**ANÁLISE DE PERFIS PARA EXPERIMENTOS
EM BLOCOS ALEATORIZADOS**

Cristina Higashi

DISSERTAÇÃO DEFENDIDA
NO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM
ESTATÍSTICA

Área de concentração: Estatística
Orientador: Prof. Dr. Julio da Motta Singer

– São Paulo, abril de 1995 –

**ANÁLISE DE PERFIS PARA EXPERIMENTOS
EM BLOCOS ALEATORIZADOS**

Este exemplar corresponde à redação
final da dissertação devidamente corrigida
e defendida por Cristina Higashi
e aprovada pela comissão julgadora

São Paulo, 26 de maio de 1995.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Clarice Demétrio
Prof Dr. Dalton Francisco de Andrade
Prof Dr. Julio da Motta Singer

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Durante a elaboração desta dissertação, contei com o inestimável apoio de várias pessoas amigas; sou-lhes muito grata pelo interesse contínuo e por todas as palavras de incentivo. Não poderia, entretanto, deixar de agradecer em especial

ao Professor Julio da Motta Singer, cuja função densidade de probabilidade se concentra em excelência, por sua dedicação, paciência e constante disposição a esclarecer quaisquer dúvidas.

ao Prof. Dalton Francisco de Andrade, que acompanhou o desenvolvimento da tese e enriqueceu-a com valiosas sugestões.

aos meus pais, à minha irmã Luciane e ao Damásio, por toda a força que me deram.

SUMÁRIO

Resumo	i
Abstract	ii
1 Estudos Longitudinais	1
1.1 Introdução	1
1.2 Análise de Perfis	4
2 Análise de Perfis para Experimentos Completamente Aleatorizados	12
2.1 Introdução	12
2.2 Medidas Resumo	14
2.3 Modelo Multivariado	16
2.4 Modelo Misto Univariado (tipo "SPLIT-PLOT")	18
2.5 Outros Modelos	22
2.5.1 Modelo com Estrutura de Antedependência	22
2.5.2 Modelo com Estrutura Autoregressiva	23
2.5.3 Modelo de Efeitos Aleatórios	25
3 Análise de Perfis para Experimentos em Blocos Aleatorizados	27
3.1 Introdução	27
3.2 Modelos de Efeitos Fixos para Blocos	28
3.3 Modelos de Efeitos Aleatórios para Blocos	32
4 Exemplo Numérico	35
4.1 Análise dos Dados do Exemplo 1.1	35
4.2 Considerações Finais	46
Apêndice A	47
Apêndice B	49
Referências Bibliográficas	55

RESUMO

Na primeira parte desta tese consideramos os uso de métodos padrão uni e multivariados para a Análise de Perfis em experimentos completamente aleatorizados. Descrevemos também brevemente outras estruturas de covariâncias usuais. Na segunda parte, introduzimos Blocos na análise e damos algumas sugestões de como adaptar os testes para experimentos completamente aleatorizados para o caso de experimentos em blocos completamente aleatorizados.

ABSTRACT

In the first part of this thesis we consider the use of standard uni and multivariate methods for Profile Analysis of completely randomized experiments. We also describe briefly other commonly occurring covariance structures. In the second part, we introduce Blocks in the analysis and give some suggestions of how to adapt the standard tests for completely randomized experiments to the case of randomized block experiments.

Capítulo 1

Estudos Longitudinais

1.1 Introdução

Sob a denominação de Estudos Longitudinais consideram-se investigações científicas cujo interesse é voltado para a avaliação do comportamento de uma ou mais características ao longo de um determinado número de ocasiões ou de qualquer outra escala ordenada (distância de uma certa origem ou dosagem de uma determinada substância, por exemplo). Para facilitar a leitura, designaremos por "Tempo" essa escala ordenada. Estudos desta natureza são empregados em Agropecuária (Rowell and Walters (1976) ou Singer e Domenech (1989), por exemplo), em Economia (Dielman, (1983)), Ciências Sociais (Nesselroade and Baltes (1979)), Epidemiologia (Goldstein (1979)) e em pesquisas de Mercado de Trabalho (Heckman and Singer (1985)), entre outros. Os dados, em geral, consistem de um vetor de observações (perfil de resposta) para cada unidade de investigação (animal, pessoa, etc). As unidades de investigação podem estar classificadas em diferentes tratamentos segundo um ou mais fatores, tais como raça, procedência ou tipo de medicamento recebido.

Dentro da classe de Estudos Longitudinais convém destacar três categorias:

- (a) Estudos baseados em planejamentos transversais ("*cross-sectional*"), onde se planeja observar cada unidade de investigação uma única vez;
- (b) Estudos baseados em planejamentos longitudinais, onde se pretende observar cada unidade de investigação em todas as ocasiões para as quais o estudo foi globalmente dimensionado;

- (c) Estudos baseados em planejamentos mistos ("*linked cross-sectional*"), onde se pretende observar diferentes unidades de investigação em diferentes subconjuntos das ocasiões para as quais o estudo foi globalmente dimensionado.

Neste trabalho, estamos interessados em planejamentos longitudinais. Embora a obtenção de dados através desse tipo de planejamento exija esforços no acompanhamento das unidades de investigação durante a realização do estudo (ver Cook and Ware (1983), por exemplo), eles oferecem os seguintes atrativos:

- requerem menos unidades de investigação do que estudos semelhantes baseados em planejamentos transversais ou mistos;
- proporcionam um controle sobre diferenças entre as unidades de investigação (a variabilidade devido a diferenças entre as unidades é eliminada do erro experimental apropriado para comparações relativas a Tempo);
- permitem o estudo da evolução das respostas individuais ao longo do Tempo.

Uma discussão mais detalhada sobre a eficiência de planejamentos longitudinais em relação a planejamentos transversais pode ser encontrada em Cook and Ware (1983) ou em Domenech (1989, cap. 1), por exemplo.

Suponhamos um conjunto de n unidades experimentais onde em cada unidade é observada uma variável resposta ao longo de p condições conhecidas. Seja $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{ip})'$ o vetor de respostas associado à i -ésima unidade experimental. Um modelo linear para y_i é dado por

$$y_i = X_i \beta + \varepsilon_i \quad (1.1.1)$$

onde X_i ($p \times q$) é a matriz de especificação do modelo para o i -ésimo indivíduo, β é um vetor ($q \times 1$) de parâmetros de regressão desconhecidos e os ε_i 's são erros independentes com distribuição Normal ($0, \Sigma_i$), ou seja:

$$y_i \sim N(X_i \beta, \Sigma_i)$$

para $i = 1, \dots, n$ e $y_1, \dots, y_n$ são independentes. Quando cada indivíduo é observado nas mesmas p condições e não há observações incompletas, dizemos que o planejamento é *balanceado em relação ao Tempo*. Quando X_i é independente de i , dizemos que o planejamento é completamente balanceado. O leitor interessado em análise de dados não balanceados no Tempo pode consultar Jennrich and Schluchter (1986), Andreoni (1989) ou Papescu (1995), por exemplo, para maiores detalhes.

Dado que várias observações são feitas sequencialmente na mesma unidade amostral, podem existir correlações não nulas entre elas. Ware (1985) constata que, tipicamente, as observações de uma mesma unidade amostral apresentam correlação serial positiva. Assim, embora nosso interesse esteja voltado para o vetor de médias, a matriz de covariâncias tem também um papel fundamental na análise, pois contém informações sobre possíveis correlações entre observações realizadas na mesma unidade de investigação. Essa matriz tem influência direta nas estimativas da variabilidade dos parâmetros associados às médias e, em alguns casos, pode até afetar as próprias estimativas desses parâmetros. Uma estratégia de análise de dados com planejamento longitudinal consiste essencialmente na redução do número de parâmetros envolvidos (médias e covariâncias associadas à distribuição das observações) através da imposição de modelos parcimoniosos que relacionam sua variação com os tratamentos e com as condições de avaliação respeitando as estruturas naturais geradas pelo problema. Embora existam diferentes propostas para representar o comportamento médio da variável resposta, restringir-nos-emos aos modelos lineares que são de fácil interpretação e que, em geral, permitem ajustes satisfatórios. Com relação à matriz de covariâncias, vários modelos serão discutidos.

As técnicas clássicas de análise de dados longitudinais são direcionadas para o caso de dados balanceados em relação ao Tempo. Entre elas destacamos:

- Análise de Perfis;
- Análise de Curvas de Crescimento.

O principal objetivo da técnica de Análise de Perfis é testar hipóteses sobre os valores médios da variável resposta nas ocasiões de observação e compará-los entre os diferentes grupos de unidades experimentais. Na Análise de Curvas de Crescimento procuram-se ajustar curvas aos perfis médios de resposta, o que pode ser encarado como uma complementação da Análise de Perfis.

O interesse neste trabalho está voltado para a Análise de Perfis; o leitor interessado em Curvas de Crescimento poderá obter mais informações em Singer (1977), por exemplo.

1.2 Análise de Perfis

A seleção de uma estratégia apropriada para a Análise de Perfis deve levar em conta os objetivos do estudo, a natureza do fenômeno em consideração, as suposições dos modelos e as características dos dados experimentais. Mais especificamente, a Análise de Perfis visa responder a três perguntas:

- (a) Os perfis médios de resposta dos diferentes tratamentos são paralelos? (i.e., não existe interação entre Tratamento e Tempo?);
- (b) se os perfis são paralelos, eles são coincidentes? (i.e., não existe efeito de Tratamento?);
- (c) se os perfis são paralelos, eles são horizontais? (i.e., não existe efeito de Tempo?).

Métodos estatísticos para Análise de Perfis têm sido bastante difundidos por autores como Greenhouse and Geisser (1959), Winer (1971, caps. 4 e 6), Timm (1980), Jennrich and Schluchter (1986), etc., e têm sido implementados em alguns pacotes estatísticos, tais como BMDP, SAS e SPSS. Duas abordagens clássicas têm sido consideradas; a primeira é baseada em um modelo multivariado, onde nenhuma restrição é imposta a Σ_i (ver, por exemplo: Timm (1980) ou Andrade e Singer (1986, cap. 2)) e a segunda baseia-se em um modelo misto univariado (tipo "SPLIT-PLOT"), em que as observações da mesma unidade de investigação têm variâncias iguais e correlações iguais (ver Winer (1971, cap.7) ou Andrade e Singer (1986, cap.2)). Mais recentemente, alternativas de análise baseadas em modelos intermediários e, muitas vezes, mais realistas, para a estrutura de covariância têm recebido maior atenção por parte de muitos autores; em particular citamos os modelos de efeitos aleatórios (ver Laird and Ware (1982) ou Andreoni (1989), por exemplo) e os modelos usualmente empregados na análise de Séries Temporais (ver LaVange and Helms (1983), por exemplo).

As técnicas usuais para a Análise de Perfis são, em sua maioria, dirigidas para o caso de experimentos onde as unidades de investigação são aleatoriamente atribuídas aos tratamentos. Em muitas situações, as unidades amostrais precisam ser divididas em blocos dentro dos quais a variabilidade é menor do que dentro do conjunto todo. Nesse caso, comparações experimentais podem frequentemente ser feitas de modo muito mais eficiente do que se a existência de blocos fosse ignorada.

Exemplo 1.1 (Singer e Domenech (1989)) Em um experimento realizado pelo Centro Nacional de Pesquisa de Suínos e Aves da EMBRAPA para se avaliar o efeito do nível de proteína em rações para leitões e o de sua suplementação com aminoácidos, foram utilizados 20 leitões, divididos em 4 baias, com base nos pesos iniciais (cada baia alojando 5 leitões), de modo a obter grupos os mais homogêneos possíveis. Os leitões dentro de cada baia foram designados, ao acaso, a um dos seguintes tratamentos, caracterizados pelos níveis de proteína e presença de aminoácidos:

- (1) 20% de Proteína Bruta;
- (2) 18% de Proteína Bruta;
- (3) 16% de Proteína Bruta;
- (4) 16% de Proteína Bruta + L-Lisina;
- (5) 14% de Proteína Bruta + L-Treonina.

O crescimento dos animais foi avaliado através de pesagens, que foram realizadas no início do experimento e 7, 14 e 18 dias após o mesmo. Neste caso, baia é o fator Blocos com 4 níveis, os leitões são as unidades de investigação e as ocasiões de observação correspondem aos dias em que foram feitas as pesagens. Os dados encontram-se na Tabela 1.1.1.

Tabela 1.1.1: Pesos (em kg) de leitões submetidos a diferentes dietas.

Bloco	Trat	Inicial	7 dias	14 dias	18dias
1	1	10,750	16,075	20,275	23,225
1	2	10,875	14,950	18,425	22,300
1	3	10,825	15,275	19,475	22,325
1	4	10,875	15,850	20,250	23,025
1	5	10,850	15,300	19,575	22,975
2	1	10,425	15,050	19,550	22,650
2	2	10,450	15,650	19,725	22,575
2	3	10,375	13,325	16,775	18,825
2	4	10,450	14,000	17,700	20,350
2	5	10,450	15,400	19,600	22,375
3	1	9,825	15,050	19,300	21,850
3	2	9,850	14,700	18,475	22,150
3	3	9,725	13,575	16,850	19,725
3	4	9,800	14,050	18,275	20,125
3	5	9,850	14,100	17,425	20,325
4	1	9,275	13,775	17,525	20,375
4	2	9,250	13,450	17,425	19,850
4	3	9,350	13,025	16,750	19,075
4	4	9,250	13,625	17,200	20,025
4	5	9,350	13,325	16,675	19,200

Na Figura 1.1.1 encontram-se os perfis médios de resposta para cada tratamento.

