Análise de Regressão Incorporando o Esquema Amostral

Cléber da Costa Figueiredo

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
COMO REQUERIMENTO PARCIAL
PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ESTATÍSTICA

Área de Concentração: **Estatística**

Orientadora: **Profa. Dra. Mônica Carneiro Sandoval**

*Durante a elaboração deste trabalho o autor
recebeu apoio financeiro da FAPESP (processo Nº. 02/04927-7)*

São Paulo, junho de 2004.

Análise de regressão incorporando o esquema amostral

Este exemplar corresponde à redação
final da dissertação devidamente corrigida
e defendida por Cléber da Costa Figueiredo
e aprovada pela comissão julgadora.

São Paulo, 22 de julho de 2004.

Banca examinadora:

- Titulares

- Profa. Dra. Mônica Carneiro Sandoval (orientadora) - IME-USP
- Prof. Dr. Heleno Bolfarine - IME-USP
- Prof. Dr. Pedro Luis do Nascimento Silva - ENCE-IBGE

- Suplentes

- Prof. Dr. Rinaldo Artes - IME-USP/IBMEC
- Prof. Dr. Djalma Galvão Carneiro Pessoa - ENCE-IBGE

*À minha mãe,
família e
amigos.*

Agradecimentos

Quero agradecer...

A Deus por ter me dado o prazer de viver e conhecer todos que listarei abaixo e que diretamente, ou indiretamente, ajudaram-me para que este trabalho tivesse começo, meio e fim. Para alguns, este agradecimento é um ínfimo, porque compartilharam horas de suas vidas ao meu lado tanto nas horas de estudo, quanto nas horas de farra ou de simples divagações sobre a vida.

À minha mãe, Meire, que acreditou em mim e sempre me incentivou a continuar meus estudos, mesmo quando a vida deixou de ser tão ilusória e a obrigação exigia outra postura. Meu agradecimento por sua atenção e carinho e, principalmente, por sua tolerância em entender a minha ausência em “*almost eventually*” todos os eventos sociais.

Aos meus irmãos. Ao Flávio que cresceu comigo, ao Felipe que carreguei no colo e à Daniele que trouxe alegria para nosso lar desde o momento de sua adoção.

À minha cunhada Dulce e sobrinha Anneliese que me suportaram até tarde, quando nas noites de sábado, ia estudar na casa delas.

A toda minha família e ao meu pai que mesmo sendo ausente, de vez em quando, fazia-me algumas ligações. Aos meus tios Ari, Isabel, Roseli e Silvia. Ao amigo de família Luciano.

Aos únicos amigos que tive na infância Luciano e Vagner que acabei me dis-

tanciando devido aos estudos.

Aos meus alunos de violino que entenderam minha ausência nos últimos meses e aos amigos Daniel, Denis, Guigo, Kitão, Ramon e Samuel que foram os poucos amigos que fiz na igreja e que, hoje, estou tão distante deles.

Aos amigos Ana Paula, Daniela, Edvaldo, Lázaro, Oleg, Salomé, Sandra, Thiago, Victor que dividiram suas vidas comigo desde os anos de graduação e não só a vida, mas os quartos, a comida etc. Em especial, ao Márcio que dividiu comigo o apartamento desde que cheguei em São Paulo. Por tudo que passamos juntos, meus mais sinceros agradecimentos.

Aos amigos que conheci durante o curso de mestrado Adrilayne, Diana, Elias, Frederico, José Marcelo, Juvêncio, Lívia, Sueli, Tatiana e Vaudeluci, que foram especiais durante todo o decorrer do curso. Aqui estou abrindo aspas para três que superaram minhas expectativas: Daniela, Marcos e Mayra. Pelos domingos e feriados felizes que passamos juntos estudando para as provas de probabilidade, ou pelas simples conversas informais que tivemos ao longo do curso. Ainda ao Marcos, pelos ovos que comemos juntos e que foram cozidos no forno de microondas da Gisela.

Aos amigos cruspianos Amanda, Fabiana, Flávio, Jefferson, Luciana, Marco Antonio, Rogério, Sonia, Vanessa que me ajudaram a gostar do CRUSP e querer ficar nos finais de semana trabalhando “duro”. Especialmente, ao meu grande amigo Wellington que foi o que mais me suportou com toda a minha chatice. Também quero agradecer-lo por sua tão sincera amizade e pelas madrugadas que passamos conversando; pelo companheirismo: Wellington, você é maior legal!

A todos meus professores. Às professoras Célia, Conceição e Maria Antônia que me incentivaram a prosseguir os estudos ainda no Ginásio. Às professoras do CEFAM II - Suzano, em especial, às professoras Alice, Aparecida, Dalila, Heloísa e Shirley. Ainda quero agradecer à Alice pelos livros de matemática que me emprestou e por ter-me incentivado a participar da minha primeira olimpíada de matemática

no segundo ano do colégio, despertando em mim o interesse pelas ciências exatas. A todos os professores do Instituto de Matemática e Estatística.

Em especial, às minhas orientadoras Mônica Sandoval e Denise Botter por terem me ensinado a ler e a escrever. Pelas horas que passamos discutindo a inclusão e exclusão de tópicos no “consultório” da Denise que tive o prazer de conhecer no segundo ano do meu curso de graduação em matemática e que me fez ter gosto pela estatística. Ainda, à Denise por ter-me aceito como orientando de iniciação científica, onde conheci a Mônica, uma pessoa maravilhosa, e hoje estamos apresentando à comunidade científica este trabalho.

Ao Prof. Rinaldo Artes que conheci a pouco tempo, mas que me ajudou muito. Pela amizade e por suas dicas que foram a alavanca para que este trabalho chegasse ao fim. À Profa. Silvia Schor que gentilmente forneceu os dados da pesquisa de moradores de rua realizada pela FIPE.

À FAPESP pelo apoio financeiro.

Resumo

Neste trabalho estudamos modelos lineares de regressão para análise de dados obtidos de pesquisas amostrais complexas. Foram considerados aspectos teóricos e aplicações a conjuntos de dados reais por meio do uso do aplicativo SUDAAN e da biblioteca ADAC da linguagem R. Nas aplicações foram abordados os modelos de regressão normal e logística. Foram realizados também estudos comparativos dos métodos estudados com os que assumem que as observações são selecionadas segundo amostragem aleatória simples.

Abstract

We have studied linear regression models for data analysis when the data set comes from a complex sampling survey. We have considered theoretical aspects and some applications utilizing the SUDAAN software and the ADAC library for R language. The applications involved the normal and logistic regression models. The studied methods were compared with those obtained from simple random samples.

Índice

Agradecimentos	iv
Resumo	vii
Abstract	viii
1 Introdução	1
2 Esquemas amostrais complexos	4
2.1 Introdução	4
2.2 Principais esquemas amostrais	4
2.2.1 Amostragem aleatória simples	4
2.2.2 Amostragem por estratificação	5
2.2.3 Amostragem aleatória por conglomeração	7
2.2.4 Amostragem com probabilidades desiguais	8
3 Métodos de estimação	11
3.1 Introdução	11
3.2 Estimação dos parâmetros de um modelo de superpopulação	12
3.3 Estimação simultânea dos parâmetros populacionais e dos parâmetros do modelo de superpopulação	16
3.4 Testes de hipóteses	21
3.5 Seleção de modelos	23

<i>Índice</i>	x
4 Efeito do plano amostral	24
4.1 Exemplo do cálculo do EPA	25
5 Uso do computador na incorporação do esquema amostral	28
5.1 O pacote SUDAAN	29
5.1.1 Fundamentos básicos	29
5.1.2 Estrutura de um programa	31
5.1.3 Tratamento padrão dos dados	39
5.1.4 Alguns exemplos de programas no SUDAAN	41
5.2 A biblioteca ADAC da linguagem R	46
5.2.1 Principais funções da biblioteca ADAC	47
6 Aplicações	51
6.1 Ajuste de um modelo de regressão linear normal	51
6.2 Ajuste de um modelo de regressão logística	65
6.3 Comparação entre a biblioteca ADAC e o SUDAAN utilizando um modelo de regressão logística	74
6.3.1 Ajuste do modelo	76
6.4 Uso de regressão linear para a caracterização sócio-econômica da pop- ulação moradora de rua	79
7 Considerações finais	85
A Programa	87
Referências bibliográficas	89

Introdução

O presente trabalho trata da incorporação do esquema amostral em análise de regressão. Foi realizado um estudo teórico sobre modelos lineares de regressão que incorporam o esquema amostral utilizado no processo de estimação e um estudo sobre o uso do SUDAAN (Research Triangle Institute, 2001) e da biblioteca ADAC da linguagem R (Venables et al, 2003), para a incorporação destes esquemas amostrais. Os modelos estudados foram aplicados a conjuntos de dados reais obtidos de desenhos amostrais complexos, utilizando o SUDAAN e a linguagem R, sendo que foi avaliado o impacto de ignorar o plano amostral na análise dos dados. Foram considerados, também, alguns aspectos relacionados à seleção de modelos. Para tanto, revisitamos trabalhos como os de Nascimento Silva (1996), Duarte (1999) e Vieira (2001), bem como o texto do curso de Análise de Dados Amostrais Complexos de Pessoa e Nascimento Silva (1998) realizado no 13º Simpósio Nacional de Probabilidade e a coletânea de artigos organizada por Chambers e Skinner (2003) que originou o livro “Analysis of Survey Data”.

Em linhas gerais, o Capítulo 2 apresenta os principais esquemas amostrais. Esquemas como estratificação, conglomeração ou amostragem por probabilidades desiguais já são considerados esquemas complexos e a combinação deles, então, torna ainda mais complicado o esquema amostral. Aqui a atenção está voltada para o

cálculo dos pesos amostrais que são exigidos na maioria dos “softwares” que conduzem análises com dados de pesquisas amostrais.

O Capítulo 3 mostra, usando a teoria de equações de estimação, como estimar os parâmetros de um modelo de superpopulação, considerando o esquema amostral utilizado na seleção da amostra. Além disso, apresenta como obter aproximações para a variância dos estimadores. Aplicamos os resultados obtidos ao modelo de regressão normal e salientamos que estes resultados podem ser estendidos facilmente aos modelos lineares generalizados. Apresentamos, ainda, a metodologia para testes de hipóteses sobre parâmetros do modelo de regressão.

O Capítulo 4 trata do estudo do efeito do plano amostral (EPA) de Kish (1965) e do efeito do plano amostral ampliado proposto por Skinner, Holt e Smith (1989). Além disso, apresenta como a medida proposta por Kish compara planos amostrais no estágio do planejamento e, ainda, no caso do EPA ampliado, avalia se o impacto que sofre a estimativa da variância, quando não considerado o plano amostral, foi grande ou pequeno.

No Capítulo 5 apresentamos como utilizar o pacote computacional SUDAAN e a biblioteca ADAC da linguagem R e, ainda, como são feitas as chamadas dos comandos e funções que são necessários para a análise de dados de pesquisas amostrais. Por fim, mostramos algumas vantagens e desvantagens da utilização do SUDAAN e da biblioteca ADAC para a análise de dados amostrais provenientes de planos complexos, que possibilitam a estimação de várias características populacionais e de seus erros amostrais, incluindo médias, proporções, razões, quantis, tabelas cruzadas, além dos parâmetros de modelos de regressão linear normal e logística. Ambos possuem implementado o método de linearização de Taylor para a estimação de variâncias, sendo que o SUDAAN, além do método de linearização de Taylor, também permite o emprego de outros métodos como o do conglomerado primário, por exemplo.

O Capítulo 6 apresenta três conjuntos de dados reais para a exploração das

idéias expostas nos capítulos anteriores. Além disso, comparamos os resultados das análises obtidas pelo SUDAAN e R e comparamos os métodos que não consideram o plano amostral utilizado com os que o consideram.

No Capítulo 7 terminamos o trabalho com algumas das principais conclusões desta dissertação.

Esquemas amostrais complexos

2.1 Introdução

Na maioria da vezes, a escolha de uma amostra não se restringe à obtenção de observações da população por amostragem aleatória simples (AAS) com ou sem reposição. Em muitos casos, a própria estrutura populacional não permite a mera amostragem aleatória simples. Esquemas como estratificação, conglomeração, probabilidades desiguais ou combinações deles são, então, necessários. Neste capítulo pretendemos dar uma visão dos principais esquemas amostrais, como descrito em Särndal et al (1992), dando ênfase ao estudo da probabilidade de inclusão de uma observação na amostra dado o plano amostral utilizado.

2.2 Principais esquemas amostrais

2.2.1 Amostragem aleatória simples

Esse esquema amostral consiste na seleção de n unidades, a partir de uma população com N elementos, de tal forma que cada amostra tenha a mesma probabilidade de ser escolhida. Na literatura estas unidades são chamadas de unidades primárias de amostragem (UPAS's). A seleção destas unidades pode ser feita sem

ou com reposição. Para o caso com reposição, a variável f_i , número de vezes que a unidade i aparece na amostra, possui distribuição binomial com parâmetros n e $1/N$.

Das propriedades da distribuição binomial temos que

$$E[f_i] = \frac{n}{N} \quad e \quad Var[f_i] = \frac{n}{N} \left(1 - \frac{1}{N}\right).$$

Vamos concentrar nossa atenção na probabilidade de inclusão da unidade i na amostra. No caso em questão esta probabilidade é dada por

$$\pi_i = 1 - \left(1 - \frac{1}{N}\right)^n, \quad i = 1, \dots, N,$$

sendo a probabilidade conjunta de inclusão das unidades i e j na amostra dada por

$$\pi_{ij} = 1 - 2\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n + \left(1 - \frac{2}{N}\right)^n; \quad i, j = 1, \dots, N.$$

No caso sem reposição, a variável f_i , número de vezes que a unidade i aparece na amostra possui distribuição de Bernoulli com probabilidade de sucesso n/N .

Das propriedades da distribuição de Bernoulli temos que

$$E[f_i] = \frac{n}{N} \quad e \quad Var[f_i] = \frac{n}{N} \left(1 - \frac{1}{N}\right).$$

A probabilidade de inclusão da unidade i na amostra é dada por

$$\pi_i = \frac{n}{N},$$

sendo a probabilidade conjunta de inclusão das unidades i e j na amostra dada por

$$\pi_{ij} = \frac{n}{N} \frac{n-1}{N-1}; \quad i, j = 1, \dots, N \quad e \quad i \neq j.$$

2.2.2 Amostragem por estratificação

Muitas vezes a estrutura da população que queremos estudar é tal que se realizarmos uma amostragem aleatória simples haverá, possivelmente, perda de eficiência. Morton e Rolph (2000) discutem este assunto num estudo de recenseamento de

moradores de rua, que foi realizado no condado de Orange, EUA. O condado foi dividido em 418 setores censitários. Com informação anterior ao censo, sabiam que a população de moradores de rua não era homogênea, logo existiam áreas de maior concentração de moradores de rua e áreas onde a presença de moradores de rua era irrisória. Se fosse realizada uma amostragem aleatória simples dos setores, ou seja, seleção de setores com igual probabilidade de seleção e, os moradores de rua encontrados fossem contados, a estimativa da variância do total de moradores de rua seria alta. Estratificar a população forneceria, então, um estimador com menor variabilidade.

Assim, amostragem por estratificação consiste na divisão da população em grupos disjuntos (estratos), segundo algumas características conhecidas na população e de cada um desses estratos selecionam-se amostras em proporções convenientes. No exemplo acima, poderíamos ter separado o condado de Orange em três estratos: áreas centrais, subúrbios e áreas rurais. Dentro de cada um destes estratos, poderiam ser selecionadas amostras de moradores de rua por AAS. É muito comum, por exemplo, definir-se o tamanho da amostra proporcional ao tamanho do estrato, isto será visto melhor na Seção (2.2.4). A amostragem por estratificação também é realizada por corte, onde em um ou mais estratos todas as unidades são observadas e do restante são retiradas amostras sob algum plano.

Sejam N_h o número de unidades populacionais no estrato h e n_h o tamanho da amostra selecionada no estrato h , $h = 1, \dots, H$. A probabilidade de inclusão da unidade i do estrato h na amostra, caso tenham sido retiradas amostras por amostragem aleatória simples com reposição de cada estrato será dada por

$$\pi_{ih} = 1 - \left(1 - \frac{1}{N_h}\right)^{n_h}, \quad i = 1, \dots, N_h,$$

e a probabilidade conjunta de inclusão das unidades i e j do estrato h na amostra é dada por

$$\pi_{ijh} = 1 - 2\left(1 - \frac{1}{N_h}\right)^{n_h} + \left(1 - \frac{2}{N_h}\right)^{n_h}; \quad i, j = 1, \dots, N_h.$$

Convém observar que a única diferença, quando comparamos a expressão da probabilidade de inclusão no caso de estratificação π_{ih} com a probabilidade de inclusão π_i na amostragem aleatória simples, é que para cada estrato haverá uma probabilidade diferente de se selecionar as unidades, que variará de acordo com n_h e N_h . Analogamente, a probabilidade de inclusão da unidade i do estrato h na amostra caso tenham sido retiradas amostras por amostragem aleatória simples sem reposição de cada estrato é dada por

$$\pi_{ih} = \frac{n_h}{N_h},$$

sendo a probabilidade conjunta de inclusão da unidade i e j do estrato h na amostra dada por

$$\pi_{ijh} = \frac{n_h}{N_h} \frac{n_h - 1}{N_h - 1}; \quad i, j = 1, \dots, N_h \quad \text{e} \quad i \neq j.$$

2.2.3 Amostragem aleatória por conglomeração

No exemplo de Morton e Rolph (2000), o condado de Orange foi dividido em 418 setores censitários. A amostragem consistiu na seleção de alguns destes setores. Para cada setor selecionado, todos os moradores de rua encontrados faziam parte da amostra. Assim, a amostragem por conglomeração consiste na seleção aleatória de grupos, chamados de conglomerados. Diferente dos planos anteriores, onde a unidade amostral correspondia a um único elemento populacional, na amostragem de conglomerados a seleção corresponde a mais de um elemento da população. Essa unidade amostral, por exemplo, pode ser um setor censitário, muito comum nas pesquisas realizadas pelo IBGE, que já tem para cada região brasileira os setores censitários (conglomerados) definidos. Algumas vezes, pode acontecer desta seleção ser feita em mais de um estágio, por exemplo, primeiro selecionam-se setores censitários e, depois dentro de cada setor censitário, são selecionados domicílios. Neste caso, cada domicílio é também um conglomerado, exceto se as variáveis de interesse se

referirem ao domicílio, pois todos os indivíduos do domicílio pertencerão à amostra. Este último plano amostral é chamado de amostragem aleatória por conglomerados em dois estágios. O número de estágios pode ser maior que dois, embora não seja muito utilizado dada a complicação que a expressão dos estimadores de características populacionais e das precisões dos estimadores obtidos acabam tomando, à medida que o plano amostral torna-se mais e mais complexo. Outras vezes, existe a combinação de estratificação e conglomeração como no exemplo dos moradores de rua, onde primeiro a população foi estratificada e, dentro de cada estrato, foram selecionados conglomerados (setores censitários).

A amostragem por conglomeração tende a diminuir o custo por elemento, porém devido ao fato de que dentro de um mesmo conglomerado as unidades tendem a ter valores parecidos, existe entre as unidades de um mesmo conglomerado uma correlação que é chamada de *correlação intraclasse*.

