UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**MODELAGEM GEOESTATÍSTICA APLICADA À
JAZIDA DE APATITA DE ARAXÁ, MG.**

Roberto Hisayoshi Sameshima

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

TESE DE DOUTORAMENTO

Área de Concentração: Recursos Minerais e Hidrogeologia

SÃO PAULO
2000

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

MODELAGEM GEOESTATÍSTICA APLICADA À JAZIDA DE APATITA DE ARAXÁ, MG

ROBERTO HISAYOSHI SAMESHIMA

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

TESE DE DOUTORAMENTO

COMISSÃO JULGADORA

Nome

Assinatura

Presidente: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

Examinadores: Prof. Dr. Claudio Bettini

Prof. Dr. Giorgio Francesco C. de Tomi

Prof. Dr. José Ricardo Sturaro

Prof^a Dr^a Lília Mascarenhas Sant'Agostino

SÃO PAULO
2000

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**MODELAGEM GEOESTATÍSTICA APLICADA À
JAZIDA DE APATITA DE ARAXÁ, MG.**

Roberto Hisayoshi Sameshima

Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

Tese de Doutorado

Área de Concentração: Recursos Minerais e Hidrogeologia

DEDALUS - Acervo - IGC

30900005567

São Paulo
2000

À minha esposa Christiane
e aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto por sua orientação sempre segura, além do incentivo e paciência sempre presente durante a execução deste trabalho.

À Fertilizantes Serrana S.A. por todo o apoio oferecido ao desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Laboratório de Caracterização Tecnológica – LCT-EPUSP, na pessoa do Prof. Dr. Henrique Kahn, por todo o apoio dispendido.

Ao Prof. Dr. Helmut Born, à profa. Dra. Lília M. Sant'Agostino e à geóloga Maria Manuela M. L. Tassinari pelas discussões e ensinamentos.

Aos colegas geólogos Rita Parisi Conde, Marcelo Monteiro da Rocha e Sérgio Luís Fabris de Matos pelas discussões, críticas e sugestões, e demais companheiros da sala 106 do GSA pelo apoio oferecido durante este trabalho.

À Ilda Maria F. Sarraipa pela digitação de centenas de boletins analíticos.

Ao Curso de Pós-Graduação do Instituto de Geociências pela infra-estrutura oferecida.

Ao Centro de Aperfeiçoamento de Professores do Ensino Superior – CAPES – pelo auxílio financeiro.

À Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP – pelo auxílio financeiro (processo no. 96-04014-9).

Às demais pessoas que colaboraram direta ou indiretamente nesta jornada os meus sinceros agradecimentos.

SUMÁRIO

Dedicatória _____	iii
Agradecimentos _____	iv
Lista de Figuras _____	vii
Lista de Tabelas _____	xi
Lista de Quadros _____	xii
Resumo _____	xiii
Abstract _____	xiv
 1 – INTRODUÇÃO E OBJETIVOS _____	 1
2 – A JAZIDA DE FOSFATO DE ARAXÁ _____	3
2.1 – Localização e Acessos _____	3
2.2 – Geologia _____	4
2.2.1 – Geologia regional _____	4
2.2.2 – Geologia local _____	6
2.3 – O Perfil de Intemperismo _____	10
2.4 - Inventário da Pesquisa Mineral _____	12
2.5 – Análise de Dados _____	17
2.6 - Planejamento da Lavra _____	18
2.7 - Beneficiamento do Minério _____	20
3 – CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA _____	22
3.1 – Introdução _____	22
3.2 - Tipologia da Jazida _____	24
3.3 - Características dos Tipos de Materiais _____	27
3.4 – Minerais de Ganga _____	32

4 – ANÁLISE ESTATÍSTICA	34
4.1 – Furos de Sonda	34
4.2 – Canais	40
5 - MODELAGEM GEOLÓGICA	46
5.1 – Modelo Tipológico da Jazida de Araxá	53
6 - MÉTODOS GEOESTATÍSTICOS	58
6.1 - O Variograma	60
6.2 - Modelos de Variogramas	65
6.3 - Krigagem Ordinária	66
6.4 – Variância de Krigagem	67
6.5 – Variância de Interpolação	68
6.6 - Simulação Estocástica	70
6.6.1 - Princípio de simulação condicional	71
6.6.2 - Simulação gaussiana seqüencial	73
6.6.3 – Simulação por bandas rotativas	74
6.6.4 - Simulação e estimativa	76
7 – ANÁLISE GEOESTATÍSTICA	78
7.1 – Análise Variográfica	78
7.2 – Estimativa e Simulações	91
7.3 – Variância de Interpolação no Planejamento de Lavra	99
8 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Mapa de localização de Araxá, MG. _____	3
Figura 2.2 – Mapa de localização das ocorrências de rochas alcalinas e carbonatíticas com a separação por províncias (adaptado de Gomes et al., 1990). _____	5
Figura 2.3 – Esquemas de perfis mostrando a seqüência do desenvolvimento da intrusão de Araxá (Biondi, 1986). _____	7
Figura 2.4 - Mapa geológico do Complexo Alcalino-Carbonatítico de Araxá com a área arrendada pela empresa (adaptado de Rodrigues & Lima, 1984). _____	9
Figura 2.5 – Visão do capeamento, porção superior com coloração mais escura, e o minério normal, mais amarelado. _____	11
Figura 2.6 - Mapa de distribuição dos furos de sonda da Arafertil, com a divisão nas áreas de lavra em Morro das Cobras e Trincheirão. _____	13
Figura 2.7 - Mapa de distribuição dos canais e a divisão nas áreas de lavra em Morro das Cobras e Trincheirão. _____	15
Figura 2.8 – Trabalhos de amostragem por canal. A amostragem consiste na escavação da face da bancada e as amostras são coletadas em intervalos de 5 metros. _____	16
Figura 2.9 – Vista da amostragem efetuada nas bermas das bancadas através de trado mecanizado. _____	16
Figura 2.10 - Gráfico da função de economicidade de lavra (Assis & Silva Filho, 1994). _____	20
Figura 2.11 – Fluxograma simplificado da usina de concentração (Fernandes, 1997; Guimarães, 1997). _____	21
Figura 3.1 - Seqüência das relações das etapas de caracterização e do desenvolvimento de uma planta metalúrgica (Henley, 1983). _____	23
Figura 3.2 – Formas de ocorrência da apatita associada com minerais de ferro. (A) apatita limpa; (B) e (C) medianamente impregnada; (D) agregado de apatita microcristalina com óxido de ferro intimamente associado (Takata <i>et al.</i> , 1985). _____	28
Figura 4.1 – Histogramas das amostras dos furos de sonda do tipo normal, para toda a área para (a) P_2O_5 apat. e (b) Fe_2O_3 , que apresentam distribuição normal. _____	38
Figura 4.2 – Histogramas das amostras dos furos de sonda do tipo normal, para toda a área para (a) $BaSO_4$, (b) MgO e (c) SiO_2 . _____	Erro! Indicador não definido.
Figura 4.3 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Morro das Cobras, para (a) P_2O_5 apat. e (b) Fe_2O_3 , que apresentam distribuição normal. _____	41

