e-002  24.896 0.000e+000

-----

AIC(5) = -9150.53622354
BIC(5) = -9122.95405703

Normality Test:
-----
      Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk    P-value
      71.14 3.331e-016      0.9925 4.732e-008
```



```

Ljung-Box test for standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      15.11  0.2354      12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      6.717  0.8757      12

Lagrange multiplier test:
-----
Lag 1 Lag 2  Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10
0.4184  1.85 -0.7564 0.4007 0.1896 -0.1866 0.4284 0.4234 0.5596 -0.6179

Lag 11 Lag 12      C
-0.2913 -0.04924 -0.8182

TR^2 P-value F-stat P-value
6.349  0.8975 0.5792  0.9378

#####

m.uni.VALE5.AR1.GARCH11.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$VALE.RET~ar(1),
~garch(1,1), cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.uni.VALE5.AR1.GARCH11.t)

#####

> summary(m.uni.VALE5.AR1.GARCH11.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$VALE.RET ~ ar(1), formula.var = ~
      garch(1, 1), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$VALE.RET ~ ar(1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution:  t
with parameter 8

```

```
-----
Estimated Coefficients:
```

```
-----
      Value Std.Error t value Pr(>|t|)
C 0.00125668 0.00044580 2.819 0.00487045
AR(1) 0.06875242 0.02410274 2.852 0.00438669
A 0.00004411 0.00001462 3.018 0.00258125
ARCH(1) 0.09669505 0.02308348 4.189 0.00002936
GARCH(1) 0.80647080 0.04712209 17.114 0.00000000
-----
```

```
AIC(5) = -9096.59703076
```

```
BIC(5) = -9069.01486425
```

```
Normality Test:
```

```
-----
Jarque-Bera P-value Shapiro-Wilk P-value
90.36 0 0.9925 4.633e-008
-----
```

```
Ljung-Box test for standardized residuals:
```

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
15.75 0.2028 12
-----
```

```
Ljung-Box test for squared standardized residuals:
```

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
6.382 0.8956 12
-----
```

```
Lagrange multiplier test:
```

```
-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10
-0.4477 0.4502 -0.2899 0.4343 0.8592 -0.7684 -1.006 -1.169 0.4143 -1.319
-----
```

```
Lag 11 Lag 12 C
0.124 -0.06809 0.6939
```

```
TR^2 P-value F-stat P-value
6.724 0.8753 0.6135 0.9157
```

```
#####
```

```
m.uni.ITA4.AR1.GARCH11.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$ITA4.RET~ar(1),
~garch(1,1), cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.uni.ITA4.AR1.GARCH11.t)
```

```
#####
```

```
> summary(m.uni.ITA4.AR1.GARCH11.t)
```

```

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET ~ ar(1), formula.var = ~
      garch(1, 1), cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET ~ ar(1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value    Pr(>|t|)
      C 0.00102355 4.899e-004   2.089 0.03681538
    AR(1) 0.04791699 2.380e-002   2.014 0.04418899
      A 0.00001398 6.435e-006   2.172 0.02995479
    ARCH(1) 0.06751180 1.634e-002   4.130 0.00003784
    GARCH(1) 0.91144450 2.175e-002  41.906 0.00000000

-----

AIC(5) = -8739.92694874
BIC(5) = -8712.34478223

Normality Test:
-----
      Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk    P-value
      20.19 0.00004128      0.9955 0.0000248

Ljung-Box test for standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      20.49 0.0583      12

Ljung-Box test for squared standardized residuals:
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      17.79 0.1222      12

Lagrange multiplier test:
-----
      Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10
      0.7889 0.6259 1.125 -0.7051 0.8264 -1.646 -0.8766 2.115 -1.581 -2.022

