**Amostragem por Linhas Transectas
e Pontos Transectos:
uma comparação dos estimadores
da densidade populacional**

Diana Milena Galvis Soto

Dissertação apresentada
ao
Instituto de Matemática e Estatística
da
Universidade de São Paulo
para
obtenção do grau
de
Mestre em Estatística

Área de Concentração: **Estatística**

Orientadora: **Profa. Dra. Lúcia Pereira Barroso**

-São Paulo, agosto de 2004-

**Amostragem por Linhas Transectas
e Pontos Transectos:
uma comparação dos estimadores
da densidade populacional**

Este exemplar corresponde à redação final
da dissertação devidamente corrigida e
defendida por Diana Milena Galvis Soto
e aprovada pela comissão julgadora.

São Paulo, 2 de agosto de 2004.

Banca Examinadora:

- Profa. Dra. Lúcia Pereira Barroso (Orientadora) - IME - USP
- Prof. Dr. Wilton de Oliveira Bussab - IME - USP
- Profa. Dra. Maria Cecília Mendes Barreto - UFSCar

A Dios,
a mi madre
y a la luz que hoy brilla dentro de mí, mi hijo.

Agradecimentos

À minha orientadora Lúcia Pereira Barroso pela orientação, ajuda, amizade e a compreensão que me ofereceu durante o tempo em que trabalhamos juntas, porque embora tenha sido muito difícil trabalhar pela internet, chegamos até o final do trabalho.

Ao meu pai, minhas irmãs e meus sobrinhos, pelo amor, o apoio e as forças com que sempre me brindaram.

À “mi Hurtado” e à “Dolly María” porque sem eles este mestrado não teria sido possível; pelo apoio e o grande amor que me oferecem, por ter aberto para mim as portas de um mundo novo.

Aos professores Maria Cecília M. Barreto, Heleno Bolfarine e Wilton O. Bussab pela ajuda e sugestões que fizeram, com o objetivo de melhorar o trabalho.

À Dra. Fernanda Marques e ao Dr. Len Thomas, que embora não os conhecendo pessoalmente, esclareceram muitas dúvidas no estudo dos métodos aqui apresentados. Muito obrigada.

Ao Julian, pelo amor e o apoio que me ofereceu no momento que mais precisei.

Ao meu grande amigo Persé, pela grande amizade que me ofereceu e por ter estado comigo em todos os momentos.

Ao Elier e ao Juvencio, meus amigos e colegas no mestrado, pela amizade e a ajuda que sempre me ofereceram.

À Maria Do Carmo, Natalia, Nubia, Pao e Sandra, minhas amigas que sempre me escutaram e me ajudaram no momento que mais precisei.

À Dri e Valéria, minhas lindas amigas brasileiras, que sempre estiveram comigo.

Aos meus grandes amigos com quem compartilhei muitos momentos da minha vida em São Paulo. Não os nomearei porque a lista seria muito grande. A todos muito obrigada pela amizade.

À CAPES pelo financiamento econômico na realização dos meus estudos de mestrado. Aos funcionários do IME-USP, pela amizade e a colaboração que sempre me ofereceram.

À COSEAS, por terem me deixado morar no CRUSP.

A todos, muito obrigada.

Índice

Introdução	5
1 Conceitos Fundamentais	8
1.1 Função de Detecção	12
1.1.1 Propriedades	13
1.1.2 Modelagem	14
1.2 Suposições	17
2 Os Métodos Amostrais	20
2.1 Linhas Transectas	20
2.2 Pontos Transectos	23
2.3 Análise da Função Densidade de Probabilidade das Distâncias dos Objetos Detectados	25
2.3.1 Estimação dos Parâmetros	27
2.3.2 Seleção do Número q de Termos na Expansão em Séries	32
2.3.3 Seleção do Modelo para a Função Densidade de Probabilidade das Distâncias dos Objetos Detectados	34
2.3.4 Teste de Bondade de Ajuste do Modelo	39
2.3.5 Exatidão e Precisão dos Estimadores de D	40

ÍNDICE

3	Uma Ilustração e Comparação dos dois Métodos Amostrais	44
3.1	Descrição da Região e da População em Estudo	45
3.2	Metodologia Usada na Observação das Distâncias	46
3.3	Ilustração de Análise das Distâncias dos Objetos Detectados	50
3.4	Uma Comparação dos dois Métodos Amostrais	56
A	Anexos dos Capítulos 1 e 2	61
A.1	Modelo Taxa de Risco	61
A.2	Polinômios Hermitianos	64
A.3	Linhas Transectas	65
A.4	Pontos Transectos	66
B	Programas Desenvolvidos em R para Geração das Amostras	70
C	Saída do Programa Distance na Análise de um Conjunto de Dados para Linhas Transectas	79
D	Saída do Programa Distance na Análise de um Conjunto de Dados para Pontos Transectos	97
	Referências Bibliográficas	117

Lista de Figuras

1.1	<i>Amostragem por figuras geométricas</i>	9
1.2	<i>Linhas transectas: possíveis medidas a serem tomadas, uma vez detectado o objeto</i>	10
1.3	<i>Linhas transectas : região coberta pela amostragem de área $a = 2wL$</i>	10
1.4	<i>Pontos transectos: medida a ser tomada uma vez detectado o objeto</i>	11
1.5	<i>Pontos Transectos: região coberta pela amostragem</i>	12
1.6	<i>Exemplo de função de detecção com forma de ombro</i>	14
2.1	<i>A região formada pela faixa que contém a linha transecta corresponde à região coberta pela amostragem. Os pontos pretos recheados correspondem aos objetos detectados. Neste caso, a proporção de objetos detectados é conhecida mas será ignorada para a aplicação da teoria das linhas transectas</i>	21
3.1	<i>Histogramas: (a) das distâncias à linha transecta de todos os objetos dentro da área coberta pela amostragem, (b) das distâncias à linha transecta dos objetos detectados</i>	48
3.2	<i>Histogramas: (a) das distâncias aos pontos transectos de todos os objetos dentro da região coberta pela amostragem, (b) das distâncias aos pontos transectos dos objetos detectados</i>	50
3.3	<i>Gráficos de barras: (a) proporção de objetos detectados em cada aro, (b) frequências corrigidas</i>	51

LISTA DE FIGURAS

3.4	<i>Histogramas das estimativas da densidade obtidas por linhas transectas e pontos transectos</i>	58
3.5	<i>Boxplots das estimativas da densidade obtidas por linhas transectas e pontos transectos</i>	58
A.1	<i>Ponto transecto, representação da notação usada na transformação de coordenadas</i>	67
C.1	<i>Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 1</i>	91
C.2	<i>Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 2</i>	92
C.3	<i>Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 3</i>	93
D.1	<i>Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 1</i>	109
D.2	<i>Detection Fct/Global/Plot: Pdf 1</i>	109
D.3	<i>Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 2</i>	110
D.4	<i>Detection Fct/Global/Plot: Pdf 2</i>	111
D.5	<i>Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 3</i>	112
D.6	<i>Detection Fct/Global/Plot: Pdf 3</i>	113

Lista de Tabelas

1.1	<i>Funções chaves para a função de detecção</i>	15
1.2	<i>Expansões em série na função de detecção</i>	16
1.3	<i>Funções de detecção</i>	16
2.1	<i>Funções densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados ajustadas aos dados do Exemplo 1 e os seus correspondentes valores de AIC.</i>	38
2.2	<i>Alguns valores para $d_{n,\alpha}$</i>	40
3.1	<i>Modelos ajustados para linhas transectas</i>	53
3.2	<i>Modelos ajustados para pontos transectos</i>	54
3.3	<i>Medidas de posição de $\hat{D}$</i>	57
3.4	<i>Medidas de dispersão e vício de $\hat{D}$</i>	57

Resumo

Nos estudos de Ecologia, freqüentemente é necessário estimar a *densidade* (D) de populações biológicas (animais ou plantas), definida como o número de elementos por unidade de área.

Entre outros, a *densidade* é considerada como um parâmetro importante em pesquisas sobre a extinção de espécies e também para entidades governamentais que controlam a derrubada de árvores e a caça e pesca de animais.

Neste trabalho são apresentados estimadores da *densidade* populacional nos métodos amostrais *linhas transectas* e *pontos transectos*. A análise de dados obtidos por esses métodos de amostragem é ilustrada em dados de uma população com distribuição espacial uniforme, gerados via simulação e é apresentada uma comparação entre os estimadores sob os dois métodos.

Introdução

O objetivo de muitas pesquisas em Ecologia é estimar a *densidade* de populações biológicas. A partir deste momento, o termo *densidade* fará referência ao parâmetro que representa o número de objetos por unidade de área.

Muitos métodos têm sido usados com esse propósito e entre eles estão os métodos amostrais linhas transectas e pontos transectos, que tiveram o seu desenvolvimento teórico a partir de 1968 e 1979, respectivamente.

As idéias básicas de linhas transectas foram desenvolvidas, principalmente, por Eberhardt (1968) e Gates et al. (1968). Estas idéias foram de grande utilidade no desenvolvimento teórico que desde então tem sido alcançado em linhas transectas. Em 1970, Anderson e Pospahala usam aproximações paramétricas e introduzem as idéias básicas de aproximações semiparamétricas e não paramétricas na análise de dados obtidos com linhas transectas. Em 1976, Burnham e Anderson apresentam a formulação geral da amostragem por linhas transectas e obtêm bases para a construção de estimadores da *densidade* populacional. Burnham et al. (1980) publicam a maior monografia sobre teoria e aplicação em linhas transectas da época. A partir de 1980 muitos trabalhos sobre teoria e aplicação de linhas transectas têm sido publicados. Hayes e Buckland (1983) e Buckland (1985) fazem propostas para a análise de dois tipos de dados que podem ser coletados com base neste método amostral e Borchers et al. (1998b) propõem estimadores da *densidade* no caso em que as suposições básicas feitas em linhas transectas são violadas.

O formalismo estatístico em pontos transectos foi apresentado por Ramsey e Scott em 1979,

INTRODUÇÃO

que notaram uma relação próxima deste método com linhas transectas e fizeram um resumo das suposições e da teoria geral para a estimação da *densidade* populacional. Os pontos transectos são também chamados método gráfico de variáveis circulares. Burnham et al. em 1980 e Buckland em 1987 também notaram a relação existente entre linhas transectas e pontos transectos.

Os seguintes trabalhos tratam tanto de linhas transectas como de pontos transectos.

Buckland et al. (1993) escrevem o primeiro livro sobre teoria e aplicação destes métodos amostrais, atualizado por Buckland et al. (2001). Barry e Welsh (2001) avaliam as propriedades dos estimadores da *densidade* propostos por Buckland et al. (1993). Ramsey e Harrison (2004) propõem estimadores da *densidade* populacional levando em conta novas suposições.

Em amostragem por linhas transectas e pontos transectos, um observador percorre, respectivamente, uma série de linhas ou pontos posicionados aleatoriamente em uma região, procurando os objetos de interesse (usualmente animais ou plantas). Para cada objeto detectado é registrada a sua distância à linha ou ao ponto. Nem todos os objetos são detectados mas a suposição fundamental destes métodos é que os objetos sobre a linha ou ponto são sempre detectados. É de se esperar que quando se aumenta a distância do objeto à linha ou ao ponto seja mais difícil a detecção e isto resultaria em poucas detecções a grandes distâncias.

O objetivo neste trabalho é apresentar os estimadores da *densidade* populacional obtidos com cada um dos métodos, usando a metodologia proposta por Buckland et al. (1993) e fazer uma comparação entre eles. Essa comparação é feita via simulação, mediante a comparação dos erros quadráticos médios empíricos dos estimadores. Estes métodos são comparados levando em conta simultaneamente duas condições, a primeira que a população dentro da região é distribuída espacialmente de forma aleatória e desagrupada, ou seja, detectar um objeto não depende de se fazer a detecção de um outro próximo a ele e a segunda, que não existe movimentação dos animais em resposta ao observador.

O trabalho está dividido em três capítulos e quatro apêndices. O Capítulo 1 contém os conceitos necessários para o bom entendimento do desenvolvimento teórico dos dois métodos amostrais

INTRODUÇÃO

apresentados no Capítulo 2; no Capítulo 3 é feita uma ilustração de análise e a comparação dos dois métodos usando dados gerados via simulação. No Apêndice A encontram-se os anexos dos Capítulos 1 e 2, no Apêndice B os programas desenvolvidos em R para a geração dos dados usados no Capítulo 3 e nos Apêndices C e D as saídas do programa *Distance* na análise de um conjunto de dados para linhas transectas e pontos transectos, respectivamente.

Capítulo 1

Conceitos Fundamentais

O objetivo fundamental nos dois primeiros capítulos deste trabalho é estimar a *densidade* de populações biológicas. Para isto, será considerada uma população de N objetos distribuída aleatoriamente em uma região de área A . A *densidade* dessa população é $D = \frac{N}{A}$. Um método amostral usado tradicionalmente consiste em situar, de forma aleatória, figuras geométricas (quadrados, círculos, retângulos) dentro da região de área A e recensear todos os objetos que se encontrem dentro destas figuras. Um estimador da *densidade* é dado por

$$\hat{D} = \frac{n_T}{a},$$

em que n_T é o número de objetos contidos nas figuras geométricas e a é a área total destas figuras. Como exemplo da aplicação deste método considere que em uma região de área A são situados 4 quadrados onde cada quadrado tem uma área de 1 m^2 . Como pode-se observar na Figura 1.1, dentro destes quadrados encontram-se 12 objetos e portanto $\hat{D} = \frac{12 \text{ objetos}}{4 \text{ m}^2} = 3 \text{ objetos/m}^2$.

A dificuldade de se realizar este método amostral surge na condição de que todos os objetos dentro das figuras geométricas sejam recenseados pois na prática esta condição dificilmente é satisfeita.

Métodos amostrais como linhas transectas e pontos transectos também são utilizados para se

Figura 1.1: *Amostragem por figuras geométricas*

estimar a *densidade* de populações biológicas. Nestes métodos só uma proporção dos objetos contidos nas figuras geométricas é detectada. A seguir será apresentada a teoria destes métodos amostrais; para isto considere uma população de N objetos distribuídos aleatoriamente em uma região de área A (conhecida ou não).

Em amostragem por linhas transectas é posicionada aleatoriamente, dentro da região de área A , uma linha de comprimento L ou várias de comprimento l_j , tais que $\sum_{j=1}^k l_j = L$, em que k é o número de linhas nesta região. Uma vez posicionadas as linhas, elas são percorridas e, detectado o objeto de interesse, é tomada a distância perpendicular (x) do objeto à linha, ou alternativamente, a distância (r) do objeto ao observador e o ângulo (θ) formado entre a linha de visão do objeto e a linha transecta (Figura 1.2), para se obter por trigonometria a distância perpendicular x ($x = r \sin \theta$).

Uma outra metodologia usada na realização da amostragem por linhas transectas é proposta por Zahl (1989).

Quando este método amostral é aplicado, é possível definir uma distância $x = w$ que será considerada como a máxima distância de observação dos objetos, a partir da qual os objetos são ignorados. Neste caso, $x = w$ definirá a área $a = 2wL$ da região coberta pela amostragem, em que w é a metade da largura dessa região (ver Figura 1.3). No caso em que sejam usadas várias linhas, elas devem ser situadas de tal forma que a intersecção entre as faixas definidas por $x = w$

Figura 1.2: *Linhas transectas: possíveis medidas a serem tomadas, uma vez detectado o objeto*

seja vazia. Uma analogia com a amostragem por conglomerados poderia ser feita, considerando as áreas a , definidas pelas linhas transectas, como conglomerados.

Figura 1.3: *Linhas transectas : região coberta pela amostragem de área $a = 2wL$*

Neste método amostral, existe uma relação entre o número esperado de objetos detectados, $E[n_L]$, a proporção desconhecida de objetos detectados na região de área a , P_a , e a *densidade* D , da qual surge uma nova expressão para o parâmetro de interesse D .

O número esperado de objetos detectados na área a é o número esperado de objetos contidos na área a , ou seja, $\frac{Na}{A}$, pois a alocação da linha transecta é aleatória, multiplicado pela proporção de objetos detectados nessa área, isto é,

$$E[n_L] = \frac{Na}{A} P_a = D a P_a,$$

de onde

$$D = \frac{E[n_L]}{aP_a}.$$

Portanto,

$$D = \frac{N}{A} = \frac{E[n_L]}{aP_a} = \frac{E[n_L]}{2wLP_a}. \quad (1.1)$$

Em amostragem por pontos transectos são posicionados k pontos de forma aleatória dentro da região de área A . Uma vez posicionados os pontos, um observador espera um tempo determinado em cada um deles e, detectado o objeto, é tomada a distância (r) do objeto ao ponto (ver Figura 1.4).

Figura 1.4: *Pontos transectos: medida a ser tomada uma vez detectado o objeto*

Quando este método amostral é aplicado, é possível definir uma distância $r = w$ que será considerada como a máxima distância de observação dos objetos, a partir da qual os objetos são ignorados. Em cada ponto esta máxima distância (w) de observação dos objetos define um círculo de área πw^2 . A região coberta pela amostragem terá então, uma área $a = k\pi w^2$ por existirem k pontos na região de área A . Estes k pontos são posicionados de tal forma que a intersecção entre os círculos definidos por $r = w$ seja vazia (ver Figura 1.5). Como na amostragem por linhas transectas, em amostragem por pontos transectos existe também uma relação do número esperado

1.1. FUNÇÃO DE DETECÇÃO

Figura 1.5: *Pontos Transectos: região coberta pela amostragem*

de objetos detectados, $E[n_P]$, a proporção desconhecida de objetos detectados na região de área a , P_a , e a *densidade* D , da qual surge uma nova expressão para o parâmetro de interesse D ,

$$D = \frac{E[n_p]}{k\pi w^2 P_a}. \quad (1.2)$$

No planejamento amostral por linhas transectas e pontos transectos, o valor de w é fixado com base na experiência do pesquisador ou com base em uma amostra piloto em que se desprezam os pontos mais distantes. As distâncias observadas devem ser truncadas para eliminar possíveis valores atípicos; uma regra simples pode ser, eliminar de 5 a 10% das maiores distâncias (Buckland et al. (1993)).

Para se obter estimadores das expressões (1.1) e (1.2) será necessário introduzir o conceito da função de detecção, pois como poderá ser observado no próximo capítulo, os estimadores da *densidade* obtidos com base nestes métodos amostrais dependem diretamente desta função.

1.1 Função de Detecção

A função de detecção $g(y)$, em que y é a distância x em linhas transectas e a distância r em pontos transectos, é definida como a probabilidade de se detectar um objeto *dado* que ele se

1.1. FUNÇÃO DE DETECÇÃO

encontra a uma distância y da linha ou ponto, ou seja,

$$g(y) = P(\text{detecção} \mid \text{distância } y), \quad 0 \leq g(y) \leq 1.$$

É de se esperar que a probabilidade de detecção diminua à medida em que aumenta a distância do objeto à linha ou ao ponto. Uma das suposições feitas nestes métodos amostrais é que os objetos sobre a linha ou ponto são sempre detectados e assim $g(0) = 1$. A função $g(y)$ é, ademais, monótona decrescente (Burnham et al. (1980)). A partir dos dados coletados é possível conhecer a forma da função de detecção fazendo um gráfico de barras das distâncias para se obter uma representação do comportamento das detecções em relação às distâncias. Esta representação ajudará na escolha de um modelo para se estimar a *função de detecção*.