Na amostragem por conglomerados pode ocorrer que a seleção das unidades amostrais no primeiro estágio ocorra por amostragem aleatória simples com reposição e, no segundo estágio sem reposição, ou outras combinações possíveis. Assim a probabilidade de inclusão da unidade i na amostra vai depender de como foram realizadas as seleções em cada estágio.

2.2.4 Amostragem com probabilidades desiguais

É utilizada quando as unidades de amostragem têm grandes variações de tamanho e ignorar estas variações pode resultar em desenhos ineficientes, ou ainda quando o tamanho está fortemente correlacionado com variáveis de interesse. A seleção das unidades pode ainda ocorrer com ou sem reposição. No exemplo de moradores de rua, poderíamos selecionar os setores censitários com equiprobabilidade dentro de cada estrato. Porém, como em alguns setores o número de moradores de rua era maior que em outros setores, atribuir diferentes probabilidades para cada

setor resulta em uma maior eficiência do desenho. Este é um exemplo de que variações no número de elementos por unidade amostral podem nos dar indicações que o uso de um esquema com probabilidades desiguais é necessário. Outro exemplo, seria querermos estimar o gasto total com salários em 2003 de um determinado setor de empresas, quando dispomos de uma variável auxiliar altamente correlacionada, por exemplo, gasto com salários por empresa em 2000. Com base nesta informação, cada empresa do setor receberia uma probabilidade de inclusão na amostra baseada nesta variável auxiliar, isto é, poderíamos dividir o gasto da empresa em 2000 pelo total do gasto das empresas no mesmo ano, de modo que empresas com maiores gastos contribuíssem com menor peso na estimação do total de interesse. Muitas vezes o uso de um esquema com probabilidades desiguais é utilizado combinado a estratificação ou conglomeração. Por exemplo, Botter et al. (2002), aplicaram um modelo de regressão logística para análise de dados obtidos por uma amostragem estratificada. Os dados foram coletados em crianças e adolescentes matriculados em escolas da cidade de Belo Horizonte, em 2000. Os estratos consistiram de escolas públicas e privadas. Em cada estrato foram selecionadas algumas escolas com probabilidade proporcional ao tamanho da escola. Dentro de cada escola, os alunos foram selecionados ao acaso e sem reposição. Observe que neste plano amostral há a combinação de estratificação com probabilidades desiguais de seleção das escolas e amostragem aleatória simples sem reposição de alunos dentro das escolas.

Os esquemas utilizados para atribuir as diferentes probabilidades de seleção são os chamados esquemas PPT que utilizam amostragem com probabilidade proporcional ao tamanho, embora seja mais comum o uso de estratificação com alocação desproporcional, que não está sendo tratado neste estudo. Estes esquemas usam o conhecimento de uma variável auxiliar x_i conhecida para todos os elementos da população, $i \in U, U = \{1, \dots, N\}$. Quando $x_i > 0, \forall i \in U$, podemos usar esta variável como uma medida de tamanho das unidades populacionais. No exemplo

de moradores de rua, se o número de moradores de rua por setor já houvesse sido calculado em outra oportunidade, este número seria a variável x_i que necessitamos para atribuímos as diferentes probabilidades. Se x (número de moradores de rua a dez anos atrás) for correlacionada com a variável de estudo y (número de moradores de rua hoje), então espera-se que haja um aumento de eficiência ao utilizar amostragem PPT em relação a AAS. Neste plano é necessário assumir que é possível selecionar amostras de acordo com um plano amostral tal que $\pi_i \propto x_i \quad \forall i = 1, \dots, N$ e $\pi_{ij} > 0 \quad \forall i \neq j \in U$, sendo que esta última expressão será útil para a estimação de variâncias. O uso de informação auxiliar em pesquisas amostrais foi discutido em Silva (1996).

Há ainda a possibilidade de que a amostragem PPT seja feita com reposição através do método dos totais cumulativos. O procedimento é acumular as medidas de tamanho na população através do cálculo de $X(k) = \sum_{i=1}^k x_i$, para $k = 1, \dots, N$, convencionando-se $X(0) = 0$. O próximo passo é determinar “intervalos de seleção” com base no tamanho de cada unidade. Assim o intervalo de seleção para a unidade i será dado por $(X(i-1); X(i)]$, sendo o limite superior incluído. A seguir, seleciona-se um número aleatório u com distribuição *uniforme* $[0, X(N)]$. Se $u \in (X(i-1); X(i)]$, então i deve ser incluído na amostra com probabilidade $\pi_i = 1 - (1 - \frac{X(i)-X(i-1)}{X(N)})^n$. O procedimento se repetirá até que o tamanho desejado da amostra seja alcançado.

Outro método de amostragem PPT, denominado amostragem PPT de Poisson é muito utilizado em pesquisas como “U.S. Bureau of the Census’s Annual Survey of Manufactures”, Ogus e Clark (1971), ou pesquisas como as que calculam o índice de preços ao consumidor realizadas na Suécia antes de 1989, Ohlsson (1990), e amostragem seqüencial de Poisson, utilizada para o cálculo do mesmo índice após 1990, podem ser encontrados em Ohlsson(1998).

Métodos de estimação

3.1 Introdução

Neste capítulo tratamos de métodos para a estimação dos parâmetros de um modelo de regressão no contexto de modelos de superpopulação. Antes, porém, vamos introduzir o conceito de população finita.

Uma população finita é aquela que conhecido o tamanho da população, que chamaremos de N , rotulamos os N elementos, de maneira única, com um número inteiro entre 1 e N , de modo que duas unidades distintas não possuam o mesmo rótulo. Deste modo, a população passa a ser denotada por $U = \{1, \dots, N\}$.

Ao elemento i , $i = 1, \dots, N$, da população associamos o valor de uma variável de interesse Y , que denotamos por y_i . Em muitas situações, associamos também a cada elemento os valores de outras variáveis que denotaremos por $X_1, \dots, X_r$. Em geral, estamos interessados em estimar funções das quantidades $y_1, \dots, y_N$, como, por exemplo, o total, a média ou a variância populacionais.

Existem duas abordagens para lidarmos com dados provenientes de populações finitas. Na amostragem clássica, selecionamos uma amostra de n elementos, $s = \{i_1, \dots, i_n\}$ e, conseqüentemente, de observações $y_1, \dots, y_n$, segundo um plano amostral $p(s)$ que norteará o processo de inferência. Esta abordagem está baseada exclusiva-

mente na distribuição de probabilidades criada pelo planejamento amostral, sendo que a única relação existente entre as unidades da amostra e as de fora dela é a existência de uma probabilidade positiva de que todas as observações pertençam à amostra.

A outra abordagem é a de modelos de superpopulação que assume que os valores desconhecidos $y_1, \dots, y_N$ são considerados N observações de variáveis aleatórias $Y_1, \dots, Y_N$, não necessariamente independentes com distribuição comum $f(y, \theta)$, onde $\theta \in \Theta$. A inferência é feita com base nesta distribuição f .

Algumas questões que surgem em cada abordagem foram discutidas em Pessoa e Silva (1998) e Chambers e Skinner (2003). Observe que a abordagem de modelos de superpopulação acaba tornando-se ineficiente do ponto de vista da análise de dados provenientes de planos amostrais complexos, pois não incorpora o plano amostral utilizado. O presente trabalho utilizará a modelagem de superpopulação como alicerce para a teoria que será apresentada, incorporando na análise inferencial o esquema amostral que foi adotado.

3.2 Estimação dos parâmetros de um modelo de superpopulação

Suponha uma população de N elementos $U = \{i_1, \dots, i_N\}$ onde $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)'$ é o vetor populacional de valores da variável de interesse em estudo Y . Assuma que Y é gerado de uma distribuição f , sendo que f é conhecida e pertence a uma classe $C = \{f\}$. Esta classe é chamada modelo de superpopulação. No que segue, não faremos distinção entre Y e y . Para referência, a teoria que descrevemos aqui pode ser encontrada com detalhes em Godambe e Thompson (1986), Jørgensen e Laboriau (1994) e Artes (1997).

Seja $\boldsymbol{\theta} \in \Theta \subset \mathbb{R}^p$ um parâmetro do modelo de superpopulação. Da teoria

de funções de estimação sabemos que uma função de estimação não viciada para $\boldsymbol{\theta}$ baseada na população finita $\mathbf{y}$ é uma função $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ tal que para todo $f \in C$

$$\xi_f\{\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})\} = \mathbf{0},$$

sendo que ξ_f denota a esperança sob f .

Definição 1 Definimos uma função de estimação $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) : \Omega \times \Theta \longrightarrow \Re^p$ como regular se satisfaz as seguintes condições para todo $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$:

- (i) A função é não viciada;
- (ii) A derivada parcial de $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ com respeito a $\boldsymbol{\theta}$ existe quase certamente para todo $\mathbf{y} \in \Omega$;
- (iii) É possível permutar o sinal de integração com o de diferenciação da seguinte forma: $\frac{\partial}{\partial \theta_i} \int_{\Omega} \mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) f(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) d\mathbf{y} = \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) f(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) d\mathbf{y}$;
- (iv) $\xi_f(g_i(\boldsymbol{\theta})g_j(\boldsymbol{\theta})) \in \Re$, com $i, j = 1, \dots, p$ e $V_{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\theta}) = \xi_f(\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{g}'(\boldsymbol{\theta}))$ é positiva definida;
- (v) $\xi_f(\frac{\partial}{\partial \theta_l} g_i(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial}{\partial \theta_k} g_j(\boldsymbol{\theta})) \in \Re$, com $l, k = 1, \dots, p$ e $S_g(\boldsymbol{\theta}) = \xi_f(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}))$ é não singular.

Seja $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ uma função de estimação regular. Define-se a informação de Godambe de $\boldsymbol{\theta}$ por

$$J_g(\boldsymbol{\theta}) = S'_g(\boldsymbol{\theta})V_g^{-1}(\boldsymbol{\theta})S_g(\boldsymbol{\theta}). \quad (3.1)$$

Uma função de estimação regular $\mathbf{g}^*(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ é denominada ótima (Godambe 1960), no caso uniparamétrico, se minimiza a quantidade

$$\xi_f\{g^2(y, \theta)\} / \left(\xi_f\left(\frac{\partial g(y, \theta)}{\partial \theta}\right) \right)^2, \quad (3.2)$$

entre todas as funções regulares g . Para o caso multiparamétrico, podemos entender este conceito com a introdução de alguma ordenação das matrizes de covariância assintótica propostas por Chandrasenkar e Kale (1984).

Se $C = \{f\}$ é um modelo de superpopulação tal que $y_1, \dots, y_N$ são independentes, então em muitos casos uma função $\mathbf{g}^*$ existe na forma $\mathbf{g}^* = \sum_{i=1}^N \{\phi_i(y_i, \boldsymbol{\theta})\}$, sendo que ϕ_i é uma função tal que $\xi_f \phi_i = \mathbf{0}$, para $i = 1, \dots, N$. Se $\mathbf{g}^*(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ é ótima então a equação $\mathbf{g}^*(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$ é chamada equação de estimação ótima e sua solução é um estimador ótimo para $\boldsymbol{\theta}$. No caso particular em que temos $\phi_i = \mathbf{u}_i$, sendo $\mathbf{u}_i$ o componente relativo a $\mathbf{y}_i$ da função escore calculada a partir de f , a função de estimação $\mathbf{g}^* = \sum_{i=1}^N \phi_i$ é ótima.

O teorema a seguir (Jørgensen e Laboriau, 1994) estabelece condições para a normalidade assintótica de estimadores obtidos de funções de estimação regulares.

Teorema 1 Seja $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ uma função de estimação regular. Seja $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ um estimador de $\boldsymbol{\theta}$ obtido de $\mathbf{g}$. Sob condições de regularidade temos:

$$\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}) \xrightarrow{D} N_p(\mathbf{0}, \bar{J}_g^{-1}),$$

em que

$$\bar{J}_g = \lim_{N \rightarrow \infty} S'_N(\boldsymbol{\theta}) V_N^{-1}(\boldsymbol{\theta}) S_N(\boldsymbol{\theta})$$

com

$$S_N(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta}), \quad S_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta}) = \xi_f \left(\frac{\partial \phi_i(y_i; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right),$$

e

$$V_N(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta}), \quad V_{\phi_i}(\boldsymbol{\theta}) = \xi_f(\phi_i(y_i; \boldsymbol{\theta}) \phi_i'(y_i; \boldsymbol{\theta})).$$

Em alguns casos onde não existe uma função de estimação ótima, podemos nos restringir a uma função linearmente ótima. Uma função de estimação $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ é dita linear em $\boldsymbol{\varphi}_1, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N$ se

$$\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^N A_i(\boldsymbol{\theta}) \{\boldsymbol{\varphi}_i(y_i, \boldsymbol{\theta})\}, \quad (3.3)$$

sendo $A_i(\boldsymbol{\theta})$ uma matriz não estocástica de posto completo e $\xi_f\{\boldsymbol{\varphi}_i(y_i, \boldsymbol{\theta})\} = \mathbf{0}$. Como cada $\boldsymbol{\varphi}_i$ tem média $\mathbf{0}$ temos que $\mathbf{g}$ satisfaz o critério de ser não viciada. A função de estimação regular $\mathbf{g}^* = \sum_{i=1}^N A_i^*(\boldsymbol{\theta}) \{\boldsymbol{\varphi}_i(y_i, \boldsymbol{\theta})\}$ é dita linearmente ótima (Crowder, 1987) quando:

$$A_i^*(\boldsymbol{\theta}) = \xi_f\{\partial \boldsymbol{\varphi}_i / \partial \boldsymbol{\theta}'\} Cov^{-1}\{\boldsymbol{\varphi}_i\}. \quad (3.4)$$

Podemos denotar o produto $A_i^*(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\varphi}_i(y_i, \boldsymbol{\theta})$ por $\boldsymbol{\phi}_i(y_i, \boldsymbol{\theta})$. Quando $\mathbf{g}^*$ é ótima ou linearmente ótima, nós consideraremos $\boldsymbol{\theta}_N$, obtido de $\sum_{i=1}^N \{\boldsymbol{\phi}_i(y_i, \boldsymbol{\theta}_N)\} = \mathbf{0}$, como o estimador do parâmetro do modelo de superpopulação $\boldsymbol{\theta}$ baseado em $\mathbf{Y}$ quando assumimos todos os componentes de $\mathbf{Y}$ conhecidos. Caso contrário, $\boldsymbol{\theta}_N$, é dito um parâmetro populacional.

Por exemplo, suponha que a classe C consiste de todas as distribuições f para as quais:

- (1) $y_1, \dots, y_N$ são independentes;
- (2) $\xi_f(y_i) = \theta$ para todo $i = 1, \dots, N$; e
- (3) $\xi_f(y_i - \theta)^2$ é independente de i .

Nestas condições, segue que $g^* = \sum_{i=1}^N \phi_i$, onde $\phi_i = y_i - \theta$ ($\varphi_i = y_i - \theta$ e $A_i^*(\theta) = 1$) é linearmente ótima. Assim, o estimador θ_N de θ baseado em Y é a média populacional

$$\theta_N = (\sum_{i=1}^N y_i) / N.$$

Seja agora $C = \{f\}$ um modelo de superpopulação tal que para cada $f \in C$, $y_1, \dots, y_N$ são independentes, $\xi_f(y_i) = \theta x_i$ e a variância de $y_i \propto \sigma_i^2$, onde σ_i^2

e x_i são conhecidos para $i = 1, \dots, N$. Podemos interpretar θ como o coeficiente de regressão de y por x sob f . A função de estimação linearmente ótima é dada por (3.3) com a_i^* obtido como em (3.4), ou seja, $\phi_i = (y_i - \theta x_i)x_i/\sigma_i^2$. Assim, o estimador

$$\theta_N = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i x_i / \sigma_i^2)}{\sum_{i=1}^N (x_i^2 / \sigma_i^2)}$$

é o estimador do parâmetro θ do modelo quando todos os Y na população são conhecidos.

3.3 Estimação simultânea dos parâmetros populacionais e dos parâmetros do modelo de superpopulação

Vamos considerar agora o caso em que o vetor populacional $\mathbf{Y}$ é desconhecido. Uma amostra s é então selecionada segundo um plano amostral $p(s)$. Os dados, quando a amostra s é selecionada e os correspondentes valores de $\mathbf{y}$ são observados, serão denotados por :

$$\chi_s = \{(i, y_i) : i \in s\}.$$

Seja $\boldsymbol{\theta}_N$ a solução de $\mathbf{g}^* = \mathbf{0}$ onde $\mathbf{g}^*$ é uma função de estimação ótima ou linearmente ótima de $\boldsymbol{\theta}$. Consideremos estimar $\boldsymbol{\theta}_N$ (ou $\boldsymbol{\theta}$) resolvendo equações da forma $\mathbf{h}(\chi_s, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$. Espera-se que a função $\mathbf{h}(\chi_s, \boldsymbol{\theta})$ seja não viciada em relação ao plano amostral, ou seja, que

$$E\{\mathbf{h}(\chi_s, \boldsymbol{\theta})\} = \sum_{i=1}^N \phi_i(y_i, \boldsymbol{\theta}) \quad (3.5)$$

para cada vetor $\mathbf{y}$ e $\boldsymbol{\theta}$, com E representando a esperança sob o plano $p(s)$. Se a probabilidade de inclusão da unidade i na amostra é dada por π_i , então a função

$$\mathbf{h}(\chi_s, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i \in s} \frac{\phi_i(y_i, \boldsymbol{\theta})}{\pi_i} \quad (3.6)$$

satisfaz (3.5).

A função $\mathbf{h}(\chi_s, \boldsymbol{\theta})$ será uma função de estimação regular se satisfizer as condições da Definição 1 substituindo o operador ξ_f por $\xi_f E$. Vale ressaltar que agora a informação de Godambe é dada por (3.1) considerando o operador $\xi_f E$.

Uma função de estimação regular h^* é denominada ótima, no caso uniparamétrico, se minimiza a quantidade

$$\xi_f E\{h^2(\chi_s, \theta)\} / \left(\xi_f E\left(\frac{\partial h(\chi_s, \theta)}{\partial \theta}\right) \right)^2, \quad (3.7)$$

entre todas as funções regulares h .

Teorema 2 Godambe e Thompson (1986). Suponha que sob o modelo de superpopulação, $\phi_i(y_i, \boldsymbol{\theta})$ são independentes e que $\xi_f\{\phi_i(y_i, \boldsymbol{\theta})\} = \mathbf{0}$ para todo $i = 1, \dots, N$. Considere funções de estimação $\mathbf{h}$ satisfazendo (3.5) para todo $\mathbf{y}$ e $\boldsymbol{\theta}$. Então a função de estimação regular ótima é dada por

$$\mathbf{h}^*(\chi_s, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i \in s} \frac{\phi_i(y_i, \boldsymbol{\theta})}{\pi_i}. \quad (3.8)$$

Teorema 3 Jørgensen e Laboriau (1994). Seja $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i \in s} \frac{\phi_i(y_i, \boldsymbol{\theta})}{\pi_i}$ uma função de estimação regular. Seja $\hat{\boldsymbol{\theta}}_s$ um estimador de $\boldsymbol{\theta}_N$ (ou de $\boldsymbol{\theta}$) obtido de $\mathbf{g}$. Sob condições de regularidade temos que $\hat{\boldsymbol{\theta}}_s$ converge em distribuição (para valores grandes de n) para uma distribuição normal com média $\boldsymbol{\theta}_N$ e variância $J_g^{-1}(\boldsymbol{\theta})$.

