UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**O ERRO GEOMÉTRICO NA AVALIAÇÃO DE
RESERVAS DO MINÉRIO RESIDUAL DE FOSFATO
DO COMPLEXO ALCALINO DE ANITÁPOLIS-SC**

Roberto Hisayoshi Sameshima

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Programa de Pós-Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia

São Paulo
1995

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

O ERRO GEOMÉTRICO NA AVALIAÇÃO DE
RESERVAS DO MINÉRIO RESIDUAL DE FOSFATO
DO COMPLEXO ALCALINO DE ANITÁPOLIS-SC

Roberto Hisayoshi Sameshima

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

COMISSÃO JULGADORA

	nome
Presidente:	Prof.Dr. Jorge Kazuo Yamamoto
Examinadores:	Prof.Dr. Saul Barisnik Suslick
	Prof.Dr. Henrique Kahn

ass.

São Paulo
1995

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**O ERRO GEOMÉTRICO NA AVALIAÇÃO DE
RESERVAS DO MINÉRIO RESIDUAL DE FOSFATO
DO COMPLEXO ALCALINO DE ANITÁPOLIS-SC**

Roberto Hisayoshi Sameshima

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Programa de Pós-Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia

DEDALUS - Acervo - IGC

30900005853

São Paulo
1995

AGRADECIMENTOS

Os nossos agradecimentos são direcionados a todas as pessoas que de uma maneira direta ou indireta colaboraram na preparação desta dissertação de mestrado.

Ao Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto, nosso orientador, que nos orientou com muita dedicação e paciência, um agradecimento especial, sempre com um incentivo necessário quando nos sentíamos um tanto esgotados. A ele devemos o nosso reconhecimento por ter-nos ajudado muito no nosso aprimoramento técnico e profissional.

Aos amigos geólogos Tarcísio J. Montanheiro e Marcelo Pecchio pela revisão e leitura crítica do texto, além das sugestões, não esquecendo do companheirismo sempre presente.

Ao pessoal da biblioteca, principalmente à Cida e Estela, pela amizade e apoio nesta jornada.

Ao Departamento de Geologia Econômica, representada pelo Prof. Dr. Uriel Duarte, por todo apoio oferecido que tornou possível a realização deste trabalho.

Aos colegas da pós-graduação e demais pessoas do departamento pela amizade e apoio tornando o trabalho mais agradável.

À CAPES - Coordenação e Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior - pelos recursos financeiros.

SUMÁRIO

	pág.
1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Objetivos	2
2 - MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE RESERVAS	3
2.1 - Avaliação de Reservas: Definição	3
2.2 - O Princípio do Cálculo de Reservas	4
2.3 - Os Métodos de Avaliação de Jazidas	6
2.4 - Os Métodos Convencionais	7
2.4.1 - Método dos blocos geológicos ou análogos	8
2.4.2 - Método dos blocos de lavra	9
2.4.3 - Método dos perfis	11
2.4.3.1 - Método dos perfis padrão	13
2.4.3.1.1 - Perfis paralelos	14
2.4.3.1.2 - Perfis não paralelos	17
2.4.3.2 - Método dos perfis lineares	18
2.4.3.3 - Isolinhas	19
2.4.4 - Métodos analíticos	23
2.4.4.1 - Método dos polígonos	23
2.4.4.2 - Método dos triângulos	25
2.4.4.3 - Método dos blocos matriciais	26
2.5 - Métodos Computacionais	26
2.5.1 - Método da ponderação pelo inverso da potência da distância (IPD)	28
2.5.2 - Métodos geoestatísticos	31
2.5.2.1 - O variograma	31
2.5.2.2 - Modelos de variogramas	34
2.5.2.3 - Krigagem ordinária	36

	pág.
2.6 - Os Métodos de Cálculo de Reservas a Partir de Modelos Digitais de Superfícies - MDS	37
3 - O ERRO GEOMÉTRICO NA AVALIAÇÃO DE RESERVAS	41
3.1 - O Erro Geométrico	42
3.2 - A Ocorrência do Erro Geométrico	45
3.3 - O Problema da Divisão em Blocos	46
3.4 - O Erro Geométrico Associado à Subdivisão do Depósito em Blocos	50
4 - AFERIÇÃO DOS VOLUMES CALCULADOS PELOS MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE RESERVAS	52
4.1 - Figuras Utilizadas para Aferição dos Volumes	52
4.2 - Aferição dos Volumes pelo Métodos dos Perfis	53
4.3 - Aferição dos Volumes por Blocos de Cubagem - Métodos Computacionais	57
4.4 - Aferição dos Volumes Calculados a partir dos Modelos Digitais de Superfícies - MDS's	63
4.4.1 - MDS - inverso da potência da distância	64
4.4.2 - MDS - triangulação	80
4.5 - Análise Geral dos Resultados	84
5 - AVALIAÇÃO DO ERRO GEOMÉTRICO NO CÁLCULO DE RESERVAS DO MINÉRIO RESIDUAL DA JAZIDA DE FOSFATO DO COMPLEXO ALCALINO DE ANITÁPOLIS	87
5.1 - Localização e Vias de Acesso	87
5.2 - Aspectos da Geologia do Complexo Alcalino de Anitápolis	87
5.3 - Tipos de Minério	90
5.4 - Dados de Pesquisa - Furos de Sondagem	91
5.5 - Definição da Área de Interesse	91
5.6 - O Erro Geométrico no Cálculo das Reservas do Minério Residual	92
5.6.1 - Cálculo de reservas pelo método dos perfis	92
5.6.2 - Cálculo de reservas pelo métodos computacionais	95
5.6.3 - Cálculo de reservas pelo MDS	96
5.6.4 - Análise dos resultados	97

	pág
5.6.5 - Avaliação do erro geométrico	100
6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras	pág.
2.1 - Depósito hipotético, cuja função $T(v)$ é conhecida e, portanto, a reserva é obtida pela integração numérica da função no domínio do depósito (Yamamoto & Bettencourt 1992).	5
2.2 - Depósito hipotético com localização das informações de pesquisa, subdividido em 11 blocos de volumes conhecidos e teores determinados por algum método (Yamamoto & Bettencourt 1992)	6
2.3 - Princípio de interpretação: (A) das mudanças graduais e (B) dos pontos mais próximos (Guerra 1988).	8
2.4 - Princípio de interpretação da generalização (Guerra 1988).	8
2.5 - Subdivisão em blocos, conforme as suas características geológicas (A) e o procedimento de cálculo de reservas pelo método dos blocos análogos	9
2.6 - Esquema dos blocos de lavra. A) seção vertical de um veio mostrado através dos trabalhos subterrâneos; B) desenho isométrico de três blocos de lavra a, b e c (a espessura do veio é menor que os trabalhos de escavação); C) interpretação geométrica de alguns blocos para cálculo (Popoff 1966).	10
2.7 - Blocos formados pelos métodos dos perfis padrão e perfis lineares.	11
2.8 - Cálculo de reservas por seções (Annels 1991)	13
2.9 - Blocos de cubagem por perfis padrão com a interpretação geológica em cada perfil.	14
2.10 - Aplicação da fórmula prismoidal para o cálculo de volume do corpo de minério (Adaptado de Annels 1991)	16
2.11 - Blocos de cubagem por perfis lineares com a interpretação geológica em cada perfil.	18
2.12 - Bloco de cubagem para o método de perfis lineares, cujos perfis não estão paralelos (modificado de Popoff 1966).	19
2.13 - Mapa de isoespessura (A), e um perfil mostrando a fatia do volume a ser calculado (B) (Annels 1991)	20
2.14 - Método da malha sobreposta, onde os blocos com recobrimento parcial da mineralização são computados apenas com a porção parcialmente mineralizada (Annels 1991)	21
2.15 - Mina com uma disposição errática de teores e a aplicação do método das janelas móveis (Annels 1991).	22

pág.

2.16 - Cálculo de reservas pelo método da malha reticulada (Annels 1991)	23
2.17 - Construção de polígonos: a) bissetrizes perpendiculares e b) bissetrizes angulares (Annels 1991)	24
2.18 - A - "Divisão de Dirichlet"; B - A "Triangulação de Delaunay", segundo Pettinati (1983).	24
2.19 - Tipos de blocos matriciais para cálculo de reservas (Annels 1991)	26
2.20 - Aproximação da geometria do depósito mineral (A) pelo conjunto de blocos de cubagem (B)	27
2.21 - Perfil de uma camada de minério com a subdivisão em blocos e os blocos de cubagem onde um bloco (Bloco A) parte do estéril é considerado no cálculo do volume das reservas e no outro (Bloco B) parte de minério não é computado.	28
2.22 - Efeito da potência da distância na interpolação entre dois pontos adjacentes de amostragem (Barnes 1980).	30
2.23 - Cálculo dos pares de pontos para uma malha não regular (Landim 1988).	33
2.24 - As propriedades de um variograma para o exemplo de um modelo esférico.	33
2.25 - Relação entre as funções variograma e covariograma	34
2.26 - Tipos de variogramas teóricos mais comuns e suas respectivas fórmulas.	35
2.27 - Significado dos termos das equações de krigagem (Brooker 1979).	37
2.28 - Pontos de dados e a malha regular superposta (A), o processo de interpolação por IPD (B) e a representação do valor interpolado na malha regular (C).	39
2.29 - Pontos de dados e a malha regular superposta (A), o processo de interpolação por triangulação (B) e a representação do valor interpolado na malha regular (C).	39
2.30 - Esquema de dois MDS's e o volume entre eles.	40
2.31 - Procedimento de cálculo de volume a partir de modelos digitais de superfícies.	40
3.1 - Cálculo dos volumes nos limites do corpo de minério por meio da equação 2 (A) e da equação 3 (B).	44
3.2 - Diferença entre o limite interpretado do corpo de minério e o limite a ser computado (V^*).	44
3.3 - O erro geométrico final dado pela diferença entre o volume no limite exato da mineralização.	45

	pág.
3.4 - Perfil de uma camada de minério.	46
3.5 - Perfil da figura anterior com os problemas de separação de blocos de minério e de estéril.	46
3.6 - Desenho das figuras geométricas utilizadas por Houlding (1992) nos testes para avaliação dos erros de volume e de limites.	47
3.7 - Aproximação dos limites de um polígono através da divisão por retângulos (Houlding 1992)	48
3.8 - Gráfico mostrando a variação dos erros de volume e de limites em função de $F(r)$ (modificado de Houlding 1992).	49
3.9 - As limitações dos tamanhos de blocos para um mesmo conjunto de amostras, usando uma distância máxima igual a duas vezes o lado do bloco: 8 pontos para o bloco de lado L (A), com 3 pontos para o bloco de lado $L/2$ (B) e sem nenhum ponto para o bloco de lado $L/3$ (C)	49
3.10 - O limite interpretado do depósito mineral (A) e o aproximado pelas arestas dos blocos externos (B)	51
4.1 - Figuras utilizadas nos testes de aferição de volume.	52
4.2 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para o cone.	56
4.3 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para o tronco de cone.	56
4.4 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para o tronco de pirâmide.	56
4.5 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para a pilha.	57
4.6 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem do cone em relação ao volume real.	59
4.7 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem do tronco de cone em relação ao volume real.	59
4.8 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem do tronco de pirâmide em relação ao volume real.	59
4.9 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem da pilha em relação ao volume real.	60
4.10 - Cone dividido por blocos e a vista de dois cortes, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.	61

	pág.
4.11 - Tronco de cone dividido por blocos e a vista de dois cortes, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.	61
4.12 - Tronco de pirâmide dividido por blocos e a vista de dois cortes no tronco de pirâmide, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.	62
4.13 - Pilha dividida por blocos e a vista de dois cortes na pilha, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.	62
4.14 - Mapa de localização dos conjuntos de pontos de dados, segundo o arranjo sistemático.	63
4.15 - Mapa de localização dos conjuntos de pontos de dados, segundo o arranjo orientado.	64
4.16 - Mapa de localização dos conjuntos de pontos de dados, segundo o arranjo aleatório.	64
4.17 - MDS do cone para o arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	65
4.18 - MDS do cone para o arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	66
4.19 - MDS do cone para o arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	67
4.20 - MDS do tronco de cone para o arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	68
4.21 - MDS do tronco de cone para o arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	69
4.22 - MDS do tronco de cone para o arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	70
4.23 - MDS do tronco de pirâmide para o arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	71
4.24 - MDS do tronco de pirâmide para o arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	72
4.25 - MDS do tronco de pirâmide para o arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	73

	pág.
4.26 - MDS da pilha para o arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	74
4.27 - MDS da pilha para o arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	75
4.28 - MDS da pilha para o arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.	76
4.29 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para o cone.	77
4.30 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para o tronco de cone.	77
4.31 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para o tronco de pirâmide.	77
4.32 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para a pilha.	78
4.33 - Efeito da potência da distância na interpolação entre dois pontos de adjacentes de amostragem (Barnes 1980).	78
4.34 - Comparação de superfície interpolada de pontos de dados para três categorias de parâmetros de potência (Watson & Philip 1985).	79
4.35 - Gráfico comparativo dos resultados dos volumes obtidos por triangulação para a amostragem sistemática.	80
4.36 - Gráfico comparativo dos resultados dos volumes obtidos por triangulação para a amostragem aleatória.	81
4.37 - Gráfico comparativo dos resultados dos volumes obtidos por triangulação para a amostragem orientada.	81
4.38 - MDS do cone interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior) e os perfis associados.	82
4.39 - MDS do tronco de cone interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior) e os perfis associados.	82
4.40 - MDS do tronco de pirâmide interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior) e os perfis associados.	83
4.41 - MDS da pilha interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior) e os perfis associados.	83
4.42 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para o cone.	85
4.43 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para o tronco de cone.	85
4.44 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para o tronco de pirâmide.	86

	pág.
4.45 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para a pilha.	86
5.1 - Mapa de localização da região do Complexo Alcalino de Anitápolis.	87
5.2 - Mapa geológico do Complexo Alcalino de Anitápolis (Rodrigues 1985, adaptado de Vergara 1979).	88
5.3 - Mapa de localização dos 48 furos de sondagem no novo sistema de coordenadas e a delimitação da área utilizada para a avaliação de reservas, neste trabalho.	91
5.4 - Mapa de localização das seções.	92
5.5 - Seções geológicas EW do minério residual utilizadas para a avaliação de reservas pelo método dos perfis.	93
5.6 - Depósito de minério residual com a divisão em blocos de avaliação para os métodos computacionais.	96
5.7 - Vista dos dois MDS utilizados para o cálculo de reservas	97
5.8 - Seção mostrando as diferenças de cálculo de reserva pelos métodos dos perfis e por MDS.	98
5.9 - Seção mostrando uma camada de minério definida pelo métodos dos perfis e os blocos de cubagem utilizados pelos métodos computacionais.	99

Tabelas	pág.
3.1 - Resumo dos resultados dos testes de Houlding (1992)	48
4.1 - Resultados dos volumes do cone pelos métodos dos perfis padrão.	53
4.2 - Resultados dos volumes do cone pelos métodos dos perfis lineares.	53
4.3 - Resultados dos volumes do tronco de cone pelos métodos dos perfis padrão	53
4.4 - Resultados dos volumes do tronco de cone pelos métodos dos perfis lineares.	54
4.5 - Resultados dos volumes do tronco de pirâmide pelos métodos dos perfis padrão.	54
4.6 - Resultados dos volumes do tronco de pirâmide pelos métodos dos perfis lineares.	54
4.7 - Resultados dos volumes da pilha pelos métodos dos perfis padrão.	54
4.8 - Resultados dos volumes da pilha pelos métodos dos perfis lineares.	54
4.9 - Resultados da divisão do cone em blocos.	57
4.10 - Resultados da divisão do tronco de cone em blocos.	58
4.11 - Resultados da divisão do tronco de pirâmide em blocos.	58
4.12 - Resultados da divisão da pilha em blocos.	58
4.13 - Parâmetros do inverso da potência da distância para a interpolação do MDS.	64
4.14 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o cone, para o arranjo sistemático.	65
4.15 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o cone, para o arranjo aleatório.	66
4.16 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o cone, para o arranjo orientado.	67
4.17 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de cone, para o arranjo sistemático.	68
4.18 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de cone, para o arranjo aleatório.	69
4.19 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de cone, para o arranjo orientado.	70
4.20 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de pirâmide, para o arranjo sistemático.	71
4.21 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de pirâmide, para o arranjo aleatório.	72

	pág.
4.22 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de pirâmide,para o arranjo orientado.	73
4.23 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para a pilha,para o arranjo sistemático.	74
4.24 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para a pilha,para o arranjo aleatório.	75
4.25 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para a pilha,para o arranjo orientado.	76
4.26 - Resultados dos volumes obtidos por triangulação para as figuras geométricas com a configuração sistemática de pontos.	80
4.27 - Resultados dos volumes obtidos por triangulação para as figuras geométricas com a configuração aleatória de pontos.	80
4.28 - Resultados dos volumes obtidos por triangulação para as figuras geométricas com a configuração orientada de pontos.	80
4.29 - Os métodos utilizados e os melhores parâmetros obtidos.	84
4.30 - Resultados comparativos do cone dos diversos métodos.	84
4.31 - Resultados comparativos do tronco de cone dos diversos métodos.	84
4.32 - Resultados comparativos do tronco de pirâmide dos diversos métodos.	85
4.33 - Resultados comparativos da pilha dos diversos métodos.	85
5.1 - Valores das áreas mineralizadas e os respectivos teores.	95
5.2 - Resultados dos volumes e reservas pelos métodos dos perfis.	95
5.3 - Valores das reservas obtidas pelo IPD.	96
5.4 - Resultados da reserva obtida pelo método do MDS.	97
5.5 - Resultados das reservas obtidas pelos métodos empregados.	98
5.6 - Erro geométrico estimados para os diferentes métodos de cálculo de reservas em relação ao método dos perfis padrão.	100

ABSTRACT

This dissertation presents the problem of the geometric error, which occurs in ore reserve estimation of an ore body. The geometric error is given by the difference between the interpreted and actual boundaries of the ore body. As the actual boundary will be known just when all ore is mined, the geometric error could be known at the end of mining. However, it is possible to use a standard reserve, computed with any method, and use this as reference value for an estimation of geometric error. In order to establish the standard reserves, it is necessary to define the method of evaluation, which allows an accurate volume determination. This way, the methods of reserve estimation: standard section, linear section, volumes computed from digital surface models, and blocks estimated by computational methods, were used to calibrate the volumes of known geometric forms. The results pointed out that the method of standard section and the method of volumes from digital surfaces models were most accurate. Between them, it was chosen the first method, because this one allows a geological interpretation of ore body and it reconstitutes the geometry of ore body. In this way, the standard reserve was taken as determined by the method of standard section, and the reserves differences of other methods were assigned to the geometric error. The described methodology was applied to the estimation of geometric error of phosphate weathered ore from the Alkaline Complex of Anitápolis, State of Santa Catarina, Brasil. Here, the largest geometric error was due to the volumes computed from digital surface models, followed by the blocks estimated by computacional methods. The large difference related to the volumes computed from digital surface models, was assigned to the interpretation of geological sections, which is not considered in the linear interpolation in the triangles. On the other side, the blocks estimated by computational methods, the geometric error was less, due to the balance between excluded and included volumes, and consequently this method does not reconstitute with accuracy the geometry of the ore body.