1.1.1 Propriedades

Buckland et al. (1993) propõem que os modelos para $g(y)$ levem em conta três propriedades: *robustez do modelo*, *critério da forma e eficiência dos estimadores* de tal forma que, quando satisfeitas, auxiliem na seleção do modelo.

As três propriedades desejadas de um modelo para $g(y)$ são dadas a seguir em ordem de importância (Burnham et al. (1980) e Buckland et al. (1993)).

1. Robustez do modelo

A propriedade mais importante que deve ser satisfeita por um modelo para $g(y)$ é a robustez no sentido de que garante que o modelo seja flexível e assuma um conjunto de formas possíveis da verdadeira *função de detecção*. A maioria dos modelos propostos para $g(y)$ possuem um número variável de parâmetros, o que facilita o cumprimento desta propriedade. Isto será observado na Seção 1.1.2.

2. Critério da forma

Este critério exige que o modelo para a função de detecção tenha “forma de ombro” nas

1.1. FUNÇÃO DE DETECÇÃO

distâncias próximas de zero. Isto significa que a detecção permanece quase certa em pequenas distâncias da linha ou do ponto. A Figura 1.6 mostra um exemplo de função com essa forma.

Figura 1.6: *Exemplo de função de detecção com forma de ombro*

Este critério exclui funções que são pontudas ao redor de zero, embora existam gráficos de barras que, por ter poucas classes ou classes muito amplas, apresentem esta forma. A pouca exatidão nas medições poderia também causar a forma pontuda do gráfico de barras.

3. Eficiência dos estimadores

É desejável selecionar um modelo que forneça estimadores relativamente precisos de seus parâmetros. A estimação será eficiente só quando os modelos forem robustos e tenham um ombro na distância próxima a zero. Em outros casos, a estimação poderia ser precisa mas viciada. Buckland et al. (1993) recomendam usar o método de *máxima verossimilhança* pois produz estimadores que possuem boas propriedades estatísticas.

1.1.2 Modelagem

Buckland (1992) propôs que a função de detecção tenha a seguinte forma

$$g(y) = \text{função chave}\{1 + \text{expansão em séries}\} \quad (1.3)$$

1.1. FUNÇÃO DE DETECÇÃO

e sugere que o processo de modelagem seja feito em dois estágios. O *primeiro estágio* é selecionar uma função chave, $\alpha(y)$, logo depois que os valores atípicos tenham sido devidamente truncados e o *segundo estágio* é selecionar uma expansão em séries.

As funções chaves recomendadas por Buckland et al. (1993) são: a *uniforme*, a *normal truncada à esquerda do zero* (*normal truncada*) e a *taxa de risco* (*hazard rate*). A função uniforme não possui parâmetros a serem estimados, enquanto que a normal truncada e a taxa de risco possuem 1 e 2, respectivamente.

Possivelmente só $\alpha(y)$ poderia se ajustar ao conjunto das distâncias se os dados fossem devidamente truncados, o tamanho da amostra fosse pequeno ou os dados fossem facilmente descritos por um modelo simples.

A função chave poderia ter uma das formas apresentadas na Tabela 1.1.

Tabela 1.1: Funções chaves para a função de detecção

Função	Forma	
Uniforme $[0, w]$	$\alpha(y) = \frac{1}{w}$	$0 \leq y \leq w$
Normal truncada	$\alpha(y) = \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)$	$y \geq 0$
Taxa de risco	$\alpha(y) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{y}{\sigma}\right)^{-b}\right)$	$y \geq 0$
σ : parâmetro de escala, $(\sigma > 0)$ b : parâmetro de forma, $(b \geq 1)$		

Uma breve exposição sobre a última destas funções é feita no Apêndice A.1, em forma separada para linhas transectas e pontos transectos.

O *segundo estágio* é selecionar uma expansão em séries. Em Buckland et al. (1993) foram feitas as propostas para estas expansões apresentadas na Tabela 1.2.

Nestas expansões, os a_j 's são os coeficientes de cada termo e q é o menor número de termos para o qual se obtém um bom ajuste. Este número é encontrado usando testes da razão de verossimilhanças ou o critério de informação de Akaike e o assunto será tratado com mais detalhes na Seção 2.3.2.

Os polinômios de ordem ímpar têm coeficiente zero já que a função densidade de probabilidade

1.1. FUNÇÃO DE DETECÇÃO

Tabela 1.2: *Expansões em série na função de detecção*

<i>Expansão em séries</i>	<i>Forma</i>
Séries cosseno	$\sum_{j=1}^q a_j \cos\left(\frac{j\pi y}{w}\right)$
Polinômios simples	$\sum_{j=1}^q a_j \left(\frac{y}{w}\right)^{2j}$
Polinômios hermitianos	$\sum_{j=1}^q a_j H_{2j}\left(\frac{y}{\sigma}\right)$

das distâncias para pontos e linhas transectas é considerada como sendo simétrica ao redor do ponto ou da linha (Buckland (1985), Buckland (1992) e Buckland et al. (1993)).

Uma breve exposição sobre a última destas expansões é feita no Apêndice A.2.

Em Buckland et al. (1993) foram propostas para cada função chave duas expansões em séries, apresentadas na Tabela 1.3.

Tabela 1.3: *Funções de detecção*

Função chave	Forma	Expansão em séries	Forma
Uniforme	$\frac{1}{w}$	Cosseno	$\sum_{j=1}^q a_j \cos\left(\frac{j\pi y}{w}\right)$
Uniforme	$\frac{1}{w}$	Polinômios simples	$\sum_{j=1}^q a_j \left(\frac{y}{w}\right)^{2j}$
Normal truncada	$\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)$	Cosseno	$\sum_{j=2}^q a_j \cos\left(\frac{j\pi y}{w}\right)$
Normal truncada	$\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)$	Polinômios hermitianos	$\sum_{j=2}^q a_j H_{2j}\left(\frac{y}{\sigma}\right)$
Taxa de risco	$1 - \exp\left(-\left(\frac{y}{\sigma}\right)^{-b}\right)$	Cosseno	$\sum_{j=2}^q a_j \cos\left(\frac{j\pi y}{w}\right)$
Taxa de risco	$1 - \exp\left(-\left(\frac{y}{\sigma}\right)^{-b}\right)$	Polinômios simples	$\sum_{j=2}^q a_j \left(\frac{y}{w}\right)^{2j}$

A função chave *uniforme* combinada com a expansão em séries *cosseno* produz o modelo conhecido como séries de Fourier, amplamente estudado por Burnham et al. (1980). Um método para redução do vício do estimador da *densidade* quando são usadas estas séries é apresentado por Quang (1990).

Outras formas de se estimar a função de detecção para linhas transectas são propostas por Melville e Welsh (2001), usando um estimador tipo Kernel.

1.2 Suposições

As seguintes suposições são feitas quando são aplicados os métodos amostrais em estudo (Burnham et al. (1980), Buckland et al. (1993)).

1. os objetos são distribuídos na área de interesse segundo um processo estocástico com parâmetro D (número de objetos por unidade de área);
2. as linhas ou pontos devem ser posicionados aleatoriamente. É mais importante que as linhas ou pontos sejam posicionados aleatoriamente com respeito à distribuição dos objetos que a distribuição aleatória dos mesmos na região de interesse, pois sob as suposições de posição aleatória da linha ou ponto e nenhuma movimentação dos objetos em resposta ao observador, a distribuição dos objetos na região coberta pela amostragem é uniforme (Burnham et al. (1980)).

As seguintes três suposições são relacionadas da mais a menos crítica, e são as que realmente produzem estimadores confiáveis da *densidade*:

1. **os objetos sobre a linha ou ponto são sempre detectados ($g(0) = 1$):** é feita a suposição de que os objetos sobre ou próximos da linha ou ponto sejam sempre detectados, o que deve ser garantido por meio de procedimentos de campo. É importante que não se dê mais ênfase à detecção sobre a linha ou ponto do que à detecção dos objetos ao lado do observador, pois o número de objetos detectados poderia decrescer rapidamente após a distância zero e produzir uma forma pontuda na função de detecção, o que faria com que não fosse satisfeito o critério da forma mencionado na Seção 1.1.1, e portanto dificultar sua modelagem. No caso em que não possa ser garantido por procedimentos de campo que todos os objetos sobre a linha ou ponto sejam detectados foi proposto por Borchers et al. (1998a) o uso do método de captura-recaptura. Além desse método, podem ser usados também estimadores tipo Horvitz-Thompson, propostos em Borchers et al. (1998b);

1.2. SUPOSIÇÕES

2. **os objetos são detectados na sua posição inicial:** em amostragem de animais, é possível que o animal se movimente antes de ser detectado. A distância é medida da linha ou ponto à posição do objeto no momento da detecção. Se os movimentos antes da detecção forem aleatórios não resultará em problemas sérios, mas se eles acontecerem em resposta à presença do observador isto implicará em um vício no estimador da *densidade*, que será grande se o animal afastar-se do observador e pequeno se o animal aproximar-se dele. Isto foi estudado mediante simulação para as linhas transectas por Turnock e Quinn (1991). No caso dos pontos transectos, uma possível solução aos movimentos dos animais, causados pela presença do observador pode ser, esperar um tempo predeterminado antes de se fazer as detecções;
3. **as medições são exatas:** as distâncias e os ângulos devem ser medidos com exatidão. Se as distâncias x em linhas transectas e r em pontos transectos são coletadas em forma de intervalos de distâncias, os objetos detectados devem ser corretamente designados à categoria. É importante que as medidas próximas à distância zero sejam exatamente medidas, especialmente no caso em que as distâncias e os ângulos sejam registrados pontualmente. Se os erros nas medições das distâncias são aleatórios e não muito grandes e o tamanho da amostra é grande então pode ser possível se obter uma estimação confiável da *densidade*.

Um estudo sobre o efeito dos erros nas medições em linhas transectas sob o estimador do número total de objetos em uma região foi apresentado por Chen (1998). Nesse artigo é feita uma proposta para correção desses erros usando como função de detecção séries de potência exponencial. Foi mostrado para esse caso que aumentar o comprimento L da linha, chamado também de esforço da amostragem, não diminui o vício.

Freqüentemente, quando as distâncias são estimadas e não medidas pelo observador, ele pode arredondá-las a valores convenientes, por exemplo 5, 10, 50 ou 100 unidades de medida. Isto é mais comum em ângulos, os quais são arredondados a 0, 15, 30, 45, 60 e 90 graus.

Em geral, os agrupamentos das distâncias podem melhorar os estimadores da *densidade*. Os

1.2. SUPOSIÇÕES

extremos dos intervalos seriam definidos de tal forma que o ponto médio de cada intervalo contenha os valores mais freqüentes.

Os erros nas medições podem ser evitados *medindo* e não *estimando* as distâncias.

Capítulo 2

Os Métodos Amostrais

A título de ilustração, será exibido ao longo do desenvolvimento deste capítulo, um exemplo da aplicação da teoria das linhas transectas aqui apresentada. É importante ressaltar que a aplicação da teoria para pontos transectos é similar à de linhas transectas e por tal motivo será omitida.

Exemplo 1: Considere uma população de tamanho $N = 1000$ distribuída uniformemente em uma região de área $A = 90000m^2$ (ver Figura 2.1). O valor do parâmetro de interesse é $D = \frac{1000 \text{ objetos}}{90000m^2} = 0,0111 \text{ objetos}/m^2$. Suponha uma amostra como sendo uma linha de comprimento $L = 300m$ situada dentro da região de área A e definida a máxima distância de observação dos objetos como sendo $w = 30m$. O número de objetos detectados foi $n_L = 67$.

2.1 Linhas Transectas

Como foi visto no Capítulo 1, a *densidade* em linhas transectas é dada por

$$D = \frac{E[n_L]}{2wLP_a}, \quad (2.1)$$

em que P_a é a proporção desconhecida de objetos detectados dentro da região coberta pela amostragem. Uma forma para se estimar P_a das distâncias é defini-la como a probabilidade de se detectar

2.1. LINHAS TRANSECTAS

Figura 2.1: A região formada pela faixa que contém a linha transecta corresponde à região coberta pela amostragem. Os pontos pretos recheados correspondem aos objetos detectados. Neste caso, a proporção de objetos detectados é conhecida mas será ignorada para a aplicação da teoria das linhas transectas

um objeto dentro da região coberta pela amostragem. A expressão para P_a (ver Apêndice A.3) é dada por

$$P_a = \int_0^w g(x) \frac{1}{w} dx. \quad (2.2)$$

Substituindo a expressão (2.2) em (2.1) obtém-se,

$$D = \frac{E[n_L]}{2wL \int_0^w \frac{g(x)}{w} dx} = \frac{E[n_L]}{2L \int_0^w g(x) dx}. \quad (2.3)$$

2.1. LINHAS TRANSECTAS

Fazendo

$$\int_0^w g(x)dx = \mu \quad (2.4)$$

e substituindo em (2.3), a *densidade* ficaria

$$D = \frac{E[n_L]}{2L\mu}. \quad (2.5)$$

Uma interpretação para μ seria a probabilidade de se detectar um objeto dado que se encontra no intervalo de distância $[0, w]$.

Uma forma de se escrever μ será encontrada usando a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados (a demonstração encontra-se no Apêndice A.3) dada por,

$$f_{X|O}(x) = \frac{g(x)}{\int_0^w g(x)dx}, \quad (2.6)$$

em que X é a variável aleatória que representa a distância perpendicular do objeto à linha e O é o evento de se detectar um objeto.

Avaliando (2.6) em $x = 0$, usando a suposição de que $g(0) = 1$ e substituindo (2.4) em (2.6), obtém-se

$$f_{X|O}(0) = \frac{g(0)}{\int_0^w g(x)dx} = \frac{1}{\int_0^w g(x)dx} = \frac{1}{\mu}. \quad (2.7)$$

Substituindo a expressão (2.7) em (2.5), a nova expressão para D é dada por

$$D = \frac{E[n_L]f_{X|O}(0)}{2L}. \quad (2.8)$$

Supondo distribuição espacial aleatória dos elementos da população na região de área A , n_L teria uma distribuição de Poisson e $\widehat{E[n_L]} = n_L$. Fazendo a substituição dos parâmetros da expressão

(2.8) pelos seus respectivos estimadores,

$$\hat{D} = \frac{n_L \hat{f}_{X|O}(0)}{2L}. \quad (2.9)$$

Pode-se observar na expressão (2.9) que o problema de se estimar a *densidade* de populações biológicas transformou-se no problema de se estimar a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados, avaliada na distância zero. Por esta razão é feita uma análise desta função densidade de probabilidade e a forma da sua estimação na Seção 2.3.

2.2 Pontos Transectos

Como foi visto no Capítulo 1, a *densidade* em pontos transectos é dada por

$$D = \frac{E[n_p]}{k\pi w^2 P_a}, \quad (2.10)$$

em que P_a é a proporção desconhecida de objetos detectados dentro da região coberta pela amostragem. Uma forma para se estimar P_a das distâncias é definí-la como a probabilidade de se detectar um objeto dentro da região coberta pela amostragem. A expressão para P_a (ver Apêndice A.4) é dada por

$$P_a = \int_0^w g(r) \frac{2r}{w^2} dr. \quad (2.11)$$

Substituindo a expressão (2.11) em (2.10) obtém-se,

$$D = \frac{E[n_p]}{k\pi w^2 \int_0^w \frac{2rg(r)}{w^2} dr} = \frac{E[n_p]}{2k\pi \int_0^w rg(r) dr}. \quad (2.12)$$

2.2. PONTOS TRANSECTOS

Fazendo $v = 2\pi \int_0^w r g(r) dr$,

$$D = \frac{E[n_P]}{kv}. \quad (2.13)$$

Uma forma de se escrever v será encontrada usando a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados (a demonstração encontra-se no Apêndice A.4), dada por,

$$f_{R|O}(r) = \frac{2\pi r g(r)}{2\pi \int_0^w r g(r) dr}, \quad (2.14)$$

em que R é a variável aleatória que representa a distância do objeto ao ponto e O é o evento de se detectar um objeto.

Defina-se

$$h(r) = \frac{f_{R|O}(r)}{r} = \frac{2\pi g(r)}{v}$$

e

$$h(0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{f_{R|O}(r)}{r} = \frac{2\pi}{v} \quad (2.15)$$

e portanto,

$$v = \frac{2\pi}{h(0)}. \quad (2.16)$$

Substituindo (2.16) em (2.13), obtém-se,

$$D = \frac{E[n_P]h(0)}{2k\pi}. \quad (2.17)$$

Supondo distribuição espacial aleatória dos objetos na região de área A , n_P teria uma distribuição

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

de Poisson e $\widehat{E[n_P]} = n_P$. Fazendo a substituição dos parâmetros em (2.17) pelos seus respectivos estimadores,

$$\hat{D} = \frac{n_P \hat{h}(0)}{2\pi k}. \quad (2.18)$$

Pode-se observar na expressão (2.18), que de igual forma que para as linhas transectas, o problema de se estimar a *densidade* de populações biológicas transformou-se no problema de se estimar a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados, pois $h(0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{f_{R|O}(r)}{r}$. Por esta razão é feita uma análise desta função densidade de probabilidade e a forma da sua estimação na Seção 2.3.

Outros estimadores propostos na literatura para se estimar a *densidade* populacional usam estimadores tipo Horvitz-Thompson e estimadores tipo razão, que podem ser encontrados em Mack e Quang (1998), Barry e Welsh (2001), Ramsey e Harrison (2004). Estes últimos propuseram um estimador tipo Horvitz-Thompson para a *densidade* populacional, em que as probabilidades de inclusão dependem do local onde encontra-se o objeto em relação à posição da linha ou do ponto. Os estimadores dados em (2.9) e (2.18) são do tipo Horvitz-Thompson como demonstrado em Borchers et al. (2002).

2.3 Análise da Função Densidade de Probabilidade das Distâncias dos Objetos Detectados

Como pode-se observar nas expressões (2.9) e (2.18), o estimador da *densidade* é expresso em termos da função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados, que por sua vez depende da função de detecção. Por tal motivo será feita uma análise dessa função densidade de probabilidade, que inclui a estimação dos parâmetros da função chave e dos coeficientes da expansão em séries.

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Em linhas transectas, a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados, $f_{X|O}(x)$, é obtida substituindo a expressão para a função de detecção, dada na Seção 1.1.2, na expressão (2.6). Assim,

$$f_{X|O}(x) = \frac{\alpha(x) \left\{ 1 + \sum_{j=1}^q a_j P_j(x_s) \right\}}{\beta}, \quad (2.19)$$

em que

$$P_j(x_s) = \begin{cases} \cos(j\pi x_s), & \text{em que } x_s = \frac{x}{w} \text{ para as séries cosseno} \\ x_s^{2j}, & \text{em que } x_s = \frac{x}{w} \text{ para os polinômios simples} \\ H_{2j}(x_s), & \text{em que } x_s = \frac{x}{\sigma} \text{ para os polinômios hermitianos} \end{cases}$$

$\beta = \int_0^w g(x)dx$ depende somente dos parâmetros de $\alpha(x)$ e dos coeficientes da expansão em séries e $a_j = 0$ se o termo j de $P_j(x_s)$ não é incluído no modelo.

