**Detecção de anomalias, interpolação
e previsão em tempo real de séries
temporais para operação de
reservatórios e distribuição de água**

Leonardo Fonseca Larrubia

DISSERTAÇÃO APRESENTADA
AO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE
MESTRE EM CIÊNCIAS

Programa: Estatística
Orientadora: Profa. Dra. Chang Chiann

Durante o desenvolvimento deste trabalho o autor recebeu auxílio financeiro da FAPESP
Processo nº 2018/26592-5, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP)

São Paulo, abril de 2021

**Detecção de anomalias, interpolação
e previsão em tempo real de séries
temporais para operação de
reservatórios e distribuição de água**

Esta versão da dissertação/tese contém as correções e alterações sugeridas pela Comissão Julgadora durante a defesa da versão original do trabalho, realizada em 08/04/2021. Uma cópia da versão original está disponível no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

Comissão Julgadora:

- Prof^ª. Dr^ª. Chang Chiann (orientadora) - IME-USP
- Prof. Dr. Marcelo Magalhães Taddeo - UFBA
- Prof. Ph.D. Valderio Anselmo Reisen - UFES

Resumo

LARRUBIA, L.F. **Detecção de anomalias, interpolação e previsão em tempo real de séries temporais para operação de reservatórios e distribuição de água**. 2021. 209 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021.

Desenvolvemos uma solução via análise de séries temporais visando resolver um problema recorrente em Centros de Controle Operacionais de distribuição de água: anomalias em dados recebidos das estações de telemetria em tempo real para tomadas de decisão. A solução desenvolvida consiste em fazer detecção de *outliers*, reconstrução de valores omissos e previsão. Para tanto, foram utilizadas séries temporais geradas por equipamentos de medição de nível, vazões de entrada e de saídas do reservatório e de pressões a montante e a jusante de válvulas que controlam o fluxo de água. Os dados, referentes ao sistema de distribuição de água da cidade de Peruíbe, foram fornecidos pela Sabesp da Baixada Santista e sua amostragem temporal é a cada hora, indo das 1:00 do dia 1º de janeiro de 2017 até às 23:00 do dia 31 de dezembro de 2018. Para a detecção de *outliers* e preenchimento de valores omissos, foram propostos procedimentos que usam três técnicas principais: ajuste de curvas via regressão, decomposição clássica junto a regressão e decomposição STL. Já para previsão, foram utilizadas técnicas de *rolling analysis* em combinação com modelos SARIMA, modelos de regressão com erros auto correlacionados e modelos BATS e TBATS. Os resultados demonstraram que os métodos propostos, tanto para detecção de *outliers* e preenchimento de valores omissos, como para a previsão, possuem desempenhos muito bons para a maioria das séries.

Palavras-chave: séries temporais, valores omissos, valores atípicos, previsão, indústria da água, tempo real, *big data*.

Abstract

LARRUBIA, L.F. **Anomaly detection, interpolation and real-time forecasting of time series for reservoir operation and water distribution.** 2021. 209 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021.

We developed a time series analysis solution for a recurring problem in Operational Control Centers of water distribution systems: anomalies in real time data received from telemetry stations. The developed solution consists of detecting outliers, reconstructing missing values and forecasting. For this purpose, we analyzed time series generated by measuring equipment: level, input and output flows of reservoir and upstream and downstream pressures of valves that control the flow of water. The data, referring to the water distribution system of the city of Peruíbe, were provided by Sabesp located in Baixada Santista and it is sampled every hour from 1:00 a.m. on January 1, 2017 to 11:00 p.m. on December 31, 2018. We propose procedures that use three main techniques for the detection of outliers and imputation of missing values: adjustment of curves by regression, classical decomposition combined with regression and STL decomposition. For forecasting, we used rolling analysis techniques in combination with SARIMA models, regression models with autocorrelated errors and BATS and TBATS models. The results showed that the proposed methods, both for detecting outliers and imputing of missing values, as well as for forecasting, perform very well for most time series.

Keywords: time series, missing data, outliers, forecasting, water industry, real time, big data.

Sumário

Lista de Abreviaturas	vii
Lista de Símbolos	ix
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Introdução	1
1 Revisão teórica	5
1.1 Caracterização de uma série temporal	5
1.2 Modelos de decomposição	7
1.2.1 Decomposição via ajuste de curvas de regressão	8
1.2.2 Decomposição clássica	9
1.2.3 STL	10
1.3 Modelos SARIMA	12
1.3.1 Modelos autorregresivos	13
1.3.2 Modelos de médias móveis	13
1.3.3 Modelos autorregresivos e de médias móveis	14
1.3.4 Estimação dos modelos ARMA	14
1.3.5 Modelos autorregresivos integrados e de médias móveis	15
1.3.6 Modelos multiplicativos sazonais autorregresivos integrados e de médias móveis	16
1.3.7 Identificação: um procedimento de seleção de modelos SARIMA	17
1.4 Regressão com erros autocorrelacionados	18
1.5 Modelos BATS e TBATS	20
1.5.1 Seleção de modelos BATS e TBATS	22
1.6 <i>Outliers</i>	22
1.6.1 Uma definição de <i>outliers</i>	23
1.6.2 Um método robusto e iterativo de tratamento de <i>outliers</i>	24
1.7 <i>Rolling analysis</i> de séries temporais	24
1.7.1 Medidas de acurácia	25
1.7.2 Modificações úteis	26
2 Métodos e materiais	29
2.1 Descrição dos dados	30
2.2 Limpeza primária das séries	32
2.3 Processo iterativo de tratamento de <i>outliers</i> e valores omissos	33
2.3.1 Procedimentos de ajuste de curvas via regressão	34
2.3.2 Procedimentos de ajuste de curvas via regressão + decomposição clássica	36
2.3.3 Procedimentos de decomposição STL	36
2.3.4 Arranjos experimentais e avaliação dos procedimentos	37
2.4 Previsão	44

2.4.1	Modelos SARIMA	45
2.4.2	Modelos de regressão com erros autocorrelacionados	45
2.4.3	Modelos BATS e TBATS	46
2.4.4	Métodos de previsão <i>Benchmark</i>	46
2.5	Materiais	46
3	Resultados e discussão	49
3.1	Vazão de entrada do reservatório Peruíbe	49
3.1.1	Preenchimento de valores omissos	50
3.1.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	53
3.1.3	Previsão	54
3.2	Nível do reservatório Peruíbe	58
3.2.1	Preenchimento de valores omissos	59
3.2.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	61
3.2.3	Previsão	63
3.3	Consumo do reservatório Peruíbe	67
3.3.1	Preenchimento de valores omissos	68
3.3.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	70
3.3.3	Previsão	72
3.4	Vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe	76
3.4.1	Preenchimento de valores omissos	77
3.4.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	79
3.4.3	Previsão	81
3.5	Vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe	85
3.5.1	Preenchimento de valores omissos	86
3.5.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	88
3.5.3	Previsão	90
3.6	Pressão a montante no Norte de Peruíbe	94
3.6.1	Preenchimento de valores omissos	95
3.6.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	98
3.6.3	Previsão	100
3.7	Pressão a montante no Sul de Peruíbe	104
3.7.1	Preenchimento de valores omissos	104
3.7.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	107
3.7.3	Previsão	109
3.8	Pressão a jusante no Norte de Peruíbe	113
3.8.1	Preenchimento de valores omissos	113
3.8.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	116
3.8.3	Previsão	119
3.9	Pressão a jusante no Sul de Peruíbe	122
3.9.1	Preenchimento de valores omissos	122
3.9.2	Detecção e tratamento de <i>outliers</i>	125
3.9.3	Previsão	128
3.10	Discussão geral	132
4	Conclusões	137
A	Informações descritivas das séries originais	139
B	Informações descritivas após a limpeza primária	159
C	Informações descritivas após tratamento de <i>outliers</i> e preenchimento de omissos	187
	Referências Bibliográficas	207

Lista de Abreviaturas

AIC	Cr�terio de informação de Akaike (Akaike Information Criterion)
AICc	Cr�terio de informação de Akaike Corrigido (Corrected Akaike Information Criterion)
AO	Outlier Aditivo (Additive Outlier)
AR	Autorregressivo (Autoregressive)
ARIMA	Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (Autoregressive Integrated Moving Average)
ARMA	Autorregressivo de Médias Móveis (Autoregressive-Moving-Average)
BATS	Transformação Box-Cox, Erros ARMA, Componentes Sazonais e Tendência (Box-Cox transformation, ARMA erros, Trend and Seasonal components)
BIC	Cr�terio de informação Bayesiano (Bayesian Information Criterion)
CCO	Centro de Controle Operacional
CD	Crescimento e Decrescimento
IIoT	Internet das Coisas industrial (Industrial Internet of Things)
IO	Outlier de Inovação (Innovational Outlier)
IoS	Internet dos Serviços (Internet of Sevices)
IoT	Internet das Coisas (Internet of Things)
IPT	Instituto de Pesquisas Tecnológicas
LC	Outlier de Mudança de Nível (Level Change)
MA	Médias móveis (Moving Average)
MAE	Erro Absoluto Médio (Mean Absolut Error)
MAPE	Média Percentual Absoluta do Erro (Mean Absolute Percentage Error)
ME	Erro Médio (Mean Error)
MSE	Erro Quadr�tico M�dio (Mean-Square Error)
PROP	Proporção
RMBS	Regi�o Metropolitana da Baixada Santista
RMSE	Raiz do Erro Quadr�tico M�dio (Root-Mean-Square Error)
RMSP	Regi�o Metropolitana de São Paulo
SARIMA	Sazonal Autorregressivo Integrado de Médias Móveis (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average)
SARMA	Sazonal Autorregressivo de Médias Móveis (Autoregressive-Moving-Average)
SCADA	Sistemas de Supervisão e Aquisição de Dados (Supervisory Control and Data Acquisition)
STL	Decomposição Sazonal e de Tendência por Loess (Seasonal-Trend Decomposition Procedure Based on Loess)
TBATS	Transformação Box-Cox, Erros ARMA, Componentes Sazonais Trigon�m�tricos e Tendência (Trigonometric, Box-Cox transformation, ARMA erros, Trend and Seasonal components)
TC	Outlier de Mudança Transitória de Nível (Transient Level Change)

Lista de Símbolos

Conceitos básicos

$\mathbf{Z}$	Processo estocástico discreto ou série temporal
Z_t	Valor aleatório no tempo t
$\hat{Z}_t$	Valor estimado de Z_t
$\bar{Z}_t$	Média amostral de Z_t
τ	Conjunto discreto de indexação
μ	Média
σ^2	Variância
ξ_t	Ruído branco
$E[.]$	Função esperança
$Cov[.,.]$	Função covariância
$Var[.]$	Função variância
$\gamma(.,.)$	Função autocovariância
$\rho(.,.)$	Função autocorrelação
B^m	Operador translação m passos para o passado
Δ_s^m	Operador diferença de ordem m e defasagem s
T_t	Componente de tendência no tempo t
S_t	Componente de sazonalidade no tempo t
R_t	Componente ruído no tempo t
$Z_t^{(\lambda)}$	Transformação Box-Cox de parâmetro λ

Modelos de Regressão

β_i	i -ésimo parâmetros de tendência
$D_{j,t}$	i -ésimo parâmetros de sazonalidade
$\boldsymbol{\beta}$	Vetor de parâmetros do modelo Regressão
$\mathbf{R}$	Vetor de parâmetros de resíduos
$\mathbf{X}$	Matriz de planejamento
$\hat{\boldsymbol{\beta}}$	Vetor de estimativas dos parâmetros $\boldsymbol{\beta}$

Decomposição STL

$W(.)$	Função tri-cúbica
$B(.)$	Função bi-quadrática
$v_i(x)$	Função de pesos usando a função tri-cúbica
ρ_t	Função de pesos usando a função bi-quadrática
$n_{(p)}$	Parâmetro do tamanho do período sazonal da série
$n_{(l)}$	Parâmetro de suavização do filtro passa baixo
$n_{(s)}$	Parâmetro de suavização da componente sazonal
$n_{(t)}$	Parâmetro de suavização da componente de tendência
$n_{(i)}$	Número de iterações do <i>loop</i> interno
$n_{(e)}$	Número de iterações do <i>loop</i> externo

Modelos ARIMA

ϕ_i	i -ésimo parâmetro autorregressivo
θ_i	i -ésimo parâmetro de médias móveis
Φ_i	i -ésimo parâmetro autorregressivos sazonais
Θ_i	i -ésimo parâmetro de médias móveis sazonais
$\phi(B)$	Operador autorregressivo
$\theta(B)$	Operador de médias móveis
$\Phi(B)$	Operador autorregressivo sazonal
$\Theta(B)$	Operador de médias móveis sazonal
ν	Vetor de parâmetros dos ARIMA
ν	Vetor de parâmetros dos ARIMA
$L(. .,.,.)$	Função de verossimilhança
$l(. .,.,.)$	Função de log-verossimilhança
$S(. .,.,.)$	Soma de quadrados condicional

Modelos BATS e TBATS

ω	Parâmetro da transformação Box-Cox
T	Quantidade de padrões sazonais
ℓ_t	Nível local no tempo t
φ	Parâmetro de amortecimento de tendência
b_t	Tendência de curto prazo
b	Tendência de longo prazo
$s_t^{(i)}$	i -ésima componente sazonal no tempo t
m_i	i -ésimo período sazonal
d_t	Processo ARMA (p, q)
k_i	Número de harmônicos da i -ésima componente sazonal
$s_{j,t}^{(i)}$	Nível estocástico da i -ésima componente sazonal
$s_{j,t}^{*(i)}$	Crescimento estocástico no nível da i -ésima componente sazonal
α	Parâmetro de suavização
β	Parâmetro de suavização
γ	Parâmetro de suavização
$\gamma_1^{(i)}$	Parâmetro de suavização
$\gamma_2^{(i)}$	Parâmetro de suavização

Outliers e valores omissos

ω_a	Intensidade de impacto do efeito atípico a
$g_a(.,.,.)$	Forma do impacto do efeito atípico a
$q_a^{(i)}$	Quantil a da i -ésima iteração
$q_b^{(i)}$	Quantil b da i -ésima iteração
$I_{(a,b)}^{(i)}$	Intervalo quantílico da i -ésima iteração
M	Número máximo de iterações

Rolling Analysis

N	Tamanho da série
n	Tamanho de uma subsérie
$\hat{\mathbf{v}}$	Vetor de estatísticas
$\mathbf{V}_{k \times N-n+1}$	Matriz de estatísticas usando <i>rolling analysis</i>
M	Número amostrado de <i>rolling windows</i>

Lista de Figuras

1.1	Esquema do algoritmo de busca de modelos ARIMA proposto por Hyndman e Khandakar	19
1.2	Funcionamento do método de <i>rolling analysis</i>	25
1.3	Funcionamento do método de <i>rolling analysis</i> modificado	26
2.1	Procedimento adotado para a análise das séries	29
2.2	Esquema do sistema de abastecimento de água referente ao reservatório de Peruíbe	31
2.3	Exemplos de valores <i>outliers</i> nas séries	31
2.4	Exemplos de mudança no comportamento da série	32
2.5	Exemplos do comportamento da séries de nível e vazão de entrada do reservatório	32
2.6	Tipos de efeitos atípicos: forma de impacto	43
2.7	Tipos de efeitos atípicos: exemplo em série	44
3.1	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: Exemplo	50
3.2	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	53
3.3	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	56
3.4	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: Exemplos de previsão	58
3.5	Série nível do reservatório Peruíbe: Exemplo	59
3.6	Série nível do reservatório Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	62
3.7	Série nível do reservatório Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	65
3.8	Série nível do reservatório Peruíbe: Exemplos de previsão	67
3.9	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: Exemplo	68
3.10	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	71
3.11	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	74
3.12	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: Exemplos de previsão	76
3.13	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: Exemplo	77
3.14	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	80
3.15	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	83
3.16	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: Exemplos de previsão	85
3.17	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: Exemplo	86
3.18	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	89
3.19	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	92
3.20	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: Exemplos de previsão	94

3.21	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: Exemplo	95
3.22	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	98
3.23	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	101
3.24	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: Exemplos de previsão	103
3.25	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: Exemplo	104
3.26	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	107
3.27	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	110
3.28	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: Exemplos de previsão	112
3.29	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: Exemplo	113
3.30	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	116
3.31	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	119
3.32	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: Exemplos de previsão	121
3.33	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: Exemplo	122
3.34	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: Exemplos de preenchimento de valores omissos	125
3.35	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série	128
3.36	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: Exemplos de previsão	130
A.1	Descritiva da série original de nível	141
A.2	Descritiva da série original de consumo	143
A.3	Descritiva da série original de vazão de entrada	145
A.4	Descritiva da série original de vazão de saída Norte	147
A.5	Descritiva da série original de vazão de saída Sul	149
A.6	Descritiva da série original de pressão a montante ao Norte	151
A.7	Descritiva da série original de pressão a montante ao Sul	153
A.8	Descritiva da série original de pressão a jusante ao Norte	155
A.9	Descritiva da série original de pressão a jusante ao Sul	157
B.1	Descritiva da série após limpeza primária de nível	161
B.2	Descritiva dos valores omissos na série de nível	162
B.3	Descritiva da série após limpeza primária de consumo	164
B.4	Descritiva dos valores omissos na série de consumo	165
B.5	Descritiva da série após limpeza primária de vazão de entrada	167
B.6	Descritiva dos valores omissos na série de vazão de entrada	168
B.7	Descritiva da série após limpeza primária de vazão de saída Norte	170
B.8	Descritiva dos valores omissos na série de vazão de saída Norte	171
B.9	Descritiva da série após limpeza primária de vazão de saída Sul	173
B.10	Descritiva dos valores omissos na série de vazão de saída Sul	174
B.11	Descritiva da série após limpeza primária de pressão a montante ao Norte	176
B.12	Descritiva dos valores omissos na série de pressão a montante ao Norte	177
B.13	Descritiva da série após limpeza primária de pressão a montante ao Sul	179
B.14	Descritiva dos valores omissos na série de pressão a montante ao Sul	180
B.15	Descritiva da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Norte	182
B.16	Descritiva dos valores omissos na série de pressão a jusante ao Norte	183
B.17	Descritiva da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Sul	185
B.18	Descritiva dos valores omissos na série de pressão a jusante ao Sul	186

C.1	Descritiva da série tratada de nível	189
C.2	Descritiva da série tratada de consumo	191
C.3	Descritiva da série tratada de vazão de entrada	193
C.4	Descritiva da série tratada de vazão de saída Norte	195
C.5	Descritiva da série tratada de vazão de saída Sul	197
C.6	Descritiva da série tratada de pressão a montante ao Norte	199
C.7	Descritiva da série tratada de pressão a montante ao Sul	201
C.8	Descritiva da série tratada de pressão a jusante ao Norte	203
C.9	Descritiva da série tratada de pressão a jusante ao Sul	205

Lista de Tabelas

2.1	Breve descrição das séries	30
2.2	Breve descrição da quantidade de valores omissos	33
2.3	Imputação de valores omissos: Experimentos de regressão	38
2.4	Imputação de valores omissos: Experimentos de decomposição clássica	39
2.5	Imputação de valores omissos: Experimentos de decomposição STL	40
3.1	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	51
3.2	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	51
3.3	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	51
3.4	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	52
3.5	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	54
3.6	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	55
3.7	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	55
3.8	Série vazão de entrada no reservatório Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	57
3.9	Série nível do reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	59
3.10	Série nível do reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	60
3.11	Série nível do reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	60
3.12	Série nível do reservatório Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	60
3.13	Série nível do reservatório Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	63
3.14	Série nível do reservatório Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	64
3.15	Série nível do reservatório Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	64
3.16	Série nível do reservatório Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	66
3.17	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	68
3.18	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	69
3.19	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	69
3.20	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	69

3.21	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	72
3.22	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	73
3.23	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	73
3.24	Série consumo demandado do reservatório Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	75
3.25	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	77
3.26	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	78
3.27	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	78
3.28	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	78
3.29	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	81
3.30	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	82
3.31	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	82
3.32	Série vazão de saída para o Norte de Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	84
3.33	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	86
3.34	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	87
3.35	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	87
3.36	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	87
3.37	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	90
3.38	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	91
3.39	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	91
3.40	Série vazão de saída para o Sul de Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	93
3.41	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	96
3.42	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	96
3.43	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	96
3.44	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	97
3.45	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	99
3.46	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	100
3.47	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	100
3.48	Série pressão a montante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	102
3.49	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	105
3.50	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	105

3.51	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	105
3.52	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	106
3.53	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	108
3.54	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	109
3.55	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	109
3.56	Série pressão a montante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	111
3.57	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	114
3.58	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	114
3.59	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	114
3.60	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	115
3.61	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	117
3.62	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	118
3.63	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	118
3.64	Série pressão a jusante ao Norte de Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	120
3.65	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando regressão	123
3.66	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição clássica	123
3.67	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos usando decomposição STL	123
3.68	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos métodos <i>benchmark</i> de preenchimento de dados omissos.	124
3.69	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: Proporção de detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	126
3.70	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: RMSE da detecção de outliers usando o melhor método de preenchimento de valores omissos.	127
3.71	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: detecção de anomalias por estágio	127
3.72	Série pressão a jusante ao Sul de Peruíbe: RMSE dos modelos de previsão	129
3.73	Procedimentos de detecção de outliers e preenchimento de valores omissos selecionados	132
3.74	Procedimentos de previsão selecionados	134
A.1	Medidas descritivas da série original de nível do reservatório de Peruíbe	140
A.2	Medidas descritivas da série original de consumo demandado do reservatório de Peruíbe	142
A.3	Medidas descritivas da série original de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe .	144
A.4	Medidas descritivas da série original de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe	146
A.5	Medidas descritivas da série original de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe	148
A.6	Medidas descritivas da série original de pressão a montante ao Norte de Peruíbe . . .	150
A.7	Medidas descritivas da série original de pressão a montante ao Sul de Peruíbe	152
A.8	Medidas descritivas da série original de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	154
A.9	Medidas descritivas da série original de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	156

B.1	Medidas descritivas da série após limpeza primária de nível do reservatório de Peruíbe	160
B.2	Medidas descritivas da série após limpeza primária de consumo demandado do reservatório de Peruíbe	163
B.3	Medidas descritivas da série após limpeza primária de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe	166
B.4	Medidas descritivas da série após limpeza primária de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe	169
B.5	Medidas descritivas da série após limpeza primária de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe	172
B.6	Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a montante ao Norte de Peruíbe	175
B.7	Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a montante ao Sul de Peruíbe	178
B.8	Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	181
B.9	Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	184
C.1	Medidas descritivas da série tratada de nível do reservatório de Peruíbe	188
C.2	Medidas descritivas da série tratada de consumo demandado do reservatório de Peruíbe	190
C.3	Medidas descritivas da série tratada de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe .	192
C.4	Medidas descritivas da série tratada de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe	194
C.5	Medidas descritivas da série tratada de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe	196
C.6	Medidas descritivas da série tratada de pressão a montante ao Norte de Peruíbe . . .	198
C.7	Medidas descritivas da série tratada de pressão a montante ao Sul de Peruíbe	200
C.8	Medidas descritivas da série tratada de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	202
C.9	Medidas descritivas da série tratada de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	204

Introdução

Nos últimos anos o setor industrial tem passado por aquilo que se convencionou chamar de a quarta revolução industrial, ou, mais concisamente, Indústria 4.0. O termo Indústria 4.0 foi mencionado pela primeira vez em 2011, na Alemanha, a partir de uma proposta para o desenvolvimento de um novo conceito de política econômica alemã baseado em estratégias de alta tecnologia (ROBLEK; MEŠKO; KRAPEŽ, 2016 [RMK16]). Se as três primeiras revoluções industriais consistiram no surgimento da produção em massa, das linhas de montagem, no uso da eletricidade e na automação robótica, a quarta revolução industrial é pautada em conceitos e tecnologias que incluem, por exemplo, a fusão do mundo físico, digital e biológico, o uso de internet das coisas (IoT), de internet dos serviços (IoS), de inteligência artificial e o uso exaustivo de *Big Data*.

A Indústria 4.0 é uma jornada de desenvolvimento tecnológico pela qual cada setor industrial de cada país deverá percorrer. São grandes as expectativas dos fornecedores de máquinas, equipamentos, medidores e sensores; nomes como *General Electric*, *Siemens*, *Amazon*, *IBM* e *Google* já lançaram suas plataformas IoT na expectativa de serem provedores de informações oriundas dos dados brutos de sensores e equipamentos para os prestadores de serviços, como, por exemplo, as operadoras de distribuição de água, visto a presença de uma enorme infraestrutura de sensores, dispositivos de comunicação, redes de telemetria, redes próprias, concentradores de comunicação e supervisórios distribuídos que consolidam os dados gerados em ambientes centralizados com soluções SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*). A presença dessa enorme infraestrutura deve acelerar a transformação digital na Indústria da água, promovendo uma maior automação do controle operacional dos sistemas adutores direcionada por dados.

Em meio a essa jornada, está a Sabesp, 5ª maior empresa de saneamento do mundo. Foram várias as iniciativas dos colaboradores da companhia para automatizar a operação de etapas da adução e distribuição de água fazendo uso de seu *big data*. Tais iniciativas buscavam criar modelos previsionais de demanda de água, já que, em geral, a regularidade do perfil temporal do consumo da população em nível regional é alta. O Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT) desenvolveu um modelo previsional de demanda de água por hora (modelos auto regressivo com variáveis exógenas) para a Sabesp em 2002 com resultados bastante satisfatórios (YOSHIDA, 2002 [Yos02]). Os modelos foram desenvolvidos para sete reservatórios de água do sistema adutor da região metropolitana de São Paulo (RMSP) que abastecem boa parte da área Leste da RMSP, nos quais foi possível notar um padrão reprodutivo no perfil de demanda. Já Santos e Pereira (2014) [DP14] propuseram uma abordagem com o uso de redes neurais para a previsão da demanda consumo por hora nos reservatórios da Sabesp localizados na RMSP. Diversos trabalhos, usando dados de outras empresas de saneamento, também propuseram usar redes neurais para predizer o consumo de água, tais como Bougadis et al. (2005) [BAD05], Rodriguez et al. (2017) [RPFL17], Antunes et al. (2018) [AACSL018] e Pacchin et al. (2019) [PGAF19].

Outros dois trabalhos a serem destacados são os de Quevedo et al. (2010) [QPC⁺10] e o de Barreira (2015) [Bar15]. Quevedo et al. (2010) usaram dados do consumo água da cidade de Barcelona, na Espanha, para fazer uma modelagem com funções trigonométricas, cujos objetivos eram fazer previsões e criar regras de decisão que verificavam se uma futura observação era ou não um possível *outlier*. Já Barreira (2015) usou o modelo sugerido por Quevedo et al (2010) e os modelos BATS e TBATS para fazer reconstrução de valores omissos das séries de consumo de água na cidade de Lisboa, em Portugal, utilizando-se da combinação de técnicas de *forecasting* e *backcasting* a partir de uma ponderação dos valores preditos gerados por esses dois métodos.

Logo, propomos neste trabalho uma solução de análise de séries temporais para a indústria da água que busca detectar anomalias, reconstruir valores omissos e, então, fazer previsão. Utilizamos os dados gerados pelo sistema de adução e distribuição de água referentes ao reservatório de Peruíbe localizado na cidade de mesmo nome. As séries, mantidas em historiadores de sistemas supervisórios para serem monitoráveis em tempo real, foram fornecidos pela Sabesp da Baixada Santista e sua amostragem temporal é a cada hora, indo das 1:00 do dia 1^o de janeiro de 2017 até às 23:00 do dia 31 de dezembro de 2018. Diferente dos trabalhos citados anteriormente, as séries aqui analisadas não se referem ao consumo de água explícito atribuído ao reservatório, mas são obtidas diretamente do medidor de vazão na entrada do reservatório, do medidor de nível no reservatório e dos medidores de vazões e de pressões instalados na rede de distribuição da cidade, o que pode muitas vezes resultar num comportamento não tão bem definidos como aqueles observados nos trabalhos mencionados.

Além da sua utilização para previsões de demanda de água na área de concessão da empresa de saneamento, as séries são utilizadas para acionar equipes de manutenção das estações elevatórias e dos reservatórios de distribuição, cuja operação é centralizada no Centro de Controle Operacional (CCO). O CCO fica distante das estações elevatórias e dos reservatórios onde estão localizados os pontos de medição e telemetria. Visto que por lei a qualquer tempo não pode haver interrupção no fornecimento de água no município, a integridade dos registros das séries temporais recebidas no CCO emitidas pelos equipamentos e sensores é fundamental, no entanto, a ocorrência de vazios e anomalias nos registros das séries temporais é frequente. Embora haja regras de classificação da qualidade do dado enviado (em Good ou Bad), estas indicam a frequência de apenas 1% a 1,5 % de erros nas séries temporais, não correspondendo as indicações de uma análise exploratória dessas séries. Essas regras foram desenvolvidas há muito tempo, necessitando, assim, de atualizações e de correções. Pelos motivos expostos, a primeira meta deste trabalho é desenvolver um procedimento para indicar a qualidade dos dados enviados ao CCO. Uma vez que as anomalias da série foram identificadas, tais valores podem ser considerados como omissos. Assim, a segunda meta é propor métodos de preenchimento dos vazios das séries temporais. A terceira meta é desenvolver modelos previsionais com boa acurácia que antecipem os valores das séries temporais, em tempo real, das próximas horas, para alimentar ou apoiar a programação diária da operação dos reservatórios e distribuição da água num município. A hipótese das metas é que a regularidade do comportamento humano no consumo de água impacta na reprodutibilidade do ciclo sazonal das séries temporais analisadas, o que contribui positivamente para o desenvolvimento de métodos de qualificação e tratamento dos dados.

O objetivo principal deste projeto é contribuir para a Transformação Digital da Indústria e das Cidades, conforme previsto no “Plano de Desenvolvimento Institucional na Área de Transformação Digital: Manufatura Avançada e Cidades Inteligentes e Sustentáveis” do IPT em projeto apoiado

pela FAPESP (Processo FAPESP: 2017/50343-2). Este plano de desenvolvimento busca desenvolver competências, tanto no IPT quanto nas universidades, para contribuírem na Transformação Digital que se anuncia em todos os segmentos de mercado. Este trabalho de mestrado busca contribuir para a Transformação Digital da Indústria da água.

Esta dissertação possui a seguinte estrutura: o Capítulo 1 é destinado a fazer uma revisão teórica dos métodos e modelos usados nas análises; o Capítulo 2 descreve a metodologia e o procedimento adotado para aplicar os modelos descritos no Capítulo 2 aos nossos objetivos; o Capítulo 3 mostra os resultados da aplicação dos procedimentos fazendo, concomitantemente, uma discussão desse resultados. Por fim, o Capítulo 4 apresenta as conclusões.

Capítulo 1

Revisão teórica

Neste capítulo apresentamos uma breve revisão teórica de alguns conceitos essenciais em Séries Temporais e faremos uma breve descrição dos modelos utilizados neste trabalho.

A seção 1.1 é dedicada a revisar os princípios básicos e a fazer algumas definições e introdução de notações. A partir da seção 1.2 entramos na apresentação de procedimentos e modelos que serão a base dos métodos propostos no capítulo 2, a saber, os modelos de decomposição (Seção 1.2), os modelos SARIMA (Seção 1.3), os modelos de regressão com erros autocorrelacionados (Seção 1.4), os modelos BATS e TBATS (Seção 1.5), os procedimentos de detecção de *outliers* (Seção 1.6) e, por fim, a técnica de *rolling analysis* de séries temporais (Seção 1.7).

1.1 Caracterização de uma série temporal

Começaremos definindo alguns conceitos mais básicos: o de processo estocástico e o de série temporal.

Definição 1.1. Um processo estocástico discreto $\mathbf{Z}$ é uma sequência de variáveis aleatórias $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ indexadas por um conjunto $\tau = \{0, 1, 2, \dots\}$. $\square$

Definição 1.2. Uma série temporal é um conjunto de observações indexadas no tempo gerado por um processo estocástico. $\square$

Embora as definições de processo estocástico e série temporal sejam distintas, não faremos nenhuma distinção de notação quando $\mathbf{Z}$ se referir a um processo estocástico ou a uma série temporal. Também usaremos a notação $\mathbf{Z}$ ou $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ qual for a mais conveniente em dado contexto para representar uma série temporal ou processo estocástico.

A seguir são apresentadas algumas definições que procuram especificar algumas características de um processo estocástico.

Definição 1.3. A função média do processo $\mathbf{Z}$ é definida como

$$\mu_t = E[Z_t] = \int_{-\infty}^{\infty} z f(z; t) dz. \quad (1.1)$$

$\square$

Definição 1.4. A função de autocovariância é definida como

$$\gamma(t_1, t_2) = Cov[Z_{t_1}, Z_{t_2}] = E[(Z_{t_1} - \mu_{t_1})(Z_{t_2} - \mu_{t_2})], \quad (1.2)$$

para todos $t_1, t_2 \in \tau$. Em particular, se $t_1 = t_2 = t$, obtemos a função variância

$$\gamma(t_1, t_2) = Var[Z_t] = E[Z_t^2] - \mu_t^2. \quad (1.3)$$

□

Definição 1.5. A função de autocorrelação é definida como

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{\gamma(t_1, t_2)}{\sqrt{\gamma(t_1, t_1)\gamma(t_2, t_2)}}, \quad (1.4)$$

para todo $t_1, t_2 \in \tau$.

□

Uma classe de processos estocásticos de bastante importância no contexto da análise de séries temporais é a classe dos processos fracamente estacionários, definidos a seguir.

Definição 1.6. O processo Z_t é estacionário de segunda ordem (ou fracamente estacionário) se

- $E[Z_t] = \mu, \quad \forall t \in \tau;$
- $E[Z_t^2] < \infty, \quad \forall t \in \tau;$
- $\gamma(t_1, t_2)$ *depende apenas de* $|t_1 - t_2|, \quad \forall t_1, t_2 \in \tau.$

□

Nota-se que se um processo $\mathbf{Z}$ é estacionário, então sua função de autocorrelação, por exemplo, $\gamma(0, h)$ depende apenas de h , assim como $\gamma(t, t+h)$ também depende apenas de h , implicando que $\gamma(0, h) = \gamma(t, t+h)$. Logo, convém reescrever as definições 1.4 e 1.5 para o caso em que o processo for estacionário.

Definição 1.7. A função de autocovariância de um processo estacionário $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ é definida como

$$\gamma(h) = Cov[Z_t, Z_{t+h}] = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+h} - \mu)]. \quad (1.5)$$

□

Definição 1.8. A função de autocovariância de um processo estacionário $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ é definida como

$$\rho(h) = \frac{\gamma(t, t+h)}{\sqrt{\gamma(t, t)\gamma(t+h, t+h)}} = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}. \quad (1.6)$$

□

Introduziremos a seguir alguns operadores que nos ajudará a manipular alguns dos modelos a serem apresentados.

Definição 1.9. O operador translação m passos para o passado B é definido como

$$B^m Z_t = Z_{t-m}. \quad (1.7)$$

□

Definição 1.10. O operador diferença Δ_s^m de ordem m e defasagem s é definido como

$$\Delta_s^m Z_t = (1 - B^s)^m Z_t = (1 - B^s)^{m-1} (1 - B^s) Z_t = \Delta_s^{m-1} (\Delta_s Z_t), \quad (1.8)$$

sendo que

$$\Delta_s Z_t = (1 - B^s) Z_t = Z_t - Z_{t-s}.$$

□

As próximas seções são dedicadas a apresentar métodos e modelos que nos serão úteis nas análises das séries temporais consideradas neste trabalho.

1.2 Modelos de decomposição

Um tipo de procedimento comumente utilizado em análises de séries temporais é a decomposição da série em componentes que buscam descrever alguns de seus comportamentos intrínsecos. Geralmente, essas componentes são descritas como tendência (T), sazonalidade (S) e ruído (R).

A decomposição de uma série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ pode ser aditiva, supondo que a série é formada pela soma das componentes

$$Z_t = T_t + S_t + R_t, \quad (1.9)$$

ou também pode ser multiplicativa, supondo que a série é formada pela multiplicação das componentes

$$Z_t = T_t \times S_t \times R_t. \quad (1.10)$$

Nota-se que se tomarmos o log de Z_t na equação (1.10) a decomposição torna-se aditiva

$$\log Z_t = \log T_t + \log S_t + \log R_t.$$

Uma transformação mais geral, que muitas vezes é utilizada para estabilizar a variância ou para tornar em aditivas séries que apresentam um comportamento multiplicativo ou um comportamento que seja uma mistura entre o multiplicativo e o aditivo, é a transformação de Box-Cox [BC64], definida a seguir.

Definição 1.11. A transformação de Box-Cox é definida como

$$Z_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(Z_t)^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0; \\ \log Z_t, & \lambda = 0. \end{cases} \quad (1.11)$$

□

Existem diversas formas para a escolha do melhor parâmetro λ de acordo com a série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$. Adotaremos aqui a abordagem de Guerrero (1993) [Gue93], na qual é escolhido o λ que minimiza o coeficiente de variação das subséries de $\{Z_t\}_{t \in \tau}$.

Logo, podemos assumir que as técnicas de análises de séries aditivas também são aplicáveis a séries que se tornam em aditivas através de alguma transformação. Porém, vale mencionar que as estimativas geradas a partir da série transformada são em geral enviesadas, sendo necessário, em algumas situações, fazer correções de vieses que nem sempre são fáceis de se obter. Mais detalhes, ver Hyndman e Athanasopoulos (2019) [HA19].

Nas próximas subseções são apresentados métodos de decomposição que pressupõem que a série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ seja formada por componentes aditivas.

1.2.1 Decomposição via ajuste de curvas de regressão

Um procedimento frequentemente utilizado é modelar os componentes T_t e S_t da equação (1.9) usando modelos de regressão. Podemos modelar a tendência por um polinômio de ordem m

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \dots + \beta_m t^m = \sum_{i=0}^m \beta_i t^i,$$

em que m é bem menor do que a quantidade de observações na série. Já o componente sazonal pode ser modelado por

$$S_t = \alpha_1 D_{1,t} + \dots + \alpha_{s-1} D_{s-1,t} = \sum_{j=1}^{s-1} \alpha_j D_{j,t},$$

em que s representa o período da série e $D_{1,t}, \dots, D_{s-1,t}$ podem ser variáveis *dummies* tais que

$$D_{j,t} = \begin{cases} -1, & \text{se } t \equiv 0 \pmod{s}; \\ 1, & \text{se } t \equiv j \pmod{s}; \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

Assim a equação (1.9) é escrita como

$$Z_t = \sum_{i=0}^m \beta_i t^i + \sum_{j=1}^{s-1} \alpha_j D_{j,t} + R_t, \quad (1.12)$$

ou, em notação matricial

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{R}, \quad (1.13)$$

em que

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_N \end{bmatrix}_{N \times 1}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_m \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{s-1} \end{bmatrix}_{(m+s) \times 1}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix}_{N \times 1},$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1^0 & 1^1 & \dots & 1^m & D_{1,1} & D_{2,1} & \dots & D_{s-1,1} \\ 2^0 & 2^1 & \dots & 2^m & D_{1,2} & D_{2,2} & \dots & D_{s-1,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N^0 & N^1 & \dots & N^m & D_{1,N} & D_{2,N} & \dots & D_{s-1,N} \end{bmatrix}_{N \times (m+s)}.$$

A estimativa $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dos parâmetros do vetor $\boldsymbol{\beta}$ do modelo (1.13) pode ser realizada via mínimos quadrados, ou seja,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Z}. \quad (1.14)$$

Para uma discussão mais detalhada do uso de modelos de regressão ver Draper e Smith (1998) [DS98] ou Kutner et al. (2005) [KNNL05].

1.2.2 Decomposição clássica

A decomposição clássica surgiu por volta da década de 1920 e foi vastamente usada até a década de 1950. É um método simples que consiste na aplicação sucessivas de filtros de médias móveis com intuito de primeiro calcular a tendência e depois a sazonalidade. Antes de descrevermos o método em si, apresentamos uma definição de filtro de médias móveis.

Definição 1.12. Um filtro de média móveis com janela de tamanho m , denotado por m -MA, é dado por

$$\bar{Z}_t = \frac{1}{m} \sum_{i=-k}^k Z_{t+i}, \quad (1.15)$$

se m for ímpar e com $m = 2k + 1$, $k \in \mathbb{N}$, ou será dado por

$$\bar{Z}_t = \frac{1}{m} \left[\frac{1}{2} Z_{t-k} + \left(\sum_{i=-(k-1)}^{k-1} Z_{t+i} \right) + \frac{1}{2} Z_{t+k} \right], \quad (1.16)$$

se m for par e com $m = 2k$, $k \in \mathbb{N}$. □

Uma vez definido o filtro de médias móveis, podemos descrever algoritmo da decomposição. De acordo com Hyndman e Athanasopoulos (2019) [HA19], um algoritmo para a decomposição clássica consiste nos seguintes passos:

1. Seja s o número de observações de um período da série, a uma estimativa $\hat{T}_t$ da tendência é obtido aplicando um filtro de médias móveis de janela de tamanho s .
2. Calcula-se a série livre de tendência $Z_t - \hat{T}_t$.
3. Calcula-se as médias de cada nível sazonal usando todos os valores para este nível disponível na série livre de tendência $Z_t - \hat{T}_t$. Essas médias serão uma estimativa da sazonalidade $\hat{S}_t$.
4. Calcula-se o componente ruído: $\hat{R}_t = Z_t - \hat{T}_t - \hat{S}_t$.

Os autores ainda discutem que

- A decomposição clássica assume que a sazonalidade é a mesma durante toda a série, assim, para séries muito longas, essa não seria uma premissa razoável;
- Não é possível fazer uma estimativa da tendência para os primeiros $\frac{s-1}{2}$ e os últimos $\frac{s-1}{2}$ valores da série no caso de s ímpar. No caso de s par não teremos as estimativas de tendência dos primeiros e últimos $\frac{s}{2}$ valores.
- Valores atípicos podem ter um grande impacto nas estimativas $\hat{T}_t$ e $\hat{S}_t$.
- A decomposição não consegue lidar com valores omissos.

1.2.3 STL

Proposto por Cleveland et al. (1990) [CCMT90], o STL (Seasonal-Trend Decomposition Procedure Based on Loess) é um procedimento de decomposição de uma série temporal aditiva nas três componentes dadas na equação (1.9). O STL é um procedimento robusto, iterativo e baseado na aplicação sucessivas de suavizações *loess* em combinação com filtros de médias móveis.

loess

Começamos descrevendo a suavização *loess*. Sejam x_i e y_i , com $i = 1, \dots, N$, medidas de uma variável explicativa e resposta. Seja $\hat{g}(x)$ uma curva de suavização de y , dado x . Essa curva é definida para todo x e não apenas para x_i o que permite lidar com valores omissos.

Para o computo de $\hat{g}(x)$ um valor positivo q é escolhido. Se $q \ll n$, os q valores próximos de x são escolhidos e é atribuído a eles pesos $v_i(x)$ de tal forma a considerar a distância em relação a x . Os pesos são dados por

$$v_i(x) = W\left(\frac{|x_i - x|}{\max(|x_i - x|)}\right), \quad (1.17)$$

em que W é a função tri cúbica

$$W(u) = \begin{cases} (1 - u^3)^3, & \text{se } 0 \leq u \leq 1; \\ 0, & \text{se } u \geq 1. \end{cases}$$

O próximo passo é ajustar um polinômio de ordem d com peso $v_i(x)$ no ponto (x_i, y_i) . Agora se $q > n$, faz-se uma pequena modificação na expressão (1.17):

$$v_i(x) = W\left(\frac{|x_i - x|}{\frac{q}{n} \max(|x_i - x|)}\right). \quad (1.18)$$

Processo iterativo

O STL consiste de dois processos iterativos: a aplicação de um *loop* interno dentro de um *loop* externo. Em cada passagem pelo *loop* interno, ambas a tendência e a sazonalidade são atualizadas. O *loop* interno possui $n_{(i)}$ iterações. Cada *loop* externo consiste de um *loop* interno seguido pelo cálculo dos pesos robustos. Esses pesos são usados no próximo passo do *loop* interno a fim de reduzir o breve comportamento discrepante na tendência e sazonalidade. O passo inicial do *loop* externo é realizado com todos os pesos iguais a 1 e então todas as $n_{(e)}$ iterações do *loop* externo são realizadas. Denotaremos por $n_{(p)}$ o tamanho do período da série e chamaremos de subsérie de ciclo uma

sequência de observações referentes a uma mesma componente sazonal. Assim, por exemplo, uma série mensal com começo em janeiro de 2008 e término em dezembro de 2017 terá $n_{(p)} = 12$ e a subsérie de ciclo referente ao mês de fevereiro é composta sequencialmente pelos valores de fevereiro de cada ano, totalizando 10 valores.

loop interno

Cada passo do *loop* interno consiste de uma suavização sazonal que atualiza o componente sazonal, seguido por uma suavização da tendência que atualiza o componente de tendência. Dessa forma, para cada $t = 1, \dots, N$ teremos uma componente $S_t^{(k)}$ e $T_t^{(k)}$ ao final do k -ésima iteração do *loop* interno. A atualização da $(k + 1)$ iteração é realizada da seguinte forma:

1. Calcula-se a série livre de tendência $Z_t - T_t^{(k)}$. Se Z_t for um valor omissos, então o valor de $Z_t - T_t^{(k)}$ também será omissos.
2. Cada subsérie de ciclo da série livre de tendência é suavizada por um *loess* com $q = n_{(s)}$ e $d = 1$. Os valores suavizados são calculados para todas as posições da subsérie de ciclo, incluindo àqueles omissos, e também para as posições seguinte e anterior da subsérie de ciclo. Dessa forma, o conjunto dos $C_t^{(k+1)}$ valores suavizados contém $N + 2n_{(p)}$ valores, com $t = -n_{(p)} + 1, \dots, N + n_{(p)}$.
3. Um filtro de médias móveis de tamanho $n_{(p)}$ é aplicado aos valores $C_t^{(k+1)}$. Seguidamente é aplicado outro filtro de médias móveis de tamanho 3 e por fim uma suavização *loess* com $d = 1$ e $q = n_{(l)}$. Teremos como resultado uma série $L_t^{(k+1)}$ definida para $t = 1, \dots, N$.
4. A componente sazonal da $(k+1)$ -ésima iteração é $S_t^{(k+1)} = C_t^{(k+1)} - L_t^{(k+1)}$, para $t = 1, \dots, N$.
5. Calcula-se a série sazonalmente ajustada $Z_t - S_t^{(k+1)}$. Se Z_t for um valor omissos, então o valor de $Z_t - S_t^{(k+1)}$ também será omissos.
6. A série sazonalmente ajustada $Z_t - S_t^{(k+1)}$ é suavizada por *loess* com $q = n_{(T)}$ e $d = 1$. Os valores suavizados são calculados para todas as posições de 1 até N , incluindo aquelas com valores omissos. O resultado desse passo é o componente tendência da $(k + 1)$ -ésima iteração, $T_t^{(k+1)}$.

Para iniciar o procedimento acima, é necessário fornecer os valores de $T_i^{(0)}$. Geralmente usa-se $T_i^{(0)} = \mathbf{0}$, fazendo com que, a princípio, toda a tendência seja incluída em $C_t^{(1)}$, o que não é um problema, já que depois ela é praticamente removida no passo 4.

loop externo

Após a passagem de um *loop* interno, o ruído é

$$R_t = Z_t - T_t - S_t.$$

Definiremos pesos robustos, ρ_t , para cada ponto onde Z_t é observado. Estes pesos dependerão do quão grande for o valor de $|R_t|$. Ou seja

$$\rho_t = B \left(\frac{|R_t|}{6 \text{ mediana } (|R_t|)} \right),$$

em que B é a função bi quadrática:

$$B(u) = \begin{cases} (1 - u^2)^2, & \text{se } 0 \leq u \leq 1; \\ 0, & \text{se } u \geq 1. \end{cases}$$

Após isto, o *loop* interno é repetido, porém nas suavizações dos passos 2 e 6 os pesos das vizinhanças serão multiplicados por ρ_t . O objetivo disso é trazer uma confiabilidade maior aos pesos dados a cada observação. O total de repetições do *loop* externo é $n_{(e)}$ e em cada uma delas, ao iniciar o *loop* interno, tomaremos $T_i^{(0)} = \mathbf{0}$.

Escolha dos parâmetros

O modelo tem no total seis parâmetros, e que devem ser escolhidos levando em conta as seguintes características:

- Tamanho do período sazonal da série $n_{(p)}$: é escolhido de acordo com a frequência apresentada pela série;
- Parâmetro de suavização do filtro passa baixo $n_{(l)}$: é o menor inteiro impar maior ou igual a $n_{(p)}$;
- Parâmetro de suavização da componente sazonal $n_{(s)}$: é um inteiro impar maior ou igual a 7 e é escolhido de acordo com o conhecimento sobre a série;
- Parâmetro de suavização da componente de tendência $n_{(t)}$: é o menor inteiro impar maior ou igual a $\frac{1,5n_{(p)}}{1-1,5n_{(s)}}$;
- Número de iterações do *loop* interno $n_{(i)}$: se a robustez não for necessária $n_{(i)} = 2$, caso contrário $n_{(i)} = 1$;
- Número de iterações do *loop* externo $n_{(e)}$: se a robustez não for necessária $n_{(e)} = 0$, caso contrário $n_{(e)} = 5$ já produz bons resultados, sendo que $n_{(e)} = 10$ produz uma convergência quase certa.

Para uma discussão mais detalhada sobre a escolha dos parâmetros e sobre a implementação do método ver Cleveland et al. (1990).

1.3 Modelos SARIMA

Nosso principal objetivo nesta seção é descrever os modelos autorregressivo e de médias móveis sazonal multiplicativo, ou SARIMA. Para isso, começamos apresentando os modelos que pressupõe que a série temporal $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ seja estacionária de segunda ordem de acordo com a definição 1.6. Esses são os modelos autorregressivos puro (AR), os de médias móveis puro (MA) e os autorregressivos e de médias móveis (ARMA). Depois introduziremos os modelos autorregressivos integrados e de médias móveis (ARIMA) que lidam com séries originalmente não estacionária, mas que se tornam estacionária após tomada algumas diferenças de acordo com a equação (1.8). Por fim discutiremos os modelos autorregressivo e de médias móveis sazonal multiplicativo. Discussões mais detalhadas sobre a classe de modelos ARIMA podem ser encontradas em Morettin e Tolo (2006) [MT06] ou em Box et al. (2013) [BJR13].

1.3.1 Modelos autorregressivos

Em muitas aplicações, é usual supor que o valor atual Z_t depende de alguns valores passados $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$, em que p é o total de passo do passado que influenciam no valor de Z_t . Uma forma de modelar essa relação é através dos modelos autorregressivos.

Definição 1.13. Um modelo autorregressivo de ordem p , $AR(p)$, é escrito da forma

$$Z_t - \mu = \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (Z_{t-p} - \mu) + \xi_t, \quad (1.19)$$

em que Z_t é um processo estacionário de segunda ordem, $E[Z_t] = \mu$, $\xi_t \sim RB(0, \sigma^2)$ e $\phi_1, \dots, \phi_p$ são os parâmetros autorregressivos. $\square$

Em alguns casos é conveniente supor, sem perda de generalidade, que a média do processo Z_t vale 0. Assim a formula de (1.19) se reduz a

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \xi_t. \quad (1.20)$$

Também é conveniente usar a notação de operadores introduzida pela expressão (1.7) para representar o processo (1.20),

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) Z_t = \xi_t, \quad (1.21)$$

o que nos permite introduzir o operador autorregressivo:

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \quad (1.22)$$

e, assim, a equação (1.21) pode ser resumida em

$$\phi(B) Z_t = \xi_t. \quad (1.23)$$

1.3.2 Modelos de médias móveis

Como uma alternativa aos modelos autorregressivos, temos os modelos de médias móveis.

Definição 1.14. Um modelo de médias móveis de ordem q , $MA(q)$, é escrito da forma

$$Z_t - \mu = \xi_t + \theta_1 \xi_{t-1} + \dots + \theta_q \xi_{t-q}, \quad (1.24)$$

em que Z_t é um processo estacionário de segunda ordem, $E[Z_t] = \mu$, $\xi_t \sim RB(0, \sigma^2)$ e $\theta_1, \dots, \theta_q$ são os parâmetros de médias móveis. $\square$

Se $E[Z_t] = 0$, então o processo

$$Z_t = \xi_t + \theta_1 \xi_{t-1} + \dots + \theta_q \xi_{t-q}. \quad (1.25)$$

Usando a notação de operadores para representar o processo (1.25), teremos

$$Z_t = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) \xi_t, \quad (1.26)$$

o que nos permite introduzir o operador de médias móveis:

$$\boldsymbol{\theta}(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) \quad (1.27)$$

e, assim, a equação (1.26) pode ser resumida em

$$Z_t = \boldsymbol{\theta}(B) \xi_t. \quad (1.28)$$

1.3.3 Modelos autorregressivos e de médias móveis

Na modelagem de muitas séries temporais estacionárias, podemos diminuir a quantidade de parâmetros se usarmos modelos que possuam termos autorregressivos e de médias móveis. Surgem, então, os modelos ARMA (p, q) definidos a seguir.

Definição 1.15. Um modelo autorregressivo e de médias móveis de ordens p e q , ARMA (p, q) , é escrito da forma

$$Z_t - \mu = \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (Z_{t-p} - \mu) + \xi_t + \theta_1 \xi_{t-1} + \dots + \theta_q \xi_{t-q}, \quad (1.29)$$

em que Z_t é um processo estacionário de segunda ordem, $E[Z_t] = \mu$, $\xi_t \sim RB(0, \sigma^2)$, $\phi_1, \dots, \phi_p$ são os parâmetros autorregressivos e $\theta_1, \dots, \theta_q$ são os parâmetros de médias móveis. $\square$

Também podemos escrever o modelo (1.29) em termos dos operadores autorregressivos e de médias móveis

$$\boldsymbol{\phi}(B) (Z_t - \mu) = \boldsymbol{\theta}(B) \xi_t. \quad (1.30)$$

Se o processo tem média 0, então a equação (1.30) fica simplesmente

$$\boldsymbol{\phi}(B) Z_t = \boldsymbol{\theta}(B) \xi_t. \quad (1.31)$$

1.3.4 Estimação dos modelos ARMA

Vamos considerar o problema de estimar os parâmetros de modelo ARMA (p, q) . Seja $Z_1, \dots, Z_N$ uma série observada gerada por um processo ARMA (p, q) e

$$\boldsymbol{\nu} = (\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \mu, \sigma^2)' \quad (1.32)$$

um vetor com todos os parâmetros do modelo. Para determinar o estimador de máxima verossimilhança (EMV) iremos supor que $\xi_t \sim N(0, \sigma^2)$, assim, o EMV será próximo do estimado de mínimos quadrados (EMQ).

Isolando o termo ξ_t da expressão (1.29), teremos a seguinte equação

$$\xi_t = (Z_t - \mu) - \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p (Z_{t-p} - \mu) - \theta_1 \xi_{t-1} - \dots - \theta_q \xi_{t-q}. \quad (1.33)$$

Para que a equação (1.33) seja válida para todo t é necessário se ter valores iniciais de $\mathbf{Z}$ e $\boldsymbol{\xi}$, denotados aqui por $\mathbf{Z}^* = (Z_0, \dots, Z_{1-p})$ e $\boldsymbol{\xi}^* = (\xi_0, \dots, \xi_{1-q})$.

A função de verossimilhança condicionada à escolha de $\mathbf{Z}^*$ e $\boldsymbol{\xi}^*$ é dada por:

$$L(\boldsymbol{\nu} | \mathbf{Z}, \mathbf{Z}^*, \boldsymbol{\xi}^*) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^N [(Z_t - \mu) - \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p (Z_{t-p} - \mu) - \theta_1 \xi_{t-1} - \dots - \theta_q \xi_{t-q}]^2 \right\}. \quad (1.34)$$

Chamaremos o somatório da equação (1.34) de soma de quadrados condicional e o denotaremos por

$$S(\boldsymbol{\nu} | \mathbf{Z}, \mathbf{Z}^*, \boldsymbol{\xi}^*) = \sum_{t=1}^N [(Z_t - \mu) - \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p (Z_{t-p} - \mu) - \theta_1 \xi_{t-1} - \dots - \theta_q \xi_{t-q}]^2. \quad (1.35)$$

Ao tomar o log da função (1.34), obtemos que

$$l(\boldsymbol{\nu} | \mathbf{Z}, \mathbf{Z}^*, \boldsymbol{\xi}^*) \propto -N \log \sigma^2 - \frac{S(\boldsymbol{\nu} | \mathbf{Z}, \mathbf{Z}^*, \boldsymbol{\xi}^*)}{2\sigma^2}. \quad (1.36)$$

A estimativa de máxima verossimilhança condicionada é obtida encontrando os parâmetros que maximizam a expressão (1.36) ou que minimizam a soma de quadrados da equação (1.35).

1.3.5 Modelos autorregressivos integrados e de médias móveis

Muitas das séries analisadas na prática não são estacionárias, mas ao tomarmos algumas diferenças (geralmente uma ou duas) a série se torna estacionária. Ou seja, a série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ não é estacionária, mas a série $\{\Delta^d Z_t\}_{t \in \tau}$ é estacionária, sendo Δ^d o operador de diferenças definido pela expressão (1.8). Esses tipos de séries são chamados de não estacionária homogêneas ou portadoras de raízes unitárias. A seguir é definido uma classe de modelos que lidam com esses tipos de séries, os modelos ARIMA.

Definição 1.16. Um modelo autorregressivo, integrado e de médias móveis de ordens p , d e q , ARIMA (p, d, q) , é escrito da forma

$$\Delta^d Z_t = \phi_1 \Delta^d Z_{t-1} + \dots + \phi_p \Delta^d Z_{t-p} + \xi_t + \theta_1 \xi_{t-1} + \dots + \theta_q \xi_{t-q}, \quad (1.37)$$

em que Z_t é um processo estacionário, $E[Z_t] = \mu$, $\xi_t \sim RB(0, \sigma^2)$, $\phi_1, \dots, \phi_p$ são os parâmetros autorregressivos e $\theta_1, \dots, \theta_q$ são os parâmetros de médias móveis. $\square$

Escrevendo o processo em termos de operadores, temos

$$\boldsymbol{\phi}(B) \Delta^d Z_t = \boldsymbol{\theta}(B) \xi_t. \quad (1.38)$$

A escolha de d é realizada de acordo com o comportamento da série. Pode-se usar testes de raiz unitária, como KPSS (Kwiatkowski et al., 1992 [KPSS92]), PP (Perron, 1988 [Per88]) ou ADF (Dickey; Fuller, 1981 [DF81]), para ajudar na escolha de d : aplica-se o teste de raízes unitária na série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$, se a hipótese de estacionariedade for rejeitada, então toma-se a série de uma diferença $\{\Delta Z_t\}_{t \in \tau}$ e aplica-se o teste novamente. O procedimento é realizado até encontrar uma diferença d que torne a série estacionária. Geralmente o valor de d não excede 2.

A estimação dos demais parâmetros do modelo ARIMA (p, d, q) é análogo ao dos modelos ARMA (p, q) , já que uma vez que o valor d é conhecido, o processo $\{\Delta Z_t\}_{t \in \tau}$ é um ARMA (p, q) . O que muda, neste caso, é que, em geral, a série diferenciada possui média 0, logo o parâmetro μ da equação (1.32) não precisará ser estimado. Nota-se também que ao tomar as diferenças a quantidade de elementos na amostra "diminui", ou seja, se a série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ possui N elementos, a série diferenciada $\{\Delta Z_t\}_{t \in \tau}$ possuirá $N - 1$ elementos.

1.3.6 Modelos multiplicativos sazonais autorregressivos integrados e de médias móveis

Após apresentar toda a construção dos modelos ARIMA, chegamos, enfim, aos modelos SARIMA, cuja a principal característica é usar toda a estrutura dos modelos ARIMA para modelar sazonalidade estocástica que uma série possa vir apresentar. Sua definição é dada a seguir.

Definição 1.17. Um modelo autorregressivo e de médias móveis sazonal multiplicativo, SARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_{[s]}$, é escrito da forma

$$\phi(B) \Phi(B^s) \Delta_s^D \Delta^d Z_t = \theta(B) \Theta(B^s) \xi_t, \quad (1.39)$$

em que $\Delta_s^D \Delta^d Z_t$ é um processo estacionário; $E[Z_t] = 0$; $\xi_t \sim RB(0, \sigma^2)$ e

- $\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$ é o operador autorregressivo não sazonal;
- $\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)$ é o operador de médias móveis não sazonal;
- $\Phi(B^s) = (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{sP})$ é o operador autorregressivo sazonal;
- $\Theta(B^s) = (1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_Q B^{sQ})$ é o operador de médias móveis sazonal.