RESUMO

Este trabalho apresenta o problema do erro geométrico, que ocorre na avaliação de reservas de um corpo mineral. O erro geométrico é dado pela diferença na reserva entre os limites interpretado e verdadeiro do corpo de minério. Como o limite verdadeiro só será conhecido após a lavra total do depósito, o erro geométrico verdadeiro somente seria conhecido no fim da vida útil da mina. Entretanto, é possível utilizar uma reserva padrão, calculada por algum método, e utilizá-la como referência para uma estimativa do erro geométrico, a partir da diferença de reserva observada em relação a outros métodos. Para o cálculo da reserva padrão, é necessário definir o método de cálculo, que permita o cálculo do volume com exatidão. Assim, os métodos de cálculo de reservas: perfis padrão, perfis lineares, volumes a partir de modelos digitais de superfícies e blocos de cubagem por métodos computacionais, foram utilizados para aferir volumes de figuras geométricas conhecidas. Os resultados apontaram o método dos perfis padrão e o método de cálculo dos volumes a partir de modelos digitais de superfícies como os mais exatos. Entre os dois métodos, foi escolhido o primeiro, justamente por permitir uma interpretação geológica do corpo de minério através das seções, bem como por reconstituir a geometria do corpo de minério. Dessa forma, a reserva padrão foi tomada como aquela determinada pelo método dos perfis padrão e as diferenças de reservas dos demais métodos, foram atribuídas ao erro geométrico. A metodologia descrita foi empregada na estimativa do erro geométrico no cálculo de reservas do minério residual de fosfato do Complexo Alcalino de Anitápolis, SC. Nesse caso, o erro geométrico verificado para volume a partir de MDS foi maior, seguido dos blocos de cubagem dos métodos computacionais e, finalmente, pelo método dos perfis lineares. A grande diferença em relação aos métodos de volumes calculados a partir de MDS foi devido à interpretação das seções geológicas, que obviamente não são feitas durante a interpolação linear dos triângulos. Por outro lado, o erro geométrico em relação aos blocos de cubagem dos métodos computacionais, foi menor, pela compensação entre volumes excluídos e incluídos e, por isso, não reconstituem fielmente a geometria do corpo de minério.

1 - INTRODUÇÃO

Os trabalhos de pesquisa mineral fornecem uma quantidade muito grande de informações que devem ser analisadas e avaliadas tecnicamente, principalmente quando os valores apresentados como reservas são fundamentais para a tomada de decisão da continuidade ou não do empreendimento mineiro.

Para avaliar os dados de pesquisa, visando o cálculo de reservas, existem diversos métodos de avaliação de reserva, os quais podem ser agrupados, inicialmente, em convencionais e computacionais. Nos métodos convencionais a reserva é avaliada pela estimativa do teor médio e cálculo do volume da jazida, por meio da aproximação de figuras geométricas. Nos métodos computacionais a avaliação é realizada subdividindo o depósito em blocos, geralmente na forma de paralelepípedos, aos quais são interpolados os teores médios, tanto pelo método do inverso da potência da distância como pela técnica da krigagem ordinária.

Ao avaliar um depósito pelos métodos convencionais, um corpo mineral é subdividido em grandes blocos de cubagem e, a aproximação destes por figuras geométricas darão configuração ao depósito em função da localização dos trabalhos de pesquisa. Na avaliação de reservas pelos métodos computacionais os blocos de cubagem serão de tamanho compatível com a densidade de amostragem, subdividindo o corpo de minério em pequenos blocos.

Qualquer que seja o método empregado, haverá uma incerteza associada à reserva determinada. A principal fonte de incerteza está relacionada à amostragem, ou aos erros de amostragem, que estão presentes ao longo dos trabalhos de pesquisa mineral. Basicamente, a reserva pode ser afetada por desvios nos teores (originados pela imprecisão analítica, pelo volume da amostra ou mesmo pela preparação inadequada), por desvios da densidade aparente do minério e, sobretudo, por desvios nos volumes computados. Esta última fonte de imprecisão, denominada erro geométrico, é a diferença entre o volume calculado e o volume real da jazida. Ele é raramente considerado, seja pela falta de conhecimento técnico ou pela impossibilidade de se avaliar efetivamente sua magnitude.

Observe-se que o volume real da jazida somente será conhecido quando esta for totalmente lavrada, e isto significa que o erro geométrico será determinado no fim da vida útil da jazida, o que é indesejável. Contudo, se for possível estimar o erro geométrico, ela pode ser útil para aferir a incerteza dos resultados de volume ou tonelagem.

Outro problema praticado na avaliação de reservas é justamente a diferença entre os volumes determinados pelos diversos métodos de cálculo de reservas. É óbvio que a escolha do melhor método de cubagem depende da quantidade, qualidade e disposição espacial das informações de pesquisa, mas sempre haverá uma diferença de volume entre eles. Assim, o volume adequado seria aquele obtido pelo método que pudesse determinar com precisão o volume de uma figura geométrica conhecida. Para isso há necessidade de aferir os volumes calculados em relação aos volumes teóricos de diferentes figuras geométricas utilizando-se dos diversos métodos de cubagem.

1.1 - Objetivos

Este trabalho tem por objetivo principal, o estudo do erro geométrico no cálculo de reservas, principalmente no que se refere à avaliação do volume de um depósito mineral, fixando-se o limite da mineralização, a partir das informações de pesquisa.

Neste estudo pretende-se comparar os volumes calculados pelos diversos métodos de avaliação de reservas e estimar o erro geométrico pela diferença observada entre os volumes.

Para atingir este objetivo, o trabalho foi executado nas seguintes etapas:

- revisão dos métodos de avaliação de reservas;
- introdução ao problema do erro geométrico;
- aferição dos métodos de avaliação de reservas no cálculo de volumes de figuras geométricas conhecidas.

Como resultado desta parte do trabalho, pretende-se conceituar o erro geométrico, bem como indicar os métodos mais precisos para o cálculo de volumes. Na etapa seguinte, o volume do minério residual de apatita, do Complexo Alcalino de Anitápolis - SC, calculado pelos métodos convencionais é comparado com os volumes determinados pelos métodos computacionais e pelo modelo digital de superfície como uma estimativa de erro geométrico cometido na avaliação de reservas desse minério.

2 - MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE RESERVAS

Neste item apresenta-se uma revisão dos métodos de avaliação de reservas, uma definição clássica da avaliação de reservas e os princípios do cálculo de reservas.

2.1 - Avaliação de Reservas: Definição

A avaliação de reservas é um procedimento técnico que consiste na análise e interpretação do conjunto de informações resultante da pesquisa mineral do depósito em estudo (Popoff 1966). Segundo aquele autor, este trabalho é constituído dos seguintes procedimentos:

- ♦ avaliações geológicas: entender o tamanho e a forma do corpo mineral; a distribuição dos teores e a interpretação dos dados de pesquisa. Inclui também a obtenção, verificação e apresentação dos dados;
- ♦ avaliações do método de pesquisa e amostragem: determinar a suficiência e a exatidão dos dados de pesquisa. Analisar o tipo e a densidade dos trabalhos de pesquisa e amostragem;
- ♦ avaliação dos dados de pesquisa: a etapa geralmente mais descuidada da avaliação. Esta é efetuada pela definição dos parâmetros de porções economicamente mineráveis do corpo mineral; pela determinação da precisão das medidas e análises; e pela determinação da classificação da reserva feita com base nos valores da pesquisa de cada parte do corpo mineral.
- ♦ delineação do corpo mineral: determinar a geometria do corpo mineral para, posteriormente, subdividi-lo em segmentos ou blocos com vários graus de confiança e então calcular o seu volume;
- ♦ seleção do método apropriado para o cálculo de reservas: a escolha deve considerar todas as operações anteriormente citadas, de modo que o método a ser escolhido esteja de acordo com a qualidade e quantidade de informações disponíveis e que ainda represente a geometria do corpo mineral.

O cálculo de reservas tem por objetivos:

- ♦ determinar a qualidade, quantidade e distribuição de variáveis como, por exemplo teor, espessura, tonelagens etc;
- ♦ determinar a extensão da exploração e desenvolvimento da jazida;
- ♦ fornecer subsídios para escolha do método de exploração.

2.2 - O Princípio do Cálculo de Reservas

Segundo Yamamoto & Bettencourt (1992), todos os métodos avaliação de reservas, procuram determinar os valores médios dos elementos básicos (teor, espessura e densidade) que serão aplicados nas equações de cálculo da reservas de uma porção ou de todo o depósito. As equações básicas de cálculo de reservas para um depósito podem ser expressas como:

a) quando a densidade aparente pode ser determinada:

$$R = V.D.T = A.E.D.T \quad (1)$$

onde: R é a reserva em peso;

V é o volume;

D é a densidade aparente;

T é o teor em porcentagem;

A é a área superficial;

E é a espessura.

b) quando a densidade aparente não pode ser determinada, por exemplo depósitos aluvionares e barragens de rejeito:

$$R = V.T \quad (2)$$

onde: T é o teor expresso em peso por unidade de volume.

Para melhor entendimento do problema do cálculo de reservas de um depósito, reproduz-se na Figura 2.1 de Yamamoto & Bettencourt (1992), o desenho de um depósito hipotético cujo limite é supostamente conhecido, onde a função $T(v)$ é definida no domínio do depósito de volume V.

Neste caso, o cálculo de reserva é uma integração numérica da função teor (expressa em peso por unidade de volume) dentro do depósito de volume V:

$$R = \int T(v)dv \quad (3)$$

Entretanto, a função $T(v)$ nunca é conhecida pois isto implica na determinação de teores em todos os pontos do depósito de volume V. Como economicamente é impossível, o depósito é pesquisado segundo um plano de amostragem e as reservas calculadas por meio da equação (4), equivalente à anterior, porém para o caso discreto:

Figura 2.1 - Depósito hipotético, cuja função $T(v)$ é conhecida e, portanto, a reserva é obtida pela integração numérica da função no domínio do depósito (Yamamoto & Bettencourt 1992).

$$R = \sum_{i=1}^n T_i V_i \quad (4)$$

onde: T_i é o teor do i -ésimo bloco;

V_i é volume do i -ésimo bloco.

e o volume do depósito V como:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (5)$$

A amostragem é o procedimento técnico planejado pelo responsável da pesquisa mineral, que tem por objetivo a determinação das características geológicas, químicas e tecnológicas de alguns pontos selecionados do depósito. Podem ser estendidas, a distância razoável caso se pretenda calcular as reservas desse depósito.

Para ilustrar o problema amostragem tem-se na Figura 2.2, reproduzido de Yamamoto & Bettencourt (1992), o mesmo depósito hipotético da Figura 2.1, agora subdividido em onze blocos, segundo um programa de amostragem realizado. Nesse caso, as reservas parciais serão facilmente determinadas, aplicando-se a equação 4.

Nota-se, portanto, a importância da amostragem, uma vez que está justamente na localização e distribuição dos pontos de amostragem sobre o depósito mineral a influência direta da precisão do cálculo das reservas parciais dos blocos de cubagem.

Figura 2.2 - Depósito hipotético com localização das informações de pesquisa, subdividido em 11 blocos de volumes conhecidos e teores determinados por algum método (Yamamoto & Bettencourt 1992).

2.3 - Os Métodos de Avaliação de Jazidas

Os cálculos de reserva são executados por meio da somatória das reservas parciais (equação 4) dos blocos de cubagem, em função principalmente, das informações de amostragens.

Uma série de métodos de cálculo determina as reservas em blocos, cuja forma e tamanho são definidos pela localização dos trabalhos de pesquisa.

Outro conjunto realiza o cálculo de reservas baseado em blocos de cubagem, geralmente no formato de paralelepípedos, que independem da geometria dos pontos de amostragem.

Adotando-se a classificação sugerida por Yamamoto & Bettencourt (1992), no primeiro conjunto estariam os métodos clássicos, aqui denominados convencionais; e os métodos computacionais no segundo.

Além desses, estaria num terceiro conjunto aqueles métodos para cálculo de volume a partir de modelos digitais de terrenos - MDT. Modelo digital de terreno é a representação da topografia de uma região segundo uma malha topologicamente regular em cujos nós são interpolados os valores de elevações. A partir do MDT pode-se determinar volumes, por exemplo, em relação a um plano *datum*, ou então em relação a outro MDT, como a base da camada de capeamento.

Estes métodos são indicados para avaliação de depósitos sedimentares, de volumes de capeamento; material estéril e outros.

2.4 - Os Métodos Convencionais

A classificação dos métodos convencionais de cálculo de reservas Popoff (1966), atualizada com as informações de Annels (1991), pode ser subdividida em:

- método dos blocos: geológicos;
análogos;
- método dos blocos de lavra;
 - método dos perfis: padrão;
lineares;
isolinhas (contorno);
- métodos analíticos: triângulos;
polígonos;
blocos matriciais;

Os métodos convencionais fundamentam-se nos princípios de interpretação de variáveis entre dois pontos contíguos de amostragem. Popoff (1966) divide esses princípios em três tipos: o analítico, o empírico e o natural ou intrínseco.

Dentro do critério analítico encontram-se dois princípios de interpretação: da mudança gradual ou lei da função linear e dos pontos mais próximos. No grupo do critério empírico aplica-se o princípio da generalização; enquanto que o natural, sem nenhuma metodologia proposta, baseia-se em critérios geológicos, tecnológicos e econômicos.

Para cada princípio de interpretação tem-se vários métodos de cálculo de reservas, aos quais, em função de cada bloco geométrico construído e do teor médio atribuído, serão determinados diferentes valores de reserva, entre si. Isto significa que dependendo do tipo de mineralização de um dado jazimento mineral, um método pode quantificar melhor suas reservas que um outro.

Os princípios de interpretação são os seguintes:

- princípio das mudanças graduais

Este princípio consiste na interpolação linear de valores conhecidos entre dois pontos de amostragem, com uma mudança gradual e contínua ao longo da reta que une estes dois pontos (Figura 2.3A).

Figura 2.3 - Princípios de interpretação: (A) das mudanças graduais e (B) dos pontos mais próximos (Guerra 1988).

- princípio dos pontos mais próximos

O valor de um ponto qualquer não amostrado, situado entre dois pontos de amostragem, é considerado como sendo igual ao valor do ponto amostrado mais próximo (Figura 2.3B).

- princípio da generalização

É um critério muito arbitrário e subjetivo, pois permite a extrapolação dos valores de interesse de um ponto amostrado, de acordo com a interpretação geológica, experiência profissional e também pela semelhança com depósitos similares (Figura 2.4).

Figura 2.4 - Princípio de interpretação da generalização (Guerra 1988).

2.4.1 - Método dos blocos geológicos ou análogos

O cálculo de reservas através deste método consiste na extensão dos valores conhecidos nos pontos de amostragem, seguindo critérios geológicos, tecnológicos, econômicos ou por correlação a depósitos semelhantes. O depósito mineral pode ser subdividido em blocos (Figura 2.5A) com características semelhantes, onde os valores para o cálculo de reserva são determinados pelas médias aritméticas dos atributos desejados.

Figura 2.5 - *Subdivisão em blocos, conforme as suas características geológicas (A) e o procedimento de cálculo de reservas pelo método dos blocos análogos (B) (Popoff 1966).*

Os fatores médios e estatísticos são fundamentais para a obtenção dos valores de teor, espessura e densidade do depósito. A aplicação deste método deve ser feita, preferencialmente, em depósitos regulares (em teor e espessura) de modo que a extensão dos fatores médios ou estatísticos não esteja sujeita a grandes erros de estimativa.

A avaliação de reservas é feita da seguinte maneira:

- a - delimitar os blocos e calcular as respectivas áreas;
- b- determinar os valores médios da espessura (Figura 2.5B), teor e densidade de cada bloco e utilizar a equação básica de cálculo (equação 4). Normalmente estas variáveis são calculadas através da média aritmética.

A precisão desses cálculos depende do tipo de depósito, do número de blocos e da densidade de informações do depósito. Quando um depósito é completamente uniforme e os fatores médios são calculados sobre uma base suficiente de informações, os resultados são precisos.

2.4.2 - Método dos blocos de lavra

Este método é específico para a avaliação de blocos de lavra subterrânea, quando delimitados por trabalhos suficientemente distribuídos, tais como, galerias, shafts, trincheiras e furos de sondagem.

A reserva do depósito é determinada pela soma das reservas parciais obtidas nos blocos individuais de lavra. Estes blocos devem estar definidos ou limitados pelos trabalhos de extração em quatro ou em três ou menos lados. O tamanho e a forma destes blocos é normalmente de um paralelepípedo (Figura 2.6), e a reserva determinada utilizando-se teores e espessuras encontrados ao longo dos trabalhos de escavação. Os valores de teor e espessura são compostos para seus valores médios, conforme o princípio dos pontos mais próximos.

Para o exemplo da Figura 2.6 os teores médios parciais t_1 , t_2 , t_3 e t_4 são estendidos às áreas a_1 , a_2 , a_3 e a_4 , respectivamente, onde o teor médio do bloco (t_{mb}) é obtido pela ponderação com cada área de influência, como segue:

$$t_{mb} = \frac{(t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 + t_4 a_4)}{(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)} \quad (6)$$

A espessura média (em) do bloco é calculada analogamente, enquanto que o volume do bloco é determinado por:

$$V_b = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) \cdot em \quad (7)$$

que, na equação básica da reserva, juntamente com o fator de tonelagem apropriado, determinam as reservas parciais.

Figura 2.6 - Esquema dos blocos de lavra. A) seção vertical de um veio mostrado através dos trabalhos subterrâneos; B) desenho isométrico de três blocos de lavra a, b e c (a espessura do veio é menor que os trabalhos de escavação; C) interpretação geométrica de alguns blocos para cálculo de reservas (Popoff 1966).

2.4.3 - Método dos perfis

O procedimento inicial para se utilizar dos métodos dos perfis é subdividir o corpo mineral em blocos, através da construção de seções geológicas perpendiculares à direção do depósito ou a diferentes níveis, de acordo com a intensidade dos trabalhos de pesquisa ou, ainda, conforme o propósito dos cálculos ou natureza dos depósitos.

O intervalo entre as seções pode ser constante ou variar segundo a densidade das informações. Popoff (1966) recomenda que, para uma melhor precisão dos resultados dos métodos dos perfis, é necessário que:

- exista um número suficiente de trabalhos no depósito mineral e um número adequado de observações e amostras de cada seção que representem a qualidade da matéria prima mineral;
- os trabalhos estejam sobre ou próximo dos perfis;
- os trabalhos estejam distribuídos mais ou menos igualmente entre os perfis.

Dependendo da forma como os blocos estão definidos, o método dos perfis pode ser subdividido em outros três:

- método dos perfis padrão: cada bloco interno é confinado por duas seções de amostragem e por uma superfície lateral irregular ;
- método dos perfis lineares: cada bloco interno é definido por uma seção na porção central delimitada pela meia-distância entre as seções adjacentes ;
- método das Isolinhas: calcula as reservas considerando que os valores dos atributos variam gradual e continuamente dentro da fronteira dos dados.