Em pontos transectos, a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados $f_{R|O}(r)$ é obtida substituindo a forma da função de detecção, dada na Seção 1.1.2, na expressão (2.14). Assim,

$$f_{R|O}(r) = \frac{2\pi r \alpha(r) \left\{ 1 + \sum_{j=1}^q a_j P_j(r_s) \right\}}{\beta}, \quad (2.20)$$

em que $P_j(r_s)$ é definido como $P_j(x_s)$ em linhas transectas, substituindo x por r e tomando, neste caso, $\beta = 2\pi \int_0^w r g(r)dr$, que também depende somente dos parâmetros de $\alpha(r)$ e dos coeficientes da expansão em séries e $a_j = 0$ se o termo j de $P_j(r_s)$ não é incluído no modelo.

Assim, um estimador para $f_{X|O}(x)$ e para $f_{R|O}(r)$ é encontrado substituindo os estimadores dos parâmetros da função chave e dos coeficientes das expansões em séries nas expressões (2.19) e (2.20), respectivamente. A seguir será apresentada a forma de se estimar estes parâmetros e

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

coeficientes.

2.3.1 Estimação dos Parâmetros

A estimação dos parâmetros da função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados será feita levando em conta os dois tipos de dados que podem ser coletados com base nestes métodos amostrais. A seguir será feita uma descrição de cada tipo de dado e logo depois será apresentada a correspondente forma da estimação dos parâmetros.

Os dados coletados nestes métodos amostrais são classificados de acordo com a forma em que são registrados: se são registrados exatamente são chamados dados desagrupados e se são registrados em forma de intervalos são chamados dados agrupados.

Estimação dos parâmetros para dados desagrupados

Os *dados desagrupados* podem ser obtidos quando é registrada a distância x ou a distância r e o ângulo θ em linhas transectas e, a distância r em pontos transectos. A estimação dos parâmetros da função densidade de probabilidade das distâncias detectadas é apresentada a seguir.

A estimação dos parâmetros da função de detecção em linhas transectas e pontos transectos é feita usando o método de máxima verossimilhança, como recomendado por Burnham et al. (1980) e Buckland (1992).

Uma vez obtida $f_{Y|O}(y)$, em que Y é a distância X em linhas transectas e R em pontos transectos, pode-se obter a função de verossimilhança, dada por

$$L(\eta) = \prod_{i=1}^n f_{Y|O}(y_i).$$

O vetor η tem $p + q$ parâmetros onde os p primeiros são os parâmetros da função chave e os q restantes são os coeficientes da expansão em séries; n é o número n_L de objetos detectados em linhas transectas e n_P em pontos transectos.

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Buckland (1992) apresentou a derivada do $\log L(\eta) = l$ em relação ao j -ésimo parâmetro de η , dada por

$$\frac{\partial l}{\partial \eta_j} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{f_{Y|O}(y_i)\beta} \frac{\partial f_{Y|O}(y_i)\beta}{\partial \eta_j} \right) - \frac{n}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial \eta_j}, \quad j = 1, \dots, p+q,$$

em que

$$\frac{\partial f_{Y|O}(y_i)\beta}{\partial \eta_j} = \begin{cases} \alpha(y_i) \left\{ \sum_{j'=1}^q a_{j'} \frac{\partial P_{j'}(y_{is})}{\partial y_{is}} \right\} \frac{\partial y_{is}}{\partial \eta_j} + \left\{ 1 + \sum_{j'=1}^q a_{j'} P_{j'}(y_{is}) \right\} \frac{\partial \alpha(y_i)}{\partial \eta_j}, & \text{para } 1 \leq j \leq p \\ \alpha(y_i) P_{j-p}(y_{is}), & \text{para } a_{j-p} \neq 0 \text{ e } p+1 \leq j \leq p+q. \end{cases}$$

A matriz de informação de Fisher é estimada pela matriz Hessiana avaliada no vetor $\hat{\eta}$, com o jh -ésimo elemento dado por

$$H_{jh}(\hat{\eta}) = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial \log f_{Y|O}(y_i)}{\partial \hat{\eta}_j} \frac{\partial \log f_{Y|O}(y_i)}{\partial \hat{\eta}_h} \right], \quad (2.21)$$

em que $\frac{\partial z}{\partial \hat{\eta}_j}$ indica $\frac{\partial z}{\partial \eta_j}$ avaliada em $\hat{\eta}_j$.

Se uma função do vetor de parâmetros η , $m(\eta)$, fosse estimada por $m(\hat{\eta})$, então

$$\widehat{\text{Var}}(m(\hat{\eta})) = \frac{1}{n} \left[\frac{\partial m(\hat{\eta})}{\partial \hat{\eta}} \right]^T [H(\hat{\eta})]^{-1} \left[\frac{\partial m(\hat{\eta})}{\partial \hat{\eta}} \right]. \quad (2.22)$$

No caso dos pontos transectos a estimação é feita substituindo $\alpha(y)$ por $r\alpha(r)$. A matriz Hessiana e um estimador da variância de $m(\hat{\eta})$ são obtidos pelas expressões (2.21) e (2.22), respectivamente.

Estimação dos parâmetros para dados agrupados

Os *dados agrupados* podem ser obtidos de duas formas: a primeira é obter as distâncias x em linhas transectas e r em pontos transectos e agrupá-las em intervalos antes que a análise seja feita;

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

a segunda é coletar no campo estas distâncias de forma agrupada; as distâncias seriam designadas a um intervalo ou categoria previamente definida. Se as distâncias perpendiculares x em linhas transectas não são obtidas diretamente, existe um intervalo para as distâncias r e um outro para o ângulo θ . Embora existam técnicas para a análise, é recomendado que r e θ não sejam coletados nem analisados de forma agrupada, já que isto dificulta a sua conversão a distâncias perpendiculares (Buckland et al. (1993)). O i -ésimo intervalo para x em linhas transectas ou r em pontos transectos seria $[c_{i-1}, c_i]$; por convenção $c_0 = 0$ e $c_d = w$, em que w é a máxima distância em que seriam observados os objetos e d é o número de intervalos em que são agrupadas as distâncias. Portanto, os dados coletados seriam o número de detecções n_i em cada intervalo, em que $\sum_{i=1}^d n_i = n$, e n é o número total de objetos detectados, n_L para linhas transectas e n_P para pontos transectos. A estimação dos parâmetros da função densidade de probabilidade das distâncias detectadas é apresentada a seguir.

Burnham et al. (1980) propõem uma distribuição multinomial para as frequências $n_1, n_2, \dots, n_d$ em dados agrupados. Assim, para d intervalos existem d probabilidades, $\pi_1, \dots, \pi_d$, em que π_i é a probabilidade de que a distância, perpendicular para linhas transectas e radial para pontos transectos, em que se encontra o objeto esteja no i -ésimo intervalo, $i = 1, \dots, d$. Portanto, no caso das linhas transectas,

$$\pi_i = \int_{c_{i-1}}^{c_i} f_{X|O}(x) dx = \int_{c_{i-1}}^{c_i} \frac{g(x)}{\beta} dx.$$

Fazendo $P_i = \int_{c_{i-1}}^{c_i} g(x) dx = \int_{c_{i-1}}^{c_i} f_{X|O}(x) \beta dx$, temos que $\beta = \sum_{i=1}^d P_i$. Isto faz com que $\pi_i = \frac{P_i}{\beta}$, o que implica em $P_i = \beta \pi_i$.

Logo,

$$L(\eta) = \frac{n!}{n_1! \dots n_d!} \prod_{i=1}^d \pi_i^{n_i},$$

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

ou

$$l(\eta) = \log L(\eta) = \log \left(\frac{n!}{n_1! \dots n_d!} \right) + \sum_{i=1}^d n_i \log \pi_i,$$

e então

$$\frac{\partial l(\eta)}{\partial \eta_j} = \sum_{i=1}^d \frac{n_i}{\pi_i} \frac{\partial \pi_i}{\partial \eta_j},$$

em que

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i}{\partial \eta_j} &= \frac{\beta \frac{\partial P_i}{\partial \eta_j} - P_i \frac{\partial \beta}{\partial \eta_j}}{\beta^2} \\ &= \frac{\frac{\partial P_i}{\partial \eta_j}}{\beta} - \frac{\pi_i \beta \frac{\partial \beta}{\partial \eta_j}}{\beta^2} \\ &= \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{\partial P_i}{\partial \eta_j} - \pi_i \frac{\partial \beta}{\partial \eta_j} \right\} \end{aligned}$$

$$\text{e } \frac{\partial \beta}{\partial \eta_j} = \frac{\partial \sum_{i=1}^d P_i}{\partial \eta_j} = \sum_{i=1}^d \frac{\partial P_i}{\partial \eta_j}.$$

A matriz de informação de Fisher para uma observação, $I(\eta)$, tem como jh -ésimo elemento

$$I_{jh}(\eta) = \sum_{i=1}^d \frac{1}{\pi_i} \frac{\partial \pi_i}{\partial \eta_j} \frac{\partial \pi_i}{\partial \eta_h}, \quad j, h = 1, \dots, p+q. \quad (2.23)$$

Se uma função do vetor de parâmetros η , $m(\eta)$, fosse estimada por $m(\hat{\eta})$, então

$$\widehat{\text{Var}}(m(\hat{\eta})) = \frac{1}{n} \left[\frac{\partial m(\hat{\eta})}{\partial \hat{\eta}} \right]^T [I(\hat{\eta})]^{-1} \left[\frac{\partial m(\hat{\eta})}{\partial \hat{\eta}} \right]. \quad (2.24)$$

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

No caso dos pontos transectos, π_i é definida como $\pi_i = \int_{c_{i-1}}^{c_i} f_{R|O}(r)dr = \int_{c_{i-1}}^{c_i} \frac{2\pi r g(r)}{\beta} dr$ e

$$P_i = \int_{c_{i-1}}^{c_i} 2\pi r g(r)dr = \int_{c_{i-1}}^{c_i} f_{R|O}(r)\beta dr.$$

A matriz de informação de Fisher e o estimador da variância de $m(\hat{\eta})$ são obtidos usando as expressões (2.23) e (2.24), respectivamente, levando em conta a definição de π_i e P_i para pontos transectos.

É requerido um processo iterativo para maximizar a verossimilhança quando os dados são agrupados ou desagrupados.

Uma vez obtidas as estimativas dos parâmetros da função chave e dos coeficientes da expansão em séries, estas são substituídas na função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados (expressão (2.19) para linhas transectas e (2.20) para pontos transectos). Assim, para se obter a estimativa de $f_{X|O}(0)$ ou $h(0)$ basta avaliar essas funções na distância zero.

É importante ressaltar que $m(\hat{\eta})$ faz referência a $\hat{f}_{X|O}(0)$ em linhas transectas e a $\hat{h}(0)$ em pontos transectos, pois estes dependem somente dos estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros da função chave e dos coeficientes na expansão em séries.

Continuação do Exemplo 1: Como ilustração, foi ajustada ao conjunto de dados do Exemplo 1 a função de detecção que possui como função chave a função uniforme, sem parâmetro a estimar, e como expansão em séries um termo na expansão cosseno. Os dados foram analisados de forma desagrupada. A estimativa obtida no aplicativo *Distance* para o coeficiente da expansão foi 0,7341 e a sua estimativa da variância foi 0,1334. Assim,

$$\hat{f}_{X|O}(x) = \frac{\frac{1}{w} \{1 + 0,7341 \cos(\frac{\pi x}{w})\}}{\int_0^{30} \frac{1}{w} \{1 + 0,7341 \cos(\frac{\pi x}{w})\} dx}$$

e

$$\hat{f}_{X|O}(0) = \frac{\frac{1,7341}{w}}{\int_0^{30} \frac{1}{w} \{1 + 0,7341 \cos(\frac{\pi x}{w})\} dx} = 0,062670.$$

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

A estimativa de $\text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0)) = 2,323722 \times 10^{-5}$.

A estimativa da *densidade* é encontrada substituindo $\hat{f}_{X|O}(0) = 0,06267$, $n_L = 67\text{objetos}$ e $L = 300m$ na expressão (2.9). Portanto,

$$\hat{D} = \frac{67\text{objetos} \times 0,06267}{2 \times 300m} = 0,00699\text{objetos}/m^2,$$

ou alternativamente $6990\text{objetos}/km^2$.

Outras formas para se estimar a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados, em linhas transectas e pontos transectos, são obtidas por meio do método Kernel. Algumas delas não levam em conta a forma da função de detecção e além disso, impõem que a probabilidade de detecção dependa não somente da distância que separa o objeto do observador como também de outras covariáveis como o tamanho, o volume ou a altura do objeto. Estas formas de estimação podem ser encontradas em Quang (1993), Chen (1996), Mack e Quang (1998) e Chen (2000).

Na continuação do Exemplo 1, nesta seção, foi dito que foi ajustado um termo na expansão cosseno. Ante isto surge a seguinte pergunta: o que foi feito para saber que somente um termo na expansão era necessário para o ajuste à função de detecção? A resposta é dada a seguir.

2.3.2 Seleção do Número q de Termos na Expansão em Séries

É necessário se obter o número q de termos na expansão em séries com o qual se obtém um bom ajuste ao conjunto de dados. Para a seleção do número q de termos que serão ajustados na expansão em séries, é usado o *teste da razão de verossimilhanças* (Buckland et al. (1993)) da seguinte forma. Suponha que o Modelo 1 possui q_1 termos e o Modelo 2 possui $q_1 + q_2$. Este teste avalia se a adição dos q_2 termos melhora o ajuste. A hipótese nula a ser testada é que o Modelo 1 se ajusta tão bem quanto o Modelo 2.

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

A estatística do teste é dada por

$$\chi^2 = -2[\log L_1 - \log L_2],$$

que tem distribuição assintótica χ^2 com q_2 graus de liberdade, L_1 e L_2 são os valores máximos das funções de verossimilhança para os Modelos 1 e 2, respectivamente, definidas na Seção 2.3.1 para os dados agrupados e desagrupados.

Além do teste da razão de verossimilhanças, pode-se usar também o critério de informação de Akaike (AIC), definido como

$$AIC = -2\log(L) + 2s,$$

em que $L = L_1$ e $s = q_1$ para o Modelo 1 e $L = L_2$ e $s = q_1 + q_2$ para o Modelo 2. No AIC , o primeiro termo é uma medida do bom ajuste do modelo, enquanto que o segundo é uma penalidade pela adição dos parâmetros.

A forma de se selecionar o número q de termos é calcular o AIC para o Modelo 1 e para o Modelo 2; se o valor do AIC aumenta com a adição dos q_2 termos, o número q de coeficientes na expansão em séries será $q = q_1$.

Continuação do Exemplo 1: Para se encontrar que somente era necessário um termo na expansão em séries cosseno para se obter um bom ajuste no Exemplo 1 na seção anterior, foram usados os dois métodos apresentados nesta seção. A seguir são exibidos os resultados encontrados.

Usando os testes da razão de verossimilhanças

Primeiro foram ajustados o Modelo 1 contendo somente a função uniforme e o Modelo 2 contendo a função uniforme e um termo da expansão cosseno. O valor da estatística do teste foi 18,86404, pois $\log L_1 = -222,46449$ e $\log L_2 = -213,03238$. Isto produz um p -valor $< 0,001$ o que indica que o Modelo 2 se ajusta melhor do que o Modelo 1 e portanto foram redefinidos os Modelo 1 e 2 da seguinte forma: o Modelo 1 passou a conter a função uniforme e um termo da expansão cosseno e o Modelo 2 a função uniforme e dois termos da expansão cosseno. Procedendo

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

como no caso anterior, foi calculada a estatística do teste da razão de verossimilhanças; o valor obtido foi 0,17766 e o p -valor foi 0,673392, indicando que o novo Modelo 1 está bem ajustado.

Usando o Critério de Informação de Akaike

Primeiro foram ajustados o Modelo 1 contendo somente a função uniforme e o Modelo 2 contendo a função uniforme e um termo da expansão cosseno. Uma vez ajustados os modelos, foram calculados o AIC de 444,92899 para o Modelo 1 e de 428,06476 para o Modelo 2. Como o valor do AIC diminuiu são ajustados o Modelo 1 agora sendo a função uniforme e um termo na expansão cosseno e o Modelo 2 contendo a função uniforme e dois termos na expansão em séries e calculado novamente o AIC para os dois modelos. Os valores obtidos do AIC foram 428,06476 e 429,88712, respectivamente. Como o valor do AIC aumentou, foi escolhido o novo Modelo 1 contendo a função uniforme e um termo na expansão cosseno.

2.3.3 Seleção do Modelo para a Função Densidade de Probabilidade das Distâncias dos Objetos Detectados

Na modelagem de $f_{X|O}(x)$ ou $f_{R|O}(r)$ poderiam ser encontrados vários modelos que se ajustam bem ao conjunto de dados com base nos quais poderíamos obter vários estimadores para $f_{X|O}(0)$ ou $h(0)$. Portanto, é necessário escolher $f_{X|O}(x)$ ou $f_{R|O}(r)$ que mais se aproxime da verdadeira, que neste caso é desconhecida. Nesta seção, são apresentadas algumas propostas para se selecionar a “melhor” $f_{X|O}(x)$ ou $f_{R|O}(r)$.

A primeira proposta (Buckland et al. (1993)) é calcular o AIC para cada modelo e aquele com o menor AIC é o escolhido.

A segunda proposta é feita por Buckland et al. (1997), que apresentaram um estimador para $f_{X|O}(0)$ da seguinte forma

$$\hat{f}_{X|O}(0) = \sum_{k=1}^K w_k \hat{f}_k(0), \quad (2.25)$$

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

em que $\hat{f}_k(0)$ é o estimador de $f_{X|O}(0)$ sob o k -ésimo modelo e w_k é o peso designado ao k -ésimo modelo, $k = 1, \dots, K$, com K sendo o número de modelos considerados. Formas para obtenção dos pesos w_k são indicadas adiante nesta seção. Um estimador da variância de $\hat{f}_{X|O}(0)$, considerando que os $\hat{f}_{X|O}(0)$ são identicamente distribuídos com $E[\hat{f}_{X|O}(0)] = f_{X|O}(0)$ e pesos w_k conhecidos, é

$$\text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0)) = \sum_{k=1}^K w_k^2 \text{Var}(\hat{f}_k(0)) + 2 \sum_{l < k} w_k w_l \text{Cov}(\hat{f}_k(0), \hat{f}_l(0)).$$

O problema é como se estimar essa covariância. Buckland et al. (1997) argumentam que a covariância é alta pois cada modelo é ajustado ao mesmo conjunto de dados. Portanto ela é igualada ao seu máximo valor possível que é a média geométrica das variâncias dos estimadores sob os modelos k e l . Em tal caso, obtemos o maior valor da $\text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0))$,

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0)) &\leq \sum_{k=1}^K w_k^2 \text{Var}(\hat{f}_k(0)) + 2 \sum_{l < k} w_k w_l \sqrt{\text{Var}(\hat{f}_k(0)) \text{Var}(\hat{f}_l(0))} \quad (2.26) \\ \text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0)) &\leq \left(\sum_{k=1}^K w_k \sqrt{\text{Var}(\hat{f}_k(0))} \right)^2. \end{aligned}$$

Esta variância muda quando é incorporada uma componente que representa o vício que é produzido quando $f_{X|O}(0)$ é estimada de um modelo selecionado erradamente. A seguir será incorporada esta componente.