      Lag 11 Lag 12      C
      -0.2252 -0.05881 -0.4782

```

```

TR^2 P-value F-stat P-value
18.45 0.1026 1.695 0.1616

#####

residuos.VALE <- c(0, m.uni.VALE5.AR1.GARCH11.t$residuals)
sigma.t.VALE <- c(0, m.uni.VALE5.AR1.GARCH11.t$sigma.t)

residuos.ITAU <- c(0, m.uni.ITAU4.AR1.GARCH11.t$residuals)
sigma.t.ITAU <- c(0, m.uni.ITAU4.AR1.GARCH11.t$sigma.t)

m.PETR4.VARMAGARCH.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET~arma(1,1),
~garch(1,1)+residuos.VALE^2+sigma.t.VALE^2+residuos.ITAU^2+sigma.t.ITAU^2,
cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.PETR4.VARMAGARCH.t)

#####

> summary(m.PETR4.VARMAGARCH.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PETR.RET ~ arma(1, 1), formula.var
      = ~ garch(1, 1) + residuos.VALE^2 + sigma.t.VALE^2 +
      residuos.ITAU^2 + sigma.t.ITAU^2, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PETR.RET ~ arma(1, 1)
, class = "formula")

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(1, 1) +
      residuos.VALE^2 + sigma.t.VALE^2 + residuos.ITAU^2 +
      sigma.t.ITAU^2
, class = "formula")

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----

```

	Value	Std.Error	t value	Pr(> t)
C	0.00224003	0.00072897	3.0729	2.151e-003
AR(1)	-0.50779655	0.12443042	-4.0810	4.678e-005
MA(1)	0.61861711	0.11287249	5.4807	4.826e-008
A	0.00003074	0.00001235	2.4893	1.289e-002
ARCH(1)	0.05658649	0.02011410	2.8133	4.956e-003
GARCH(1)	0.83830724	0.06428779	13.0399	0.000e+000
I(residuos.VALE^2)	0.02860325	0.01564635	1.8281	6.770e-002
I(sigma.t.VALE^2)	-0.05814603	0.03559337	-1.6336	1.025e-001
I(residuos.ITAU^2)	0.02822753	0.01522593	1.8539	6.391e-002
I(sigma.t.ITAU^2)	0.02488269	0.03952695	0.6295	5.291e-001

```

-----

```

```
AIC(10) = -9171.52696906
BIC(10) = -9116.36263603
```

```
Normality Test:
```

```
-----
Jarque-Bera      P-value Shapiro-Wilk      P-value
      50.4 1.135e-011          0.994 8.366e-007
```

```
Ljung-Box test for standardized residuals:
```

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      9.546 0.6557          12
```

```
Ljung-Box test for squared standardized residuals:
```

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      7.917 0.7916          12
```

```
Lagrange multiplier test:
```

```
-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10 Lag 11
-0.4984 1.747 -1.025 0.5701 -0.22 0.2659 0.2097 0.8467 0.9223 0.2034 0.163
```

```

Lag 12      C
-0.07482 -0.937
```

```

TR^2 P-value F-stat P-value
7.445 0.8269 0.6796 0.8645
```

```
#####
```

```
residuos.PETR <- c(0, m.uni.PETR4.AR1.GARCH11.t$residuals)
sigma.t.PETR <- c(0, m.uni.PETR4.AR1.GARCH11.t$sigma.t)
```

```
m.VALE5.VARMAGARCH.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$VALE.RET~arma(1,1),
~garch(1,1)+residuos.PETR^2+sigma.t.PETR^2+residuos.ITAUI^2+sigma.t.ITAUI^2,
cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.VALE5.VARMAGARCH.t)
```

```
#####
```

```
> summary(m.VALE5.VARMAGARCH.t)
```

```
Call:
```

```
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$VALE.RET ~ arma(1, 1), formula.var
      = ~ garch(1, 1) + residuos.PETR^2 + sigma.t.PETR^2 +
residuos.ITAUI^
      2 + sigma.t.ITAUI^2, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est =
F)
```

```
Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$VALE.RET ~ arma(1, 1)
, class = "formula"
)
```