Figura 1.1.1: Perfis médios de resposta dos tratamentos

Exemplo 1.2 (Hoffman et al. (1985)). Em um experimento destinado a estudar os efeitos da ingestão de chumbo no crescimento de filhotes de falcão (American Kestrel), a variável resposta foi o peso dos filhotes, medido diariamente durante o período de aplicação dos tratamentos. 40 filhotes, 4 de cada um dos ninhos selecionados para o estudo, receberam doses orais diárias de um dos seguintes tratamentos durante seus primeiros 10 dias de vida:

- (C) 5 μ l de óleo de milho (Grupo Controle);
- (1) 25 mg/kg de pó de chumbo metálico diluído em óleo de milho;
- (2) 125 mg/kg de pó de chumbo metálico diluído em óleo de milho;
- (3) 625 mg/kg de pó de chumbo metálico diluído em óleo de milho.

Quatro, dos dez filhotes que receberam o Tratamento 3, morreram antes do término do experimento. Neste caso, *ninho* é o fator Blocos com 10 níveis (introduzido para reduzir um possível efeito de ninhadas), os filhotes de falcão são as unidades de investigação e as ocasiões de observação correspondem aos 10 dias de avaliação do estudo. Os dados encontram-se na Tabela 1.1.2 .

Tabela 1.1.2: Pesos (em g) de filhotes de falcão submetidos a dietas com diferentes concentrações de chumbo

Bloco	Trat	dia 1	dia 2	dia 3	dia 4	dia 5	dia 6	dia 7	dia 8	dia 9	dia 10
1	C	12	15	21	26	29	35	56	62	76	81
1	1	13	14	20	25	25	29	44	48	62	65
1	2	13	15	20	24	25	30	37	43	52	55
1	3	11	13	17	19	19	15	-	-	-	-
2	C	16	19	26	33	40	49	63	72	86	90
2	1	13	15	21	26	34	44	54	61	76	86
2	2	15	17	22	28	34	40	50	58	74	82
2	3	16	16	22	25	29	32	34	36	38	43
3	C	10	14	19	25	32	44	52	68	77	82
3	1	11	13	19	23	29	37	41	56	61	68
3	2	11	13	18	22	29	37	41	53	62	66
3	3	11	13	18	21	25	32	37	41	42	43
4	C	12	16	19	24	25	41	46	65	69	75
4	1	12	17	21	27	32	46	52	69	71	80
4	2	10	11	15	19	21	30	34	44	47	54
4	3	10	12	15	18	16	18	20	25	26	30
5	C	11	15	18	21	27	37	41	49	61	64
5	1	12	18	21	26	31	45	51	66	74	77
5	2	14	16	20	24	29	39	39	51	60	62
5	3	11	11	12	14	16	16	-	-	-	-
6	C	10	14	17	22	29	38	47	62	69	75
6	1	8	10	13	16	24	35	38	52	60	62
6	2	9	12	14	18	25	32	38	51	59	63
6	3	11	14	16	20	27	32	37	48	52	51
7	C	13	17	24	32	42	49	57	71	75	89
7	1	14	19	25	36	40	50	62	74	79	98
7	2	14	18	24	32	35	45	50	62	69	84
7	3	13	16	21	28	29	34	36	39	44	52
8	C	13	14	19	25	31	37	43	56	68	73
8	1	13	13	18	23	30	35	42	52	66	72
8	2	11	11	13	17	22	24	29	40	48	59
8	3	16	17	22	25	30	36	39	53	65	72
9	C	16	20	24	31	40	46	51	63	70	76
9	1	16	21	26	30	39	47	52	63	69	74
9	2	12	17	22	28	34	39	41	50	50	61
9	3	19	21	26	30	33	30	28	-	-	-
10	C	16	22	25	35	40	51	62	69	85	90
10	1	12	17	20	25	29	36	50	62	71	71
10	2	17	20	28	34	36	46	55	49	77	82
10	3	15	23	24	32	36	44	45	46	-	-

Figura 1.1.2: Perfis médios de resposta dos tratamentos

Observando-se o gráfico do peso médio dos filhotes em função do tempo (Figura 1.1.2), vemos que a velocidade do ganho de peso dos animais foi inversamente proporcional à quantidade de chumbo que ingeriram.

Exemplo 1.3 (Milliken and Johnson (1984, p.427)) Num experimento conduzido para se estudarem diferenças de variedade de sorgo quanto a um índice de área das folhas, foram utilizadas 4 variedades, plantadas segundo um planejamento com 5 blocos. Foram feitas 5 medidas desse índice para as 4 variedades em cada um dos blocos, com intervalos semanais, com início 14 dias após o surgimento dos brotos. Neste exemplo, *faixa de terra* é o fator Blocos com 5 níveis, as folhas são as unidades de investigação e as condições de avaliação correspondem às ocasiões em que foram tomadas as medidas do índice de área. Os dados encontram-se reproduzidos na Tabela 1.1.3 e os perfis médios de resposta para cada uma das variedades de sorgo, na Figura 1.1.3.

Tabela 1.1.3: Índice de área das folhas para quatro variedades de sorgo

Bloco	Trat	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6
1	1	5,00	4,84	4,02	3,75	3,13
1	2	5,82	5,60	5,05	4,72	4,46
1	3	5,65	5,97	5,27	5,07	4,52
1	4	5,86	5,60	5,37	5,00	4,37
2	1	4,42	4,30	3,67	3,23	2,83
2	2	5,73	5,59	5,00	4,65	4,42
2	3	5,39	5,49	5,08	4,87	4,32
2	4	5,82	5,55	5,29	4,95	4,07
3	1	4,42	4,10	3,46	3,09	2,82
3	2	5,31	5,19	4,86	4,44	4,22
3	3	5,15	5,28	4,93	4,67	4,15
3	4	5,26	5,06	4,76	4,48	3,94
4	1	4,01	3,89	3,21	2,89	2,56
4	2	4,92	4,66	4,56	4,16	3,99
4	3	4,50	4,89	4,74	4,49	4,10
4	4	4,87	4,75	4,55	4,33	3,83
5	1	3,36	3,10	2,67	2,47	2,16
5	2	3,96	3,86	3,50	3,13	2,95
5	3	3,75	3,74	3,55	3,28	3,00
5	4	3,96	3,76	3,56	3,18	2,96

Figura 1.1.3: Perfis médios de resposta das diferentes variedades de sorgo

Em geral, não se tem interesse no efeito de blocos. No entanto, se eles forem ignorados na análise, pode haver um comprometimento dos resultados, dado que a variabilidade devida a blocos estará sendo incorporada ao erro. A extensão das técnicas de Análise de Perfis clássica para dados provenientes de planejamentos em blocos, entretanto, não é direta. A finalidade deste trabalho é discutir os principais aspectos da Análise de Perfis no caso de blocos completos aleatorizados.

No **Capítulo 2** introduzimos a notação a ser utilizada e apresentamos uma breve resenha das parametrizações e dos principais modelos para a estrutura de covariância utilizados em Análise de Perfis. No **Capítulo 3** abordamos técnicas para a Análise de Perfis para experimentos com planejamento em blocos, sejam estes fixos ou aleatórios. No **Capítulo 4** apresentamos os resultados e as conclusões das análises dos dados do Exemplo 1.1 ilustrando, dessa forma, os procedimentos propostos, bem como sugestões para futuras pesquisas. Os programas utilizados nas análises e os demais detalhes técnicos encontram-se no Apêndice B.

Capítulo 2

Análise de Perfis Para Experimentos Completamente Aleatorizados

2.1 Introdução

Antes de abordarmos o assunto principal deste trabalho, ou seja, a inclusão do efeito de blocos na Análise de Perfis, vamos rever métodos clássicos, bem como algumas propostas mais recentes para o caso de dados provenientes de um planejamento completamente aleatorizado.

Suponhamos uma situação genérica onde p respostas foram coletadas de n unidades de investigação, agrupadas segundo t tratamentos. Vamos admitir que os dados estejam arranjados como na Tabela 2.1.1. Desse modo, a resposta do j -ésimo indivíduo submetido ao i -ésimo tratamento na k -ésima condição de avaliação será denotada por y_{ijk} e y_{ij} representará o vetor de respostas (perfil de respostas) desse indivíduo:

$$y_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, y_{ijp})^t \quad (2.1.1)$$

Tabela 2.1.1: Estrutura básica dos dados

Tratamento	Unidade de investigação	Unidade de observação			
		t_1	t_2	...	t_p
1	1	y_{111}	y_{112}	...	y_{11p}
1	2	y_{121}	y_{122}	...	y_{12p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
1	n_1	y_{1n_11}	y_{1n_12}	...	y_{1n_1p}
2	1	y_{211}	y_{212}	...	y_{21p}
2	2	y_{221}	y_{222}	...	y_{22p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
2	n_2	y_{2n_21}	y_{2n_22}	...	y_{2n_2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	1	y_{t11}	y_{t12}	...	y_{t1p}
t	2	y_{t21}	y_{t22}	...	y_{t2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
t	n_t	y_{tn_11}	y_{tn_12}	...	y_{tn_1p}

Adotaremos para y_{ij} o modelo

$$y_{ij} = X_{ij} \beta_i + \varepsilon_{ij} \quad (2.1.2)$$

onde X_{ij} é uma matriz de especificação $p \times q$ ($q < np$), β_i é um vetor de dimensão ($q \times 1$) de parâmetros de regressão desconhecidos e os ε_{ij} são erros independentes com distribuição $N(0, \Sigma_{ij})$. Assume-se ainda que os elementos de Σ_{ij} para $i = 1, \dots, t$ e $j = 1, \dots, n_i$, $n = \sum_{i=1}^t n_i$, são funções conhecidas de r parâmetros de covariância desconhecidos contidos em um vetor θ .

O modelo (2.1.2) para todo o conjunto de dados pode ser escrito na forma

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2.1.3)$$

onde

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ \vdots \\ y_{m_t} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{m_t} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_q \end{bmatrix}$$

e $X = (X_{11}^t, X_{12}^t, \dots, X_{m_t}^t)^t$ é uma matriz de especificação de posto $q < np$.

Dessa forma, $E(Y) = X\beta$ e $\text{Var}(Y) = \text{diag}(\Sigma_{11}(\theta), \Sigma_{21}(\theta), \dots, \Sigma_{n_t}(\theta))$, onde $\text{diag}(A_1, \dots, A_n)$ representa uma matriz diagonal em blocos com as matrizes $A_1, \dots, A_n$ ao longo da diagonal principal.

As colunas da matriz de especificação X podem estar associadas aos fatores que definem a estrutura das subpopulações, isto é, Tratamento, ao fator Tempo e a possíveis covariáveis.

2.2 Medidas Resumo

Entendemos por medida resumo qualquer transformação que produza uma redução na dimensão dos vetores de respostas dos tratamentos. A utilização desse recurso pode acarretar perda de parte da informação contida nos dados mas, por outro lado, permite-nos responder a questões de interesse específico utilizando técnicas com as quais já estamos familiarizados, como a Análise de Variância com um fator, por exemplo. Um outro atrativo para o uso de medidas resumo é o fato de acomodarem dados incompletos. Rowell and Walters (1976) propõem como medidas resumo funções lineares da variável resposta com relação ao tempo, sendo a escolha dessas funções sugerida principalmente pelos interesses da pesquisa. Em curvas de crescimento, por exemplo, o uso de polinômios ortogonais pode ser apropriado (Kowalski and Guire (1974)). Wishart (1938), ao analisar os dados de um experimento na área de nutrição suína utilizou como medidas resumo os coeficientes de regressão correspondentes a cada animal.

Algumas funções do perfil de respostas, não necessariamente ortogonais, podem fornecer informações suficientes para a caracterização dos tratamentos (em geral, consideram-se transformações que resultem em vetores unidimensionais e, eventualmente, em vetores bi ou tridimensionais). Vamos tomar o Exemplo 1.2 para efeito de ilustração; naquele caso, poderia haver interesse na construção de uma medida

da tendência linear do peso dos animais ao longo das ocasiões de pesagem. Assim, o contraste

$$W_{ij} = -3y_{ij1} - y_{ij2} + y_{ij3} + 3y_{ij4}$$

seria calculado para cada uma das unidades observacionais e os valores obtidos comparados através de uma análise de variância com um único fator, testando-se assim a hipótese de homogeneidade desses contrastes para todas as dietas. Ainda com relação ao Exemplo 1.2, o interesse principal poderia residir na resposta obtida ao término do período de estudo, ou seja

$$W_{ij} = y_{ijp}$$

$i=1, \dots, t; j=1, \dots, n_t$. A análise desse tipo de medida (conhecida como ponto final) é recomendada para se compararem diferenças entre tratamentos para os quais se espera uma resposta monotônica crescente (ou decrescente) durante o período de observação. Outras estratégias envolvem o uso do nível máximo de resposta, $\max y_{ijk}$ ($i = 1, \dots, t; j = 1, \dots, n_t; k = 1, \dots, p$) ou a média entre condições de avaliação,

$$W_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{ijk}$$

Esta última, ao contrário do ponto final e da resposta máxima, faz uso de toda a informação dos perfis. Em situações onde os intervalos entre as observações apresentam diferentes comprimentos, é preciso levar em conta a informação contida nesses espaçamentos. Neste caso, uma medida adequada é a Área sob a Curva (ASC), que é aplicável tanto na situação de dados balanceados em relação ao tempo como na de dados desbalanceados (neste último caso, é necessário escolher um período de tempo comum a todos os tratamentos). Ver Grande et al. (1992) para um exemplo onde se usa a ASC como medida resumo.

Na ausência de informações *a priori* acerca da relação entre a variável e o tempo, os contrastes podem ser escolhidos com base empírica. Os polinômios ortogonais em geral dão conta de porções substanciais da variação do erro, porém seus coeficientes são freqüentemente difíceis de interpretar.