Defina-se $f_k(0) = f_{X|O}(0) + \gamma_k$, onde γ_k é o vício não especificado que surge ao se estimar $f_{X|O}(0)$ sob o modelo k . Suponha que $E[\gamma_k] = 0$, em que a esperança é tomada sob todos os possíveis modelos. Denote,

$$E[\hat{f}_k(0) | \gamma_k] = f_{X|O}(0) + \gamma_k = f_k(0).$$

Se a esperança é tomada sob todos os possíveis modelos,

$$E[\hat{f}_k(0)] = E[E[\hat{f}_k(0) | \gamma_k]] = E[f_{X|O}(0) + \gamma_k] = E[f_k(0)] = f_{X|O}(0).$$

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Denote também

$$\text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \mid \gamma_k \right) = E \left[\left(\hat{f}_k(o) - f_k(o) \right)^2 \right]$$

e

$$\text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \right) = E \left[\left(\hat{f}_k(o) - f_{X|O}(o) \right)^2 \right].$$

Sob o modelo k , γ_k é constante e isto implica em

$$\begin{aligned} \text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \right) &= E \left[\left(\hat{f}_k(o) - f_k(o) + f_k(o) - f_{X|O}(o) \right)^2 \right] \\ &= E \left[\left(\hat{f}_k(o) - f_k(o) \right)^2 + 2 \left(\hat{f}_k(o) - f_k(o) \right) \left(f_k(o) - f_{X|O}(o) \right) + \left(f_k(o) - f_{X|O}(o) \right)^2 \right] \\ &= E \left[\left(\hat{f}_k(o) - f_k(o) \right)^2 \right] + 2 \left(f_k(o) - f_{X|O}(o) \right) E \left[\hat{f}_k(o) - f_k(o) \right] + \left(f_k(o) - f_{X|O}(o) \right)^2. \\ &= \text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \mid \gamma_k \right) + \gamma_k^2. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Porém,

$$\text{Var} \left(\hat{f}_{X|O}(o) \right) = \sum_{k=1}^K w_k^2 \text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \right) + \sum_k \sum_{l \neq k} w_k w_l \text{Cov} \left(\hat{f}_k(o), \hat{f}_l(o) \right). \quad (2.28)$$

Se assume-se a correlação perfeita entre $\hat{f}_k(o)$ e $\hat{f}_l(o)$, ou seja $\text{Corr}(\hat{f}_k(o), \hat{f}_l(o)) = 1$, a variância ficaria

$$\text{Var} \left(\hat{f}_{X|O}(o) \right) = \sum_{k=1}^K w_k^2 \text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \right) + \sum_k \sum_{l \neq k} w_k w_l \sqrt{\text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \right) \text{Var} \left(\hat{f}_l(o) \right)} \quad (2.29)$$

$$= \left(\sum_{k=1}^K w_k \sqrt{\text{Var} \left(\hat{f}_k(o) \right)} \right)^2. \quad (2.30)$$

Substituindo (2.27) em (2.30) obtém-se

$$\text{Var} \left(\hat{f}_{X|O}(o) \right) = \left\{ \sum_{k=1}^K w_k \sqrt{\text{Var}(\hat{f}_k(o) \mid \gamma_k) + \gamma_k^2} \right\}^2.$$

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Esta variância pode ser estimada substituindo γ_k por $\hat{\gamma}_k = \hat{f}_k(0) - \hat{f}_{X|O}(0)$ e $\text{Var}(\hat{f}_k(0) | \gamma_k)$ por $\widehat{\text{Var}}(\hat{f}_k(0) | \gamma_k)$. O estimador $\hat{f}_{X|O}(0)$ é encontrado usando a expressão (2.25) e $\widehat{\text{Var}}(\hat{f}_k(0) | \gamma_k)$ é encontrado usando a expressão (2.22) para dados desagrupados e a expressão (2.24) para dados agrupados, supondo que o modelo k é o verdadeiro.

A independência dos $f_k(0)$'s pode ser obtida se existir um número grande de dados, dividindo-os em K grupos iguais ou quase iguais, em que K é o número de modelos. Cada modelo é ajustado a um dos K conjuntos de dados para se obter os estimadores de $f_k(0)$ e de $\text{Var}(\hat{f}_k(0) | \gamma_k)$. Os w_k são estimados do conjunto inteiro de dados como indicado abaixo.

O estimador da variância, usando a independência agora obtida com a divisão do conjunto de dados, é obtido fazendo $\text{Corr}(\hat{f}_k(0), \hat{f}_l(0)) = 0$ em (2.28). Assim,

$$\text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0)) = \sum_{k=1}^K w_k^2 \text{Var}(\hat{f}_k(0)). \quad (2.31)$$

Substituindo (2.27) em (2.31), temos

$$\text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0)) = \sum_{k=1}^K w_k^2 \left\{ \text{Var}(\hat{f}_k(0) | \gamma_k) + \gamma_k^2 \right\}.$$

A primeira proposta para se encontrar os pesos w_k é usar o *AIC* ou o *BIC* (critério de informação de Bayes), que são definidos como $I = -2 \log L + s \log n_L$, em que n_L é o número de detecções. Para cada modelo $I_k = -2 \log L_k + t_k$, em que $t_k = 2s$ no caso do *AIC* e $t_k = s \log n_L$ no caso do *BIC* (s é o número de parâmetros do modelo).

Define-se o peso w_k como

$$w_k = \frac{\exp(-\frac{I_k}{2})}{\sum_{k=1}^K \exp(-\frac{I_k}{2})}. \quad (2.32)$$

Definindo w_k desta forma assegura-se que os modelos com igual valor para I tenham o mesmo

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

peso.

A segunda proposta é feita baseada no bootstrap, em que para cada reamostra é avaliada $f_k(x)$ $k = 1, \dots, K$ e selecionado o melhor modelo entre estes. Esta seleção é feita usando o AIC ou BIC . Os pesos w_k são estimados como a proporção de reamostras em que o modelo k é selecionado como o melhor.

No caso dos pontos transectos a seleção do melhor modelo é feita do mesmo modo que para linhas transectas substituindo $f_{X|O}(0)$ por $h(0)$ e n_L por n_P .

Continuação do Exemplo 1: Como foi visto na Seção 1.1.2 existem várias propostas para a modelagem da função de detecção e portanto existem várias propostas para a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados. No caso do exemplo 1, foram ajustadas 5 funções densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados. As funções chaves e as expansões em série de cada função densidade de probabilidade e os seus correspondentes valores de AIC são apresentados na Tabela 2.1. O número de termos ajustados na expansão em séries aparece entre parênteses. Este número foi selecionado usando testes da razão de verossimilhanças.

Tabela 2.1: *Funções densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados ajustadas aos dados do Exemplo 1 e os seus correspondentes valores de AIC .*

Função chave e expansão em séries	Valor do AIC
Uniforme e Cosseno(1)	428,06476
Uniforme e Polinômios Simples(2)	429,90109
Normal truncada e Cosseno(0)	428,23315
Normal truncada e Polinômios hermitianos(0)	428,23315
Taxa de risco e Cosseno(0)	429,35022

A seleção do modelo foi feita baseada no mínimo valor do AIC e portanto o modelo selecionado como o melhor foi a função chave uniforme e um termo na expansão em séries cosseno.

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

2.3.4 Teste de Bondade de Ajuste do Modelo

Para se avaliar o ajuste do modelo selecionado como o melhor para $f_{X|O}(x)$ ou $f_{R|O}(r)$ ao conjunto de dados, são usados os testes χ^2 de bondade de ajuste e o teste de Kolmogorov-Smirnov.

O teste χ^2 compara as frequências n_i do i -ésimo intervalo das distâncias com as distâncias esperadas estimadas sob o modelo selecionado. No caso em que os dados sejam desagrupados é necessário que estes sejam agrupados em intervalos antes da utilização do teste.

A estatística do teste é dada por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(n_i - \hat{E}[n_i])^2}{\hat{E}[n_i]},$$

que tem aproximadamente uma distribuição χ^2 com $d - (p + q) - 1$ graus de liberdade, em que d é o número de intervalos das distâncias, $p + q$ é o número de parâmetros do modelo e $\hat{E}[n_i] = n(F_{i+1} - F_i)$, em que F_i (F_{i+1}) é a função de distribuição acumulada do modelo selecionado avaliada no valor mínimo (máximo) do i -ésimo intervalo.

O teste de Kolmogorov-Smirnov (Dudewicz (1988)), calcula a máxima diferença entre a função de distribuição empírica $F_n(y)$ e a função de distribuição de probabilidade do modelo selecionado.

A hipótese nula é $H_0 : F(y) = F_{Y|O}(y)$, em que $F(y)$ representa a função de distribuição de probabilidade de onde provêm as distâncias e $F_{Y|O}(y)$ a função de distribuição de probabilidade do modelo selecionado.

A estatística do teste é dada por

$$D_n = \sup_y |F_n(y) - F_{Y|O}(y)|,$$

em que $F_n(y)$ é a função de distribuição de probabilidade empírica. O teste rejeita H_0 a um nível α se $D_n \geq d_{n,\alpha}$, em que $d_{n,\alpha}$ é tal que $P_{H_0}(D_n \geq d_{n,\alpha}) = \alpha$.

Alguns valores assintóticos para $d_{n,\alpha}$ são apresentados na Tabela 2.2.

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Tabela 2.2: Alguns valores para $d_{n,\alpha}$

α	0,01	0,05	0,10
$d_{n,\alpha}$	$\frac{1,63}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{n}}$

Valores exatos para $d_{n,\alpha}$ e $n \leq 40$ aparecem em Gibbons (1985).

Continuação do Exemplo 1: O teste de bondade de ajuste para o modelo selecionado como o melhor foi feito para diferentes agrupamentos do conjunto de dados, pois como foi dito anteriormente os dados foram analisados de forma desagrupada e portanto estes agrupamentos foram possíveis.

Os dados foram agrupados em 5, 8 e 12 intervalos, a estatística do teste resultou nos seguintes valores: 1,7861 com 3 graus de liberdade, 1,3058 com 6 graus de liberdade e 3,0999 com 10 graus de liberdade, com correspondentes p -valores dados por 0,61797, 0,97134 e 0,97898, indicando que o modelo selecionado como o melhor na seção anterior está bem ajustado.

O valor da estatística do teste de Kolmogorov-Smirnov foi $D_n = 0,0763$ e o p -valor foi $p = 0,8305$, indicando um bom ajuste do modelo.

2.3.5 Exatidão e Precisão dos Estimadores de D

Para linhas transectas, o vício de $\hat{D}$ é dado por

$$\begin{aligned} E[\hat{D}] - D &= E\left[\frac{n_L \hat{f}_{X|O}(0)}{2L}\right] - \frac{E[n_L] f_{X|O}(0)}{2L} \\ &= \frac{E[n_L] E[\hat{f}_{X|O}(0)]}{2L} - \frac{E[n_L] f_{X|O}(0)}{2L}, \end{aligned}$$

pois é feita a suposição de correlação zero entre $\hat{f}_{X|O}(0)$ e n_L (Buckland et al. (1993)).

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Para pontos transectos, o vício é dado por

$$\begin{aligned} E[\hat{D}] - D &= E\left[\frac{n_P \hat{h}(0)}{2\pi k}\right] - \frac{E[n_P]h(0)}{2\pi k} \\ &= \frac{E[n_P]E[\hat{h}(0)]}{2\pi k} - \frac{E[n_P]h(0)}{2\pi k}, \end{aligned}$$

pois como em linhas transectas, também é feita a suposição de correlação zero entre $\hat{h}(0)$ e n_P .

Assim, $\hat{D}$ é não viciado para D se $\hat{f}_{X|O}(0)$ é não viciado para $f_{X|O}(0)$ em linhas transectas e $\hat{h}(0)$ é não viciado para $h(0)$ em pontos transectos. Como foi mostrado na Seção 2.3, não existe um modelo único para $f_{X|O}(x)$ em linhas transectas nem para $h(r)$ em pontos transectos, o que faz com que não exista uma forma fechada para o vício do estimador de $f_{X|O}(0)$ nem para o vício do estimador de $h(0)$.

A estimação da $\text{Var}(\hat{D})$ será feita usando o método delta como proposto por Seber (1982). Usando este método, a variância de uma função de variáveis $v(t)$, em que t é um vetor de variáveis, é dada por

$$\text{Var}(v(t)) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(t_i) \left(\frac{\partial v(t)}{\partial t_i}\right)^2 + 2 \sum \sum_{i < j} \text{Cov}(t_i, t_j) \left(\frac{\partial v(t)}{\partial t_i}\right) \left(\frac{\partial v(t)}{\partial t_j}\right).$$

Para se estimar a variância de $\hat{D}$, será feita a suposição de que a correlação entre n_L e $\hat{f}_{X|O}(0)$ para linhas transectas e entre n_P e $\hat{h}(0)$ para pontos transectos é zero.

Assim, um estimador da variância para linhas transectas é dado por

$$\begin{aligned} \widehat{\text{Var}}(\hat{D}) &= \widehat{\text{Var}}(n_L) \left(\frac{\hat{f}_{X|O}(0)}{2L}\right)^2 + \widehat{\text{Var}}(\hat{f}_{X|O}(0)) \left(\frac{n_L}{2L}\right)^2 \\ &= \widehat{\text{Var}}(n_L) \left(\frac{\hat{D}}{n_L}\right)^2 + \widehat{\text{Var}}(\hat{f}_{X|O}(0)) \left(\frac{\hat{D}}{\hat{f}_{X|O}(0)}\right)^2 \\ &= \hat{D}^2 \left\{ \frac{\widehat{\text{Var}}(n_L)}{n_L^2} + \frac{\widehat{\text{Var}}(\hat{f}_{X|O}(0))}{(\hat{f}_{X|O}(0))^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

e para pontos transectos por

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{D}) = \hat{D}^2 \left\{ \frac{\widehat{\text{Var}}(n_P)}{n_P^2} + \frac{\widehat{\text{Var}}(\hat{h}(0))}{(\hat{h}(0))^2} \right\}. \quad (2.34)$$

Se os objetos são distribuídos espacialmente de forma aleatória, o número de objetos detectados n têm uma distribuição de Poisson e $\widehat{\text{Var}}(n) = n$, em que n representa o número de objetos detectados n_L em linhas transectas e n_P em pontos transectos.

Se os dados são registrados usando k linhas transectas, o número de objetos detectados na linha i é n_i $i = 1, \dots, k$, com $\sum_{i=1}^k n_i = n_L$. Um estimador de $\text{Var}(n_L)$, quando as linhas têm comprimentos diferentes (Buckland et al. (1993)) é

$$\widehat{\text{Var}}(n_L) = L \sum_{i=1}^k \frac{l_i \left(\frac{n_i}{l_i} - \frac{n_L}{L} \right)^2}{k-1},$$

em que $\sum_{i=1}^k l_i = L$.

No caso em que as linhas tenham mesmo comprimento, o estimador da variância é dado por

$$\widehat{\text{Var}}(n_L) = k \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - \frac{n_L}{k})^2}{k-1}.$$

Quando a mesma linha é percorrida mais do que uma vez (réplicas no tempo), o estimador de $\text{Var}(n_L)$ é

$$\widehat{\text{Var}}(n_L) = T_L \sum_{i=1}^k \frac{t_i l_i \left(\frac{n_i}{t_i l_i} - \frac{n_L}{T_L} \right)^2}{k-1},$$

em que $T_L = \sum_{i=1}^k t_i l_i$ e t_i é o número de vezes que a linha i foi percorrida.

Para pontos transectos, quando o ponto i é amostrado t_i vezes e um número n_i de objetos é detectado na i -ésima vez, com $\sum_{i=1}^k n_i = n_P$, o estimador da variância do número de objetos detectados é dado por

2.3. ANÁLISE DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

$$\widehat{\text{Var}}(n_P) = T \sum_{i=1}^k \frac{t_i \left(\frac{n_i}{t_i} - \frac{n_P}{T} \right)^2}{k-1},$$

em que $T = \sum_{i=1}^k t_i$.

Os estimadores de $f_{X|O}(0)$, $\text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0))$, $h(0)$ e de $\text{Var}(\hat{h}(0))$ são obtidos usando a teoria de máxima verossimilhança como proposto por Buckland et al. (1997) e descrito na Seção 2.3.3.

Continuação do Exemplo 1: Com os dados do Exemplo 1 obtidos até este momento é possível calcular uma estimativa da variância de $\hat{D}$. Esta estimativa é encontrada substituindo as estimativas de $\hat{f}_{X|O}(0) = 0,006267$, $\text{Var}(\hat{f}_{X|O}(0)) = 2,323 \times 10^{-5}$, $\hat{D} = 0,00699$, $n_L = 67$, $\widehat{\text{Var}}(n_L) = 67$ na expressão (2.33). Assim, $\hat{D} = 0,00699^2 \left\{ \frac{1}{67} + \frac{2,323 \times 10^{-5}}{0,06267^2} \right\} = 1,018 \times 10^{-6}$.

Capítulo 3

Uma Ilustração e Comparação dos dois Métodos Amostrais

O objetivo neste capítulo é apresentar uma ilustração da análise de dados obtidos por intermédio dos dois métodos de amostragem aqui descritos e fazer uma comparação dos estimadores da *densidade* D de uma população simulada.

Existem na literatura alguns trabalhos que fazem comparações sob vários aspectos da amostragem por linhas transectas e pontos transectos. Buckland et al. (1993) apresentam alguns deles, que resumimos a seguir.

Bollinger et al. (1988) compararam as estimativas da *densidade* conhecida de uma espécie de pássaro, obtidas por linhas transectas e pontos transectos em duas regiões do Estado de Nova Iorque. As regiões tinham 17,6 e 12,6 hectares de área. Foram situadas 12 linhas e 18 pontos na primeira região e 10 linhas e 14 pontos na segunda região. O pesquisador esperou 4 minutos antes de fazer as medições para que os pássaros voltassem às atividades habituais e permaneceu em cada ponto por outros 4 minutos para realizar a coleta das distâncias. Foram calculadas estimativas da *densidade* para machos e fêmeas em linhas transectas e somente para machos em pontos transectos. Ambos apresentaram estimativas para os machos maiores que os valores verdadeiros, sendo o vício relativo de pontos transectos de 140% e de linhas transectas de 76%. A estimativa da *densidade*

3.1. DESCRIÇÃO DA REGIÃO E DA POPULAÇÃO EM ESTUDO

das fêmeas foi aproximadamente igual ao verdadeiro valor.