```
Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(1, 1) +
residuos.PETR^2 + sigma.t.PETR^2 + residuos.ITAU^2 +
      sigma.t.ITAU^2
, class = "formula"
)
```

```
Conditional Distribution: t
with parameter 8
```

```
-----
Estimated Coefficients:
```

```
-----
              Value Std.Error t value Pr(>|t|)
      C 0.00195326 0.00072590  2.6908 0.0071926
    AR(1) -0.46771999 0.19986516 -2.3402 0.0193816
    MA(1) 0.54609066 0.18979744  2.8772 0.0040584
      A 0.00004365 0.00001463  2.9838 0.0028844
    ARCH(1) 0.08388248 0.02419428  3.4670 0.0005384
    GARCH(1) 0.80373819 0.05807332 13.8401 0.0000000
I(residuos.PETR^2) 0.02872667 0.01712464  1.6775 0.0936147
I(sigma.t.PETR^2) -0.04035768 0.04262963 -0.9467 0.3439142
I(residuos.ITAU^2) 0.01453332 0.01491534  0.9744 0.3299931
I(sigma.t.ITAU^2) 0.00898919 0.03070825  0.2927 0.7697626
-----
```

```
AIC(10) = -9101.80077555
```

```
BIC(10) = -9046.63644252
```

```
Normality Test:
```

```
-----
Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk    P-value
      61.93 3.575e-014      0.9941 1.159e-006
```

```
Ljung-Box test for standardized residuals:
```

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      12.45    0.41      12
```

```
Ljung-Box test for squared standardized residuals:
```

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      7.86    0.796      12
```

```
Lagrange multiplier test:
```

```
-----
Lag 1    Lag 2    Lag 3    Lag 4    Lag 5    Lag 6    Lag 7    Lag 8    Lag 9    Lag 10
-0.5038 -0.09402 -0.197 0.5115 0.5927 -1.069 -1.216 -1.118 0.6176 -1.424

Lag 11    Lag 12    C
0.5765 -0.03719 0.7573
```

```

TR^2 P-value F-stat P-value
8.028 0.783 0.733 0.8167

#####

m.ITAU4.VARMAGARCH.t <- garch(Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET~arma(1,1),
~garch(1,1)+residuos.PETR^2+sigma.t.PETR^2+residuos.VALE^2+sigma.t.VALE^2,
cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.ITAU4.VARMAGARCH.t)

#####

> summary(m.ITAU4.VARMAGARCH.t)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET ~ arma(1, 1), formula.var
      = ~ garch(1, 1) + residuos.PETR^2 + sigma.t.PETR^2 +
residuos.VALE^
      2 + sigma.t.VALE^2, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est =
F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET ~ arma(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ garch(1, 1) +
residuos.PETR^2 + sigma.t.PETR^2 + residuos.VALE^2 +
      sigma.t.VALE^2
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value Pr(>|t|)
      C 0.00138941 0.0007852 1.7695 0.076969
    AR(1) -0.46471098 0.2507234 -1.8535 0.063975
    MA(1) 0.52742186 0.2407182 2.1910 0.028575
      A 0.00002592 0.0000118 2.1972 0.028132
    ARCH(1) 0.04988589 0.0162706 3.0660 0.002201
    GARCH(1) 0.92049797 0.0289253 31.8232 0.000000
I(residuos.PETR^2) 0.03276101 0.0199872 1.6391 0.101364
I(sigma.t.PETR^2) -0.02716935 0.0445455 -0.6099 0.541989
I(residuos.VALE^2) 0.02155062 0.0200775 1.0734 0.283245
I(sigma.t.VALE^2) -0.04373676 0.0410663 -1.0650 0.287004

-----

AIC(10) = -8741.12990444
BIC(10) = -8685.96557141

```

Normality Test:

```
-----
Jarque-Bera  P-value Shapiro-Wilk  P-value
      13.62 0.001104      0.9964 0.0002415
```

Ljung-Box test for standardized residuals:

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      16.03 0.1899      12
```