Consideremos, agora, o modelo de regressão linear simples $y_i = \beta x_i + \epsilon_i$ com variância σ^2 conhecida. Fazendo $\theta = \beta$, temos que $g^* = \sum_{i=1}^N \phi_i$ em que $\phi_i = x_i(y_i - \theta x_i)$ ($\varphi_i(y_i, \theta) = (y_i - \theta x_i)$ e $A_i^*(\theta) = x_i$), é a função de estimação linearmente ótima. Nesse caso, o estimador θ_N de θ é

$$\theta_N = \left(\sum_{i=1}^N x_i y_i \right) / \left(\sum_{i=1}^N x_i^2 \right).$$

Como θ_N s ´e calculável a menos que um censo seja realizado, temos que o estimador obtido da amostra s ´e dado por

$$\hat{\theta}_s = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i x_i / \pi_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i^2 / \pi_i)}.$$

A informao de Godambe de θ ´e dada por

$$J_g(\theta) = \frac{(\sum_{i \in U} x_i^2)^2}{\sigma^2 \sum_{i \in U} x_i^2 / \pi_i}.$$

Assim, o estimador da variância assintótica de $\hat{\theta}_s$ ´e dado por

$$\hat{V}(\hat{\theta}_s) = \frac{\hat{\sigma}_s^2 \sum_{i \in s} x_i^2 / \pi_i^2}{(\sum_{i \in s} x_i^2 / \pi_i)^2}$$

sendo

$$\hat{\sigma}_s^2 = \frac{\sum_{i \in s} (y_i - \hat{\theta}_s x_i)^2 / \pi_i}{\sum_{i \in s} 1 / \pi_i}.$$

Substituindo ϕ_i pelo componente $\mathbf{u}_i$ da funo escore associada a f e $1/\pi_i$ por w_i na equao (3.8) temos que o estimador de θ_N e, conseqüentemente de θ , obtido de

$$\sum_{i \in s} w_i \mathbf{u}_i(\theta) = \mathbf{0}, \quad (3.9)$$

´e denominado estimador de máxima pseudo-verossimilhança. O método da máxima pseudo-verossimilhança tem sido muito discutido em trabalhos como os de Silva (1996) ou Duarte (1999), por exemplo. A utilizao de pesos em análise de regressão também foi apresentada por Pfeiffermann (1993).

Vamos aplicar o procedimento de máxima pseudo-verossimilhança para o caso da regressão linear normal. Seja $\mathbf{Y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}$, o modelo de regressão que tem o objetivo de explicar os valores de uma variável de interesse Y , através da matriz de p variáveis explicativas X . Para cada observao i está associado um valor y_i e um vetor $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ip})'$. Suponha ainda, que os Y_i são independentes, de modo que

$$f(y_i | \mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})^2}{2\sigma^2}\right],$$

sendo $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_p)'$ um vetor de parâmetros e $\sigma^2 > 0$, ambos desconhecidos. A idéia é utilizar o procedimento de máxima pseudo-verossimilhança para a estimação de $\boldsymbol{\beta}$ e de σ^2 . As funções escores para $\boldsymbol{\beta}$ e σ^2 são dadas por: $\mathbf{u}_i\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2) = \frac{\partial \log[f]}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{x}_i(y_i - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})/\sigma^2 \propto \mathbf{x}_i(y_i - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})$ e $u_{i\sigma^2}(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2) = \frac{\partial \log[f]}{\partial \sigma^2} = [(y_i - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})^2 - \sigma^2]/\sigma^4 \propto (y_i - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})^2 - \sigma^2$. Se um censo foi realizado, o estimador ótimo de $\boldsymbol{\beta}$ é $\boldsymbol{\beta}_N = (\mathbf{x}_U'\mathbf{x}_U)^{-1}\mathbf{x}_U'\mathbf{y}_U$ e o de σ^2 é $\sigma_N^2 = N^{-1}(\mathbf{y}_U - \mathbf{x}_U'\boldsymbol{\beta}_N)'(\mathbf{y}_U - \mathbf{x}_U'\boldsymbol{\beta}_N)$, sendo o índice U apenas um indicador de que foram observados todos os elementos da população. No caso de termos uma amostra de tamanho n precisamos calcular os pesos w_i e encontrarmos as soluções das seguintes equações de máxima pseudo-verossimilhança:

$$\sum_{i \in s} w_i \mathbf{u}_i \boldsymbol{\beta}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_s, \hat{\sigma}_s^2) = \sum_{i \in s} w_i \mathbf{x}_i (y_i - \mathbf{x}_i' \hat{\boldsymbol{\beta}}_s) = \mathbf{0}$$

e

$$\sum_{i \in s} w_i u_{i\sigma^2}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_s, \hat{\sigma}_s^2) = \sum_{i \in s} w_i [(y_i - \mathbf{x}_i' \hat{\boldsymbol{\beta}}_s)^2 - \hat{\sigma}_s^2] = 0.$$

Neste caso, as equações acima levam às seguintes soluções:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_s = (\mathbf{x}_s' W_s \mathbf{x}_s)^{-1} \mathbf{x}_s' W_s \mathbf{y}_s$$

e

$$\hat{\sigma}_s^2 = (\mathbf{1}_s' W_s \mathbf{1}_s)^{-1} \mathbf{y}_s' [W_s - W_s \mathbf{x}_s (\mathbf{x}_s' W_s \mathbf{x}_s)^{-1} \mathbf{x}_s' W_s] \mathbf{y}_s,$$

sendo $W_s = \text{diag}(w_{i1}, \dots, w_{in})$, uma matriz diagonal $n \times n$ contendo os pesos dos elementos da amostra na diagonal principal e o índice s , um indicador de que o cálculo está sendo realizado com base na amostra.

A matriz de informação de Godambe de $\boldsymbol{\beta}$ é dada por

$$J_g(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{\sigma^2} (\mathbf{x}_U' \mathbf{x}_U) (\mathbf{x}_U' W_U \mathbf{x}_U)^{-1} (\mathbf{x}_U' \mathbf{x}_U),$$

sendo

$$\hat{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_s) = \hat{\sigma}_s^2 (\mathbf{x}_s' W_s \mathbf{x}_s)^{-1} (\mathbf{x}_s' W_s^2 \mathbf{x}_s) (\mathbf{x}_s' W_s \mathbf{x}_s)^{-1}$$

um estimador da matriz de covariância assintótica de $\hat{\boldsymbol{\beta}}_s$.

O método de máxima pseudo-verossimilhança pode ser aplicado a várias classes de modelos de regressão desde que se conheça o componente $\mathbf{u}_i(\boldsymbol{\theta})$ da função escore calculada a partir de f .

Uma alternativa para obter aproximações para a variância de estimadores obtidos a partir de (3.9) é o método de linearização de Taylor. Este método consiste em obter aproximações lineares para os estimadores de interesse por meio de expansões em série de Taylor, até primeira ordem, e a variância é obtida a partir da expansão encontrada para o estimador. Esse método está implementado na maioria dos programas que tratam da análise de dados provenientes de planos amostrais complexos, como foi discutido por Souza e Silva (2000) e Vieira (2001).

Em particular, para o modelo de regressão linear, Nascimento Silva (1996) apresenta uma expressão para a variância assintótica de $\hat{\beta}_s$ dada por:

$$V(\hat{\beta}_s) = (\mathbf{x}'_U \mathbf{x}_U)^{-1} V_p \left(\sum_{i \in s} w_i \mathbf{x}_i \mathbf{e}_i \right) (\mathbf{x}'_U \mathbf{x}_U)^{-1},$$

sendo

$$V_p \left(\sum_{i \in s} w_i \mathbf{x}_i \mathbf{e}_i \right) = \sum_{i \in U} \sum_{j \in U} \frac{\pi_{ij} - \pi_i \pi_j}{\pi_i \pi_j} \mathbf{e}_i \mathbf{x}_i \mathbf{x}'_j \mathbf{e}_j$$

e $\mathbf{e}_i = y_i - \mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}_N$ o vetor de resíduos.

O estimador de $V(\hat{\beta}_s)$ assume a forma

$$\hat{V}(\hat{\beta}_s) = (\mathbf{x}'_s W_s \mathbf{x}_s)^{-1} \hat{V}_p \left(\sum_{i \in s} w_i \mathbf{x}_i \hat{\mathbf{e}}_i \right) (\mathbf{x}'_s W_s \mathbf{x}_s)^{-1}$$

com

$$\hat{V}_p \left(\sum_{i \in s} w_i \mathbf{x}_i \hat{\mathbf{e}}_i \right) = \sum_{i \in s} \sum_{j \in s} (\pi_i^{-1} \pi_j^{-1} - \pi_{ij}^{-1}) \hat{\mathbf{e}}_i \mathbf{x}_i \mathbf{x}'_j \hat{\mathbf{e}}_j$$

e $\hat{\mathbf{e}}_i = y_i - \mathbf{x}'_i \hat{\beta}_s$.

Utilizaremos o programa SUDAAN e a linguagem R no Capítulo 6 para a análise de alguns conjuntos de dados. No caso da linguagem R, esta é a única opção para a estimação de variâncias. Já o SUDAAN, oferece, também, a opção de estimar

a variância pelo método do conglomerado primário (Pessoa e Silva, 1998). O estimador de variância obtido por meio da matriz de informação de Godambe não está implementado em nenhum dos dois pacotes.

3.4 Testes de hipóteses

Do mesmo modo que o método de estimação dos parâmetros sofre adaptações para garantir que o plano amostral seja incorporado na análise, muitas vezes, é natural tentarmos adaptar os testes de hipóteses usuais como foi feito na derivação de estimadores de máxima pseudo-verossimilhança. Nesta situação, é usual utilizarmos testes baseados na estatística de Wald, que mede a distância entre o estimador pontual e o valor hipotético do parâmetro numa métrica definida pela matriz de covariância do estimador. Com esta estatística, pesos e planos amostrais podem ser incorporados facilmente. Vamos apresentar esta estatística como foi apresentada em Pessoa e Nascimento e Silva (1998) e Chambers e Skinner (2003).

Em regressão, é comum estarmos interessados em testar a seguinte hipótese $H_0 : C\boldsymbol{\beta} = \mathbf{c}$, sendo C uma matriz $r \times p$ de posto completo, $\boldsymbol{\beta}$ o vetor de parâmetros de interesse $p \times 1$ e $\mathbf{c}$ um vetor $r \times 1$.

A estatística de Wald para testar a hipótese nula H_0 é definida por

$$\chi_W^2 = [C\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{c}]'(C\hat{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}})C')^{-1}[C\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{c}],$$

onde o estimador $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é obtido pelo método de máxima pseudo-verossimilhança, discutido na Seção 3.3 e $\hat{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ é um estimador da variância de $\boldsymbol{\beta}$ obtido por algum dos métodos discutidos na Seção 3.3. Sob H_0 , a estatística χ_W^2 tem distribuição assintótica qui-quadrado com r graus de liberdade ($\chi_W^2(r)$), segundo Binder (1983).

Quando a variância é estimada pelo método do conglomerado primário, uma alternativa é aproximar χ_W^2/r pela distribuição F-Snedecor com r graus de liberdade

no numerador e v graus de liberdade no denominador, sendo que $v = m - H$ é o número de unidades primárias de amostragem menos o número de estratos considerados no plano amostral para a seleção das unidades primárias de amostragem.

Um dos inconvenientes dos testes de Wald é que eles não são invariantes a transformações não-lineares de $\boldsymbol{\theta}$, como foi descrito por Rao e Thomas em Chambers e Skinner (2003). Além disso, temos que ajustar o modelo completo antes de testar H_0 , o que pode ser uma desvantagem se o modelo possuir vários parâmetros. Rao, Scott e Skinner (1998) propuseram testes quase-escore para circundar os problemas associados ao teste de Wald. Estes testes propostos são invariantes a transformações não-lineares de $\boldsymbol{\theta}$ e precisamos apenas ajustar o modelo mais simples, ou seja, sob H_0 , que representa um enorme ganho quando a dimensão de $\boldsymbol{\theta}$ é grande.

Seja $\mathbf{T}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{T}(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2) = \sum_{i \in s} w_i \mathbf{u}_i(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)$, sendo $\mathbf{u}_i(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)$ a função escore associada a f . Vamos particionar $\mathbf{T}(\boldsymbol{\beta})$ como $\mathbf{T}(\boldsymbol{\beta}) = (\mathbf{T}_1(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2), \mathbf{T}_2(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2))'$ sendo $\mathbf{T}_1(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2) = \sum_{i \in s} w_i \mathbf{u}_{i\boldsymbol{\beta}_1}(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)$ e $\mathbf{T}_2(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2) = \sum_{i \in s} w_i \mathbf{u}_{i\boldsymbol{\beta}_2}(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2)$ com $\mathbf{u}_{i\boldsymbol{\beta}_1}(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2) = \frac{\partial \log[f]}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}$ e $\mathbf{u}_{i\boldsymbol{\beta}_2}(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2) = \frac{\partial \log[f]}{\partial \boldsymbol{\beta}_2}$. Vamos definir o escore de máxima pseudo verossimilhança $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\boldsymbol{\beta}}_1, \hat{\boldsymbol{\beta}}_2)$ como sendo a solução de $\mathbf{T}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{0}$ e o estimador de máxima pseudo verossimilhança de $\boldsymbol{\beta}$ sob H_0 como $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1, \mathbf{0})$ em que $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1$ é a solução de $\mathbf{T}_1(\boldsymbol{\beta}_1, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$. Definimos também $\tilde{\mathbf{T}}_2 = \mathbf{T}_2(\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1, \mathbf{0})$. O teste quase-escore para testar $H_0 : \boldsymbol{\beta}_2 = \mathbf{0}$ baseia-se na estatística:

$$\chi_{QS}^2 = \tilde{\mathbf{T}}_2' [\tilde{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_2)]^{-1} \tilde{\mathbf{T}}_2,$$

sendo $\tilde{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_2)$ um estimador da matriz de covariâncias de $\boldsymbol{\beta}_2$ avaliado em $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$.

A estatística $z = \hat{\beta}_i / \hat{V}(\hat{\beta}_i)^{1/2}$ $i = 1, \dots, p$, é utilizada para verificar a significância marginal de um coeficiente de regressão e é obtida substituindo as estimativas do coeficiente de regressão e de sua variância que aparecem na expressão da estatística do teste pelos valores obtidos considerando o plano amostral utilizado. Esta estatística tem distribuição assintótica $N(0, 1)$.

3.5 Seleção de modelos

Na análise de regressão clássica, existem diversos procedimentos para seleção de modelos. Neter et al (1996) apresentam os métodos de seleção mais conhecidos, tais como: maior R_p^2 , menor s_p^2 , “forward”, “backward”, “stepwise”. Os pacotes e linguagens computacionais que analisam dados provenientes de planos amostrais complexos ainda não têm implementado rotinas para seleção de modelos. No Capítulo 6 deste trabalho, adaptamos os métodos “forward” e “backward ” da regressão clássica, utilizando a estatística de Wald. Há ainda o método do R^2 corrigido por pesos que seria um outro critério para a exclusão ordenada de efeitos, segundo Shah et al (1993).

Efeito do plano amostral

Neste capítulo, vamos tratar de uma medida proposta por Kish (1965) para avaliar o efeito de um plano amostral (EPA) sobre a variância de um estimador $\hat{\theta}$. Chamamos de $\hat{\theta}$ o estimador obtido de um plano amostral qualquer e $\hat{\theta}_{AAS}$ o estimador obtido por amostragem aleatória simples. O objetivo do EPA de Kish é comparar planos amostrais alternativos ANTES de selecionar a amostra. Seja $V_{VERD}(\hat{\theta})$ a variância do estimador $\hat{\theta}$ induzida pelo plano amostral verdadeiramente utilizado e $V_{AAS}(\hat{\theta}_{AAS})$ a variância do estimador $\hat{\theta}_{AAS}$ induzida pelo plano de amostragem aleatória simples. O EPA_{Kish} é dado por

$$EPA_{Kish}(\hat{\theta}) = \frac{V_{VERD}(\hat{\theta})}{V_{AAS}(\hat{\theta}_{AAS})}. \quad (4.1)$$

A grande vantagem da utilização do EPA de Kish é que ele serve para comparar estratégias amostrais (combinações de plano amostral + estimador) ANTES de selecionar a amostra da pesquisa. A grande desvantagem da utilização do EPA de Kish é que ele não serve para uso analítico dos dados, já que para o uso analítico precisamos de uma amostra já selecionada.

Devido às desvantagens desta medida, Skinner, Holt e Smith (1989) propuseram o Efeito de Plano Amostral Ampliado. A idéia é propor uma medida que avalie se o afastamento entre o estimador usual de variância e a variância verdadeira é grande ou pequeno. A expressão deste EPA é dada por

$$EPA(\hat{\theta}, \nu_0) = \frac{V_{VERD}(\hat{\theta})}{E_{VERD}(\nu_0)}, \quad (4.2)$$

sendo $\nu_0 = \hat{V}_{AAS}(\hat{\theta}_{AAS})$ um estimador consistente de $V_{AAS}(\hat{\theta}_{AAS})$.

A interpretação deste EPA é que o $EPA(\hat{\theta}, \nu_0)$ mede a tendência de ν_0 a subestimar ou superestimar $V_{VERD}(\hat{\theta})$. Quanto mais afastado de 1 for o valor de $EPA(\hat{\theta}, \nu_0)$, mais incorreto se torna ignorar o plano amostral.

Alguns pontos importantes que devem ser destacados é que ignorar conglomeração em ν_0 pode inflacionar o EPA e que ignorar estratificação em ν_0 pode reduzir o EPA. Além disso, combinações de esquemas amostrais produzem efeitos difíceis de previsão. Uma recomendação que se faz é ao menos estimar o EPA antes de concluir a análise padrão.

4.1 Exemplo do cálculo do EPA

O exemplo considerado foi retirado de Skinner, Holt e Smith(1989). Considere uma população formada por conglomerados de tamanho 2, isto é, pares de unidades. Exemplos de populações com essa estrutura incluem casais, gêmeos, observações emparelhadas (antes e depois) da aplicação de um tratamento, etc. Seja y uma variável de pesquisa tal que

$$E_M(y) = \theta, \quad V_M(y) = \sigma^2 \quad e \quad CORR_M(y_1, y_2) = \rho.$$

A esperança, variância e correlação da variável aleatória y se referem a propriedades de um modelo M especificado através das equações acima, e que supõe ainda que as observações de pares distintos são independentes. Suponha que um par é escolhido ao acaso da população e os valores (y_1, y_2) da variável de pesquisa y são observados para os indivíduos nesse par, com o objetivo de fazer inferência sobre θ .

Neste exemplo o interesse é examinar o efeito de ignorar a estrutura conglomerada da população na análise dos dados. Portanto, vamos considerar o procedimento de inferência usual para θ supondo que as observações da amostra foram selecionadas por AAS. Um estimador não viciado para θ é dado por

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}_{AAS} = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

A variância de $\hat{\theta}$ é dada por

$$V_{AAS}(\hat{\theta}) = \frac{\sigma^2}{2}$$

e um estimador não viciado dessa variância é dado por

$$\hat{V}_{AAS}(\hat{\theta}) = \frac{(y_1 - y_2)^2}{4} = v_0.$$

Analisando o modelo sob o plano amostral conglomerado o estimador $\hat{\theta} = \frac{y_1 + y_2}{2}$ é também não viciado para θ . No entanto, sua variância é dada por

$$V_{VERD}(\hat{\theta}) = \frac{\sigma^2(1 + \rho)}{2},$$

pois $V_{VERD}((y_1 + y_2)/2) = \frac{1}{4}(V_M(y_1) + V_M(y_2) + 2Cov_M(y_1, y_2)) = \frac{1}{4}(2\sigma^2 + 2\sigma^2\rho) = \frac{\sigma^2}{2}(1 + \rho)$.