Anderson e Ohmart (1981) compararam as estimativas de *densidades* de várias espécies de pássaros obtidas por linhas transectas e pontos transectos ao longo do Rio Colorado. Mais pássaros foram detectados em linhas transectas porque o tempo de deslocamento de um ponto a outro é um “tempo morto”, de não observação. As diferenças entre as estimativas encontradas por linhas transectas e pontos transectos foram relativamente baixas.

Edwards et al. (1981) compararam os dois métodos estimando *densidades* de pássaros em uma ilha do Rio Columbia. Foram detectados mais pássaros em pontos transectos que em linhas transectas, entretanto o valor de w para linhas foi de 50 m e para pontos de 150 m. As estimativas das *densidades* foram similares nos dois métodos embora algumas em pontos transectos tenham sido maiores. Os métodos não foram padronizados e por isso a comparação entre eles é difícil.

Neste trabalho, uma população com distribuição geográfica uniforme aleatória em uma região de área A , com *densidade* D fixada, foi simulada. Foram sorteadas 500 amostras por linhas transectas e 500 amostras por pontos transectos, todas elas totalizando áreas cobertas pela amostragem aproximadamente iguais. A *densidade* D foi estimada em cada amostra e as distribuições empíricas das *densidades* obtidas dos dois métodos amostrais foram comparadas.

3.1 Descrição da Região e da População em Estudo

A região usada na comparação dos dois métodos amostrais foi definida como sendo uma região com 300 metros de largura por 300 metros de comprimento, ou seja, a área A da região amostrada é $A = 90000m^2$.

Foi gerada uma população distribuída espacialmente de forma aleatória com tamanho $N = 1000$ (ver Figura 2.1). Portanto, o valor do parâmetro de interesse é $D = 1000/90000m^2 = 0,0111$ objetos/ m^2 ou aproximadamente $D = 11100$ objetos/ km^2 .

Os objetos da população simulada na região de área A foram situados aleatoriamente usando coordenadas (x, y) em que cada componente foi gerada de uma distribuição Uniforme com parâmetros

3.2. METODOLOGIA USADA NA OBSERVAÇÃO DAS DISTÂNCIAS

0 e 300, ou seja, $X_i \sim U[0, 300]$ e $Y_i \sim U[0, 300]$, $i = 1, \dots, 1000$.

3.2 Metodologia Usada na Observação das Distâncias

Na obtenção das amostras correspondentes às distâncias dos objetos detectados em linhas transectas e pontos transectos foram usados programas desenvolvidos no aplicativo *R*. Estes programas encontram-se no Apêndice B deste trabalho. Uma descrição da forma como estas amostras foram obtidas é feita a seguir.

Em linhas transectas, foi colocada aleatoriamente e em forma horizontal na região de área A , uma linha de 300 metros de comprimento (ver Figura 2.1), usando uma distribuição Uniforme [30, 270], pois foi fixado um valor de $w = 30$ (máxima distância em que serão detectados os objetos). O comprimento da linha e o valor de w definem a área a da região a ser coberta pela amostragem; no caso esta área é $a = 2 \times 30 \times 300 = 18000m^2$.

Os objetos foram detectados com base nos valores positivos gerados de uma distribuição Normal com média 0 e variância 0,5, transformados de tal forma a se obter distâncias entre 0 e 30 metros e armazenados em um vetor denominado *Distanger*, de dimensão 110×1 (110 foi o número máximo de objetos dentro das regiões cobertas pela amostragem e foi obtido simulando várias amostras). A transformação usada para obter distâncias entre 0 e 30 metros foi,

$$Distanger = Distanger \times \frac{30}{\max(Distanger)}.$$

Foram calculadas as distâncias de cada objeto da população à linha transecta e as distâncias menores ou iguais a $w = 30$ foram armazenadas em um vetor denominado *Distan*.

Cada valor do novo vetor *Distanger*, obtido mediante a transformação acima, foi comparado a todos os valores armazenados no vetor *Distan*, ou seja, a todas as distâncias dos objetos da população dentro da região coberta pela amostragem.

Foram considerados objetos detectados aqueles cujas distâncias da linha transecta fossem pró-

3.2. METODOLOGIA USADA NA OBSERVAÇÃO DAS DISTÂNCIAS

ximas a uma das distâncias geradas contidas no vetor *Distanger*. Como critério de proximidade consideramos arbitrariamente $\frac{|(Distanger[j]-Distan[i])|}{\max(Distan)} \leq 0,003$, i varia entre 1 e o número de objetos na região coberta pela amostragem, $j = 1, \dots, 110$. Este critério implica em que a probabilidade de se detectar um objeto da população seja maior para objetos mais próximos da linha transecta. Outros critérios poderiam ter sido usados.

Na Figura 3.1 são apresentados, como ilustração, três pares de histogramas correspondentes a três das amostras selecionadas. A coluna (a) contém os histogramas das distâncias à linha dos objetos da população localizados na região coberta pela amostragem. Como esperado, esses gráficos apresentam distribuição aproximadamente uniforme; a coluna (b) contém os histogramas das distâncias dos objetos detectados à linha. Estes gráficos são uma representação da função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados e também da função de detecção, devido à relação existente entre $g(x)$ e $f_{X|O}(x)$, pois $g(x) \propto f_{X|O}(x)$,

$$f_{X|O}(x) = \frac{g(x)}{\mu}.$$

Conforme ilustrado nos histogramas da coluna (b), a maioria das amostras satisfaz o critério da forma (Seção 1.1.1).

Em pontos transectos foram colocados aleatoriamente 6 pontos na região de área A . A distância máxima em que foram detectados os objetos foi fixada em $w = 30$ metros, o que define a área $a = 6 \times \pi \times 30^2 = 16964m^2$ da região coberta pela amostragem. Estes pontos foram situados de tal forma que a intersecção das regiões definidas pelo valor de $w = 30$ fosse vazia para evitar que um objeto fosse detectado duas vezes. A forma de se detectar os objetos foi análoga à usada para linhas transectas.

Na coluna (a) da Figura 3.2 são apresentados os histogramas das distâncias dos objetos da população contidos nos círculos de raio 30 metros em torno dos pontos transectos, correspondentes a três das amostras selecionadas. As classes dos histogramas correspondem a aros em torno dos pontos transectos. Quanto mais próximo do ponto, menor é a área do aro e portanto menor é

3.2. METODOLOGIA USADA NA OBSERVAÇÃO DAS DISTÂNCIAS

Figura 3.1: Histogramas: (a) das distâncias à linha transecta de todos os objetos dentro da área coberta pela amostragem, (b) das distâncias à linha transecta dos objetos detectados

o número de objetos ali contidos, uma vez que a distribuição espacial da população na região toda é uniforme. Por esse motivo os histogramas apresentam frequências mais baixas nas faixas correspondentes às distâncias menores.

Na coluna (b) da Figura 3.2 são apresentados os histogramas das distâncias dos objetos detectados. Esses gráficos são uma estimativa da função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados, mas não da função de detecção pois, no caso de pontos transectos, a relação entre elas depende de r . Para a obtenção do gráfico de barras que representa a função de detecção é necessário fazer uma “correção” das frequências em cada intervalo de distâncias, pois, como visto

3.2. METODOLOGIA USADA NA OBSERVAÇÃO DAS DISTÂNCIAS

no Capítulo 2, $g(r)$ é proporcional a $\frac{f_{R|O}}{r}$, ou seja,

$$f_{R|O}(r) = \frac{2\pi r g(r)}{v},$$

o que implica em

$$g(r) = \frac{v f_{R|O}(r)}{2\pi r}$$

e assim

$$g(r) \propto \frac{f_{R|O}(r)}{r}.$$

A “frequência corrigida” para o j -ésimo intervalo das distâncias, f_j , é obtida da seguinte forma

$$f_j = \sum_{r_i \in j} \frac{1}{r_i},$$

em que $r_i \in j$ quer dizer que a distância radial r_i pertence ao j -ésimo intervalo das distâncias.

Na Figura 3.3, coluna (a), são apresentados os gráficos de barras correspondentes aos histogramas da Figura 3.2. Nesses gráficos, a altura é igual à proporção de objetos detectados em cada aro em relação ao número de objetos da população naquele aro, isto é, é o número de objetos detectados no aro dividido pelo número de objetos no aro. Esses gráficos são estimativas da função de detecção e satisfazem o critério da forma, entretanto, sua construção não é possível na prática pois o número de objetos da população em cada aro é desconhecido. Aqui, sua construção é possível devido a geração dos dados ser feita via simulação e, portanto, serem conhecidos. Na coluna (b) são apresentados os gráficos de barras que representam a função de detecção, em que a altura é igual às frequências corrigidas como indicado acima. Nota-se que estes também satisfazem o critério da forma e podem ser construídos na prática pois só dependem dos valores da amostra.

Estes procedimentos foram realizados até se obter 500 conjuntos de dados, em que um conjunto em linhas correspondesse a um conjunto em pontos, relacionados segundo o número de detecções para evitar que os resultados fossem influenciados por estes valores.

3.3. ILUSTRAÇÃO DE ANÁLISE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Figura 3.2: Histogramas: (a) das distâncias aos pontos transectos de todos os objetos dentro da região coberta pela amostragem, (b) das distâncias aos pontos transectos dos objetos detectados

3.3 Ilustração de Análise das Distâncias dos Objetos Detectados

Apresentamos nesta seção, a título de ilustração, a análise de uma das amostras obtida por linhas transectas e uma obtida por pontos transectos. O aplicativo computacional utilizado na análise foi o *Distance* (Thomas et al. (2003)), elaborado por um grupo de pesquisadores dos dois métodos amostrais, da *Research Unit for Wildlife Population Assessment* e da *Universidade de St. Andrews, UK*. O *Distance* encontra-se disponível para *download* na internet (<http://www.ruwpa.st->

3.3. ILUSTRAÇÃO DE ANÁLISE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Figura 3.3: Gráficos de barras: (a) proporção de objetos detectados em cada aro, (b) frequências corrigidas

and.ac.uk/distance/distance41download.html).

Os dados foram analisados de forma desagregada, pois as distâncias foram medidas da posição do objeto à linha ou ao ponto e não em intervalos de distância.

Nos Apêndices C e D são apresentadas as saídas do aplicativo Distance para linhas transectas e pontos transectos, respectivamente. Para facilitar a interpretação dos resultados, estes foram divididos em 5 partes, tanto para linhas transectas como para pontos transectos, e serão analisados conjuntamente dada a similaridade entre eles.

Na primeira parte são apresentadas as funções de detecção ajustadas ao conjunto das distâncias.

3.3. ILUSTRAÇÃO DE ANÁLISE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Essas funções são escolhidas pelo usuário. Para linhas transectas, as funções chave e as expansões em séries ajustadas foram: 1. uniforme e cosseno, 2. uniforme e polinômios simples, 3. normal truncada e cosseno, 4. normal truncada e polinômios hermitianos e 5. taxa de risco e polinômios simples. Para pontos transectos, foram as quatro primeiras e também a taxa de risco e cosseno. O critério para seleção do modelo que melhor se ajusta foi baseado no *AIC*. O modelo escolhido é aquele que tem o menor *AIC*. Além disso, são apresentadas as variáveis e uma descrição do que elas representam dentro da análise. A $\text{Var}(n)$ é estimada sob a suposição de que n tem distribuição de Poisson e $\text{Var}(\hat{f}(\theta))$ e $\text{Var}(\hat{h}(\theta))$ são estimadas com base na expressão (2.22).

Na segunda parte são apresentados o comprimento da linha, em linhas transectas, e o número de pontos em pontos transectos, os quais aparecem como esforço da amostragem. O valor de w aparece como a largura e o número de detecções, n_L em linhas transectas e n_P em pontos transectos, aparece como número de observações. A saída mostra também, para cada uma das combinações de função chave e expansão em séries relacionadas na primeira parte, a seleção do número q de termos na expansão em séries, usando para isto testes da razão de verossimilhanças e o *AIC*. A forma de fazer esta seleção é apresentada a seguir. Para cada combinação é ajustado o Modelo 1 só com a função chave e o Modelo 2 com a função chave e uma expansão em séries de ordem baixa. Os dois são comparados com base no teste da razão de verossimilhanças e no critério de Akaike. Se os dois modelos têm o mesmo *AIC*, um deles é escolhido aleatoriamente. Se o Modelo 1 é escolhido, a sequência de testes é interrompida; se o Modelo 2 é escolhido, ajusta-se o Modelo 3 composto pela função chave e uma expansão em séries de ordem mais alta do que a do Modelo 2. Os Modelos 2 e 3 são então comparados. Se o de ordem mais baixa é escolhido (Modelo 2), a sequência de testes é interrompida, caso contrário ajusta-se um modelo de ordem mais alta para ser comparado com o Modelo 3. Em resumo, para cada combinação de função chave e expansão em séries, os modelos são comparados sequencialmente, de 2 em 2, em ordem crescente e a sequência de testes é interrompida quando o modelo de ordem menor é escolhido.

As Tabelas 3.1 e 3.2 mostram um resumo dos resultados obtidos com o ajuste desses modelos

3.3. ILUSTRAÇÃO DE ANÁLISE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Tabela 3.1: Modelos ajustados para linhas transectas

<i>Função chave e expansão em séries</i>	<i>Modelo 1</i>	<i>Modelo 2</i>	<i>Modelo 3</i>
1. Uniforme e cosseno	uniforme $AIC = 604,20$ $p < 0,001$	uniforme e cosseno (1) $AIC = 591,05$ $p = 0,666$	uniforme e cosseno (1,2) $AIC = 592,87$
2. Uniforme e polinômio simples	uniforme $AIC = 604,20$ $p < 0,001$	uniforme e polinômio simples (2) $AIC = 591,21$ $p = 0,475$	uniforme e polinômio simples (2,4) $AIC = 592,70$
3. Normal truncada e cosseno	normal truncada $AIC = 590,70$ $p = 0,942$	normal truncada e cosseno (2) $AIC = 592,70$	
4. Normal truncada e polinômio hermitiano	normal truncada $AIC = 590,70$ $p = 0,902$	normal truncada e polinômio hermitiano (4) $AIC = 592,69$	
5. Taxa de risco e polinômio simples	taxa de risco $AIC = 592,81$ $p = 0,924$	taxa de risco e polinômio simples (4) $AIC = 594,80$	

para linhas transectas e pontos transectos, respectivamente. Essas tabelas mostram os modelos ajustados com os respectivos AIC e os p -valores dos testes da razão de verossimilhanças.

Tomemos como exemplo a combinação 2 de linhas transectas (Tabela 3.1). Nessa combinação é considerada a função chave uniforme e a expansão em séries polinômios simples. O Modelo 1 contém apenas a função chave uniforme e o AIC correspondente é 604,20. O Modelo 2 é composto pela função chave uniforme e a expansão em séries polinômios simples de ordem 2 ($AIC = 591,21$). Entre os dois é escolhido o Modelo 2 pois tem o menor AIC e o p -valor do teste da razão de verossimilhanças é menor do que 0,001, indicando que o Modelo 2 se ajusta melhor do que o Modelo 1. O modelo seguinte ajustado (Modelo 3) é composto pela função chave uniforme e a expansão em séries polinômios simples com termos de graus 2 e 4. Entre os Modelos 2 e 3, o

3.3. ILUSTRAÇÃO DE ANÁLISE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

Tabela 3.2: Modelos ajustados para pontos transectos

<i>Função chave e expansão em séries</i>	<i>Modelo 1</i>	<i>Modelo 2</i>	<i>Modelo 3</i>
1. Uniforme e cosseno	uniforme $AIC = 435,34$ $p = 0,003$	uniforme e cosseno (1) $AIC = \mathbf{428,66}$ $p = 0,383$	uniforme e cosseno (1,2) $AIC = 429,90$
2. Uniforme e polinômio simples	uniforme $AIC = 435,34$ $p = 0,003$	uniforme e polinômio simples (2) $AIC = \mathbf{428,29}$ $p = 0,668$	uniforme e polinômio simples (2,4) $AIC = 430,11$
3. Normal truncada e cosseno	normal truncada $AIC = \mathbf{428,20}$ $p = 0,694$	normal truncada e cosseno (2) $AIC = 430,05$	
4. Normal truncada e polinômio hermitiano	normal truncada $AIC = \mathbf{428,20}$ $p = 0,704$	normal truncada e polinômio hermitiano (4) $AIC = 430,06$	
5. Taxa de risco e cosseno	taxa de risco $AIC = \mathbf{429,88}$ $p = 0,790$	taxa de risco e cosseno (2) $AIC = 431,81$	

Modelo 2 é escolhido pois tem o menor AIC (591,21 versus 592,70) e o p -valor do teste da razão de verossimilhanças é 0,475. Portanto o número q de termos selecionado foi $q = 1$.

Nesse ponto da análise temos um modelo escolhido para cada função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados, obtida com cada uma das combinações de função chave e expansão em séries. Resta agora eleger um modelo entre eles.

Na terceira parte é selecionado o melhor modelo para a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados dentre as cinco escolhidas na segunda parte, levando em conta o menor AIC dos modelos obtidos anteriormente. São apresentados os estimadores dos parâmetros da função de detecção correspondente à função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados selecionada como a melhor, em que $A(i)$, $i = 1, \dots, p$ são as estimativas dos

3.3. ILUSTRAÇÃO DE ANÁLISE DAS DISTÂNCIAS DOS OBJETOS DETECTADOS

parâmetros da função chave e os $A(i)$, $i = p + 1, \dots, p + q$ são as estimativas dos coeficientes na expansão em séries. Estes valores são calculados usando a teoria de máxima verossimilhança apresentada na Seção (2.3.1). As estimativas de $f(0)$ e $h(0)$, para linhas transectas e pontos transectos, respectivamente, são obtidas como foi indicado na Seção 2.3.

Na saída para linhas transectas (Apêndice C), o modelo selecionado foi o que contém apenas a função chave normal truncada, em que $A(1)$ é a notação para σ . Assim, o modelo estimado foi

$$f_{X|O}(x) = \frac{\exp\left(\frac{-x^2}{2(16,7)^2}\right)}{\int_0^{30} \exp\left(\frac{-x^2}{2(16,7)^2}\right) dx},$$

pois $\hat{\sigma} = 16,7$. A estimativa do erro padrão de $\hat{\sigma}$ é 2,318, de $f_{X|O}(0)$ é 0,052 com erro padrão de 0,0049 e coeficiente de variação de 9,53%. O intervalo de confiança para $f_{X|O}(0)$ com coeficiente de confiança de 95% é (0,043 ; 0,062).

Para pontos transectos (Apêndice D), o mesmo modelo foi escolhido, ou seja, aquele que contém somente a função chave normal truncada ($AIC = 428, 20$). O modelo foi estimado por

$$f_{R|O}(r) = \frac{\exp(-r^2/619,52)}{\int_0^{30} \exp(-r^2/619,52) dr},$$

pois $\hat{\sigma} = 17,60$, com erro padrão de 3,034. A estimativa de $h(0)$ é 0,0044, com erro padrão 0,00079 e coeficiente de variação de 17,96%. O intervalo de confiança de 95% para $h(0)$ é (0,0031 ; 0,0063).