□

Todo modelo SARIMA $(p, 0, q) \times (P, 0, Q)_{[s]}$ pode ser escrito sob a forma de um modelo ARMA, o que faz com a estimação de seus parâmetros sejam equivalentes ao apresentado para os modelos ARMA.

A previsão de h passos à frente é

$$\begin{aligned} \Delta^d \Delta_s^D \hat{Z}_{t+h|t} &= \hat{\phi}_1 \left[\Delta^d \Delta_s^D Z_{t+h-1|t} \right] + \dots \\ &+ \hat{\phi}_{p+sP} \left[\Delta^d \Delta_s^D Z_{t+h-p-sP|t} \right] + \hat{\theta}_1 [\xi_{t+h-1|t}] + \dots \\ &+ \hat{\theta}_{q+sQ} [\xi_{t+h-q-sQ|t}] + [\xi_{t+h|t}], \end{aligned} \quad (1.40)$$

ou, se adotarmos a notação de operadores para $\Delta^d \Delta_s^D = (1 - B)^d (1 - B^s)^D$

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{t+h|t} &= \hat{\phi}_1^* [Z_{t+h-1|t}] + \dots + \hat{\phi}_{p+d+sP+sD}^* [Z_{t+h-p-d-sP-sD|t}] + \hat{\theta}_1 [\xi_{t+h-1}] - \dots \\ &+ \hat{\theta}_{q+sQ} [\xi_{t+h-q-sQ|t}] + [\xi_{t+h|t}], \end{aligned} \quad (1.41)$$

de modo que

$$Z_{t+k} = \begin{cases} \hat{Z}_{t+k|t}, & \text{se } k > 0; \\ \hat{Z}_{t+k}, & \text{se } k \leq 0; \end{cases}$$

$$\xi_{t+k} = \begin{cases} 0, & \text{se } k > 0; \\ \xi_{t+k}, & \text{se } k \leq 0. \end{cases}$$

Vale ressaltar que para calcular $\hat{Z}_{t+h|t}$, precisamos de $\hat{Z}_{t+h-1|t}, \dots, \hat{Z}_{t+1|t}$, que são obtidos recursivamente.

1.3.7 Identificação: um procedimento de seleção de modelos SARIMA

Um dos principais desafios na aplicação dos modelos SARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_{[s]}$ é a identificação das ordens do modelo, sobretudo dos parâmetros p, q, P e Q . Um procedimento bastante famoso é o que foi proposto por Box e Jenkins, no qual o processo de identificação se baseia na análise das funções de autocorrelações e autocorrelações parciais amostrais da amostra. Porém, este procedimento é de difícil automatização e inviável quando se planeja trabalhar com muitas séries temporais ao mesmo tempo.

Se d e D são conhecidos, uma alternativa é estimar um conjunto de modelos e escolher aquele que apresentar o menor AIC ou algum outro critério de informação. O maior problema desse procedimento é definir qual seria o conjunto de modelos a serem estimados, sendo a solução mais simples definir as ordens máxima para p, q, P e Q e ajustar todos os possíveis modelos. Nota-se que esse procedimento sofre de um custo computacional muito alto, pois se, por exemplo, as ordens máximas fossem $p = q = 3$ e $P = Q = 2$ teríamos um total de $4 \times 4 \times 3 \times 3 = 144$ modelos para serem estimados, se consideramos que pode haver um parâmetro de intercepto, teríamos o dobro desse valor. Logo necessitaríamos de uma maneira de reduzir essa quantidade de modelos.

Pensando nessa problemática, Hyndman e Khandakar (2008) [RY08] propuseram um algoritmo de seleção de modelos SARIMA baseado em critérios de informação, o qual empregam um procedimento chamado por eles de "*stepwise*". O algoritmo consiste em duas etapas: a primeira encontra os valores de D e d , enquanto que a segunda emprega o algoritmo *stepwise* para encontrar os valores p, q, P e Q . Mais explicitamente, seja $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ uma série temporal, o algoritmo é:

Etapa 1: Encontrar os valores de d e D .

1. O número de diferenças D pode ser obtido de acordo com a medida de força da sazonalidade proposta por Wang et al. (2006) [WSH06] ou usando testes de raiz unitárias como o HEGY (HYLLEBERG; 1995 [Hy195]) OCSB (OSBORN ET AL.; 1988 [OCSB88]) e o Canova-Hansen (CANOVA E HANSEN; 1995 [CH95]) considerando a série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$.
2. A série $\{\Delta_s^D Z_t\}_{t \in \tau}$ é calculada;
3. A escolha de d é feita usando testes de raiz unitárias, como o KPSS (KWIATKOWSKI et al., 1992 [KPSS92]), PP (PERRON, 1988 [Per88]) ou ADF (DICKEY; FULLER, 1981 [DF81]) considerando a série $\{\Delta_s^D Z_t\}_{t \in \tau}$;
4. A série $\{\Delta^d \Delta_s^D Z_t\}_{t \in \tau}$ é calculada.

Etapa 2: Encontrar os valores de p, q, P e Q com o emprego do algoritmo *stepwise*.

1. Fixa-os valores máximos para p, q, P e Q e pode-se fixar também o valor total $p+q+P+Q$.
2. Fixa-se uma medida de informação, que pode ser AIC, AICc ou BIC.
3. Quatro modelos iniciais são propostos:

- SARIMA $(0, d, 0) \times (0, d, 0)$;
 - SARIMA $(1, d, 0) \times (1, d, 0)$;
 - SARIMA $(0, d, 1) \times (0, d, 1)$;
 - SARIMA $(2, d, 2) \times (1, D, 1)$.
4. Os modelos são ajustados e calcula-se a medida de informação de cada um.
 5. O modelo que tiver a melhor medida de informação (como por exemplo, menor AIC) é selecionado e considerado como modelo atual.
 6. Consideraremos treze possíveis variações de acordo com o modelo atual:
 - apenas uma das ordens p, q, P e Q são permitidas variar em ± 1 ;
 - ambas as ordens p e q são permitidas variar em ± 1 ;
 - ambas as ordens P e Q são permitidas variar em ± 1 ;
 - uma constante é incluída no modelo se o modelo atual não possui constante ou excluída se o modelo atual possui a constante.
 7. Se um modelo com melhor medida de informação for encontrado então tal modelo se torna o novo modelo atual e procedimento 6 é repetido. Se houver mais de um modelo com uma melhor medida de informação que do que o modelo atual, então seleciona-se aquele que entre aqueles tiver o melhor valor. Se não houver modelos com melhor medida de informação em relação ao atual, então o modelo atual é o selecionado e procedimento termina.

São consideradas algumas restrições visando evitar problemas com convergências próximas raiz unitárias, tais como a rejeição de qualquer modelo que esteja próximo da não invertibilidade ou da não estacionaridade e se tiver algum erro advindo da rotina de otimização linear usada para a estimação, então o modelo também é rejeitado.

A figura 1.1, extraída de Hyndman e Athanasopoulos (2019) [HA19], ilustra como que ocorre o procedimento de busca pelo melhor modelos no caso de um ARIMA não sazonal.

1.4 Regressão com erros autocorrelacionados

Há situações em que se tem a disponibilidade de m séries $\{x_{i,t}\}_{t \in \tau}$, com $i = 1, 2, \dots, m$, de variáveis que estão intimamente relacionadas com a série $\{Z_t\}_{t \in \tau}$, o que sugere o uso de modelos de regressão com erros autocorrelacionados para modelar as dependências existentes entre as séries e a dependência temporal simultaneamente. Assim, o modelo de regressão com erros autocorrelacionados é dado por

$$Z_t = \sum_{i=1}^m \beta_i x_{i,t} + W_t, \quad (1.42)$$

de modo que W_t é um processo estacionário ARMA (p, q) ,

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + \xi_t + \theta_1 \xi_{t-1} + \dots + \theta_q \xi_{t-q}, \quad (1.43)$$

com $E[W_t] = 0$, $\xi_t \sim RB(0, \sigma^2)$, $\phi_1, \dots, \phi_p$ são os parâmetros autorregressivos e $\theta_1, \dots, \theta_q$ são os parâmetros de médias móveis.

Figura 1.1: Esquema de como ocorre a etapa do stepwise na busca pelo melhor modelo $ARIMA(p, d, q)$ usando o algoritmo proposto por Hyndman e Khandakar [RY08]

Adotando a notação de operadores, podemos reescrever (1.43) como

$$\phi(B)W_t = \theta(B)\xi_t$$

e, consequentemente, podemos reescrever (1.42) como

$$Z_t = \sum_{i=1}^m \beta_i x_{i,t} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \xi_t, \quad (1.44)$$

de onde vem que

$$\xi_t = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} Z_t - \sum_{i=1}^m \beta_i \frac{\phi(B)}{\theta(B)} x_{i,t}. \quad (1.45)$$

Seja $Z_1, \dots, Z_N$ uma série observada e $\mathbf{v} = (\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_p, \beta_1, \dots, \beta_k)'$ o vetor de parâmetros do modelo, o estimador de mínimos quadrados é obtido minimizando a soma do quadrado dos erros

$$\hat{\mathbf{v}}_{MQ} = \arg \max_{\mathbf{v}} \left\{ \sum_{i=1}^N \xi_i^2 \right\} = \arg \max_{\mathbf{v}} \left\{ \sum_{i=1}^N \left[\frac{\phi(B)}{\theta(B)} Z_t - \sum_{i=1}^m \beta_i \frac{\phi(B)}{\theta(B)} x_{i,t} \right]^2 \right\}. \quad (1.46)$$

A solução de (1.46) é obtida usando métodos numéricos (SHUMWAY; STOFFER, 2017) [SS17].

As previsões usando os modelos de regressão com erros autocorrelacionados são realizadas substituindo os parâmetros da equação (1.42) por suas estimativas e calculando o valor de $\hat{Z}_t$. Ou seja,

$$\hat{Z}_t = \sum_{i=1}^m \hat{\beta}_i x_{i,t} + \hat{W}_t, \quad (1.47)$$

com

$$\hat{W}_t = \hat{\phi}_1 W_{t-1} + \dots + \hat{\phi}_p W_{t-p} + \xi_t + \hat{\theta}_1 \xi_{t-1} + \dots + \hat{\theta}_q \xi_{t-q}.$$

1.5 Modelos BATS e TBATS

Propostos por De Livera et al. (2011) [dLHS11], os modelos BATS (Box-Cox transformation, ARMA erros, Trend and Seasonal components) e TBATS (Trigonometric, Box-Cox transformation, ARMA erros, Trend and Seasonal components) são extensões dos modelos de suavização exponencial que buscam lidar com séries temporais que apresentem “comportamento complexo”, tais como sazonalidade cuja frequência é um número não inteiro, séries com frequências muito longas ou com a presença de mais de uma sazonalidade. A seguir, é apresentada uma definição formal do modelo BATS.

Definição 1.18. Seja $\{Z_t^{(\omega)}\}_{t \in \tau}$ a série resultante da transformação de Box-Cox de Z_t dada em (1.11), o modelo BATS $(\omega, \varphi, p, q, m_1, \dots, m_T)$ com T padrões sazonais, é definido como

$$Z_t^{(\omega)} = \ell_{t-1} + \varphi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T s_{t-m_i}^{(i)} + d_t, \quad (1.48)$$

em que:

- ℓ_t é o nível local no tempo t e vale

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \varphi b_{t-1} + \alpha d_t; \quad (1.49)$$

- φ é parâmetro de amortecimento de tendência;
- b_t é a tendência de curto prazo e é dada por

$$b_t = (1 - \varphi) b + \varphi b_{t-1} + \beta d_t, \quad (1.50)$$

sendo b a tendência de longo prazo;

- $s_t^{(i)}$ representa a i -ésima componente sazonal no tempo t e é dada por

$$s_t^{(i)} = s_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i d_t; \quad (1.51)$$

- $m_1, \dots, m_T$ denotam os períodos sazonais;
- d_t é um processo ARMA (p, q) , ou seja

$$d_t = \sum_{i=1}^p \phi_i d_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \xi_{t-i} + \xi_t, \quad (1.52)$$

com $\xi_t \sim N(0, \sigma^2)$ e os ϕ_i são os parâmetros autorregressores e θ_i são os parâmetros de médias móveis;

- α , β e γ_i , com $i = 1, \dots, T$, são parâmetros de suavização.

□

Daremos agora uma definição para o modelo TBATS.

Definição 1.19. Seja $\{Z_t^{(\omega)}\}_{t \in \tau}$ a série resultante da transformação de Box-Cox de Z_t dada em (1.11), o modelo TBATS $(\omega, \varphi, p, q, \{m_1, k_1\}, \dots, \{m_T, k_T\})$ com T padrões sazonais é definido como

$$Z_t^{(\omega)} = \ell_{t-1} + \varphi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T s_{t-m_i}^{(i)} + d_t, \quad (1.53)$$

em que:

- ℓ_t é o nível local no tempo t e vale

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \varphi b_{t-1} + \alpha d_t; \quad (1.54)$$

- φ é parâmetro de amortecimento de tendência;
- b_t é a tendência de curto prazo e é dada por

$$b_t = (1 - \varphi) b + \varphi b_{t-1} + \beta d_t, \quad (1.55)$$

sendo b a tendência de longo prazo;

- $s_t^{(i)}$ representa a i -ésima componente sazonal no tempo t e é dada por

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)}, \quad (1.56)$$

no qual k_i representa o número de harmônicos necessários para a i -ésima componente sazonal e $s_{j,t}^{(i)}$ é o nível estocástico da i -ésima componente sazonal modelado por

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + \gamma_1^{(i)} d_t, \quad (1.57)$$

com $\lambda_j^{(i)} = \frac{2\pi j}{m_i}$ e $s_{j,t}^{*(i)}$ sendo o crescimento estocástico no nível da i -ésima componente sazonal, de modo que

$$s_{j,t}^{*(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + \gamma_2^{(i)} d_t; \quad (1.58)$$

- $m_1, \dots, m_T$ denotam os períodos sazonais;
- d_t é um processo ARMA (p, q) , ou seja

$$d_t = \sum_{i=1}^p \phi_i d_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \xi_{t-i} + \xi_t, \quad (1.59)$$

com $\xi_t \sim N(0, \sigma^2)$ e os ϕ_i são os parâmetros autorregressores e θ_i são os parâmetros de médias móveis;

- α , β , $\gamma_1^{(i)}$ e $\gamma_2^{(i)}$, com $i = 1, \dots, T$, são parâmetros de suavização.

□

A diferença entre os modelos BATS e TBATS é a forma com que a sazonalidade é modelada: no modelo TBATS ela é modelada por componentes trigonométricas, o que permite reduzir a quantidade de parâmetros a serem estimados.

A estimação dos parâmetros dos modelos BATS e TBATS é realizada escrevendo os modelos na forma de equações de estado-espço, de onde são derivados os estimadores de máxima verossimilhança condicionada ou os estimadores que minimizam a soma dos erros ao quadrado. As previsões também são derivadas das equações de estado-espço através do filtro de Kalman. Mais detalhes sobre os procedimentos de estimação e previsão podem ser encontrados em De Livera et al. (2011) [dLHS11].

1.5.1 Seleção de modelos BATS e TBATS

Os modelos BATS e TBATS possuem uma quantidade de parâmetros que nem sempre são necessários e que, se em excesso, pode prejudicar a qualidade das previsões. Logo, De Livera et al. (2011) [dLHS11] propõem um procedimento de seleção de modelo usando basicamente o AIC. O procedimento consiste em ajustar o modelo com e sem determinado parâmetro e selecionar aquele com o menor valor de AIC. Por exemplo, no caso dos modelos TBATS, o procedimento para determinar a quantidade de harmônicos k_i , usado para modelar as componentes sazonais, consiste em adicionar um a um as componentes ao modelo e calcular o AIC, quando o menor AIC for encontrado o procedimento para. O procedimento se faz necessário, pois, em muitas aplicações, considerar todos os parâmetros é impraticável, além de que usar um modelo com uma quantidade desnecessária de parâmetros pode prejudicar a acurácia da previsão.

O procedimento usado para selecionar a ordem do modelo ARMA para o ruído é equivalente àquele descrito na seção 1.3.7, porém aqui é realizado em três estágios: primeiro estima-se o modelo supondo ruído branco, depois seleciona um modelo ARMA aos ruídos de acordo com o método descrito na seção 1.3.7 e então, com o modelo ARMA foi identificado, todo o modelo BATS ou TBATS é reajustado considerando o processo ARMA selecionado.

Os detalhes sobre a seleção automática dos modelos BATS e TABTS pode ser encontrado em De Livera et al. (2011) [dLHS11].

1.6 Outliers

É comum observarmos valores discrepantes em séries temporais de forma que parecem estar em desacordo com comportamento geral da série. Essas observações são os chamados *outliers*, acerca dos quais faremos uma discussão sobre suas detecções e sobre os efeitos das suas presenças nas séries temporais. A detecção dos *outliers*, em geral, pode ter o objetivo de se fazer um estudo mais aprofundado sobre as motivações de ocorrência de tais valores ou, então, evitar que tais valores discrepantes influenciem demasiadamente nos cálculos de estatísticas, como, por exemplo, estimativas dos parâmetros de um determinado modelo. O nosso objetivo neste trabalho é detectar e tratar os *outliers* na perspectiva de amenizar suas influências sobre os valores previstos gerados por um determinado modelo ou método.

A literatura de Estatística é dotada de vastos textos sobre como detectar e tratar a presença de *outliers* em um conjunto de dados. Talvez o método mais simples e conhecido de detectar os *outliers* seja através do uso do *boxplot*, método este que foi popularizado pelos trabalhos Tukey. Também são usadas frequentemente medidas de distâncias das observações em relação a alguma medida de posição central dos dados, como as distâncias em relação a mediana ou em relação a média. Dessa forma, as observações cuja a distância ultrapassa um limiar pré definido são consideradas *outliers*. Porém, a maioria dessas metodologias consideram que o conjunto de dados seja composto por observações independentes entre si, algo que não ocorre no caso das séries temporais.

O estudo sobre a presença de *outliers* em séries temporais teve início com os trabalhos de Fox (1972)[Fox72], no qual foi analisado dois tipos de *outliers*: os *additive outlier* (AO) e os *innovational outlier* (IO). Os *outliers* AO correspondem a situações em que ocorre algum tipo erro que afeta somente a uma única observação, enquanto que *outliers* IO correspondem a situações bem mais extremas, nas quais um possível evento atípico afeta não unicamente uma observação, mas todo um conjunto de observações em sequência. Tsay (1988)[TR88] considerou mais dois tipos de *outliers*: *level change* (LC) e o *transient level change* (TC). Diveros outros trabalhos abordaram a temática, dos quais podemos destacar Chen e Liu (1993)[CL93], onde é apresentado um procedimento iterativo de detecção e tratamento dos *outliers*. Porém, em todos esses trabalhos é assumido que a série livre dos *outliers* é um processo ARMA, o que nem sempre pode ser verificado na realidade, além de descreverem algoritmos de detecção e tratamento de *outliers* que demandam um alto custo computacional quando a série temporal é muito longa.

Logo, damos aqui uma abordagem mais simples e robusta para a detecção e tratamento de *outliers*. A subseção 1.6.1 define uma estrutura para os *outlier*, enquanto que a subseção 1.6.2 descreve o método de detecção e tratamento.

1.6.1 Uma definição de *outliers*

Antes de definir *outliers*, vamos dar uma definição sobre o que é um efeito atípico.

Definição 1.20. Efeito atípico é todo efeito que induz anormalias na série temporal. $\square$

Assim, um efeito atípico pode influenciar uma única observação ou pode afetar uma sucessão de observações. Podemos, portanto, definir *outlier*:

Definição 1.21. Seja $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ uma série temporal gerada por um processo aleatório $f(\cdot)$, A conjunto de todos os efeitos atípicos que influem sobre a série e a um elemento de A , um *outlier* é toda observação influenciada por um efeito atípico e pode ser escrito da seguinte forma

$$Z_t = f(t) + \omega_a g_a(t, t_1, k), \quad (1.60)$$

em que a é um efeito atípico, ω_a é a intensidade do efeito atípico a , $g_a(\cdot)$ é a forma com que efeito atípico a ocorre, t_1 é o índice da observação em que começa o efeito atípico a e $k > 0$ é a duração do efeito. $\square$

A definição acima nos ajudará a propor experimentos nos quais se queira avaliar a eficiência de métodos de detecção e tratamento de *outliers*.

1.6.2 Um método robusto e iterativo de tratamento de *outliers*

Uma vez definido o que é um *outlier*, o próximo desafio é elaborar um método para detectar e tratar todos eles. Adotaremos aqui um procedimento relativamente simples, inspirado na construção do diagrama *boxplot*.

Seja $\{Z_t\}_{t \in \tau}$ uma série temporal gerada por um processo aleatório $f(\cdot)$ e seja M o máximo de iterações desejada, a i -ésima iteração do procedimento iterativo de detecção dos *outliers* é:

1. Defina uma função ou método $\hat{f}_i(\cdot)$ para calcular as estimativas $\hat{Z}_t^{(i)}$;
2. Estime os resíduos $\hat{R}_t^{(i)} = Z_t - \hat{Z}_t^{(i)}$;
3. Calcule os quantis $q_a^{(i)}$ e $q_b^{(i)}$ dos $\hat{R}_t^{(i)}$, em que $q_a^{(i)} < q_b^{(i)}$;
4. Tome $I_{(a,b)}^{(i)} = q_b^{(i)} - q_a^{(i)}$;
5. Sendo c uma constante já conhecida, classifique Z_t como *outlier* se

$$\hat{R}_t^{(i)} \notin \left[q_a^{(i)} - c \times I_{(a,b)}^{(i)}; \quad q_b^{(i)} + c \times I_{(a,b)}^{(i)} \right];$$

6. Se Z_t for *outlier*, substitua seu valor por $\hat{Z}_t^{(i)}$ ou por alguma outra estimativa apropriada;
7. Se forem detectados *outliers* ou se $i \leq M$, faça $i = i + 1$ e volte ao passo 1, caso contrário, o processo está terminado.

1.7 *Rolling analysis* de séries temporais

Rolling analysis de séries temporais é uma técnica utilizada para se verificar o comportamento da estabilidade dos parâmetros de um modelo ao longo do tempo, assim como para se avaliar a acurácia de determinado modelo com o uso de backtest (ZIVOT; WANG, 2006) [ZW06]. A seguir, é dada uma definição do procedimento.

Definição 1.22. Seja $\{Z_t\}$ uma série temporal de tamanho N e $f(\cdot)$ uma função da amostra que gere k estatísticas $\hat{\mathbf{v}} = (\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_k)$, dizemos que um conjunto de vetores de estatísticas, ou matriz de estatísticas $\mathbf{V}_{k \times N-n+1} = (\hat{\mathbf{v}}'_1, \dots, \hat{\mathbf{v}}'_{N-n+1})$, foi estimado usando *rolling analysis* com *rolling window* de tamanho n se para cada $i = 1, \dots, N - n + 1$ é realizado o seguinte procedimento.

1. O vetor de observações $\mathbf{Z}_i^{(n)} = (Z_i, \dots, Z_{i+n-1})$ de tamanho n é selecionado;
2. O vetor $\hat{\mathbf{v}}'_i$ é calculado aplicando-se $f(\cdot)$ ao vetor $\mathbf{Z}_i^{(n)}$.

□

Nota-se que a quantidade total de janelas *rolling window* é $N - n + 1$. A Figura 1.2 ilustra o funcionamento do método de *rolling analysis*.

A função $f(\cdot)$ pode ser desde simples funções de análises descritivas, como médias e variâncias amostrais, até funções mais complexas, como aquelas que estimam parâmetros de modelos. Dessa forma, pode-se analisar o comportamento dessas estatísticas ao longo do tempo, como, por exemplo, se uma série é estacionária (apresentando médias e variância constantes em todas as *rolling window*)

Figura 1.2: Ilustração de como são formadas as rolling windows do método de rolling analysis. A série (em vermelho) possui tamanho N , da qual são formadas $N - n + 1$ rolling windows (em azul) de tamanho n .

ou se os parâmetros estimados de um modelo são estáveis (de modo a justificar que um modelo é adequado para a modelagem da série).

O método de *rolling analysis* também pode ser usado para verificar a acurácia preditiva de modelos e métodos preditivos. Neste caso, se queremos fazer previsões de horizonte até h então temos que fazer uma modificação na definição 1.22 de modo que $i = 1, \dots, N - n - h + 1$, ou seja, a quantidade de janelas será $N - n - h + 1$ e a função $f(\cdot)$ é um modelo preditivo que gera o vetor $\hat{\mathbf{v}} = (\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_h)$ de previsões ou apenas um valor, se o objetivo for apenas calcular a previsão do passo h , o que daria $\hat{\mathbf{v}} = (\hat{v}_h)$. Assim, a matriz $\mathbf{V}$ teria dimensões $\mathbf{k} \times \mathbf{N} - \mathbf{n} - \mathbf{h} + \mathbf{1}$, com cada linha representando uma amostra de previsão de j passos à frente, com $j = 1, \dots, h$ e, a partir disso, seria possível medir a qualidade da previsibilidade do modelo de acordo com alguma medida de acurácia.

1.7.1 Medidas de acurácia

Daremos aqui algumas medidas de acurácias geralmente usadas na avaliação da previsão de modelos preditivos com o uso de *rolling analysis*. Sejam $\hat{\varepsilon}_{t+h|t} = Z_{t+h} - \hat{Z}_{t+h|t}$ erros de previsão de h passos a frente calculados de acordo com as estimativas $\hat{Z}_{t+h|t}$ geradas por algum modelo $f(\cdot)$ e usando o método de *rolling window*. Algumas medidas de acurácias são

$$ME(h) = \frac{1}{N - n - h + 1} \sum_{t=n}^{N-h} \hat{\varepsilon}_{t+h|t}, \quad (1.61)$$

$$MSE(h) = \frac{1}{N - n - h + 1} \sum_{t=n}^{N-h} \hat{\varepsilon}_{t+h|t}^2, \quad (1.62)$$

$$RMSE(h) = \sqrt{MSE(h)}, \quad (1.63)$$

$$MAE(h) = \frac{1}{N - n - h + 1} \sum_{t=n}^{N-h} |\hat{\varepsilon}_{t+h|t}|, \quad (1.64)$$

$$MAPE(h) = \frac{1}{N - n - h + 1} \sum_{t=n}^{N-h} \left| \frac{\hat{\varepsilon}_{t+h|t}}{Z_{t+h}} \right|. \quad (1.65)$$

A medida $ME(h)$ busca analisar os possíveis vieses de previsão, enquanto que as demais medidas analisam tanto viés e precisão da previsão.

1.7.2 Modificações úteis

Em certas aplicações, quando a série temporal possui um tamanho muito grande (o que poderia implicar numa enorme quantidade de *rolling windows*) e/ou a função $f(\cdot)$ é muito complexa, vale a pena fazer algumas modificações no método de *rolling analysis* visando diminuir o tempo total de execução. Se o objetivo for avaliar apenas a acurácia de modelos preditivos, uma modificação plausível seria fazer uma amostragem aleatória simples das *rolling windows*, ao invés de usar todas como no método original. A Figura 1.3 ilustra o procedimento de *rolling analysis* usando a modificação proposta, na qual apenas algumas *rolling windows* são selecionadas e em cada uma delas é ajustado algum modelo e realizado a respectiva previsão de horizonte h .

Figura 1.3: Ilustração de como são formadas e selecionadas as *rolling windows* do método de *rolling analysis* para se fazer previsões. A série (em vermelho) possui tamanho N , da qual são amostradas *rolling windows* de um total de $N - n + 1$ *rolling windows* de tamanho n . Em cada *rolling window* amostrada (em azul) é ajustado um modelo que gera previsões (em verde) de horizonte de tamanho h .

Devido a modificação no método de *rolling analysis*, as medidas de acurácias apresentadas na subseção anterior seriam modificadas para:

$$ME(h) = \frac{1}{M} \sum_{t \in \tau} \hat{\varepsilon}_{t+h|t}, \quad (1.66)$$

$$MSE(h) = \frac{1}{M} \sum_{t \in \tau} \hat{\varepsilon}_{t+h|t}^2, \quad (1.67)$$

$$RMSE(h) = \sqrt{MSE(h)}, \quad (1.68)$$

$$MAE(h) = \frac{1}{M} \sum_{t \in \tau} |\hat{\varepsilon}_{t+h|t}|, \quad (1.69)$$

$$MAPE(h) = \frac{1}{M} \sum_{t \in \tau} \left| \frac{\hat{\varepsilon}_{t+h|t}}{Z_{t+h}} \right|. \quad (1.70)$$

em que M é a quantidade de *rolling windows* amostradas e τ é o conjunto que indexa todas as *rolling windows* amostradas.

Vale mencionar que, se o objetivo for, por exemplo, analisar a estabilidade das estimavas dos parâmetros de um determinado modelo ao longo tempo, uma solução seria fazer uma amostragem sistemática das *rolling windows* ao invés de uma amostragem aleatória simples.

Capítulo 2

Métodos e materiais

Este capítulo é destinado a propor metodologias que visam lidar com alguns dos principais problemas encontrados na área de aquisição e análise de dados da indústria da água sob o contexto da indústria 4.0, a saber: detecção e tratamento de valores *outliers*, reconstrução de dados omissos e previsão. Com esse objetivo, analisamos um conjunto de dados fornecido pela Sabesp da Baixada Santista referentes às medições de sensores instalados ao longo do sistema de adução, tratamento e distribuição de água referentes a cidade de Peruíbe. A seção 2.1 faz uma explanação detalhada sobre o conjunto de dados, buscando montar um panorama geral do comportamento e estabelecer características das séries analisadas.

A seção 2.2 descreve os procedimentos de uma limpeza primária que basicamente consiste na detecção e exclusão de valores impossíveis de ocorrer ou gerados automaticamente pelo sistema SCADA. Dessa forma, temos o que seria uma primeira detecção de valores imprecisos.

Após a limpeza primária das séries, vem necessidade de se detectar e tratar os possíveis valores *outliers* remanescentes nas séries e imputar os valores omissos. A seção 2.3 expõe os procedimentos que cumprem com esse objetivo e propõe experimentos com o intuito de comparar a performance de cada um desses procedimentos.

A seção 2.4 apresenta metodologias que lidam com o nosso último problema: a necessidade de se fazer previsão. São usados modelos que se adequam aos comportamentos das séries e são estabelecidos alguns experimentos para avaliar a performance dos modelos de previsão.

Por fim, a seção 2.5 descreve os materiais utilizados.

A Figura 2.1 esquematiza todo o processo de análise das séries.

Figura 2.1: Esquema geral do procedimento adotado para a análise das séries.

2.1 Descrição dos dados

Embora o sistema de adução, tratamento e distribuição de água da Sabesp da Baixada Santista abranja um total de nove municípios, analisamos somente uma parte do sistema referente ao reservatório principal de Peruíbe e responsável por grande parte do abastecimento da cidade. O nosso objeto de estudo é composto por séries temporais de algumas variáveis medidas ao longo do sistema distribuição de água e criadas pela amostragem a cada uma hora durante o período das 1:00 do dia 1º de janeiro de 2017 até às 23:00 do dia 31 de dezembro de 2018. A série de consumo é um pouco diferente das demais por ser uma função das séries de vazão de saída Sul e Norte. Ou seja, o consumo é dado por

$$C_t = (VN_t + VS_t) \times \frac{360}{1000}, \quad (2.1)$$

em que C_t , VN_t e VS_t são, respectivamente, o consumo em m^3 , a vazão de saída Norte e vazão de saída Sul em l/s no tempo t . A Tabela 2.1 mostra uma breve descrição das séries consideradas.

Tabela 2.1: Breve descrição das séries temporais analisadas. O tamanho total de cada série é $N=17519$

Tag do Equipamento	Série temporal	Medida	Valor máximo	Valor mínimo
CCOBS.1300/020/ FI_01.F_CV	Vazão de entrada no reservatório Peruíbe	Litros por segundo (l/s)	300,0	0
CCOBS.1300/020/ LT_01.F_CV	Nível do reservatório Peruíbe	Metros (m)	7,8	0
-	Consumo	Metros cúbicos (m^3)	1.800,0	0
CCOBS.1300/010/ VRP_01_FI_01.F_CV	Vazão de saída para o Norte de Peruíbe	Litros por segundo (l/s)	250,0	0
CCOBS.1300/010/ VRP_02_FI_01.F_CV	Vazão de saída para o Sul de Peruíbe	Litros por segundo (l/s)	250,0	0
CCOBS.1300/010/ VRP_01_Pi_01.F_CV	Pressão a montante ao Norte de Peruíbe	Metros de coluna de água (mca)	70,0	0
CCOBS.1300/010/ VRP_02_Pi_01.F_CV	Pressão a montante ao Sul de Peruíbe	Metros de coluna de água (mca)	70,0	0
CCOBS.1300/010/ VRP_01_Pi_02.F_CV	Pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	Metros de coluna de água (mca)	70,0	0
CCOBS.1300/010/ VRP_02_Pi_02.F_CV	Pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	Metros de coluna de água (mca)	70,0	0

A Figura 2.2 mostra um esquema do funcionamento do sistema e de como as séries foram obtidas. As informações obtidas em cada ponto de medição são transmitidas em tempo real e gravadas na base de dados.

Durante todo o processo de geração, transmissão e gravação podem ocorrer diversas falhas que causam alguma anomalia nos dados, tais como: falha nos medidores, medidas reais que extrapolam o fundo de escala dos medidores, queda da rede de transmissão de dados e entre outros. É possível notar essas falhas no comportamento das séries. A Figura 2.3 traz alguns exemplos dessas anomalias.

De modo geral, as séries apresentam comportamento sazonal de acordo com os horários do dia. Embora esperada, uma possível sazonalidade referente aos dias da semana é quase imperceptível para todas as séries. Vale notar que as séries apresentam mudanças de tendências ou de comportamento sazonal ao longo do tempo, como por exemplo, na virada do ano, demonstrado na Figura 2.4.

Das séries consideradas, as únicas que possuem frequentemente momentos de comportamentos

Figura 2.2: Esquema do sistema de abastecimento de água referente ao reservatório de Peruíbe. A série de vazão de entrada do reservatório é medida em (1). A série de nível do reservatório é medida em (2). As séries de vazão de saída Sul, pressão a montante Sul e pressão a jusante Sul são obtidas em (3). As séries de vazão de saída Norte, pressão a montante Norte e pressão a jusante Norte são obtidas em (4).

Figura 2.3: Trecho da série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. O gráfico a esquerda refere-se ao período de 1º a 31 de julho de 2017, onde é possível notar a presença de um outlier por volta do dia 25 de julho causado, possivelmente, por algum ruído no sistema. O gráfico a direita se referente ao período de 15 de dezembro de 2017 a 15 de janeiro de 2018, onde é possível notar uma falha no sistema de medição que deixou as observações nos dias próximos a 1º de janeiro valendo 0.

irregulares, ou seja, sem uma presença clara de sazonalidade, são as séries de nível e vazão de entrada do reservatório de Peruíbe, sendo isto um grande problema de se modelar. A Figura 2.5 exemplifica tais comportamentos. A irregularidade presente nas séries é possivelmente devida a sua natureza: são séries cujos valores dependem diretamente do controle do operador do sistema, que recorrentemente é algo não tão bem definido sazonalmente, enquanto que as demais séries são mais afetadas pela demanda por água da população de Peruíbe.

Visto as características das séries, temos para todas elas o objetivo de se fazer a detecção de anomalias e o preenchimento de valores omissos. Já o objetivo de fazer previsão é mais direcionado às séries que possuem forte influência do comportamento de consumo da população de Peruíbe, ou seja, as séries de vazões de saída do reservatório, consumo e as de pressões na rede de distribuição. Embora fazer previsão não seja um dos principais objetivos das séries de nível e de vazão de entrada do reservatório, aplicamos os mesmo métodos previsionais a estas no intuito de avaliar se o comportamento do CCO em controlar o volume de água que entra no reservatório possui, de certa

Figura 2.4: Trecho da série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe referente ao período de 15 de dezembro de 2017 a 15 de janeiro de 2018. Nota-se que uma mudança no comportamento da série nos dias próximos ao dia 1º de janeiro.

Figura 2.5: Trecho das série de nível à esquerda (A) e da série de vazão de entrada à direita (B). Ambas as séries apresentam comportamento irregular, principalmente a série de vazão de entrada.

forma, alguma previsibilidade de acordo com os modelos aqui adotados.

Gráficos e tabelas para uma análise descritiva mais detalhada das séries são apresentados no Apêndice A.

2.2 Limpeza primária das séries

Após o entendimento do comportamento das séries e de uma análise descritiva preliminar, o próximo passo é eliminar das séries aqueles valores que certamente são impossíveis de ocorrer. De modo geral, tais valores são aqueles que ocorrem devido a alguma falha no sistema e que são detectados da seguinte forma:

- Valores fora dos limites máximo e mínimo da série de acordo com os parâmetros físico do sistema. Geralmente esses valores são registrados de modo pontual ou há uma mudança súbita do comportamento da série para o nível desses valores, onde fica por algum tempo antes de voltar ao nível normal.
- Valores automaticamente interpolados pelo sistema de envio de dados. Esses valores são identificados pela repetição em sequência de um mesmo valor ou pelo aparecimento de alguma reta que liga dois pontos da série interpolando vários valores.
- Valores considerados imprecisos de acordo com os técnicos do centro de controle da Sabesp.

Foi elaborado um procedimento que relaciona os valores de vazão de entrada no reservatório no tempo t com o valor do nível do reservatório no instante $t + 1$. É aplicável somente a séries de nível e vazão de entrada do reservatório Peruíbe.

A Tabela 2.2 mostra as quantidades de sequências de observações omissas presente em cada uma das séries. Muitos dos valores omissos ocorrem em sequências pequenas (de 1 a 12 observações seguidas), porém também há a presença de sequências muito grandes de valores omissos (mais de dois dias seguidos).

Tabela 2.2: Descrição da quantidade de valores omissos em sequência em cada série analisada. O tamanho total de cada série é $N=17519$

Série	Quantidade de valores omissos em sequência										
	1	2	3	4	5	6	7 a 12	13 a 24	25 a 48	48 a 168	Mais que 168
Nível (m)	367	21	7	4	3	2	8	6	7	3	0
Vazão de entrada (l/s)	510	24	11	6	5	5	8	6	7	4	0
Vazão de saída: Norte (l/s)	340	124	47	17	13	9	14	9	13	4	1
Vazão de saída: Sul (l/s)	431	83	24	28	25	33	197	13	11	6	1
Pressão a montante: Norte (mca)	327	26	8	9	8	6	11	8	11	5	1
Pressão a montante: Sul (mca)	624	44	16	8	9	5	11	8	11	6	1
Pressão a jusante: Norte (mca)	307	24	7	8	8	6	11	8	11	5	1
Pressão a jusante: Sul (mca)	287	22	7	7	8	6	11	8	11	5	1
Consumo (m ³ /h)	571	126	41	30	30	33	204	13	12	6	1

Nota-se que a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe é a que apresenta maior quantidade de valores omissos. A série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe também apresenta uma quantidade razoável de valores omissos. Por causa da série de consumo ser uma função direta da vazão de saída norte e vazão de saída sul, ela também acaba contendo muitos valores omissos.

Gráficos e tabelas mais detalhados sobre os valores omissos são apresentados no Apêndice B.

2.3 Processo iterativo de tratamento de *outliers* e valores omissos

Após uma primeira limpeza há a necessidade de detectar e tratar os possíveis *outliers* remanescentes nas séries temporais e, ainda, reconstruir todos os valores omissos resultantes dos processos de limpeza. Com esse objetivo, adotamos um procedimento similar ao descrito na subseção 1.6.2, porém com uma modificação a partir do passo 6: ao invés de substituir o valor Z_t pela sua estimativa $\hat{Z}_t^{(i)}$, gerada por $\hat{f}(\cdot)$, vamos excluí-lo da série, ou seja, Z_t é considerado um valor omissos. Depois, aplicamos algum método de preenchimento de valores omissos a nova série. Mais formalmente, seja M a quantidade máxima de iterações, a i -ésima iteração do algoritmo é:

1. Defina uma função ou método $\hat{f}_{OUT}^{(i)}(\cdot)$ para calcular as estimativas $\hat{Z}_t^{(i)}$ a partir da série $Z_t^{(i)}$. Se $i = 1$, então $Z_t^{(1)} = Z_t$;
2. Estime os resíduos $\hat{R}_t^{(i)} = Z_t - \hat{Z}_t^{(i)}$;
3. Calcule os quantis $q_a^{(i)}$ e $q_b^{(i)}$ dos $\hat{R}_t^{(i)}$, de modo que $q_a^{(i)} < q_b^{(i)}$;
4. Tome o intervalo $I_{(a,b)}^{(i)} = q_b^{(i)} - q_a^{(i)}$;
5. Seja c uma constante já fixada, classifique cada Z_t , $t \in \tau$, como *outlier* se

$$\hat{R}_t^{(i)} \notin \left[q_a^{(i)} - c \times I_{(a,b)}^{(i)}; q_b^{(i)} + c \times I_{(a,b)}^{(i)} \right];$$

6. Se Z_t for *outlier*, classifique-o como valor omissos. A nova série "livre de *outliers*" e, possivelmente com valores omissos, será denotada por $\{Z_t^{OUT}\}_{t \in \tau}$;
7. Se $\{Z_t^{OUT}\}_{t \in \tau}$ não possuir valores omissos, o processo está terminado, caso contrário, continue para o próximo passo.
8. Impute os valores omissos da série de acordo com uma função ou método $\hat{f}_{OMI}^{(i)}(\cdot)$. A série imputada será denotada por $\{Z_t^{OMI}\}_{t \in \tau}$;
9. Se $i < M$, faça $i = i + 1$, tome $Z_t^{(i)} = \{Z_t^{OMI}\}_{t \in \tau}$ e volte ao passo 1, caso contrário, o processo está terminado.

De modo geral, iremos sempre adotar o mesmo procedimento $\hat{f}_{OUT}^{(i)}(\cdot) = \hat{f}_{OUT}(\cdot)$ para todos os $i = 1, \dots, M$. A exceção será apenas em algumas situações em que $\hat{f}_{OUT}(\cdot)$ não é robusto a valores omissos, implicando na escolha de um outro $\hat{f}_{OUT}^{(1)}(\cdot)$ que seja robusto a valores omissos somente para a primeira iteração, já que provavelmente a série original contém valores omissos.

Também adotaremos o mesmo procedimento $\hat{f}_{OMI}^{(i)}(\cdot) = \hat{f}_{OMI}(\cdot)$ para todos os $i = 1, \dots, M$.

Tanto os métodos escolhidos para $\hat{f}_{OUT}(\cdot)$, quanto para $\hat{f}_{OMI}(\cdot)$ se baseiam em decompor a série nas componentes de tendência, sazonalidade e ruído descritos na seção 1.2. Essencialmente, usamos três métodos diferentes com algumas variações, a saber, ajuste de curva de regressão, regressão combinado com decomposição clássica e decomposição STL. As próximas subseções detalham cada método adotado.

2.3.1 Procedimentos de ajuste de curvas via regressão

O primeiro método de estimação de valores das séries é baseado no ajuste de curvas apresentado na seção 1.2.1. Os ajustes são realizados considerando uma tendência polinomial e a sazonalidade é modelada de acordo com os horários dos dias e, possivelmente, com os dias da semana.

Devido ao fato das séries serem longas, verifica-se que seus comportamentos podem não seguir o mesmo padrão ao longo do tempo, assim, ajustamos as curvas de regressão em subséries da série original. Caso o objetivo seja detectar *outliers*, as subséries são uma partição da série temporal de modo que cada subsérie tenha tamanho k , exceto a última subsérie, que poderá ter um tamanho entre $k/2$ e $3k/2$, porque não impomos que k seja um múltiplo da quantidade total de observações. Se o objetivo for imputação de dados, para cada sequência ininterrupta de valores omissos considerou-se a menor subsérie que contém os k valores não omissos mais próximos de tal sequência. Note que neste caso podemos ter subséries com trechos sobrepostos às outras.

Uma vez que as subséries estejam bem estabelecidas, o primeiro tipo de modelo de regressão considera uma possível tendência polinomial e uma sazonalidade observada durante os horários do dia, ou seja

$$Z_t = \sum_{i=0}^m \beta_i t^i + \sum_{j=1}^{23} \alpha_j D_{j,t} + R_t, \quad (2.2)$$

em que

- m é o grau do polinômio usado para modelar a tendência;
- t^i é o i -ésimo termo do polinômio de grau m ;

- β_i é o parâmetro associado ao i -ésimo grau do polinômio;
- α_j é o parâmetro associado ao j -ésimo horário do dia;
- $D_{j,t}$ é o j -ésimo horário associado ao tempo t ;
- R_t é o ruído do modelo.

Logo, o valor estimado para a observação Z_t é

$$\hat{Z}_t^{Reg} = \sum_{i=0}^m \hat{\beta}_i t^i + \sum_{j=1}^{23} \hat{\alpha}_j D_{j,t} + \hat{R}_t, \quad (2.3)$$

no qual os $\hat{\beta}_i$ e $\hat{\alpha}_j$ são as estimativas de mínimos quadrados dadas em (1.14), enquanto que $\hat{R}_t$ recebe dois tipos de tratamentos. No primeiro tratamento, é simplesmente assumido que $\hat{R}_t = 0$. Esse tratamento é adotado tanto para a detecção de *outliers*, quanto para a imputação de valores omissos. A segunda forma é adotada apenas para imputação de valores omissos. Nela, $\hat{R}_t$ é o resultado de uma interpolação linear, usando como referências o último resíduos estimado antes do início da sequência de valores omissos (denotado por $\hat{R}^{(0)}$) e o primeiro resíduo estimado depois do término da sequência de valores omissos (denotado por $\hat{R}^{(1)}$), o que nos dá a seguinte estimativa

$$\hat{R}_t = \hat{R}^{(0)} \left(1 - \frac{t - t^{(0)}}{t^{(1)} - t^{(0)}} \right) + \hat{R}^{(1)} \left(\frac{t - t^{(0)}}{t^{(1)} - t^{(0)}} \right), \quad (2.4)$$

em que $t^{(0)}$ e $t^{(1)}$ são, respectivamente, índices de $\hat{R}^{(0)}$ e $\hat{R}^{(1)}$.

A ideia da interpolação é preservar, mesmo que de uma forma grosseira, uma possível dependência serial que ainda pode estar presente nos resíduos.

O segundo tipo de modelo abordado consiste no acréscimo de uma componente ao lado direito do modelo (2.2) que lida com uma possível sazonalidade semanal. Mais explicitamente, o modelo é

$$Z_t = \sum_{i=0}^m \beta_i t^i + \sum_{j=1}^{23} \alpha_j D_{j,t} + \sum_{j=1}^6 \gamma_j S_{j,t} + R_t, \quad (2.5)$$

em que m , t^i , β_i , α_j , $D_{j,t}$ e R_t são equivalente aos descritos em modelo (2.2) e

- γ_j é o parâmetro associado ao j -ésimo dia da semana;
- $S_{j,t}$ é o j -ésimo dia da semana associado ao tempo t .

O valor estimado para Z_t será

$$\hat{Z}_t^{Reg} = \sum_{i=0}^m \hat{\beta}_i t^i + \sum_{j=1}^{23} \hat{\alpha}_j D_{j,t} + \sum_{j=1}^6 \hat{\gamma}_j S_{j,t} + \hat{R}_t, \quad (2.6)$$

em que os $\hat{\beta}_i$, os $\hat{\alpha}_j$ e os $\hat{\gamma}_j$ são as estimativas de mínimos quadrados e $\hat{R}_t$, novamente, ou valerá 0 ou terá o valor dado pela equação (2.4) de acordo com o objetivo e com o tipo de experimento desejado.

2.3.2 Procedimentos de ajuste de curvas via regressão + decomposição clássica

O método de decomposição clássica consiste basicamente em aplicar o algoritmo descrito na seção 1.2.2 à série temporal. Porém, não aplicaremos a decomposição em toda a série temporal de uma única vez, pois, como no caso do ajuste de curvas de regressão, a série pode não ter o mesmo comportamento ao longo do tempo. Logo, consideramos aqui as mesmas subséries que foram estabelecidas para o ajuste de curvas de regressão.

É fato que decomposição clássica não consegue lidar com a presença de valores omissos, o que nos faz introduzir ajustes caso a série na qual for aplicada decomposição tenha valores omissos.

Caso o objetivo seja detecção de *outliers*, substituiremos a decomposição clássica por algum procedimento de ajuste de regressão para fazer a detecção dos *outliers* na primeira iteração do algoritmo da seção 2.3. Nas demais iterações, faz-se o uso da decomposição clássica, pois a partir da segunda iteração a série a ser verificada não terá mais valores omissos, em teoria.

Se o propósito for imputação de valores omissos, então o processo terá duas etapas: a primeira é o ajuste de curvas e preenchimento dos valores omissos de acordo com o descrito na seção 2.3.1 e a segunda etapa é a aplicação da decomposição clássica de fato. Ou seja, se Z_t é um valor omissos na série original e considerando a série $\{Z_t^{Reg}\}_{t \in \tau}$ tal que

$$Z_t^{Reg} = \begin{cases} \hat{Z}_t^{Reg}, & \text{se } Z_t \text{ é omissos;} \\ Z_t, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

em que $\hat{Z}_t^{Reg}$ é a estimativa de valores omissos de acordo com algum dos procedimentos da seção 2.3.1, então a estimativa por decomposição clássica $\hat{Z}_t^{Dcc}$ é dada por

$$\hat{Z}_t^{Dcc} = \hat{S}_t + \hat{T}_t + \hat{R}_t,$$

no qual $\hat{S}_t$ e $\hat{T}_t$ são obtidos aplicando o passo-a-passo descrito na seção 1.2.2 na subsérie $\{Z_t^{Reg}\}_{t \in \tau}$ que considera apenas os k valores mais próximos da sequência de observações originalmente omissas. Quanto aos $\hat{R}_t$, consideramos os mesmo dois casos: $\hat{R}_t = 0$ e $\hat{R}_t$ como resultado da interpolação dada pela equação (2.4).

A motivação para se aplicar a decomposição clássica como uma etapa no preenchimento de valores omissos é que, embora não consiga lidar diretamente com a falta de tais valores, seu uso seria uma forma de suavizar as estimativas obtidas pelo método de ajuste de curvas de regressão.

2.3.3 Procedimentos de decomposição STL

O STL é um método eficaz na decomposição da série em componentes de tendência e sazonalidade. Por de ser robusto a possíveis mudanças no comportamento da série temporal, seu uso não exige a divisão da série em subséries. Outra vantagem é ser robusto, também, a falta de observações, apresentando estimativas para tais valores.

Sem mais delongas, o valor estimado para Z_t usando o procedimento STL é dado por

$$\hat{Z}_t^{Stl} = \hat{S}_t + \hat{T}_t + \hat{R}_t,$$

em que $\hat{S}_t$ e $\hat{T}_t$ são obtidos seguindo o passo-a-passo da decomposição por STL descrito na seção 1.2.3 e para os $\hat{R}_t$ consideraremos os mesmo dois casos: $\hat{R}_t = 0$ e $\hat{R}_t$ como resultado da interpolação

dada pela equação (2.4), sendo este só usado no preenchimento de valores omissos.

Em geral, fixado um valor para $n_{(s)}$, consideraremos três situações propostas pelos autores desenvolvedores do método com diferentes valores de parâmetros para a aplicação do STL:

- STL não robusta: $n_{(i)} = 2, n_{(e)} = 0$;
- STL robusta: $n_{(i)} = 1, n_{(e)} = 5$;
- STL robusta com convergência: $n_{(i)} = 1, n_{(e)} = 10$.

2.3.4 Arranjos experimentais e avaliação dos procedimentos

Descrevemos aqui alguns experimentos a fim de avaliar os diversos procedimentos propostos nas subseções anteriores. Primeiro, avaliamos o desempenho dos procedimentos quanto a acurácia em preencher os valores omissos. A partir disso, estabelecemos qual seria o melhor procedimento em imputar os valores omissos e elaboramos outros experimentos para analisar como que tal procedimento consegue lidar com *outliers*. As séries temporais foram oficialmente tratadas usando a técnica que apresentou melhor resultado em preencher os valores omissos. As próximas subseções descrevem os experimentos propostos.

Valores omissos

Damos aqui uma descrição de cada experimento elaborado. Para o procedimento de ajuste de curvas de regressão estabelecemos as seguinte situações experimentais:

- O uso ou não de interpolação dos resíduos;
- O uso ou não da sazonalidade semanal;
- O grau do polinômio que modela a tendência: $m = 1, 2$ e 5 , o que poderia ser traduzido em tendência linear, quadrática e com bastante curvaturas;
- A quantidade de valores não omissos usados no estabelecimento das subséries: $k = 168, 336$ e 720 , que seriam uma aproximação para 7, 14 e 30 dias;
- O valores de c utilizados para estabelecer os limites de corte para a detecção de *outliers* no passo 5 do algoritmo proposto: $c = 2, 3$ e 5 , valores escolhidos de acordo com análises prévias da séries de modo a não classificar um número excessivo de observações como *outliers* ou não deixar passar pela detecção muitos valores que explicitamente são *outliers*.

Em todos os experimentos de regressão, o algoritmo proposto foi executado com $q_a^{(i)}$ e $q_b^{(i)}$ sendo, respectivamente, o primeiro e o terceiro quartil dos resíduos da i -ésima iteração e a quantidade máxima de iterações M do algoritmo é 3. A lista dos experimentos é apresentada na Tabela 2.3.

Para o procedimento de decomposição clássica estabelecemos as seguinte situações experimentais:

- O uso ou não de interpolação dos resíduos;
- A quantidade de valores não omissos usados no estabelecimento das subséries: $k = 168, 336$ e 720 , que seriam uma aproximação para 7, 14 e 30 dias;

Tabela 2.3: Descrição dos experimentos de imputação de valores omissos que usam como base procedimentos de ajuste de curvas de regressão.

ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c
reg1	Não	Não	1	168	2	reg55	Sim	Não	1	168	3
reg2	Não	Não	1	336	2	reg56	Sim	Não	1	336	3
reg3	Não	Não	1	720	2	reg57	Sim	Não	1	720	3
reg4	Não	Não	2	168	2	reg58	Sim	Não	2	168	3
reg5	Não	Não	2	336	2	reg59	Sim	Não	2	336	3
reg6	Não	Não	2	720	2	reg60	Sim	Não	2	720	3
reg7	Não	Não	5	168	2	reg61	Sim	Não	5	168	3
reg8	Não	Não	5	336	2	reg62	Sim	Não	5	336	3
reg9	Não	Não	5	720	2	reg63	Sim	Não	5	720	3
reg10	Não	Sim	1	168	2	reg64	Sim	Sim	1	168	3
reg11	Não	Sim	1	336	2	reg65	Sim	Sim	1	336	3
reg12	Não	Sim	1	720	2	reg66	Sim	Sim	1	720	3
reg13	Não	Sim	2	168	2	reg67	Sim	Sim	2	168	3
reg14	Não	Sim	2	336	2	reg68	Sim	Sim	2	336	3
reg15	Não	Sim	2	720	2	reg69	Sim	Sim	2	720	3
reg16	Não	Sim	5	168	2	reg70	Sim	Sim	5	168	3
reg17	Não	Sim	5	336	2	reg71	Sim	Sim	5	336	3
reg18	Não	Sim	5	720	2	reg72	Sim	Sim	5	720	3
reg19	Sim	Não	1	168	2	reg73	Não	Não	1	168	5
reg20	Sim	Não	1	336	2	reg74	Não	Não	1	336	5
reg21	Sim	Não	1	720	2	reg75	Não	Não	1	720	5
reg22	Sim	Não	2	168	2	reg76	Não	Não	2	168	5
reg23	Sim	Não	2	336	2	reg77	Não	Não	2	336	5
reg24	Sim	Não	2	720	2	reg78	Não	Não	2	720	5
reg25	Sim	Não	5	168	2	reg79	Não	Não	5	168	5
reg26	Sim	Não	5	336	2	reg80	Não	Não	5	336	5
reg27	Sim	Não	5	720	2	reg81	Não	Não	5	720	5
reg28	Sim	Sim	1	168	2	reg82	Não	Sim	1	168	5
reg29	Sim	Sim	1	336	2	reg83	Não	Sim	1	336	5
reg30	Sim	Sim	1	720	2	reg84	Não	Sim	1	720	5
reg31	Sim	Sim	2	168	2	reg85	Não	Sim	2	168	5
reg32	Sim	Sim	2	336	2	reg86	Não	Sim	2	336	5
reg33	Sim	Sim	2	720	2	reg87	Não	Sim	2	720	5
reg34	Sim	Sim	5	168	2	reg88	Não	Sim	5	168	5
reg35	Sim	Sim	5	336	2	reg89	Não	Sim	5	336	5
reg36	Sim	Sim	5	720	2	reg90	Não	Sim	5	720	5
reg37	Não	Não	1	168	3	reg91	Sim	Não	1	168	5
reg38	Não	Não	1	336	3	reg92	Sim	Não	1	336	5
reg39	Não	Não	1	720	3	reg93	Sim	Não	1	720	5
reg40	Não	Não	2	168	3	reg94	Sim	Não	2	168	5
reg41	Não	Não	2	336	3	reg95	Sim	Não	2	336	5
reg42	Não	Não	2	720	3	reg96	Sim	Não	2	720	5
reg43	Não	Não	5	168	3	reg97	Sim	Não	5	168	5
reg44	Não	Não	5	336	3	reg98	Sim	Não	5	336	5
reg45	Não	Não	5	720	3	reg99	Sim	Não	5	720	5
reg46	Não	Sim	1	168	3	reg100	Sim	Sim	1	168	5
reg47	Não	Sim	1	336	3	reg101	Sim	Sim	1	336	5
reg48	Não	Sim	1	720	3	reg102	Sim	Sim	1	720	5
reg49	Não	Sim	2	168	3	reg103	Sim	Sim	2	168	5
reg50	Não	Sim	2	336	3	reg104	Sim	Sim	2	336	5
reg51	Não	Sim	2	720	3	reg105	Sim	Sim	2	720	5
reg52	Não	Sim	5	168	3	reg106	Sim	Sim	5	168	5
reg53	Não	Sim	5	336	3	reg107	Sim	Sim	5	336	5
reg54	Não	Sim	5	720	3	reg108	Sim	Sim	5	720	5

- O valores de c utilizados para estabelecer os limites de corte para a detecção de *outliers* no passo 5 do algoritmo proposto: $c = 2, 3$ e 5 , valores escolhidos de acordo com análises prévias da séries de modo a não classificar um número excessivo de observações como *outliers* ou não deixar passar pela detecção muitos valores que explicitamente são *outliers*.

Em todos os experimentos de decomposição clássica usamos o melhor modelos de regressão na detecção de *outliers* da primeira iteração e na primeira fase de preenchimento de valores omisos.

Também consideramos que o algoritmo proposto será executado com q_a e q_b sendo, respectivamente, o primeiro e terceiro quartil dos resíduos e que a quantidade máxima de iterações M do algoritmo é 4, pois na primeira iteração a detecção de *outliers* é usado o procedimento de regressão já mencionado. A lista dos experimentos é apresentado na Tabela 2.4.

Tabela 2.4: Descrição dos experimentos de imputação de valores omissos que usam como base procedimentos de ajuste de curvas de regressão combinado com decomposição clássica.

ID	Interpolação de R_t	Janela	c	ID	Interpolação de R_t	Janela	c
dec1	Não	168	2	dec10	Sim	168	3
dec2	Não	336	2	dec11	Sim	336	3
dec3	Não	720	2	dec12	Sim	720	3
dec4	Sim	168	2	dec13	Não	168	5
dec5	Sim	336	2	dec14	Não	336	5
dec6	Sim	720	2	dec15	Não	720	5
dec7	Não	168	3	dec16	Sim	168	5
dec8	Não	336	3	dec17	Sim	336	5
dec9	Não	720	3	dec18	Sim	720	5

Por fim, para o procedimento de decomposição STL estabelecemos as seguinte situações experimentais:

- O uso ou não de interpolação dos resíduos;
- O valor do parâmetro $n_{(s)}$: $n_{(s)} = 25, 37$ e 49 , valores escolhidos de acordo com análises prévias das séries;
- A robutez da decomposição: não robusta ($n_{(i)} = 2$, $n_{(e)} = 0$), robusta ($n_{(i)} = 1$, $n_{(e)} = 5$), e robusta com convergência ($n_{(i)} = 1$, $n_{(e)} = 10$), valores sugeridos pelos autores do método;
- O valores de c utilizados para estabelecer os limites de corte para a detecção de *outliers* no passo 5 do algoritmo proposto: $c = 2, 3$ e 5 , valores escolhidos de acordo com análises prévias da séries de modo a não classificar um número excessivo de observações como *outliers* ou não deixar passar pela detecção muitos valores que explicitamente são *outliers*.