Figura 4.4 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Morro das Cobras, para (a) BaSO_4 , (b) MgO e (c) SiO_2 , com distribuição assimétrica positiva.	42
Figura 4.5 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Trincheirão, para (a) $\text{P}_2\text{O}_5\text{apat.}$ e (b) Fe_2O_3 , com distribuição normal.	43
Figura 4.6 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Trincheirão, para (a) BaSO_4 , (b) MgO e (c) SiO_2 , apresentando distribuição assimétrica positiva.	44
Figura 5.1 – Seqüência de etapas a serem desenvolvidas na modelagem geológica em sistemas de computador.	47
Figura 5.2 - Representação espacial de furos de sonda.	48
Figura 5.3 - Seções geológicas interpretadas a partir dos furos de sonda.	49
Figura 5.4 – Esquema mostrando a união das seções através de pontos em comum.	49
Figura 5.5 – Exemplo de wireframe, representando o corpo de minério.	50
Figura 5.6 – Visualização tridimensional de um corpo de minério.	51
Figura 5.7 – Exemplo de definição de uma malha tridimensional de blocos, com as informações relacionadas à origem, inclinação e azimuth (Houlding, 1994).	51
Figura 5.8 - Perfil de uma camada de minério com a malha de blocos, mostrando o problema da divisão por blocos, onde no Bloco A parte do estéril é considerado no cômputo do volume das reservas e no Bloco B parte de minério não é computado.	52
Figura 5.9– Representação tridimensional do minério normal.	54
Figura 5.10 – Representação da distribuição espacial para o tipo micáceo.	55
Figura 5.11 – Modelo de distribuição para o tipo rocha (englobando os tipos micáceo-carbonático e carbonático).	55
Figura 5.12 – Modelo de distribuição espacial para os materiais da zona apatítica.	56
Figura 5.13 – Modelo geológico para todos os tipos tecnológicos de material (normal, micáceo e rocha) da jazida de fosfato de Araxá.	56
Figura 6.1 - Aproximação da geometria do depósito mineral (A) pelo conjunto de blocos de cubagem (B) (Sameshima, 1995).	59
Figura 6.2 - Esquema de estimativa de teor por métodos computacionais .	59
Figura 6.3 - Gráfico de $Z(x+h)$ em relação a $Z(x)$ (Journel, 1983).	61
Figura 6.4 – Semi-variogramas comparativos com diferentes passos, mostrando os problemas para a definição das estruturas (adaptado de Clark, 1979).	62

Figura 6.5 - Nuvem de variograma ou gráfico das variâncias em relação à distância (Wackernagel, 1995).	Erro! Indicador não definido.
Figura 6.6 - Cálculo dos pares de pontos para uma malha não regular (modificado de Pannatier, 1994).	64
Figura 6.7 - Representação em bloco-diagramas de modelos de anisotropia: (a) geométrica, (b) zonal e (c) mista. O centro de cada bloco representa o variograma para a distância zero (Isaaks & Srivastava, 1989).	65
Figura 6.8 - Modelos de variogramas com patamar (Journel & Huijbregts, 1978).	66
Figura 6.9 – Resumo do processo de condicionamento para a simulação por bandas rotativas (adaptado de David, 1977, por Olea 1999).	76
Figura 6.10 - Variação de dados reais, simulados e interpolados (Journel & Huijbregts, 1978).	77
Figura 7.1 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para BaSO_4 .	79
Figura 7.2 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para Fe_2O_3 .	80
Figura 7.3 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para MgO .	81
Figura 7.4 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para SiO_2 .	82
Figura 7.5 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para P_2O_5 apat.	83
Figura 7.6 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para BaSO_4 .	85
Figura 7.7 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para F_2O_3 .	86
Figura 7.8 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para MgO .	87
Figura 7.9 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para SiO_2 .	88
Figura 7.10 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para P_2O_5 apat.	89
Figura 7.6 - Representações gráficas da distribuição dos valores estimados e simulados para P_2O_5 apat., para o nível 1040 da mina.	92