Na quarta parte são apresentados os testes de bondade de ajuste de Kolmogorov-Smirnov, que testa se existe alguma fuga significativa entre a função de distribuição empírica e a função de distribuição acumulada ajustada, e o teste de Cramer-von Mises (Stephens (1986)), que é uma sequência de testes qui-quadrado (ver Seção 2.3.4), calculados para diferentes agrupamentos dos dados. Para esses testes são apresentados vários gráficos ilustrando o ajuste. Para linhas transectas são mostrados os gráficos de proporções, que são estimativas da função de detecção e, para pontos transectos, os gráficos de proporções, que são estimativas da função de detecção e da função

3.4. UMA COMPARAÇÃO DOS DOIS MÉTODOS AMOSTRAIS

densidade das distâncias dos objetos detectados. No caso de linhas transectas, os dois gráficos têm formas similares pois, como já foi dito anteriormente na Seção 3.2, são proporcionais. Por isso somente um deles é exibido.

Nas amostras analisadas todos os testes indicam que o modelo está bem ajustado, tanto para linhas transectas como para pontos transectos.

Na quinta parte da saída são apresentadas as estimativas de diversos parâmetros com seus respectivos erros padrão, coeficientes de variação e intervalos de confiança. Também é apresentado um resumo das estimativas sob o modelo escolhido. No exemplo, a estimativa da *densidade* populacional para a amostra de linhas transectas é de 0,0077 e o intervalo de confiança correspondente é de (0,0058; 0,0102). Para pontos transectos, a estimativa de D é 0,0076 com intervalo de confiança de (0,0049; 0,0117). Esses intervalos são calculados sob a suposição de que $\hat{D}$ têm uma distribuição log-normal, isto é, um intervalo de confiança aproximado com 95% de confiança para D é dado por $[\hat{D}/C, \hat{D}.C]$, em que

$$C = \exp \left[1,96 \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\log_e \hat{D})} \right]$$

e

$$\widehat{\text{Var}}(\log_e \hat{D}) = \log_e \left[1 + \frac{\widehat{\text{Var}}(\hat{D})}{\hat{D}^2} \right].$$

3.4 Uma Comparação dos dois Métodos Amostrais

Nesta seção, um estudo descritivo dos resultados para $\hat{D}$ das 500 amostras simuladas é feito para cada um dos métodos.

A Tabela 3.3 mostra o mínimo, o máximo, a média e os quartis das 500 estimativas de $\hat{D}$ obtidas por linhas transectas e pontos transectos. Nas Figuras 3.4 e 3.5 são apresentados os histogramas e boxplots dessas estimativas.

Embora as médias e medianas das *densidades* em pontos transectos sejam mais próximas da verdadeira *densidade* D (0,0111), a variância nesse método amostral é maior (ver Tabela 3.4). O

3.4. UMA COMPARAÇÃO DOS DOIS MÉTODOS AMOSTRAIS

Tabela 3.3: Medidas de posição de $\hat{D}$

Método Amostral	Mínimo	Q_1	Mediana	Média	Q_3	Máximo
Linhas transectas	0,0042	0,0066	0,0073	0,0074	0,0080	0,0117
Pontos transectos	0,0005	0,0082	0,0103	0,0107	0,0123	0,0571

Intervalo com 95% de confiança para a média de $\hat{D}$ é $[0,0073; 0,0075]$ em linhas transectas e $[0,0103; 0,0111]$ em pontos transectos, indicando que o intervalo de confiança para a média de $\hat{D}$ em pontos transectos cobre o valor do parâmetro, que neste caso é $D = 0,0111$, não ocorrendo o mesmo em linhas transectas.

Tabela 3.4: Medidas de dispersão e vício de $\hat{D}$

Método Amostral	Variância	Vício	EQM	CV	$EQM / (\bar{X})^2$
Linhas transectas	1,3e-06	-0,0037	1,499e-05	0,1541	0,2737
Pontos transectos	2,1e-05	-0,0004	2,116e-05	0,4283	0,1848

Da Tabela 3.4 pode-se concluir que a variância em pontos transectos é aproximadamente 16 vezes a variância em linhas transectas e o vício em linhas transectas é aproximadamente 9 vezes o vício em pontos transectos e, havendo uma certa compensação, os erros quadráticos médios não são tão diferentes (o EQM em pontos transectos é 1,4 vezes o EQM em linhas transectas). O coeficiente de variação em pontos transectos é 3 vezes o coeficiente de variação em linhas transectas. Essa medida, entretanto, ignora o vício dos estimadores. Dividindo-se o EQM pelo quadrado da média, a amostragem por linhas transectas passa a ter pior desempenho que a amostragem por pontos transectos. A diferença porém, não é acentuada.

Na Figura 3.4 nota-se que existe uma assimetria à direita mais acentuada para pontos transectos. Na Figura 3.5, podemos notar que a *densidade* é subestimada em linhas transectas, mas existem estimativas muito maiores que a *densidade* em pontos transectos.

3.4. UMA COMPARAÇÃO DOS DOIS MÉTODOS AMOSTRAIS

Figura 3.4: *Histogramas das estimativas da densidade obtidas por linhas transectas e pontos transectos*

Figura 3.5: *Boxplots das estimativas da densidade obtidas por linhas transectas e pontos transectos*

Conclusões

Levando em conta a distribuição uniforme aleatória dos objetos e nenhuma movimentação deles em resposta ao observador, pode-se concluir da comparação das estimativas obtidas em linhas transectas e pontos transectos para o caso simulado que:

1. a variância em linhas transectas é menor do que a variância em pontos transectos;
2. o vício, em valor absoluto, produzido em linhas transectas é maior do que o correspondente em pontos transectos;
3. o erro quadrático médio em linhas transectas é menor do que o erro quadrático médio em pontos transectos;
4. o desempenho da amostragem por linhas transectas foi melhor do que o da amostragem por pontos transectos.

Essas conclusões têm que ser avaliadas com cuidados pois são restritas exclusivamente a uma situação específica. Como exemplificado no início do Capítulo 3, as conclusões podem ser diferentes dependendo do caso em estudo. Bollinger et al. (1988) encontraram vício maior para pontos transectos, o oposto do que ocorreu em nossas simulações. Estudos de simulação mais amplos deveriam ser efetuados, variando o tamanho da área amostrada, o tamanho da área coberta pela amostragem e também a *densidade* populacional.

Como propostas para futuros estudos, sugerimos:

3.4. UMA COMPARAÇÃO DOS DOIS MÉTODOS AMOSTRAIS

1. a ampliação das simulações;
2. o estudo da estimação da *densidade* populacional considerando outras distribuições espaciais dos objetos, como por exemplo, quando animais andam em bando;
3. o estudo da estimação da *densidade* por outros métodos, como por exemplo, por estimadores do tipo razão ou Horvitz-Thompson.

Apêndice A

Anexos dos Capítulos 1 e 2

A.1 Modelo Taxa de Risco

Linhas transectas

O modelo taxa de risco foi definido por Buckland et al. (1993) para linhas transectas como

$$\alpha(x) = 1 - \exp \left(- \int_0^\infty h(z, x) dz \right),$$

em que z representa a distância do observador ao ponto de mínima distância entre a linha e o objeto (Figura 1.2); z decresce de ∞ a zero pois é considerado que o observador aproxima-se do objeto desde um ponto remoto ou distante e

$$h(z, x) dz = P(\text{observar um objeto no intervalo } (z, z - dz) \mid \text{não foi observado em } (\infty, z)).$$

Fazendo uma mudança na variável de integração de z para r e levando em conta que r satisfaz $r^2 = x^2 + z^2$, temos

$$h(z, x) dz = k(r, x) \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr,$$

A.1. MODELO TAXA DE RISCO

em que $k(r, x) \equiv h(\sqrt{r^2 - x^2}, x)$.

Portanto,

$$\alpha(x) = 1 - \exp \left(- \int_x^\infty \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} k(r, x) dr \right),$$

em que $k(r, x)$ é conhecida como a função de risco. A escolha de $k(r, x)$ deve ser feita de tal modo a se obter simplicidade matemática (Skaug e Schweder (1999)).

Vários modelos têm sido propostos para $k(r, x)$. Hayes e Buckland (1983) fizeram duas propostas para $k(r, x)$ que pertencem à família

$$\int_x^\infty \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} k(r, x) dr = \left(\frac{x}{\sigma} \right)^{-b},$$

para algum σ e b , em que σ é um parâmetro de escala e b é um parâmetro de forma.

Na primeira proposta,

$$k(r, x) = cr^{-d}, r \geq x,$$

em que c e d são constantes positivas, c é um parâmetro de escala, $b = d - 1$ e $\sigma = \left(\frac{c\Gamma(\frac{d-1}{2})\Gamma(0,5)}{2\Gamma(\frac{d}{2})} \right)^{\frac{1}{d-1}}$.

Este modelo é proposto quando o observador procura igualmente em todas as direções por objetos imóveis (como plantas, por exemplo) ou, quando a resposta do animal ao observador depende só da distância entre eles.

Na segunda proposta,

$$k(r, x) = cr^{-d} \cos(\theta),$$

em que c e d são constantes positivas, c é um parâmetro de escala, $\cos(\theta) = \frac{(x^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}}{r}$, de tal forma que $b = d - 1$ e $\sigma = \left(\frac{c}{d-1} \right)^{\frac{1}{d-1}}$.

Este modelo é proposto quando é mais provável que os objetos, neste caso animais, fujam quando o observador aproxima-se deles.

Pontos transectos

Em pontos transectos (Buckland et al. (1993)), a função de detecção depende não só da distância r , mas também do tempo T de espera em cada ponto. A função de risco $k(r, t)$ é definida de tal forma que

$k(r, t) = P(\text{objeto na distância } r \text{ seja detectado durante } (t, t + dt) \mid \text{não foi detectado durante } (0, t)), t \leq T.$

A função chave é definida como

$$\alpha(r) = 1 - \exp\left(-\int_0^T k(r, t) dt\right).$$

Se o tempo de espera em cada ponto é o mesmo, $k(r, t) = k(r)$ e

$$\alpha(r) = 1 - \exp[-k(r)T].$$

Assumindo $k(r) = cr^{-d}$,

$$\alpha(r) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{r}{\sigma}\right)^{-b}\right),$$

em que c e d são constantes positivas, c é um parâmetro de escala, $b = d$ e $\sigma = (cT)^{\frac{1}{b}}$.

Neste caso, σ depende diretamente do tempo de espera no ponto, ou seja quanto maior for o tempo de espera maior é o parâmetro de escala, o que faz com que seja mais fácil o ajuste da função de detecção. Porém, se o tempo é muito grande o número de detecções decresce rapidamente (Buckland et al. (1993)) e isto poderia afetar a forma da função de detecção.

Maiores detalhes sobre a função taxa de risco podem ser encontrados em Hayes e Buckland (1983), Buckland (1985), Zahl (1989), Buckland et al. (1993) e Skaug e Schweder (1999).

A.2 Polinômios Hermitianos

Os polinômios hermitianos são derivados da seguinte maneira (Stuart e Ord (1987)). Seja

$$\alpha(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right)$$

e considerando derivadas sucessivas de $\alpha(y)$ em relação a y , obtém-se

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha(y)}{dy} &= -\frac{y}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right) = -y\alpha(y), \\ \frac{d^2\alpha(y)}{dy^2} &= (y^2 - 1)\alpha(y), \\ \frac{d^3\alpha(y)}{dy^3} &= (3y - y^3)\alpha(y).\end{aligned}$$

Pode-se notar que as derivadas resultam em um polinômio em y , vezes $\alpha(y)$. Define-se, portanto, o polinômio hermitiano, $H_r(y)$, como:

$$\left(\frac{-d}{dy}\right)^r \alpha(y) = H_r(y)\alpha(y),$$

em que $H_r(y)$ tem grau r e o coeficiente de y^r é 1. Por convenção $H_0 = 1$.

Os primeiros cinco polinômios de ordem par são dados por:

$$\begin{aligned}H_2 &= y^2 - 1, \\ H_4 &= y^4 - 6y^2 + 3, \\ H_6 &= y^6 - 15y^4 + 45y^2 - 15, \\ H_8 &= y^8 - 28y^6 + 210y^4 - 40y^2 + 105, \\ H_{10} &= y^{10} - 45y^8 + 630y^6 - 3150y^4 + 4725y^2 - 945.\end{aligned}$$

A.3 Linhas Transectas

Probabilidade de se detectar um objeto dentro da região coberta pela amostragem

Para se encontrar a probabilidade de se detectar um objeto dentro da região coberta pela amostragem, P_a , são definidos o evento O de se detectar um objeto e X a variável aleatória que representa a distância perpendicular do objeto à linha. Sob as suposições de posição aleatória da linha e nenhuma movimentação dos objetos em resposta ao observador, a distribuição dos objetos na região coberta pela amostragem seria uniforme $[0, w]$ (Burnham et al. (1980)). Portanto,

$$f_X(x) = \frac{1}{w}$$

e

$$\begin{aligned} P_a = P(O) &= E[P(O|X)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} P(O|X) f_X(x) dx \\ &= \int_0^w P(O|X) \frac{1}{w} dx. \end{aligned} \tag{A.1}$$

Usando a definição da função de detecção, $g(x) = P(O|X = x)$ e portanto

$$P_a = \int_0^w g(x) \frac{1}{w} dx. \tag{A.2}$$

Função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados

A distribuição condicional de X dado que o objeto foi detectado é encontrada da seguinte forma:

$$F_{X|O}(x) = P(X \leq x|O) = \frac{P(X \leq x, O)}{P(O)}. \quad (\text{A.3})$$

Agora,

$$\begin{aligned} P(X \leq x, O) &= \int_0^x P(O|X=u) f_X(u) du \\ &= \int_0^x g(u) \frac{1}{w} du = \frac{1}{w} \int_0^x g(u) du. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Substituindo em (A.3), o numerador por (A.4) e o denominador por (A.2), obtém-se

$$F_{X|O}(x) = \frac{\frac{1}{w} \int_0^x g(u) du}{\frac{1}{w} \int_0^w g(x) dx}$$

e portanto,

$$f_{X|O}(x) = \frac{g(x)}{\int_0^w g(x) dx}.$$

A.4 Pontos Transectos

Probabilidade de se detectar um objeto dentro da região coberta pela amostragem

Para se encontrar a probabilidade de se detectar um objeto dentro da região coberta pela amostragem, P_a , são definidos o evento O de se detectar um objeto e R a variável aleatória que representa a distância do objeto ao ponto. Sob as suposições de posição aleatória dos pontos e nenhuma

A.4. PONTOS TRANSECTOS

movimentação dos objetos em resposta ao observador, os objetos dentro do círculo são distribuídos segundo uma distribuição uniforme $[0, \pi w^2]$ (Burnham et al. (1980)). Assim,

$$P_a = P(O) = E[P(O|R)] = \int_{-\infty}^{\infty} P(O|R)f_R(r)dr. \quad (A.5)$$

Para se encontrar a função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos na área coberta pela amostragem ao ponto, $f_R(r)$, será usada a suposição feita no parágrafo anterior e a transformação de variáveis a seguir,

Sejam (u, v) as coordenadas cartesianas correspondentes à distância r , (ver Figura A.1).

Figura A.1: *Ponto transecto, representação da notação usada na transformação de coordenadas*

Portanto, a função densidade de probabilidade conjunta de U, V é dada por

$$f_{U,V}(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{\pi w^2}, & \text{se } \sqrt{u^2 + v^2} \leq w. \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

A distribuição marginal de R será encontrada fazendo a transformação em coordenadas polares, $U = R\cos\alpha$ e $V = R\sin\alpha$. A distribuição conjunta de R e α é então dada por $f_{R,\alpha}(r, \alpha) = \frac{1}{\pi w^2}|J|$, em que $|J|$ é o determinante do jacobiano da transformação dado por

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & \frac{\partial u}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial v}{\partial r} & \frac{\partial v}{\partial \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -r\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & r\cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

A.4. PONTOS TRANSECTOS

$$\begin{aligned}\Rightarrow |J| &= r\cos^2(\alpha) + r\sin^2(\alpha) \\ &= r[\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)] \\ &= r.\end{aligned}$$

Deste modo, obtém-se a distribuição conjunta de R e α ;

$$f_{R,\alpha}(r, \alpha) = \frac{1}{\pi w^2} r, \quad (\text{A.6})$$

o que implica em que a função densidade de probabilidade marginal das distâncias dos objetos ao ponto é dada por

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\pi w^2} r d\alpha = \frac{2r}{w^2}. \quad (\text{A.7})$$

Substituindo (A.7) em (A.5) e usando a definição da função de detecção, $g(r) = P(O|R = r)$ obtém-se

$$P_a = \int_0^w g(r) \frac{2r}{w^2} dr. \quad (\text{A.8})$$

Função densidade de probabilidade das distâncias dos objetos detectados

A distribuição condicional de R dado que o objeto foi detectado é encontrada da seguinte forma:

$$F_{R|O}(r) = P(R \leq r|O) = \frac{P(R \leq r, O)}{P(O)}. \quad (\text{A.9})$$

Agora,

$$\begin{aligned} P(R \leq r, O) &= \int_0^r P(O|R = u) f_R(u) du \\ &= \int_0^r g(u) \frac{2u}{w^2} du. \end{aligned} \tag{A.10}$$

Substituindo em (A.9), o numerador por (A.10) e o denominador por (A.8), obtém-se

$$F_{R|O}(r) = \frac{2\pi \int_0^r u g(u) du}{2\pi \int_0^w r g(r) dr}$$

e portanto,

$$f_{R|O}(r) = \frac{2\pi r g(r)}{2\pi \int_0^w r g(r) dr}.$$

Apêndice B

Programas Desenvolvidos em R para Geração das Amostras

Os programas apresentados aqui foram feitos usando o aplicativo R. Programa usado na geração da amostra em linhas transectas.

```
N<-1000 \#Número de objetos em A
L<-300 \#Comprimento da transecta
w<-30 \#largura da faixa
x1<-rep(0,N)
y1<-rep(0,N)
x1<-runif(N,0,1) \#Gerando as coordenadas dos objetos na área
y1<-runif(N,0,1)
x<-x1*L
y<-y1*L
plot(x,y)
a<-c(0,L,L,0,0) \#Situando a faixa a ser amostrada
b1<-runif(1,0,1)*(L-2*w)+2*w
```

```
b<-c(b1,b1,b1-2*w,b1-2*w,b1)
lines(a, b, type="l")
d<-c(0,L) \#Situando a linha transecta
e<-c(b1-w,b1-w)
lines(d,e)

\#Pintando de cor == os objetos dentro da faixa
dist<-rep(0,N)
k<-0
for(i in 1:N)
{
    dist[i]<-abs(y[i]-b1+w)
    if(dist[i]<=w)
    {
        points(x[i],y[i],col=6)
        k<-k+1
    }
}
j<-1
distan2<-rep(0,k)
xnew<-rep(0,k)
ynew<-rep(0,k)
data.frame(dist)
for(i in 1:N)
{
    if(dist[i]<=w)
```

```

        {
            distan2[j]<-dist[i]
            xnew[j]<-x[i]
            ynew[j]<-y[i]
            j<-j+1
        }
    }

\#Distancias Geradas

distanger<-rep(0,110)
t<-rnorm(110,0,0.5)
for(i in 1:100)
{
    while(t[i]<0)
    {
        t[i]<-rnorm(1,0,0.5)
    }
}
distanger<-t*(30/max(t))

\#Comparando as distancias geradas com as observadas
s<-0
distanfi<-rep(0,k)
for(i in 1:k)
{
    for(j in 1:100)

```

```

{
  if (abs((distanger[j]-distan[i])/(max(distan1)))<=0.003)
  {
    points(xnew[i],ynew[i],col=5)
    distanfi[s+1]<-distan[i]
    s<-s+1
    break
  }
}
}
sort(ynew)
s \#Número de objetos detectados\#
k

distanfin<-rep(0,s)
for(i in 1:s)
{
  distanfin[i]<-distanfi[i]
}
hist(distanfin2)
nom<-paste("~/tese/simulacion/linhas/linha",z, ".txt", sep="")
write.table(distanfin,nom,quote=FALSE,row.names=FALSE,col.names=FALSE)

#####
Programa feito para a geração da amostra em pontos transectos.