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      19.34 0.08065      12
```

Lagrange multiplier test:

```
-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10 Lag 11
0.7419 0.6592 1.43 -0.5716 0.9933 -1.52 -0.8761 2.199 -1.633 -2.059 -0.2449
```

```

Lag 12      C
-0.05315 -0.6833
```

```

TR^2 P-value F-stat P-value
19.93 0.06849 1.831 0.1274
```


C.7 DVEC

```
##### MULTIVARIADO #####

dados.port <- cbind(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET,
Log.retornos.Estimacao$VALE.RET, Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET)

m.multi.AR2.dvec11 <- mgarch(dados.port~ar(2), ~dvec(1,1), armaType="diag",
leverage=T, cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.multi.AR2.dvec11)

#####

> summary(m.multi.AR2.dvec11)

Call:
mgarch(formula.mean = dados.port ~ ar(2), formula.var = ~ dvec(1, 1),
        leverage = T, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F,
        armaType =
          "diag")

Mean Equation: structure(.Data = dados.port ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ dvec(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution:  t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
```

	Value	Std.Error	t value	Pr(> t)
C(1)	1.634e-003	4.247e-004	3.847	1.237e-004
C(2)	1.332e-003	4.335e-004	3.072	2.156e-003
C(3)	1.145e-003	4.750e-004	2.410	1.604e-002
AR(1; 1, 1)	7.712e-002	2.106e-002	3.662	2.579e-004
AR(1; 2, 2)	5.378e-002	1.977e-002	2.719	6.601e-003
AR(1; 3, 3)	4.282e-002	2.040e-002	2.099	3.597e-002
AR(2; 1, 1)	-4.077e-002	2.051e-002	-1.988	4.694e-002
AR(2; 2, 2)	-6.497e-002	2.054e-002	-3.163	1.585e-003
AR(2; 3, 3)	-6.900e-002	2.026e-002	-3.405	6.748e-004

```

A(1, 1) 2.471e-005 7.060e-006 3.500 4.767e-004
      A(2, 1) 2.058e-006 8.960e-007 2.297 2.173e-002
      A(3, 1) 6.667e-006 2.893e-006 2.305 2.128e-002
      A(2, 2) 1.183e-005 4.325e-006 2.736 6.273e-003
      A(3, 2) 2.025e-006 8.885e-007 2.279 2.276e-002
      A(3, 3) 1.444e-005 5.500e-006 2.625 8.731e-003
ARCH(1; 1, 1) 6.491e-002 1.147e-002 5.658 1.778e-008
ARCH(1; 2, 1) 2.165e-002 5.649e-003 3.833 1.309e-004
ARCH(1; 3, 1) 2.109e-002 7.489e-003 2.817 4.903e-003
ARCH(1; 2, 2) 4.568e-002 9.982e-003 4.576 5.056e-006
ARCH(1; 3, 2) 2.676e-002 6.381e-003 4.193 2.885e-005
ARCH(1; 3, 3) 4.611e-002 1.066e-002 4.326 1.603e-005
GARCH(1; 1, 1) 8.785e-001 2.358e-002 37.252 0.000e+000
GARCH(1; 2, 1) 9.681e-001 8.232e-003 117.597 0.000e+000
      Value Std.Error t value Pr(>|t|)
GARCH(1; 3, 1) 0.9443 0.019204 49.17 0
GARCH(1; 2, 2) 0.9304 0.016364 56.85 0
GARCH(1; 3, 2) 0.9616 0.009095 105.73 0
GARCH(1; 3, 3) 0.9290 0.017194 54.03 0

```

```

-----
AIC(27) = -27908.3058376
BIC(27) = -27759.3621384

```

Normality Test:

```

-----
      Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk    P-value
v1      73.97 1.110e-016      0.9922 2.514e-008
v2     137.58 0.000e+000      0.9901 7.368e-010
v3      27.73 9.541e-007      0.9949 6.414e-006

```

Ljung-Box test for standardized residuals:

