UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**DETERMINAÇÃO DO TEOR MÉDIO E DA INCERTEZA EM
DEPÓSITOS FOSFÁTICOS ESTRATIFORMES NO SUL DO ESTADO
DO MATO GROSSO**

GUILHERME JOSÉ RAMPAZZO

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

Dissertação de Mestrado

Nº 782

COMISSÃO JULGADORA

Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

Dr^a. Ana Carolina Chierregati

Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

Dr. Paulo Milton Barbosa Landim

SÃO PAULO
2017

GUILHERME JOSÉ RAMPAZZO

**DETERMINAÇÃO DO TEOR MÉDIO E DA INCERTEZA EM
DEPÓSITOS FOSFÁTICOS ESTRATIFORMES NO SUL DO
ESTADO DO MATO GROSSO**

Versão Final

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Recursos Minerais e Meio Ambiente

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

SÃO PAULO
2017

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Ficha catalográfica preparada pelo Serviço de Biblioteca e Documentação do
Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo

Rampazzo, Guilherme José

Determinação do teor médio e da incerteza em depósitos fosfáticos estratiformes no sul do Estado do Mato Grosso/ Guilherme José Rampazzo. - São Paulo, 2017.

94 p. : il.

Dissertação (Mestrado) : IGc/USP

Orient.: Yamamoto, Jorge Kazuo

1. Geoestatística 2. Fosfatos 3. Exploração Mineral I. Título

Este trabalho é dedicado primeiramente à vida, a qual me deu a oportunidade de adquirir novos ensinamentos na companhia de pessoas ímpares, à minha família e a todos que de alguma forma ajudaram e demonstraram apoio nesta jornada.

AGRADECIMENTOS

Não há palavras que expressem a gratidão de retornar ao Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo para mais um grande passo em minha formação como geólogo. Esta, a qual durante a graduação me acolheu e me deu todo o embasamento técnico para encarar os desafios do mercado, mais uma vez me deu o prazer de dividir momentos ímpares com professores, alunos, colegas de profissão, funcionários e todos aqueles que de certa forma contribuíram para a conclusão deste Mestrado. Neste momento é inevitável lembrar das alegrias e das adversidades compartilhadas com aqueles que estiveram próximos durante este pleito, portanto é necessário agradecer-las.

Não em vão, é necessário olhar para trás e concluir que aqueles fatos ocorridos na vida, que ora se apresentaram como grandes adversidades, tornaram-se oportunidades, cujos frutos são colhidos neste momento, assim, agradeço antes de tudo à vida.

Ao Professor Doutor Jorge Kazuo Yamamoto, minha profunda admiração, respeito e agradecimento por me orientar mais uma vez no desenvolvimento de trabalhos acadêmicos. Terminamos mais uma etapa com a certeza de que além do mundo acadêmico e profissional a amizade perdurará por longos anos.

Ao Instituto de Geociências da USP, em principal ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia, na pessoa da Profa. Dra. Lena Virgínia Soares Monteiro, a qual sempre foi capaz de solucionar as mais diversas dúvidas ocorridas durante os dois de anos desta etapa, sem esquecer os colaboradores da Seção de Pós-Graduação, meu muito obrigado.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) agradeço por destinar bolsas de estudos aos alunos do Programa de Pós-Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia do Instituto de Geociências, a qual me auxiliou financeiramente para o desenvolvimento da pesquisa por 16 meses.

À BEMISA – Brasil Exploração Mineral S.A., em nome de seus diretores, gerentes, geólogos, técnicos e todos os demais colaboradores, com os quais tive o enorme privilégio de colaborar durante sete anos, sou eternamente grato por cederem os dados do Alvo 2 do Projeto Jauru-Fosfato para o desenvolvimento desta pesquisa, o êxito deste trabalho se deve muito a isto.

Ao LIG e à Sala de Pesquisa 105, em nome de seu coordenador Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha, agradeço e considero muito a concessão do acesso ao laboratório para o desenvolvimento da pesquisa, além da oportunidade de conhecer colegas de formação que estão sob sua orientação. Sem dúvida passamos ótimos momentos trabalhando, conversando e discutindo os mais diversos temas com generosas doses de café. Em especial, destaco o amigo Antônio Tadashi Kikuda, responsável pela manutenção do laboratório e com o qual compartilhei grande parte desta jornada. O sucesso do desenvolvimento deste trabalho está diretamente ligado aos seus conhecimentos matemáticos que foram capazes de desenvolver as equações aqui utilizadas.

Não menos importante, pelo contrário, meu puro agradecimento pela família que tenho. São as pessoas que sempre estiveram ao meu lado nos momentos difíceis e nos mais felizes também. Faltam palavras para descrever a imensa representatividade de vocês em minha vida. Ao meu pai, Lúcio, também geólogo, à minha mãe, Fátima e à minha irmã, Gisele, o mais sincero muito obrigado por estarem aqui, amo vocês.

“Nós somos o que fazemos repetidamente, a excelência não é
um feito, e sim, e um hábito.”

Aristóteles

RESUMO

RAMPAZZO. Guilherme José. **Determinação do teor médio e da incerteza em depósitos fosfáticos estratiformes no sul do Estado do Mato Grosso**. 2017. 94 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Minerais e Meio Ambiente) – Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

A avaliação de recursos minerais em depósitos estratiformes que possuem dimensões horizontais relativamente muito maiores que na direção vertical pode acarretar em algumas dificuldades durante os procedimentos de interpolação e estimativas, podendo inclusive necessitar da utilização de sub-blocos. Tal fato pode ser ainda mais agravado se na geometria do depósito ocorrer regiões com grande variabilidade de espessura, falhas ou dobramentos, fazendo com que eventos deposicionais de idades diferentes sejam postos muito próximos e que, consequentemente, esses dados sejam correlacionados durante as estimativas de pontos não amostrados. Uma maneira de se minimizar esse efeito em depósitos minerais de grandes extensões e relativa pequena espessura é utilizando métodos indiretos de avaliação através de variáveis de serviço, como a Acumulação (Acc) e a Espessura Mineralizada (T), onde o Teor Médio (G) é obtido pela razão destas variáveis (Acc/T). Entretanto, uma lacuna matemática é identificada quando Dowd & Milton (1987) afirmam que esta razão se trata somente de uma aproximação, pois não leva em consideração as incertezas associadas às variáveis de serviço, e Journel & Huijbregts (1978) quando demonstram a dificuldade em se calcular a incerteza local associada a uma razão de duas variáveis. Yamamoto *et al.* (2017) ao identificarem essa lacuna desenvolveram equações capazes de se calcular em valores provenientes da razão de duas variáveis considerando suas incertezas, que neste caso se trata do teor médio dos blocos estimados, além da variância ou incerteza local associada às estimativas, aplicando o fator esperança matemática à função $f(x, y) = X/Y$, e expandindo-a até segunda ordem pela Série de Taylor. Os objetivos propostos por esta Dissertação foram fundamentados nestas lacunas matemáticas e no teste desta nova metodologia de avaliação indireta de depósitos minerais estratiformes utilizando pioneiramente dados reais provenientes de um projeto de pesquisa em fosfato de titularidade da BEMISA – Brasil Exploração Mineral S.A. no Estado do Mato Grosso. Para o desenvolvimento deste trabalho utilizaram das diversas ferramentas estatísticas e geoestatísticas, a partir das quais foi possível contemplar recursos fosfáticos de aproximadamente sete milhões de toneladas a um teor médio de 3,21% de P_2O_5 , considerando um teor de corte 1,8%.

Palavras-chave: Acumulação. Variáveis de Serviço. Incerteza. Geoestatística.

ABSTRACT

RAMPAZZO. G.J. Determination of mean grade and uncertainty in stratiform phosphatic deposits in southern Mato Grosso State. 2017. 94 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Minerais e Meio Ambiente) – Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

The evaluation of mineral resources in stratiform deposits that have horizontal dimensions much larger than vertical dimension can lead to some difficulties during interpolation and estimations procedures, and may even require the use of sub-blocks. This fact can be further aggravated if regions of great variability of thickness, thrusts or folding occur in the deposition geometry, causing depositional events of different ages to be placed very close and consequently, these data are correlated during the estimates of not sampled points. One way to minimize this effect in mineral deposits with relatively small thickness is using indirect methods of evaluation through service variables, such as Accumulation (Acc) and Mineralized Thickness (T), where the Average (G) is obtained by the ratio of these variables (Acc / T). However, a mathematical gap is identified when Dowd & Milton (1987) argue that this ratio is only an approximation because it doesn't take into account the uncertainties associated with service variables, and Journel & Huijbregts (1978) when they demonstrate the difficulty in calculate the local uncertainty associated with two-variable ratio. When Yamamoto *et al.* (2017) identified this gap, they developed equations capable of calculating values from the ratio of two variables considering their uncertainties, which in this case is the average of estimated blocks, in addition to the local variance or uncertainty associated with the estimates, applying the Mathematical Expectation factor to the function $f(x, y) = X / Y$, and expanding it to second order by the Taylor Series. The objectives proposed by this Dissertation were based on these mathematical gaps and the test of this new methodology of indirect evaluation of stratiform mineral deposits using a real data from a phosphate research project owned by BEMISA - Brasil Exploração Mineral SA in the State of Mato Grosso. For the development of this work, a number of statistical and geostatistical tools were used, in which it was possible to contemplate phosphatic deposits of approximately 7 million tons at an average 3.21% P_2O_5 content, considering a cut-off of 1,8%.

Keywords: Accumulation. Service variables. Uncertainty. Geostatistics.

LISTA DE IMAGENS

FIGURA 1 - DOMÍNIOS TECTÔNICOS E PRINCIPAIS ESTRUTURAS DA PROVÍNCIA TOCANTINS (BIZZI <i>ET AL.</i> , 2003, p. 283) COM DESTAQUE PARA A REGIÃO DE ESTUDO, RETÂNGULO VERMELHO.	7
FIGURA 2 - MAPA GEOLÓGICO REGIONAL DA REGIÃO DE MIRASSOL D'OESTE, GLÓRIA D'OESTE E PONTES LACERDA, INDICANDO A LOCALIDADE FONTE DOS DADOS DE PESQUISA (ABREU FILHO <i>ET AL.</i> , 2011, p. 40). 10	
FIGURA 3 - RELAÇÃO ESTRATIGRÁFICA PROPOSTA ENTRE AS FORMAÇÕES BAUXI E SERRA DO CAETÉ (SILVA, 2010, p. 26).	13
FIGURA 4 – PERFIL GEOLÓGICO TÍPICO DA ÁREA DE ESTUDO, EXPONDO AS UNIDADES DA FORMAÇÃO SERRA DO CAETÉ.	25
FIGURA 5 –HORIZONTALIZAÇÃO DE CAMADAS DOBRADAS MELHORANDO O POSICIONAMENTO E A CORRELAÇÃO DE AMOSTRAS DE MESMO EVENTO GENÉTICO/DEPOSICIONAL. (MARQUES <i>ET AL.</i> , 2014, p. 432).	25
FIGURA 6 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS ATRAVÉS DE UM HISTOGRAMA. (ROSSI & DEUTSCH, 2014, p. 13). ...	28
FIGURA 7 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS ACUMULADAS. (ROSSI & DEUTSCH, 2014, p. 13).	28
FIGURA 8 – CURVA DE UMA DISTRIBUIÇÃO NORMAL ATRIBUÍDA DE DESVIOS PADRÃO (BASEADO EM LAPIN, 1990, p. 169).	29
FIGURA 9 – CURVA DE DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL COM A E C IGUAIS À ZERO (YAMAMOTO <i>ET AL.</i> , 2001, p. 53). ..	30
FIGURA 10– RELAÇÃO ENTRE AS FUNÇÕES VARIOGRAMA E COVARIOGRAMA. (YAMAMOTO, 2001, p.76).....	37
FIGURA 11 – PRINCIPAIS ESTRUTURAS E PROPRIEDADES DE UM VARIOGRAMA. (YAMAMOTO, 2001, p.76).	38
FIGURA 12 – TIPOS DE ANISOTROPIA: A) GEOMÉTRICA; B) ZONAL; E C) MISTA. (YAMAMOTO, 2001, p.79).	39
FIGURA 13 – GRAUS DE CONTINUIDADE DA MINERALIZAÇÃO PELO COMPORTAMENTO DO VARIOGRAMA NA ORIGEM: A) PARABÓLICO; B) LINEAR; C) EFEITO PEPITA; E D) EFEITO PEPITA PURO. (YAMAMOTO, 2001, p. 82).....	40
FIGURA 14 – DESENHO INDICANDO A DIREÇÃO DE BUSCA DO VARIOGRAMA (N45°E) COM A CARACTERIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE BUSCA: PASSO, TOLERÂNCIA DO PASSO, TOLERÂNCIA ANGULAR E LARGURA MÁXIMA. (ROCHA, 1999, p. 31, MODIFICADO DE PANNATIER, 1994).....	41
FIGURA 15 – MODELOS TEÓRICOS DE VARIOGRAMA: A) ESFÉRICO; B) EXPONENCIAL; E C) GAUSSIANO (YAMAMOTO, 2001, p.87).....	42
FIGURA 16 – A) CONJUNTO DE DADOS; B) VALIDAÇÃO CRUZADA DE UM PONTO DO CONJUNTO A RETIRANDO DO CONJUNTO DE AMOSTRAS E ESTIMANDO-O COM BASE NOS 8 PONTOS MAIS PRÓXIMOS, SELECIONADOS PELO CRITÉRIO DOS QUADRANTES.	47
FIGURA 17 – POSICIONAMENTO DOS FUROS DE SONDAÇÃO NA ÁREA DE ESTUDO. PREFIXO DD: FUROS REALIZADOS COM SONDA ROTATIVA DIAMANTADA; RC: FUROS REALIZADOS COM SONDAS ROTOPERCUSSIVAS EM CIRCULAÇÃO REVERSA.	54
FIGURA 18 - PERFIL GEOLÓGICO TÍPICO DA ÁREA DE ESTUDO, EXPONDO AS UNIDADES DA FORMAÇÃO SERRA DO CAETÉ COM PARES DE FUROS PRÓXIMOS.	65
FIGURA 19 - DIAGRAMA DE DISPERSÃO ENTRE OS FUROS DD-026 E RC-001.	68
FIGURA 20 - DIAGRAMA DE DISPERSÃO ENTRE OS FUROS DD-006 E RC-008.	68
FIGURA 21 - CURVA DE FREQUÊNCIA ACUMULADA DA VARIÁVEL ESPESSURA MINERALIZADA COM HISTOGRAMA INSERIDO.	69
FIGURA 22 - CURVA DE FREQUÊNCIA ACUMULADA DA VARIÁVEL ACUMULAÇÃO COM HISTOGRAMA INSERIDO....	69
FIGURA 23 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DOS TEORES DE P ₂ O ₅ NO BANCO DE DADOS ORIGINAL DO DEPÓSITO.	70
FIGURA 24 – MAPA VARIOGRAMA PARA VARIÁVEL ESPESSURA MINERALIZADA.	71
FIGURA 25 – MAPA VARIOGRAMA PARA VARIÁVEL ACUMULAÇÃO.	71
FIGURA 26 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL DA VARIÁVEL ESPESSURA MINERALIZADA NAS DIREÇÕES DE 75 E 165°, AJUSTADO AO MODELO TEÓRICO ESFÉRICO.....	72
FIGURA 27 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL DA VARIÁVEL ACUMULAÇÃO NAS DIREÇÕES DE 75 E 165°, AJUSTADO AO MODELO TEÓRICO ESFÉRICO.	72
FIGURA 28 – DIAGRAMA DE DISPERSÃO INDICANDO O COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO ENTRE DADOS REAIS E DADOS ESTIMADOS PARA A VARIÁVEL ESPESSURA MINERALIZADA.	75

FIGURA 29 – DIAGRAMA DE DISPERSÃO INDICANDO O COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO ENTRE DADOS REAIS E DADOS ESTIMADOS PARA A VARIÁVEL ACUMULAÇÃO.....	75
FIGURA 30 – MAPA DA VARIÁVEL ESPESSURA MINERALIZADA ESTIMADA NO DEPÓSITO DE FOSFATO ESTUDADO.	76
FIGURA 31 – MAPA DA VARIÁVEL ACUMULAÇÃO ESTIMADA NO DEPÓSITO DE FOSFATO ESTUDADO.	76
FIGURA 32 - MAPA DE TEORES MÉDIOS DOS BLOCOS ESTIMADOS.....	77
FIGURA 33 - MAPA DE INCERTEZAS DOS BLOCOS ESTIMADOS.	78
FIGURA 34 - MAPA DO COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DOS BLOCOS ESTIMADOS.....	79
FIGURA 35 - DIAGRAMA DE FREQUÊNCIA DA VARIÁVEL TOPOMIN.	80
FIGURA 36 - DIAGRAMA DE FREQUÊNCIA DA VARIÁVEL BASEMIN.	81
FIGURA 37 - MAPA VARIOGRAMA DA VARIÁVEL TOPOMIN.	81
FIGURA 38 - VARIOGRAMA EXPERIMENTAL DA VARIÁVEL TOPOMIN COM MODELO TEÓRICO GAUSSIANO AJUSTADO.	82
FIGURA 39 - DIAGRAMA DE DISPERSÃO INDICANDO O COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO ENTRE DADOS REAIS E DADOS ESTIMADOS PARA A VARIÁVEL TOPOMIN.	82
FIGURA 40 - MAPA DE VALORES ESTIMADOS PARA AS COTAS DO INÍCIO DA ZONA MINERALIZADA, UTILIZANDO A VARIÁVEL TOPOMIN.....	83
FIGURA 41 - MODELO TRIDIMENSIONAL DE BLOCOS - TEORES MÉDIOS (%P ₂ O ₅).....	83
FIGURA 42 - MODELO TRIDIMENSIONAL DE BLOCOS - INCERTEZA (% ² P ₂ O ₅).....	84
FIGURA 43 - MODELO TRIDIMENSIONAL DE BLOCOS - COEFICIENTE DE VARIAÇÃO.....	84
FIGURA 44 - MAPA DE BLOCOS ESTIMADOS COM TEORES MÉDIOS ACIMA DE 1,8% DE P ₂ O ₅	85
FIGURA 45 - MODELO TRIDIMENSIONAL DE BLOCOS - CLASSIFICAÇÃO DE RECURSOS MINERAIS.....	87

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – DIVISÃO DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS (YAMAMOTO & LANDIM, 2013, p. 26)	33
TABELA 2 – BANCO DE DADOS ACRESCIDO DAS VARIÁVEIS: TOPOMIN, BASEMIN, ESPESSURA MINERALIZADA, TEOR MÉDIO PONDERADO DO FURO E ACUMULAÇÃO.	61
TABELA 3 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS AMOSTRAS MINERALIZADAS SEGMENTADAS POR MÉTODOS DE PERFURAÇÃO.	65
TABELA 4 - AMOSTRAS UTILIZADAS PARA COMPARAÇÃO DOS FUROS DD-026 E RC-001.	66
TABELA 5 - AMOSTRAS UTILIZADAS PARA COMPARAÇÃO DOS FUROS DD-006 E RC-008.	67
TABELA 6 – PARÂMETROS DE VIZINHANÇA DEFINIDOS PARA A VARIÁVEL ESPESSURA MINERALIZADA.	74
TABELA 7 – PARÂMETROS DE VIZINHANÇA DEFINIDOS PARA A VARIÁVEL ACUMULAÇÃO.....	74
TABELA 8 - CLASSES DE RECURSOS MINERAIS DEFINIDAS POR INTERVALOS DE COEFICIENTE DE VARIAÇÃO.	86
TABELA 9 - QUADRO DE AVALIAÇÃO DOS RECURSOS MINERAIS.	86

LISTA DE FOTOGRAFIAS

FOTOGRAFIA 1 - FÁCIES CONGLOMERADO DA FORMAÇÃO SERRA DO CAETÉ: A) AFLORAMENTO DE CONGLOMERADO EVIDENCIANDO A MATRIZ QUE SUPORTA OS CLASTOS; B) CLASTO FACETADO. (SILVA, 2010, p. 40).	20
FOTOGRAFIA 2 - FÁCIES ARENITO DA FORMAÇÃO SERRA DO CAETÉ: A) ESTRUTURA ACAMADAS NO ARENITO; B) DETALHE DE A COM GRADAÇÃO NORMAL. (SILVA, 2010, p. 41).....	21
FOTOGRAFIA 3 - FÁCIES RITMITO FERRÍFERO E FOSFATADO: A – AFLORAMENTO ESCARPADO DE RITMITO NO ALTO DA SERRA DO CAETÉ; B – DETALHE DO RITMITO DE ARENITO E ARGILITO FERRUGINOSO; C – ESTRUTURA DE ESCAVAÇÃO E PREENCHIMENTO. (SILVA, 2010, p.42).	22

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	3
1.2 JUSTIFICATIVAS	3
CAPÍTULO 2 - CONTEXTO GEOLÓGICO	5
2.1 COMPARTIMENTAÇÃO TECTÔNICA	5
2.2 GEOLOGIA REGIONAL.....	9
2.2.1 <i>EMBASAMENTO CRISTALINO</i>	10
2.2.1.1 Complexo Alto Jauru (Pp4aj).....	10
2.2.1.2 Complexo Alto Guaporé (Pp4ag)	11
2.2.2 <i>FAIXA PARAGUAI</i>	12
2.2.2.1 Formação Serra Do Caeté (Npst)	12
2.2.2.2 Formação Puga (Nppu)	14
2.2.2.3 Grupo Araras (Np3ar)	16
2.2.2.4 Formação Raizama (Np3ra)	17
2.2.3 <i>DEPÓSITOS RECENTES</i>	17
2.2.3.1 Formação Pantanal (Qp).....	17
2.2.3.2 Aluviões (Qa)	18
2.3 GEOLOGIA LOCAL	18
2.3.1 <i>FÁCIES CONGLOMERADO</i>	19
2.3.2 <i>FÁCIES ARENITO COM CLASTOS PINGADOS</i>	20
2.3.3 <i>FÁCIES RITMITO DE ARENITO E ARGILITO FERRÍFERO E FOSFÁTICO</i>	21
CAPÍTULO 3 - REVISÃO GEOESTATÍSTICA.....	24
3.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA.....	26
3.1.1 <i>DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS</i>	27
3.1.2 <i>ESTATÍSTICA DESCRITIVA</i>	30
3.2 ANÁLISE GEOESTATÍSTICA	32
3.2.1 <i>VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E REGIONALIZADAS</i>	33
3.2.1.1 Variáveis de Serviço.....	35
3.2.2 <i>ANÁLISE ESPACIAL DOS DADOS</i>	36
3.2.2.1 O Variograma.....	36
3.2.2.1.1 Propriedades do Variograma	38
3.2.2.1.2 Anisotropia	39
3.2.2.1.3 Comportamento próximo à origem.....	39
3.2.2.1.4 Variogramas experimentais e Modelos Teóricos de Variograma	40
3.3 FERRAMENTAS DE ESTIMATIVA	42
3.3.1 <i>KRIGAGEM ORDINÁRIA</i>	43
3.3.2 <i>INTERPOLAÇÃO TEOR*ESPESSURA</i>	45
3.3.3 <i>VALIDAÇÃO CRUZADA</i>	46
3.4 CÁLCULO DE INCERTEZAS.....	47
CAPÍTULO 4 - MATERIAIS E MÉTODOS	52
4.1 FUROS DE SONDAGEM	52
4.2 BANCO DE DADOS	54
4.3 PROCEDIMENTOS E MÉTODOS DE ESTIMATIVA	56
CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO	60
5.1 ADEQUAÇÃO DO BANCO DE DADOS	60
5.2 SUPORTE AMOSTRAL.....	63
5.3 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS	68

5.4	ANÁLISE GEOESTATÍSTICA	70
5.5	ESTIMATIVA DE VALORES.....	74
5.6	TEORES MÉDIOS E INCERTEZAS	76
5.7	MODELO TRIDIMENSIONAL DE BLOCOS	80
5.8	AVALIAÇÃO DE RECURSOS MINERAIS.....	85

CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 88

BIBLIOGRAFIA..... 90

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Na região de Mirassol D'Oeste, município localizado ao sul do Estado do Mato Grosso, ocorrem depósitos minerais de fosfato vinculados às fácies ritmíticas da Formação Serra do Caeté, as quais foram recentemente individualizadas por Silva (2010). Esta unidade é exposta nas *cuestas* de feições morfológicas planas com suaves inclinações no terreno que se destacam nos interiores dos municípios de Porto Espiridião, Glória D'Oeste e Mirassol D'Oeste.

Por se tratarem de mineralizações relacionadas a depósitos sedimentares, considerou-se a princípio como um depósito mineral do tipo estratiforme, com formas tabulares bem definidas e espessura com pouca variação.

No entanto, ao analisar os furos de sonda realizados pela BEMISA - Brasil Exploração Mineral S.A, detentora dos direitos de pesquisa da região e dos dados aqui trabalhados, notou-se que mesmo o depósito estando relacionado a deposições sedimentares, este possui uma forma de “cunha” em seção vertical, com espessuras bastante variáveis em diferentes localizações, e depositadas de forma sinuosa ao longo do eixo de maior extensão do depósito.

Não se sabe ao certo se o espessamento é devido às paleosuperfícies irregulares durante a deposição dos sedimentos ricos em fosfato, podendo inclusive se tratar do preenchimento de um canal fluvial, ou se a região foi afetada por eventos tectônicos. Os dados estruturais provenientes dos furos de sonda e do mapeamento geológico de superfície não evidenciam esta última hipótese.

O fato de o depósito mineral possuir grandes variações de espessura, desde muito finas até pacotes decamétricos, corroborados ainda pelo fato de a dimensão vertical ser relativamente muito menor que as duas direções no plano horizontal, podem trazer algumas complicações durante os procedimentos de estimativa de recursos minerais, como por exemplo, a necessidade do uso de sub-blocos. Por tal motivo, diversos autores sugerem a utilização de variáveis de serviço para a avaliação dessas mineralizações, como é o caso da variável Acumulação, a qual projeta em um ponto no plano horizontal o produto do teor médio de um furo pela sua espessura mineralizada, e da variável Espessura Mineralizada. Os teores médios dos blocos estimados são obtidos pela razão destas duas variáveis (David, 1977, p. 89; Journel e Hujbregts 1978, p. 424; Chilès & Delfiner, 2012, p. 202; Rossi & Deutsch, 2014, p. 146).

Essas variáveis são comumente utilizadas para a avaliação de depósitos minerais estreitos ou mineralizações ligadas a injeções de veios que interceptam leitos irregulares ou mais de um veio, como é o exemplo de depósitos de ouro, horizontes de platina, depósitos ultramáficos (cromita) e alguns casos de níquel laterítico (Rossi & Deutsch, 2014, p. 88-89). Por tais condições, a geometria do corpo estudado na região de Mirassol D'Oeste é viável para a aplicação desta metodologia de avaliação, uma vez que o depósito apresenta extensas dimensões nos eixos do plano horizontal (x e y) e pequena extensão no eixo do plano vertical (z).