```

```
N<-1000 \#Número de objetos em A
q<-6 \#Número de pontos em A
r<-30 \#raio dos círculos
lar<-300 \#largura da área
x1<-rep(0,N)
y1<-rep(0,N)
x1<-runif(N,0,1) \#Gerando as coordenadas dos objetos na área
y1<-runif(N,0,1)
x<-x1*lar
y<-y1*lar
corx<-rep(0,q)
cory<-rep(0,q)

\#Colocando a população dentro de A e desenhando os círculos

plot(x,y)

\#Colocando os círculos dentro da área de tal forma que a interseção seja d:
nom1 <- paste("~/tese/simulacion/pontos/centrocirculo",z,".txt",sep="")
vector1<-rep(0,12)
vector1<-scan(nom1)
for(i in 1:6)
{
  corx[i]<-vector1[2*i-1]
  cory[i]<-vector1[2*i]
}
```

```

points(corx,cory,col=5)
ejex<-rep(0,360)
ejey<-rep(0,360)
for(j in 1:q)
{
  for(i in 1:360)
  {
    ejex[i]<-r*cos(i)+corx[j]
    ejey[i]<-r*sin(i)+cory[j]
  }
  lines(ejex,ejey)
}
\#Pintando de cor === os objetos dentro do círculo
dist<-matrix(0,N,q)
k<-0
for(j in 1:q)
{
  for(i in 1:N)
  {
    dist[i,j]<-distancia(corx[j],x[i],cory[j],y[i])
    if(dist[i,j]<=r)
    {
      points(x[i],y[i],col=6)
      k<-k+1
    }
  }
}

```

```
}  
j<-1  
distan2<-rep(0,k)  
xnew<-rep(0,k)  
ynew<-rep(0,k)  
for(b in 1:q)  
{  
  for(i in 1:N)  
  {  
    if(dist[i,b]<=r)  
    {  
      distan2[j]<-dist[i,b]  
      xnew[j]<-x[i]  
      ynew[j]<-y[i]  
      j<-j+1  
    }  
  }  
}
```

```
\#Distancias Geradas
```

```
distanger<-rep(0,300)  
t<-rnorm(300,0,0.2)  
for(i in 1:300)  
{  
  while(t[i]<0)
```

```

    {
      t[i]<-rnorm(1,0,0.5)
    }
  }
  distanger<-t*(30/max(t))

  \#Comparando as distancias geradas com as observadas
  \#Pintando os objetos detectados
  s<-0
  distanfin<-rep(0,k)

  for(i in 1:k)
  {
    for(j in 1:300)
    {
      if((abs((distanger[j]-distan[i])/max(distan))<=0.003))
      {
        points(xnew[i],ynew[i],col=5)
        distanfin[s+1]<-distan[i]
        s<-s+1
        break
      }
    }
  }
}

```

```
distanfinales<-rep(0,s)
for(i in 1:s)
{
  distanfinales[i]<-distanfin[i]
}
hist(distanfinales)
nom <- paste("~/tese/simulacion/pontos/ponto",z,".txt",sep="")
write.table(distanfin,file=nom,row.names=FALSE,col.names=FALSE,quote=FALSE)
print(k)
print(s)
```

Apêndice C

Saída do Programa Distance na Análise de um Conjunto de Dados para Linhas Transectas

Saída para Linhas Transectas

Primeira parte

Estimation Options Listing

Parameter Estimation Specification

Encounter rate for all data combined

Detection probability for all data combined

Density for all data combined

Distances:

Analysis based on exact distances

Width: use largest measurement/last interval endpoint

Estimators:

Estimator 1

Key: Uniform

Adjustments - Function : Cosines
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 2

Key: Uniform

Adjustments - Function : Simple polynomials
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 3

Key: Half-normal

Adjustments - Function : Cosines
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 4

Key: Half-normal

Adjustments - Function : Hermite polynomials
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 5

Key: Hazard Rate

Adjustments - Function : Simple polynomials
- Term selection mode : Sequential

-
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
 - Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator selection: Choose estimator with minimum AIC

Estimation functions: constrained to be nearly monotone non-increasing

Variances:

Variance of n: Assume Poisson distribution

Variance of $f(0)$: MLE estimate

Goodness of fit:

Cut points chosen by program

Glossary of terms

Data items:

- n - number of observed objects (single or clusters of animals)
- L - total length of transect line(s)
- k - number of samples
- K - point transect effort, typically $K=k$
- T - length of time searched in cue counting
- ER - encounter rate (n/L or n/K or n/T)
- W - width of line transect or radius of point transect
- $x(i)$ - distance to i -th observation
- $s(i)$ - cluster size of i -th observation
- r-p - probability for regression test

chi-p- probability for chi-square goodness-of-fit test

Parameters or functions of parameters:

m - number of parameters in the model
A(I) - i-th parameter in the estimated probability density function(pdf)
f(0) - $1/u$ = value of pdf at zero for line transects
u - $W \cdot p$ = ESW, effective detection area for line transects
h(0) - $2 \cdot \pi / v$
v - $\pi \cdot W \cdot W \cdot p$, is the effective detection area for point transects
p - probability of observing an object in defined area
ESW - for line transects, effective strip width = $W \cdot p$
EDR - for point transects, effective detection radius = $W \cdot \sqrt{p}$
DS - estimate of density of clusters
E(S) - estimate of expected value of cluster size
D - estimate of density of animals
N - estimate of number of animals in specified area

Detection Fct/Global/Model Fitting

Segunda parte

Effort : 300.0000
samples : 1
Width : 29.79632
observations: 89

Model 1

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Results:

Convergence was achieved with 1 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -302.10025

Akaike information criterion = 604.20050
Bayesian information criterion = 604.20050
AICc = 604.20050
Final parameter values:

Model 2

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Cosine adjustments of order(s) : 1

Results:

Convergence was achieved with 8 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.52544

Akaike information criterion = 591.05090

Bayesian information criterion = 593.53955

AICc = 591.09686

Final parameter values: 0.58074105

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 15.1496

Probability of a greater value = 0.000099

*** Model 2 selected over model 1 based on minimum AIC

Model 3

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Cosine adjustments of order(s) : 1, 2

Results:

Convergence was achieved with 14 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.43258

Akaike information criterion = 592.86517

Bayesian information criterion = 597.84241

AICc = 593.00470

Final parameter values: 0.56257164 -0.62694284E-01

Likelihood ratio test between models 2 and 3

Likelihood ratio test value = 0.1857

Probability of a greater value = 0.666497

*** Model 2 selected over model 3 based on minimum AIC

Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort : 300.0000
samples : 1
Width : 29.79632
observations: 89

Model 1

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Results:

Convergence was achieved with 1 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -302.10025

Akaike information criterion = 604.20050

Bayesian information criterion = 604.20050

AICc = 604.20050

Final parameter values:

Model 2

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Simple polynomial adjustments of order(s) : 2

Results:

Convergence was achieved with 26 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.60395

Akaike information criterion = 591.20789

Bayesian information criterion = 593.69653

AICc = 591.25385

Final parameter values: -0.86391071

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 14.9926

Probability of a greater value = 0.000108

*** Model 2 selected over model 1 based on minimum AIC

Model 3

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Simple polynomial adjustments of order(s) : 2, 4

Results:

Convergence was achieved with 27 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.34857

Akaike information criterion = 592.69714

Bayesian information criterion = 597.67444

AICc = 592.83667

Final parameter values: -1.3007116 0.49351790

Likelihood ratio test between models 2 and 3

Likelihood ratio test value = 0.5108

Probability of a greater value = 0.474811

*** Model 2 selected over model 3 based on minimum AIC

Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort : 300.0000
samples : 1
Width : 29.79632
observations: 89

Model 1

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Results:

Convergence was achieved with 8 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.35154

Akaike information criterion = 590.70306

Bayesian information criterion = 593.19171

AICc = 590.74902

Final parameter values: 16.698245

Model 2

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Cosine adjustments of order(s) : 2

Results:

Convergence was achieved with 7 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.34889

Akaike information criterion = 592.69775

Bayesian information criterion = 597.67505

AICc = 592.83728

Final parameter values: 16.680395 -0.10630908E-01

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 0.0053
Probability of a greater value = 0.942013
*** Model 1 selected over model 2 based on minimum AIC
Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort : 300.0000
samples : 1
Width : 29.79632
observations: 89

Model 1

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Results:

Convergence was achieved with 8 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.35154

Akaike information criterion = 590.70306

Bayesian information criterion = 593.19171

AICc = 590.74902

Final parameter values: 16.698245

Model 2

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Hermite polynomial adjustments of order(s) : 4

Results:

Convergence was achieved with 26 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.34389

Akaike information criterion = 592.68781

Bayesian information criterion = 597.66504
AICc = 592.82733
Final parameter values: 14.621554 -0.83349230E-01

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 0.0153

Probability of a greater value = 0.901577

*** Model 1 selected over model 2 based on minimum AIC

** Warning: two models have the same AIC. Choosing one of them at random. **

Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort : 300.0000
samples : 1
Width : 29.79632
observations: 89

Model 1

Hazard Rate key, $k(y) = 1 - \text{Exp}(-(y/A(1))^{**}A(2))$

Results:

Convergence was achieved with 9 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.40314

Akaike information criterion = 592.80627

Bayesian information criterion = 597.78357

AICc = 592.94580

Final parameter values: 17.672503 2.5087365

Model 2

Hazard Rate key, $k(y) = 1 - \text{Exp}(-(y/A(1))^{**}A(2))$

Simple polynomial adjustments of order(s) : 4

Results:

Convergence was achieved with 15 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -294.39859

Akaike information criterion = 594.79718

Bayesian information criterion = 602.26306

AICc = 595.07953

Final parameter values: 18.126526 2.1420627 -0.25780014

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 0.0091

Probability of a greater value = 0.923963

*** Model 1 selected over model 2 based on minimum AIC

Detection Fct/Global/Model Fitting

Terceira parte

Effort : 300.0000

samples : 1

Width : 29.79632

observations: 89

Model Selection

Minimum AIC = 590.7031

Estimator chosen based on minimum AIC :

Model

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**}2/(2*A(1)^{**}2))$

Detection Fct/Global/Parameter Estimates

Effort : 300.0000
 # samples : 1
 Width : 29.79632
 # observations: 89

Model

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Parameter	Point Estimate	Standard Error	Percent Coef. of Variation	95 Percent Confidence Interval	
A(1)	16.70	2.318			
f(0)	0.51621E-01	0.49220E-02	9.53	0.42729E-01	0.62364E-01

Detection Fct/Global/Plot: Qq-plot

Detection Fct/Global/K-S GOF Test

Quarta parte

Kolmogorov-Smirnov test

D_n = 0.0690 p = 0.7902

Cramer-von Mises family tests

W-sq (uniform weighting) = 0.0499 0.800 < p <= 0.900

Relevant critical values:

W-sq crit(alpha=0.900) = 0.0462

W-sq crit(alpha=0.800) = 0.0623

C-sq (cosine weighting) = 0.0397 0.700 < p <= 0.800

Relevant critical values:

C-sq crit(alpha=0.800) = 0.0392

C-sq crit(alpha=0.700) = 0.0500

Figura C.1: *Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 1*

Perpendicular distance in meters

Detection Fct/Global/Chi-sq GOF Test 1

Cell	Cut		Observed	Expected	Chi-square
i	Points		Values	Values	Values

1	0.000	4.97	23	22.48	0.012
2	4.97	9.93	20	20.59	0.017
3	9.93	14.9	17	17.28	0.004
4	14.9	19.9	13	13.28	0.006
5	19.9	24.8	9	9.34	0.013
6	24.8	29.8	7	6.02	0.158

Total Chi-square value =			0.2099	Degrees of Freedom =	4.00

Probability of a greater chi-square value, $P = 0.99486$

The program has limited capability for pooling. The user should judge the necessity for pooling and if necessary, do pooling by hand.

Figura C.2: *Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 2*

Perpendicular distance in meters

Detection Fct/Global/Chi-sq GOF Test 2

Cell	Cut		Observed	Expected	Chi-square
i	Points		Values	Values	Values
<hr/>					
1	0.000	3.31	18	15.11	0.552
2	3.31	6.62	11	14.53	0.858
3	6.62	9.93	14	13.44	0.024
4	9.93	13.2	12	11.95	0.000
5	13.2	16.6	14	10.21	1.405
6	16.6	19.9	4	8.40	2.301
7	19.9	23.2	8	6.64	0.280
8	23.2	26.5	5	5.04	0.000

9	26.5	29.8	3	3.69	0.128
---	------	------	---	------	-------

Total Chi-square value = 5.5486 Degrees of Freedom = 7.00

Probability of a greater chi-square value, $P = 0.59333$

The program has limited capability for pooling. The user should judge the necessity for pooling and if necessary, do pooling by hand.

Figura C.3: *Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 3*

Perpendicular distance in meters

Detection Fct/Global/Chi-sq GOF Test 3

Cell i	Cut Points	Observed Values	Expected Values	Chi-square Values
<hr/>				
1	0.000	2.13	15	9.75
2	2.13	4.26	5	9.59
3	4.26	6.38	8	9.29
4	6.38	8.51	8	8.85
5	8.51	10.6	9	8.29

6	10.6	12.8	8	7.65	0.016
7	12.8	14.9	7	6.94	0.001
8	14.9	17.0	10	6.19	2.343
9	17.0	19.2	1	5.44	3.622
10	19.2	21.3	3	4.70	0.614
11	21.3	23.4	7	4.00	2.259
12	23.4	25.5	4	3.34	0.129
13	25.5	27.7	3	2.75	0.023
14	27.7	29.8	1	2.23	0.677

Total Chi-square value = 15.0295 Degrees of Freedom = 12.00

Probability of a greater chi-square value, P = 0.23983

The program has limited capability for pooling. The user should judge the necessity for pooling and if necessary, do pooling by hand.

Density Estimates/Global

Quinta parte

Effort : 300.0000
 # samples : 1
 Width : 29.79632
 # observations: 89

Model

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^2/(2*A(1)^2))$

	Point	Standard	Percent Coef.	95% Percent
Parameter	Estimate	Error	of Variation	Confidence Interval
-----	-----	-----	-----	-----

f(0)	0.51621E-01	0.49220E-02	9.53	0.42729E-01	0.62364E-01
p	0.65015	0.61991E-01	9.53	0.53815	0.78545
ESW	19.372	1.8471	9.53	16.035	23.404
n/L	0.29667	0.31447E-01	10.60	0.24115	0.36496
D	0.76571E-02	0.10917E-02	14.26	0.57760E-02	0.10151E-01

Measurement Units

Density: Numbers/Sq. meters

ESW: meters

Component Percentages of Var(D)

Detection probability : 44.7

Encounter rate : 55.3

Estimation Summary - Encounter rates

	Estimate	%CV	df	95% Confidence Interval	
n	89.000				
k	1.0000				
L	300.00				
n/L	0.29667	10.60	0.00	0.24115	0.36496
Left	0.0000				
Width	29.796				

Estimation Summary - Detection probability

Estimate	%CV	df	95% Confidence Interval	
----------	-----	----	-------------------------	--

Half-normal/Hermite

m	1.0000				
LnL	-294.35				
AIC	590.70				
AICc	590.75				
BIC	593.19				
Chi-p	0.23983				
f(0)	0.51621E-01	9.53	88.00	0.42729E-01	0.62364E-01
p	0.65015	9.53	88.00	0.53815	0.78545
ESW	19.372	9.53	88.00	16.035	23.404

Estimation Summary - Density&Abundance

	Estimate	%CV	df	95% Confidence Interval	

Half-normal/Hermite					
D	0.76571E-02	14.26	88.00	0.57760E-02	0.10151E-01

Apêndice D

Saída do Programa Distance na Análise de um Conjunto de Dados para Pontos Transectos

Saída para Pontos Transectos

Primeira parte

Estimation Options Listing

Parameter Estimation Specification

Encounter rate for all data combined.