2.3 Modelo Multivariado

Para se representar o modelo multivariado é mais conveniente usar uma notação ligeiramente diferente daquela apresentada na Seção 2.1. Nesta notação, o conjunto de todas as observações é apresentado na forma matricial:

$$Y = X\beta + E \quad (2.3.1)$$

onde Y é a matriz ($n \times p$) em que cada linha corresponde a uma unidade de investigação e cada coluna corresponde a uma das medidas repetidas, X é uma matriz de especificação de posto q , com n linhas e r colunas, β é uma matriz onde cada coluna ($r \times 1$) de parâmetros desconhecidos corresponde a uma particular medida repetida e E é uma matriz de dimensões ($n \times p$) de erros aleatórios não-observáveis. Assume-se que as linhas de ε são independentes e identicamente distribuídas com distribuição $N(0, \Sigma)$, onde Σ é uma matriz simétrica positiva-definida sem estrutura específica. Os elementos nas colunas de ε podem ser correlacionados.

Relativamente a esse esquema, podemos testar hipóteses de interesse, como aquelas descritas na Seção 1.2, escrevendo-as na forma

$$H_0 : C\beta U = 0 \quad \text{versus} \quad H_a : C\beta U \neq 0 \quad (2.3.2)$$

onde C é uma matriz ($c \times r$) de posto c e U é uma matriz ($p \times u$) de posto u .

Utilizando o princípio da União-Intersecção de Roy (1953) ou o princípio da razão de verossimilhança de Wilks (1932), podem ser obtidas estatísticas para se testar a hipótese (2.3.2). Tais estatísticas são funções das raízes características λ_i ($i = 1, \dots, s$) da matriz HG^{-1} , onde

$$H = U' \hat{\beta} C' [C(X'X)^{-1}C']^{-1} C \hat{\beta} U \quad (2.3.3)$$

e

$$G = U'Y'[I - X(X'X)^{-1}X']YU \quad (2.3.4)$$

com

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y. \quad (2.3.5)$$

Fazendo $\theta_i = \lambda_i(1 + \lambda_i)^{-1}$, as estatísticas de teste mais comuns são:

- λ de Wilks = $\prod_{i=1}^s (1 - \theta_i)$;
- *Traço* de Pillai = $\sum_{i=1}^s \theta_i$;
- *Traço* de Lawley-Hotelling = $\sum_{i=1}^s \theta_i (1 - \theta_i)^{-1}$ e
- *Raiz máxima* de Roy = $\max(\theta_i)$

As distribuições exatas dessas estatísticas sob a hipótese nula dependem unicamente dos parâmetros $m_1 = (|u-c|-1)/2$, $m_2 = (n-q-u-1)/2$ e $s = \min(u, c)$; tabelas dessas distribuições podem ser encontradas em Timm (1975) ou Morrison (1976), por exemplo. Aproximações assintóticas através de distribuições qui-quadrado ou F são consideradas em Seber (1984), entre outros.

Como nenhuma suposição é feita sobre a estrutura de covariância, todos os $p(p+1)/2$ parâmetros da matriz de covariâncias precisam ser estimados. Além disso, em situações com poucas unidades de investigação em relação ao número de medidas repetidas, a matriz de covariâncias amostral será singular e as estatísticas de teste não estarão nem mesmo definidas. Assim, a desvantagem do modelo de Análise Multivariada de Perfis é a sua possível ineficiência nesse caso, o que torna o seu uso desaconselhável. Os módulos ANOVA e GLM do programa SAS, 4V do programa BMDP, MANOVA do SPSS e as subrotinas MLM.AJU e MLM.HIP (Andrade et al., 1988) implementadas no módulo CM do SOC fornecem os testes.

Esses pacotes permitem testar outros tipos de hipóteses, além das hipóteses de inexistência de efeito de Tempo, Tratamento e interação entre Tempo e Tratamento.

2.4 Modelo Misto Univariado (tipo "SPLIT-PLOT")

Em Análise de Perfis é comum adotar-se um modelo misto univariado para representar cada uma das observações y_{ijk} . Neste modelo, Tratamento e Tempo são considerados como dois fatores fixos completamente cruzados e as unidades de investigação como um fator aleatório hierárquico relativamente a Tratamento. Assim, utilizando uma parametrização identificável, baseada em desvios médios com restrições, podemos escrever:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \pi_{j(i)} + \alpha_k + (\tau\alpha)_{ik} + \varepsilon_{ijk} \quad (2.4.1)$$

$$i = 1, \dots, t; \quad j = 1, \dots, n_i; \quad k = 1, \dots, p.$$

com $\sum_{i=1}^t \tau_i = \sum_{k=1}^p \beta_k = \sum_{i=1}^t (\tau\beta)_{ik} = \sum_{k=1}^p (\tau\beta)_{ik} = 0$ onde μ representa a média geral, τ_i o "efeito" do i -ésimo tratamento, $\pi_{j(i)}$ é o "efeito" do j -ésimo indivíduo dentro do i -ésimo tratamento, α_k o "efeito" da k -ésima condição de avaliação, e $(\tau\alpha)_{ik}$ a interação entre o i -ésimo tratamento e a k -ésima condição de avaliação. Os $\pi_{j(i)}$ representam os efeitos aleatórios individuais e os ε_{ijk} representam os erros de medida associados às condições de avaliação. Além disso, supomos que $\pi_{j(i)}$ e ε_{ijk} são variáveis aleatórias independentemente distribuídas com média zero e variâncias σ_π^2 e σ_ε^2 , respectivamente.

A análise dos dados sob o modelo misto univariado corresponde à análise tipo "SPLIT-PLOT" usual, onde os indivíduos representam as parcelas ("plots") e as ocasiões de observação, as subparcelas ("subplots").

Dado o modelo (2.4.1), temos $E(y_{ijk}) = \mu + \tau_i + \alpha_k + (\tau\alpha)_{ik}$ e

$$\text{Cov}(y_{ij}) = \Sigma = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho & \dots & \rho \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho \\ \rho & \rho & 1 & \dots & \rho \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho & \rho & \rho & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

onde $\sigma^2 = \sigma_\pi^2 + \sigma_\varepsilon^2$ e $\rho = \sigma_\pi^2 / (\sigma_\pi^2 + \sigma_\varepsilon^2)$, o que implica $0 < \rho < 1$. Nesse caso, dizemos que Σ segue o padrão de *uniformidade*.

Essa condição implica que as variâncias dos elementos y_{ij} são todas iguais e que as correlações entre dois elementos quaisquer de y_{ij} são também constantes. Tal suposição é mais adequada para situações em que as unidades observacionais são alocadas ao acaso às p condições de avaliação. A característica que distingue os planejamentos longitudinais dos planejamentos do tipo "SPLIT-PLOT" é a forma sistemática (ao longo do tempo, por exemplo) com que as condições de avaliação são alocadas às unidades de investigação; em planejamentos do tipo "SPLIT-PLOT" as condições de avaliação ("subplots") são atribuídas aleatoriamente às unidades de investigação. Em estudos longitudinais as observações são feitas seqüencialmente e espera-se que a correlação entre duas observações tomadas em ocasiões próximas seja maior do que a correlação entre observações tomadas em ocasiões mais distantes, o que torna (2.4.2) pouco realista.

Huynh and Feldt (1970) e Rouanet and Lépine (1970), em trabalhos independentes, mostraram que na realidade os testes F considerados para o modelo misto univariado são válidos sob condições mais gerais para a matriz Σ . Basta que Σ satisfaça à condição de *esfericidade*, ou seja

$$\sigma_{kk'} = \begin{cases} \gamma_k + \gamma_{k'} + \lambda & \text{se } k = k' \\ \gamma_k + \gamma_{k'} & \text{se } k \neq k' \end{cases} \quad (2.4.3)$$

ou, em termos matriciais

$$\Sigma = \lambda \mathbf{I}_p + \gamma \mathbf{1}_p' + \mathbf{1}_p \gamma' \quad (2.4.4)$$

onde $\mathbf{I}_p$ denota uma matriz identidade de ordem p , $\mathbf{1}_p$ um vetor $(p \times 1)$ com todos os elementos iguais a 1, λ é uma constante positiva e $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p)'$ é um vetor de parâmetros desconhecidos. Essa condição equivale a especificar que as variâncias das diferenças entre pares de erros, tais como $\xi_{ijk} - \xi_{ijk'}$ sejam iguais para todos k e k' , $k \neq k'$, permitindo variâncias desiguais e correlações desiguais. Se as variâncias forem todas iguais, tal condição é equivalente à imposição do padrão de *uniformidade*. O padrão de *uniformidade* e aquele associado a *erros independentes* são, portanto, casos particulares do padrão de *circularidade*. Isso pode ser facilmente comprovado observando-se, por exemplo, as seguintes matrizes:

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1,4 & 1,1 & 0,8 \\ 1,1 & 1,6 & 0,9 \\ 0,8 & 0,9 & 1,0 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 1,4 & 1,0 & 1,0 \\ 1,0 & 1,4 & 1,0 \\ 1,0 & 1,0 & 1,4 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,4 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,4 \end{bmatrix}$$

A matriz Σ_1 satisfaz à condição de circularidade (2.11), com $\gamma_1=0,5$, $\gamma_2=0,6$, $\gamma_3=0,3$ e $\lambda=0,4$. Fazendo $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0,5$ e mantendo $\lambda = 0,4$, obtemos Σ_2 , que além de satisfazer a (2.4.3), segue também o padrão (2.4.2). Σ_3 é obtida no caso particular em que $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e corresponde ao caso de independência das observações.

Pode-se mostrar que (2.4.4) é equivalente a

$$\mathbf{P} \Sigma \mathbf{P}' = \lambda \mathbf{I} \quad (2.4.5)$$

onde $\mathbf{P}$ é uma matriz contraste ortonormal de dimensões $p \times (p-1)$ e λ é um dos $p+1$ parâmetros que definem o padrão de *circularidade*. Mauchly (1940) obteve um teste para a validade deste padrão utilizando a estatística

$$M = - \left(-n - 1 - \frac{2p^2 - 3p + 3}{6(p-1)} \right) \log W$$

com

$$W = \frac{(p-1)^{p-1} |\mathbf{PSP}'|}{(\text{tr } \mathbf{PSP}')^{p-1}}.$$

Quando Σ segue o padrão de *circularidade*, M segue assintoticamente uma distribuição qui-quadrado com $p(p-1)/2 - 1$ graus de liberdade.

Quando Σ não satisfaz à condição de *circularidade*, a análise "SPLIT-PLOT" usual deixa de ser válida. Entretanto, ainda continuam sendo válidos os testes relativos às diferenças entre tratamentos, tendo em vista que estão associadas somente a comparações entre indivíduos.

Vários autores propuseram medidas para acomodar desvios relativos a esse padrão de circularidade. Box (1954) sugeriu um teste F conservativo com graus de liberdade corrigidos por um fator dado por

$$\varepsilon = [tr(\mathbf{P}^t \Sigma \mathbf{P})]^2 / [(p-1) tr(\mathbf{P}^t \Sigma \mathbf{P}^2)] \quad (2.4.6)$$

para testar efeitos relacionados com o fator Tempo. Como ε não é conhecido na prática, é preciso estimá-lo a partir da matriz de covariância amostral. Box (1954) e Geisser and Greenhouse (1958) mostraram que $(p-1)^{-1} < \varepsilon < 1$ para qualquer matriz de covariância (o uso dos extremos 1 ou $(p-1)^{-1}$ como valores para ε pode fazer com que o teste seja muito liberal ou muito conservativo, respectivamente). Greenhouse and Geisser (1959) desenvolveram um procedimento em três estágios onde nem sempre é necessário o cálculo da estimativa do fator de correção; Huynh and Feldt (1976) desenvolveram estimativa que, em certas situações é melhor do que a de Greenhouse and Geisser (1959). Os pacotes estatísticos **BMDP(2V,4V)**, **SAS(ANOVA, GLM)** e **SPSS(MANOVA)** permitem fazer testes de esfericidade para explorar a legitimidade do Modelo Misto Univariado e incorporam as correções de Huynh and Feldt (1976) e de Greenhouse and Geisser (1959), além de permitirem que se testem outras hipóteses além das hipóteses padrão.

2.5 Outros modelos

Nesta seção apresentamos outras possíveis estruturas para a matriz de covariâncias Σ .

2.5.1 Modelo com Estrutura de Antedependência

Diz-se que um conjunto de p variáveis aleatórias ordenadas tem estrutura de antedependência de ordem r se a k -ésima variável ($k > r$), dadas as r anteriores, é independente de qualquer outra variável predecessora (Gabriel (1961),(1962)). Sob a estrutura de antedependência de ordem r , a inversa da matriz de covariância das p variáveis tem elementos não-nulos somente na diagonal principal e nas r diagonais imediatamente superiores e imediatamente inferiores à diagonal principal (uma demonstração para esta afirmativa pode ser encontrada em Gabriel (1962)). Sob a hipótese de normalidade, tal estrutura de covariância equivale à suposição da estrutura de antedependência correspondente. Independência ($r = 0$) e dependência geral ($r = p-1$) são casos especiais da estrutura de antedependência. Gabriel (1962) obteve o teste da razão de verossimilhança sob normalidade para comparar os ajustes das estruturas de ordens r e s , $r < s$. Kenward (1987) obteve o mesmo teste utilizando Análise de Covariância. Neste mesmo artigo, ele aplica esses conceitos à Análise de Perfis.