Nesta metodologia de avaliação, a obtenção do teor médio de um bloco é dada através de uma função que envolve a razão da variável Acumulação pela variável Espessura Mineralizada. Porém, segundo Dowd e Milton (1987, p. 42-43) estes valores resultam somente em uma aproximação, pois não levam em consideração que as variáveis utilizadas pela função podem possuir incertezas associadas tanto durante suas estimativas, como também incertezas provenientes durante sua obtenção. Por tais motivos, faz-se importante compreender a incerteza associada ao resultado do teor médio fruto desta razão.

Estes mesmos autores destacam ainda que para o cálculo do teor médio dos blocos estimados devem-se respeitar condições restritivas bastante importantes, como: as espessuras estimadas serem suficientemente precisas e que as variáveis em questão, Acumulação e Espessura, sejam estimadas através de uma mesma configuração de dados.

A mensuração da incerteza local dos teores médios estimados é obtida através do cálculo da variância local, porém, como nesse caso o teor médio é obtido a partir de uma razão, composta por duas variáveis aleatórias, com incertezas associadas, este cálculo não é tão simples. Journel e Huijbregts (1978) desenvolvem equações para este cálculo, porém de abrangência global no domínio amostral. Já Yamamoto *et al.* (2017), aplicando o operador da Esperança Matemática nas equações de média e variância e expandindo-as até a segunda ordem pela Série de Taylor, desenvolveram equações capazes de mensurar o teor médio do bloco e a incerteza local associada para funções que envolvem a razão de duas variáveis, como é o caso da metodologia de avaliação proposta para este depósito de fosfato estudado.

Aproveita-se então a cessão dos dados pela BEMISA, de um de seus projetos de pesquisa, para a aplicação e comprovação desta nova ferramenta para cálculo de teores médios e incertezas para depósitos estratiformes através de funções com duas variáveis.

1.1 Objetivos

Como já explicitado no título desta Dissertação, o presente trabalho objetiva obter os teores médios e incertezas associadas aos diversos blocos de cubagem estimados, assim como do depósito inteiro, de uma área de pesquisa mineral para fosfato através da utilização de ferramentas geoestatísticas.

No entanto, a metodologia de estimativa de recursos minerais aqui apresentada, utilizando a variável Acumulação, possui algumas particularidades como, por exemplo, a necessidade de se trabalhar com um depósito estratiforme ou mineralizações vinculadas a veios.

Assim, o desenvolvimento deste trabalho tem como principal meta a utilização das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada para a determinação dos teores médios e incertezas associadas ao depósito estratiforme e, para isso, será utilizada a metodologia proposta por Yamamoto *et al.* (2017), para a determinação destes valores usando funções de duas variáveis, expandidas até a segunda ordem da série de Taylor para um determinado ponto θ , o qual melhor aproxima os valores médios das duas variáveis estudadas.

Ressalta-se que tal procedimento faz com que os teores dos furos sejam acumulados e representados por pontos em um plano de duas dimensões horizontais, que, ao final do processamento, será desacumulado gerando um modelo tridimensional do depósito.

1.2 Justificativas

Todo procedimento de estimativa, independentemente do método de interpolação, gera algum tipo de incerteza e/ou erro. Ambos podem ter origem em várias naturezas, como o espaçamento entre os dados coletados, a variabilidade da geologia, a má parametrização dos fatores fundamentais para as estimativas, entre outros.

No entanto, os erros só poderão ser conhecidos, se no futuro, os locais onde dados foram estimados tiverem dados coletados e comparados. Já as análises estatísticas e geoestatísticas podem gerar modelos de incerteza que auxiliarão a prever e classificar os riscos associados às estimativas. Vale salientar que grandes incertezas nem sempre geram grandes riscos e que, por outro lado, pequenas incertezas podem gerar grandes riscos.

O desenvolvimento deste trabalho utilizando as equações demonstradas por Yamamoto *et al.* (2017) é justificado nas afirmativas feitas por Dowd e Milton (1987) e Journel e Huijbregts (1978). Os primeiros afirmam que o resultado proveniente da razão das variáveis

Acumulação e Espessura Mineralizada é na verdade uma aproximação, pois há incerteza associada às variáveis e que a simples razão não a contempla. E, segundo Journel & Huijbregts (1978) por terem desenvolvido equações capazes de se calcular a incerteza global do domínio e não a incerteza local de cada bloco estimado através da razão de duas variáveis, por tal motivo os mesmos afirmam que esta equação não deve ser usada para o cálculo de incerteza dos blocos estimados, somente para variância global. Rossi & Deutsch (2014, p. 146) também destacam que em cálculos de incerteza em funções envolvendo a razão de duas variáveis o cálculo há certa complicação, não sendo um procedimento tão simples.

Perante as lacunas matemáticas observadas por estes autores, testa-se aqui, de forma pioneira em um banco de dados real, as equações desenvolvidas por Yamamoto *et al.* (2017).

Entendendo que os teores de fosfato estudados estão inseridos em unidades sedimentares não deformadas, compreende-se que a mineralização respeita a condição de pertencer a um depósito estratiforme. Porém, sua geometria não se apresenta rigorosamente tabular. Ao interpretar as seções geológicas resultantes das campanhas de sondagem foi possível perceber que a zona mineralizada de fosfato possui uma forma de “cunha” no interior da unidade ritmítica, a qual apresenta geometria brevemente tabular na parte norte, espessando-se ao sul do depósito.

Além da geometria em forma de cunha, destaca-se um suave mergulho das camadas para sul em aproximadamente 15°. Estas duas características podem resultar em problemas durante os procedimentos de estimativa de recursos minerais do depósito, uma vez que, se mal parametrizado, os pontos estimados podem ser calculados correlacionando amostras de diferentes níveis de deposição, sendo assim, estimando pontos a partir de amostras de idades diferentes. Ao utilizar o método da Acumulação, tal problema deixa de ser levado em consideração, pois acumulando os teores de P_2O_5 encontrados nos furos por sua espessura mineralizada através de uma simples multiplicação destes valores, o suporte amostral se resume a um ponto projetado em plano de duas dimensões horizontais.

CAPÍTULO 2

CONTEXTO GEOLÓGICO

A Formação Serra do Caeté, segundo Silva, 2010, p. 55, é compreendida por unidades sedimentares que estão inseridas no domínio tectônico da Faixa Paraguai, mais especificamente na zona de transição das regiões denominadas de Plataforma Cratônica e Zona Externa (Alvarenga & Trompete, 1993, p. 18), as quais são formadas por coberturas sedimentares de estruturas horizontais localizadas na borda SE do Cráton Amazônico e possuem nula ou baixa deformação, respectivamente, provenientes dos eventos orogênicos brasileiros durante o final do Período Neoproterozóico, que afetaram de forma moderada a Zona Externa e, fortemente, a Zona Interna da Faixa Paraguai, colocadas lateralmente a leste-sudeste do cráton.

A Faixa Paraguai, juntamente com as faixas Brasília e Araguaia, são resultados dos movimentos colisionais dos crátons Amazônico, São Francisco e Paranapanema e constituem a Província Estrutural Tocantins (Almeida *et al.*, 1977, p. 377).

2.1 Compartimentação Tectônica

O último evento colisional o qual contemplou a formação do Supercontinente Rodínia aconteceu no final do Mesoproterozóico (~ 1 Ga), segundo Brito Neves & Cordani, (1991, p. 29). Tal evento proporcionou o fechamento do oceano greenvilliano pela colisão do sul da Amazônia com a Laurentia. O surgimento do Supercontinente Rodínia marca então o início da Era Neoproterozóica, a qual engloba os principais eventos deposicionais e deformacionais ocorridos na área de estudo deste trabalho.

Li *et al.* (2008, p. 190), estima que o início da ruptura do Supercontinente Rodínia teve início por volta de 750 Ma, durante o período Criogeniano (850 – 635 Ma), porém o assunto ainda é muito controverso, principalmente ao que se refere à sua configuração naquele momento. Neste trabalho as rochas fontes dos dados que serão trabalhados também foram depositadas durante o Neoproterozóico, porém em seu último estágio, no Período Ediacarano (635 a 542 Ma).

O Ediacarano é um período de grande destaque na história geológica, pois registra o surgimento de animais com carapaças minerais em mares supersaturados em CaCO_3 , abundante precipitação de aragonita inorgânica, múltiplas glaciações pela Terra, deposição das últimas reservas expressivas de minério de ferro, o declínio dos estromatólitos e a explosão da

vida do Cambriano (Silva, 2010, p. 12). Ainda no Neoproterozóico evidenciam-se diversos registros litológicos com estruturas e texturas sedimentares que caracterizam eventos glaciogênicos em quase todas as partes do Supercontinente Rodínia, inclusive em regiões localizadas próximo à Linha do Equador, o que caracterizaria uma glaciação global, dando origem a Teoria do *Snowball Earth*.

Nos limites do Estado do Mato Grosso são identificadas três grandes províncias geotectônicas: 1) as Bacias Sedimentares do Fanerozóico, com idades inferiores a 540 Ma; 2) a Província Tocantins contemplada no Ciclo Orogênico Brasileiro com idade entre 960 a 540 Ma; e 3) o Cráton Amazônico, estabilizado antes do Ciclo Brasileiro (Lacerda Filho *et al.*, 2004, p. 32). Destaca-se que a Província Tocantins é proveniente da convergência e da colisão dos crátons Amazônico, à oeste; São Francisco, à leste; e Paranapanema, à sudoeste, e é constituída por um sistema de orógenos brasileiros os quais formaram cinturões de dobramentos e empurrões denominados de Faixa Brasília, Paraguai e Araguaia (Almeida *et al.*, 1977, p. 377).

Tal província possui como embasamento rochas datadas no arqueano e paleoproterozóico, posteriormente retrabalhadas durante o Ciclo Brasileiro (Bizzi *et al.*, 2003, p. 281).

Fuck (1994, p. 184-186) compartimentou a Província Tocantins nas seguintes unidades: Zona Cratônica, Maciço de Goiás, Arco Magmático do Oeste de Goiás, Faixa Brasília e Faixa Paraguai-Araguaia. O Maciço de Goiás foi individualizado como um microcontinente envolvido nos processos colisionais brasileiros, destacando ainda uma faixa de acreção crustal Neoproterozóica, denominada de Arco Magmático de Goiás. Novas divisões da Província Tocantins foram propostas por diversos autores, como Lacerda Filho *et al.* (1999, p. 24) os quais individualizaram o Terreno Granito-Greenstone e Rifte Intracontinental, que se amalgamaram durante o brasileiro, porém possuem idades distintas. Pimentel *et al.* (2000, p. 195) reconheceram domínios pré-cambrianos na parte central da Província Tocantins, e destacaram o Terreno Arqueano Crixás-Goiás, Embasamento Siálico Paleoproterozóico, Complexo Máfico-Ultramáfico Acamadados Paleo-mesoproterozóicos e sequências metavulcanossedimentares e Arco Magmático de Goiás, datado no neoproterozóico. A Figura 1 compila os principais domínios tectônicos e principais estruturas da Província Tocantins.

Figura 1 - Domínios tectônicos e principais estruturas da Província Tocantins (Bizzi *et al.*, 2003, p. 283) com destaque para a região de estudo, retângulo vermelho.

Dentre os domínios tectônicos que compõem a Província Tocantins, a Faixa Paraguai é a que merece destaque por ser a hospedeira das rochas estudadas no presente trabalho.

A Faixa Paraguai constitui um cinturão móvel localizado na porção ocidental da Província Tocantins formado durante a terceira fase do Ciclo Brasileiro (Almeida *et al.*, 1977, p.

378), e é constituída por rochas sedimentares depositadas na borda sul do Cráton Amazônico com deformações que variam de muito baixa a alta ocorridas entre 550 a 500 Ma, possuindo ainda magmatismos graníticos pós-orogênico associados e intrusões alcalinas.

Especialmente a Faixa Paraguai distribui-se ao longo de 1500 km aproximadamente, possuindo a forma de um arco com concavidade para leste-sudeste e pode ser dividido em dois seguimentos: o seguimento Norte com orientação NE-SW e o seguimento Sul com orientação Norte-Sul (Figura 1). O domínio ainda apresenta uma largura média de 300 km (soman-do Zona Interna, Zona Externa e Plataforma Cratônica).

Alvarenga *et al.* (2000, p. 187), contemplam que as unidades sedimentares da Faixa Paraguai foram depositadas entre 600-540 Ma e propõem uma nova nomenclatura para os compartimentos da Faixa Paraguai, modificando aqueles muito usados até então por diversos autores (Almeida *et al.*, 1977, p. 378; Alvarenga e Trompete, 1993, p. 18; Boggiani, 1990, p. 04). Assim, estes autores caracterizam os compartimentos da seguinte forma, de oeste para leste: a) Zona Cratônica com estratos sub-horizontais; b) Zona Pericratônica, com dobras holomórficas de grande amplitude e extensão, e c) Zona Bacinal profunda, metamórfica, com dobras e empurrões com vergência para oeste. No entanto a antiga identificação dos compartimentos continua sendo muito usada.

A Zona Interna ou Bacinal é constituída pelas associações pré-orogênicas de fase rifte que compõem a Sequência Metavulcanossedimentar Nova Xavantina e pelas associações de margem passiva que compõem as rochas sedimentares deformadas do Grupo Cuiabá.

O Grupo Cuiabá é formado por rochas pelíticas (filitos e metassiltitos) depositadas em um sistema de plataforma profunda. Estas unidades apresentam dobramentos e metamorfismo na fácies xisto verde (Bizzi *et al.* 2003, p. 291). O sistema de dobras e empurrões na Zona interna indicam vergência em direção ao Cráton Amazônico, chamado de Sistema Província Serrana.

Na Zona Externa ou Pericratônica, este sistema de dobramentos é caracterizado por dobramentos abertos com planos axiais verticalizados, evidenciando uma baixa deformação nesta compartimentação da Faixa Paraguai. A Zona Externa é constituída por sedimentos re-manescentes da borda de margem passiva, onde se apresenta uma unidade mais antiga de origem glácio-marinha e sedimentos turbidíticos (Grupo Jacadigo e Formação Puga), e uma unidade carbonática depositada durante a transgressão plataformal (Grupo Corumbá e Formação Araras).

Coberturas neoproterozóicas do Grupo Alto Paraguai se sobrepõem às unidades sedimentares da Zona Externa, caracterizando unidades de sedimentação continental de antepaís (Formação Raizama e Diamantino) no domínio Plataforma Cratônica, estas apresentam baixas ou nulas deformações, contemplando os estágios finais do fechamento do Ciclo Orogênico Brasileiro (Bizzi *et al.*, 2003, p. 292).

As unidades sedimentares aflorantes na Serra do Caeté não haviam sido individualizadas até a proposta apresentada por Silva, 2010. Barros *et al.* (1982, p. 90), correlacionou estas unidades sedimentares observadas na Serra do Caeté com a Formação Bauxi. Os próximos itens tratarão de contextualizar a Formação Serra do Caeté tanto no âmbito regional quanto peculiaridades geológicas locais.

2.2 Geologia Regional

A unidade geológica fonte dos dados que serão trabalhados nesta Dissertação de Mestrado foi recentemente individualizada por Silva (2010), a Formação Serra do Caeté aflora na região sudoeste do Estado do Mato Grosso em camadas sedimentares sub-horizontais ausentes de dobramentos. A região de afloramento desta unidade engloba os municípios de Porto Espiridião, Glória D'Oeste e Mirassol D'Oeste.

Nas localidades aflorantes a morfologia forma um relevo planificado com baixo mergulho, porém com uma quebra abrupta no relevo ao fim de suas exposições, formando *cuestas* no relevo com face para N-NW. Regionalmente, a Formação Serra do Caeté se depositou sobre terrenos cristalinos do embasamento, de idade Paleoproterozóica, o Complexo Alto Guaporé, que correspondem à porção sudeste do Cráton Amazônico. Sobrepõem à Formação Serra do Caeté as unidades sedimentares neoproterozóicas da Formação Puga, de origem glacial, do Grupo Araras, de origem química, e esta, por sua vez, é sobreposta pela Formação Raizama, também neoproterozóica. Por fim, unidades sedimentares recentes como a Formação Pantanal e depósitos aluvionares completam o cenário geológico regional da região estudada.

Todos os complexos, grupos e formações litológicas serão descritos a seguir para uma melhor compreensão da geologia da região sudoeste do Estado do Mato Grosso, porém, vale ressaltar que os dados que serão utilizados no desenvolvimento da pesquisa aqui proposta foram obtidos nos corpos sedimentares da Formação Serra do Caeté próximos à Fazenda Baía

da Capivara, conforme Figura 2, restringindo a pesquisa somente às mineralizações de fosfato desta localidade (área indicada).

Figura 2 - Mapa Geológico Regional da região de Mirassol D'Oeste, Glória D'Oeste e Pontes Lacerda, indicando a localidade fonte dos dados de pesquisa (Abreu Filho *et al.*, 2011, p. 40).

2.2.1 EMBASAMENTO CRISTALINO

2.2.1.1 Complexo Alto Jauru (Pp4aj)

Pioneiramente designadas como *Greenstone Belt* do Alto Jauru, os litotipos que compõem esta unidade litoestratigráfica estão expostos na porção norte das bacias hidrográficas formadas pelo Rio Jauru e Cabaçal, e estão posicionadas em faixas subparalelas com orientação NW-SE (Jauru, Araputanga e Cabaçal). Estas faixas ainda são separadas por corpos de rocha granito-gnáissicas e migmatíticas, podendo ocorrer contatos transicionais ou tectônicos através de falhamentos (Lacerda Filho *et al.*, 2004, p. 60).

Os litotipos presentes neste complexo foram agrupados por Monteiro *et al.* (1986, p. 631) e divididos em três formações, sendo da base para o topo, denominadas de:

- Formação Mata Preta: composta predominantemente de membros básicos como metabasaltos toleíticos, rochas ultramáficas komatiíticas, ocorrendo também lavas e tufos andesíticos, riodacíticos e dacíticos, contemplando ainda componentes metassedimentares representados por *cherts* e xistos pelíticos com granada e magnetita associada;
- Formação Manuel Leme: composto por lavas e tufos dacíticos a riodacíticos em sua base, com sedimentos químicos (*cherts* e *bifs*), metapelitos (clorita-xisto, sericita-xisto) e tufos félsicos nas porções de topo da unidade.
- Formação Rancho Grande: composta por um predomínio de anfibolitos intercalados com quartzitos, xistos grafitosos e gnaisses biotíticos.

Os ortognaisses e migmatitos contidos na região e pertencentes ao terreno granito-greenstone afloram em estruturas do tipo domo, nos flancos e entre as faixas vulcanossedimentares.

A análise geoquímica revela que a Faixa Jauru é caracterizada por basaltos de fundo oceânico, a Faixa Araputanga por basaltos toleíticos com estruturas *pillow* e a Faixa Cabaçal representada por basaltos toleíticos e vulcânicas félsicas calcioalcalinas (Lacerda Filho *et al.*, 2004, p. 61). Datações exprimem idade que variam de 1,72-1,79 Ga para os diversos membros do Complexo Alto Jauru.

2.2.1.2 Complexo Alto Guaporé (Pp4ag)

Constituído de ortognaisses tonalíticos e granodioríticos, gnaisses paraderivados e leucogranitos anatóticos, o Complexo Alto Guaporé estende-se por uma faixa NW-SE desde a região dos municípios de Mirassol D'Oeste e São José dos Quatro Marcos até a borda das unidades geológicas pertencentes à Bacia dos Parecis.

As rochas desta unidade encontram-se totalmente gnaissificadas por mais de um evento deformacional. Processos de fusão parcial e migmatização são bastante comuns, além da foliação milonítica resultante de eventos de cavalgamento. A direção média da foliação segue a orientação região de N40W, mesmo com as diversas fases deformacionais.

A presença de sillimanita e cianita cristalizadas paralelamente à foliação evidencia metamorfismo de fácies anfibolito, tal dado é corroborado pela presença de minerais máficos alinhados com a foliação milonítica em hornblenda-biotita gnaisses e biotita gnaisses granodioríticos.

Dados geocronológicos apontam idades de 1,74 Ga para as rochas do Complexo Alto Guaporé (Lacerda Filho *et al.*, 2004, p. 61).

2.2.2 FAIXA PARAGUAI

2.2.2.1 Formação Serra Do Caeté (Npst)

A Formação Serra do Caeté teve sua individualização proposta recentemente por Silva (2010) no desenvolvimento de sua Dissertação de Mestrado, quando identificou semelhanças litológicas nas ocorrências estudadas na Serra do Caeté e afloramentos nos morros dentro das fazendas Baía Grande e Baía da Capivara, além de diferenças em relação às formações as quais a bibliografia as caracterizavam.

Ao trabalhar nos domínios da Serra do Caeté, Barros *et al.*, (1982, p. 93), mapearam arenitos finos com estratificação fina que formavam espessos pacotes de sedimento. A composição destes arenitos foi registrada como essencialmente quartzosa, porém intensamente ferrificado com coloração marrom-avermelhado e bastante endurecido, contando ainda com intercalações de delgados leitos de siltitos e argilitos. Os mesmo autores também identificaram a mesma sucessão sedimentar dentro dos limites das propriedades Fazenda Baía Grande e Baía da Capivara, local de estudo deste trabalho. Neste local o pacote sedimentar revelava uma morfologia planificada de aproximadamente 5 km de extensão, por 2 km de largura com *cuestas* com topo na altitude de 270 metros. Barros *et al.*, (1982) contemplou essas unidades como pertencentes à Formação Bauxi, unidade esta que foi definida por Vieira¹ (1965 *apud* Figueiredo *et al*, 1974 p. 76) na porção norte da Serra das Araras, próximo ao povoado de Bauxi, o qual nomeou a formação. A Formação Bauxi é constituída por uma sequência de quartzitos brancos, com variações violáceas, cinzas e rosas, de granulação média a muito fina, com grãos altamente arredondados e esféricos, possuindo contribuição arcoseana.

Silva (2010, p. 49) sugere correlacionar as unidades sedimentares da Formação Serra do Caeté aos sedimentos da Formação Santa Cruz, pertencente ao Grupo Jacadigo, o qual

¹ VIEIRA, A. J. 1965. Geologia do Centro-Oeste de Mato Grosso. PETROBRÁS-DEBSP. *Relatório Interno*. 379:1-79.

ocorre no noroeste do Estado do Mato Grosso do Sul, que, além de possuir um posicionamento tectônico e estratigráfico bastante similar, apresentam ritmitos ricos em ferro como já observados nas unidades do Grupo Jacadigo, desvinculando assim estas ocorrências da Formação Bauxi.

Silva (2010, p. 37) apresenta perfis levantados na região de escarpas que afloram os sedimentos da Formação Serra do Caeté e são bastante representativos da área de estudo. Nestes o autor demonstra um contato discordante e erosivo das unidades sedimentares com rochas do embasamento cristalino pertencentes ao Complexo Alto Guaporé, sendo recobertas por rochas diamictíticas da Formação Puga e carbonatos do Grupo Araras (Figura 3).

Figura 3 - Relação estratigráfica proposta entre as formações Bauxi e Serra do Caeté (Silva, 2010, p. 26).

A estratigrafia na Formação Serra do Caeté inicia-se com um conglomerado na base de aproximadamente 30 metros de espessura, constituído de uma matriz arenosa fina a grossa, de coloração que varia de avermelhada, amarelada e esverdeada com clastos que variam de tamanho e forma, desde seixos a calhaus subarredondados a arredondados, de composição variada. Os conglomerados são capeados por um pacote de aproximadamente 20 metros de arenito fino a grosso, que por vezes, contém níveis com seixos. Recobrem os arenitos uma

espessa camada ritmítica formada por argilitos, siltitos, arenitos finos a grossos podendo conter alguns seixos e níveis microconglomeráticos.

Estruturalmente a formação apresenta camadas sub-horizontais mergulhando de 3 a 20 graus para SE, formando fortes quebras no relevo a NW.

Algumas porções da Formação Serra do Caeté apresentam forte ferrificação, com camadas de hematita e goetita/limonita, sendo classificada como *ironstones*, e em algumas ocasiões, contendo cerca de 60 a 70% de hidróxido/óxido de ferro na composição da rocha. (Abreu Filho *et al.*, 2011, p. 39). Durante sua pesquisa Silva (2010) descobriu que, além do potencial para ferro, há ocorrências de mineralizações fosfatadas nos ritmitos da Formação Serra do Caeté, aumentando ainda mais o interesse pelo estudo destas rochas para fins de aproveitamento mineral, mais detalhes da unidade serão apresentados no capítulo adiante.

Cronologicamente caracterizam-se os eventos deposicionais da Formação Serra do Caeté como glaciais do início do Neoproterozóico, antes daqueles que originaram a Formação Puga, pois vale ressaltar que a presença de clastos pingados e feições glaciogênicas na formação sugerem a ocorrência deste evento glacial anterior ao que condicionou a gênese dos diamictitos sobrepostos ao Grupo Araras. Estima-se que este evento tenha idade entre 670-630 Ma, correspondendo ao evento que formou a Formação Bauxi, porém, sabendo que os eventos formadores de formações ferríferas são restritos a alguns intervalos da história do planeta, Silva (2010, p. 49), correlaciona as unidades sedimentares da Formação Serra do Caeté à Formação Santa Cruz do Grupo Jacadigo.

2.2.2.2 Formação Puga (Nppu)

A Formação Puga é bastante reconhecida dentro da Faixa Paraguai, tendo seus primeiros registros no ano de 1959 já sendo caracterizado como depósitos glaciais, porém descritos como tilitos, por Maciel (1959, p. 33.) no Morro do Puga, localizado à margem direita do Rio Paraguai dentro dos limites do município de Corumbá/MT. Assim como a Faixa Paraguai, a Formação Puga apresenta uma grande extensão, partindo do sul do Estado do Mato Grosso do Sul até a região sudoeste do Estado do Mato Grosso, onde a Faixa Paraguai sofre uma inflexão em sua direção N-S para NE-SW.

Maciel (1959) considerou diversos litotipos constituintes da Formação Puga em sua primeira identificação. Almeida (1965, p. 37) ao estudar a mesma região considerou como

Formação Puga somente a unidade conglomerática, reposicionando as demais litologias em outras formações.

O litotipo predominante da Formação Puga são os diamictitos que podem apresentar intercalações areníticas, arenito-feldspáticas, siltíticas e argilíticas. Contêm ainda blocos e seixos pingados de quartzitos, calcários, gnaisses, anfibolitos, granitos, riódacitos e outros que se dispõem caoticamente em uma matriz areno-pelítica de coloração cinza esverdeada, com variações arroxeadas. Quando submetidas às intempéries adotam colorações avermelhadas.

Piacentini (2006, p. 10) registra na região dos municípios de Bodoquena e Bonito/MS a ocorrência de mineralizações ferríferas na Formação Puga dentro da Fazenda São Manoel, onde as primeiras ocorrências foram registradas. Rampazzo (2007, p. 48) trabalhando somente dentro dos limites da Fazenda São Manoel indicou e inferiu recursos minerais potenciais para centenas de milhões de toneladas de minério de ferro de baixo teor (~30%), com possibilidade de enorme expansão, uma vez que os corpos mineralizados mapeados atingiram extensões próximas de 10 km.