Figura 2.7 - Blocos formados pelos métodos dos perfis padrão e perfis lineares.

As seções podem ter os limites laterais definidos subjetivamente, até os furos de sondagens considerados positivos, ou além destes, até a meia distância entre o furo positivo e o negativo, ou ainda, por meio da interpretação geológica da seção.

Para estimar o teor médio das seções pelos métodos dos perfis padrão e linear, Annels (1991) cita cinco métodos de cálculo como exemplificado na Figura 2.8:

Figura 2.8 - Cálculo de reservas por seções (Annels 1991).

a) método estatístico: o teor médio do perfil é obtido pela média aritmética das amostras, como por exemplo, 2,34%;

b) método da acumulação: o teor médio da seção é obtido através da média ponderada pela espessura, por exemplo, 2,38%;

c) método dos polígonos: o teor médio do furo de sondagem é obtido pela média ponderada com a espessura e extrapolado para uma área de influência igual à meia distância entre os furos adjacentes. O cálculo do teor da seção é feito pela média ponderada por esta área de influência. A Figura 2.8 apresenta os limites de influência de cada furo e os respectivos teores. A somatória do produto das áreas de influência pelo teor é dividido pela área da seção. Para este exemplo o teor obtido é de 2,31%;

d) método da área sob a curva de acumulação: determina-se graficamente as curvas de acumulação e de espessura da seção (Figura 2.8, porção inferior). Após o cálculo das áreas sob cada curva, o teor médio da seção é o quociente da área sob a curva de acumulação pela área da curva de espessura. Para esse exemplo, a área sob a curva de acumulação (teor x espessura) e de espessura são respectivamente: 844 unidades de medida e 360,5 unidades de medida. O teor médio é calculado como:

$$t_m = 844 / 360,5 = 2,34\%$$

e) método da área sob a curva de acumulação por bloco: diferentemente do anterior, o cálculo da curva de acumulação, neste caso, é produto do teor do furo por sua área de influência. No exemplo, o teor médio do bloco é calculado conforme descrito anteriormente, ou seja, a área sob a curva de acumulação por bloco é igual a 817 unidades de medida e o teor é igual a:

$$t_m = 817 / 360,5 = 2,27\%$$

O teor médio da seção, calculado por todos os métodos apresentam uma pequena variação e fica impossível, segundo Annels (1991), saber qual é o melhor método. No entanto, aquele autor mostra-se favorável ao último método, por mostrar-se mais lógico, uma vez que os teores são ponderados pela sua área de influência.

2.4.3.1 - Método dos perfis padrão

Após a subdivisão do corpo mineral em blocos (Figura 2.9), os procedimentos usuais para o cálculo de reservas por este método são:

- ♦ determinar as áreas de todos os perfis;
- ♦ calcular os fatores médios, principalmente teor, para cada seção;
- ♦ calcular o volume e as toneladas de minério e metal para cada bloco;
- ♦ o cálculo da reserva do corpo mineral é a somatória dos volumes (tonelagem) dos blocos individuais.

Figura 2.9 - Blocos de cubagem por perfis padrão com a interpretação geológica em cada perfil.

Uma revisão das diversas soluções para se calcular o volume entre as seções, aos quais dependem de sua situação espacial serão apresentadas como segue.

2.4.3.1.1 - Perfis paralelos

Para o cálculo do volume entre os perfis paralelos, onde a configuração das áreas e o formato lateral dos blocos são irregulares, Popoff (1966) apresenta várias soluções:

A - fórmula do prisma ou área-média

A fórmula para o volume entre duas seções paralelas com áreas S_1 e S_2 e uma distância L entre elas é:

$$V = \frac{(S_1 + S_2)}{2} L \quad (8)$$

Esta fórmula da área-média é precisa, quando ambas as áreas tiverem o seu tamanho e forma similares.

Assim, como o volume total do corpo é a soma dos volumes dos blocos, tem-se que:

$$V = \frac{(S_1 + S_2)}{2} L + \frac{(S_2 + S_3)}{2} L + \dots + \frac{(S_{n-1} + S_n)}{2} L \quad \text{ou} \quad (9)$$

$$V = (S_1 + 2S_2 + 2S_3 + \dots + 2S_{n-1} + S_n) L / 2 \quad (10)$$

para perfis com espaçamento iguais.

Porém, para seções com espaçamentos não uniformes entre si, a equação (9) fica da seguinte forma:

$$V = \frac{(S_1 + S_2)}{2} L_1 + \frac{(S_2 + S_3)}{2} L_2 + \dots + \frac{(S_{n-1} + S_n)}{2} L_{n-1} \quad (11)$$

onde L_i são as distâncias entre os perfis.

B - fórmula do tronco de pirâmide ou de cone

Quando as áreas dos perfis não são de tamanhos similares, mas apresentam o formato similar, a fórmula do tronco de prisma ou cone é utilizada para o cálculo do volume do bloco,

$$V = \frac{L}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) \quad (12)$$

sendo que na prática esta fórmula era evitada, conforme Popoff (1966), pois apresentava complicações envolvendo a raiz quadrada, sendo hoje facilmente resolvida pelas calculadoras.

Guerra (1988) cita que esta fórmula deve ser utilizada quando a diferença das superfícies for superior a 40%. Porém, deve-se levar em consideração a forma do corpo. Deste modo, quando ela se apresenta como um bloco de cunha truncado, com a espessura ou largura iguais nos dois perfis, a fórmula do prisma é mais precisa que a do tronco de pirâmide.

C - fórmulas de cunha ou pirâmide (cone)

Utiliza-se estas fórmulas para o cálculo dos volumes das extremidades dos corpos minerais que, quando seccionadas, podem formar blocos na forma de cunhas ou cones. Os volumes são calculados pelas duas fórmulas descritas anteriormente, onde uma área é nula.

$$V = \frac{S}{2} h \quad (\text{para a cunha}) \quad V = \frac{S}{3} h \quad (\text{para o cone}) \quad (13)$$

D - fórmula prismoidal

Os corpos de minério em sua maioria, possuem superfícies laterais irregulares que podem ter uma profunda influência na precisão do cálculo de volumes. A fórmula prismoidal é baseada no princípio de que as superfícies irregulares, curvadas ou deformadas podem ser substituídas por planos triangulares, trapezóides ou

paralelogramos limitados por linhas retas. Com base neste princípio, uma seção geológica paralela (M) é construída entre as duas seções para auxiliar no cálculo do volume.

Esta fórmula é derivada da regra de Simpson para o cálculo de áreas irregulares, sendo o volume determinado como:

$$V = (S_1 + 4.M + S_2) L/6 \quad (14)$$

onde, M é a área de uma seção auxiliar no plano médio de S_1 e S_2 ;

L é a distância entre S_1 e S_2 .

A construção desta seção auxiliar é baseada nas seções de amostragens, na interpolação longitudinal e na interpretação da geologia do corpo de minério. Somente em alguns casos a seção M é a média de S_1 e S_2 .

Annels (1991) menciona a utilização desta fórmula sem a construção da seção auxiliar, a qual é aplicada para três seções consecutivas A_1 , A_2 e A_3 , conforme exemplo da Figura 2.10. Desta forma tem-se:

$$V = (A_1 + 4.A_2 + A_3)h/6 \quad (15)$$

onde, h é a distância entre A_1 - A_3 .

Figura 2.10 - Aplicação da fórmula prismoidal para cálculo de volume do corpo de minério (adaptado de Annels 1991).

Aplica-se esta fórmula repetidamente até o recobrimento do corpo. Para o cômputo dos volumes das extremidades, como apresentado na Figura 2.10, Annels (1991) recomenda o seguinte fator de correção (C), $C = (A_1 \cdot d_1)/2 + (A_5 \cdot d_2)/2$, onde d_1 e d_2 corresponde a meia-distância entre os perfis, e A_1 e A_5 as áreas das seções das extremidades.

E - fórmula de Bauman

Esta é a de menor utilização, pois trata-se de uma fórmula gráfica, em que uma seção auxiliar é construída graficamente. A construção desta seção requer tempo e experiência, o que limita o seu uso.

$$V = \frac{L}{2}(S_1 + S_2) - \frac{L.R}{6} \quad (16)$$

R = área da seção auxiliar

Delimita-se a área R obedecendo os seguintes procedimentos:

- a partir de duas seções adjacentes unem-se, através de segmentos de retas, os pontos correspondentes de uma seção a outra, com vergência ao centro geométrico da seção de menor área;
- projeta-se as seções e os segmentos de retas num plano;
- cria-se um ponto de origem O e, a partir deste, desenharm-se os segmentos com a sua direção e tamanho original, tendo as partes externas dos segmentos unidos por uma linha que delimitará a área auxiliar.

2.4.3.1.2 - Perfis não paralelos

As seções construídas ao longo das linhas de prospecção podem convergir ou divergir por causa das mudanças na direção do corpo mineral. Os ângulos entre as seções e as linhas de prospecção podem variar de oblíquo a obtuso, dependendo da variação da direção.

Para um ângulo entre as seções menor do que 10 graus, o volume é calculado pela seguinte fórmula:

$$V = \frac{(S_1 + S_2)}{2} \frac{(h_1 + h_2)}{2} \quad (17)$$

onde, S₁ e S₂ são áreas das seções;

h₁ e h₂ são os comprimentos de linhas perpendiculares que ligam o centro de gravidade de uma seção a outra.

Quando a diferença entre h₁ e h₂ for muito pequena, pode-se calcular o volume pela fórmula do prisma (equação 8).

Para ângulos maiores do que 10 graus é acrescentado um outro fator de correção ($\alpha/\text{sen}\alpha$) na fórmula:

$$V = \frac{(S_1 + S_2)}{2} \cdot \frac{(h_1 + h_2)}{2} \cdot \frac{\alpha}{\sin \alpha} \quad (18)$$

sendo que α , o ângulo em radianos entre as seções.

Como estas fórmulas derivam da fórmula do prisma, elas são consideradas precisas quando a diferença nas áreas das seções não for maior do que 4 ou 6 vezes.

Comparando-se os volumes e tonelagens calculados pelos perfis paralelos com os não paralelos eles podem apresentar apreciáveis diferenças, porém, a variação nos teores é relativamente pequena.

2.4.3.2 - Método dos perfis lineares

No cálculo da reserva pelo método dos perfis lineares, os blocos são construídos de acordo com o princípio dos pontos mais próximos, onde cada bloco possui uma seção na porção central delimitado pela meia distância entre as seções adjacentes (Figura 2.11).

Figura 2.11 - Blocos de cubagem por perfis lineares com a interpretação geológica em cada perfil.

O volume do corpo pode ser calculado como:

$$V = S_1 \cdot L_1 + S_2 \cdot L_2 + \dots + S_n \cdot L_n \quad (19)$$

onde, L_i são as distâncias de influência dos perfis.

A_i são as áreas dos perfis.

Para avaliar a reserva através deste método o procedimento é o seguinte:

- o teor médio do bloco é o teor médio da seção, calculado por um dos métodos descritos por Annels (1991);
- a espessura média da seção é a média das espessuras do corpo de minério nos furos;
- o volume é o produto da área da seção pela soma das metades distâncias entre as seções adjacentes;
- o cálculo da reserva do depósito é a soma das reservas de cada bloco.

O volume também pode ser determinado pelo produto entre a espessura média da seção e sua área de influência; este método também pode ser aplicado para seções que não estejam paralelas, como exemplificado na Figura 2.12, o volume é calculado a partir da espessura média da seção 2.

Figura 2.12 - Bloco de cubagem para o método de perfis lineares, cujos perfis não estão paralelos (modificado de Popoff 1966).

2.4.3.3 - Isolinhas

As isolinhas são curvas que unem pontos de mesmo valor. O mapa topográfico é o exemplo mais comum onde as curvas de nível unem pontos de mesma cota ou elevação.

O método das isolinhas baseia-se no princípio que os valores variam, de um ponto ao outro, contínua e suavemente de acordo com o princípio das mudanças graduais.

Na avaliação de reservas são utilizadas isolinhas de teores, espessuras e também de acumulações. Este método é bastante utilizado na avaliação de depósitos de gás natural, óleo e água.

Para a construção do mapa de isolinhas (isoteores, isoespessuras etc), determinam-se os valores intermediários entre dois pontos conhecidos. Esta variação gradual e contínua é feita para todos os pares de pontos próximos, interligando-se todos os valores intermediários com mesmo valor (Figura 2.13).

Para o cálculo de reservas adota-se o seguinte procedimento:

- geram-se os mapas de isoteores e isoespessuras;
- calcula-se o teor médio do corpo utilizando-se da seguinte fórmula:

$$t_m = (t_0 \cdot A_0 + t/2 (A_0 + 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_{n-1} + \dots + A_n)) / A_0 \quad (20)$$

onde, t_m é o teor médio do corpo;

t é o intervalo das isoteores;

t_0 é o teor da menor linha de isoteor;

A_0 é a área delimitada por t_0 ;

A_i = área delimitada por t_i .

Figura 2.13 - Mapa de isoespessura (A), e um perfil mostrando a fatia do volume a ser calculado (B) (Annels 1991).

- o volume do depósito é calculado como:

$$V = \frac{h \cdot ((A_0 + A_n) + 2 \cdot (A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1}))}{2} \quad (21)$$

V = volume do depósito

h = intervalo entre as linhas de isoespessura

Caso hajam duas curvas com o mesmo teor, o teor médio é calculado pela fórmula:

$$t_m = (t_0 \cdot A_0 + t/2 (A_0 + 2 \cdot A_1 + 2 \cdot (A_2' + A_2'') + (A_3' + A_3'')))/A_0 \quad (22)$$

e a reserva é obtida aplicando-se estes dados na equação básica (4).

Além deste método, Annels (1991) descreve mais três métodos que utilizam os mapas de contorno, como segue:

a) método da malha sobreposta: este método é uma variação do método das isolinhas descrito por Popoff (1966), onde o volume é calculado de modo diferente. O cálculo do volume é feito a partir da sobreposição de curvas de isoacumulações e de isoespessuras, sobre as quais é traçada uma malha regular. As dimensões desta malha são ajustadas de acordo com os blocos de lavra a serem utilizados. Delimitando-se o contorno da mineralização, pelo teor de corte, por exemplo, calcula-se o valor do teor e volume a partir dos blocos envolvidos, total e parcialmente por este limite. Sobre estas porções mineralizadas estima-se os valores de teor e acumulação para o seu centro geométrico, como mostra a Figura 2.14. O teor (t) e volume (V) do depósito são calculados na equação:

$$t_m = \frac{(\sum A_{BI} + \sum (A \cdot FM)_{BP})}{(\sum E_{BI} + \sum (E \cdot FM)_{BP})} \quad (23)$$

Figura 2.14 - Método da malha sobreposta, onde os blocos com recobrimento parcial da mineralização são computados apenas com a porção parcialmente mineralizada (Annels 1991).

$$V = (\sum E_{BI} + \sum (E \cdot FM)_{BP}) \cdot \text{área do bloco} \quad (24)$$

onde, BI são os blocos integrais;

BP são os blocos parciais;

A é a acumulação horizontal;

E é a espessura horizontal;

FM é a fração de minério nos blocos parciais.

b) método das janelas móveis: utilizado quando a distribuição dos furos de sondagem for irregular e os teores do elemento de interesse apresentam uma distribuição errática. Para aplicar este método a área de interesse é subdividida em blocos. O teor médio de cada bloco é obtido pela média dos teores dos furos que estão envolvidos por uma janela centrada em seu interior, de área quatro vezes maior que o próprio bloco. Assim, cada um deles terá o seu teor médio determinado pela movimentação desta janela. Em seguida, traçando-se as curvas de isoteores, o volume e o teor global podem ser calculados como no método anterior. A Figura 2.15 ilustra o procedimento de cálculo pelo método das janelas móveis utilizando-se um mapa de isoteores de cobre (Annels 1991).

Figura 2.15 - Mina com uma disposição errática de teores e a aplicação do método das janelas móveis (Annels 1991).

c) método da malha reticulada: geralmente aplicado em depósitos que não apresentam uma correlação entre as espessuras e os teores (Annels 1991). Sobre uma malha reticulada sobrepõe-se os mapas de contorno destas variáveis. Numa área da malha reticulada calcula-se os valores médios dos teores e das espessuras (Figura 2.16). O volume (V) e o teor (t) global do depósito, são calculados como:

$$V = \sum A_i \cdot E_i \quad (25)$$

$$t = \frac{\sum (A_i E_i t_i)}{\sum (A_i t_i)} \quad (26)$$

Figura 2.16 - Cálculo de reservas pelo método da malha reticulada (Annels 1991).

2.4.4 - Métodos analíticos

Os métodos analíticos são baseados na divisão do corpo mineral em figuras geométricas simples como prismas de seções triangular ou poligonal. A configuração do depósito mineral é aproximada pelos conjuntos dos prismas triangulares ou poligonais.

2.4.4.1 - Método dos polígonos

O método dos polígonos, também conhecido como prismas poligonais, é o que melhor representa o princípio dos pontos mais próximos, onde tanto o teor como a espessura de cada observação são estendidos para o prisma poligonal.

A construção dos polígonos sobre a área do corpo mineral pode ser feita de várias formas como, por exemplo, o método das bissetrizes angulares e das bissetrizes perpendiculares (Figura 2.17). Outro método, geralmente utilizado em programas de computador, é conhecido como "Divisão de Dirichlet" (Pettinati 1983), conforme ilustrado na Figura 2.18A. Esta divisão é feita através da construção de um polígono convexo em torno de cada ponto de amostragem, de tal modo que dois polígonos contíguos possuam apenas uma única aresta em comum, que seja equidistante dos pontos internos aos referidos polígonos.

Figura 2.17 - Construção de polígonos: a) bissetrizes perpendiculares e b) bissetrizes angulares (Annels 1991).

Para o cálculo de reservas, procede-se da seguinte maneira:

- o corpo mineral é dividido em uma rede de polígonos;
- calcula-se a área de cada polígono;
- o volume do prisma é calculado pelo produto da área pela espessura do furo;
- para cada prisma ou bloco aplica-se a equação básica da reserva;
- o valor da reserva do depósito é a somatória de cada bloco.

Figura 2.18 - A - "Divisão de Dirichlet"; B - A Triangulação de Delaunay", segundo Pettinati (1983).

O teor médio do furo pode ser calculado através da média ponderada pela espessura ou pela integração dos furos vizinhos, como sugerido por Camisoni-Calzolari (1983, *apud* Annels 1991), onde o furo central tem o peso de 50% e os demais furos dos polígonos vizinhos os outros 50% divididos em proporções iguais, como exemplificado na Figura 2.17a, onde o teor é calculado como:

$$tm_{ABCDE} = t_1 \cdot 0,5 + t_2 \cdot 0,1 + t_3 \cdot 0,1 + t_4 \cdot 0,1 + t_5 \cdot 0,1 + t_6 \cdot 0,1 \quad (27)$$

onde, t_1 é o teor do furo central e t_2 a t_6 os teores dos furos vizinhos.