Suponhamos que um conjunto de dados organizados como na Tabela 2.1, sendo y_k o vetor que contém as n observações referentes ao k -ésimo tempo. Sob a suposição de uma estrutura de antedependência de ordem r , a verossimilhança para esses dados pode ser subdividida em p componentes independentes, onde o k -ésimo componente consiste na verossimilhança de y_k condicionada a $y_{k-r}, \dots, y_{k-1}$, onde $r_k = \min(k-1, r)$. Essa verossimilhança maximizada pode ser expressa como (Kenward (1987))

$$L_0 = \prod_{k=1}^p C_k d_k^{-n/2} \quad (2.5.1)$$

onde C_k é uma constante e d_k é a soma de quadrados residual da Análise de Covariância tendo y_k como variável resposta e $y_{k-r}, \dots, y_{k-1}$ como covariáveis. Analogamente, a verossimilhança maximizada sob a suposição de uma estrutura de antedependência de ordem s ($s > r$) pode ser expressa como

$$L_1 = \prod_{k=1}^p C_k e_k^{-n/2} \quad (2.5.2)$$

onde e_k é a soma de quadrados residual da Análise de Covariância tendo como variável resposta y_k e $y_{k-s_k}, \dots, y_{k-1}$ como covariáveis. Sob a hipótese de que a estrutura de antedependência é de ordem r , a razão $-2 \ln (L_0 / L_1)$ tem uma distribuição assintótica χ^2 com $\sum_{i=r+2}^p t_i$ graus de liberdade, onde $t_i = s_i - r_i$ (Kenward (1987)). A partir desses resultados, podem-se comparar estruturas com diferentes ordens obtendo-se, assim, a estrutura com a menor ordem possível que forneça um ajuste adequado para os dados. Determinada tal estrutura, podem-se comparar os perfis médios de resposta. Consideremos um contraste entre tratamentos cujo valor na k -ésima condição de avaliação denotaremos por W_k , e para o qual desejamos testar a hipótese nula $H_0: W_1 = W_2 = \dots = W_p = 0$. Gabriel (1961) obteve o teste da razão de verossimilhança, sob normalidade, da hipótese H_0 contra a alternativa $H_1: W_i \neq W_j$ para pelo menos um par (i, j) . É possível também estabelecer o primeiro instante em que ocorreu diferença entre os tratamentos através de uma seqüência de testes F (ou testes t, para comparações com um grau de liberdade) da Análise de Covariância tendo y_i como variável resposta e $y_{i-r_i}, \dots, y_{i-1}$ como covariáveis. Kenward (1987) estendeu este método para o caso de múltiplos vetores de resposta. Contudo, este modelo não é recomendável para situações onde se têm objetivos específicos, tais como aquelas onde há interesse na comparação de certas características dos perfis (nível médio, máximo nível alcançado, etc) *entre* tratamentos. É dirigido particularmente para estudos com caráter exploratório, onde não se tem idéia da existência ou não de diferenças entre os tratamentos ou da forma que tomam, quando existirem.

2.5.2 Modelo com Estrutura Autoregressiva

Alguns autores (Albohali (1983), LaVange and Helms (1983), por exemplo) sugerem a incorporação de métodos utilizados em Séries Temporais para modelar a estrutura de covariância. Em particular, o modelo autoregressivo de primeira ordem discutido a seguir tem sido considerado com essa finalidade e, nesse sentido, os elementos de ε_{ij} em (2.1.2) são dados por

$$\varepsilon_{ijk} = \rho \varepsilon_{ij(k-1)} + u_{ijk} \quad (2.5.3)$$

$k = 1, \dots, p$, com $u_{ijk} \sim N(0, \sigma_u^2)$, $\text{Cov}(u_{ijk}, u_{ijk'}) = 0$ ($k \neq k'$) e a condição inicial $\varepsilon_{ij0} \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_u^2 (1-\rho^2)^{-1})$, para todo (i, j) . Através de substituições sucessivas pode-se mostrar que a matriz de covariância "intra" indivíduo correspondente a esse modelo é dada por

$$\Sigma = \frac{\sigma_u^2}{(1-\rho^2)} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{p-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{p-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{p-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{p-1} & \rho^{p-2} & \rho^{p-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.5.4)$$

Como já foi dito anteriormente, em estudos longitudinais espera-se que a correlação entre observações de uma mesma unidade observacional decresça à medida que a distância entre elas aumenta. A estrutura de correlação serial acima incorpora esse padrão de correlações decrescentes. Albohali (1983) propõe um método que usa uma estimativa de máxima verossimilhança para ρ e os estimadores de mínimos quadrados dos ε_{ijk} para "filtrar" os dados; em outras palavras, esse método tenta remover a autocorrelação entre os intervalos de tempo e executar a análise da variação "entre" indivíduos. Feito, isso, uma Análise de Perfis utilizando qualquer outro método usual é aplicada aos dados filtrados para completar a análise dos fatores "intra" indivíduos. Ainda com relação aos modelos que incorporam séries temporais à estrutura de covariância, LaVange and Helms (1983) usaram o método dos momentos para a estimação dos parâmetros do modelo (2.1.2) onde ε_{ij} segue um processo AR(1) ou MA(q).

Uma crítica a ser feita ao modelo com estrutura autoregressiva está na suposição de que a variância se mantém constante no Tempo, o que nem sempre reflete a realidade.

2.5.3 Modelo de Efeitos Aleatórios

Os modelos de efeitos aleatórios constituem uma alternativa interessante para a análise de dados longitudinais. Assume-se para o indivíduo i submetido ao tratamento j , por exemplo, que as observações são tomadas nos instantes $t_{i,1}, \dots, t_{i,p_i}$; a situação de dados desbalanceados é, portanto, acomodada (caso o leitor deseje informações mais específicas a esse respeito, pode consultar Laird and Ware (1982) ou Andreoni (1989), por exemplo). Frequentemente, os parâmetros relativos a indivíduos têm uma interpretação natural que pode ser de relevância para os objetivos do estudo e as suas estimativas podem ser usadas para análises exploratórias.

Utilizando idéias introduzidas por Harville (1977), Laird and Ware (1982) propuseram uma família de modelos para dados com medidas repetidas. Trata-se de um modelo em dois estágios: parâmetros populacionais, efeitos individuais e variação "intra" indivíduos são introduzidos no primeiro estágio e a variação "entre" indivíduos, no segundo estágio. Especificamente, denotemos por y_{ij} o vetor $(p \times 1)$ contendo as p medidas da (ij) -ésima unidade experimental. O modelo considerado é

$$y_{ij} = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_{ij} + \omega_{ij} \quad (2.5.5)$$

onde X_{ij} e Z_{ij} são matrizes de especificação conhecidas de dimensões $(p \times q)$ e $(p \times k)$, respectivamente, β é um vetor de parâmetros fixos a ser estimado e b_{ij} e ω_{ij} são vetores aleatórios independentes com distribuição $N(0, \Sigma_b)$ e $N(0, \Sigma_w)$, respectivamente.

Laird and Ware (1982) concentraram-se na situação onde os erros "intra" indivíduos são independentes, ou seja, $\Sigma_w = \sigma^2 I_p$, implicando

$$\text{Var}(y_{ij}) = \Sigma_{ij} = Z_{ij}\Sigma_b Z_{ij}^t + \sigma^2 I_p$$

Note que, condicionalmente aos efeitos aleatórios b_{ij} , supõe-se que as observações de um dado indivíduo são independentes. Isto sugere que nesse caso uma escolha criteriosa dos termos β pode ser necessária para representar adequadamente a estrutura de covariância não-condicional de y_{ij} . Dessa forma, pode ser interessante incorporar, além da estrutura de efeitos aleatórios em (2.5.5), a possibilidade de que os erros individuais ω_{ij} sejam, por exemplo, autocorrelacionados.

Para o modelo (2.5.5), com, $\Sigma_{\omega} = \sigma^2 I_p$, Laird and Ware (1982) discutem detalhadamente como usar o algoritmo EM para obter as estimativas de máxima verossimilhança (EMV) e as estimativas de máxima verossimilhança restrita (EMVR) dos componentes de Σ_b e σ^2 . Mais recentemente, Laird, Lange and Stram (1987) dão continuidade ao estudo da aplicação do algoritmo EM para esse modelo de efeitos aleatórios. Ainda nesse trabalho, consideram o modelo (2.5.5) no contexto de ajuste de curvas de crescimento com dados balanceados e completos e apresentam soluções explícitas para os estimadores EMV de β e de Σ_{ω} . Lindstrom and Bates (1988) examinam métodos para melhorar a eficiência computacional do algoritmo EM para esses modelos. Ware (1985) discute de modo geral algumas estruturas de covariância, incluindo o modelo multivariado geral, o modelo de efeitos aleatórios e o autoregressivo. Jennrich and Schluchter (1986) também discutem vários tipos de estruturas de covariância, incluindo modelos de efeitos aleatórios e AR(1), separadamente e usam diferentes algoritmos para obter as estimativas de máxima verossimilhança (Newton-Raphson, "scoring" de Fisher, EM, GEM). Covariáveis variando com o tempo e dados incompletos são também incorporadas. Schaalje et al. (1987) escreveram um programa (**REMAC**), que utiliza o procedimento de mínimos quadrados generalizados dos parâmetros β em (2.5.5) para as mesmas estruturas de covariância consideradas por Jennrich and Schluchter (1986) (exceto para o modelo de efeitos aleatórios). O programa **REMAC** não calcula as estimativas mais eficientes para os parâmetros, porém as estimativas obtidas são consistentes, simples e similares àquelas obtidas através da análise de modelos SPLIT-PLOT tradicional. Chi and Reinsel (1989) apresentam procedimentos para estimar os parâmetros do modelo (2.5.5) com $\omega_{ij,k} = \phi \omega_{ij,k-1} + e_{ij,k}$, com $e_{ij,k} \sim N(0, \sigma^2)$, que são similares ao método de MVR de Thompson (1969).

Capítulo 3

Análise de Perfis para Experimentos em Blocos Aleatorizados

3.1 Introdução

Grande parte dos experimentos com dados longitudinais têm como objetivo a comparação de diferentes tratamentos aplicados às unidades experimentais, o que, claramente, torna a homogeneidade uma característica desejável para os elementos da amostra a ser utilizada. No entanto, a realização de um experimento com unidades observacionais similares e em idênticas condições experimentais nem sempre é possível; em muitos casos há um ou mais fatores que, mesmo não sendo de maior interesse para o estudo, podem estar contribuindo para o aumento da variabilidade e devem, portanto, ser incorporados tanto no planejamento do experimento quanto na análise dos dados. Exemplos desse tipo de fatores foram vistos no **Capítulo 1** e são baía (Exemplo 1.1), ninho (Exemplo 1.2) ou faixa de terra (Exemplo 1.3).

Uma saída para esse tipo de situação é a adoção de um planejamento em blocos, que consiste em dividir as unidades experimentais em grupos homogêneos, dentro dos quais elas sejam comparáveis, de modo a proporcionar uma redução nos erros experimentais.

Com base nas propostas de Andrade e Singer (1994), apresentamos neste Capítulo procedimentos para a análise de dados provenientes de estudos dessa natureza, ou seja, de dados gerados por planejamentos longitudinais em blocos. Analisamos dois casos: o primeiro, onde Blocos é considerado um fator fixo é tratado na Seção 3.2 e o segundo, onde se entende Blocos como um fator aleatório, na Seção 3.3.

3.2. Modelos de Efeitos Fixos para Blocos

Vamos supor que o nosso conjunto de dados consiste de p medidas seqüenciais realizadas em n indivíduos divididos em b blocos (considerados fixos), dentro dos quais foram aplicados t tratamentos ($n = bt$, pois, por simplicidade, estamos assumindo um planejamento em blocos completos).

No caso onde os dados são obtidos de um experimento em blocos completos aleatorizados, um enfoque comum é incluir blocos como um fator adicional (ver Milliken and Johnson (1984), por exemplo), gerando o modelo

$$y_{ijk} = \alpha_{ik} + \mu_{jk} + \varepsilon_{ijk} \quad (3.2.1)$$

$i = 1, \dots, b$, $j = 1, \dots, t$, $k = 1, \dots, p$ onde α_{ik} representa o efeito do i -ésimo bloco no k -ésimo instante de tempo, $\sum_{i=1}^b \alpha_{ik} = 0$, $k = 1, \dots, p$, μ_{jk} representa a média do grupo submetido ao j -ésimo tratamento no k -ésimo instante de tempo e ε_{ijk} é um erro com distribuição Normal e média zero. Este modelo pode ser representado na forma (2.3.1), com $\beta = (A^t M^t)^t$ onde $A = ((\alpha_{ik}))$ e

$$M = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1p} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \cdots & \mu_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{t1} & \mu_{t2} & \cdots & \mu_{tp} \end{bmatrix}. \quad (3.2.2)$$

Deste modo, qualquer hipótese linear que não envolva comparações de blocos pode ser expressa na forma $H: D\beta U = 0$ com $D = [0 | C]$ onde C é uma matriz de dimensão $(c \times t)$ e 0 é uma matriz nula de dimensão $(c \times b)$. Hipóteses que envolvem efeitos relacionados com blocos também podem ser consideradas, embora essa questão gere controvérsias (ver Samuels, Casella and McCabe (1991), por exemplo). A análise pode ser conduzida de maneira análoga àquela para experimentos completamente aleatorizados (ver Seção 2.3), o que torna esse enfoque bastante atraente.

Contudo, ele tem a desvantagem de requerer a inclusão da interação Blocos $\times$ Tempo no modelo. Apesar de existirem casos em que isso é conveniente (ver Steel and Torrie (1980), por exemplo), em muitas situações práticas (como em experimentos na

área de Nutrição Animal) a inclusão de blocos é somente utilizada para controlar a homogeneidade das unidades experimentais e não se espera uma interação Bloco $\times$ Tempo.

Além disso, a inclusão dessa interação no modelo pode acarretar um aumento considerável $((b-1)t)$ no número de parâmetros. Caso $(b-1)t$ seja grande, muitos graus de liberdade estarão sendo utilizados para estimar parâmetros de pouca importância, diminuindo, assim, o poder dos testes relativos aos parâmetros que realmente nos interessam. Levando em conta esses argumentos, propomos um modelo sem interação Blocos $\times$ Tempo.