Figura 7.7 - Representações gráficas da distribuição dos valores estimados e simulados para MgO, para o nível 1040 da mina.	93
Figura 7.8 – Diagramas de dispersão entre a krigagem ordinária e as simulações, para Fe ₂ O ₃ .	94
Figura 7.9 – Diagramas de dispersão entre os resultados da krigagem ordinária e as simulações, para SiO ₂ .	95
Figura 7.10 – Diagramas de dispersão entre os valores estimados e simulados e os respectivos desvios padrão, para SiO ₂ .	97
Figura 7.11 – Diagramas de dispersão entre o desvio padrão de interpolação e os desvio padrão das simulações e entre eles, para SiO ₂ .	98
Figura 7.12 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para P ₂ O ₅ apat.	100
Figura 7.13 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para Fe ₂ O ₃ .	102
Figura 7.14 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para MgO.	103
Figura 7.15 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para BaSO ₄ .	105
Figura 7.16 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para SiO ₂ .	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Resultados da análise estatística de correlação. _____	35
Tabela 4.2 – Resultados da análise estatística para todas as amostras dos furos de sonda. _____	36
Tabela 4.3 – Resultados da análise estatística para as amostras dos furos de sonda, dentro da zona apatítica. _____	36
Tabela 4.4 – Resultados da análise estatística para as amostras dos furos de sonda, do tipo micáceo. _	37
Tabela 4.5 - Resultados da análise estatística para as amostras dos furos de sonda, do tipo normal ____	37
Tabela 5.1 – Resultados dos volumes para os tipos normal e micáceo, a partir dos modelos geológicos. _____	57
Tabela 7.1 – Correlações entre a krigagem e as simulações. _____	94
Tabela 7.2 –Graus de correlação entre os valores krigados e simulados e as suas respectivas incertezas. _____	96
Tabela 7.3 – Graus de correlação entre os desvios padrão dos valores obtidos para cada método. ____	97
Tabela 7.4 – Teores médios da jazida de Araxá obtidos para os três métodos utilizados. _____	99

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1 - Classificação da tipologia da jazida de Araxá (Takata et al., 1990).	25
Quadro 3.2 - Classificação segundo os tipos geológicos (Assis & Silva Filho, 1994).	26
Quadro 3.3 – Subdivisão da classificação dos tipos geológicos (Assis & Silva Filho, 1994).	27
Quadro 3.4 - Graus de impregnação de apatita (Takata et al., 1990)	29
Quadro 3.5 – Valores potenciais de recuperação da apatita, com base nos testes experimentais (Fernandes, 1997).	30
Quadro 3.6 - Classificação dos blocos segundo o índice RCaO (Takata et al., 1985)	30

RESUMO

Esta tese apresenta os resultados da modelagem geoestatística do depósito de apatita de Araxá. Nesse sentido, as técnicas de estimativa e simulação foram extensivamente aplicadas aos dados analíticos disponíveis desse depósito. Além disso, a aplicação da variância de interpolação para fins de planejamento de lavra é também discutida. O depósito de apatita de Araxá localiza-se na porção oeste do Estado de Minas Gerais e resulta da atuação de processos de intemperismo sobre as diferentes rochas do Complexo Alcalino-Carbonatítico de Araxá de idade Cretácea. O manto de intemperismo apresenta duas zonas: um capeamento estéril e uma zona mineralizada à apatita. Em termos tecnológicos, foram definidos vários tipos de minério de apatita. Contudo, neste estudo somente os dois tipos mais importantes foram considerados, que são: os tipos normal e micáceo. Assim, os dados provenientes desses tipos de minério foram submetidos aos processamentos por técnicas geoestatísticas de estimativa e simulação, objetivando estudar a distribuição espacial, assim como as incertezas associadas às estimativas e aos resultados de simulações. Como método de estimativa, a krigagem ordinária foi escolhida em função das suas características superiores em relação a outras técnicas de krigagem, como a krigagem simples. Por outro lado, dentre as várias técnicas de simulação disponíveis, somente a simulação gaussiana seqüencial e por bandas rotativas foram aplicadas, pois estes algoritmos produzem resultados mais compatíveis com os dados de entrada. Os resultados da estimativa e das simulações são muito próximos entre si, mas as incertezas associadas à krigagem ordinária, aproximada pela variância de interpolação, são sempre maiores que aquelas associadas às realizações de simulações estocásticas. A separação do minério em tipos tecnológicos foi importante, pois proporcionou resultados melhores e mais precisos no cálculo dos variogramas e, conseqüentemente, na modelagem geoestatística. A variância de interpolação revelou ser uma ferramenta importante para o auxílio ao planejamento de lavra, à medida que ela proporciona uma boa idéia da variabilidade espacial. Nesse sentido, áreas com maiores incertezas deveriam ser desenvolvidas com maior cuidado, incluindo-se aí a necessidade de amostragem adicional, a fim de evitar erros na classificação de minérios e rejeito. Finalmente, esta tese mostrou a importância da caracterização tecnológica em tipos de minério que aprimora os resultados da modelagem geoestatística.