O teor médio global do depósito é obtido ponderando o teor pela área ou volume dos polígonos.

Este método não se deve ser utilizado onde não há uniformidade de trabalhos de pesquisa e nos depósitos com variações (teor e espessura) muito elevadas, de modo que os polígonos não possuam tamanhos muito variados.

2.4.4.2 - Método dos triângulos

A partir da "Divisão de Dirichlet", a união dos pontos contíguos, por segmentos de retas, dá origem a uma malha triangularizada (Figura 2.18B), cujo processo é denominado "Triangulação de Delaunay". Este procedimento, diferenciado entre os pesquisadores, evita interpretações subjetivas para se obter uma malha triangular.

A partir da malha triangular, calcula-se a reserva como segue:

- determina-se a área de cada triângulo;
- determina-se o volume de cada prisma ou bloco triangular, multiplicando-se a sua área pela média das espessuras dos furos dos vértices;
- aplica-se a equação básica da reserva para cada prisma triangular;
- a reserva do depósito é a somatória de todos os prismas.

O teor médio do triângulo pode ser calculado, segundo Annels (1991), por três métodos distintos, como seguem:

a) o teor (t) do triângulo é obtido pela média ponderada pela espessura (E) ($t_m = \Sigma(t_i \cdot E_i) / \Sigma E_i$);

b) o cálculo do teor ponderado pela espessura com a influência do ângulo (α), em graus, de cada vértice ($t_m = \Sigma(t_i \cdot E_i \cdot \alpha_i) / \Sigma E_i \alpha_i$);

c) método da porcentagem, onde o teor é calculado como:

$$t_m = (\Sigma t_i \cdot E_i / \Sigma E_i + \Sigma t_i) / 4 \quad (28)$$

A partir da comparação dos resultados destes métodos em triângulos com configurações diferentes de, onde os teores nos vértices permaneciam os mesmos, Annels (1991) considera o segundo método melhor que os demais.

2.4.4.3 - Método dos blocos matriciais

Quando a malha de pesquisa possui uma configuração regular em linhas ou retângulos, pode-se dividir o depósito em blocos regulares, como mostra a Figura 2.19. Este método é prático na fase exploratória onde as estimativas de reservas podem ser obtidas rapidamente e renovadas do mesmo modo com a implementação de mais um furo (Annels 1991).

Figura 2.19 - Tipos de blocos matriciais para cálculo de reservas (Annels 1991).

Nestes casos os teores médios dos blocos são ponderados pela espessura dos furos pertencentes aos blocos; enquanto que para os tipos **c** e **e** da Figura 2.19, são obtidos através da média aritmética.

Observe-se que as figuras 2.19a, 2.19b e 2.19d, utilizam-se do princípio dos pontos mais próximos e, portanto, referem-se ao método dos polígonos, enquanto que as figuras 2.19c e 2.19e, utilizam o princípio da variação gradual que poderia ser denominada como método dos quadriláteros.

2.5 - Os Métodos Computacionais

Os métodos computacionais considerados neste trabalho e seguem a classificação sugerida por Yamamoto & Bettencourt (1992), ou seja:

- Inverso da potência da distância;
- krigagem ordinária.

Talvez o método do inverso da potência da distância pudesse ser colocado juntamente com os métodos convencionais, deixando a krigagem ordinária dentro dos métodos geoestatísticos, como uma outra classificação. Entretanto preferiu-se manter, neste trabalho, a classificação proposta por Yamamoto & Bettencourt (1992), principalmente porque o inverso da potência da distância apresenta muita similaridade com os métodos geoestatísticos e, sobretudo, porque necessita de computadores para a sua resolução.

Para avaliação de reservas por meio dos métodos computacionais, o depósito mineral é subdividido em blocos de cubagem, cujas dimensões devem ser compatíveis com o objetivo do cálculo de reservas e ao mesmo tempo com as informações de pesquisa. Com relação ao objetivo do cálculo de reservas, este pode ser feito para uma reserva geológica ou minerável, como também para um bloco de cubagem que atenda um plano de desmonte, por exemplo, semanal ou mensal. A geometria do depósito pode ser aproximada por um conjunto de blocos de cubagem, como ilustrado na Figura 2.20.

Figura 2.20 - Aproximação da geometria do depósito mineral (A) pelo conjunto de blocos de cubagem (B).

Cada bloco de cubagem do depósito tem o teor médio avaliado, a partir das informações dos pontos de amostragem, por meio da equação da média ponderada:

$$t = \sum_{i=1}^n w_i t_i \quad (29)$$

onde, t_i é o teor da i -ésima amostra;

w_i é o ponderador associado a i -ésima amostra.

No cálculo do ponderador w_i , reside a diferença entre o inverso da potência da distância e a krigagem ordinária.

O teor médio do bloco só é calculado se o mesmo estiver dentro do domínio dos pontos de amostragem, isto é, se o baricentro do bloco de cubagem estiver dentro da fronteira. Isto significa que nas interfaces minério/estéril ou minério/ar pode-se cometer erros de inclusão ou exclusão, o que dá origem ao erro geométrico, como se verá adiante.

Observe-se no perfil esquemático dos blocos de cubagem da Figura 2.21, que nos limites de uma camada de minério há blocos que não se constituem totalmente minério ou estéril, sendo calculados como reservas ou blocos de estéril descartados com partes mineralizadas.

Figura 2.21 - Perfil de uma camada de minério com a subdivisão em blocos e os blocos de cubagem onde em um bloco (Bloco A) parte do estéril é considerado no cômputo do volume das reservas e no outro (Bloco B) parte de minério não é computado.

2.5.1 - Método da ponderação pelo inverso da potência da distância (IPD)

O primeiro método analítico utilizado para interpolação de variáveis de interesse em locais onde não há amostragem foi o IPD (Yamamoto & Bettencourt 1992). Estes autores citam que, Shepard (1968) fez uma revisão criteriosa do método, definindo matematicamente a função de interpolação e seu domínio. Guerra (1988) subdivide este método em dois: inverso da distância e o inverso do quadrado da

distância; porém, sem constituí-los em dois métodos distintos, mas, apenas a variação da potência é efetuada, no caso de utilizar a potência 1 e 2, respectivamente.

A partir da década de 70, este método tem sido bastante utilizado para a interpolação de malhas regulares para fins de contorno automático de dados geológicos. Programas comerciais de computadores para a avaliação de reservas têm utilizado este método juntamente com a krigagem ordinária.

Este método baseia-se no princípio de que os teores de amostras de furos vizinhos, em relação a um determinado ponto ou a um bloco do depósito, são proporcionais ao inverso das respectivas distâncias elevada a uma potência.

Desta maneira, as amostras dos furos mais próximos contribuirão com um peso maior em relação a amostras de furos mais distantes, que contribuirão com um peso menor.

A interpolação do teor de um ponto ou bloco do depósito com coordenadas (x,y,z) , é feita pela seguinte equação:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n T_i W_i}{\sum_{i=1}^n W_i} \quad (30)$$

onde: T_i é o teor da i -ésima amostra de coordenadas (x_i, y_i, z_i) ;

W_i é o ponderador igual ao inverso de uma potência da distância entre a i -ésima amostra e o ponto a ser interpolado;

n é o número de pontos do sub-conjunto utilizado para a interpolação.

O ponderador W_i é calculado da seguinte forma:

$$W_i = 1/d_i^p \quad (31)$$

onde: p é a potência;

d_i é a distância entre a i -ésima amostra de coordenadas (x_i, y_i, z_i) do sub-conjunto e o ponto a ser estimado com coordenadas (x, y, z) .

A distância d_i é calculada como:

$$d_i = [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{1/2} \quad (32)$$

Caso d_i seja igual a zero, faz-se simplesmente $W_i = 1$.

O primeiro passo a ser dado refere-se à escolha da potência; as potências baixas suavizam valores extremos e as altas tendem a realçá-los. Para ilustrar a influência da escolha da potência observe-se na Figura 2.22 (Barnes 1980), como atua

a potência na interpolação de teores entre dois pontos (S1 e S2) de amostragens adjacentes. Nesta figura a utilização de potência igual a 1, resulta no princípio das mudanças graduais e as potências mais elevadas o princípio dos pontos mais próximos.

Figura 2.22 - Efeito da potência da distância na interpolação entre dois pontos adjacentes de amostragem (Barnes 1980).

A potência igual a 2 é a mais utilizada, porém sem nenhum critério definido, tornando este método conhecido como Inverso do Quadrado da Distância ou simplesmente IQD. Esta potência produz uma interpolação intermediária entre os dois princípios citados anteriormente. Outra teoria (Guerra 1988) é baseada na hipótese do potencial químico, pois as atrações são inversamente proporcionais ao quadrado da distância e boa parte dos depósitos se produzem por intercâmbio iônico ou por diferença de potencial químico.

O segundo passo é a escolha do número de amostras de furos vizinhos (subconjunto de pontos) a serem utilizadas para a interpolação do teor. Yamamoto (1986), baseando-se em trabalhos de Harbaugh *et al.* (1977) propõe subdividir a região em torno do ponto a ser interpolado em oito setores com ângulos sólidos de 90 graus, onde serão procurados os pontos mais próximos em cada setor. A subdivisão em oito setores deve-se ao fato da interpolação ser efetuada por amostras situadas no espaço tridimensional. O número de amostras a serem utilizadas na interpolação deve ser estabelecida em função da variabilidade e da disponibilidade de informações. Fixa-se um número de pontos por setor e um número mínimo de amostras para que haja a interpolação do ponto desejado, onde o número de 2 amostras por setor é o mais comumente utilizada. Como nem sempre é possível ter as amostras por setor, o mínimo de 4 amostras totais pode ser considerada para ter uma boa representatividade espacial.

Cabe ressaltar que as distâncias das amostras não devem ser muito grandes pois elas terão pouca influência no ponto a ser interpolado. Fixa-se uma distância de procura das amostras, que é normalmente determinada em função das dimensões do bloco de cubagem, do tipo de depósito e das variações dos teores em todas as direções. A distância utilizada na maioria dos casos é de duas a três vezes as dimensões do bloco.

2.5.2 - Métodos Geoestatísticos

Os métodos geoestatísticos de avaliação de reservas baseiam-se na Teoria das Variáveis Regionalizadas, que foi formalizada por Matheron no começo da década de 60, a partir de estudos práticos efetuados por D. G. Krige, numa mina de ouro na África do Sul. A geoestatística, como é usualmente conhecida, constitui-se de um critério científico e moderno de interpretação e estudo da maior parte dos fenômenos naturais (Guerra 1988).

Pontos ou blocos de cubagem podem ser avaliados por meio da krigagem ordinária, uma das técnicas dos métodos geoestatísticos, que faz uso tanto das informações de teor como também da sua posição espacial relativa, expressa por uma função estatística subjacente, denominada variograma.

2.5.2.1 - O variograma

O variograma é a ferramenta matemática que permite estudar a dispersão natural das variáveis regionalizadas descrevendo quantitativamente sua variação no espaço.

A princípio, pontos mais próximos entre si terão uma correlação maior que os pontos mais distantes. Isto significa que os pontos que possuem uma correlação maior têm uma variância menor e vice-versa. Assim, esta variância pode ser utilizada como uma medida da influência de amostras em áreas vizinhas dentro do depósito. Esta variância, medida para vários intervalos de amostragem, pode ser representada graficamente na forma de um variograma. A função variograma $2\gamma(h)$ de uma variável qualquer é expressa pela equação:

$$2\gamma(h) = 1/n \sum_{i=1}^n (Z(x+h) - Z(x))^2 \quad (33)$$

onde: $2\gamma(h)$ é a função variograma;

n é o número de pares de pontos separados pela distância h ;

$Z(x+h)$ é o valor da variável regionalizada no ponto $(x+h)$;

$Z(x)$ é o valor da variável regionalizada no ponto (x) .

Normalmente utiliza-se a função $\gamma(h)$, ou seja o semi-variograma, que em termos práticos e comuns é conhecido simplesmente como variograma.

O variograma é calculado segundo uma direção pré-definida, sendo, portanto, uma função vetorial. Na prática faz-se variogramas em várias direções da jazida, de modo a conhecer a estrutura da mineralização ou a anisotropia do depósito.

A restrição teórica para as distâncias entre os pontos utilizados no variograma é de um quarto da extensão total da informação da amostra, porém, a metade deste valor é utilizada na prática. Observa-se que, como as distâncias aumentam entre as amostras, o número de pares de pontos para o cálculo diminui, implicando que as variâncias para h pequenos são mais confiáveis do que as variâncias de h grandes. Este fato deve ser levado em consideração na interpretação do variograma (Clark 1979).

Clark (1979) menciona que o intervalo de amostragem é um fator importante a ser verificado quando da construção do variograma. Amostragens em intervalos pequenos mostram todas as feições estruturais de um depósito. Entretanto, se as amostras fossem tomadas em intervalos maiores não se poderia observar tais estruturas e, mesmo que isso fosse possível, o efeito pepita ou a variância aleatória poderia ser incorreta. Portanto, para interpretar um variograma deve-se ter sempre em mente o intervalo de amostragem utilizado. Para se obter informações sobre as estruturas de mineralizações deve-se construir variogramas em várias direções, normalmente N-S, E-W, NE-SW e NW-SE.

Na construção dos variogramas, há casos onde as amostras não se situam em intervalos e direções regulares, não sendo possível, a princípio, encontrar pares de amostras suficientes com exatamente o mesmo espaçamento h , em uma determinada direção, como se faz em uma malha regular. Deste modo, a solução encontrada foi a definição de uma distância de tolerância Δh para o espaçamento h entre os pares de pontos e também uma tolerância angular $\Delta \alpha$ para uma direção α , criando-se uma janela de pesquisa dos pontos (Figura 2.23, Landim 1988).

Figura 2.23 - Cálculo dos pares de pontos para uma malha não regular (Landim 1988).

A interpretação do variograma permite obter parâmetros que descrevem o comportamento espacial das variáveis regionalizadas. As principais propriedades do variograma (Figura 2.24) são:

Figura 2.24 - Propriedades do variograma para o exemplo de um modelo esférico.

- amplitude: é a distância a partir da qual desaparece a correlação entre as amostras. É também uma estimativa precisa da zona de influência entre amostras;
- patamar: é o valor a partir do qual o variograma se estabiliza no campo aleatório e é numericamente igual a variância da variável regionalizada;
- efeito pepita: é o valor da função variograma para distâncias muito pequenas. Teoricamente esse valor deveria ser 0, pois duas amostras de um mesmo ponto deveriam ter valores iguais, porém, não é o que ocorre e essa diferença é atribuída a erros de amostragens e/ou análises. O efeito pepita (C_0) é também denominado variância aleatória;

- variância espacial: é a diferença entre a variância *a priori* e a variância aleatória;
- anisotropia: os varlogramas determinados ao longo de diferentes direções das jazidas podem mostrar variações de variogramas, indicando que a jazida apresenta uma anisotropia. Os tipos de anisotropia existentes são: a geométrica, quando a amplitude varia conforme as direções, porém com um mesmo patamar; e a zonal, onde a amplitude e o patamar são diferentes para as direções diversas resultando em varlogramas distintos;
- efeito pepita puro: o variograma pode também refletir a variação espacial de um fenômeno totalmente aleatório, chamado efeito pepita puro. Neste caso não se deve aplicar a geoestatística para avaliação.

O variograma também pode ser expresso em termos da variância $C(0)$ e covariância $C(h)$, conforme Journel & Huijbregts (1978):

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (34)$$

Como a função variograma leva em consideração as diferenças dos valores entre pontos separados por uma distância h , os pontos mais próximos terão uma correlação maior e conseqüentemente uma variância menor. Ocorrendo um aumento da distância a variância também irá aumentar. Ao contrário, a função covariância que é grande para distâncias pequenas, diminui à medida que as distâncias aumentam. A Figura 2.25 mostra a relação entre as funções variância e covariância.

Figura 2.25 - Relação entre as funções variograma e covariograma.

2.5.2.2 - Modelos de variogramas

Os variogramas obtidos são ditos experimentais e a elas devem ser ajustados os modelos de variogramas teóricos.

Estes modelos teóricos podem ser classificados em dois grupos: um sem patamar, onde o variograma teórico aumenta conforme a distância entre as amostras aumenta, e os outros com patamar, onde as variâncias aumentam até uma certa região (campo estruturado) e estabilizam-se a um valor constante (campo aleatório).

Os modelos teóricos mais comuns estão apresentados na Figura 2.26, com as suas respectivas equações.

Ajustando-se o modelo teórico ao variograma experimental, tem-se todas as informações necessárias para se utilizar as técnicas de estimativas da geoestatística ou krigagem, para a estimativa de um valor da variável de interesse em um ponto ou bloco não amostrado.

Figura 2.26 - Tipos de variogramas teóricos mais comuns e suas respectivas fórmulas (Conde 1994.).

2.5.2.3 - Krigagem ordinária

A krigagem é uma técnica geoestatística que permite estimar o valor desconhecido Z_v associado a uma determinada área ou volume, a partir de um conjunto de n dados ($Z(x_i), i=1, n$) disponíveis.

O estimador Z_v^* é obtido como média ponderada dos dados disponíveis:

$$Z_v^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (35)$$

onde, λ_i são os ponderadores a serem obtidos com a mínima variância de estimativa, sem que os estimadores sejam envezados.

Estes ponderadores representam os pesos de cada amostra utilizada na estimativa de Z_v^* .

Os ponderadores λ_i são obtidos pela resolução de um sistema de equações lineares, conforme a demonstração efetuada em Journel & Huijbregts (1978), ou sistema de krigagem:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta}) - \mu = \bar{C}(v_{\alpha}, V) \quad \text{para } \alpha=1, n \quad (36)$$

onde, $\bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta})$ é a covariância média para a distância de separação entre as amostras α e β ;
 $\bar{C}(v_{\alpha}, V)$ é a covariância média entre todas as amostras α e os pontos do bloco de volume V ;

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} = 1 \quad (37)$$

e a variância de krigagem é:

$$\sigma_E^2 = \bar{\gamma}(V, V) + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \bar{C}(v_{\alpha}, V) - \mu \quad (38)$$

onde, $\bar{\gamma}(V, V)$ é a variância média para todos os pares de pontos dentro do bloco de volume V ;

O significado dos termos das equações de krigagem pode ser melhor entendido na Figura 2.27 (Brooker 1979).

Figura 2.27 - Termos das equações de krigagem (Brooker 1979).

O sistema de krigagem (equações 30 e 31) pode ser escrito na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{C}(v_1, v_1) & \bar{C}(v_1, v_2) & \dots & \bar{C}(v_1, v_n) & 1 \\ \bar{C}(v_2, v_1) & \bar{C}(v_2, v_2) & \dots & \bar{C}(v_2, v_n) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{C}(v_n, v_1) & \bar{C}(v_n, v_2) & \dots & \bar{C}(v_n, v_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}(v_1, V) \\ \bar{C}(v_2, V) \\ \dots \\ \bar{C}(v_n, V) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

2.6 - Os Métodos de Cálculo de Reservas a Partir de Modelos Digitais de Superfícies - MDS

Neste grupo de métodos encontram-se aqueles que permitem determinar o volume entre duas superfícies, geralmente topo e base de camada. Para que isso seja possível, as duas superfícies precisam ser passíveis de ajuste de funções matemáticas de interpolação.