Diversas ocorrências de diamictitos já foram identificados ao longo da Faixa Paraguai, recebendo denominações diversas, como Formação Marzagão, Grupo Jangada ou ainda sendo incluídos no Grupo Cuiabá. Na Província Serrana (Zona Interna da Faixa Paraguai) há inúmeros registros de diamictitos nos vales dos rios Jangada, Machado, Coxipó-Açu, Chiqueiro e na estrada entre Jangada e Barra do Bugres. Estas ocorrências foram contextualizadas como Grupo Jangada por Almeida (1964, p. 36), no entanto, Almeida (1984, p. 273) sugere o abandono da unidade estratigráfica Jangada e a incorporação destes sedimentos na Formação Puga.

Na região de pesquisa a Formação Puga aflora a leste da Serra do Caeté, vindo de Mirassol D'Oeste no sentido NE-SW até a beira do Rio Jauru, e passando pela localidade de Sonho Azul, onde ocorrem as melhores exposições. Assim como descrito acima, afloram rochas de matriz silto-arenosa, com laminação paralela, por vezes intercalada de níveis areníticos finos. Sua cor varia de cinza-esverdeado até preto, passando a cores avermelhadas e arroxeadas em zonas intemperizadas. Seixos e blocos polimíticos de até meio metro são encontrados soltos na matriz (Silva, 2010, p.18).

Atribui-se a última glaciação do Neoproterozóico como evento que depositou os sedimentos da Formação Puga, relacionados à glaciação Varanger, datado entre 670-630 Ma (Alvarenga e Trompette², 1992 *apud* Lacerda Filho *et al.*, 2004, p.100).

2.2.2.3 Grupo Araras (*Np3ar*)

O Grupo Araras corresponde a uma importante unidade de sedimentação química na Faixa Paraguai, nela estão contidos os carbonatos que são explorados em diversas localidades do domínio tectônico.

A denominação de Araras deu-se ainda no século 19, nas primeiras descrições dos carbonatos da região de Araras, hoje Bauxi, na estrada entre Jangada e Barra do Bugres. Diversos autores já estudaram esse grupo e propuseram algumas divisões distintas. Almeida (1964, p. 45) separou o grupo em duas unidades, uma basal formada por um pacote pelítico-carbonático e um pacote dolomítico no topo. Hennies (1966, p. 18-19) definiu como Formação Guia a parte basal, e Formação Nobres a parte de topo proposta por Almeida (1964).

Posteriormente, Figueiredo *et al.* (1974, p. 99-100), retomaram a divisão proposta por Almeida (1964), porém acrescentando uma porção intermediária, chamada de “médio” onde se encaixaram rochas dolomíticas com intercalações de rochas calcíticas. Luz *et al.*, (1978, p. 58) retoma a divisão para somente duas partes, denominando-as de Membro Inferior os termos pelíticos e calcíticos, e de Membro Superior os termos dolomíticos.

Mais recentemente, Nogueira (2003, p. 25) propõe através de diversas seções levantadas por toda extensão da Faixa Paraguaia a divisão do Grupo Araras em quatro formações, sendo da base para o topo: 1 – Formação Mirassol D’Oeste, constituída de dolomitos microcristalinos e microbialitos dolomíticos; 2 – Formação Guia, constituída por calcários calcíticos com intercalações de folhelhos, algumas vezes betuminosos; 3 – Formação Serra do Quilombo, composta por dolomitos, dolarenitos, e brechas; e por fim, 4 – Formação Nobres, contendo dolomitos, arenitos e pelitos, com níveis de sílex.

As unidades do Grupo Araras são ausentes de dados isotópicos, porém estima-se que a gênese destes sedimentos químicos seja datada na ordem de 600 Ma (Lacerda Filho *et al.*, 2004, p. 101).

² ALVARENGA, C. J. S., TROMPETTE, R. 1992. Glacial influenced turbidite sedimentation in the uppermost Proterozoic and Lower Cambrian of the Paraguay Belt (Mato Grosso, Brazil). *Paleogeography, Paleoclimatology, Paleoecology*, **92**:85-105.

2.2.2.4 Formação Raizama (Np3ra)

Denominado de *Rizama Sandstone* em trabalhos pioneiros no século XIX os arenitos feldspáticos localizados na Serra do Tombador/MT foram definidos como Formação Raizama por Almeida (1964, p. 54), o qual posicionou a unidade como base do Grupo Alto Paraguai.

Em geral estão colocados em contatos gradacionais sobrepondo as unidades do Grupo Araras e soto-pondo a Formação Diamantino, também gradacionalmente. Por vezes é recoberta pela Formação Pantanal (Ribeiro Filho *et al.*, 1975, p. 47). Em algumas regiões há contato tectônico com as formações Puga, Bauxi e unidades do Grupo Cuiabá.

Litologicamente, a Formação Raizama é composta por quartzoarenitos brancos de granulometria variando de média a grossa com níveis conglomeráticos, gradando para arenitos feldspáticos médios de coloração branca, rosa e violáceas com estratificações plano-paralelas e cruzadas. É notável ainda marcas de ondas e intercalações de rochas pelíticas, como folhelhos e siltitos (Figueiredo *et al.*, 1974, p. 107). Ainda sugerem uma sequência deposicional gradativa, sendo de caráter nerítica na base e continental no topo com a presença de feldspatos, sendo assim, caracterizando um ambiente deposicional marinho em regressão.

Em termos cronológicos a Formação Raizama é posicionada entre o Cambriano Inferior ou Vendiano Superior (630-570 Ma) compatibilizando com fósseis do início do Vendiano (Alvarenga 1990; Zaine & Fairchild³, 1992 *apud* Lacerda Filho, 2004, p. 102).

2.2.3 DEPÓSITOS RECENTES

2.2.3.1 Formação Pantanal (Qp)

Diversos autores contemplaram a Formação Pantanal em seus estudos e pesquisas propondo diversas características e subdivisões. De forma geral, Almeida (1964, p. 72) caracteriza esta formação sendo composta por sedimentos provenientes de terraços fluviais, leques aluviais de talude e lateritas ferruginosas, constituindo unidades arenosas e silto-argilosas com pouco cascalho.

Esta unidade recobre discordantemente as rochas de diversas unidades do sudeste e sudoeste do Estado do Mato Grosso, incluindo as formações Diamantino, Corumbá e Coim-

³ ZAINE, M. F. & FAIRCHILD, T. R. 1992. Considerações paleoambientais sobre a Formação Araras, Faixa Paraguai, Estado de Mato Grosso. In: SBG, Congresso Brasileiro de Geologia, 37, *Boletim de Resumos expandidos*, 2:474-475.

bra, os grupos Cuiabá e Jacadigo, além de parte do Complexo Rio Apa (Lacerda Filho *et al.*, 2004, p.121).

Próximo ao local fonte dos dados de estudo deste trabalho, a Formação Pantanal ocorre na margem direita do Rio Jauru, à sudeste do município de Porto Esperidião. Onde há seu predomínio o relevo é plano com um solo areno-argiloso de coloração escura, cinza a preta. Destacam-se os inúmeros lagos e lagoas de forma arredondada ou alongada formadas nos terrenos onde predominam os sedimentos da Formação Pantanal (Silva, 2010, p. 24).

2.2.3.2 Aluviões (Qa)

Os Depósitos Aluvionares são constituídos por sedimentos inconsolidados, predominantemente arenosos, que contemplam também todas as frações detríticas como areias, siltes, argilas e cascalhos, e que se depositam nas planícies aluvionares dos grandes rios e seus tributários. São depósitos tipicamente de canal, de barra em pontal e de transbordamento correspondentes aos rios e seus afluentes. Na área de estudo, ocorrem ao longo do rio Jauru, do Ribeirão Caeté e drenagens de menor porte (Silva, 2010, p. 24).

2.3 Geologia Local

A região estudada no presente trabalho é formada pelos morros situados dentro dos limites das fazendas Baía Grande e Baía da Capivara, nestas ocorrem o relevo típico gerado pela Formação Serra da Caeté, que são extensas feições planificadas com vertentes abruptas a N-NW. Estas feições são sustentadas principalmente pelos ritmitos ferruginosos encontrados no topo da formação. Silva (2010) ao estudar as unidades que compõem a Formação Serra do Caeté a subdividiu em três fácies: uma basal composta por conglomerados, uma intermediária constituída de arenitos e uma fácies topo composta por ritmitos. Em seu trabalho preocupou-se em descrever as formações sedimentares baseadas em perfis perpendiculares às quebras abruptas de relevo formadas pela Formação Serra do Caeté, a NW de sua estruturação.

Complementar a este trabalho, Grillaud (2013) focou sua Tese de Mestrado na análise microscópica e geoquímica destas unidades, utilizando inclusive dados das descrições geológicas dos mesmos furos de sondagem realizados pela BEMISA, os quais são fontes dos dados geoquímicos que serão tratados geoestatisticamente neste trabalho, como referência para

as suas análises microscópicas, além de amostras coletadas durante suas atividades de reconhecimento geológico na região.

Silva (2010, p. 38) confere à Formação Serra do Caeté três associações de fácies sedimentar: 1 – conglomerados polimíticos na base; 2 – arenitos com seixos pingados recobridos os conglomerados; e 3 – ritmitos de argilito e arenito fino com teores significativos de Fe_2O_3 e P_2O_5 , com clastos pingados.

2.3.1 FÁCIES CONGLOMERADO

Os níveis conglomeráticos são estimados com uma espessura de aproximadamente 20 metros. Por ser a unidade basal não é uma unidade fácil de encontrar afloramentos, geralmente são vistos sobre forma de lajeados descontínuos nos vales e pequenas drenagens que dissecam a serra. A presença de cobertura coluvionar ao longo das *cuestas* que geram quebras abruptas no relevo também dificulta o afloramento deste litotipo. Na região da Baía Grande e Baía da Capivara não foram registrados afloramentos desta unidade, segundo Silva (2010, p. 38), porém a fácies tem sua presença confirmada na região através dos dados dos furos de sondagem que interceptaram esta litologia.

A unidade é formada por clastos que variam de tamanho, desde grânulos até matacões, possuem formas sub-arredondadas e arredondadas, com esfericidade média a boa e composição litológica totalmente heterogênea, apresentando termos graníticos, gnáissicos, xistos, rochas básicas, quartzitos, calcários e outros (Fotografia 1-B). Possui uma matriz sustentada por grão dispostos caoticamente, proporcionando uma coloração cinza-esverdeada, a qual obtém tons avermelhados em zonas de oxidação. A granulometria da matriz apresenta-se entre areia média a grossa (Fotografia 1-A), podendo ocorrer cimentação calcífera e presença de sulfetos (pirita). Neste pacote não há indícios de mineralização, os teores de fosfato não superam 0,3%. Microscopicamente observou-se que ocorre um predomínio siliciclástico na matriz composto por grãos de quartzo (~60%) em formatos arredondados ou sub-angulares, sendo estes recobertos por uma película de óxido de ferro. Clastos milimétricos dos litotipos que ocorrem em tamanhos centimétricos em amostras macroscópicas também foram observados, como granito, xisto e gnaíse.

Fotografia 1 - Fácies Conglomerado da Formação Serra do Caeté: A) Afloramento de conglomerado evidenciando a matriz que suporta os clastos; B) Clasto facetado. (Silva, 2010, p. 40).

2.3.2 FÁCIES ARENITO COM CLASTOS PINGADOS

As melhores exposições desta unidade ocorrem nas *cuestas* da Serra do Caeté e morros das fazendas Baía Grande e da Capivara, formam pacotes de arenitos maciços podendo apresentar laminações, estima-se uma espessura de aproximadamente 30 metros nesta fácies. Os afloramentos em geral são descontínuos com até 1,5 metros de exposição (Silva, 2010, p. 40).

Em geral os arenitos apresentam estrutura maciça com eventuais exposições acamadas e laminação plano-paralela, gerando estratos gradacionais de espessura centimétrica (Fotografia 2). Possui uma coloração bege-amarelada, granulometria que varia de fina a média, com contribuição de minerais micáceos. Ocorre ainda pequenos clastos (~10 cm) de rochas quartzíticas, graníticas e gnáissicas. Nesta unidade ocorre uma elevação nos teores de P_2O_5 , atingindo valores inferiores a 0,75%, longe de qualquer interesse econômico.

A análise petrográfica demonstra que os grãos de quartzo estão orientados e que ocorre, subordinadamente, grãos anédricos de feldspato em uma matriz de argilominerais (<10%) e cimentação sericítica e/ou silicosa. Os grãos de quartzo representam mais de 90% da rocha e apresentam grãos arredondados. Características como marcas onduladas sugerem a atuação de ondas e correntes de turbidez no processo de formação das rochas. O fato de ocorrer cimentação sericítica na matriz dos arenitos remete a possíveis eventos anquimetamórficos nos pacotes sedimentares (Grillaud, 2013, p. 33).

Fotografia 2 - Fácies Arenito da Formação Serra do Caeté: A) Estrutura acamadadas no arenito; B) detalhe de A com gradação normal. (Silva, 2010, p. 41).

2.3.3 FÁCIES RITMITO DE ARENITO E ARGILITO FERRÍFERO E FOSFÁTICO

Recobrimdo a fácies arenítica ocorre uma espessa camada ritmítica estimada em 50 metros de estratos. Esta unidade, por conter passagens enriquecidas em ferro, é responsável pela sustentação morfológica típica desta ocorrência, formando *cuestas* de alta inclinação na direção N-NW, contra o mergulho das camadas a S-SE, e facilitando assim o afloramento das rochas na topografia. Destacam-se as exposições desta fácies ocorridas no Morro do Caeté e na unidade morfológica fonte dos dados aqui trabalhados, localizados nas fazendas Baía Grande e Baía da Capivara (Silva, 2010, p. 42).

Nas regiões de topo, no início das vertentes escarpadas, ocorrem afloramentos escalonados de ritmitos que formam paredões de até 10 metros de altura com geometrias tabulares estimadas (Fotografia 3-A), pois os afloramentos nem sempre possuem continuidade lateral. Na superfície desta unidade encontra-se um solo argiloso bastante desenvolvido de coloração vermelha, muitas vezes concrecionados formando crostas lateríticas ferruginosas por grandes extensões.

Dentre as três fácies sedimentares que compõem a Formação Serra do Caeté, a fácies ritmítica é sem dúvida a que desperta maior interesse econômico, pois nela há tanto um enriquecimento ferrífero como fosfático, abrindo duas possibilidades de utilidade como fonte de bens minerais. Os ritmitos são constituídos por leitos de arenitos finos a médios, níveis de arenito grosso, arenitos conglomeráticos, siltitos, argilitos, diamictitos e raramente turbiditos. Localmente podem ocorrer camadas mais espessas de arenito, chegando a meio metro de espessura, mas em geral a intercalação entre os leitos sedimentares são centimétricos (Fotografia 3-B). Assim como nos membros inferiores, é observada a presença de clastos pingados nos

ritmitos, evidenciando uma contribuição glacial durante a deposição dos mesmos. A matriz do ritmito, em afloramentos expostos às intempéries, apresenta cimentação por óxido de ferro (hematita/goethita), conferindo à rocha tonalidades avermelhadas, porém nos furos de sondagem é possível observar que a oxidação ocorre até uma determinada profundidade (zona de oxidação), e posteriormente os ritmitos retomam tonalidades cinzas-esverdeadas.

Fotografia 3 - Fácies ritmito ferrífero e fosfatado: A – Afloramento escarpado de ritmito no alto da Serra do Caeté; B – Detalhe do ritmito de arenito e argilito ferruginoso; C – Estrutura de escavação e preenchimento. (Silva, 2010, p.42).

Estruturalmente os ritmitos apresentam camadas com gradação normal, marcas onduladas com clastos caídos, laminação plano-paralela e cruzada com baixo ângulo de truncamento e algumas dobras convolutas. Estruturas rúpteis como falhas normais e fraturas podem ser observadas em escala centimétrica, assim como pequenos dobramentos (Silva, 2010, p. 43).

Em análise petrográfica Grillaud (2013, p. 31) descreve os ritmitos de arenitos e argilitos sendo compostos por grãos de quartzo monocristalinos com formatos angulosos, predominantemente, a subarredondados. K-feldspatos são representados por grãos arredondados e os argilominerais, os quais compreendem mais de 10% da carga sedimentar, ocorrem como forma de matriz para os grãos de quartzo, ou como lâminas individualizadas na rocha. Minerais acessórios ocorrem na forma de feldspatos, sericita e biotita e opacos, podendo alcançar até 3% da composição da rocha. Apatita não foi identificada nestas análises.

Grillaud (2013, p. 33) descreve que a ocorrência de ferro nos ritmitos poderia ser ocasionada por processos secundários, diagenéticos, pelo fato destes estarem presentes na forma de cimento entre os grãos silicosos, sugerindo então dois processos para a gênese dos ritmitos: primeiro a deposição do arcabouço, e, posteriormente, os processos diagenéticos.

Silva (2010, p. 44) relata em seu trabalho que os ritmitos ferríferos possuem teores de Fe_2O_3 que variam de 14,8% a 62,4%, atingindo pico de 73,1%. Já em termos de P_2O_5 , os ritmitos chegaram a valores de 5,4%. Silva (2010) observa que o enriquecimento em fosfato se dá preferencialmente nos leitos de siltitos e argilitos, chegando até índices de 13,7%, estes minerais fosfatados ocorrem na forma de colofana, que são microcristais de apatita, associada à argilominerais. Estes minerais são finos, euédricos, prismáticos e aciculares, crescem preferencialmente entre as lâminas de argilominerais nos ritmitos. Análise por difração de raios-x destacou a presença de dois minerais fosfáticos: fluorapatita e carbonato-hidroxiapatita.

CAPÍTULO 3

REVISÃO GEOESTATÍSTICA

A terminologia “Geoestatística” foi primeiramente usada por G. Matheron⁴ (1962 *apud* Journel & Huijbregts, 1978, p.1), criador da Teoria das Variáveis Regionalizadas, para definir “a aplicação do formalismo de funções aleatórias para o reconhecimento e estimativa de fenômenos naturais”. Já Yamamoto & Landim (2013, p. 19) definem a “Geoestatística” como a caracterização espacial de uma variável de interesse por meio do estudo de sua distribuição e variabilidade espacial, com determinação de incertezas associadas. O fato é que os métodos geoestatísticos nasceram para resolver problemas ligados à Geologia e Mineração (Guerra, 1988, p. 49) e hoje é largamente utilizado para diversos estudos de fenômenos naturais.

A Teoria das Variáveis Regionalizadas tem como objetivo identificar e descrever a correlação espacial (entre duas ou mais amostras) do fenômeno espacial (Guerra, 1988, p. 50) e resolver o problema de estimativa de um ponto não amostrado correlacionando-o com um ou mais pontos amostrados que possuam a mesma variável de estudo.

Desta forma, compreende-se que para a realização de estudos geoestatísticos é fundamental que a variável aleatória estudada, seja teor de bens minerais, propriedades físicas das rochas, características geotécnicas, plumas de poluição em aquíferos, entre outros, possua posição definida no espaço, sejam duas ou três dimensões, designando assim a característica “regionalizada” à variável. Esta definição é puramente descritiva, não envolvendo qualquer interpretação probabilística (Journel & Huijbregts, 1978, p. 27). Variáveis regionalizadas apresentam características qualitativas que as diferem das variáveis aleatórias, que são: localização, suporte, continuidade e anisotropias (Matheron, 1963).

O presente trabalho se refere à análise de dados reais, provenientes de sondagens geológicas de um depósito fosfático de origem sedimentar localizado em Mirassol D’Oeste/MT, para estimativa de recursos minerais e cálculo de incerteza através das diversas ferramentas geoestatísticas. Por se tratar de um depósito sedimentar entende-se que o depósito pode ser caracterizado como estratiforme, sendo assim assume-se que os diversos estratos que formam as unidades líticas devam possuir características e propriedades bastante similares, principalmente ao que se refere à continuidade lateral da sedimentação.

⁴ MATHERON. G. 1962. *Traité de géostatistique appliquée*, tome I. *Mémoires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières*, n. 14, Paris, Editions Technip.

Ao analisar os dados geológicos e os perfis gerados pela malha de sondagem, observou-se que os pacotes sedimentares referentes à unidade mineralizada da Formação Serra do Caeté está levemente inclinada para SE e não possui uma forma estritamente tabular como é esperado para depósitos desta natureza. A unidade de rochas ritmíticas possui uma forma de “cunha”, com afinamento nas pontas e um grande espessamento nas porções sul-sudeste do depósito (Figura 4), tal geometria pode refletir complicações ao estimar os recursos minerais por metodologias geoestatísticas mais usuais.

Figura 4 – Perfil geológico típico da área de estudo, expondo as unidades da Formação Serra do Caeté.

Durante a formação dos depósitos, os minerais são cristalizados e/ou depositados em posições condizentes com o processo geológico ativo, e estes processos são fatores importantes para a determinação da continuidade dos atributos relacionados à constituição das rochas. Contudo, eventos pós-genéticos, como dobramentos e falhas, podem mudar a direção da continuidade de certos atributos das unidades litológicas, Deutsch (2002, p. 88) sugere a transformação de coordenadas para a solução de tais problemas, horizontalizando unidades dobradas ou deformadas (Figura 5). Krige (1981, p. 49) sugere a utilização da variável acumulação em duas dimensões para a solução das irregularidades na geometria do corpo do depósito. Porém, cabe lembrar que os dados a serem analisados são de um depósito aparentemente sem deformações intensas, praticamente nulas. E que o fato de haver um espessamento dos ritmitos é interpretado como a presença de paleocanais e paleosuperfícies irregulares durante a deposição destes sedimentos.

Figura 5 – Horizontalização de camadas dobradas melhorando o posicionamento e a correlação de amostras de mesmo evento genético/deposicional. (Marques *et al.*, 2014, p. 432).

Nos casos de pacotes estratiformes em que ocorrem variações de dimensões, onde uma é muito menor que outra ou que os estratos apresentem dobramentos e inclinações é comum usar o método da acumulação do teor médio pela espessura mineralizada, onde a estimativa dos teores é dada de forma indireta.

Este processamento pode melhorar os resultados da análise da continuidade espacial das informações em depósitos estratiformes deformados, dobrados ou não estritamente tabulares, pois a possibilidade de se correlacionar dados de idades distintas deixa de existir, uma vez que toda a informação de teor e espessura é acumulada em um ponto em um determinado plano horizontal (Marques *et al.*, 2014, p. 432).

Porém, para tal processamento adicionam-se algumas complexidades às etapas de estimativas que serão abordadas e revisadas a seguir, desde a análise estatística dos dados até o cálculo de incerteza dos resultados da estimativa do teor médio como resultado da razão entre acumulação e espessura mineralizada aplicando as equações desenvolvidas por Yamamoto *et al.* (2017).

3.1 Análise Estatística

A utilização de análises e ferramentas estatísticas na avaliação de recursos minerais tem a finalidade de caracterizar e descrever estatisticamente as distribuições dos dados para que se possa ter um melhor entendimento do comportamento das variáveis estudadas na contemplação dos depósitos minerais, além de determinar o teor médio e a distribuição de frequência dos teores (Yamamoto *et al.*, 2001, p. 49).

Registra-se a utilização de “Estatística” aplicada à geologia desde o final do século XIX (Guerra, 1988, p.25), podendo ser separado em três fases:

- De 1890 a 1930, quando uma série chamada de “*Contribution to the Mathematical Theory of Evolution*”, de Karl Pearson, desenvolveu estudos de fósseis, e em 1914 quando se registram as primeiras aplicações sistemáticas em petrologia e geoquímica, por Laevinson-Lessing.
- De 1930 até a 2ª Guerra Mundial, quando ocorreu uma grande expansão na utilização de estatística aplicada à geologia, com o desenvolvimento de aplicações à análise granulométrica de sedimentos, estratigrafia e sedimentologia.

- De 1945 aos dias de hoje, com uma enorme proliferação de publicações nas diversas áreas de aplicação, corroboradas ainda pela facilidade decorrente do uso dos computadores.

No que se diz respeito à utilização da “Estatística” para a estimativa de reservas, é possível se distinguir duas escolas, uma Norte-Americana, e outra Sul-Africana.

A Escola Norte-Americana se apoia na Estatística Clássica de variáveis independentes (Guerra, 1988, p. 25). É utilizada largamente com êxito para diferentes domínios fora do âmbito mineral, porém sua eficiência é dificultada pela complexidade dos fenômenos geológicos (multidimensionalidade, anisotropias, não-estacionaridade, tendências, correlações espaciais).

A Escola Sul-Africana, liderada por Krige, leva em consideração as correlações espaciais entre os dados, a noção de suporte amostral e a influência nas distribuições tanto nas amostras como nos blocos (Guerra, 1988, p. 25).

Neste momento serão abordados e revisados os conceitos da “Estatística Clássica”, uma vez que a Escola Sul-Africana aborda os temas com uma visão voltada para a “Geoestatística”, a ser discutida adiante.

3.1.1 DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

A primeira análise estatística realizada é a distribuição de frequência, a qual pode ser representada graficamente de forma simples ou acumulada. Tal análise caracteriza como as unidades da população amostrada estão distribuídas dentro do intervalo amostrado (Yamamoto *et al.*, 2001, p. 50).

Para a realização da análise pela distribuição de frequência do tipo simples se faz necessário tabular o conjunto de dados obtidos da amostragem em categorias de valores. Essa categorização é conhecida como “classe” e o comprimento dessas classes é denominado de “intervalo de classe”. Esses intervalos respeitam os valores de mínimo e máximo da característica analisada, em termos de reserva mineral, têm-se como exemplos os teores de dado elemento químico, espessura mineralizada, entre outros. A Figura 6 exemplifica a representação gráfica deste tipo de distribuição, na forma de um histograma, onde nos eixos das abscissas encontram-se os intervalos das classes e nos eixos das ordenadas as frequências de cada classe.

Outra forma de se representar a distribuição das frequências dos valores analisados estatisticamente é através da distribuição das frequências acumuladas (Figura 7), o qual difere do modo anterior, pois as frequências são representadas de forma acumulativa, sendo as frequências acumuladas representadas no eixo das ordenadas e os valores da variável de estudo no eixo das abscissas.

Figura 6 – Distribuição de frequências através de um histograma. (Rossi & Deutsch, 2014, p. 13).

Figura 7 – Distribuição de frequências acumuladas. (Rossi & Deutsch, 2014, p. 13).

Ao desenhar uma curva nos pontos extremos das classes do histograma obtém-se a função de distribuição ou função densidade de probabilidade, e, no gráfico de distribuição acumulativa ao unir os pontos do gráfico por retas gera um polígono de frequências acumuladas. Esse conjunto de retas pode ser suavizado para uma curva chamada de função de distribuição acumulada, a qual demonstra a proporção da população que é menor e maior em dado valor de referência. Usualmente, na avaliação de jazidas minerais, este valor de referência se refere ao teor de corte, podendo proporcionar uma interpretação prévia da viabilidade econômica do depósito estudado (Yamamoto *et al.*, 2001, p. 50).

As curvas sobre os gráficos podem representar diversos tipos de funções de distribuição obtidas empiricamente, aqui serão revisto os conceitos para a distribuição normal e lognormal, que são as mais utilizadas nos estudos de depósitos minerais.