Sob o plano conglomerado, o valor esperado do estimador simples da variância é dado por

$$E_{VERD}(\nu_0) = \frac{\sigma^2(1 - \rho)}{2},$$

pois $\frac{1}{4}E_M(y_1 - y_2)^2 = \frac{1}{4}V_M(y_1 - y_2) = \frac{1}{4}(V_M(y_1) + V_M(y_2) - 2Cov_M(y_1, y_2)) = \frac{1}{4}(2\sigma^2 - 2\sigma^2\rho) = \frac{\sigma^2}{2}(1 - \rho)$.

O cálculo dos EPA's nos mostra que

$$EPA_{Kish}(\hat{\theta}) = \frac{\frac{\sigma^2(1+\rho)}{2}}{\frac{\sigma^2}{2}} = 1 + \rho \quad e \quad (4.3)$$

$$EPA(\hat{\theta}, \nu_0) = \frac{\frac{\sigma^2(1+\rho)}{2}}{\frac{\sigma^2(1-\rho)}{2}} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}, \quad (4.4)$$

portanto, o efeito da especificação incorreta do modelo (ou do plano amostral) pode ser severo, em alguns casos. Neste exemplo, pode-se perceber que o valor do EPA de Kish é menor que o valor do EPA ampliado. Além disso, o impacto de usar o estimador de variância supondo que as observações foram selecionadas por AAS cresce com ρ . Podemos, ainda, fazer as seguintes comparações:

- (i) O EPA de Kish mede o efeito de plano amostral sobre a variância de um estimador. A idéia é comparar a precisão do estimador sob planos amostrais alternativos (geralmente um plano “complexo” versus AAS) ; e
- (ii) O EPA ampliado mede o efeito de ignorar o plano amostral no estimador da variância usado para medir a precisão do estimador, após selecionada a amostra.

Uso do computador na incorporação do esquema amostral

Neste capítulo pretendemos mostrar como utilizar algum pacote computacional ou linguagem de programação que traz consigo rotinas especiais para a incorporação do esquema amostral na análise de dados. Foram estudados o pacote SUDAAN e a biblioteca de análise de dados amostrais complexos “ADAC” que foi programada em linguagem R. Para tanto, utilizamos o manual do SUDAAN (Research Triangle Institute - 2001), o manual da biblioteca ADAC, disponível em seu “Help” e notas de aula do curso de análise de dados amostrais da Escola Nacional de Ciências Estatísticas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - 2003. A linguagem R possui algumas limitações, pois utiliza bastante memória e algumas rotinas da biblioteca ADAC não estão otimizadas, embora o uso do ambiente R possua a vantagem de ser gratuito. Já o SUDAAN, possui a vantagem de ser rápido, portátil e aceitar operações de grande porte. Ambos possuem vantagens e desvantagens que serão apresentadas ao longo do capítulo.

5.1 O pacote SUDAAN

A versão 8.0.1 do *SUDAAN* (SURvey DATA ANalysis) está disponível para ambientes WINDOWS, MVS e UNIX. É um pacote que consiste de uma família de procedimentos usados para a análise de dados provenientes de pesquisas amostrais complexas, ou outros estudos experimentais ou observacionais que envolvam dados correlacionados.

Sua grande vantagem é a possibilidade de realizar operações de grande porte, além de suportar arquivos com formato SAS, SPSS e ASCII. Existe ainda uma versão que está integrada à versão 8.1 do SAS (Versão *SAS-callable*). Outra vantagem é que as instruções dadas ao programa podem ser salvas para seu uso posterior. Está estruturado em procedimentos. Foi programado para ser usado como o SAS, no que se refere a chamada dos procedimentos.

Suas principais desvantagens são: não possuir facilidades para a construção de gráficos, uma “Ajuda” muito resumida e saídas não tão fáceis de serem utilizadas. Uma idéia seria salvá-las como texto, por exemplo, para que possam ser utilizadas posteriormente.

5.1.1 Fundamentos básicos

Os principais procedimentos são:

Medidas Descritivas

- (i) DESCRIPT permite estimar médias, totais, proporções, percentis etc;
- (ii) RATIO estima razões; e
- (iii) CROSSTAB usado para a construção de tabelas de contingência e análise de variáveis categorizadas.

Modelagem

- (i) REGRESS é usado para análise de regressão linear simples ou múltipla e/ou regressão linear em dados com medidas repetidas;
- (ii) LOGISTIC é usado para ajustar modelos de regressão logística;
- (iii) SURVIVAL é usado para o ajuste de modelos discretos ou contínuos de riscos proporcionais;
- (iv) MULTILOG para modelos de regressão multinomial logística; e
- (v) LOGLINK é usado no ajuste de modelos de regressão para dados de contagem com ligação log-linear.

O SUDAAN não diferencia letras maiúsculas de letras minúsculas e os espaços entre os comandos não são necessários. Entre palavras, mais de um espaço é considerado um apenas. Há ainda a possibilidade de se colocar dois ou mais comandos na mesma linha, ou continuar um comando em várias linhas. Os comandos no SUDAAN devem começar com o nome do comando e terminar com um ponto e vírgula. Existem caracteres que são considerados símbolos especiais para o SUDAAN, por exemplo:

; usado para terminar comandos;

/ usada para separar o comando de suas opções;

. separador de extensões nos nomes dos arquivos;

= usado para dar valor a parâmetros dos comandos;

— usado para abreviar listas de variáveis. Exemplo: $x_1 - x_n$, representa $x_1, \dots, x_n$;

-- usado para abreviar listas de variáveis que não possuem o mesmo nome.

Exemplo: $z_1 - x_n$, representa as variáveis que vão de z_1 até x_n na ordem em que aparecem no arquivo de dados;

* usado para indicar cruzamento de variáveis em tabelas ou efeitos de interação;

“ ” usadas em texto de rótulos ou nomes de arquivos;

() usados para agrupar nomes de variáveis num comando TABLE ou MODEL. Por exemplo, “table idade*(sexo raça)” fornecerá duas tabelas de dupla entrada: uma de idade versus sexo e outra de idade versus raça. Ou ainda “model renda = idade sexo instrução idade*(sexo instrução)” é equivalente a “model renda = idade sexo instrução idade*sexo idade*instrução”.

Além disso, alguns caracteres serão utilizados neste texto com significados especiais:

- | operador lógico usado para indicar possíveis opções de um determinado comando;
- < > descrição das opções de um comando; e
- [] indica um comando opcional.

Além disso, textos estão limitados a 254 caracteres quando forem utilizados dentro dos comandos TITLE, FOOTNOTE ou como rótulo de variável no comando PRINT. Para construirmos comentários colocamos o texto do comentário entre / * */.

5.1.2 Estrutura de um programa

Os programas do SUDAAN apresentam a seguinte estrutura básica:

```
PROC DESCRIPT DATA = <nome do arquivo>
FILETYPE=<SAS>|<SPSS>|<ASCII>
DESIGN=<WR>|<SRS>|<WOR>|<UNEQWOR>|
      <STRWR>|<STRWOR>;
NEST <variáveis de estratificação>
    <variáveis de conglomeração>;
WEIGHT    <peso>;
SUBPOPEN <filtro>;
SUBGROUP <nomes das variáveis categorizadas>;
```

```
LEVELS <número de níveis das variáveis definidas no SUBGROUP>;  
VAR <variáveis de análise>;  
TABLES <cruzamentos>;  
OUTPUT <estatísticas> / <opções>;  
PRINT <estatísticas> / <opções>;
```

Em geral, nem todos estes comandos aparecem num procedimento. Existem procedimentos que exigem comandos específicos. Na versão SAS-callable, os procedimentos rodam dentro do ambiente de trabalho do SAS e, portanto, é imprescindível o uso do comando RUN no final do procedimento. O comando SUBPOPN é utilizado quando queremos identificar um subgrupo de registros para a análise. Por exemplo, “subpopn raça=2 & sexo=2” filtrará o conjunto de dados e fará análises apenas para o subgrupo correspondente a raça 2 e sexo 2. Do mesmo modo, quando existem variáveis categorizadas estas devem ser especificadas no comando SUBGROUP e seus respectivos níveis no comando LEVELS. Observe que estes dois comandos podem não existir se não houverem variáveis categorizadas. Exemplo:

```
SUBGROUP sexo raça;  
LEVELS 2 4;
```

As opções de esquema amostral são fornecidas no comando DESIGN. As opções SRS, STRWR e STRWOR são utilizadas para amostragem em um único estágio. Por outro lado, as opções WR, WOR e UNEQWOR são usadas em amostragem em mais de um estágio.

O uso da opção *SRS* não requer nenhum outro comando de esquema amostral, pois considera a amostra aleatória simples. Portanto, seu uso implica:

- (i) um esquema amostral em um único estágio (sem conglomeração ou estratificação);

- (ii) amostragem aleatória simples; e
- (iii) que pequenas frações amostrais foram usadas, ou seja, não são necessárias correções para população finita.

O uso da opção *STRWR* requer o uso dos comandos *WEIGHT*, *NEST*. Seu uso implica:

- (i) que há um único estágio (sem conglomeração);
- (ii) amostragem estratificada aleatória com reposição (ou amostragem estratificada aleatória sem reposição, mas pequenas frações amostrais foram selecionadas dentro de cada estrato); e
- (iii) probabilidades de seleção iguais ou desiguais dentro de cada estrato.

O uso da opção *STRWOR* requer o uso dos comandos *WEIGHT*, *NEST* e *TOTCNT*. Sua utilização implica:

- (i) um único estágio de amostragem (sem conglomeração);
- (ii) amostragem estratificada aleatória sem reposição (ou que frações amostrais não desprezíveis foram usadas em pelo menos um estrato); e
- (iii) probabilidades de seleção iguais ou desiguais dentro de cada estrato.

O uso da opção *WR* requer o uso dos comandos *WEIGHT*, *NEST*. Seu uso implica:

- (i) amostragem com reposição no primeiro estágio (ou amostragem sem reposição, mas com pequenas frações amostrais usadas no primeiro estágio);
- (ii) que há amostragem com ou sem reposição em cada estágio subsequente; e
- (iii) probabilidades de seleção iguais ou desiguais em todos os estágios.

O uso da opção *WOR* requer o uso dos comandos *WEIGHT*, *NEST* e *TOTCNT*. Seu uso implica:

- (i) amostragem aleatória simples sem reposição no primeiro estágio (ou que grandes frações amostrais foram usadas no primeiro estágio);
- (ii) amostragem com ou sem reposição em cada estágio subsequente; e
- (iii) amostragem com probabilidades de seleção iguais ou desiguais em todos os estágios.

Por último, o uso da opção *UNEQWOR* requer o uso dos comandos *WEIGHT*, *NEST* e *TOTCNT* e *JOINTPROB* implicando em:

- (i) amostragem sem reposição com probabilidades desiguais de seleção no primeiro estágio; e
- (ii) amostragem com probabilidades de seleção iguais em estágios subsequentes, com ou sem reposição.

A fração amostral à qual nos referimos acima é encontrada contando-se o número de unidades primárias de amostragem (UPA's) e dividindo-se pelo total de unidades primárias no estrato será considerada pequena quando for no máximo igual a dez por cento. Nas opções *STRWOR*, *WOR* e *UNEQWOR* é necessário que seja informado o número de unidades primárias de amostragem em cada estágio de amostragem através do comando *TOTCNT*. As opções *STRWOR* e *STRWR* necessitam que sejam informadas as variáveis de estratificação no comando *NEST*. Já as opções *WR*, *WOR* e *UNEQWOR* necessitam que sejam informadas as variáveis de estratificação e/ou conglomeração no comando *NEST*. A opção *UNEQWOR* também necessita que sejam informadas as probabilidades de inclusão simples e conjuntas para cada unidade primária de amostragem no primeiro estágio de amostragem através

do comando *JOINTPROB*. Com exceção da opção *SRS*, o comando *WEIGHT* deve ser sempre informado, pois ele traz os pesos de cada observação com base na probabilidade de inclusão de cada unidade na amostra.

A Figura 5.1 pode ser útil para facilitar a escolha da opção de esquema amostral entre as seis principais que estão disponíveis no SUDAAN.

Figura 5.1: Seleção do plano amostral

No Brasil temos vários exemplos de pesquisas em que a opção *WR* é necessária. São elas: a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio (PNAD), a Pesquisa de Padrões de Vida (PPV), etc. Vamos dar alguns exemplos que foram adaptados de Research Triangle Institute (2001). No primeiro exemplo, vamos considerar que uma amostragem em mais de um estágio e sem reposição (*WOR*) foi realizada, de modo que uma população foi estratificada por regiões e de cada região foram selecionados alguns estados. De cada estado foram selecionados domicílios e, por fim, dos domicílios foram selecionadas pessoas. Neste caso, devemos especificar as variáveis de estratificação e as unidades de amostragem em cada estágio da amostragem sem reposição. Por exemplo, se as variáveis *REGIAO*, *ESTADO* e *DOM* identificam estratificação, unidades primárias de amostragem (estados), e domicílios selecionados,

nesta ordem, então, devemos informar o SUDAAN da seguinte maneira:¹

```
DESIGN WOR;  
NEST REGIAO ESTADO DOM ;  
TOTCNT NREGIAO NESTADO NDOM;
```

sendo que NREGIAO, NESTADO e NDOM indicam, respectivamente, o número de estados da região, o número de domicílios do estado selecionado e o número de pessoas do domicílio selecionado. Neste exemplo o conjunto de dados deveria conter uma linha por pessoa selecionada. Este conjunto de dados deveria ser, por exemplo, igual ao apresentado na Tabela 5.1:

As onze primeiras colunas da Tabela 5.1 são indicadoras do plano amostral, nesta ordem: a primeira identifica a região, a segunda e a terceira identificam o estado, as oito colunas seguintes funcionam como uma numeração para os domicílios selecionados (poderiam ser vistas como uma única coluna). A décima segunda coluna traz o total de estados dentro de cada região, a próxima o total de domicílios dentro de cada estado e, por fim, a décima quarta o número de pessoas selecionadas por domicílio.

Um outro exemplo seria estratificar um estado brasileiro em regiões e de cada região selecionar uma amostra de escolas com reposição, seguida de uma amostra de estudantes dentro de cada escola selecionada. Deveríamos passar as seguintes informações para o SUDAAN:

```
DESIGN WR;  
NEST REGIAO ESCOLAS;
```

sendo que o arquivo de dados deveria conter em cada linha as informações referentes a cada estudante selecionado. Nestes dois exemplos fica claro que o estágio final de

¹Foi colocado “;” após DESIGN, pois estamos considerando que esta é a última opção utilizada no procedimento

Tabela 5.1: Fragmento de um conjunto de dados

Região	Estado	Domicílio										Totest	Totdom	Totpes
4	0	1	1	1	1	2	0	1	0	0		7	45	1
4	0	5	1	1	1	2	0	1	9	9		7	125	2
4	0	5	1	1	1	2	0	1	9	9		7	125	2
4	0	5	1	1	1	2	0	7	8	3		7	21	2
4	0	5	1	1	1	2	0	7	8	3		7	21	2
5	0	1	1	1	1	2	1	2	9	8		6	158	2
5	0	1	1	1	1	2	1	2	9	8		6	158	2
5	0	1	1	1	0	6	0	4	9	6		6	65	2
5	0	1	1	1	0	6	0	4	9	6		6	65	2
6	0	6	1	1	0	6	0	7	9	8		9	145	2
6	0	6	1	1	0	6	0	7	9	8		9	145	2
6	0	8	1	1	0	6	0	7	8	9		9	148	2
6	0	8	1	1	0	6	0	7	8	9		9	148	2

amostragem não necessita ser especificado no comando NEST.

Suponha que uma população foi estratificada por ESTADO e, por REGIAO dentro do ESTADO e, que uma amostra aleatória de ESCOLAS foi selecionada, ou seja, as duas primeiras variáveis são de estratificação e ESCOLAS é a unidade primária de amostragem. Neste caso informamos o SUDAAN da seguinte maneira:

```
DESIGN WR;
```

```
NEST ESTADO REGIAO ESCOLAS / PSULEV = 3;
```

Do exemplo acima, notamos que podemos dar algumas instruções ao SUDAAN por meio de algumas opções do comando NEST. São elas:

- (i) FRL indica o primeiro nível de aleatorização;
- (ii) MISSUNIT especifica que quando uma única unidade amostral é encontrada num estrato a contribuição de variabilidade desta unidade é estimada baseando-se na diferença entre o valor da unidade e a média de todos os valores da população;
- (iii) NOSORTCK pede para que o SUDAAN não cheque se o arquivo foi ordenado pelas variáveis indicadas no comando NEST;
- (iv) PSULEV especifica a posição da unidade primária de amostragem entre as variáveis especificadas no comando NEST; e
- (v) STRLEV especifica a posição da variável de estrato entre as variáveis especificadas no comando NEST.

Algumas relações podem ser estruturadas entre as opções PSULEV, FRL e STRLEV. Por exemplo, se todas são omitidas, o SUDAAN assume que a primeira variável do comando NEST é uma variável de estratificação e a segunda identifica as unidades primárias de amostragem. Caso especifiquemos STRLEV e omitamos as outras duas opções, o SUDAAN considera que a variável seguinte à especificada pela opção STRLEV é a variável que contém as unidades primárias de amostragem. Por fim, se for incluso FRL ou PSULEV e STRLEV for omitida, o SUDAAN assume que a variável que antecede a que foi especificada pela opção FRL ou PSULEV, é uma variável de estratificação. Estas opções estão disponíveis para os desenhos WR e STRWR e seu uso não faz sentido para os esquemas WOR, STRWOR e UNEQWOR.

Suponha que uma amostra de alunos foi selecionada, de uma população estratificada por salas de aula e sexo. Portanto, trata-se de uma amostragem estratificada em um estágio. Informamos o SUDAAN da seguinte maneira:

```
DESIGN STRWOR;  
NEST SALA SEXO;
```



```
TOTCNT _ZERO_ NALUNO;
```

O uso da palavra-chave `_ZERO_` no comando `TOTCNT` indica ao SUDAAN que a variável `NALUNO` é a contagem populacional de alunos dentro de cada sala por sexo, ou seja, o SUDAAN entende que `SALA` e `SEXO` são variáveis de estratificação que estão sendo combinadas.

Outra palavra-chave utilizada pelo SUDAAN é `_MINUS1_`, que indica amostragem com reposição. Quando utilizada, o SUDAAN entende que as unidades foram selecionadas com reposição naquele estágio e estágios subsequentes. Por exemplo, suponha que o desenho WOR foi utilizado, pois uma grande fração amostral de unidades primárias de amostragem foi selecionada sem reposição (setores censitários) dentro de pelos menos um estrato no primeiro estágio. Suponha que as frações amostrais de domicílios selecionadas dentro de cada setor foram pequenas. A informação `_MINUS1_` dentro do comando `TOTCNT` indica que os domicílios foram selecionados com reposição. Informamos o SUDAAN da seguinte maneira:

```
DESIGN WOR;  
NEST ESTRATO SETOR DOMICILIO;  
TOTCNT NSETOR _MINUS1_ _ZERO_;
```

Nos comandos `NEST` e `TOTCNT` deve ser especificado o mesmo número de variáveis.