ABSTRACT

Results of a geostatistical modeling of the Araxá apatite deposit are presented in this thesis. In this sense, estimation and simulation techniques were extensively applied to the chemical data available for this deposit. Besides, application of the interpolation variance for mining planning purposes is also discussed. The Araxá apatite deposit is located in the western portion of Minas Gerais State and results from weathering processes on different rocks from the Araxá Alkaline-Carbonatitic Complex of Cretaceous age. The weathering mantle presents two zones, an uppermost overburden level and an apatite bearing zone. For mining purposes, several apatite ore types were identified. However, in this study only the most important ore types were considered, i.e., normal and micaceous types. Thus, data coming from these ore types were submitted to geostatistical estimation and simulation techniques in order to study the spatial distribution as well as uncertainties associated with estimates and simulated results. As an estimation method the ordinary kriging technique was chosen because of its superior characteristics in relation to other kriging techniques such as simple kriging. On the other hand, among several simulation techniques available, only sequential Gaussian and turning bands simulation techniques were applied because they produce results more compatible with input data. Estimation and simulation produce results close to each other, but uncertainties associated with ordinary kriging estimates, as approximated by the interpolation variance, are always greater than those associated with stochastic simulation realizations. Separation of ore types into technological classes was important as long as it provided better and more precise results for computing variograms and, consequently, for geostatistical modeling. The interpolation variance revealed to be an important tool for mine planning as long as it gives a good idea of the spatial variability. In this sense, areas with greater uncertainty should be developed carefully, in order to avoid misclassification between ore and waste. Finally, this thesis showed the importance of applied mineralogy into ore which improves the results of geostatistical modeling.

1 – INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

O Complexo de Araxá ou do Barreiro compreende uma importante intrusão alcalino-carbonatítica. Em decorrência de uma intensa atividade intempérica sobre as rochas do complexo, ocorreu uma concentração de minerais de interesse econômico, tais como minerais de apatita e de nióbio, bem como de elementos de Terras Raras e minerais uraníferos, sendo que destes, somente os dois primeiros são explorados. A jazida de fosfato, objeto da análise, vem sendo atualmente explorada pela empresa Fertilizantes Serrana S.A. (antiga Arafertil S.A.).

O manto de intemperismo que recobre as rochas do complexo possui uma espessura irregular e apresenta variações mineralógicas, tanto horizontal como vertical, nitidamente evidenciadas em descrições macroscópicas e testemunhos de sondagens.

Devido à sua grande variabilidade, a jazida deve ser conhecida e analisada da melhor forma possível, dentro da disponibilidade de informações, para que possa haver um adequado planejamento de lavra. A partir de estudos de caracterização tecnológica, foi possível subdividir a zona mineralizada em tipos tecnológicos, os quais apresentam comportamentos diferenciados frente ao processo de beneficiamento.

Conhecidos os tipos tecnológicos, deve-se dispor de ferramentas adequadas para estudá-los, bem como para representá-los espacialmente, fundamentais para o planejamento da lavra e, conseqüentemente, a otimização da exploração.

Tanto a estimativa de teores, quanto a modelagem tridimensional de corpos de minério, podem ser realizadas com o auxílio de programas de computador. Este trabalho apresenta uma aplicação sistemática de recursos computacionais para avaliação de reservas e modelagem de corpo mineral.

Além disso, foi exaustivamente perseguido neste trabalho o cálculo da incerteza associada à estimativa, com a finalidade de prever zonas de maior ou menor variabilidade do minério, para fim de um melhor planejamento da lavra. Como se sabe, a variância de krigagem teve o grande mérito de ser a primeira medida de incerteza associada à estimativa por krigagem ordinária. Contudo, ao final dos anos 80, verificou-se que a variância de krigagem representava apenas um índice de configuração espacial dos dados e, portanto, independente da variação local dos mesmos.

Assim, foi proposta a expressão variância de interpolação que depende tanto da configuração espacial dos dados (medida pela distribuição dos pesos da krigagem ordinária) como também dos valores dos dados. A variância de interpolação apresenta, portanto, as condições necessárias para representação confiável da incerteza associada à estimativa. Neste sentido, este trabalho mostra uma análise sistemática da variância de interpolação para apoio ao planejamento de lavra.

Por fim, ainda com o objetivo de avaliar as incertezas associadas às estimativas, procedeu-se neste estudo à realização de simulações estocásticas condicionais. Nesse caso, procurou-se utilizar a média das L realizações como o valor mais provável e a sua variância como incerteza associada. São apresentados os resultados de análises comparativas entre a variância de interpolação e a variância associada à média de L realizações de processos estocásticos

2 – A JAZIDA DE APATITA DE ARAXÁ

2.1 – Localização e Acessos

A jazida de apatita de Araxá situa-se a 8 km ao sul da cidade de Araxá, no estado de Minas Gerais. Os direitos minerários pertencem à COMIG - Cia. Mineradora de Minas Gerais (antiga CAMIG - Cia. Agrícola de Minas Gerais), estando a área arrendada para a Fertilizantes Serrana S.A. – Unidade Araxá, anteriormente denominada de Arafértil S.A.

A cidade de Araxá situa-se na região do Triângulo Mineiro, aproximadamente, nas coordenadas geográficas: $19^{\circ} 38'$ latitude S e $46^{\circ} 56'$ longitude W, sendo interligada as cidades de Belo Horizonte, Uberaba, Uberlândia e Franca por rodovias asfaltadas. A Figura 2.1 apresenta um mapa de localização da cidade de Araxá.

Figura 2.1 - Mapa de localização de Araxá, MG.

2.2 – Geologia

2.2.1 – Geologia regional

A jazida de apatita localiza-se na intrusão alcalino-carbonatítica de Araxá, também conhecida como Barreiro ou Barreiro de Araxá, constituindo-se numa das diversas manifestações alcalinas do oeste de Minas Gerais e sul de Goiás, que ao lado de outras (Tapira, Salitre I, Salitre II, Serra Negra, Catalão I e Catalão II), compõem a chamada Província Alcalino-Carbonatítica do Alto Paranaíba (Rodrigues & Lima, 1984), estando situada entre a Bacia do Paraná e o Cráton de São Francisco. Esta Província, juntamente com as demais denominadas de Alto Araguaia, Sudeste e Sul, podem ser vistas na Figura 2.2.