Em todos os experimentos de decomposição STL, o algoritmo proposto foi executado com q_a e q_b sendo, respectivamente, o primeiro e terceiro quartil dos resíduos e a quantidade máxima de iterações M do algoritmo é 3. A lista dos experimentos é apresentado na Tabela 2.5.

Visando analisar se os procedimentos propostos anteriormente são realmente eficientes, propomos alguns experimentos de preenchimento dos valores omissos para servirem como *benchmark*. Logo, para cada lacuna de valores omissos presentes nas séries têm-se as seguintes formas de imputação:

Média Calcula-se a média das k observações mais próximas da lacuna de valores omissos e usa-se essa média como valor de imputação;

Mediana Calcula-se a mediana das k observações mais próximas da lacuna de valores omissos e usa-se essa mediana como valor de imputação;

Interpolação Aplica-se uma interpolação linear considerando as duas observações não omissas, sucessora e antecessora em relação a lacuna de valores omissos, para imputar tais observações.

Tabela 2.5: Descrição dos experimentos de imputação de valores omissos que usam como base procedimentos de decomposição STL.

ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c
stl1	Não	2	0	25	2	stl28	Sim	2	0	25	3
stl2	Não	2	0	37	2	stl29	Sim	2	0	37	3
stl3	Não	2	0	49	2	stl30	Sim	2	0	49	3
stl4	Não	1	5	25	2	stl31	Sim	1	5	25	3
stl5	Não	1	5	37	2	stl32	Sim	1	5	37	3
stl6	Não	1	5	49	2	stl33	Sim	1	5	49	3
stl7	Não	1	10	25	2	stl34	Sim	1	10	25	3
stl8	Não	1	10	37	2	stl35	Sim	1	10	37	3
stl9	Não	1	10	49	2	stl36	Sim	1	10	49	3
stl10	Sim	2	0	25	2	stl37	Não	2	0	25	5
stl11	Sim	2	0	37	2	stl38	Não	2	0	37	5
stl12	Sim	2	0	49	2	stl39	Não	2	0	49	5
stl13	Sim	1	5	25	2	stl40	Não	1	5	25	5
stl14	Sim	1	5	37	2	stl41	Não	1	5	37	5
stl15	Sim	1	5	49	2	stl42	Não	1	5	49	5
stl16	Sim	1	10	25	2	stl43	Não	1	10	25	5
stl17	Sim	1	10	37	2	stl44	Não	1	10	37	5
stl18	Sim	1	10	49	2	stl45	Não	1	10	49	5
stl19	Não	2	0	25	3	stl46	Sim	2	0	25	5
stl20	Não	2	0	37	3	stl47	Sim	2	0	37	5
stl21	Não	2	0	49	3	stl48	Sim	2	0	49	5
stl22	Não	1	5	25	3	stl49	Sim	1	5	25	5
stl23	Não	1	5	37	3	stl50	Sim	1	5	37	5
stl24	Não	1	5	49	3	stl51	Sim	1	5	49	5
stl25	Não	1	10	25	3	stl52	Sim	1	10	25	5
stl26	Não	1	10	37	3	stl53	Sim	1	10	37	5
stl27	Não	1	10	49	3	stl54	Sim	1	10	49	5

Para avaliar a performance dos métodos, retiramos aleatoriamente algumas sequências de valores não omissos nas séries. Consideramos sequências de tamanhos 1, 3, 6, 12, 24, 18 e 48, de modo que o total de observações omissas inseridas artificialmente fossem 576 em cada caso. Assim, por exemplo, foram inseridas 576 sequências de tamanho 1, 192 sequências de tamanho 3, 96 sequências de tamanho 6 e assim por diante. Depois calculamos as estimativas desses valores omissos de acordo com os experimentos propostos e, por fim, verificamos o quão fidedigno são as estimativas em relação ao valor real. Para isso, utilizamos as medidas de acurácia definidas a seguir.

Sejam I o conjunto de índices dos valores que propositalmente foram retirados da série para comparação e n a cardinalidade de I , as medidas de acurácia são

$$\begin{aligned}
ME &= \frac{1}{n} \sum_{i \in I} (Z_i - \hat{Z}_i), \\
MSE &= \frac{1}{n} \sum_{i \in I} (Z_i - \hat{Z}_i)^2, \\
RMSE &= \sqrt{MSE}, \\
MAE &= \frac{1}{n} \sum_{i \in I} |Z_i - \hat{Z}_i|, \\
MAPE &= \frac{1}{n} \sum_{i \in I} \left[\frac{|\hat{Z}_i - Z_i|}{Z_i} \times 100 \right].
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Para cada experimento realizado calculamos as medidas de acurácia com as quais comparamos a performance de cada experimento. Por uma questão de praticidade, a maioria das nossas análises tiveram um enfoque no uso do RMSE. Assim, o experimento que apresentou o menor valor de RMSE foi usado oficialmente para preencher os valores omissos.

Outliers

Propomos um experimento a fim de avaliar o comportamento dos métodos em relação a detecção e tratamento dos *outliers*. O experimento consiste basicamente em introduzir alguns *outliers* nas séries temporais e verificar como que os procedimentos propostos anteriormente conseguem lidar com esses valores.

Para isso, foram criados *outliers* de acordo com a equação (1.60), na qual consideramos os seguinte tipos de comportamentos:

Único: caracterizado por ser um único valor atípico, descrito por

$$g_a(t, t_1, k) = 1,5 \mathbb{1}_{\{t_1\}}(t). \quad (2.8)$$

Platô: caracterizado por ter o mesmo efeito em uma sêquencia de observação, descrito por

$$g_a(t, t_1, k) = \mathbb{1}_{\{t_1, \dots, t_k\}}(t). \quad (2.9)$$

Pulso: caracterizado por um bruto valor atípico cujo efeito vai decaindo exponencialmente nas próximas observações, assim

$$g_a(t, t_1, k) = \left\{ e^{\frac{-t+t_1+k}{k}} - 1 \right\} \mathbb{1}_{\{t_1, \dots, t_k\}}(t). \quad (2.10)$$

Crescimento e decrescimento linear: caracterizado por um crescimento linear até um pico e depois por um decrescimento na mesma taxa, o que é expresso por,

$$g_a(t, t_1, k) = \begin{cases} 3 \frac{t - t_1 + 1}{k}, & \text{se } t - t_1 + 1 \leq \frac{k}{2}; \\ 3 \frac{k - t + t_1}{k}, & \text{se } t - t_1 + 1 > \frac{k}{2}; \end{cases} \quad (2.11)$$

se k é par ou por

$$g_a(t, t_1, k) = \begin{cases} 3 \frac{t - t_1 + 1}{k}, & \text{se } t - t_1 + 1 \leq \frac{k+1}{2}; \\ 3 \frac{k - t + t_1}{k}, & \text{se } t - t_1 + 1 > \frac{k+1}{2}; \end{cases} \quad (2.12)$$

se k é ímpar.

Crescimento e decrescimento exponencial: caracterizado por um crescimento exponencial até um pico e depois por um decrescimento de mesma forma, o que é expresso por,

$$g_a(t, t_1, k) = \begin{cases} \exp \left\{ 2 \frac{t - t_1 + 1}{k} \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 \leq \frac{k}{2}; \\ \exp \left\{ 2 \frac{k - t + t_1}{k} \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 > \frac{k}{2}; \end{cases} \quad (2.13)$$

se k é par ou por

$$g_a(t, t_1, k) = \begin{cases} \exp \left\{ 2 \frac{t - t_1 + 1}{k} \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 \leq \frac{k+1}{2}; \\ \exp \left\{ 2 \frac{k - t + t_1}{k} \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 > \frac{k+1}{2}; \end{cases} \quad (2.14)$$

se k é ímpar.

Crescimento e decrescimento logarítmico: caracterizado por um crescimento logarítmico até um pico e depois por um decrescimento de mesma forma, o que é expresso por,

$$g_a(t, t_1, k) = \begin{cases} 2 \log \left\{ 2 \frac{(t - t_1 + 1)}{k} + 1 \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 \leq \frac{k}{2}; \\ 2 \log \left\{ 2 \frac{(k - t + t_1)}{k} + 1 \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 > \frac{k}{2}; \end{cases} \quad (2.15)$$

se k é par ou por

$$g_a(t, t_1, k) = \begin{cases} 2 \log \left\{ 2 \frac{(t - t_1 + 1)}{k} + 1 \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 \leq \frac{k+1}{2}; \\ 2 \log \left\{ 2 \frac{(k - t + t_1)}{k} + 1 \right\}, & \text{se } t - t_1 + 1 > \frac{k+1}{2}; \end{cases} \quad (2.16)$$

se k é ímpar.

A Figura 2.6 ilustra a forma de impacto de cada um dos tipos de efeitos atípicos descritos anteriormente.

O valor de ω_a foi definido como sendo 2 vezes o desvio padrão amostral de $48 + k$ observações: 24 observações anteriores às observações afetadas pelo efeito atípico, mais os valores originais das k observações afetadas pelo efeito atípico e mais as 24 observações posteriores ao mesmo grupo de observações. A Figura 2.7 mostra um exemplo do impacto dos efeitos atípicos em uma série simulada, com $k = 1$ no efeito do tipo único e $k = 21$ para os demais tipos de efeitos atípicos.

Para cada tipo de comportamento, consideramos $k = 3, 6, 12$ e 24 , com execução do efeito único, no qual k é sempre 1. Portanto, dada uma série temporal e um tipo de comportamento, inserimos ao todo 60 efeitos atípicos. Ou seja, 15 efeitos com $k = 3$, 15 com $k = 6$ e assim por diante. Nota-se que o total de observações afetadas é $15 \times (3 + 6 + 12 + 24) = 675$. A execução é do efeito único, pois como k sempre vale 1 acaba implicando que somente 60 observações foram afetadas.

Após introduzirmos os *outliers* em uma dada série, executamos alguns experimentos de detecção de *outliers* que se baseiam no procedimento que apresentou melhor resultado dentre os experimentos de preenchimento de valores omissos, de acordo com o menor RMSE total. Isto é, se nos experimentos de imputação de valores omissos o melhor procedimento foi o de decomposição STL não robusto ($n_{(i)=2}$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação dos resíduos R_t , $n_{(s)} = 24$ e valor de corte $c = 5$, então usamos este procedimento nos experimentos de detecção de *outliers*, mas variando o valor de $c = 2, 3, 4, 5$ e a quantidade de iterações máxima $M = 1, 3, 5$ (nos experimentos de valores omissos a quantidade máxima estava fixada em 3 ou em 4).

Vale salientar que cada tipo de comportamento foi avaliado separadamente nas séries, não sendo inseridos simultaneamente dois tipos de comportamentos diferentes.

A avaliação do procedimento se dará de duas formas: pela taxa de detecção e pela acurácia em

Figura 2.6: Forma do impacto dos tipos de efeitos atípicos considerados neste trabalho.

corrigir as anormalias. No caso da taxa de detecção, verificamos qual foi a proporção de observações *outliers* inseridas artificialmente que foram detectadas pela aplicação do procedimento. Mais precisamente, seja $\{t_1, \dots, t_n\}$ índices das observações afetadas pela inserção dos efeitos atípicos e seja $\{t_1^*, \dots, t_m^*\}$ os índices das observações detectadas como *outliers* pelos procedimentos propostos, a medida de taxa de detecção é

$$PROP = \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{t_1^*, \dots, t_m^*\}}(t_i), \quad (2.17)$$

no caso, $n = 60$ para os efeitos de comportamento do tipo único e $n = 675$ para os demais.

Devido a muitas observações terem uma influência muito pequena do efeito atípico, consideramos uma medida de proporção secundária, na qual consideramos apenas a observação que teve a maior influência do efeito atípico. A maneira de cálculo é análoga a equação (2.17).

Já a acurácia é calculada de acordo com as mesmas medidas apresentada anteriormente. Logo, seja $\{t_1, \dots, t_n\}$ índices das observações afetadas pela inserção dos efeitos atípicos as medidas de acurácias são:

Figura 2.7: Exemplo dos impactos que os efeitos atípicos tem numa série temporal. A série considerada é um passeio aleatório normal. O impacto do efeito atípico está em vermelho e sua intensidade é proporcional a 2 vezes o desvio padrão dos valores originais e vizinhança

$$\begin{aligned}
 ME &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_{t_i} - \hat{Z}_{t_i}), \\
 MSE &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_{t_i} - \hat{Z}_{t_i})^2, \\
 RMSE &= \sqrt{MSE}, \\
 MAE &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Z_{t_i} - \hat{Z}_{t_i}|, \\
 MAPE &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{|\hat{Z}_{t_i} - Z_{t_i}|}{Z_{t_i}} \times 100 \right].
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Em geral, trabalhamos mais exaustivamente com o PROP e RMSE.

2.4 Previsão

Uma vez com as séries reconstruídas e livres dos *outliers*, nosso último objetivo é fazer previsão. São propostos três tipos de modelos principais: modelos SARIMA, modelos de regressão com erros

autocorrelacionados e modelos BATS e TBATS.

A descrição de cada um desses modelos foi dada no capítulo 1 e daremos apenas a explicação dos experimentos para se avaliar aplicação de cada tipo de modelo.

Em todos os experimentos utilizamos a técnica de *rolling analysis* modificada abordada na seção 1.7.2. Para isso, estabelecemos uma amostra sistemática de $n = 30$ janelas e avaliamos a acurácia de cada procedimento de acordo com as medidas apresentadas na mesma seção, dado uma preferência a análise do RMSE.

2.4.1 Modelos SARIMA

É possível notar um comportamento sazonal com período de 24 horas em quase todas as séries temporais, o que naturalmente nos leva a considerar um dos modelos mais usados para a modelagem de séries sazonais, os modelos SARIMA. Assim, o primeiro método de modelagem visando fazer previsão consiste no uso de alguns conjuntos de modelos SARIMA. Para identificar a ordem do modelo, utilizamos o procedimento de identificação proposto na seção 1.3.7. Analisamos dois tipos de estratégias de ajuste dos modelos em relação às *rolling windows*:

Tipo 1: Em cada *rolling window* usa-se o algoritmo descrito na seção 1.3.7 para identificar o modelo e, com o modelo já identificado, faz-se o ajuste e a previsão de h passos a frente;

Tipo 2: Aplica-se o algoritmo descrito na seção 1.3.7 para identificar o modelo somente na primeira *rolling window* e utiliza-se esse mesmo modelo identificado em todas as demais *rolling windows*, mas reestimando os parâmetros de acordo com observações contidas em cada uma delas. Uma vez que os parâmetros foram reestimados, faz-se a previsão de horizonte h .

A ideia de fazer esses dois procedimentos é verificar se o custo de selecionar um modelo em cada *rolling window* realmente vale a pena, já que este é um procedimento bastante custoso sob o ponto de vista computacional, principalmente quando a série usada possui muitas observações.

2.4.2 Modelos de regressão com erros autocorrelacionados

Propomos aqui o uso de modelos semelhantes aos apresentados pelas equações (2.2) e (2.5), mas sob a perspectiva da teoria apresentado na seção 1.4, na qual os erros R_t seriam modelados por algum processo da família ARIMA. Assim, os modelos de regressão com erros autocorrelacionados considerados são:

$$\begin{aligned}
 Z_t &= \beta_0 + \sum_{j=1}^{23} \alpha_j D_{j,t} + R_t, \\
 Z_t &= \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{j=1}^{23} \alpha_j D_{j,t} + R_t, \\
 Z_t &= \beta_0 + \sum_{j=1}^{23} \alpha_j D_{j,t} + \sum_{i=1}^6 \gamma_i S_{i,t} + R_t, \\
 Z_t &= \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{j=1}^{23} \alpha_j D_{j,t} + \sum_{i=1}^6 \gamma_i S_{i,t} + R_t,
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

em que $\beta_0, \beta_1, \alpha_j, \gamma_i$ são parâmetros dos modelos, $D_{j,t}$ e $S_{i,t}$ são, respectivamente, o j -ésimo horário e o i -ésimo dia da semana associados ao tempo t e R_t é um processo SARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)$

Para cada tipo de modelo, analisamos estratégias análogas às apresentadas para os modelos SARIMA:

Tipo 1: Em cada *rolling window* usa-se o algoritmo descrito na seção 1.3.7 para identificar a parte SARIMA do modelo e, com o modelo identificado, faz-se o ajuste e a previsão de h passos a frente;

Tipo 2: Aplica-se o algoritmo descrito na seção 1.3.7 para identificar a parte SARIMA do modelo somente na primeira *rolling window* e utiliza-se esse mesmo modelo em todas as demais *rolling windows*, mas reestimando os parâmetros usando as observações de cada uma delas. Uma vez que os parâmetros forem reestimados, faz-se a previsão de horizonte h .

2.4.3 Modelos BATS e TBATS

A última categoria de modelos que utilizamos são os modelos BATS e TBATS abordados na seção 1.5. Aqui usamos a estratégia de seleção de modelo proposta por seus criadores em cada uma das *rolling window*. Consideramos os modelos de duas formas: com uma sazonalidade de período de 24 horas ou com duas sazonalidades de períodos de 24 e 168 horas (equivalente 7 dias), assim, teremos os seguintes tipos de modelos:

- BATS com sazonalidade de 24 horas;
- BATS com sazonalidades de 24 e 168 horas;
- TBATS com sazonalidade de 24 horas;
- TBATS com sazonalidades de 24 e 168 horas.

2.4.4 Métodos de previsão *Benchmark*

Para fazermos uma comparação da eficiência de previsão dos modelos propostos, utilizamos alguns métodos de previsão que funcionam como *benchmarks*. Esse métodos são:

Média: Calcula-se a média das observações da *rolling window* e usa-se esse valor como previsão nos h passos a frente;

Mediana: Calcula-se a mediana das observações da *rolling window* e usa-se esse valor como previsão nos h passos a frente;

Última Observação: Usa-se o valor da última observação como previsão nos h passos a frente.

2.5 Materiais

Todos os experimentos são realizados usando o *software* R [R C20] com a auxílio do RStudio [RSt20] instalados no sistema operacional *Windows 10 Home Single Language*. Os pacotes utilizados foram:

forecast [HAB⁺20]: possui funções que aplicam o algoritmo de busca pelo melhor modelo SARIMA usando o procedimento proposto por Hyndman e Khandakar (2008) [RY08], além de funções de identificação e ajuste dos modelos BATS e TBATS;

stlplus [Haf16]: executa o algoritmo de decomposição STL que consegue lidar com séries que possuem valores omissos;

tidyverse [WAB⁺19]: reúne vários pacotes importantes para ciência de dados, dentre os quais, usamos *ggplot2*, *dplyr*, *tidyr*, *readr*, *tibble* e *stringr*;

ggplot2 [Wic16]: cria diversos gráficos de forma pratica usando uma gramática de gráficos;

ggpubr [Kas20]: possui funções e gráficos complementares ao pacote *ggplot2*;

dplyr [WFHM20]: fornece uma gramática para a manipulação de dados;

tidyr [Wic20]: reúne funções para a manipulação e limpeza de dados;

readr [WH20]: reúne funções para a leitura e escrita de arquivos de dados retangular, como csv, tsv, fwt;

tibble [MW20b]: fornece uma forma mais cômoda de estrutura de dados para se fazer análises;

stringr [Wic19]: reúne funções para a manipulação de data e horários;

lubridate [GW11]: fornece uma gramática para a manipulação de dados;

foreach [MW20a]: junto ao pacote *doParallel*, reúne funções para execuções de tarefas em paralelo;

doParallel [CW20]: junto ao pacote *foreach*, reúne funções para execuções de tarefas em paralelo;

kableExtra [Zhu20]: auxilia na formatação de tabelas para o fomato Latex.

Quanto ao *hardware*, foi usado um notebook com as seguintes especificações:

CPU E CHIPSET: Intel® Core™ i7-9750H, 9ª Geração, Hexa Core, Frequência: 2.6 à 4.5 GHz, 12MB de SmartCache, Chipset: Intel HM370;

MEMÓRIA RAM: 32 GB (2x16GB) RAM, DDR4, até 2400MHz;

ARMAZENAMENTO: 128GB SATA 3 SSD M.2 2280.

Capítulo 3

Resultados e discussão

Este capítulo é dedicado a apresentar os resultados e a fazer uma avaliação da aplicação das metodologias propostas no capítulo anterior. Cada seção se refere aos resultados obtidos por uma série temporal específica, a saber, nível do reservatório de Peruíbe (Seção 3.2), consumo demandado do reservatório (Seção 3.3), vazão de entrada no reservatório (Seção 3.1), vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe (Seção 3.4), vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe (Seção 3.5), pressão a montante no Norte de Peruíbe (Seção 3.6), pressão a montante no Sul de Peruíbe (Seção 3.7), pressão a jusante no Norte de Peruíbe (Seção 3.8) e pressão a jusante no Sul de Peruíbe (Seção 3.9). Cada uma dessas seções possui uma estrutura bem padronizada: no início é apresentado e discutido um resumo dos principais resultados e nas subseções seguintes esses resultados são apresentados e discutidos de forma bem mais detalhadas, ou seja, as seções são divididas em subseções que discutem os procedimentos de preenchimento de valores omissos, a detecção e tratamento de *outliers* do melhor procedimento de preenchimento de valores omissos e os métodos de previsão. Como mencionado no capítulo anterior, embora fazer previsão não seja um dos principais objetivos das séries de nível e de vazão de entrada do reservatório, os resultados da aplicação dos métodos previsionais também são apresentados para essas séries.

Para ser mais sucinto, as análises apresentadas neste capítulo utilizam apenas o RMSE como medida de acurácia. Gráficos e tabelas mais detalhados das séries após passarem pelo tratamento dos *outliers* e preenchimento dos valores omissos são apresentados no Apêndice C.

Por fim, a seção 3.10 faz uma discussão geral dos resultados obtidos.

3.1 Vazão de entrada do reservatório Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe. A Figura 3.1 exibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação do métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 10,11, foi o ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 1566 (8,94 %), vis-à-

Figura 3.1: Trecho da série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

vis à quantidade de 1416 (8,08 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 205 (1,17 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos TBATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 23,074. Os resultados mostram que os métodos de detecção de *outliers* e preenchimento de valores omissos não performaram tão bem para a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe devido ao seu comportamento irregular ao longo do tempo, com desempenhos muito próximos ou inferiores ao melhor dos métodos *benchmarks*. O mesmo pode ser dito sobre os resultados dos métodos de previsão o que é uma evidência de que o CCO não possui um comportamento previsível de acordo com os métodos previsionais aqui sugeridos.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

3.1.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.1 à 3.3 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.4 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como *benchmark*. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.1 à 3.4 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que consideraram a sazonalidade semanal, que usaram interpolação nos resíduos R_t e que usaram valor de corte $c = 5$, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 10,11. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.

Tabela 3.1: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe.*

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg98	Sim	Sim	5	336	5	6,64	5,61	9,06	12,4	11,7	11,3	14,0	10,1
reg97	Sim	Sim	5	168	5	6,06	6,59	9,14	12,6	12,3	11,4	13,3	10,2
reg108	Sim	Sim	5	720	5	6,56	5,45	7,66	12,9	11,7	11,7	15,7	10,2
reg96	Sim	Sim	2	720	5	8,83	5,59	7,69	12,8	11,6	11,2	14,5	10,3
reg94	Sim	Sim	2	168	5	6,72	6,30	9,28	12,8	12,0	12,0	13,2	10,3
reg93	Sim	Sim	1	720	5	9,14	5,65	7,33	12,8	11,7	11,3	14,9	10,4
reg99	Sim	Sim	5	720	5	9,21	5,62	7,68	13,1	11,8	11,3	14,6	10,5
reg95	Sim	Sim	2	336	5	9,18	5,90	8,09	12,7	12,0	11,5	14,0	10,5
reg102	Sim	Sim	1	720	5	8,79	5,62	7,32	12,9	11,6	11,6	15,9	10,5
reg104	Sim	Sim	2	336	5	9,18	5,42	7,55	12,9	11,9	11,8	15,2	10,6
reg105	Sim	Sim	2	720	5	8,81	5,51	7,71	12,9	11,7	11,6	16,2	10,6
reg92	Sim	Sim	1	336	5	9,37	6,18	8,14	12,9	11,8	11,6	14,5	10,6

Tabela 3.2: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 5, com interpolação dos resíduos, sem sazonalidade semanal e janela de tamanho 336. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica					Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c		1	3	6	12	18	24	48	Total
dec16	Sim	168	5	6,61	5,66	8,86	12,8	12,3	11,5	14,5	10,3	
dec17	Sim	336	5	6,44	5,53	8,85	12,5	12,2	11,8	15,2	10,3	
dec18	Sim	720	5	6,35	5,50	8,93	12,8	12,3	11,9	16,1	10,5	
dec10	Sim	168	3	7,11	6,27	9,20	13,2	11,9	12,5	15,1	10,8	
dec11	Sim	336	3	7,11	6,17	9,17	13,0	11,8	12,7	15,5	10,8	
dec12	Sim	720	3	7,03	6,16	9,19	13,3	11,8	12,6	16,2	10,9	
dec13	Não	168	5	8,87	7,79	9,81	13,0	12,2	11,5	14,1	11,0	
dec14	Não	336	5	9,02	7,94	9,94	12,8	12,0	11,6	14,1	11,1	
dec15	Não	720	5	9,14	7,90	10,04	13,1	12,0	11,6	14,3	11,1	
dec7	Não	168	3	9,15	8,21	10,12	13,3	11,9	12,5	14,6	11,4	
dec8	Não	336	3	9,31	8,40	10,30	13,2	11,7	12,5	14,7	11,4	
dec9	Não	720	3	9,43	8,38	10,42	13,4	11,7	12,5	14,8	11,5	

Tabela 3.3: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl46	Sim	2	0	25	5	6,96	5,57	6,99	12,5	11,8	11,6	16,4	10,3
stl47	Sim	2	0	37	5	6,89	5,50	7,13	12,5	11,8	11,7	17,0	10,4
stl48	Sim	2	0	49	5	6,86	5,45	7,14	12,6	12,0	11,7	17,3	10,4
stl28	Sim	2	0	25	3	6,73	5,91	9,40	12,7	12,3	11,4	17,0	10,8
stl29	Sim	2	0	37	3	6,81	6,26	9,46	12,8	12,5	11,4	17,6	11,0
stl30	Sim	2	0	49	3	6,68	6,24	9,46	12,8	12,6	11,4	17,8	11,0
stl10	Sim	2	0	25	2	8,04	7,17	9,87	12,7	13,0	11,4	16,8	11,3
stl11	Sim	2	0	37	2	7,82	7,05	9,83	13,3	13,0	11,1	17,2	11,3
stl12	Sim	2	0	49	2	8,03	7,03	9,82	13,3	13,0	11,1	17,4	11,4
stl38	Não	2	0	37	5	8,97	8,78	9,88	13,4	12,8	12,0	16,6	11,8
stl37	Não	2	0	25	5	9,23	9,12	9,48	13,4	13,1	12,1	16,3	11,8
stl39	Não	2	0	49	5	8,96	8,80	9,99	13,5	12,9	12,0	16,6	11,8

- Os procedimentos de decomposição clássica que tiveram melhor desempenho, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que aplicaram interpolações nos resíduos R_t e que, aparentemente, possuem maiores valores de corte c . O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição

Tabela 3.4: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	16,82	16,25	17,04	17,0	19,6	21,5	22,3	18,6
ben2	Média	336	19,52	21,31	19,49	17,0	22,6	24,0	27,3	21,6
ben3	Média	720	22,24	24,61	21,97	19,2	23,9	25,0	29,6	23,8
ben4	Mediana	168	16,39	17,16	15,20	15,3	16,7	20,4	24,7	18,0
ben5	Mediana	336	18,85	21,38	19,12	16,5	21,9	24,9	29,9	21,8
ben6	Mediana	720	20,47	23,52	21,21	17,7	25,7	26,9	30,7	23,7
ben7	Interpolação	–	5,61	5,39	6,88	13,0	12,7	12,4	15,2	10,2

com interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 10,333.

- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, foram os que possuem interpolação nos resíduos R_t , usaram decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$) e que, aparentemente, possui maior valor de corte c . O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 10,259.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série, apresentando um RMSE total igual a 10,166. Vale mencionar que o melhor método *benchmark* teve performance superior a quase todos os procedimentos propostos. Outro ponto a se observar que o método de interpolação também teve bom desempenho em preencher sequências curtas de valores omissos.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$, apresentando um valor de RMSE total de 10,11. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.2 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de vazão de entrada no reservatório Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.1 à 3.4.

Verifica-se que os procedimentos propostos não conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, pois a série não possui um comportamento sazonal definido. O gráfico (C) ainda mostra uma possível sazonalidade captadas pelos procedimentos de preenchimento, porém, nos demais, a imputação foi muito aquém do desejado. Isso explica o porquê da maioria dos métodos propostos serem pior do que o método *benchmark* de interpolação. Tal resultado já era esperado, visto que a vazão de entrada no reservatório praticamente depende muito mais da decisão do controlador do CCO do que do perfil de consumo da população.

Figura 3.2: Alguns trechos da série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.1 à 3.4. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

3.1.2 Detecção e tratamento de outliers

As tabelas 3.5 e 3.6 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os outliers do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.5 apresenta as taxas de detecção dos outliers, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.6 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos outliers. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.5, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

- As taxas de detecção dos outliers foram, em geral, baixas. Os motivos mais prováveis para essa baixa taxa de detecção é termos usado uma constante ω relativamente baixo para a produção dos outliers e pela a série apresentar comportamento bem irregular, sem uma sazonalidade bem definida, o que pode dificultar a detecção de tais valores atípicos. Vale ressaltar que a baixa taxa de detecção reflete na baixa acurácia em corrigir os valores.
- É possível ver que a quantidade iteração não interfere muito na taxa de detecção dos outliers e, conseqüentemente, também não ajuda muito a melhorar a acurácia ao corrigir os valores atípicos.

Tabela 3.5: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	0,400	0,166	0,201	0,169	0,187	0,163
out2	3	1	0,200	0,130	0,119	0,114	0,121	0,111
out3	4	1	0,150	0,104	0,071	0,087	0,092	0,087
out4	5	1	0,117	0,077	0,053	0,062	0,068	0,067
out5	2	3	0,483	0,200	0,246	0,230	0,231	0,219
out6	3	3	0,300	0,135	0,147	0,132	0,144	0,130
out7	4	3	0,150	0,110	0,087	0,107	0,105	0,101
out8	5	3	0,133	0,086	0,068	0,077	0,079	0,080
out9	2	5	0,483	0,200	0,252	0,231	0,234	0,222
out10	3	5	0,300	0,135	0,148	0,132	0,144	0,130
out11	4	5	0,150	0,110	0,087	0,107	0,108	0,101
out12	5	5	0,133	0,086	0,068	0,077	0,079	0,080
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	0,400	0,166	0,483	0,352	0,476	0,305
out2	3	1	0,200	0,130	0,300	0,229	0,305	0,210
out3	4	1	0,150	0,104	0,200	0,171	0,219	0,152
out4	5	1	0,117	0,077	0,150	0,133	0,200	0,133
out5	2	3	0,483	0,200	0,550	0,467	0,533	0,400
out6	3	3	0,300	0,135	0,367	0,267	0,352	0,238
out7	4	3	0,150	0,110	0,200	0,200	0,238	0,162
out8	5	3	0,133	0,086	0,167	0,143	0,200	0,133
out9	2	5	0,483	0,200	0,550	0,467	0,533	0,400
out10	3	5	0,300	0,135	0,367	0,267	0,352	0,238
out11	4	5	0,150	0,110	0,200	0,200	0,238	0,162
out12	5	5	0,133	0,086	0,167	0,143	0,200	0,133
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de outliers, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

A Figura 3.3 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos não conseguiram dar um bom tratamento aos *outliers*, sendo que, na maioria dos casos, os procedimentos classificaram boa quantidade dos *outliers* como sendo parte normal da série, enquanto que alguns valores que originalmente não eram *outliers* foram erroneamente classificados como sendo.

A Tabela 3.7 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 1211 observações ou 6,9 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 1566 (8,9 %) observações anormais.

3.1.3 Previsão

A Tabela 3.8 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de

Tabela 3.6: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	18,0	21,2	17,0	20,1	19,3	20,1
out2	3	1	22,5	22,0	18,9	21,6	21,4	22,1
out3	4	1	25,1	23,3	20,9	23,6	23,4	23,6
out4	5	1	26,4	24,3	22,2	25,5	24,9	25,2
out5	2	3	16,4	20,8	16,4	17,9	17,5	18,6
out6	3	3	20,1	21,9	18,0	20,6	20,0	20,8
out7	4	3	25,1	23,2	20,3	22,4	22,4	22,7
out8	5	3	25,7	24,0	21,6	24,8	24,3	24,7
out9	2	5	16,4	20,8	16,4	17,9	17,5	18,5
out10	3	5	20,1	21,9	17,9	20,6	20,0	20,8
out11	4	5	25,1	23,2	20,3	22,4	22,3	22,7
out12	5	5	25,7	24,0	21,6	24,8	24,3	24,7
Total	—	—	37,9	32,4	30,2	31,3	32,9	30,8
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	18,0	21,2	19,8	25,8	26,2	24,7
out2	3	1	22,5	22,0	24,5	29,2	30,8	28,2
out3	4	1	25,1	23,3	28,9	32,3	34,8	30,5
out4	5	1	26,4	24,3	31,2	35,3	36,5	32,9
out5	2	3	16,4	20,8	18,4	22,6	23,6	22,4
out6	3	3	20,1	21,9	22,8	27,7	28,7	26,5
out7	4	3	25,1	23,2	28,9	31,0	33,7	29,8
out8	5	3	25,7	24,0	30,6	34,4	36,1	32,2
out9	2	5	16,4	20,8	18,4	22,6	23,5	22,4
out10	3	5	20,1	21,9	22,8	27,6	28,7	26,5
out11	4	5	25,1	23,2	28,9	31,0	33,7	29,8
out12	5	5	25,7	24,0	30,6	34,4	36,1	32,2
Total	—	—	37,9	32,4	50,3	46,8	55,2	42,9

Tabela 3.7: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	205	1,2 %	205	1,2 %
Limpeza primária	1.211	6,9 %	1.416	8,1 %
Algoritmo de detecção de outliers	150	0,9 %	1.566	8,9 %
Tamanho da série	17.519	100 %	19.085	100 %

modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 24,049. Um ponto a se observar é que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho consideravelmente melhor do que a de tipo 1 no uso *rolling window* de tamanho 336, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para identificar o modelo.
- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 2 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336,

Figura 3.3: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

apresentando RMSE total de 24,297.

- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos TBATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 23,074.
- Verifica-se que o uso de *rolling windows* de tamanho 720 teve, em geral, um desempenho pior do que o uso das de tamanho 366, o que indicaria uma frequente mudança no comportamento da série.
- Os métodos de previsão propostos não tiveram desempenhos tão superiores aos métodos *benchmark*, sendo que alguns deles apresentaram desempenho inferior. Isso evidencia que os métodos propostos provavelmente não sejam tão eficientes para fazer previsão da série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe.
- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos TBATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 23,074.

Os resultados não tão bons obtidos podem ser explicados pelo comportamento irregular que a série apresenta ao longo do tempo, sendo, na maioria das vezes, com nenhuma sazonalidade, o que prejudica demasiadamente a escolha de um modelo preditivo. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.4, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo

Tabela 3.8: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluindo aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão											
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos	
Rolling windows de tamanho 336															
SARIMA	—	—	Tipo 1	30	6,63	6,75	7,53	11,5	14,6	18,4	24,1	25,4	41,7	31,8	
	—	—	Tipo 2	29	6,53	7,20	7,62	13,2	16,8	19,0	22,8	21,4	24,8	24,0	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	8,68	10,38	12,09	15,0	16,4	19,7	22,5	24,2	26,1	27,1	
	0	Sim	Tipo 2	30	8,77	9,30	10,98	13,8	17,3	21,2	22,6	22,5	24,7	24,8	
	1	Sim	Tipo 1	30	7,54	8,30	9,09	16,8	20,0	23,0	25,9	27,0	34,8	29,1	
	1	Sim	Tipo 2	30	7,63	8,02	9,21	16,3	20,9	25,1	26,9	30,0	37,3	32,1	
	0	Não	Tipo 1	30	9,85	10,65	11,67	13,4	17,8	20,6	22,6	25,1	27,6	27,5	
	0	Não	Tipo 2	30	8,77	9,29	10,97	13,4	16,8	20,9	22,4	21,7	24,7	24,3	
	1	Não	Tipo 1	30	8,23	8,49	9,22	13,3	15,8	20,1	24,4	26,4	33,9	27,8	
	1	Não	Tipo 2	30	7,78	7,98	9,21	14,9	19,7	23,9	25,6	28,0	36,1	30,5	
BATS	—	Não	Tipo 1	30	7,66	7,08	7,92	10,2	13,7	16,5	20,7	21,0	31,7	25,3	
	—	Sim	Tipo 1	30	9,68	7,89	9,01	11,7	14,9	18,2	20,9	21,1	23,7	23,7	
TBATS	—	Não	Tipo 1	30	6,86	7,58	8,34	10,2	13,2	16,1	20,7	19,9	25,0	23,1	
	—	Sim	Tipo 1	30	7,05	7,96	8,32	10,8	13,7	17,4	23,4	26,5	25,3	25,5	
Benchmark	—	—	Média	30	26,25	26,18	26,18	27,5	27,6	31,3	29,2	28,9	29,7	31,3	
	—	—	Mediana	30	29,44	29,49	29,50	30,8	30,4	34,6	32,1	31,7	31,8	34,3	
	—	—	Últ. Obs.	30	7,63	8,73	10,05	14,0	16,0	20,0	22,4	21,7	24,7	24,3	
Rolling windows de tamanho 720															
SARIMA	—	—	Tipo 1	30	6,98	8,01	8,31	13,9	16,2	20,7	22,9	16,3	35,3	29,1	
	—	—	Tipo 2	30	6,62	7,22	7,95	14,2	16,7	21,6	22,8	16,2	34,3	29,4	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	9,65	11,30	11,74	16,6	17,8	20,0	20,4	18,5	34,5	29,6	
	0	Sim	Tipo 2	30	6,57	7,75	8,13	13,2	14,9	19,9	21,8	15,0	33,8	27,9	
	1	Sim	Tipo 1	30	7,07	7,93	8,65	12,1	15,2	21,7	25,1	18,9	36,9	29,3	
	1	Sim	Tipo 2	30	7,37	7,96	8,62	13,4	16,5	22,7	25,9	19,5	38,2	30,4	
	0	Não	Tipo 1	30	9,31	10,47	11,08	14,9	16,8	20,6	21,2	18,5	33,6	29,8	
	0	Não	Tipo 2	30	6,58	7,61	8,07	12,4	14,3	19,9	21,9	15,2	33,8	28,4	
	1	Não	Tipo 1	30	7,30	8,38	9,27	11,4	14,9	21,8	25,2	19,7	37,8	30,2	
	1	Não	Tipo 2	30	7,37	7,97	8,73	12,6	16,0	22,7	25,9	20,0	37,9	30,7	
BATS	—	Não	Tipo 1	30	7,48	7,70	8,41	14,0	16,5	20,8	22,5	15,8	34,6	29,4	
	—	Sim	Tipo 1	30	7,07	7,61	8,06	14,9	17,0	21,3	22,6	16,2	33,3	28,9	
TBATS	—	Não	Tipo 1	30	6,88	7,37	7,73	13,9	15,8	20,6	22,4	15,6	33,9	28,9	
	—	Sim	Tipo 1	30	6,83	7,36	7,75	14,1	15,7	21,0	22,4	16,2	33,6	29,3	
Benchmark	—	—	Média	30	21,30	21,48	22,38	24,3	25,2	25,8	23,9	21,8	33,7	31,7	
	—	—	Mediana	30	17,50	17,56	18,68	21,1	22,8	26,6	25,1	20,3	33,9	31,7	
	—	—	Últ. Obs.	30	7,09	7,77	8,58	17,1	20,0	23,2	24,9	17,4	35,4	30,8	

que reforçam as observações realizadas. Nota-se, por exemplo, nos gráficos (A) e (B) que muitas previsões acabaram por não incorporar a componente sazonal devido a uma falta de sazonalidade característica na série. Mesmo nos trechos da série em que parece haver uma sazonalidade, esta não é muito regular, como evidenciados nos gráficos (C) e (D).

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.4, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, com sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos com sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da repetição da última observação e *rolling windows* de tamanho 336.

Figura 3.4: Alguns trechos da série de vazão de entrada no reservatório Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.8. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

3.2 Nível do reservatório Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de nível do reservatório Peruíbe. A Figura 3.5 exibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação do métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 0,45, foi o ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 1139 (6,5 %), vis-à-vis à quantidade de 1136 (6,48 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 205 (1,17 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos BATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 0,922. Os resultados mostram que os métodos de detecção de *outliers* e preenchimento de valores omissos não performaram tão bem para a série de nível do reservatório Peruíbe devido ao seu comportamento não tão bem regular ao longo do tempo, porém o desempenho ainda foi melhor do que o dos métodos *benchmarks*. O mesmo pode ser dito sobre os resultados dos métodos de previsão, o que é uma evidência de que na maior parte do tempo o CCO não possui um comportamento previsível de acordo com os métodos previsionais aqui sugeridos.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

Figura 3.5: Trecho da série de nível do reservatório Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

3.2.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.9 à 3.11 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.12 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como *benchmark*. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

Tabela 3.9: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de nível do reservatório Peruíbe.

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg98	Sim	Sim	5	336	5	0,137	0,202	0,335	0,510	0,638	0,646	0,679	0,450
reg95	Sim	Sim	2	336	5	0,140	0,206	0,338	0,510	0,638	0,646	0,683	0,451
reg62	Sim	Sim	5	336	3	0,169	0,225	0,329	0,505	0,646	0,654	0,686	0,459
reg94	Sim	Sim	2	168	5	0,191	0,252	0,345	0,512	0,647	0,616	0,659	0,460
reg97	Sim	Sim	5	168	5	0,175	0,240	0,350	0,510	0,653	0,635	0,659	0,460
reg63	Sim	Sim	5	720	3	0,122	0,198	0,316	0,511	0,662	0,722	0,700	0,462
reg99	Sim	Sim	5	720	5	0,111	0,196	0,319	0,510	0,661	0,715	0,722	0,462
reg59	Sim	Sim	2	336	3	0,171	0,234	0,331	0,507	0,645	0,656	0,692	0,462
reg91	Sim	Sim	1	168	5	0,208	0,262	0,350	0,508	0,637	0,631	0,654	0,464
reg56	Sim	Sim	1	336	3	0,174	0,233	0,331	0,507	0,634	0,667	0,708	0,465
reg60	Sim	Sim	2	720	3	0,130	0,204	0,314	0,511	0,653	0,722	0,723	0,465
reg26	Sim	Sim	5	336	2	0,209	0,234	0,330	0,513	0,645	0,651	0,677	0,466

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.9 à 3.12 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que consideraram a sazonalidade semanal e que usaram interpolação nos resíduos R_t e, aparentemente, janela de ajuste de tamanho 336, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 5 modelando a tendência, com

Tabela 3.10: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 5, com interpolação dos resíduos, sem sazonalidade semanal e janela de tamanho 336. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de nível do reservatório Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica				Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
dec16	Sim	168	5	0,104	0,204	0,321	0,490	0,684	0,663	0,770	0,462
dec10	Sim	168	3	0,141	0,224	0,314	0,486	0,689	0,671	0,772	0,471
dec17	Sim	336	5	0,101	0,192	0,318	0,505	0,695	0,696	0,800	0,472
dec4	Sim	168	2	0,191	0,232	0,317	0,487	0,688	0,669	0,736	0,474
dec11	Sim	336	3	0,138	0,210	0,314	0,502	0,699	0,702	0,799	0,481
dec5	Sim	336	2	0,184	0,214	0,315	0,505	0,699	0,702	0,750	0,481
dec18	Sim	720	5	0,096	0,189	0,317	0,510	0,701	0,772	0,853	0,491
dec6	Sim	720	2	0,175	0,212	0,316	0,514	0,703	0,782	0,788	0,498
dec12	Sim	720	3	0,133	0,209	0,315	0,510	0,703	0,779	0,852	0,500
dec13	Não	168	5	0,453	0,446	0,490	0,562	0,669	0,663	0,684	0,567
dec7	Não	168	3	0,463	0,458	0,480	0,558	0,675	0,670	0,689	0,570
dec1	Não	168	2	0,474	0,458	0,481	0,564	0,675	0,667	0,677	0,571

Tabela 3.11: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de nível do reservatório Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl46	Sim	2	0	25	5	0,121	0,198	0,326	0,507	0,641	0,612	0,856	0,466
stl50	Sim	1	5	37	5	0,158	0,221	0,321	0,501	0,641	0,664	0,758	0,466
stl49	Sim	1	5	25	5	0,182	0,236	0,334	0,492	0,648	0,654	0,718	0,466
stl47	Sim	2	0	37	5	0,110	0,193	0,323	0,507	0,631	0,615	0,903	0,469
stl51	Sim	1	5	49	5	0,147	0,213	0,317	0,514	0,645	0,688	0,759	0,469
stl28	Sim	2	0	25	3	0,137	0,218	0,323	0,504	0,641	0,612	0,858	0,470
stl29	Sim	2	0	37	3	0,116	0,210	0,322	0,506	0,631	0,614	0,899	0,471
stl48	Sim	2	0	49	5	0,105	0,190	0,321	0,513	0,631	0,635	0,930	0,475
stl10	Sim	2	0	25	2	0,167	0,235	0,333	0,502	0,645	0,621	0,823	0,475
stl30	Sim	2	0	49	3	0,110	0,205	0,321	0,512	0,631	0,636	0,923	0,477
stl11	Sim	2	0	37	2	0,150	0,221	0,330	0,509	0,632	0,625	0,885	0,479
stl12	Sim	2	0	49	2	0,134	0,217	0,325	0,513	0,635	0,646	0,906	0,482

Tabela 3.12: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de nível do reservatório Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	0,878	0,961	0,813	0,922	0,762	0,920	0,794	0,864
ben2	Média	336	0,913	1,009	0,860	0,996	0,754	0,927	0,771	0,890
ben3	Média	720	0,986	1,066	0,923	1,023	0,814	0,966	0,788	0,938
ben4	Mediana	168	0,875	0,952	0,809	0,913	0,735	0,876	0,775	0,848
ben5	Mediana	336	0,911	1,034	0,855	0,988	0,739	0,918	0,746	0,884
ben6	Mediana	720	0,983	1,093	0,931	1,065	0,812	0,972	0,809	0,952
ben7	Interpolação	–	0,096	0,188	0,335	0,618	0,866	0,920	0,858	0,554

interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 0,45. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.

- Os procedimentos de decomposição clássica que tiveram melhor desempenho, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que não aplicaram interpolações nos resíduos R_t e que, aparentemente, possuem janela de tamanho 168. O melhor procedimento foi aquele que usou

decomposição com interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 0,462.

- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, foram os que possuem interpolação nos resíduos R_t , usaram decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$) e que, aparentemente, possui maior valor de corte c . O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 0,466.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série. Vale mencionar que o melhor método *benchmark* teve performance superior a alguns dos procedimentos propostos, mas que não estão listados nas tabelas. Outro ponto a se observar que o método de interpolação também teve bom desempenho em preencher sequências curtas de valores omissos.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$, apresentando um valor de RMSE total de 0,45. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.6 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de nível do reservatório Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.9 à 3.12.

Pode-se verificar que nos trechos em que a série de nível do reservatório possui sazonalidade mais bem definida os métodos de imputação propostos tiveram performance superior à mera interpolação linear dos valores da série (gráficos (A) e (C)), ao passo que nos trechos em que seu comportamento é bem irregular a interpolação teve uma performance próxima (gráfico (B)) ou até mesmo visivelmente superior (gráfico (D)) do que os procedimentos propostos.

3.2.2 Detecção e tratamento de *outliers*

As tabelas 3.13 e 3.14 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os *outliers* do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.13 apresenta as taxas de detecção dos *outliers*, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.14 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos *outliers*. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.13, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

Figura 3.6: Alguns trechos da série de nível do reservatório Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.9 à 3.12. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

- As taxas de detecção dos *outliers* foram, em geral, baixas, sobretudo quando $c = 5$ e a quantidade de iterações máximas é 3, que são os valores usados no método escolhido para imputar os valores omissos da série. Os motivos mais prováveis para essa baixa taxa de detecção é termos usado uma constante ω relativamente baixo para a produção dos *outliers* e pela a série apresentar momentos com comportamento bem irregular, ou sem uma sazonalidade bem definida, o que pode dificultar a detecção de tais valores atípicos. Vale ressaltar que a baixa taxa de detecção reflete na baixa acurácia em corrigir os valores.
- É possível ver que a quantidade iteração não interfere muito na taxa de detecção dos outliers e, conseqüentemente, também não ajuda muito a melhorar a acurácia ao corrigir os valores atípicos.
- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de outliers, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

A Figura 3.7 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos não conseguiram dar uma bom tratamentos aos *outliers*, sendo que, na maioria dos casos, os procedimentos não conseguiram detectar os *outliers* (gráficos (A), (D), (E) e (F)) e naqueles em que houve a detecção do efeito atípico, não houve a detecção da maioria das observações afetadas por

Tabela 3.13: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de nível do reservatório Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	0,450	0,181	0,156	0,176	0,188	0,167
out2	3	1	0,200	0,050	0,071	0,079	0,090	0,073
out3	4	1	0,133	0,010	0,034	0,022	0,041	0,021
out4	5	1	0,067	0,000	0,010	0,010	0,021	0,006
out5	2	3	0,467	0,210	0,166	0,185	0,199	0,179
out6	3	3	0,233	0,053	0,077	0,081	0,095	0,079
out7	4	3	0,133	0,013	0,036	0,024	0,044	0,022
out8	5	3	0,067	0,000	0,012	0,012	0,021	0,006
out9	2	5	0,467	0,210	0,166	0,185	0,199	0,179
out10	3	5	0,233	0,053	0,077	0,081	0,095	0,079
out11	4	5	0,133	0,013	0,036	0,024	0,044	0,022
out12	5	5	0,067	0,000	0,012	0,012	0,021	0,006
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	0,450	0,181	0,550	0,419	0,514	0,381
out2	3	1	0,200	0,050	0,350	0,267	0,333	0,229
out3	4	1	0,133	0,010	0,200	0,105	0,210	0,095
out4	5	1	0,067	0,000	0,067	0,067	0,133	0,038
out5	2	3	0,467	0,210	0,583	0,419	0,533	0,381
out6	3	3	0,233	0,053	0,367	0,276	0,352	0,229
out7	4	3	0,133	0,013	0,200	0,105	0,219	0,095
out8	5	3	0,067	0,000	0,067	0,076	0,133	0,038
out9	2	5	0,467	0,210	0,583	0,419	0,533	0,381
out10	3	5	0,233	0,053	0,367	0,276	0,352	0,229
out11	4	5	0,133	0,013	0,200	0,105	0,219	0,095
out12	5	5	0,067	0,000	0,067	0,076	0,133	0,038
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

tal efeito (gráficos (C) e (B)).

A Tabela 3.15 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de nível do reservatório Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 931 observações ou 5,3 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 1139 (6,5 %) observações anormais.

3.2.3 Previsão

A Tabela 3.16 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720, apresentando RMSE total de 1,261. Um ponto a se observar é que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho bem melhor do que a de tipo 1 no uso *rolling window* de tamanho 336, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para identificar o modelo.
- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE

Tabela 3.14: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de nível do reservatório Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	1,12	1,37	1,07	1,26	1,23	1,28
out2	3	1	1,74	1,54	1,26	1,45	1,43	1,45
out3	4	1	1,90	1,61	1,38	1,56	1,56	1,55
out4	5	1	2,13	1,64	1,47	1,60	1,63	1,59
out5	2	3	1,09	1,35	1,06	1,25	1,21	1,27
out6	3	3	1,66	1,53	1,25	1,44	1,43	1,45
out7	4	3	1,90	1,61	1,38	1,56	1,55	1,55
out8	5	3	2,13	1,64	1,47	1,60	1,63	1,59
out9	2	5	1,09	1,35	1,06	1,25	1,21	1,27
out10	3	5	1,66	1,53	1,25	1,44	1,43	1,45
out11	4	5	1,90	1,61	1,38	1,56	1,55	1,55
out12	5	5	2,13	1,64	1,47	1,60	1,63	1,59
Total	—	—	2,37	1,64	1,53	1,65	1,77	1,61
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	1,12	1,37	1,26	1,67	1,72	1,64
out2	3	1	1,74	1,54	1,77	2,01	2,13	1,94
out3	4	1	1,90	1,61	2,17	2,31	2,38	2,16
out4	5	1	2,13	1,64	2,51	2,42	2,61	2,29
out5	2	3	1,09	1,35	1,21	1,67	1,70	1,63
out6	3	3	1,66	1,53	1,74	2,00	2,12	1,94
out7	4	3	1,90	1,61	2,17	2,31	2,37	2,16
out8	5	3	2,13	1,64	2,51	2,41	2,61	2,29
out9	2	5	1,09	1,35	1,21	1,67	1,70	1,63
out10	3	5	1,66	1,53	1,74	2,00	2,12	1,94
out11	4	5	1,90	1,61	2,17	2,31	2,37	2,16
out12	5	5	2,13	1,64	2,51	2,41	2,61	2,29
Total	—	—	2,37	1,64	2,82	2,62	3,17	2,38

Tabela 3.15: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de nível do reservatório Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	205	1,2 %	205	1,2 %
Limpeza primária	931	5,3 %	1.136	6,5 %
Algoritmo de detecção de outliers	3	0 %	1.139	6,5 %
Tamanho da série	17.519	100 %	18.658	100 %

total, foi o que usou polinômio de grau 0 modelando a tendência, com sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 0,959. É importante notar que nem todos os experimentos do tipo 2 conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.

- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos BATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 0,922. Na maioria dos casos, o uso de sazonalidade semanal não melhorou o desempenho dos modelos, a exceção dos modelos com BATS com *rollings windows* de tamanho 720, no qual houve uma pequena melhora.
- Com exceção dos procedimentos que usaram modelos SARIMA, não houve uma diferença

Figura 3.7: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de nível do reservatório Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

notável de desempenho entre usar *rolling windows* de tamanho 336 ou 720.

- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário). Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.
- Os métodos de previsão propostos não tiveram desempenhos tão superiores aos métodos *benchmark*, sendo que alguns deles apresentaram desempenho inferior. Isso evidencia que os métodos propostos provavelmente não sejam tão eficientes para fazer previsão da série de nível do reservatório Peruíbe.
- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos BATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 0,922.

Os resultados não tão bons podem ser explicados pelo comportamento irregular que a série apresenta em vários de seus trechos, sendo, na maioria das vezes, uma sazonalidade não muito bem

Tabela 3.16: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de nível do reservatório Peruíbe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das *rolling windows*, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira *rolling window* e do ajuste modelo selecionado nas demais *rolling windows*, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluindo aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão										
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos
<i>Rolling windows de tamanho 336</i>														
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	0,124	0,274	0,456	0,653	0,861	1,139	1,405	2,213	9,21	5,000
	–	–	Tipo 2	26	0,121	0,302	0,531	0,930	1,138	1,289	1,352	1,684	2,84	2,119
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,133	0,415	0,652	0,938	0,473	0,492	0,767	1,011	1,18	0,959
	0	Sim	Tipo 2	27	0,122	0,320	0,556	0,956	1,184	1,230	1,116	1,056	1,56	1,277
	1	Sim	Tipo 1	30	0,118	0,359	0,571	0,850	0,531	0,646	0,871	1,034	1,47	1,041
	1	Sim	Tipo 2	17	0,099	0,289	0,489	0,688	0,481	0,524	0,962	1,273	1,49	1,086
	0	Não	Tipo 1	30	0,329	0,590	0,747	0,935	0,518	0,469	0,801	1,039	1,21	0,969
	0	Não	Tipo 2	26	0,126	0,330	0,573	0,956	1,202	1,240	1,127	1,067	1,56	1,275
	1	Não	Tipo 1	30	0,208	0,483	0,647	0,847	0,492	0,659	0,898	1,057	1,46	1,038
	1	Não	Tipo 2	29	0,100	0,280	0,455	0,686	0,491	0,628	0,919	1,060	1,38	0,973
BATS	–	Não	Tipo 1	30	0,139	0,268	0,448	0,673	0,522	0,652	0,808	0,775	1,23	0,922
	–	Sim	Tipo 1	30	0,111	0,261	0,450	0,681	0,520	0,583	0,784	0,750	1,25	0,931
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	0,106	0,267	0,455	0,691	0,697	0,771	0,970	0,981	1,36	1,050
	–	Sim	Tipo 1	30	0,108	0,273	0,458	0,668	0,992	1,423	1,556	1,974	1,80	2,080
Benchmark	–	–	Média	30	1,369	1,348	1,321	1,381	1,159	0,804	0,969	0,962	1,19	1,104
	–	–	Mediana	30	1,429	1,404	1,378	1,422	1,163	0,818	1,023	1,017	1,26	1,113
	–	–	Últ. Obs.	30	0,179	0,364	0,596	1,057	1,377	1,175	1,081	1,063	1,47	1,356
<i>Rolling windows de tamanho 720</i>														
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	0,206	0,386	0,624	0,986	0,976	1,127	1,063	1,164	2,14	1,261
	–	–	Tipo 2	29	0,208	0,378	0,610	0,990	0,893	1,105	1,017	1,077	1,72	1,267
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,186	0,337	0,554	0,926	0,780	0,966	1,038	1,022	1,34	1,003
	0	Sim	Tipo 2	30	0,215	0,394	0,601	0,877	1,028	1,127	1,133	1,472	1,97	1,425
	1	Sim	Tipo 1	30	0,197	0,331	0,534	0,908	0,850	0,936	0,924	0,868	1,60	1,014
	1	Sim	Tipo 2	30	0,186	0,329	0,534	0,898	0,853	0,896	0,873	0,833	1,58	0,997
	0	Não	Tipo 1	30	0,186	0,340	0,559	0,929	0,792	0,958	1,018	1,007	1,34	1,008
	0	Não	Tipo 2	30	0,215	0,394	0,600	0,854	1,002	1,089	1,087	1,451	1,97	1,413
	1	Não	Tipo 1	30	0,184	0,325	0,534	0,907	0,823	0,904	0,875	0,831	1,52	0,982
	1	Não	Tipo 2	29	0,186	0,327	0,526	0,882	0,897	1,072	1,030	0,939	1,55	1,049
BATS	–	Não	Tipo 1	30	0,197	0,325	0,530	0,828	0,852	0,961	1,064	1,171	1,46	1,114
	–	Sim	Tipo 1	30	0,206	0,353	0,575	0,899	0,790	0,980	1,062	1,068	1,63	1,085
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	0,200	0,346	0,552	0,844	0,810	0,949	0,983	1,042	1,60	1,079
	–	Sim	Tipo 1	30	0,202	0,360	0,584	0,900	0,906	1,005	1,002	1,144	1,50	1,090
Benchmark	–	–	Média	30	1,250	1,295	1,394	1,412	0,961	1,097	1,391	1,273	1,27	1,141
	–	–	Mediana	30	1,324	1,358	1,443	1,443	1,001	1,178	1,484	1,338	1,32	1,198
	–	–	Últ. Obs.	30	0,240	0,419	0,628	0,900	1,178	1,115	1,035	1,309	1,75	1,416

definida, o que prejudica demasiadamente a escolha de um modelo preditivo. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.8, na qual são mostrados alguns exemplos de previsões para cada tipo de modelo que reforçam as observações realizadas.

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.8, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, com sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da média e *rolling windows* de tamanho 336.

Figura 3.8: Alguns trechos da série de nível do reservatório Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.16. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

3.3 Consumo do reservatório Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe. A Figura 3.9 exhibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação do métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 93,16, foi a decomposição clássica sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 2$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 6443 (36,8 %), vis-à-vis à quantidade de 4576 (26,1 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 207 (1,18 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos SARIMA do tipo 2 e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 96,239. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos que o melhor procedimento foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 97,113. De modo geral, os resultados mostram uma boa adequabilidade dos métodos propostos a série temporal de consumo demandado do reservatório Peruíbe.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

Figura 3.9: Trecho da série de consumo demandado do reservatório Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

3.3.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.17 à 3.19 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.20 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como *benchmark*. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

Tabela 3.17: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe.