Estes métodos são baseados em operações matemáticas sobre malhas regulares, interpoladas a partir dos pontos de amostragem.

Se os valores interpolados referirem-se a dados de elevações então a malha regular é a representação de um modelo digital de terreno (MDT). Por outro lado, se forem outras as informações de cota, por exemplo, a cota da base do capeamento, então a malha regular seria a representação de um modelo digital da base do capeamento. Assim, resolveu-se denominar tais malhas regulares, genericamente, de modelos digitais de superfícies - MDS.

Obviamente estes métodos fazem uso intensivo de computadores, porém não foi possível agrupá-los dentro da classe de métodos computacionais, pois diferem do sentido dado por Yamamoto & Bettencourt (1992). É preciso ressaltar que estes métodos trabalham exclusivamente com as informações de cota dos pontos de amostragem. Por outro lado, também não foi possível agrupá-los dentro dos métodos convencionais - método das isolinhas-, pois embora os procedimentos matemáticos sejam equivalentes na prática, diferem no que diz respeito ao conceito de modelo digital de superfície, que não era adotada à época do desenvolvimento do método das isolinhas.

Os métodos de cálculo de volumes, a partir de MDS, diferem basicamente na função matemática utilizada para o ajuste de superfícies. Nesse sentido, foi considerado neste trabalho duas classes de funções, dentro de um universo de mais de 30 métodos desta natureza, conforme a revisão feita por Franke (1982):

- ♦ Inverso da potência da distância;
- ♦ triangulação.

Estas funções são utilizadas para interpolar os pontos sobre os nós da malha regular a partir dos pontos de amostragem.

A interpolação pelo inverso da potência da distância segue a mesma metodologia descrita no item 2.5 - Métodos Computacionais, substituindo-se a variável teor pela cota.

A Figura 2.28, ilustra o procedimento de cálculo do nó da malha regular pelo inverso da potência da distância.

Figura 2.28 - Pontos de dados e a malha regular superposta (A), o processo de interpolação (B) e a representação do valor interpolado na malha regular (C).

A interpolação usando a triangulação de Delaunay é feita em triângulos, cujos vértices fornecem as informações de cota, que são utilizadas na interpolação do nó da malha regular. Portanto, dado o nó da malha regular dentro do domínio de um triângulo, a interpolação pode se dar pelo ajuste de um plano (Watson & Phillip 1984) ou pelo ajuste de um polinômio de grau 5 (Akima 1974).

Foi escolhido o ajuste de um plano (polinômio de grau 1) para a interpolação, pois ele representa, na prática, a interpolação manual e gráfica realizada pelo geólogo para desenho de mapas de curvas de nível, além de ser muito mais simples.

A Figura 2.29 representa o procedimento de cálculo do nó da malha regular pela triangulação.

Figura 2.29 - Pontos de dados e a malha regular superposta (A), o processo de interpolação (B) e a representação do valor interpolado na malha regular (C).

Determinadas as malhas regulares de topo e base, pode-se calcular o volume compreendido entre as duas superfícies, como está ilustrado esquematicamente na Figura 2.30.

Figura 2.30 - Esquema de dois MDS's e o volume entre eles.

O procedimento matemático para o cálculo do volume entre duas superfícies está baseado na célula do MDS, definida por 4 nós contíguos. Tomando-se as cotas da célula do topo com as respectivas da célula da base, tem-se um prisma retangular, cujo volume pode ser determinado facilmente usando a fórmula do prisma de Popoff (1966), ou seja, a altura média multiplicada pela área da seção do prisma, como está ilustrada na Figura 2.31.

Figura 2.31 - Procedimento de cálculo de volumes a partir de modelos digitais de superfícies.

3 - O ERRO GEOMÉTRICO NA AVALIAÇÃO DE RESERVAS

No cálculo de reservas de um determinado depósito mineral, a partir de informações de furos de sondagens e de outros trabalhos de pesquisa mineral, há de se considerar, com relação à incerteza da estimativa de reservas, todas as variáveis da equação de reservas: volume, densidade aparente e teor.

A densidade aparente é uma variável não tão bem amostrada como as demais (teor e espessura), pois geralmente é utilizada como um valor médio válido para toda a jazida, embora isto nem sempre seja verdade, podendo haver variações de densidade conforme a litologia, grau de alteração, grau de fraturamento etc. Considerando esta variável parcialmente controlada, nos casos mais comuns, as demais variáveis, teor e espessura, serão as principais fontes de incerteza no cálculo de reservas.

O teor de um depósito, segundo Matheron (1962), não passa de uma variável aleatória, apesar de ser normalmente uma variável regionalizada. Para precisar a estimativa de minério deve-se levar em consideração não somente o número de amostras, mas também as suas formas, suas dimensões e suas respectivas posições, ou seja, toda a geometria dos trabalhos de pesquisa efetuados.

Desta forma, o problema de estimativa da tonelagem de minério é muito semelhante ao problema de estimativa do campo geométrico, pois há uma variação de teor dentro do campo geométrico do depósito.

A variável teor é estimada a partir das informações obtidas na amostragem do depósito mineral. Obviamente toda a informação de amostragem está sujeita a erros, denominado erros de amostragem, resultado da soma dos vários erros cometidos desde a coleta da amostra no campo, passando pelas fases de preparação até a sua determinação analítica. Controladas todas as fontes de erros, o erro associado à variabilidade natural do depósito é a principal fonte do erro de amostragem.

Portanto, se a amostragem foi planejada em função da dispersão natural do depósito, há de se supor que o erro de amostragem está controlado dentro de algum intervalo de variação. Como consequência da imprecisão da amostra e sobretudo, da variabilidade natural do depósito mineral, a estimativa do teor de um ponto ou bloco não amostrado no depósito, estará sujeita a um erro que, em parte, pode ser determinado pela variância de estimativa.

Na prática, o valor esperado da variância de estimativa, segundo Journel & Huijbregts (1978), é determinado como:

$$\sigma_E^2 = \bar{C}(V, V) - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \bar{C}(v_{\alpha}, V) + \mu \quad (40)$$

A variável espessura é estimada a partir daquelas obtidas nos testemunhos de sondagem. Observe-se que, ao contrário do que ocorre com o teor, a espessura é menos sujeita a imprecisão, uma vez que depende tão somente da medida da zona mineralizada, revelada pelo testemunho de sondagem. Deve-se ressaltar a recuperação do testemunho de sondagem na zona mineralizada, como principal fonte de imprecisão na espessura.

A recuperação do testemunho de sondagem depende de: fatores geológicos, influência da litologia e estruturas na recuperação dos testemunhos; da utilização adequada de equipamentos, e do fator humano, cujo emprego de pessoas não qualificadas pode comprometer a recuperação.

O erro volumétrico, associado ao cálculo de reservas, tem sua origem na interpretação dos limites de mineralização, na localização das amostras no espaço (e.g. deslocamento do testemunho na zona mineralizada) e no erro da medida de espessura do testemunho de sondagem. Supondo não haver problemas na localização das amostras e nas medidas de espessuras das zonas mineralizadas, a variação responsável pelo erro volumétrico é dada pela interpretação dos limites do corpo de minério. A esse erro volumétrico, dado pela diferença entre o limite interpretado e o limite real do corpo de minério, denomina-se erro geométrico.

3.1 - O Erro Geométrico

O erro geométrico consiste na diferença entre o volume determinado nos limites exatos da mineralização (V) e o volume calculado nos limites utilizados na avaliação de reservas (V^*), a partir da interpretação geológica das informações disponíveis para se definir a geometria do corpo de minério.

O erro geométrico ($V-V^*$) acompanha os resultados da avaliação de reservas seja pelos métodos convencionais ou computacionais.

Nos métodos convencionais este erro foi denominado por Matheron (1962), como erro de efeito de borda ou de terminação. Este erro, segundo aquele autor, ocorre no cálculo do volume como produto de uma superfície pela altura média ou a

área média de uma seção pela distância. O erro reside justamente no uso desses valores médios.

Desta forma, o efeito de borda e o valor médio da variável regionalizada dão ao problema geométrico duas particularidades: a indeterminação teórica deste problema e as aproximações quase sempre grosseiras (em muitos casos esse erro de geometria poderá ser omitido). O erro, dependendo do tipo de depósito, possuirá pouca representatividade e, portanto, sem importância. Todavia, se houver uma importância muito grande este será compensado através das reservas indicadas e inferidas do depósito, segundo a classificação de reservas adotada no país (DNPM 1987). Porém, ainda que seja indeterminado, sua existência nos depósitos é certa.

O erro de terminação é aquele cometido nas extremidades do depósito, como exemplo, tem-se o cálculo de reservas pelo método dos perfis, seja este padrão ou linear, em que as áreas das seções limites são utilizadas dentro da zona de influência para calcular uma reserva indicada. Como a zona de influência é a metade da distância entre as seções de amostragem, esta parte da reserva é calculada como:

$$V = S \frac{L}{2} \quad (41)$$

onde: S é a área da seção externa;

L é a distância entre as seções de amostragem.

Observe-se que isto equivale ao cálculo de uma cunha pelo método dos trapézios, onde uma área é nula:

$$V = \frac{S_1 + S_2}{2} L \quad (42)$$

onde: S1 é a área da seção externa;

S2 é a área da seção nula (imaginária);

L é a distância entre as seções de amostragem.

Como S2 é zero, esta equação reduz-se a:

$$V = S_1 \frac{L}{2} \quad (43)$$

A Figura 3.1, ilustra esquematicamente os volumes calculados nos limites do corpo de minério pelo método dos perfis.

Figura 3.1 - Cálculo dos volumes nos limites do corpo de minério por meio da equação 41 (A) e da equação 43 (B).

O erro geométrico, nesse caso, ocorre na incerteza que existe em estender a área da seção para toda a sua zona de influência.

Nos métodos computacionais, onde o depósito é subdividido em blocos de dimensões compatíveis com a amostragem, o volume é estimado como sendo a soma dos N blocos positivos de volume V_i :

$$V^* = \sum_{i=1}^n V_i \quad (44)$$

A Figura 3.2 ilustra, esquematicamente, o erro geométrico dado pela diferença entre o volume computado (V^*) e o volume esperado dentro do limite interpretado da mineralização (V^1).

Figura 3.2 - Diferença entre o limite interpretado do corpo de minério e o limite a ser computado (V^*).

Como o limite exato da mineralização não é conhecido, o erro geométrico final será a diferença entre o volume computado (V^*) e o volume verdadeiro (V). Supondo que o limite da mineralização tenha sido definido após a lavra, o erro geométrico final poderá ser definido, como está ilustrado na Figura 3.3:

Figura 3.3 - O erro geométrico final dado pela diferença entre o volume no limite exato da mineralização.

3.2 - A Ocorrência do Erro Geométrico

A área de interesse do depósito mineral é definida pelas informações dos furos de sondagem, onde o área de influência dos furos determina os limites da mineralização. Desta maneira, os limites do depósito mineral seriam melhor definidos se houvesse uma malha de pesquisa bastante densa, porém, anti-econômica.

Os métodos computacionais dividem o depósito mineral em blocos, na forma de paralelepípedos, para a avaliação das reservas. Assim, o erro geométrico não se restringe às dimensões da superfície se estendendo também em profundidade. Além do erro mostrado na Figura 3.2, um outro também ocorre num perfil do depósito, quando da separação dos blocos de minério dos demais sem interesse; na Figura 3.4, é mostrado um perfil onde a camada de minério, o estéril e o capeamento estão divididos em blocos de cubagem. Na Figura 3.5 é apresentado o mesmo perfil com a delimitação dos blocos para a avaliação, nota-se os problemas de separação dos blocos de minério e dos blocos de estéril.

Figura 3.4 - Perfil de uma camada de minério.

Figura 3.5 - Perfil da figura anterior com os problemas na separação de blocos de minério e de estéril.

3.3 - O Problema da Divisão em Blocos

Conforme exposto anteriormente, nota-se que o tamanho do bloco possui uma grande influência na ordem de grandeza do erro geométrico, pois, quanto menor for o tamanho dos blocos que subdividirá o depósito mineral, menor será o erro geométrico.

O problema do tamanho do bloco para a avaliação da superfície de uma figura foi estudado por Houlding (1992). O estudo mostra, em testes efetuados em três

exemplos de polígonos de formas diferentes (Figura 3.6), os efeitos dos erros de volume e de limites, em relação a divisão dos polígonos em retângulos de diferentes tamanhos.

Figura 3.6 - Figuras geométricas utilizadas por Houlding (1992) nos testes para avaliação dos erros de volume e de limites.

O erro de volume avaliado por Houlding (1992), nas diferentes figuras, é o mesmo que fora denominado anteriormente como erro geométrico.

Os erros de limites são definidos como sendo a média das áreas incluídas pelas áreas excluídas.

A aproximação da área dos polígonos, com a divisão em retângulos, foi realizada através da soma dos retângulos incluídos no polígono, aqueles cujo centro geométrico estivessem dentro dos limites da poligonal, caso contrário, não eram considerados na aproximação dos limites (Figura 3.7) e no cálculo da área a ser estimada.

Os testes utilizaram uma função denominada "fator de complexidade", onde esta função definiu o tamanho do retângulo R por $F(R)$, onde $F(R)$ é definida por $F(R) = R \cdot P / 4A$, sendo que R é o tamanho do retângulo; P é o perímetro do polígono e A a sua área.

Os resultados dos erros de volume e de limites envolvidos nos testes são apresentados na Tabela 3.1 e, graficamente, na Figura 3.8. Houlding (1992) enfatiza que estes valores somente ilustram o potencial dos erros significativos. Mas estes resultados apresentam uma relação muito grande entre o tamanho dos retângulos com a magnitude dos erros.

Figura 3.7 - Aproximação dos limites de um polígono através da discretização por retângulos (Houlding 1992).

Tabela 3.1 - Resumo dos resultados dos testes de Houlding (1992).

Testes de aproximação dos limites		
Função do tamanho do retângulo	Erro volumétrico (%)	Erro de limites (%)
Exemplo 1		
0.53	4	19
0.27	4	13
0.13	2	7
0.06	1	3
0.04	1	2
0.03	<1	1
Exemplo 2		
0.78	43	32
0.39	29	16
0.20	11	8
0.08	1	3
0.04	1	1
0.02	<1	<1
Exemplo 3		
0.33	não avaliado	não avaliado
0.17		
0.08		
0.04		
0.02		
0.01		

Estes testes, realizados por Houlding (1992), comprovam que quanto menor forem os tamanhos dos blocos para a subdivisão, menores serão os erros de volume.

Para a avaliar de um depósito mineral pelo menor erro de volume, seria melhor realizar a divisão do depósito em blocos de tamanhos pequenos, porém, isso não é

possível, pois há um limite do tamanho mínimo do bloco, que é função da malha de amostragem.

Figura 3.8 - Variação dos erros de volume e de limites em função de $F(r)$ (modificado de Houlding 1992).

Deste modo, o tamanho do bloco, utilizado para a subdivisão do depósito é definido pelo número de informações de furos de sondagem vizinhas que integrarão a interpolação das características desse bloco. Conde & Yamamoto (1994) definem o tamanho ideal do bloco, cujas informações de furos vizinhos estejam dentro de uma distância máxima definida como sendo duas a três vezes a dimensão do bloco e, ainda, que a distância máxima deve ser ainda menor que a amplitude.

A Figura 3.9 ilustra como a diminuição do tamanho dos blocos limita a quantidade de informações vizinhas, impossibilitando o cálculo do teor médio do bloco.

Figura 3.9 - As limitações dos tamanhos de blocos para um mesmo conjunto de amostras, usando uma distância máxima igual a duas vezes o lado do bloco: 8 pontos para o bloco de lado L (A), com 3 pontos para o bloco de lado $L/2$ (B) e sem nenhum ponto para o bloco de lado $L/3$ (C).

Como não se pode dividir o depósito em blocos de tamanhos pequenos para melhor avaliar o volume, o erro geométrico sempre existirá. Conforme o tipo de mineralização, o erro geométrico poderá ter uma influência maior ou menor no cálculo de reservas.

O erro geométrico fornece uma noção da variação do volume do depósito mineral, pois como não ocorre uma acumulação dos volumes incluídos ou excluídos indevidamente, ocorrendo, no entanto, uma compensação destes o que jamais anulará o erro geométrico.

3.4 - O Erro Geométrico Associado à Subdivisão do Depósito em Blocos

As reservas determinadas pelos métodos computacionais são obtidas pela somatória dos blocos de cubagem que estão no domínio da amostragem realizada. Sempre haverá uma diferença entre o volume calculado dentro do limite interpretado da mineralização e o volume obtido pela soma dos blocos de cubagem. Se essa diferença não é exatamente o erro geométrico procurado, pode, ao menos, em termos de ordem de grandeza estimar o desvio cometido pela aproximação por blocos de cubagem.

Os métodos convencionais trabalham as informações de amostragem dentro dos limites da mineralização, enquanto que os métodos computacionais podem distorcer o limite da mineralização pela aproximação por um polígono com arestas verticais e horizontais.

A distorção do limite de mineralização provocada pela aproximação por blocos pode ser observada na Figura 3.10.

Figura 3.10 - O limite interpretado do depósito mineral (A) e o aproximado pelas arestas dos blocos internos (B).

Nas próximas etapas pretende-se determinar a precisão dos métodos de avaliação de reservas no cálculo de volumes e, com isso, calcular o volume de minério residual de apatita - Complexo Alcalino de Anitápolis, SC - e estimar o erro geométrico associado.

4 - AFERIÇÃO DOS VOLUMES CALCULADOS PELOS MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE RESERVAS

A fim de aferir os volumes calculados pelos diversos métodos de avaliação de reservas, foi realizado um estudo da aplicação desses métodos no cálculo de volumes de figuras geométricas conhecidas. Para esse objetivo foram aplicados os seguintes métodos:

- convencionais: perfis padrão;
perfis lineares;
- computacionais: volume dos blocos de cubagem;
- cálculo de volumes a partir de MDS: inverso da potência da distância;
triangulação.

4.1 - Figuras Utilizadas para Aferição dos Volumes

Para realizar os testes de aferição dos volumes calculados pelos métodos de avaliação de reservas, foram utilizadas figuras geométricas conhecidas com volumes matematicamente definidos, como por exemplo: um cone reto; um tronco de cone reto; um tronco de pirâmide de base quadrada reta e uma figura que foi denominada de pilha. Todas estas figuras geométricas se encontram ilustradas na Figura 4.1.

Figura 4.1 - Figuras utilizadas nos testes de aferição de volume.