Destes complexos alcalinos da Província do Alto Paranaíba, um dos mais importantes é o de Araxá, por se constituir no maior depósito mineral de nióbio do mundo, com cerca de 60% da reserva mundial. Além do nióbio, o outro minério que também é explorado é o de apatita.

Numerosos estudos geológicos foram executados nessa região, que, dada a importância das mineralizações identificadas nas intrusões do Triângulo Mineiro, foi alvo de trabalho específico de geologia por parte do Departamento Nacional Produção Mineral, o Projeto Chaminés Alcalinas.

Parte dos resultados dessa campanha foram descritos por Barbosa *et al.* (1970), fornecendo uma revisão dos trabalhos até então existentes e apresentando mapas geológicos e discussão das principais unidades estratigráficas regionais.

O corpo alcalino de Araxá encontra-se totalmente circundado por seqüências meta-sedimentares pré-cambrianas representadas pelos Grupos Araxá e Canastra. O Grupo Araxá é constituído, principalmente, por micaxistos com algumas seqüências quartzíticas intercaladas; já o Grupo Canastra é formado por filitos e quartzitos, além de rochas do Bambuí (Silva *et al.*, 1979). Estes grupos estão incluídos na Faixa de Dobramentos Brasília (Hasui *et al.*, 1975) e encontram-se relacionados a vários falhamentos paralelos de direção geral NW, cujas extensões atingem cerca de 300 km, sendo de idade mais antiga que os complexos carbonatíticos.

Figura 2.2 – Mapa de localização das ocorrências de rochas alcalinas e carbonatíticas com a separação por províncias (adaptado de Gomes et al., 1990).

O estudo realizado por Hasui & Almeida (1970) apresenta idades para os sedimentos do Grupo Araxá, mais precisamente Complexo Granítico-Gnáissico, como sendo superiores a 980 Ma, com os seus constituintes afetados por eventos metamórficos do Ciclo Uruaçuano. O Grupo Canastra somente fora afetado pelo Ciclo Brasileiro, apresentando idades entre 579 e 642 Ma.

As intrusões alcalinas na região do Triângulo Mineiro foram datadas com cerca de 80 milhões de anos, segundo estudos de Amaral *et al.* (1967) e Hasui & Cordani (1968). As rochas do maciço de Araxá são consideradas um pouco mais antigas, com datações entre 87 e 95 Ma, situando-se no Cretáceo Superior.

2.2.2 – Geologia local

O maciço alcalino de Araxá é uma unidade plutônica, apresentando uma configuração circular; dentre os complexos alcalinos da Província do Alto Paranaíba, o de Araxá é um dos menores, possuindo uma área em torno de 15 km². Este maciço é constituído, principalmente, por rochas carbonatíticas e glimeríticas, sendo estas últimas provenientes da alteração de rochas ultramáficas. O maciço encontra-se circundado por um anel de rochas quartzíticas parcialmente fenitizadas, pertencentes ao Grupo Araxá.

As rochas quartzíticas em torno da intrusão possuem espessuras presumidas de 100 a 600 m, fato verificado também em Tapira e em outros maciços alcalinos. Barbosa *et al.* (1970) e Grossi Sad & Torres (1976) consideram essas rochas como pertencentes ao Grupo Araxá. No entanto, parece provável que esse anel de rochas quartzíticas tenha se formado à época e, em consequência da própria intrusão, através dos fenômenos de mobilização e redeposição de sílica. Esses quartzitos, posteriormente, foram intensamente fraturados e cortados por veios portadores de piroxênio, anfibólio e feldspatos alcalinos, originados por fenômenos de metassomatismo de contato. Por este motivo poderiam, então, ser denominados fenitos ou quartzitos fenitizados. Observa-se na Figura 2.3 um modelo da seqüência da evolução da intrusão de Araxá proposta por Biondi (1986), que considera os quartzitos anteriores à intrusão.

Figura 2.3 – Esquemas de perfis mostrando a seqüência do desenvolvimento da intrusão de Araxá (Biondi, 1986).

Neste modelo, é observada a ocorrência de regiões predominantemente com carbonatitos e outras de rochas glimeríticas. As rochas ultramáficas, as primeiras a aparecerem nestas atividades magmáticas, sofreram uma alteração metassomática devido à intrusão dos carbonatitos, não estando mais remanescentes, dando origem aos glimeritos. A sobreposição de um processo supergênico sobre estas rochas, lixiviando e alterando os seus minerais originais, fez com que o manto de intemperismo apresentasse um comportamento bastante complexo, dificultando a interpretação geológica.

Segundo Grossi Sad & Torres (1976), as rochas da intrusão são predominantemente constituídas por silicatos, com menor proporção de carbonatos, recebendo a designação de sílico-carbonatitos. Esses autores sugerem a predominância de mica-piroxenito e mica-peridotito, recortados por carbonatito, existindo ainda um núcleo carbonatítico central, de pequena extensão. Nas proximidades da área da Fertilizantes Serrana, raros são os locais com ocorrência de rochas inalteradas em superfície, devido ao espesso manto de intemperismo. Outros

tipos de rocha já foram descritos na área, porém sempre provenientes de pequenos diques ou veios, sem maior expressão. Apenas em sondagens foram encontrados os principais constituintes da intrusão: carbonatitos e rochas designadas por glimeritos, estes últimos apresentando mica avermelhada, quando frescos, como o principal constituinte mineral.

As rochas encaixantes são cortadas por diques com disposição radial e concêntrica, de pequenas espessuras e bastante intemperizadas em superfície. Ocorrem também, nas encaixantes, corpos de silexitos relacionados a quartzitos e zonas fraturadas com formas irregulares, em geral alongadas, de coloração marrom escura, sendo relacionados às atividades hidrotermais da intrusão. Pequenos corpos são encontrados no interior da intrusão (Silva *et al.*, 1979).