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg33	Sim	Sim	2	720	2	103,8	89,8	93,6	77,9	117	90,2	89,9	94,6
reg72	Sim	Sim	5	720	3	95,7	86,4	101,9	80,2	118	89,0	92,4	94,7
reg30	Sim	Sim	1	720	2	104,6	89,0	94,5	83,2	115	90,1	88,1	94,9
reg60	Sim	Sim	2	720	3	97,6	86,5	110,8	81,6	117	87,4	86,4	95,4
reg69	Sim	Sim	2	720	3	95,5	86,3	108,5	84,7	115	88,8	88,7	95,4
reg36	Sim	Sim	5	720	2	104,4	95,9	99,1	80,1	112	90,3	89,8	95,9
reg24	Sim	Sim	2	720	2	106,0	95,3	99,1	81,2	112	88,6	88,8	95,9
reg27	Sim	Sim	5	720	2	108,9	96,5	97,5	79,9	114	88,9	88,3	96,3
reg99	Sim	Sim	5	720	5	76,3	78,4	103,5	81,3	128	113,0	93,3	96,3
reg108	Sim	Sim	5	720	5	76,2	78,1	103,1	82,9	125	115,0	96,3	96,7
reg96	Sim	Sim	2	720	5	76,7	78,6	104,6	81,5	129	113,6	93,2	96,7
reg105	Sim	Sim	2	720	5	76,9	78,7	103,0	82,8	126	114,3	95,8	96,9

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.17 à 3.20 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram interpolação nos resíduos R_t , que consideraram a sazonalidade semanal e que usaram uma janela de tamanho 720, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 2 modelando a tendência, com interpolação

Tabela 3.18: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 2, com interpolação dos resíduos, com sazonalidade semanal e janela de tamanho 720. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica				Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
dec1	Não	168	2	118,0	96,7	93,8	75,0	112	75,9	80,4	93,2
dec4	Sim	168	2	105,2	90,2	91,0	79,0	126	78,7	85,4	93,6
dec10	Sim	168	3	95,8	84,9	106,9	86,2	123	77,7	87,1	94,5
dec7	Não	168	3	115,4	95,6	104,8	81,2	111	75,5	78,8	94,7
dec5	Sim	336	2	104,2	88,5	89,6	78,3	129	87,3	89,3	95,1
dec11	Sim	336	3	96,2	83,9	105,4	85,1	124	86,8	91,7	96,2
dec2	Não	336	2	121,5	98,4	100,5	76,7	115	79,4	84,2	96,5
dec8	Não	336	3	119,2	98,1	107,9	82,9	113	79,4	83,1	97,7
dec13	Não	168	5	110,7	91,8	103,9	81,3	120	96,5	87,0	98,7
dec6	Sim	720	2	105,7	89,5	92,8	78,7	134	101,7	97,0	99,9
dec3	Não	720	2	125,9	101,5	104,0	80,8	120	85,3	90,1	101,1
dec16	Sim	168	5	85,1	77,7	106,8	88,2	138	112,0	100,2	101,1

Tabela 3.19: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl10	Sim	2	0	25	2	102,9	89,3	94,5	86,1	121	73,7	86,7	93,5
stl49	Sim	1	5	25	5	108,6	94,6	91,6	83,3	116	75,1	89,0	94,1
stl46	Sim	2	0	25	5	81,3	78,2	104,7	80,2	128	96,7	93,0	94,5
stl28	Sim	2	0	25	3	99,9	88,3	96,1	82,6	123	86,6	89,9	95,1
stl52	Sim	1	10	25	5	110,1	97,5	94,9	84,2	114	75,6	91,0	95,4
stl11	Sim	2	0	37	2	106,7	92,4	96,6	88,1	111	79,4	95,8	95,7
stl1	Não	2	0	25	2	122,2	99,9	100,4	84,7	116	67,4	80,2	95,8
stl31	Sim	1	5	25	3	116,7	102,4	96,1	82,9	116	75,3	83,9	96,2
stl47	Sim	2	0	37	5	87,1	78,4	105,8	80,2	125	102,3	99,2	96,8
stl19	Não	2	0	25	3	121,3	101,0	98,4	84,4	118	68,7	86,9	96,9
stl13	Sim	1	5	25	2	122,1	112,0	100,4	82,9	113	72,3	82,1	97,9
stl2	Não	2	0	37	2	126,0	102,9	103,9	87,4	108	70,8	85,7	97,9

Tabela 3.20: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	267,4	239	253	251	271	264	276	260
ben2	Média	336	270,8	240	254	250	273	268	277	262
ben3	Média	720	272,5	245	257	259	279	279	283	268
ben4	Mediana	168	271,1	235	249	248	276	268	278	261
ben5	Mediana	336	273,6	237	250	248	273	270	279	261
ben6	Mediana	720	274,7	243	254	256	279	282	286	268
ben7	Interpolação	–	92,6	107	174	254	334	345	338	235

de R_t , com sazonalidade semanal, janela de tamanho 720 e valor de corte $c = 2$, apresentando um RMSE total igual a 94,637. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.

- Aparentemente, os procedimentos de decomposição clássica que tiveram melhor desempenho, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram janelas de tamanho menores (168 e

336) e valores de cortes baixo ($c = 2$ e 3). O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 2$, apresentando um RMSE total igual a 93,16.

- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, foram os que possuem interpolação nos resíduos R_t , possui $n_{(s)} = 24$ e que, aparentemente, usaram decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$). O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 2$, apresentando um RMSE total igual a 93,452.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série, apresentando um RMSE total igual a 234,915. Verifica-se que os procedimentos propostos tiveram desempenhos bem superiores aos *benchmarks*.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de decomposição clássica sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 2$, apresentando um valor de RMSE total de 93,16. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.10 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de consumo demandado do reservatório Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.17 à 3.20.

Verifica-se que os procedimentos propostos conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, sendo essas bem superiores às do método de interpolação. Esses resultados já eram esperados, pois a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe apresenta um comportamento sazonal bem característico, mesmo que esse comportamento tenha alguns momentos de notáveis diferenças entre o valor real e o estimado pelos métodos propostos, como nos gráfico (A).

3.3.2 Detecção e tratamento de *outliers*

As tabelas 3.21 e 3.22 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os *outliers* do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.21 apresenta as taxas de detecção dos *outliers*, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.22 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos *outliers*. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.21, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

- De modo geral, as taxas de detecção dos *outliers* foram altas para o tipo único e para os demais tipos de efeitos a taxa de detecção depende dos parâmetros do experimento. Quando

Figura 3.10: Alguns trechos da série de consumo demandado do reservatório Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.17 à 3.20. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

se considera apenas as obsevações mais afetadas, as taxa de detecção foram bem altas, com exceção dos efeitos atípicos do tipo platô. Esses resultados são uma evidência da possível adequação do procedimento em detectar os *outliers* da série. Nota-se também que as altas taxas de detecção resultaram em um RMSE relativamente bom, conseguindo fazer uma redução expressiva em relação ao RMSE total.

- É possível ver que a quantidade de iterações tem pouca interferência na taxa de detecção dos *outliers* e também não melhora de forma significativa a acurácia ao corrigir os valores atípicos.
- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de *outliers*, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.
- Em todos os experimentos, o RMSE foi bem superior do que o RMSE total. Isso indica uma adequabilidade relativamente boa do método em tratar os *outliers* encontrados.

A Figura 3.11 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos conseguiram dar um tratamento relativamente bom aos *outliers* nos casos de efeito atípicos do tipo único. No caso do efeito atípico do tipo platô, a eficiência da correção depende do valor de corte c (gráfico (B)). Nos demais casos o método proposto só conseguiu detectar e dar tratamento aos valores mais afetados pelo efeito atípico.

Tabela 3.21: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de decomposição clássica sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 2$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	0,833	0,858	0,658	0,726	0,676	0,748
out2	3	1	0,833	0,659	0,505	0,560	0,550	0,581
out3	4	1	0,833	0,370	0,393	0,428	0,428	0,430
out4	5	1	0,833	0,228	0,308	0,308	0,324	0,283
out5	2	3	1,000	0,917	0,704	0,779	0,736	0,807
out6	3	3	1,000	0,720	0,544	0,604	0,588	0,639
out7	4	3	0,983	0,401	0,424	0,470	0,470	0,468
out8	5	3	0,967	0,252	0,339	0,324	0,347	0,307
out9	2	5	1,000	0,920	0,707	0,782	0,744	0,810
out10	3	5	1,000	0,729	0,544	0,606	0,591	0,641
out11	4	5	0,983	0,403	0,425	0,470	0,471	0,468
out12	5	5	0,967	0,258	0,339	0,326	0,348	0,307
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	0,833	0,858	0,933	0,933	0,933	0,933
out2	3	1	0,833	0,659	0,917	0,924	0,933	0,895
out3	4	1	0,833	0,370	0,917	0,886	0,914	0,867
out4	5	1	0,833	0,228	0,917	0,848	0,886	0,714
out5	2	3	1,000	0,917	1,000	1,000	1,000	1,000
out6	3	3	1,000	0,720	0,983	0,990	1,000	0,981
out7	4	3	0,983	0,401	0,983	0,962	0,990	0,924
out8	5	3	0,967	0,252	0,967	0,886	0,962	0,733
out9	2	5	1,000	0,920	1,000	1,000	1,000	1,000
out10	3	5	1,000	0,729	0,983	0,990	1,000	0,981
out11	4	5	0,983	0,403	0,983	0,962	0,990	0,924
out12	5	5	0,967	0,258	0,967	0,886	0,962	0,733
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

A Tabela 3.23 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 4369 observações ou 24,9 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 6443 (36,8 %) observações anormais.

3.3.3 Previsão

A Tabela 3.24 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 96,239. Vale notar que a estratégia do tipo 2 não conseguiu se ajustar em todas as *rolling windows* testadas, o que pode ser um empecilho para se fazer comparações. Outro ponto a se observar é que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho bem melhor do que a de tipo 1 no uso de *rolling window* de tamanho 336, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para se fazer tal identificação.

Tabela 3.22: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de decomposição clássica sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 2$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	258,4	298	223	300	293	308
out2	3	1	254,5	416	283	373	343	377
out3	4	1	254,1	504	325	427	408	446
out4	5	1	253,3	543	377	492	468	498
out5	2	3	86,1	286	210	285	279	292
out6	3	3	70,3	405	272	365	332	364
out7	4	3	79,9	497	318	420	400	439
out8	5	3	85,0	539	369	489	463	494
out9	2	5	86,1	286	210	284	278	291
out10	3	5	70,3	403	272	364	332	363
out11	4	5	79,9	497	317	420	399	438
out12	5	5	85,0	538	369	489	463	494
Total	—	—	773,3	724	644	726	779	708
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	258,4	298	231	317	320	317
out2	3	1	254,5	416	251	398	384	396
out3	4	1	254,1	504	286	471	469	484
out4	5	1	253,3	543	323	574	566	575
out5	2	3	86,1	286	186	284	281	290
out6	3	3	70,3	405	213	377	351	371
out7	4	3	79,9	497	254	454	445	470
out8	5	3	85,0	539	300	564	546	567
out9	2	5	86,1	286	186	284	279	289
out10	3	5	70,3	403	213	377	351	370
out11	4	5	79,9	497	254	454	444	469
out12	5	5	85,0	538	300	564	544	567
Total	—	—	773,3	724	1.040	1.058	1.269	965

Tabela 3.23: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de consumo demandado do reservatório Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	207	1,2 %	207	1,2 %
Limpeza primária	4.369	24,9 %	4.576	26,1 %
Algoritmo de detecção de outliers	1.867	10,7 %	6.443	36,8 %
Tamanho da série	17.519	100 %	23.962	100 %

- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 97,113. É importante notar, novamente, que nem todos os experimentos conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.
- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos BATS com sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 107,678. Nota-se que os modelos TBATS com uso de *rolling windows* de tamanho 720 tiveram desempenho piores do que os procedimentos *benchmark*.
- O uso de *rolling windows* de tamanho 336 aparenta ser um pouco melhor do que usar as de

Figura 3.11: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de consumo demandado do reservatório Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

tamanho 720.

- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário). Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.
- Com exceção dos procedimentos TBATS com uso de *rolling windows* de tamanho 720, os métodos de previsão propostos tiveram desempenhos bem superiores aos métodos *benchmark*, mostrando, assim, uma possível adequabilidade dos modelos propostos.
- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos SARIMA do tipo 2 e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 96,239. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos que o melhor procedimento foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 97,113.

Os bons resultados de previsão podem ser explicados por um comportamento regular que a série

Tabela 3.24: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de consumo demandado do reservatório Peruíbe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluindo aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão											
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos	
Rolling windows de tamanho 336															
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	31,0	33,8	48,1	45,5	67,3	80,5	70,9	142,3	214	167,6	
	–	–	Tipo 2	19	30,6	26,0	32,0	43,4	62,3	92,4	70,3	123,0	117	96,2	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	34,0	37,6	40,9	47,8	64,9	85,3	69,1	104,6	134	98,6	
	0	Sim	Tipo 2	25	28,2	30,2	45,8	50,4	75,2	89,5	82,6	130,3	119	117,0	
	1	Sim	Tipo 1	30	34,5	39,0	43,5	49,3	68,4	83,7	70,6	99,3	167	124,1	
	1	Sim	Tipo 2	21	32,6	41,0	39,1	49,4	73,7	83,8	64,7	113,5	123	137,1	
	0	Não	Tipo 1	30	33,2	37,4	39,6	44,9	59,9	82,0	67,7	102,1	133	97,1	
	0	Não	Tipo 2	24	29,1	30,5	46,3	45,6	65,3	58,0	58,4	94,0	118	103,9	
	1	Não	Tipo 1	30	34,0	38,8	43,7	46,2	65,2	80,3	69,2	96,0	165	123,2	
	1	Não	Tipo 2	21	30,6	42,4	41,5	48,0	73,5	97,3	76,1	132,0	144	140,2	
BATS	–	Não	Tipo 1	30	40,3	46,2	57,5	51,7	75,9	78,4	74,4	122,4	133	108,4	
	–	Sim	Tipo 1	30	120,5	83,1	99,6	93,3	85,7	116,6	98,7	118,5	116	107,7	
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	42,7	49,7	61,2	53,9	74,8	85,7	75,9	115,1	120	109,6	
	–	Sim	Tipo 1	30	47,8	56,4	74,8	72,2	75,1	95,8	89,1	127,1	124	117,3	
Benchmark	–	–	Média	30	132,1	140,0	206,1	310,1	238,6	326,5	146,1	158,5	171	261,0	
	–	–	Mediana	30	117,4	125,9	211,2	322,2	255,4	312,9	137,0	151,0	162	262,8	
	–	–	Últ. Obs.	30	95,2	158,8	273,0	401,7	313,2	230,0	71,1	121,0	114	287,3	
Rolling windows de tamanho 720															
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	32,7	42,8	48,7	41,3	64,3	82,8	71,3	105,9	165	114,6	
	–	–	Tipo 2	18	29,6	49,4	59,8	51,1	71,8	90,4	69,9	97,2	163	114,2	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	35,2	50,8	61,0	57,7	66,5	78,8	75,9	101,9	162	115,7	
	0	Sim	Tipo 2	21	36,1	52,2	59,8	58,5	65,0	75,6	69,1	83,8	154	117,1	
	1	Sim	Tipo 1	30	34,2	51,5	63,9	60,0	68,8	76,1	73,0	117,4	174	132,7	
	1	Sim	Tipo 2	30	33,8	47,1	58,4	52,5	62,7	72,7	70,1	104,7	165	117,0	
	0	Não	Tipo 1	30	35,5	50,5	60,6	54,4	65,4	83,3	79,0	107,2	161	116,4	
	0	Não	Tipo 2	16	36,9	53,0	64,3	58,2	68,1	76,3	76,4	80,9	162	112,9	
	1	Não	Tipo 1	30	34,4	51,2	62,6	56,4	66,2	81,1	75,9	119,8	169	130,2	
	1	Não	Tipo 2	30	34,0	47,5	59,2	50,4	63,4	82,2	73,5	115,7	166	121,9	
BATS	–	Não	Tipo 1	30	39,1	47,4	59,6	49,3	77,0	95,1	91,8	135,4	274	176,3	
	–	Sim	Tipo 1	30	59,8	72,1	86,0	70,0	82,2	87,9	89,6	104,5	156	118,8	
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	48,6	68,8	84,6	108,5	99,1	136,0	151,7	285,0	903	539,6	
	–	Sim	Tipo 1	30	50,5	69,2	85,2	116,7	87,4	115,0	128,8	239,8	734	447,1	
Benchmark	–	–	Média	30	173,6	184,6	217,1	325,7	244,2	358,8	191,4	193,1	239	282,9	
	–	–	Mediana	30	168,8	177,0	222,2	332,0	259,7	349,2	183,9	186,9	231	282,4	
	–	–	Últ. Obs.	30	108,3	170,7	297,9	425,2	339,2	220,4	100,2	157,2	241	313,2	

apresenta em quase toda a sua extensão, sendo, muitas vezes, uma sazonalidade bem definida. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.12, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo que reforçam as constatações realizadas.

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.12, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos com sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da média e *rolling windows* de tamanho 336.

Figura 3.12: Alguns trechos da série de consumo demandado do reservatório Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.24. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

3.4 Vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe. A Figura 3.13 exibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação dos métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 14,883, foi a decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 2708 (15,5 %), vis-à-vis à quantidade de 2224 (12,7 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 206 (1,18 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 1 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 2 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 20,033. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos que o melhor procedimento foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 1 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 20,417. De modo geral, os resultados mostram uma boa adequabilidade dos métodos propostos a série temporal de vazão de saída para o Norte de Peruíbe.

Figura 3.13: Trecho da série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

3.4.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.25 à 3.27 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.28 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como *benchmark*. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

Tabela 3.25: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe.

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg97	Sim	Sim	5	168	5	15,8	22,6	17,6	17,5	16,1	8,76	8,28	15,2
reg61	Sim	Sim	5	168	3	18,1	23,3	17,4	17,4	15,3	7,84	7,95	15,3
reg98	Sim	Sim	5	336	5	16,0	24,7	18,8	17,1	15,7	9,03	9,23	15,8
reg91	Sim	Sim	1	168	5	17,4	23,8	19,5	17,7	15,5	8,70	8,13	15,8
reg25	Sim	Sim	5	168	2	19,6	23,6	19,7	17,4	15,0	7,51	7,92	15,8
reg62	Sim	Sim	5	336	3	17,5	24,4	19,2	16,6	15,4	8,80	9,06	15,8
reg104	Sim	Sim	2	336	5	15,6	24,3	18,5	17,4	15,4	9,58	10,35	15,9
reg92	Sim	Sim	1	336	5	15,3	24,1	20,5	17,6	15,3	9,04	9,29	15,9
reg94	Sim	Sim	2	168	5	17,2	24,1	19,1	17,9	16,1	8,67	8,24	15,9
reg26	Sim	Sim	5	336	2	19,0	24,3	19,9	16,4	14,3	8,58	9,11	15,9
reg101	Sim	Sim	1	336	5	15,3	24,4	18,9	17,5	16,0	9,47	10,42	16,0
reg108	Sim	Sim	5	720	5	15,2	23,2	19,7	17,7	14,8	10,18	11,27	16,0

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.25 à 3.28 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram interpolação nos resíduos R_t , que consideraram a sazonalidade semanal e que, apa-

Tabela 3.26: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 5, com interpolação dos resíduos, sem sazonalidade semanal e janela de tamanho 168. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica				Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
dec7	Não	168	3	19,4	23,5	17,8	17,3	14,5	7,60	7,97	15,4
dec11	Sim	336	3	17,7	22,9	17,6	18,0	15,2	9,15	8,95	15,6
dec10	Sim	168	3	17,8	22,9	17,5	17,8	15,7	8,63	9,36	15,6
dec8	Não	336	3	19,7	23,8	17,9	17,7	14,0	8,15	8,68	15,7
dec17	Sim	336	5	15,0	22,6	17,9	18,6	16,1	10,27	9,48	15,7
dec1	Não	168	2	20,2	23,5	19,3	17,4	14,6	7,40	7,89	15,8
dec16	Sim	168	5	15,4	22,6	17,9	18,4	16,9	9,62	9,53	15,8
dec13	Não	168	5	18,3	24,1	18,1	17,4	15,5	8,60	8,38	15,8
dec2	Não	336	2	20,3	23,6	19,2	17,7	14,1	8,04	8,57	15,9
dec14	Não	336	5	18,6	24,7	17,9	17,7	15,0	9,01	9,08	16,0
dec5	Sim	336	2	19,2	22,9	19,5	17,8	15,3	8,99	8,95	16,1
dec4	Sim	168	2	19,2	23,1	19,8	17,7	15,7	8,28	9,09	16,1

Tabela 3.27: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl46	Sim	2	0	25	5	14,2	21,8	17,3	17,2	14,4	9,51	9,81	14,9
stl47	Sim	2	0	37	5	14,6	20,1	18,2	17,3	14,9	10,44	11,33	15,3
stl48	Sim	2	0	49	5	14,7	20,0	18,4	17,6	15,3	11,07	12,57	15,7
stl28	Sim	2	0	25	3	16,1	23,9	20,0	17,2	14,2	9,37	9,24	15,7
stl29	Sim	2	0	37	3	16,4	22,2	21,8	17,3	14,2	10,18	10,78	16,1
stl37	Não	2	0	25	5	18,5	24,8	20,2	17,4	14,0	8,91	10,21	16,3
stl19	Não	2	0	25	3	19,6	25,1	21,4	16,7	13,8	8,74	9,63	16,4
stl10	Sim	2	0	25	2	18,1	23,7	21,5	17,2	16,3	9,28	9,08	16,4
stl38	Não	2	0	37	5	18,5	23,9	20,3	17,5	14,0	9,73	11,76	16,5
stl1	Não	2	0	25	2	20,3	24,9	22,1	16,5	14,2	8,36	9,36	16,5
stl30	Sim	2	0	49	3	16,6	21,9	22,1	17,7	14,7	10,93	12,13	16,6
stl52	Sim	1	10	25	5	19,2	25,5	20,2	17,5	14,5	9,64	10,48	16,7

Tabela 3.28: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	38,1	40,6	41,3	37,8	35,6	29,9	31,3	36,4
ben2	Média	336	37,8	40,4	40,9	38,4	35,4	30,1	31,3	36,3
ben3	Média	720	38,3	40,2	40,9	39,3	35,4	30,7	31,8	36,6
ben4	Mediana	168	38,9	42,2	42,3	38,6	36,6	30,9	31,9	37,4
ben5	Mediana	336	38,8	42,1	41,7	38,7	36,4	30,9	32,0	37,2
ben6	Mediana	720	39,4	41,7	40,7	39,2	35,3	30,9	32,0	37,0
ben7	Interpolação	–	14,6	23,1	26,4	46,7	42,9	41,2	36,9	33,1

rentemente, usaram janela de tamanho menores e grau de polinômio igual a 5, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 15,222. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.

- Não se observa um padrão muito claro nos parâmetros dos melhores procedimentos de decomposição clássica de acordo com o RMSE total. O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 3$, apresentando um RMSE total igual a 15,43.
- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, foram os que possuem interpolação nos resíduos R_t , e que usaram decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$). O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 14,883.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série, apresentando um RMSE total igual a 33,119. Verifica-se que os procedimentos propostos tiveram desempenhos bem superiores aos *benchmarks*.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um valor de RMSE total de 14,883. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.14 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de vazão de saída para o Norte de Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.25 à 3.28.

Verifica-se que os procedimentos propostos conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, sendo estas bem superiores às do método de interpolação. Esses resultados já eram esperados, pois a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe apresenta um comportamento sazonal bem característico, mesmo que esse comportamento tenha alguns momentos de notáveis diferenças entre o valor real e o estimado pelos métodos propostos. Vale observar no gráfico (C) que o método STL, além de preencher os valores omissos, conseguiu detectar e tratar o outlier que aparece no começo do dia 07/08/2017.

3.4.2 Detecção e tratamento de *outliers*

As tabelas 3.29 e 3.30 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os *outliers* do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.29 apresenta as taxas de detecção dos *outliers*, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.30 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos *outliers*. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.29, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

Figura 3.14: Alguns trechos da série de vazão de saída para o Norte de Peruibe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.25 à 3.28. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

- De modo geral, as taxas de detecção dos *outliers* foram altas para o tipo único e para os demais tipos de efeitos a taxa de detecção depende dos parâmetros do experimento. Quando se considera apenas as observações mais afetadas, as taxas de detecção foram bem altas, com exceção dos efeitos atípicos do tipo platô. Esses resultados são uma evidência da possível adequação do procedimento em detectar os *outliers* da série. Nota-se também que, para as observações mais afetadas, as altas taxas de detecção resultaram em um RMSE relativamente bom, conseguindo fazer uma redução expressiva em relação ao RMSE total, porém, o mesmo não pode ser dito quando se considera todas as observações afetadas pelos efeitos atípicos.
- O número de máximo de iterações possui, em geral, uma considerável influência nos resultados. Com exceção do efeito do tipo único, a taxa de detecção dos experimentos que tiveram apenas uma iteração foi menor do que quando usadas iterações máximas iguais a 3 ou 5. Porém, não há muita diferença entre usar um número máximo de iterações igual a 3 ou igual a 5. Algo semelhante pode ser observado pelos valores de RMSE: o RMSE dos experimentos que usaram apenas uma iteração máxima foram maiores do que aqueles que tiveram iterações máximas iguais a 3 ou 5. A semelhança dos resultados do uso de 3 e 5 iterações máximas pode ser explicado pelo algoritmo conseguir encontrar grande parte dos *outliers* antes de atingir número máximo de iterações, sendo necessário apenas uma baixa quantidade de iterações, isto é, um número menor ou igual a 3, porém maior que 1.

Tabela 3.29: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	1,000	0,409	0,370	0,399	0,400	0,390
out2	3	1	1,000	0,216	0,280	0,277	0,276	0,258
out3	4	1	0,967	0,107	0,193	0,175	0,204	0,160
out4	5	1	0,867	0,065	0,139	0,114	0,133	0,104
out5	2	3	1,000	0,665	0,573	0,604	0,618	0,604
out6	3	3	1,000	0,443	0,446	0,443	0,455	0,433
out7	4	3	1,000	0,228	0,327	0,301	0,321	0,258
out8	5	3	0,983	0,119	0,241	0,185	0,230	0,163
out9	2	5	1,000	0,673	0,575	0,613	0,628	0,615
out10	3	5	1,000	0,462	0,446	0,453	0,470	0,441
out11	4	5	1,000	0,241	0,329	0,304	0,324	0,267
out12	5	5	0,983	0,123	0,243	0,187	0,234	0,166
Total	–	–	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	1,000	0,409	1,000	0,895	0,962	0,829
out2	3	1	1,000	0,216	1,000	0,790	0,867	0,714
out3	4	1	0,967	0,107	0,867	0,600	0,762	0,514
out4	5	1	0,867	0,065	0,700	0,495	0,581	0,400
out5	2	3	1,000	0,665	1,000	0,981	1,000	0,924
out6	3	3	1,000	0,443	1,000	0,895	0,981	0,848
out7	4	3	1,000	0,228	1,000	0,800	0,895	0,657
out8	5	3	0,983	0,119	0,867	0,571	0,762	0,486
out9	2	5	1,000	0,673	1,000	0,981	1,000	0,924
out10	3	5	1,000	0,462	1,000	0,895	0,981	0,848
out11	4	5	1,000	0,241	1,000	0,810	0,895	0,676
out12	5	5	0,983	0,123	0,867	0,571	0,762	0,486
Total	–	–	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de outliers, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

A Figura 3.15 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos conseguiram detectar e tratar somente as observações mais afetadas pelos efeitos atípicos.

A Tabela 3.31 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 2018 observações ou 11,5 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 2708 (15,5 %) observações anormais.

3.4.3 Previsão

A Tabela 3.32 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total

Tabela 3.30: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	13,9	61,5	46,9	54,6	53,1	56,2
out2	3	1	13,6	69,2	49,0	59,9	59,5	62,1
out3	4	1	16,3	73,0	54,7	65,2	63,2	65,9
out4	5	1	25,7	75,3	58,7	67,7	66,5	68,4
out5	2	3	13,9	55,7	40,1	45,3	42,8	46,8
out6	3	3	13,6	63,0	43,7	53,1	50,0	54,5
out7	4	3	10,6	69,2	49,3	60,7	57,5	62,7
out8	5	3	12,9	73,3	53,6	64,9	62,3	66,3
out9	2	5	13,9	55,2	39,9	44,4	41,7	46,4
out10	3	5	13,6	62,6	43,6	52,7	49,0	54,1
out11	4	5	10,6	69,0	49,2	60,6	57,3	62,4
out12	5	5	12,9	73,1	53,4	64,8	62,0	66,2
Total	—	—	118,3	78,9	74,1	77,8	83,5	76,1
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	13,9	61,5	32,5	61,6	61,0	61,8
out2	3	1	13,6	69,2	34,8	70,1	73,1	71,5
out3	4	1	16,3	73,0	48,5	81,1	80,1	79,8
out4	5	1	25,7	75,3	60,6	87,6	90,0	85,7
out5	2	3	13,9	55,7	30,3	50,5	47,7	50,5
out6	3	3	13,6	63,0	33,9	61,0	59,4	61,5
out7	4	3	10,6	69,2	39,6	73,2	71,7	74,7
out8	5	3	12,9	73,3	51,4	82,8	81,9	83,0
out9	2	5	13,9	55,2	30,3	49,4	46,4	50,3
out10	3	5	13,6	62,6	33,9	60,9	58,3	61,0
out11	4	5	10,6	69,0	39,6	72,9	71,3	74,2
out12	5	5	12,9	73,1	51,4	82,7	81,3	82,7
Total	—	—	118,3	78,9	130,3	121,9	147,4	110,8

Tabela 3.31: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	206	1,2 %	206	1,2 %
Limpeza primária	2.018	11,5 %	2.224	12,7 %
Algoritmo de detecção de outliers	484	2,8 %	2.708	15,5 %
Tamanho da série	17.519	100 %	20.227	100 %

de 22,503. Vale notar que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho bem superior do que a de tipo 1 no uso de *rolling window* de tamanho 336, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para se fazer tal identificação.

- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 1 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 2 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 20,033. É importante notar que nem todos os experimentos conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.
- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o

Figura 3.15: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

RMSE total foi o que usou modelos BATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 720, apresentando RMSE total de 26,14. Para ambos os procedimentos BATS e TBATS o uso de sazonalidade semanal não melhorou significativamente o desempenho dos modelos.

- Aparentemente não há muita diferença de desempenho entre usar *rolling windows* de tamanho 336 ou 720, pois alguns experimentos que tiveram bom resultado usando *rolling windows* de tamanho 336 foram piores com as de tamanho 720 (em geral, os de regressão tiveram pior desempenho), enquanto que outros que tiveram mau resultado usando *rolling windows* de tamanho 336 foram melhores com as de tamanho 720.
- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário). Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.
- De modo geral, os métodos de previsão propostos tiveram desempenhos bem superiores aos métodos *benchmark*, mostrando, assim, uma possível adequabilidade dos modelos propostos.

Tabela 3.32: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de vazão de saída para o Norte de Peruibe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluindo aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão										
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos
Rolling windows de tamanho 336														
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	12,21	14,9	13,4	16,3	25,5	18,91	21,2	32,9	53,8	35,4
	–	–	Tipo 2	30	12,22	14,7	12,4	15,9	25,8	16,54	18,3	27,9	21,7	22,5
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	12,46	14,3	12,0	19,1	24,3	14,25	18,4	19,2	23,5	22,4
	0	Sim	Tipo 2	19	13,65	15,0	12,4	23,2	28,4	12,23	20,9	27,4	31,0	31,5
	1	Sim	Tipo 1	30	12,63	14,7	12,4	17,7	23,8	16,00	16,0	22,3	20,4	21,6
	1	Sim	Tipo 2	24	9,32	11,6	12,5	17,5	16,8	18,50	19,2	23,6	20,4	22,5
	0	Não	Tipo 1	30	12,44	13,6	11,3	14,8	22,9	12,82	13,4	14,9	20,1	20,7
	0	Não	Tipo 2	14	13,74	14,4	10,9	20,0	23,6	9,51	17,7	23,9	32,2	27,8
	1	Não	Tipo 1	30	12,70	13,8	11,6	15,9	23,8	14,37	12,5	20,5	19,6	20,4
	1	Não	Tipo 2	27	13,61	14,8	13,5	18,1	18,5	18,15	16,2	21,4	18,0	20,0
BATS	–	Não	Tipo 1	30	12,49	16,1	15,0	20,4	21,1	25,76	23,6	34,1	25,3	27,6
	–	Sim	Tipo 1	30	35,44	28,4	28,2	17,1	33,2	25,65	18,7	19,9	29,9	27,3
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	12,97	16,4	16,3	20,4	26,3	24,71	21,9	33,1	21,3	27,1
	–	Sim	Tipo 1	30	12,49	18,5	20,5	24,3	29,6	39,42	36,7	47,7	53,3	47,7
Benchmark	–	–	Média	30	38,13	41,7	29,8	46,3	37,1	44,87	24,0	24,4	28,4	41,0
	–	–	Mediana	30	37,85	41,1	32,6	52,3	40,0	41,66	23,7	21,9	28,0	42,4
	–	–	Últ. Obs.	30	18,56	30,4	36,9	66,2	55,4	34,64	27,0	37,7	26,3	51,3
Rolling windows de tamanho 720														
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	9,07	12,1	11,8	15,1	24,6	25,08	18,5	36,6	43,0	27,3
	–	–	Tipo 2	29	10,37	11,4	11,3	15,3	23,5	23,35	15,7	31,0	38,2	24,5
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	10,45	11,8	11,7	18,1	24,5	19,87	15,5	26,8	34,4	23,6
	0	Sim	Tipo 2	25	9,12	12,2	11,3	17,3	18,5	17,20	14,3	28,1	37,9	25,1
	1	Sim	Tipo 1	30	10,62	12,5	12,4	18,5	26,3	24,08	18,2	26,8	44,5	27,5
	1	Sim	Tipo 2	22	7,21	13,2	13,3	20,2	29,5	27,65	19,4	33,4	40,9	28,8
	0	Não	Tipo 1	30	10,38	11,7	11,9	18,3	24,3	20,35	15,6	29,0	33,9	23,7
	0	Não	Tipo 2	24	10,48	12,2	11,5	18,3	18,2	18,31	14,7	30,3	38,5	24,8
	1	Não	Tipo 1	30	10,72	12,5	12,6	19,0	26,4	24,85	18,5	28,6	45,5	27,7
	1	Não	Tipo 2	21	7,60	13,4	13,7	20,7	30,1	29,04	20,3	36,0	41,9	29,0
BATS	–	Não	Tipo 1	30	11,60	11,8	11,7	17,0	27,0	23,43	16,9	29,4	40,9	26,1
	–	Sim	Tipo 1	30	14,75	19,3	19,3	21,4	29,3	22,91	18,1	28,5	37,6	27,2
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	12,04	14,7	17,2	22,8	27,8	22,83	15,8	30,3	40,0	26,8
	–	Sim	Tipo 1	30	13,15	15,0	17,0	21,5	29,0	20,59	14,0	29,8	40,4	28,4
Benchmark	–	–	Média	30	28,13	36,4	33,1	49,4	36,1	44,41	28,6	34,1	36,8	40,9
	–	–	Mediana	30	25,94	32,9	32,3	53,7	38,3	41,03	24,9	32,4	36,4	41,8
	–	–	Últ. Obs.	30	17,41	24,7	33,0	66,7	48,9	37,50	19,5	34,4	43,3	47,7

- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 1 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 2 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 20,033. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos que o melhor procedimento foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 1 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 20,417.

Os bons resultados de previsão podem ser explicados por um comportamento regular que a série apresenta em quase toda a sua extensão, sendo, muitas vezes, uma sazonalidade bem definida. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.16, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo que reforçam as constatações realizadas.

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.16, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão

Figura 3.16: Alguns trechos da série de vazão de saída para o Norte de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.32. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 1 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 720; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 720 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da média e *rolling windows* de tamanho 720.

3.5 Vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe. A Figura 3.17 exhibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação do métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 18,483, foi o ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 4278 (24,4 %), vis-à-vis à quantidade de 4182 (23,9 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 207 (1,18 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que

Figura 3.17: Trecho da série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 25,156. De modo geral, os resultados mostram uma boa adequabilidade dos métodos propostos a série temporal de vazão de saída para o Sul de Peruíbe.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

3.5.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.33 à 3.35 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.36 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como *benchmark*. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

Tabela 3.33: RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe.

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg98	Sim	Sim	5	336	5	13,8	10,7	16,7	21,4	20,6	22,4	23,8	18,5
reg62	Sim	Sim	5	336	3	16,1	11,1	16,8	21,2	20,6	19,9	23,9	18,5
reg95	Sim	Sim	2	336	5	13,1	10,7	17,2	22,1	21,1	22,2	23,5	18,6
reg92	Sim	Sim	1	336	5	13,0	11,0	17,3	21,8	20,8	22,3	23,6	18,6
reg59	Sim	Sim	2	336	3	16,7	11,6	16,8	21,1	20,5	20,1	23,2	18,6
reg107	Sim	Sim	5	336	5	13,0	11,0	16,7	21,5	20,6	23,3	25,5	18,8
reg104	Sim	Sim	2	336	5	13,0	10,9	16,6	22,3	20,7	23,0	24,8	18,8
reg68	Sim	Sim	2	336	3	16,5	13,0	16,8	21,3	21,3	20,1	23,1	18,9
reg56	Sim	Sim	1	336	3	16,1	11,6	18,2	21,5	20,4	20,1	24,4	18,9
reg65	Sim	Sim	1	336	3	14,8	12,8	17,4	21,3	21,0	20,6	24,6	18,9
reg71	Sim	Sim	5	336	3	17,0	13,3	17,1	21,3	20,9	20,0	23,8	19,1
reg32	Sim	Sim	2	336	2	17,0	13,3	18,0	21,3	20,9	20,6	22,7	19,1

Tabela 3.34: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 5, com interpolação dos resíduos, sem sazonalidade semanal e janela de tamanho 336. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica				Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
dec16	Sim	168	5	13,6	10,9	17,7	21,7	19,7	23,4	24,5	18,8
dec7	Não	168	3	17,9	13,1	18,6	21,1	19,7	19,0	23,4	19,0
dec13	Não	168	5	17,0	13,3	18,4	21,2	19,7	20,9	23,2	19,1
dec10	Sim	168	3	15,9	12,3	17,4	21,5	20,4	21,0	25,3	19,1
dec4	Sim	168	2	17,3	12,4	17,8	20,3	18,8	20,1	27,5	19,2
dec17	Sim	336	5	13,5	10,7	16,9	22,0	21,8	25,6	25,7	19,5
dec11	Sim	336	3	15,9	12,2	16,9	21,6	21,7	22,7	25,6	19,5
dec1	Não	168	2	18,7	13,8	18,7	20,6	19,0	19,3	26,8	19,6
dec8	Não	336	3	18,6	13,4	19,1	21,7	20,6	19,8	24,0	19,6
dec14	Não	336	5	17,8	13,6	18,6	21,9	20,8	21,7	23,8	19,7
dec5	Sim	336	2	17,4	12,2	17,4	20,7	20,4	22,1	28,0	19,7
dec2	Não	336	2	19,1	14,1	19,3	21,3	19,9	20,1	27,4	20,2

Tabela 3.35: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl46	Sim	2	0	25	5	14,3	11,3	16,7	22,0	19,3	23,7	26,8	19,2
stl10	Sim	2	0	25	2	17,2	13,8	18,2	21,3	19,8	19,9	24,4	19,2
stl28	Sim	2	0	25	3	17,3	13,4	17,7	20,7	19,7	22,0	24,2	19,3
stl49	Sim	1	5	25	5	18,4	13,1	18,0	20,8	20,4	19,9	25,2	19,4
stl31	Sim	1	5	25	3	19,0	13,9	18,8	20,8	21,0	20,0	22,7	19,5
stl53	Sim	1	10	37	5	18,5	12,8	18,3	21,7	21,0	19,6	24,7	19,5
stl52	Sim	1	10	25	5	18,4	13,1	18,4	21,2	20,8	20,9	24,3	19,6
stl29	Sim	2	0	37	3	17,1	13,4	17,5	20,9	20,1	22,4	26,9	19,7
stl34	Sim	1	10	25	3	19,6	13,7	20,6	21,5	21,2	20,5	21,8	19,8
stl11	Sim	2	0	37	2	17,3	13,9	17,9	22,2	20,4	20,5	26,9	19,9
stl47	Sim	2	0	37	5	14,4	11,6	16,6	22,1	19,9	25,3	29,5	19,9
stl19	Não	2	0	25	3	19,5	15,1	21,4	22,2	19,7	18,3	23,2	19,9

Tabela 3.36: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	46,8	44,4	50,4	52,3	53,6	54,3	56,6	51,2
ben2	Média	336	47,6	46,5	49,8	53,7	54,4	55,1	56,4	51,9
ben3	Média	720	49,0	48,6	50,6	56,3	57,1	57,7	57,3	53,8
ben4	Mediana	168	48,2	44,6	53,2	55,1	54,6	54,9	56,9	52,5
ben5	Mediana	336	48,5	46,6	51,4	56,0	55,4	55,9	56,3	52,9
ben6	Mediana	720	49,5	48,2	51,3	57,9	57,7	58,4	57,4	54,3
ben7	Interpolação	–	15,9	17,6	27,4	46,9	61,4	71,3	71,5	44,6

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.33 à 3.36 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram interpolação nos resíduos R_t , que consideraram a sazonalidade semanal e que usaram janela de tamanho 336, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação

de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 18,483. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.

- Aparentemente, os procedimentos de decomposição clássica que tiveram melhor desempenho, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram janela de tamanho menores (168 e 336). O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição com interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 18,799.
- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, foram os que possuem interpolação nos resíduos R_t , e que, aparentemente, usaram $n_{(s)} = 24$ e decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$). O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 19,171.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série, apresentando um RMSE total igual a 44,57. Verifica-se que os procedimentos propostos tiveram desempenhos bem superiores aos *benchmarks*.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$, apresentando um valor de RMSE total de 18,483. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.18 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de vazão de saída para o Sul de Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.33 à 3.36.

Verifica-se que os procedimentos propostos conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, sendo estas bem superiores às do método de interpolação. Esses resultados já eram esperados, pois a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe apresenta um comportamento sazonal bem característico, mesmo que esse comportamento tenha alguns momentos de notáveis diferenças entre o valor real e o estimado pelos métodos propostos.

3.5.2 Detecção e tratamento de *outliers*

As tabelas 3.37 e 3.38 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os *outliers* do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.37 apresenta as taxas de detecção dos *outliers*, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas

Figura 3.18: Alguns trechos da série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.33 à 3.36. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.38 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos *outliers*. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.37, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

- De modo geral, as taxas de detecção dos *outliers* foram altas para o tipo único e para os demais tipos de efeitos a taxa de detecção depende dos parâmetros do experimento. Quando se considera apenas as observações mais afetadas, as taxas de detecção foram bem altas, com exceção dos efeitos atípicos do tipo platô. Esses resultados são uma evidência da possível adequação do procedimento em detectar os *outliers* da série. Nota-se também que, para as observações mais afetadas, as altas taxas de detecção resultaram em um RMSE relativamente bom, conseguindo fazer uma redução expressiva em relação ao RMSE total, porém, o mesmo não pode ser dito quando se considera todas as observações afetadas pelos efeitos atípicos.
- O número de máximo de iterações possui, em geral, uma considerável influência nos resultados. Com exceção do efeito do tipo único, a taxa de detecção dos experimentos que tiveram apenas uma iteração foi menor do que quando usadas iterações máximas iguais a 3 ou 5. Porém, não há muita diferença entre usar um número máximo de iterações igual a 3 ou igual a 5. Algo semelhante pode ser observado pelos valores de RMSE: o RMSE dos experimentos que usaram apenas uma iteração máxima foram maiores do aqueles que tiveram iterações máximas iguais a 3 ou 5. A semelhança dos resultados do uso de 3 e 5 iterações máximas pode ser explicado

Tabela 3.37: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	0,783	0,705	0,479	—	—	—
out2	3	1	0,783	—	0,367	0,403	0,381	0,397
out3	4	1	0,767	0,150	0,261	0,249	0,271	0,230
out4	5	1	0,700	0,090	0,178	0,156	0,190	0,135
out5	2	3	1,000	0,981	0,671	0,754	0,710	0,790
out6	3	3	0,983	0,732	0,532	0,591	0,561	0,612
out7	4	3	0,967	0,367	0,399	0,418	0,422	0,401
out8	5	3	0,867	0,167	0,276	0,264	0,301	0,225
out9	2	5	1,000	0,984	0,671	0,757	0,717	0,799
out10	3	5	0,983	0,763	0,536	0,599	0,570	0,618
out11	4	5	0,967	0,376	0,400	0,419	0,427	0,409
out12	5	5	0,867	0,169	0,277	0,264	0,301	0,228
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	0,783	0,705	0,867	—	—	—
out2	3	1	0,783	—	0,867	0,857	0,857	0,848
out3	4	1	0,767	0,150	0,850	0,724	0,857	0,600
out4	5	1	0,700	0,090	0,717	0,486	0,676	0,390
out5	2	3	1,000	0,981	1,000	1,000	1,000	0,990
out6	3	3	0,983	0,732	1,000	0,990	0,990	0,981
out7	4	3	0,967	0,367	0,967	0,952	0,971	0,905
out8	5	3	0,867	0,167	0,900	0,752	0,943	0,590
out9	2	5	1,000	0,984	1,000	1,000	1,000	0,990
out10	3	5	0,983	0,763	1,000	0,990	0,990	0,990
out11	4	5	0,967	0,376	0,967	0,952	0,971	0,933
out12	5	5	0,867	0,169	0,900	0,752	0,943	0,600
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

pelo algoritmo conseguir encontrar grande parte dos *outliers* antes de atingir número máximo de iterações, sendo necessário apenas uma baixa quantidade de iterações, isto é, um número menor ou igual a 3, porém maior que 1.

- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de outliers, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

A Figura 3.19 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos conseguiram detectar e tratar somente as observações mais afetadas pelos efeitos atípicos.

A Tabela 3.39 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 3975 observações ou 22,7 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 4278 (24,4 %) observações anormais.

3.5.3 Previsão

A Tabela 3.40 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes

Tabela 3.38: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	46,9	63,7	45,9	—	—	—
out2	3	1	46,8	—	53,9	72,7	70,3	75,7
out3	4	1	48,5	102,1	64,5	83,9	81,0	86,5
out4	5	1	56,6	105,5	74,7	91,2	88,8	92,2
out5	2	3	14,1	43,0	36,4	41,1	39,5	42,6
out6	3	3	14,1	69,7	45,1	59,7	54,8	61,4
out7	4	3	16,5	86,4	57,0	73,6	68,5	76,5
out8	5	3	36,0	98,7	67,8	84,3	79,5	87,7
out9	2	5	14,1	42,2	36,2	40,5	39,0	41,9
out10	3	5	14,1	68,8	45,1	59,2	54,3	60,9
out11	4	5	16,5	85,4	57,0	73,3	68,3	76,1
out12	5	5	36,0	98,6	67,7	84,3	79,4	87,5
Total	—	—	137,1	122,5	111,7	121,0	130,4	118,1
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	46,9	63,7	52,9	—	—	—
out2	3	1	46,8	—	51,6	81,7	84,4	82,7
out3	4	1	48,5	102,1	58,3	101,3	100,2	102,3
out4	5	1	56,6	105,5	79,4	117,3	117,6	115,3
out5	2	3	14,1	43,0	33,3	39,9	39,2	39,5
out6	3	3	14,1	69,7	34,3	62,7	58,9	63,2
out7	4	3	16,5	86,4	44,2	82,7	79,8	84,2
out8	5	3	36,0	98,7	58,9	102,4	98,2	105,9
out9	2	5	14,1	42,2	32,5	39,1	38,5	39,1
out10	3	5	14,1	68,8	34,3	62,1	58,6	62,5
out11	4	5	16,5	85,4	44,2	82,1	79,4	83,2
out12	5	5	36,0	98,6	58,9	102,4	98,0	105,1
Total	—	—	137,1	122,5	187,3	182,0	219,8	165,5

Tabela 3.39: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	207	1,2 %	207	1,2 %
Limpeza primária	3.975	22,7 %	4.182	23,9 %
Algoritmo de detecção de outliers	96	0,5 %	4.278	24,4 %
Tamanho da série	17.519	100 %	21.797	100 %

ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 25,291. Vale notar que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho bem superior do que a de tipo 1 no uso de *rolling window* de tamanho 336, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para se fazer tal identificação.
- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal,

Figura 3.19: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 25,156. É importante notar que nem todos os experimentos conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.

- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos BATS com sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 720, apresentando RMSE total de 27,659. Para ambos os procedimentos BATS e TBATS o uso de sazonalidade semanal não melhorou significativamente o desempenho dos modelos.
- Aparentemente não há muita diferença de desempenho entre usar *rolling windows* de tamanho 336 ou 720, pois alguns experimentos que tiveram bom resultado usando *rolling windows* de tamanho 336 foram piores com as de tamanho 720 (em geral, os de regressão tiveram pior desempenho), enquanto que outros que tiveram mau resultado usando *rolling windows* de tamanho 336 foram melhores com as de tamanho 720.
- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário).

Tabela 3.40: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluído aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão										
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos
Rolling windows de tamanho 336														
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	8,25	8,66	10,21	24,1	21,3	13,8	22,4	48,0	107,1	72,0
	–	–	Tipo 2	29	8,39	8,39	10,48	16,7	17,1	26,1	23,3	24,9	28,3	25,3
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	9,35	9,30	11,85	19,7	19,0	30,0	25,4	24,7	27,7	25,8
	0	Sim	Tipo 2	26	8,46	10,51	11,82	22,1	17,7	17,2	20,4	26,9	30,0	28,3
	1	Sim	Tipo 1	30	9,06	8,94	12,21	18,6	18,7	25,8	22,9	23,0	36,2	30,0
	1	Sim	Tipo 2	22	8,03	8,70	11,45	24,1	18,8	20,2	19,1	28,4	37,7	30,2
	0	Não	Tipo 1	30	9,19	9,74	11,12	19,2	13,5	22,6	19,6	25,2	28,0	25,2
	0	Não	Tipo 2	25	8,39	8,72	9,46	17,8	14,9	14,6	17,5	26,4	34,1	28,8
	1	Não	Tipo 1	30	8,94	9,38	11,78	18,7	14,0	19,0	16,6	21,5	34,6	29,1
	1	Não	Tipo 2	30	9,46	10,97	14,44	17,5	17,7	25,7	21,6	20,7	34,4	29,0
BATS	–	Não	Tipo 1	30	11,26	10,77	13,02	23,9	15,7	16,2	16,2	26,4	32,7	29,7
	–	Sim	Tipo 1	30	47,20	32,75	32,52	25,7	19,7	27,4	20,9	27,3	36,0	29,2
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	11,67	11,57	12,68	26,2	18,0	17,1	13,5	28,3	33,7	32,0
	–	Sim	Tipo 1	30	10,87	12,01	16,29	27,7	21,7	25,9	25,5	40,2	37,3	34,8
Benchmark	–	–	Média	30	41,24	42,24	49,71	48,7	42,0	58,3	31,8	30,9	32,6	47,1
	–	–	Mediana	30	41,35	40,85	48,43	46,4	41,2	61,1	34,0	33,5	35,8	48,4
	–	–	Últ. Obs.	30	23,05	31,65	49,86	63,6	59,7	37,1	19,6	34,6	40,8	57,4
Rolling windows de tamanho 720														
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	10,30	12,82	16,93	17,3	12,5	23,3	23,3	31,8	45,0	28,7
	–	–	Tipo 2	28	9,22	12,34	16,21	17,0	14,8	24,4	22,6	30,8	48,7	27,6
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	10,31	13,80	17,03	21,6	13,3	24,9	23,8	32,7	43,3	31,4
	0	Sim	Tipo 2	17	6,72	12,25	11,41	16,9	27,1	28,9	29,1	48,3	90,6	58,5
	1	Sim	Tipo 1	30	10,24	13,43	16,58	21,3	13,5	22,0	20,7	29,8	47,5	28,0
	1	Sim	Tipo 2	23	10,78	14,19	18,15	22,0	15,1	24,0	21,7	31,7	38,7	27,7
	0	Não	Tipo 1	30	10,28	13,96	17,03	20,7	12,9	24,6	23,8	33,5	42,2	31,0
	0	Não	Tipo 2	18	9,71	14,34	17,88	21,6	27,6	29,4	29,4	48,3	93,0	59,2
	1	Não	Tipo 1	30	10,22	13,71	16,61	20,1	13,5	21,8	20,7	29,8	46,5	28,0
	1	Não	Tipo 2	22	10,68	14,66	18,93	14,2	13,7	21,2	25,3	31,3	39,2	27,4
BATS	–	Não	Tipo 1	30	10,96	12,87	17,65	18,3	15,4	24,9	25,5	33,2	41,4	28,4
	–	Sim	Tipo 1	29	17,53	17,73	20,18	26,9	19,1	22,6	25,0	28,8	47,0	27,7
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	12,37	14,88	19,42	30,0	17,1	23,1	22,9	30,0	43,8	31,4
	–	Sim	Tipo 1	30	13,54	14,78	18,05	33,9	25,8	27,6	27,5	41,8	74,9	52,4
Benchmark	–	–	Média	30	40,41	39,75	52,27	52,5	48,2	62,8	42,5	46,6	49,1	53,7
	–	–	Mediana	30	41,30	38,87	51,55	51,0	47,9	65,0	43,3	47,5	49,4	54,3
	–	–	Últ. Obs.	30	21,19	31,65	54,25	63,8	59,7	40,6	23,5	32,6	49,2	53,2

Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.

- De modo geral, os métodos de previsão propostos tiveram desempenhos bem superiores aos métodos *benchmark*, mostrando, assim, uma possível adequabilidade dos modelos propostos.
- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 25,156.

Os resultados de previsão relativamente bons podem ser explicados por um comportamento frequentemente regular da série, sendo, muitas vezes, uma sazonalidade bem definida. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.20, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo que reforçam as constatações realizadas. É possível observar que existem momentos em que há mudanças de comportamentos (Gráficos (A) e (D)), mas que estes ou ocorrem poucas

vezes ou são mudanças suaves ao longo do tempo, o que permitem com que os métodos de previsão ainda performem bem.

Figura 3.20: Alguns trechos da série de vazão de saída para o Sul de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.40. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.20, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos com sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 720; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 720 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da média e *rolling windows* de tamanho 336.

3.6 Pressão a montante no Norte de Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. A Figura 3.21 exibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação do métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir

Figura 3.21: Trecho da série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 1,925, foi o ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 2018 (11,5 %), vis-à-vis à quantidade de 1804 (10,3 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 206 (1,18 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos SARIMA do tipo 2 e com *rolling windows* de tamanho 720, apresentando o valor de RMSE total de 1,627. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos que o melhor procedimento foi o que usou modelos BATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 2,249. De modo geral, os resultados mostram uma boa adequabilidade dos métodos propostos a série temporal de pressão a montante ao Norte de Peruíbe.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

3.6.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.41 à 3.43 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.44 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como *benchmark*. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.41 à 3.44 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram interpolação nos resíduos R_t , que consideraram a sazonalidade semanal e que, aparentemente, usaram janelas menores (de tamanho 168 e 336) e valor de corte $c = 5$, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou

Tabela 3.41: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg97	Sim	Sim	5	168	5	1,22	1,42	2,09	2,35	2,33	1,78	2,27	1,92
reg98	Sim	Sim	5	336	5	1,18	1,37	1,92	2,63	2,48	1,88	2,28	1,96
reg94	Sim	Sim	2	168	5	1,28	1,48	2,02	2,90	2,32	1,78	2,21	2,00
reg25	Sim	Sim	5	168	2	1,64	1,60	2,24	2,52	2,35	1,72	2,14	2,03
reg61	Sim	Sim	5	168	3	1,39	1,61	2,32	2,65	2,37	1,69	2,18	2,03
reg104	Sim	Sim	2	336	5	1,18	1,49	2,13	2,28	2,54	2,21	2,54	2,05
reg107	Sim	Sim	5	336	5	1,14	1,53	2,11	2,53	2,55	2,03	2,50	2,06
reg62	Sim	Sim	5	336	3	1,43	1,67	2,48	2,50	2,49	1,75	2,21	2,08
reg91	Sim	Sim	1	168	5	1,37	1,52	2,65	2,81	2,35	1,81	2,19	2,10
reg108	Sim	Sim	5	720	5	1,24	1,50	2,74	2,25	2,56	2,01	2,52	2,12
reg71	Sim	Sim	5	336	3	1,31	1,60	2,41	2,52	2,61	1,97	2,39	2,12
reg58	Sim	Sim	2	168	3	1,52	1,65	2,74	2,64	2,38	1,70	2,20	2,12

Tabela 3.42: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 5, com interpolação dos resíduos, sem sazonalidade semanal e janela de tamanho 168. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica					Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c		1	3	6	12	18	24	48	Total
dec17	Sim	336	5	1,13	1,39	2,04	2,27	2,58	2,10	2,49	2,00	
dec16	Sim	168	5	1,18	1,43	2,09	2,36	2,46	2,02	2,50	2,01	
dec13	Não	168	5	1,62	1,62	2,35	2,37	2,32	1,78	2,23	2,04	
dec18	Sim	720	5	1,14	1,39	2,06	2,26	2,62	2,23	2,61	2,04	
dec4	Sim	168	2	1,58	1,60	2,21	2,48	2,40	1,82	2,38	2,07	
dec14	Não	336	5	1,66	1,66	2,34	2,38	2,34	1,83	2,29	2,07	
dec1	Não	168	2	1,84	1,73	2,36	2,55	2,33	1,69	2,07	2,08	
dec10	Sim	168	3	1,38	1,62	2,29	2,57	2,46	1,83	2,43	2,08	
dec5	Sim	336	2	1,57	1,59	2,16	2,47	2,50	1,89	2,42	2,08	
dec11	Sim	336	3	1,34	1,57	2,24	2,55	2,55	1,91	2,47	2,09	
dec7	Não	168	3	1,71	1,73	2,43	2,68	2,33	1,68	2,14	2,10	
dec2	Não	336	2	1,87	1,75	2,36	2,57	2,38	1,73	2,14	2,12	

Tabela 3.43: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl46	Sim	2	0	25	5	1,15	1,39	2,02	2,59	2,35	1,83	2,57	1,99
stl47	Sim	2	0	37	5	1,10	1,38	1,97	2,64	2,34	1,88	2,77	2,01
stl48	Sim	2	0	49	5	1,09	1,38	1,96	2,67	2,39	1,92	2,98	2,06
stl28	Sim	2	0	25	3	1,40	1,48	2,17	2,34	2,39	1,91	2,76	2,06
stl10	Sim	2	0	25	2	1,46	1,53	2,20	2,41	2,45	1,80	2,62	2,07
stl49	Sim	1	5	25	5	1,46	1,47	2,48	2,36	2,35	1,86	2,56	2,08
stl52	Sim	1	10	25	5	1,55	1,46	2,43	2,29	2,35	1,97	2,52	2,08
stl29	Sim	2	0	37	3	1,34	1,48	2,18	2,73	2,40	1,81	2,64	2,08
stl50	Sim	1	5	37	5	1,42	1,54	2,39	2,36	2,50	1,88	2,69	2,11
stl53	Sim	1	10	37	5	1,47	1,55	2,35	2,30	2,60	1,93	2,66	2,12
stl31	Sim	1	5	25	3	1,66	1,48	2,46	2,33	2,32	1,97	2,68	2,13
stl30	Sim	2	0	49	3	1,33	1,50	2,16	2,75	2,48	1,87	2,85	2,13

polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 1,925. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de

Tabela 3.44: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	4,21	3,98	4,83	4,79	4,37	3,79	4,26	4,32
ben2	Média	336	4,39	4,11	5,12	4,63	4,46	3,92	4,31	4,42
ben3	Média	720	4,60	4,07	5,39	4,72	4,50	4,03	4,53	4,55
ben4	Mediana	168	4,42	3,98	5,21	4,50	4,24	3,79	4,34	4,35
ben5	Mediana	336	4,53	3,93	5,34	4,55	4,28	3,85	4,39	4,41
ben6	Mediana	720	4,68	3,95	5,50	4,68	4,43	3,95	4,41	4,52
ben7	Interpolação	–	1,47	1,66	3,14	4,11	4,71	5,84	5,36	3,75

decomposição clássica.