Nesse sentido, consideremos o seguinte modelo

$$y_{ijk} = \alpha_i + \mu_{jk} + \varepsilon_{ijk} \quad (3.2.3)$$

com $\sum_{i=1}^b \alpha_i = 0$, onde α_i representa o efeito do i -ésimo bloco.

Neste modelo são consideradas nulas as interações entre blocos e os demais fatores (Tratamento e Tempo). O número de parâmetros de localização passa a ser $(b-1 + tp)$, com uma redução de $(b-1)t$ parâmetros em relação ao modelo (3.2.1).

Para efeito de análise, a forma mais conveniente para representar o modelo (3.2.1) é

$$y = (Z \otimes \mathbf{1}_p) \alpha + [(\mathbf{I}_b \otimes \mathbf{I}_t) \otimes \mathbf{I}_p] \mu + \varepsilon \quad (3.2.4)$$

onde

$$y_{(btp \times 1)} = \left(\overbrace{y_{111}, \dots, y_{11p}}^{\text{Bloco 1 Tratamento 1}}, \overbrace{y_{121}, \dots, y_{12p}}^{\text{Bloco 1 Tratamento 2}}, \dots, \overbrace{y_{1t1}, \dots, y_{1tp}}^{\text{Bloco 1 Tratamento } t}, \dots, \overbrace{y_{bt1}, \dots, y_{btp}}^{\text{Bloco } b \text{ Tratamento } t} \right)^t,$$

$$Z_{bt \times (b-1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{b-1} \otimes \mathbf{1}_t \\ -\mathbf{1}_{b-1}^t \otimes \mathbf{1}_t \end{bmatrix},$$

$$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_{b-1})^t$$

e

$$\mu_{(tp \times 1)} = (\mu_{11}, \mu_{12}, \dots, \mu_{1p}, \mu_{21}, \dots, \mu_{2p}, \dots, \mu_{t1}, \dots, \mu_{tp})^t.$$

Aqui, o vetor ε é dado por

$$\varepsilon_{(btp \times 1)} = \left(\overbrace{\varepsilon_{111}, \dots, \varepsilon_{11p}}^{\text{Bloco 1 Tratamento 1}}, \overbrace{\varepsilon_{121}, \dots, \varepsilon_{12p}}^{\text{Bloco 1 Tratamento 2}}, \dots, \overbrace{\varepsilon_{1t1}, \dots, \varepsilon_{1tp}}^{\text{Bloco 1 Tratamento } t}, \dots, \overbrace{\varepsilon_{bt1}, \dots, \varepsilon_{btp}}^{\text{Bloco } b \text{ Tratamento } t} \right)^t$$

e $\text{Var}(\varepsilon) = \mathbf{I}_{bt} \otimes \Sigma$, onde Σ é uma matriz simétrica de posto p positiva-definida e $\otimes$ denota o produto de Kronecker. Neste trabalho analisamos os casos em que Σ tem estrutura uniforme ou é não-estruturada.

A formulação matricial acima é uma alternativa atraente devido à facilidade com que as hipóteses de interesse podem ser representadas na forma

$$H: \mathbf{C} \mathbf{M} \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (3.2.5)$$

onde $\mathbf{C}$ e $\mathbf{U}$ são matrizes de constantes conhecidas com dimensões $(c \times t)$ e $(p \times u)$ e postos c e u , respectivamente. Na formulação vetorial (3.2.3) essa hipótese pode ser re-expressa como

$$\begin{aligned} H: (\mathbf{C} \otimes \mathbf{U}^t) \mu &= \mathbf{0} \Leftrightarrow \\ (\mathbf{C} \otimes \mathbf{I}_u)(\mathbf{I}_t \otimes \mathbf{U}^t) \mu &= \mathbf{0} \Leftrightarrow \\ (\mathbf{C} \otimes \mathbf{I}_u) \mu^* &= \mathbf{0}, \text{ com } \mu^* = (\mathbf{I}_t \otimes \mathbf{U}^t) \mu \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Esse fato sugere a seguinte transformação:

$$\begin{aligned} y^* &= (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) y \\ &= (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t)(\mathbf{Z} \otimes \mathbf{1}_p) \alpha + (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t)[(\mathbf{1}_b \otimes \mathbf{I}_t) \otimes \mathbf{I}_p] \mu + (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) \varepsilon \\ &= (\mathbf{Z} \otimes \mathbf{U}^t \mathbf{1}_p) \alpha + [\mathbf{I}_{bt}(\mathbf{1}_b \otimes \mathbf{I}_t) \otimes \mathbf{U}^t \mathbf{I}_p] \mu + (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) \varepsilon \\ &= (\mathbf{Z} \otimes \mathbf{U}^t \mathbf{1}_p) \alpha + [(\mathbf{1}_b \otimes \mathbf{I}_t) \otimes \mathbf{U}^t] \mu + (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) \varepsilon \\ &= (\mathbf{Z} \otimes \mathbf{U}^t \mathbf{1}_p) \alpha + [(\mathbf{1}_b \otimes \mathbf{I}_t) \otimes \mathbf{I}_u][\mathbf{I}_t \otimes \mathbf{U}^t] \mu + (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) \varepsilon \\ &= (\mathbf{Z} \otimes \mathbf{U}^t \mathbf{1}_p) \alpha + (\mathbf{1}_b \otimes \mathbf{I}_{tu}) \mu^* + \varepsilon^*. \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

Observe que se as colunas de $\mathbf{U}$ forem contrastes, como no caso dos testes de efeito de Tempo e de interação entre Tempo e Tratamento, $\mathbf{U}^t \mathbf{1}_p = \mathbf{0}$ e a hipótese H pode ser testada através do modelo

$$y^* = (\mathbf{I}_b \otimes \mathbf{I}_{tu}) \mu^* + \varepsilon^* \quad (3.2.8)$$

que corresponde essencialmente ao modelo usual para Análise de Perfis (os blocos são simplesmente tratados como repetições). Essa análise pode ser implementada de maneira análoga à apresentada nas Seções 2.3 (no caso em que nenhuma estrutura é imposta a Σ) ou 2.4 (no caso em que Σ tem estrutura uniforme).

Por outro lado, se nem todas as colunas de U forem contrastes, é possível distinguir dois casos:

a) U tem uma única coluna ($u = 1$), que não é um contraste. O modelo (3.2.7) reduz-se a

$$y^* = Z^* \alpha + (1_b \otimes I_u) \mu^* + \varepsilon^* \quad (3.2.9)$$

onde $Z^* = kZ$, com $k = U^t 1_p$ e $\text{Var}(\varepsilon^*) = \sigma^2 I_{bt}$, com $\sigma^2 = U^t \Sigma U$. Esse modelo corresponde basicamente ao modelo empregado para a ANOVA em blocos. Essa análise pode ser implementada através de subrotinas para ANOVA, ANOVA com medidas repetidas ou MANOVA (que são equivalentes, neste caso), com os procedimentos GLM do SAS, 2V ou 4V do BMDP ou MANOVA/REPEATED do SPSS, por exemplo.

b) U tem duas ou mais colunas ($u \geq 2$). Neste caso, não conhecemos soluções exatas; uma alternativa é utilizar testes de Wald baseados na distribuição assintótica dos estimadores de MV, o que pode ser feito, em princípio, com o auxílio do módulo 5V do programa BMDP, por exemplo (ver Apêndice A), ou considerar um procedimento em dois estágios em que as estimativas dos efeitos de blocos são obtidas através de a) com $U = 1_p$ e utilizadas para a obtenção de uma matriz de dados corrigida (com a eliminação do efeito de blocos), que então é analisada através de modelos usuais para Análise de Perfis. Nesse caso, é necessário corrigir o número de graus de liberdade do resíduo "entre" indivíduos através do fator $tp / \{tp - (b - 1)\}$, descontando-se, assim, os graus de liberdade utilizados na estimação dos efeitos correspondentes a cada nível do fator Blocos. Essas duas últimas alternativas prestam-se, na realidade, para o teste de quaisquer hipóteses e não apenas aquelas para as quais $\text{posto}(U) \geq 2$.

3.3. Modelos de Efeitos Aleatórios para Blocos

Nesta seção abordaremos alguns procedimentos voltados para a análise de dados longitudinais gerados por planejamentos em blocos, agora tratando blocos como fatores aleatórios. Analogamente ao esquema adotado na Seção 3.2, descreveremos modelos que incluem a interação entre Blocos e Tempo e modelos sem essa interação.

Consideremos o seguinte modelo

$$y = [(I_b \otimes I_t) \otimes I_p] \mu + \varepsilon \quad (3.3.1)$$

com $y = (y_{111}, y_{112}, \dots, y_{btp})^t$, onde y_{ijk} é a observação no i -ésimo bloco para o j -ésimo tratamento na k -ésima condição de avaliação e $\varepsilon = (\varepsilon_{111}, \varepsilon_{112}, \dots, \varepsilon_{btp})^t$ onde ε_{ijk} é um erro aleatório que tem a forma

$$\varepsilon_{ijk} = b_{ik} + \omega_{ijk} \quad (3.3.2)$$

onde b_{ik} e ω_{ijk} são variáveis aleatórias independentes e estão associadas ao bloco e ao indivíduo, respectivamente, no instante k . Para esses efeitos aleatórios são feitas as seguintes suposições:

$$b_i = (b_{i1}, \dots, b_{ip})^t \sim N(0, \Sigma_b) \quad (3.3.3)$$

e

$$\omega_{ij} = (\omega_{ij1}, \dots, \omega_{ijp})^t \sim N(0, \Sigma_\omega),$$

onde Σ_b e Σ_ω são matrizes simétricas positivas definidas de dimensão $(p \times p)$.

Conseqüentemente,

$$\varepsilon_i = (1_i \otimes b_i) + \omega_i \sim NID(0, \Sigma_\varepsilon) \quad (3.3.4)$$

e

$$\Sigma_\varepsilon = I_t \otimes \Sigma_\omega + 1_t 1_t' \otimes \Sigma_b.$$

Schaalje et al. (1991) propõem um procedimento em três etapas para o ajuste do modelo (3.3.1) no qual modelam diferentes componentes ortogonais que variam no

tempo. Na primeira etapa, analisam-se as médias dos blocos ao longo do tempo ($\bar{y}_{i \cdot k}$); na segunda analisam-se os desvios das médias dos blocos ao longo do tempo ($y_{ijk} - \bar{y}_{i \cdot k}$), enquanto que na terceira é feita uma combinação das informações obtidas nas duas primeiras etapas. Nas duas primeiras etapas, após o ajuste do modelo de médias aos dados usando o método dos Mínimos Quadrados Ordinários, calcula-se uma estimativa combinada da matriz de covariância utilizando os resíduos. Com base nessa estimativa da matriz de covariância, o modelo de médias é reajustado através do procedimento de Mínimos Quadrados Generalizados. Uma segunda estimativa combinada da matriz de covariância é então obtida como anteriormente utilizando-se os resíduos do procedimento de Mínimos Quadrados Generalizados. A partir das estimativas dos parâmetros dessa matriz, diferentes estruturas para a matriz de covariância podem ser ajustadas. Para cada uma das matrizes de covariância estimadas, o procedimento de Mínimos Quadrados Generalizados é usado para, novamente, obterem-se estimativas dos parâmetros do modelo de médias. Na última etapa, os resultados das etapas anteriores são combinados para calcular as estatísticas de grau de ajuste do modelo, bem como estatísticas para se testarem hipóteses lineares (mais detalhes podem ser encontrados em Zhang et al., 1987).

O procedimento acima foi implementado pelos próprios autores utilizando a linguagem IML do programa SAS. Esse enfoque não será considerado com mais detalhes neste projeto.

Retirando-se a interação aleatória entre Blocos e Tempo do modelo (3.3.1), ou seja, substituindo-se (3.3.2) por

$$\varepsilon_{ijk} = b_i + \omega_{ijk} \quad (3.3.5)$$

onde $b_i \sim N(0, \sigma_b^2)$, e mantendo as demais suposições, obtemos

$$\text{Var}(\varepsilon) = \mathbf{I}_b \otimes (\sigma_b^2 \mathbf{1}_{tp} \mathbf{1}_{tp}^t + \mathbf{I}_t \otimes \Sigma_w). \quad (3.3.6)$$

Note que $\text{Var}(\varepsilon_{ij}) = \text{Var}(y_{ij})$ não satisfaz às condições necessárias para a aplicação dos métodos considerados nas Seções 2.3 ou 2.4.

Contudo, uma transformação como aquela considerada na Seção 3.3 reduz (3.3.1) a

$$\begin{aligned} y^* &= (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) \\ &= (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) \{[(\mathbf{1}_b \otimes \mathbf{I}_t) \otimes \mathbf{I}_p] \mu + \varepsilon\} \\ &= (\mathbf{1}_b \otimes \mathbf{I}_{tu}) \mu^* + \varepsilon^* \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

onde $\varepsilon^* = (\mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t) \varepsilon$ tem matriz de covariância

$$\text{Var}(\varepsilon^*) = \mathbf{I}_b \otimes \{\sigma_b^2 (\mathbf{1}_t \mathbf{1}_t^t \otimes \mathbf{U}^t \mathbf{1}_p \mathbf{1}_p^t) + \mathbf{I}_t \otimes \mathbf{U}^t \Sigma \mathbf{U}\}. \quad (3.3.8)$$

Como na Seção 3.1, a decisão quanto à estratégia de análise está vinculada ao tipo das matrizes $\mathbf{U}$ que definem as hipóteses, destacando que somente a estrutura de covariância é afetada. Consideremos as mesmas três alternativas.

a) Todas as colunas de $\mathbf{U}$ são contrastes.