- Distribuição Normal ou Gaussiana

A distribuição normal é a mais importante distribuição teórica contínua de probabilidade, pois suas propriedades são bastante conhecidas e inteiramente descritas por seus parâmetros de média e desvio padrão, por tal motivo é largamente utilizada em estatística. Assim

há inúmeros campos de aplicação para esta forma de distribuição de frequências e a forma de sua curva é descrita pela função:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(X-\mu)/\sigma]^2} \quad (3.1)$$

Onde $f(X)$ é a função densidade da probabilidade, X é uma observação, μ a média e σ o desvio padrão. Através da função densidade de probabilidade podem-se delimitar as áreas correspondentes a 68,3%, 95,4% e 99,7% da distribuição amostral adicionando desvios padrão à média, $\mu \pm \sigma$, $\mu \pm 2\sigma$, $\mu \pm 3\sigma$, respectivamente (Figura 8).

Figura 8 – Curva de uma distribuição normal atribuída de desvios padrão (baseado em Lapin, 1990, p. 169).

- Distribuição Lognormal

A maioria dos estudos de avaliação de recursos minerais apresentam distribuições lognormais, principalmente os casos de pesquisa de metais raros, como ouro, prata, platina e paládio e os diversos metais base. Todos estes geralmente apresentam distribuições lognormais com assimetria positiva, onde a amostragem é caracterizada por um maior número de amostras de baixo teor e menores proporções de amostras de alto teor. Exceções a esta regra são conferidas aos depósitos de ferro e calcário (Rossi & Deutsch, 2014, p. 82).

Na distribuição lognormal os logaritmos das observações seguem uma distribuição normal (Koch & Link, 1971, p. 213), distribuindo-se segundo uma curva contínua assimétrica (Guerra, 1988, p. 33) e a função densidade de probabilidade desta distribuição é dada pela seguinte fórmula:

$$f(X) = \frac{1}{X\beta\sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(\log X - \alpha)/\beta]^2} \quad (3.2)$$

Onde α é a média dos logaritmos de X e β é o desvio padrão dos logaritmos de X em relação a α . Os parâmetros α e β^2 definem a forma da curva de distribuição de probabilidade e a assimetria é sempre positiva, sendo que o grau de assimetria é definido por β^2 (variância dos

logaritmos observados), segundo Koch & Link (1971, p. 215). A transformação logarítmica tem como objetivo mudar a forma da distribuição assimétrica para uma normal ou aproximadamente normal. Pode ocorrer que algumas das distribuições de frequência passem a ter assimetrias negativas após a transformação logarítmica, isso pode ser corrigido adicionando um terceiro parâmetro às observações originais através de uma constante C. A três parâmetros, a função densidade de probabilidade da distribuição lognormal é:

$$f(X) = \frac{1}{(X - C)\beta\sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(\log(X+C)-\alpha)/\beta]^2} \quad (3.3)$$

A constante C é estimada da seguinte forma, segundo Landim (1998, p. 51):

$$C = \frac{M^2 - p_1 p_2}{p_1 + p_2 - 2M} \quad (3.4)$$

Onde, M se refere à mediana (teor correspondente à 50% da distribuição), p1 refere-se a um percentil entre 5 a 20% e p2 corresponde a um percentil entre 100-p1.

A Figura 9 descreve a curva de distribuição lognormal com α e C iguais a zero e para três valores de β^2 (2, 0,5 e 0,1).

Figura 9 – Curva de distribuição lognormal com α e C iguais a zero (Yamamoto *et al.*, 2001, p. 53).

3.1.2 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Os objetivos na avaliação de recursos minerais é quase sempre gerar estimativas, para isso a estatística descritiva é utilizada para conhecer, entender e avaliar os dados amostrais, e por diversas razões suas ferramentas são utilizadas, como: 1 – obter um melhor entendimento dos dados e do depósito mineral; 2 – garantir a qualidade dos dados; 3 – condensar a informação; 4 – fazer inferências e previsões (Rossi & Deutsch, 2014, p. 11). Após o conhe-

cimento da distribuição dos dados, as estatísticas descrevem as propriedades da amostra em relação ao valor médio medido e como os demais valores distribuem-se em torno desse valor. De forma sucinta estas propriedades serão descritas a seguir.

- Média:

A média é uma medida de tendência central dos dados, também chamada de esperança matemática, e é calculada pela seguinte equação:

$$E[X] = \sum_{i=1}^n X_i P(X_i) \quad (3.5)$$

Sendo que $P(X_i)$ refere-se à probabilidade associada à ocorrência da i -ésima variável X (Yamamoto *et al.*, 2001, p.54). Admitindo que em uma variável aleatória suas realizações possuam a mesma probabilidade de ocorrência, simplifica-se a equação para:

$$E[X] = \bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.6)$$

- Variância e desvio padrão:

A variância é a medida de dispersão estatística mais utilizada, ela dá uma noção de quão dispersos estão os valores X_i em relação ao seu valor médio e é definida pela equação:

$$Var [X] = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 P(X_i) \quad (3.7)$$

Assumindo também que a probabilidade de ocorrência – $P(X_i)$ – é igual para as n observações, ou seja, igual a $1/n$, tem-se:

$$Var [X] = S^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (3.8)$$

O desvio padrão (S) é o resultado da raiz quadrada da variância (S^2).

$$S_x = \sqrt{S_x^2} \quad (3.9)$$

- Coeficiente de Variação:

Esta medida, adimensional, é usada para comparar a dispersão relativa de valores em torno da média entre diferentes distribuições, como por exemplo, o grau de variabilidade de um depósito, e é calculado pela seguinte fórmula, dividindo o desvio padrão pela média:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} \quad (3.10)$$

- Assimetria

A assimetria descreve o grau de simetria da distribuição de frequências em torno da média, podendo ser positiva (média – mediana > 0) ou negativa (média – mediana < 0). Como dito anteriormente, a maioria dos bens minerais apresentam assimetrias positivas. O coeficiente é calculado a partir da seguinte fórmula:

$$CA = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3 / S^3 \quad (3.11)$$

- Curtose

A curtose mede o grau de achatamento de uma distribuição quando comparada a uma distribuição normal, exprimindo assim a dispersão dos valores em torno da média. O coeficiente de curtose é calculado a partir do quarto momento em torno da média pela seguinte equação:

$$CC = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4 / S^4 \quad (3.12)$$

3.2 Análise Geoestatística

Através dos estudos geoestatísticos se obtém a principal ferramenta para as etapas de estimativa que é a função variograma. Este gráfico representa a variabilidade das características do fenômeno espacial em estudo, onde, se tratando de avaliação de recursos minerais, os teores das amostras do domínio podem apresentar uma variação regular até uma completamente aleatória. Com o Variograma é possível identificar anisotropias, além de se ter uma ideia sobre o comportamento da variabilidade espacial a pequenas distâncias, demonstrada pelo comportamento próximo à origem do variograma (Yamamoto, 2001, p.69).

Para tais estudos, a geoestatística baseia-se na “Teoria das Variáveis Regionalizadas”, concebida por Matheron durante o início da década de 1960, a qual se entende como tal, uma função aleatória que varia de um lugar para outro no espaço com certa continuidade, ou seja, os valores observados em determinada distância entre dois pontos possuem correlação, que devem ser maiores quão próximos forem os pontos estudados.

Na avaliação de recursos e reservas minerais, várias características da rocha/depósito podem ser consideradas variáveis regionalizadas, como: teor de um elemento na rocha, espessura mineralizada, profundidade de um horizonte geológico, densidade da rocha, entre outros. Assim, adiante, revisam-se os conceitos fundamentais sobre “Variáveis Regionalizadas” seguindo até o “Variograma”, o qual representa um importante resultado dos estudos geoestatísticos.

3.2.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E REGIONALIZADAS

Admite-se que uma variável aleatória é uma função em que os pontos amostrados dentro de um campo amostral são independentes entre si, além disso, não apresentam posição definida no espaço (x, y, z), suporte amostral, continuidade e anisotropia (diferentes comportamentos em diferentes direções), que são características essenciais para definição de uma variável regionalizada.

As variáveis aleatórias, que também podem ser regionalizadas, podem ser classificadas como contínuas e discretas, sendo que as variáveis contínuas podem ser mensuradas através de unidades de medidas que expressam: teores, espessura, densidade, recuperação, etc. Já as amostras discretas apresentam métricas de medidas nominais, como litologia, estrutura, cor da rocha, entre outros. A Tabela 1 demonstra a divisão das variáveis aleatórias.

Tabela 1 – Divisão das variáveis aleatórias (Yamamoto & Landim, 2013, p. 26).

Variáveis aleatórias	Discretas	Escala Nominal		Escala Ordinal	
		Litologia	Cor da rocha	Alteração	
		Estrutura	Textura	Fraturamento	
	Contínuas	Teores	Densidade	Temperatura	
		Espessuras	Perfilagem		
Recuperação		RQD			
		Escala relacional		Escala intervalar	

As variáveis regionalizadas representam valores de variáveis que dependem de sua posição no espaço e são representadas por qualquer função que obedeça a essa regra e que

varie de um lugar para outro com continuidade aparente, porém estas variações não podem ser representadas por uma função determinística (Blais & Carlier⁵, 1968, *apud* Yamamoto, 2001, p.72). No âmbito geológico, todas as observações que podem ser mensuradas quantitativamente e possuem referência espacial em duas ou três dimensões são exemplos de variáveis regionalizadas (dados geofísicos, geoquímicos, granulométricos, etc.). Como lembrado no início deste capítulo, a denominação regionalizada não envolve nenhuma interpretação probabilística, é puramente descritiva.

Grande parte das variáveis regionalizadas possui um aspecto aleatório reconhecido por variações altamente irregulares e imprevisíveis, e um aspecto estruturado o qual geralmente reflete a forma de distribuição espacial do fenômeno regionalizado estudado. Para resolver um problema de estimativa, ambas as características devem ser consideradas para a formulação de uma simples representação de variabilidade espacial (Journel & Huijbregts, 1978, p.29).

Para a resolução de problemas de estimativa deve-se estudar a representação das propriedades estruturais das variáveis regionalizadas. A Teoria das Variáveis Regionalizadas, proposta por Matheron na década de 60, traz um conceito básico que é a Hipótese Intrínseca, ou seja, uma função que descreve o comportamento espacial da variável estudada deve ser a mesma em todo o espaço amostral, esta função intrínseca também é conhecida como semivariograma. A Teoria das Variáveis Regionalizadas reportam ainda que a variação espacial é estacionária caso possa ser reconhecida em todas as partes do espaço, em outras palavras, o variograma deve ser o mesmo em qualquer lugar que se amostra.

Para a qualificação de uma variável como regionalizada é necessário que se reconheçam as seguintes características (Matheron, 1963):

- Localização: uma amostra tem que possuir localização no espaço (x, y, z) e são valores que dependem do tamanho da unidade amostral (suporte).
- Suporte: identificar se a amostra regionalizada em $Z(x)$ pertence a um exclusivo ponto, área ou volume. Por exemplo, o suporte pode ser um pedaço de testemunho de sondagem de diâmetro d e comprimento constante l , obtido por um específico tipo de sondagem (Journel & Huijbregts, 1978, p. 199).

⁵ BLAIS, R.A.; CARLIER, P.A. 1968. Applications of geostatistics in ore evaluation. *Ore Reserve Estimation and Grade Control*, 9:41-68.

- Continuidade: independente se a continuidade é grande ou pequena, na avaliação de fenômenos naturais, sempre haverá alguma correlação entre pontos conhecidos no domínio amostral,
- Anisotropia: define-se anisotropia como sendo o comportamento diferente das variáveis em diferentes direções, podendo apresentar variações lentas em uma direção e bruscas em outra, geralmente ortogonal.

3.2.1.1 *Variáveis de Serviço*

Em casos em que uma dimensão do depósito é muito menor que as outras duas como, por exemplo, em depósitos estratiformes de origem sedimentar (Rossi & Deutsch, 2014, p. 88), onde a espessura geralmente é muito menor que o comprimento e a largura do depósito, costumam-se usar uma variável de serviço chamada de “Acumulação” em duas direções para as estimativas.

A Acumulação (Acc ou GT) é dada pelo produto do teor médio de um furo (G) pela espessura mineralizada (T), tal procedimento cria uma variável contínua que representa a proporção do elemento contido em um ponto projetado em um plano horizontal, alterando o suporte amostral, e tem grande utilidade quando a espessura mineralizada e o teor médio não apresentam nenhuma correlação.

A motivação para se usar este tipo de variável é o fato de algumas anomalias geoquímicas estarem inseridas em unidades estratiformes muito finas ou até mesmo vinculadas à veios pouco espessos, geralmente nestes tipos de depósito a mineralização é irregular, além de poder haver mais de uma interceptação ao leito mineralizado e a variabilidade do teor costuma ser grande. Também se deve levar em consideração possíveis estruturas pós-genéticas como dobras e falhamentos que podem colocar níveis de idades diferentes de uma camada sedimentar na mesma altitude gerando erros na correlação das amostras.

Nessas situações, ao gerar variáveis de serviço como a Acumulação (GT), multiplicando o teor médio pela espessura mineralizada, resultará em uma variável de menor coeficiente de variação, isso facilita o processo de estimativa por diminuir o risco de espalhamento dos altos teores. A variável de serviço Espessura (T), a qual condiz à espessura mineralizada, é um atributo que geralmente varia suavemente no espaço, o qual também facilita os procedimentos de estimativa (Rossi & Deutsch, 2014, p.89).

3.2.2 ANÁLISE ESPACIAL DOS DADOS

Ao considerar que os fenômenos naturais não podem ser tratados como fenômenos aleatórios faz-se necessário encontrar ferramentas matemáticas que permitam estudar de modo sintético as duas características essenciais das Variáveis Regionalizadas, o aspecto aleatório e o aspecto espacial. Desta forma, o estudo geoestatístico se propõe a extrair da amostra, aparentemente desordenada, uma imagem da variabilidade dos dados e uma medida da correlação entre dois valores separados por uma determinada distância em uma direção. O variograma é uma das ferramentas que possibilita este estudo, o qual se objetiva em analisar estruturalmente os dados amostrais e é a ferramenta básica para descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado (Journel & Huijbregts, 1978, p. 26; Yamamoto, 2001, p. 73; Guerra, 1988, p. 50-51).

3.2.2.1 O Variograma

A função variograma, representada por $2\gamma(h)$, exprime resultados de variância entre dois pontos amostrais dentro de um domínio, sendo melhor definida como a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores de pontos no espaço, separados por uma distância h , conforme a seguinte fórmula, em termos computacionais (Yamamoto, 2001, p. 74):

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x+h) - Z(x)]^2 \quad (3.13)$$

Onde, $2\gamma(h)$ é a função variograma; n , o número de pares de pontos que se distanciam pelo valor de h dentro do domínio; h , a distância entre duas amostras; $Z(x)$ o valor da variável regionalizada em um conhecido posicionamento do espaço – ponto x , e $Z(x+h)$, o valor da variável regionalizada no ponto $(x+h)$, segundo Yamamoto (2001, p. 74).

Ocorre uma confusão na bibliografia em relação à utilização do termo variograma e semivariograma. Diversos autores utilizam o termo variograma para a função descrita acima, porém dividindo-a pela metade, continuam aplicando o mesmo termo ou denominando-a de semivariograma. O fato é que Matheron (1965) ao desenvolver o estudo tinha em mente a variância das diferenças entre dois pontos – $[Z(x+h) - Z(x)]$ – no entanto o valor que gostaria de obter seria a metade dessa diferença, o qual resulta na variância da diferença entre pares de pontos separados pela distância h . Assim o prefixo *semi* deve-se à divisão da média das diferenças ao quadrado por dois (Yamamoto & Landim, 2013, p. 35). Embora haja essa confusão

todos os autores utilizam a mesma equação para o cálculo das semivariâncias espaciais, descrita a seguir:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [Z(x+h) - Z(x)]^2 \quad (3.14)$$

Há tempos acreditou-se que a divisão por 2 fosse empírica, no entanto, Journel (1989, p. 6-7) fundamenta a utilização deste divisor através de interpretações geométricas dos pares de pontos em um diagrama de dispersão.

A covariância, em geoestatística, mede a relação entre valores de uma mesma variável coletadas em pontos separados por uma distância h e uma direção definida. Desta forma, pode-se também utilizar a covariância para a detecção de anisotropias no domínio amostral, geralmente utilizando-se de 4 direções no plano horizontal, para fenômenos em duas dimensões, acrescidas de uma direção vertical para fenômenos tridimensionais. A covariância será sempre igual a $C(0)$ para distância nula.

A função variograma – $2\gamma(h)$ – pode ser descrita a partir de termos de variância $C(0)$ e covariância $C(h)$, a qual após ser desenvolvida matematicamente resulta em:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (3.15)$$

Sabendo que a variância entre pontos separados por uma distância h é expressa pela função variograma, que é representada graficamente pelo variograma e, que a covariância mede a correlação entre os pontos também separados por uma distância h , denominado de função covariograma e representada graficamente pelo covariograma, a Figura 10 mostra a relação entre as duas funções (Yamamoto, 2001, p. 76).

Figura 10– Relação entre as funções variograma e covariograma. (Yamamoto, 2001, p.76).

A seguir serão revisadas algumas propriedades e particularidades dos variogramas, além dos modelos teóricos mais utilizados para ajuste dos variogramas experimentais, os quais servirão de base para os procedimentos de estimativa.

3.2.2.1.1 *Propriedades do Variograma*

Através de um variograma é possível observar diversos parâmetros que caracterizam o comportamento espacial das variáveis regionalizadas, a Figura 11 expõe didaticamente estes parâmetros, os quais são brevemente descritos adiante, segundo Yamamoto (2001, p. 78).

Figura 11 – Principais estruturas e propriedades de um variograma. (Yamamoto, 2001, p.76).

- Amplitude: refere-se à distância em que as amostras passam a ser independentes entre si, ou seja, separa o campo estruturado (onde há correlação entre as amostras) do campo aleatório (onde as amostras não se correlacionam);
- Patamar: refere-se ao valor da variância onde o variograma se estabiliza no campo aleatório;
- Efeito pepita ou variância aleatória: é o valor da função variograma na origem ($h = 0$). Em teoria o valor da variância próximo à origem deveria ser igual a zero, porém na realidade pode não ser observado este fato, uma variância geralmente é observada próximo à origem, atribuindo-se esses valores aos erros amostrais e/ou à variabilidade natural do depósito;
- Variância espacial: é a diferença entre a variância (valor do patamar) e o efeito pepita;

3.2.2.1.2 *Anisotropia*

O cálculo de variogramas experimentais em diversas direções busca principalmente identificar anisotropias em diferentes direções ao longo do fenômeno espacial (Yamamoto & Landim, 2013, p. 43), e os tipos mais comuns de anisotropia são: geométrico, zonal e mista (Figura 12).

Figura 12 – Tipos de anisotropia: A) geométrica; B) zonal; e C) mista. (Yamamoto, 2001, p.79).

A anisotropia geométrica possui diferentes amplitudes para um patamar constante, a zonal possui diferentes patamares para uma mesma amplitude e a mista possui diferentes amplitudes para diferentes patamares.

Ao analisar as direções anisotrópicas busca-se definir em qual direção o fenômeno natural estudado possui maior continuidade ou menor variabilidade conforme se aumenta a distância entre pares de pontos analisados, porém tal conceito muitas vezes é alvo de discussões, principalmente em fenômenos de anisotropia zonal e mista. Todos os autores consagrados afirmam que a direção de maior continuidade em um fenômeno de anisotropia geométrica é aquela de maior amplitude, uma vez que ambas as direções possuem mesmo patamar. Por outro lado, nenhum desses mesmos autores afirma categoricamente qual é a direção de maior continuidade nos casos de anisotropia zonal ou mista. A única fonte identificada a qual afirma que em anisotropias zonais ou mistas a direção de maior continuidade é a direção que possui o menor patamar, ou seja, menor variância foi SAS® (2009), em seu Guia para Usuários de seus *softwares*.

3.2.2.1.3 *Comportamento próximo à origem*

Segundo Journel e Huijbregts (1978, p. 38-39), a continuidade e regularidade no espaço das variáveis regionalizadas são relatadas pelo comportamento próximo à origem do variograma, e podem ser classificados em quatro tipos básicos (Yamamoto, 2001, p. 81): parabólico, linear, efeito pepita e efeito pepita puro (Figura 13).

- Parabólico: apresenta uma curva parabólica próxima à origem o que representa um alto grau de continuidade da variável estudada;
- Linear: representada por uma tangente oblíqua à origem, representando uma continuidade média das amostras, em outras palavras uma grande homogeneidade, ou baixa variabilidade, das amostras a curtas distâncias;
- Efeito pepita: este tipo apresenta uma descontinuidade próxima à origem, a qual é justificada por erros amostrais ou pela variabilidade do fenômeno espacial, é um caso bastante comum na avaliação de jazidas minerais;
- Efeito pepita puro: reflete o comportamento de um fenômeno de transição, onde não há correlação entre os pares de amostras, nestes casos não se devem utilizar métodos geoestatísticos de interpolação, pois se trata de um evento aleatório, totalmente independente.

Figura 13 – Graus de continuidade da mineralização pelo comportamento do variograma na origem: A) parabólico; B) linear; C) efeito pepita; e D) efeito pepita puro. (Yamamoto, 2001, p. 82).

3.2.2.1.4 Variogramas experimentais e Modelos Teóricos de Variograma

Journel & Huijbregts (1978, p.148-149) definem como Análise Estrutural o procedimento de construção de modelos de variogramas que possa caracterizar, de forma operacional, as principais propriedades do fenômeno regionalizado, para isso torna-se fundamental o cálculo de variogramas experimentais que expressem um bom conhecimento do fenômeno estudado.

Para a confecção de variogramas experimentais é necessário primeiramente determinar a direção em que será realizada a busca pelos pares de pontos, bem como a distância de busca, definida pelo Campo Geométrico.

Segundo Journel & Huijbregts (1978, p. 194), Campo Geométrico é a distância máxima em que se pode calcular o variograma experimental, e esta distância é definida pela metade do comprimento do domínio amostral (L) em determinada direção. Estes autores ainda afirmam que não se deve calcular variogramas em direções que remetam pequenos números de pares de pontos ($N' < 30$).

Sendo assim, as direções de buscas devem ser definidas a fim de se obter o maior número de pontos amostrados, que por muitas vezes correspondem às direções estruturais da unidade litológica estudada. Estipula-se então que o tamanho dos raios de buscas, ou passos, correspondam à distância média entre as amostras no plano horizontal e vertical, além do ângulo de tolerância para a abertura do triângulo, para buscas em 2D; ou cone, para buscas em 3D em torno da direção preferencial (Figura 14).

Figura 14 – Desenho indicando a direção de busca do variograma (N45°E) com a caracterização dos parâmetros de busca: passo, tolerância do passo, tolerância angular e largura máxima. (Rocha, 1999, p. 31, modificado de Pannatier, 1994).

A obtenção de variogramas experimentais tem como objetivo determinar as direções de anisotropia do fenômeno espacial, ou seja, comportamentos diferentes em diferentes direções. Para isso, utilizam-se basicamente duas técnicas exploratórias, uma denominada omnidirecional, onde se varre todo o domínio com um variograma de uma direção só, porém, com tolerância angular de 90°, nesta avalia-se a existência de estruturação na distribuição das amostras de todo o domínio. A outra técnica é fazendo buscas no domínio em 4 direções (0°, 45°, 90° e 135°), com distância angular de 45° entre as direções e tolerância de 22,5° para

cada direção (Yamamoto, 2001, p. 83). Nesta é possível melhor identificar e aproximar as direções de anisotropia.

Com a anisotropia definida e os modelos teóricos ajustados aos variogramas experimentais, os valores da função variograma para dada distância serão utilizados na organização do sistema de equações de krigagem. Há diversos modelos teóricos para ajuste de variograma, as equações dos três modelos mais utilizados estão descritas a seguir e suas formas representadas graficamente pela Figura 15 (Yamamoto, 2001, p. 85):

- Esférico: $\gamma(h) = C_0 + C \left[\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right]$ para $h < a$ ou, (3.16)

$$\gamma(h) = C_0 + C \text{ para } h \geq a \quad (3.17)$$

- Exponencial: $\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{h}{a} \right) \right) \right]$ (3.18)

- Gaussiano: $\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right) \right]$ (3.19)

Figura 15 – Modelos Teóricos de Variograma: A) Esférico; B) Exponencial; e C) Gaussiano (Yamamoto, 2001, p.87).

3.3 Ferramentas de Estimativa

As ferramentas de estimativa são utilizadas para estimar valores, sejam de teores ou de outras variáveis, em regiões que não foram amostradas. No entanto, a variabilidade geológica dificulta consideravelmente esse procedimento. Há vários métodos de estimativa e cada um é usado conforme a particularidade dos dados e o objetivo esperado da interpolação (Rossi & Deutsch, 2014, p. 133). No âmbito mineral, as estimativas tentam prever os teores e as tonelagens de minério que serão explorados em uma mina. Assim, esses autores destacam que duas situações são importantes:

- Estimativa pioneira: através de dados espaçados onde informações adicionais ainda serão incrementadas antes de uma decisão final, em outras palavras, busca

obter a tonelagem e o teor do minério a ser explorado em larga escala de volume e tempo;

- Estimativa final: dividem-se unidades de minério das de estéril a fim de calcular estimativas corretas com o valor esperado, ou seja, que o valor recuperado seja o mesmo do valor estimado.

Como dito, há diversas ferramentas de interpolação que serão usadas conforme seja conveniente aos objetivos do depósito e da estimativa. Alguns métodos não levam em conta as análises geoestatísticas, como o método dos polígonos, vizinhos mais próximos, inverso da potência da distância, entre outros. Por outro lado, os métodos de krigagem consideram os estudos geoestatísticos (definição de modelo de variograma) e são largamente utilizados nos dias de hoje por ser uma técnica de estimativa local a qual fornece o melhor estimador linear não enviesado de uma desconhecida característica estudada, com a minimização da variância do erro. (Rossi & Deutsch, 2014, p.138; Journel & Huijbregts, 1978, p. 304; Yamamoto, 2001, p.131).

Nesta revisão somente será abordado o método de Krigagem Ordinária, o qual será utilizado durante os procedimentos de estimativa nos dados aqui apresentados.

3.3.1 KRIGAGEM ORDINÁRIA

A krigagem ordinária é baseada em estimativas locais com a menor variância do erro possível, onde o real valor do ponto estimado é desconhecido. Esta técnica faz a estimativa implícita da média como uma constante dentro de uma vizinhança de pesquisa (Rossi & Deutsch, 2014, p.138).

Sabendo que a krigagem possibilita estimar um valor desconhecido $Z^*(x_0)$ associado a um ponto, área ou bloco a partir de n dados disponíveis próximos ao local de estimativa, descreve-se como o estimador $Z^*(x_0)$ a seguinte equação caracterizada por uma combinação linear dos dados disponíveis:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i) \quad (3.20)$$

Onde, λ_i são os ponderadores obtidos através de um sistema linear de equações denominado de sistema de equações de krigagem. O desenvolvimento matemático será apresentado de forma resumida adiante.