5.1.3 Tratamento padrão dos dados

Os conjuntos de dados que são suportados pelo SUDAAN são aqueles com padrão SAS, SPSS e ASCII, de modo que o conjunto tenha uma forma retangular, ou seja, uma linha para cada unidade experimental. O conjunto de dados deve estar ordenado segundo as variáveis listadas no comando `NEST`.

Além disso, todas as variáveis categóricas envolvidas na análise devem ser listadas no comando *SUBGROUP*. Um ponto importante é que as variáveis devem ser todas do tipo numérico. Variáveis listadas no comando *SUBGROUP* precisam de uma codificação especial:

- (i) são válidos apenas códigos para as categorias que vão de $1, \dots, k$; e
- (ii) valores ≤ 0 ou $> k$ especificado, são tratados como “missing”.

Desse modo devemos fazer recodificações nos valores de algumas variáveis. Por exemplo, para recodificar valores 0 e 1 para valores 1 e 2 antes de utilizar o comando *SUBGROUP* precisamos fazer:²

```
RECODE  y = (0 1);  
/* se   y = 0   este passa a ser    1   */  
/* se   y = 1   este passa a ser    2.  */  
  
SUBGROUP  y;  
  
LEVELS    2;
```

se os valores originais de uma variável “y”, por exemplo, são 0, 1 ou 2, podemos recodificá-los fazendo:

```
RECODE  y = (0 1 2);  
/* se   y = 0           y = 1 */  
/* se   y = 1           y = 2 */  
/* se   y = 2           y = 3 */  
  
SUBGROUP  y;  
  
LEVELS    3;
```

²As explicações entre comentários */* */* foram colocadas para indicar o que o comando *RECODE* está realizando.

O comando `RECODE` pode ser usado em todos os procedimentos. Podemos ainda recodificar uma variável antes de utilizá-la como resposta em um modelo logístico. Note que, neste caso, é necessário o uso dos valores 1 indicando o sucesso e “0” que indicará o fracasso, por exemplo:

```
RECODE idade=b;  
  
/*idade contínua ou categórica*/  
  
/* se   idade < b   idade = 0 */  
  
/* se   idade >= b  idade = 1 */
```

ou ainda, categorizar uma variável contínua, ou reduzir o número de categorias:

```
RECODE x=(a1 a2 ... an);  
  
/* se   x < a1           x=1*/  
  
/* se   a1 <= x < a2     x=2*/  
  
/* se   a(n-1) <= x < an x=n*/
```

No comando *WEIGHT* o peso é o inverso da probabilidade de inclusão e deve ser fornecido no arquivo de dados.

5.1.4 Alguns exemplos de programas no SUDAAN

Os exemplos que apresentaremos aqui são estruturas de alguns procedimentos do SUDAAN, explicitando quais os comandos necessários para cada um deles.

(i) PROC RATIO

```
PROC RATIO  
  
DATA = <nome do arquivo>  
  
FILETYPE = <SAS>|<SPSS>|<ASCII>  
  
DESIGN = <WR>|<SRS>|<WOR>|<UNEQWOR>|
```

```

        <STRWR>|<STRWOR>;

NEST <variável de estratificação>
    <variáveis de conglomeração>;

WEIGHT    <peso>;

SUBPOPN <filtro>;

NUMER <variável no numerador>;

[ NUMCAT <categoria a ser analisada>; ]

DENOM < variável no denominador >;

[ DENCAT <categoria a ser analisada>; ]

/*Em uma mesma chamada da PROC, as variáveis no comando NUMER e
DENOM devem ser do mesmo tipo */

/*NUMCAT e DENCAT => variáveis
categóricas*/

SUBGROUP <nomes das variáveis categorizadas>;

LEVELS <número de níveis das variáveis
        definidas no SUBGROUP>;

TABLES <cruzamentos>;

OUTPUT <estatísticas> / <opções>;

PRINT <estatísticas> / <opções>;

```

(ii) PROC CROSSTAB

```

PROC CROSSTAB

DATA = <nome do arquivo>

FILETYPE = <SAS>|<SPSS>|<ASCII>

DESIGN = <<WR>|<SRS>|<WOR>|<UNEQWOR>|
        <STRWR>|<STRWOR>;

NEST <variável de estratificação>

```

```

        <variáveis de conglomeração>;
WEIGHT    <peso>;
SUBPOPN   <filtro>;
SUBGROUP   <domínios de análise>;
LEVELS    <número de níveis das variáveis
          definidas no SUBGROUP>;
TABLES    <cruzamentos>;
TEST      <testes>;
OUTPUT    <estatísticas> / <opções>;
PRINT     <estatísticas> / <opções>;

```

(iii) PROC REGRESS

```

PROC REGRESS
DATA = <nome do arquivo>
FILETYPE = <SAS>|<SPSS>|<ASCII>
DESIGN = <WR>|<SRS>|<WOR>|<UNEQWOR>|
        <STRWR>|<STRWOR>;
NEST <variável de estratificação>
    <variáveis de conglomeração>;
WEIGHT    <peso>;
MODEL    < var. resp. = var. exp. / [ noint ] >
SUBPOPN   <filtro>;
SUBGROUP   <variáveis categóricas no comando MODEL>;
LEVELS    <número de níveis das variáveis
          definidas no SUBGROUP>;
TEST      <testes>;
OUTPUT    <estatísticas> / <opções>;

```

```
PRINT <estatísticas> / <opções>;
```

(iv) PROC LOGISTIC

```
PROC LOGISTIC
DATA = <nome do arquivo>
FILETYPE = <SAS>|<SPSS>|<ASCII>
DESIGN = <WR>|<SRS>|<WOR>|<UNEQWOR>|
        <STRWR>|<STRWOR>;
NEST <variável de estratificação>
    <variáveis de conglomeração>;
WEIGHT    <peso>;
MODEL    < var. resp. = var. exp. / [ noint ] >;
SUBGROUP <variáveis categóricas no comando MODEL>;
LEVELS <número de níveis das variáveis
        definidas no SUBGROUP>;
SUBPOPN <filtro>;
TEST    <testes>;
OUTPUT <estatísticas> / <opções>;
PRINT <estatísticas> / <opções>;
```

No procedimento `RATIO` aparecem alguns comandos que ainda não havíamos exemplificado. `NUMER` indica a variável que estará no numerador da razão que pretendemos estimar. Do mesmo modo, `DENOM` indica a variável que irá para o denominador. Por exemplo, se quisermos estimar o número médio de mulheres por tipo de ensino superior e contamos com as variáveis `SEXO` (homem: `sexo=1`, mulher: `sexo=2`) e `ENSINO` (público: `ensino=1`, privado: `ensino=2`), devemos informar o SUDAAN da seguinte maneira, dentro de um procedimento `RATIO`:

```
NUMER SEXO;  
[ NUMCAT 2; ]  
DENOM ENSINO;
```

Os procedimentos REGRESS e LOGISTIC possuem o comando MODEL para que seja especificado o modelo que queremos ajustar aos dados e a opção NOINT que indica a inclusão ou não do intercepto. Há ainda o comando TEST para especificarmos quais os testes de hipótese que gostaríamos que o SUDAAN realizasse. O “default” deste comando é o teste F baseado na estatística qui-quadrado de Wald, vide Pessoa e Silva (1998).

No procedimento CROSSTAB o comando TEST é usado para especificar o cálculo dos testes de independência qui-quadrado (CHISQ), qui-quadrado log-linear (LLCHISQ) e Cochran-Mantel-Haenszel (CMH). No entanto, estes testes só serão realizados se todas as tabelas especificadas no comando TABLES tiverem pelo menos duas dimensões. Por exemplo, se quisermos testar a independência entre sexo e tipo de ensino utilizando o mesmo exemplo que utilizamos para o procedimento RATIO, teríamos que passar as seguintes informações para o SUDAAN dentro de um procedimento CROSSTAB:

```
TABLES SEXO*ENSINO;  
TEST CHISQ;
```

Alguns problemas da utilização da estatística qui-quadrado, quando temos dados provenientes de pesquisas amostrais com desenho amostral complexo foram discutidos em Pessoa e Silva (1998). Em qualquer um dos procedimentos, se estivermos usando a versão SAS-callable, os tipos de arquivos suportados por esta versão são SAS ou ASCII, além de que devemos acrescentar o comando `< RUN; >` no final de cada um deles. Em particular, o procedimento LOGISTIC deve ser utilizado com o nome RLOGIST, pois o SAS possui um procedimento de mesmo nome que trata

os dados como selecionados por AAS.

5.2 A biblioteca ADAC da linguagem R

O R é formado por oito bibliotecas básicas, os chamados “standard packages”. Outras bibliotecas podem ser incorporadas a ele, uma destas foi desenvolvida por Pessoa e Moreira (2002), ambos do Departamento de Metodologia do IBGE para a análise de dados obtidos de desenhos amostrais complexos. Batizada por ADAC, algumas de suas rotinas dependem da biblioteca MASS. Foi construída para rodar na versão 1.6.1 do R ou versões superiores. A estrutura do arquivo de dados é igual à do SUDAAN, aceitando bancos de dados separados apenas por vírgula, ponto e vírgula ou texto, que podem ser convertidos de qualquer outro programa com facilidade. Além disto, distingue letras maiúsculas das minúsculas. Uma vantagem é que é possível saber o que cada função está realizando, pois temos acesso a estrutura de cada uma delas. Outra vantagem é que existe a possibilidade de criarmos nossas próprias funções o que não é possível no SUDAAN. Possui facilidades gráficas que o SUDAAN não apresenta e, ainda, saídas mais fáceis de serem aproveitadas. A principal desvantagem é que não suporta conjuntos de dados muito grandes. Uma limitação do uso da ADAC é que ela só permite a análise de esquemas amostrais do tipo *WOR*, *STRWOR*, *WR* e *STRWR*, já definidos na Seção 5.1.2 para o SUDAAN. Outra limitação é que seu uso para modelagem está restrito à regressão linear múltipla e logística. Além disto, a distribuição da biblioteca ADAC ainda está restrita ao nível acadêmico brasileiro.

5.2.1 Principais funções da biblioteca ADAC

Listamos abaixo o que as principais funções que constituem a biblioteca ADAC realizam, bem como a sintaxe de cada uma delas:

- CHISQ realiza um teste de independência baseado na estatística qui-quadrado;
`CHISQ(dados,lin,col,peso,Est,Cong,des,N,M)`
- Crosstab estima freqüências, porcentagens das linhas e colunas numa tabela;
`Crosstab(dados,lin,col,peso,Est,Cong,des,N,M,tot=TRUE,
Pcol=FALSE,Plin=FALSE)`
- Logist ajusta modelos de regressão logística. Estima os coeficientes de uma regressão logística. Testa a hipótese $H : P = 0$, onde P é um vetor de coeficientes e H define as hipóteses de interesse;
`Logist(formula,data=list(),weights,family=binomial,na.action,
Est, Cong, des, N, M, H=T,method="glm.fit",...)`
- Ratio estima razões;
`Ratio(dados,den,num,peso,Est,Cong,dom,Des,N,M)`
- Regress ajusta modelos de regressão linear;
`Regress(formula,data=list(),weights,na.action, Est, Cong,
des, N, M, H=T,method="qr",qr=TRUE,...)`
- Total fornece o estimador de Horvitz-Thompson do total;
`Total(dados,Var,peso,Est,Cong,Des,N,M)`
- Total.grp fornece estimadores de totais para cada nível de uma variável categorizada;
`Total.grp(dados, Var, peso, Est, Cong, dom, Des, N, M)`

- WALDTEST calcula a estatística qui-quadrado de Wald, bem como a estatística F de Wald e F-ajustada;
`WALDTEST(Est, Cong, H, P, V, eps=1e-06)`
- `deff.tot` fornece uma estimativa do efeito do plano amostral;
`deff.tot(Y, w)`
- `quant.samp` é uma função que calcula quantis amostrais e seus intervalos de confiança;
`quant.samp(dados, Var, peso, Est, Cong, des, p, N, M)`
- `wor2.peso` calcula os pesos para amostragem WOR em 2 dois estágios;
`wor2.peso(dados, Est, Cong, N, M)`
- `wor2.var` calcula a matriz de covariância para amostragem WOR em dois estágios;
`wor2.var(Est, Cong, Z, N, M)`
- `wr2.peso` calcula os pesos para amostragem WR; e
`wr2.peso(dados, Est, Cong, Peso1, M)`
- `wr2.var` calcula a matriz de covariância para amostragem WR em dois estágios.
`wr2.var(Est, Cong, Z)`

Na maioria das funções aparecem os argumentos `Est`, `Cong`, `N` e `M`, que correspondem respectivamente, a entrada para a variável de estratificação, variável de conglomeração, total de unidades primárias de amostragem em cada estrato e total de unidades secundárias de amostragem.

Possui ainda dois arquivos de dados como exemplos:

- `dom32b` - Dados preliminares do Censo demográfico Brasileiro, 1991; e
- `ppv1` - Dados da Pesquisa sobre Padrões de Vida (PPV), vide Albieri e Bianchini (1997).

Os dados do arquivo `ppv1` correspondem a um estudo realizado em dois estágios. Trinta estratos foram formados e, no primeiro estágio, de cada um deles, setores da base geográfica do Censo Demográfico de 1991 foram selecionados com probabilidade proporcional ao tamanho do setor com reposição. No segundo estágio, foi realizada uma seleção aleatória de domicílios. A variável de estratificação foi chamada de `ESTRATOF` e a variável de conglomeração `NSETOR`. Assim como no `SUDAAN`, o segundo estágio não precisa ser informado ao R, desde que cada linha do arquivo corresponda a uma unidade experimental. Como pequenas frações amostrais foram selecionadas no primeiro estágio, foi utilizado o desenho `WR`.

Do indivíduo que respondeu o questionário no domicílio selecionado, foram coletadas algumas variáveis como, por exemplo, sexo, raça, peso e altura. Na verdade, foram selecionadas algumas outras variáveis, mas para exemplificar a utilização do comando *Logist* nos resumiremos a estas variáveis apenas. Um estudo mais detalhado deste conjunto de dados poderá ser visto no Capítulo 6. Por meio das variáveis peso e altura foram criadas as variáveis `IMC` (índice de massa corpórea) e `ID.IMC` (variável binária assumindo o valor 1, se o valor do `IMC` foi calculado, isto é, se o indivíduo forneceu os valores de peso e altura e 0, caso contrário). Se o objetivo fosse encontrar a relação existente entre a variável `ID.IMC` e as variáveis `sexo` e `raça`, deveríamos utilizar a função *Logist* da seguinte maneira:

```
Logist(ID.IMC~SEXO+RACA+SEXO*RACA,data=ppv1,
weights=arqpes$WFD.AJUS,family=binomial,na.action="na.omit",
Est="ESTRATOF",Cong="NSETOR",des="WR")
```

O primeiro argumento da função é a especificação do modelo, seguido do nome do objeto onde foi guardado o conjunto de dados, no caso `arqpes`; `weights` indica que a variável `WFD.Ajus` contém os pesos; o argumento `family=binomial` deve estar presente, indicando a distribuição utilizada e o argumento `na.action` serve para

eliminar as linhas onde existem “missings”. As variáveis ESTRATOF e NSETOR devem ser informadas nos argumentos “Est” e “Cong”, respectivamente e o argumento “des” indica o desenho amostral.

Como no SUDAAN, pode-se perceber que quando há dois estágios o último não precisa ser informado ao R, neste caso cada linha do arquivo de dados deve corresponder aos elementos amostrados no segundo estágio. No exemplo acima, cada linha é um indivíduo que pertencia a determinado domicílio amostrado.

Vamos dar um outro exemplo. Suponha que as escolas de uma população foram estratificadas por região e esta informação está armazenada na variável REGIAO. A variável ESCOLAS traz as unidades primárias de amostragem (escolas), que foram selecionadas dentro de cada região sem reposição. Por fim, alunos são selecionados sem reposição dentro de cada escola. Suponha ainda que foram colhidas informações do número total de escolas em cada região na variável NESCOLA e, ainda, foram registrados os totais de alunos por escola na variável NALUNO. Supondo que tenham sido colhidas em cada aluno uma variável resposta de interesse e algumas variáveis explicativas e que se tenha interesse em modelar estas variáveis com um modelo de regressão linear normal, precisamos utilizar a função REGRESS da seguinte maneira:

```
Regress(formula="Modelo de regressão",data="o nome do objeto onde  
foi armazenado o conjunto de dados",weights="variável com os  
pesos", Est="REGIAO", Cong="ESCOLAS", des="WOR", N="NESCOLA",  
M="NALUNO")
```

Aplicações

Neste capítulo aplicaremos os métodos clássicos de regressão e o método que incorpora o esquema amostral no processo de estimação dos parâmetros de modelos de regressão a conjuntos de dados reais por meio do pacote computacional SUDAAN e da linguagem R, avaliando o impacto de ignorar o plano amostral na análise dos dados. As três primeiras aplicações baseiam-se em exemplos do curso de análise de dados amostrais da Escola Nacional de Ciências Estatísticas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - 2003 e o último conjunto de dados foi fornecido pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas - USP.

6.1 Ajuste de um modelo de regressão linear normal

Os dados analisados nesta seção são provenientes de uma parte do Censo Experimental de Limeira, realizado em 1988, discutido em Costa (1990). O conjunto de dados contém informações obtidas de 706 questionários preenchidos pelos chefes de domicílios durante o censo. Estas informações referem-se à renda e outras características socioeconômicas. Cada linha (registro) do arquivo de dados corresponde às informações dadas pelo chefe do domicílio incluído na amostra pesquisada e outras

informações calculadas posteriormente que serão utilizadas na análise do conjunto de dados (por exemplo, veja um fragmento do arquivo de dados na Tabela 6.1). A Tabela 6.2 apresenta as variáveis disponíveis neste conjunto de dados. A amostra foi selecionada em duas etapas: seleção de 25 setores censitários com probabilidades proporcionais ao número de domicílios (PPT), e de aproximadamente 10% dos domicílios selecionados de cada um dos setores, segundo uma amostragem sistemática simples sem reposição.

Na Tabela 6.1 aparecem 2 dos 25 setores censitários selecionados na amostra. O setor 57 continha 274 dos 43.766 domicílios do município de Limeira. Assim, a probabilidade de inclusão do setor 57 no primeiro estágio de amostragem pode ser calculada da seguinte maneira: $\pi_{57(1^o)} = n \times (\text{Total de domicílios no setor 57}) / (\text{Total de domicílios em Limeira})$, sendo n o número de setores selecionados, ou seja:

$$\pi_{57(1^o)} = 25 \times \frac{NP}{DOMTOT} = 25 \times \frac{274}{43766} = 0,1565.$$

Como o peso é o inverso da probabilidade de inclusão do setor 57 na amostra, temos que o peso no primeiro estágio é dado por $\pi_{57(1^o)}^{-1} = 6,389$. No segundo estágio, o peso dos domicílios do setor 57 é o inverso da seguinte probabilidade: $\pi_{57(2^o)} = n_{57}/N_{57}$: o número de domicílios selecionados dividido pelo total de domicílios no setor 57:

$$\pi_{57(2^o)}^{-1} = \frac{274}{24} = 11,4167.$$

Deste modo, o peso final, ou seja, o peso de cada domicílio é o produto destes dois outros pesos já calculados: $\pi_{57(1^o)}^{-1} \times \pi_{57(2^o)}^{-1} = 6,389 \times 11,4167 = 72,94$.