Detection probability for all data combined

Density for all data combined

Distances:

Analysis based on exact distances

Width: use largest measurement/last interval endpoint

Estimators:

Estimator 1

Key: Uniform

Adjustments - Function : Cosines
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 2

Key: Uniform

Adjustments - Function : Simple polynomials
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 3

Key: Half-normal

Adjustments - Function : Cosines
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 4

Key: Half-normal

Adjustments - Function : Hermite polynomials
- Term selection mode : Sequential
- Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
- Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator 5

Key: Hazard Rate

Adjustments - Function : Cosines

-
- Term selection mode : Sequential
 - Term selection criterion : Akaike Information Criterion (AIC)
 - Distances scaled by : W (right truncation distance)

Estimator selection: Choose estimator with minimum AIC

Estimation functions: not constrained to be monotone

Variances:

Variance of n: Assume Poisson distribution

Variance of $f(0)$: MLE estimate

Goodness of fit:

Cut points chosen by program

Glossary of terms

Data items:

- n - number of observed objects (single or clusters of animals)
- L - total length of transect line(s)
- k - number of samples
- K - point transect effort, typically $K=k$
- T - length of time searched in cue counting
- ER - encounter rate (n/L or n/K or n/T)
- W - width of line transect or radius of point transect
- $x(i)$ - distance to i -th observation
- $s(i)$ - cluster size of i -th observation

r-p - probability for regression test
chi-p- probability for chi-square goodness-of-fit test

Parameters or functions of parameters:

m - number of parameters in the model
A(I) - i-th parameter in the estimated probability density function(pdf)
f(0) - $1/u$ = value of pdf at zero for line transects
u - $W*p$ = ESW, effective detection area for line transects
h(0) - $2*PI/v$
v - $PI*W*W*p$, is the effective detection area for point transects
p - probability of observing an object in defined area
ESW - for line transects, effective strip width = $W*p$
EDR - for point transects, effective detection radius = $W*\sqrt{p}$
DS - estimate of density of clusters
E(S) - estimate of expected value of cluster size
D - estimate of density of animals
N - estimate of number of animals in specified area
Detection Fct/Global/Model Fitting

Segunda parte

Effort : 6.000000
samples : 1
Width : 28.66476
observations: 65

Model 1

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Results:

Convergence was achieved with 1 function evaluations.
Final Ln(likelihood) value = -217.66901
Akaike information criterion = 435.33801
Bayesian information criterion = 435.33801
AICc = 435.33801
Final parameter values:

Model 2

Uniform key, $k(y) = 1/W$
Cosine adjustments of order(s) : 1
Results:
Convergence was achieved with 11 function evaluations.
Final Ln(likelihood) value = -213.33186
Akaike information criterion = 428.66373
Bayesian information criterion = 430.83810
AICc = 428.72723
Final parameter values: 0.53407035

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 8.6743
Probability of a greater value = 0.003227

*** Model 2 selected over model 1 based on minimum AIC

Model 3

Uniform key, $k(y) = 1/W$
Cosine adjustments of order(s) : 1, 2
Results:
Convergence was achieved with 14 function evaluations.
Final Ln(likelihood) value = -212.95141

Akaike information criterion = 429.90280
Bayesian information criterion = 434.25159
AICc = 430.09634
Final parameter values: 0.41897344 -0.15579013

Likelihood ratio test between models 2 and 3

Likelihood ratio test value = 0.7609

Probability of a greater value = 0.383044

*** Model 2 selected over model 3 based on minimum AIC

Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort : 6.000000
samples : 1
Width : 28.66476
observations: 65

Model 1

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Results:

Convergence was achieved with 1 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -217.66901

Akaike information criterion = 435.33801

Bayesian information criterion = 435.33801

AICc = 435.33801

Final parameter values:

Model 2

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Simple polynomial adjustments of order(s) : 2

Results:

Convergence was achieved with 26 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -213.14608

Akaike information criterion = 428.29218

Bayesian information criterion = 430.46655

AICc = 428.35568

Final parameter values: -0.75964439

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 9.0459

Probability of a greater value = 0.002633

*** Model 2 selected over model 1 based on minimum AIC

Model 3

Uniform key, $k(y) = 1/W$

Simple polynomial adjustments of order(s) : 2, 4

Results:

Convergence was achieved with 43 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -213.05403

Akaike information criterion = 430.10806

Bayesian information criterion = 434.45685

AICc = 430.30161

Final parameter values: -1.1104535 0.37024417

Likelihood ratio test between models 2 and 3

Likelihood ratio test value = 0.1841

Probability of a greater value = 0.667870

*** Model 2 selected over model 3 based on minimum AIC

Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort : 6.000000
samples : 1
Width : 28.66476
observations: 65

Model 1

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Results:

Convergence was achieved with 12 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -213.10125

Akaike information criterion = 428.20248

Bayesian information criterion = 430.37689

AICc = 428.26599

Final parameter values: 17.596112

Model 2

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Cosine adjustments of order(s) : 2

Results:

Convergence was achieved with 10 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -213.02401

Akaike information criterion = 430.04800

Bayesian information criterion = 434.39679

AICc = 430.24155

Final parameter values: 18.439938 -0.84530931E-01

Likelihood ratio test between models 1 and 2
Likelihood ratio test value = 0.1545
Probability of a greater value = 0.694289
*** Model 1 selected over model 2 based on minimum AIC
Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort : 6.000000
samples : 1
Width : 28.66476
observations: 65

Model 1

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Results:

Convergence was achieved with 12 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -213.10125

Akaike information criterion = 428.20248

Bayesian information criterion = 430.37689

AICc = 428.26599

Final parameter values: 17.596112

Model 2

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

Hermite polynomial adjustments of order(s) : 4

Results:

Convergence was achieved with 23 function evaluations.

```

Final Ln(likelihood) value = -213.02903
Akaike information criterion = 430.05804
Bayesian information criterion = 434.40683
AICc = 430.25159
Final parameter values: 13.357160 -0.16465322

Likelihood ratio test between models 1 and 2
Likelihood ratio test value = 0.1444
Probability of a greater value = 0.703905
*** Model 1 selected over model 2 based on minimum AIC
** Warning: two models have the same AIC. Choosing one of them at random. **
Detection Fct/Global/Model Fitting

Effort      : 6.000000
# samples   : 1
Width       : 28.66476
# observations: 65

Model 1
Hazard Rate key,  $k(y) = 1 - \text{Exp}(-(y/A(1))^{A(2)})$ 
Results:
Convergence was achieved with 10 function evaluations.
Final Ln(likelihood) value = -212.93902
Akaike information criterion = 429.87805
Bayesian information criterion = 434.22681
AICc = 430.07159
Final parameter values: 20.524054 3.0888271

```

Model 2

Hazard Rate key, $k(y) = 1 - \text{Exp}(-(y/A(1))^{**}A(2))$

Cosine adjustments of order(s) : 2

Results:

Convergence was achieved with 14 function evaluations.

Final Ln(likelihood) value = -212.90370

Akaike information criterion = 431.80740

Bayesian information criterion = 438.33057

AICc = 432.20084

Final parameter values: 20.500167 3.6005009 0.80840883E-01

Likelihood ratio test between models 1 and 2

Likelihood ratio test value = 0.0706

Probability of a greater value = 0.790412

*** Model 1 selected over model 2 based on minimum AIC

Detection Fct/Global/Model Fitting

Terceira parte

Effort : 6.000000

samples : 1

Width : 28.66476

observations: 65

Model Selection

Minimum AIC = 428.2025

Estimator chosen based on minimum AIC :

Model

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**}2/(2*A(1)^{**}2))$

Detection Fct/Global/Parameter Estimates

Effort : 6.000000
 # samples : 1
 Width : 28.66476
 # observations: 65

Model

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^2/(2*A(1)^2))$

	Point	Standard	Percent Coef.	95 Percent	
Parameter	Estimate	Error	of Variation	Confidence Interval	
-----	-----	-----	-----	-----	
A(1)	17.60	3.034			
h(0)	0.43959E-02	0.78949E-03	17.96	0.30794E-02	0.62753E-02
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Detection Fct/Global/Plot: Qq-plot

Detection Fct/Global/K-S GOF Test

Quarta parte

Kolmogorov-Smirnov test

$D_n = 0.0559$ $p = 0.9872$

Cramer-von Mises family tests

W-sq (uniform weighting) = 0.0358 $0.900 < p \leq 1.000$

Relevant critical values:

W-sq crit(alpha=0.900) = 0.0000

C-sq (cosine weighting) = 0.0241 0.900 < p <= 1.000

Relevant critical values:

C-sq crit(alpha=0.900) = 0.0000

Figura D.1: *Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 1*

Figura D.2: *Detection Fct/Global/Plot: Pdf 1*

Radial distance in meters

Detection Fct/Global/Chi-sq GOF Test 1

Cell	Cut	Observed	Expected	Chi-square
------	-----	----------	----------	------------

i	Points	Values	Values	Values
1	0.000	5.73	5	4.57
2	5.73	11.5	9	12.35
3	11.5	17.2	18	16.68
4	17.2	22.9	20	17.03
5	22.9	28.7	13	14.37

Total Chi-square value = 1.7031 Degrees of Freedom = 3.00

Probability of a greater chi-square value, P = 0.63624

The program has limited capability for pooling. The user should judge the necessity for pooling and if necessary, do pooling by hand.

Figura D.3: *Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 2*

Radial distance in meters
Detection Fct/Global/Chi-sq GOF Test 2

Cell i	Cut Points	Observed Values	Expected Values	Chi-square Values
-----------	---------------	--------------------	--------------------	----------------------

Figura D.4: *Detection Fct/Global/Plot: Pdf 2*

1	0.000	3.58	4	1.82	2.629
2	3.58	7.17	3	5.23	0.948
3	7.17	10.7	6	8.02	0.508
4	10.7	14.3	12	9.92	0.437
5	14.3	17.9	11	10.81	0.003
6	17.9	21.5	11	10.74	0.006
7	21.5	25.1	11	9.91	0.120
8	25.1	28.7	7	8.56	0.285

Total Chi-square value = 4.9370 Degrees of Freedom = 6.00

Probability of a greater chi-square value, P = 0.55192

The program has limited capability for pooling. The user should judge the necessity for pooling and if necessary, do pooling by hand.

Goodness of Fit Testing with some Pooling

Cell	Cut	Observed	Expected	Chi-square
i	Points	Values	Values	Values

2	0.000	7.17	7	7.04	0.000
3	7.17	10.7	6	8.02	0.508
4	10.7	14.3	12	9.92	0.437
5	14.3	17.9	11	10.81	0.003
6	17.9	21.5	11	10.74	0.006
7	21.5	25.1	11	9.91	0.120
8	25.1	28.7	7	8.56	0.285

Total Chi-square value = 1.3603 Degrees of Freedom = 5.00

Probability of a greater chi-square value, $P = 0.92861$

Figura D.5: *Detection Fct/Global/Plot: Detection Probability 3*

Radial distance in meters
Detection Fct/Global/Chi-sq GOF Test 3

Cell i	Cut Points	Observed Values	Expected Values	Chi-square Values	
1	0.000	2.39	2	0.81	1.741
2	2.39	4.78	2	2.39	0.064
3	4.78	7.17	3	3.84	0.184

Figura D.6: *Detection Fct/Global/Plot: Pdf 3*

4	7.17	9.55	3	5.09	0.856
5	9.55	11.9	6	6.08	0.001
6	11.9	14.3	9	6.77	0.732
7	14.3	16.7	4	7.17	1.400
8	16.7	19.1	12	7.27	3.075
9	19.1	21.5	6	7.11	0.174
10	21.5	23.9	5	6.74	0.448
11	23.9	26.3	6	6.19	0.006
12	26.3	28.7	7	5.54	0.384

Total Chi-square value = 9.0643 Degrees of Freedom = 10.00

Probability of a greater chi-square value, $P = 0.52602$

The program has limited capability for pooling. The user should judge the necessity for pooling and if necessary, do pooling by hand.

Goodness of Fit Testing with some Pooling

Cell i	Cut Points	Observed Values	Expected Values	Chi-square Values
-----------	---------------	--------------------	--------------------	----------------------

2	0.000	4.78	4	3.20	0.199
3	4.78	7.17	3	3.84	0.184
4	7.17	9.55	3	5.09	0.856
5	9.55	11.9	6	6.08	0.001
6	11.9	14.3	9	6.77	0.732
7	14.3	16.7	4	7.17	1.400
8	16.7	19.1	12	7.27	3.075
9	19.1	21.5	6	7.11	0.174
10	21.5	23.9	5	6.74	0.448
11	23.9	26.3	6	6.19	0.006
12	26.3	28.7	7	5.54	0.384

Total Chi-square value = 7.4590 Degrees of Freedom = 9.00

Probability of a greater chi-square value, P = 0.58945

Density Estimates/Global

Quinta parte

Effort : 6.000000
 # samples : 1
 Width : 28.66476
 # observations: 65

Model

Half-normal key, $k(y) = \text{Exp}(-y^{**2}/(2*A(1)**2))$

	Point	Standard	Percent Coef.	95% Percent
Parameter	Estimate	Error	of Variation	Confidence Interval
<hr/>				

h(0)	0.43959E-02	0.78949E-03	17.96	0.30794E-02	0.62753E-02
p	0.55371	0.99445E-01	17.96	0.38788	0.79044
EDR	21.330	1.9154	8.98	17.834	25.512
n/K	10.833	1.3437	12.40	8.5033	13.802
D	0.75793E-02	0.16543E-02	21.83	0.49256E-02	0.11663E-01

Measurement Units

Density: Numbers/Sq. meters

EDR: meters

Component Percentages of Var(D)

Detection probability : 67.7

Encounter rate : 32.3

Estimation Summary - Encounter rates

	Estimate	%CV	df	95% Confidence Interval	
<hr/>					
n	65.000				
k	1.0000				
K	6.0000				
n/K	10.833	12.40	0.00	8.5033	13.802
Left	0.0000				
Width	28.665				

Estimation Summary - Detection probability

Estimate	%CV	df	95% Confidence Interval
<hr/>			

Half-normal/Hermite

m	1.0000				
LnL	-213.10				
AIC	428.20				
AICc	428.27				
BIC	430.38				
Chi-p	0.58945				
h(0)	0.43959E-02	17.96	64.00	0.30794E-02	0.62753E-02
p	0.55371	17.96	64.00	0.38788	0.79044
EDR	21.330	8.98	64.00	17.834	25.512

Estimation Summary - Density&Abundance

	Estimate	%CV	df	95% Confidence Interval	

Half-normal/Hermite					
D	0.75793E-02	21.83	64.00	0.49256E-02	0.11663E-01

Referências Bibliográficas

- [1] Anderson, D. R. e Pospahala, R. S. (1970). Correction of bias in belt transectes of immotile objects. *Journal of Wildlife Management*, **43**, 141-146.
- [2] Anderson, D. R. e Ohmart, R. D. (1981). Comparisons of avian census results using variable distance transect and variable circular pot techniques. In *Estimating Numbers of Terrestrial Bids. Studies in Avian Biology N. 6* (eds C. J. Ralph and J. M. Scott). Cooper Ortnithological Society , 186-192.
- [3] Barry, S. C. e Welsh, A. H. (2001). Distance sampling methodology. *Journal Royal Statistics Society Series B*, **63**, 31-53.
- [4] Bollinger, E. K., Gavin, T. A. e McIntyre, D. C. (1988). Comparison of transects and circular plots for estimating bobolink densities. *Journal of Wildlife Management*, **52**, 777-786.
- [5] Borchers, D. L., Zucchini, W. e Fewster, R. M. (1998a). Mark-recapture models for line transect surveys. *Biometrics*, **54**, 1207-1220.
- [6] Borchers, D. L., Buckland, S. T., Goedhart, P. W., Clarke. E. D. e Hedley, S. L. (1998b). Horvitz-Thompson estimators for double-platform line transect surveys. *Biometrics*, **54**, 1221-1237.
- [7] Borchers, D. L., Buchland, S. T. e Zucchini, W. (2002). *Estimating Animal Abundance: closed populations*. New York: Springer Verlag.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [8] Buckland, S. T. (1985). Perpendicular distance models for line transect sampling. *Biometrics*, **41**, 177-195.
- [9] Buckland, S. T. (1987). On the variable circular plot method of estimating animal density. *Biometrics*, **43**, 363-384.
- [10] Buckland, S. T. (1992). Fitting density functions with polynomials. *Applied Statistics*, **41**, 63-76.
- [11] Buckland, S. T., Anderson, D. R., Burnham, K. P. e Laake, J. L. (1993). *Distance Sampling; Estimating Abundance of Biological Populations*. London: Chapman and Hall (<http://dolphin.mcs.st-and.ac.uk/distancebook/download.html>).
- [12] Buckland, S. T., Anderson, D. R., Burnham, K. P., Laake, J. L. e Borchers, D.L. (2001). *Introduction to Distance Sampling - Estimating Abundance of Biological Populations*. Oxford: Oxford University Press.
- [13] Buckland, S.T., Burnham, K.P. e Agustin, N.H. (1997). Model selection: an integral part of inference. *Biometrics*, **53**, 603-618.
- [14] Burnham, K. P. e Anderson, D. R. (1976). Mathematical models for non-parametric inferences from line transect data. *Biometrics*, **32**, 325-336.
- [15] Burnham, K. P., Anderson, D. R. e Laake, J. L. (1980). Estimation of density from line transect sampling of biological populations. *Wildlife Monographs*, **N. 72**.
- [16] Chen, S. X. (1996). Empirical likelihood confidence intervals for nonparametric density estimation. *Biometrics*, **83**, 329-341.
- [17] Chen, S. X. (1998). Measurement errors in line transect surveys. *Biometrics*, **54**, 899-908.
- [18] Chen, S. X. (2000). Animal abundance estimation in independent observer line transect surveys. *Environmental and Ecological Statistics*, **7**, 285-299.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [19] Dudewicz, E.J., (1988). *Modern Mathematical Statistics*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- [20] Eberhardt, L. L. (1968). Some developments in “distance sampling”. *Biometrics*, **23**, 207-216.
- [21] Edwards, D. K., Dorsey, G. L. e Crawford, J. A. (1981). A comparison of three avian census methods. In *Estimating Numbers of Terrestrial Birds. Studies in Avian Biology N. 6* (eds C. J. Ralph and J. M. Scott). Cooper Ornithological Society, 170-176.
- [22] Gates, C. E., Marshall, W. H. e Oldson, D. P. (1968). Line transect method of estimating grouse population densities. *Biometrics*, **24**, 135-145.
- [23] Gibbons, J. D. (1985). *Nonparametric Methods for Quantitative Analysis*. (2nd ed). Columbus: American Sciences Press.
- [24] Hayes, R. J. e Buckland, S. T. (1983). Radial-distance models for the line-transect method. *Biometrics*, **39**, 29-42.
- [25] Mack, Y. P. e Quang, P. X. (1998). Kernel methods in line and point transect sampling. *Biometrics*, **54**, 606-619.
- [26] Melville, G. J. e Welsh, A. H. (2001). Line transect in small regions. *Biometrics*, **57**, 1130-1137.
- [27] Quang, P. X. (1990). Confidence intervals for densities in line transect sampling. *Biometrics*, **46**, 459-472.
- [28] Quang, P. X. (1993). Nonparametric estimators for variable circular plot surveys. *Biometrics*, **49**, 837-852.
- [29] Ramsey, F. L. e Scott, J. M. (1979). Estimating population densities from variable circular plot surveys. *Sampling Biological Population* (eds Cormack, R. M. Patil, Robson, D. S.). International Co-operative Publishing House, Fairland, USA, 155-181.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [30] Ramsey, F. L. e Harrison, K. (2004). A closer look at detectability. *Environmental and Ecological Statistics*, **11**, 73-84.
- [31] Seber, G. A. F. (1982). *The Estimation of Animal Abundance and Related Parameters*. London: Griffin.
- [32] Skaug, H. J. e Schweder, T. (1999). Hazard models for line transect surveys with independent observers. *Biometrics*, **55**, 29-36.
- [33] Stephens, M.A. (1986). *Goodness of Fit Statistics Techniques* (eds Stephens, M.A., D'Agostino, R.B.). New York: M. Dekker.
- [34] Stuart, A. e Ord, J. K. (1987). *The Advanced Theory of Statistics*, vol. 1, 4th ed. London: Griffin.
- [35] Thomas, L., Laake, J. L., Strindberg, S., Marques, F. F. C., Buckland, S. T., Borchers, D. L., Anderson, D. R., Burnham, K. P., Hedley, S. L., Pollard, J. H. e Bishop, J. R. B. (2003). *Distance 4.1 release 2*. Research Unit for Wildlife Population Assessment, University of St Andrews, UK. (<http://www.ruwpa.st-and.ac.uk/distance/>).
- [36] Turnock, B.J. e Quinn II, T. J. (1991). The effect of responsive movement on abundance estimation using line transect sampling. *Biometrics*, **47**, 701-715.
- [37] Zahl, S. (1989). Line transect sampling with unknown probability of detection along the transect. *Biometrics*, **45**, 453-470.