```

-----
      Statistic P-value Chi^2-d.f.
v1      13.97 0.30271      12
v2      14.96 0.24370      12
v3      21.55 0.04292      12

```

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

```

-----
      Statistic P-value Chi^2-d.f.
v1      8.479 0.74666      12
v2     21.084 0.04916      12
v3      9.856 0.62855      12

```

Lagrange multiplier test:

```

-----
      Lag 1  Lag 2  Lag 3  Lag 4  Lag 5  Lag 6  Lag 7  Lag 8  Lag 9
v1  0.7864  2.2484 -0.4821  0.7097  0.3331  0.1003  0.5611  0.3961  0.5801
v2 -1.2710  1.3540 -1.4005  2.9112 -1.0617  0.7523 -1.6959 -0.2723 -1.3087
v3  1.2715 -0.3121  1.7305 -0.6214 -0.1809 -0.8737 -1.1437  1.0715 -1.3933

```

```

Lag 10 Lag 11 Lag 12      C
v1 -0.5972 -0.2489 -0.05235 -0.3487
v2 -1.3246 -1.2278 -0.15677  2.8943
v3  0.1328  0.1406 -0.00797  0.4997

      TR^2  P-value F-stat P-value
v1  8.126 0.775238 0.7420 0.80823
v2 27.831 0.005856 2.5692 0.03924
v3 10.528 0.569762 0.9626 0.59119

##### MULTIVARIADO #####

dados.port <- cbind(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET,
Log.retornos.Estimacao$VALE.RET, Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET)

m.multi.AR2.dvec11.mat.mat <- mgarch(dados.port~ar(2), ~dvec.mat.mat(1,1),
armaType="diag", leverage=T, cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.multi.AR2.dvec11.mat.mat)

#####

> summary(m.multi.AR2.dvec11)

Call:
mgarch(formula.mean = dados.port ~ ar(2), formula.var = ~ dvec.mat.mat(1,
1), leverage = T, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est = F,
armaType = "diag")

Mean Equation: structure(.Data = dados.port ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ dvec.mat.mat(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error  t value  Pr(>|t|)
C(1)  0.001092 0.0004028   2.7105 6.780e-003
C(2)  0.001248 0.0004292   2.9075 3.687e-003
C(3)  0.001178 0.0005197   2.2672 2.350e-002
AR(1; 1, 1) 0.116065 0.0208815   5.5583 3.126e-008
AR(1; 2, 2) 0.037639 0.0216419   1.7392 8.218e-002
AR(1; 3, 3) 0.044082 0.0233752   1.8858 5.947e-002
AR(2; 1, 1) -0.073913 0.0201207  -3.6735 2.462e-004
AR(2; 2, 2) -0.050339 0.0217481  -2.3147 2.074e-002
AR(2; 3, 3) -0.049287 0.0230287  -2.1402 3.247e-002

```

```

A(1, 1) 0.006182 0.0007828 7.8972 4.885e-015
A(2, 1) 0.002424 0.0007186 3.3729 7.594e-004
A(3, 1) 0.003082 0.0008970 3.4363 6.030e-004
A(2, 2) 0.005785 0.0008904 6.4966 1.056e-010
A(3, 2) 0.001151 0.0008159 1.4109 1.585e-001
A(3, 3) 0.005969 0.0012334 4.8393 1.412e-006
ARCH(1; 1, 1) 0.301719 0.0266049 11.3407 0.000e+000
ARCH(1; 2, 1) 0.295145 0.0448401 6.5822 6.038e-011
ARCH(1; 3, 1) 0.294970 0.0455411 6.4770 1.199e-010
ARCH(1; 2, 2) 0.100694 0.1104617 0.9116 3.621e-001
ARCH(1; 3, 2) 0.063894 0.1737463 0.3677 7.131e-001
ARCH(1; 3, 3) 0.071703 0.1644766 0.4359 6.629e-001
GARCH(1; 1, 1) 0.904069 0.0181136 49.9111 0.000e+000
GARCH(1; 2, 1) 0.908162 0.0379203 23.9493 0.000e+000
Value Std.Error t value Pr(>|t|)
GARCH(1; 3, 1) 0.90630 0.03737 24.24987 0.0000
GARCH(1; 2, 2) 0.02125 1.55208 0.01369 0.9891
GARCH(1; 3, 2) 0.11767 7.45329 0.01579 0.9874
GARCH(1; 3, 3) 0.10365 8.44857 0.01227 0.9902

```