Vamos ajustar um modelo de regressão linear para explicar o logaritmo da renda (variável LRENDA) em função do sexo (SEXO), idade (IDADE), anos de estudo (ESTUDO) e raça (RACA). O logaritmo da renda foi utilizado para normalizar a variável RENDA como mostram os gráficos da Figura 6.1, construídos com a ajuda do R, já que o SUDAAN não possui um ambiente gráfico que possa ser utilizado.

Tabela 6.1: Fragmento do conjunto de dados, com variáveis auxiliares para o cálculo dos pesos.

SETOR	DOMIC	NP	NA	PESO1	PESO	PESOF	DOMTOT
57	17	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	27	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	37	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	47	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	57	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	67	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	77	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	87	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	97	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	107	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	117	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	127	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	137	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	147	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	157	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	177	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	187	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	217	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	227	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	237	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	247	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	257	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	267	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
57	287	274	24	6,38919708	11,41666667	72,94333333	43766
84	4	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	14	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	34	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	44	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	54	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	64	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	74	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	84	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	104	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	144	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	154	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	164	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	184	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	194	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766
84	214	197	15	8,886497462	13,13333333	116,7093333	43766

Tabela 6.2: Descrição das variáveis

Variável	Código	Descrição
SETOR	Numérico	Número do setor
DOMIC	Numérico	Número do domicílio no setor
NP	Numérico	Número de domicílios no setor na população
NA	Numérico	Número de pessoas na amostra do setor
SEXO	1	Masculino
	2	Feminino
RAÇA	1	Pessoa de raça branca
	2	Pessoa de outras raças
ESTUDO	1	Até 4 anos completos de estudo
	2	De 5 a 8 anos completos de estudo
	3	Mais de 8 anos completos de estudo
IDADE	1	Até 25 anos completos de idade
	2	De 26 a 40 anos completos de idade
	3	De 41 a 60 anos completos de idade
	4	Mais de 60 anos de idade
RENDA	Numérico	Valor da renda mensal (em unidade monetária vigente na época do Censo de Limeira)
LRENDA	Numérico	Logaritmo do valor da renda mensal
PESO1	Numérico	Peso do setor (1o. estágio)
PESO	Numérico	Peso do domicílio no setor (2o. estágio)
PESOF	Numérico	Peso final do domicílio
DOMTOT	Numérico	Número total de domicílios no município

Figura 6.1: Box-plots do logaritmo da renda segundo as variáveis regressoras.

Para ajudar na escolha das interações de primeira ordem que deveriam ser incluídas no modelo foram construídos gráficos, também no R, de perfis de médias como mostra a Figura 6.2 e, descritivamente, podemos dizer que as interações de primeira ordem $IDADE*SEXO$, $IDADE*ESTUDO$, $ESTUDO*SEXO$ e $ESTUDO*RACA$ deveriam ser incluídas num primeiro modelo. O único problema é que nem nos box-plots, nem nos gráficos de perfis de médias foi considerado o peso atribuído a cada observação. Assim o primeiro modelo a ser ajustado foi:

$$LREND A = \beta_0 + \beta_1 SEXO + \beta_2 IDADE + \beta_3 ESTUDO + \beta_4 RACA + \beta_5 IDADE*SEXO + \beta_6 IDADE*ESTUDO + \beta_7 ESTUDO*SEXO + \beta_8 ESTUDO*RACA$$

Para ajustar o modelo acima no SUDAAN foi necessário fornecer as seguintes informações:

```

PROC REGRESS DATA = AMOLIM.SAV

FILETYPE = SPSS

DESIGN = WR;

NEST _ONE_ /* não há estratificação, logo trataremos a população
           como um único estrato */

SETOR; /* variável de conglomeração */

WEIGHT PESOF;

SUBGROUP SEXO IDADE ESTUDO RACA;

LEVELS 2 4 3 2;

MODEL LRENDA = SEXO IDADE ESTUDO RACA

           SEXO*IDADE

           ESTUDO*(SEXO IDADE RACA);

```

Figura 6.2: Gráficos de perfis de médias para detecção de interações.

Tabela 6.3: Modelo completo

Variáveis	Considerando o plano					Considerando AAS		
	Uso do SUDAAN			Utilizando J^{-1}		Coef.	DP	Valor P
	Coef.	DP	Valor P	DP*	Valor P			
Intercepto	11,27	0,29	0,0000	0,46	0,0000	11,16	0,38	0,0000 ¹
SEXO								
1	0,24	0,32	0,4559	0,41	0,2776	0,22	0,27	0,4134
IDADE								
1	-0,57	0,33	0,0954	0,72	0,7862	-0,71	0,45	0,1165
2	-0,03	0,25	0,9066	0,48	0,5243	-0,02	0,34	0,9480
3	-0,01	0,19	0,9498	0,49	0,5100	-0,01	0,36	0,9806
ESTUDO								
1	-1,57	0,37	0,0003	0,48	0,9995	-1,43	0,40	0,0004
2	-0,99	0,45	0,0376	0,90	0,8629	-0,92	0,50	0,0644
RACA								
1	0,42	0,22	0,0658	0,21	0,0213	0,52	0,23	0,0252
SEXO*IDADE								
1,1	0,15	0,32	0,6454	0,55	0,3934	0,22	0,29	0,4500
1,2	0,32	0,33	0,3485	0,27	0,1211	0,37	0,24	0,1249
1,3	0,40	0,26	0,1398	0,24	0,0478	0,40	0,22	0,0722
ESTUDO*SEXO								
1,1	0,13	0,22	0,5637	0,38	0,3665	0,13	0,23	0,5909
2,1	0,28	0,37	0,4602	0,48	0,2840	0,36	0,33	0,2732
ESTUDO*IDADE								
1,1	1,17	0,37	0,0046	0,55	0,0168	1,00	0,43	0,0030
1,2	0,60	0,21	0,0092	0,47	0,1025	1,00	0,34	0,1139
1,3	0,29	0,19	0,1405	0,49	0,2744	0,00	0,35	0,4408
2,1	0,65	0,39	0,1082	0,85	0,2234	1,00	0,42	0,1114
2,2	0,38	0,21	0,0837	0,82	0,3209	0,00	0,35	0,3791
2,3	0,31	0,33	0,3615	0,83	0,3553	0,00	0,39	0,3422
ESTUDO*RACA								
1,1	-0,20	0,25	0,4155	0,22	0,8244	0,00	0,24	0,1865
2,1	-0,39	0,25	0,1372	0,27	0,9277	-1,00	0,27	0,0569

Tabela 6.4: Modelo sem a interação ESTUDO*SEXO

Variáveis	Considerando o plano					Considerando AAS		
	Uso do SUDAAN			Uso de J^{-1}		Coef.	DP	Valor P
	Coef.	DP	Valor P	DP*	Valor P			
Intercepto	11,22	0,26	0,0000	0,44	0,0000	11,12	0,36	0,0000
SEXO								
1	0,36	0,21	0,0901	0,19	0,0311	0,34	0,18	0,0510
IDADE								
1	-0,66	0,36	0,0755	0,68	0,8368	-0,80	0,41	0,0529
2	-0,13	0,29	0,6574	0,44	0,6164	-0,12	0,32	0,7119
3	-0,11	0,17	0,5226	0,44	0,6010	-0,11	0,32	0,7359
ESTUDO								
1	-1,53	0,35	0,0002	0,46	0,9996	-1,38	0,37	0,0002
2	-0,79	0,37	0,0447	0,83	0,8298	-0,63	0,39	0,1111
RACA								
1	0,42	0,22	0,0623	0,21	0,0203	0,52	0,23	0,0239
SEXO*IDADE								
1,1	0,15	0,32	0,6338	0,55	0,3894	0,22	0,28	0,4342
1,2	0,34	0,33	0,3112	0,27	0,1035	0,39	0,23	0,0970
1,3	0,43	0,26	0,1217	0,24	0,0379	0,43	0,22	0,0492
ESTUDO*IDADE								
1,1	1,26	0,39	0,0039	0,50	0,0056	1,35	0,39	0,0005
1,2	0,68	0,23	0,0076	0,42	0,0503	0,62	0,30	0,0394
1,3	0,37	0,16	0,0320	0,43	0,1939	0,35	0,31	0,2678
2,1	0,73	0,39	0,0738	0,82	0,1864	0,75	0,39	0,0517
2,2	0,45	0,22	0,0487	0,79	0,2825	0,37	0,30	0,2241
2,3	0,37	0,31	0,2341	0,80	0,3209	0,42	0,35	0,2264
ESTUDO*RACA								
1,1	-0,21	0,25	0,4055	0,22	0,8286	-0,32	0,24	0,1808
2,1	-0,40	0,26	0,1298	0,27	0,9329	-0,53	0,27	0,0517

Tabela 6.5: Modelo sem a interação SEXO*IDADE considerando o plano (SUDAAN)

Variáveis	Coef.	DP	Teste z	Valor P
Intercepto	11,13	0,30	37,37	0,0000
SEXO				
1	0,65	0,06	10,75	0,0000
IDADE				
1	-0,71	0,30	-2,36	0,0270
2	0,01	0,22	0,03	0,9800
3	0,11	0,13	0,82	0,4223
ESTUDO				
1	-1,66	0,34	-4,84	0,0001
2	-0,99	0,35	-2,84	0,0091
RACA				
1	0,42	0,21	1,96	0,0620
ESTUDO*IDADE				
1,1	1,41	0,39	3,58	0,0015
1,2	0,82	0,27	3,05	0,0055
1,3	0,50	0,17	2,87	0,0085
2,1	0,93	0,35	2,65	0,0139
2,2	0,65	0,24	2,75	0,0113
2,3	0,57	0,27	2,12	0,0445
ESTUDO*RACA				
1,1	-0,21	0,24	-0,87	0,3947
2,1	-0,40	0,26	-1,58	0,1281

Tabela 6.6: Modelo final considerando AAS e usando o estimador J^{-1}

Variáveis	Considerando AAS			Considerando o plano (J^{-1})		
	Coef.	DP	Valor P	DP*	Valor P	EPA
Intercepto	11,43	0,28	0,0000	0,40	0,0000	1,43
SEXO						
1	0,34	0,18	0,0508	0,19	0,0313	1,05
IDADE						
1	-0,85	0,41	0,0400	0,68	0,8469	1,66
2	-0,16	0,32	0,6167	0,44	0,6423	1,34
3	-0,12	0,32	0,7020	0,44	0,6095	1,34
ESTUDO						
1	-1,70	0,28	0,0000	0,41	0,9999	1,46
2	-1,16	0,29	0,0001	0,78	0,9356	2,69
RACA						
1	0,20	0,06	0,0007	0,06	0,0006	1,00
SEXO*IDADE						
1,1	0,22	0,28	0,4338	0,55	0,3894	1,96
1,2	0,39	0,23	0,0982	0,27	0,1024	1,17
1,3	0,43	0,22	0,0487	0,24	0,0380	1,09
ESTUDO*IDADE						
1,1	1,41	0,39	0,0003	0,50	0,0048	1,28
1,2	0,66	0,30	0,0268	0,42	0,0438	1,40
1,3	0,36	0,31	0,2490	0,43	0,1887	1,39
2,1	0,88	0,38	0,0214	0,82	0,1572	2,16
2,2	0,45	0,30	0,1412	0,79	0,2587	2,60
2,3	0,45	0,35	0,1992	0,80	0,3130	2,29

Tabela 6.7: Modelo final considerando o plano amostral (SUDAAN)

Variáveis	Coef.	DP	Teste z	Valor P	EPA
Intercepto	11,35	0,19	59,99	0,0000	0,20
SEXO					
1	0,65	0,06	10,68	0,0000	0,44
IDADE					
1	-0,74	0,31	-2,42	0,0235	0,42
2	-0,02	0,22	-0,11	0,9161	0,25
3	0,10	0,13	0,73	0,4722	0,09
ESTUDO					
1	-1,87	0,19	-9,67	0,0000	0,20
2	-1,39	0,17	-8,24	0,0000	0,04
RACA					
1	0,21	0,07	3,00	0,0062	1,14
ESTUDO*IDADE					
1,1	1,44	0,40	3,62	0,0014	0,60
1,2	0,84	0,26	3,25	0,0034	0,35
1,3	0,51	0,17	2,93	0,0073	0,14
2,1	1,02	0,33	3,09	0,0051	0,16
2,2	0,71	0,22	3,19	0,0039	0,08
2,3	0,58	0,27	2,18	0,0395	0,11

Tabela 6.8: Significância dos efeitos de interação no modelo completo

CONTRASTES	G.L.	Considerando o plano		Considerando AAS	
		Wald	Valor P	Wald	Valor P
Modelo completo	20	297803,22	0,0000	12693,64	0,0000
SEXO*IDADE	3	1,27	0,3066	1,20	0,3078
ESTUDO*SEXO	2	0,30	0,7424	0,61	0,5425
ESTUDO*IDADE	6	2,44	0,0549	3,04	0,0061
ESTUDO*RACA	2	1,58	0,2269	1,90	0,1505

Tabela 6.9: Significância dos efeitos de interação excluindo ESTUDO*SEXO

CONTRASTES	G.L.	Considerando o plano		Considerando AAS	
		Wald	Valor P	Wald	Valor P
Modelo completo	18	111164,32	0,0000	32424,83	0,0000
SEXO*IDADE	3	1,36	0,2802	1,46	0,2246
ESTUDO*IDADE	6	2,25	0,0725	3,34	0,0030
ESTUDO*RACA	2	1,67	0,2096	1,99	0,1375

Tabela 6.10: Significância dos efeitos de interação excluindo SEXO*IDADE considerando o plano

CONTRASTES	Wald	Valor P
Modelo completo	147357,82	0,0000
SEXO	115,49	0,0000
ESTUDO*IDADE	2,42	0,0572
ESTUDO*RACA	1,63	0,2161

Tabela 6.11: Significância dos efeitos de interação excluindo SEXO*IDADE considerando o plano

CONTRASTES	Wald	Valor P
Modelo completo	202157,55	0,0000
SEXO	114,11	0,0000
RACA	9,00	0,0062
ESTUDO*IDADE	2,70	0,0382

As estimativas dos parâmetros e de seus respectivos desvios padrão para o modelo considerando o plano amostral e considerando AAS com todas as variáveis aparecem na Tabela 6.3. Efetuado este ajuste, procuramos selecionar o melhor modelo. A seleção das variáveis foi realizada da seguinte maneira: a partir do modelo completo, fomos verificando qual seria a primeira interação a sair do modelo ao nível de 5% de significância. Há dois tipos de tabelas. O primeiro tipo traz as estimativas dos coeficientes e seus desvios-padrão e mostra os testes marginais para a permanência/saída de cada coeficiente (Tabelas 6.3 a 6.7) para o caso de AAS e considerando o plano. O segundo tipo (Tabelas 6.8 a 6.11) traz o teste conjunto baseado na estatística de Wald para cada efeito de interação. Embora o primeiro tipo de tabela é o que nos dá as evidências de qual efeito principal ou de interação permanece/sai do modelo, é no segundo tipo de tabela que obtemos a ordem de permanência/saída.

Por exemplo, observamos na Tabela 6.8 que a interação entre as variáveis estudo e sexo deve ser a primeira a ser eliminada do modelo no caso de AAS e considerando o plano, por apresentar o maior nível descritivo. A seguir, observamos a Tabela 6.3 para verificar se marginalmente esta interação realmente deve sair do modelo. No próximo passo, observamos na Tabela 6.9 que a interação entre sexo e idade deveria sair de ambos os modelos, porém a Tabela 6.4 mostra que no caso de

AAS a interação entre sexo e idade deve permanecer no modelo ao nível de 5% de significância, devido aos níveis 1 e 3. Deste ponto em diante, teremos dois modelos distintos, pois no caso de AAS a próxima interação a sair do modelo é a interação entre estudo e raça e não entre sexo e idade (Tabela 6.4). As tabelas restantes (Tabelas 6.5, 6.6, 6.7, 6.10 e 6.11) mostram o final do processo de seleção de variáveis. Observemos, então, que teremos dois modelos finais distintos, pois as estimativas dos parâmetros são diferentes em cada caso e, além disso, no caso AAS, o modelo traz a interação entre sexo e idade. Considerando o plano amostral efetivamente utilizado, temos o seguinte modelo:

$$\begin{aligned} \text{LREND A} = & 11,35 + 0,65 \text{ SEXO} - 0,74 \text{ IDADE1} - 0,02 \text{ IDADE2} + 0,10 \text{ IDADE3} - \\ & 1,87 \text{ ESTUDO1} - 1,39 \text{ ESTUDO2} + 0,21 \text{ RACA} + 1,44 \text{ ESTUDO1 IDADE1} + 0,84 \\ & \text{ESTUDO1 IDADE2} + 0,51 \text{ ESTUDO1 IDADE3} + 1,02 \text{ ESTUDO2 IDADE1} + 0,71 \\ & \text{ESTUDO2 IDADE2} + 0,58 \text{ ESTUDO2 IDADE3}. \end{aligned}$$

O modelo final no caso AAS é:

$$\begin{aligned} \text{LREND A} = & 11,43 + 0,34 \text{ SEXO} - 0,85 \text{ IDADE1} - 0,16 \text{ IDADE2} - 0,12 \text{ IDADE3} - \\ & 1,70 \text{ ESTUDO1} - 1,16 \text{ ESTUDO 2} + 0,20 \text{ RACA} + 1,41 \text{ ESTUDO1 IDADE1} + 0,66 \\ & \text{ESTUDO1 IDADE2} + 0,36 \text{ ESTUDO1 IDADE3} + 0,88 \text{ ESTUDO2 IDADE1} + 0,45 \\ & \text{ESTUDO2 IDADE2} + 0,45 \text{ ESTUDO2 IDADE3} + \mathbf{0,22 \text{ SEXO IDADE1} + 0,39} \\ & \mathbf{\text{SEXO IDADE2} + 0,43 \text{ SEXO IDADE3}}. \end{aligned}$$

As Tabelas 6.3, 6.4 e 6.6 apresentam também as estimativas para os desvios-padrões (DP*) calculadas com base na matriz de informação de Godambe, como foi apresentado no Capítulo 3. A utilização destas estimativas leva ao mesmo modelo final quando consideramos AAS, como podemos ver na Tabela 6.6.

Uma recomendação que fizemos no final do Capítulo 4 é que deveríamos estimar o EPA antes de concluir as análises. A Tabela 6.7 traz as estimativas dos EPA's para cada coeficiente que permaneceu no modelo. Observe que estes valores estão distantes de 1, mostrando que ignorar o plano amostral faz com que o modelo de AAS

especificado acima seja incorreto, trazendo interpretações errôneas da relação entre as variáveis de pesquisa, além de que, neste caso, a variabilidade dos coeficientes de regressão foi superestimada. O mesmo vale para os EPA's que foram calculados para o estimador da matriz de covariância assintótica do vetor de parâmetros que estão apresentados na Tabela 6.6.

Vale lembrar, ainda, que seria necessário realizar algum tipo de validação destes modelos por métodos de diagnósticos que verificariam se as suposições que impomos, ao utilizarmos uma análise de regressão, estão satisfeitas.