Journal & Huijbregts (1978, p. 305-306), descrevem que para garantir que o estimador não seja enviesado é necessário garantir que a esperança do valor de um ponto conhecido subtraído pelo valor do mesmo ponto estimado seja igual a zero, conforme a equação:

$$E[Z(x_0) - Z^*(x_0)] = 0 \quad (3.21)$$

Assim, considerando que $E[Z(x_0)] = m$, e desenvolvendo a equação acima, obtém-se a seguinte condição de não enviesamento do estimador $Z^*(x_0)$:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (3.22)$$

Em resumo, a essência da Krigagem Ordinária é exatamente essa, que a variância da estimativa seja minimizada sob a condição de que a soma dos pesos dos ponderadores seja igual a 1 (Rossi & Deutsch, 2014, p.140).

A técnica de krigagem busca realizar estimativa com o mínimo de variância, portanto a variância do erro da krigagem é expressa pela seguinte equação:

$$\sigma_E^2 = Var[Z(x_0) - Z^*(x_0)] \quad (3.23)$$

Isaaks e Srivastava (1989, p. 281-284) expandem e desenvolvem a equação acima até obter a seguinte equação para cálculos de variância do erro da krigagem:

$$\sigma_E^2 = C(0) - 2 \sum_i \lambda_i C(x_0 - x_i) + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) \quad (3.24)$$

Como a krigagem busca obter o melhor conjunto de ponderadores, sempre considerando que a variância do erro seja a menor possível, é necessário encontrar o mínimo da função descrita por Isaaks e Srivastava (1989). No entanto, como nesta função há n variáveis, o ponto mínimo será determinado aplicando a técnica dos multiplicadores de Lagrange, restrito a somatório de $\lambda_j = 1$. (Converse⁶, 1970, *apud* Yamamoto, 2001, p. 133).

Após desenvolvimento obtém-se as seguintes equações de krigagem, sujeitas à condição de não enviesamento:

$$\begin{cases} \sum_j \lambda_j C(x_i - x_j) - \mu = C(x_0 - x_i) & \text{para } i = 1, n \\ \sum_j \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (3.25)$$

⁶ CONVERSE, A.O. 1970. *Otimização*. Trad. De A. Rios Neto. São Paulo. Edart/Edusp, 262 p.

Issaks e Srivastava (1989, p. 286-288) desenvolvem a equação da variância de krigagem ordinária conforme a seguinte expressão:

$$\sigma_{KO}^2 = C(0) - \sum_i \lambda_i C(x_0 - x_i) + \mu \quad (3.26)$$

3.3.2 INTERPOLAÇÃO TEOR*ESPESSURA

Denomina-se variável de serviço aquela resultante da multiplicação do teor pela espessura mineralizada. Essa nova variável é geralmente usada na avaliação de recursos minerais em depósitos estratiformes, onde essa variável representa uma unidade de área. Assim, multiplicando-se o valor da variável acumulação pela área e pela densidade aparente obtém-se o recurso mineral. O teor final estimado (G^*) é obtido de forma bastante simples através da desacumulação, que é a divisão entre a variável acumulação estimada (Acc^*) em um ponto x pela variável espessura mineralizada (T^*) estimada no mesmo ponto x , conforme a seguinte fórmula:

$$G^*(x) = \frac{Acc^*(x)}{T^*(x)} \quad (3.27)$$

Contudo, para se obter a variância do teor (G^*) há a necessidade de se calcular a variância de uma razão, que não é tão simples, e deve-se levar em consideração se as variáveis – teor médio e espessura – estão ou não intrinsecamente correlogramadas e também se o cálculo de estimativa de variância está sendo realizado bloco a bloco ou para todo o domínio (Rossi & Deutsch, 2014, p. 146).

Journel & Huijbregts (1978, p.426-428), partindo de uma função quociente $Q = A/B$, desenvolvem uma equação denominada de variância de estimativa relativa, expandida para 2ª ordem:

$$\frac{\sigma_Q^2}{Q^2} = \frac{\sigma_A^2}{A^2} + \frac{\sigma_B^2}{B^2} - 2\rho_{AB} \frac{\sigma_A}{A} \frac{\sigma_B}{B} \quad (3.28)$$

Considerando que $Q = G^* = G$; que $A = Acc^* = X$; e que $B = T^* = Y$, tem-se:

$$\frac{\sigma_G^2}{G^2} = \frac{\sigma_X^2}{X^2} + \frac{\sigma_Y^2}{Y^2} - 2\rho_{XY} \frac{\sigma_X}{X} \frac{\sigma_Y}{Y} \quad (3.29)$$

David (1977, p. 221) utiliza-se da 1ª expansão de Taylor em seu trabalho para deduzir a seguinte equação para cálculo de variância envolvendo uma função quociente, já calculada em torno do ponto médio dado pela média de X e média de Y:

$$Var[G] = \frac{\sigma_x^2}{\mu_y^2} + \frac{\mu_x^2 \sigma_y^2}{\mu_y^4} - 2 \frac{\mu_x Cov(X, Y)}{\mu_y^3} \quad (3.30)$$

Ao multiplicar ambos os lados da equação de variância de estimativa relativa (3.29), definida por Journel & Huijbregts (1978) por $G^2 = X^2/Y^2$, obtém-se a seguinte equação:

$$\sigma_G^2 = \frac{X^2 \sigma_X^2}{X^2 Y^2} + \frac{X^2 \sigma_Y^2}{Y^2 Y^2} - 2 \rho_{XY} \frac{\sigma_X}{X} \frac{\sigma_Y X^2}{Y Y^2} \quad (3.31)$$

Sabendo que $Cov(X, Y) = \rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y$, simplificando e calculando em torno da média de X e da média de Y, chega-se ao seguinte resultado:

$$\sigma_G^2 = \frac{\sigma_x^2}{\mu_y^2} + \frac{\mu_x^2 \sigma_y^2}{\mu_y^4} - 2 \frac{\mu_x Cov(X, Y)}{\mu_y^3} \quad (3.32)$$

Observa-se que é a mesma equação encontrada por David (1977) para cálculos de variância para funções quociente de duas variáveis aleatórias.

3.3.3 VALIDAÇÃO CRUZADA

Antes de selecionar o método de estimativa, seus parâmetros e produzir estimativas para certo atributo espacial, faz-se necessário checar a qualidade do trabalho realizado até o momento, principalmente no que se diz respeito ao ajuste dos modelos teóricos aos variogramas.

Uma forma de avaliação poderia ser estabelecida através de novas campanhas de amostragem dentro do domínio e assim comparar os resultados dessas novas amostras com os resultados das estimativas, no entanto não é isso que se ocorre no mundo real. Muitas das variáveis estudadas possuem variações contínuas por grandes regiões e volumes, o que causaria uma necessidade financeira enorme para coletar uma quantidade expressiva de amostras, além de eliminar a necessidade dos processos de estimativa (Olea, 1999, p. 115).

A validação cruzada surge como uma alternativa, onde um ponto de dado é removido da base e sua localização é estimada com base nos vizinhos próximos. Esse procedimento é realizado para todos os pontos do banco de dados, ao final tem-se o valor verdadeiro e esti-

mado de cada ponto, que são analisados em um diagrama de dispersão. A Figura 16 representa como é feito o processo de validação cruzada para um ponto.

Figura 16 – A) Conjunto de dados; B) Validação cruzada de um ponto do conjunto A retirando do conjunto de amostras e estimando-o com base nos 8 pontos mais próximos, selecionados pelo critério dos quadrantes.

Mesmo que apresentada após a revisão dos métodos de krigagem é prudente realizar a validação cruzada após o ajuste do Modelo Teóricos de Variograma. Uma vez que o estimador utilizado será o mesmo (krigagem), a validação cruzada permite testar diversos parâmetros de vizinhança até que se obtenham os melhores resultados de correlação entre os pontos reais e os pontos estimados. Atenta-se também para o número de dados estimados, devem-se estabelecer parâmetros de vizinhança que sejam capazes de estimar um número de dados próximo à quantidade que compõe o banco de dados original, senão igual.

3.4 Cálculo de incertezas

Antes de discorrer sobre o cálculo de incertezas é necessário colocar que há uma diferença entre os termos “erro” e “incerteza” que diversas vezes é confundida ou não levada em consideração.

O erro, em estatística, é uma medida que calcula a diferença de um valor estimado com o valor real de uma determinada amostra. Já a incerteza é medida pela variância a qual exprime uma noção de dispersão dos dados em torno do valor médio esperado dependendo do modelo de distribuição de probabilidades (*e.g.* Yang, 2008, p.116).

Tendo em vista estes conceitos, Journel & Rossi (1989, p.738) concluíram que a variância de estimativa relativa demonstrada pela equação 3.28 não pode ser utilizada para medidas de incerteza, pois ela mede apenas a configuração espacial dos dados, uma que vez que

é dependente somente do variograma, o qual exprime valores globais independentemente dos valores locais dos pontos de dados.

Para tal cálculo, Yamamoto (2000, p. 4) propõe uma expressão alternativa para o cálculo da variância, que é determinada como a média ponderada das diferenças ao quadrado entre os valores dos pontos de dados e a estimativa $Z^*(x_0)$, como segue:

$$S_0^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i [Z(x_i) - Z^*(x_0)]^2 \quad (3.33)$$

Segundo este autor, o qual chamou essa equação de variância de interpolação, algumas propriedades são apresentadas:

- A propriedade de condicionamento ou exatidão da Krigagem Ordinária é comprovada, ou seja, se o ponto estimado coincidir com um ponto real, o peso deste ponto será igual a 1 e a variância igual a zero;
- Respeita a proporcionalidade em relação à distância dos pontos utilizados para a estimativa;
- A distância estrutural do variograma é utilizada indiretamente através do peso da krigagem (λ_1).

Ressalta-se que esta expressão pode resultar em variâncias negativas quando alguns pesos de krigagem forem negativos, justificados pela existência de agrupamento de pontos de dados ou quando a distribuição dos dados apresentarem forte assimetria positiva (Yamamoto, 2001, p. 136). Há algumas propostas para a correção destes pesos negativos da krigagem ordinária, no entanto, o mesmo autor opta por utilizar a proposta de Journel & Rao (1996), a qual adiciona o módulo do menor peso negativo a todos os demais pesos.

Ao considerar que dois mapas matriciais ou duas variáveis aleatórias, que possuem incertezas associadas, possam ser combinados através de operações aritméticas para resultar em um novo mapa matricial, a incerteza pode se tornar ainda maior. Para o cálculo de incertezas em operações matemáticas de duas variáveis, Yamamoto *et al.* (2017) sugerem definir uma função de duas variáveis ($f(x, y)$) que pode ser expandida pela série de Taylor em torno dos valores médios de X e Y e, em seguida, aplicar o operador da esperança matemática e também a definição da variância. De forma resumida apresenta-se o desenvolvimento das equações até a determinação das equações para cálculo de média e variância, expandidas até a segunda ordem da série de Taylor, para uma função quociente $f(x, y) = X/Y$.

Sabendo que a esperança matemática de uma variável aleatória X , é:

$$E[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.34)$$

E, que a variância é uma medida de incerteza associada à esperança matemática:

$$Var[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - E[X])^2 \quad (3.35)$$

Deduz-se que:

$$Var[X] = E[X - E[X]]^2 = E[X^2] - (E[X])^2 \quad (3.36)$$

E, que a covariância entre duas variáveis aleatórias (X e Y) é expressa por:

$$Cov(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y] \quad (3.37)$$

A relação mútua entre duas variáveis aleatórias é mensurada pelo coeficiente de correlação, que é expresso como:

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var[X]Var[Y]}} = \frac{Cov(X, Y)}{S_X S_Y} \quad (3.38)$$

Onde S_x e S_y são medidas de desvio padrão.

Partindo desses conceitos, almeja-se então obter o valor médio da função $f(x, y)$ resultante de um operação aritmética entre duas variáveis aleatórias, em torno dos valores médios dessas variáveis. Usa-se então a expansão de Taylor em torno do ponto θ , o qual é o ponto que mais se aproxima dos valores médios das variáveis X e Y ($\theta = (\mu_x, \mu_y)$) para encontrar a média e variância da função. Entende-se que $\mu_x = E[X]$ e $\mu_y = E[Y]$.

Como forma de simplificação considera-se as seguintes notações para variância de X e Y e a covariância entre elas:

$$Var[X] = \sigma_X^2; Var[Y] = \sigma_Y^2; e Cov(X, Y) = \sigma_{XY}$$

Segundo Heuvelink *et al.* (1989, p. 309-310), para a determinação de incerteza é necessário conhecer a média, a variância, a covariância e o tipo de operação.

A expansão de Taylor de segunda ordem é (Weir e Hass, 2014, p. 869):

$$\begin{aligned}
f(x, y) = & f(\theta) + f_x(\theta)(x - \mu_x) + f_y(\theta)(y - \mu_y) + \frac{1}{2}f_{xx}(\theta)(x - \mu_x)^2 \\
& + f_{xy}(\theta)(x - \mu_x)(y - \mu_y) + \frac{1}{2}f_{yy}(\theta)(y - \mu_y)^2 + \text{resto}
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Aplicando o operador da esperança matemática nesta equação expandida de Taylor, negligenciando o resto e desenvolvendo-a, tem-se:

$$E[f(x, y)] = f(\theta) + \frac{1}{2}f_{xx}(\theta)\sigma_x^2 + f_{xy}(\theta)\sigma_{xy} + \frac{1}{2}f_{yy}(\theta)\sigma_y^2 \tag{3.40}$$

Determina-se assim a expressão geral para o cálculo da esperança matemática da função $f(x, y)$ em torno do ponto $\theta = (\mu_x, \mu_y)$.

A variância da função $f(x, y)$ em torno de $\theta = (\mu_x, \mu_y)$, é calculada da seguinte forma:

$$Var(f(x, y)) = E \left[f(x, y) - E(f(x, y)) \right]^2 \tag{3.41}$$

Substituindo as equivalências das equações 3.39 e 3.40 em 3.41, obtém-se a seguinte equação para o cálculo de variância:

$$\begin{aligned}
Var[f(x, y)] = & E \left[\left(f_x(\theta)(x - \mu_x) + f_y(\theta)(y - \mu_y) + \frac{1}{2}f_{xx}(\theta)(x - \mu_x)^2 \right. \right. \\
& + f_{xy}(\theta)(x - \mu_x)(y - \mu_y) + \frac{1}{2}f_{yy}(\theta)(y - \mu_y)^2 - \frac{1}{2}f_{xx}(\theta)\sigma_x^2 - f_{xy}(\theta)\sigma_{xy} \\
& \left. \left. - \frac{1}{2}f_{yy}(\theta)\sigma_y^2 \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Pelo fato de depender de derivadas parciais da função $f(x, y)$, esta expressão não pode ser simplificada. Yamamoto *et al.* (2017) apresentam em seu trabalho todas as fórmulas para cálculos de média e variância resultante da expansão de Taylor de segunda ordem para todas as operações aritméticas entre duas variáveis aleatórias.

Neste trabalho, como o objetivo é utilizar essas equações de cálculo de média e variância para uma função quociente ($f(x, y) = X/Y$), somente as equações referentes a esta operação aritmética serão consideradas. Para tal desenvolvimento, expõe-se as três primeiras derivadas da função $f(x, y) = X/Y$ para melhor compreensão dos resultados.

As derivadas da função $f(x, y) = X/Y$, são:

$$\begin{aligned}
f_x(x, y) &= \frac{1}{y} & f_y(x, y) &= -\frac{x}{y^2} \\
f_{xx}(x, y) &= 0 & f_{yy}(x, y) &= \frac{2x}{y^3} & f_{xy}(x, y) &= -\frac{1}{y^2} \\
f_{xxx}(x, y) &= 0 & f_{xxy}(x, y) &= 0 \\
f_{xyy}(x, y) &= \frac{2}{y^3} & f_{yyy}(x, y) &= -\frac{6x}{y^4}
\end{aligned}$$

Substituindo as equações referentes ao cálculo da esperança matemática 3.40 e da variância 3.42 pelas derivadas expostas têm-se as seguintes aproximações até a expansão de segunda ordem de Taylor:

$$E[f(x, y)] \approx \frac{\mu_x}{\mu_y} - \sigma_{xy} \frac{1}{\mu_y^2} + \sigma_y^2 \frac{\mu_x}{\mu_y^3} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned}
Var[f(x, y)] &\approx \frac{\sigma_x^2}{\mu_y^2} + \frac{\mu_x^2}{\mu_y^4} \sigma_y^2 - 2 \frac{\mu_x}{\mu_y^3} \sigma_{xy} + \frac{1}{\mu_y^4} E \left[\left(\sigma_{xy} - (x - \mu_x)(y - \mu_y) \right)^2 \right] \\
&+ \frac{\mu_x^2}{\mu_y^6} E \left[\left((y - \mu_y)^2 - \sigma_y^2 \right)^2 \right] + \frac{2}{\mu_y^3} E \left[(x - \mu_x) [\sigma_{xy} - (x - \mu_x)(y - \mu_y)] \right] \\
&+ 2 \frac{\mu_x}{\mu_y^4} E \left[(x - \mu_x) \left[(y - \mu_y)^2 - \sigma_y^2 \right] \right] \\
&- 2 \frac{\mu_x}{\mu_y^4} E \left[(y - \mu_y) [\sigma_{xy} - (x - \mu_x)(y - \mu_y)] \right] \\
&- 2 \frac{\mu_x^2}{\mu_y^5} E \left[(y - \mu_y) \left[(y - \mu_y)^2 - \sigma_y^2 \right] \right] \\
&+ 2 \frac{\mu_x}{\mu_y^5} E \left[[\sigma_{xy} - (x - \mu_x)(y - \mu_y)] \left[(y - \mu_y)^2 - \sigma_y^2 \right] \right] \quad (3.44)
\end{aligned}$$

Por se tratar de uma função infinitamente diferenciável em relação a Y, conclui-se que o cálculo da média e da variância de uma função quociente de X e Y sempre exprimirá fórmulas aproximadas.

A variância da função ($f(x, y) = X/Y$) será utilizada para delimitar as regiões de maiores incertezas na estimativa dos teores de fosfato no depósito estudado.

Os valores de μ_x e μ_y são determinados a partir dos valores médios estimados pela krigagem ordinária para os pontos não amostrados. As variâncias locais (σ_x^2 e σ_y^2) são obtidas pela variância de interpolação (equação 3.33) e a covariância (σ_{xy}) a partir do desenvolvimento da equação (3.37), conforme Yamamoto *et al.* (2017).

CAPÍTULO 4

MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho tem como finalidade avaliar recursos minerais de fosfato localizados na região de Mirassol D'Oeste, os quais se inserem em unidades sedimentares da Formação Serra do Caeté, mais especificamente na fácies de rochas ritmíticas que alternam leitos paralelos de siltito e arenito.

Neste capítulo serão documentadas as atividades que deram origem ao banco de dados e suas particularidades, além dos procedimentos do método geoestatístico que foi utilizado para a avaliação do bem mineral estudado.

Tal avaliação será baseada em um banco de dados composto pelos valores dos teores dos elementos maiores de amostras provenientes de testemunhos de sondagem rotativa diamantada e de amostras provenientes dos fragmentos de sondagem rotopercussivas de circulação reversa, que foram realizadas ao longo de duas campanhas de sondagem na área de estudo pela BEMISA – Brasil Exploração Mineral S.A., que é a detentora dos direitos de pesquisa na região de estudo e identifica esta pesquisa de fosfato como pertencente ao Projeto Jauru-Fosfato (JRF). O local estudado aqui se refere ao Alvo 02 deste projeto.

4.1 Furos de Sondagem

Após as etapas de mapeamento geológico e prospecção de superfície foram identificadas anomalias de fosfato na região dos municípios de Mirassol D'Oeste e Porto Espiridião, dentro dos limites das fazendas Baía Grande e Baía da Capivara. Para um melhor entendimento da extensão e comportamento em subsuperfície da mineralização fosfática fez-se necessária a utilização de investigações em profundidade através de sondas de pesquisa geológica, as quais se deram em duas etapas.

A primeira etapa contemplou 37 furos realizados por sondas rotativas diamantadas, onde se somou um total de 1.920,62 metros lineares sondados no Alvo 02, que foram amostrados seguindo procedimentos internos de amostragem, o qual, em resumo, delimita em um metro como o intervalo que deve conter uma amostra, respeitando sempre os contatos litológicos identificados durante a descrição dos testemunhos. Intervalos líticos menores que um metro devem ser amostrados individualmente, a menos que o intervalo possua no máximo 20

centímetros, caso em que se recomenda que o mesmo seja integrado à última amostra de cota superior.

Essa campanha gerou um total de 1947 amostras, já descontadas as amostras de controle (QA/QC) como: branco, duplicata e padrão.

Por se tratar de uma campanha pioneira de sondagem, a malha estabelecida para a investigação foi realizada de forma a abranger a maior área possível para a identificação das anomalias geoquímicas. Como consequência dos resultados positivos obtidos após a primeira campanha, fez-se necessário “adensar” a malha de pesquisa em uma segunda campanha de sondagem, na qual foram realizados 55 furos através de sondas rotopercussivas de circulação reversa. Durante esta etapa de pesquisa somaram-se mais 3.288,00 metros lineares de sondagem.

Assim como estabelecido para a primeira campanha e seguindo os procedimentos internos de amostragem para este tipo de sondagem e mineralização, orientou-se em um metro como intervalo máximo para cada amostra. Por se tratar de uma sondagem onde o material recuperado retorna à superfície de forma cominuída, não há a possibilidade de se respeitar os contatos geológicos presentes em subsuperfície. Desta forma, amostras inseridas em locais de mudança litológica tendem a obter valores de determinados elementos dissolvidos no intervalo.

O plano de amostragem desta campanha originou 2.895 novas amostras. Destaca-se que nem todos os furos foram amostrados até o seu final, uma vez que após a plena identificação da unidade mineralizada alguns furos não foram completamente amostrados. Ou seja, após a completa ultrapassagem da unidade mineralizada foram amostradas de uma a três amostras da fácies conglomerática, unidade estéril de base.

Somando-se então as duas campanhas de sondagem têm-se 92 furos de sondagem que totalizam 5.208,62 metros sondados e que resultam em 4.842 amostras originais que compõem o banco de dados a ser tratado nesse trabalho.

A Figura 17 ilustra a posição espacial dos furos na área de estudo. Nota-se que os mesmos estão dispostos em perfis de direção NNE-SSW, a qual não é a direção que melhor se ajustaria ortogonalmente à estruturação das unidades geológicas. No entanto, por se tratar de uma região onde há extensas plantações de cana e alguns pastos para pecuária, optou-se por utilizar estradas já abertas nessas direções para realizar os furos de sondagem, e assim, evitar

maiores danos às plantações que poderiam culminar em indenizações. Pela malha que foi estabelecida, tal fato não reflete grandes danos às estimativas que serão realizadas.

Figura 17 – Posicionamento dos Furos de Sondagem na área de estudo. Prefixo DD: furos realizados com sonda rotativa diamantada; RC: furos realizados com sondas rotopercussivas em circulação reversa.

4.2 Banco de Dados

O banco de dados cedido para o desenvolvimento deste trabalho é um arquivo magnético onde todas as informações retiradas das descrições dos furos de sondagem foram condensadas, sejam elas qualitativas, como o nome de um furo, de uma amostra, das unidades litológicas identificadas, como quantitativas, por exemplo: as medidas de densidade, as medidas estruturais das unidades litológicas, a extensão dos furos e, principalmente, os teores dos elementos analisados os quais serão de extrema importância para a avaliação dos recursos minerais de fosfato através da utilização dos teores de P_2O_5 que serão utilizados para determinar os valores da variável Acumulação, multiplicando-os com os valores da espessura mineralizada de cada furo.

Todas as amostras foram analisadas pelo Laboratório SGS-Geosol onde se utilizou método de fluorescência de raios-x para a determinação dos valores dos óxidos dos elementos

maiores, além do mesmo método de preparação e análise química para todas as amostras. Tal análise utiliza tetraborato de lítio para abertura e fusão do material a ser analisado.

O banco de dados é composto pelos seguintes óxidos: Al_2O_3 , CaO , Fe_2O_3 , P_2O_5 , SiO_2 , TiO_2 , além de perda ao fogo (LOI). Todos os elementos são apresentados em porcentagem e possuem limite de detecção de 0,01%.

A metodologia aqui proposta para a determinação do teor médio e da incerteza associada às estimativas de recursos minerais da unidade mineralizada em fosfato necessita da inserção de três novas variáveis ao banco de dados: a Espessura Mineralizada, o Teor Médio Ponderado do Furo e a Acumulação.

A Espessura Mineralizada foi obtida através da análise individual de cada furo onde se destacou o intervalo mineralizado do mesmo, levando em consideração um importante critério de classificação:

- Que a razão $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$, a qual é capaz de determinar se a mineralização fosfática está vinculada a minerais de apatita [$\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3(\text{OH}, \text{F}, \text{Cl})$], principal mineral de minério de fosfato, atinja valores entre 1,00 e 1,60. Sabe-se que a razão de um mineral de apatita puro é de 1,31 e o minério de fosfato concentrado atinge valores máximos de 1,60, assim determinou-se este intervalo para a classificação de amostras com teores de fósforo vinculados à apatita (puras e impuras).

Lembra-se que o intervalo mineralizado de cada furo é único, podendo haver amostras dentro da espessura determinada que não respeitem tais condições e, conseqüentemente, irão diluir o Teor Médio Ponderado do intervalo mineralizado. Estas amostras são comumente caracterizadas como estéreis internos.

O Teor Médio Ponderado de cada furo foi estabelecido através de uma média ponderada das amostras que compõem o intervalo mineralizado. Assim, de posse da espessura mineralizada e do teor médio ponderado de cada furo, multiplicam-se estes valores para obter os valores da variável Acumulação.

A operação de acumulação do teor médio ponderado do furo com sua espessura mineralizada geram pontos vinculados às coordenadas x e y da boca de cada furo, desconsiderando a cota. Tal procedimento traz a avaliação do depósito para um plano horizontal em somente duas dimensões, onde a variável acumulação é medida em %m e ao ser multiplicada pela área do bloco (m^2), gerará uma medida em m^3 , a qual será multiplicada pela densidade

da unidade mineralizada (t/m^3) e dividida por 100 (%) atingindo-se então, ao final do processamento, o valor de tonelagem do recurso mineral (t).

Cabe destacar neste momento que a densidade utilizada foi de $2,78 \text{ g/cm}^3$, valor que corresponde à média aritmética de 60 amostras localizadas dentro dos limites da Zona Mineralizada do depósito e submetidas a testes de aferição de densidade pela própria BEMISA, detentora dos dados aqui trabalhados.

Posteriormente, as estimativas foram desacumuladas proporcionando sólidos em três dimensões para o modelo de blocos do recurso mineral. Vale lembrar que o banco de dados que foi utilizado para o cálculo de estimativa será reduzido de 4.842 amostras (banco de dados original) para 92 pontos amostrais, o qual representa o número de furos executados no projeto de pesquisa mineral.

4.3 Procedimentos e Métodos de Estimativa

Cabe neste momento descrever sequencialmente os procedimentos que serão adotados para a determinação dos teores médios e valores de incertezas do depósito mineral estudado, partindo desde as análises estatísticas básicas até a utilização das equações para cálculo de teores médios e incertezas expandidas pela série de Taylor até segunda ordem para a estimativa dos blocos em locais não amostrados do depósito.

Como já explicitado anteriormente, as principais variáveis para o desenvolvimento desta Dissertação são a Acumulação e a Espessura Mineralizada, as quais serão obtidas através da análise e interpretação do comportamento geoquímico em profundidade das amostras (Espessura Mineralizada) e por operações aritméticas simples, multiplicando o teor médio ponderado de cada furo pela sua espessura mineralizada (Acumulação).

De posse destes dados, iniciam-se os estudos de estimativa utilizando ferramentas de estatística descritiva, revisadas no capítulo anterior, a fim de entender o comportamento estatístico das amostras, visualizar o tipo de curva de distribuição de frequência, os valores médios, a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação destas variáveis.

A seguir, parte-se então para os estudos geoestatísticos, iniciando pelo reconhecimento do domínio amostral o qual definirá o campo geométrico e os parâmetros de busca por pares de pontos em determinada direção pelo variograma (tamanho do passo, número de passos, tolerâncias).

Com estes parâmetros definidos, serão realizadas análises exploratórias no campo amostral através de mapas variograma e variogramas experimentais em quatro direções (0° , 45° , 90° e 135°), visando verificar se há anisotropia no domínio para as variáveis de interesse (Acumulação e Espessura Mineralizada). Após a identificação destas direções, será feito um variograma experimental que contemple estas direções e que dará suporte ao procedimento de Ajuste do Modelo Teórico do Variograma, que, por sua vez, permitirá obter os valores das equações de krigagem, as quais serão usadas para as estimativas de pontos não amostrados dentro do domínio para estas duas variáveis.

A etapa de Ajuste do Modelo Teórico permitirá melhor descrever continuamente a variação espacial da variável estudada atrelando-a a uma função matemática conhecida e eliminando grandes dispersões apresentadas pelos variogramas experimentais, principalmente para buscas a longas distâncias em que os números de pares diminuem consideravelmente. Com o Modelo Variograma Ajustado, há todos os subsídios para executar os procedimentos de estimativas através da Krigagem Ordinária.

Contudo, antes disso, o banco de dados será testado através da ferramenta de Validação Cruzada, a qual permitirá determinar os melhores parâmetros de vizinhança para os cálculos de estimativa das variáveis e gerará diagramas de dispersão correlacionando um ponto estimado e seu verdadeiro valor.

Após este teste será utilizado o método de Krigagem Ordinária para estimar pontos não amostrados no domínio do depósito mineral, para as variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada.

Para a estimativa a literatura recomenda que as dimensões dos blocos sejam definidas a partir do espaçamento médio entre os furos dentro do domínio. Valleé & Côte⁷ (1992, *apud* Yamamoto, 2001, p. 124) afirmam que a utilização de blocos com dimensões muito menores à malha de amostragem pode resultar estimativa com grandes variabilidades.

Neste depósito estudado os furos estão distribuídos em diversas seções de direção NNE-SSW, os quais possuem uma distância média de 220 metros entre eles e as seções de furos distanciando-se em cerca de 300 metros entre si. Sendo assim a abertura dos blocos mais recomendada seria de 110 metros no eixo y e 150 metros no eixo x. No entanto, por se tratar de uma malha de sondagem com grandes espaçamentos e, sabendo que na prática não se

⁷ VALLEÉ, M.; CÔTE, D. 1992. The guide to evaluation of gold deposit evaluation and reserve inventory practices. *CIM Bull.*, **85**(957):50-61.

extrai blocos com centenas de metros, e sim com dimensões condizentes a suprir as demandas de produção, optou-se por delimitar as dimensões dos blocos em 50 x 50 metros.

A ferramenta de interpolação irá gerar dois mapas – um para cada variável – com diversos pontos estimados a fim de preencher todo o espaço não amostrado do depósito mineral, a partir dos 92 pontos que compõem o banco de dados principal.

Com os mapas de valores interpolados das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada concluídos, é possível extrair as informações centradas em cada bloco estimado, onde um bloco estimado para uma variável em uma determinada coordenada x e y , deva ter um bloco estimado na outra variável de posição coincidente, para que assim possa se efetivar a metodologia aqui objetivada, a qual utiliza a razão entre valores de duas variáveis no mesmo ponto do espaço para a determinação do teor médio do bloco.

Para se alcançar o objetivo principal deste trabalho, que é obter os valores do Teor Médio de cada bloco e do depósito estratiforme como um todo, além das incertezas associadas, utilizou a metodologia proposta por Yamamoto *et al.* (2017) para o cálculo de teor médio e incerteza, a qual utiliza a expansão da Série de Taylor, até a segunda ordem, para derivar a média e variância da função definida por uma operação aritmética, neste caso, uma razão $f(X, Y) = X/Y$.

Sabendo que a função que determina o Teor Médio é uma razão de duas variáveis X e Y e o interesse é a obtenção do valor médio da função em torno dos valores médios das variáveis aleatórias X e Y (Acumulação e Espessura Mineralizada, respectivamente) usa-se a expansão de Taylor em torno do ponto θ , que é o ponto próximo aos valores médios de X e Y .

Conforme já revisado no capítulo referente à revisão bibliográfica desta pesquisa, foram utilizadas as equações aproximadas para a determinação dos teores médios dos blocos (equação 3.43) e da incerteza (variância) associada a cada bloco (equação 3.44).

Após a estimativa dos teores médios dos blocos e incertezas associadas, foram gerados mapas em duas dimensões que representarão graficamente a distribuição destes valores no espaço.

Posteriormente, o mapa de teor médio recebeu, para cada ponto estimado, o respectivo valor da Espessura Mineralizada estimada a fim de reproduzir a geometria do depósito em três dimensões, transformando os blocos de duas dimensões – até então posicionados no plano horizontal – em prismas de base quadrada e altura variável com cotas amarradas pela superfície da camada mineralizada, estimada através da variável TopoMin.

Ao se multiplicar o volume do prisma pelo teor estimado e pela densidade do minério ($2,78 \text{ t/m}^3$), dividindo o total por 100 (%), obtém-se a respectiva tonelagem de cada prisma. Somando-se todos os prismas atinge-se a tonelagem total do recurso mineral estudado.

O teor médio do depósito é dado pela média aritmética simples dos valores do teor médio estimado de cada bloco.

Sintetizando as etapas propostas para a obtenção dos resultados finais deste trabalho, têm-se:

- Inserção das variáveis Espessura Mineralizada, Teor Médio Ponderado do Furo e Acumulação, TopoMin e BaseMin no banco de dados original cedido pela BE-MISA;
- Análise estatística das variáveis Espessura Mineralizada e Acumulação;
- Cálculo dos variogramas experimentais e definição das direções anisotrópicas do depósito através de estudos geoestatísticos para estas variáveis;
- Ajuste do Modelo Teórico de Variograma;
- Validação Cruzadas das variáveis estudadas;
- Estimativa de pontos não amostrados através de Krigagem Ordinária para as variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada;
- Cálculo de variâncias e covariâncias locais;
- Utilização das equações desenvolvidas por Yamamoto *et al.* (2017) para cálculo do teor médio e variância de um ponto utilizando a razão das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada em funções expandidas até a segunda ordem pela Série de Taylor;
- Confecção de mapas de teor médio, incerteza e coeficiente de variação do depósito em 2D;
- Estimativa da superfície de topo da unidade mineralizada através da variável TopoMin utilizando ferramentas geoestatísticas;
- Confecção dos modelos de blocos tridimensionais do depósito;
- Cálculo final de tonelagem do recurso mineral e teor médio do depósito;
- Classificação dos recursos minerais do depósito.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão expostos e discutidos todos os resultados obtidos durante a aplicação da metodologia e ferramentas listadas no capítulo anterior, as quais foram fundamentais para que o objetivo inicial proposto por esta Dissertação fosse alcançado, ou seja, a obtenção dos valores dos teores médios e incertezas associadas às estimativas de blocos para um depósito estratiforme de fosfato utilizando funções de duas variáveis.

5.1 Adequação do Banco de Dados

Para a realização dos cálculos de estimativa através da interpolação de variáveis de serviço como a Acumulação ($\text{Teor} \times \text{Espessura}$) foi necessário que o banco de dados cedido para o desenvolvimento deste trabalho fosse editado de tal forma que se incluíssem cinco novas variáveis ao banco.

Seguindo o procedimento que foi descrito no Capítulo 4 para esta atividade, introduziram-se ao banco de dados original as variáveis: Espessura Mineralizada, Teor Médio Ponderado do Furo e Acumulação, os quais possuem direta participação na geração dos resultados. Além destes, introduziram-se também as cotas de topo e base da zona mineralizada – TopoMin e BaseMin – para controle de altitude das zonas mineralizadas e que também foram utilizados durante a confecção dos modelos finais de blocos/prismas 3D que correspondem à distribuição tridimensional dos teores médios e incertezas associadas.

A inserção destas variáveis deu-se analisando criteriosamente cada furo individualmente, onde a Espessura Mineralizada foi definida através do intervalo de amostras pertencentes à unidade lítica mineralizada, cujos valores da razão $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$ resultaram em índices entre 1,0 a 1,6, indicando mineralizações apatíticas; o Teor Médio Ponderado foi estabelecido fazendo a média ponderada dos teores das amostras inseridas no intervalo mineralizado, onde a somatória dos produtos dos teores pelo respectivo intervalo amostrado foi dividido por todo o intervalo mineralizado; a Acumulação é o resultado do produto das variáveis Espessura Mineralizada e Teor Médio Ponderado; o TopoMin é resultado da subtração entre a cota da boca do furo e a profundidade inicial do intervalo mineralizado do respectivo furo; e a BaseMin é resultado da diferença entre os valores da variável TopoMin e Espessura Mineralizada.

Conforme já mencionado, com o procedimento de acumulação de teores dos furos, as 4.842 amostras correspondentes às 92 sondagens realizadas no projeto de pesquisa foram condensadas a 92 pontos, os quais correspondem à exata quantidade de furos e estão distribuídas em um plano de duas dimensões, x e y.

Desta forma, a Tabela 2 representa o banco de dados pronto para ser utilizado perante a metodologia proposta. Vale ressaltar que, como forma de resumir a nomenclatura do furo, foram retiradas da identificação original dos furos as seguintes siglas: JRF, a qual se refere à identificação do projeto; e AL02, a qual se refere à identificação do alvo dentro do projeto. Assim, um furo de identificação JRF-AL02-DD-001, por exemplo, foi resumido à DD-001. As siglas DD e RC referem-se ao tipo de sondagem utilizada, sendo DD para sondagens rotativas diamantadas e RC para rotoperfussivas de circulação reversa.

Tabela 2 – Banco de dados acrescido das variáveis: TopoMin, BaseMin, Espessura Mineralizada, Teor médio ponderado do furo e Acumulação.

Furo	Coord_X (m)	Coord_Y (m)	Cota (m)	TopoMin (m)	BaseMin (m)	Espessura Mineralizada (m)	Teor médio ponderado do furo (% P ₂ O ₅)	Acumulação (%m P ₂ O ₅)
DD-001	352177.47	8239455.90	270.68	253.68	247.07	6.61	4.32	28.53
DD-002	352057.17	8239233.22	253.97	241.42	228.09	13.33	2.99	39.89
DD-003	351962.15	8239057.39	238.18	230.18	211.18	19.00	4.07	77.28
DD-004	351866.98	8238881.35	219.10	208.64	196.92	11.72	3.64	42.68
DD-005	349568.67	8238184.54	201.34	158.34	156.34	2.00	3.56	7.12
DD-006	351771.94	8238705.40	209.06	191.06	178.81	12.25	3.99	48.83
DD-007	349659.59	8238362.80	225.81	204.81	197.10	7.71	3.07	23.68
DD-008	352559.13	8238690.19	192.78	161.93	147.17	14.76	3.53	52.03
DD-009	349750.14	8238540.12	248.28	221.83	215.28	6.55	4.28	28.05
DD-010	349840.73	8238720.15	249.45	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-011	352654.35	8238866.29	198.48	187.35	159.48	27.87	3.95	110.07
DD-012	352844.64	8239217.97	214.17	197.30	185.70	11.60	3.50	40.64
DD-013	349980.09	8238993.54	274.53	257.80	248.33	9.47	3.70	35.04
DD-014	353035.02	8239570.13	231.61	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-015	352369.04	8238338.49	182.72	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-016	350028.34	8239248.37	290.84	274.84	274.35	0.49	0.59	0.29
DD-017	349388.46	8237825.91	175.86	137.86	67.48	70.38	2.87	202.04
DD-018	352178.66	8237986.65	175.67	150.11	128.29	21.82	1.15	25.20
DD-019	351988.51	8237634.75	168.69	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-020	353079.83	8238181.35	164.29	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-021	353270.11	8238533.12	169.46	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-022	353460.41	8238884.82	166.90	136.90	131.90	5.00	1.44	7.20
DD-023	353603.23	8239148.80	162.30	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-024	349206.53	8237471.13	160.99	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-025	349024.26	8238657.39	198.40	162.40	151.97	10.43	2.50	26.03
DD-026	351581.71	8238353.56	192.73	163.41	119.23	44.18	2.80	123.90

DD-027	348842.97	8238300.81	178.58	142.10	139.58	2.52	1.46	3.68
DD-028	348661.75	8237944.18	166.61	137.61	134.61	3.00	2.13	6.38
DD-029	351392.05	8238001.53	183.90	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-030	350241.21	8237388.20	174.09	129.09	127.09	2.00	1.35	2.69
DD-031	351200.85	8237650.05	176.01	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-032	350394.90	8237757.69	184.36	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
DD-033	350548.46	8238126.90	196.18	172.98	168.18	4.80	0.84	4.05
DD-034	350702.21	8238496.17	210.32	173.32	110.42	62.90	2.80	176.35
DD-035	350855.63	8238865.34	220.06	211.06	198.06	13.00	2.58	33.50
DD-036	351676.68	8238529.65	199.57	179.57	165.68	13.89	2.98	41.37
DD-037	349297.12	8237649.36	169.53	130.53	126.53	4.00	2.28	9.12
RC-001	351591.08	8238371.57	193.50	159.50	110.50	49.00	2.70	132.36
RC-002	351492.00	8238179.39	187.72	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-003	351837.77	8238288.74	188.85	150.85	144.85	6.00	1.72	10.31
RC-004	352230.55	8238556.64	193.86	145.86	129.86	16.00	2.33	37.32
RC-005	351926.83	8238462.92	195.02	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-006	352413.31	8238907.41	209.89	199.89	179.89	20.00	3.79	75.70
RC-007	352106.86	8238818.95	211.84	200.84	183.84	17.00	3.72	63.32
RC-008	351780.93	8238722.79	210.55	198.55	177.55	21.00	2.43	50.99
RC-009	352291.92	8239174.88	237.35	230.35	215.35	15.00	3.74	56.08
RC-010	352752.46	8239038.35	207.87	194.87	169.87	25.00	3.65	91.34
RC-011	352596.31	8239269.86	230.16	223.16	208.16	15.00	4.03	60.38
RC-012	352435.81	8239470.83	260.05	242.05	238.05	4.00	4.42	17.69
RC-013	353124.19	8239171.08	192.48	177.48	165.48	12.00	3.13	37.51
RC-014	352947.38	8239393.95	223.13	209.13	206.13	3.00	4.02	12.07
RC-015	352732.04	8239538.26	251.83	229.83	228.83	1.00	0.22	0.22
RC-016	353275.31	8239553.69	213.22	196.22	194.22	2.00	0.17	0.33
RC-017	352934.77	8238820.99	185.55	169.55	142.55	27.00	3.46	93.37
RC-018	352740.18	8238471.12	180.03	145.03	138.03	7.00	1.40	9.81
RC-019	352471.27	8238513.93	187.06	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-020	351198.56	8238166.20	190.36	154.36	147.36	7.00	0.67	4.68
RC-021	351617.45	8239076.92	244.80	238.80	227.80	11.00	3.85	42.31
RC-022	351451.11	8238710.52	210.96	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-023	351369.13	8238527.91	201.23	171.23	151.23	20.00	3.45	68.94
RC-024	351282.20	8238348.68	195.02	156.02	139.02	17.00	2.52	42.86
RC-025	351227.50	8238946.24	223.39	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-026	351142.62	8238765.07	211.80	193.80	179.80	14.00	3.21	44.88
RC-027	351069.18	8238579.30	204.97	173.97	114.97	59.00	2.94	173.25
RC-028	350978.42	8238401.08	199.81	159.81	145.81	14.00	1.64	22.92
RC-029	350891.87	8238220.71	195.33	166.33	162.33	4.00	1.24	4.96
RC-030	350632.35	8238313.64	203.06	167.06	152.06	15.00	1.97	29.60
RC-031	350785.80	8238680.15	214.66	193.66	178.66	15.00	2.07	31.05
RC-032	350538.27	8238822.18	232.44	225.44	209.44	16.00	3.15	50.32
RC-033	350373.37	8238460.92	214.53	203.53	181.53	22.00	2.45	53.88
RC-034	350203.39	8238098.75	198.32	158.32	140.32	18.00	1.96	35.24
RC-035	350031.53	8237733.00	183.58	154.58	149.58	5.00	1.32	6.61
RC-036	350149.07	8238670.09	240.29	236.29	207.29	29.00	3.84	111.22
RC-037	349974.49	8238307.30	211.85	200.85	178.85	22.00	3.98	87.66
RC-038	349811.17	8237946.25	189.10	155.10	88.10	67.00	2.97	199.16
RC-039	349725.73	8237759.34	181.13	127.13	61.13	66.00	2.33	153.82
RC-040	349644.09	8237582.13	174.82	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-041	349484.80	8238009.31	184.38	153.38	116.38	37.00	3.38	125.10
RC-042	349350.15	8237739.15	172.85	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-043	349689.36	8238932.49	279.13	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00

RC-044	349517.06	8238907.15	284.30	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-045	349514.36	8238576.97	248.53	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-046	349315.24	8238215.38	191.72	154.72	148.72	6.00	4.85	29.07
RC-047	349144.54	8237867.45	171.84	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-048	349210.64	8238502.85	201.22	177.22	155.22	22.00	4.13	90.75
RC-049	349135.89	8238344.35	188.25	156.25	95.25	61.00	2.76	168.50
RC-050	348943.77	8238472.63	186.21	153.21	102.21	51.00	2.77	141.39
RC-051	351548.47	8238282.27	190.67	100.67	90.67	10.00	2.06	20.60
RC-052	352321.06	8238728.95	200.09	179.09	164.09	15.00	3.64	54.67
RC-053	352019.20	8238638.16	202.30	184.30	159.30	25.00	3.83	95.72
RC-054	353041.40	8238549.75	175.01	-99.00	-99.00	0.00	0.00	0.00
RC-055	353230.27	8238897.54	176.14	145.14	135.14	10.00	3.57	35.71

Fonte: modificado de arquivo cedido pela BEMISA – Brasil Exploração Mineral S.A.

A partir da Tabela 2 têm-se todos os dados necessários para o desenvolvimento do proposto trabalho. Vale destacar que, assim como em toda pesquisa de depósitos minerais, ocorrem furos negativos, ausentes de teores de fosfato apatítico neste caso, o que consequentemente geraram valores de Acumulação e Espessura Mineralizada iguais a zero, totalizando 23 furos negativos. Chilès & Delfiner (1999, p. 421) ressaltam que a obtenção de valores zero para teores minerais não podem ser negligenciáveis durante as estimativas.

5.2 Suporte Amostral

No item anterior foi mencionada a utilização de dois métodos de sondagem para a realização da pesquisa neste depósito: sondagens rotativas diamantadas, onde os testemunhos retornam integralmente à superfície, e sondagem rotopercussiva com circulação reversa, a qual a rocha retorna na forma de fragmentos à superfície, os quais são coletados por um amostrador acoplado à sonda.

A utilização em conjunto de dados provenientes de dois ou mais métodos de sondagem não é aconselhável. Journel & Huijbregts (1978, p.197-198) propõem uma série de fatores a serem considerados na revisão dos dados antes de se iniciar os estudos geoestatísticos e procedimentos de estimativa de recursos/reservas minerais, e um deles é não recomendar a utilização de diferentes métodos amostrais para que as amostras tenham o mesmo suporte amostral para os cálculos de estimativa. Tal prática pode acarretar em haver diferentes diâmetros de perfuração, intervalos diferentes de amostragem, volumes de amostras diferentes, métodos mais susceptíveis à contaminação e erro na amostragem, etc. Entende-se então como uma boa prática a utilização de somente dados provenientes de um mesmo método de obtenção, análise, e tratamento de amostras para os processos de estimativas de recursos e reservas minerais.

No entanto, o banco de dados fruto do desenvolvimento desse trabalho não obedece rigorosamente essa recomendação. Foram realizadas duas campanhas de sondagem no alvo de pesquisa utilizando uma metodologia de perfuração em cada campanha: uma sondagem diamantada na campanha exploratória e uma sondagem por circulação reversa na campanha de adensamento de malha de pesquisa.

Em ambas as campanhas os intervalos amostrados foram delimitados em 1 metro, salvo particularidades geológicas que só foram passíveis de identificação em testemunhos provenientes da sondagem rotativa diamantada. Porém, os equipamentos de perfuração utilizaram diferentes diâmetros de corte: as sondas rotativas diamantadas com diâmetro aproximado de 9,6 cm e as sondas rotopercussivas com aproximadamente 12 cm de diâmetro. Portanto, para um mesmo metro linear cortado, volumes diferentes de amostras foram gerados.

Para justificar a utilização dos dados provenientes das duas campanhas de sondagem de forma conjunta neste trabalho, serão demonstrados alguns parâmetros de comparação utilizando dois pares de furos que estão localizados muito próximos entre si, a uma distância de 20 metros (DD-026/RC-001 e DD-006/RC-008).

Cada par é formado por um furo diamantado e um rotopercussivo. Os furos diamantados foram paralisados ainda dentro da unidade mineralizada, o ritmito não oxidado, e os rotopercussivos foram locados próximos exatamente para comprovar a continuidade lateral da unidade e atravessar por inteiro a unidade mineralizada em profundidade (Figura 18).

Para validar a utilização dos dados em conjunto, foram considerados três parâmetros: os contatos litológicos das descrições geológicas dos pares de furos e os perfis interpretados, uma comparação estatística dos teores de P_2O_5 das amostras mineralizadas em fosfato apatítico, bem como uma análise de correlação entre os teores de P_2O_5 das amostras balizadas pelo contato entre as litologias.

Por último, fizeram-se gráficos de dispersão para uma análise de correlação entre os pares de furos, balizando as amostras pelo contato geológico descrito nos furos. As tabelas 4 e 5 mostram as amostras utilizadas para a análise de correlação dos pares de furos DD-026/RC-001 e DD-006-RC-008, que podem ser melhores visualizados pelos diagramas de dispersão das figuras 19 e 20, respectivamente.

O par de furos DD-026/RC-001 proporcionou um coeficiente de correlação igual 0,698 e o par DD-006/RC-008 um coeficiente igual a 0,597. Não se tratam de coeficientes de correlação altos, porém é perceptível uma correlação entre os furos e deve-se lembrar de que os furos não estão localizados exatamente um ao lado do outro.

Tabela 4 - Amostras utilizadas para comparação dos furos DD-026 e RC-001.

DD-026 (X: 351581.71; Y: 8238353.56; Z: 192.73)					RC-001 (X: 351591.08; Y: 8238371.56; Z: 193.50)				
Amostra	De	Para	Litologia	%P2O5	Amostra	De	Para	Litologia	%P2O5
JRF-AL02-001567	10.00	11.00	Arenito	1.20	JRF-AL02-002421	13.00	14.00	Arenito	0.77
JRF-AL02-001568	11.00	12.00	Arenito	1.37	JRF-AL02-002422	14.00	15.00	Arenito	0.66
JRF-AL02-001569	12.00	13.00	Arenito	0.91	JRF-AL02-002423	15.00	16.00	Arenito	0.99
JRF-AL02-001570	13.00	14.00	Arenito	0.89	JRF-AL02-002424	16.00	17.00	Arenito	0.50
JRF-AL02-001571	14.00	15.00	Arenito	0.82	JRF-AL02-002425	17.00	18.00	Arenito	0.65
JRF-AL02-001572	15.00	16.00	Arenito	0.85	JRF-AL02-002426	18.00	19.00	Arenito	0.56
JRF-AL02-001573	16.00	17.00	Arenito	0.74	JRF-AL02-002427	19.00	20.00	Arenito	0.69
JRF-AL02-001574	17.00	18.00	Arenito	0.76	JRF-AL02-002429	20.00	21.00	Arenito	1.20
JRF-AL02-001575	18.00	19.00	Arenito	0.70	JRF-AL02-002430	21.00	22.00	Arenito	0.96
JRF-AL02-001579	19.00	20.00	Arenito	1.05	JRF-AL02-002435	22.00	23.00	Arenito	0.87
JRF-AL02-001577	20.00	21.00	Arenito	1.07	JRF-AL02-002432	23.00	24.00	Arenito	0.57
JRF-AL02-001578	21.00	22.00	Arenito	0.95	JRF-AL02-002433	24.00	25.00	Arenito	0.88
JRF-AL02-001580	22.00	23.00	Arenito	0.79	JRF-AL02-002434	25.00	26.00	Arenito	1.39
JRF-AL02-001584	23.00	24.00	Arenito	1.48	JRF-AL02-002436	26.00	27.00	Arenito	0.80
JRF-AL02-001582	24.00	25.00	Arenito	0.90	JRF-AL02-002437	27.00	28.00	Arenito	0.42
JRF-AL02-001583	25.00	26.00	Arenito	0.45	JRF-AL02-002438	28.00	29.00	Arenito	0.20
JRF-AL02-001585	26.00	27.33	Arenito	0.69	JRF-AL02-002439	29.00	30.00	Arenito	0.39
JRF-AL02-001586	27.33	28.33	Ritmito ã oxid.	1.20	JRF-AL02-002440	30.00	31.00	Ritmito ã oxid.	0.89
JRF-AL02-001587	28.33	29.32	Ritmito ã oxid.	1.52	JRF-AL02-002441	31.00	32.00	Ritmito ã oxid.	0.83
JRF-AL02-001588	29.32	30.00	Ritmito ã oxid.	1.24	JRF-AL02-002442	32.00	33.00	Ritmito ã oxid.	0.88
JRF-AL02-001590	30.00	31.00	Ritmito ã oxid.	0.42	JRF-AL02-002443	33.00	34.00	Ritmito ã oxid.	1.55
JRF-AL02-001591	31.00	32.00	Ritmito ã oxid.	0.14	JRF-AL02-002444	34.00	35.00	Ritmito ã oxid.	1.26
JRF-AL02-001604	32.00	33.00	Ritmito ã oxid.	0.23	JRF-AL02-002445	35.00	36.00	Ritmito ã oxid.	0.55
JRF-AL02-001593	33.00	33.55	Ritmito ã oxid.	0.37	JRF-AL02-002447	36.00	37.00	Ritmito ã oxid.	2.16
JRF-AL02-001594	33.55	34.00	Ritmito ã oxid.	2.70	JRF-AL02-002448	37.00	38.00	Ritmito ã oxid.	2.43
JRF-AL02-001595	34.00	35.00	Ritmito ã oxid.	2.92	JRF-AL02-002449	38.00	39.00	Ritmito ã oxid.	1.54
JRF-AL02-001596	35.00	36.00	Ritmito ã oxid.	3.43	JRF-AL02-002451	39.00	40.00	Ritmito ã oxid.	2.48
JRF-AL02-001597	36.00	37.00	Ritmito ã oxid.	2.71	JRF-AL02-002452	40.00	41.00	Ritmito ã oxid.	2.45
JRF-AL02-001598	37.00	38.00	Ritmito ã oxid.	3.60	JRF-AL02-002453	41.00	42.00	Ritmito ã oxid.	2.88
JRF-AL02-001600	38.00	39.00	Ritmito ã oxid.	3.63	JRF-AL02-002454	42.00	43.00	Ritmito ã oxid.	3.12
JRF-AL02-001601	39.00	40.00	Ritmito ã oxid.	2.88	JRF-AL02-002456	43.00	44.00	Ritmito ã oxid.	2.53
JRF-AL02-001602	40.00	40.80	Ritmito ã oxid.	2.74	JRF-AL02-002457	44.00	45.00	Ritmito ã oxid.	3.96
JRF-AL02-001603	40.80	42.00	Ritmito ã oxid.	3.11	JRF-AL02-002459	45.00	46.00	Ritmito ã oxid.	3.70
JRF-AL02-001605	42.00	43.00	Ritmito ã oxid.	4.49	JRF-AL02-002460	46.00	47.00	Ritmito ã oxid.	3.15
JRF-AL02-001606	43.00	44.00	Ritmito ã oxid.	3.00	JRF-AL02-002461	47.00	48.00	Ritmito ã oxid.	4.37
JRF-AL02-001607	44.00	45.00	Ritmito ã oxid.	4.07	JRF-AL02-002462	48.00	49.00	Ritmito ã oxid.	2.52
JRF-AL02-001608	45.00	46.00	Ritmito ã oxid.	3.09	JRF-AL02-002463	49.00	50.00	Ritmito ã oxid.	2.35
JRF-AL02-001609	46.00	47.00	Ritmito ã oxid.	3.28	JRF-AL02-002464	50.00	51.00	Ritmito ã oxid.	3.86
JRF-AL02-001616	47.00	48.00	Ritmito ã oxid.	2.12	JRF-AL02-002466	51.00	52.00	Ritmito ã oxid.	2.11
JRF-AL02-001611	48.00	49.00	Ritmito ã oxid.	3.20	JRF-AL02-002467	52.00	53.00	Ritmito ã oxid.	4.31
JRF-AL02-001612	49.00	50.00	Ritmito ã oxid.	3.63	JRF-AL02-002469	53.00	54.00	Ritmito ã oxid.	3.41
JRF-AL02-001613	50.00	51.00	Ritmito ã oxid.	2.80	JRF-AL02-002470	54.00	55.00	Ritmito ã oxid.	3.56
JRF-AL02-001614	51.00	52.00	Ritmito ã oxid.	4.83	JRF-AL02-002471	55.00	56.00	Ritmito ã oxid.	3.17
JRF-AL02-001615	52.00	53.00	Ritmito ã oxid.	4.38	JRF-AL02-002472	56.00	57.00	Ritmito ã oxid.	3.49
JRF-AL02-001617	53.00	54.00	Ritmito ã oxid.	3.76	JRF-AL02-002474	57.00	58.00	Ritmito ã oxid.	2.76

JRF-AL02-001618	54.00	55.00	Ritmito ã oxid.	3.77	JRF-AL02-002475	58.00	59.00	Ritmito ã oxid.	4.28
JRF-AL02-001619	55.00	56.00	Ritmito ã oxid.	3.03	JRF-AL02-002476	59.00	60.00	Ritmito ã oxid.	3.16
JRF-AL02-001621	56.00	57.00	Ritmito ã oxid.	3.82	JRF-AL02-002477	60.00	61.00	Ritmito ã oxid.	3.31
JRF-AL02-001622	57.00	58.00	Ritmito ã oxid.	3.44	JRF-AL02-002478	61.00	62.00	Ritmito ã oxid.	2.55
JRF-AL02-001623	58.00	59.00	Ritmito ã oxid.	3.90	JRF-AL02-002479	62.00	63.00	Ritmito ã oxid.	3.67
JRF-AL02-001625	59.00	60.00	Ritmito ã oxid.	0.88	JRF-AL02-002480	63.00	64.00	Ritmito ã oxid.	2.62
JRF-AL02-001631	60.00	61.00	Ritmito ã oxid.	1.89	JRF-AL02-002481	64.00	65.00	Ritmito ã oxid.	3.22
JRF-AL02-001627	61.00	62.00	Ritmito ã oxid.	0.70	JRF-AL02-002482	65.00	66.00	Ritmito ã oxid.	1.80
JRF-AL02-001628	62.00	63.00	Ritmito ã oxid.	1.06	JRF-AL02-002483	66.00	67.00	Ritmito ã oxid.	1.19
JRF-AL02-001629	63.00	64.00	Ritmito ã oxid.	4.84	JRF-AL02-002484	67.00	68.00	Ritmito ã oxid.	1.17
JRF-AL02-001630	64.00	65.00	Ritmito ã oxid.	4.00	JRF-AL02-002485	68.00	69.00	Ritmito ã oxid.	1.16
JRF-AL02-001632	65.00	66.00	Ritmito ã oxid.	3.41	JRF-AL02-002486	69.00	70.00	Ritmito ã oxid.	2.01
JRF-AL02-001633	66.00	67.00	Ritmito ã oxid.	3.56	JRF-AL02-002489	70.00	71.00	Ritmito ã oxid.	3.39
JRF-AL02-001638	67.00	68.00	Ritmito ã oxid.	3.27	JRF-AL02-002488	71.00	72.00	Ritmito ã oxid.	2.47
JRF-AL02-001635	68.00	69.00	Ritmito ã oxid.	1.95	JRF-AL02-002490	72.00	73.00	Ritmito ã oxid.	2.93
JRF-AL02-001636	69.00	70.00	Ritmito ã oxid.	1.75	JRF-AL02-002491	73.00	74.00	Ritmito ã oxid.	2.91
JRF-AL02-001637	70.00	71.00	Ritmito ã oxid.	2.60	JRF-AL02-002492	74.00	75.00	Ritmito ã oxid.	2.01
JRF-AL02-001639	71.00	72.00	Ritmito ã oxid.	1.08	JRF-AL02-002494	75.00	76.00	Ritmito ã oxid.	2.35
JRF-AL02-001640	72.00	73.50	Ritmito ã oxid.	2.77	JRF-AL02-002495	76.00	77.00	Ritmito ã oxid.	2.63

Fonte: retirado de arquivo cedido pela BEMISA – Brasil Exploração Mineral S.A.

Tabela 5 - Amostras utilizadas para comparação dos furos DD-006 e RC-008.

DD-006 (X: 351771.94; Y: 8238705.40; Z: 209.06)					RC-008 (X: 351780.93; Y: 8238722.80; Z: 210.55)				
Amostra	De	Para	Litologia	%P2O5	Amostra	De	Para	Litologia	%P2O5
JRF-AL02-000380	2.00	3.00	Ritmito oxid.	1.28	JRF-AL02-003009	2.00	3.00	Ritmito oxid.	1.95
JRF-AL02-000381	3.00	4.00	Ritmito oxid.	0.99	JRF-AL02-003010	3.00	4.00	Ritmito oxid.	2.30
JRF-AL02-000382	4.00	5.00	Ritmito oxid.	1.14	JRF-AL02-003011	4.00	5.00	Ritmito oxid.	1.67
JRF-AL02-000384	5.00	6.00	Ritmito oxid.	1.81	JRF-AL02-003012	5.00	6.00	Ritmito oxid.	2.28
JRF-AL02-000385	6.00	7.00	Ritmito oxid.	1.19	JRF-AL02-003014	6.00	7.00	Ritmito oxid.	1.27
JRF-AL02-000386	7.00	8.00	Ritmito oxid.	1.73	JRF-AL02-003015	7.00	8.00	Ritmito oxid.	1.14
JRF-AL02-000387	8.00	9.00	Ritmito oxid.	0.92	JRF-AL02-003016	8.00	9.00	Ritmito oxid.	0.94
JRF-AL02-000388	9.00	9.86	Ritmito oxid.	0.48	JRF-AL02-003017	9.00	10.00	Ritmito oxid.	0.53
JRF-AL02-000389	9.86	11.00	Ritmito oxid.	0.39	JRF-AL02-003018	10.00	11.00	Ritmito oxid.	0.36
JRF-AL02-000390	11.00	12.00	Ritmito oxid.	0.24	JRF-AL02-003020	11.00	12.00	Ritmito oxid.	0.40
JRF-AL02-000393	12.00	13.00	Ritmito ã oxid.	0.25	JRF-AL02-003021	12.00	13.00	Ritmito ã oxid.	0.97
JRF-AL02-000394	13.00	14.00	Ritmito ã oxid.	0.96	JRF-AL02-003022	13.00	14.00	Ritmito ã oxid.	0.70
JRF-AL02-000401	14.00	15.00	Ritmito ã oxid.	0.93	JRF-AL02-003023	14.00	15.00	Ritmito ã oxid.	0.66
JRF-AL02-000396	15.00	16.00	Ritmito ã oxid.	0.54	JRF-AL02-003024	15.00	16.00	Ritmito ã oxid.	1.12
JRF-AL02-000397	16.00	17.26	Ritmito ã oxid.	0.61	JRF-AL02-003025	16.00	17.00	Ritmito ã oxid.	2.46
JRF-AL02-000398	17.26	18.00	Ritmito ã oxid.	2.15	JRF-AL02-003026	17.00	18.00	Ritmito ã oxid.	3.63
JRF-AL02-000399	18.00	19.00	Ritmito ã oxid.	3.10	JRF-AL02-003027	18.00	19.00	Ritmito ã oxid.	4.05
JRF-AL02-000400	19.00	20.00	Ritmito ã oxid.	3.14	JRF-AL02-003028	19.00	20.00	Ritmito ã oxid.	3.25
JRF-AL02-000402	20.00	20.43	Ritmito ã oxid.	2.99	JRF-AL02-003030	20.00	21.00	Ritmito ã oxid.	2.90
JRF-AL02-000403	20.43	21.00	Ritmito ã oxid.	3.93	JRF-AL02-003031	21.00	22.00	Ritmito ã oxid.	2.09
JRF-AL02-000404	21.00	22.00	Ritmito ã oxid.	4.67	JRF-AL02-003032	22.00	23.00	Ritmito ã oxid.	2.05
JRF-AL02-000405	22.00	22.79	Ritmito ã oxid.	1.91	JRF-AL02-003033	23.00	24.00	Ritmito ã oxid.	3.38
JRF-AL02-000406	22.79	24.00	Ritmito ã oxid.	3.84	JRF-AL02-003034	24.00	25.00	Ritmito ã oxid.	4.20
JRF-AL02-000407	24.00	25.00	Ritmito ã oxid.	4.65	JRF-AL02-003036	25.00	26.00	Ritmito ã oxid.	1.48
JRF-AL02-000411	25.00	26.00	Ritmito ã oxid.	4.18	JRF-AL02-003037	26.00	27.00	Ritmito ã oxid.	1.43
JRF-AL02-000409	26.00	27.00	Ritmito ã oxid.	2.60	JRF-AL02-003038	27.00	28.00	Ritmito ã oxid.	3.42
JRF-AL02-000410	27.00	28.00	Ritmito ã oxid.	3.50	JRF-AL02-003040	28.00	29.00	Ritmito ã oxid.	4.37
JRF-AL02-000412	28.00	29.00	Ritmito ã oxid.	4.41	JRF-AL02-003041	29.00	30.00	Ritmito ã oxid.	4.28
JRF-AL02-000413	29.00	30.25	Ritmito ã oxid.	3.29	JRF-AL02-003042	30.00	31.00	Ritmito ã oxid.	2.31

Fonte: retirado de arquivo cedido pela BEMISA – Brasil Exploração Mineral S.A.

Figura 19 - Diagrama de dispersão entre os Furos DD-026 e RC-001.

Figura 20 - Diagrama de dispersão entre os Furos DD-006 e RC-008.

Mesmo que em termos estatísticos não se obteve resultados extremamente positivos, os resultados destas análises mostram que há uma correlação entre os dados das duas sondagens no intervalo mineralizado: os furos demonstram a continuidade das camadas litológicas; a estatística básica das amostras mineralizadas nos dois métodos apresentam resultados próximos entre si, como a média e a mediana; e uma correlação positiva entre os pares de furos é observada.

É importante reportar também que se os dados fossem tratados de forma separada pelo método de sondagem, o conjunto de dados teria muito menos consistência para que se avaliasse o depósito fosfático, o que acarretaria em um aumento da incerteza das estimativas.

5.3 Análise estatística dos dados

As equações desenvolvidas por Yamamoto *et al.* (2017) para o cálculo de teor médio e incerteza levam em consideração a razão de duas variáveis aleatórias X e Y, que neste caso serão representadas pelas variáveis de serviço Acumulação e Espessura Mineralizada, respectivamente. Sabendo disso, todas as análises estatísticas e geoestatísticas serão concentradas nestas variáveis.

A começar pela interpretação estatística dos dados, a Figura 21 representa o comportamento da distribuição de frequências e a frequência acumulada dos valores da variável Es-

peSSura Mineralizada, onde se pode notar uma distribuição lognormal com assimetria positiva e a ausência de valores no quartil inferior, o que demonstra que exatamente 25% dos furos foram realizados em locais estéreis, ausente de mineralizações fosfáticas (23 furos no total).

VARIÁVEL ESPESSURA MINERALIZADA

#dados: 92
Média: 14,12
Desvio Padrão: 17.23
Coef. Variação: 1,22
Máximo: 70,38
Mínimo: 0,00

Quartil Superior: 18,00
Mediana: 9.74
Quartil Inferior: -99,00

Figura 21 - Curva de frequência acumulada da variável Espessura Mineralizada com histograma inserido.

A variável Acumulação, que é resultando do produto da Espessura Mineralizada pelo Teor Médio Ponderado do Furo, assim como a variável Espessura Mineralizada, também possui uma distribuição lognormal (assimetria positiva), conforme Figura 22.

VARIÁVEL ACUMULAÇÃO

#dados: 92
Média: 42,06
Desvio Padrão: 50,82
Coef. Variação: 1,208
Máximo: 202,04
Mínimo: 0,00

Quartil Superior: 54,67
Mediana: 28,05
Quartil Inferior: -99,00

Figura 22 - Curva de frequência acumulada da variável Acumulação com histograma inserido.

A partir da análise estatística observa-se que as variáveis de serviço continuam seguindo uma distribuição assimétrica positiva, tal como observado nos dados originais, com-

posto de 4.842 amostras (Figura 23). Este tipo de distribuição é a que normalmente se encontra em depósitos de metais raros, metais base e diversos outros elementos da natureza, onde há uma maior quantidade de dados de baixo valor e uma menor frequência de valores anômalos (alto teor).

Figura 23 – Distribuição de frequências dos teores de P_2O_5 no banco de dados original do depósito.

5.4 Análise Geoestatística

Nesta etapa, deve-se determinar um modelo de correlação espacial dos dados para sua posterior utilização nas equações de krigagem ordinária para fins de modelagem das variáveis de serviço Espessura Mineralizada e Acumulação.

Ao iniciar as análises exploratórias no domínio amostral é fundamental que se conheça o posicionamento dos dados no espaço para que os parâmetros de busca por pares de pontos pelo variograma sejam bem definidos e capazes de gerar o maior número de informações. Assim, costuma-se adotar como a distância do passo a distância média entre os pontos amostrados.

Os furos aqui trabalhados estão dispostos em perfis “paralelos” entre si que se distanciam em aproximadamente 300 metros entre cada perfil, e cada furo distancia-se, em média, cerca de 220 metros dentro dos perfis. Com estas informações o “passo” trabalhado durante a realização dos estudos geoestatísticos foi de 270 metros para a direção de 75° e 220 metros para a direção de 165° . O número de passos foi fixado em 8 devido às limitações do campo geométrico das direções identificadas como anisotrópicas.

Para determinação das possíveis direções de anisotropia do fenômeno espacial, foi calculado Mapas Variograma pelo *software* GeoVisual, o qual realiza inspeções variográficas a cada 5° para a determinação da direção de maior e menor continuidade dentro do domínio.

O resultado destas investigações é representado pelas Figuras 24 e 25, as quais demonstram os intervalos de direções de $70-80^\circ$ e $160-170^\circ$ como sendo as direções ortogonais entre si de maior e menor continuidade para as duas variáveis estudadas.

Figura 24 – Mapa Variograma para Variável Espessura Mineralizada.

Figura 25 – Mapa Variograma para Variável Acumulação.

Com a anisotropia definida, utilizaram-se estas direções para o cálculo dos variogramas experimentais e interpretação da correlação dos dados nestas direções, além de viabilizar variogramas capazes de serem ajustados aos modelos teóricos de variograma.

As Figuras 26 e 27 representam os variogramas experimentais nas direções de 75° e 165° para ambas as variáveis estudadas com um modelo teórico já ajustado, no caso, o esférico. Destaca-se, para as duas variáveis, a definição das amplitudes de 585 metros para a direção de 75° , definida como direção de maior continuidade e menor variância no domínio, e 480 metros para a direção de 165° , definida como de menor continuidade e maior variância.

É possível notar que os variogramas experimentais das duas variáveis são proporcionais entre si no eixo da semivariância, respeitando mais uma vez a proporcionalidade dos variogramas para variáveis dependentes como é descrito na literatura para casos como este (Chilès & Delfiner, 2012, p. 202).

Figura 26 – Variograma Experimental da Variável Espessura Mineralizada nas direções de 75 e 165°, ajustado ao Modelo Teórico Esférico.

Figura 27 – Variograma Experimental da Variável Acumulação nas direções de 75 e 165°, ajustado ao Modelo Teórico Esférico.

Durante a análise estatística das variáveis, obteve-se como média os valores de 42,06 para a variável Acumulação e 14,12 para a variável Espessura Mineralizada.

Sabendo que a Acumulação é o produto da multiplicação do valor da Espessura Mineralizada (X) por outro valor (k), pode-se concluir que a média desta variável pode ser escrita como $E[kX]$ e a média da Espessura Mineralizada pode ser escrita como $E[X]$. Se:

$$E[kX] = k * E[X] \quad (5.1)$$

Então,

$$k = E[kX]/E[X] \quad (5.2)$$

Onde, substituindo pelas médias têm-se:

$$k = \frac{42,06}{14,12} \approx 2,97$$

Chilès & Delfiner (2012, p. 202) destacam que ao trabalhar com duas variáveis, onde uma é o resultado de um produto de outra variável, os variogramas devem apresentar proporcionalidade, que pode ser confirmada por uma das propriedades associadas à variância (Fonseca & Martins, 1982, p. 44), conforme segue:

- A variância de uma variável aleatória quando multiplicada por uma constante resultará na variância da variável aleatória multiplicada pelo quadrado da constante, onde tem-se:

$$Var[kX] = k^2 Var[X] \quad (5.3)$$

Considerando neste caso que:

$[kX]$ = variável Acumulação;

$[X]$ = variável Espessura Mineralizada;

k = constante.

Pode-se testar esta propriedade com os valores de $\gamma(h)$ das duas variáveis em determinada direção.

Testando os valores da semivariância na direção de 75° , no ponto de Amplitude máxima, na equação 5.3, tem-se:

$$2508 = (2,97)^2 * 285$$

$$2508 \approx 2513,96$$

Este resultado comprova tal propriedade das variâncias com valores obtidos muito próximos.

5.5 Estimativa de Valores

Com os modelos de correlação espacial foram feitas as estimativas através das equações de krigagem ordinária para as variáveis de serviço.

No entanto, para tal fim é necessário checar a qualidade dos modelos teóricos de variograma e que se determinem os melhores parâmetros de vizinhança para que seja utilizado o melhor conjunto de dados para a estimativa de um local não amostrado. Para isso, fez-se uso da Validação Cruzada, onde diversos testes de parâmetros buscando os melhores índices de correlação entre os valores reais e valores estimados no mesmo local foram realizados.

Após a realização dos testes, definiram-se os seguintes parâmetros para as estimativas das variáveis Espessura Mineralizada e Acumulação (tabelas 6 e 7), com os quais foi possível obter as dispersões representadas pela Figura 28, para a variável Espessura Mineralizada e Figura 29 para a variável Acumulação:

Tabela 6 – Parâmetros de vizinhança definidos para a Variável Espessura Mineralizada.

Pontos p/ Setor	Máximo p/ Bloco	Mínimo p/ Bloco	Distância	# dados estimados	Correlação
3	24	2	585	91	0,435

Tabela 7 – Parâmetros de vizinhança definidos para a Variável Acumulação.

Pontos p/ Setor	Máximo p/ Bloco	Mínimo p/ Bloco	Distância	# dados estimados	Correlação
3	24	2	585	91	0,457

A distância definida para o raio de busca pelo estimador foi de 585 metros, respeitando o valor da amplitude máxima obtida pelos variogramas experimentais na direção de maior continuidade do depósito, que é a direção de 75°.

Nos gráficos de dispersão representados pelas figuras 28 e 29, assim como já mostrado nas tabelas 6 e 7, é possível notar que o valor do coeficiente de correlação não apresenta valores tão expressivos, o que pode ser explicado pela grande proporção de furos negativos (1/4 do total de furos), os quais tiveram valores zero atribuídos às variáveis Espessura Mineralizada e Teor Médio Ponderado do Furo, e consequentemente Acumulação, por não respeitarem à condição qualitativa de ser uma mineralização fosfática vinculadas aos minerais apatíticos, determinadas pela razão $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$, ou por serem totalmente estéreis mesmo.

Tais observações de classificação resultaram em 23 furos negativos ao banco de dados, os quais, ao serem estimados, geraram valores bem diferentes de zero, diminuindo o coeficiente de correlação. Corrobora ainda para correlações não tão expressivas o fato de o domínio amostral, quando acumulado, proporcionar pouca densidade de informação para uma área de pesquisa tão extensa.

Na curva acumulativa e no histograma de cada variável estudada (figuras 21 e 22) é possível verificar a grande frequência de dados com valores zero atribuídos.

Figura 28 – Diagrama de dispersão indicando o coeficiente de correlação entre dados reais e dados estimados para a variável Espessura Mineralizada.

Figura 29 – Diagrama de dispersão indicando o coeficiente de correlação entre dados reais e dados estimados para a variável Acumulação.

Com os parâmetros de vizinhança definidos utilizou-se então a ferramenta de interpolação por krigagem ordinária inserida no *software* GeoVisual, o qual gerou os seguintes mapas de resultados interpolados para as duas variáveis (figuras 30 e 31).

A abertura dos blocos foi definida em 50 x 50 metros.

Figura 30 – Mapa da variável Espessura Mineralizada estimada no depósito de fosfato estudado.

Figura 31 – Mapa da variável Acumulação estimada no depósito de fosfato estudado.

5.6 Teores Médios e Incertezas

Os mapas resultantes da krigagem ordinária expressam os valores dos blocos estimados para as variáveis estudadas que foram utilizadas pelas equações desenvolvidas por Yamamoto *et al.* (2017) para o cálculo dos teores médios e incertezas associadas de cada bloco, através da razão das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada, demonstradas nas equações 3.43 e 3.44.

Pode-se notar na Figura 32 uma boa continuidade do depósito fosfático na direção preferencial de N75E, que foi a direção caracterizada como de maior continuidade durante a

análise geoestatística dos dados e que o depósito apresenta uma grande proporção de blocos com teores médios entre 3 a 4% de P_2O_5 .

Figura 32 - Mapa de Teores Médios dos blocos estimados.

No entanto, apesar de os resultados parecem bastante satisfatórios é necessário observar duas particularidades evidenciadas pelo método durante o cálculo dos teores médios.

A equação 3.43, utilizada para o cálculo de teores médios, é formada por três fatores que envolvem operações de soma e subtração. A região “A” destacada no mapa da Figura 32 mostra blocos vazios que tiveram valores negativos estimados, exatamente pelo fator de subtração da equação, o qual leva em consideração a razão entre a covariância das variáveis estudadas (σ_{xy}^2) pelo quadrado da média da variável Espessura Mineralizada (μ_y^2), exprimir valores elevados a ponto de gerar resultados negativos de teores médios, portanto, como não existe teor médio negativo, convencionou-se para esses resultados o valor -99, que graficamente é representado por vazios.

Outra região destacada no mapa de Teores Médios (Figura 32) é a caracterizada pela letra B, onde se pode notar a estimativa de blocos com altos teores de P_2O_5 em domínio de furos negativos, estéreis. Tal fato é matematicamente explicado pelo primeiro fator da equação utilizada para o cálculo de teores médio, o qual envolve a razão dos valores estimados para a Acumulação (μ_x) e para a Espessura Mineralizada (μ_y), onde, mesmo que os valores estimados da Acumulação sejam baixos, se a interpolação da variável Espessura Mineralizada

estimar valores muito inferiores o resultado será teores médios bastante positivos, como é o caso desta região.

De forma geral, o mapa de teores evidencia uma boa continuidade na geometria do depósito e na distribuição dos teores, correspondendo aos teores dos furos. E as regiões de transição ou contatos litológicos, com exceção das regiões “B”, evidenciam a diminuição nos teores até se tornarem totalmente estéreis, assim como os furos localizados nessas localidades.

O mapa da Figura 33 representa a distribuição das incertezas associadas à estimativas de teores médios dos blocos, o qual retrata a dispersão dos dados em torno do valor médio esperado, em uma unidade métrica não muito simples, $(\%P_2O_5)^2$.

Figura 33 - Mapa de Incertezas dos blocos estimados.

Analisando o Mapa de Incertezas ou Variâncias, nota-se um resultado bastante condizente nos contatos geológicos, que é realmente o resultado esperado para estas regiões, onde a variância aumenta por tratar dados sem continuidade. No entanto, o mais interessante é observar que a região “B” destacada no Mapa de Teores Médios (Figura 32), onde se estimou altos teores de P_2O_5 , também evidencia valores bastante altos no Mapa de Incertezas, demonstrando a alta dispersão dos dados obtidos em relação aos valores esperados para a região.

Pode-se concluir, então, que um ponto negativo observado pelo método durante as estimativas de teor médio pode ser corrigido durante as estimativas de incertezas, desde que se faça uma análise criteriosa dos resultados.

As regiões de altas incertezas correspondem a regiões de alta variabilidade dos dados obtidos, assim, para que se aumente a confiabilidade na geometria do depósito e na continui-

dade dos teores de fosfato, é recomendado que essas regiões sejam pesquisadas com maiores níveis de informação e detalhe.

Como dito anteriormente, a unidade métrica para incertezas/variação $(\%P_2O_5)^2$ não é de fácil compreensão. Assim, optou-se por apresentar também o Mapa de Coeficiente de Variação dos teores estimados (Figura 34), uma vez que este corresponde a valores adimensionais e que possibilitam comparar a dispersão relativa dos valores do desvio padrão em torno do valor médio esperado.

Figura 34 - Mapa do Coeficiente de Variação dos blocos estimados.

É possível notar uma grande similaridade do Mapa de Coeficiente de Variação com o Mapa de Incertezas (Figura 33), as regiões de alta variabilidade continuam fielmente demarcadas, como as zonas de contato geológico ou alta variabilidade dos dados. Nota-se, ainda, em algumas regiões, uma suavização dos valores da variância, uma vez que o Mapa de Coeficiente de Variação é o resultado da razão da raiz quadrada da variância pelo valor médio esperado.

Como é possível observar pela Figura 34, o resultado obtido possui valores acima de 1,2. Tal fato confirma a distribuição lognormal dos valores estimados (Finney⁸, 1941, *apud* Yamamoto, 2001, p. 63). Posteriormente, durante os procedimentos de Avaliação de Recursos Minerais que serão explicitados adiante nesta Dissertação, o Coeficiente de Variação será utilizado como critério de classificação dos recursos minerais.

⁸ FINNEY, D.J. 1941. "On the distribution of a variance whose logarithm is normally distributed". J Royal Stat. Soc., Supp., 7(2):155-161.

5.7 Modelo tridimensional de blocos

Os produtos finais de uma estimativa de recursos minerais são as representações gráficas dos resultados através de modelos tridimensionais de blocos, além dos cálculos de tonelagem.

A modelagem de blocos para esse estudo envolve um processo onde é necessário amarrar os valores estimados pela razão das duas variáveis no espaço, através de uma coordenada z (cota), ignorada durante todos os procedimentos de análise dos dados e cálculos das estimativas. Para isso, sabendo que a espessura de cada bloco já fora estimada previamente, utilizou os dados da variável TopoMin do banco de dados para estimar a superfície que representa o topo da zona mineralizada, a qual está inserida na unidade geológica chamada de ritmito não oxidado.

Os dados observados e extraídos dos furos para esta variável apresentaram uma menor variação quando comparados àqueles da base da mineralização (BaseMin), como pode ser observado inclusive pelos perfis geológicos exemplificados nas figuras 04 e 18.

As figuras 35 e 36 apresentam os histogramas das duas variáveis (TopoMin e BaseMin), ambas se aproximam de uma distribuição normal, porém a variável TopoMin apresenta menor coeficiente de variação, e por isso optou-se por utilizar essa variável para estimar a superfície de amarração dos blocos estimados para teores médios no eixo vertical, atribuindo a respectiva espessura mineralizada estimada para a definição da forma do bloco.

Figura 35 - Diagrama de frequência da variável TopoMin.

Figura 36 - Diagrama de frequência da variável BaseMin.

A partir da opção pela variável TopoMin, aplicaram-se os mesmos procedimentos geoestatísticos e ferramentas de interpolação utilizadas para a estimativa das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada, que em resumo são: variogramas experimentais, ajuste do modelo teórico, validação cruzada e krigagem ordinária.

De forma resumida apresentam-se os resultados dos procedimentos para a estimativa da superfície de topo da zona mineralizada utilizando a variável TopoMin.

O Mapa Variograma apresentado pela Figura 37 mostra as direções de anisotropia do domínio (80° e 170°), as quais coincidem com as observadas pelo Mapa Variograma da variável Espessura Mineralizada. Lembra-se que o número e tamanho dos passos foram os mesmos utilizados anteriormente para a estimativa das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada.

Figura 37 - Mapa Variograma da variável TopoMin.

A Figura 38 apresenta o variograma experimental calculado para as direções de anisotropia 80° e 170° com o modelo teórico de variograma Gaussiano ajustado, onde a direção de 80° é a de maior continuidade. A escolha pelo modelo teórico Gaussiano deu-se principalmente por se tratar de uma variável com vínculo direto à espessura e topografia, pela baixa variabilidade e alta continuidade em pequenas distâncias.

Figura 38 - Variograma Experimental da variável TopoMin com Modelo Teórico Gaussiano ajustado.

Antes de realizar a krigagem ordinária dos dados testou-se o modelo através da Validação Cruzada, a qual gerou um resultado bastante satisfatório, exprimindo um coeficiente de correlação de 0,943. Os mesmos parâmetros de vizinhanças utilizados para a estimativa das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada foram utilizados durante esse teste, com exceção da distância de busca que foi de 800 metros. A Figura 39 representa o gráfico de dispersão do teste de Validação Cruzada.

Figura 39 - Diagrama de dispersão indicando o coeficiente de correlação entre dados reais e dados estimados para a variável TopoMin.

Feito isso, utilizou-se então a ferramenta de krigagem ordinária para interpolação dos dados, que gerou o resultado mostrado pela Figura 40, o qual representa a superfície de topo da zona mineralizada, e os valores estimados nada mais são que as cotas do início da mineralização fosfática dos blocos estimados.

Figura 40 - Mapa de valores estimados para as cotas do início da zona mineralizada, utilizando a variável TopoMin.

De posse desde dados, foi possível gerar o modelo tridimensional de blocos do depósito estudado atribuindo a cada bloco a cota estimada pela interpolação da variável TopoMin. Desta forma as figuras 41, 42 e 43 apresentam os modelos tridimensionais da unidade mineralizada onde foi possível aplicar as diversas variáveis analisadas neste trabalho, sendo que cada figura representa uma informação estimada: teor médio dos blocos, incerteza e coeficiente de variação, respectivamente.

Os modelos foram gerados pelo *software* GeoKriging®.

Figura 41 - Modelo tridimensional de blocos - Teores Médios (%P₂O₅).

Figura 42 - Modelo tridimensional de blocos - Incerteza (% P_2O_5).

Figura 43 - Modelo tridimensional de blocos - Coeficiente de Variação.

Os modelos tridimensionais sinalizam de modo positivo a utilização das equações apresentadas por Yamamoto *et al.* (2017) para a determinação de teores médios de blocos e incertezas associadas utilizando formas indiretas de avaliação de recursos minerais, através da razão das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada.

Resta agora quantificar em termos de tonelagem os recursos minerais da zona mineralizada e a quantidade de P_2O_5 contido no depósito, e assim poder ter uma noção do teor médio do depósito mineral como um todo.

5.8 Avaliação de Recursos Minerais

A quantificação de recursos minerais de um bloco de cubagem (R) é dada através da multiplicação de alguns fatores: área da base do bloco (A), espessura (T), densidade (D) e teor médio do bloco (G), conforme a seguinte equação (modificado de Yamamoto & Rocha, 2001, p. 14).

$$R = A * T * D * G \quad (5.4)$$

A somatória dos valores obtidos de cada bloco resultará na quantidade de recursos minerais do depósito por inteiro. Geralmente, ao avaliar recursos minerais, exprimem-se valores na ordem de toneladas (t) ou milhões de toneladas (Mt).

Como já mencionado no Capítulo 4, a densidade *in situ* utilizada para os cálculos de recursos minerais fosfáticos é de 2,78 t/m³.

Além da densidade, outro fator muito importante na mineração é o teor de corte aplicado à avaliação de recursos minerais, este índice é definido de forma estratégica e é responsável por descartar os blocos que tiveram valores de teor médio estimado abaixo deste índice durante a somatória final dos blocos. Neste trabalho, aplicou-se o teor de corte de 1,8% de P₂O₅, sendo assim, os blocos com teores médios estimados abaixo deste teor foram considerado estéreis (Figura 44).

Figura 44 - Mapa de blocos estimados com teores médios acima de 1,8% de P₂O₅.

Apesar de existirem definições para a classificação de recursos minerais medidos, indicados e inferidos, estes se apresentam muito vagos perante a mensuração do “erro”, além

do erro conceitual do termo estatístico “erro”, vide DNPM⁹ (1992, *apud* Yamamoto & Rocha, 2001, p. 25).

Portanto, para efeito de classificação neste trabalho adotou-se intervalos do coeficiente de variação, definido através da interpretação do mapa da Figura 34, para a determinação dessas classes, conforme a Tabela 8.

Tabela 8 - Classes de Recursos Minerais definidas por intervalos de Coeficiente de Variação.

Classe de Recursos Minerais	Intervalo do Coeficiente de Variação
Medido	0,00 – 0,60
Indicado	0,61 – 1,20
Inferido	1,21 – máx.

Vale destacar que os blocos classificados como recursos minerais inferidos não devam ser considerados para a avaliação final do depósito, pois há uma grande incerteza sobre a confiabilidade nas estimativas destes dados, restringindo-se então o recurso mineral total avaliado para os blocos classificados como recursos minerais medidos e indicados.

A Tabela 9 exprime os resultados finais da avaliação e classificação do depósito de fosfato localizado na região de Mirassol D'Oeste/MS, objetivo de pesquisa desta Dissertação. Desconsiderando os blocos estéreis, observa-se que o modelo do depósito gerou 1976 blocos de espessura variável e que aproximadamente 92% dos blocos foram classificados como medidos, perante a classificação proposta nesta pesquisa.

Tabela 9 - Quadro de avaliação dos recursos minerais.

Quantificação de Recursos Minerais (<i>cutoff</i> = 1,8% P ₂ O ₅)				
Classificação	# blocos	Teor Médio (%P ₂ O ₅)	Recurso Mineral (T)	Recurso Mineral Contido (T P ₂ O ₅)
Medido	1811	3,21	215.701.282,40	6.731.054,97
Indicado	114	3,16	5.611.922,74	179.358,23
Inferido	51	2,95	1.542.621,14	49.235,68
Total contido:			6.959.648,88	@ 3,21 % P ₂ O ₅
Total Med. + Ind. contido:			6.910.413,20	@ 3,18 % P ₂ O ₅

⁹ DEPARTAMENTO NACIONAL DA PRODUÇÃO MINERAL (DNPM). 1992. Bases Técnicas de um Sistema de Qualificação do Patrimônio Mineral Brasileiro. Brasília, DNPM, 28 p. (Relatório do Grupo de Trabalho, Portaria n. 3 de 24/10/1990, da Secretaria Nacional de Minas e Metalurgia.).

Considerando somente os recursos minerais medidos e indicados conclui-se que o depósito possui cerca de 220 milhões de toneladas de minério fosfático acima de 1,8% e um teor médio de 3,21%, sendo 6,9 MT de P_2O_5 contido.

A Figura 45 representa a distribuição espacial dos blocos caracterizados pela classe de recurso mineral com qual cada bloco foi avaliado e, assim, finaliza as atividades de pesquisa e avaliação de recursos minerais propostas por esta Dissertação de Mestrado.

Figura 45 - Modelo tridimensional de blocos - Classificação de Recursos Minerais.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentro do objetivo proposto como linha de pesquisa dessa Dissertação de Mestrado, pode-se concluir que os resultados obtidos para a avaliação do depósito fosfático localizado em Mirassol D'Oeste/MS foram positivos.

A fundamentação do trabalho foi dada nas afirmações de Dowd e Milton (1987, p. 42-43) e Journal e Huijbregts (1978, p. 424-428).

Os primeiros afirmaram que os cálculos de teores médios provenientes da razão das variáveis Acumulação e Espessura Mineralizada se tratavam apenas de uma aproximação por não considerarem as incertezas associadas a estas variáveis. Já os segundos autores demonstram a complexidade em se calcular a incerteza local para blocos com valores estimados a partir de uma razão de duas variáveis.

Essas afirmações permitiram que Yamamoto *et al.* (2017) desenvolvessem uma nova metodologia de cálculo para teores médios e incerteza associada em funções que envolvem a razão de duas variáveis, aplicando o fator esperança matemática na função aleatória $f(x, y) = X/Y$ e expandindo-as até segunda ordem pela Série de Taylor.

Nesta dissertação, a metodologia foi testada pioneiramente em um banco de dados real e os resultados foram bastante condizentes com o esperado para o depósito.

No entanto, algumas particularidades observadas pelo método devem ser levadas em consideração.

A primeira delas é a possibilidade de se obterem valores altos de teor médio em regiões de baixo potencial mineral, ocasionado por um valor de espessura mineralizada estimada muito menor que do que o da acumulação, o que provoca um resultado de alto valor pela razão das variáveis, no entanto, os valores estimados para a incerteza dessas regiões costumam ser bastante elevados também, o que sugere que o resultado do bloco não seja considerado ou mereça um cuidado maior durante sua interpretação.

Outro ponto importante é a possibilidade de obterem resultados negativos durante o cálculo do teor médio, pois na equação do teor médio (3.43) há um fator de subtração que, se for elevado, pode gerar um resultado negativo, também provocando uma atenção maior a estes resultados quando estimados.

Por fim, o fato de o modelo de blocos ser representado por prismas de espessuras variáveis, os quais não são tão recomendados para o planejamento de lavra, pois não se sabe

ao certo o comportamento da variabilidade do minério no eixo vertical, porém expressa um resultado médio para a espessura inteira de um determinado bloco.

Positivamente, destaca-se a evolução de uma ferramenta para estimativas de recursos minerais, onde um depósito, de geometria estratiforme ou lenticular, pode ser estimado de forma indireta utilizando-se variáveis de serviço, considerando suas incertezas. Essa ferramenta permite, ainda, que estes depósitos possam ter geometrias irregulares e ser avaliados sem ser prejudicados pela correlação de amostras de idades diferentes, porém, de posições bem próximas no espaço tridimensional.

Sobre os dados utilizados neste trabalho vale ressaltar que um banco de dados contendo mais de 4800 amostras foi reduzido a somente 92 pontos amostrais, esse fato proporciona um impacto considerável nas análises geoestatísticas e de avaliação de recurso mineral, pois confere uma inconsistência ao banco de dados devido a uma baixa densidade de informação, principalmente para avaliar um depósito de área superficial muito extensa. Porém, mesmo com essa deficiência, o trabalho pôde ser desenvolvido.

Em termos de estimativas de recurso mineral, o método proposto, após todos os procedimentos de análise mostrados, foi capaz de apresentar resultados bastante condizentes com as interpretações geológicas e dos furos, contemplando um recurso mineral da ordem de 220 milhões de toneladas de minério fosfático a um teor de corte de 1,8% de P_2O_5 e um teor médio de 3,21%, o que resulta em aproximadamente 6,9 milhões de minério fosfático apatítico contido no recurso mineral. Destacam-se também os resultados dos cálculos de incerteza, os quais evidenciaram as regiões de alta variabilidade de teor e espessura, além das regiões de transição ou contatos geológicos, como era de se esperar. Para as regiões de alta variabilidade, recomenda-se o adensamento da malha de sondagem para que interpretações mais detalhadas e resultados com maior grau de confiabilidade sejam produzidos.

BIBLIOGRAFIA

- ABREU FILHO, W.; BORGES, F. R.; ABRAM, M. B. (eds.). 2011. *Projeto Fosfato Brasil – Estado de Mato Grosso: Áreas Araras/Serra do Caeté e Planalto da Serra*. Goiânia, CPRM, 159 p.
- ALMEIDA, F.F.M. 1964. Geologia do centro-oeste mato-grossense. Departamento Nacional da Produção Mineral. *Boletim da Divisão de Geologia e Mineralogia*, **215**:1-137.
- ALMEIDA, F. F. M. 1965. Geologia da Serra do Bodoquena (MT). Departamento Nacional da Produção Mineral. *Boletim da Divisão de Geologia e Mineralogia*, **219**:1-96.
- ALMEIDA, F. F. M., HASUI, Y., BRITO NEVES, B. B., FUCK, R. A. 1977. Províncias Estruturais Brasileiras. In: SBG, Simpósio de Geologia do Nordeste, 8, *Anais*, p. 363-391.
- ALMEIDA, F. F. M. 1984. Província Tocantins, setor sudoeste. In: Almeida, F. F. M., Hasui, Y. (eds.) *O Pré-Cambriano do Brasil*, São Paulo, E. Blucher, pp.: 265-281.
- ALVARENGA, C. J. S. 1990. *Phénomènes sédimentaires, structuraux et circulation de fluides développés à la transition chaîne-craton. Exemple de la chaîne Paragauí d'âge protérozoïque supérieur, Mato Grosso, Brésil*. Dissertação de Doutorado, Université d'Aix-Marseille II, France, 177 p.
- ALVARENGA, C. J. S., TROMPETTE, R. 1993. Evolução Tectônica Brasileira da Faixa Paraguai: a estruturação da região de Cuiabá. *Revista Brasileira de Geociências*, **23**(1):18-30.
- ALVARENGA, C. J. S., MOURA, C. A. V., GORAYEB, P. S. S., ABREU, F. A. M. 2000. Paraguay and Araguaia belts. In: CORDANI, U. G., MILANI, E. J., THOMAZ FILHO, A., CAMPOS, D. A. (eds.). *Tectonic Evolution of South America*. Rio de Janeiro, 31st. IGC, p.:183-193.
- BARROS, A. M., SILVA, R. H., CARDOSO, O. R. F. A., FREIRE, F. A., SOUSA JR., J. J., RIVETTI, M., LUZ, D. S., PALMEIRA, R. C. B., TASSINARI, C. C. G. 1982. Geologia. In: Brasil. Ministério de Minas e Energia. Projeto Radambrasil. *Folha SD.21 – Cuiabá*, Rio de Janeiro, **26**:25-192.
- BIZZI, L. A.; SCHOBENHAUS, C.; BAARS, F. J. *et al.* Geologia, tectônica e Recursos minerais do Brasil: Sistema de Informações Geográficas – SIG e Mapas na escala 1:2.500.000. In: BIZZI, L. A. ; SCHOBENHAUS, C.; VIDOTTI, R. M.; GONÇALVES, J. H. (eds.) Geologia, Tectônica e Recursos Minerais do Brasil: texto, mapas e SIGI. CPRM: Ed. UnB, 2003.
- BOGGIANI, P.C. 1990. *Ambientes de sedimentação do Grupo Corumbá na região central da Serra do Bodoquena, Mato Grosso do Sul*. Dissertação de mestrado, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1990. 91 p.

- BRITO NEVES, B.B.; CORDANI, U.G. 1991. Tectonic evolution of South America during the late Proterozoic. *Precambrian Research*, 53(1/2): 23-40.
- CHILÈS, J.P.; DELFINER, P. 2012. *Geostatistic: Modeling special uncertainty*. 2nd edition. Hoboken, Wiley, 699 p.
- DAVID, M. 1977. *Geostatistical ore reserve estimation*. Amsterdam, Elsevier, 364 p.
- DEUTSCH, C.V. 2002. *Geostatistical reservoir modeling*. New York, Oxford University Press, 376 p.
- DOWD, P.A.; MILTON, D.W. 1987. Geostatistical estimation of a section of the Perseverance nickel deposit. In: MATHERON, G.; ARMSTRONG, M. (eds.). *Geostatistical case studies*. Dordrecht, D. Reidel Pub. Co., p. 39-67.
- FIGUEIREDO, A. J. de A.; EULALIO, A.; RODRIGUES, A. P.; BARRETO, B. de F.; PIMENTEL, G. de B.; COUTO, J. G. P.; REISCHL, J. L.; COSTA, S. A. de G.; RESENDE FILHO, S. T. de; PASTORE JUNIOR, W. P.; RIBEIRO FILHO, W. 1974. Projeto Alto Guaporé. Relatório Final Integrado. Goiânia: DNPM/CPRM, **11**:1-173.
- FONSECA, J.S.; MARTINS, G.A. 1982. *Curso de Estatística*. São Paulo, Editora Atlas, 286 p.
- FUCK, R. A. 1994. A Faixa Brasília e a Compartimentação Tectônica na Província Tocantins. In: SBG, Simpósio de Geologia do Centro-Oeste, 4, *Anais*, 184-187.
- GRILLAUD, R. A. S. 2013. *O sistema Serra do Caeté-Puga criogeniano da Cobertura Plataformar do Cráton Amazônico (Borda Sul)*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Mato Grosso. 49 p.
- GUERRA, P.A.G. 1988. *Geoestatística operacional*. Rio de Janeiro, Departamento Nacional da Produção Mineral, 145 p.
- HENNIES, W. T. 1966. *Geologia do Centro-Norte Matogrossense*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Minas, Esc. Politécnica da Universidade de São Paulo, 65 p.
- HEUVELINK, G.B.M.; BURROUGH, P.A.; STEIN, A. 1989. Propagation of errors in special modeling with GIS. *Int. J. Geographical Inf. System*, **3**:303-322.
- ISAAKS, E.H. & SRIVASTAVA, R.M. (eds.). 1989. *An introduction to applied geostatistics*. New York, Oxford University Press, 561 p.
- JOURNAL, A.G. 1989. *Fundamentals of geostatistics in five lessons*. Washington, American Geophysical Union, 40 p.
- JOURNAL, A.G. & HUIJBREGTS, C.J. (eds.). 1978. *Mining geoestatistics*. London, Academic Press, 600 p.

- JOURNEL, A.G. & RAO, S.E. 1996. (eds.). *Deriving conditional distributions from ordinary kriging*. Palo Alto, Stanford Center for Reservoir Forecasting, 25 p.
- JOURNEL, A.G. & ROSSI, M.E. 1989. When do we need a trend model in kriging?. *Math. Geology*, **21**:715-739.
- KOCH, G.S.; LINK, R.F. (eds.). 1971. *Statistical analysis of geological data*. New York, Dover Publications, 375 p.
- KRIGE, D.G. 1981. *Lognormal-de Wijsian geostatistics for ore valuation*. Johannesburg, SAIMM, 51 p.
- LACERDA FILHO, J. V., REZENDE, A., SILVA, A. 1999. *Geologia e Recursos Minerais do Estado de Goiás e Distrito Federal. Escala 1:500.000*. Programa de Levantamentos Geológicos Básicos do Brasil - PLGB. Goiânia, CPRM/METAGO-SA/UnB, 176 p.
- LACERDA FILHO, J.V. *et al.* 2004. Geologia e recursos minerais do estado de Mato Grosso, escala 1:1. 000.000. Goiânia: CPRM (Convênio CPRM/SICME-MT), 200 p., il.; + mapas.
- LANDIM, P. M. B. 1998. *Análise estatística de dados geológicos*. São Paulo, Editora da UNESP. 226 p.
- LAPIN. L.L. (ed). 1990. *Probability and statistics for modern engineering*. 2nd edition. Prospect Heights, Waveland Press. 756 p.
- LI, Z.X. *et al.* 2008. Assembly, configuration, and break-up history of Rodinia: A synthesis. *Precambrian Research*, **160**:179-210.
- LUZ, J.S. *et al.* 1978. Projeto Província Serrana. Relatório Final. Goiânia: DNPM/CPRM, 1:1-105.
- MACIEL, P. 1959. Tilito cambriano (?) no estado de Mato Grosso. *Boletim da Sociedade Brasileira de Geologia*, **8**:31-39.
- MARQUES, D.M.; RUBIO, R.H.; COSTA, J.F.C.L.; SILVA, E.M.A. 2014. The effect os accumulation in 2d estimates in phosphatic ore. *REM: Revista da Escola de Minas, Ouro Preto*, **67**(4):431-437.
- MATHERON. G. 1963. Le krigeage, tome II. *Mémoires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières*, n. 24, Paris, Editions B.R.G.M.
- MATHERON. G. 1965. *Les variables régionalisées et leur estimation*. Paris, Massion.
- MONTEIRO, H.; MACEDO, P. M.; SILVA, M. D.; MORAES, A. A.; MARCHETTO, C. M. L. 1986. O *Greenstone Belt* do Alto Jauru. In: SBG, Congresso Brasileiro de Geologia, 34, *Anais*, **2**:630-646.

- NOGUEIRA, A.C.R. 2003. *A plataforma carbonática Araras no sudoeste do Cráton Amazônico, Mato Grosso: Estratigrafia, contexto paleoambiental e correlação com os eventos glaciais do Neoproterozóico*. Dissertação de Doutorado, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, 173 p.
- OLEA, R.A. 1999. *Geoestatics for engeneers and earth scientists*. Boston, Kluwer Academic Publishers, 303 p.
- PANNATIER, Y. 1994. MS-WINDOWS Programs for exploratory variography and variogram modeling in 2D. *In: Statistics od special process: theory and applications*. Bar., Italy.
- PIACENTINI, T. 2006. *Caracterização da formação ferrífera bandada associada Formação Glacial Puga na região da Bodoquena-MS*. Trabalho de Formatura, Instituto de geociências, Universidade de São Paulo, 51 p.
- PIMENTEL, M. M. *et al.* 2000. The basement of the Brasília Fold Belt and the Goiás Magmatic Arc. *In: CORDANI, U. G., MILANI, E. J., THOMAZ FILHO, A., CAMPOS, D. A. (eds.). Tectonic Evolution of South America*. Rio de Janeiro, 31st. IGC, p.:195-229.
- RAMPAZZO, G. J. 2007. *Avaliação dos recursos minerais de ferro associados aos metadiamictitos da Formação Glacial Puga na região da Bodoquena-MS*. Trabalho de Formatura, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, 49 p.
- RIBEIRO FILHO, W.; LUZ, J. S.; ABREU FILHO, W. 1975. Projeto Serra Azul: Reconhecimento Geológico. Relatório Final. Escala 1:500.000. Goiânia: DNPM/CPRM, 1:1-104.
- ROSSI, M.; DEUTSCH, C.V (eds.). 2014. *Mineral resource estimation*. Dordrecht, Springer, 332 p.
- ROCHA, M.M.; 1999. *Estudos comparativos entre os métodos computacionais de avaliação de reservas e controle de teores da Mina de Capanema, Santa Bárbara, MG*. Dissertação de mestrado, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, São Paulo, 78 p.
- SAS, 2009. SAS/STAT(R) 9.2 User's Guide, Second Edition. *Site SAS*. 30 abr. 2010. Disponível em: <https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug_krige2d_a0000000219.htm>. Acesso em: 14 set. 2016.
- SILVA, G.D. 2010. *Formação Serra do Caeté: Registro de glaciação Neoproterozóica Pré-Puga na Faixa Paraguai, região SW do Cráton Amazônico, Mato Grosso*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Mato Grosso. 54 p.
- WEIR, M.D.; HASS, J. 2014. *Thomas'calculus – multivariable*. Boston, Person Education Inc. 13th ed. P.572-1044.

- YAMAMOTO, J.K. 2000. An alternative measure of the reliability of ordinary kriging estimates. *Math. Geology*, **32**(4):489-509.
- YAMAMOTO, J.K. (ed.). 2001. *Avaliação e classificação de reservas minerais*. São Paulo, Edusp. 226 p.
- YAMAMOTO, J.K.; BETTENCOURT, J.S.; MONTANHEIRO, T.J. 2001 Análise Estatística. In: YAMAMOTO, J.K. (ed.). *Avaliação e classificação de reservas minerais*. São Paulo, Edusp. **cap. 3**, p. 49-68.
- YAMAMOTO, J.K.; ROCHA, M.M. 2001 Conceitos Básicos. In: YAMAMOTO, J.K. (ed.). *Avaliação e classificação de reservas minerais*. São Paulo, Edusp. **cap. 1**, p. 9-34.
- YAMAMOTO, J.K.; LANDIM, P.M.B. (eds.). 2013. *Geoestatística: conceitos e aplicações*. São Paulo, Oficina de Textos, 215 p.
- YAMAMOTO, J.K.; KIKUDA, A.T.; RAMPAZZO, G.J.; LEITE, C.B.B. 2017. Uncertainties associated with arithmetic map operations in GIS. *Submetido ao Anais da Academia Brasileira de Ciências*.
- YANG, X. (ed.). 2008. *Mathematical modeling for Earth Sciences*. Edinburg, Dunedin Academic Press ltd. 310 p.