- Não se observa um padrão muito claro nos parâmetros dos melhores procedimentos de decomposição clássica de acordo com o RMSE total. O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição com interpolação de R_t , janela de tamanho 336 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 2.
- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, foram os que possuem interpolação nos resíduos R_t , e que, aparentemente, usaram $n_{(s)} = 24$ e decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$). O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 1,986.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série, apresentando um RMSE total igual a 3,755. Verifica-se que os procedimentos propostos tiveram desempenhos bem superiores aos *benchmarks*.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um valor de RMSE total de 1,925. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.22 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de pressão a montante ao Norte de Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.41 à 3.44.

Verifica-se que os procedimentos propostos conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, sendo estas bem superiores às do método de interpolação. Esses resultados já eram esperados, pois a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe apresenta um comportamento sazonal bem característico, mesmo que esse comportamento tenha alguns momentos de notáveis diferenças entre o valor real e o estimado pelos métodos propostos.

Figura 3.22: Alguns trechos da série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.41 à 3.44. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

3.6.2 Detecção e tratamento de outliers

As tabelas 3.45 e 3.46 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os outliers do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.45 apresenta as taxas de detecção dos outliers, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.46 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos outliers. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.45, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

- De modo geral, as taxas de detecção dos outliers foram altas para o tipo único e para os demais tipos de efeitos a taxa de detecção depende dos parâmetros do experimento. Quando se considera apenas as observações mais afetadas, as taxas de detecção foram bem altas, com exceção dos efeitos atípicos do tipo platô. Esses resultados são uma evidência da possível adequação do procedimento em detectar os outliers da série. Nota-se também que, para as observações mais afetadas, as altas taxas de detecção resultaram em um RMSE relativamente bom, conseguindo fazer uma redução expressiva em relação ao RMSE total, porém, o mesmo não pode ser dito quando se considera todas as observações afetadas pelos efeitos atípicos.

Tabela 3.45: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	—	0,439	0,413	0,441	0,425	0,440
out2	3	1	0,950	0,193	0,298	0,277	0,293	0,264
out3	4	1	0,833	0,142	0,176	0,166	0,193	0,156
out4	5	1	0,583	0,093	0,110	0,105	0,124	0,099
out5	2	3	1,000	0,724	0,563	0,579	0,556	0,588
out6	3	3	0,967	0,316	0,409	0,391	0,412	0,375
out7	4	3	0,950	0,164	0,273	0,243	0,283	0,213
out8	5	3	0,767	0,120	0,169	0,148	0,173	0,135
out9	2	5	1,000	0,733	0,563	0,587	0,561	0,600
out10	3	5	0,967	0,324	0,409	0,393	0,413	0,378
out11	4	5	0,950	0,164	0,276	0,246	0,284	0,213
out12	5	5	0,767	0,120	0,169	0,153	0,173	0,135
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	—	0,439	1,000	0,924	0,952	0,876
out2	3	1	0,950	0,193	0,967	0,762	0,886	0,648
out3	4	1	0,833	0,142	0,750	0,505	0,657	0,390
out4	5	1	0,583	0,093	0,483	0,333	0,476	0,276
out5	2	3	1,000	0,724	1,000	0,971	0,971	0,971
out6	3	3	0,967	0,316	1,000	0,914	0,971	0,857
out7	4	3	0,950	0,164	0,950	0,657	0,876	0,533
out8	5	3	0,767	0,120	0,667	0,429	0,610	0,333
out9	2	5	1,000	0,733	1,000	0,971	0,971	0,971
out10	3	5	0,967	0,324	1,000	0,914	0,971	0,867
out11	4	5	0,950	0,164	0,950	0,657	0,886	0,533
out12	5	5	0,767	0,120	0,667	0,429	0,610	0,333
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

- O número de máximo de iterações possui, em geral, uma considerável influencia nos resultados. Com exceção do efeito do tipo único, a taxa de detecção dos experimentos que tiveram apenas uma iteração foi menor do que quando usadas iterações máximas iguais a 3 ou 5. Porém, não há muita diferença entre usar um número máximo de iterações igual a 3 ou igual a 5. Algo semelhante pode ser observado pelos valores de RMSE: o RMSE dos experimentos que usaram apenas uma iteração máxima foram maiores do aqueles que tiveram iterações máximas iguais a 3 ou 5. A semelhança dos resultados do uso de 3 e 5 iterações máximas pode ser explicado pelo algoritmo conseguir encontrar grande parte dos *outliers* antes de atingir número máximo de iterações, sendo necessário apenas uma baixa quantidade de iterações, isto é, um número menor ou igual a 3, porém maior que 1.
- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de *outliers*, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

A Figura 3.23 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos conseguiram detectar e tratar somente as observações mais afetadas pelos efeitos atípicos. No caso do efeito atípico do tipo platô, o tratamento foi quase nulo (gráfico (B)).

A Tabela 3.47 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações

Tabela 3.46: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	—	5,94	4,17	5,16	5,25	5,43
out2	3	1	1,75	6,74	4,71	6,26	6,15	6,11
out3	4	1	3,36	7,03	5,63	6,96	6,65	6,90
out4	5	1	5,45	7,39	6,10	7,40	7,29	7,53
out5	2	3	1,20	5,02	3,72	4,40	4,14	4,60
out6	3	3	1,55	6,40	4,25	5,47	5,12	5,70
out7	4	3	1,87	6,89	5,02	6,15	6,05	6,42
out8	5	3	3,82	7,16	5,66	6,88	6,74	6,99
out9	2	5	1,20	5,00	3,71	4,39	4,12	4,55
out10	3	5	1,55	6,38	4,25	5,46	5,10	5,68
out11	4	5	1,87	6,89	5,01	6,13	6,03	6,42
out12	5	5	3,82	7,16	5,66	6,84	6,74	6,99
Total	—	—	11,92	9,51	8,76	9,69	10,34	9,46
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	—	5,94	2,41	5,67	5,94	5,79
out2	3	1	1,75	6,74	2,90	7,28	7,33	7,13
out3	4	1	3,36	7,03	5,43	8,54	8,62	8,40
out4	5	1	5,45	7,39	7,42	9,75	9,89	9,47
out5	2	3	1,20	5,02	2,41	4,84	4,77	4,98
out6	3	3	1,55	6,40	2,52	6,40	6,33	6,49
out7	4	3	1,87	6,89	3,75	7,73	7,61	7,82
out8	5	3	3,82	7,16	6,12	9,10	9,19	8,86
out9	2	5	1,20	5,00	2,41	4,84	4,75	4,94
out10	3	5	1,55	6,38	2,52	6,40	6,29	6,47
out11	4	5	1,87	6,89	3,75	7,70	7,53	7,82
out12	5	5	3,82	7,16	6,12	9,10	9,19	8,86
Total	—	—	11,92	9,51	14,66	14,27	16,95	13,06

anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 1598 observações ou 9,1 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 2018 (11,5 %) observações anormais.

Tabela 3.47: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	206	1,2 %	206	1,2 %
Limpeza primária	1.598	9,1 %	1.804	10,3 %
Algoritmo de detecção de outliers	214	1,2 %	2.018	11,5 %
Tamanho da série	17.519	100 %	19.537	100 %

3.6.3 Previsão

A Tabela 3.48 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi

Figura 3.23: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 720, apresentando RMSE total de 1,627. Vale notar que a estratégia do tipo 2 não conseguiu se ajustar em todas as *rolling windows* de tamanho 720 testadas, o que pode ser um empecilho para se fazer comparações. Outro ponto a se observar é que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho bem superior do que a de tipo 1 no uso de *rolling window* de ambos tamanhos, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para se fazer tal identificação.

- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 1 modelando a tendência, com sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 2 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 1,952. É importante notar que nem todos os experimentos conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.
- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos BATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 2,249. Na maioria dos casos, os procedimentos BATS e TBATS o uso de sazonalidade semanal não melhorou significativamente o desempenho dos modelos.

Tabela 3.48: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de pressão a montante ao Norte de Peruibe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluindo aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão											
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos	
Rolling windows de tamanho 336															
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	1,010	1,651	1,906	1,275	1,565	1,95	1,67	2,31	4,74	3,40	
	–	–	Tipo 2	30	1,046	1,592	1,873	1,423	1,446	1,67	1,39	1,90	2,06	1,98	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	1,135	1,699	2,029	1,695	1,715	1,57	1,58	2,13	2,36	2,52	
	0	Sim	Tipo 2	28	1,174	1,686	1,916	2,154	2,125	2,41	2,22	2,77	2,34	2,91	
	1	Sim	Tipo 1	30	1,152	1,921	2,305	3,199	2,624	2,71	3,06	3,06	3,28	2,97	
	1	Sim	Tipo 2	21	0,905	1,483	1,703	1,479	1,492	1,30	1,18	1,96	2,50	1,95	
	0	Não	Tipo 1	30	1,122	1,684	2,010	1,437	1,596	1,80	1,55	2,22	2,39	2,30	
	0	Não	Tipo 2	30	1,108	1,628	1,813	1,793	1,681	2,25	1,97	2,34	2,28	2,58	
	1	Não	Tipo 1	30	1,260	1,648	2,024	1,520	1,421	1,83	1,60	2,00	2,88	2,46	
	1	Não	Tipo 2	16	0,943	1,314	1,725	1,302	1,263	1,38	1,37	1,99	2,93	2,38	
BATS	–	Não	Tipo 1	30	1,302	1,752	2,091	1,292	1,615	1,74	1,74	2,26	2,47	2,25	
	–	Sim	Tipo 1	30	3,240	2,421	2,846	2,072	2,373	2,47	2,89	2,95	3,26	3,27	
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	1,219	1,849	2,202	1,561	1,523	2,08	1,74	2,24	2,15	2,39	
	–	Sim	Tipo 1	30	1,149	1,756	2,120	1,699	1,439	1,88	2,03	2,43	2,46	3,63	
Benchmark	–	–	Média	30	3,048	3,589	4,272	4,961	4,191	4,02	1,91	2,40	2,70	4,00	
	–	–	Mediana	30	2,705	3,252	3,955	4,728	3,618	3,98	1,30	2,15	2,26	3,67	
	–	–	Últ. Obs.	30	1,790	2,625	3,859	5,846	4,830	3,49	2,00	2,35	2,40	4,41	
Rolling windows de tamanho 720															
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	0,529	0,674	0,753	0,813	0,904	2,31	2,63	4,10	3,54	2,90	
	–	–	Tipo 2	21	0,461	0,646	0,719	0,593	0,678	1,31	1,28	1,49	2,16	1,63	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	1,394	2,199	3,058	4,550	4,438	4,12	3,20	3,06	2,28	3,34	
	0	Sim	Tipo 2	20	1,182	1,461	1,952	2,202	2,577	2,26	2,32	2,65	3,54	3,10	
	1	Sim	Tipo 1	30	1,266	1,884	2,121	1,947	2,307	3,23	3,28	3,14	3,13	3,14	
	1	Sim	Tipo 2	27	1,202	1,804	1,889	1,914	2,198	3,19	3,15	3,24	3,16	3,16	
	0	Não	Tipo 1	30	1,634	2,823	4,004	4,975	4,760	4,22	3,05	3,23	2,48	3,58	
	0	Não	Tipo 2	10	1,639	2,870	1,583	1,677	2,880	2,40	3,00	3,98	4,31	3,50	
	1	Não	Tipo 1	30	1,337	1,982	2,185	1,885	2,242	3,23	3,29	3,26	3,19	3,13	
	1	Não	Tipo 2	27	1,298	1,950	2,070	1,910	2,365	3,53	3,49	3,60	3,48	3,46	
BATS	–	Não	Tipo 1	30	1,329	1,819	1,849	1,561	1,470	2,90	2,84	4,49	6,01	4,61	
	–	Sim	Tipo 1	30	1,304	1,857	2,123	1,879	2,481	3,53	3,84	3,50	3,27	3,31	
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	1,242	1,960	2,120	1,833	2,367	3,68	3,68	3,75	3,00	3,30	
	–	Sim	Tipo 1	30	1,253	1,923	2,089	1,694	2,488	3,61	3,58	3,96	3,33	3,60	
Benchmark	–	–	Média	30	2,469	2,581	2,816	4,149	3,427	5,52	3,74	3,87	2,66	4,12	
	–	–	Mediana	30	2,795	2,757	2,854	4,101	3,170	5,65	3,81	3,86	2,56	4,06	
	–	–	Últ. Obs.	30	2,123	2,668	3,458	5,727	5,137	5,18	3,87	4,04	3,73	5,09	

- Com exceção dos procedimentos que usaram modelos SARIMA, o uso de *rolling windows* de tamanho 336 aparenta ser um pouco melhor do que usar as de tamanho 720.
- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário). Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.
- De modo geral, os métodos de previsão propostos tiveram desempenhos bem superiores aos métodos *benchmark*, mostrando, assim, uma possível adequabilidade dos modelos propostos.
- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos SARIMA do tipo 2 e com *rolling windows* de tamanho 720, apresentando o valor de RMSE total de 1,627. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos

que o melhor procedimento foi o que usou modelos BATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 2,249.

Os resultados de previsão relativamente bons podem ser explicados por um comportamento frequentemente regular da série, sendo, muitas vezes, uma sazonalidade bem definida. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.24, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo que reforçam as constatações realizadas. É possível observar que existem momentos em que há mudanças de comportamentos, mas que estes ou ocorrem poucas vezes ou são mudanças suaves ao longo do tempo, o que permitem com que os métodos de previsão ainda performem bem. Vale observar também a previsão discrepante realizada pelo método SARIMA no gráfico (A).

Figura 3.24: Alguns trechos da série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.48. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.24, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da mediana e *rolling windows* de tamanho 336.

3.7 Pressão a montante no Sul de Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. A Figura 3.25 exibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação dos métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

Figura 3.25: Trecho da série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 2,167, foi o ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 3$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 2652 (15,1 %), vis-à-vis à quantidade de 2209 (12,6 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 207 (1,18 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 1,598. De modo geral, os resultados mostram uma boa adequabilidade dos métodos propostos a série temporal de pressão a montante ao Sul de Peruíbe.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

3.7.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.49 à 3.51 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.52 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como

benchmark. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

Tabela 3.49: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg61	Sim	Sim	5	168	3	1,23	1,78	2,88	2,90	2,40	1,98	1,99	2,17
reg97	Sim	Sim	5	168	5	1,22	1,86	2,96	2,83	2,34	1,92	2,04	2,17
reg25	Sim	Sim	5	168	2	1,27	1,89	2,81	2,89	2,41	1,98	1,97	2,18
reg26	Sim	Sim	5	336	2	1,39	2,18	2,48	3,22	2,76	2,00	1,93	2,28
reg43	Não	Sim	5	168	3	1,79	2,42	2,63	3,09	2,53	1,85	1,70	2,29
reg62	Sim	Sim	5	336	3	1,45	2,15	2,49	3,18	2,77	2,00	2,01	2,29
reg79	Não	Sim	5	168	5	1,81	2,52	2,57	2,90	2,75	1,83	1,69	2,30
reg58	Sim	Sim	2	168	3	1,49	2,31	2,48	3,32	2,67	2,02	1,97	2,32
reg7	Não	Sim	5	168	2	1,85	2,42	2,62	3,20	2,59	1,85	1,72	2,32
reg89	Não	Sim	5	336	5	1,68	2,56	2,67	3,49	2,44	1,91	1,56	2,33
reg22	Sim	Sim	2	168	2	1,53	2,25	2,52	3,23	2,86	2,03	1,90	2,33
reg91	Sim	Sim	1	168	5	1,46	2,66	2,56	3,38	2,31	1,96	2,00	2,33

Tabela 3.50: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 5, com interpolação dos resíduos, sem sazonalidade semanal e janela de tamanho 168. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica				Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
dec7	Não	168	3	1,36	1,90	2,89	2,88	2,34	1,96	1,96	2,18
dec1	Não	168	2	1,37	1,91	2,83	2,94	2,35	1,97	1,94	2,19
dec13	Não	168	5	1,36	2,01	3,00	2,81	2,32	1,90	2,00	2,20
dec4	Sim	168	2	1,24	1,80	2,86	2,98	2,40	2,04	2,13	2,21
dec10	Sim	168	3	1,20	1,77	2,92	2,95	2,43	2,07	2,16	2,21
dec8	Não	336	3	1,38	1,89	2,97	2,98	2,36	1,98	1,96	2,22
dec2	Não	336	2	1,38	1,93	2,92	3,03	2,39	1,99	1,94	2,23
dec16	Sim	168	5	1,17	1,83	3,04	2,88	2,51	2,03	2,23	2,24
dec14	Não	336	5	1,39	2,01	3,12	2,93	2,33	1,93	2,00	2,24
dec11	Sim	336	3	1,18	1,73	2,99	3,05	2,48	2,10	2,20	2,25
dec5	Sim	336	2	1,23	1,77	2,95	3,08	2,49	2,08	2,17	2,25
dec9	Não	720	3	1,43	1,93	3,04	3,02	2,41	2,00	1,97	2,26

Tabela 3.51: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl31	Sim	1	5	25	3	1,24	2,41	2,52	3,47	2,27	2,04	2,09	2,29
stl2	Não	2	0	37	2	1,52	2,45	2,69	3,21	2,35	1,96	1,94	2,30
stl16	Sim	1	10	25	2	1,34	2,31	2,65	3,50	2,31	1,97	2,06	2,30
stl1	Não	2	0	25	2	1,57	2,62	2,62	3,15	2,36	1,93	1,88	2,31
stl13	Sim	1	5	25	2	1,36	2,42	2,53	3,47	2,27	1,97	2,13	2,31
stl19	Não	2	0	25	3	1,51	2,44	2,87	3,18	2,33	1,95	1,91	2,31
stl46	Sim	2	0	25	5	1,02	2,13	3,46	3,25	2,35	1,93	2,04	2,31
stl37	Não	2	0	25	5	1,43	2,37	2,93	3,20	2,47	1,91	1,95	2,32
stl3	Não	2	0	49	2	1,54	2,46	2,74	3,24	2,38	1,97	1,95	2,33
stl28	Sim	2	0	25	3	1,15	2,20	3,30	3,21	2,37	2,06	2,04	2,33
stl10	Sim	2	0	25	2	1,20	2,27	3,44	3,10	2,29	2,05	2,00	2,34
stl34	Sim	1	10	25	3	1,24	2,48	2,58	3,50	2,41	2,02	2,20	2,35

Tabela 3.52: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	2,664	3,33	3,25	3,97	3,28	2,85	2,49	3,12
ben2	Média	336	2,702	3,39	3,36	4,12	3,33	2,91	2,51	3,19
ben3	Média	720	2,805	3,50	3,54	4,33	3,42	2,94	2,71	3,32
ben4	Mediana	168	2,637	3,50	3,42	4,26	3,32	2,92	2,57	3,23
ben5	Mediana	336	2,714	3,46	3,50	4,32	3,42	2,98	2,54	3,27
ben6	Mediana	720	2,841	3,57	3,69	4,49	3,54	3,03	2,71	3,41
ben7	Interpolação	–	0,905	2,03	4,20	4,12	3,70	3,53	3,26	3,11

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.49 à 3.52 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram interpolação nos resíduos R_t , que consideraram a sazonalidade semanal, valor de corte $c = 5$ e que, aparentemente, usaram janelas menores (de tamanho 168 e 336), sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 3$, apresentando um RMSE total igual a 2,167. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.
- Aparentemente, os procedimentos de decomposição clássica que tiveram melhor desempenho, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram janela de tamanho menores (168 e 336). O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 3$, apresentando um RMSE total igual a 2,184.
- Aparentemente, os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, usaram $n_{(s)} = 24$ e decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$). O melhor procedimento foi o de decomposição robusta ($n_{(i)} = 1$ e $n_{(e)} = 5$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 3$, apresentando um RMSE total igual a 2,288.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série, apresentando um RMSE total igual a 3,107. Verifica-se que os procedimentos propostos tiveram desempenhos bem superiores aos *benchmarks*.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 3$, apresentando um valor de RMSE total de 2,167. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.26 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de pressão a montante ao Sul de Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os

procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.49 à 3.52.

Figura 3.26: Alguns trechos da série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.49 à 3.52. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

Verifica-se que os procedimentos propostos conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, sendo estas bem superiores às do método de interpolação. Esses resultados já eram esperados, pois a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe apresenta um comportamento sazonal bem característico, mesmo que esse comportamento tenha alguns momentos de notáveis diferenças entre o valor real e o estimado pelos métodos propostos.

3.7.2 Detecção e tratamento de *outliers*

As tabelas 3.53 e 3.54 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os *outliers* do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.53 apresenta as taxas de detecção dos *outliers*, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.54 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos *outliers*. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.53, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

Tabela 3.53: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 3$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	0,950	0,213	0,256	0,283	0,293	0,273
out2	3	1	0,750	0,099	0,136	0,129	0,164	0,114
out3	4	1	0,467	0,043	0,068	0,076	0,093	0,070
out4	5	1	0,300	0,013	0,036	0,039	0,062	0,034
out5	2	3	0,983	0,384	0,370	0,406	0,412	0,410
out6	3	3	0,883	0,169	0,227	0,228	0,250	0,203
out7	4	3	0,567	0,076	0,116	0,104	0,139	0,093
out8	5	3	0,433	0,024	0,058	0,061	0,084	0,050
out9	2	5	0,983	0,387	0,372	0,413	0,412	0,418
out10	3	5	0,883	0,172	0,228	0,228	0,250	0,203
out11	4	5	0,567	0,076	0,116	0,104	0,141	0,093
out12	5	5	0,433	0,024	0,058	0,064	0,084	0,052
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	0,950	0,213	0,933	0,790	0,857	0,752
out2	3	1	0,750	0,099	0,650	0,476	0,629	0,371
out3	4	1	0,467	0,043	0,400	0,314	0,429	0,276
out4	5	1	0,300	0,013	0,250	0,171	0,314	0,133
out5	2	3	0,983	0,384	0,950	0,886	0,933	0,848
out6	3	3	0,883	0,169	0,833	0,657	0,819	0,524
out7	4	3	0,567	0,076	0,517	0,390	0,571	0,343
out8	5	3	0,433	0,024	0,367	0,257	0,400	0,171
out9	2	5	0,983	0,387	0,950	0,886	0,933	0,857
out10	3	5	0,883	0,172	0,850	0,657	0,819	0,524
out11	4	5	0,567	0,076	0,517	0,390	0,571	0,343
out12	5	5	0,433	0,024	0,367	0,257	0,400	0,181
Total	—	—	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

- As taxas de detecção dos *outliers* foram, em geral, baixas. Os motivos mais prováveis para essa baixa taxa de detecção é termos usado uma constante ω relativamente baixo para a produção dos *outliers*. Nota-se que a taxa de detecção foram altas somente quando se considera as observações mais afetadas e valores baixo de c . A baixa taxa de detecção reflete nos valores de acurácia não tão bons.
- O número de máximo de iterações possui, em geral, uma pequena influencia nos resultados. A taxa de detecção dos experimentos que tiveram apenas uma iteração foi menor do que quando usadas iterações máximas iguais a 3 ou 5. Porém, não há muita diferença entre usar um número máximo de iterações igual a 3 ou igual a 5. Algo semelhante pode ser observado pelos valores de RMSE: o RMSE dos experimentos que usaram apenas uma iteração máxima foram maiores do aqueles que tiveram iterações máximas iguais a 3 ou 5. A semelhança dos resultados do uso de 3 e 5 iterações máximas pode ser explicado pelo algoritmo conseguir encontrar grande parte dos *outliers* antes de atingir número máximo de iterações, sendo necessário apenas uma baixa quantidade de iterações, isto é, um número menor ou igual a 3, porém maior que 1.
- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de *outliers*, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

A Figura 3.27 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos

Tabela 3.54: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 3$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	1,016	3,40	2,58	3,07	3,01	3,15
out2	3	1	2,005	3,64	3,02	3,49	3,39	3,53
out3	4	1	3,357	3,92	3,41	3,71	3,71	3,72
out4	5	1	4,099	4,13	3,61	3,92	3,94	3,88
out5	2	3	0,819	3,10	2,31	2,72	2,62	2,79
out6	3	3	1,442	3,50	2,73	3,24	3,12	3,31
out7	4	3	2,878	3,77	3,18	3,60	3,50	3,62
out8	5	3	3,503	4,04	3,47	3,81	3,81	3,80
out9	2	5	0,819	3,09	2,30	2,69	2,60	2,77
out10	3	5	1,442	3,49	2,72	3,24	3,11	3,30
out11	4	5	2,878	3,77	3,18	3,60	3,50	3,62
out12	5	5	3,503	4,04	3,47	3,79	3,81	3,80
Total	—	—	7,022	4,20	4,07	4,35	4,77	4,21
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	1,016	3,40	1,98	3,57	3,70	3,56
out2	3	1	2,005	3,64	3,35	4,53	4,55	4,45
out3	4	1	3,357	3,92	4,57	5,08	5,31	4,87
out4	5	1	4,099	4,13	5,26	5,74	5,89	5,44
out5	2	3	0,819	3,10	1,80	3,13	3,11	3,17
out6	3	3	1,442	3,50	2,63	4,09	3,99	4,11
out7	4	3	2,878	3,77	4,00	4,88	4,81	4,68
out8	5	3	3,503	4,04	4,66	5,50	5,56	5,34
out9	2	5	0,819	3,09	1,80	3,09	3,11	3,14
out10	3	5	1,442	3,49	2,55	4,09	3,99	4,09
out11	4	5	2,878	3,77	4,00	4,88	4,81	4,68
out12	5	5	3,503	4,04	4,66	5,50	5,56	5,31
Total	—	—	7,022	4,20	7,83	7,27	8,96	6,54

conseguiram detectar e tratar somente as observações mais afetadas pelos efeitos atípicos.

A Tabela 3.55 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 2002 observações ou 11,4 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 2652 (15,1 %) observações anormais.

Tabela 3.55: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	207	1,2 %	207	1,2 %
Limpeza primária	2.002	11,4 %	2.209	12,6 %
Algoritmo de detecção de outliers	443	2,5 %	2.652	15,1 %
Tamanho da série	17.519	100 %	20.171	100 %

3.7.3 Previsão

A Tabela 3.56 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por

Figura 3.27: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 720, apresentando RMSE total de 1,627. Vale notar que a estratégia do tipo 2 não conseguiu se ajustar em todas as *rolling windows* testadas, o que pode ser um empecilho para se fazer comparações. Outro ponto a se observar é que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho bem superior do que a de tipo 1 no uso de *rolling window* de ambos tamanhos, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para se fazer tal identificação.
- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 1,598. É importante notar que nem todos os experimentos conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.
- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos TBATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 1,885. Na maioria dos casos, os procedimentos

Tabela 3.56: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluindo aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão											
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos	
Rolling windows de tamanho 336															
SARIMA	—	—	Tipo 1	30	0,374	0,480	0,791	1,247	1,138	1,625	1,72	2,28	6,84	4,34	
	—	—	Tipo 2	26	0,397	0,581	0,838	1,134	0,813	1,241	1,22	1,14	1,83	1,86	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,321	0,566	0,814	1,128	0,919	1,197	1,03	1,47	1,55	1,61	
	0	Sim	Tipo 2	18	0,292	0,625	0,723	1,421	1,594	1,291	1,20	1,63	1,95	2,18	
	1	Sim	Tipo 1	30	0,326	0,562	0,825	1,149	1,066	1,287	1,21	1,48	2,80	2,19	
	1	Sim	Tipo 2	24	0,319	0,586	0,829	1,045	1,038	1,329	1,33	1,54	3,02	2,11	
	0	Não	Tipo 1	30	0,307	0,562	0,816	1,121	0,899	1,223	1,04	1,36	1,55	1,60	
	0	Não	Tipo 2	20	0,329	0,537	0,673	1,408	1,484	1,322	1,23	1,29	1,92	2,12	
	1	Não	Tipo 1	30	0,304	0,560	0,822	1,153	1,080	1,383	1,26	1,44	2,81	2,27	
	1	Não	Tipo 2	8	0,262	0,539	0,463	0,978	0,784	1,314	1,70	1,87	2,01	1,77	
BATS	—	Não	Tipo 1	30	0,419	0,580	0,770	1,104	1,260	1,377	1,39	1,48	2,16	2,01	
	—	Sim	Tipo 1	30	1,669	1,547	1,676	1,888	2,102	2,306	2,75	3,98	4,05	3,52	
TBATS	—	Não	Tipo 1	30	0,414	0,596	0,843	1,175	1,193	1,164	1,15	1,44	1,91	1,88	
	—	Sim	Tipo 1	30	0,356	0,499	0,800	1,404	1,706	2,039	2,31	3,00	2,08	2,56	
Benchmark	—	—	Média	30	1,965	1,948	2,208	2,415	2,362	2,234	1,21	1,50	1,64	2,28	
	—	—	Mediana	30	2,055	1,926	2,128	2,263	2,131	2,486	1,34	1,67	1,73	2,27	
	—	—	Últ. Obs.	30	0,744	1,253	1,887	2,985	3,284	1,808	1,35	1,34	1,97	2,86	
Rolling windows de tamanho 720															
SARIMA	—	—	Tipo 1	30	0,529	0,674	0,753	0,813	0,904	2,309	2,63	4,10	3,54	2,90	
	—	—	Tipo 2	21	0,461	0,646	0,719	0,593	0,678	1,307	1,28	1,49	2,16	1,63	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,451	0,662	0,728	0,887	0,837	2,609	2,78	4,10	2,05	2,49	
	0	Sim	Tipo 2	22	0,397	0,576	0,693	0,904	1,022	1,113	1,28	1,77	2,67	1,94	
	1	Sim	Tipo 1	30	0,436	0,635	0,681	0,910	0,934	2,568	2,77	4,21	2,31	2,58	
	1	Sim	Tipo 2	23	0,481	0,667	0,755	0,973	1,098	2,800	3,05	4,65	2,37	2,81	
	0	Não	Tipo 1	30	0,442	0,672	0,724	0,801	0,793	2,531	2,71	4,02	2,08	2,46	
	0	Não	Tipo 2	21	0,400	0,578	0,693	0,871	1,021	0,981	1,23	1,78	2,75	1,99	
	1	Não	Tipo 1	30	0,426	0,645	0,694	0,846	0,914	2,517	2,74	4,15	2,39	2,56	
	1	Não	Tipo 2	20	0,392	0,660	0,762	0,880	0,847	1,305	1,34	1,58	1,87	1,72	
BATS	—	Não	Tipo 1	30	0,523	0,681	0,768	0,727	0,808	2,516	2,71	4,08	2,41	2,53	
	—	Sim	Tipo 1	30	0,902	0,921	1,025	1,082	1,197	2,779	2,97	3,80	2,50	2,54	
TBATS	—	Não	Tipo 1	30	0,488	0,682	0,706	0,894	1,032	2,626	2,79	4,21	3,00	2,80	
	—	Sim	Tipo 1	30	0,512	0,709	0,723	0,904	1,127	2,613	2,73	3,95	2,43	2,56	
Benchmark	—	—	Média	30	1,824	1,809	1,994	2,002	1,908	4,186	3,55	4,55	2,34	3,04	
	—	—	Mediana	30	1,895	1,824	1,929	1,801	1,722	4,363	3,65	4,61	2,46	3,06	
	—	—	Últ. Obs.	30	0,746	1,325	1,831	2,617	2,884	3,092	2,67	4,06	2,54	3,11	

BATS e TBATS o uso de sazonalidade semanal não melhorou significativamente o desempenho dos modelos.

- Com exceção dos procedimentos que usaram modelos SARIMA, não houve uma diferença notável de desempenho entre usar *rolling windows* de tamanho 336 ou 720.
- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário). Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.
- De modo geral, mesmo os métodos de previsão propostos tendo desempenhos pouco superiores aos métodos *benchmark*, eles se mostram possivelmente adequados à série, sobretudo quando se consideram horizontes mais curtos de previsão.

- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 1,598.

Os resultados de previsão relativamente bons podem ser explicados por um comportamento frequentemente regular da série, sendo, muitas vezes, uma sazonalidade bem definida. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.28, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo que reforçam as constatações realizadas. É possível observar que existem momentos em que há mudanças de comportamentos, mas que estes ou ocorrem poucas vezes (gráfico (B)) ou são mudanças suaves ao longo do tempo (gráfico (A)), o que permitem com que os métodos de previsão ainda consiga performar bem mediante a algumas dessas situações.

Figura 3.28: Alguns trechos da série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.56. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.28, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da mediana e *rolling windows* de tamanho 336.

3.8 Pressão a jusante no Norte de Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. A Figura 3.29 exibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação do métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

Figura 3.29: Trecho da série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 1,79, foi o ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 2 modelando a tendência, com interpolação de R_t , com sazonalidade semanal, janela de tamanho 720 e valor de corte $c = 5$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 2352 (13,4 %), vis-à-vis à quantidade de 1772 (10,1 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 206 (1,18 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 1,408. De modo geral, os resultados mostram uma boa adequabilidade dos métodos propostos a série temporal de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

3.8.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.57 à 3.59 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela 3.60 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como

benchmark. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

Tabela 3.57: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg105	Sim	Sim	2	720	5	1,32	1,25	1,89	2,09	2,07	1,43	2,48	1,79
reg93	Sim	Sim	1	720	5	1,39	1,26	1,93	2,22	2,06	1,39	2,41	1,81
reg96	Sim	Sim	2	720	5	1,38	1,23	1,99	2,21	2,07	1,40	2,39	1,81
reg108	Sim	Sim	5	720	5	1,32	1,26	2,07	2,09	2,08	1,42	2,52	1,82
reg101	Sim	Sim	1	336	5	1,30	1,16	1,98	2,04	2,27	1,54	2,60	1,84
reg102	Sim	Sim	1	720	5	1,31	1,30	1,89	2,09	2,16	1,66	2,51	1,85
reg104	Sim	Sim	2	336	5	1,26	1,19	2,01	2,01	2,31	1,54	2,66	1,85
reg99	Sim	Sim	5	720	5	1,41	1,26	2,02	2,13	2,12	1,40	2,69	1,86
reg92	Sim	Sim	1	336	5	1,47	1,24	2,09	2,37	2,04	1,41	2,42	1,86
reg94	Sim	Sim	2	168	5	1,47	1,19	2,12	2,28	2,16	1,39	2,47	1,87
reg97	Sim	Sim	5	168	5	1,37	1,21	1,83	2,05	2,25	1,79	2,60	1,87
reg98	Sim	Sim	5	336	5	1,34	1,26	2,06	2,07	2,31	1,50	2,55	1,87

Tabela 3.58: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 2, com interpolação dos resíduos, com sazonalidade semanal e janela de tamanho 720. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica					Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c		1	3	6	12	18	24	48	Total
dec16	Sim	168	5		1,31	1,25	1,89	1,94	2,09	1,51	2,65	1,81
dec13	Não	168	5		1,55	1,26	1,92	2,13	2,00	1,47	2,47	1,83
dec17	Sim	336	5		1,34	1,24	1,89	2,01	2,10	1,55	2,75	1,84
dec18	Sim	720	5		1,31	1,25	1,90	2,02	2,14	1,56	2,72	1,84
dec14	Não	336	5		1,61	1,31	1,95	2,18	2,02	1,48	2,50	1,86
dec15	Não	720	5		1,63	1,36	1,97	2,21	2,05	1,48	2,50	1,89
dec7	Não	168	3		1,64	1,28	2,10	2,40	1,94	1,39	2,52	1,90
dec10	Sim	168	3		1,53	1,30	2,12	2,33	2,00	1,38	2,60	1,90
dec8	Não	336	3		1,69	1,32	2,13	2,43	1,96	1,42	2,54	1,92
dec11	Sim	336	3		1,56	1,31	2,13	2,40	2,01	1,43	2,63	1,93
dec12	Sim	720	3		1,55	1,33	2,14	2,40	2,04	1,50	2,68	1,95
dec9	Não	720	3		1,71	1,37	2,13	2,45	1,99	1,45	2,56	1,95

Tabela 3.59: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl46	Sim	2	0	25	5	1,24	1,30	1,92	1,88	2,34	1,68	2,77	1,88
stl28	Sim	2	0	25	3	1,45	1,26	2,07	2,02	2,24	1,58	2,57	1,88
stl47	Sim	2	0	37	5	1,25	1,31	1,85	1,87	2,35	1,68	2,90	1,89
stl29	Sim	2	0	37	3	1,41	1,27	2,07	1,94	2,26	1,56	2,72	1,89
stl48	Sim	2	0	49	5	1,23	1,30	1,85	1,86	2,36	1,69	2,98	1,90
stl30	Sim	2	0	49	3	1,40	1,32	2,08	1,95	2,25	1,57	2,80	1,91
stl11	Sim	2	0	37	2	1,48	1,36	2,14	2,17	2,29	1,69	2,61	1,96
stl12	Sim	2	0	49	2	1,50	1,39	2,17	2,19	2,28	1,64	2,66	1,98
stl10	Sim	2	0	25	2	1,50	1,35	2,23	2,17	2,28	1,74	2,62	1,98
stl4	Não	1	5	25	2	1,91	1,40	2,20	2,63	2,01	1,60	2,16	1,99
stl22	Não	1	5	25	3	1,88	1,40	2,21	2,65	2,02	1,70	2,14	2,00
stl7	Não	1	10	25	2	1,94	1,41	2,24	2,65	2,03	1,60	2,15	2,00

Tabela 3.60: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	4,65	4,47	4,36	4,54	4,30	4,31	4,38	4,43
ben2	Média	336	4,56	4,37	4,27	4,52	4,31	4,33	4,41	4,39
ben3	Média	720	4,60	4,39	4,26	4,50	4,31	4,36	4,42	4,41
ben4	Mediana	168	4,82	4,59	4,53	4,65	4,43	4,38	4,51	4,56
ben5	Mediana	336	4,66	4,51	4,41	4,61	4,45	4,42	4,52	4,51
ben6	Mediana	720	4,69	4,53	4,37	4,58	4,48	4,42	4,53	4,51
ben7	Interpolação	–	1,28	1,49	2,42	3,75	5,46	6,07	5,78	3,75

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.57 à 3.60 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram interpolação nos resíduos R_t , que consideraram a sazonalidade semanal, valor de corte $c = 5$ e que, aparentemente, usaram janelas de tamanho 720, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 2 modelando a tendência, com interpolação de R_t , com sazonalidade semanal, janela de tamanho 720 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 1,79. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.
- Aparentemente, os procedimentos de decomposição clássica que tiveram melhor desempenho, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que usaram valor de corte $c = 5$. O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição com interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 1,806.
- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, possuem interpolação nos resíduos R_t e usaram decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$). O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 25$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 1,875.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série, apresentando um RMSE total igual a 3,749. Verifica-se que os procedimentos propostos tiveram desempenhos bem superiores aos *benchmarks*.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 2 modelando a tendência, com interpolação de R_t , com sazonalidade semanal, janela de tamanho 720 e valor de corte $c = 5$, apresentando um valor de RMSE total de 1,79. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.30 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna

de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.57 à 3.60.

Figura 3.30: Alguns trechos da série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.57 à 3.60. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

Verifica-se que os procedimentos propostos conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, sendo estas bem superiores às do método de interpolação. Esses resultados já eram esperados, pois a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe apresenta um comportamento sazonal bem característico, mesmo que esse comportamento tenha alguns momentos de notáveis diferenças entre o valor real e o estimado pelos métodos propostos.

3.8.2 Detecção e tratamento de outliers

As tabelas 3.61 e 3.62 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os outliers do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.61 apresenta as taxas de detecção dos outliers, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.62 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos outliers. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.61, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

Tabela 3.61: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 2 modelando a tendência, com interpolação de R_t , com sazonalidade semanal, janela de tamanho 720 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	1	0,964	0,641	0,745	0,680	0,781
out2	3	1	1	0,890	0,527	0,607	0,567	0,656
out3	4	1	1	0,683	0,433	0,514	0,470	0,541
out4	5	1	1	0,344	0,338	0,394	0,364	0,404
out5	2	3	1	0,988	0,807	0,883	0,846	0,914
out6	3	3	1	0,982	0,680	0,781	0,719	0,819
out7	4	3	1	0,938	0,569	0,650	0,606	0,676
out8	5	3	1	0,631	0,452	0,511	0,486	0,530
out9	2	5	1	0,991	0,809	0,893	0,850	0,929
out10	3	5	1	0,982	0,689	0,793	0,726	0,822
out11	4	5	1	0,951	0,569	0,656	0,613	0,696
out12	5	5	1	0,686	0,455	0,516	0,490	0,533
Total	—	—	1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	1	0,964	1,000	0,990	0,990	0,990
out2	3	1	1	0,890	1,000	0,990	0,990	0,990
out3	4	1	1	0,683	1,000	0,990	0,990	0,971
out4	5	1	1	0,344	0,983	0,971	0,990	0,933
out5	2	3	1	0,988	1,000	0,990	0,990	0,990
out6	3	3	1	0,982	1,000	0,990	0,990	0,990
out7	4	3	1	0,938	1,000	0,990	0,990	0,990
out8	5	3	1	0,631	1,000	0,990	0,990	0,971
out9	2	5	1	0,991	1,000	0,990	0,990	0,990
out10	3	5	1	0,982	1,000	0,990	0,990	0,990
out11	4	5	1	0,951	1,000	0,990	0,990	0,990
out12	5	5	1	0,686	1,000	0,990	0,990	0,971
Total	—	—	1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

- De modo geral, as taxas de detecção dos *outliers* foram altas, principalmente quando se considera apenas as obsevações mais afetadas. Um ponto de destaque é que os efeitos atípicos do tipo único tiveram todos os seus *outliers* detectados pelo método. Esses resultados são uma evidência da possível adequação do procedimento em detectar os *outliers* da série. Nota-se também que as altas taxas de detecção resultaram em um RMSE relativamente bom.
- O número de máximo de iterações possui, em geral, uma considerável influencia nos resultados. Com exceção do efeito do tipo único, a taxa de detecção dos experimentos que tiveram apenas uma iteração foi menor do que quando usadas iterações máximas iguais a 3 ou 5. Porém, não há muita diferença entre usar um número máximo de iterações igual a 3 ou igual a 5. Algo semelhante pode ser observado pelos valores de RMSE: o RMSE dos experimentos que usaram apenas uma iteração máxima foram maiores do aqueles que tiveram iterações máximas iguais a 3 ou 5. A semelhança dos resultados do uso de 3 e 5 iterações máximas pode ser explicado pelo algoritmo conseguir encontrar grande parte dos *outliers* antes de atingir número máximo de iterações, sendo necessário apenas uma baixa quantidade de iterações, isto é, um número menor ou igual a 3, porém maior que 1.
- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembramos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de outliers, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

Tabela 3.62: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 2 modelando a tendência, com interpolação de R_t , com sazonalidade semanal, janela de tamanho 720 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	1,301	2,54	2,99	3,81	3,73	3,86
out2	3	1	1,289	3,46	3,52	4,81	4,56	4,80
out3	4	1	1,227	5,72	4,21	5,61	5,39	5,78
out4	5	1	0,989	7,63	4,86	6,42	6,22	6,60
out5	2	3	1,437	2,24	2,49	2,76	2,67	2,66
out6	3	3	1,289	2,54	3,07	3,60	3,50	3,65
out7	4	3	1,227	3,93	3,84	4,75	4,58	4,94
out8	5	3	0,989	6,63	4,51	5,85	5,49	6,12
out9	2	5	1,437	2,23	2,48	2,72	2,64	2,62
out10	3	5	1,289	2,53	3,05	3,57	3,48	3,62
out11	4	5	1,227	3,91	3,84	4,72	4,54	4,87
out12	5	5	0,989	6,49	4,51	5,83	5,47	6,10
Total	—	—	13,127	9,07	8,61	9,11	9,73	8,89
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	1,301	2,54	1,98	3,88	4,05	3,79
out2	3	1	1,289	3,46	1,93	5,12	5,03	4,81
out3	4	1	1,227	5,72	2,05	6,11	6,19	6,22
out4	5	1	0,989	7,63	3,16	7,37	7,42	7,49
out5	2	3	1,437	2,24	1,98	3,06	3,09	2,95
out6	3	3	1,289	2,54	1,93	3,87	3,96	3,76
out7	4	3	1,227	3,93	2,05	5,24	5,26	5,27
out8	5	3	0,989	6,63	2,78	6,62	6,49	6,91
out9	2	5	1,437	2,23	1,98	3,04	3,07	2,93
out10	3	5	1,289	2,53	1,93	3,86	3,95	3,74
out11	4	5	1,227	3,91	2,06	5,21	5,24	5,22
out12	5	5	0,989	6,49	2,78	6,61	6,42	6,88
Total	—	—	13,127	9,07	15,43	14,61	17,46	13,32

- Em todos os experimentos, o RMSE foi bem superior do que o RMSE total. Isso indica a boa adequabilidade do método em tratar os outliers *encontrados*.

A Figura 3.31 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos conseguiram dar uma bom tratamentos aos *outliers*.

A Tabela 3.63 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 1566 observações ou 8,9 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 2352 (13,4 %) observações anormais.

Tabela 3.63: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	206	1,2 %	206	1,2 %
Limpeza primária	1.566	8,9 %	1.772	10,1 %
Algoritmo de detecção de outliers	580	3,3 %	2.352	13,4 %
Tamanho da série	17.519	100 %	19.871	100 %

Figura 3.31: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

3.8.3 Previsão

A Tabela 3.64 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 1,63. Vale notar que a estratégia de tipo 2 teve um desempenho superior do que a de tipo 1 no uso de *rolling window* de ambos tamanhos, o que é um resultado um tanto inusitado, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para se fazer tal identificação.
- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 1,408. É importante notar que nem todos os experimentos conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.

Tabela 3.64: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de pressão a jusante ao Norte de Peruibe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluindo aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão											
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos	
Rolling windows de tamanho 336															
SARIMA	—	—	Tipo 1	30	0,839	1,21	1,291	1,57	1,34	1,047	1,787	1,649	3,20	2,21	
	—	—	Tipo 2	30	0,993	1,26	1,242	1,73	1,25	0,830	1,617	1,242	1,88	1,63	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,748	1,19	1,013	1,47	1,43	1,089	0,994	1,087	1,48	1,42	
	0	Sim	Tipo 2	30	0,850	1,39	1,443	2,07	1,91	1,399	1,751	1,859	1,88	2,06	
	1	Sim	Tipo 1	30	0,758	1,16	1,111	1,53	1,41	0,980	1,432	1,320	1,82	1,79	
	1	Sim	Tipo 2	19	0,584	1,12	0,723	1,51	1,43	0,619	1,423	1,196	1,97	1,72	
	0	Não	Tipo 1	30	0,743	1,20	1,058	1,52	1,40	1,174	0,972	1,065	1,53	1,41	
	0	Não	Tipo 2	25	0,729	1,31	1,125	1,63	1,66	1,159	1,356	1,099	1,62	1,47	
	1	Não	Tipo 1	30	0,781	1,20	1,180	1,57	1,22	0,806	1,203	0,882	1,78	1,66	
	1	Não	Tipo 2	21	0,532	1,11	0,769	1,09	1,13	0,610	1,174	0,826	1,88	1,63	
BATS	—	Não	Tipo 1	30	0,896	1,23	1,288	1,82	1,56	1,013	1,295	1,163	2,06	1,78	
	—	Sim	Tipo 1	30	3,119	2,08	1,985	1,80	2,12	2,078	2,434	2,296	2,01	2,12	
TBATS	—	Não	Tipo 1	30	0,865	1,32	1,393	1,87	1,62	1,045	1,205	0,934	1,66	1,61	
	—	Sim	Tipo 1	30	0,916	1,30	1,480	1,58	1,68	1,346	1,489	1,469	1,69	1,68	
Benchmark	—	—	Média	30	1,495	2,70	4,004	6,74	2,25	5,523	2,205	2,220	2,38	4,33	
	—	—	Mediana	30	2,000	3,31	4,794	7,53	2,46	4,837	2,053	2,030	2,16	4,43	
	—	—	Últ. Obs.	30	2,077	3,10	5,172	8,35	4,00	4,580	1,576	1,315	1,97	4,84	
Rolling windows de tamanho 720															
SARIMA	—	—	Tipo 1	30	0,868	1,20	0,913	1,35	1,86	2,302	1,834	2,513	2,51	1,93	
	—	—	Tipo 2	28	0,822	1,20	1,041	1,29	1,87	2,206	1,463	2,081	2,12	1,78	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,862	1,26	1,010	1,50	1,86	1,869	1,157	1,848	2,05	1,73	
	0	Sim	Tipo 2	25	0,836	1,25	1,151	1,50	2,32	2,136	1,330	2,046	1,78	1,85	
	1	Sim	Tipo 1	30	0,840	1,21	1,002	1,27	1,78	2,235	1,433	2,214	2,51	1,97	
	1	Sim	Tipo 2	23	0,927	1,38	1,134	1,41	2,03	2,542	1,577	2,526	2,86	2,20	
	0	Não	Tipo 1	30	0,860	1,24	1,005	1,36	1,83	1,937	1,214	1,907	2,00	1,71	
	0	Não	Tipo 2	25	0,827	1,25	1,153	1,33	2,25	2,285	1,442	1,987	1,75	1,81	
	1	Não	Tipo 1	30	0,834	1,20	0,990	1,17	1,82	2,351	1,542	2,284	2,41	1,97	
	1	Não	Tipo 2	23	0,926	1,36	1,116	1,28	2,05	2,653	1,715	2,635	2,76	2,20	
BATS	—	Não	Tipo 1	30	0,782	1,16	1,189	1,16	1,81	2,296	1,542	2,215	2,23	1,90	
	—	Sim	Tipo 1	30	1,157	1,31	1,305	1,43	2,08	2,005	1,222	2,124	2,23	1,87	
TBATS	—	Não	Tipo 1	30	0,872	1,32	1,254	1,24	2,09	2,251	1,438	2,083	2,14	1,91	
	—	Sim	Tipo 1	30	0,982	1,37	1,356	1,42	2,56	2,221	1,220	2,010	2,22	1,95	
Benchmark	—	—	Média	30	2,152	2,68	4,306	6,74	2,80	5,573	2,244	2,706	2,51	4,45	
	—	—	Mediana	30	2,389	3,04	4,953	7,49	3,01	4,957	1,963	2,435	2,31	4,58	
	—	—	Últ. Obs.	30	2,058	2,56	5,041	8,21	4,55	5,247	1,865	2,398	2,65	5,23	

- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos TBATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 1,606. Na maioria dos casos, os procedimentos BATS e TBATS o uso de sazonalidade semanal não melhorou significativamente o desempenho dos modelos.
- Não houve uma diferença notável de desempenho entre usar *rolling windows* de tamanho 336 ou 720.
- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário). Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.

- Os métodos de previsão propostos tiveram desempenhos bem superiores aos métodos *benchmark*, o que demonstra uma boa adequabilidade dos métodos de previsão propostos.
- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando o valor de RMSE total de 1,408.

Os bons resultados de previsão podem ser explicados por um comportamento regular que a série apresenta em quase toda a sua extensão, sendo, muitas vezes, uma sazonalidade bem definida. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.32, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo que reforçam as constatações realizadas.

Figura 3.32: Alguns trechos da série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.64. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.32, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da média e *rolling windows* de tamanho 336.

3.9 Pressão a jusante no Sul de Peruíbe

Nesta seção é apresentado e discutido os resultados das aplicações dos procedimentos de imputação de valores omissos e detecção de *outliers* e dos métodos de previsão relacionados a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. A Figura 3.33 exibe um trecho da série que exemplifica seu comportamento. O gráfico (A) se refere a série original, enquanto que o gráfico (B) é mesmo trecho após limpeza e aplicação dos métodos de detecção de *outlier* e preenchimento de valores omissos.

Figura 3.33: Trecho da série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe que exemplificam seu comportamento. O gráfico (A) é referente a série original e o gráfico (B) mostra a série após as limpezas, tratamento dos outliers detectados e preenchimento dos valores omissos de acordo com o método escolhido.

O método escolhido para a detecção de *outliers* e preenchimentos dos valores omissos, por possuir o menor RMSE total entre todos os experimentos realizados, com o valor de 1,952, foi o ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$. O total de valores classificados como anomalias após aplicação do método selecionado foi de 2142 (12,2 %), vis-à-vis à quantidade de 1743 (9,95 %) após a limpeza primária e à quantidade original de 207 (1,18 %). Em relação a previsão, o método que apresentou melhor desempenho nos experimentos foi o que usou modelos SARIMA do tipo 2 e com *rolling windows* de tamanho 720, apresentando o valor de RMSE total de 1,376. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos que o melhor procedimento foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 1,78. De modo geral, os resultados mostram uma boa adequabilidade dos métodos propostos a série temporal de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe.

As próximas subseções apresentam e discutem os resultados de forma mais detalhada.

3.9.1 Preenchimento de valores omissos

As tabelas 3.65 à 3.67 mostram os resultados dos 12 melhores experimentos de cada tipo de procedimento de preenchimento de valores omissos, usando como medida de avaliação o RMSE. Em todas as tabelas os experimentos são apresentados em ordem decrescente de RMSE. Já a tabela

3.68 apresenta os resultados dos procedimentos de preenchimento de valores omissos usados como *benchmark*. Nesta, os experimentos são ordenados pelo ID.

Tabela 3.65: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelos de regressão, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos de regressão						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Dia da semana	Grau do polinômio	Janela	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
reg97	Sim	Sim	5	168	5	1,73	1,32	2,77	1,80	2,18	2,32	1,54	1,95
reg79	Não	Sim	5	168	5	2,08	1,77	2,64	1,55	2,14	2,24	1,42	1,98
reg61	Sim	Sim	5	168	3	1,90	1,66	2,58	1,71	2,29	2,24	1,53	1,99
reg96	Sim	Sim	2	720	5	1,94	1,42	2,64	1,90	2,24	2,39	1,52	2,01
reg7	Não	Sim	5	168	2	2,14	1,85	2,67	1,55	2,19	2,31	1,36	2,01
reg43	Não	Sim	5	168	3	2,13	1,83	2,66	1,56	2,21	2,29	1,39	2,01
reg93	Sim	Sim	1	720	5	1,93	1,42	2,65	1,89	2,23	2,44	1,52	2,01
reg25	Sim	Sim	5	168	2	2,00	1,75	2,62	1,67	2,27	2,25	1,54	2,01
reg102	Sim	Sim	1	720	5	1,86	1,42	2,59	1,99	2,30	2,45	1,50	2,02
reg105	Sim	Sim	2	720	5	1,86	1,41	2,59	2,00	2,32	2,45	1,49	2,02
reg40	Não	Sim	2	168	3	2,14	1,82	2,73	1,52	2,20	2,30	1,42	2,02
reg60	Sim	Sim	2	720	3	1,96	1,70	2,82	1,63	2,29	2,28	1,51	2,03

Tabela 3.66: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados no ajuste de modelo de regressão acompanhado de decomposições clássica, selecionados de acordo com menor RMSE. O modelo de regressão usado em conjunto com a decomposição clássica, por apresentar menor RMSE, foi o que possui polinômio de grau 5, com interpolação dos resíduos, sem sazonalidade semanal e janela de tamanho 168. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição clássica					Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	Janela	c		1	3	6	12	18	24	48	Total
dec13	Não	168	5	1,87	1,59	2,66	1,69	2,16	2,34	1,51	1,97	
dec7	Não	168	3	1,97	1,76	2,54	1,62	2,27	2,28	1,52	2,00	
dec1	Não	168	2	2,02	1,76	2,59	1,59	2,25	2,32	1,51	2,01	
dec16	Sim	168	5	1,69	1,30	2,77	1,87	2,30	2,46	1,72	2,02	
dec14	Não	336	5	1,94	1,66	2,67	1,81	2,21	2,38	1,54	2,03	
dec10	Sim	168	3	1,89	1,66	2,59	1,70	2,40	2,28	1,72	2,04	
dec15	Não	720	5	1,93	1,72	2,73	1,81	2,21	2,39	1,48	2,04	
dec8	Não	336	3	2,01	1,83	2,58	1,75	2,29	2,31	1,54	2,04	
dec4	Sim	168	2	1,99	1,72	2,60	1,63	2,37	2,38	1,69	2,05	
dec2	Não	336	2	2,04	1,84	2,61	1,72	2,27	2,34	1,54	2,05	
dec9	Não	720	3	2,01	1,89	2,63	1,78	2,29	2,31	1,50	2,06	
dec3	Não	720	2	2,03	1,89	2,67	1,76	2,26	2,33	1,50	2,06	

Tabela 3.67: *RMSE dos 12 melhores métodos de preenchimento de dados omissos baseados em decomposição STL, selecionados de acordo com menor RMSE. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos de decomposição STL						Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Interpolação de R_t	$n_{(i)}$	$n_{(e)}$	$n_{(s)}$	c	1	3	6	12	18	24	48	Total
stl48	Sim	2	0	49	5	1,65	1,25	2,54	2,00	2,33	2,44	1,82	2,00
stl47	Sim	2	0	37	5	1,66	1,28	2,54	2,00	2,32	2,46	1,86	2,02
stl46	Sim	2	0	25	5	1,65	1,32	2,65	1,96	2,32	2,46	1,87	2,03
stl1	Não	2	0	25	2	2,01	1,94	2,61	1,81	2,19	2,35	1,49	2,06
stl30	Sim	2	0	49	3	1,81	1,61	2,53	1,97	2,34	2,43	1,76	2,06
stl29	Sim	2	0	37	3	1,81	1,63	2,54	1,95	2,31	2,44	1,80	2,07
stl4	Não	1	5	25	2	2,12	1,92	2,73	1,72	2,29	2,32	1,39	2,07
stl19	Não	2	0	25	3	2,02	1,89	2,64	1,90	2,17	2,35	1,53	2,07
stl28	Sim	2	0	25	3	1,83	1,62	2,64	1,93	2,29	2,39	1,80	2,07
stl10	Sim	2	0	25	2	1,91	1,70	2,52	1,89	2,29	2,53	1,68	2,07
stl7	Não	1	10	25	2	2,15	1,92	2,73	1,74	2,27	2,31	1,41	2,08
stl20	Não	2	0	37	3	1,99	1,90	2,62	1,91	2,18	2,37	1,56	2,08

Tabela 3.68: *RMSE dos métodos benchmark de preenchimento de dados omissos. Os resultados se referem a aplicação dos métodos a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos emphbenchmark			Quantidade de valores omissos em sequência							
ID	Forma de <i>benchmark</i>	Janela	1	3	6	12	18	24	48	Total
ben1	Média	168	4,33	4,21	4,36	4,35	4,16	4,09	3,84	4,19
ben2	Média	336	4,26	4,19	4,32	4,31	4,16	4,15	3,83	4,18
ben3	Média	720	4,32	4,25	4,36	4,35	4,19	4,17	3,82	4,21
ben4	Mediana	168	4,47	4,33	4,55	4,57	4,23	4,14	3,97	4,32
ben5	Mediana	336	4,33	4,26	4,44	4,50	4,21	4,17	3,86	4,25
ben6	Mediana	720	4,36	4,32	4,45	4,59	4,24	4,17	3,84	4,28
ben7	Interpolação	–	1,40	1,44	2,45	3,88	5,16	5,20	5,25	3,54

De acordo com as informações apresentadas nas tabelas 3.65 à 3.68 podemos verificar que, em geral:

- Os melhores procedimentos de regressão, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que consideraram a sazonalidade semanal e que, aparentemente, usaram interpolação nos resíduos R_t e janela de ajuste de tamanho 168, sendo que o melhor procedimento de regressão para imputação de valores omissos foi o que usou polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 1,952. Os parâmetros desse modelo de regressão foram os usados na aplicação do método de decomposição clássica.
- Aparentemente, os procedimentos de decomposição clássica que tiveram melhor desempenho, de acordo com o RMSE total, foram aqueles que não aplicaram interpolações nos resíduos R_t e que possuem janela de tamanho 168. O melhor procedimento foi aquele que usou decomposição sem interpolação de R_t , janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 1,974.
- Os tipos de decomposição STL que tiveram melhores resultados, de acordo com o RMSE total, foram os que usaram decomposição STL não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$). O melhor procedimento foi o de decomposição não robusta ($n_{(i)} = 2$ e $n_{(e)} = 0$), com interpolação de R_t , $n_{(s)} = 49$ e valor de corte $c = 5$, apresentando um RMSE total igual a 2,003.
- Dentre os métodos de *benchmark*, o que teve melhor desempenho foi o que interpola linearmente os valores da série. Percebe-se que os procedimentos propostos tiveram desempenhos bem superiores aos *benchmarks*.
- Dentre todos os experimentos, o que apresentou melhor resultado foi o procedimento de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$, apresentando um valor de RMSE total de 1,952. Este é o procedimento para o qual é apresentado uma análise de *outliers* na próxima subseção e que é usado oficialmente para preencher os valores omissos da série.