6.2 Ajuste de um modelo de regressão logística

As próximas análises baseiam-se nos arquivos FAVDOM.SAV e FAVPES.SAV que contêm as informações obtidas na Pesquisa Sócio-Econômica das Comunidades de Baixa Renda (PCBR) da Cidade do Rio de Janeiro. A PCBR é uma pesquisa de múltiplos propósitos que investiga características sócio-econômicas da população das comunidades integrantes do projeto Favela/Bairro. Esta pesquisa é domiciliar e tem por objetivo fornecer estimativas de totais e proporções para um elenco de variáveis de interesse referentes aos domicílios e respectivos moradores das diversas comunidades possuindo, então, duas unidades de análise: o domicílio e a pessoa. Sendo assim, a população alvo da pesquisa é constituída por domicílios de cada uma das comunidades e seus respectivos moradores. Também ajustamos um modelo de regressão para estudar a relação entre um indivíduo ser trabalhador por conta própria e suas características sócio-econômicas e demográficas coletadas.

Investiga-se, sobre os moradores, características sócio-demográficas tais como idade, sexo, local de nascimento, nível educacional, condição de atividade, renda mensal, bem como informações específicas quanto a treinamento profissional já realizado e residência em outra comunidade de baixa renda do município. Sobre os domicílios,

a pesquisa obtém informações referentes às características físicas e estruturais, bem como sobre a classe econômica dos domicílios.

O arquivo FAVDOM.SAV foi obtido de uma amostragem estratificada. Os estratos foram representados pelas comunidades de baixa renda sendo que em cada estrato os domicílios (unidade amostrais) foram selecionados por amostragem sistemática. Cada linha do arquivo traz informações referentes ao domicílio amostrado. No arquivo FAVPES.SAV cada linha representa um morador do domicílio, ou seja, o domicílio é tratado como um conglomerado e, em cada domicílio, todas as pessoas são entrevistadas. Nesta pesquisa, amostras independentes foram selecionadas em cada uma das comunidades. As variáveis relevantes para a análise estão descritas nas Tabelas 6.12 e 6.13.

Tabela 6.12: Dicionário de variáveis disponíveis no arquivo FAVDOM.SAV

Variável	Código	Descrição
FAVELA	Numérico	Código da comunidade de baixa renda (CBR)
QUEST	Numérico	Número do domicílio na CBR
PESO	Numérico	Peso do domicílio na CBR
NDOM	Numérico	Número de domicílios na CBR na população
TOT.COMODOS	Numérico	Número de cômodos no domicílio
AEC	Numérico	Anos de estudo do chefe do domicílio
TOTCRIAN	Numérico	Número de crianças no domicílio (≤ 16 anos)
TOT.MORADOR	Numérico	Número de moradores por domicílio

Tabela 6.13: Dicionário de variáveis disponíveis no arquivo FAVPES.SAV

Variável	Código	Descrição
IDENT	Numérico	Número do domicílio na CBR
PESO	Numérico	Peso da pessoa na CBR
NDOM	Numérico	Número de domicílios na CBR na população
NPES	Numérico	Número de pessoas no domicílio na população
SEX	1	Masculino
	2	Feminino
IDADE	Numérico	Idade da pessoa
ID	1	Idade da pessoa entre 15 e 19 anos
	2	Idade da pessoa entre 20 e 29 anos
	3	Idade da pessoa entre 30 e 39 anos
	4	Idade da pessoa entre 40 e 49 anos
	5	Idade da pessoa entre 50 e 59 anos
	6	Pessoa com 60 anos de idade e mais
	10	Outros
INSTR	1	Sem instrução
	2	Pre-escolar
	3	1 serie 1 grau
	4	2 serie 1 grau
	5	3 serie 1 grau
	6	4 serie 1 grau
	7	5 serie 1 grau

Tabela 6.13: continuação

Variável	Código	Descrição
	8	6 serie 1 grau
	9	7 serie 1 grau
	10	8 serie 1 grau
	11	1 serie 2 grau
	12	2 serie 2 grau
	13	3 serie 2 grau
	14	3 grau incompleto
	15	3 grau completo
	16	Mestrado/Doutorado
	99	Não respondeu
SALARIO	Numérico	Salário da pessoa (em unidade monetária vigente na época)
REG	1	Pessoa originou do Rio de Janeiro
	2	Pessoa originou de outro Estado
CP	0	Pessoa não trabalha por conta-própria
	1	Pessoa trabalha por conta-própria
CRIAN	0	Não há crianças no domicílio (≤ 16 anos)
	1	Há crianças no domicílio
SIT.OCUP	1	Pessoa ocupada
	2	Pessoa desocupada
	3	Pessoa fora da força
TOT.MORADOR	Numérico	Número de moradores por domicílio

Um dos interesses era estimar o total de moradores das comunidades de baixa renda do Rio de Janeiro. Utilizando a biblioteca ADAC do R, procederíamos da seguinte maneira:

```
totmorador<-Total(fav.dom,"TOT.MORADOR","PESO",Est="FAVELA",  
Des="STRWOR",N="NDOM")
```

Foi utilizado o desenho STRWOR, pois se trata de uma amostragem estratificada sem reposição. A estimativa para o total de moradores é 254615,8 com desvio padrão igual a 842,27 e EPA igual a 1,02. Observe que este valor de EPA nos dá indicações de que o plano amostral utilizado não exerceu grande influência na estimativa da precisão do estimador do total de moradores quando comparado com a amostragem aleatória simples. Logo, se o mesmo fosse estimado com os programas usuais que consideram AAS, não teríamos grandes surpresas. Havia o interesse de estimar o total de moradores por cômodo. Neste caso, procederíamos da seguinte maneira no R:

```
peessoas.comodo<-Ratio(fav.dom,"TOT.COMODOS","TOT.MORADOR","PESO",  
Est="FAVELA",Des="STRWOR",N="NDOM")
```

O número estimado de pessoas por cômodo é 0,84 com desvio padrão (0,003). A estimativa do EPA também está bem próxima de 1 (0,94) indicando a pouca influência do plano amostral na estimativa do número de pessoas por cômodo. Uma explicação para isto é que a estratificação por comunidade não tem grande efeito.

Além disso, ajustamos um modelo para estudar a relação entre a probabilidade π de um indivíduo ser trabalhador por conta-própria (CP) e as características demográficas e sócio-econômicas dos indivíduos em estudo.

Antes do ajuste do modelo vamos criar novas variáveis, com o auxílio do SPSS, que facilitarão a interpretação do modelo. SITNOVA é a nova variável que

indica a situação ocupacional dos entrevistados, assumindo 1 quando o entrevistado estava ocupado e 2, quando o entrevistado estava desocupado ou estava fora da força. Também recodificamos a variável ID. A nova variável IDNOVA agrupou as categorias pessoas entre 50 e 59 anos (5 - ID), pessoas com mais de 60 anos (6 - ID) e outros (10 - ID) numa mesma categoria (5 - IDNOVA). A variável salário foi categorizada da seguinte maneira: 1 representa pessoas que ganham até 240 unidades monetárias (UM); 2 pessoas que ganham de 240 a 1200 UM; 3 para aqueles que ganham de 1200 a 2400 UM; e, por fim, 4 para aqueles que ganham mais de 2400 UM.

A variável CRIAN foi recodificada (0->1, 1->2), pois para o ajuste usamos o SUDAAN e isto torna-se necessário para que o SUDAAN possa entender esta variável como categórica. A categoria 99 da variável INSTR foi transformada em “MISSING”, sendo que esta variável foi tratada como numérica discreta. O modelo de regressão que utilizamos para o ajuste foi o de regressão logística, pois a variável resposta CP é binária. Para simplificar o modelo e a interpretação dos parâmetros não iremos incluir no modelo as interações de primeira ordem, trataremos este exemplo apenas como um modelo com os efeitos principais. O primeiro modelo que ajustamos foi o seguinte:

$$\ln\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = \beta_0 + \beta_1\text{SEX} + \beta_2\text{REG} + \beta_3\text{CRIAN} + \beta_4\text{IDNOVA} + \beta_5\text{SITNOVA} + \beta_6\text{SALNOVO} + \beta_7\text{INSTR}.$$

As informações passadas ao SUDAAN foram:

```
PROC LOGIST DATA="g:/Favpes.sav" FILETYPE=SPSS DESIGN=WOR;
WEIGHT    PESO;
NEST      FAVELA IDENT;
TOTCNT    NDOM NPES;
SUBGROUP  SEX REG CRIAN IDNOVA SITNOVA SALNOVO;
LEVEL     2 2 2 5 2 4;
MODEL     CP = SEX REG CRIAN IDNOVA SITNOVA SALNOVO INSTR;
```



```
PRINT BETA="BETA" SEBETA="S.E." DEFT="EPA" T_BETA="T:BETA=0"
      P_BETA="Valor P" DF WALDF WALDP OR;
```

Observe que neste caso, estamos usando o arquivo FAVPES.SAV, onde as unidades primárias de amostragem são conglomerados, selecionados sem reposição. Assim utilizamos o desenho WOR.

A Tabela 6.14 mostra os valores das estatísticas de Wald calculados bem como os respectivos Valores P. No caso da variável SEX temos um Valor P 0,4019. Podemos perceber que a variável SEX não influencia a probabilidade de um indivíduo ser ou não trabalhador por conta própria, logo deve sair do modelo. Eliminada esta variável, não há evidências de que nenhuma outra variável deva sair do modelo. A Tabela 6.15 mostra as significâncias do modelo final ajustado.

Tabela 6.14: Significância dos efeitos

CONTRASTES	G.L.	Considerando o plano		Considerando AAS	
		Wald	Valor P	Wald	Valor P
Modelo completo	13	698,32	0,0000	794,99	0,0000
SEX	1	0,7	0,4019	1,21	0,2713
REG	1	7,51	0,0062	5,06	0,0245
CRIAN	1	15,46	0,0001	11,44	0,0007
IDNOVA	4	204,12	0,0000	209,53	0,0000
SITNOVA	1	255,41	0,0000	186,12	0,0000
SALNOVO	3	20,62	0,0000	17,52	0,0000
INSTR	1	24,78	0,0000	41,02	0,0000

Tabela 6.15: Significância dos efeitos

CONTRASTES	G.L.	Considerando AAS		Considerando o plano	
		Wald	Valor P	Wald	Valor P
Modelo completo	12	756,57	0,0000	861,60	0,0000
REG	1	7,59	0,0059	4,96	0,0259
CRIAN	1	15,73	0,0001	11,09	0,0009
IDNOVA	4	204,95	0,0000	210,37	0,0000
SITNOVA	1	255,16	0,0000	186,30	0,0000
SALNOVO	3	20,99	0,0000	17,29	0,0000
INSTR	1	24,2	0,0000	42,46	0,0000

Tabela 6.16: Modelo final considerando o plano amostral

CONTRASTES	Coefficiente	DP	EPA
Intercepto	-8,87	0,61	0,73
REG			
1	-0,1	0,04	1,12
CRIAN			
1	0,61	0,15	1,02
IDNOVA			
1	-1,87	0,11	1,08
2	-1,4	0,05	1,06
3	-0,66	0,05	1,05
4	-0,39	0,05	1,07
SITNOVA			
1	8,02	0,5	0,72
SALNOVO			
1	-0,32	0,33	0,78
2	-0,44	0,33	0,78
3	0,74	0,36	0,8
INSTR	-0,03	0,01	1,1

O modelo final de efeitos principais ajustado foi o seguinte:

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = - 8,87 - 0,1*\text{REG} + 0,61*\text{CRIAN} - 1,87*\text{IDNOVA1} - 1,4*\text{IDNOVA2} \\ - 0,66*\text{IDNOVA3} - 0,39*\text{IDNOVA4} - 0,32*\text{SALNOVO1} - 0,44*\text{SALNOVO2} + 0,74*\text{SALNOVO3} - 0,03*\text{INSTR} + 8,02*\text{SITNOVA}.$$

Comparando o modelo acima com o que seria ajustado caso a amostra fosse considerada aleatória simples, podemos perceber que, neste caso, chegaríamos a um mesmo modelo como mostram as Tabelas 6.14 e 6.15, porém os coeficientes de regressão seriam outros. O modelo ajustado no caso de AAS seria o seguinte:

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = - 8,37 - 0,08*\text{REG} + 0,49*\text{CRIAN} - 1,77*\text{IDNOVA1} - 1,32*\text{IDNOVA2} \\ - 0,62*\text{IDNOVA3} - 0,36*\text{IDNOVA4} - 0,66*\text{SALNOVO1} - 0,74*\text{SALNOVO2} + 0,25*\text{SALNOVO3} - 0,03*\text{INSTR} + 7,96*\text{SITNOVA}.$$

Note que existem diferenças nas estimativas dos parâmetros que levariam a interpretações diferentes quando comparadas com as estimativas do modelo que considera o plano amostral utilizado. Ainda assim, para o modelo ajustado segundo o plano efetivamente utilizado precisaríamos de um análise de resíduos para verificarmos a qualidade deste ajuste. As estimativas dos EPA's mostram que a variância verdadeira, segundo o plano amostral utilizado, está próxima da variância usual quando consideramos amostragem aleatória simples, pois as estimativas dos EPA's estão próximas de 1, como mostra a Tabela 6.16. Isto pode ter ocorrido pois há pouco efeito de conglomeração, uma vez que os domicílios são conglomerados pequenos e a estratificação ocorreu por meio de favelas que não são diferentes entre si.

6.3 Comparação entre a biblioteca ADAC e o SUDAAN utilizando um modelo de regressão logística

Nesta seção foi ajustado um modelo de regressão logística para a análise de dados provenientes de uma amostra complexa. Nosso objetivo é comparar a biblioteca ADAC com o pacote SUDAAN. Comparou-se também o método que incorpora o esquema amostral com o que assume que as observações da amostra são independentes e identicamente distribuídas. Souza e Silva (2000) fizeram comparações de vários “softwares” para problemas do mesmo tipo.

Os dados utilizados neste trabalho fazem parte da Pesquisa sobre Padrões de Vida (PPV), realizada pelo IBGE nas Regiões Nordeste e Sudeste do Brasil nos anos de 1996-1997. Foram considerados 10 estratos geográficos a saber: Região Metropolitana de Fortaleza, Região Metropolitana de Recife, Região Metropolitana de Salvador, restante da área urbana do Nordeste, restante da área rural do Nordeste, Região Metropolitana de Belo Horizonte, Região Metropolitana do Rio de Janeiro, Região Metropolitana de São Paulo, restante da área urbana do Sudeste e restante da área rural do Sudeste. Cada um destes estratos foi subdividido em 3 estratos de acordo com a renda salarial média do chefe de família totalizando, então, 30 estratos. O plano amostral foi realizado em dois estágios: no primeiro estágio foram selecionados, de cada estrato, setores censitários e no segundo estágio foram selecionados domicílios de cada setor censitário escolhido no primeiro estrato. Para cada estrato foi fixado um tamanho de amostra de 480 domicílios, seguindo a seguinte ordem: seleção de 60 setores e em cada um deles a escolha de 8 domicílios. As exceções foram as áreas rurais onde fixou-se a seleção de 30 setores e de cada um deles 16 domicílios. Mais informações sobre o plano vide Albieri e Bianchini (1997).

Tabela 6.17: Dicionário de variáveis disponíveis no arquivo ARQPES.SAV

Variável	Código	Descrição
ESTRATOF	Numérico	Número do estrato
NSETOR	Numérico	Número do setor no estrato
ID.IMC	0	Índice de massa corporal é diferente de “missing”
	1	Índice de massa corporal é “missing”
SEXO	1	Masculino
	2	Feminino
FAIXA	1	Idade da pessoa entre 20 a 29 anos
	2	Idade da pessoa entre 30 a 39 anos
	3	Idade da pessoa entre 40 a 49 anos
	4	Idade da pessoa acima de 50 anos
RACA	1	Branca
	2	Não branca
CONDICAO	1	Não é chefe de família
	2	É chefe
TRABALHA	1	Tinha trabalho
	2	Não tinha trabalho
GAEST2	1	Menos de 1 ano de estudo
	2	De 1 a 7 anos de estudo
	3	De 8 a 11 anos de estudo
	4	11 anos de estudo
	5	Mais de 12 anos de estudo
WFD.AJUS	Numérico	Peso final de domicílio ajustado

Um dos nossos objetivos era determinar quais entre as variáveis coletadas (sexo, faixa, raça, condição, trabalha e gaest2) estavam relacionadas com o fato de não ter sido calculado o índice de massa corporal de algum indivíduo, ou seja, não

termos informação sobre o peso ou altura de um indivíduo. A descrição de cada uma das variáveis estudadas aparece na Tabela 6.17.

6.3.1 Ajuste do modelo

Um modelo de regressão logística será ajustado utilizando o comando *Logist*. Na ADAC, antes da utilização da função *Logist* devemos ler o conjunto de dados e criar fatores para as variáveis que estão categorizadas nesta pesquisa (o comando utilizado é o *as.factor*):

```
arqpes<-read.csv("g:/arqpes.csv",header=T,sep=" ",dec=".")
arqpes$SEX0<-as.factor(arqpes$SEX0)
arqpes$FAIXA<-as.factor(arqpes$FAIXA)
arqpes$RACA<-as.factor(arqpes$RACA)
arqpes$CONDICAO<-as.factor(arqpes$CONDICAO)
arqpes$TRABALHA<-as.factor(arqpes$TRABALHA)
arqpes$GAEST2<-as.factor(arqpes$GAEST2)
```

O passo seguinte seria a chamada da função *Logist*:

```
Logist(ID.IMC~SEX0+RACA+CONDICAO+TRABALHA+SEX0*RACA,data=arqpes,
weights=arqpes$WFD.AJUS,family=binomial,na.action="na.omit",
Est="ESTRATOF",Cong="NSETOR",des="WR")
```

No SUDAAN a chamada da função *LOGISTIC* seria realizada da seguinte maneira:

```
PROC LOGISTIC DATA = arqpes.sav FILETYPE = SPSS DESIGN = WR;
WEIGHT    wfd_ajus;
NEST      estratof nsetor;
SUBGROUP  sexo faixa raca condicao trabalha gaest2 ;
```

```

LEVEL      2 4 2 2 2 4;

MODEL      id_imc =sexo raca condicao trabalha sexo*raca;

PRINT BETA="BETA" SEBETA="S.E." DEFT="EPA" T_BETA="T:BETA=0"

          P_BETA="Valor P" DF WALDF;

```

Antes do modelo que aparece acima, foi ajustado um modelo de regressão logística com todas as variáveis do problema e todas as interações de primeira ordem. A seguir, selecionamos quais variáveis e interações deveriam ou não permanecer no modelo, baseados na estatística de Wald.

As Tabelas 6.18 a 6.21 apresentam os resultados das estimativas dos parâmetros e de seus desvios-padrão calculadas pela ADAC e pelo SUDAAN, bem como o valor das estatísticas de teste calculadas em ambos.