O cone reto possui uma base circular com raio e altura iguais a 100 m, resultando num volume de $1,047 \times 10^6 \text{ m}^3$. O tronco de cone reto possui a base maior com raio igual a 100 m, base menor com raio igual a 50 m e altura igual a 100 m; o

volume é de $1,833 \times 10^6 \text{ m}^3$. O tronco de pirâmide reta tem as duas bases quadradas, onde a base maior possui o lado igual a 200 m e o lado da base menor igual a 100 m, mesmo valor da altura; o volume desta figura é de $2,333 \times 10^6 \text{ m}^3$. A figura geométrica denominada pilha, possui a base retangular com lados iguais a 200 e 100 m e uma crista de 100 m paralela ao maior lado e centralizada no retângulo; a altura desta crista está a 100 m da base e o volume é de $833,333 \times 10^3 \text{ m}^3$.

4.2 - Aferição dos Volumes pelos Métodos dos Perfis

Para aferição dos volumes através dos métodos dos perfis, as figuras foram divididas em vários perfis verticais paralelos, desde 3 até 21 perfis, igualmente espaçados entre si 100 a 10 m, respectivamente. Os perfis no cone e no tronco de cone foram gerados paralelamente às suas diagonais das bases, enquanto que no tronco de pirâmide foram paralelos ao seu lado da base e na pilha, paralelos ao menor lado da base. Os resultados dos volumes obtidos podem ser observados nas Tabelas 4.1 a 4.8.

Tabela 4.1 - Resultados dos volumes do cone pelo método dos perfis padrão.

CONE - PERFIS PADRÃO		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	0,667	63,67
5	0,930	88,88
6	0,960	91,70
9	1,009	96,35
11	1,020	97,41
21	1,032	98,55

Tabela 4.2 - Resultados dos volumes do cone pelo método dos perfis lineares.

CONE - PERFIS LINEARES		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	1,000	81,82
5	1,031	98,89
6	1,026	97,09
9	1,036	99,09
11	1,037	98,97
21	1,036	98,95

Tabela 4.3 - Resultados dos volumes do tronco de cone pelo método dos perfis padrão.

TRONCO DE CONE - PERFIS PADRÃO		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	1,000	54,55
5	1,630	88,89
6	1,662	90,64
9	1,768	96,41
11	1,777	96,94
21	1,805	98,44

Tabela 4.4 - Resultados dos volumes do tronco de cone pelo método dos perfis lineares.

TRONCO DE CONE - PERFIS LINEARES		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	1,500	64,29
5	1,831	96,43
6	1,780	95,28
9	1,817	99,14
11	1,809	98,48
21	1,813	99,80

Tabela 4.5 - Resultados dos volumes do tronco de pirâmide pelo método dos perfis padrão.

TRONCO DE PIRÂMIDE - PERFIS PADRÃO		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	1,000	42,86
5	2,000	85,71
6	2,051	87,92
9	2,233	95,71
11	2,244	96,18
21	2,312	99,11

Tabela 4.6 - Resultados dos volumes do tronco de pirâmide pelo método dos perfis lineares.

TRONCO DE PIRÂMIDE - PERFIS LINEARES		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	1,500	60,02
5	2,250	90,04
6	2,223	94,13
9	2,313	97,64
11	2,298	97,46
21	2,329	99,67

Tabela 4.7 - Resultados dos volumes da pilha pelo método dos perfis padrão.

PILHA - PERFIS PADRÃO		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	0,334	40,02
5	0,667	80,03
6	0,720	86,44
9	0,782	93,74
11	0,798	95,76
21	0,824	98,84

Tabela 4.8 - Resultados dos volumes da pilha pelo método dos perfis lineares.

PILHA - PERFIS LINEARES		
no. de perfis	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
3	0,500	60,02
5	0,750	90,04
6	0,784	94,12
9	0,814	97,70
11	0,821	98,46
21	0,831	99,67

Conforme era de se esperar, com o aumento do número de perfis nas figuras geométricas, os volumes obtidos foram se aproximando dos volumes reais das figuras utilizadas.

Nove perfis foram considerados como de boa representatividade para o cálculo dos volumes das figuras, porque a diferença em relação ao volume real ficou geralmente abaixo dos 5%, tanto no método do perfil padrão como para o linear.

Analisando os resultados obtidos pelos dois métodos, observa-se que: o método dos perfis lineares sempre apresenta, para o mesmo número de perfis, volumes maiores que o método dos perfis padrão. Este fato está relacionado a fórmula de cálculo dos volumes. O método dos perfis lineares, que apresenta os mesmos resultados calculados pela fórmula da área média, baseia-se numa área que é estendida a área de influência de cada perfil, dividindo a figura ou um corpo mineral em blocos de formas prismáticas. A base deste prisma é representada pela área do perfil. O método dos perfis padrão, com a fórmula do tronco (frustum), divide o corpo de minério em blocos com formatos de pirâmides truncadas cuja base são definidas pelas áreas dos perfis adjacentes.

Isto significa que para corpos com formatos regulares, onde as áreas dos perfis são praticamente equivalentes, não haverá diferença nos resultados dos volumes obtidos pelos dois métodos. Quando o corpo tiver um formato bastante irregular a fórmula do tronco (perfis padrão) fornecerá valores mais realistas, sem incorrer numa superestimativa ou em uma subestimativa dos volumes.

Em corpos onde há uma regularidade da espessura ou da largura (forma de cunhas truncadas), a utilização da fórmula do tronco irá resultar em valores menores do que os reais e, neste caso, a utilização da fórmula da área média fornecerá um valor de volume mais próximo do real.

Apesar de resultarem em valores de volumes iguais, a fórmula da área média é considerada superior à fórmula dos perfis lineares, pois a primeira irá representar melhor a configuração do corpo de minério.

Portanto, a interpretação da configuração do formato do corpo de minério é muito importante para a aplicação dos métodos dos perfis, pois irá definir qual será o melhor método de cálculo ou a melhor fórmula a ser utilizada.

Os resultados apresentados nas tabelas foram plotados em gráficos, onde podem ser observados os resultados destes dois métodos comparados ao volume teórico. Os gráficos estão nas Figuras 4.2 a 4.5.

Figura 4.2 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para o cone.

Figura 4.3 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para o tronco de cone.

Figura 4.4 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para o tronco de pirâmide.

Figura 4.5 - Gráfico comparativo dos métodos dos perfis para a pilha.

4.3 - Aferição dos Volumes dos Blocos de Cubagem - Métodos Computacionais

Para simular os volumes calculados pela aplicação dos métodos computacionais, todas as figuras geométricas foram divididas em blocos de tamanhos variados. Os blocos tiveram suas dimensões definidas a partir da divisão das dimensões originais das figuras, por 2 até 10.

Estes testes também contaram com blocos de alturas menores, para a mesma base dos blocos de testes anteriores. A altura foi reduzida para a metade da altura utilizada anteriormente.

Para o cálculo dos volumes, foram computados somente os blocos cujos baricentros estavam contidos na figura em questão. Nas tabelas a seguir são apresentados todos os resultados da divisão das figuras por blocos.

Tabela 4.9 - Resultados da divisão do cone em blocos.

dimensões do bloco		total de blocos	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
lado	altura			
100,000	50,000	4	2,000	191,02
66,666	33,333	7	1,037	99,04
50,000	25,000	20	1,250	119,39
40,000	20,000	37	1,184	113,09
33,333	16,667	60	1,111	106,11
28,571	14,286	95	1,108	105,83
25,000	12,500	124	0,969	92,26
22,222	11,111	201	1,103	105,35
20,000	10,000	256	1,024	97,80
100,000	25,000	4	1,000	95,51
66,667	16,667	14	1,037	99,05
50,000	12,500	20	1,125	107,45
40,000	10,000	66	1,056	100,86
33,333	8,889	116	1,074	102,58
28,571	7,143	178	1,038	99,14
25,000	12,500	276	1,078	102,96
22,222	5,555	370	1,015	96,94
20,000	5,000	532	1,064	101,62

Tabela 4.10 - Resultados da divisão do tronco de cone em blocos.

dimensões do bloco		total de blocos	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
lado	altura			
100,000	50,000	4	2,000	109,11
66,666	33,333	11	1,630	88,93
50,000	25,000	32	2,000	109,11
40,000	20,000	57	1,824	99,51
33,333	16,667	104	1,926	105,74
28,571	14,286	155	1,808	98,64
25,000	12,500	240	1,875	102,29
22,222	11,111	325	1,783	97,27
20,000	10,000	464	1,856	101,26
100,000	25,000	4	2,000	109,11
66,667	16,667	26	1,926	105,07
50,000	12,500	56	1,750	95,47
40,000	10,000	118	1,888	103,00
33,333	8,889	196	1,815	99,01
28,571	7,143	312	1,819	99,25
25,000	12,500	460	1,797	98,02
22,222	5,555	670	1,838	100,30
20,000	5,000	896	1,792	97,76

Tabela 4.11 - Resultados da divisão do tronco de pirâmide em blocos.

dimensões do bloco		total de blocos	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
lado	altura			
100,000	50,000	8	4,000	171,45
66,666	33,333	19	2,500	120,66
50,000	25,000	40	2,464	107,16
40,000	20,000	77	2,519	105,62
33,333	16,667	136	414	107,97
28,571	14,286	207	2	103,47
25,000	12,500	304	2,375	101,80
22,222	11,111	433	2,376	101,84
20,000	10,000	600	2,400	102,87
100,000	25,000	16	4,000	171,45
66,667	16,667	46	3,407	146,06
50,000	12,500	68	2,125	91,08
40,000	10,000	154	2,464	105,62
33,333	8,889	272	2,518	107,95
28,571	7,143	390	2,274	97,48
25,000	12,500	608	2,375	101,79
22,222	5,555	866	2,376	101,86
20,000	5,000	1200	2,400	102,87

Tabela 4.12 - Resultados da divisão da pilha em blocos.

dimensões do bloco		total de blocos	volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
lado-L	lado-l e altura			
100,000	50,000	4	1,000	120,00
66,666	33,333	14	1,037	124,44
50,000	25,000	32	1,000	120,00
40,000	20,000	55	0,880	105,60
33,333	16,667	92	0,852	122,24
28,571	14,286	141	0,822	98,64
25,000	12,500	216	0,844	101,25
22,222	11,111	309	0,848	101,73
20,000	10,000	420	0,840	100,80
100,000	25,000	8	1,000	95,51
66,667	16,667	28	1,037	99,05
50,000	12,500	56	0,875	105,00
40,000	10,000	116	0,928	111,36
33,333	8,889	192	0,889	106,66
28,571	7,143	294	0,857	102,86
25,000	12,500	432	0,844	101,25
22,222	5,555	618	0,848	101,73
20,000	5,000	824	0,824	98,88

Os resultados são apresentados graficamente nas Figuras 4.6 a 4.9.

Figura 4.6 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem do cone em relação ao volume real.

Figura 4.7 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem do tronco de cone em relação ao volume real.

Figura 4.8 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem do tronco de pirâmide em relação ao volume real.

Figura 4.9 - Variação dos volumes dos blocos de cubagem da pilha em relação ao volume real.

Como era de se esperar, verifica-se que com a diminuição das dimensões dos blocos de cubagem há uma melhor aproximação para o volume real. As oscilações em torno da reta do volume teórico ocorrem devido às compensações de áreas incluídas e excluídas, que são geralmente superior ao volume teórico quando há um excesso de volumes incluídos e menor, quando ocorre um excesso de volumes excluídos.

Este problema ocorre, pois o bloco deve ter o seu baricentro no domínio da figura para ser considerado pelos métodos computacionais. Muitas vezes um bloco pode ter seu baricentro dentro do domínio, mas 40% de seu volume estar fora e vice-versa.

Mesmo que haja diminuição das dimensões dos blocos de cubagem, dificilmente a geometria do corpo de minério será reproduzida fielmente. Neste caso, as dimensões estarão limitadas às informações de amostragem.

Os efeitos de compensação ou a geometria aproximada pelos blocos de cubagem, para as figuras estudadas, encontram-se nas Figuras 4.10 a 4.13.

Figura 4.10 - Cone dividido por blocos e a vista de dois cortes, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.

Figura 4.11 - Tronco de cone dividido por blocos e a vista de dois cortes no tronco de cone, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.

Figura 4.12 - Tronco de pirâmide dividido por blocos e a vista de dois cortes, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.

Figura 4.13 - Pilha dividida em blocos e a vista de dois cortes, um vertical e outro horizontal, mostrando os efeitos de compensação ocorrentes no cálculo de volume.

4.4 - Aferição dos Volumes Calculados a Partir dos Modelos Digitais de Superfícies - MDS's

Como foi revisto anteriormente, Item 2.6, é possível o calcular volumes a partir de MDS's. No caso em estudo, foi calculado somente o MDS do topo enquanto o equivalente da base foi representado por um plano horizontal de cota conhecida.

Isto equivale calcular o volume do MDS em relação a um plano datum. As operações matemáticas para o cálculo do volume são exatamente as mesmas referidas no Item 2.6 - Os Métodos de Cálculo de Reservas a Partir de Modelos Digitais de Superfícies.

Para a aferição dos volumes calculados a partir de MDS's, foram utilizadas três distribuições de pontos de dados:

- ♦ sistemática;
- ♦ orientada;
- ♦ aleatória.

que simulam possíveis malhas de amostragem.

As distribuições desses pontos de dados encontram-se nas figuras 4.14 a 4.16, respectivamente para o arranjo sistemático, orientado e aleatório.

Figura 4.14 - Mapas de localização dos conjuntos de pontos de dados, segundo o arranjo sistemático.

Figura 4.15 - Mapas de localização dos conjuntos de pontos de dados, segundo o arranjo orientado.

Figura 4.16 - Mapas de localização dos conjuntos de pontos de dados, segundo o arranjo aleatório.

Para cada conjunto de pontos de dados, os valores das cotas nos pontos de amostragem foram determinados matematicamente, de acordo com a figura geométrica.

Assim, a partir desses conjuntos de dados foram calculados os modelos digitais de superfícies usando os seguintes métodos de interpolação:

- ♦ inverso da potência da distância;
- ♦ triangulação.

4.4.1 - MDS - Inverso da potência da distância

Os parâmetros utilizados para a interpolação pelo inverso da potência da distância estão sintetizados na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Parâmetros do inverso da potência da distância para a interpolação do MDS.

arranjo	número de pontos por quadrante	distância máxima	potências
sistemático/aleatório	2	30 e 60 m	1, 2 e 10
orientado	2	150	1, 2, 5 e 10

Os resultados dos volumes obtidos pelo IPD para as figuras geométricas estudadas encontram-se nas Tabelas 4.14 a 4.25, e suas representações gráficas nas Figuras 4.17 a 4.28.

Tabela 4.14 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o cone, para o arranjo sistemático.

CONE - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	1,043	99,62	1,031	98,47
2	1,039	99,24	1,040	99,33
3	1,046	99,90	1,046	99,90
4	1,046	99,90	1,046	99,90
5	1,046	99,90	1,046	99,90
6	1,046	99,90	1,046	99,90
7	1,046	99,90	1,045	99,81
8	1,045	99,81	1,045	99,81
9	1,045	99,81	1,045	99,81
10	1,045	99,81	1,045	99,81

Figura 4.17 - MDS do cone para arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.15 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o cone, para o arranjo aleatório.

CONE - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	0,925	88,35	1,036	98,95
2	0,927	88,54	1,037	99,04
3	0,929	88,73	1,038	99,14
4	0,930	88,83	1,039	99,24
5	0,931	88,92	1,039	99,24
6	0,931	88,92	1,039	99,24
7	0,931	88,92	1,039	99,24
8	0,931	88,92	1,038	99,14
9	0,931	88,92	1,038	99,14
10	0,931	88,92	1,038	99,14

Figura 4.18 - MDS do cone para arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.16 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o cone, com arranjo orientado.

CONE - IPD		
Potência	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	0,301	28,75
2	0,435	41,55
3	0,549	52,44
4	0,626	59,79
5	0,679	64,85
6	0,716	68,39
7	0,743	70,96
8	0,763	72,87
9	0,778	74,31
10	0,790	75,45

Figura 4.19 - MDS do cone para o arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150 m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.17 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de cone com arranjo sistemático.

TRONCO DE CONE - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	1,824	99,51	1,802	98,31
2	1,828	99,73	1,818	99,18
3	1,833	100,00	1,827	99,67
4	1,833	100,00	1,831	99,89
5	1,833	100,00	1,832	99,95
6	1,833	100,00	1,833	100,00
7	1,833	100,00	1,833	100,00
8	1,833	100,00	1,833	100,00
9	1,833	100,00	1,833	100,00
10	1,833	100,00	1,833	100,00

Figura 4.20 - MDS do tronco de cone para arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30 m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.18 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de cone com arranjo aleatório.

TRONCO DE CONE - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	1,559	85,05	1,735	94,65
2	1,568	85,54	1,755	95,74
3	1,574	85,87	1,765	96,29
4	1,578	86,09	1,771	96,62
5	1,581	86,25	1,774	96,78
6	1,583	86,36	1,776	96,89
7	1,583	86,36	1,777	96,94
8	1,584	86,42	1,778	97,00
9	1,584	86,42	1,778	97,00
10	1,584	86,42	1,779	97,05

Figura 4.21 - MDS do tronco de cone para arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.19 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de cone com arranjo orientado.

TRONCO DE CONE - IPD		
Potência	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	1,805	98,47
2	1,844	100,60
3	1,854	101,15
4	1,866	101,80
5	1,873	102,18
6	1,877	102,40
7	1,880	102,40
8	1,881	102,62
9	1,882	102,67
10	1,882	102,67

Figura 4.22 - MDS do tronco de cone para arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150 m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.20 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de pirâmide com arranjo sistemático.

TRONCO DE PIRÂMIDE - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	2,298	98,50	2,250	96,44
2	2,305	98,80	2,284	97,90
3	2,308	98,93	2,300	98,58
4	2,307	98,89	2,304	98,76
5	2,304	98,76	2,303	98,71
6	2,301	98,63	2,300	98,58
7	2,298	98,50	2,298	98,50
8	2,296	98,41	2,296	98,41
9	2,294	98,33	2,294	98,32
10	2,293	98,29	2,293	98,29

Figura 4.23 - MDS do tronco de pirâmide para arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.21 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de pirâmide com arranjo aleatório.

TRONCO DE PIRÂMIDE - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	1,534	65,75	2,149	92,11
2	1,540	66,01	2,171	93,06
3	1,544	66,18	2,184	93,61
4	1,547	66,31	2,192	93,96
5	1,549	66,40	2,196	94,13
6	1,550	66,44	2,199	94,26
7	1,551	66,48	2,200	94,30
8	1,551	66,48	2,200	94,30
9	1,551	66,48	2,201	94,34
10	1,551	66,48	2,199	94,26

Figura 4.24 - MDS do tronco de pirâmide para arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.22 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para o tronco de pirâmide com arranjo orientado.

TRONCO DE PIRÂMIDE - IPD		
Potência	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	2,040	87,44
2	2,237	95,89
3	2,208	94,64
4	2,233	95,71
5	2,244	96,19
6	2,247	96,31
7	2,249	96,40
8	2,250	96,44
9	2,250	96,44
10	2,250	96,44

Figura 4.25 - MDS do tronco de pirâmide para arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150 m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.23 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para a pilha com arranjo sistemático.