Então (3.3.8) reduz-se a

$$\text{Var}(\varepsilon) = \mathbf{I}_{bt} \otimes \mathbf{U}^t \Sigma \mathbf{U}$$

que tem estrutura uniforme ou é não-estruturada, dependendo de Σ ser uniforme ou ser não-estruturada. As hipóteses da forma $\mathbf{H}: \mathbf{CMU} = \mathbf{0}$ podem ser testadas através dos mesmos modelos utilizados no caso de blocos fixos (com blocos considerados como réplicas).

b) $\mathbf{U}$ tem uma única coluna que não é de contrastes.

Neste caso (3.3.8) reduz-se a

$$\text{Var}(\varepsilon^*) = \mathbf{I}_b \otimes (\sigma_{bU}^2 \mathbf{1}_t \mathbf{1}_t^t + \sigma_U^2 \mathbf{I}_t) \quad (3.3.9)$$

onde $\sigma_{bU}^2 = \sigma_b^2 (\mathbf{U}^t \mathbf{1}_p)^2$ e $\sigma_U^2 = \mathbf{U}^t \Sigma \mathbf{U}$. Portanto as hipóteses de interesse podem ser testadas via modelos ANOVA com blocos aleatórios.

c) $\mathbf{U}$ tem mais de uma coluna e nem todas são contrastes.

Neste caso, a transformação sugerida não reduz $\text{Var}(\varepsilon^*)$ a uma forma que permita a análise através dos métodos considerados nas Seções 2.3 e 2.4 e as hipóteses correspondentes podem ser testadas via métodos de máxima verossimilhança.

Capítulo 4

Exemplo Numérico

A fim de ilustrarmos os métodos propostos no **Capítulo 3**, apresentamos, neste capítulo, os resultados da análise do conjunto de dados do Exemplo 1.1

4.1 Análise dos dados do Exemplo 1.1

Como já foi descrito no **Capítulo 1**, trata-se de um experimento conduzido com 5 Tratamentos, 4 Blocos e 4 medidas semanais. Apresentamos nesta seção, apenas para efeitos ilustrativos, os resultados obtidos ao analisarmos os dados utilizando as várias modelagens propostas (com o auxílio do programa SAS/GLM). Dado que os pesos iniciais dos animais foram utilizados para definir os blocos, não incluímos essa medida na análise. Inicialmente, consideramos Blocos como um fator fixo.

Ajustamos em primeiro lugar o modelo (3.2.1) incluindo os efeitos de Blocos, Tratamento, Tempo, interação Tratamento $\times$ Tempo e interação Blocos $\times$ Tempo (modelo (3.2.1)). Na Tabela 4.1.1 estão os resultados dos testes padrão de uma Análise de Perfis com a matriz de covariâncias Σ não estruturada. Em geral, hipóteses relacionadas com efeitos de Blocos não têm interesse prático e testes dessas hipóteses podem gerar controvérsias; apesar disso, nós consideramos esses testes aqui somente como uma forma de descrever uma situação onde a interação Blocos $\times$ Tempo não deveria ser incluída no modelo.

Tabela 4.1.1. Análise de Perfis para os dados correspondentes ao Exemplo 1.1 (Σ não estruturada).

Hipótese de inexistência do efeito	Estatística do teste *	F	GL	Nível descritivo
Tratamento $\times$ Tempo	$P = 0,7031$	1,6264	8; 24	0,1695
	$H = 1,2041$	1,5051	8; 20	0,2173
	$W = 0,4048$	1,5051	8; 22	0,1901
	$R = 0,9118$	2,7354	4; 12	0,0791
Blocos $\times$ Tempo	$P = 0,5985$	1,7083	6; 24	0,1623
	$H = 1,2393$	2,0654	6; 20	0,1037
	$W = 0,4326$	1,9078	6; 22	0,1246
	$R = 1,1781$	4,7123	3; 12	0,0214
Tempo	$P = 0,9975$	2211,01	2; 11	$< 0,0001$
	$H = 402,0014$	2211,01	2; 11	$< 0,0001$
	$W = 0,0025$	2211,01	2; 11	$< 0,0001$
	$R = 402,0014$		2; 11	$< 0,0001$
Tratamento	$F = 3,05$		4; 12	0,0598
Blocos	$F = 11,50$		3; 12	0,0008

* P = Pillai, H = Lawley-Hotelling, W = Wilks, R = Roy

Utilizando o critério de Mauchly (1940), a hipótese de circularidade para a matriz Σ (ver condição (2.4.5)) não deve ser rejeitada ($p = 0,8243$), indicando que o modelo misto (2.4.1) poderia ser adotado neste caso.

Na Tabela 4.1.2 apresentamos os resultados da mesma Análise de Perfis ("intra" indivíduos) através do modelo misto (em que Σ tem estrutura uniforme). Não incluímos os testes referentes à inexistência de efeitos de Tratamento e Blocos porque são análogos aos obtidos quando Σ é não estruturada.

Tabela 4.1.2. Análise de Perfis para os dados do Exemplo (1.1) segundo o Modelo Misto Univariado (Σ uniforme)

Hipótese de inexistência do efeito de	F	G.L.	Nível Descritivo*
Tratamento $\times$ Tempo	1,97	8; 24	p = 0,0948 G-G = 0,0982 H-F = 0,0948
Blocos $\times$ Tempo	2,81	6; 24	p = 0,0324 G-G = 0,0344 H-F = 0,0324
Tempo	2641,59	2; 24	p = 0,0001 G-G < 0,0001 H-F < 0,0001

* p = não corrigido, G-G = com correção de Greenhouse-Geisser,
H-F = com correção de Huynh e Feldt

Note que nesse caso há uma indicação de uma possível interação Tratamento $\times$ Tempo ($p < 0,0982$), que não é tão evidente com os testes multivariados ($p > 0,1695$), com exceção do teste de Roy, para o qual $p = 0,0791$.

Embora a interação Blocos $\times$ Tempo seja significativa neste caso ($p < 0,0344$), os resultados obtidos através do modelo multivariado ($p > 0,10$, com exceção do teste de Roy, para o qual $p = 0,0214$), aliados à justificativa apresentada anteriormente, sugerem que o modelo sem essa interação (ver 3.3.1) poderia ser uma alternativa para a análise dos dados em questão. A idéia de que a interação entre Tempo e Blocos pode ser desprezada é reforçada pela Figura 4.1.1, onde se observa um paralelismo entre os perfis de resposta dos blocos.

Figura 4.1.1 Perfis médios de resposta dos Blocos para cada condição de avaliação.

Sob esse modelo, as hipóteses de inexistência de interação entre Tratamento e Tempo e de inexistência de efeito de Tempo, são tais que

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Como nesse caso as colunas da matriz U são contrastes, essas hipóteses foram testadas considerando-se blocos como repetições. Os resultados estão expressos nas Tabelas 4.1.3 e 4.1.4.

Tabela 4.1.3. Análise de Perfis para os dados do Exemplo 1.1 com Σ não estruturada, considerando Blocos como réplicas

Hipótese de inexistência do efeito de	Estatística do teste *	F	GL	Nível descritivo
Tratamento $\times$ Tempo (s = 2, v = 0.5, t = 6)	$P = 0,5136$	1,30	8; 30	0,2830
	$H = 0,7036$	1,14	8; 26	0,3688
	$W = 0,5498$	1,22	8; 28	0,3236
	$R = 0,4439$	1,66	4; 15	0,2102
Tempo (s = 1, v = 0, t = 6)	$P = 0,9948$	1344,100	2; 14	0,0001
	$H = 192,0142$	1344,100	2; 14	0,0001
	$W = 0,0052$	1344,100	2; 14	0,0001
	$R = 192,0142$	1344,100	2; 14	0,0001

* P = Pillai, H = Lawley-Hotelling, W = Wilks, R = Roy

Tabela 4.1.4. Análise dos dados do Exemplo 1.1 segundo o Modelo Misto Univariado (Σ uniforme) onde Blocos são tratados como réplicas

Hipótese de inexistência do efeito de	F	GL	Nível descritivo*
Tratamento $\times$ Tempo	1,45	8; 30	p = 0,2180
			G-G = 0,2348
			H-F = 0,2180
Tempo	1939,01	2; 30	p = 0,0001
			G-G = 0,0001
			H-F = 0,0001

* p = não corrigido, G-G = com correção de Greenhouse-Geisser,
H-F = com correção de Huynh e Feldt

Note que os resultados das Tabelas 4.1.3 e 4.1.4 sugerem a inexistência da interação Tratamento $\times$ Tempo ($p > 0,2102$ e $p > 0,2180$, respectivamente), confirmando os resultados dos testes multivariados da Tabela 4.1.1. Neste caso, para o teste de Roy, $p = 0,2102$, o que o torna compatível com os demais testes multivariados.

A hipótese de inexistência de efeito de Tratamento foi testada através de um modelo univariado em blocos, ajustado às somas das observações nas 3 ocasiões em que as unidades experimentais foram avaliadas (ver item (a) da Seção 3.3) tendo-se obtido $p = 0,0598$, valor que naturalmente coincide com o teste correspondente na Tabela 4.1.1.

Os testes de efeito de Tempo e interação Tratamento $\times$ Tempo na Tabela (4.1.3) foram realizados com o auxílio do módulo 4V do programa **BMDP**. Este mesmo programa permite-nos testar a hipótese de inexistência de efeito de Tratamento através de um modelo univariado em blocos, utilizando a sugestão apresentada em (3.3.7).

Como foi mencionados no Capítulo 3, tanto o método da máxima verossimilhança como o procedimento em dois estágios podem ser usados em todos os casos, independentemente da forma da matriz U . Ilustrando o procedimento em dois estágios, testamos inicialmente as hipóteses padrão. Para este conjunto de dados, as estimativas dos efeitos de blocos são $\hat{\alpha}_1 = 1,2845$, $\hat{\alpha}_2 = 0,23458$, $\hat{\alpha}_3 = -0,27042$, $\hat{\alpha}_4 = -1,2487$. Os resíduos foram calculados extraindo-se de cada observação a estimativa do efeito correspondente ao bloco a que pertenciam. Na Tabela 4.1.5 encontram-se as médias e os desvios padrões estimados por Tratamento e Tempo dos dados originais e dos resíduos.

Tabela 4.1.5. Estimativas das médias dos pesos dos leitões e dos respectivos desvios padrões (Exemplo 1.1)

		Peso		
		7 dias	14 dias	18 dias
Dados Originais	1	14,987 (0,942)	19,162 (1,167)	22,025 (1,236)
	2	14,687 (0,918)	18,512 (0,9420)	21,719 (1,258)
	3	13,800 (1,009)	17,462 (1,342)	19,987 (1,604)
	4	14,381 (0,997)	18,356 (1,337)	20,881 (1,436)
	5	14,531 (0,998)	18,319 (1,497)	21,219 (1,760)
Resíduos	1	14,987 (0,245)	19,162 (0,351)	22,025 (0,331)
	2	14,6875 (0,743)	18,512 (0,986)	21,719 (0,765)
	3	13,800 (0,505)	17,462 (0,771)	19,987 (1,028)
	4	14,381 (0,469)	18,356 (0,635)	20,881 (0,756)
	5	14,531 (0,482)	18,319 (0,740)	21,219 (0,827)

Observando-se a Tabela 4.1.5, nota-se que as médias dos tratamentos permaneceram inalteradas ao se extraírem as estimativas dos efeitos dos Blocos, diferentemente dos desvios padrões, que sofreram uma diminuição considerável.

Os resultados de uma Análise de Perfis tendo os resíduos como variáveis resposta estão expressos na Tabela 4.1.6.

Tabela 4.1.6. Análise de Perfis para os resíduos correspondentes ao Exemplo 1.1 (Σ não estruturada.)

Hipótese de inexistência do efeito	Estatística do teste *	F	G.L.	Nível descritivo
Tratamento x Tempo (s = 2, v = 0.5, t = 6)	$P = 0,5136$	1,30	8; 30	0,2830
	$H = 0,7036$	1,14	8; 26	0,3688
	$W = 0,5498$	1,22	8; 28	0,3236
	$R = 0,4439$	1,66	4; 15	0,2102
Tempo (s = 1, v = 0, t = 6)	$P = 0,9948$	1344,100	2; 14	0,0001
	$H = 192,0142$	1344,100	2; 14	0,0001
	$W = 0,0052$	1344,100	2; 14	0,0001
	$R = 192,0142$	1344,100	2; 14	0,0001
Tratamento	$F = 3,81$		4; 15	0,0248

* P = Pillai, H = Lawley-Hotelling, W = Wilks, R = Roy

Como se pode observar, os resultados dos testes para os efeitos de Tempo e de interação Tratamento $\times$ Tempo na Tabela 4.1.5 são análogos aos obtidos na Tabela 4.1.3. O mesmo ocorre quando Σ tem estrutura uniforme.

Neste caso, é necessário corrigir os graus de liberdade das estatísticas de teste, descontando aqueles usados para se estimar o efeito de Blocos. A saída do programa fornece o valor 1,1613 com 15 graus de liberdade para o Quadrado Médio do Resíduo. Como temos 4 blocos, o número de graus de liberdade associado ao resíduo "entre" indivíduos é, na realidade, 12; portanto

$$\text{QMR corrigido} = 1,1613 \times 15/12 = 1,4516$$

O Quadrado Médio associado a Tratamento é 4,4290; obtém-se, assim, para o teste referente ao efeito de Tratamento, a estatística $F = 3,05$, com 4 e 12 graus de liberdade no numerador e no denominador, respectivamente ($p = 0,0598$). Este valor coincide com aqueles obtidos na Tabela 4.1.1 e também com aqueles obtidos através do modelo univariado em blocos.