Tabela 6.18: Estimativas dos parâmetros e desvios padrão calculados pela ADAC

	Considerando o plano		Considerando AAS	
	Parâmetro	DP	Parâmetro	DP
Intercepto	-3,8100	0,158	-3,40006	0,11329
sexo	1,1200	0, 160	0,87716	0,11229
raça	-0,0719	0,171	-0,15059	0,11346
condicao	0,8410	0,114	0,68248	0,07831
trabalha	0,2560	0,122	0,24957	0,07948
sexo*raça	0,4840	0,189	0,54649	0,14245

Destas tabelas observamos que:

- Quando consideramos as observações da amostra selecionadas por AAS, há uma diminuição nas estimativas dos DP's como mostra a Tabela 6.20. Observe que os EPA's são todos maiores que 1, mostrando que ignorar conglomeração inflaciona as estimativas dos EPA's. Além disso, estaríamos sendo levados a crer que a variabilidade dos coeficientes de regressão é menor do que na realidade;

Tabela 6.19: Estatísticas de Wald calculadas pela ADAC

Considerando o plano		
Contraste	Wald	Valor P
sexo	48,600	0,00000
raça	0,176	0,67500
condicao	54,400	0,00000
trabalha	4,390	0,03660
sexo*raça	6,560	0,01070

Tabela 6.20: Estimativas dos parâmetros e desvios padrão calculadas pelo SUDAAN

Considerando o plano			Considerando AAS		
	Parâmetro	DP	EPA	Parâmetro	DP
Intercepto	-3,81	0,16	1,72	-3,4	0,12
sexo	1,12	0,16	1,94	0,88	0,11
raça	-0,07	0,17	1,76	-0,15	0,11
condicao	0,84	0,11	1,86	0,68	0,08
trabalha	0,26	0,12	2,03	0,25	0,08
sexo*raça	0,48	0,19	1,45	0,55	0,14

Tabela 6.21: Estatísticas de Wald calculadas pelo SUDAAN

Considerando o plano			Considerando AAS	
Contraste	Wald	Valor P	Wald	Valor P
Modelo Completo	247,98	<0,0001	711,6	<0,0001
condicao	54,43	<0,0001	72,79	<0,0001
trabalha	4,39	0,0366	9,83	0,0017
sexo*raça	6,57	0,0107	14,62	0,0001

- Os valores das estimativas da estatística de Wald calculados pelo SUDAAN e ADAC foram os mesmos;

- A ADAC não calcula a estatística de Wald automaticamente, no caso AAS;
- A ADAC não fornece a estatística de Wald para o modelo completo;
- O SUDAAN não realiza o teste para a significância de uma variável, quando há interação desta com outra variável.

O modelo final foi o seguinte:

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = -3,81 + 1,12sexo - 0,07raca + 0,84condicao + 0,26trabalha \\ + 0,48sexo * raca$$

onde p_i é a probabilidade de não possuir a informação sobre o IMC para o indivíduo i .

6.4 Uso de regressão linear para a caracterização sócio-econômica da população moradora de rua

Os dados analisados são provenientes de um estudo realizado pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE) - USP para a caracterização sócio-econômica da população moradora de rua da cidade de São Paulo. Nesta pesquisa, foi considerado morador de rua tanto o indivíduo que utilizava os logradouros públicos (incluindo mocós) para dormir, como aquele que utilizava os albergues da cidade. Através de levantamentos bibliográficos e outras informações que foram colhidas de entidades que assistem essa população, bem como de informações de técnicos da Secretaria de Assistência Social, averiguou-se a existência de diferenças entre a população usuária de albergues e a população que usualmente dorme em logradouros públicos. Por conta destas diferenças foram selecionadas amostras aleatórias para cada caso, seguindo metodologias diferentes .

Tabela 6.22: Descrição das variáveis

Variável	Código	Descrição
NQUEST	Numérico	Número do questionário
ESTRATO	Numérico	Número do estrato
QUADRA	Numérico	Número do quadrante no estrato
NP	Numérico	Número de domicílios no setor na população
DISTRITO	Numérico	Número do distrito
SEXO	1	Masculino
	2	Feminino
COR	1	Pessoa de cor branca
	2	Pessoa de cor parda
	3	Pessoa de cor preta
	4	Pessoa de cor amarela
	5	Pessoa de cor vermelha
ESTUDO	1	Analfabeto
	2	Até 4 anos completos de estudo
	3	De 5 a 8 anos completos de estudo
	4	Mais de 8 anos completos de estudo
IDADE	1	De 18 a 25 anos completos de idade
	2	De 26 a 40 anos completos de idade
	3	De 41 a 55 anos completos de idade
	4	Mais de 56 anos de idade
RENDA	Numérico	Valor da renda (em reais)
LRENDA	Numérico	Logaritmo do valor da renda
PESO	Numérico	Peso final
TOTAL	Numérico	Número total de moradores de rua nos 26 distritos

Na ilustração que vamos fazer aqui, utilizamos apenas o segmento da população de moradores de rua que dormia em logradouros públicos. A metodologia utilizada para a seleção da amostra teve como base o primeiro censo de moradores de rua da cidade de São Paulo. Particularidades desta pesquisa podem ser encontradas em Schor e Artes (2001). Neste censo, foi constatado que 85% da população de rua adulta, ou seja, com idade superior a 17 anos, estava distribuída em 26 distritos da cidade de São Paulo. Desta forma, estes 26 distritos foram estratificados por proximidade geográfica, de modo que a coleta dos dados pudesse ser realizada em cinco noites, contando com cinco equipes de quatro entrevistadores. Os catorze estratos resultantes foram subdivididos em pequenas áreas correspondentes aos quadrantes do Mapa Oficial da Cidade e, de cada estrato, quatro quadrantes (conglomerados) foram sorteados com probabilidade de sorteio proporcional ao número de moradores lá encontrados no censo. Em cada quadrante selecionado, os moradores de rua foram escolhidos através de uma amostragem sistemática com fração amostral fixa por estrato.

A Tabela 6.22 mostra algumas variáveis que selecionamos para esta ilustração, além de que informa outras variáveis existentes no conjunto de dados e que foram necessárias para o uso da biblioteca ADAC.

Primeiramente, ajustamos um modelo de regressão linear normal para determinar quais entre as variáveis coletadas (sexo, estudo, cor e idade) estavam relacionadas com o logaritmo da renda do morador de rua, utilizando a função `REGRESS` da biblioteca ADAC com todas as variáveis explicativas citadas acima. No caso dos moradores de rua, a variável renda possui muitos “zeros”, dado que a maioria deles não possui renda. Para solucionar este problema, antes da criação da variável logaritmo da renda, fizemos a suposição que estes moradores tinham pelo menos a renda de R\$ 1,00 e, por conseguinte, a variável logaritmo da renda passou a valer “zero”. O ajuste, usando a biblioteca ADAC, foi realizado da seguinte maneira:

```
Regress(LREND~SEXO+COR+ESTUDO+IDADE,data=rua, weights=rua$PESO,
na.action="na.omit", Est="ESTRATO", Cong="QUADRA", des="WR")
```

A seguir, selecionamos quais efeitos deveriam, ou não, permanecer no modelo. As Tabelas 6.23 e 6.24 mostram os resultados do ajuste do modelo considerando AAS e considerando o plano amostral, respectivamente. Vale notar que a Tabela 6.24 também traz as estimativas dos desvios padrões obtidas por meio de J^{-1} . Observe que ao considerarmos AAS a variável COR não é significativa para explicar o logaritmo da renda, que torna-se significativa quando consideramos na análise o plano amostral efetivamente utilizado. O modelo final considerando o plano amostral é o seguinte:

$$LREND = 2,50 - 0,84SEXO2 - 0,07COR2 + 0,64COR3 - 2,50COR4$$

Após o ajuste da regressão linear normal, consideramos a variável renda como dicotômica para tentarmos entender qual a relação das variáveis acima com o fato do morador possuir, ou não, renda. Nesta nova variável, foi atribuído o valor “1” para os moradores de rua que possuíam algum tipo de renda e “0” para os moradores que não possuíam renda. O próximo passo foi ajustar um modelo de regressão logística da seguinte maneira:

```
Logist(REND~SEXO+COR+IDADE+ESTUDO,data=ruela, weights=ruela$PESO, family
=binomial, na.action="na.omit", Est="ESTRATO", Cong="QUADRA", des="WR")
```

Após retirarmos as variáveis não significativas do modelo, chegamos ao seguinte modelo de regressão logística:

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = 0,654 - 0,932SEXO2 - 0,270COR2 + 0,593COR3 - 5,13COR4$$

Para o cálculo da estimativa de J^{-1} para o caso de regressão linear normal foi utilizado o programa que se encontra no Apêndice A. Note que no caso de regressão

logística, não dispomos ainda da expressão do estimador da matriz de covariância assintótica dos parâmetros.

Podemos perceber que ao considerarmos a amostra selecionada através de amostragem aleatória simples, teríamos que retirar a variável COR também no caso de regressão logística como mostra a Tabela 6.25. Do mesmo modo que no caso normal, ao considerarmos o plano amostral na análise, a variável COR, não deve ser retirada do modelo de regressão logística como podemos ver na Tabela 6.26. Além disso, os valores do Efeito do Plano Amostral (EPA) para os dois modelos de regressão (normal e logística) são bem distantes de um. Logo, há indicação de que não devemos ignorar o plano amostral na análise destes dados.

Tabela 6.23: Regressão normal considerando AAS

	Parâmetro	DP	Teste z	Valor P
INTERCEPTO	2,46	0,16	15,63	0,000
SEXO2	-1,06	0,26	-4,00	0,000
COR2	-0,09	0,22	-0,43	0,670
COR3	0,27	0,24	1,11	0,268
COR4	-2,46	1,98	-1,25	0,214

Tabela 6.24: Regressão normal considerando o plano

	Parâmetro	DP	Teste z	Valor P	EPA	J^{-1}
INTERCEPTO	2,89	0,17	17,50	0,000	1,57	0,17
SEXO2	-0,53	0,32	-1,68	0,094	2,11	0,29
COR2	-0,12	0,29	-0,41	0,681	2,65	0,26
COR3	0,43	0,25	1,71	0,088	1,48	0,26
COR4	-1,89	0,17	-11,40	0,000	0,01	1,61

Tabela 6.25: Regressão logística considerando AAS

	Parâmetro	DP	Teste z	Valor P
INTERCEPTO	0,68	0,17	4,02	0,000
SEXO2	-1,11	0,28	-4,01	0,000
COR2	-0,25	0,23	-1,08	0,281
COR3	0,18	0,26	0,66	0,507
COR4	-5,23	5,99	-0,87	0,383

Tabela 6.26: Regressão logística considerando o plano

	Parâmetro	DP	Teste z	Valor P	EPA
INTERCEPTO	0,75	0,25	3,01	0,003	2,05
SEXO2	-0,86	0,36	-2,38	0,017	1,68
COR2	-0,42	0,33	-1,28	0,201	1,97
COR3	0,44	0,34	1,28	0,201	1,44
COR4	-5,07	1,02	-4,95	0,000	0,02

Considerações finais

Neste trabalho revisitamos vários estudos que tratam da incorporação do esquema amostral em análise de regressão. Apresentamos um método para incorporar o esquema amostral via equações de estimação com o objetivo de estimar os parâmetros de um modelo de regressão. O método baseia-se na abordagem de modelos de superpopulação; além disso, mostramos que o método de máxima pseudo-verossimilhança é um caso particular desta teoria.

Fornecemos subsídios para a utilização de ferramentas computacionais tais como o SUDAAN e a biblioteca ADAC desenvolvida na linguagem R de modo a facilitar a análise de conjuntos de dados provenientes de esquemas amostrais complexos. Do estudo que fizemos, comparando ambas as ferramentas computacionais mencionadas, pudemos perceber vantagens e desvantagens.

Dentre as vantagens da utilização da biblioteca ADAC, podemos enfatizar que por estar escrita em uma linguagem aberta e gratuita, torna-se de fácil acesso. A biblioteca suporta bancos de dados gerados de qualquer outro programa, desde que especifiquemos como está organizado o conjunto de dados. Além disto, o acesso à estrutura de cada função está disponível. As desvantagens surgem do fato que algumas rotinas não estão otimizadas e, portanto há uma grande ocupação de memória; aceita apenas alguns tipos de desenhos amostrais e sua estrutura de análise para regressão se

restringe à regressão linear normal e logística. Já o SUDAAN exige pouca memória da máquina em que estamos realizando as análises e suporta arquivos gerados pelo SAS, SPSS ou codificados em ASCII. Possui implementados procedimentos para análise de sobrevivência, dados longitudinais, etc., que incorporam o esquema amostral. Por outro lado, todos os seus procedimentos são fechados e não conseguimos saber como operam. Não possui ambiente gráfico e suas saídas são difíceis de serem utilizadas.

O estudo de modelos de regressão aplicados a dados provenientes de planos amostrais complexos não pára por aqui. Embora não incluídos neste trabalho, os métodos Bayesianos de análise, discutidos em Chambers e Skinner (2003), poderiam ser abordados num trabalho futuro. Outro tópico a ser estudado seria a validação dos modelos por meio de técnicas de diagnóstico que não foram tratadas neste estudo pelo fato de não estarem desenvolvidas na literatura pesquisada. Finalmente, uma outra tarefa importante seria implementar no SUDAAN ou na biblioteca ADAC o cálculo da matriz de covariância assintótica baseada na matriz de informação de Godambe e métodos automáticos de seleção de modelos.

Programa

Cálculo de J^{-1}

Apresentamos aqui o programa utilizado para o cálculo da estimativa da matriz de covariância assintótica dos parâmetros J^{-1} desenvolvido na linguagem de programação R.

```
godambe<-read.csv2("A:\\ruagodambe.csv",header=T,sep=";",dec="," )
Y<-godambe$LRENDA
w<-godambe$PESO
W<-diag(w)
UM<-godambe$INTERCEPTO
parte1<-solve(t(UM)%*%W%*%UM)
godambe$ESTUDO<-as.factor(godambe$ESTUDO)
godambe$SEXO<-as.factor(godambe$SEXO)
godambe$IDADE<-as.factor(godambe$IDADE)
godambe$COR<-as.factor(godambe$COR)
ff <- log(godambe$LRENDA) ~ godambe$SEXO + godambe$COR
+ godambe$IDADE + godambe$ESTUDO
str(m <- model.frame(ff, godambe))
X <- model.matrix(ff, m)
```

```

parte2<-t(Y)%*(W-W%*X%*solve(t(X)%*W%*X)%*t(X)%*W)%*Y
sigma2<-parte1*parte2
sigma2
sig<-sigma2[1,1]
Jota<-
sig*solve(t(X)%*W%*X)%*(t(X)%*W%*W%*X)%*solve(t(X)%*W%*X)
Variancias<-diag(Jota)
DP<-sqrt(Variancias)
Estimativa<-DP
Beta<-solve(t(X)%*W%*X)%*t(X)%*W%*Y
Estatistica<-(1/Estimativa*Beta)
ValorP<-1-pnorm(Estatistica)
Beta
DP
Estatistica
ValorP

```

Referências Bibliográficas

- [1] Albieri, S. e Bianchini Z.M. (1997). *Aspectos de amostragem relativos à pesquisa domiciliar sobre padrões de vida*. Rio de Janeiro: IBGE.
- [2] Artes, R. (1997). *Extensões da teoria das equações de estimação generalizadas a dados circulares e modelos de dispersão*. São Paulo: IME–USP. Tese de doutorado.
- [3] Binder, D.A. (1983). On the variances of asymptotically normal estimators *International Statistical Review*, **51**, 279-292.
- [4] Botter, D.A., Sandoval, M.C., Auricchio, C.A., Sznclwar, M. (2002). *Relatório de análise estatística sobre o projeto: Fatores de risco cardiovascular em crianças e adolescentes de Belo Horizonte*. São Paulo: IME–USP.
- [5] Chambers, R.L. e Skinner, C.J. (2003). *Analysis of Survey Data*. Chichester: John Wiley.
- [6] Chandrasenkar, B. e Kale, B.K. (1984). Unbiased statistical estimation functions for parameter in presence of nuisance parameter. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **9**, 45-54.
- [7] Costa, L.N. (1990). Texts for discussion, **34**. Rio de Janeiro: IBGE.
- [8] Crowder, M. (1987). On linear and quadratic estimating equations. *Biometrika*, **74**, 591-597.
- [9] Duarte, R.P.N. (1999). *Ajuste de modelos lineares usando estimadores de regressão para amostras complexas*. São Paulo: IME–USP. Dissertação de mestrado.

- [10] Godambe, V.P. (1960). Estimation in survey sampling: robustness and optimality. *Journal of the American Statistical Association*, **77**, 393-403.
- [11] Godambe, V.P. e Thompson, M.E. (1986). Parameters of superpopulation and survey population: their relationship and estimation. *International Statistical Review*, **54**, 127-138.
- [12] Jørgensen, B. e Laboriau, R.S. (1994). Exponential families and theoretical inference. *Lecture notes*, Department of Statistics, University of British Columbia.
- [13] Kish, L. (1965). *Survey Sampling*. New York: John Wiley.
- [14] Morton, S.C. e Rolph, J.E. (2000). *Public policy and statistics: Case studies from RAND*. New York: Springer-Verlag.
- [15] Notas de aula do curso de análise de dados amostrais. Rio de Janeiro: Escola Nacional de Ciências Estatísticas.
- [16] Nascimento Silva, P.L.D. (1996). *Utilizing auxiliary information for estimation and analysis in sample surveys*. Southampton: University of Southampton. Tese de doutorado.
- [17] Neter, J., Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., e Wasserman, W. (1996). *Applied Linear Statistical Models*. 4.ed. Illinois: Richard D. Irwin, Inc..
- [18] Ogus, J.L. e Clark, D.F. (1971). *The annual survey of manufactures: A report on methodology*. Washington, DC.: U.S. Bureau of the Census. Technical paper n° 24.
- [19] Ohlsson, E. (1990). *Sequential poisson sampling from a business register and its application to the Swedish consumer price index*. Stockholm: Statistics Sweden. R&D Report (1990:6).
- [20] Ohlsson, E. (1998). Sequential poisson sampling. *Journal of Official Statistics*, **14**, 149-162.
- [21] Pessoa, D.G.C. e Nascimento Silva, P.L.N. (1998). *Análise de Dados Amostrais Complexos*. Caxambu: Associação Brasileira de Estatística. 13° Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística.

- [22] Pessoa, D.G.C. e Moreira, G.G. (2002). *Biblioteca ADAC - Análise de Dados Amostrais Complexos*. Rio de Janeiro: IBGE.
- [23] Pfeffermann, D. (1993). The role of sampling weights when modelling survey data. *International Statistical Review*, **61**, 317-337.
- [24] Rao, J.N.K., Scott, A.J. e Skinner, C.J. (1998). Quasi-score tests with survey data. *Statistica Sinica*, **8**, 1059-1070.
- [25] Research Triangle Institute (2001). *SUDAAN User's Manual, Release 8.0*. Research Triangle Park, NC: Research Triangle Institute.
- [26] Särndal, C.E., Swensson, B. e Wretman, J.H. (1992). *Model assisted survey sampling*. New York: Springer-Verlag.
- [27] Shah, B.V., Folsom, R.E., LaVange, L.M., Wheelless, S.C., Boyle, K.E. e Williams, R.L. (1993). *Statistical Methods and Mathematical Algorithms Used in SUDAAN*. Research Triangle Park, NC: Research Triangle Institute.
- [28] Skinner, C.J., Holt, D. e Smith, T.M.F. (1989). *Analysis of Complex Surveys*. Chichester: John Wiley.
- [29] Souza, M.H. e Silva, N.N. (2000). Comparação de *softwares* para a análise de dados de levantamentos complexos. *Revista de Saúde Pública*, **34**, 646-653.
- [30] Schor, S.M. e Artes, R. (2001). Primeiro censo de moradores de rua da cidade de São Paulo: Procedimentos metodológicos e resultados. *Brazilian Journal of Applied Economics*, **5**, n. 4.
- [31] Venables, W.N., Smith, D.M. et al. (2003). *An introduction to R*. Version 1.7.0.
- [32] Vieira, M.T. (2001). *Um estudo comparativo das metodologias de modelagem de dados amostrais complexos - Uma aplicação ao SAEB 99*. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado.