**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

**KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA APLICADA À
AVALIAÇÃO DE RECURSOS MINERAIS DE
CALCÁRIO E DE MINÉRIO LATERÍTICO**

Jorge Augusto Basílio Fernandes

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

Dissertação de Mestrado

Programa de Pós-Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia

São Paulo

2009

FOLHA DE APROVAÇÃO

KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA APLICADA À AVALIAÇÃO DE RECURSOS MINERAIS DE CALCÁRIO E DE MINÉRIO LATERÍTICO

Jorge Augusto Basílio Fernandes

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências
da Universidade de São Paulo para a obtenção do
título de Mestre

Área de concentração: Recursos Minerais e Meio
Ambiente

COMISSÃO JULGADORA

Nome	Assinatura
Presidente: Prof. Dr. Marcelo Rocha	_____
Examinadores: _____	_____
_____	_____

São Paulo

2009

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Marcelo Rocha orientador deste trabalho, pelos ensinamentos em geoestatística, pelas boas discussões e apoio na realização de todas as etapas desta dissertação.

Ao Instituto de Geociências e comissão de pós-graduação pelo apoio e por possibilitar a realização deste trabalho concomitante com atividades profissionais

Ao Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto pelo apoio e pela cessão do uso do software Geovisual que possibilitou importante aprendizado prático.

Ao Prof. Dr. Teodoro Isnard coordenador do Programa de Pós-Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia pela orientação na fase inicial deste trabalho.

À empresa Votorantim Metais representada pelo Dir. Jones A. Belther e Ger. Geól. Roney Sandrelli de Almeida que incentivaram e apoiaram a realização deste trabalho concomitantemente às minhas atividades na empresa.

À empresa Petrus Consultoria Geológica e seu presidente Geól. Silvio Samir Saad que na fase inicial incentivou e apoiou este trabalho.

Ao Geól. Gabriel Silva Zorzi pela ajuda na montagem da dissertação.

À Ana Paula Cabanal e Magali Poli Fernandes Rizzo da secretaria de pós-graduação pelo auxílio e sempre pronto atendimento nas solicitações.

Aos amigos Geól. José Antonio Lopes, Geól. Laercio Guedes Bertossi e Eng. Bruno Yoshida Tomaselli pelas discussões sobre geologia, geoestatística e avaliação de recursos minerais.

À Eliane pelo carinho e incentivo e também paciência nas horas de ausência.

À minha família pelo incentivo e apoio desde o início.

Aos justos que encontrei pelo caminho

Resumo

Essa dissertação é um trabalho na área de geoestatística aplicada à avaliação de recursos minerais. Esta aplicação pode ser considerada o passo anterior à avaliação das reservas minerais. Os conceitos básicos são fundamentados na geoestatística atual, com amplo uso de recursos de informática.

O objetivo principal foi de testar a técnica da krigagem com deriva externa na avaliação de recursos minerais, principalmente no que tange o ganho de resultado com a utilização de mais de uma variável, ou seja, verificar se o uso de variáveis auxiliares pode ser feito de maneira amigável com bom custo/benefício.

Foram escolhidos dois depósitos, com geologias distintas entre si, um depósito de metal base com minério saprolítico e outro depósito de calcário.

Em cada um foram selecionadas duas variáveis, uma variável principal e outra secundária, no depósito laterítico as variáveis foram SiO_2 e Fe e no depósito de calcário as variáveis foram CaO e SiO_2 .

Foi elaborada a modelagem tridimensional dos depósitos no programa Datamine. Os modelos foram transferidos para o programa Isatis e serviram como base para a estimativa das variáveis. Essa modelagem foi necessária para que se pudesse dar aos blocos estimados a geometria do corpo do minério.

A estimativa por krigagem com deriva externa foi comparada à krigagem ordinária, essa comparação serviu para mensurar as diferenças em relação a um método tradicional amplamente usado e divulgado com outro pouco utilizado, ou mesmo difundido.

Os resultados mostraram pequenas diferenças entre os blocos estimados por krigagem com deriva externa e por krigagem ordinária. Porém como na mineração podem ocorrer situações de sub-amostragem, por diversos fatores, pode-se afirmar que a krigagem com deriva externa é uma alternativa válida, pois demanda menos esforço na estimativa multivariada do que, por exemplo, a cokrigagem ordinária.

Palavras-chave: Geoestatística aplicada, avaliação de recursos minerais, geoestatística multivariada, krigagem com deriva externa, variograma de resíduos

Abstract

This dissertation is a work on applied geostatistics to evaluation of mineral resources. This application can be considered as the last step to such the task. The basic concepts are based on current geostatistics, with extensive use of informatics resources.

The first goal of this work was to test the technique named kriging with external drift in the evaluation of mineral resources, concerning to the resulting gain in the use of more than one variable, mainly whether the use of auxiliary variables can be done in a friendly way.

Two deposits were chosen with different geology, a deposit of base metal saprolitic ore and another deposit of limestone.

In each deposit two variables were selected, the principal and secondary variable, at lateritic deposit variables were respectively SiO_2 and Fe and at the deposit of limestone were CaO and SiO_2 .

The three-dimensional modeling of the deposits was made in the software Datamine. The models were transferred to the software Isatis and used as the base for interpolate variables. This model was necessary in the way to print in the estimated blocks the geometry of the ore body.

Estimates by kriging with external drift was compared to ordinary kriging, ones this comparison was done to measure the differences between a traditional method widely used to another underutilized, or even non widespread.

Results showed minor differences between the blocks estimated by both methods. But as in mining sub-sampling can occur from several factors, one can say that the kriging with external drift is a reliable alternative since it requires less effort to perform multivariate estimation than those, for example, to perform the ordinary cokriging.

Keywords: Applied geostatistics, evaluation of mineral resources, multivariate geostatistics, kriging with external drift, residuals variograms

Índice

Resumo	
Abstract	
Índice.....	i
Índice de figuras	ii
Índice de tabelas	iii
1. Introdução.....	1
2. Objetivos.....	2
3. Justificativa	2
4. Revisão Bibliográfica.....	2
4.1 Análise Estatística.....	3
4.2 Análise Geoestatística	4
4.3 Fenômenos não estacionários	6
4.4 Krigagem com modelo de deriva	7
4.5 Krigagem com Deriva externa	8
4.6 Modelagem geológica 3D	10
4.7 Regularização de amostras.....	11
4.8 Validação cruzada	12
4.9 Cálculo do resíduo entre variáveis primária e secundária.....	12
5. Métodos	14
6. Geologia dos depósitos.....	15
6.1 Depósito de minério laterítico	15
6.1.1 Geologia local.....	15
6.2 Depósito de calcário.....	17
6.2.1 Geologia local.....	17
7. Análise e discussão dos dados	19
7.1 Modelagem geológica.....	19
7.1.1 Modelo laterítico	20
7.1.2 Modelo calcário.....	21
7.2 Análise estatística	23
7.2.1 Modelo laterítico	23
7.2.2 Modelo calcário.....	28
7.3 Análise geoestatística	32
7.3.1 Modelo laterítico	32
7.3.2 Modelo calcário.....	48
8. Conclusões.....	63
9. Referências Bibliográficas.....	65

Índice de figuras

FIGURA 1. VARIOGRAMA EXEMPLIFICANDO A VARIÂNCIA NÃO ESTABILIZADA, TÍPICO DE FENÔMENOS NÃO ESTACIONÁRIOS.	6
FIGURA 2. VARIOGRAMA EXEMPLIFICANDO A VARIÂNCIA ESTABILIZADA, TÍPICO DE FENÔMENOS ESTACIONÁRIOS.	7
FIGURA 3 - SEÇÃO ESQUEMÁTICA DO COMPLEXO ULTRAMÁFICO.	16
FIGURA 4 – PROJEÇÃO EM ESTEREOGRAMA DAS ESTRUTURAS DE ACAMAMENTO.	16
FIGURA 5. VISTA EM PERSPECTIVA DOS FUROS DO DEPÓSITO DE NÍQUEL LATERÍTICO, OS FUROS SÃO POUCO PROFUNDOS COM NO MÁXIMO 50M DE PROFUNDIDADE.	17
FIGURA 6. FUROS DO DEPÓSITO DE CALCÁRIO COM LITOLOGIA BÁSICA, AO FUNDO CORPO DE CALCÁRIO EM AZUL, CALCÁRIO ALTERADO EM MAGENTA, GRANITO EM VERMELHO E FLUORITITO EM LARANJA, PERFIL DE MODELO GEOLÓGICO.	18
FIGURA 7. FUROS DO DEPÓSITO DE CALCÁRIO, EM CONFIGURAÇÃO FINAL DE LAVRA.	19
FIGURA 8 – SÓLIDOS DA ZONA MINERALIZADA CONSTRUÍDOS A PARTIR DAS SEÇÕES VERTICAIS, MOSTRANDO EM VERDE AS ZONAS DE SiO_2 MAIOR QUE FE E EM AMARELO, ZONAS DE SiO_2 MENOR QUE FE.	20
FIGURA 9 – MODELO DE BLOCOS CONSTRUÍDO A PARTIR DOS SÓLIDOS 3D, TRECHOS DO MINÉRIO EM AMARELO E VERDE.	21
FIGURA 10 – MODELO DE BLOCOS REGULARIZADO EM 10x25x3M, APENAS LITOLOGIA MINÉRIO.	21
FIGURA 11 – SUPERFÍCIES EM 3D CONSTRUÍDAS A PARTIR DAS SEÇÕES VERTICAIS.	22
FIGURA 12 – MODELO DE BLOCOS, SUB-BLOCADO, CONSTRUÍDO A PARTIR DAS SUPERFÍCIES EM 3D.	22
FIGURA 13 – MODELO DE BLOCOS REGULARIZADO EM 50x50x3M, APENAS LITOLOGIA MINÉRIO.	23
FIGURA 14 – HISTOGRAMA DAS ESPESSURAS DAS AMOSTRAS ANTES DE REGULARIZAR.	24
FIGURA 15 – HISTOGRAMA DAS ESPESSURAS DAS AMOSTRAS APÓS A REGULARIZAÇÃO EM 1M.	25
FIGURA 16 – HISTOGRAMA DA VARIÁVEL SiO_2 APÓS REGULARIZAÇÃO EM 1M.	26
FIGURA 17 – HISTOGRAMA DA VARIÁVEL FE APÓS REGULARIZAÇÃO EM 1M.	26
FIGURA 18 – MAPA BASE DA DISTRIBUIÇÃO NO PLANO DAS AMOSTRAS DAS VARIÁVEIS SiO_2 E FE, MOSTRANDO A HETEROTOPIA ENTRE AS VARIÁVEIS.	27
FIGURA 19 – DISPERSÃO ENTRE SiO_2 E FE, MOSTRANDO BOA CORRELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS, CORRELAÇÃO NEGATIVA DE -0.75.	27
FIGURA 20 – HISTOGRAMA DAS ESPESSURAS DAS AMOSTRAS ANTES DE REGULARIZAR.	28
FIGURA 21 – HISTOGRAMA DAS ESPESSURAS DAS AMOSTRAS APÓS A REGULARIZAÇÃO EM 3M.	29
FIGURA 22 – HISTOGRAMA DA VARIÁVEL CAO APÓS REGULARIZAÇÃO EM 3M.	30
FIGURA 23 – HISTOGRAMA DA VARIÁVEL SiO_2 APÓS REGULARIZAÇÃO EM 3M.	30
FIGURA 24 – MAPA BASE DA DISTRIBUIÇÃO NO PLANO DAS AMOSTRAS DAS VARIÁVEIS CAO E SiO_2	31
FIGURA 25 – DIAGRAMA DE DISPERSÃO ENTRE CAO E SiO_2 , MOSTRANDO EXCELENTE CORRELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS.	31
FIGURA 26 – MAPA VARIOGRÁFICO DA VARIÁVEL SiO_2 , MOSTRANDO MELHOR CONTINUIDADE EM N15°. ...	33
FIGURA 27 – MAPA VARIOGRÁFICO DA VARIÁVEL FE, MOSTRANDO MELHOR CONTINUIDADE EM N15°.	34
FIGURA 28 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL E RESPECTIVO MODELO TEÓRICO, AJUSTADO PARA A VARIÁVEL SiO_2	36
FIGURA 29 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL E RESPECTIVO MODELO TEÓRICO, AJUSTADO PARA A VARIÁVEL FE.	37
FIGURA 30 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL E RESPECTIVO MODELO TEÓRICO, AJUSTADO PARA O RESÍDUO ENTRE A SiO_2 E O FE.	37
FIGURA 31 – GRÁFICO DE VALIDAÇÃO CRUZADA DA KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA PARA A SiO_2 USANDO FE COMO DERIVA EXTERNA.	38
FIGURA 32 – HISTOGRAMA DOS TEORES DE SiO_2 ESTIMADOS POR KRIGAGEM ORDINÁRIA.	41
FIGURA 33 – HISTOGRAMA DOS TEORES DE SiO_2 ESTIMADOS POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA.	41
FIGURA 34 – MODELO DE BLOCOS DO MINÉRIO (3D) COM OS TEORES ESTIMADOS POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA, LEGENDA NO TOPO.	43
FIGURA 35 – MODELO DE BLOCOS DO MINÉRIO (3D) COM OS TEORES ESTIMADOS POR KRIGAGEM ORDINÁRIA, LEGENDA NO TOPO.	43
FIGURA 36 – GRÁFICO MOSTRANDO CURVAS TEOR X TONELAGEM PARA O MODELO ESTIMADO POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA, VARIÁVEL SiO_2	44
FIGURA 37 – PERFIL NA DIREÇÃO LESTE COM PONTOS DE MÉDIAS DA KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA E KRIGAGEM ORDINÁRIA, CALCULADAS A CADA 100M.	46
FIGURA 38 – PERFIL NA DIREÇÃO NORTE COM PONTOS DE MÉDIAS DA KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA E KRIGAGEM ORDINÁRIA, CALCULADAS A CADA 100M.	47

FIGURA 39 – PERFIL NA DIREÇÃO NORTE COM PONTOS DE MÉDIAS DA KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA E KRIGAGEM ORDINÁRIA, CALCULADAS A CADA 10M.....	47
FIGURA 40 – MAPA VARIOGRÁFICO DA VARIÁVEL CAO, MOSTRANDO MELHOR CONTINUIDADE EM N45º.	49
FIGURA 41 – MAPA VARIOGRÁFICO DA VARIÁVEL SiO ₂ , MOSTRANDO MELHOR ESTRUTURAÇÃO EM N45º. .	50
FIGURA 42 – HISTOGRAMA DA VARIÁVEL RESÍDUO ENTRE A VARIÁVEL CAO E SiO ₂ , MOSTRANDO COMPORTAMENTO NORMALIZADO.	52
FIGURA 43 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL E RESPECTIVO MODELO, AJUSTADO PARA A VARIÁVEL CAO....	53
FIGURA 44 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL E RESPECTIVO, AJUSTADO PARA A VARIÁVEL SiO ₂	54
FIGURA 45 – VARIOGRAMA EXPERIMENTAL E RESPECTIVO, AJUSTADO PARA O RESÍDUO ENTRE O CAO E A SiO ₂	54
FIGURA 46 – GRÁFICO DE VALIDAÇÃO CRUZADA DA KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA PARA O CAO USANDO SiO ₂ COMO DERIVA EXTERNA.	55
FIGURA 47 – HISTOGRAMA DOS TEORES DE CAO ESTIMADOS POR KRIGAGEM ORDINÁRIA.	57
FIGURA 48 – HISTOGRAMA DOS TEORES DE CAO ESTIMADOS POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA.	58
FIGURA 49 – MODELO DE BLOCOS (3D) COM OS TEORES ESTIMADOS (CAO) POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA, MODELO SECCIONADO EM LESTE-OESTE.....	59
FIGURA 50 – MODELO DE BLOCOS (3D) COM OS TEORES (CAO) ESTIMADOS POR KRIGAGEM ORDINÁRIA, MODELO SECCIONADO EM LESTE-OESTE.	59
FIGURA 51 – GRÁFICO MOSTRANDO CURVAS TEOR X TONELAGEM PARA O MODELO ESTIMADO POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA E KRIGAGEM ORDINÁRIA.....	60
FIGURA 52 – PERFIL NA DIREÇÃO LESTE COM PONTOS DE MÉDIAS CALCULADAS A CADA 100M.	62
FIGURA 53 – PERFIL NA DIREÇÃO NORTE COM PONTOS DE MÉDIAS CALCULADAS A CADA 100M.	62
FIGURA 54 – PERFIL NA DIREÇÃO VERTICAL COM PONTOS DE MÉDIAS CALCULADAS A CADA 15M.....	63

Índice de tabelas

TABELA 01 – ESTATÍSTICAS DAS AMOSTRAS ANTES DE REGULARIZAR.	25
TABELA 02 – ESTATÍSTICAS APÓS A REGULARIZAÇÃO DAS AMOSTRAS EM 1M.	25
TABELA 03 – ESTATÍSTICAS DAS AMOSTRAS ANTES DE REGULARIZAR.	29
TABELA 04 – ESTATÍSTICAS APÓS A REGULARIZAÇÃO DAS AMOSTRAS EM 3M.	29
TABELA 05 – TABELA COM OS PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DOS MAPAS VARIOGRÁFICOS DE CADA VARIÁVEL.....	32
TABELA 06 – TABELA COM OS PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DOS VARIOGRAMAS DE CADA VARIÁVEL.....	35
TABELA 07 – TABELA MOSTRANDO O PROCEDIMENTO PARA DETERMINAÇÃO DA MELHOR FUNÇÃO PARA O CÁLCULO DO RESÍDUO ENTRE AS VARIÁVEIS SiO ₂ E Fe.....	35
TABELA 08 – VALORES DOS MODELOS TEÓRICOS DE VARIOGRAMA AJUSTADOS PARA AS VARIÁVEIS Fe, SiO ₂ E RESÍDUO SiO ₂ /Fe.....	36
TABELA 09 – TABELA COM OS PARÂMETROS DE BUSCA DA KRIGAGEM ORDINÁRIA E KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA PARA AS VARIÁVEIS SiO ₂ , Fe E RESÍDUO SiO ₂ /Fe.	39
TABELA 10 – TABELA COMPARANDO OS VALORES DO MODELO ESTIMADO POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA (KDE_ SiO ₂) E KRIGAGEM ORDINÁRIA (K_ SiO ₂) COM AS AMOSTRAS DOS FUROS.	40
TABELA 11 – TABELA MOSTRANDO TONELAGEM ACUMULADA E MÉDIA DO TEOR DE SiO ₂ CORRESPONDENTE PARA A ESTIMATIVA POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA E POR KRIGAGEM ORDINÁRIA E A DIFERENÇA ENTRE AS DUAS.	45
TABELA 12 – TABELA COM OS PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DOS MAPAS VARIOGRÁFICOS DE CADA VARIÁVEL.....	48
TABELA 13 – TABELA COM OS PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DOS VARIOGRAMAS DE CADA VARIÁVEL.....	51
TABELA 14 – TABELA MOSTRANDO O PROCEDIMENTO PARA DETERMINAÇÃO DA MELHOR FUNÇÃO PARA O CÁLCULO DO RESÍDUO ENTRE AS VARIÁVEIS SiO ₂ E CAO.	51
TABELA 15 – TABELA COM OS VALORES DOS VARIOGRAMAS AJUSTADOS PARA AS VARIÁVEIS CAO, SiO ₂ E RESÍDUO SiO ₂ /CAO.....	53
TABELA 16 – TABELA COM OS PARÂMETROS DE BUSCA DA KRIGAGEM ORDINÁRIA E KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA PARA AS VARIÁVEIS CAO, SiO ₂ E RESÍDUO CAO/SiO ₂	56
TABELA 17 – TABELA COMPARANDO OS RESULTADOS DO MODELO ESTIMADO POR KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA (KDE_ CAO) E KRIGAGEM ORDINÁRIA (K_ CAO) COM AS AMOSTRAS DOS FUROS.	56
TABELA 18 – TABELA MOSTRANDO TONELAGEM ACUMULADA E MÉDIA DO TEOR DE CAO CORRESPONDENTE.	61

1. Introdução

A avaliação e classificação de recursos minerais é uma área chave na análise de projetos de mineração. A geoestatística está inserida neste contexto fornecendo meios para a estimativa de valores das variáveis de interesse em locais não amostrados do depósito.

Dentre as técnicas geoestatísticas existem algumas que possibilitam o uso simultâneo de duas ou mais variáveis, sempre uma tratada como variável principal e as demais como secundárias. Entre essas técnicas multivariadas está a krigagem com deriva externa, que foi utilizada nesta dissertação. Destaca-se que além desta existem outras, tais como a cokrigagem e cokrigagem colocalizada, ambas mais difundidas do que a primeira.

Como todas as técnicas multivariadas, a krigagem com deriva externa utiliza uma variável auxiliar, que tenha boa correlação linear com a principal, para estimar a variável principal, porém existe a necessidade da multicolocalização dos dados.

Foram analisados dois depósitos diferentes com variáveis apresentando diferentes formas de distribuições estatísticas. Os dados têm heterotopia parcial, e na amostragem os elementos alvo foram SiO_2 , Fe e CaO. No depósito de calcário a SiO_2 apresenta distribuição assimétrica negativa e o CaO assimetria positiva. No depósito laterítico a SiO_2 e o Fe apesar de serem assimétricos aproximam-se de uma distribuição normal.

Como a componente de deriva externa na krigagem com deriva externa precisa ser conhecida em todos os pontos a serem estimados e nos pontos amostrais (colocalização de dados), as variáveis secundárias foram estimadas por krigagem ordinária, antes da estimativa por krigagem com deriva externa da variável primária ser realizada.

Os dados utilizados nesta dissertação pertencem a duas empresas de mineração que os cederam gentilmente, porém devido a um acordo de confidencialidade a localização e informações detalhadas sobre gênese e geologia dos depósitos não serão divulgadas.

2. Objetivos

O objetivo deste estudo é analisar os resultados da krigagem com deriva externa em variáveis com diferentes tipos de medidas de forma e compará-las com a krigagem ordinária buscando identificar e apontar eventuais vantagens e/ou desvantagens de um método em relação ao outro.

Para atingir os objetivos descritos, objetivos específicos devem ser alcançados, dentre os quais se destacam:

- Comparar os resultados das estimativas, média, variância, blocos estimados, para cada tipo de assimetria e observar o comportamento dos respectivos variogramas.
- Verificar se o método multivariado utilizado apresenta qualquer vantagem sobre a krigagem ordinária.
- Observar a validade da aplicação dos métodos de estimativa adotados, nos cenários específicos utilizados.

3. Justificativa

A modelagem geológica e a interpolação de teores são imprescindíveis na prospecção mineral e na rotina das minas. Seu estudo e aplicação utilizando ferramentas de computação de última geração ainda não são amplamente difundidos ou usados em todo o país.

A interpolação por métodos multivariados aplicada a dados geológicos demanda tempo, trabalho e conhecimento, principalmente no que tange ao ajuste de variogramas cruzados, deste modo, métodos que demandem menos tempo e com boa confiabilidade são preferíveis em relação a outros métodos que despendam mais tempo e trabalho.

4. Revisão Bibliográfica

A geoestatística trata variáveis regionalizadas, através de diversos métodos desenvolvidos ao longo dos anos, aplicados nos mais variados campos do conhecimento, cada método apresenta características específicas, indicadas a problemas específicos.

4.1 Análise Estatística

Antes da análise geoestatística é necessário analisar a consistência dos dados esta pode ser realizada pela estatística clássica. A partir da estatística é possível inferir características presentes nos dados, tais como: diferentes populações indicando litologias e/ou mineralizações diferentes, definição de faixas de teores ricos, além da robustez do banco dados. Para Yamamoto, Bettencourt & Montanheiro (2001), a análise estatística feita antes de uma avaliação de reservas tem o objetivo de caracterizar e descrever estatisticamente as distribuições dos dados para o melhor entendimento do comportamento das variáveis de interesse dentro do depósito.

Para atingir estes objetivos devem-se calcular as medidas de tendência central, que são a média, mediana e moda, e as medidas de dispersão em torno da média, que são a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação. Com estas estatísticas pode-se avaliar os dados com consistência.

A média amostral é calculada como:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1} x_i$$

A mediana é a observação correspondente à metade de uma população. Para um conjunto onde o número de observações é ímpar, a mediana é o próprio valor central. Quando se tem número par por padrão a mediana é a média aritmética dos dois valores centrais. A mediana divide uma população em duas partes iguais.

A moda corresponde ao valor médio da classe de valores de maior frequência na distribuição. Em algumas situações em que o número de observações é muito grande, é conveniente definir moda como uma medida de concentração de dados, o que possibilita dizer que algumas variáveis apresentam um comportamento bi-modal, sem que as respectivas frequências sejam iguais.

A variância (S^2) é a medida de dispersão mais utilizada na prática e mede quanto os valores de uma distribuição distam de sua média, sendo calculada

como:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

O desvio padrão é simplesmente a raiz quadrada da variância e é aplicado por ser uma medida expressa na mesma unidade dos valores originais.

$$S = \sqrt{S^2}$$

com S sendo o desvio padrão.

O coeficiente de variação (CV) é obtido através da divisão do desvio padrão pela média, conforme:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

Por ser uma medida adimensional, permite a comparação da dispersão relativa de variáveis com diferentes distribuições, como por exemplo, para comparação e classificação de depósitos minerais segundo sua variabilidade natural (Yamamoto, Bettencourt & Montanheiro, 2001).

4.2 Análise Geoestatística

A geoestatística foi desenvolvida inicialmente para resolver problemas de mineração, é nesta área que se encontra mais difundida, apesar de cada vez mais ser aplicada em outras áreas do conhecimento, desde agricultura, meio-ambiente até ciências biomédicas.

Na mineração a geoestatística visa à solução de problemas de estimativa para recursos e reservas minerais, é um método probabilístico que utiliza a posição espacial das observações para estudar a variabilidade dos valores amostrados, ou seja, trata-se de uma ferramenta que permite estimar a variável em locais não amostrados levando em conta o comportamento espacial do fenômeno previamente amostrado.

Matheron (1965), descreve as variáveis regionalizadas como possuindo as mesmas características qualitativas do fenômeno que elas representam, característica que a estatística convencional não é capaz de exprimir. Ainda de acordo com o mesmo autor, as variáveis regionalizadas apresentam como

características: localização, suporte, continuidade e anisotropia.

Uma variável regionalizada apresenta distribuição espacial que varia com continuidade aparente, mas estas variações não são passíveis de representação por uma função determinística (Bubenicek & Haas, 1969).

Para descrever quantitativamente a variância de qualquer fenômeno regionalizado no espaço utiliza-se a função semivariograma $\gamma(h)$ que é metade da função variograma $2\gamma(h)$, no entanto na literatura os termos variograma e semivariograma são tratados de maneira indistinta, sendo referida a função $\gamma(h)$ como variograma, conforme.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [Z(x+h) - Z(x)]^2$$

A função variograma também pode ser expressa em termos de variância $C(0)$ e covariância $C(h)$ entre pontos separados pela distância h , conforme:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

A demonstração da relação entre variância espacial e covariância espacial pode ser vista em Yamamoto (2001).

O variograma é a representação gráfica da função variograma, a partir dele pode-se observar algumas propriedades que descrevem o comportamento das variáveis regionalizadas.

De acordo com Yamamoto (2001) o variograma possui as seguintes propriedades:

Amplitude – distância até onde ocorre interdependência das amostras.

Patamar – valor máximo de variância.

Efeito pepita – descontinuidade próxima à origem do variograma.

Variância espacial – diferença entre o patamar e o efeito pepita.

O variograma é função direcional, mas não vetorial, quando se escolhe uma direção ela vale para os dois sentidos, o escolhido e o oposto, com limitação lateral limitada pelos ângulos e distâncias de abertura da busca, denominadas, tolerância angular e distância máxima.

Para iniciar a análise geoestatística calculam-se variogramas experimentais em diversas direções, este procedimento é denominado análise estrutural (Huijbregts, 1975; Olea, 1991).

Ao variograma experimental é ajustada uma função matemática pré-definida, esse procedimento é conhecido como ajuste de modelos teóricos de variogramas e é geralmente feito iterativamente com o auxílio de programas de computador.

4.3 Fenômenos não estacionários

Fenômenos não estacionários são fenômenos que não podem ser representados por variogramas, com variância finita, ou seja, quando calculado, o variograma experimental não estabiliza no patamar e a variância cresce indefinidamente (Figura 1), na Figura 2 apresenta-se um variograma com estacionaridade de segunda ordem.

Figura 1. Variograma exemplificando a variância não estabilizada, típico de fenômenos não estacionários.

Figura 2. Variograma exemplificando a variância estabilizada, típico de fenômenos estacionários.

De acordo com Soares (2000) nos fenômenos não estacionários a variável a ser estimada não tem comportamento homogêneo dentro da área amostrada, com os valores crescendo de um modo sistemático em uma dada direção ou um ponto com valores altos concentrados e valores baixos ao redor decrescendo de forma radial.

4.4 Krigagem com modelo de deriva

Segundo Deutsch & Journel (1998) a krigagem com modelo de deriva foi inicialmente definida como krigagem universal, neste caso tem-se de calcular simultaneamente num ponto não amostrado os valores da deriva e do resíduo. No método de krigagem universal a função que descreve a deriva deve ser conhecida “a priori” e representar, ou descrever, o fenômeno físico. De outro modo, é necessário inferir e assumir esta função arbitrariamente o que torna o método inconveniente sempre que o fenômeno não é conhecido.

A krigagem com deriva externa também requer modelo de deriva, mas neste caso o mesmo é deduzido a partir de uma função linear da variável auxiliar que tem de ser conhecida em todos os pontos do espaço, ou ao menos em todos os pontos do espaço que serão estimados.

4.5 Krigagem com Deriva externa

A krigagem com deriva externa é aplicada no caso em que a variável principal apresenta relação de dependência com a variável auxiliar externa.

Este método utiliza variáveis auxiliares para estimar um modelo de tendência. Estas devem ser conhecidas em todo o domínio onde a variável principal será estimada, ou seja, a(s) variável(eis) auxiliar(es) deve(m) ser multicolocalizada(s).

Segundo Deutsch & Journel (1998) a krigagem com deriva externa é uma extensão da krigagem de tendência.

De acordo com Soares (2000) a krigagem com deriva externa pode ser expressa de acordo com as funções:

Deriva entre a variável principal e secundária.

$$m(x) = a_0(x) + a_1(x)y(x)$$

Nesta função os coeficientes a_0 e a_1 são estimados junto à $Z(x_\alpha)$ e a deriva $m(x_0)$ assume o valor da variável $Y(x_0)$. O estimador em x_0 é calculado utilizando as n amostras vizinhas, conforme:

$$[Z_{KDE}(x_0)] = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KDE} Z(x_{\alpha})$$

Com λ_{α}^{KDE} sendo o ponderador da krigagem e $Z(x_{\alpha})$ a variável a ser estimada.

Ainda segundo Soares (2000), para que não exista enviezamento é necessário assegurar que a diferença entre os valores reais e estimados seja igual a zero:

$$E\{[Z^*_{KDE}(x_0)] - Z(x_0)\} = 0$$

$$E\left\{\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KDE} Z(x_{\alpha}) - Z(x_0)\right\} = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KDE} m(x_{\alpha}) - m(x_0)$$

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KDE} [a_0 + a_1 Y(x_{\alpha})] - [a_0 + a_1 Y(x_0)] = 0$$

Onde $m(x_0)$ é a deriva dos pontos estimados e $m(x_{\alpha})$ a deriva das amostras.

De onde resulta uma condição de universalidade, para cada uma das P

variáveis auxiliares da deriva externa, acrescentar-se à primeira condição uma segunda que é a condição de universalidade da krigagem ordinária, através de:

$$\sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha}^{KDE} Y(x_{\alpha}) = Y(x_0)$$

$$\sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha}^{KDE} = 1$$

Com $Y(x_0)$ como a variável secundária conhecida em todos os pontos.

Luís (2004) sugere, para compreender melhor a krigagem com deriva externa, decompor a função $Z(x)$ em uma soma de um valor médio com um resíduo:

$$Z(x) = m(x) + R(x), \text{ onde } R(x) \text{ tem média igual a zero e covariância } C_R$$

A minimização da variância é obtida pelo formalismo de Lagrange, igualando a zero as $(n + 1 + P)$ derivadas parciais de:

$$E\left\{ \left[R(x_0) - R(x_0) \right]^2 \right\} + 2\mu_0 \left[\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha}^{KDE} - 1 \right] + 2\mu_1 \left[\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha}^{KDE} Y(x_{\alpha}) - Y(x_0) \right]$$

Os ponderadores λ_i^{KDE} são obtidos através de $(n + 1 + P)$ equações lineares:

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha}^{KDE} C_R(x_{\alpha}, x_{\beta}) + \mu_0 + \sum_{k=1}^N \mu_k Y(x_{\beta}) = C_R(x_{\beta}, x_0), \beta = 1, \dots, N \\ \sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha}^{KDE} = 1 \\ \sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha}^{KDE} Y_p(x_{\alpha}) = Y_p(x_0) \end{cases}$$

com $P=1, \dots$, número de variáveis auxiliares

Com C_R sendo a covariância do resíduo.

Segundo Bourennane et al (2000) a krigagem com deriva externa é mais precisa que a regressão linear, e esta precisão é diretamente proporcional ao aumento do número de amostras usadas. E no caso de o variograma da variável de interesse ser efeito pepita puro a krigagem com deriva externa se torna equivalente a regressão linear.

Snepvangers et al (2003) apontam a krigagem com deriva externa como apresentando algumas vantagens sobre a krigagem ordinária no domínio espaço-temporal, principalmente por ser possível controlar o modelo de tendência. Mas relatam também vantagens da krigagem ordinária sobre a krigagem com deriva externa principalmente no que tange a simplicidade.

Luis (2004) usou Krigagem com Deriva externa na estimativa de teores de Au com informações auxiliares como, litologias, associações de litologias, teores de Ag, classes de teores de Ag, entre outros, e concluiu que o uso dessas informações ajudou a melhorar a precisão das estimativas dos teores de Au.

Watanabe (2008) descreve os resultados obtidos com a krigagem com deriva externa em relação à correlação entre as variáveis, e conclui que mesmo quando a correlação é baixa, os resultados não apresentam distorções significativas.

Rocha, Yamamoto & Fonteles (2009) compararam a krigagem com deriva externa em relação à cokrigagem ordinária na aplicação para cálculo de níveis potenciométricos em aquíferos, os autores consideraram os resultados da krigagem com deriva externa superiores em relação aos resultados da cokrigagem ordinária.

4.6 Modelagem geológica 3D

Para representar o conjunto de dados dentro de uma fronteira convexa como no caso de corpos geológicos 3D, corpos de minérios ou rochas encaixantes, é necessário desenhar superfícies que se aproximem ao máximo da realidade apresentada pelos dados.

A geologia é interpretada em seções, após essas seções são ligadas as seções anteriores criando um sólido fechado em 3D, esse sólido é preenchido com blocos para simular a geologia da área. Cada bloco possui os atributos da rocha que representa, como por exemplo, densidade, código litológico e posteriormente recebe o teor estimado.

Essa parte da modelagem 3D em geologia sofreu diversos avanços nos últimos anos com softwares cada vez mais amigáveis, mas o princípio utilizado pela maioria continua o mesmo, usando, pontos, linhas e “wireframes”, esse

último é a representação por triângulos formados entre pontos e linhas.

O programa Datamine® usado para a modelagem dos dados em 3D, usa os sólidos baseados em “wireframes”, que são construídos com base em linhas (strings) e linhas guias (tag strings), desenhadas pelo geólogo durante a interpretação das seções geológicas e elaboradas a partir de furos de sonda e/ou informações de mapeamento de superfície.

Os triângulos podem ser construídos por diversos métodos de triangulação como método de superfície mínima, método equiangular e método do comprimento proporcional.

- Superfície mínima: método considerando a construção de triângulos com a menor superfície possível.

- Equiangular: os triângulos são construídos como triângulos isósceles, indicado para superfícies complexas e com dobramentos.

- Comprimento proporcional: por este método tenta-se manter as distâncias proporcionais entre os pontos que formarão os triângulos, indicado para triangular superfícies contínuas, como depósitos homogêneos.

4.7 Regularização de amostras

De acordo com Yamamoto & Rocha (2001) a regularização de amostras é importante para que se possa deixar todas as amostras com o mesmo suporte para produzir dados homogêneos e facilitar a interpretação, além de adequar a escala de amostragem a escala de trabalho de lavra.

Existem vários métodos de regularização de furos, Yamamoto & Rocha (2001) descrevem em detalhes dois destes métodos, o pelo tamanho do banco de lavra ou bancada e o pela faixa mineralizada ou zona mineralizada. O primeiro caso considera a altura bancada de lavra e regulariza as amostras de acordo com essa altura, se aplica mais para minerais industriais em cavas a céu aberto. O segundo caso regulariza as amostras de acordo com a geometria do corpo mineralizado, é aplicado em minas subterrâneas.

A regularização de amostras consiste basicamente em calcular a média ponderada do teor pelo comprimento, área ou volume das amostras.

4.8 Validação cruzada

Segundo Davis (1987), a validação cruzada surgiu como uma adaptação da técnica da estatística não paramétrica de validação cruzada de um conjunto de dados. A validação retira um valor do conjunto de dados e estima-o com os parâmetros a serem usados na interpolação dos pontos não amostrados, ou seja o modelo teórico do variograma e as condições de vizinhança.

Após a estimativa compara-se o valor real e o estimado, com essa análise é possível observar possíveis vieses na estimativa.

Soares (2000), alerta para diversas limitações dessa técnica como:

- Falta de possibilidade de testar o efeito pepita, bastante sensível ao efeito proporcional, ocorrência da suavização da krigagem ordinária.
- Grande influência dos parâmetros escolhidos como distâncias e métodos de busca, influência de malha irregular, suscetível presença de cluster.
- Deve ser considerada variância homogênea para todo o conjunto dos dados.

Todos esses pontos mostram que mesmo com bons resultados uma validação cruzada pode não mostrar os defeitos do modelo escolhido para estimar o evento de interesse.

4.9 Cálculo do resíduo entre variáveis primária e secundária

Para que se possa usar a Krigagem com Deriva externa é necessário calcular o resíduo entre as variáveis primária e secundária, esse resíduo é necessário para a construção do variograma, usado na estimativa da variável principal.

De acordo com Bourennane (2003), a determinação da função de resíduo pode ser feita selecionando os pontos da base de dados dentro de um raio de busca predeterminado, usa-se esses pontos para testar polinômios de diversos graus usando o erro dos mínimos quadrados. Pressupondo que a melhor função de resíduo é a que apresenta na média a menor variância do erro, escolhe-se o polinômio que resultem nestas características.

Segundo o mesmo autor um dos problemas nesse método é que este é

suscetível a “outliers”, que produzem variações que mascaram a diferença entre os diferentes polinômios.

Outro critério que pode ser usado é a classificação dos vários erros dos mínimos quadrados dos diversos polinômios. A primeira categoria é atribuída ao menor erro, e se faz a classificação como um “rank”, assim no final em média se terá a menor média de classificação correspondente a um grau ótimo de deriva.

No software Isatis o método utilizado para a determinação do resíduo é semelhante ao usado para a validação cruzada, e é feita de acordo com os passos abaixo (Geovariances, 2009):

- (1) seleção de um dado número N de tentativas de deriva;
- (2) definição de vizinhança;
- (3) seleção de um ponto de amostra (centro) do valor Z;
- (4) determinação dos vizinhos correspondente à amostra selecionada;
- (5) o ponto selecionado é retirado das amostras e seu valor Z^* é estimado a partir de um modelo que corresponde a um efeito pepita puro;
- (6) para cada ensaio de deriva, o erro experimental $Z - Z^*$ é calculado. N erros experimentais são assim produzidos, que são classificados de acordo com seus valores (do menor ao maior).

Os passos 3 a 6 são repetidos para todos os pontos da amostra. Para cada ensaio são exibidos, o valor médio da classificação, o valor médio do erro experimental (média de erro), e da variância do erro experimental (variância do erro).

O número de amostras selecionadas na vizinhança de busca é subdividido em dois anéis para o processamento e reconhecimento da covariância. Em seguida, cada ponto de um dos dois anéis, em comparação com todos os pontos do outro anel, constituirá uma realização. A média do erro do anel externo, em detrimento da média do erro do anel interno, é usada para definir o melhor polinômio, quanto menor melhor.

A sintaxe para os polinômios disponíveis no software Isatis para testar é:

- 1 corresponde à condição de universalidade;
- x é o desvio monomial que corresponde à primeira coordenada;
- y é o desvio monomial que corresponde à segunda coordenada;
- z é o desvio monomial que corresponde à terceira coordenada;
- f1, ... f10 representam o padrão para as diferentes funções deriva externa.

- 1, x, y correspondem a uma deriva linear;
- 1, x, y, x2, XY, y2 para um desvio quadrático;
- 1, f1 para uma deriva externa única;
- 1, x, y, f1 para uma deriva externa combinada com um plano linear.

Na etapa de identificação covariância para cada combinação, é realizado um teste "Jackknife", resultando na razão entre a variância experimental e uma teórica. Na técnica "Jackknife", cada medida é formada retirando-se a amostra do ponto estimado, onde cada ponto estimado é visto como uma variável aleatória independente e identicamente distribuída, levando-se a um estimador muito simples de variância.

5. Métodos

Os modelos geológicos foram feitos em Datamine® e a análise geoestatística no Isatis®.

Os dados foram baseados em informações de mapeamento geológico de superfície e descrição litológico-estrutural de furos de sonda com as respectivas análises químicas para os elementos de interesse econômico. Tais dados foram utilizados na elaboração de um modelo geológico 3D, depois de regularizados serviram como base para os estudos geoestatísticos.

O modelo de blocos em 3D foi criado com base em sólidos e superfícies 3D que representam a geologia ou a característica geológica desejada na representação do modelo. Esses blocos possuem dimensão compatível com a malha de amostragem e com a geologia local.

Na análise estatística foram calculadas estatísticas clássicas. Na análise geoestatística fez-se o cálculo dos variogramas para cada variável, além dos

variogramas dos resíduos entre as variáveis dependentes e independentes. De acordo com o recomendado em Yamamoto (2001) aos variogramas foram ajustados modelos teóricos de variogramas. Com as informações dos modelos, cada bloco definido dentro do modelo tridimensional foi estimado por krigagem ordinária e por krigagem com a deriva externa. Para obter a multicolocalização da variável secundária foi feita a Krigagem Ordinária.

6. Geologia dos depósitos

Nas áreas alvos já são operadas minas, as nomenclaturas e divisões litológicas utilizadas atendem basicamente às necessidades da operação de planejamento e lavra. A descrição da geologia de cada depósito é suficiente para suportar os estudos geoestatísticos realizados dado o acordo de confidencialidade firmado. Todas as informações relacionadas à geologia das áreas foram repassadas pelos técnicos das minerações.

6.1 Depósito de minério laterítico

6.1.1 Geologia local

O primeiro depósito é de Ni laterítico, as variáveis SiO_2 e Fe foram escolhidas por serem importantes parâmetros no beneficiamento. Outro motivo que justifica esta escolha são as distribuições de frequência apresentadas por estas variáveis.

Na sequência inferior do complexo ultramáfico foram diferenciados os seguintes litotipos: Gabro basal, dunito maciço, piroxenito, dunitos interacamadados, piroxenitos interacamadados e gabro superior.

O complexo ultramáfico é representado pela variação cíclica de unidades ultramáficas na base até gabro no topo. Ocorrem de quatro a cinco ciclos principais, decamétricos a hectamétricos, de camadas de Dunito (harzburgito) – Piroxenito – Gabro (Figura 3).

Figura 3 - Seção esquemática do complexo ultramáfico.

Existem na área dois tipos de minério, silicatado e oxidado, o minério silicatado origina-se do piroxenito enquanto o oxidado do dunito, como todo depósito laterítico, apresenta grande variabilidade com influência das estruturas e do perfil de intemperismo.

O complexo apresenta acamamento S0 na direção N10–15E e mergulho que varia entre 30–50° NW (Figura 4).

Figura 4 – Projção em estereograma das estruturas de acamamento.

Os dados do depósito laterítico englobam zonas oxidadas e silicatadas. Essa zonas apresentam variações de SiO_2 e Fe, com trechos onde a SiO_2 é baixa e o Fe é alto, também ocorre transição para zonas onde a SiO_2 é alta e o Fe é baixo. Os trechos de modelo selecionados para a estimativa são trechos mineralizados.

Foi escolhida apenas parte da área de lavra, com aproximadamente 1085 furos (Figura 5), a profundidade média dos furos é de apenas 20 metros.

Figura 5. Vista em perspectiva dos furos do depósito de níquel laterítico, os furos são pouco profundos com no máximo 50m de profundidade.

6.2 Depósito de calcário

6.2.1 Geologia local

O depósito de calcário estudado é formado por rochas metassedimentares, alternando metacalcários calcíticos, dolomíticos e rochas calciossilicatadas com teores de SiO_2 tanto elevados quanto baixos.

Na área ocorrem, dobras, falhas e fraturas, o acamamento S_0 tem atitude aproximada de $N45^\circ$ e mergulho aproximado de 40° . O corpo de calcário calcítico

predomina na área central dobrada, com o calcário dolomítico e o calcário silicatado nas bordas, lateralmente os corpos de metacalcários são limitados por um granito (Figura 6).

Figura 6. Furos do depósito de calcário com litologia básica, ao fundo corpo de calcário em azul, calcário alterado em magenta, granito em vermelho e fluoritito em laranja, perfil de modelo geológico.

A SiO_2 tem alta correlação negativa com o CaO , e reflete diretamente a variação litológica.

Foi escolhida toda a área da lavra com aproximadamente 115 furos (Figura 7), a profundidade média dos furos é de aproximadamente 200 metros. Apenas os trechos do modelo de blocos com minério foram utilizados para estimativa.

Figura 7. Furos do depósito de calcário, em configuração final de lavra.

7. Análise e discussão dos dados

Para iniciar a análise geoestatística é necessário construir um modelo de blocos em 3D para que cada bloco possa receber o valor krigado.

O software Datamine® trabalha com sub-blocos para honrar os contatos geológicos de forma precisa, mas o software Isatis® trabalha melhor com blocos de tamanho único, então após a construção os blocos foram regularizados em tamanho padrão e importados para o software Isatis®, onde foi realizado o restante da análise geoestatística.

7.1 Modelagem geológica

Os modelos foram construídos a partir da descrição geológica dos furos assim como nas análises químicas das amostras, nos casos onde havia discrepância entre as descrições e as análises químicas a informação química recebeu maior importância por ser considerada mais confiável.

7.1.1 Modelo laterítico

O modelo laterítico foi construído a partir de seções verticais, baseadas nas informações das análises químicas e descrição litológica feita nos furos.

Com as seções verticais foram construídos sólidos 3D (Figura 8), esses sólidos foram preenchidos com blocos, de dimensões em 10m na direção X, 25m na direção Y e 3m na direção Z (Figura 9). O comprimento em Z foi escolhido por ser a altura de cada avanço de desmonte.

Os modelos de blocos construídos foram feitos com sub-blocos, para a importação para o Isatis® foi necessário a regularização em blocos iguais (Figura 10).

Figura 8 – Sólidos da zona mineralizada construídos a partir das seções verticais, mostrando em verde as zonas de SiO₂ maior que Fe e em amarelo, zonas de SiO₂ menor que Fe.

Figura 9 – Modelo de blocos construído a partir dos sólidos 3D, trechos do minério em amarelo e verde.

Figura 10 – Modelo de blocos regularizado em 10x25x3m, apenas litologia minério.

7.1.2 Modelo calcário

O modelo de calcário também foi construído a partir de seções verticais, baseadas nas informações de análises químicas e descrição litológica feita nos furos.

Com as seções verticais foram construídas por triangulação, superfícies em 3D (Figura 11), esses sólidos foram preenchidos com blocos de dimensões em

50m na direção X, 50m na direção Y e 3m na direção Z (Figura 12).

Os modelos de blocos construídos foram feitos com sub-blocos, para a importação para o Isatis® foi necessário a regularização em blocos iguais (Figura 13).

Figura 11 – Superfícies em 3D construídas a partir das seções verticais.

Figura 12 – Modelo de blocos, sub-blocado, construído a partir das superfícies em 3D.

Figura 13 – Modelo de blocos regularizado em 50x50x3m, apenas litologia minério.

7.2 Análise estatística

Foi feita análise estatística básica para os dois modelos, com os furos originais e os furos com as amostras regularizadas, para efeitos de comparação. Esse passo é importante, pois faz parte do processo de validação dos dados, qualquer inconsistência ou problema pode ser detectado nesta fase.

7.2.1 Modelo laterítico

Os furos inicialmente tiveram as amostras regularizadas em comprimento de 1m, o comprimento modal das amostras enviadas ao laboratório e a altura mínima da bancada de lavra.

Foram feitos histogramas para visualizar a distribuição dos comprimentos das amostras (Figuras 14 e 15) e das variáveis (Figuras 16 e 17). Também foi feita a estatística básica para as variáveis antes e depois da regularização, os resultados apontam consistência entre as duas bases de dados, pois se verifica a ausência de diferenças significativas (Tabelas 01 e 02). Foram encontradas 10 amostras com valores de SiO_2 e Fe fora dos limites teóricos, para garantir melhor resultado na estimativa essas amostras foram descartadas.

Além dos histogramas, foram elaborados os mapas base (Figura 18) para a visualização da distribuição espacial das amostras, neste mapa pode-se observar a heterotopia das variáveis, com mais amostras de Fe do que de SiO₂.

O diagrama de dispersão (Figura 19) mostra a boa correlação entres as variáveis Fe e SiO₂, o que possibilita o uso da variável Fe como variável secundária.

Figura 14 – Histograma das espessuras das amostras antes de regularizar.

Figura 15 – Histograma das espessuras das amostras após a regularização em 1m.

Tabela 01 – Estatísticas das amostras antes de regularizar.

Estatística Univariada							
	amostras	mínimo	máximo	média	variância	média norm.	variância norm
SIO2	5635	0.25	91.1	30.1	371.87	29.86	373.68
FE	20942	0.05	62.4	22.71	195.75	23.14	201.26

Estatística Bivariada								
	amostras	mínimo	máximo	média	variância	correlação	média norm.	variância norm
SIO2	5635	0.25	91.1	30.1	371.87	-0.75	29.86	373.68
FE	5635	0.53	62.4	25.77	208.76	-0.75	25.8	208.02

Tabela 02 – Estatísticas após a regularização das amostras em 1m.

Estatística Univariada							
	amostras	mínimo	máximo	média	variância	média norm.	variância norm
SIO2	5813	0.25	90.3	29.9	363.55	30.05	363.81
FE	18973	0.06	61.8	23.03	199.13	23.04	199.18

Estatística Bivariada								
	amostras	mínimo	máximo	média	variância	correlação	média norm.	variância norm
SIO2	5813	0.25	90.3	29.9	363.55	-0.75	30.05	363.81
FE	5813	0.53	61.8	25.53	206.29	-0.75	25.51	205.94

Figura 16– Histograma da variável SiO₂ após regularização em 1m.

Figura 17 – Histograma da variável Fe após regularização em 1m.

Figura 18 – Mapa base da distribuição no plano das amostras das variáveis SiO_2 e Fe, mostrando a heterotopia entre as variáveis.

Figura 19 – Dispersão entre SiO_2 e Fe, mostrando boa correlação entre as variáveis, correlação negativa de -0.75.

7.2.2 Modelo calcário

Os procedimentos usados foram os mesmos do modelo laterítico, as amostras antes dos cálculos dos variogramas tiveram o comprimento regularizado em 3m.

Para identificar o comportamento das espessuras das amostras foram construídos histogramas das espessuras, antes e depois da regularização (Figuras 20 e 21), para identificar o padrão de distribuição das variáveis também elaborou-se histogramas, representados nas Figuras 22 e 23, respectivamente antes e depois da regularização.

A estatística básica das amostras (Tabelas 03 e 04), antes e depois da regularização, mostra coerência entre as duas bases de dados. Além dos histogramas, foram “plotados” mapas base (Figura 24) para a visualização da distribuição espacial das amostras, nos mapas base pode-se observar a heterotopia entre as variáveis CaO e SiO_2 , mas menor do que no modelo laterítico.

Infere-se pela análise do diagrama de dispersão da variável CaO em relação à SiO_2 (Figura 25) que existe correlação linear, possibilitando, assim o uso da variável SiO_2 como variável secundária.

Figura 20 – Histograma das espessuras das amostras antes de regularizar.

Figura 21 – Histograma das espessuras das amostras após a regularização em 3m.

Tabela 03 – Estatísticas das amostras antes de regularizar.

Estatística Univariada

	Total	Minimo	Maximo	Media	Variância	Media Norm.	Variância Norm.
CAO	726	0.42	54.94	23.88	545.01	35.17	475.07
SIO2	735	1.36	71	39.75	889.43	25.44	775.23

Estatística Bivariada

	Total	Minimo	Maximo	Media	Variância	Correlação	Media Norm.	Variância Norm.	Corr.
CAO	726	0.42	54.94	23.88	545.01	-0.99	35.17	475.07	-0.99
SIO2	726	1.36	71	40.03	893.68	-0.99	25.6	784.01	-0.99

Tabela 04 – Estatísticas após a regularização das amostras em 3m.

Estatística Univariada

	Total	Minimo	Maximo	Media	Variância	Media Norm.	Variância Norm.
CAO	1582	0.42	55.98	35.37	475.16	36.11	460.72
SIO2	1600	0.8	71	25.22	776.36	24.29	753.77

Estatística Bivariada

	Total	Minimo	Maximo	Media	Variância	Correlação	Media Norm.	Variância Norm.	Corr.
CAO	1582	0.42	55.98	35.37	475.16	-0.99	36.11	460.72	-0.99
SIO2	1582	0.8	71	25.31	784.22	-0.99	24.37	761.37	-0.99

Figura 22 – Histograma da variável CaO após regularização em 3m.

Figura 23 – Histograma da variável SiO₂ após regularização em 3m.

Figura 24 – Mapa base da distribuição no plano das amostras das variáveis CaO e SiO₂.

Figura 25 – diagrama de dispersão entre CaO e SiO₂, mostrando excelente correlação entre as variáveis.

7.3 Análise geoestatística

Na análise geoestatística foram calculados os variogramas das variáveis principal, secundária e do resíduo entre as duas. Os modelos teóricos de variograma foram ajustados aos variogramas experimentais. Feita a definição da vizinhança de busca por amostras, calculou-se a estimativa pelos métodos de krigagem com deriva externa e krigagem ordinária.

Para definir a presença de anisotropia foi usado o procedimento da análise estrutural (Huijbregts, 1975, Olea, 1991), calculando mapas variográficos para as variáveis de interesse. Com esses mapas foi possível identificar as direções de maior e menor amplitude e comparar com as informações fornecidas pela análise geológica.

7.3.1 Modelo laterítico

O procedimento da análise estrutural foi realizado no Isatis com 12 direções diferentes, totalizando os 180°, os parâmetros para o cálculo dos variogramas podem ser vistos na Tabela 05. A análise foi feita para as duas variáveis de interesse SiO₂ e Fe.

Pela análise estrutural concluiu-se que a direção de maior continuidade foi N15°, tanto para a variável SiO₂ como para a variável Fe (Figuras 26 e 27).

Tabela 05 – Tabela com os parâmetros para o cálculo dos mapas variográficos de cada variável.

Variável SiO ₂ - Variograma			
Numero de direções	12	12	12
Ângulo abertura	15 ⁰	15 ⁰	15 ⁰
Passo	25	5	5
Numero de passos	20	10	10
Abertura X (m)	50	50	50
Abertura Z (m)	20	20	20
Tolerância (Passo)	1.5	1.5	1.5
Variável Fe - Variograma			
Numero de direções	12	12	12
Ângulo abertura	15 ⁰	15 ⁰	15 ⁰
Passo	25	5	5
Numero de passos	20	10	10
Abertura X (m)	50	50	50
Abertura Z (m)	20	20	20
Tolerância (Passo)	1.5	1.5	1.5

Figura 26 – Mapa variográfico da variável SiO₂, mostrando melhor continuidade em N15°.

Figura 27 – Mapa variográfico da variável Fe, mostrando melhor continuidade em N15°.

Com as direções de maior continuidade definidas, foram calculados os variogramas para as variáveis SiO_2 , Fe e resíduo entre SiO_2 e Fe, de acordo com os parâmetros de cálculo da Tabela 06. O azimuth de 15°, definido a partir dos mapas variográficos, confere com as informações da geologia estrutural do depósito.

Tabela 06 – Tabela com os parâmetros para o cálculo dos variogramas de cada variável.

	X	Y	Z
Variável SiO ₂ - Variograma			
Azimute	-	-	15 ⁰
Ângulo abertura	30 ⁰	30 ⁰	45 ⁰
Passo	15	15	2
Numero de passos	10	10	30
Abertura X (m)	500	500	500
Abertura Z (m)	50	50	50
Tolerância (Nº Passos)	0.5	0.5	0.5
Variável Fe - Variograma			
Azimute	-	-	15 ⁰
Ângulo abertura	30 ⁰	30 ⁰	45 ⁰
Passo	15	15	2
Numero de passos	10	10	30
Abertura X (m)	500	500	500
Abertura Z (m)	50	50	50
Tolerância (Nº Passos)	0.5	0.5	0.5
Variável Resíduo - Variograma			
Azimute	-	-	15 ⁰
Ângulo abertura	30 ⁰	30 ⁰	45 ⁰
Passo	15	15	2
Numero de passos	10	10	30
Abertura X (m)	500	500	500
Abertura Z (m)	50	50	50
Tolerância (Nº Passos)	0.5	0.5	0.5

Antes do cálculo dos variogramas foi feita a análise do resíduo entre a variável SiO₂ e a variável Fe. Foram testadas sete funções diferentes e escolhida a que apresentou a menor média no segundo “Ring”, função 1 x y f1 (Tabela 07).

Tabela 07 – Tabela mostrando o procedimento para determinação da melhor função para o calculo do resíduo entre as variáveis SiO₂ e Fe.

Trial	Mean Error			Mean Squared Error			Mean Rank			Função
	Ring1	Ring2	Total	Ring1	Ring2	Total	Ring1	Ring2	Total	
T5	-3.26E-01	-1.20E+00	-4.88E-01	1.93E+02	2.48E+02	2.03E+02	3.545	3.679	3.57	1 x y f1
T2	-1.07E+00	-2.86E-01	-9.27E-01	2.20E+02	2.18E+02	2.20E+02	4.107	3.832	4.056	1 x f1
T1	1.73E+00	-4.66E-01	1.32E+00	2.17E+02	1.17E+02	1.99E+02	4.197	3.934	4.148	1 f1
T7	-3.10E-02	-1.41E+00	-2.88E-01	6.94E+02	2.89E+02	6.18E+02	4.27	3.942	4.209	1 x y x2 xy y2 f1
T4	1.91E+00	-1.05E+00	1.36E+00	2.53E+02	1.15E+02	2.28E+02	4.033	4.073	4.041	1 z f1
T3	2.53E+00	-7.13E-01	1.93E+00	2.31E+02	1.41E+02	2.14E+02	3.967	4.197	4.009	1 y f1
T6	1.50E+00	-9.95E-01	1.04E+00	3.59E+02	3.14E+02	3.51E+02	3.882	4.343	3.967	1 x y z f1

Aos variogramas experimentais foram ajustados modelos teóricos de variogramas com os parâmetros apresentados na (Tabela 06). Na Figura 28 apresenta-se o variograma experimental e respectivo modelo da variável SiO₂, na Figura 29 apresentam-se os mesmos gráficos, mas para a variável Fe e por fim, na Figura 30 os gráficos são do resíduo entre SiO₂ e Fe.

Tabela 08 – Valores dos modelos teóricos de variograma ajustados para as variáveis Fe, SiO₂ e resíduo SiO₂/Fe.

Estruturas	X (m)	Y (m)	Z (m)	Patamar
Variável SiO ₂ - Modelo Esférico				
Efeito pepita				25
1º Estrutura	22	20	10	115
2º Estrutura	55	44	22	100
3º Estrutura	-	80	40	40
Variável Fe - Modelo Esférico				
Efeito pepita				20
1º Estrutura	25	20	10	85
2º Estrutura	60	45	30	70
3º Estrutura	-	120	80	24
Variável Resíduo - Modelo Esférico				
Efeito pepita				2
1º Estrutura	32	20	5	45
2º Estrutura	65	70	35	60
3º Estrutura	-	100	40	50

Figura 28 – Variograma experimental e respectivo modelo teórico, ajustado para a variável SiO₂.

Figura 29 – Variograma experimental e respectivo modelo teórico, ajustado para a variável Fe.

Figura 30 – Variograma experimental e respectivo modelo teórico, ajustado para o resíduo entre a SiO_2 e o Fe.

Para que o Fe pudesse ser usado como variável secundária, foi necessário estimá-lo previamente em todos os pontos onde a SiO_2 seria estimada. A estimativa do Fe foi feita através de krigagem ordinária.

Como teste de validação do modelo escolhido foi feita a validação cruzada da SiO_2 com o Fe como deriva externa, o resultado foi considerado satisfatório

apresentando coeficiente de correlação aproximadamente de 0.88 (Figura 31)

Figura 31 – Gráfico de validação cruzada da Krigagem com Deriva externa para a SiO_2 usando Fe como deriva externa.

Para a estimativa foram considerados os modelos de blocos de minério, estes modelos foram regularizados em blocos de tamanho padrão e transferidos do software Datamine para o Isatis, após a estimativa foi feito o caminho inverso, o modelo de blocos foi transferido do Isatis para o Datamine para que se pudesse trabalhar com o modelo de blocos em 3D e construir as figuras de análise.

Os parâmetros de vizinhança utilizados foram divisão da vizinhança local

em octantes com no mínimo 4 amostras e no máximo 16 para estimar um bloco conforme apresentado na Tabela 09. Nesta Tabela observam-se também os raios de busca empregados.

Para facilitar a comparação entre os resultados de krigagem com deriva externa com os da krigagem ordinária foram utilizados os mesmos parâmetros de busca por amostras em ambas estimativas, mesmo os modelos teóricos de variogramas tendo sido diferentes.

Tabela 09 – Tabela com os parâmetros de busca da krigagem ordinária e krigagem com deriva externa para as variáveis SiO_2 , Fe e resíduo SiO_2/Fe .

Parâmetros de busca - Krigagem Ordinária_Krigagem com Deriva Externa			
	X (m)	Y (m)	Z (m)
Azimute			15 ⁰
Raio de busca	120	120	80
Método		octantes	
Mínimo de amostras		4	
Amostras por octantes		2	
Dist.mínima entre as amostras		1	
Max. octantes vazios consec.		4	

Após as estimativas foram feitas as análises estatísticas e os resultados desta análise foram comparados aqueles dos furos de sonda buscando verificar a consistência da estimativa.

Analisando a Tabela 10 observa-se que as médias das estimativas são semelhantes à das amostras e que as variâncias diminuíram, caracterizando o já esperado efeito de suavização da krigagem.

Tabela 10 – tabela comparando os valores do modelo estimado por krigagem com deriva externa (kde_ SiO₂) e krigagem ordinária (k_ SiO₂) com as amostras dos furos.

VARIÁVEL	MODELO		FUROS
	KDE_ SiO2	KSiO2	SiO2
TOTAL	16865	16865	3744
N AMOSTRAS	16865	14325	2317
MINIMO	2.4	1.1	0.6
MAXIMO	72.1	75.5	90.3
RAIO	69.7	74.4	89.7
MEDIA	31.8	30.8	29.9
VARIANCIA	142.2	128.5	316.4
DESVIOPADRAO	11.9	11.3	17.8
ASSIMETRIA	0.1	0.3	0.5
CURTOSE	-0.5	0.2	-0.7
MEDIAGEOMETRICA	29.2	28.4	17.6
DIF. FUROS	107%	103%	

Conforme já afirmado, em conjunto com a krigagem com deriva externa foi realizada a krigagem ordinária da variável SiO₂, a escolha desta técnica é decorrência desta ser um dos métodos de utilização mais difundida e cuja confiabilidade é bastante aceita. Os parâmetros de busca para a krigagem ordinária foram os mesmos usados para a krigagem com deriva externa.

Pela análise dos histogramas de ambos os resultados (Figuras 32 e 33), pode-se notar que os resultados são próximos, mas a krigagem com deriva externa mostra maior dispersão na distribuição em torno dos valores médios enquanto a krigagem ordinária mostra uma distribuição indicando maior suavização.

Figura 32 – Histograma dos teores de SiO_2 estimados por Krigagem Ordinária.

Figura 33 – Histograma dos teores de SiO_2 estimados por Krigagem com Deriva externa.

Nos modelos de blocos (Figuras 34 e 35) pode se notar diferenças, mas não discrepâncias muito grandes, o grau de diferença dos valores das variáveis estimadas pelos dois métodos é pequeno. A Krigagem com Deriva externa apresentou maior número de blocos estimados do que a Krigagem Ordinária, isso devido à heterotopia da amostragem. Como o número de amostras do Fe é maior que o número de amostras de SiO_2 e este foi usado como variável auxiliar pela Krigagem com Deriva externa, houve a estimativa da variável primária em mais pontos do que aquela por Krigagem Ordinária.

FROM	TO	
1.07027	18.4206	
18.4206	23.0713	
23.0713	26.7667	
26.7667	29.7395	
29.7395	33.9660	
33.9660	38.8263	
38.8263	43.9230	
43.9230	75.5063

Figura 34 – Modelo de blocos do minério (3D) com os teores estimados por krigagem com Deriva externa, legenda no topo.

Figura 35 – Modelo de blocos do minério (3D) com os teores estimados por krigagem Ordinária, legenda no topo.

Curvas do tipo teor x tonelagem, utilizadas para analisar os resultados da estimativa, são obtidas pela acumulação progressiva da tonelagem em relação a vários teores de corte (cutoff), bem como dos teores médios também em função dos diversos teores de corte estabelecidos, a densidade usada foi de 1,08.

As curvas teor x tonelagem foram confeccionadas, para os dois modelos, utilizando com o mesmo cutoff (Figura 36, Tabela 11). Os resultados mostram que os teores médios ficam próximos variando quando deslocados em direção aos extremos da distribuição, e em média os teores de SiO_2 estimados por krigagem com deriva externa são mais altos do que os estimados por Krigagem Ordinária.

Porém quando o cutoff é maior do que 40, a krigagem ordinária apresenta teores médios mais altos. A tonelagem acumulada mostra que a krigagem com deriva externa estimou mais blocos do que a krigagem ordinária, isso devido à heterotopia das amostras, uma vez que os parâmetros de krigagem foram os mesmos para os dois métodos.

Figura 36 – Gráfico mostrando curvas teor x tonelagem para o modelo estimado por krigagem com deriva externa, variável SiO_2 .

Tabela 11 – Tabela mostrando tonelagem acumulada e média do teor de SiO₂ correspondente para a estimativa por Krigagem com deriva externa e por Krigagem Ordinária e a diferença entre as duas.

KDE		KO		DIFERENÇA KDE - KO	
TONELAGEM	MÉDIA	TONELAGEM	MÉDIA	TONELAGEM	MÉDIA
13660650	31.8	11603250	30.8	2057400	1.0
13660650	31.8	11593530	30.9	2067120	1.0
13643640	31.9	11544120	31.0	2099520	0.9
13580460	32.0	11478510	31.1	2101950	0.9
13479210	32.2	11399940	31.3	2079270	0.9
13339890	32.4	11288970	31.5	2050920	0.9
13092840	32.8	11126160	31.8	1966680	1.0
12763170	33.3	10892880	32.2	1870290	1.1
12332250	34.0	10643400	32.6	1688850	1.4
11847870	34.7	10235970	33.2	1611900	1.4
11156130	35.6	9668970	34.1	1487160	1.6
10440090	36.6	9089010	34.9	1351080	1.7
9784800	37.5	8312220	36.0	1472580	1.6
9018540	38.6	7572690	37.1	1445850	1.5
8288730	39.6	6689790	38.4	1598940	1.2
7507080	40.7	5700780	40.0	1806300	0.7
6778080	41.8	5044680	41.2	1733400	0.6
6050700	42.8	4339170	42.6	1711530	0.3
5268240	44.0	3633660	44.0	1634580	0.0
4540050	45.1	3097440	45.2	1442610	-0.1
3617460	46.7	2546640	46.6	1070820	0.1
2903850	48.1	1897020	48.5	1006830	-0.4
2142450	49.9	1419120	50.3	723330	-0.4
1587600	51.6	1068390	52.1	519210	-0.4
1162350	53.4	783270	53.9	379080	-0.5
864270	55.0	515160	56.4	349110	-1.4
616410	56.6	365310	58.7	251100	-2.1
395280	58.5	280260	60.5	115020	-1.9
283500	60.0	190350	63.1	93150	-3.1
159570	62.3	153090	64.6	6480	-2.3
129600	63.1	127170	65.8	2430	-2.7
89910	64.0	121500	66.0	-31590	-2.0
25920	66.4	59940	68.9	-34020	-2.4
12150	68.0	47790	69.9	-35640	-1.9
6480	68.9	34020	71.2	-27540	-2.3
810	72.1	34020	71.2	-33210	0.9
810	72.1	4050	75.2	-3240	-3.0

Para comparar as médias locais da SiO_2 estimada por krigagem com deriva externa e por krigagem ordinária, foram calculadas as médias das variáveis nos blocos em faixas contínuas do modelo a cada 100 metros, nas direções norte e leste e 10 metros na vertical (Figuras 37, 38 e 39), as coordenadas são relativas. Analisando estes resultados observa-se que as médias locais da SiO_2 estimada por krigagem com deriva externa aproxima-se das médias da estimativa por krigagem ordinária.

Além dos valores da SiO_2 estimada foram considerados os valores da SiO_2 das amostras que serviram como base para a estimativa, também os valores de Fe estimado por krigagem ordinária que serviu como variável auxiliar. A média das amostras difere um pouco da média estimada mostrando a suavização da krigagem, pode-se notar também que os valores de Fe são opostos aos valores da SiO_2 estimada por krigagem com deriva externa.

A distância de 100 metros foi escolhida por ser maior que a malha média e por representar razoavelmente o comprimento das frentes lavradas na jazida.

Figura 37 – Perfil na direção leste com pontos de médias da krigagem com deriva externa e krigagem ordinária, calculadas a cada 100m.

Figura 38 – Perfil na direção norte com pontos de médias da krigagem com deriva externa e krigagem ordinária, calculadas a cada 100m.

Figura 39 – Perfil na direção norte com pontos de médias da krigagem com deriva externa e krigagem ordinária, calculadas a cada 10m.

7.3.2 Modelo calcário

A análise estrutural para o calcário seguiu os mesmos moldes da feita para modelo laterítico, apenas com algumas variações. O mapa de variograma foi calculado para 18 direções diferentes, totalizando os 180°, os parâmetros para o cálculo dos variogramas podem ser vistos na Tabela 12. A análise foi feita para as duas variáveis de interesse CaO e SiO₂.

A análise estrutural mostra que a direção de maior continuidade é N45°, tanto para a variável CaO como para a variável SiO₂ (Figuras 40 e 41).

Tabela 12 – Tabela com os parâmetros para o cálculo dos mapas variográficos de cada variável.

Variável CaO - Variograma			
Numero de direções	18	18	18
Ângulo abertura	10 ⁰	10 ⁰	10 ⁰
Passo	30	10	10
Numero de passos	20	20	20
Abertura X (m)	50	50	50
Abertura Z (m)	30	30	30
Tolerância (Passo)	1.5	1.5	1.5
Variável SiO ₂ - Variograma			
Numero de direções	18	18	18
Ângulo abertura	10 ⁰	10 ⁰	10 ⁰
Passo	30	10	10
Numero de passos	20	20	20
Abertura X (m)	50	50	50
Abertura Z (m)	30	30	30
Tolerância (Passo)	1.5	1.5	1.5

Figura 40 – Mapa variográfico da variável CaO, mostrando melhor continuidade em N45º.

Figura 41 – Mapa variográfico da variável SiO₂, mostrando melhor estruturação em N45°.

Depois de definidas as direções de maior continuidade, os variogramas foram calculados para as variáveis CaO, SiO₂ e resíduo entre CaO e SiO₂, de acordo com os parâmetros de cálculo da Tabela 13. A direção principal de 45° mostrada nos mapas de variograma é compatível com a direção das camadas da zona mineralizada.

Tabela 13 – Tabela com os parâmetros para o cálculo dos variogramas de cada variável.

	X	Y	Z
Variável CaO - Variograma			
Azimute	-	-	45 ⁰
Ângulo abertura	45 ⁰	45 ⁰	45 ⁰
Passo	35	35	3
Numero de passos	10	10	50
Abertura X (m)	500	500	500
Abertura Z (m)	200	200	200
Tolerância (Nº Passos)	0.5	0.5	0.5
Variável SiO2 - Variograma			
Azimute	-	-	45 ⁰
Ângulo abertura	45 ⁰	45 ⁰	45 ⁰
Passo	35	35	3
Numero de passos	10	10	50
Abertura X (m)	500	500	500
Abertura Z (m)	200	200	200
Tolerância (Nº Passos)	0.5	0.5	0.5
Variável Resíduo - Variograma			
Azimute	-	-	45 ⁰
Ângulo abertura	45 ⁰	45 ⁰	45 ⁰
Passo	35	35	3
Numero de passos	10	10	50
Abertura X (m)	500	500	500
Abertura Z (m)	200	200	200
Tolerância (Nº Passos)	0.5	0.5	0.5

Para se poder calcular o variograma do resíduo entre as variáveis CaO e SiO₂, foi feita a análise do resíduo entre uma variável e outra. Foram testados 07 polinômios, e o resultado foi escolhido de acordo com os critérios apresentados no item 5.9. O polinômio que apresentou a menor média no “rank” do anel externo “Ring2”, Tabela 14, foi a função 1 f1, sendo esta a escolhida. A distribuição dos resíduos pode ser observada na Figura 42.

Tabela 14 – Tabela mostrando o procedimento para determinação da melhor função para o cálculo do resíduo entre as variáveis SiO₂ e CaO.

Trial	Mean Error			Mean Squared Error			Mean Rank			Função
	Ring1	Ring2	Total	Ring1	Ring2	Total	Ring1	Ring2	Total	
T1	1.16E-02	3.26E-02	1.68E-02	3.15E+00	3.17E+00	3.16E+00	3.674	3.486	3.627	1 f1
T7	-2.11E+00	-1.54E+01	-5.42E+00	2.69E+02	1.94E+03	6.87E+02	5.187	3.837	4.85	1 x y x2 xy y2 f1
T5	1.27E-01	1.68E+00	5.15E-01	3.75E+00	4.37E+01	1.37E+01	3.949	3.918	3.941	1 x y f1
T2	1.15E-01	1.08E-01	1.13E-01	3.75E+00	3.83E+00	3.77E+00	3.641	3.928	3.712	1 x f1
T3	2.25E-02	7.05E-01	1.93E-01	3.43E+00	1.03E+01	5.15E+00	3.792	3.957	3.833	1 y f1
T4	2.85E-02	1.48E-01	5.83E-02	3.67E+00	8.46E+00	4.86E+00	3.647	4.284	3.806	1 z f1
T6	1.42E-01	1.64E+00	5.17E-01	4.40E+00	6.12E+01	1.86E+01	4.11	4.591	4.23	1 x y z f1

Figura 42 – Histograma da variável resíduo entre a variável CaO e SiO₂, mostrando comportamento normalizado.

Com os variogramas experimentais calculados, passou-se para os ajustes dos modelos teóricos. Os parâmetros usados para o ajuste encontram-se na Tabela 15. O variograma experimental e respectivo modelo da variável CaO pode ser visto na Figura 43, na Figura 44 encontram-se os gráficos para a variável SiO₂ e na Figura 45 os gráficos são do resíduo entre a variável CaO e a variável SiO₂.

Tabela 15 – Tabela com os valores dos variogramas ajustados para as variáveis CaO, SiO₂ e resíduo SiO₂/CaO.

Estruturas	X (m)	Y (m)	Z (m)	Patamar
Variável CaO - Modelo Esférico				
Efeito pepita				20
1º Estrutura	80	15	40	140
2º Estrutura	150	35	120	200
3º Estrutura	300	200	200	100
Variável SiO2 - Modelo Esférico				
Efeito pepita				10
1º Estrutura	80	15	40	200
2º Estrutura	150	35	120	430
3º Estrutura	300	200	200	113
Variável Resíduo - Modelo Esférico				
Efeito pepita				0.2
1º Estrutura	60	55	5	2
2º Estrutura	250	160	25	3
3º Estrutura	300	200	75	2.5

Figura 43 – Variograma experimental e respectivo modelo, ajustado para a variável CaO.

Figura 44 – Variograma experimental e respectivo, ajustado para a variável SiO_2 .

Figura 45 – Variograma experimental e respectivo, ajustado para o resíduo entre o CaO e a SiO_2 .

Como a SiO_2 foi usada como variável secundária foi necessário estimá-la previamente em todos os blocos onde o CaO seria estimado. Para isso foi usado o variograma SiO_2 e como método de estimativa usou-se krigagem ordinária.

Para validar o modelo escolhido e a vizinhança de estimativa do CaO por krigagem com deriva externa foi feita uma validação cruzada, com bons resultados mostrando coeficiente de correlação superior a 0.9 (Figura 46).

Figura 46 – Gráfico de validação cruzada da Krigagem com Deriva externa para o CaO usando SiO_2 como deriva externa.

Como método de busca na estimativa foram usados octantes com o mínimo de 4 amostras e máximo de 16 amostras por bloco, de acordo com o apresentado na Tabela 16. Os raios de busca usados foram 300m em X, 200m

em Y e 200m em Z.

Os parâmetros de busca foram os mesmos para a krigagem com deriva externa e para a krigagem ordinária, para facilitar a análise comparativa entre as duas estimativas, os variogramas usados foram os das respectivas variáveis.

Tabela 16 – Tabela com os parâmetros de busca da krigagem ordinária e krigagem com deriva externa para as variáveis CaO, SiO₂ e resíduo CaO/SiO₂.

Parâmetros de busca - Krigagem Ordinária_Krigagem com Deriva Externa			
	X (m)	Y (m)	Z (m)
Azimute			45 ⁰
Raio de busca	300	200	50
Método		octantes	
Mínimo de amostras		4	
Amostras por octantes		2	
Dist.mínima entre as amostras		3	
Max. octantes vazios consec.		4	

Feita a estimativa, as estatísticas dos resultados foram calculadas e para aferir a qualidade das mesmas estas estatísticas foram comparadas às dos furos de sonda.

As médias dos blocos estimados são semelhantes às médias das amostras, com a suavização da variância conforme esperado na estimativa por krigagem (Tabela 17).

Tabela 17 – tabela comparando os resultados do modelo estimado por krigagem com deriva externa (kde_cao) e krigagem ordinária (k_cao) com as amostras dos furos.

VARIÁVEL	MODELO		FUROS
	KDE CAO	K CAO	CAO
TOTAL	3607834	3607834	5093
NAMOSTRAS	3399456	3399456	1071
MINIMO	12.7	25.5	2.0
MAXIMO	54.7	54.3	56.0
RAIO	42.1	28.7	53.9
MEDIA	48.8	48.4	47.9
VARIANCIA	26.9	26.5	82.8
DESVIOPADRAO	5.2	5.1	9.1
ASSIMETRIA	-2.4	-1.9	-2.2
CURTOSE	6.8	3.4	4.5
MEDIAGEOMETRICA	48.5	48.1	46.4
DIF. FUROS	102%	101%	

Assim como, e pelos mesmos motivos, que no modelo laterítico, no modelo de calcário a variável principal foi estimada por krigagem ordinária. Os parâmetros de busca utilizados foram os mesmos para as duas técnicas, apenas os modelos teóricos de variograma foram diferentes.

Os histogramas das duas estimativas (Figuras 47 e 48) mostram resultados próximos, mas com alguns pontos distintos, a krigagem com deriva externa apresenta limite inferior menor. Para valores de CaO elevados o comportamento de ambos histogramas é muito semelhante, embora as frequências de cada classe sejam sutilmente diferentes.

Figura 47 – Histograma dos teores de CaO estimados por Krigagem Ordinária.

Figura 48 – Histograma dos teores de CaO estimados por krigagem com Deriva externa.

No depósito de calcário a análise visual dos blocos em 3D (Figuras 49 e 50) mostra diferenças sutis entre as duas estimativas, porém com algumas variações, principalmente em regiões onde ocorrem teores mais baixos da variável CaO.

Diferentemente do modelo laterítico o número de blocos estimados pela krigagem com deriva externa e krigagem ordinária foram os mesmos, devido ao fato da heterotopia ser bem menos acentuada.

FROM	TO	
38.5930	47.8104	
47.8104	49.1722	
49.1722	49.8440	
49.8440	50.4985	
50.4985	51.1906	
51.1906	51.6420	
51.6420	52.2441	
52.2441	54.2779

Figura 49 – Modelo de blocos (3D) com os teores estimados (CaO) por krigagem com deriva externa, modelo seccionado em leste-oeste.

Figura 50 – Modelo de blocos (3D) com os teores (CaO) estimados por krigagem ordinária, modelo seccionado em leste-oeste.

As curvas teor x tonelagem foram construídas usando o mesmo cutoff (Figura 51, Tabela 18). Observa-se que os teores médios ficam próximos, mas os teores de CaO estimados por krigagem com deriva externa são em média mais altos do que os estimados por krigagem ordinária, isso advém do fato de o modelo da krigagem com deriva externa apresentar mais blocos com maiores teores do que a krigagem ordinária. Na prática a quantidade de CaO contida no primeiro modelo é maior do que no segundo.

Figura 51 – Gráfico mostrando curvas teor x tonelagem para o modelo estimado por krigagem com deriva externa e krigagem ordinária.

Tabela 18 – Tabela mostrando tonelage acumulada e média do teor de CaO correspondente.

KDE		KO		DIFERENÇA KDE - KO	
TONELAGEM	MÉDIA	TONELAGEM	MÉDIA	TONELAGEM	MÉDIA
65662037.5	48.8	65662037.5	48.4	0.0	0.4
65662037.5	48.8	65662037.5	48.4	0.0	0.4
65633983.6	48.8	65662037.5	48.4	-28053.9	0.4
65633983.6	48.8	65662037.5	48.4	-28053.9	0.4
65625198.4	48.8	65662037.5	48.4	-36839.1	0.4
65625198.4	48.8	65662037.5	48.4	-36839.1	0.4
65554921.0	48.9	65662037.5	48.4	-107116.5	0.5
65436895.2	48.9	65662037.5	48.4	-225142.3	0.5
65282296.7	49.0	65650646.8	48.4	-368350.1	0.6
64895242.8	49.1	65367172.9	48.5	-471930.1	0.6
64520930.0	49.2	64723059.2	48.7	-202129.2	0.5
64220511.1	49.3	64243876.0	48.8	-23364.9	0.5
63816470.4	49.4	63789055.0	48.9	27415.4	0.5
62964788.1	49.6	62600083.0	49.2	364705.1	0.4
62175986.0	49.7	61816886.3	49.4	359099.7	0.4
61045670.9	49.9	60589384.5	49.6	456286.4	0.4
59610288.4	50.2	58055512.7	49.9	1554775.7	0.2
56949739.1	50.5	55300052.7	50.3	1649686.4	0.2
54176984.4	50.8	51656371.3	50.6	2520613.1	0.1
49083711.4	51.2	45968276.7	51.1	3115434.7	0.1
38182895.7	51.7	34986793.3	51.7	3196102.4	0.0
14286599.8	52.6	12810863.2	52.6	1475736.6	0.0
278666.9	54.3	115129.1	54.0	163537.7	0.3

Foram construídos perfis com a média dos teores ao longo do modelo, espaçados a cada 100 metros em X e Y e a cada 15 metros em Z (Figuras 52, 53 e 54). As médias foram calculadas para a variável CaO estimada por krigagem com deriva externa e krigagem ordinária; para a SiO₂ estimada por krigagem ordinária e usada como variável secundária; e a variável CaO presente nas amostras usadas na estimativa.

As médias locais das amostras são maiores que as médias estimadas ressaltando a suavização da krigagem com deriva externa e krigagem ordinária. Os valores de SiO₂ usados como variável auxiliar se comportam como “espelho” aos valores de CaO estimado por krigagem com deriva externa, isso devido as duas variáveis terem alta correlação negativa. Observando as linhas das médias pode-se inferir que o uso da variável auxiliar, SiO₂, na estimativa do CaO diminuiu a suavização em relação aos valores obtidos para o CaO pela krigagem ordinária.

Figura 52 – Perfil na direção leste com pontos de médias calculadas a cada 100m.

Figura 53 – Perfil na direção norte com pontos de médias calculadas a cada 100m.

Figura 54 – Perfil na direção vertical com pontos de médias calculadas a cada 15m.

8. Conclusões

A aplicação de métodos alternativos para estimativa é válido, uma vez que alguns métodos podem apresentar maior facilidade na aplicação que outros, diminuindo a carga de trabalho na elaboração de modelos muito complexos.

Os variogramas de todas as variáveis ficaram bem estruturados, possibilitando bons ajustes de modelos teóricos de variogramas.

Devido à alta correlação os variogramas dos resíduos apresentaram comportamento semelhante ao da variável principal, com estruturas semelhantes, mas com diferenças relevantes nas variâncias, pois a natureza da variável e dos resíduos é diferente.

O cálculo do resíduo é um dos passos mais importantes e sensíveis, uma vez que influencia diretamente nos valores estimados. Testes realizados durante o trabalho mostram que resíduos calculados com polinômios não adequados enviesam os resultados da estimativa.

A amostragem bem distribuída possibilitou boa estimativa dos blocos com praticamente a totalidade dos modelos sendo estimados. No caso do modelo de calcário os dois métodos estimaram o mesmo número de blocos devido à heterotopia entre as variáveis ser pequena, no modelo laterítico ocorreu diferenças entre o número de blocos estimados pelos dois métodos pelo fato da

heterotopia entre as variáveis ser acentuada. Deste modo a heterotopia e os domínios amostrados interferem diretamente no número de blocos estimados.

Os resultados dos diversos testes de comparação realizados, tais como; média, médias locais, histogramas, curvas teor x tonelagem, mostraram que a krigagem com deriva externa apresenta resultados muito parecidos com a krigagem ordinária, no caso do modelo de calcário se observou de forma mais evidente a menor suavização dos teores médios estimados por krigagem com deriva externa em relação os teores médios das amostras e do que os teores médios estimados por krigagem ordinária.

Estes resultados confirmam que a krigagem com deriva externa apresenta vantagens em casos de uma variável sub-amostrada, que tenha boa correlação com outra variável super-amostrada. Esse tipo de cenário não é muito comum em dados de mineração, mas ocorrem principalmente em projetos antigos e projetos que analisam elementos raros, sendo assim um método plausível de ser usado quando estas condições estão presentes.

9. Referências Bibliográficas

- Bubenicek, L. & Haas, A. "Method of the iron ore reserves in the Lorraine Deposit". In: The decade of digital computing in the mineral industry. The American Institute of Mining, metallurgical e petroleum Engineers, Inc. New York, 1969, pp. 170-210.
- Bourennane, H., King, D., Couturier, A., 2000. Comparison of kriging with external drift and simple linear regression for predicting soil horizon thickness with different sample densities. *Geoderma* 97, 255– 271.
- Bourennane, H., King, D., 2003. Using multiple external drifts to estimate a soil variable. *Geoderma* 114, 01– 18.
- Davis, S. B., 1997. Use and abuses of Cross Validation: *Mathematical Geology*, v.19, nº. 3, p 249-258.
- Deutsch, C.V. & Journel, A.G. *GSLIB Geostatistics Software Library and User's Guide – Second edition*, New York Oxford University Press. 1998, 340 p.
- Huijbregts, C.J. 1975. Regionalized variables and quantitative analyses of spatial data. In: Davis, J.C. & McCullagh, M.J. (orgs.). *Display and analyses of spatial data*, New York, John Wiley, 1975, pp. 38-53.
- Geovariances. 2009. *Isatis Thechnical References*. Version 9.0, 260 p.
- Luís, A. G. 2004. *Utilização de Informação Auxiliar na Estimção e Simulação de Variáveis Regionalizadas*. Lisboa, IST-UTL. Tese de Doutorado. 210p.
- Matheron, G. 1965. *Les variables régionalisées et leur estimation – Une Application de la Théorie des fonctions aléatoires aux Sciences de la Nature*. Paris, Masson et Cie, Éditeurs. 1965. 302 p.
- Olea, R.A. 1991. *Geostatistical glossary and multilingual dictionary*. Oxford University Press. 175 p.
- Rocha, M. M. ; Yamamoto J. K. ; Fonteles, H. R. N. . Cokrigagem Ordinária vs. Krigagem com Deriva externa: Aplicações para a Avaliação do Nível Potenciométrico em um Aquífero Livre. *Geologia USP. Série Científica*, v. 09, p. 73-84, 2009
- Soares, A. 2000. *Geoestatística para ciências da terra e do ambiente*. I.S.T. Press;206 p.
- Snepvangers, J.J.J.C., Heuvelink, G.B.M., Huisman, J.A., 2003. Soil water content

interpolation using spatio-temporal kriging with external drift. *Geoderma* 112, 253– 271

Watanabe, J. 2008. Métodos geoestatísticos de co-estimativas: estudo do efeito da correlação entre variáveis na precisão dos resultados. São Paulo. IGc-USP. Dissertação de Mestrado. 89 p.

Yamamoto, J.K. 2001. Análise geoestatística. In: Yamamoto, J.K. (org.). Avaliação e classificação de reservas minerais. São Paulo, Edusp. p. 49-68

Yamamoto, J.K.; Bettencourt, J.S. e Montanheiro, T.J. 2001. Análise estatística In: Yamamoto, J.K. (org.). Avaliação e classificação de reservas minerais. São Paulo, Edusp. p. 67-91

Yamamoto, J.K.; Rocha, M. M. 2001. Inventário e avaliação dos parâmetros geológicos e geométricos para o calculo de reservas In: Yamamoto, J.K. (org.). Avaliação e classificação de reservas minerais. São Paulo, Edusp. p. 35-48