Verifiquemos agora o caso onde a matriz U tem posto ≥ 2 e não é uma matriz de contrastes. Testemos, por exemplo a hipótese conjunta de que tanto a resposta média no primeiro instante de observação, quanto a média dos instantes 2 e 3 são iguais para os tratamentos 1 e 3 (H_1). Analogamente, testemos a hipótese conjunta de que tanto a resposta média no primeiro instante de observação quanto a média dos instantes 2 e 3 são iguais para os cinco tratamentos (H_2). Para esta situação,

$$U_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1.1)$$

Trabalhando com os resíduos (*observações - efeito de bloco*), testamos as hipóteses

i) $H_1: C_1 MU_1 = 0$, com $C_1 = [1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0]$

e

ii) $H_2: C_2 MU_1 = 0$, com

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Aqui também, os graus de liberdade das estatísticas de teste devem ser corrigidos para levar em conta a estimação do efeito de Blocos. Para a hipótese H_1 , a estatística F obtida da saída do programa BMDP/4V tem 2 graus de liberdade no numerador e $2*(20-5)=30$ graus de liberdade no denominador. Com a correção, F passa a ser 10.28 e os graus de liberdade do denominador passam a ser $2*(20-5-3)=24$. Nesse caso, os níveis descritivos correspondentes passam a ser $p=0,0165$, $G-G=0,0059$ e $H-F=0,0042$. Quanto à hipótese H_2 , os graus de liberdade do numerador e do denominador da estatística F fornecida pelo BMDP/4V são, respectivamente, $2*4=8$ e $2*(20-5)=30$. Este último também sofre correção e passa a ser 24, obtendo-se então $F = 3.04$ e os níveis descritivos $p=0,0165$, $G-G=0,0432$ e $H-F=0,0226$.

A Tabela seguinte contém os resultados obtidos através dos testes de Wald para as hipóteses de inexistência de efeito de Blocos, Tratamento, Tempo e interação Tratamento $\times$ Tempo referentes ao modelo (3.2.1) para Σ com as duas estruturas discutidas acima.

Tabela 4.1.7. Teste de Wald para os efeitos fixos do modelo 3.2.1

Padrão para Σ	Teste de inexistência de efeito de	G.L.	χ^2	Nível descritivo
Uniforme	Blocos	3	34,49	< 0,001
	Tratamento	4	12,20	0,016
	Tempo	2	5281,69	<0,001
	Blocos $\times$ Tempo	6	16,87	0,010
	Tratamento $\times$ Tempo	8	15,77	0,046
Não Estruturada	Blocos	3	33,87	< 0,001
	Tratamento	4	9,43	0,016
	Tempo	2	4823,50	<0,001
	Blocos $\times$ Tempo	6	14,87	0,021
	Tratamento $\times$ Tempo	8	14,45	0,071

Retirando-se o efeito de interação Blocos $\times$ Tratamento do modelo (modelo 3.3.1) obtêm-se os resultados apresentados na Tabela 4.1.8.

Tabela 4.1.8. Testes de Wald para os efeitos fixos do modelo 3.3.1.

Padrão para Σ	Teste de inexistência do efeito	G.L.	χ^2	Nível descritivo
Uniforme	Blocos	3	34,47	< 0,001
	Tratamento	4	12,20	0,016
	Tempo	2	3877,73	<0,001
	Tratamento $\times$ Tempo	8	11,58	0,171
Não Estruturada	Blocos	3	33,87	< 0,001
	Tratamento	4	9,43	0,051
	Tempo	2	2880,21	<0,001
	Tratamento $\times$ Tempo	8	10,55	0,228

Os resultados fornecidos pelo Teste de Wald vêm confirmar as conclusões obtidas anteriormente para esse conjunto de dados; em particular, a interação Tratamento $\times$ Tempo, que era significativa ($p = 0,046$ para Σ uniforme e $p = 0,071$ para Σ não estruturada) com a inclusão da interação Blocos $\times$ Tempo, passa a ser não-significativa ($p = 0,171$ para Σ uniforme e $p = 0,228$ para Σ não estruturada) quando essa interação é retirada do modelo.

Em versões anteriores do programa **BMDP/5V**, o teste de Wald só testa a significância dos efeitos do modelo, mas na versão **7.0** há um novo comando, **ESTIMATE**, que permite testar outras hipóteses, inclusive aquelas para as quais $\text{posto}(U) \geq 2$. Para tanto, é necessário representar cada média de casela como uma combinação linear de parâmetros de regressão e formular as hipóteses de interesse. Como ainda não dispomos dessa nova versão, deixamos de apresentar os resultados dos testes de Wald para outras hipóteses.

Caso desejássemos considerar Blocos como um fator aleatório, de acordo com os procedimentos descritos na Seção 3.3, os resultados dos testes de inexistência de efeito de Tempo e de interação Tempo $\times$ Tratamento seriam os mesmos que os das Tabelas 4.1.3 ou 4.1.4, uma vez que nestes casos o efeito de Blocos se anula. Já a hipótese de inexistência de efeito de Tratamento seria testada utilizando-se um modelo univariado com blocos aleatórios, o que pode ser feito com o auxílio dos programas **BMDP/3V** ou **BMDP//8V**. Neste caso, obter-se-ia $F=3,05$ com 4 e 12 graus de liberdade no numerador e denominador, respectivamente, ($p = 0,0598$), que coincide com o resultado encontrado no caso de blocos fixos.

4.2 Considerações Finais

No que se refere a experimentos com planejamentos em blocos, procuramos nos concentrar, neste trabalho, nas técnicas voltadas para Σ não estruturada ou com estrutura uniforme, que são as mais utilizadas e de mais fácil implementação. Vimos no Capítulo 2 outras alternativas, talvez até mais adequadas para explicar a estrutura de covariância "intra" indivíduo. Sugerimos, para trabalhos futuros nesta área, que se estude a implementação de outras estruturas como AR(1) no caso de dados longitudinais com planejamento em blocos.

Apêndice A

Estimação e Testes - Método da Máxima Verossimilhança

Sob a suposição

$$y_{ij} = (y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, y_{ijp})^t \sim N_p(\mathbf{Z}_{ij}\alpha + \mathbf{X}_{ij}\mu, \Sigma_{ij}),$$

a função de verossimilhança associada ao modelo (3.2.2), que denotaremos por λ , é dada por

$$\lambda = (2\pi)^{-n/2} \prod_{i=1}^b \prod_{j=1}^t |\Sigma_{ij}|^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^t (y_{ij} - \mathbf{W}_{ij} \eta)' \Sigma_{ij}^{-1} (y_{ij} - \mathbf{W}_{ij} \eta) \right] \quad (\text{A.1})$$

Além disso, $\Sigma_{ij} = \Sigma_{ij}(\theta)$, ou seja, a matriz de covariâncias pode ser escrita como função de um determinado vetor de parâmetros e adotamos a notação $\mathbf{W}_i = [\mathbf{Z}_i \mid \mathbf{X}_i]$, $\eta = [\alpha' \mu']^t$.

Para obtermos estimativas de máxima verossimilhança de η e θ , precisamos encontrar $\hat{\eta}$ e $\hat{\theta}$ que maximizam (A.1), o que é equivalente a maximizar o logaritmo da função de verossimilhança

$$\ln \lambda = K - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^t \ln |\Sigma_{ij}| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^t (y_{ij} - \mathbf{W}_{ij} \eta)' \Sigma_{ij}^{-1} (y_{ij} - \mathbf{W}_{ij} \eta)$$

onde K é uma constante que não depende de η nem θ . Necessitamos, pois, calcular as primeiras e segundas derivadas parciais de $\log \lambda$ em relação a η e θ . Essas derivadas são dadas por

$$s = \begin{bmatrix} s_\eta \\ s_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial \ln \lambda / \partial \eta \\ \partial \ln \lambda / \partial \theta \end{bmatrix}$$

e

$$H = \begin{bmatrix} H_{\eta\eta} & H_{\eta\theta} \\ H_{\theta\eta} & H_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial^2 \ln \lambda / \partial \eta^t \partial \eta & \partial^2 \ln \lambda / \partial \eta^t \partial \theta \\ \partial^2 \ln \lambda / \partial \theta^t \partial \eta & \partial^2 \ln \lambda / \partial \theta^t \partial \theta \end{bmatrix}$$

Os estimadores de máxima verossimilhança de η e θ , $\hat{\eta}$ e $\hat{\theta}$, correspondem às soluções de $s = 0$, se elas estiverem contidas no espaço paramétrico definido pelo modelo (isto é, se $\Sigma_{ij}(\theta)$ for positiva definida para $i = 1, \dots, b$ e $j = 1, \dots, t$) e se $H(\hat{\eta}, \hat{\theta})$ for negativa definida (para garantir que $\hat{\eta}$ e $\hat{\theta}$ são pontos de máximo).

Em geral, não há soluções explícitas e é necessário utilizar métodos iterativos. Jennrich e Schluchter (1986) descrevem os algoritmos Newton-Raphson, "Scoring" de Fisher e EM híbrido com "Scoring". Laird e Ware (1982) sugerem a aplicação do algoritmo EM através da formulação de modelos de efeitos aleatórios. Para maiores detalhes, inclusive aspectos computacionais relativos a esses processos iterativos, consultar Andreoni (1989).

Testes de hipóteses referentes a combinações lineares da forma $H_0: C\eta = 0$, onde C ($c \times (b-1 + p(p+1)/2)$) é uma matriz de constantes conhecidas de posto c ($c < b-1 + p(p+1)/2$), podem ser realizados através da estatística de Wald

$$Q_c = (C\hat{\alpha})' \left[C \left(\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^t W_{ij}^t \hat{\Sigma}_{ij}^{-1} W_{ij} \right)^{-1} C^t \right]^{-1} (C\hat{\alpha})$$

Sob H_0 , Q_c tem distribuição assintótica Qui-Quadrado com c graus de liberdade.

Apêndice B

Comentários sobre o "software" utilizado neste capítulo:

Existem muitos pacotes que podem ser utilizados na Análise de Medidas Repetidas. Alguns apresentam subrotinas especiais; em outros, esse tipo de análise é um caso particular de modelos mais gerais. Em outros, ainda, há a possibilidade de se desenvolverem programas para realizar a análise. Descrevemos brevemente aqui os recursos oferecidos pelos pacotes **BMDP**, **SAS** e **SPSS**, bem como os programas utilizados nas análises.

B.1. BMDP / 3V

Neste programa são utilizados métodos de máxima verossimilhança para executar análises de (co)variância com efeitos fixos e aleatórios.

B.2. BMDP / 4V

Este módulo executa análises de (co)variância univariada e multivariada incluindo medidas repetidas. São fornecidos resultados uni e multivariados.

Para explicações mais detalhadas sobre alguns comandos utilizados no módulo 4V, ver Davidson e Toporek (1983).

B.3. BMDP / 5V

Este programa utiliza os métodos de Máxima Verossimilhança ou Máxima Verossimilhança Restrita para a obtenção de estimadores e testes de hipóteses para modelos com matrizes de covariância com diferentes estruturas, incluindo simetria composta, auto-regressiva, não estruturada e modelos de efeitos aleatórios).

Para as estimativas de máxima verossimilhança, podem-se usar os algoritmos de Newton-Raphson, scoring de Fisher e EM, e para as estimativas de máxima verossimilhança restrita, os métodos disponíveis são o algoritmo EM generalizado e um algoritmo quasi-scoring.

B.4. BMDP / 8V

Este programa pode ser utilizado para a análise de modelos mistos provenientes de vários tipos de planejamento (desde que sejam completos) e permite a presença tanto de efeitos fixos como de aleatórios. Permite que contrastes sejam especificados e executa análises multivariadas.

B.5. SAS GLM e SPSS/Manova

Ambos os programas ajustam modelos lineares gerais utilizando a técnica de mínimos quadrados, executando análises uni e multivariada.

Os testes univariados são apresentados com as correções de Greenhouse-Geisser e de Huynh-Feldt. Testes de esfericidade podem ser requisitados e as estatísticas multivariadas também são fornecidas.

Apresentamos a seguir alguns dos programas para BMDP utilizados neste trabalho. Os dados analisados são referentes ao Exemplo 1.1 e encontram-se em um arquivo ASCII de nome EXEMP11.DAT.