O Complexo Alcalino-Carbonatítico do Barreiro (Figura 2.4) é constituído principalmente por rochas carbonatíticas, glimeríticas e um termo denominado de foscorito (Issa Filho *et al.*, 1984). Braga & Born (1988) consideram somente os dois primeiros.

O principal corpo de rochas carbonatíticas encontra-se na porção central da intrusão, possuindo uma forma arredondada. O carbonatito ocorre principalmente como um complexo sistema de veios e diques, penetrando nas rochas glimeríticas, ocorrendo nas diversas fases da intrusão.

Os carbonatitos são predominantemente do tipo beforsítico, de granulação média a grossa. Calcita e ankerita são subordinados; barita, apatita, magnetita, perovskita, quartzo secundário, pirita e outros minerais acessórios podem estar presentes. O tipo sovítico também pode ocorrer localmente.

Figura 2.4 - Mapa geológico do Complexo Alcalino-Carbonatítico de Araxá com a área arrendada pela empresa (adaptado de Rodrigues & Lima, 1984).

2.3 – O Perfil de Intemperismo

Sobre toda a área do complexo instalou-se um intenso processo de alteração intempérica modificando quase que totalmente os minerais originais. O manto de alteração formado possui uma espessura bastante variável, entre 40 e 130m, com uma média de 70 a 90m, tendo-se locais onde as sondagens atingiram mais de 200m sem encontrar rocha sã.

Os materiais resultantes da alteração de rochas alcalino-carbonatíticas apresentam uma composição mineralógica e granulométrica diferenciada em um perfil vertical, em função do grau de intensidade decrescente do fenômeno intempérico em direção à rocha sã (Braga & Born, 1988).

Essa variabilidade mineralógica é refletida nas análises químicas, principalmente dos furos de sonda, permitindo subdividir este manto de alteração em dois níveis distintos, considerando o teor de P_2O_5 apatítico, que são o capeamento e a zona de mineralização.

O nível de capeamento é subdividido em duas porções, ambas sem interesse econômico, embora com presença de P_2O_5 , o qual está associado a fosfatos secundários.

A porção superior do capeamento corresponde à cobertura superficial, apresentando uma espessura máxima de 20 m, sendo caracterizado por possuir uma coloração vermelha escura, granulação muito fina e constituir-se, principalmente, por óxidos e hidróxidos de ferro e argilo-minerais (Figura 2.5).

A outra parte é formada por material estéril em apatita, também resultante de uma intensa ação intempérica, com os seus constituintes minerais originais modificados quase em sua totalidade, ocorrendo a lixiviação dos carbonatos e remoção de CaO e MgO. Este material mostra uma coloração marrom amarelada e granulação extremamente fina, com aspecto pulverulento; sua espessura é bastante variável, podendo atingir até 60 m em certos locais e em outros ser nula. Os constituintes minerais mais freqüentes são óxidos hidratados de ferro, quartzo, argilo-minerais, magnetita, hematita, brookita e anatásio, além de fosfatos secundários (gorceixita,

Figura 2.5 – Visão do capeamento, porção superior com coloração mais escura, e o minério normal, mais amarelado.

goyazita e rabdofanita). Nesta porção do capeamento, conforme Braga & Born (1988), há um enriquecimento em Fe_2O_3 , SiO_2 , Al_2O_3 , TiO_2 , BaO e P_2O_5 , este último de natureza não apatítica.

A passagem do capeamento estéril para o material mineralizado é brusca, sendo perceptível tanto nos testemunhos como nos boletins de análises químicas. O CaO é praticamente inexistente no capeamento, porém na região de interface entre o capeamento e a zona mineralizada atinge teores próximos aos de P_2O_5 , superando-os em seguida (a apatita possui relação teórica $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$ de 1,32). Mesmo assim, ocorre a presença de fosfatos não apatíticos até próximo à rocha sã na proporção de 10 a 20% do P_2O_5 total. Para as apatitas de Araxá, a quantidade de P_2O_5 apatítico é determinada a partir do teor de CaO , considerando uma relação de $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$ igual a 1,35.

O material mineralizado pode apresentar teores de P_2O_5 apatítico superiores a 20%, o que representa mais de 50% em peso de apatita. Este material, com aspecto terroso, possui cor marrom média a escura e é caracteristicamente mais pobre em Nb_2O_5 , TiO_2 e OTR (óxidos totais de terras raras), em relação ao capeamento. Os teores de Fe_2O_3 , na forma de óxidos hidratados de ferro, magnetita e hematita ainda são elevados, podendo superar 30%, mas com tendência a decréscimo em profundidade.

Em termos de granulação, o material mineralizado apresenta parcelas muito significativas de finos, predominando as porções com 25 a 45% de material com granulação inferior a 0,037 mm, carreando em média 10 a 20% da apatita total.

Dentro do nível considerado mineralizado ocorrem diversos tipos tecnológicos de minérios, os quais são descritos adiante.

O produto final deste intemperismo representa uma pequena parcela do volume da rocha original devido às modificações ocorrentes nos constituintes originais.

2.4 - Inventário da Pesquisa Mineral

Na área de arrendamento da empresa, foram realizados numerosos trabalhos de pesquisa superficial e em profundidade, na tentativa de se definir a ocorrência da zona mineralizada.

Até 1975, os tipos de trabalhos de pesquisa efetuados (Arafértil, 1975) tanto pela própria empresa como por outras (CAMIG, DNPM, IPR, ITI e CNPq), foram os seguintes:

- Poços;
- Galerias;
- Furos de sonda;
- Trincheiras e frentes experimentais.

A partir dessa data, os trabalhos de pesquisa efetuados voltaram-se quase que totalmente às sondagens rotativas, as quais ainda são utilizadas localmente para maior detalhamento.

A densidade de amostragem das sondagens correspondeu, inicialmente, a uma malha de 200 x 200m, sendo adensada com o andamento dos trabalhos de pesquisa, onde chegou a se ter espaçamentos entre furos de 50 m, principalmente, nas regiões próximas às áreas de lavra. O número total de furos de sonda é superior a 670 (Figura 2.6).

Figura 2.6 - Mapa de distribuição dos furos de sonda da Arafértil, com a divisão nas áreas de lavra em Morro das Cobras e Trincheirão.

Alguns furos foram refeitos, ou seja, sondou-se próximo a furos já realizados, da mesma forma que as amostras foram reanalisadas, em virtude do pequeno número de elementos inicialmente analisados. A locação das sondagens foi controlada por levantamento plani-altimétrico, em escala 1:2.000, sendo todos os furos realizados verticalmente. A amostragem foi efetuada considerando a cota da boca dos furos, ou seja, coletaram-se amostras em intervalos regulares correspondentes às cotas inteiras.

Os furos de sonda foram efetuados pelo método rotativo, com diâmetro NX, em sua maioria, reduzido para BX quando necessário. As sondagens foram realizadas até atingir a rocha fresca ou então o nível 960, que, devido às razões ambientais, corresponde à cota limite para exploração.

Foi utilizada a técnica de embuchamento no material alterado e com coroas de pastilha. Segundo a empresa, esta técnica permitiu uma boa recuperação do material (cerca de 95%).

As amostras para análises foram coletadas tomando-se a metade de testemunho a cada intervalo de 5 metros. No início, apenas alguns óxidos eram analisados em laboratórios contratados. A partir de 1974, passou-se a analisar sistematicamente 10 óxidos mediante espectrometria de raios-X nos laboratórios da Serrana S.A. de Mineração, através de equipamento PHILIPS, modelo PW-1450, versão ASP.

A partir de setembro de 1975, as amostras passaram a ser analisadas em equipamento próprio da empresa, espectrômetro de raios-X RIGAKU, modelo Geigerflex 3134. Algumas determinações eram encaminhadas à Geosol - Geologia e Sondagens Ltda.

Houve uma nova mudança do equipamento em 1988, com a substituição do espectrômetro RIGAKU por um PHILIPS, modelo PW-1606, proveniente da Serrana S.A.

Uma outra fonte de informação existente para o planejamento da lavra, além dos furos de sonda, consiste nos dados de amostragens de canal e trados mecanizados (diâmetros de 4") efetuados nas frentes de lavra. A Figura 2.7 mostra a distribuição das informações destas amostragens, com mais de 7.000 escavações, concentradas nas frentes de lavra.

Figura 2.7 - Mapa de distribuição dos canais e a divisão nas áreas de lavra em Morro das Cobras e Trincheirão.

As amostragens em canal foram efetuadas verticalmente nas faces das bancadas, as escavações possuíam uma largura de 15 a 20 cm e cerca de 5 cm de profundidade. Os furos a trado mecanizado efetuados nas bermas foram demarcados a uma distância de 6 metros perpendicularmente às faces das bancadas, sendo espaçados uns dos outros em torno de 12,5 metros. Eles atingiram a profundidade máxima de 10 metros, com a amostragem realizada a cada cinco metros, que corresponde à metade da altura da bancada. As amostras foram obtidas após um quarteamento, o que proporciona um volume aproximado de 20 litros. As Figuras 2.8 e 2.9 mostram as atividades para obtenção destas amostras.

Figura 2.8 – Trabalhos de amostragem por canal. A amostragem consiste na escavação da face da bancada e as amostras são coletadas em intervalos de 5 metros.

Figura 2.9 – Vista da amostragem efetuada nas bermas das bancadas através de trado mecanizado.

2.5 – Análise de Dados

Atualmente, existem dois bancos de dados, sendo um de furos de sonda, com amostras em intervalos, na maioria, de 5 metros, e o outro de amostras de canal/furos de trado, também com o mesmo intervalo.

No início, eram determinados apenas os teores de P_2O_5 , CaO, BaO, TiO_2 e Nb_2O_5 ; posteriormente foram também incluídos MgO, Fe_2O_3 , SiO_2 , Al_2O_3 , SO_3 e OTR. Estes elementos adicionais foram importantes para indicar a presença de minerais de ganga, tais como as micas e barita, cujas presenças são relevantes frente ao processo de beneficiamento.

Algumas relações entre os óxidos também são utilizadas, tais como CaO/ P_2O_5 e P_2O_5 apat. (notação utilizada para representar o teor de P_2O_5 relacionado à apatita). A primeira fornece indicação da existência de fosfatos secundários, predominantes nas porções do material estéril da mina, as quais apresentam teores altos de P_2O_5 e baixos de CaO. O teor de P_2O_5 apat. é obtido considerando as seguintes relações:

$$P_2O_5 \text{ apat.} = P_2O_5 \quad \text{se } CaO / P_2O_5 \geq 1,35 \quad (2.1)$$

$$P_2O_5 \text{ apat.} = CaO / 1,35 \quad \text{se } CaO / P_2O_5 < 1,35 \quad (2.2)$$

O valor 1,35 (Braga & Born, 1988) foi obtido a partir de concentrados de apatita. O material considerado como minério é aquele que possui teores de P_2O_5 apatítico acima de 6%.

A análise de SO_3 , juntamente com o BaO, serve para quantificar o teor de barita, levando-se em conta que todo o SO_3 encontra-se na forma deste mineral (BaO ocorre tanto na barita como em aluminofosfatos).