```

-----
AIC(27) = -27786.1282801
BIC(27) = -27637.184581

```

Normality Test:

```

-----
Jarque-Bera P-value Shapiro-Wilk P-value
v1 75.73 0.000e+000 0.9922 2.533e-008
v2 138.36 0.000e+000 0.9897 4.078e-010
v3 31.65 1.339e-007 0.9951 9.412e-006

```

Ljung-Box test for standardized residuals:

```

-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
v1 9.815 0.63219 12
v2 13.466 0.33611 12
v3 18.887 0.09129 12

```

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

```

-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
v1 7.005 0.8573 12
v2 15.412 0.2197 12
v3 14.550 0.2670 12

```

Lagrange multiplier test:

```

-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9
v1 0.02133 1.7013 -0.7666 0.2546 0.1346 0.255 0.4226 0.5302 0.7993
v2 -1.65125 1.4579 -0.7058 2.4226 -0.9187 1.200 -1.6678 -0.2758 -0.8600
v3 1.35628 -0.2281 2.3647 -0.8682 -0.3522 -1.136 -0.8553 1.8540 -0.3671

```

```

      Lag 10 Lag 11 Lag 12      C
v1 -0.4465 -0.1938 -0.05369 -1.2308
v2 -1.4237 -0.8579 -0.14968  1.7625
v3  0.6525  1.1150 -0.03529  0.9215

      TR^2 P-value F-stat P-value
v1  6.653 0.87965 0.6071 0.9201
v2 19.960 0.06784 1.8346 0.1267
v3 15.810 0.20007 1.4499 0.2505

##### MULTIVARIADO #####

dados.port <- cbind(Log.retornos.Estimacao$PETR.RET,
Log.retornos.Estimacao$VALE.RET, Log.retornos.Estimacao$ITAU.RET)

m.multi.AR2.dvec11.scalar.scalar <- mgarch(dados.port~ar(2),
~dvec.scalar.scalar(1,1), armaType="diag", leverage=T, cond.dist="t",
dist.par=8, dist.est=F)
summary(m.multi.AR2.dvec11.scalar.scalar)

#####

> summary(m.multi.AR2.dvec11.scalar.scalar)

Call:
mgarch(formula.mean = dados.port ~ ar(2), formula.var = ~ dvec.scalar.scalar(
      1, 1), leverage = T, cond.dist = "t", dist.par = 8, dist.est =
F,
      armaType = "diag")

Mean Equation: structure(.Data = dados.port ~ ar(2)
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ dvec.scalar.scalar(1, 1)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
              Value Std.Error t value Pr(>|t|)
C(1)  0.0013651 0.0004254  3.209 1.354e-003
C(2)  0.0011911 0.0004362  2.730 6.389e-003
C(3)  0.0010013 0.0004752  2.107 3.524e-002
AR(1; 1, 1) 0.0661711 0.0192110  3.444 5.851e-004
AR(1; 2, 2) 0.0493704 0.0188782  2.615 8.990e-003
AR(1; 3, 3) 0.0488642 0.0195484  2.500 1.252e-002
AR(2; 1, 1) -0.0391756 0.0188987 -2.073 3.832e-002

```