A Figura 3.34 exemplifica alguns experimentos de preenchimento de valores omissos. Cada gráfico representa um trecho da série temporal de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe no qual propositalmente foi removido uma sequência de valores. Todos os gráficos se referem a uma lacuna

de tamanho 48 horas acompanhado de 12 valores anteriores e posteriores à lacuna principal. Os procedimentos de preenchimento adotados para ilustrar os gráficos são o melhor experimento, de acordo com o RMSE total, de cada tipo de procedimento apresentados nas tabelas 3.65 à 3.68.

Figura 3.34: Alguns trechos da série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. É apresentado o melhor experimento de imputação de valores omissos de cada tipo de procedimento de acordo com o RMSE, descritos nas tabelas 3.65 à 3.68. A lacuna principal de valores omissos usada em cada gráfico foi inserida artificialmente na série temporal a fim de avaliar a performance dos procedimentos de preenchimento de valores omissos. O tamanho da lacuna principal é de 48 horas, sendo precedida e sucedida de 12 horas de valores originais.

Verifica-se que os procedimentos propostos conseguiram fazer uma boa estimativa dos valores omissos, sendo essas bem superiores às do método de interpolação. Esses resultados já eram esperados, pois a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe apresenta um comportamento sazonal bem característico, mesmo que esse comportamento tenha alguns momentos de notáveis diferenças entre o valor real e o estimado pelos métodos propostos, como nos gráfico (B).

3.9.2 Detecção e tratamento de *outliers*

As tabelas 3.69 e 3.70 mostram os resultados dos experimentos elaborados para avaliar o desempenho em detectar e tratar os *outliers* do melhor procedimento selecionado para a imputação dos valores omissos. A Tabela 3.69 apresenta as taxas de detecção dos *outliers*, sendo dividida em duas partes: na parte superior o cálculo das taxas considera todas as observações afetadas pelo efeito atípico, enquanto que na parte inferior é considerado apenas a observação mais afetada pelo efeito atípico. Vale lembrar que no caso do efeito atípico do tipo platô todas as observações foram consideradas como sendo as mais afetadas devido ao efeito se distribuir igualmente entre elas. Já a tabela 3.70 é destinada a verificar a acurácia do procedimento ao corrigir os valores dos *outliers*. Sua estrutura é análoga à da tabela 3.69, sendo que a linha total é o RMSE do efeito atípico nas observações.

A partir das tabelas, podemos verificar que:

Tabela 3.69: Taxa de detecção de outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A aplicação se refere a série de pressão a jusante ao Sul de Peruibe.

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	1	0,701	0,504	0,566	0,529	0,587
out2	3	1	1	0,369	0,394	0,418	0,412	0,416
out3	4	1	1	0,185	0,284	0,271	0,279	0,265
out4	5	1	1	0,121	0,190	0,179	0,222	0,148
out5	2	3	1	0,975	0,710	0,776	0,727	0,816
out6	3	3	1	0,767	0,563	0,610	0,591	0,627
out7	4	3	1	0,360	0,459	0,452	0,455	0,450
out8	5	3	1	0,175	0,338	0,287	0,317	0,265
out9	2	5	1	0,981	0,716	0,788	0,745	0,827
out10	3	5	1	0,799	0,575	0,628	0,600	0,644
out11	4	5	1	0,396	0,459	0,465	0,456	0,458
out12	5	5	1	0,179	0,347	0,293	0,326	0,280
Total	—	—	1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	1	0,701	1,000	1,000	1,000	1,000
out2	3	1	1	0,369	1,000	0,971	1,000	0,933
out3	4	1	1	0,185	1,000	0,886	0,943	0,790
out4	5	1	1	0,121	0,917	0,600	0,895	0,467
out5	2	3	1	0,975	1,000	1,000	1,000	1,000
out6	3	3	1	0,767	1,000	1,000	1,000	0,990
out7	4	3	1	0,360	1,000	0,962	1,000	0,933
out8	5	3	1	0,175	1,000	0,895	0,943	0,771
out9	2	5	1	0,981	1,000	1,000	1,000	1,000
out10	3	5	1	0,799	1,000	1,000	1,000	0,990
out11	4	5	1	0,396	1,000	0,971	1,000	0,943
out12	5	5	1	0,179	1,000	0,895	0,943	0,810
Total	—	—	1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

- De modo geral, as taxas de detecção dos *outliers* foram altas, principalmente quando se considera apenas as obsevações mais afetadas. Um ponto de destaque é que os efeitos atípicos do tipo único tiveram todos os seus *outliers* detectados pelo método. Esses resultados são uma evidência da possível adequação do procedimento em detectar os *outliers* da série. Nota-se também que as altas taxas de detecção resultaram em um RMSE relativamente bom.
- O número de máximo de iterações possui, em geral, uma considerável influencia nos resultados. Com exceção do efeito do tipo único, a taxa de detecção dos experimentos que tiveram apenas uma iteração foi menor do que quando usadas iterações máximas iguais a 3 ou 5. Porém, não há muita diferença entre usar um número máximo de iterações igual a 3 ou igual a 5. Algo semelhante pode ser observado pelos valores de RMSE: o RMSE dos experimentos que usaram apenas uma iteração máxima foram maiores do aqueles que tiveram iterações máximas iguais a 3 ou 5. A semelhança dos resultados do uso de 3 e 5 iterações máximas pode ser explicado pelo algoritmo conseguir encontrar grande parte dos *outliers* antes de atingir número máximo de iterações, sendo necessário apenas uma baixa quantidade de iterações, isto é, um número menor ou igual a 3, porém maior que 1.
- Como o esperado, percebe-se claramente que o valor de corte c influencia na taxa de detecção, sendo que quanto menor for valor de corte c , melhor é a taxa de detecção. Também verifica-se um melhor valor de RMSE para os valores mais baixos de c . Lembremos que, embora um valor de corte baixo aumente a taxa de detecção de outliers, ele também aumenta a taxa de detecção de valores que possivelmente não seriam *outliers*.

Tabela 3.70: *RMSE do tratamento dos outliers de acordo com o procedimento que apresentou melhor desempenho em preencher valores omissos. O procedimento foi o de ajuste de curvas de regressão com polinômio de grau 5 modelando a tendência, com interpolação de R_t , sem sazonalidade semanal, janela de tamanho 168 e valor de corte $c = 5$. Variou-se o valor de corte c e a quantidade de iterações máxima com o objetivo de verificar se a mudança desses parâmetros causam algum impacto na detecção dos outliers. A linha total é o RMSE das observações outliers em relação ao seu valor original. A aplicação se refere a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe.*

Experimentos			Tipo de efeitos atípicos					
ID	c	Nº máximo de iterações	Único	Platô	Pulso	C.D. linear	C.D. exponencial	C.D. logaritmico
Todas as observações afetadas								
out1	2	1	1,20	5,24	3,49	4,69	4,38	4,90
out2	3	1	1,21	6,56	4,25	5,65	5,29	5,75
out3	4	1	1,28	7,65	5,06	6,53	6,27	6,67
out4	5	1	1,07	8,15	6,06	7,06	6,68	7,31
out5	2	3	1,31	3,92	2,68	3,29	3,11	3,39
out6	3	3	1,32	5,00	3,50	4,60	4,25	4,71
out7	4	3	1,28	7,00	4,27	5,57	5,19	5,83
out8	5	3	1,07	7,76	5,10	6,60	6,21	6,82
out9	2	5	1,31	3,86	2,64	3,21	3,02	3,30
out10	3	5	1,32	4,88	3,47	4,47	4,18	4,64
out11	4	5	1,28	6,90	4,26	5,51	5,17	5,79
out12	5	5	1,07	7,75	5,07	6,55	6,17	6,71
Total	—	—	11,82	9,09	8,29	8,96	9,60	8,76
Somente observações mais afetadas								
out1	2	1	1,20	5,24	1,57	4,76	4,57	4,85
out2	3	1	1,21	6,56	1,86	6,00	5,75	6,01
out3	4	1	1,28	7,65	2,62	7,42	7,36	7,52
out4	5	1	1,07	8,15	4,87	8,86	8,11	9,01
out5	2	3	1,31	3,92	1,43	3,51	3,50	3,50
out6	3	3	1,32	5,00	1,86	5,01	4,72	5,01
out7	4	3	1,28	7,00	2,62	6,30	6,07	6,50
out8	5	3	1,07	7,76	3,53	7,77	7,68	8,03
out9	2	5	1,31	3,86	1,43	3,41	3,40	3,41
out10	3	5	1,32	4,88	1,86	4,87	4,63	4,95
out11	4	5	1,28	6,90	2,62	6,21	6,00	6,45
out12	5	5	1,07	7,75	3,53	7,73	7,66	7,85
Total	—	—	11,82	9,09	14,04	13,62	16,37	12,42

- Em todos os experimentos, o RMSE foi bem superior do que o RMSE total. Isso indica a boa adequabilidade do método em tratar os outliers *encontrados*.

A Figura 3.35 exemplifica as constatações realizadas. É possível observar que os procedimentos conseguiram dar uma bom tratamentos aos *outliers*.

A Tabela 3.71 apresenta a quantidade de anomalias detectadas em cada fase do tratamento dado a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. Nota-se que a maior parte das observações anômalas foram detectadas durante a fase de limpeza primária, o que dá a quantidade de 1536 observações ou 8,8 % do total. Durante todo o processo, foram detectadas 2142 (12,2 %) observações anormais.

Tabela 3.71: *Quantidade de valores detectados como anomalias em cada estágio de tratamento da série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. A primeira linha da tabela se refere a quantidade de valores classificados pelo sistema da Sabesp como bad e que, portanto, eram omissos na série original. A segunda linha se refere aos valores detectados como anomalias pela limpeza primária. A terceira linha se refere a quantidade de valores detectados como outliers pela aplicação do algoritmo proposto.*

Fase de detecção de anomalias	Frequência absoluta	Frequência relativa	Acumulado absoluto	Acumulado relativo
Originalmente	207	1,2 %	207	1,2 %
Limpeza primária	1.536	8,8 %	1.743	9,9 %
Algoritmo de detecção de outliers	399	2,3 %	2.142	12,2 %
Tamanho da série	17.519	100 %	19.661	100 %

Figura 3.35: Exemplos de detecção e tratamento dos outliers inseridos na série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. Os trechos mostrados possuem tamanho 48 e são centrados nas observações afetadas pelo efeito atípico. Os gráficos de (A) a (F) exemplificam cada tipo de efeito atípico na série. A quantidade de iteração máxima dos experimentos selecionados é 3.

3.9.3 Previsão

A Tabela 3.72 traz os resultados de acurácia dos experimentos de previsão de acordo com RMSE. Ela é dividida em duas partes: a parte superior é dedicada a mostrar os resultados que usaram *rolling windows* de tamanho 336 horas (14 dias) e a parte inferior mostra os resultados referentes ao uso de *rolling windows* de tamanho 720 horas (30 dias). Os experimentos estão agrupados por tipo de modelos. A partir dessa tabela, verifica-se que:

- O melhor procedimento de previsão com modelos SARIMA, de acordo com o RMSE total, foi o que usou estratégia do tipo 2 e *rolling windows* de tamanho 720, apresentando RMSE total de 1,376. Vale notar que no caso do uso de *rolling window*, a estratégia do tipo 2 conseguiu se ajustar em apenas 8 das 30 *rolling windows* testadas, o que pode ser um empecilho para se fazer comparações. Outro ponto a se observar é que a estratégia de Tipo 2 teve um desempenho bem melhor do que a de Tipo 1 no uso de ambos os tamanhos de *rolling window*. Estes resultados são um tanto inusitados, já que o esperado era que o desempenho de um modelo identificado usando as observações da própria *rolling window* fosse superior àquele que usasse as observações de uma outra *rolling window* para identificar o modelo.
- O melhor procedimento de regressão com erros autocorrelacionados, de acordo com o RMSE total, foi o que usou polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 1,78. É importante notar que nem todos os experimentos

Tabela 3.72: *RMSE dos experimentos de previsão aplicados a série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. As estratégias de tipo 1 se referem a aplicação do algoritmo de seleção de modelo em cada uma das rollings windows, enquanto que as de tipo 2 se referem a aplicação do algoritmo somente na primeira rolling window e do ajuste modelo selecionado nas demais rolling windows, reestimando os parâmetros. O RMSE "Todos" é calculado usando todos os valores preditos de horizonte $h = 1, \dots, 168$, incluído aqueles que não aparecem na tabela.*

Experimentos				Horizonte de previsão											
Modelos	Grau do polinômio	Sazonalidade semanal	Estratégia de ajuste	N	1	2	3	6	12	18	24	48	168	Todos	
Rolling windows de tamanho 336															
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	0,722	0,843	1,338	2,09	1,298	1,764	2,536	2,886	5,34	3,67	
	–	–	Tipo 2	29	0,632	0,821	1,024	1,47	0,759	1,537	1,731	1,627	1,93	1,67	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,883	1,151	1,174	1,64	1,008	1,836	1,766	1,985	2,03	1,82	
	0	Sim	Tipo 2	23	0,977	1,233	1,552	2,41	2,026	2,192	2,414	2,518	2,78	2,86	
	1	Sim	Tipo 1	30	0,898	1,120	1,286	1,86	1,229	1,502	2,150	2,220	2,66	2,41	
	1	Sim	Tipo 2	25	1,195	1,569	1,480	1,80	1,439	1,732	2,152	2,161	2,81	2,59	
	0	Não	Tipo 1	30	0,894	1,135	1,146	1,74	1,023	1,795	1,744	1,828	2,09	1,78	
	0	Não	Tipo 2	23	0,973	1,415	1,667	2,31	1,856	2,001	2,496	2,453	2,67	2,76	
	1	Não	Tipo 1	30	0,923	1,128	1,310	1,90	1,245	1,515	2,077	1,988	2,69	2,36	
	1	Não	Tipo 2	16	0,920	1,198	1,563	2,32	1,418	1,628	1,756	1,851	2,61	2,29	
BATS	–	Não	Tipo 1	30	1,118	1,256	1,304	1,73	1,343	2,090	2,536	2,614	3,02	2,44	
	–	Sim	Tipo 1	30	3,202	2,442	2,088	2,61	2,784	1,814	2,461	2,694	2,71	2,93	
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	1,272	1,324	1,199	1,47	1,374	1,901	2,146	2,146	2,50	2,10	
	–	Sim	Tipo 1	30	1,220	1,235	1,407	1,76	1,942	2,161	2,414	2,330	2,67	2,49	
Benchmark	–	–	Média	30	2,870	3,266	3,876	5,28	1,569	5,107	2,668	2,677	2,70	3,97	
	–	–	Mediana	30	2,754	3,192	3,953	5,54	1,881	4,952	2,542	2,575	2,54	4,02	
	–	–	Últ. Obs.	30	2,269	2,943	5,020	7,27	3,834	4,049	2,236	2,077	2,50	4,73	
Rolling windows de tamanho 720															
SARIMA	–	–	Tipo 1	30	0,664	1,042	0,771	1,34	1,865	2,211	1,975	2,637	2,71	2,22	
	–	–	Tipo 2	8	0,676	0,363	0,365	1,11	0,945	0,651	0,833	0,689	3,21	1,38	
Regressão com erros SARIMA	0	Sim	Tipo 1	30	0,641	1,128	0,844	1,29	1,671	1,948	1,628	2,262	2,92	2,19	
	0	Sim	Tipo 2	30	0,647	1,086	0,920	1,37	1,847	2,201	2,042	2,850	3,10	2,54	
	1	Sim	Tipo 1	30	0,666	1,116	0,834	1,28	1,646	2,061	1,822	2,588	2,83	2,23	
	1	Sim	Tipo 2	30	0,652	1,119	0,821	1,24	1,619	2,050	1,812	2,585	2,81	2,22	
	0	Não	Tipo 1	30	0,632	1,135	0,844	1,19	1,590	1,895	1,615	2,233	2,93	2,18	
	0	Não	Tipo 2	30	0,683	1,075	0,835	1,19	1,583	2,014	1,826	2,482	2,74	2,20	
	1	Não	Tipo 1	30	0,649	1,119	0,837	1,10	1,538	2,012	1,800	2,532	2,82	2,22	
	1	Não	Tipo 2	30	0,644	1,118	0,817	1,14	1,557	2,006	1,802	2,534	2,81	2,21	
BATS	–	Não	Tipo 1	30	0,866	1,032	0,877	1,25	1,659	1,989	1,978	2,586	2,56	2,15	
	–	Sim	Tipo 1	30	1,143	1,072	0,794	1,60	1,959	2,317	1,972	2,636	3,01	2,27	
TBATS	–	Não	Tipo 1	30	0,943	1,114	0,909	1,44	1,742	2,105	1,794	2,487	2,82	2,23	
	–	Sim	Tipo 1	30	0,929	1,049	0,953	1,38	1,767	2,304	1,914	2,632	2,81	2,32	
Benchmark	–	–	Média	30	2,177	2,894	4,388	5,59	2,141	5,374	2,301	2,613	3,63	4,28	
	–	–	Mediana	30	2,237	2,950	4,481	5,82	2,355	5,231	2,228	2,487	3,42	4,31	
	–	–	Últ. Obs.	30	2,210	2,849	4,840	6,75	3,836	5,082	2,229	2,816	3,42	4,88	

conseguiram ajustar determinado modelo em todas as *rollings windows*, o que pode ser um empecilho a mais na hora de fazer comparações.

- Dentre os procedimentos BATS e TBATS, o que teve melhor desempenho de acordo com o RMSE total foi o que usou modelos TBATS sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando RMSE total de 2,102. Para ambos os procedimentos BATS e TBATS o uso de sazonalidade semanal não melhorou o desempenho dos modelos.
- Com exceção dos procedimentos que usaram modelos SARIMA, não houve uma diferença notável de desempenho entre usar *rolling windows* de tamanho 336 ou 720.
- Alguns experimentos que empregaram a estratégia do tipo 2 tiveram um valor de $N < 30$. Isso é explicado pelo fato da estratégia consistir em identificar o modelo usando as observações de apenas de uma *rolling windows* e depois só reestimar os parâmetros nas demais, visto que, ao se fazer esse procedimento, corre-se o risco do modelo não ser "estimável" (raízes próximas do polinômio autoregressivo ou de médias móveis bem próximas ou dentro do círculo unitário). Assim, mesmo nas situações em que procedimento do tipo 2 teve um desempenho melhor, é

preferível escolher o do tipo 1, já que a diferença de desempenho entre eles não é muito discrepante.

- Os métodos de previsão propostos tiveram desempenhos bem superiores aos métodos *benchmark*, mostrando, assim, uma possível adequabilidade dos modelos propostos.
- Dentre todos os procedimentos de previsão propostos, o melhor foi o que usou modelos SARIMA do tipo 2 e com *rolling windows* de tamanho 720, apresentando o valor de RMSE total de 1,376. Se excluirmos os procedimentos de previsão que usaram a estratégia do tipo 2, temos que o melhor procedimento foi o que usou modelos de regressão com erros autocorrelacionados, com polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal e com *rolling windows* de tamanho 336, apresentando um RMSE total de 1,78.

Os bons resultados de previsão podem ser explicados por um comportamento regular que a série apresenta em quase toda a sua extensão, sendo, muitas vezes, uma sazonalidade bem definida. Tal constatação pode ser observada na Figura 3.36, na qual são mostrados alguns exemplos de previsão para cada tipo de modelo que reforçam as constatações realizadas.

Figura 3.36: Alguns trechos da série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe que exemplificam a aplicação dos modelos de previsão. São apresentados o melhor procedimento de ajuste de cada família de modelos, de acordo com o melhor RMSE de previsão, para os dois tamanhos de rolling window descritos na tabela 3.72. Para a seleção dos procedimentos, excluiu-se os que utilizaram a estratégia de tipo 2. Os gráficos exibem 48 horas da série seguidas de 168 horas de previsão. Os gráficos da esquerda se referem aos ajustes que usaram rolling windows de tamanho 336, já os da direita, de tamanho 720

Para a elaboração dos gráficos da Figura 3.36, decidiu-se não selecionar as previsões que usaram a estratégia do tipo 2, por tal método nem sempre conseguir estimar os parâmetros dos modelos, o que acaba resultando no uso de uma quantidade menor de *rolling windows*. Assim, as previsões SARIMA se referem ao uso de estratégia do tipo 1 e *rolling windows* de tamanho 720; as de regressão com erros autocorrelacionados se referem ao uso de polinômio de grau 0 modelando a tendência, sem sazonalidade semanal, com o uso da estratégia do tipo 1 para os erros SARIMA e *rolling windows* de

tamanho 336; as previsões BATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 720; as previsões TBATS se referem ao uso de modelos sem sazonalidade semanal e *rolling windows* de tamanho 336 e as previsões *benchmark* se referem ao uso da média e *rolling windows* de tamanho 336.

3.10 Discussão geral

Fazemos aqui uma discussão geral sobre os resultados e também comentamos sobre possíveis perspectivas futuras de métodos e análises.

Quanto aos procedimentos de detecção de *outliers* e preenchimento de valores omissos, temos que os métodos propostos geraram resultados próximos entre si. A qualidade da imputação depende muito do comportamento da série na qual os métodos são aplicados. De fato, para as séries que são influenciadas mais diretamente pela vontade do CCO, ou seja, as séries de vazão de entrada e de nível de reservatório, os resultados foram poucos satisfatórios devido ao comportamento pouco regular ao longo do tempo. Já para as demais séries os resultados foram bem satisfatórios devido às suas variações e comportamentos estarem intimamente ligados às características de demanda de água da população.

A Tabela 3.73 mostra um resumo dos procedimentos selecionados para cada série de acordo com o menor RMSE total. Embora a escolha desses procedimentos tenha se baseado apenas na acurácia, também seria interessante considerar outros aspectos no caso de aplicação em tempo real, como o custo computacional de execução do procedimento. Por exemplo, os procedimentos de imputação de valores omissos e de detecção e tratamento de *outliers* que usaram a decomposição STL tiveram, em geral, um tempo de execução bem menor do que os demais quando este utiliza uma decomposição com poucas iterações $n_{(e)}$ e $n_{(i)}$. Tal diferença de tempo pode ser explicado pelo fato do STL usar, basicamente, operações simples de cálculo, enquanto que os de regressão (e consequentemente o procedimento de decomposição clássica + regressão) envolve operações mais complexas, com inversão de matrizes. Logo, o tempo de execução é algo que também pode ser considerado na hora de escolher o método de preenchimento de valores omissos, já que as diferenças de performance entre os tipos de experimentos não foram tão destoantes. Deixa-se claro que não chegamos a controlar rigidamente o tempo de execução computacional devido a dificuldade de se manter constantes, em cada experimento, todas as variáveis exógenas que poderiam influenciar nesse tempo, como, por exemplo, aplicações secundárias que viriam a ser executadas concomitantemente à execução dos experimentos.

Tabela 3.73: Procedimentos de detecção de outliers e preenchimento de valores omissos selecionados de acordo com o menor RMSE total. Para a seleção dos modelos foram excluídos aqueles que usaram estratégia do tipo 2 de ajuste.

Série temporal	Tipo	ME	MAE	MAPE	RMSE
Método selecionado					
Vazão de entrada no reservatório Peruíbe	Curvas de regressão	-0,127	6,63	3,9	10,11
Nível do reservatório Peruíbe	Curvas de regressão	0,039	0,35	5,3	0,45
Consumo	Regressão + Decomposição Clássica	-4,299	58,82	13,3	93,16
Vazão de saída para o Norte de Peruíbe	Decomposição STL	-0,562	8,23	519,9	14,88
Vazão de saída para o Sul de Peruíbe	Curvas de regressão	-0,439	12,35	90,2	18,48
Pressão a montante ao Norte de Peruíbe	Curvas de regressão	0,087	1,19	3,9	1,93
Pressão a montante ao Sul de Peruíbe	Curvas de regressão	0,004	1,08	2,9	2,17
Pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	Curvas de regressão	-0,073	1,07	6,9	1,79
Pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	Curvas de regressão	-0,022	1,15	7,4	1,95
Método benchmark					
Vazão de entrada no reservatório Peruíbe	Interpolação	-0,348	6,60	3,7	10,17
Nível do reservatório Peruíbe	Interpolação	0,030	0,44	7,0	0,55
Consumo	Interpolação	-22,044	191,41	45,6	234,91
Vazão de saída para o Norte de Peruíbe	Interpolação	0,316	23,96	630,4	33,12
Vazão de saída para o Sul de Peruíbe	Interpolação	-3,867	36,28	327,4	44,57
Pressão a montante ao Norte de Peruíbe	Interpolação	-0,166	2,72	7,6	3,76
Pressão a montante ao Sul de Peruíbe	Interpolação	-0,007	1,85	4,8	3,11
Pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	Interpolação	0,073	3,11	20,4	3,75
Pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	Interpolação	-0,146	2,88	18,8	3,54

Vale constatar que o método que combinava regressão e decomposição clássica não teve um desempenho significativamente superior aos que apenas aplicavam regressão, no quesito de acurácia de imputação dos valores omissos, a ponto de justificar o seu uso. Apesar de ter utilizado apenas um tipo de modelo de regressão em combinação com a decomposição clássica devido a uma restrição computacional, acredita-se que outras combinações não trariam uma melhora nas previsões.

Os métodos propostos de imputação de valores omissos podem ser aperfeiçoados por uma mistura dos métodos de acordo com o tamanho da sequência de valores omissos. Assim, por exemplo, poderíamos usar uma simples interpolação linear para preencher sequências de tamanho até 3, regressão para sequências de tamanho entre 4 e 24 e STL para sequências de valores omissos maiores que 24. Mas, para isso seriam necessários fazer análises mais profundas que visem avaliar se tal método é realmente efetivo e, caso o seja, quais seriam as combinações que trariam bons resultados.

Outra ideia seria usar os métodos de previsão como procedimentos de imputação quando se tem sequências muito longas de valores omissos. Neste caso, poderia se usar a abordagem de imputação descrita por Barrela (2015) [Bar15], na qual os valores passados em relação à sequência de valores omissos são usados para fazer *forecasting* e as observações futuras em relação à lacuna são usada para fazer *backcasting* e, então, as estimativas das observações omissas seria uma ponderação entre os *forecasting* e *backcasting* de acordo com a distância euclidiana do índice de cada observação omissa em relação a última observação não omissa sucessora e antecessora a lacuna omissa. Ou seja, se $\hat{Z}_{t+1}^f, \hat{Z}_{t+2}^f, \dots, \hat{Z}_{t+k}^f$ são previsões *forecasting* e $\hat{Z}_{t+1}^b, \hat{Z}_{t+2}^b, \dots, \hat{Z}_{t+k}^b$ são previsões *backcasting*, então a estimativa dos valores omissos $\hat{Z}_{t+1}, \hat{Z}_{t+2}, \dots, \hat{Z}_{t+k}$, é

$$\hat{Z}_{t+i} = (1 - p)\hat{Z}_{t+i}^f + p\hat{Z}_{t+i}^b, \quad (3.1)$$

em que

$$p = \frac{i}{k+1}.$$

Porém, vale ressaltar que tal método se torna ineficiente do ponto de vista computacional quando a série possui muitas sequências de valores omissos, sendo que em situações em que a série possui muitos valores omissos próximos um dos outros o ajuste de modelos previsionais propostos se torna praticamente inviável.

Embora tivéssemos propostos alguns experimentos para se analisar a qualidade da detecção e tratamento dos outliers, temos que salientar que tais experimentações foram realizadas mais por uma questão de averiguação do que para propor de fato um procedimento de escolha de parâmetros, visto que, por exemplo, uma alta taxa de detecção de *outliers* gera, frequentemente, o problema de detecção excessiva, ou seja, classificar como *outliers* aqueles valores que não seriam necessariamente de fato. Assim a escolha dos parâmetros de corte c e a quantidade máxima de iterações do algoritmo teriam que ser realizadas de modo mais subjetivo, respeitando as características de cada série, do que de forma automática como consequência de alguma medida de detecção ou de acurácia.

Quanto aos métodos de previsões, nota-se que, semelhantemente aos métodos de imputação de valores omissos, tiveram bons desempenhos nas séries com comportamento sazonal mais bem definido, cuja geração advém do comportamento de consumo da população. Enquanto que para as séries geradas diretamente pelo comportamento do CCO (nível e vazão de entrada) as previsões não foram boas, sendo as previsões *benchmark* por vezes melhores. Logo, podemos concluir que o comportamento do CCO, em relação ao abastecimento do reservatório, não possui muita previsibilidade de

acordo com os métodos previsionais aqui propostos, sendo necessária abordagem diferente no trato dessas séries, que pode ser desde o uso de modelos mais sofisticados ou a inclusão de covariáveis das quais não dispomos.

A Tabela 3.74 mostra um resumo dos procedimentos de previsão selecionados por terem melhores resultados nos experimentos realizados de acordo com o RMSE total de 168 horas. Porém, ainda que essa escolha tenha sido baseada somente na melhor acurácia de previsão, um fator que se deve levar em consideração na escolha do modelo é o tempo total de identificação e ajuste do modelo, pois estes variaram bastante, dependendo tanto dos dados, como também do tipo de modelo. Em geral os modelos BATS com duas sazonalidades tiveram tempo de identificação e ajuste bem superiores aos demais. Notou-se que uma boa parte do tempo gasto é devido a identificação da parte SARIMA dos modelos. Assim como no caso dos métodos de imputação dos valores omissos, as constatações aqui realizadas sobre o tempo de identificação e ajuste dos modelos de previsão são baseadas em observações sem muita precisão, pois não foi realizado nenhum controle rigoroso dos tempos de execução das previsões.

Tabela 3.74: *Procedimentos de previsão selecionados de acordo com o menor RMSE total de 168 horas de previsão. Para a seleção dos modelos foram excluídos aqueles que usaram estratégia do tipo 2 de ajuste. Algumas medidas de MAPE não foi possível calcular devido ao valor original da série ser igual a 0.*

Série temporal	Tipo de procedimento de previsão	ME	MAE	MAPE	RMSE
Método selecionado					
Vazão de entrada no reservatório Peruíbe	TBATS	0,517	15,06	9,3	23,07
Nível do reservatório Peruíbe	BATS	-0,056	0,67	10,7	0,92
Consumo	Regressão com erros SARIMA	-3,366	70,74	–	97,11
Vazão de saída para o Norte de Peruíbe	Regressão com erros SARIMA	2,237	13,41	–	20,42
Vazão de saída para o Sul de Peruíbe	Regressão com erros SARIMA	-0,010	17,69	–	25,16
Pressão a montante ao Norte de Peruíbe	BATS	-0,247	1,65	4,0	2,25
Pressão a montante ao Sul de Peruíbe	Regressão com erros SARIMA	-0,320	1,09	2,5	1,60
Pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	Regressão com erros SARIMA	-0,061	0,91	5,8	1,41
Pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	Regressão com erros SARIMA	-0,055	1,15	7,2	1,78
Método benchmark					
Vazão de entrada no reservatório Peruíbe	Últ. Obs.	-1,927	15,79	9,6	24,31
Nível do reservatório Peruíbe	Média	-0,278	0,81	12,3	1,10
Consumo	Média	2,005	216,29	–	261,01
Vazão de saída para o Norte de Peruíbe	Média	-2,195	32,70	1.278,7	40,86
Vazão de saída para o Sul de Peruíbe	Média	0,541	39,21	–	47,10
Pressão a montante ao Norte de Peruíbe	Mediana	-0,714	3,01	7,1	3,67
Pressão a montante ao Sul de Peruíbe	Mediana	-0,193	1,78	4,1	2,27
Pressão a jusante ao Norte de Peruíbe	Média	-0,051	3,76	25,3	4,33
Pressão a jusante ao Sul de Peruíbe	Média	-0,161	3,32	22,4	3,97

Um último comentário sobre as previsões é que seu uso em tempo real, além de auxiliar o operador a tomar decisões sobre a demanda de água, também pode servir para detecção de valores *outliers* gerados, ora por algum erro de transmissão de dados pelo sistema, ora por um consumo atípico da população. Essa constatação pode ser realizada facilmente através do estabelecimento de bandas de variação máxima para a previsão, que podem ser, por exemplo, os intervalos de confianças de previsão (neste caso há a necessidade de se verificar as hipóteses sobre a distribuição dos erros são de fato são cumpridas) ou por algum método mais robusto, como os intervalos via *bootstrap*.

Uma discussão a parte é sobre a estrutura das séries temporais e sua influência nos resultados. Como já mencionado anteriormente, as séries são formadas por amostragens que ocorrem a cada uma hora de valores medidos instantaneamente, com exceção a série de consumo, cujo valores foram calculados de acordo com as observações das duas séries de vazão de saída. Para a série de vazão de entrada (e em menor escala para a série de nível), os valores amostrados podem não ser representativos para o período de uma hora, visto que durante uma hora podem ocorrer algumas variações

bruscas nessa vazão. Este problema fica explícito ao se calcular o balanço hídrico (volume de água que sai do reservatório usando as séries de nível e vazão de entrada do reservatório) e obter valores negativos na quantidade de água demandada em alguns períodos. A falta de representatividade, ou seja, considerar o valor medido no início de cada hora como sendo um valor constante ao longo da respectiva hora, também pode ser um dos motivos pelo mau desempenho dos métodos de imputação de valores omissos e de previsão para a série de vazão de entrada e, em menor intensidade, para a série de nível.

Pode surgir a ideia que as análises aqui elaboradas poderiam ser melhoradas ao se considerar modelos multivariados, como, por exemplo os modelos VAR. No entanto, análises prévias constataram que o uso de tais modelos não melhorariam as previsões, visto que as autocorrelações cruzadas, ou não eram significativas, ou variavam demasiadamente ao longo do tempo. Também chegou a ser cogitado o uso de outros modelos univariados mais complexos, como os ARFIMA sazonais, porém análises prévias demonstraram que tais modelos eram ineficientes tanto do ponto de vista de qualidade de previsão como também do ponto de vista computacional.

Capítulo 4

Conclusões

Os métodos propostos, tanto para detecção de *outliers* e preenchimento de valores omissos, como para previsão, tiveram bons desempenhos para a maioria das séries e cumprem com as metas e objetivos propostos de detecção de anomalias, qualidades de imputação e de previsão.

A primeira meta deste trabalho, que era desenvolver um procedimento para indicar a qualidade dos dados enviados ao CCO, foi alcançada com sucesso. Inicialmente, a taxa de erros encontrada era em torno de 1,0 % a 1,5% em todos os equipamentos, e com a metodologia proposta as taxas de erros identificadas aumentaram para 8,94 %, 6,5 %, 36,8 %, 15,5 %, 24,4 %, 11,5 %, 15,1 %, 13,4 % e 12,2 % para respectivamente as seguintes séries temporais: vazão de entrada no reservatório Peruíbe, nível do reservatório Peruíbe, consumo demandado do reservatório Peruíbe, vazão de saída para o Norte de Peruíbe, vazão de saída para o Sul de Peruíbe, pressão a montante ao Norte de Peruíbe, pressão a montante ao Sul de Peruíbe, pressão a jusante ao Norte de Peruíbe e pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. Outro resultado importante foi a verificação de que as anomalias encontradas na limpeza primária foi bem mais frequentes do que os *outliers*, ou seja, a limpeza primária proposta identificou um tipo de erro que possui muito significado para a área de manutenção da companhia, e também para a digitalização da prestação de serviços de manutenção de equipamentos e telemetria, que são os erros gerados por alguma falha no sistema.

A segunda meta, que era preencher os valores omissos das séries, também foi obtida com relativo sucesso. Foi proposto um algoritmo que detectava os *outliers* e que ao mesmo estimava os valores omissos usando um conjunto de modelos para se fazer essas detecções e estimativas. Os métodos propostos conseguiram preencher os vazios das séries de forma bem satisfatória, sendo que nos experimentos realizados, a maioria das estimativas para os valores omissos foram bem próximas aos valores originais. Mesmo para as séries mais problemáticas (vazão de entrada do reservatório e nível do reservatório) os procedimentos ainda se mostraram resilientes, conseguindo performar igual ou um pouco melhor aos métodos *benchmarks*. A Tabela 3.73 resume os procedimentos de detecção de *outliers* e preenchimento de valores omissos selecionados por apresentar melhor acurácia.

A terceira e última meta, que era desenvolver e indicar modelos previsionais com boa acurácia e que antecipem a demanda em tempo real das próximas horas, foi alcançada com bons resultados. Foi testado uma gama de possibilidades de modelos previsionais devidamente parametrizadas que convergiu para um conjunto de modelos previsionais adequados para o domínio deste estudo que são as séries temporais associadas a equipamentos e telemetria do sistema de abastecimento de água em Peruíbe. Apenas para as séries de vazão de entrada do reservatório e nível do reservatório que os procedimentos não performaram tão bem, mas, certa forma, conseguiram ser resilientes. A Tabela

3.74 resume os procedimentos de previsão selecionados para cada série temporal por apresentar melhor acurácia.

As metodologias abordadas neste trabalho, tanto para detecção de *outliers* e preenchimento de valores omisso, como para a elaboração de previsão, podem ser aplicadas em qualquer sistema de distribuição de água de outros municípios do país, podendo ainda ser extrapoladas para outras áreas de aplicação que envolvam análises de séries temporais.

Este trabalho também cumpre seu objetivo de contribuir para a digitalização e automatização das operações na Indústria da Água. Há tempos que o problema de erros em séries temporais já criava obstáculos para a automação das operações dos reservatórios e distribuição. A detecção de anomalias em séries temporais é um tema de pesquisa muito ativo na área de Aprendizado de Máquina (*Machine Learning*) e Internet das Coisas na Indústria (IIoT - *Industrial Internet of Things*).

O próximo passo seria partir para uma abordagem multivariada e modelar o consumo demandado de todos os reservatórios do sistema da Sabesp da Baixada Santista de forma conjunta e incluir nas análises outras séries como covariáveis (como por exemplo, séries de índices pluviométricos e de temperatura). Dessa forma, haveria a necessidade de calcular o balanço hídrico, visto que nos demais reservatórios não existe medições de saída de água. Isso só é possível se as séries temporais de vazão de entrada e de nível sejam, de fato, uma medida representativa do período e não apenas uma amostragem que pode muitas vezes não ser o valor adequado para o período, como é o caso das séries de vazão de entrada com as quais trabalhamos.

Apêndice A

Informações descritivas das séries originais

A seguir são apresentadas um conjunto de tabelas e gráficos descritivos para cada série temporal, sendo organizados da seguinte maneira:

- A Tabela [A.1](#) e a Figura [A.1](#) se referem a série de nível do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela [A.2](#) e a Figura [A.2](#) se referem a série de consumo demandado do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela [A.3](#) e a Figura [A.3](#) se referem a série de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela [A.4](#) e a Figura [A.4](#) se referem a série de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe;
- A Tabela [A.5](#) e a Figura [A.5](#) se referem a série de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe;
- A Tabela [A.6](#) e a Figura [A.6](#) se referem a série de pressão a montante no Norte de Peruíbe;
- A Tabela [A.7](#) e a Figura [A.7](#) se referem a série de pressão a montante no Sul de Peruíbe;
- A Tabela [A.8](#) e a Figura [A.8](#) se referem a série de pressão a jusante no Norte de Peruíbe;
- A Tabela [A.9](#) e a Figura [A.9](#) se referem a série de pressão a jusante no Sul de Peruíbe.

Tabela A.1: Medidas descritivas da série original de nível do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	6,72	1,29	0,00	6,21	7,04	7,60	10,00	205	17519
Por ano e mês									
2017 jan	6,26	1,27	0,00	5,58	6,63	7,24	8,28	2	743
2017 fev	6,78	0,69	3,39	6,46	6,99	7,23	7,99	0	673
2017 mar	6,61	0,85	3,40	6,31	6,80	7,18	7,95	0	744
2017 abr	6,79	0,57	5,21	6,40	6,85	7,23	8,06	1	720
2017 mai	6,76	0,70	3,79	6,43	6,85	7,26	8,00	0	744
2017 jun	6,87	0,55	4,60	6,51	6,93	7,29	8,01	0	720
2017 jul	6,67	0,75	4,00	6,19	6,82	7,23	10,00	0	744
2017 ago	6,49	0,96	2,23	6,00	6,71	7,19	8,00	0	744
2017 set	5,56	1,21	2,80	4,59	5,57	6,61	7,88	0	720
2017 out	5,75	1,35	2,52	4,78	5,84	6,95	8,47	4	743
2017 nov	7,36	0,81	4,40	6,97	7,50	7,95	8,52	0	720
2017 dez	6,91	1,06	3,71	6,46	7,17	7,66	8,52	0	744
2018 jan	7,11	1,11	2,81	6,77	7,39	7,85	8,49	0	744
2018 fev	7,36	0,87	2,57	7,11	7,53	7,91	8,51	1	673
2018 mar	7,61	0,66	4,50	7,34	7,76	8,09	8,51	0	744
2018 abr	7,51	0,72	3,37	7,24	7,63	7,97	8,53	0	720
2018 mai	7,35	1,56	0,00	7,29	7,71	8,02	8,55	0	744
2018 jun	7,81	0,41	6,12	7,57	7,85	8,12	8,55	0	720
2018 jul	6,64	1,31	0,00	5,86	6,86	7,73	8,49	1	744
2018 ago	6,74	1,50	1,95	6,18	7,20	7,88	8,50	1	744
2018 set	4,40	1,50	0,00	3,20	4,11	5,34	8,34	0	720
2018 out	6,60	1,59	0,00	5,97	7,11	7,74	8,51	79	744
2018 nov	7,06	0,86	3,96	6,54	7,20	7,73	8,47	116	719
2018 dez	6,32	1,47	1,48	5,54	6,60	7,38	8,53	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	6,66	1,32	1,48	6,17	6,96	7,57	8,53	1	2520
terça-feira	6,67	1,37	0,00	6,07	7,08	7,62	8,55	11	2496
quarta-feira	6,74	1,31	0,00	6,16	7,09	7,69	8,52	17	2496
quinta-feira	6,73	1,29	0,00	6,24	7,08	7,60	10,00	27	2496
sexta-feira	6,74	1,16	0,00	6,20	6,98	7,55	8,51	48	2496
sábado	6,80	1,24	0,00	6,38	7,05	7,64	8,51	34	2498
domingo	6,69	1,34	0,00	6,26	7,02	7,56	8,53	67	2517
Por horário do dia									
0:00	6,72	1,38	0,00	6,14	7,05	7,73	8,51	9	727
1:00	6,82	1,33	0,00	6,31	7,11	7,79	8,50	9	730
2:00	6,91	1,25	0,00	6,43	7,21	7,80	8,53	9	730
3:00	6,98	1,18	0,00	6,52	7,24	7,83	8,55	9	730
4:00	7,01	1,10	0,00	6,58	7,25	7,76	8,53	8	730
5:00	7,04	1,03	0,00	6,61	7,27	7,73	8,46	9	730
6:00	7,06	0,96	0,00	6,63	7,24	7,70	8,49	9	730
7:00	7,12	0,93	0,00	6,79	7,27	7,73	8,50	8	730
8:00	7,16	0,94	0,00	6,83	7,33	7,76	8,47	8	730
9:00	7,12	1,01	0,00	6,77	7,32	7,77	8,45	8	730
10:00	7,00	1,03	0,00	6,57	7,23	7,68	8,47	8	730
11:00	6,87	1,08	0,00	6,45	7,12	7,57	8,48	8	730
12:00	6,74	1,16	0,00	6,25	7,00	7,53	8,45	9	730
13:00	6,63	1,22	0,00	6,06	6,92	7,46	8,50	8	730
14:00	6,52	1,31	0,00	5,90	6,81	7,40	8,49	8	730
15:00	6,47	1,35	0,00	5,87	6,77	7,40	8,49	8	730
16:00	6,42	1,38	0,00	5,78	6,73	7,40	8,50	8	730
17:00	6,36	1,42	0,00	5,66	6,68	7,38	8,50	8	730
18:00	6,33	1,43	0,00	5,53	6,69	7,34	8,50	8	730
19:00	6,31	1,45	0,00	5,47	6,68	7,41	8,46	8	730
20:00	6,31	1,47	0,00	5,46	6,68	7,41	8,45	8	730
21:00	6,34	1,48	0,00	5,58	6,77	7,43	8,49	10	730
22:00	6,44	1,49	0,00	5,68	6,84	7,51	10,00	10	730
23:00	6,56	1,46	0,00	5,90	6,97	7,62	8,52	10	732

Figura A.1: Painel com alguns gráficos descritivos da série original de nível do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de nível em m de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.2: Medidas descritivas da série original de consumo demandado do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	552	325	0,00	278,2	570	779	1684	207	17519
Por ano e mês									
2017 jan	666	297	0,00	460,2	684	853	1300	2	743
2017 fev	587	291	75,38	320,4	586	808	1224	0	673
2017 mar	483	274	1,10	223,2	511	698	1102	0	744
2017 abr	425	253	0,33	190,9	421	650	1110	1	720
2017 mai	400	235	0,00	198,1	398	620	1007	0	744
2017 jun	421	228	0,33	202,7	394	626	988	0	720
2017 jul	458	253	0,33	229,4	455	661	1630	0	744
2017 ago	564	284	86,86	332,3	570	748	1445	0	744
2017 set	629	390	0,00	328,4	640	949	1290	0	720
2017 out	367	271	0,00	119,1	353	614	984	5	743
2017 nov	442	236	0,00	201,7	454	662	867	0	720
2017 dez	482	259	0,00	239,0	485	700	1169	0	744
2018 jan	568	314	0,00	287,5	604	826	1251	0	744
2018 fev	681	384	0,00	339,1	751	972	1645	1	673
2018 mar	658	308	0,00	362,8	745	904	1419	0	744
2018 abr	664	321	0,65	338,8	740	904	1443	0	720
2018 mai	591	294	0,00	317,3	648	832	1223	0	744
2018 jun	538	256	0,00	302,0	598	738	1324	0	720
2018 jul	638	241	0,00	609,0	712	712	1317	2	744
2018 ago	503	315	0,00	222,3	505	817	1130	1	744
2018 set	433	356	0,00	61,2	415	776	1183	0	720
2018 out	609	400	0,00	213,1	672	843	1570	79	744
2018 nov	699	411	0,00	322,0	776	1048	1519	116	719
2018 dez	775	405	0,00	440,0	820	1110	1684	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	558	332	0,00	271,9	564	783	1645	1	2520
terça-feira	526	317	0,00	245,8	544	752	1436	11	2496
quarta-feira	541	326	0,00	267,4	554	783	1436	19	2496
quinta-feira	550	331	0,00	280,3	576	774	1570	27	2496
sexta-feira	562	326	0,00	290,3	588	795	1520	48	2496
sábado	578	327	0,00	308,1	615	806	1510	34	2498
domingo	546	316	0,00	285,0	561	755	1684	67	2517
Por horário do dia									
0:00	269	219	0,00	123,6	225	325	1635	9	727
1:00	254	215	0,00	107,7	218	321	1262	9	730
2:00	230	219	0,00	79,0	161	321	1190	9	730
3:00	241	216	0,00	104,5	208	285	1332	9	730
4:00	219	222	0,00	69,8	171	293	1354	8	730
5:00	293	217	0,00	181,8	262	364	1131	9	730
6:00	345	212	0,00	207,7	316	446	1131	9	730
7:00	481	183	0,00	367,7	438	589	1377	8	730
8:00	602	204	0,00	467,8	592	721	1404	8	730
9:00	786	217	0,00	680,7	764	940	1394	8	730
10:00	841	233	0,00	707,3	809	997	1510	9	730
11:00	871	238	0,00	734,4	851	1014	1565	8	730
12:00	863	236	0,00	736,3	847	995	1565	10	730
13:00	839	224	0,00	714,9	818	954	1549	8	730
14:00	794	231	0,00	668,6	764	917	1585	8	730
15:00	763	227	0,00	654,2	738	855	1586	8	730
16:00	758	227	0,00	636,9	726	871	1630	8	730
17:00	718	222	0,00	602,1	694	818	1645	8	730
18:00	689	217	0,00	552,3	670	785	1582	8	730
19:00	639	237	0,00	495,2	605	765	1574	8	730
20:00	602	254	0,00	415,7	565	784	1445	8	730
21:00	469	256	0,00	273,3	452	600	1510	10	730
22:00	362	238	0,00	196,0	318	417	1466	10	730
23:00	309	235	0,00	143,8	260	396	1684	10	732

Figura A.2: Painel com alguns gráficos descritivos da série original de consumo demandado do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de consumo em m^3 de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.3: Medidas descritivas da série original de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	194	52,37	0,0	165,0	216	233	350	205	17519
Por ano e mês									
2017 jan	232	16,22	0,0	231,1	233	235	250	2	743
2017 fev	226	13,01	199,7	217,7	219	232	270	0	673
2017 mar	224	8,64	203,7	219,1	221	234	248	0	744
2017 abr	225	8,30	213,8	217,7	219	233	247	1	720
2017 mai	212	32,91	0,0	208,6	215	226	244	0	744
2017 jun	216	18,78	0,0	208,8	218	223	238	0	720
2017 jul	175	31,49	0,0	161,1	177	190	350	0	744
2017 ago	153	30,20	116,8	131,0	141	166	234	0	744
2017 set	113	27,87	0,0	95,3	103	124	220	0	720
2017 out	123	49,99	0,0	80,6	108	172	228	4	743
2017 nov	191	37,59	0,0	162,5	209	216	231	0	720
2017 dez	204	35,56	0,0	195,0	208	225	249	0	744
2018 jan	244	5,90	234,6	240,1	242	244	261	0	744
2018 fev	228	14,81	197,7	215,8	229	238	257	1	673
2018 mar	243	7,95	231,0	235,9	239	250	276	0	744
2018 abr	240	12,72	191,6	235,7	239	250	260	0	720
2018 mai	222	45,77	0,0	223,6	232	238	256	0	744
2018 jun	207	18,69	165,6	191,9	204	221	245	0	720
2018 jul	135	32,86	0,0	109,9	126	160	220	1	744
2018 ago	144	40,44	0,0	116,3	141	174	243	1	744
2018 set	115	23,48	89,1	100,8	108	119	220	0	720
2018 out	203	44,09	87,8	206,2	219	222	255	79	744
2018 nov	218	15,27	96,3	211,7	217	219	251	116	719
2018 dez	178	77,45	0,0	195,0	214	217	250	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	195	51,70	0,0	167,5	216	233	260	1	2520
terça-feira	194	51,82	0,0	166,0	216	233	261	11	2496
quarta-feira	193	53,76	0,0	154,4	216	233	276	17	2496
quinta-feira	194	53,45	0,0	166,2	217	233	350	27	2496
sexta-feira	195	49,70	0,0	174,8	216	232	350	48	2496
sábado	194	51,71	0,0	167,7	216	232	259	34	2498
domingo	193	54,30	0,0	162,4	215	233	260	67	2517
Por horário do dia									
0:00	198	51,55	0,0	171,3	218	234	258	9	727
1:00	199	51,78	0,0	172,3	218	235	258	9	730
2:00	200	52,26	0,0	176,2	219	236	350	9	730
3:00	201	52,39	0,0	175,2	220	236	350	9	730
4:00	201	52,22	0,0	173,5	222	237	274	8	730
5:00	200	53,24	0,0	172,2	220	236	276	9	730
6:00	199	51,35	0,0	172,0	219	235	274	9	730
7:00	195	50,02	0,0	165,4	216	233	275	8	730
8:00	194	49,98	0,0	166,7	215	232	275	8	730
9:00	193	50,59	0,0	164,4	215	231	274	8	730
10:00	191	51,50	0,0	160,9	214	230	273	8	730
11:00	190	53,53	0,0	159,5	213	227	270	8	730
12:00	190	53,42	0,0	162,2	213	228	269	9	730
13:00	189	53,52	0,0	160,4	213	228	267	8	730
14:00	189	53,89	0,0	160,8	213	226	269	8	730
15:00	189	54,54	0,0	160,3	214	227	267	8	730
16:00	190	53,15	0,0	161,5	214	229	269	8	730
17:00	191	51,81	0,0	162,2	214	229	267	8	730
18:00	191	51,23	0,0	162,9	214	229	256	8	730
19:00	192	51,27	0,0	163,4	214	231	257	8	730
20:00	193	51,71	0,0	164,3	215	232	256	8	730
21:00	194	52,71	0,0	164,6	216	233	256	10	730
22:00	195	53,21	0,0	164,5	216	233	350	10	730
23:00	196	52,51	0,0	168,8	217	234	260	10	732

Figura A.3: Painel com alguns gráficos descritivos da série original de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.4: Medidas descritivas da série original de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	83,1	46,7	0,00	51,14	84,3	110,3	370	206	17519
Por ano e mês									
2017 jan	75,2	25,4	0,00	59,36	84,2	95,0	111	2	743
2017 fev	73,3	25,2	20,51	49,97	74,0	94,7	121	0	673
2017 mar	72,8	26,0	0,00	52,50	79,2	92,7	120	0	744
2017 abr	68,1	27,7	0,00	47,80	79,0	88,3	124	1	720
2017 mai	68,6	28,2	0,00	53,29	81,3	90,1	125	0	744
2017 jun	69,0	25,4	0,00	52,68	72,6	90,4	116	0	720
2017 jul	71,8	30,4	0,00	56,56	75,3	91,8	370	0	744
2017 ago	73,6	31,1	0,00	55,34	78,4	91,4	370	0	744
2017 set	58,2	37,0	0,00	25,10	73,3	90,0	108	0	720
2017 out	52,3	37,0	0,00	17,39	63,0	86,7	119	4	743
2017 nov	69,1	26,8	0,00	47,71	78,9	91,6	106	0	720
2017 dez	64,8	27,8	0,00	42,01	71,2	86,0	117	0	744
2018 jan	68,1	42,0	0,00	34,15	66,9	87,7	194	0	744
2018 fev	109,7	54,9	0,00	61,69	122,2	153,6	229	1	673
2018 mar	119,8	43,8	0,00	94,33	127,5	155,2	237	0	744
2018 abr	115,5	40,4	0,18	84,75	117,5	143,6	236	0	720
2018 mai	116,1	43,9	0,00	85,57	131,9	147,0	180	0	744
2018 jun	111,0	40,3	0,00	82,47	118,8	137,3	227	0	720
2018 jul	120,2	39,6	0,00	116,87	129,8	129,8	207	2	744
2018 ago	90,1	52,2	0,00	44,59	95,2	135,0	188	1	744
2018 set	74,8	60,9	0,00	0,45	74,8	133,0	191	0	720
2018 out	103,2	63,3	0,00	44,82	119,2	149,0	240	79	744
2018 nov	66,8	58,1	0,00	0,36	66,7	111,3	225	116	719
2018 dez	83,2	68,7	0,00	8,34	83,1	132,8	261	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	84,2	48,0	0,00	52,09	84,4	113,6	370	1	2520
terça-feira	80,3	45,9	0,00	47,26	82,4	105,6	237	11	2496
quarta-feira	81,8	46,1	0,00	49,99	83,1	108,9	231	18	2496
quinta-feira	84,7	47,6	0,00	53,40	85,6	115,8	370	27	2496
sexta-feira	83,4	47,5	0,00	49,60	84,5	111,5	277	48	2496
sábado	85,5	46,4	0,00	54,66	86,6	114,3	261	34	2498
domingo	81,9	45,2	0,00	50,62	83,2	105,0	241	67	2517
Por horário do dia									
0:00	45,9	37,1	0,00	24,60	35,1	66,2	239	9	727
1:00	44,3	38,5	0,00	19,34	32,3	72,2	239	9	730
2:00	41,4	38,9	0,00	15,27	29,8	60,6	237	9	730
3:00	46,0	38,1	0,00	22,86	43,4	61,6	370	9	730
4:00	41,7	38,4	0,00	11,52	37,0	57,6	370	8	730
5:00	54,2	36,5	0,00	34,15	55,4	74,1	277	9	730
6:00	63,9	33,2	0,00	46,35	68,7	80,5	218	9	730
7:00	77,5	29,0	0,00	70,77	78,5	91,4	225	8	730
8:00	95,4	30,3	0,00	81,59	88,0	118,7	236	8	730
9:00	108,7	35,6	0,00	90,72	97,7	139,5	228	8	730
10:00	115,8	37,6	0,00	93,34	99,8	150,4	229	9	730
11:00	116,0	39,0	0,00	90,72	100,6	153,8	229	8	730
12:00	117,4	37,2	0,00	95,68	103,2	152,8	229	9	730
13:00	114,7	35,8	0,00	93,36	101,1	147,2	225	8	730
14:00	113,1	35,7	0,00	94,26	101,7	142,1	238	8	730
15:00	104,9	33,6	0,00	87,76	95,6	129,7	240	8	730
16:00	103,0	37,9	0,00	82,24	91,3	132,6	370	8	730
17:00	96,4	36,4	0,00	74,66	86,4	122,4	244	8	730
18:00	99,7	34,9	0,00	82,63	90,1	125,9	251	8	730
19:00	96,5	42,1	0,00	69,23	84,8	124,7	370	8	730
20:00	99,6	49,0	0,00	70,97	83,0	132,7	370	8	730
21:00	83,1	44,6	0,00	55,52	75,5	114,7	240	10	730
22:00	63,2	40,7	0,00	40,23	54,5	87,5	232	10	730
23:00	52,6	41,7	0,00	25,05	41,1	74,2	237	10	732

Figura A.4: Paineira com alguns gráficos descritivos da série original de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.5: Medidas descritivas da série original de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	70,1	59,5	0	13,72	67,95	107,2	250	207	17519
Por ano e mês									
2017 jan	109,8	60,8	0	63,98	107,26	144,3	250	2	743
2017 fev	89,8	56,9	0	35,65	86,69	135,2	222	0	673
2017 mar	61,4	52,5	0	0,90	62,58	103,2	193	0	744
2017 abr	50,0	47,8	0	0,55	35,96	92,3	186	1	720
2017 mai	42,6	41,3	0	0,55	28,05	82,9	173	0	744
2017 jun	48,0	45,8	0	0,49	42,55	87,6	232	0	720
2017 jul	55,5	46,4	0	13,02	49,08	92,3	250	0	744
2017 ago	82,9	64,7	0	33,07	77,99	118,5	250	0	744
2017 set	116,4	86,8	0	29,85	121,46	186,2	250	0	720
2017 out	49,7	44,9	0	2,66	37,82	89,2	164	5	743
2017 nov	53,6	42,0	0	14,62	47,37	92,2	146	0	720
2017 dez	69,1	51,2	0	23,53	66,15	109,4	218	0	744
2018 jan	89,6	54,2	0	41,74	91,12	132,5	220	0	744
2018 fev	79,4	54,5	0	31,52	81,78	119,3	243	1	673
2018 mar	62,8	49,3	0	1,53	71,28	105,8	176	0	744
2018 abr	68,9	64,2	0	0,00	68,04	108,2	239	0	720
2018 mai	48,0	45,5	0	0,00	47,59	92,7	164	0	744
2018 jun	38,3	38,7	0	0,00	32,20	73,6	145	0	720
2018 jul	57,1	30,9	0	43,41	67,95	68,0	163	2	744
2018 ago	49,6	40,3	0	0,00	47,19	86,0	132	1	744
2018 set	45,4	43,5	0	0,00	46,21	81,4	160	0	720
2018 out	65,9	57,9	0	0,00	66,36	99,8	212	79	744
2018 nov	127,3	64,0	0	76,95	144,96	177,2	246	116	719
2018 dez	131,9	68,3	0	76,98	146,21	184,8	250	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	70,7	59,8	0	16,36	67,95	105,9	250	1	2520
terça-feira	65,8	57,2	0	6,47	65,81	102,5	250	11	2496
quarta-feira	68,5	59,7	0	7,81	67,70	105,2	250	19	2496
quinta-feira	68,1	58,9	0	10,01	67,95	105,0	250	27	2496
sexta-feira	72,8	60,2	0	14,59	67,95	113,7	250	48	2496
sábado	75,2	61,1	0	20,19	69,57	112,4	250	34	2498
domingo	69,7	59,5	0	18,13	67,34	106,0	250	67	2517
Por horário do dia									
0:00	28,9	43,5	0	0,00	3,27	48,6	247	9	727
1:00	26,3	40,8	0	0,00	3,60	41,6	246	9	730
2:00	22,6	38,7	0	0,00	0,55	32,5	236	9	730
3:00	20,9	36,9	0	0,00	0,49	27,3	229	9	730
4:00	19,2	36,0	0	0,00	0,37	27,5	229	8	730
5:00	27,3	37,3	0	0,00	17,28	40,0	229	9	730
6:00	31,9	38,6	0	0,31	20,76	49,8	229	9	730
7:00	56,1	40,2	0	28,48	51,43	74,3	229	8	730
8:00	71,8	42,5	0	44,22	67,83	91,7	239	8	730
9:00	109,7	43,5	0	89,21	106,50	126,2	250	8	730
10:00	117,8	45,8	0	93,41	113,00	134,0	250	9	730
11:00	125,9	49,9	0	98,55	120,27	152,5	250	8	730
12:00	122,4	50,7	0	93,73	114,44	152,2	250	10	730
13:00	118,2	49,5	0	88,95	108,85	145,6	250	8	730
14:00	107,4	48,6	0	80,05	96,00	126,1	250	8	730
15:00	107,1	47,9	0	80,77	96,89	126,8	250	8	730
16:00	107,6	45,5	0	83,91	99,73	123,3	250	8	730
17:00	103,0	47,3	0	71,76	98,14	120,5	250	8	730
18:00	91,6	48,2	0	63,63	78,21	108,1	250	8	730
19:00	81,0	52,8	0	44,81	67,95	101,2	250	8	730
20:00	67,7	51,0	0	32,57	58,09	84,1	250	8	730
21:00	47,2	53,3	0	4,15	26,01	72,9	249	10	730
22:00	37,3	51,3	0	0,00	11,26	60,3	250	10	730
23:00	33,1	48,5	0	0,00	8,21	50,5	250	10	732