PROGRAMA PARA BMDP/4V - MODELO COM INTERAÇÃO BLOCOS × TEMPO

```
/INPUT      VAR=5.
            FORMAT=FREE.
            FILE IS 'EXEMP11.DAT'.
/VARIABLE   NAMES = BLOCO,TRAT,P1,P2,P3.
/BETWEEN    FACTORS ARE BLOCO, TRAT.
            CODES(1)=1,2,3,4.
            CODES(2)=1,2,3,4,5.
/WITHIN     USE = P1,P2,P3.
            FACTOR = TEMPO.
            CODES= 1 TO 3.
            DPVAR=AREA.
/WEIGHTS    BETWEEN ARE EQUAL.
            WITHIN ARE EQUAL.
/END
ANALYSIS    PROCEDURE = FACTORIAL.
END
```

PROGRAMA PARA BMDP/4V - MODELO SEM INTERAÇÃO BLOCOS × TEMPO

(CONSIDERAR NESTE CASO APENAS OS TESTES DE INEXISTÊNCIA DE EFEITO
TEMPO E DE INTERAÇÃO TEMPO × TRATAMENTO).

```
/INPUT      VAR=5.
            FORMAT=FREE.
            FILE IS 'EXEMP11.DAT'.
/VARIABLE   NAMES = BLOCO,TRAT,P1,P2,P3.
/BETWEEN    FACTORS ARE BLOCO, TRAT.
            CODES(1)=1,2,3,4.
            CODES(2)=1,2,3,4,5.
/WITHIN     USE = P1,P2,P3.
            FACTOR = TEMPO.
            CODES= 1 TO 3.
            DPVAR=AREA.
/WEIGHTS    BETWEEN ARE EQUAL.
            WITHIN ARE EQUAL.
/END
ANALYSIS    PROCEDURE = STRUC.
            BFORM = 'TRAT'+ BLOCO./
END
```

PROGRAMA PARA BMDP/4V - MODELO SEM INTERAÇÃO BLOCOS × TEMPO

(FINALIDADE: TESTAR A HIPÓTESE DE INEXISTÊNCIA DE EFEITO DE TRATAMENTO E OBTER AS ESTIMATIVAS DOS EFEITOS DE BLOCOS PARA O CÁLCULO DOS RESÍDUOS).

```
/INPUT      VAR=5.
            FORMAT=FREE.
            FILE IS 'EXEMP11.DAT'.
/VARIABLE    NAMES = BLOCO,TRAT,P1,P2,P3.
/TRANSFORM   MEDIA = (P1+P2+P3)/3.
/BETWEEN     FACTORS ARE BLOCO, TRAT.
            CODES(1)=1,2,3,4.
            CODES(2)=1,2,3,4,5.
/WEIGHTS     BETWEEN ARE EQUAL.
            WITHIN ARE EQUAL.
/END
ANALYSIS     PROCEDURE = STRUC.
            BFORM = 'BLOCO + TRAT'.
            DEPENDENT = MEDIA.
            ESTIMATES./
END
```

PROGRAMA PARA BMDP/4V - ANÁLISE DE RESÍDUOS E TESTE DA HIPÓTESE H1 (VER PAG. 43)

OBS: O ARQUIVO RESID11.DAT CONTÉM OS RESÍDUOS DOS DADOS DO EXEMPLO 1.1(DADOS ORIGINAIS - EFEITO DE BLOCOS)

```
/INPUT      VAR=4.
            FORMAT=FREE.
            FILE IS 'RESID11.DAT'.
/VARIABLE    NAMES = TRAT,RES1,RES2,RES3.
/BETWEEN     FACTOR IS TRAT.
            CODES(1)=1,2,3,4,5.
/WITHIN      FACTOR= TEMPO.
            CODES(1) = 1 TO 3.
            DEPVAR IS RESIDUO.
/WEIGHTS     BETWEEN ARE EQUAL.
            WITHIN ARE EQUAL.
/END
DESIGN       FACTOR=TEMPO.
            TYPE = WITHIN, REGRESSION.
            CODE = READ.
            VALUES = 1,0,0,0,1,1.
            NAME = TESTE1./
DESIGN       FACTOR = TRAT.
            TYPE = BETWEEN, REGRESSION.
            CODE = READ.
            VALUES = 1,0,-1,0,0.
            NAME = TESTE2./
ANALYSIS     PROCEDURE=FACTORIAL. /
END/
```

**PROGRAMA PARA BMDP/5V - MODELO COM INTERAÇÃO BLOCOS × TEMPO
SIGMA COM PADRÃO UNIFORME**

```
/INPUT          VARIABLES =5.
                  FORMAT = FREE.
                  FILE IS 'EXEMP11.DAT'.
/VARIABLE        NAMES = BLOCO,TRAT,P1,P2,P3.
/DESIGN          GROUPING = BLOCO,TRAT.
                  LEVEL = 3.
                  REPEATED = TEMPO.
                  DPNAME = PESO.
                  DPVAR = P1,P2,P3.
/MODEL          PESO = 'BLOCO+TRAT+TEMPO+TEMPO*TRAT+BLOCO*TEMPO'.
/STRUCTURE       TYPE = CS.
/COMPUTE         ALGOR = REML.
                  MAXIT = 20.
/END
```

Os programas a seguir foram utilizados para o teste de inexistência de efeito de Tratamento no caso de Blocos aleatórios.

PROGRAMA PARA BMDP/3V - MODELO SEM INTERAÇÃO BLOCOS × TEMPO

```
/INPUT          VARIABLES = 5.
                  FORMAT = FREE.
                  FILE IS 'EXEMP11.DAT'.
/VARIABLE        NAMES = BLOCO, TRAT, P1, P2, P3.
/TRANSFORM       MEDIA = (P1+P2+P3)/3.
/GROUP          CODES(BLOCO)= 1 TO 4.
                  CODES(TRAT)= 1 TO 5.
/DESIGN          DEPENDENT = MEDIA.
                  FIXED = TRAT.
                  RANDOM = BLOCO.
                  METHOD = ML.
/END
```


PROGRAMA PARA BMDP/8V - MODELO SEM INTERAÇÃO BLOCO × TEMPO

(FINALIDADE: TESTAR A HIPÓTESE DE INEXISTÊNCIA DE EFEITO DE TRATAMENTO)

```
/INPUT          VAR=5.
                FORMAT = FREE.
                FILE IS 'EXEMP11.DAT'
/VARIABLE       NAMES = X1,X2,P1,P2,P3.
/TRANSFORM      MEDIA = (P1+P2+P3)/3.
/DESIGN         LEVELS ARE 4,5.
                NAMES = BLOCO, TRAT.
                DEPEND = MEDIA.
                FIXED = TRAT.
                RANDOM = BLOCO.
                MODEL = 'T, B'.

/END
```

Referências Bibliográficas

- Albohali, M. N. (1983). *A time series approach to the analysis of repeated measures designs*. Ph.D. dissertation, Kansas State University.
- Andrade, D. F. e Singer, J. M. (1986). *Análise de Dados Longitudinais*. VII SINAPE (Campinas). São Paulo: Associação Brasileira de Estatística.
- Andrade, D. F., e Moura, M. F., Ternes, S. (1988). *Uso do SOC na análise de modelos lineares multivariados*. Relatório Técnico. NTIA/EMBRAPA.
- Andrade, D. F. e Singer, J. M. (1994). *Profile Analysis for Randomized Complete Block Experiments*. Relatório Técnico No. 6772, São Paulo: IME - Universidade de São Paulo.
- Andreoni, S. (1989). *Modelos de Efeitos Aleatórios para Análise de Dados Longitudinais Não-Balanceados em Relação ao Tempo*. Dissertação de Mestrado, São Paulo: IME - Universidade de São Paulo.
- Box, G. E. P. (1954). Some theorems on quadratic forms applied to the study of analysis of variance problems. *The Annals of Mathematical Statistics* 25, 290-302, 484-498.
- Chi, E. M. and Reinsel, G. C. (1989). Models for longitudinal data with random effects and AR(1) errors. *Journal of the American Statistical Association* 84, 452-459.
- Cook, N. R. and Ware, J. W. (1983). Design and analysis methods for longitudinal research. *Annual Review of Public Health* 4, 1-23.
- Davidson, M. and Toporek, J. (1983). *BMDP Technical Report*, 67. (BMDP4V - General Univariate and Multivariate Analysis of Variance).
- Dielman, T. E. (1983). Pooled cross sectional and time series data: a survey of current statistical methodology. *The American Statistician* 37, 112-122.
- Domenech, C. H. (1989). *Métodos Exploratórios e Uso de Medidas Resumo para Análise de Dados Longitudinais*. Dissertação de Mestrado, São Paulo: IME - Universidade de São Paulo.
- Gabriel, K. R. (1961). The model of ante-dependence for data of biological growth. *Bulletin Institut International Statistique (Paris)* 39, 253-264.

- Gabriel, K. R. (1962). Ante-dependence analysis of an ordered set of variables. *The Annals of Mathematical Statistics* 33 , 201-212.
- Geisser, S. and Greenhouse, S. W. (1958). An extension of Box's results on the use of the F distribution in multivariate analysis. *The Annals of Mathematical Statistics* 29, 855-891.
- Goldstein, H. (1979). *The Design and Analysis of Longitudinal Studies*. London: Academic Press.
- Grande, R. H. M., Singer, J. M., Santos, J. F. F. and Nicolau, J. (1992). Effectiveness of three mouthrinses to inhibit acid formation by dental plaque under home-use conditions. *Clinical Preventive Dentistry* 14, 19-23.
- Greenhouse, S. W. and Geisser, S. (1959). On Methods in the Analysis of Profile Data. *Psychometrika* 24 , 95-112.
- Harville, D. A. (1977). Maximum likelihood approaches to variance component estimation and to related problems. *Journal of the American Statistical Association* 72, 320-340.
- Heckman, J. J. and Singer, B. (1985). *Longitudinal Analysis of Labour Market Data*. Cambridge: University Press.
- Hoffman, D. J., Franson, O. H., Patee, C. M., Bunck, C. M. and Anderson, A. (1985). Survival, growth and accumulation of ingested lead in nestling American Kestrels (*Falco spawerius*). *Archive of Environmental Contamination and Toxicology*, 14 89-94.
- Huynh, H. and Feldt, L. S. (1970). Condition under which mean square ratios in repeated measurements designs have exact F-distributions. *Journal of the American Statistical Association* 65, 1582-1589.
- Huynh, H. and Feldt, L. S. (1976). Estimation of the Box correction for degrees of freedom from sample data in randomized block and split-plot designs. *Journal of Educational Statistics* 1, 69-82.
- Jennrich, R. I. and Schluchter, M. D. (1986). Unbalanced repeated measures models with structured covariance matrices. *Biometrics* 42, 805-820.
- Kenward, M. G. (1987). A method for comparing profiles of repeated measurements. *Applied Statistics* 36 , 296-308.

- Kowalski, C. J. and K. E. Guire (1974). Longitudinal data analysis. *Growth* 38, 131-169.
- Laird, N., Lange, N. and Stram, D. (1987). Maximum likelihood computations with repeated measures: application of the EM algorithm. *Journal of the American Statistical Association* 82, 97-105.
- Laird, N. M. and Ware, J. H. (1982). Random-effects models for longitudinal data. *Biometrics* 47, 963-974.
- Lavange, L. M. and Helms, R. W. (1983). The analysis of incomplete longitudinal data with time series covariance structure. Artigo apresentado no Joint Statistical Meetings, Toronto, Canadá.
- Lindstrom, M. J. and Bates, D. M. (1988). Newton-Raphson and EM algorithms for linear mixed-effects models for repeated measures data. *Journal of the American Statistical Association* 83, 1014-1022.
- Mauchly, J. M. (1940). Significance test for sphericity of normal n -variate distribution. *Annals of Mathematical Statistics* 11, 204-209.
- Milliken, G. A. and Johnson, D. E. (1984). *Analysis of Messy Data*, v.1: *Designed Experiments*. Belmont, California: Wadsworth, Inc.
- Morrison, D. F. (1976). *Multivariate Statistical Methods*, 2nd edition. New York: McGraw Hill.
- Nesselroade, J. R. and Baltes, P. B. (1979). *Longitudinal Research in the Study of Behaviour and Development*. New York: Academic Press.
- Pantula, S. G. and Pollock, L. H. (1985). Nested analysis of variance with autocorrelated errors. *Biometrics* 41, 909-920.
- Papescu, S. (1995). *Análise de Perfis com Dados Incompletos*. Dissertação de Mestrado, São Paulo: IME - Universidade de São Paulo.
- Rouanet, H. and Lépine, D. (1970). Comparison between treatments in a repeated-measurement design: ANOVA and multivariate methods. *British Journal of Mathematical Statistics*, 23, 147-163.
- Rowell, J. G. and Walters, D. E. (1976). Analyzing data with repeated observations on each experimental unit. *Journal of Agricultural Science* 87, 423-432.

- Roy, S. N. (1953). On a heuristic method of test construction and its use in multivariate analysis. *The Annals of Mathematical Statistics*, 24, 220-238.
- Samuels, M.L., Casella, G. and McCabe, G.P. (1991). Interpreting blocks and random effects (with comments by T. P. Speed, R. R. Hocking, D. A. Marville and R. H. Bremer). *Journal of the American Statistical Association* 86, 798-821
- Schaalje, B., Zhang, J., Pantula, S. G. and Pollock, K. H. (1987). REMAC: Repeated Measures analysis for complete data. *North Carolina State University. Institute of Statistics Mimeo Series* No. 1911.
- Schaalje, B., Zhang, J., Pantula, S. G. and Pollock, K. H. (1991). Analysis of repeated measurements data from randomized block experiments. *Biometrics* 47, 813-824.
- Seber, G. A. F. (1984). *Multivariate Observations*. New York: John Wiley & Sons.
- Singer, J. M. (1977). *Análise de Curvas de Crescimento*. Dissertação de Mestrado, São Paulo: IME - Universidade de São Paulo.
- Singer, J. M. and Domenech, C. H. (1989). *Medidas Resumo: Uma alternativa para Análise de Dados Longitudinais*. Anais do 3º SEAGRO - Lavras, M. G.: Escola Superior de Agricultura de Lavras.
- Steel, R. G. D. and Torrie, J. H. (1980). *Principles and procedures of Statistics*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill.
- Thompson, R. (1969). Iterative estimation of variance components for non-orthogonal data. *Biometrics* 25, 767-773.
- Timm (1975). *Multivariate Analysis with Applications in Education and Psychology*. Monterey, California: Brooks-Cole.
- Timm (1980). Multivariate analysis of variance of repeated measurements. In: *Handbook of Statistics (vol. 1)*. P.R. Krishnaiah (ed.). North-Holland, Amsterdam, 41-87.
- Wallestein, S. and Fleiss, J. L. (1979). Repeated measurements analysis of variance when the correlations have a certain pattern. *Psychometrika* 44, 229-233.
- Ware, J. H. (1985). Linear models for the analysis of longitudinal studies. *The American Statistician* 39, 95-101.
- Wilks, S.S. (1932). Certain generalizations in the analysis of variance. *Biometrika* 24, 471-494.

Winer, B. J. (1971). *Statistical principles in experimental design*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill.

Wishart, J. (1938). Growth rate determination in nutrition studies with the bacon pig, and their analysis. *Biometrika* 30 , 18-28.

Zhang, J., Schaaje, B., Pantula, S. G., and Pollock, K. H. (1987). *REMACRB: Repeated Measures Analysis for Complete data from Randomized Block experiments*. Technical Report. Institute of Statistics - North Carolina State University.