PILHA - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	0,803	96,40	0,793	95,20
2	0,808	97,00	0,793	95,20
3	0,809	97,11	0,804	94,48
4	0,807	96,84	0,805	96,60
5	0,804	96,48	0,803	96,40
6	0,801	96,12	0,801	96,12
7	0,798	95,76	0,798	95,76
8	0,796	95,52	0,796	95,52
9	0,794	95,28	0,794	95,28
10	0,793	95,20	0,793	95,20

Figura 4.26 - MDS da pilha para arranjo sistemático de pontos, com interpolação por IPD, raio de 30 m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.24 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para a pilha com arranjo aleatório.

PILHA - IPD				
Potência	raio = 30m		raio = 60m	
	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	0,510	61,22	0,594	71,31
2	0,516	61,94	0,608	72,99
3	0,501	60,12	0,611	73,32
4	0,523	62,76	0,616	73,92
5	0,524	62,88	0,619	74,28
6	0,525	63,00	0,621	74,52
7	0,525	63,00	0,622	74,64
8	0,526	63,12	0,622	74,64
9	0,526	63,12	0,623	74,76
10	0,525	63,00	0,624	74,91

Figura 4.27 - MDS da pilha para arranjo aleatório de pontos, com interpolação por IPD, raio de 60 m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Tabela 4.25 - Resultados dos volumes obtidos por IPD para a pilha com arranjo orientado.

PILHA - IPD		
Potência	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
1	0,629	75,51
2	0,726	87,15
3	0,727	87,28
4	0,741	88,96
5	0,747	89,68
6	0,749	89,92
7	0,750	90,04
8	0,750	90,04
9	0,750	90,04
10	0,750	90,04

Figura 4.28 - MDS da pilha para arranjo orientado de pontos, com interpolação por IPD, raio de 150 m, com potências 1, 2 e 10 e os perfis associados.

Figura 4.29 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para o cone.

Figura 4.30 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para o tronco de cone.

Figura 4.31 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para o tronco de pirâmide.

Figura 4.32 - Representações gráficas dos volumes obtidos pelo IPD para a pilha.

A interpolação pelo inverso da potência da distância para o MDS depende fortemente da distribuição dos pontos de dados. A amostragem sistemática, em geral, proporcionou os melhores resultados, enquanto que a aleatória os piores. No caso da amostragem orientada, a qualidade dos resultados variou conforme o tipo de figura geométrica estudada. Assim, para os troncos de cone e de pirâmide os resultados foram bons, enquanto que para o cone e pilha os resultados foram ruins.

Este problema observado na amostragem orientada, pode ser explicado pela densidade de amostragem dos pontos críticos: 1 ponto para o cone e 3 pontos para a pilha (vide Figura 4.15).

Um outro problema verificado está relacionado a potência do IPD. Esperava-se para a potência igual a 1 um comportamento linear, semelhante ao descrito por Barnes (1980), desenhado na Figura 4.33 (Princípio da Variação Gradual).

Figura 4.33 - Efeito de potência da distância na interpolação de valores entre dois pontos adjacentes amostrados (Barnes 1980).

Se este princípio fosse seguido, a interpolação do cone a partir de uma amostragem orientada deveria reproduzir perfeitamente essa figura geométrica. Contudo, isto não foi verificado, conforme pode-se observar na Figura 4.19.

Na realidade, o comportamento é linear para a potência igual a 1, somente entre dois pontos adjacentes de amostragem. Como o cone foi interpolado sempre com mais de dois pontos, o resultado foi uma parábola (Figura 4.19) devido a contribuição de outros pontos. Tal comportamento já havia sido previsto por Watson & Phillip (1985), como está mostrado na Figura 4.34.

Figura 4.34 - Comparação de superfície interpolada de pontos de dados para três categorias de parâmetros de potência (Watson & Philip 1985).

Potências elevadas seguem o princípio dos pontos mais próximos, causando o inconveniente de produzirem áreas planas em torno dos pontos de dados, como no caso do cone a partir de amostragem orientada (Figura 4.19).

O perfil em escada, observado para o cone interpolado a partir dos arranjos sistemático e aleatório (Figuras 4.17 e 4.18), é devido à aproximação pelo princípio dos pontos mais próximos, sempre entre dois patamares, como está desenhado no gráfico de Barnes (1980).

Com relação à melhor potência para a interpolação do MDS a partir de arranjos sistemático e aleatório, observou-se que a potência igual a 2 proporcionou os melhores resultados, principalmente no que diz respeito à reprodução da geometria da figura. Por outro lado, os volumes foram melhor aproximados pelo uso da potência 10, na realidade isso se deve ao chamado efeito de compensação.

4.4.2 - MDS - triangulação

Os resultados de volumes obtidos pela triangulação para as figuras consideradas encontram-se nas Tabelas 4.26 a 4.28 e representadas nas Figuras 4.35 a 4.37.

Tabela 4.26 - Resultados dos volumes obtidos por triangulação para as figuras geométricas com a configuração sistemática de pontos.

TRIANGULAÇÃO		
Figura	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
Cone	1,047	100,00
Tronco de cone	1,833	100,00
Tronco de pirâmide	2,310	99,01
Pilha	0,810	97,24

Tabela 4.27 - Resultados dos volumes obtidos por triangulação para as figuras geométricas com distribuição aleatória de pontos.

TRIANGULAÇÃO		
Figura	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
Cone	1,021	97,52
Tronco de cone	1,723	94,00
Tronco de pirâmide	2,109	90,40
Pilha	0,583	69,99

Tabela 4.28 - Resultados dos volumes obtidos por triangulação para as figuras geométricas com pontos orientados.

TRIANGULAÇÃO		
Figura	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
Cone	1,034	98,76
Tronco de cone	1,810	98,75
Tronco de pirâmide	2,332	99,96
Pilha	0,832	99,90

Figura 4.35 - Gráfico comparativo dos resultados dos volumes obtidos por triangulação para a amostragem sistemática.

Figura 4.36 - Gráfico comparativo dos resultados dos volumes obtidos por triangulação para a amostragem aleatória.

Figura 4.37 - Gráfico comparativo dos resultados dos volumes obtidos por triangulação para a amostragem orientada.

As figuras interpoladas pela triangulação apresentaram valores de volumes bem próximo aos reais. As ilustrações, Figuras 4.38 a 4.41, mostram que este método de interpolação é bem superior ao IPD, principalmente com relação à interpolação de superfícies topográficas, pois reproduziu com muita precisão as superfícies geométricas. As superfícies geradas com as configurações sistemática e orientada foram muito semelhantes, já aquelas superfícies obtidas para os pontos aleatórios foram prejudicadas devido ao tipo de distribuição dos pontos.

Figura 4.38 - MDS do cone interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior), e os perfis associados.

Figura 4.39 - MDS do tronco de cone interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior), e os perfis associados.

Figura 4.40 - MDS do tronco de pirâmide interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior), e o perfis associados.

Figura 4.41 - MDS da pilha interpolado por triangulação, para os arranjos sistemático e orientado (superior) e aleatório (inferior), e o perfis associados.

Novamente a amostragem aleatória foi a que produziu os piores resultados quanto a aproximação de volumes, notadamente para o caso da pilha para a qual se obteve um volume igual a 70% do volume real. Os resultados para as amostragens sistemática e orientada foram excelentes com erros menores que 3%.

Mesmo que o método de triangulação seja superior ao do IPD, tanto na reprodução da forma da figura como no cálculo de volume, ele também possui uma forte dependência do tipo de amostragem utilizada e da forma da figura. No caso da pilha pode-se observar como a deficiência de amostragem sobre a crista influi negativamente nos resultados obtidos.

4.5 - Análise Geral dos Resultados

De posse de todos os resultados dos volumes obtidos pelos diferentes métodos, analisa-se os valores de volumes que mais se aproximaram dos reais (Tabelas 4.18 a 4.21). Para isso, foram escolhidos os parâmetros e tipos de amostragens que proporcionaram estes valores, conforme a Tabela 4.29.

Tabela 4.29 - Os métodos utilizados e os melhores parâmetros obtidos.

Método	Parâmetros Ótimos
Perfis	no de perfis = 9
Blocos computacionais	lado = dimensão/7 altura = lado/2
MDS - triangulação	amostragem orientada
MDS - inv. pot. distância	potência = 2 raio = 30

Tabela 4.30 - Resultados comparativos do cone dos diversos métodos.

RESULTADOS DOS VOLUMES PARA O CONE		
Método	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
Perfis padrão	1,009	96,35
Perfis lineares	1,036	99,09
Blocos	1,038	99,14
Triangulação	1,034	98,76
IPD	1,039	99,24

Tabela 4.31 - Resultados comparativos do tronco de cone dos diversos métodos.

RESULTADOS DOS VOLUMES PARA O TRONCO DE CONE		
Método	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
Perfis padrão	1,768	96,41
Perfis lineares	1,817	99,14
Blocos	1,819	99,25
Triangulação	1,810	98,75
IPD	1,828	99,73

Tabela 4.32 - Resultados comparativos do tronco de pirâmide dos diversos métodos.

RESULTADOS DOS VOLUMES PARA O TRONCO DE PIRÂMIDE		
Método	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
Perfis padrão	2,233	95,71
Perfis lineares	2,313	97,64
Blocos	2,274	97,48
Triangulação	2,332	99,96
IPD	2,305	98,80

Tabela 4.33 - Resultados comparativos da pilha dos diversos métodos.

RESULTADOS DOS VOLUMES PARA A PILHA		
Método	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	% do volume real
Perfis padrão	0,782	93,78
Perfis lineares	0,814	97,64
Blocos	0,857	102,86
Triangulação	0,832	99,90
IPD	0,808	97,00

Estes resultados foram plotados em gráficos (Figuras 4.41 a 4.44), onde pode ser observados que os valores obtidos apresentam-se próximos aos reais, com exceção dos valores do IPD.

Figura 4.42 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para o cone.

Figura 4.43 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para o tronco de cone.

Figura 4.44 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para o tronco de pirâmide.

Figura 4.45 - Gráfico comparativo dos resultados dos diversos métodos de cálculo para a pilha.

Da análise dos valores dos volumes obtidos por diversas formas de cálculo empregado na avaliação de reservas, pode-se observar que os volumes resultantes possuem valores bem próximos aos reais, se forem definidos corretamente todos os parâmetros como, por exemplo número de perfis, tamanho dos blocos, distribuição de informações etc.

Os métodos que apresentaram os melhores resultados para os cálculos de volumes foram os métodos dos perfis, especialmente pela fórmula do tronco, e o método de interpolação por triangulação. Estes dois métodos, além de estimarem melhor os volumes das figuras, reproduziram mais fielmente as formas geométricas das mesmas.

Enquanto que os demais métodos, apesar de fornecerem resultados próximos aos volumes reais, não reproduzem as formas geométricas das figuras utilizadas. Os volumes obtidos sofreram um efeito de compensação, onde partes foram incluídas sem pertencerem às figuras e outras excluídas.

5 - AVALIAÇÃO DO ERRO GEOMÉTRICO NO CÁLCULO DE RESERVAS DO MINÉRIO RESIDUAL NA JAZIDA DE FOSFATO DO COMPLEXO ALCALINO DE ANITÁPOLIS

Com base nos resultados obtidos anteriormente, os métodos de cálculo de reservas serão aplicados aos dados de minério residual com o objetivo de avaliar o possível erro geométrico cometido. Para isso foram consideradas as informações obtidas da pesquisa mineral realizada no Complexo Alcalino de Anitápolis, pelas Indústrias Luchsinger Madörin S.A. (ILM).

5.1 - Localização e Vias de Acesso

O Complexo Alcalino de Anitápolis situa-se na localidade denominada Pinheiros Altos, município de Anitápolis, Estado de Santa Catarina.

O acesso é feito, a partir de Florianópolis, pela rodovia BR-101 até Santo Amaro da Imperatriz, de onde segue-se pelas rodovias BR-282 e SC-407 até Anitápolis, para seguir agora por vias municipais até Rio Pinheiros Altos (Figura 5.1). A área dista cerca de 93 km de Florianópolis.

Figura 5.1 - Mapa de localização da região do Complexo Alcalino de Anitápolis.

5.2 - Aspectos da Geologia do Complexo Alcalino de Anitápolis

O depósito de apatita do Complexo Alcalino de Anitápolis é constituído por um conjunto de rochas intrusivas de composição alcalina em granitos do embasamento cristalino pré-cambriano no Estado de Santa Catarina.

Este Complexo Alcalino ocupa uma área aproximada de 6 km², e foi reconhecido desde o começo do século. A falta de afloramentos geravam

interpretações equivocadas (Vergara 1980) e os poucos estudos geológicos eram apenas para fins acadêmicos. Somente a partir de 1976, iniciaram-se trabalhos sistemáticos de pesquisa para a avaliação do potencial econômico do jazimento. A Figura 5.2 mostra o mapa geológico da área do Complexo Alcalino de Anitápolis.

Figura 5.2 - Mapa geológico do Complexo Alcalino de Anitápolis (Rodrigues 1985, adaptado de Vergara 1980).

A intrusão alcalina é ladeada por rochas granitóides do Escudo Catarinense. Apresenta uma forma subcircular bastante evidente devido ao forte intemperismo o que provocou uma depressão espetacular,.

Todo o conhecimento geológico do Complexo Alcalino de Anitápolis deve-se aos trabalhos de pesquisa realizados durante 1977 a 1979 pela ILM. Estes estudos foram desenvolvidos em duas fases: uma preliminar e outra de detalhe (Vergara 1980). Constaram de trabalhos de mapeamento, poços, sondagens e galerias de pesquisa, frentes experimentais de lavra, amostragens, análises químicas, mineralógicas e petrográficas, ensaios tecnológicos, geoquímicos, geofísicos, de densidade e empolamento, zoneamento tipológico de minérios e estudos geotécnicos.

Os tipos litológicos encontrados no maço alcalino foram agrupados em cinco séries, onde todos estes litotipos se encontram cortados por veios irregulares de carbonatíticos sovíticos. Estes veios possuem espessura variável também ocorrendo sob a forma de vênulas, amígdalas, disseminados e em brechas.

A série das rochas do Complexo de Anitápolis possuem a seguinte descrição:

- rochas da série dos feldspatos alcalinos quartzo sienitos: são rochas que portam plagioclásio e quartzo, não possuem teores econômicos de fosfato, sendo então pouco estudados. Trata-se de um tipo litológico de mineralogia intermediária entre os granitos encaixantes e a série dos feldspatos alcalino sienitos;
- rochas da série dos feldspatos alcalinos sienitos: esta série é constituída por rochas com feldspato potássico e piroxênio, predominantemente, onde termos leucocráticos e melanocráticos são encontrados. Esta série é incorporada à anterior por alguns autores que a definem como a série dos álcali sienitos;
- série dos ijolitos: são as rochas de mineralogia bastante simples, onde os minerais que as compõem são preferencialmente nefelina e piroxênios. Os termos mesocráticos (ijolitos) predominam sobre os leucocráticos (urtitos) e melanocráticos (malteigitos). Ocorrem em uma ampla área central do complexo onde os teores de P_2O_5 situam-se em torno de 5,12%;
- série das ultramáficas: nesta série foram agrupados os piroxenitos, piroxênio biotititos e biotititos. Compõem-se essencialmente de piroxênios e biotitas, apresentando granulação fina a média e coloração cinza escuro. Ainda nesta série ocorrem rochas constituídas por olivina e magnetita, denominadas de magnetita dunitos, que apresentam granulação grosseira e coloração cinza escuro esverdeado. Os teores

encontrados nestas rochas ficam em torno de 7,4%, sendo que nas rochas mais escuras há uma predominância maior de apatita.

Estas rochas alcalinas encontram-se, em boa parte, recobertas por um depósito de talus, proveniente da intensa tectônica de fraturamento que acompanhou esta intrusão. Este depósito constitui-se de blocos e seixos de rochas, geralmente sieníticos, com uma matriz areno-siltico-argilosa. As maiores espessuras situam-se nas bordas da intrusão onde chega a atingir cerca de 30 metros de espessura adelgaçando-se para o centro.

5.3 - Tipos de Minério

São dois os tipos de minério presentes no depósito de apatita do Complexo Alcalino de Anitápolis, um é do tipo residual e o outro de minério de rocha (Vergara 1980).

O minério residual possui os seguintes parâmetros: $P_2O_5 \geq 5\%$ e $CaO/P_2O_5 \geq 1,29\%$ (100% de fósforo apatítico, Vergara 1980). Apresenta uma granulometria siltico-argilosa. A mineralização apatítica desenvolve-se, principalmente, ocupando os interstícios dos grãos e secundariamente, na forma de velos, vênulas e bolsões. Este minério possui um perfil vertical composto de três níveis bem distintos, sendo o superior "A" correspondente ao talus mineralizado, e os outros dois "B" e "C" oriundos da própria alteração residual da rocha. As espessuras variam desde 15 a 50m, tendo uma espessura média de 30 m.

O mineral de minério - fluorapatita - ocorre em cristais puros, caracterizadas por um alto grau de liberação e nos poucos locais mais intemperizados encontram-se os fosfatos secundários (alumínio-fosfato-amorfo). A ganga de minério é formada, principalmente, por silicatos potássicos (feldspatos) e ferromagnesianos (piroxênio/mica), com presença eventual de calcita.

O minério de rocha é basicamente composto por minerais do tipo micáceo, feldspato, piroxênio, anfibólio, feldspatóide, calcita e apatita. O fosfato está presente em todos os tipos petrográficos do Complexo Alcalino. A apatita ocorre preferencialmente ocupando os espaços intersticiais, mas também sob a forma de inclusões nos máficos ou intercrescido poiquiliticamente com eles. Estas feições sugerem que o magma original já era rico em P_2O_5 , o que possibilitou a formação de apatita durante a cristalização magmática. Os velos e bolsões são bastante comuns e fornecem um enriquecimento adicional em apatita (Vergara 1980).

5.4 - Dados de Pesquisa - Furos de Sondagem

Na pesquisa realizada pela ILM, foram efetuados um total de 61 furos de sondagem rotativa a diamante, os quais foram iniciados com diâmetros NX no material residual e terminados com diâmetros BX, quando perfurados em rocha sã (minério de rocha), totalizando 5.293,2 metros.

Estes furos definiram a área de interesse, juntamente com os demais trabalhos efetuados (galerias, trincheiras etc), o limite da mineralização, no material residual, onde o minério residual foi considerado como sendo a porção que apresentasse um teor mínimo de 5% de P_2O_5 e relação de $CaO/P_2O_5 \geq 1,29\%$ (100% fosfato apatítico) (Vergara 1980).

5.5 - Definição da Área de Interesse

Os estudos de avaliação do erro geométrico no cálculo de reservas para o depósito de minério residual de fosfato foi realizado em uma área abrangendo 46 furos de sondagem, conforme é apresentado na Figura 5.3. Foi efetuada uma conversão das coordenadas originais dos furos para um novo sistema.

Figura 5.3 - Mapa de localização dos 48 furos de sondagem no novo sistema de coordenadas e a delimitação da área utilizada para a avaliação de reservas, neste trabalho.

A definição desta área foi baseada no relatório da PAA (1979), onde foram definidos como sendo de interesse os 48 furos apresentados na Figura 5.3 e em Vergara (1980). No trabalho da PAA (1980) de avaliação geoestatística utilizou-se de

mais dois furos, porém, aqui estes furos não foram considerados por não terem sido caracterizadas as porções de minério e de estéril.

A avaliação deste depósito mineral dentro da área de interesse, enquadra-se como sendo reserva medida, conforme a classificação de reservas adotada por DNPM (1987).

5.6 - O Erro Geométrico no Cálculo das Reservas do Minério Residual

A avaliação do erro geométrico para a reserva do minério residual foi efetuada com a aplicação dos métodos dos perfis, computacionais e modelo digital de superfície, com base nos testes de aferição de volumes realizados no capítulo anterior.

Para o cálculo das reservas de minério foi considerado a densidade de 2,0 t/m³, de acordo com Vergara (1980). Os teores globais da jazida foram calculados de acordo com cada método utilizado.

5.6.1 - Cálculo de reservas pelo método dos perfis

O depósito de minério residual foi cubado pelos métodos dos perfis padrão e lineares. A confecção das seções foi baseada na disposição dos furos de sondagem que estão distribuídos dentro de uma malha regular de 200 x 200 m. Foram confeccionadas sete seções paralelas, espaçadas de 200 m e com orientação E-W. A Figura 5.4 mostra a disposição das seções e os furos de sondagem utilizados em cada seção; na Figura 5.5 são apresentadas as seções com a delimitação do minério residual através da interpretação geológica.

Figura 5.4 - Mapa de localização das seções geológicas.

Figura 5.5 - Seções geológicas E-W do minério residual utilizadas para avaliação de reserva pelo método dos perfis.

Figura 5.5 - Seções geológicas E-W do minério residual utilizadas para avaliação de reserva pelo método dos perfis (continuação).

Para cada seção geológica foram calculados os teores médios através da média ponderada pela espessura. O teor global do depósito, utilizado pelo método dos perfis, foi obtido pela média ponderada pela área da seção. A Tabela 5.1 apresenta os valores da área mineralizada de cada seção e o respectivo teor médio.

Tabela 5.1 - Valores das áreas mineralizadas e os respectivos teores.

Seção	Área (m ²)	teor médio(%)	teor global (%)
100N	5,05	6,42	8,46
300N	10,11	6,91	
500N	18,56	6,34	
700N	31,13	10,13	
900N	41,28	8,66	
1100N	25,68	7,53	
1300N	17,08	10,17	

No método dos perfis padrão, as áreas foram calculadas por meio da fórmula do tronco de cone. A Tabela 5.2 apresenta os resultados das reservas e os volumes obtidos, com a utilização dos dois métodos dos perfis.

Tabela 5.2 - Resultados dos volumes e reservas pelos métodos dos perfis.

Perfis	padrão	Perfis	lineares
Volume (x10 ⁶ m ³)	Reserva (x10 ⁶ t de P ₂ O ₅)	Volume (x 10 ⁶ m ³)	Reserva (x10 ⁶ t de P ₂ O ₅)
27,33	4,624	27,57	4,665

5.6.2 - Cálculo de reserva pelos métodos computacionais

O cálculo de reservas através dos métodos computacionais foi realizado pelo método do inverso da potência da distância. Para este fim, o depósito de minério residual foi dividido em blocos de tamanho 100x100x10, esta última medida a altura do bloco. O dimensionamento dos blocos foi efetuado em função da distância dos furos de sondagem, pois os teores dos blocos devem ser estimados por amostras situadas a uma distância não superior a 2 ou 3 vezes as dimensões dos blocos.

Esta divisão do depósito resultou em 287 blocos de cubagem, os quais foram considerados desde que possuíssem os seus centros geométricos dentro dos limites da mineralização. A Figura 5.6 mostra um desenho esquemático do depósito do minério residual subdividido em blocos.

Figura 5.6 - Depósito de minério residual com a divisão em blocos de avaliação para os métodos computacionais.

Para o cálculo de reservas a partir dos métodos computacionais foram calculados os teores dos blocos computados no volume. O cálculo dos teores foi realizado com a interpolação pelo IPD, onde o teor global do depósito foi considerado como o valor médio dos blocos. A Tabela 5.3 apresenta os valores de reserva obtida pelos métodos computacionais.

Tabela 5.3 - Valores das reservas obtidas pelo IPD.

Método	Teor global (%)	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	Reserva ($\times 10^6 \text{ t de P}_2\text{O}_5$)
IPD	8,67	28,70	4,97

5.6.3 - Cálculo de reservas pelo MDS

O cálculo de reservas pelo MDS foi realizado a partir da confecção de três MDS, sendo dois para a definição do topo e base do minério e o terceiro MDS a partir das espessuras do minério de acordo com os furos de sondagem.

Para a confecção destes MDS's foram utilizados os dados dos 46 furos de sondagem existentes dentro da área de Interesse (veja Figura 5.4). O método de interpolação para a construção do MDS foi a triangulação, definido em função dos testes efetuados no capítulo anterior.

O teor global considerado para este método foi o teor obtido pela média ponderada por todos os furos, onde obteve-se o teor de 8,26% de P_2O_5 .

O cálculo do volume entre os MDS's do topo e da base foram realizados, conforme descrito no Item 2.6 - Cálculo de Reservas a Partir de Modelos Digitais de Superfícies, onde para cada célula do MDS foi calculado o seu volume e posteriormente computados para o volume total. O volume do MDS da espessura foi obtido em relação a um plano datum igual a zero, onde para cada célula a média dos valores de elevações (neste caso valores de espessuras) é a altura média do prisma retangular.

Na Figura 5.7 são observados os dois MDS's confeccionados para o topo e base, os resultados dos volumes obtidos com a diferença entre os MDS topo e base e o volume do MDS da espessura em relação a um plano datum igual a zero foram os mesmos. A Tabela 5.4 apresenta o valor da reserva obtida por este método.

Figura 5.7 - Vista dos dois MDS utilizados para o cálculo de reservas.

Tabela 5.4 - Resultado da reserva obtida pelo método do MDS.

Volume entre MDS's ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	Teor global (%)	Reserva ($\times 10^6 \text{ t de } P_2O_5$)
23,43	8,26	3,87

5.6.4 - Análise dos Resultados

A comparação dos resultados obtidos pelos utilizados para o cálculo de reserva do depósito de minério residual de apatita mostra que há uma variação entre os valores de reservas e volume com uma diferença de até 20% de um método para outro.

Os cálculos efetuados através dos métodos computacionais foram os que apresentaram as maiores reservas, enquanto que as reservas calculadas pelo método dos MDS's foram as menores. Os valores das reservas fornecidos pelos métodos dos perfis padrão e lineares não tiveram grande variação entre si, ficando entre os valores obtidos pelos dois métodos anteriores. A Tabela 5.5 apresenta os valores das reservas e volumes calculadas por todos os métodos.

Tabela 5.5 - Resultado da reserva obtida pelos métodos empregados.

Método	Volume ($\times 10^6 \text{ m}^3$)	Reserva ($\times 10^6 \text{ t de P}_2\text{O}_5$)
Perfis padrão	27,33	4,62
Perfis lineares	27,56	4,67
MDS	23,43	4,97
IPD	28,70	3,87

Estes valores extremos são decorrentes do modo de obtenção dos volumes dos métodos empregados, que são calculados a partir de figuras geométricas, paralelogramos e planos de triângulos, enquanto que os volumes obtidos pelos métodos dos perfis há uma interpretação geológica na delimitação do corpo de minério dentro de cada seção.

Observe-se na Figura 5.8, uma seção onde a camada de minério é definida geologicamente e os planos de interpolação dos triângulos que delimitam o minério pelo método do MDS.

Figura 5.8 - Seção mostrando as diferenças de cálculo de reserva pelos métodos dos perfis e por MDS.

Neste caso, apesar do MDS por triangulação ser o melhor método para a interpolação de superfícies, a falta de maiores informações para esta interpolação prejudicou este método, onde na figura anterior pode-se verificar que o MDS abrangeu parte do "ar" e excluiu porções mineralizadas.

A menor reserva fornecida pelo MDS foi devido à construção dos planos de triângulos em pontos muito distantes, onde ocorreu uma exclusão muito maior de minério que a inclusão de partes de estéril.

A discretização por blocos do depósito mineral proporcionou uma reserva maior em relação aos demais métodos. A Figura 5.9 mostra uma seção com a camada de minério e os blocos de cubagem que foram utilizados para o cálculo de reservas para os métodos computacionais.

Figura 5.9 - Seção mostrando uma camada de minério definida pelo método dos perfis e os blocos de cubagem utilizados pelos métodos computacionais.

Como é possível observar nesta figura, a divisão por blocos de cubagem elimina reservas com porções mineralizadas e considera porções de estéril no cálculo de reservas, o chamado efeito de compensação. Neste caso as reservas cubadas pelos métodos computacionais compensaram muito mais partes de estéril do que minério.

Conforme pode ser observado os valores de reservas obtidos pelos métodos dos perfis apresentaram os resultados aqui considerados como os mais satisfatórios. Dentre os quais o método dos perfis padrão, utilizando a fórmula do tronco de cone, pode ser considerada como a que apresentou um menor erro geométrico.

5.6.5 - Avaliação do erro geométrico

Considerando o método dos perfis padrão como aquele que proporcionou um resultado satisfatório, dentro da limitação das informações, pode-se calcular o erro geométrico em relação a este como:

$$EG = \frac{RM - RPP}{RPP} \times 100(\%) \quad (45)$$

onde: RM é a reserva por um outro método;

RPP é a reserva pelo método dos perfis padrão.

Os resultados dos erros geométricos assim obtidos encontram-se na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Erro geométrico estimado para os diferentes métodos de cálculo de reservas em relação ao método dos perfis padrão.

Método	Erro geométrico (%)
Perfis lineares	0,89
MDS	-16,31
IPD	7,48

Dentre os métodos aplicados, a reserva calculada a partir de Modelos Digitais de Superfícies é subestimada em 16,31 %, enquanto que a reserva determinada por blocos de cubagem dos métodos computacionais superestima em 7,48 %.

O método dos perfis padrão e lineares é sem dúvida o que proporciona o menor desvio no cálculo de volumes e conseqüentemente em termos de erro geométrico. Além disso, o método dos perfis permite a interpretação das seções geológicas, de suma importância para o cálculo de reservas.

Os métodos computacionais, por meio da discretização em blocos de cubagem de dimensões compatíveis com os dados de amostragem, sempre resultarão em reservas superestimadas, como pode ser verificado neste trabalho.

Por outro lado, as reservas calculadas por MDS mostram valores mínimos de volumes e sem nenhuma interpretação geológica. Estes resultados poderiam ser utilizados para uma estimativa muito conservadora de reservas.

6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os empreendimentos mineiros exigem cada vez mais que os depósitos minerais estejam muito bem avaliados, pois em função deles pode-se definir a viabilidade econômica dos mesmos, ou fornecer importantes subsídios para a definição dos métodos de lavra.

Em época onde a abertura de novas minas exige grandes investimentos, a avaliação dos depósitos deve ser feita com critérios muito rígidos, de modo que a reserva estimada seja a mais próxima da real.

É lógico que, de todas as etapas da pesquisa mineral, a etapa de avaliação do depósito não é a mais importante. Para que haja uma boa avaliação de reservas é necessário ter um bom planejamento da pesquisa, onde a etapa de amostragem deve ser executada com muita precisão, com equipamentos e pessoas qualificadas, de modo a diminuir os erros associados, desde a coleta até a preparação e análise.

Qualquer que seja o método de avaliação empregado para a cubagem de um depósito mineral, o volume real deste depósito dificilmente será cubado, uma vez que o erro geométrico far-se-á presente, independentemente do método utilizado.

O presente trabalho apresenta o cálculo do erro geométrico na avaliação de reservas, por diversos procedimentos em relação ao método dos perfis padrão.

No item de aferição dos volumes em figuras geométricas, observa-se que os métodos dos perfis padrão e o de avaliação por modelos digitais de superfícies, este interpolado por triangulação, são os que apresentam os melhores resultados. Os volumes obtidos por esses métodos estiveram próximos dos reais e reconstituindo, também, a forma geométrica original. Já os métodos computacionais, com os blocos de cubagem, apesar de resultarem em volumes também perto dos reais, foram considerados os piores, pois eles não reproduzem as geometrias originais; o método dos perfis lineares é considerado bom quando as áreas das seções são muito próximas e os blocos formados pelas mesmas tendem a reproduzir as formas geométricas das figuras.

Um outro aspecto observado nestes testes, foi que, dentre as diferentes malhas de amostragem utilizadas para o cálculo de reservas pelo MDS, a malha aleatória de pontos foi considerada a pior delas, pois não aproxima satisfatoriamente volumes e formas.

A aplicação dos diversos métodos de avaliação (perfis, MDS e computacionais) no depósito de minério residual de apatita, de certa maneira, confirma os resultados dos testes de aferição.

Os métodos computacionais superestimam o depósito, onde os blocos de cubagem, além de não reproduzir a forma do depósito, abrange muito de material estéril.

Os volumes calculados a partir de MDS's estão abaixo do esperado, pois, este método não permite a interpretação geológica e exige, em terrenos acidentados, um maior número de informações.

O método de avaliação que também apresenta o melhor resultado, para a cubagem do minério residual, é o método dos perfis. Este método, por possibilitar a interpretação geológica na confecção das seções de cubagem, torna-o bastante preciso para a avaliação de reservas. Como as áreas das seções são muito diferentes uma das outras, o método dos perfis padrão, com a fórmula do tronco de prisma, pode ser considerado superior aos demais.

Dentro dos resultados observados pode-se tirar as seguintes conclusões:

Método:	Vantagem para o erro geométrico:
dos perfis	permite a delimitação do corpo de minério através de uma interpretação geológica com boa reprodução da sua forma.
de cálculo de volume por modelos digitais de superfícies	possui uma boa aproximação do corpo mineral, desde que haja informações suficientes. A reprodução da forma do corpo fica limitada sem a interpretação geológica
computacionais	não permitem uma interpretação geológica e a reprodução da forma e aproximação do corpo mineral é prejudicada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKIMA, H - 1974 - A method of bivariate Interpolation and smooth surface fitting based on local procedures. *Communications of the ACM*, 17 (1):18-20.
- ANNELS, A. E. - 1991 - *Mineral deposit evaluation: a practical approach*. London, Chapman & Hall. 436p.
- BARNES, M. P. - 1980 - *Computer assisted mineral appraisal and feasibility*. New York, Dover Publ. 1046p.
- BROOKER, P. I. - 1979 - Kriging. *Engineering and Mining Journal*, 180 (9):148-153.
- CAMISANI-CALZOLARI, F. A. G. M. - 1983 - Pre-check for payability. *Nuclear Active*, 29: 33-36. *apud* ANNELS, A. E. - 1991 - *Mineral deposit evaluation: a practical approach*.
- CLARK, I. - 1979 - The Semi-variogram - part I. *Engineering and Mining Journal*, 180 (7):90-94.
- CONDE, R. P. - 1994 - *Avaliação das reservas de Pb-Zn-Ag do depósito de Canoas, município de Adrianópolis, PR*. São Paulo, 166p. Dissertação (mestrado). Instituto de Geociências - USP.
- CONDE, R. & YAMAMOTO, J. K. - 1994 - Avaliação de reservas de recursos minerais não Metálicos - Métodos clássicos. In: WORKSHOP: RECURSOS MINERAIS NÃO-METÁLICOS PARA O ESTADO DE SÃO PAULO. *Resumos expandidos*. São Paulo. IPT. p.73-75.
- DNPM - Departamento Nacional da Produção Mineral - 1987 - *Código de mineração e legislação correlativa*. Brasília, DFPM. 333p.
- FRANKE, R. -1982 - Scattered data Interpolation: Test of some methods. *Mathematics of Computation*, 38(157):181-200
- GUERRA, P. A. A. - 1988 - *Geoestatística operacional*. Brasília, DNPM. 145 p.
- HARBAUGH, J. W.; DOVETON, J. H.; DAVIS, J. C. - 1977 - *Probability methods in oil exploration*. New York, John Wiley, 269p.
- HOULDING, S. W. - 1992 - The application of new 3-D computer modelling techniques to mining. In: TURNER, A. K. (coord.) *Three-dimensional modelling with geostatistic*

- Information systems.** Colorado School Mines. Dep. Geol. and Geol. Econ. Colorado, USA. p.303-325.
- JOURNAL, A. G. & HUIJBREGTS, C. J. - 1978 - **Mining geostatistics.** London, Academic Press, 600p.
- LANDIM, P. M. B. - 1988 - **Introdução a geoestatística.** Rio Claro, UNESP. 69p. (Publicação didática).
- MATHERON, G. -1962 - **Traite de geostatistique appliqué.** Bureau de Recherches Géologique et Minières. 14, tome I e II, 357 p.
- PAA - Paulo Abib Engenharia S.A.- 1979 - **Estudo da tipologia do minério de fosfato, Anitápolis, Santa Catarina.** São Paulo (Inédito).
- PAA - Paulo Abib Engenharia S.A.- 1980 - **Avaliação geoestatística com parametrização, Anitápolis, Santa Catarina.** São Paulo (Inédito).
- PETTINATI, F. - 1983 - **Modelamento digital e representação gráfica de superfícies.** São Paulo. 177p. Dissertação (mestrado). Escola Politécnica - USP.
- POPOFF, C. C. - 1966. **Computing reserves of mineral deposits: principles and conventional methods.** Washington, Bureau of Mines. 133p. (I.C.8283).
- RODRIGUES, E. P -1985 - **O Complexo Alcalino de Anitápolis - um estudo petrológico.** 169p. Dissertação (mestrado). Instituto de Geociências - USP.
- SHEPARD, D. - 1968 - A two dimensional interpolation function for irregular spaced data. In: AMERICAN ASSOCIATION FOR COMPUTING MACHINERY NATIONAL CONFERENCE, 23, 1968, **Proceedings...** p. 517-525.
- VERGARA, V. D. - 1980 - Pesquisa geológica desenvolvida no Complexo Alcalino de Anitápolis. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 31., Camboriú, 1980. **Anais...** Camboriú, SBG. v4, p.2502-2517.
- WATSON, D. F. & PHILIP, G. M. - 1984 - Triangle based interpolation. **Mathematical Geology**, 16(8):779-795.
- WATSON, D. F. & PHILIP, G. M. - 1985 - A refinement of inverse distance weighted interpolation. **Geo-Processing** (2)p.312-327.

YAMAMOTO, J. K. - 1986 - ***Representações gráficas espaciais em geologia: aplicações no Complexo Alcalino de Anitápolis***. São Paulo. 167 p. Dissertação (mestrado) Instituto de Geociências - USP.

YAMAMOTO, J. K. & BETTENCOURT, J. S. -1992 - ***Avaliação de jazidas***. Apostila do Curso. São Paulo, Instituto de Geociências - USP. 113p.