```

AR(2; 2, 2) -0.0667714 0.0196259 -3.402 6.828e-004
AR(2; 3, 3) -0.0662216 0.0193269 -3.426 6.252e-004
  A(1, 1) 0.0020890 0.0002887 7.235 6.812e-013
  A(2, 1) 0.0010542 0.0001945 5.420 6.761e-008
  A(3, 1) 0.0009250 0.0002125 4.353 1.418e-005
  A(2, 2) 0.0019363 0.0002672 7.246 6.293e-013
  A(3, 2) 0.0003934 0.0001818 2.165 3.055e-002
  A(3, 3) 0.0021920 0.0002798 7.834 7.994e-015
  ARCH(1) 0.0264839 0.0034535 7.669 2.798e-014
  GARCH(1) 0.9636966 0.0049589 194.336 0.000e+000

```

```

-----
AIC(17) = -27896.6546076
BIC(17) = -27802.8752415

```

Normality Test:

```

-----
      Jarque-Bera      P-value Shapiro-Wilk      P-value
v1      91.2 0.00000000      0.9908 2.121e-009
v2     167.8 0.00000000      0.9886 6.979e-011
v3      19.0 0.00007488      0.9951 8.867e-006

```

Ljung-Box test for standardized residuals:

```

-----
      Statistic P-value Chi^2-d.f.
v1      15.67 0.20671      12
v2      15.74 0.20363      12
v3      22.43 0.03301      12

```

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

```

-----
      Statistic P-value Chi^2-d.f.
v1      30.60 0.002270      12
v2      26.46 0.009242      12
v3      19.45 0.078264      12

```

Lagrange multiplier test:

```

-----
      Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9
v1 2.1229 3.4219 -0.2808 1.50816 0.4501 0.4692 0.5881 0.36281 0.5844
v2 -0.9377 2.3816 -1.2538 3.13718 -0.7620 1.7171 -1.5591 -0.04737 -1.2299
v3 1.7886 0.5915 2.6520 0.06015 0.4429 -0.4086 -0.7584 1.93125 -1.2270

```

```

      Lag 10 Lag 11 Lag 12 C
v1 -0.40190 -0.1127 -0.05169 1.299
v2 -1.19809 -0.6818 -0.13243 3.687
v3 -0.03287 0.9569 -0.03354 1.289

```

```

      TR^2 P-value F-stat P-value
v1 25.44 0.0128750 2.345 0.05500
v2 34.92 0.0004825 3.236 0.01576
v3 19.66 0.0737962 1.807 0.13293

```

C.8 EGARCH com retornos passados acumulados

```
##### UNIVARIADO #####

teste.04.0.0.10 <-
garch(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET~ar(2)+Log.retornos.Estimacao$PORT.RET04,
~egarch(1,1)+abs(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET10), leverage=T,
cond.dist="t", dist.par=8, dist.est=F)
summary(teste.04.0.0.10)

#####

> summary(teste.04.0.0.10)

Call:
garch(formula.mean = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2) +
      Log.retornos.Estimacao$PORT.RET04, formula.var = ~ egarch(1,
1) +
      abs(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET10), leverage = T,
cond.dist = "t",
      dist.par = 8, dist.est = F)

Mean Equation: structure(.Data = Log.retornos.Estimacao$PORT.RET ~ ar(2) +
Log.retornos.Estimacao$PORT.RET04
, class = "formula"
)

Conditional Variance Equation: structure(.Data = ~ egarch(1, 1) +
abs(Log.retornos.Estimacao$PORT.RET10)
, class = "formula"
)

Conditional Distribution: t
with parameter 8

-----

Estimated Coefficients:
-----
```

	Value	Std.Error	t value	Pr(> t)
C	0.001356	0.0003802	3.568	3.690e-004
AR(1)	0.140334	0.0279058	5.029	5.417e-007
AR(2)	-0.058406	0.0295507	-1.976	4.825e-002
Log.retornos.Estimacao\$PORT.RET04	-0.031273	0.0159910	-1.956	5.066e-002
A	-0.940583	0.2321173	-4.052	5.287e-005
ARCH(1)	0.121380	0.0374967	3.237	1.229e-003
GARCH(1)	0.901964	0.0264481	34.103	0.000e+000
LEV(1)	-0.921386	0.3502003	-2.631	8.584e-003
abs(Log.retornos.Estimacao\$PORT.RET10)	1.083470	0.3527823	3.071	2.163e-003