Figura A.5: Paineira com alguns gráficos descritivos da série original de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.6: Medidas descritivas da série original de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	41,7	5,47	0,00	39,2	42,5	45,5	100,0	206	17519
Por ano e mês									
2017 jan	35,6	6,46	0,00	32,1	34,3	40,6	50,4	2	743
2017 fev	38,8	5,28	26,84	34,8	39,7	43,8	47,1	0	673
2017 mar	39,3	5,11	26,32	35,8	39,4	43,7	55,0	0	744
2017 abr	40,5	4,18	27,37	37,5	39,6	44,5	56,9	1	720
2017 mai	40,7	3,97	27,50	37,7	39,8	44,5	48,1	0	744
2017 jun	40,8	5,20	0,00	38,1	41,5	44,2	49,2	0	720
2017 jul	42,6	3,62	31,38	40,3	42,6	45,0	100,0	0	744
2017 ago	42,3	3,49	35,34	39,9	42,2	44,6	100,0	0	744
2017 set	41,6	3,21	35,02	38,5	41,9	44,6	47,6	0	720
2017 out	42,4	3,10	32,99	39,9	42,8	44,7	47,9	4	743
2017 nov	42,6	3,38	34,46	39,7	42,2	45,7	53,8	0	720
2017 dez	41,6	4,18	4,49	38,9	41,8	44,6	55,1	0	744
2018 jan	41,6	6,87	0,61	38,9	42,3	46,1	51,2	0	744
2018 fev	42,6	5,19	2,30	40,2	43,0	46,2	49,8	1	673
2018 mar	42,9	3,13	32,48	40,4	43,0	45,6	51,0	0	744
2018 abr	43,0	3,06	31,60	40,6	42,7	45,5	48,7	0	720
2018 mai	42,5	8,96	0,00	41,8	43,7	47,0	58,0	0	744
2018 jun	46,1	2,68	34,75	44,5	46,0	48,4	50,5	0	720
2018 jul	44,6	4,06	0,00	44,9	45,5	45,5	50,3	2	744
2018 ago	41,7	9,72	4,79	41,9	44,2	46,8	48,8	1	744
2018 set	42,2	3,47	4,57	40,2	42,5	44,3	48,4	0	720
2018 out	41,5	6,05	0,00	39,5	42,2	45,6	53,8	79	744
2018 nov	42,9	4,40	29,89	39,8	43,5	46,6	57,4	116	719
2018 dez	40,9	5,92	7,33	38,2	42,2	45,3	48,7	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	41,6	5,35	9,60	39,1	42,2	45,5	100,0	1	2520
terça-feira	41,6	6,59	0,00	39,3	42,5	45,5	100,0	11	2496
quarta-feira	41,9	5,12	4,57	39,3	42,6	45,5	57,4	18	2496
quinta-feira	41,7	5,28	0,00	39,1	42,5	45,4	55,0	27	2496
sexta-feira	41,9	4,53	0,00	39,0	42,6	45,5	53,8	48	2496
sábado	41,7	5,27	0,00	39,2	42,6	45,4	53,8	34	2498
domingo	41,7	5,93	0,00	39,5	42,6	45,5	54,0	67	2517
Por horário do dia									
0:00	45,2	3,84	0,00	44,4	45,9	46,9	53,8	9	727
1:00	45,4	3,75	0,00	44,6	46,1	47,2	52,9	9	730
2:00	45,6	4,09	0,00	45,0	46,2	47,2	56,9	9	730
3:00	45,4	3,95	0,00	44,7	45,7	47,0	51,2	9	730
4:00	45,4	4,03	0,00	44,7	45,8	47,1	52,6	8	730
5:00	44,8	4,05	0,00	43,5	45,1	47,0	50,6	9	730
6:00	44,3	4,16	0,00	42,8	44,8	46,6	50,4	9	730
7:00	43,0	4,51	0,00	41,5	43,4	45,5	50,5	8	730
8:00	41,5	4,62	0,00	40,1	42,0	43,7	50,6	8	730
9:00	39,4	4,91	0,00	37,6	39,7	41,8	50,1	8	730
10:00	38,4	5,22	0,00	36,3	39,0	40,9	49,6	9	730
11:00	38,0	5,42	0,00	36,1	38,6	40,6	48,0	8	730
12:00	37,6	5,85	0,00	36,0	38,2	40,2	47,5	9	730
13:00	38,0	5,37	0,00	36,4	38,4	40,8	49,9	8	730
14:00	38,3	5,94	0,00	36,7	38,7	41,1	100,0	8	730
15:00	39,0	5,47	0,00	37,1	39,7	42,3	50,3	8	730
16:00	39,7	5,10	0,00	38,1	40,0	42,1	100,0	8	730
17:00	40,1	4,95	0,00	38,7	40,7	42,9	50,2	8	730
18:00	40,1	4,39	0,00	38,4	40,6	42,7	58,0	8	730
19:00	40,8	4,37	0,00	39,5	41,6	43,1	56,8	8	730
20:00	40,8	4,18	0,00	39,7	41,5	43,0	52,4	8	730
21:00	42,1	4,62	0,00	41,1	43,1	44,6	53,8	10	730
22:00	43,8	4,55	0,00	43,0	44,6	45,9	57,4	10	730
23:00	44,6	4,26	0,00	44,0	45,4	46,5	49,2	10	732

Figura A.6: Paineis com alguns gráficos descritivos da série original de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots de série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia da semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.7: Medidas descritivas da série original de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	43,5	4,54	0,0	42,4	44,3	45,8	100,0	207	17519
Por ano e mês									
2017 jan	41,1	4,82	0,0	39,1	42,2	44,1	58,9	2	743
2017 fev	43,0	2,85	32,9	41,2	43,6	45,4	47,3	0	673
2017 mar	43,8	2,35	36,0	42,7	44,4	45,7	47,0	0	744
2017 abr	44,5	1,80	35,8	43,3	45,0	45,8	47,4	1	720
2017 mai	44,8	1,55	39,0	43,7	45,0	45,9	48,7	0	744
2017 jun	43,6	6,28	0,0	43,5	45,1	46,0	48,7	0	720
2017 jul	44,7	2,70	37,5	43,2	44,9	46,1	100,0	0	744
2017 ago	44,5	1,91	27,5	43,2	44,9	45,9	47,3	0	744
2017 set	43,2	1,94	37,0	41,6	43,3	44,8	48,1	0	720
2017 out	43,6	1,96	37,3	42,4	43,6	45,2	47,3	5	743
2017 nov	45,0	1,93	33,9	43,6	45,3	46,6	48,8	0	720
2017 dez	41,9	9,80	0,0	42,2	44,0	45,8	48,8	0	744
2018 jan	42,1	7,08	0,0	41,0	43,2	45,5	47,4	0	744
2018 fev	43,9	2,44	32,4	42,5	44,1	45,9	47,5	1	673
2018 mar	44,6	1,75	38,8	43,2	44,7	46,2	48,5	0	744
2018 abr	44,0	3,29	33,1	42,9	44,7	46,2	47,5	0	720
2018 mai	43,3	8,73	0,0	43,9	45,1	46,3	47,7	0	744
2018 jun	45,8	1,47	36,8	45,0	46,1	46,9	47,8	0	720
2018 jul	44,7	3,43	0,0	44,6	45,7	45,7	47,6	2	744
2018 ago	44,6	1,98	39,5	43,4	44,8	46,3	55,8	1	744
2018 set	42,2	1,87	37,3	40,9	42,0	43,4	47,1	0	720
2018 out	42,0	6,89	0,0	41,0	44,0	45,5	49,0	79	744
2018 nov	42,0	3,26	27,6	39,5	41,8	44,9	49,3	116	719
2018 dez	40,4	4,73	0,0	38,4	40,7	43,5	47,9	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	43,4	4,55	0,0	42,4	44,3	45,7	49,0	1	2520
terça-feira	43,9	3,23	0,0	42,5	44,4	45,8	100,0	11	2496
quarta-feira	43,6	3,95	0,0	42,4	44,4	45,8	50,0	19	2496
quinta-feira	43,7	3,77	0,0	42,4	44,4	45,8	49,3	27	2496
sexta-feira	43,6	3,22	0,0	42,2	44,1	45,7	55,8	48	2496
sábado	43,1	5,58	0,0	42,1	44,2	45,8	48,1	34	2498
domingo	43,0	6,43	0,0	42,5	44,4	45,8	48,8	67	2517
Por horário do dia									
0:00	45,0	3,85	0,0	44,5	45,8	46,6	48,2	9	727
1:00	45,2	3,78	0,0	44,7	45,9	46,7	47,8	9	730
2:00	45,4	3,74	0,0	45,0	46,1	46,8	48,6	9	730
3:00	45,4	3,64	0,0	45,2	46,1	46,7	48,8	9	730
4:00	45,5	3,59	0,0	45,3	46,0	46,7	49,3	8	730
5:00	45,5	3,52	0,0	45,3	46,0	46,6	49,1	9	730
6:00	45,3	3,50	0,0	45,0	45,8	46,4	49,0	9	730
7:00	44,8	3,71	0,0	44,5	45,5	45,9	47,9	8	730
8:00	44,2	3,85	0,0	43,7	44,9	45,6	48,2	8	730
9:00	42,4	4,42	0,0	41,9	43,0	44,2	47,3	8	730
10:00	41,9	4,35	0,0	41,1	42,6	43,8	48,1	9	730
11:00	41,3	4,83	0,0	40,2	42,1	43,4	50,0	8	730
12:00	41,1	5,13	0,0	40,2	42,1	43,4	47,7	10	730
13:00	41,3	5,00	0,0	40,3	42,2	43,6	47,6	8	730
14:00	41,6	5,20	0,0	40,8	42,7	43,9	47,4	8	730
15:00	41,9	5,46	0,0	41,0	42,7	44,0	100,0	8	730
16:00	41,9	4,81	0,0	41,0	42,8	43,9	55,8	8	730
17:00	42,1	4,29	0,0	41,2	42,9	44,1	47,4	8	730
18:00	42,5	4,06	0,0	41,7	43,4	44,6	47,3	8	730
19:00	42,9	4,12	0,0	42,0	43,9	45,1	47,2	8	730
20:00	43,3	4,02	0,0	42,5	44,3	45,4	47,0	8	730
21:00	43,9	4,39	0,0	43,1	44,9	45,9	47,9	10	730
22:00	44,4	4,13	0,0	43,7	45,4	46,2	48,6	10	730
23:00	44,7	4,05	0,0	44,1	45,7	46,4	48,7	10	732

Figura A.7: Painel com alguns gráficos descritivos da série original de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.8: Medidas descritivas da série original de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	17,1	4,74	0,00	12,89	17,9	20,4	100,0	206	17519
Por ano e mês									
2017 jan	19,6	4,53	0,00	16,21	20,3	23,1	33,8	2	743
2017 fev	17,6	4,71	9,91	12,55	17,9	21,7	26,0	0	673
2017 mar	16,9	4,65	6,20	12,41	17,8	20,4	26,6	0	744
2017 abr	15,9	4,15	6,18	12,28	17,3	19,8	24,9	1	720
2017 mai	15,6	4,11	7,25	12,11	16,0	19,8	22,4	0	744
2017 jun	15,8	4,38	0,00	12,21	17,2	19,7	23,8	0	720
2017 jul	16,2	5,15	8,64	12,53	17,3	19,5	100,0	0	744
2017 ago	16,4	5,09	8,96	12,84	17,6	19,7	100,0	0	744
2017 set	16,1	3,91	7,25	13,06	17,3	19,5	22,4	0	720
2017 out	14,9	4,71	5,49	9,66	14,8	19,4	24,8	4	743
2017 nov	16,4	4,38	8,06	11,98	17,7	20,0	22,9	0	720
2017 dez	17,0	4,60	4,05	12,84	18,2	20,7	25,4	0	744
2018 jan	18,7	4,98	4,13	14,65	19,5	22,4	27,3	0	744
2018 fev	18,7	4,62	8,62	14,55	19,5	22,2	26,4	1	673
2018 mar	17,7	4,72	6,54	12,63	18,5	22,1	26,6	0	744
2018 abr	17,5	4,63	7,20	12,52	18,9	21,8	26,2	0	720
2018 mai	17,0	5,60	0,00	12,57	18,1	22,1	25,4	0	744
2018 jun	16,5	4,02	8,86	12,11	18,0	19,9	25,7	0	720
2018 jul	18,1	3,95	0,00	16,57	20,3	20,3	25,5	2	744
2018 ago	16,4	4,47	7,55	12,63	15,8	20,1	25,1	1	744
2018 set	16,8	4,49	6,52	13,16	16,2	21,7	23,7	0	720
2018 out	18,8	4,76	0,00	15,04	19,9	23,0	29,0	79	744
2018 nov	18,7	4,05	8,99	15,20	19,5	22,3	28,1	116	719
2018 dez	18,2	4,96	4,30	14,43	18,4	22,4	28,6	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	17,3	4,86	4,13	13,57	17,9	20,5	100,0	1	2520
terça-feira	17,1	4,87	0,00	12,72	17,8	20,3	100,0	11	2496
quarta-feira	17,1	4,63	4,22	12,80	17,8	20,4	26,6	18	2496
quinta-feira	17,1	4,65	0,00	12,72	17,9	20,3	29,0	27	2496
sexta-feira	17,1	4,63	0,00	12,72	17,9	20,4	26,6	48	2496
sábado	17,2	4,68	0,00	13,99	18,0	20,5	28,6	34	2498
domingo	17,1	4,83	0,00	13,07	17,9	20,3	33,8	67	2517
Por horário do dia									
0:00	11,2	3,25	0,00	9,45	10,0	12,2	28,3	9	727
1:00	11,3	3,26	0,00	9,50	10,2	12,2	28,4	9	730
2:00	12,0	3,34	0,00	9,67	10,9	12,8	28,4	9	730
3:00	13,4	3,04	0,00	11,65	12,6	14,8	28,2	9	730
4:00	14,1	3,12	0,00	12,21	14,0	15,4	28,4	8	730
5:00	15,8	3,00	0,00	14,31	15,2	17,9	28,2	9	730
6:00	16,3	2,83	0,00	14,51	15,4	18,2	28,3	9	730
7:00	17,8	2,29	0,00	17,31	17,8	18,6	27,6	8	730
8:00	18,7	2,42	0,00	17,75	18,5	19,9	27,7	8	730
9:00	20,1	2,58	0,00	19,56	20,2	21,9	27,5	8	730
10:00	20,7	2,87	0,00	19,76	20,7	22,1	27,9	9	730
11:00	21,1	3,12	0,00	19,83	20,6	23,2	28,5	8	730
12:00	21,8	3,16	0,00	20,61	22,1	23,4	27,8	9	730
13:00	21,9	3,09	0,00	20,86	22,3	23,3	33,8	8	730
14:00	21,8	4,29	0,00	20,77	22,2	23,3	100,0	8	730
15:00	20,9	4,13	0,00	19,84	21,5	22,4	100,0	8	730
16:00	20,3	2,72	0,00	19,58	20,3	21,9	28,8	8	730
17:00	19,3	2,72	0,00	17,88	19,7	20,3	29,0	8	730
18:00	18,8	2,47	0,00	17,63	19,4	20,0	27,4	8	730
19:00	17,2	2,82	0,00	15,32	17,5	18,4	27,2	8	730
20:00	16,9	2,92	0,00	14,88	17,6	18,2	27,0	8	730
21:00	14,7	3,44	0,00	12,16	14,9	15,8	28,0	10	730
22:00	12,9	3,40	0,00	11,40	12,0	12,7	28,6	10	730
23:00	12,0	3,25	0,00	9,82	12,0	12,4	27,9	10	732

Figura A.8: Painel com alguns gráficos descritivos da série original de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela A.9: Medidas descritivas da série original de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	16,4	4,87	0,00	12,60	15,9	19,4	100,0	207	17519
Por ano e mês									
2017 jan	19,5	4,88	0,00	15,46	19,7	22,2	30,0	2	743
2017 fev	17,2	4,81	9,67	12,31	17,5	20,8	26,8	0	673
2017 mar	15,6	4,50	6,28	12,03	15,1	19,0	26,2	0	744
2017 abr	14,7	3,92	6,25	11,18	14,5	17,9	26,3	1	720
2017 mai	14,3	3,35	8,69	11,39	14,0	17,7	26,2	0	744
2017 jun	14,7	4,07	0,00	11,18	14,6	17,9	37,2	0	720
2017 jul	15,2	4,88	9,18	11,98	14,9	18,1	100,0	0	744
2017 ago	15,2	3,68	9,13	12,23	14,9	18,1	26,8	0	744
2017 set	15,2	3,12	8,72	12,74	14,9	18,0	22,4	0	720
2017 out	14,4	3,63	6,62	10,65	14,6	17,6	26,0	5	743
2017 nov	14,9	3,43	8,99	11,73	14,8	18,0	21,8	0	720
2017 dez	15,1	3,88	3,49	12,11	14,9	18,1	28,5	0	744
2018 jan	17,8	4,86	3,57	13,41	18,2	21,6	27,4	0	744
2018 fev	17,7	4,49	7,91	14,09	18,1	20,9	29,8	1	673
2018 mar	16,2	4,31	7,06	12,33	17,6	19,8	27,0	0	744
2018 abr	17,1	6,24	8,23	12,45	17,7	19,9	35,7	0	720
2018 mai	15,5	4,90	0,00	12,45	15,3	19,8	25,6	0	744
2018 jun	15,2	3,18	9,01	12,50	14,7	17,9	25,1	0	720
2018 jul	16,2	3,20	0,00	14,36	17,9	17,9	25,6	2	744
2018 ago	15,8	3,59	8,25	12,54	15,5	19,5	23,8	1	744
2018 set	15,9	3,34	8,25	13,11	15,7	19,3	21,2	0	720
2018 out	17,8	4,81	0,00	13,77	18,4	20,2	29,8	79	744
2018 nov	22,5	5,70	10,96	17,28	24,0	27,9	30,2	116	719
2018 dez	22,2	6,35	0,00	16,83	24,1	27,8	35,8	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	16,6	4,72	3,57	12,67	16,6	19,5	30,6	1	2520
terça-feira	16,4	4,62	0,00	12,67	15,6	19,4	30,1	11	2496
quarta-feira	16,4	4,79	0,00	12,60	15,7	19,4	42,4	19	2496
quinta-feira	16,2	4,53	0,00	12,53	15,7	19,1	29,6	27	2496
sexta-feira	16,5	4,89	0,00	12,53	16,1	19,5	37,2	48	2496
sábado	16,6	5,14	0,00	12,65	16,7	19,5	35,8	34	2498
domingo	16,4	5,36	0,00	12,53	15,9	19,4	100,0	67	2517
Por horário do dia									
0:00	11,7	3,57	0,00	9,79	10,3	12,3	35,0	9	727
1:00	11,7	3,45	0,00	10,09	10,6	12,4	35,0	9	730
2:00	12,2	3,24	0,00	10,50	11,4	12,7	35,0	9	730
3:00	13,2	3,09	0,00	11,87	12,5	13,4	35,0	9	730
4:00	13,8	2,91	0,00	12,67	13,2	14,8	35,0	8	730
5:00	15,1	2,77	0,00	14,07	14,8	15,8	35,0	9	730
6:00	15,4	2,63	0,00	14,26	14,8	16,2	35,0	9	730
7:00	16,6	2,76	0,00	14,85	17,0	18,0	35,0	8	730
8:00	17,0	3,12	0,00	14,60	17,3	18,8	35,0	8	730
9:00	19,1	3,22	0,00	17,85	18,8	20,5	35,0	8	730
10:00	19,5	3,47	0,00	17,85	18,9	20,8	35,0	9	730
11:00	20,6	3,93	0,00	18,93	20,1	21,9	35,0	8	730
12:00	20,9	5,00	0,00	18,97	20,1	23,5	100,0	10	730
13:00	20,8	4,01	0,00	18,97	20,1	22,8	35,0	8	730
14:00	19,8	3,98	0,00	17,95	19,1	21,4	35,0	8	730
15:00	19,7	3,86	0,00	17,83	19,2	20,9	35,8	8	730
16:00	19,6	3,84	0,00	17,90	19,1	20,4	42,4	8	730
17:00	19,1	3,81	0,00	17,58	18,3	20,0	35,1	8	730
18:00	17,7	4,11	0,00	15,12	17,4	18,3	35,7	8	730
19:00	16,6	4,37	0,00	14,51	15,1	17,8	35,4	8	730
20:00	15,5	4,26	0,00	12,60	14,9	15,6	35,6	8	730
21:00	13,8	4,51	0,00	10,65	12,4	14,9	36,8	10	730
22:00	12,8	4,44	0,00	10,26	10,9	12,6	36,2	10	730
23:00	12,3	3,92	0,00	10,13	10,8	12,4	37,2	10	732

Figura A.9: Paineira com alguns gráficos descritivos da série original de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Apêndice B

Informações descritivas após a limpeza primária

A seguir são apresentadas um conjunto de tabelas e gráficos descritivos para cada série temporal, sendo organizados da seguinte maneira:

- A Tabela B.1 e as figuras B.1 e B.2 se referem a série de nível do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela B.2 e a figura B.3 e B.4 se referem a série de consumo demandado do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela B.3 e a figura B.5 e B.6 se referem a série de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela B.4 e a figura B.7 e B.8 se referem a série de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe;
- A Tabela B.5 e a figura B.9 e B.10 se referem a série de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe;
- A Tabela B.6 e a figura B.11 e B.12 se referem a série de pressão a montante no Norte de Peruíbe;
- A Tabela B.7 e a figura B.13 e B.14 se referem a série de pressão a montante no Sul de Peruíbe;
- A Tabela B.8 e a figura B.15 e B.16 se referem a série de pressão a jusante no Norte de Peruíbe;
- A Tabela B.9 e a figura B.17 e B.18 se referem a série de pressão a jusante no Sul de Peruíbe.

Tabela B.1: Medidas descritivas da série após limpeza primária de nível do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	6,74	1,25	1,48	6,23	7,04	7,61	8,50	1136	17519
Por ano e mês									
2017 jan	6,33	1,11	2,75	5,64	6,63	7,20	8,28	69	743
2017 fev	6,80	0,70	3,39	6,47	6,96	7,27	7,99	68	673
2017 mar	6,62	0,82	3,40	6,31	6,80	7,19	7,95	25	744
2017 abr	6,79	0,57	5,21	6,40	6,85	7,23	8,06	17	720
2017 mai	6,76	0,70	3,79	6,44	6,85	7,26	8,00	11	744
2017 jun	6,87	0,55	4,60	6,51	6,93	7,29	8,01	13	720
2017 jul	6,65	0,74	4,00	6,16	6,82	7,22	8,10	45	744
2017 ago	6,48	0,96	2,23	6,00	6,71	7,18	8,00	15	744
2017 set	5,51	1,20	2,80	4,56	5,53	6,47	7,88	72	720
2017 out	5,78	1,36	2,52	4,80	5,90	6,98	8,47	36	743
2017 nov	7,36	0,80	4,40	6,97	7,50	7,95	8,46	20	720
2017 dez	6,90	1,07	3,71	6,45	7,17	7,67	8,47	22	744
2018 jan	7,11	1,11	2,81	6,77	7,38	7,85	8,49	15	744
2018 fev	7,36	0,87	2,57	7,10	7,53	7,90	8,49	12	673
2018 mar	7,61	0,66	4,50	7,34	7,76	8,09	8,50	20	744
2018 abr	7,56	0,73	3,37	7,35	7,74	8,03	8,50	106	720
2018 mai	7,63	0,59	4,92	7,35	7,76	8,05	8,50	86	744
2018 jun	7,80	0,41	6,12	7,57	7,85	8,12	8,49	15	720
2018 jul	6,68	1,24	3,35	5,89	6,88	7,74	8,49	25	744
2018 ago	6,83	1,50	1,95	6,41	7,31	7,90	8,50	69	744
2018 set	4,41	1,50	1,80	3,21	4,10	5,35	8,34	27	720
2018 out	6,52	1,62	1,95	5,78	6,96	7,81	8,48	168	744
2018 nov	7,07	0,86	3,96	6,58	7,21	7,71	8,47	153	719
2018 dez	6,31	1,48	1,48	5,53	6,60	7,35	8,49	27	744
Por dia da semana									
segunda-feira	6,64	1,32	1,48	6,15	6,92	7,56	8,49	125	2520
terça-feira	6,71	1,33	2,05	6,12	7,07	7,63	8,50	137	2496
quarta-feira	6,76	1,31	1,95	6,19	7,12	7,71	8,50	154	2496
quinta-feira	6,73	1,27	1,80	6,23	7,07	7,61	8,48	154	2496
sexta-feira	6,75	1,15	2,67	6,21	6,98	7,56	8,50	183	2496
sábado	6,83	1,16	2,28	6,40	7,05	7,64	8,49	175	2498
domingo	6,74	1,22	1,84	6,29	7,04	7,57	8,50	208	2517
Por horário do dia									
0:00	6,74	1,36	1,61	6,20	7,06	7,75	8,48	45	727
1:00	6,86	1,30	1,48	6,40	7,15	7,81	8,50	60	730
2:00	6,93	1,22	1,63	6,44	7,21	7,81	8,48	60	730
3:00	7,01	1,14	2,02	6,55	7,26	7,83	8,49	55	730
4:00	7,03	1,07	2,44	6,60	7,26	7,76	8,47	61	730
5:00	7,06	0,99	2,80	6,61	7,29	7,73	8,46	40	730
6:00	7,07	0,92	2,91	6,63	7,24	7,72	8,49	42	730
7:00	7,14	0,89	2,99	6,80	7,27	7,75	8,49	37	730
8:00	7,18	0,89	3,01	6,83	7,34	7,76	8,47	34	730
9:00	7,14	0,94	2,85	6,78	7,33	7,78	8,45	33	730
10:00	7,02	0,99	2,59	6,58	7,23	7,68	8,47	50	730
11:00	6,88	1,06	1,88	6,44	7,12	7,58	8,48	50	730
12:00	6,75	1,11	1,87	6,25	6,99	7,53	8,45	65	730
13:00	6,64	1,16	1,87	6,06	6,90	7,45	8,46	51	730
14:00	6,57	1,21	1,86	5,96	6,81	7,40	8,49	48	730
15:00	6,49	1,30	1,80	5,86	6,76	7,41	8,49	65	730
16:00	6,43	1,36	1,92	5,78	6,72	7,42	8,50	50	730
17:00	6,38	1,38	1,99	5,66	6,68	7,37	8,48	41	730
18:00	6,35	1,41	1,97	5,60	6,70	7,34	8,50	40	730
19:00	6,31	1,44	1,95	5,46	6,67	7,41	8,46	34	730
20:00	6,33	1,44	2,00	5,51	6,68	7,41	8,45	40	730
21:00	6,36	1,45	2,02	5,58	6,77	7,43	8,49	38	730
22:00	6,47	1,43	2,11	5,73	6,84	7,50	8,46	50	730
23:00	6,58	1,42	1,84	5,92	6,95	7,62	8,49	47	732

Figura B.1: Painel com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de nível do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de nível em m de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.2: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de nível do reservatório de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.2: Medidas descritivas da série após limpeza primária de consumo demandado do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	615	299	0,98	380	633	809	1684	4576	17519
Por ano e mês									
2017 jan	631	297	2,30	393	630	844	1300	192	743
2017 fev	600	284	75,38	362	603	811	1224	71	673
2017 mar	511	269	34,61	258	557	706	1102	92	744
2017 abr	449	245	1,64	219	456	655	1110	76	720
2017 mai	433	221	1,42	222	430	629	1007	108	744
2017 jun	447	221	1,42	258	428	644	988	89	720
2017 jul	476	250	0,98	246	491	667	1630	72	744
2017 ago	566	270	86,86	345	574	746	1445	42	744
2017 set	736	291	6,92	556	720	964	1279	243	720
2017 out	475	234	1,86	270	506	673	984	211	743
2017 nov	487	218	12,19	313	520	677	867	110	720
2017 dez	518	244	11,96	306	535	714	1169	83	744
2018 jan	608	288	48,98	322	653	837	1251	60	744
2018 fev	760	336	98,21	446	812	1003	1645	87	673
2018 mar	781	240	168,23	649	824	945	1419	193	744
2018 abr	772	237	170,31	626	805	929	1443	321	720
2018 mai	757	209	170,86	664	785	911	1223	329	744
2018 jun	713	146	227,85	646	719	777	1324	299	720
2018 jul	660	206	215,76	556	663	733	1317	572	744
2018 ago	633	245	98,89	426	650	847	1130	265	744
2018 set	692	229	7,68	524	725	878	1183	319	720
2018 out	786	321	9,99	568	765	991	1570	342	744
2018 nov	803	365	17,44	512	884	1086	1519	243	719
2018 dez	863	377	11,31	544	911	1174	1684	157	744
Por dia da semana									
segunda-feira	624	308	1,42	384	629	819	1645	630	2520
terça-feira	593	293	0,98	361	620	785	1436	656	2496
quarta-feira	603	293	1,42	368	625	804	1436	677	2496
quinta-feira	622	304	2,30	385	640	806	1570	694	2496
sexta-feira	633	298	30,73	404	652	840	1520	645	2496
sábado	628	305	1,42	379	650	827	1510	591	2498
domingo	603	286	1,86	374	613	779	1684	683	2517
Por horário do dia									
0:00	281	206	1,64	140	216	374	1635	356	727
1:00	271	192	6,92	142	220	358	1262	388	730
2:00	250	201	0,98	112	183	348	1190	390	730
3:00	263	178	2,19	137	222	309	1124	367	730
4:00	283	184	2,52	138	237	348	870	413	730
5:00	331	170	43,17	213	304	379	1121	276	730
6:00	382	167	69,64	269	361	467	1019	249	730
7:00	492	153	1,86	387	444	585	1377	128	730
8:00	615	182	2,84	478	594	722	1404	91	730
9:00	807	194	67,58	686	772	949	1394	72	730
10:00	859	213	45,78	714	830	1002	1510	89	730
11:00	892	218	11,31	749	870	1020	1565	98	730
12:00	885	215	30,27	752	859	1002	1565	106	730
13:00	852	202	1,42	727	827	955	1549	105	730
14:00	808	212	33,48	671	772	925	1585	96	730
15:00	772	206	2,41	656	739	855	1586	91	730
16:00	769	206	1,86	642	739	874	1630	93	730
17:00	721	206	52,40	603	689	809	1645	93	730
18:00	690	205	1,64	553	664	771	1582	87	730
19:00	640	224	7,68	503	595	757	1574	85	730
20:00	606	239	2,84	421	560	778	1445	109	730
21:00	479	239	1,97	296	465	596	1510	162	730
22:00	373	235	6,70	205	310	451	1466	297	730
23:00	308	228	1,42	163	248	394	1684	335	732

Figura B.3: Painel com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de consumo demandado do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de consumo em m^3 de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.4: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de consumo demandado do reservatório de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.3: Medidas descritivas da série após limpeza primária de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	196	48,60	20,5	166,5	216	233	276	1416	17519
Por ano e mês									
2017 jan	233	6,72	214,2	230,9	233	235	250	80	743
2017 fev	224	11,77	199,7	217,5	219	231	270	85	673
2017 mar	225	8,67	203,7	219,1	221	234	248	38	744
2017 abr	225	8,31	213,8	217,7	219	233	247	31	720
2017 mai	215	20,11	38,4	209,7	215	226	244	35	744
2017 jun	217	9,56	197,3	209,1	218	223	238	19	720
2017 jul	176	22,51	128,3	161,1	177	189	236	56	744
2017 ago	153	30,24	116,8	131,0	141	166	234	16	744
2017 set	113	27,93	81,5	95,0	102	121	220	55	720
2017 out	124	49,52	57,1	80,9	109	172	228	28	743
2017 nov	192	34,26	110,3	162,6	209	217	231	27	720
2017 dez	207	24,28	93,8	195,8	208	225	249	34	744
2018 jan	244	5,96	234,6	240,1	242	244	261	22	744
2018 fev	228	14,79	197,7	216,1	229	238	257	25	673
2018 mar	243	7,94	231,0	236,0	239	250	276	40	744
2018 abr	239	13,32	191,6	235,3	238	250	260	111	720
2018 mai	230	13,82	196,1	224,3	232	240	256	90	744
2018 jun	206	18,66	165,6	191,9	203	221	245	22	720
2018 jul	136	31,86	62,4	110,0	126	160	220	13	744
2018 ago	149	37,13	47,2	120,5	145	178	243	72	744
2018 set	115	23,47	89,1	100,8	108	119	220	42	720
2018 out	201	46,31	87,8	204,9	215	223	255	175	744
2018 nov	218	15,71	96,3	213,6	217	219	251	161	719
2018 dez	204	40,91	20,5	200,7	215	218	250	139	744
Por dia da semana									
segunda-feira	196	48,17	66,3	168,7	215	233	260	185	2520
terça-feira	196	48,71	66,7	166,8	216	233	261	170	2496
quarta-feira	194	51,15	27,4	156,3	216	233	276	185	2496
quinta-feira	195	49,72	20,5	165,4	216	233	259	203	2496
sexta-feira	196	48,27	57,1	174,1	215	232	259	197	2496
sábado	197	46,11	76,3	171,6	216	232	259	208	2498
domingo	196	47,91	70,7	166,2	215	233	260	268	2517
Por horário do dia									
0:00	198	49,46	28,5	171,7	218	234	258	48	727
1:00	200	49,36	20,7	172,9	218	235	258	53	730
2:00	201	49,83	59,4	174,5	219	235	275	48	730
3:00	201	50,40	21,3	174,7	220	235	260	54	730
4:00	202	50,31	20,5	173,6	223	237	274	47	730
5:00	202	50,13	61,2	175,0	220	236	276	53	730
6:00	200	49,00	62,6	174,2	219	235	274	47	730
7:00	196	47,73	61,6	168,0	216	233	275	52	730
8:00	195	47,57	62,1	168,2	215	232	275	50	730
9:00	193	47,70	62,8	164,4	214	230	274	58	730
10:00	192	47,64	37,5	161,7	214	229	273	65	730
11:00	193	46,20	63,4	165,0	213	226	270	81	730
12:00	192	46,53	47,2	164,8	213	227	269	73	730
13:00	192	46,94	47,5	163,5	212	225	267	75	730
14:00	192	46,88	63,2	164,0	212	226	269	73	730
15:00	192	46,98	40,3	164,8	213	226	267	74	730
16:00	192	48,08	38,7	163,5	214	229	269	60	730
17:00	192	48,00	38,4	164,9	214	228	267	59	730
18:00	193	47,62	39,7	164,7	214	228	256	62	730
19:00	193	49,01	36,4	163,9	214	232	257	61	730
20:00	194	49,67	29,7	164,3	215	232	256	56	730
21:00	195	49,56	31,6	165,2	216	233	256	50	730
22:00	197	49,38	29,2	167,4	216	233	258	57	730
23:00	198	49,36	27,4	170,7	218	234	260	60	732

Figura B.5: Paineis com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.6: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.4: Medidas descritivas da série após limpeza primária de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	84,4	44,3	0,09	54,3	83,9	106,4	370	2224	17519
Por ano e mês									
2017 jan	71,3	24,8	0,09	53,3	78,2	91,1	111	187	743
2017 fev	74,7	24,6	20,51	56,4	75,4	94,8	121	65	673
2017 mar	72,9	26,2	9,13	51,9	80,4	92,8	120	46	744
2017 abr	68,1	27,4	0,09	48,0	78,7	88,1	124	16	720
2017 mai	70,0	26,7	0,09	54,8	81,8	90,1	125	40	744
2017 jun	70,0	24,1	0,09	53,5	73,0	90,5	116	20	720
2017 jul	72,6	29,9	0,09	57,6	75,5	92,0	370	38	744
2017 ago	73,5	29,0	0,09	55,4	78,5	91,4	370	7	744
2017 set	65,5	32,4	0,09	47,0	77,3	91,3	108	87	720
2017 out	59,9	33,5	0,09	26,9	72,4	88,1	119	103	743
2017 nov	69,3	26,4	0,09	47,7	78,9	91,3	106	15	720
2017 dez	66,1	26,8	0,09	42,6	71,8	86,4	117	29	744
2018 jan	69,8	41,2	0,09	35,4	67,9	88,6	194	24	744
2018 fev	111,8	53,2	0,09	65,3	122,6	154,2	229	18	673
2018 mar	120,5	43,0	0,09	95,0	127,7	155,2	237	15	744
2018 abr	116,4	42,4	0,18	85,6	121,3	150,9	236	144	720
2018 mai	118,8	40,0	0,09	85,8	128,2	153,6	180	137	744
2018 jun	111,3	39,8	0,18	82,6	118,7	136,8	227	11	720
2018 jul	100,0	45,7	0,09	67,5	104,4	129,6	207	464	744
2018 ago	93,4	50,7	0,09	45,1	97,1	138,7	188	97	744
2018 set	87,6	56,8	0,09	36,1	98,1	138,8	191	122	720
2018 out	105,6	60,9	0,09	50,4	116,3	151,0	240	194	744
2018 nov	78,5	55,6	0,09	28,9	82,4	118,3	225	230	719
2018 dez	95,7	65,8	0,09	41,3	100,2	139,3	261	115	744
Por dia da semana									
segunda-feira	84,9	45,9	0,09	54,5	83,4	108,3	370	296	2520
terça-feira	81,5	42,9	0,09	51,6	82,3	101,5	237	304	2496
quarta-feira	82,4	42,4	0,09	53,3	82,7	103,4	231	301	2496
quinta-feira	86,2	45,2	0,09	55,6	85,6	112,0	370	329	2496
sexta-feira	85,3	45,5	0,09	54,3	84,8	108,2	277	320	2496
sábado	86,5	44,9	0,09	55,5	86,3	107,8	261	307	2498
domingo	83,8	43,1	0,09	54,5	83,1	103,2	241	367	2517
Por horário do dia									
0:00	44,5	31,2	0,09	26,8	35,1	63,1	239	110	727
1:00	44,0	32,7	0,09	23,0	33,7	69,5	239	129	730
2:00	40,6	33,2	0,09	19,6	31,2	56,6	237	134	730
3:00	46,5	32,1	0,09	28,6	45,4	60,8	370	137	730
4:00	41,5	29,3	0,09	22,0	41,7	56,1	233	150	730
5:00	55,3	29,5	0,09	40,6	56,4	73,4	277	130	730
6:00	64,2	27,0	0,09	49,0	68,7	79,8	218	103	730
7:00	77,3	23,6	0,09	71,5	78,3	88,8	225	80	730
8:00	95,6	27,4	0,09	81,9	88,0	116,7	236	72	730
9:00	109,6	33,6	0,09	91,3	97,5	143,1	228	64	730
10:00	117,5	35,9	0,18	93,5	99,4	153,7	229	73	730
11:00	117,1	38,4	0,09	90,7	100,2	156,7	229	80	730
12:00	118,7	36,1	0,09	96,2	103,0	154,0	229	80	730
13:00	116,0	34,3	0,09	93,7	100,8	148,7	225	82	730
14:00	114,3	34,2	0,18	94,7	101,7	143,3	238	80	730
15:00	105,5	31,8	0,09	87,9	95,4	129,0	240	71	730
16:00	103,4	36,9	0,09	82,1	90,5	133,2	370	74	730
17:00	96,0	34,6	0,09	74,5	85,2	120,3	244	73	730
18:00	98,7	33,9	0,09	82,0	89,5	124,3	251	67	730
19:00	95,9	41,2	0,18	68,8	83,8	122,1	370	68	730
20:00	99,5	48,5	0,09	70,9	81,6	133,6	370	74	730
21:00	83,3	42,4	0,09	55,9	74,8	108,5	240	79	730
22:00	62,5	37,0	0,09	42,7	54,3	79,1	232	88	730
23:00	52,8	37,1	0,09	28,4	41,6	67,0	237	126	732

Figura B.7: Painel com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.8: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.5: Medidas descritivas da série após limpeza primária de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	81,3	55,5	0,06	35,10	79,2	114,0	250	4182	17519
Por ano e mês									
2017 jan	103,6	62,0	0,06	56,90	97,2	142,6	250	184	743
2017 fev	92,0	56,1	0,06	43,13	91,2	134,0	222	67	673
2017 mar	66,8	51,8	0,06	16,48	69,0	105,9	193	88	744
2017 abr	54,1	47,3	0,06	0,85	45,3	94,0	186	66	720
2017 mai	46,2	40,6	0,06	0,85	37,7	85,6	173	93	744
2017 jun	52,9	45,5	0,06	1,08	53,3	89,6	232	76	720
2017 jul	58,5	46,4	0,06	14,77	56,5	94,3	250	65	744
2017 ago	83,7	61,7	0,06	34,65	82,2	118,4	250	37	744
2017 set	136,9	65,5	1,59	96,06	136,1	185,4	250	205	720
2017 out	63,9	41,6	0,12	26,01	66,3	99,2	164	175	743
2017 nov	61,4	39,5	1,47	22,68	64,6	96,0	146	105	720
2017 dez	75,3	49,3	1,59	29,49	75,5	112,9	218	76	744
2018 jan	96,4	50,2	3,48	49,69	101,1	134,1	220	55	744
2018 fev	89,9	49,4	1,28	47,54	95,0	125,3	243	85	673
2018 mar	82,6	39,5	1,47	62,23	90,5	110,2	176	186	744
2018 abr	81,0	39,5	1,77	56,75	86,0	107,0	239	321	720
2018 mai	73,3	35,3	2,01	50,18	76,5	98,8	164	327	744
2018 jun	63,1	30,0	2,20	40,28	67,8	83,1	145	294	720
2018 jul	59,7	32,8	2,69	35,53	63,5	78,1	163	571	744
2018 ago	64,5	30,8	1,59	39,80	66,5	90,2	132	255	744
2018 set	74,5	30,9	1,77	56,53	75,5	95,3	160	293	720
2018 out	88,6	53,8	1,83	45,79	79,6	126,1	212	327	744
2018 nov	131,7	60,6	1,95	83,27	148,8	180,0	246	162	719
2018 dez	139,6	61,9	2,81	88,58	149,8	189,6	250	69	744
Por dia da semana									
segunda-feira	82,3	56,3	0,12	36,69	78,5	113,3	250	563	2520
terça-feira	77,6	53,9	0,06	31,35	77,2	109,5	250	585	2496
quarta-feira	79,1	54,8	0,06	34,89	78,3	111,1	250	620	2496
quinta-feira	80,3	55,0	0,06	35,29	78,3	111,8	250	643	2496
sexta-feira	85,8	56,0	0,06	36,75	87,3	122,4	250	587	2496
sábado	84,0	56,9	0,06	35,99	82,9	119,5	250	551	2498
domingo	79,8	54,9	0,06	34,98	75,7	111,4	250	633	2517
Por horário do dia									
0:00	41,9	44,7	0,06	5,80	28,1	63,0	247	330	727
1:00	38,9	41,7	0,12	6,87	27,8	55,2	246	351	730
2:00	32,6	39,9	0,06	1,89	18,9	44,9	236	357	730
3:00	29,0	37,3	0,06	0,61	19,8	35,5	168	340	730
4:00	29,5	37,5	0,06	0,55	17,3	41,9	193	386	730
5:00	32,8	35,0	0,06	6,53	22,7	44,4	195	253	730
6:00	38,3	35,7	0,06	13,49	31,2	55,4	203	238	730
7:00	59,4	36,9	0,37	32,45	54,7	76,8	224	114	730
8:00	73,8	40,2	0,12	45,45	67,8	92,9	239	79	730
9:00	113,8	39,6	0,37	92,03	108,4	127,3	250	66	730
10:00	120,7	40,2	0,43	97,01	114,5	134,7	250	80	730
11:00	129,9	44,4	0,31	102,63	122,0	154,7	250	89	730
12:00	126,5	44,3	0,37	98,93	116,4	153,7	250	98	730
13:00	120,6	43,5	0,31	93,22	109,9	146,0	250	95	730
14:00	109,5	44,5	0,43	81,88	96,4	126,5	250	90	730
15:00	108,5	43,4	0,31	82,72	97,1	126,8	250	83	730
16:00	109,3	40,8	0,37	85,70	100,5	123,4	250	84	730
17:00	104,2	43,9	0,31	75,38	99,8	120,6	250	82	730
18:00	92,1	45,9	0,37	63,61	78,5	108,0	250	77	730
19:00	81,1	51,3	0,24	45,57	67,4	100,4	250	76	730
20:00	68,0	49,4	0,18	33,90	56,4	81,6	250	96	730
21:00	50,7	52,6	0,06	10,10	28,3	75,2	249	151	730
22:00	49,5	53,0	0,12	5,04	32,0	80,0	250	274	730
23:00	44,3	50,1	0,06	4,37	25,6	67,8	250	293	732

Figura B.9: Paineis com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.10: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.6: Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	41,8	4,99	0,61	39,2	42,5	45,4	58,0	1804	17519
Por ano e mês									
2017 jan	36,9	6,06	22,00	32,4	36,6	42,3	50,4	185	743
2017 fev	38,6	5,10	26,84	34,6	39,5	42,8	47,1	66	673
2017 mar	39,2	5,07	26,32	35,7	39,1	43,7	55,0	46	744
2017 abr	40,5	4,18	27,37	37,5	39,6	44,5	56,9	14	720
2017 mai	40,7	3,90	27,50	37,7	39,7	44,2	48,1	36	744
2017 jun	41,2	3,63	21,00	38,1	41,5	44,2	49,2	20	720
2017 jul	42,5	2,95	31,38	40,2	42,5	44,9	48,6	39	744
2017 ago	42,2	2,76	35,34	39,8	42,1	44,6	47,6	9	744
2017 set	41,5	3,19	35,02	38,5	41,7	44,3	47,6	36	720
2017 out	42,2	3,11	32,99	39,8	42,5	44,6	47,9	46	743
2017 nov	42,5	3,37	34,46	39,7	42,1	45,7	53,8	15	720
2017 dez	41,6	4,21	4,49	38,8	41,7	44,7	55,1	20	744
2018 jan	41,8	6,42	0,61	39,0	42,4	46,1	51,2	18	744
2018 fev	42,7	4,73	2,30	40,2	43,0	46,1	49,8	17	673
2018 mar	42,9	3,14	32,48	40,4	43,0	45,6	51,0	19	744
2018 abr	43,1	3,22	31,60	40,5	43,1	46,0	48,7	153	720
2018 mai	44,5	3,26	32,84	41,8	44,4	47,3	58,0	141	744
2018 jun	46,1	2,67	34,75	44,6	46,1	48,4	50,5	22	720
2018 jul	45,0	3,61	3,10	43,7	45,1	46,9	50,3	457	744
2018 ago	41,6	10,05	4,79	42,4	44,6	46,9	48,8	76	744
2018 set	42,2	3,51	4,57	40,2	42,5	44,3	48,4	33	720
2018 out	41,5	6,18	17,56	39,2	42,8	45,9	53,8	167	744
2018 nov	42,9	4,44	29,89	39,9	43,5	46,6	57,4	142	719
2018 dez	40,9	6,00	7,33	38,1	42,2	45,4	48,7	27	744
Por dia da semana									
segunda-feira	41,7	5,12	9,60	39,1	42,3	45,4	51,6	226	2520
terça-feira	41,8	6,07	0,61	39,4	42,6	45,6	58,0	223	2496
quarta-feira	42,0	5,05	4,57	39,4	42,6	45,5	57,4	236	2496
quinta-feira	41,8	4,69	4,57	39,1	42,4	45,3	55,0	277	2496
sexta-feira	41,8	4,47	4,57	38,8	42,4	45,2	53,8	254	2496
sábado	41,8	4,64	4,49	39,0	42,5	45,2	53,8	280	2498
domingo	42,0	4,71	3,10	39,5	42,7	45,4	54,0	308	2517
Por horário do dia									
0:00	45,5	3,32	9,62	44,5	46,1	47,0	53,8	83	727
1:00	45,6	3,19	9,96	44,8	46,2	47,2	52,9	85	730
2:00	45,9	3,62	1,83	45,2	46,4	47,3	56,9	82	730
3:00	45,7	3,44	1,93	44,9	45,9	47,0	51,2	78	730
4:00	45,7	3,56	1,95	44,9	45,9	47,2	52,6	83	730
5:00	45,1	3,20	9,62	43,6	45,1	47,2	50,6	82	730
6:00	44,4	3,77	0,83	42,8	44,8	46,7	50,4	71	730
7:00	43,2	3,90	4,57	41,5	43,4	45,5	50,5	68	730
8:00	41,5	4,35	0,73	40,0	42,0	43,5	50,6	66	730
9:00	39,2	4,60	0,61	37,4	39,5	41,4	50,1	59	730
10:00	38,2	4,71	1,39	36,2	38,7	40,5	49,6	74	730
11:00	37,9	4,68	1,49	36,1	38,5	40,2	48,0	80	730
12:00	37,4	5,09	1,56	36,0	38,0	39,8	47,5	87	730
13:00	38,0	4,44	2,37	36,5	38,3	40,5	49,9	90	730
14:00	38,2	4,58	1,66	36,7	38,5	40,8	50,0	89	730
15:00	39,1	4,77	1,73	37,2	39,6	42,2	50,3	74	730
16:00	39,7	3,95	12,45	38,3	40,0	42,0	50,5	71	730
17:00	40,2	4,03	12,19	38,8	40,7	42,8	50,2	68	730
18:00	40,1	4,03	9,52	38,4	40,4	42,5	58,0	75	730
19:00	40,9	3,78	11,01	39,6	41,5	43,0	56,8	66	730
20:00	40,8	3,78	10,87	39,7	41,4	42,9	52,4	69	730
21:00	42,3	3,97	10,01	41,1	43,1	44,6	53,8	64	730
22:00	44,1	3,77	9,60	43,2	44,6	46,0	57,4	63	730
23:00	45,0	3,37	9,33	44,1	45,5	46,6	49,2	77	732

Figura B.11: Painel com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.12: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.7: Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	43,7	3,17	4,79	42,4	44,3	45,8	58,9	2209	17519
Por ano e mês									
2017 jan	41,6	4,09	21,93	39,4	42,7	44,5	58,9	188	743
2017 fev	42,8	2,78	32,94	41,2	43,4	45,1	47,3	87	673
2017 mar	43,8	2,33	36,04	42,6	44,2	45,6	47,0	70	744
2017 abr	44,5	1,81	35,82	43,2	44,9	45,8	47,4	46	720
2017 mai	44,8	1,50	38,97	43,7	45,0	45,9	48,7	60	744
2017 jun	43,9	5,03	4,79	43,5	45,0	46,0	48,7	46	720
2017 jul	44,6	1,81	37,51	43,2	45,0	46,1	49,1	54	744
2017 ago	44,4	1,92	27,52	43,1	44,8	45,9	47,3	39	744
2017 set	43,2	1,96	37,05	41,5	43,2	44,8	48,1	59	720
2017 out	43,6	1,97	37,26	42,3	43,5	45,2	47,3	69	743
2017 nov	45,0	1,93	33,94	43,6	45,3	46,6	48,8	30	720
2017 dez	44,0	2,13	36,07	42,5	44,2	45,8	48,8	72	744
2018 jan	43,0	2,99	18,85	41,1	43,3	45,5	47,4	31	744
2018 fev	43,9	2,45	32,38	42,5	44,1	45,8	47,5	22	673
2018 mar	44,6	1,75	38,83	43,2	44,7	46,2	48,5	28	744
2018 abr	44,7	2,01	33,06	43,4	45,0	46,4	47,5	168	720
2018 mai	45,1	1,76	34,97	44,1	45,4	46,4	47,7	155	744
2018 jun	45,8	1,47	36,80	45,0	46,1	46,9	47,8	43	720
2018 jul	44,7	1,85	38,66	43,5	44,8	46,1	47,6	475	744
2018 ago	44,9	1,85	39,49	43,7	45,0	46,4	55,8	85	744
2018 set	42,2	1,87	37,34	41,0	42,1	43,5	47,1	37	720
2018 out	41,8	7,10	12,36	40,8	43,5	45,7	49,0	163	744
2018 nov	42,0	3,28	27,59	39,4	41,8	44,9	49,3	145	719
2018 dez	40,4	4,59	7,20	38,4	40,7	43,5	47,9	37	744
Por dia da semana									
segunda-feira	43,7	2,80	27,37	42,4	44,3	45,7	49,0	297	2520
terça-feira	44,0	2,52	27,52	42,5	44,4	45,9	58,9	275	2496
quarta-feira	43,8	3,50	7,20	42,6	44,4	45,9	50,0	298	2496
quinta-feira	43,6	3,58	14,04	42,4	44,4	45,8	49,3	321	2496
sexta-feira	43,5	3,17	12,58	42,0	44,0	45,7	55,8	305	2496
sábado	43,6	3,65	4,79	42,3	44,3	45,9	48,1	334	2498
domingo	43,9	2,77	27,23	42,6	44,4	45,9	48,8	379	2517
Por horário do dia									
0:00	45,3	2,47	5,01	44,6	45,9	46,6	48,2	124	727
1:00	45,5	2,33	4,79	44,8	46,0	46,7	47,8	116	730
2:00	45,7	1,51	36,39	45,1	46,2	46,8	48,6	112	730
3:00	45,8	2,02	9,57	45,3	46,2	46,8	48,8	110	730
4:00	45,8	1,91	11,48	45,4	46,1	46,7	49,3	109	730
5:00	45,8	1,76	12,31	45,4	46,0	46,6	49,1	99	730
6:00	45,6	1,73	13,06	45,1	45,9	46,4	49,0	95	730
7:00	45,0	2,23	12,55	44,5	45,5	45,9	47,9	82	730
8:00	44,4	2,53	12,31	43,8	44,9	45,5	48,2	71	730
9:00	42,6	3,06	10,72	41,9	43,0	44,0	47,3	68	730
10:00	41,9	3,41	7,42	41,0	42,5	43,5	48,1	78	730
11:00	41,4	3,38	7,20	40,2	42,0	43,2	50,0	79	730
12:00	41,3	3,53	7,55	40,0	42,0	43,2	47,7	103	730
13:00	41,5	3,30	14,21	40,2	42,1	43,5	47,6	103	730
14:00	42,0	3,18	12,36	40,8	42,7	43,9	47,4	98	730
15:00	42,1	3,24	12,43	41,1	42,7	43,9	58,9	88	730
16:00	42,2	2,89	13,70	41,1	42,8	43,9	55,8	90	730
17:00	42,3	2,92	13,11	41,3	42,9	44,0	47,4	85	730
18:00	42,7	3,00	12,99	41,7	43,4	44,6	47,3	82	730
19:00	43,1	3,07	14,77	42,1	43,9	45,1	47,2	75	730
20:00	43,5	2,86	15,19	42,6	44,3	45,4	47,0	76	730
21:00	44,2	2,88	16,65	43,2	45,0	46,0	47,9	75	730
22:00	44,7	2,37	29,43	43,8	45,4	46,3	48,6	91	730
23:00	45,1	2,14	29,79	44,4	45,7	46,4	48,7	100	732

Figura B.13: Paineira com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.14: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.8: *Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.*

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	17,0	4,59	4,05	12,72	17,70	20,3	33,8	1772	17519
Por ano e mês									
2017 jan	19,1	4,46	7,23	15,45	19,60	22,3	33,8	187	743
2017 fev	17,8	4,63	9,91	14,40	17,92	21,7	26,0	69	673
2017 mar	17,0	4,63	6,20	12,63	17,90	20,4	26,6	53	744
2017 abr	15,9	4,15	6,18	12,28	17,26	19,8	24,9	20	720
2017 mai	15,6	4,07	7,25	12,03	15,92	19,7	22,4	37	744
2017 jun	16,0	4,15	8,21	12,26	17,26	19,7	23,8	21	720
2017 jul	16,2	4,10	8,64	13,88	17,34	19,5	25,7	42	744
2017 ago	16,3	4,08	8,96	12,50	17,53	19,7	22,5	24	744
2017 set	16,1	3,88	7,25	13,06	17,31	19,5	22,4	20	720
2017 out	14,9	4,70	5,49	9,72	14,80	19,4	24,8	18	743
2017 nov	16,4	4,35	8,06	12,19	17,73	20,0	22,9	19	720
2017 dez	17,0	4,63	4,05	12,54	18,19	20,7	25,4	22	744
2018 jan	18,7	4,96	4,13	14,80	19,54	22,4	27,3	7	744
2018 fev	18,6	4,61	8,62	14,54	19,46	22,1	26,4	15	673
2018 mar	17,7	4,73	6,54	12,63	18,46	22,1	26,6	18	744
2018 abr	17,4	4,71	7,20	12,45	18,17	21,9	26,2	155	720
2018 mai	17,5	4,66	9,21	12,58	18,22	22,0	25,4	146	744
2018 jun	16,5	4,00	8,86	12,14	18,00	19,9	25,7	9	720
2018 jul	15,0	4,48	7,28	11,75	15,16	18,4	25,5	456	744
2018 ago	16,3	4,60	7,55	12,33	15,51	20,2	25,1	71	744
2018 set	16,8	4,48	6,52	12,97	16,06	21,5	23,7	22	720
2018 out	18,3	4,58	8,67	14,79	19,46	22,2	29,0	162	744
2018 nov	18,6	4,04	8,99	15,16	19,34	22,3	28,1	146	719
2018 dez	18,1	5,00	4,30	14,38	18,29	22,4	28,6	33	744
Por dia da semana									
segunda-feira	17,1	4,58	4,13	12,83	17,75	20,3	27,2	225	2520
terça-feira	16,9	4,57	4,30	12,58	17,57	20,3	27,3	230	2496
quarta-feira	16,8	4,58	4,22	12,58	17,58	20,3	26,6	226	2496
quinta-feira	17,0	4,55	6,52	12,75	17,70	20,3	29,0	270	2496
sexta-feira	17,0	4,58	6,42	12,73	17,75	20,4	26,6	242	2496
sábado	17,1	4,60	5,49	13,11	17,88	20,4	28,6	253	2498
domingo	17,1	4,66	4,05	13,21	17,75	20,3	33,8	326	2517
Por horário do dia									
0:00	10,7	2,34	5,74	9,43	9,91	11,6	28,3	80	727
1:00	10,8	2,44	4,22	9,47	10,13	11,7	28,4	77	730
2:00	11,5	2,68	4,25	9,62	10,77	12,6	28,4	73	730
3:00	13,1	2,59	4,05	11,55	12,52	14,7	28,2	70	730
4:00	13,9	2,77	4,13	12,19	13,86	15,2	28,4	76	730
5:00	15,6	2,71	4,37	14,31	14,98	17,7	28,2	72	730
6:00	16,2	2,59	6,74	14,51	15,29	18,0	28,3	80	730
7:00	17,8	1,98	5,79	17,31	17,78	18,5	27,6	71	730
8:00	18,7	2,15	8,38	17,78	18,44	19,9	27,7	69	730
9:00	20,2	2,30	7,55	19,56	20,15	21,9	27,5	59	730
10:00	20,9	2,48	7,25	19,78	20,93	22,1	27,9	73	730
11:00	21,4	2,79	8,84	19,85	20,90	23,2	28,5	79	730
12:00	22,1	2,66	8,72	21,25	22,20	23,4	27,8	89	730
13:00	22,1	2,63	8,28	21,29	22,44	23,4	33,8	96	730
14:00	22,0	2,59	8,52	21,27	22,32	23,4	28,1	93	730
15:00	21,0	2,48	7,52	19,85	21,67	22,4	28,6	72	730
16:00	20,4	2,42	9,38	19,56	20,35	21,9	28,8	74	730
17:00	19,2	2,36	9,11	17,81	19,63	20,3	29,0	72	730
18:00	18,7	2,30	8,72	17,61	19,24	19,9	27,4	63	730
19:00	16,9	2,54	8,86	15,28	17,31	18,2	27,2	62	730
20:00	16,6	2,65	6,98	14,85	17,34	18,1	27,0	71	730
21:00	14,3	3,05	7,11	11,92	14,75	15,6	28,0	65	730
22:00	12,4	2,69	7,28	11,38	11,97	12,5	28,6	66	730
23:00	11,5	2,49	5,93	9,67	11,89	12,4	27,9	70	732

Figura B.15: Paineis com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots da série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia da semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.16: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Tabela B.9: Medidas descritivas da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	16,3	4,71	3,49	12,53	15,5	19,4	42,4	1743	17519
Por ano e mês									
2017 jan	19,1	4,89	7,96	15,21	18,7	22,8	30,0	192	743
2017 fev	17,3	4,75	9,67	12,65	17,7	20,9	26,8	64	673
2017 mar	15,8	4,44	6,28	12,29	15,2	19,0	26,2	54	744
2017 abr	14,6	3,90	6,25	11,16	14,5	17,9	26,3	16	720
2017 mai	14,2	3,33	8,69	11,25	14,0	17,6	26,2	34	744
2017 jun	14,8	3,88	7,11	11,48	14,7	17,9	37,2	23	720
2017 jul	15,2	3,75	9,18	12,20	15,0	18,1	42,4	40	744
2017 ago	15,2	3,69	9,13	12,28	14,9	18,1	26,8	16	744
2017 set	15,2	3,10	8,72	12,74	14,9	17,9	22,4	21	720
2017 out	14,4	3,64	6,62	10,67	14,6	17,6	26,0	25	743
2017 nov	14,9	3,42	8,99	11,62	14,8	17,9	21,8	14	720
2017 dez	15,2	3,89	3,49	12,25	14,9	18,1	28,5	21	744
2018 jan	17,9	4,84	3,57	14,12	18,2	21,6	27,4	12	744
2018 fev	17,7	4,49	7,91	14,27	18,1	20,9	29,8	17	673
2018 mar	16,2	4,32	7,06	12,28	17,5	19,8	27,0	15	744
2018 abr	16,0	4,29	8,23	12,36	15,3	19,8	35,7	150	720
2018 mai	16,1	3,93	8,23	12,41	17,0	19,8	25,6	140	744
2018 jun	15,2	3,17	9,01	12,50	14,7	17,9	25,1	7	720
2018 jul	13,9	3,75	7,99	11,11	13,8	17,2	25,6	461	744
2018 ago	15,7	3,66	8,25	12,23	15,3	19,6	23,8	69	744
2018 set	15,9	3,34	8,25	13,09	15,7	19,3	21,2	16	720
2018 out	17,5	4,96	7,25	13,28	17,7	20,3	29,8	165	744
2018 nov	22,4	5,73	10,96	17,04	23,8	27,9	30,2	141	719
2018 dez	22,1	6,33	4,74	16,59	23,9	27,7	35,8	30	744
Por dia da semana									
segunda-feira	16,5	4,73	3,57	12,61	15,8	19,5	30,6	225	2520
terça-feira	16,4	4,68	4,74	12,61	15,4	19,4	30,1	217	2496
quarta-feira	16,2	4,68	4,22	12,48	15,3	19,2	42,4	226	2496
quinta-feira	16,2	4,49	6,47	12,55	15,5	19,1	29,6	253	2496
sexta-feira	16,5	4,88	6,28	12,53	15,7	19,5	37,2	254	2496
sábado	16,4	4,81	4,42	12,50	15,6	19,4	35,8	253	2498
domingo	16,2	4,68	3,49	12,50	15,5	19,4	30,0	315	2517
Por horário do dia									
0:00	11,2	2,92	5,64	9,74	10,3	11,8	28,7	66	727
1:00	11,3	2,79	3,52	10,06	10,5	11,8	28,1	79	730
2:00	11,9	2,57	3,49	10,50	11,3	12,4	28,4	72	730
3:00	12,9	2,53	3,71	11,84	12,4	13,1	29,4	68	730
4:00	13,6	2,39	3,57	12,67	13,2	14,4	28,6	74	730
5:00	14,9	2,32	3,61	14,07	14,8	15,5	28,2	69	730
6:00	15,2	2,14	6,52	14,29	14,8	15,7	28,0	75	730
7:00	16,6	2,38	7,89	14,85	16,5	18,0	29,2	65	730
8:00	17,0	2,82	9,30	14,60	17,0	18,9	28,5	65	730
9:00	19,3	2,84	7,91	17,88	18,9	20,6	29,0	59	730
10:00	19,7	3,24	7,84	17,86	19,1	21,0	29,3	79	730
11:00	20,9	3,61	6,91	19,15	20,1	22,2	30,2	80	730
12:00	21,1	3,65	7,18	19,21	20,2	24,1	29,4	88	730
13:00	21,0	3,63	7,16	19,32	20,1	23,9	30,1	80	730
14:00	20,0	3,55	7,42	18,00	19,3	21,6	29,4	79	730
15:00	19,9	3,55	7,64	17,83	19,2	20,9	35,8	77	730
16:00	19,8	3,54	7,79	17,90	19,2	20,4	42,4	81	730
17:00	19,0	3,56	9,89	17,53	18,3	20,0	35,1	73	730
18:00	17,6	4,01	9,67	15,09	16,9	18,3	35,7	65	730
19:00	16,3	4,24	8,57	14,48	15,0	17,1	35,4	61	730
20:00	15,2	4,03	8,06	12,58	14,7	15,4	35,6	66	730
21:00	13,4	4,16	7,96	10,60	12,3	14,5	36,8	68	730
22:00	12,4	4,08	8,01	10,23	10,8	12,3	36,2	77	730
23:00	11,9	3,37	5,91	10,11	10,7	12,2	37,2	77	732

Figura B.17: Painel com alguns gráficos descritivos da série após limpeza primária de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Figura B.18: Painel com alguns gráficos descritivos sobre a distribuição dos valores omissos presentes na série de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. O gráfico (A) é a distribuição os valores omissos ao longo dos meses da série; o gráfico (B) é a distribuição os valores omissos de acordo com o dias da semana e o gráfico (C) é a distribuição os valores omissos de acordo com os horários do dia.