```
-----
```


AIC(9) = -9943.39410852
 BIC(9) = -9893.74620879

Normality Test:

```
-----
Jarque-Bera    P-value Shapiro-Wilk  P-value
      21.27 0.00002406          0.9971 0.001509
```

Ljung-Box test for standardized residuals:

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      10.57 0.5661          12
```

Ljung-Box test for squared standardized residuals:

```
-----
Statistic P-value Chi^2-d.f.
      6.266 0.9021          12
```

Lagrange multiplier test:

```
-----
Lag 1 Lag 2 Lag 3 Lag 4 Lag 5 Lag 6 Lag 7 Lag 8 Lag 9 Lag 10
0.6375 1.217 -0.3025 -1.282 0.9555 -0.4425 -0.5007 -0.05292 0.1146 -0.8311
```

```

Lag 11 Lag 12      C
-0.4206 0.0785 -0.006838
```

```

TR^2 P-value F-stat P-value
6.037 0.9142 0.5506 0.9535
```


Referências Bibliográficas

- [1] Toloí C and Morettin PA, *Análise de séries temporais*, segunda ed., Editora Edgard Blucher, São Paulo, 2006.
- [2] Nelson D, *Conditional heteroscedasticity in asset returns: a new approach*, *Econometrica* (1991), no. 59, 347–370.
- [3] Black F and Scholes M, *The pricing of options and corporate liabilities*, *Journal of Political Economy* **81** (1973), 635–654.
- [4] Stahl G, *Three cheers*, *Risk* **10** (1997), 67–69.
- [5] Longestae J and More L, *Introduction to riskmetricsTM*, fourth ed., Morgan Guaranty Trust Company, New York, 1995.
- [6] Netter J, Kutner MH, Wasserman W, and Nachtsheim CJ, *Applied linear regression models*, third ed., McGraw-Hill/Irwin, New York, 1996.
- [7] McAleer M and da Veiga B, *Forecasting value-at-risk with a parsimonious portfolio spillover garch (ps-garch) model*, *Journal of Forecasting* (2008), no. 27, 1–19.
- [8] Basel Committee on Banking Supervision, *An internal model-based approach to market risk capital requirements*, BIS: Basel, Switzerland (1995).
- [9] ———, *Supervisory framework for the use of backtesting in conjunction with the internal model-based approach to market risk capital requirements*, BIS: Basel, Switzerland (1996).
- [10] ———, *International convergence of capital measurement and capital standards*, BIS: Basel, Switzerland (2006).
- [11] Morettin PA, *Econometria financeira*, primeira ed., Editora Blucher, São Paulo, 2008.

- [12] Christoffersen RF, *Evaluating interval forecasts*, International Economic Review (1998), no. 39, 841–861.
- [13] Engle RF, *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of united kingdom inflation*, Econometrica (1982), no. 50, 987–1007.
- [14] Tsay RS, *Analysis of financial time series*, second ed., Wiley-Interscience, New Jersey, 2005.
- [15] Ling S and McAller M, *Asymptotic theory for a vector arma-garch model*, Econometric Theory **19** (2003), 278–308.
- [16] Bollerslev T, *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*, Journal of Econometrics (1986), no. 31, 307–327.
- [17] ———, *Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized arch model*, Review of Economics and Statistics (1990), no. 72, 498–505.
- [18] Bollerslev T, Engle RF, and Nelson D, *Arch models*, Handbook of Econometrics **4** (1994).
- [19] Ding Z, *Time series analysis of speculative returns*, Ph.D. Thesis. Department of Economics. University of California. San Diego (1994).
- [20] Ding Z, Granger CWJ, and Engle RF, *A long memory property of stock market returns and a new model*, Journal of empirical finance **1** (1993), 83–106.