Apêndice C

Informações descritivas após tratamento de *outliers* e preenchimento de omissos

A seguir são apresentadas um conjunto de tabelas e gráficos descritivos para cada série temporal, sendo organizados da seguinte maneira:

- A Tabela C.1 e a Figura C.1 se referem a série de nível do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela C.2 e a Figura C.2 se referem a série de consumo demandado do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela C.3 e a Figura C.3 se referem a série de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe;
- A Tabela C.4 e a Figura C.4 se referem a série de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe;
- A Tabela C.5 e a Figura C.5 se referem a série de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe;
- A Tabela C.6 e a Figura C.6 se referem a série de pressão a montante no Norte de Peruíbe;
- A Tabela C.7 e a Figura C.7 se referem a série de pressão a montante no Sul de Peruíbe;
- A Tabela C.8 e a Figura C.8 se referem a série de pressão a jusante no Norte de Peruíbe;
- A Tabela C.9 e a Figura C.9 se referem a série de pressão a jusante no Sul de Peruíbe.

Tabela C.1: Medidas descritivas da série tratada de nível do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	6,74	1,26	1,48	6,22	7,04	7,61	9,32	0	17519
Por ano e mês									
2017 jan	6,30	1,18	2,75	5,59	6,63	7,24	8,28	0	743
2017 fev	6,82	0,70	3,39	6,47	6,97	7,29	7,99	0	673
2017 mar	6,60	0,85	3,40	6,31	6,80	7,18	7,95	0	744
2017 abr	6,79	0,57	5,21	6,40	6,85	7,23	8,06	0	720
2017 mai	6,76	0,70	3,79	6,43	6,85	7,26	8,00	0	744
2017 jun	6,87	0,55	4,60	6,51	6,92	7,29	8,01	0	720
2017 jul	6,67	0,74	4,00	6,19	6,85	7,23	8,10	0	744
2017 ago	6,49	0,96	2,23	6,00	6,71	7,19	8,00	0	744
2017 set	5,52	1,18	2,80	4,59	5,53	6,47	7,88	0	720
2017 out	5,75	1,34	2,52	4,80	5,84	6,95	8,47	0	743
2017 nov	7,36	0,80	4,40	6,97	7,50	7,95	8,46	0	720
2017 dez	6,91	1,06	3,71	6,45	7,17	7,66	8,47	0	744
2018 jan	7,11	1,11	2,81	6,77	7,39	7,85	8,49	0	744
2018 fev	7,36	0,87	2,57	7,11	7,53	7,91	8,49	0	673
2018 mar	7,61	0,66	4,50	7,34	7,76	8,09	8,50	0	744
2018 abr	7,53	0,72	3,37	7,27	7,68	7,99	8,50	0	720
2018 mai	7,58	0,60	4,92	7,24	7,68	8,02	8,50	0	744
2018 jun	7,81	0,41	6,12	7,57	7,85	8,12	8,49	0	720
2018 jul	6,67	1,24	3,35	5,88	6,85	7,73	8,49	0	744
2018 ago	6,65	1,65	1,95	6,18	7,20	7,88	8,50	0	744
2018 set	4,41	1,49	1,80	3,21	4,09	5,34	8,34	0	720
2018 out	6,68	1,52	1,95	6,05	7,11	7,84	8,88	0	744
2018 nov	7,11	0,90	3,96	6,58	7,23	7,78	9,32	0	719
2018 dez	6,34	1,45	1,48	5,55	6,65	7,38	8,49	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	6,67	1,31	1,48	6,17	6,96	7,58	8,88	0	2520
terça-feira	6,68	1,34	2,05	6,05	7,06	7,63	8,57	0	2496
quarta-feira	6,74	1,31	1,95	6,16	7,10	7,70	8,50	0	2496
quinta-feira	6,74	1,26	1,80	6,23	7,08	7,61	8,48	0	2496
sexta-feira	6,74	1,14	2,67	6,20	6,97	7,55	8,50	0	2496
sábado	6,82	1,18	2,28	6,40	7,05	7,63	8,74	0	2498
domingo	6,75	1,24	1,84	6,31	7,05	7,58	9,32	0	2517
Por horário do dia									
0:00	6,73	1,37	1,61	6,17	7,05	7,75	8,54	0	727
1:00	6,84	1,31	1,48	6,32	7,12	7,80	8,66	0	730
2:00	6,92	1,23	1,63	6,43	7,23	7,82	8,64	0	730
3:00	7,00	1,16	2,02	6,54	7,25	7,83	8,77	0	730
4:00	7,03	1,07	2,44	6,59	7,27	7,76	9,04	0	730
5:00	7,07	1,00	2,80	6,62	7,28	7,75	9,23	0	730
6:00	7,08	0,94	2,91	6,65	7,25	7,72	9,30	0	730
7:00	7,14	0,90	2,99	6,79	7,27	7,75	9,28	0	730
8:00	7,18	0,91	3,01	6,83	7,34	7,77	9,31	0	730
9:00	7,15	0,95	2,85	6,78	7,33	7,78	9,32	0	730
10:00	7,02	1,00	2,59	6,57	7,23	7,69	9,11	0	730
11:00	6,89	1,05	2,32	6,44	7,12	7,58	8,87	0	730
12:00	6,76	1,10	2,13	6,25	7,01	7,52	8,76	0	730
13:00	6,64	1,16	1,98	6,07	6,92	7,45	8,51	0	730
14:00	6,56	1,22	1,86	5,94	6,81	7,40	8,49	0	730
15:00	6,49	1,29	1,80	5,88	6,77	7,40	8,49	0	730
16:00	6,43	1,34	1,92	5,78	6,75	7,40	8,50	0	730
17:00	6,38	1,38	1,99	5,66	6,68	7,38	8,50	0	730
18:00	6,34	1,42	1,97	5,55	6,68	7,34	8,50	0	730
19:00	6,31	1,43	1,95	5,48	6,68	7,39	8,46	0	730
20:00	6,31	1,45	2,00	5,47	6,69	7,41	8,45	0	730
21:00	6,35	1,45	2,02	5,58	6,74	7,42	8,49	0	730
22:00	6,45	1,44	2,11	5,70	6,84	7,50	8,46	0	730
23:00	6,58	1,42	1,84	5,92	6,97	7,63	8,49	0	732

Figura C.1: Painel com alguns gráficos descritivos da série tratada de nível do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de nível em m de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.2: Medidas descritivas da série tratada de consumo demandado do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	579	289	0,00	349	596	776	1565	0	17519
Por ano e mês									
2017 jan	636	287	56,31	406	636	837	1300	0	743
2017 fev	594	274	75,38	377	604	802	1224	0	673
2017 mar	491	275	32,07	227	522	703	1103	0	744
2017 abr	419	244	1,64	187	417	645	892	0	720
2017 mai	414	220	0,00	208	409	620	825	0	744
2017 jun	430	225	1,42	207	417	639	908	0	720
2017 jul	455	231	0,98	234	464	662	928	0	744
2017 ago	550	268	86,86	331	563	737	1259	0	744
2017 set	684	328	6,92	454	682	937	1300	0	720
2017 out	406	243	0,00	181	387	625	956	0	743
2017 nov	446	230	56,86	209	452	662	867	0	720
2017 dez	489	246	7,14	257	490	700	1157	0	744
2018 jan	586	289	82,54	309	604	819	1251	0	744
2018 fev	694	351	13,75	350	744	978	1488	0	673
2018 mar	691	247	151,54	511	744	884	1164	0	744
2018 abr	694	227	170,31	530	710	880	1212	0	720
2018 mai	706	208	166,00	574	734	863	1223	0	744
2018 jun	688	184	61,09	632	726	803	1077	0	720
2018 jul	639	135	290,54	540	648	731	1147	0	744
2018 ago	565	196	14,98	435	551	714	1047	0	744
2018 set	588	223	0,00	422	560	776	1080	0	720
2018 out	582	358	0,00	273	633	877	1308	0	744
2018 nov	692	385	0,00	327	767	1017	1373	0	719
2018 dez	781	373	11,05	423	822	1096	1565	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	575	292	0,00	345	587	771	1447	0	2520
terça-feira	564	286	0,00	336	582	758	1308	0	2496
quarta-feira	568	285	0,00	334	590	767	1436	0	2496
quinta-feira	586	291	0,00	352	607	785	1565	0	2496
sexta-feira	598	292	0,00	363	619	799	1524	0	2496
sábado	595	292	0,00	365	614	790	1491	0	2498
domingo	570	281	0,00	351	579	754	1488	0	2517
Por horário do dia									
0:00	330	213	0,00	151	261	478	972	0	727
1:00	321	227	0,00	144	246	483	953	0	730
2:00	297	221	0,00	119	229	460	866	0	730
3:00	318	214	0,00	149	255	517	865	0	730
4:00	306	194	0,00	168	257	449	867	0	730
5:00	319	143	22,44	211	302	385	915	0	730
6:00	370	138	69,64	273	361	457	958	0	730
7:00	475	132	14,98	384	440	560	1047	0	730
8:00	611	162	69,18	481	599	718	1108	0	730
9:00	812	172	218,94	689	776	949	1299	0	730
10:00	866	198	284,62	719	838	1005	1450	0	730
11:00	902	194	374,93	758	874	1022	1520	0	730
12:00	892	191	379,92	760	861	995	1565	0	730
13:00	859	186	284,20	733	830	953	1515	0	730
14:00	811	188	186,61	677	770	911	1498	0	730
15:00	776	177	165,69	660	743	850	1475	0	730
16:00	769	167	305,49	649	745	869	1435	0	730
17:00	720	172	264,32	607	694	807	1460	0	730
18:00	688	165	256,34	561	669	761	1361	0	730
19:00	631	184	135,62	505	612	738	1357	0	730
20:00	599	204	80,43	427	578	768	1340	0	730
21:00	465	201	0,00	296	484	587	1325	0	730
22:00	417	228	0,00	221	361	559	1249	0	730
23:00	354	221	0,00	183	305	483	1160	0	732

Figura C.2: Painel com alguns gráficos descritivos da série tratada de consumo demandado do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de consumo em m^3 de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.3: Medidas descritivas da série tratada de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	197	48,14	57,1	168,1	216	233	276	79	17519
Por ano e mês									
2017 jan	233	6,63	214,2	230,9	233	235	250	0	743
2017 fev	225	11,64	199,7	217,5	219	232	270	0	673
2017 mar	224	8,64	203,7	219,1	221	234	248	0	744
2017 abr	225	8,27	213,4	217,7	219	233	247	0	720
2017 mai	217	11,16	195,0	210,1	215	226	244	0	744
2017 jun	217	9,54	197,3	209,1	218	223	238	0	720
2017 jul	177	22,28	128,3	161,9	177	190	236	0	744
2017 ago	153	30,01	116,8	131,0	141	166	234	0	744
2017 set	112	24,89	81,5	95,4	103	123	217	0	720
2017 out	122	48,29	57,1	80,8	109	163	222	0	743
2017 nov	192	34,09	110,3	163,0	210	217	231	0	720
2017 dez	207	23,64	133,1	195,6	208	225	249	0	744
2018 jan	244	5,91	234,6	240,1	242	244	261	0	744
2018 fev	228	14,81	197,7	215,7	229	238	257	0	673
2018 mar	243	7,91	231,0	236,0	239	250	276	0	744
2018 abr	239	12,62	191,6	235,5	238	250	260	0	720
2018 mai	231	13,38	196,1	225,0	233	240	256	0	744
2018 jun	207	18,66	165,6	191,9	205	221	245	0	720
2018 jul	136	31,61	62,4	109,9	126	159	220	0	744
2018 ago	146	37,31	85,0	117,2	141	174	243	0	744
2018 set	115	22,12	88,8	100,8	108	119	201	0	720
2018 out	206	42,34	87,8	206,7	219	228	255	0	744
2018 nov	221	13,81	163,8	215,1	218	223	260	0	719
2018 dez	207	31,99	74,8	203,1	216	218	250	79	744
Por dia da semana									
segunda-feira	197	47,94	66,3	169,8	216	233	260	24	2520
terça-feira	197	47,94	66,7	168,0	216	233	261	0	2496
quarta-feira	195	49,58	58,5	157,1	216	233	276	0	2496
quinta-feira	197	48,46	58,0	171,4	217	233	259	0	2496
sexta-feira	196	48,18	57,1	176,9	216	232	259	7	2496
sábado	197	46,95	76,3	168,1	216	232	259	24	2498
domingo	197	47,92	70,7	168,4	216	234	260	24	2517
Por horário do dia									
0:00	199	49,16	58,0	172,7	218	234	258	3	727
1:00	200	49,32	58,3	173,0	219	235	258	3	730
2:00	202	49,62	59,4	178,1	220	236	275	3	730
3:00	202	49,70	60,2	176,1	221	236	272	3	730
4:00	203	49,89	60,5	174,4	223	237	274	3	730
5:00	202	49,86	61,2	175,8	221	237	276	3	730
6:00	201	49,56	62,6	172,9	220	235	274	3	730
7:00	196	47,96	61,6	168,8	216	233	275	3	730
8:00	195	47,84	62,1	168,2	216	232	275	3	730
9:00	195	47,35	62,8	165,8	215	232	274	3	730
10:00	194	46,85	63,2	163,9	215	231	273	3	730
11:00	193	46,32	63,4	164,6	214	228	270	3	730
12:00	193	46,10	62,2	165,9	214	228	269	3	730
13:00	193	46,09	63,1	165,7	214	227	267	3	730
14:00	193	46,07	63,2	166,0	213	226	269	3	730
15:00	194	46,34	62,4	166,6	214	228	267	3	730
16:00	194	46,89	62,4	167,6	215	229	269	3	730
17:00	194	46,88	59,4	166,5	215	229	267	4	730
18:00	194	47,40	59,5	165,4	214	229	256	4	730
19:00	194	48,00	59,6	165,3	215	231	257	4	730
20:00	195	48,57	59,5	167,0	216	232	256	4	730
21:00	196	48,93	57,1	168,5	216	233	256	4	730
22:00	197	49,01	58,5	170,4	216	233	258	4	730
23:00	198	49,10	58,7	171,2	218	234	260	4	732

Figura C.3: Painel com alguns gráficos descritivos da série tratada de vazão de entrada do reservatório de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.4: *Medidas descritivas da série tratada de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.*

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	82,7	44,6	0,00	51,95	83,2	106,9	244	0	17519
Por ano e mês									
2017 jan	72,6	24,2	0,09	54,85	79,6	92,0	114	0	743
2017 fev	74,3	24,3	20,51	56,38	75,0	93,9	121	0	673
2017 mar	73,6	26,3	9,13	52,50	80,5	93,2	122	0	744
2017 abr	68,1	27,6	0,09	47,37	79,0	88,2	124	0	720
2017 mai	69,5	27,4	0,00	54,66	81,8	90,1	125	0	744
2017 jun	70,2	24,3	0,09	53,58	73,2	91,0	116	0	720
2017 jul	71,4	24,6	0,00	56,99	75,2	91,5	132	0	744
2017 ago	72,1	23,6	0,00	54,96	78,2	91,3	111	0	744
2017 set	59,9	35,1	0,00	29,93	73,7	90,0	108	0	720
2017 out	55,1	34,8	0,00	23,58	64,9	86,7	119	0	743
2017 nov	69,2	26,6	0,09	47,53	79,0	91,4	106	0	720
2017 dez	65,6	26,7	0,00	42,77	71,3	86,1	117	0	744
2018 jan	68,0	41,0	0,00	34,52	66,4	86,7	194	0	744
2018 fev	110,5	53,5	0,00	62,80	121,7	154,3	229	0	673
2018 mar	118,7	42,2	0,00	92,52	125,8	154,4	231	0	744
2018 abr	113,8	41,7	0,00	84,82	120,0	148,3	211	0	720
2018 mai	119,9	40,1	0,09	86,83	128,9	154,7	191	0	744
2018 jun	110,7	37,8	12,65	83,71	117,1	136,3	227	0	720
2018 jul	108,4	40,9	0,09	79,88	114,0	134,1	240	0	744
2018 ago	87,3	49,0	0,00	44,91	82,8	132,8	186	0	744
2018 set	81,6	57,4	0,00	25,62	84,7	134,2	191	0	720
2018 out	97,0	62,1	0,00	39,26	108,0	147,3	240	0	744
2018 nov	62,9	54,2	0,00	5,47	58,1	105,1	223	0	719
2018 dez	85,1	62,9	0,00	29,21	83,0	131,9	244	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	82,3	44,4	0,00	51,82	81,9	107,4	230	0	2520
terça-feira	80,4	43,6	0,00	48,90	81,7	102,0	240	0	2496
quarta-feira	81,0	43,7	0,00	50,49	82,2	104,7	231	0	2496
quinta-feira	84,6	44,8	0,00	53,81	85,1	113,2	238	0	2496
sexta-feira	83,9	45,5	0,00	52,27	84,1	108,9	204	0	2496
sábado	84,4	45,8	0,00	53,31	84,9	108,1	244	0	2498
domingo	82,2	44,0	0,00	52,77	82,4	103,2	240	0	2517
Por horário do dia									
0:00	41,7	29,1	0,00	24,24	34,7	60,9	202	0	727
1:00	40,9	31,4	0,00	20,33	32,0	66,4	217	0	730
2:00	36,4	30,2	0,00	15,38	29,1	53,1	214	0	730
3:00	41,3	27,6	0,00	22,86	42,0	59,9	213	0	730
4:00	36,4	26,3	0,00	14,23	35,5	54,8	213	0	730
5:00	50,9	27,0	0,00	36,44	54,9	70,8	226	0	730
6:00	62,1	25,6	0,00	47,29	67,4	79,4	218	0	730
7:00	76,0	23,4	0,00	70,16	78,1	89,2	189	0	730
8:00	96,6	25,5	0,00	82,22	88,7	116,6	236	0	730
9:00	111,0	32,1	8,61	91,66	98,2	142,1	228	0	730
10:00	119,0	35,6	12,29	93,88	101,0	154,0	229	0	730
11:00	119,2	36,6	11,57	91,28	103,1	156,7	229	0	730
12:00	120,2	34,1	7,41	96,34	104,5	153,4	229	0	730
13:00	117,0	33,1	10,53	94,15	102,4	148,4	225	0	730
14:00	115,4	32,7	5,99	94,83	102,5	143,4	238	0	730
15:00	107,3	30,5	0,09	88,57	96,8	129,3	240	0	730
16:00	104,5	33,6	0,27	82,58	91,5	133,5	235	0	730
17:00	97,3	32,6	0,00	74,99	86,2	122,4	244	0	730
18:00	100,1	31,8	0,09	82,41	90,0	125,4	228	0	730
19:00	97,0	39,5	0,00	69,32	84,4	124,3	233	0	730
20:00	100,7	46,2	0,09	71,42	82,4	136,5	240	0	730
21:00	84,1	42,1	0,00	55,84	75,5	113,2	240	0	730
22:00	59,2	33,3	0,00	39,55	53,9	79,0	232	0	730
23:00	50,3	36,0	0,00	25,30	40,6	68,3	218	0	732

Figura C.4: Paineis com alguns gráficos descritivos da série tratada de vazão de saída do reservatório para o Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots da série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia da semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.5: Medidas descritivas da série tratada de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	74,6	56,2	0,00	28,45	69,0	108,4	299	0	17519
Por ano e mês									
2017 jan	102,5	60,7	0,00	58,21	96,9	141,9	250	0	743
2017 fev	91,2	55,2	0,00	42,98	91,0	133,2	222	0	673
2017 mar	64,2	52,9	0,00	5,51	64,9	105,6	193	0	744
2017 abr	49,6	47,1	0,00	0,61	35,9	91,7	186	0	720
2017 mai	43,5	40,6	0,00	0,73	29,4	82,9	173	0	744
2017 jun	47,4	43,1	0,00	0,61	42,6	86,9	171	0	720
2017 jul	55,7	45,9	0,00	12,88	49,5	92,6	198	0	744
2017 ago	81,8	62,1	0,00	33,07	78,0	118,5	256	0	744
2017 set	136,3	74,1	0,00	89,80	136,4	192,8	271	0	720
2017 out	52,5	43,0	0,00	13,74	42,6	89,4	164	0	743
2017 nov	53,9	41,2	0,00	15,06	47,0	92,0	146	0	720
2017 dez	70,3	49,8	0,00	24,95	67,6	109,6	213	0	744
2018 jan	92,4	51,0	0,00	45,54	91,9	132,5	220	0	744
2018 fev	81,5	52,2	0,00	35,04	81,9	119,8	236	0	673
2018 mar	77,5	40,9	0,00	53,72	82,0	109,2	176	0	744
2018 abr	73,6	42,4	0,00	35,97	74,7	105,7	196	0	720
2018 mai	61,5	38,2	0,00	27,31	67,9	91,8	164	0	744
2018 jun	56,2	29,6	0,00	36,62	59,8	77,6	144	0	720
2018 jul	50,8	23,9	0,00	33,29	47,6	68,3	161	0	744
2018 ago	55,2	30,6	1,26	30,63	49,6	77,6	132	0	744
2018 set	58,1	34,8	0,00	32,64	58,2	82,7	160	0	720
2018 out	69,5	54,1	0,00	26,15	60,7	102,4	212	0	744
2018 nov	120,1	64,6	0,00	67,12	137,4	170,1	237	0	719
2018 dez	146,9	64,2	0,00	95,77	156,8	196,1	299	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	74,3	57,0	0,00	27,79	68,7	106,5	264	0	2520
terça-feira	71,8	54,3	0,00	26,18	68,7	104,4	250	0	2496
quarta-feira	73,0	55,4	0,00	26,97	67,5	106,6	266	0	2496
quinta-feira	73,9	56,2	0,00	27,78	68,5	107,0	268	0	2496
sexta-feira	76,8	56,0	0,00	29,27	71,6	113,9	260	0	2496
sábado	77,5	57,0	0,00	31,63	71,4	113,1	268	0	2498
domingo	74,7	57,1	0,00	29,19	68,4	106,6	299	0	2517
Por horário do dia									
0:00	39,9	42,3	0,00	3,24	27,4	63,1	236	0	727
1:00	37,5	39,8	0,00	6,11	26,0	53,8	183	0	730
2:00	33,1	34,0	0,00	5,86	26,0	47,7	169	0	730
3:00	32,5	33,6	0,00	1,86	25,9	49,1	168	0	730
4:00	29,0	33,3	0,00	0,62	19,8	46,0	193	0	730
5:00	30,3	32,3	0,00	6,38	22,2	41,1	195	0	730
6:00	35,0	33,4	0,00	9,50	29,6	50,4	203	0	730
7:00	56,2	37,1	0,00	29,91	50,0	74,2	224	0	730
8:00	72,8	40,2	0,00	44,58	67,2	92,1	239	0	730
9:00	113,5	40,1	0,37	90,86	108,2	128,2	250	0	730
10:00	121,7	42,1	0,43	96,77	114,7	135,9	280	0	730
11:00	131,2	46,4	12,74	100,49	122,1	155,9	293	0	730
12:00	127,6	46,5	20,52	97,18	116,5	154,7	295	0	730
13:00	122,0	46,5	1,59	90,93	110,0	147,2	291	0	730
14:00	110,7	46,2	0,43	81,45	96,9	129,1	286	0	730
15:00	110,2	45,6	0,31	82,30	97,5	128,3	286	0	730
16:00	110,8	42,7	0,37	84,98	100,5	125,1	286	0	730
17:00	104,9	46,1	0,31	74,25	98,4	121,2	299	0	730
18:00	92,2	47,1	0,00	63,45	78,2	109,4	296	0	730
19:00	80,7	51,3	0,24	44,69	67,2	100,4	293	0	730
20:00	67,3	49,0	0,00	34,02	55,8	81,6	291	0	730
21:00	46,7	50,0	0,00	8,87	26,9	71,4	274	0	730
22:00	46,0	46,0	0,00	7,11	33,5	71,1	262	0	730
23:00	37,7	42,5	0,00	2,43	23,9	57,9	250	0	732

Figura C.5: Painel com alguns gráficos descritivos da série tratada de vazão de saída do reservatório para o Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.6: Medidas descritivas da série tratada de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	42,0	4,81	9,33	39,2	42,6	45,5	53,8	0	17519
Por ano e mês									
2017 jan	36,6	5,93	22,00	32,4	36,6	41,8	47,2	0	743
2017 fev	38,6	5,01	26,84	34,7	39,2	42,7	47,1	0	673
2017 mar	39,0	5,09	26,32	35,6	39,0	43,7	52,6	0	744
2017 abr	40,5	4,12	28,60	37,5	39,6	44,5	49,2	0	720
2017 mai	40,6	3,84	28,60	37,7	39,7	44,0	48,1	0	744
2017 jun	41,2	3,54	30,23	38,2	41,6	44,2	49,2	0	720
2017 jul	42,5	2,93	31,38	40,2	42,6	44,9	48,8	0	744
2017 ago	42,2	2,77	35,34	39,9	42,2	44,6	47,6	0	744
2017 set	41,6	3,21	35,02	38,5	41,9	44,6	47,6	0	720
2017 out	42,4	3,10	32,99	39,9	42,8	44,7	47,9	0	743
2017 nov	42,5	3,33	34,46	39,7	42,1	45,6	49,3	0	720
2017 dez	41,6	3,67	29,45	38,9	41,8	44,6	50,6	0	744
2018 jan	42,2	4,43	22,52	39,0	42,3	46,1	51,2	0	744
2018 fev	42,9	3,78	31,04	40,1	43,0	46,2	49,8	0	673
2018 mar	42,9	3,11	32,48	40,4	43,0	45,6	51,0	0	744
2018 abr	43,1	3,07	34,43	40,4	42,9	45,8	49,0	0	720
2018 mai	44,2	3,21	32,84	41,6	44,3	47,1	51,1	0	744
2018 jun	46,1	2,65	34,75	44,5	46,0	48,4	50,5	0	720
2018 jul	46,0	3,04	36,29	44,5	46,0	48,2	52,2	0	744
2018 ago	41,0	9,94	9,33	41,8	44,2	46,9	48,8	0	744
2018 set	42,3	2,60	35,78	40,3	42,5	44,3	48,4	0	720
2018 out	42,1	5,66	22,17	39,3	43,0	46,4	53,8	0	744
2018 nov	43,2	4,18	30,50	40,2	43,8	46,8	52,9	0	719
2018 dez	41,2	5,38	19,32	38,4	42,2	45,4	48,7	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	41,8	5,19	9,60	39,1	42,4	45,5	52,1	0	2520
terça-feira	42,0	5,28	9,33	39,4	42,7	45,6	52,9	0	2496
quarta-feira	42,1	4,74	11,86	39,4	42,7	45,5	51,2	0	2496
quinta-feira	42,0	4,49	22,30	39,2	42,4	45,4	51,8	0	2496
sexta-feira	42,0	4,35	25,18	39,0	42,5	45,4	51,9	0	2496
sábado	41,9	4,62	23,96	39,2	42,7	45,4	53,8	0	2498
domingo	42,0	4,91	12,43	39,4	42,7	45,6	52,2	0	2517
Por horário do dia									
0:00	45,6	3,21	9,82	44,5	46,1	47,1	53,8	0	727
1:00	45,8	3,11	9,96	44,8	46,2	47,3	52,9	0	730
2:00	46,1	2,98	10,57	45,2	46,4	47,4	52,9	0	730
3:00	45,8	2,96	10,09	44,8	46,0	47,2	52,0	0	730
4:00	45,9	3,13	10,13	44,8	46,0	47,5	52,6	0	730
5:00	45,2	3,19	10,04	43,6	45,3	47,3	51,2	0	730
6:00	44,6	3,42	11,31	42,8	44,9	46,8	51,0	0	730
7:00	43,4	3,63	12,80	41,5	43,4	45,7	50,5	0	730
8:00	41,8	3,80	13,09	40,0	42,0	43,8	50,6	0	730
9:00	39,5	4,23	12,23	37,5	39,6	41,6	50,1	0	730
10:00	38,4	4,36	11,97	36,2	38,8	40,6	49,6	0	730
11:00	37,9	4,53	11,53	36,1	38,5	40,3	47,7	0	730
12:00	37,8	4,41	10,99	36,0	38,1	40,0	47,5	0	730
13:00	38,2	4,31	11,14	36,4	38,4	40,6	49,9	0	730
14:00	38,4	4,33	11,89	36,5	38,6	40,9	50,0	0	730
15:00	39,2	4,43	12,11	37,1	39,6	42,2	50,3	0	730
16:00	39,7	3,98	12,45	38,1	40,0	42,1	50,5	0	730
17:00	40,3	4,09	12,19	38,7	40,8	42,9	50,2	0	730
18:00	40,2	3,89	12,26	38,4	40,6	42,7	49,7	0	730
19:00	40,9	3,92	11,01	39,5	41,6	43,1	49,8	0	730
20:00	40,9	3,72	10,87	39,8	41,5	43,0	48,5	0	730
21:00	42,4	3,85	10,01	41,1	43,2	44,7	48,2	0	730
22:00	44,1	3,62	9,60	43,2	44,7	46,0	50,4	0	730
23:00	45,0	3,31	9,33	44,1	45,5	46,7	50,4	0	732

Figura C.6: Painel com alguns gráficos descritivos da série tratada de pressão a montante ao Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.7: Medidas descritivas da série tratada de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	43,8	2,86	14,2	42,4	44,3	45,9	50,2	0	17519
Por ano e mês									
2017 jan	41,7	3,82	29,1	39,7	42,7	44,5	48,6	0	743
2017 fev	42,9	2,65	34,3	41,3	43,4	45,1	47,3	0	673
2017 mar	43,8	2,31	36,4	42,5	44,3	45,6	47,0	0	744
2017 abr	44,5	1,68	39,0	43,3	45,0	45,8	47,4	0	720
2017 mai	44,8	1,46	39,5	43,7	45,0	45,9	48,7	0	744
2017 jun	44,2	2,73	31,7	43,4	44,9	46,0	47,8	0	720
2017 jul	44,6	1,74	38,0	43,2	45,0	46,1	49,1	0	744
2017 ago	44,5	1,80	37,6	43,2	44,9	45,9	47,3	0	744
2017 set	43,2	1,93	37,0	41,6	43,3	44,8	47,3	0	720
2017 out	43,6	1,95	37,3	42,4	43,6	45,2	47,3	0	743
2017 nov	45,0	1,84	40,0	43,6	45,3	46,6	48,8	0	720
2017 dez	43,8	2,55	33,6	42,3	44,0	45,8	48,8	0	744
2018 jan	43,0	2,87	33,5	41,1	43,2	45,5	47,4	0	744
2018 fev	43,9	2,30	35,9	42,5	44,1	45,9	47,4	0	673
2018 mar	44,6	1,73	39,6	43,2	44,7	46,2	48,5	0	744
2018 abr	44,5	1,94	38,2	43,1	44,6	46,2	47,5	0	720
2018 mai	45,1	1,54	40,1	44,0	45,3	46,3	47,7	0	744
2018 jun	45,9	1,22	40,6	45,0	46,1	46,9	47,8	0	720
2018 jul	45,7	2,11	38,7	44,4	46,0	47,2	49,1	0	744
2018 ago	44,7	1,91	39,5	43,4	44,8	46,3	48,2	0	744
2018 set	42,2	1,87	37,3	40,9	42,0	43,4	47,1	0	720
2018 out	42,1	5,72	14,2	40,3	43,6	45,7	50,2	0	744
2018 nov	42,5	3,22	34,9	40,0	42,3	45,2	49,6	0	719
2018 dez	40,6	3,71	28,8	38,5	40,7	43,4	47,9	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	43,8	2,80	30,3	42,4	44,4	45,8	50,2	0	2520
terça-feira	44,0	2,59	30,7	42,5	44,4	46,0	50,1	0	2496
quarta-feira	43,9	2,72	26,4	42,6	44,4	45,9	49,9	0	2496
quinta-feira	43,7	3,29	14,2	42,4	44,4	45,9	48,2	0	2496
sexta-feira	43,6	2,97	23,2	42,1	44,1	45,8	48,7	0	2496
sábado	43,8	2,76	30,5	42,3	44,2	45,9	49,3	0	2498
domingo	43,8	2,78	28,8	42,5	44,4	45,9	49,6	0	2517
Por horário do dia									
0:00	45,3	2,15	26,4	44,5	45,9	46,7	49,5	0	727
1:00	45,5	1,95	29,3	44,9	46,0	46,7	49,6	0	730
2:00	45,7	1,83	29,3	45,0	46,2	46,8	49,6	0	730
3:00	45,8	1,71	29,0	45,3	46,2	46,8	49,7	0	730
4:00	45,8	1,66	28,1	45,3	46,1	46,7	49,8	0	730
5:00	45,8	1,60	27,5	45,4	46,0	46,7	50,2	0	730
6:00	45,7	1,56	27,4	45,1	45,9	46,5	49,9	0	730
7:00	45,1	1,71	25,2	44,5	45,5	46,0	49,6	0	730
8:00	44,5	1,93	22,4	43,6	44,9	45,6	48,7	0	730
9:00	42,8	2,21	21,5	41,9	43,0	44,1	47,3	0	730
10:00	42,1	2,54	18,5	41,1	42,5	43,6	47,2	0	730
11:00	41,5	2,83	14,6	40,2	42,0	43,3	46,9	0	730
12:00	41,5	2,89	16,2	40,2	42,0	43,3	47,1	0	730
13:00	41,6	2,92	16,3	40,3	42,1	43,5	47,6	0	730
14:00	42,0	2,94	14,2	40,9	42,7	43,9	47,4	0	730
15:00	42,1	2,85	16,8	41,0	42,7	43,9	47,3	0	730
16:00	42,1	2,72	17,4	41,0	42,8	43,8	47,5	0	730
17:00	42,4	2,67	18,8	41,3	42,9	44,1	47,4	0	730
18:00	42,8	2,64	21,0	41,7	43,4	44,6	47,3	0	730
19:00	43,2	2,72	21,6	42,0	43,8	45,1	47,7	0	730
20:00	43,7	2,62	25,4	42,7	44,3	45,5	47,9	0	730
21:00	44,3	2,56	25,1	43,2	44,9	46,0	48,6	0	730
22:00	44,8	2,41	26,9	43,8	45,4	46,3	49,0	0	730
23:00	45,1	2,29	28,0	44,3	45,6	46,5	49,1	0	732

Figura C.7: Painel com alguns gráficos descritivos da série tratada de pressão a montante ao Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.8: Medidas descritivas da série tratada de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	17,1	4,48	5,49	13,33	17,8	20,4	29,9	2	17519
Por ano e mês									
2017 jan	19,2	4,36	10,31	15,63	19,8	22,8	28,5	2	743
2017 fev	17,9	4,58	9,91	14,46	18,0	21,7	26,0	0	673
2017 mar	17,2	4,65	6,20	12,67	17,9	20,6	26,6	0	744
2017 abr	15,9	4,14	6,18	12,28	17,2	19,8	24,9	0	720
2017 mai	15,8	3,98	8,28	12,16	16,2	19,8	22,4	0	744
2017 jun	16,0	4,18	8,21	12,23	17,3	19,8	23,8	0	720
2017 jul	16,2	4,09	8,86	13,80	17,3	19,5	25,7	0	744
2017 ago	16,3	4,06	8,96	12,89	17,5	19,7	22,5	0	744
2017 set	16,2	3,86	7,25	13,30	17,3	19,5	22,4	0	720
2017 out	15,3	4,49	5,49	10,49	15,4	19,4	24,8	0	743
2017 nov	16,4	4,39	8,06	11,86	17,7	20,0	22,9	0	720
2017 dez	17,1	4,48	7,45	12,61	18,2	20,7	25,6	0	744
2018 jan	18,8	4,66	7,61	15,16	19,5	22,3	26,0	0	744
2018 fev	18,7	4,57	8,62	14,63	19,5	22,1	26,4	0	673
2018 mar	17,6	4,68	6,54	12,60	18,4	22,1	25,7	0	744
2018 abr	17,6	4,62	7,20	12,65	18,3	22,0	25,6	0	720
2018 mai	17,6	4,63	9,21	12,72	18,3	22,0	25,4	0	744
2018 jun	16,4	3,90	9,26	12,18	17,9	19,9	25,1	0	720
2018 jul	16,3	3,86	7,40	13,10	16,7	19,9	25,2	0	744
2018 ago	16,0	4,45	7,55	12,47	15,4	19,9	23,9	0	744
2018 set	16,9	4,38	7,03	13,69	16,8	21,4	23,7	0	720
2018 out	18,4	4,49	8,67	14,90	18,8	22,1	29,9	0	744
2018 nov	18,8	4,09	9,18	15,35	19,4	22,4	28,2	0	719
2018 dez	17,9	4,49	7,59	14,38	18,0	22,1	28,6	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	17,1	4,43	6,18	13,77	17,8	20,4	26,4	0	2520
terça-feira	17,0	4,47	6,54	12,84	17,7	20,3	26,5	0	2496
quarta-feira	16,9	4,44	6,20	12,84	17,6	20,2	25,9	0	2496
quinta-feira	17,1	4,45	7,03	13,28	17,8	20,4	28,0	0	2496
sexta-feira	17,1	4,48	6,42	13,21	17,8	20,4	26,6	0	2496
sábado	17,1	4,51	5,49	13,53	17,8	20,4	27,5	0	2498
domingo	17,3	4,59	5,98	13,94	17,8	20,5	29,9	2	2517
Por horário do dia									
0:00	10,7	2,04	6,18	9,45	10,0	11,8	20,6	0	727
1:00	10,8	1,93	5,49	9,52	10,3	11,9	19,6	1	730
2:00	11,5	2,11	5,98	9,69	11,0	12,6	19,0	1	730
3:00	13,0	1,95	7,25	11,67	12,6	14,6	19,7	0	730
4:00	13,8	2,19	7,28	12,21	13,8	15,1	20,0	0	730
5:00	15,6	2,27	7,84	14,33	15,1	17,6	22,0	0	730
6:00	16,1	2,28	8,67	14,55	15,4	17,9	23,4	0	730
7:00	17,8	1,75	11,11	17,29	17,8	18,5	23,6	0	730
8:00	18,8	1,91	11,76	17,78	18,5	19,9	25,6	0	730
9:00	20,4	1,97	11,97	19,54	20,2	21,9	27,6	0	730
10:00	21,1	2,13	12,67	19,80	21,2	22,1	28,5	0	730
11:00	21,6	2,48	13,10	19,88	21,3	23,3	29,0	0	730
12:00	22,3	2,24	13,01	21,22	22,3	23,4	29,8	0	730
13:00	22,3	2,17	13,63	21,30	22,6	23,4	29,9	0	730
14:00	22,2	2,12	13,82	21,27	22,5	23,4	29,9	0	730
15:00	21,3	2,07	12,75	19,90	21,7	22,5	29,6	0	730
16:00	20,6	1,99	12,15	19,64	20,6	21,9	28,9	0	730
17:00	19,4	2,11	10,19	17,90	19,8	20,4	28,4	0	730
18:00	18,9	1,94	11,48	17,66	19,4	20,0	27,4	0	730
19:00	17,1	2,28	9,21	15,37	17,5	18,3	26,4	0	730
20:00	16,7	2,26	8,33	14,90	17,5	18,2	25,8	0	730
21:00	14,4	2,64	7,11	12,21	14,8	15,7	23,9	0	730
22:00	12,3	1,97	7,33	11,40	12,0	12,6	21,2	0	730
23:00	11,5	2,03	6,42	9,82	12,0	12,4	20,5	0	732

Figura C.8: Painel com alguns gráficos descritivos da série tratada de pressão a jusante ao Norte de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Tabela C.9: Medidas descritivas da série tratada de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. As informações descritivas são apresentadas para a série em sua totalidade e desagregada por períodos mensais, por dias da semana e por horários do dia.

Descritiva	Média	Desvio padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo	Omissos	Total
Geral									
Geral	16,4	4,61	3,49	12,63	15,6	19,4	35,1	0	17519
Por ano e mês									
2017 jan	19,1	4,80	7,96	15,24	18,6	22,4	30,0	0	743
2017 fev	17,4	4,68	9,67	12,80	17,8	20,9	26,8	0	673
2017 mar	15,8	4,43	6,28	12,29	15,3	19,1	26,2	0	744
2017 abr	14,6	3,83	6,25	11,15	14,4	17,8	26,2	0	720
2017 mai	14,3	3,25	8,69	11,52	14,2	17,7	25,6	0	744
2017 jun	14,7	3,47	7,11	11,35	14,7	17,9	22,5	0	720
2017 jul	15,0	3,54	9,18	12,04	15,0	18,1	25,4	0	744
2017 ago	15,1	3,54	9,13	12,23	14,9	18,0	26,5	0	744
2017 set	15,2	3,11	8,72	12,74	14,9	18,0	22,4	0	720
2017 out	14,4	3,50	6,62	11,06	14,6	17,6	22,5	0	743
2017 nov	14,9	3,42	8,99	11,62	14,8	18,0	21,8	0	720
2017 dez	15,0	3,80	3,49	11,97	14,8	18,0	25,8	0	744
2018 jan	17,8	4,79	3,57	13,41	18,1	21,5	27,4	0	744
2018 fev	17,7	4,35	8,23	14,16	18,1	20,9	26,6	0	673
2018 mar	15,9	4,11	7,06	12,23	17,3	19,7	26,1	0	744
2018 abr	16,3	4,19	8,77	12,62	17,1	19,9	28,4	0	720
2018 mai	16,1	3,88	8,23	12,55	17,3	19,8	25,6	0	744
2018 jun	15,1	3,03	9,01	12,59	14,8	17,9	25,0	0	720
2018 jul	14,6	3,12	6,77	12,23	14,4	17,4	23,7	0	744
2018 ago	15,5	3,42	8,25	12,56	15,2	18,6	23,8	0	744
2018 set	15,9	3,31	8,25	13,14	15,7	19,3	21,2	0	720
2018 out	17,7	4,77	8,33	13,69	18,0	20,4	29,8	0	744
2018 nov	22,4	5,77	10,68	16,77	23,9	27,9	30,2	0	719
2018 dez	22,3	5,71	7,50	17,66	23,6	27,6	35,1	0	744
Por dia da semana									
segunda-feira	16,5	4,59	3,57	12,67	16,0	19,4	30,6	0	2520
terça-feira	16,4	4,58	5,18	12,65	15,5	19,4	30,1	0	2496
quarta-feira	16,2	4,54	4,22	12,58	15,4	19,1	29,8	0	2496
quinta-feira	16,2	4,48	6,47	12,63	15,6	19,2	29,6	0	2496
sexta-feira	16,3	4,64	6,28	12,58	15,8	19,4	29,6	0	2496
sábado	16,4	4,71	5,91	12,63	15,8	19,4	35,1	0	2498
domingo	16,5	4,73	3,49	12,72	15,8	19,6	30,0	0	2517
Por horário do dia									
0:00	11,2	2,68	5,64	9,74	10,3	12,0	25,6	0	727
1:00	11,3	2,42	3,52	10,08	10,6	12,2	25,1	0	730
2:00	11,8	2,08	3,49	10,55	11,4	12,6	23,6	0	730
3:00	12,8	1,91	3,71	11,87	12,5	13,3	23,9	0	730
4:00	13,6	1,89	3,57	12,70	13,2	14,4	23,2	0	730
5:00	14,9	1,97	6,08	14,09	14,8	15,6	25,0	0	730
6:00	15,3	1,96	8,67	14,31	14,8	15,9	27,2	0	730
7:00	16,6	2,34	7,89	14,90	16,6	18,0	29,2	0	730
8:00	17,1	2,73	9,30	14,63	17,2	19,0	28,2	0	730
9:00	19,4	2,69	10,16	17,88	18,9	20,8	29,0	0	730
10:00	19,8	3,07	9,86	17,88	19,2	21,1	29,3	0	730
11:00	21,0	3,47	10,21	19,10	20,1	22,4	30,2	0	730
12:00	21,2	3,51	8,45	19,19	20,2	24,0	29,4	0	730
13:00	21,1	3,51	10,87	19,30	20,1	23,9	30,1	0	730
14:00	20,1	3,46	9,28	18,00	19,4	21,7	29,4	0	730
15:00	19,9	3,38	9,79	17,88	19,4	20,9	29,4	0	730
16:00	19,8	3,33	10,53	18,00	19,3	20,4	31,2	0	730
17:00	19,1	3,52	10,57	17,48	18,3	20,0	35,1	0	730
18:00	17,7	3,92	9,67	15,12	17,2	18,3	34,5	0	730
19:00	16,4	4,07	8,57	14,51	15,1	17,2	34,5	0	730
20:00	15,2	3,80	8,06	12,60	14,8	15,5	29,5	0	730
21:00	13,3	3,80	7,66	10,65	12,4	14,5	27,7	0	730
22:00	12,2	3,52	6,78	10,23	10,9	12,3	27,6	0	730
23:00	11,8	3,02	5,91	10,13	10,8	12,3	28,3	0	732

Figura C.9: Paineira com alguns gráficos descritivos da série tratada de pressão a jusante ao Sul de Peruíbe. Os gráficos (A), (B) e (C) são boxplots série de vazão em l/s de acordo com mês, horário do dia e dia semana, respectivamente. Os pontos vermelhos são as médias de cada período. Já os gráficos (D) e (E) são trechos selecionados da série.

Referências Bibliográficas

- [AACSL018] A. Antunes, A. Andrade-Campos, A. Sardinha-Lourenço e M. S. Oliveira. Short-term water demand forecasting using machine learning techniques. *Journal of Hydroinformatics*, 20(6):1343–1366, 2018. [1](#)
- [BAD05] John Bougadis, Kaz Adamowski e Roman Diduch. Short-term municipal water demand forecasting. *Hydrological Processes*, 19(1):137–148, 2005. [1](#)
- [Bar15] Rui Barrela. *Data reconstruction of flow time series in water distribution networks*. Tese de Doutorado, Universidade de Lisboa, 2015. [2](#), [133](#)
- [BC64] G. E. P. Box e D. R. Cox. An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 26:211–252, 1964. [7](#)
- [BJR13] George E.P. Box, Gwilym M. Jenkins e Gregory C. Reinsel. *Time series analysis: Forecasting and control: Fourth edition*. wiley, may 2013. [12](#)
- [CCMT90] Robert B Cleveland, William S Cleveland, Jean E McRae e Irma Terpenning. STL: A Seasonal-Trend Decomposition Procedure Based on Loess (with Discussion). *Journal of Official Statistics*, 1990. [10](#)
- [CH95] Fabio Canova e Bruce E Hansen. Are Seasonal Patterns Constant Over Time? A Test for Seasonal Stability. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3):237–252, 1995. [17](#)
- [CL93] Chung Chen e Lon-Mu Liu. Joint Estimation of Model Parameters and Outlier Effects in Time Series. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421):284–297, 1993. [23](#)
- [CW20] Microsoft Corporation e Steve Weston. *doParallel: Foreach Parallel Adaptor for the 'parallel' Package*, 2020. [47](#)
- [DF81] David A. Dickey e Wayne A. Fuller. Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica*, 49(4):1057–1072, 1981. [15](#), [17](#)
- [dLHS11] Alysha M. de Livera, Rob J. Hyndman e Ralph D. Snyder. Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing. *Journal of the American Statistical Association*, 106(496):1513–1527, 2011. [20](#), [22](#)
- [DP14] Cláudia Cristina Dos Santos e Augusto José Pereira Filho. Water Demand Forecasting Model for the Metropolitan Area of São Paulo, Brazil. *Water Resources Management*, 28(13):4401–4414, 2014. [1](#)
- [DS98] Norman R. Draper e Harry Smith. *Applied Regression Analysis*. Wiley-Interscience, New York, NY, 3ª edição, 1998. [9](#)
- [Fox72] A. J. Fox. Outliers in Time Series. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 34(3):350–363, 1972. [23](#)

- [Gue93] Victor M. Guerrero. Time-series analysis supported by power transformations. *Journal of Forecasting*, 12(1):37–48, 1993. [8](#)
- [GW11] Garrett Golemund e Hadley Wickham. Dates and Times Made Easy with {lubridate}. *Journal of Statistical Software*, 40(3):1–25, 2011. [47](#)
- [HA19] R.J. Hyndman e G. Athanasopoulos. *Forecasting: principles and practice*. OTexts, Melbourne, Australia, 3ª edição, 2019. [8](#), [9](#), [18](#)
- [HAB⁺20] Rob Hyndman, George Athanasopoulos, Christoph Bergmeir, Gabriel Caceres, Leanne Chhay, Mitchell O’Hara-Wild, Fotios Petropoulos, Slava Razbash, Earo Wang e Farah Yasmeeen. *{forecast}: Forecasting functions for time series and linear models*, 2020. [46](#)
- [Haf16] Ryan Hafen. *stlplus: Enhanced Seasonal Decomposition of Time Series by Loess*, 2016. [47](#)
- [Hyl95] Svend Hylleberg. Tests for seasonal unit roots general to specific or specific to general? *Journal of Econometrics*, 69(1):5–25, 1995. [17](#)
- [Kas20] Alboukadel Kassambara. *ggpubr: ‘ggplot2’ Based Publication Ready Plots*, 2020. [47](#)
- [KNNL05] Michael H. Kutner, Christopher J. Nachtsheim, John Neter e William Li. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill Irwin, New York, NY, 5ª ed edição, 2005. [9](#)
- [KPSS92] Denis Kwiatkowski, Peter C.B. Phillips, Peter Schmidt e Yongcheol Shin. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of Econometrics*, 54(1-3):159–178, 1992. [15](#), [17](#)
- [MT06] Pedro A. Morettin e C Tolo. *Análise de Séries Temporais*. Blucher, São Paulo, 3ª edição, 2006. [12](#)
- [MW20a] Microsoft e Steve Weston. *foreach: Provides Foreach Looping Construct*, 2020. [47](#)
- [MW20b] Kirill Müller e Hadley Wickham. *tibble: Simple Data Frames*, 2020. [47](#)
- [OCSB88] Denise R Osborn, A P L Chui, Jeremy P Smith e C R Birchenhall. SEASONALITY AND THE ORDER OF INTEGRATION FOR CONSUMPTION. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 50(4):361–377, 1988. [17](#)
- [Per88] Pierre Perron. Trends and random walks in macroeconomic time series: Further evidence from a new approach. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2):297–332, 1988. [15](#), [17](#)
- [PGAF19] E. Pacchin, F. Gagliardi, S. Alvisi e M. Franchini. A Comparison of Short-Term Water Demand Forecasting Models. *Water Resources Management*, 33(4):1481–1497, 2019. [1](#)
- [QPC⁺10] J. Quevedo, V. Puig, G. Cembrano, J. Blanch, J. Aguilar, D. Saporta, G. Benito, M. Hedo e A. Molina. Validation and reconstruction of flow meter data in the Barcelona water distribution network. *Control Engineering Practice*, 18(6):640–651, 2010. [2](#)
- [R C20] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2020. [46](#)
- [RMK16] Vasja Roblek, Maja Meško e Alojz Krapež. A Complex View of Industry 4.0. 2016. [1](#)

-
- [RPFL17] Hector Rodriguez, Vicenç Puig, Juan J. Flores e Rodrigo Lopez. Flow meter data validation and reconstruction using neural networks: Application to the Barcelona water network. *2016 European Control Conference, ECC 2016*, páginas 1746–1751, 2017. 1
 - [RSt20] RStudio Team. *RStudio: Integrated Development Environment for R*. RStudio, PBC., Boston, MA, 2020. 46
 - [RY08] Rob J. Hyndman e Yeasmin Khandakar. Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*, 27(3):22, 2008. 17, 19, 46
 - [SS17] Robert H. Shumway e David S. Stoffer. *Time Series Analysis and its Applications: With R Examples*. Springer, Binding, edition 4t edição, 2017. 19
 - [TR88] Tsay e Ruey. Outliers, Level Shifts, and Variance Changes in Time Series. *Journal of Forecasting*, 7(1):1–20, 1988. 23
 - [WAB⁺19] Hadley Wickham, Mara Averick, Jennifer Bryan, Winston Chang, Lucy D’Agostino McGowan, Romain François, Garrett Golemund, Alex Hayes, Lionel Henry, Jim Hester, Max Kuhn, Thomas Lin Pedersen, Evan Miller, Stephan Milton Bache, Kirill Müller, Jeroen Ooms, David Robinson, Dana Paige Seidel, Vitalie Spinu, Kohske Takahashi, Davis Vaughan, Claus Wilke, Kara Woo e Hiroaki Yutani. Welcome to the {tidyverse}. *Journal of Open Source Software*, 4(43):1686, 2019. 47
 - [WFHM20] Hadley Wickham, Romain François, Lionel Henry e Kirill Müller. *dplyr: A Grammar of Data Manipulation*, 2020. 47
 - [WH20] Hadley Wickham e Jim Hester. *readr: Read Rectangular Text Data*, 2020. 47
 - [Wic16] Hadley Wickham. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York, 2016. 47
 - [Wic19] Hadley Wickham. *stringr: Simple, Consistent Wrappers for Common String Operations*, 2019. 47
 - [Wic20] Hadley Wickham. *tidyr: Tidy Messy Data*, 2020. 47
 - [WSH06] Xiaozhe Wang, Kate Smith e Rob Hyndman. Characteristic-Based Clustering for Time Series Data. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 13(3):335–364, 2006. 17
 - [Yos02] Olga Satomi Yoshida. Modelo a tempo real com filtro de erros de transmissão de dados e previsão em curto prazo da demanda de água em áreas urbanas. Relatório técnico, IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, São Paulo, 2002. 1
 - [Zhu20] Hao Zhu. *kableExtra: Construct Complex Table with ‘kable’ and Pipe Syntax*, 2020. 47
 - [ZW06] Eric Zivot e Jiahui Wang. *Modeling financial time series with S-PLUS®*. Springer, New York, NY, 2ª edição, 2006. 24