Para os estudos estatísticos e geoestatísticos do banco de dados dos canais será considerada a divisão da área em duas porções, denominadas Trincheirão e Morro das Cobras, as quais são separadas pela coordenada E -900 (Figura 2.6), conforme as informações de campo e do relatório interno da empresa (Arafertil, 1997). A divisão foi efetuada por não haver uma continuidade espacial das informações e também por apresentarem diferenças nos teores, como a ocorrência de barita em teores mais elevados no Morro das Cobras que no Trincheirão.

2.6 - Planejamento da Lavra

A produção anual média da jazida da Fertilizantes Serrana atualmente é de cerca de 4.600.000t de minério e 2.700.000t de estéril, tendo a empresa como meta aumentar esta produção.

A lavra é a céu aberto, sendo efetuada por desmonte em meia encosta; as bancadas possuem, em geral, uma altura de 10 metros e as bermas com 25 metros. A extração é realizada através de pás carregadeiras, tratores de esteiras e retroescavadeiras, e o transporte do material, tanto do minério como de estéril, por caminhões basculantes. Explosivos são utilizados eventualmente onde o material encontra-se mais resistente, predominantemente nas regiões com ocorrência de material cimentado.

O planejamento da lavra é efetuado em duas etapas, sendo uma a curto e outra a médio e longo prazos.

Para o planejamento a médio e longo prazos, a empresa utiliza-se das informações contidas em um modelo de blocos. Este modelo possui teores interpolados pelos dados analíticos dos furos de sondagens existentes, os quais foram calculados através do método do inverso do quadrado da distância. Os blocos apresentam dimensões de 50x50x10m, respectivamente, largura, profundidade e altura.

Para a interpolação foram utilizadas amostras compostas pela altura das bancadas (10m); o raio de pesquisa, para a maioria dos elementos foi de 100 metros. Para alguns óxidos empregaram-se raios de 70m, com a busca somente no mesmo horizonte da bancada, ou seja, não se considerou a influência de amostras de minério de outros níveis. O número mínimo de amostras para a interpolação foi de duas amostras. Este modelo possui uma classificação por tipos de material: minério, estéril, transição (considerado como contendo metade de minério e metade de estéril) e rocha; uma outra classificação, também constante no modelo, é a subdivisão da zona mineralizada em tipos distintos frente ao processo de beneficiamento: minério normal, micáceo, micáceo-carbonático e carbonático.

Estas classificações gerais e de tipos de minério foram obtidas, segundo a empresa, através da confecção manual de curvas de isoteores dos óxidos principais, como P_2O_5 apat., MgO, CaO e $BaSO_4$, definindo, desta forma, a ocorrência destes

materiais por níveis. Assim, o planejamento é feito observando-se os locais de ocorrência do tipo do material normal, preferencialmente com os valores do índice RCaO. Este índice corresponde ao valor potencial de recuperação da apatita na usina de beneficiamento.

No planejamento a curto prazo, são realizadas amostragens das frentes de lavra (canais e trado), particularmente em regiões de baixa densidade de informações e na transição entre minério/estéril, para verificação dos teores de interesse e determinação do índice RCaO.

As análises destas amostras mostram quais frentes de lavra irão fornecer material para a composição da pilha de homogeneização. Analisam-se não somente os teores dos óxidos de interesse, mas também efetuam-se ensaios de caracterização nos materiais com teores acima do valor de corte (6% de P_2O_5 apat.).

Dentro do depósito ocorrem minérios com características heterogêneas, proporcionando recuperações distintas. Assim, a pilha de homogeneização corresponde à mistura de minérios provenientes de diversas frentes de lavra. A composição da pilha deve obedecer os valores da curva de parametrização econômica da jazida (Assis & Silva Filho, 1994) que é expressa da seguinte forma:

$$f(E) = P_2O_5\text{apat} \times R\text{CaO}, \quad (2.3)$$

onde, $f(E)$ é a função econômica obtida a partir do controle orçamentário da empresa e com os parâmetros definidos, esta função torna-se constante; $P_2O_5\text{apat.}$ é o teor do minério e RCaO é o potencial de recuperação em apatita.

Deste modo, para um determinado programa de lavra, é considerado que o produto $R\text{CaO} \times P_2O_5\text{apat}$ como sendo uma constante, e a sua representação gráfica (Figura 2.10), permite definir as condições operacionais de teores e recuperação na usina.

Figura 2.10 - Gráfico da função de economicidade de lavra (Assis & Silva Filho, 1994).

2.7 - Beneficiamento do Minério

O processo de beneficiamento para a concentração do minério apatítico de Araxá, é composto por uma série de unidades que, por sua vez, são divididas por etapas (Fernandes, 1997; Guimarães, 1997). Os produtos de maior interesse econômico são obtidos ao final do processo, que são o FCA - concentrado apatítico fino e o GCA – concentrado apatítico grosso, porém outros dois produtos também são gerados anteriormente à formação da pilha de homogeneização, que são os materiais bitolados 24 e 28. Eles possuem esta denominação por serem granulares e com teores médios de P_2O_5 apat. de 24% e 28%, respectivamente.

O material proveniente da mina é inicialmente britado para tamanhos menores que 4 polegadas, seguido de uma classificação granulométrica em 2" (50,8 mm), com o passante seguindo para a formação da pilha de homogeneização. O material retido neste peneiramento sofre uma nova britagem e classificação em peneiras de 2" e ½"

(12,7 mm). O minério passante em 2" e retido em 1/2", irá compor a pilha do material bitolado 28. As demais frações, acima de 2" e passante em 1/2", formam o material bitolado 24.

Da pilha de homogeneização, o minério é retomado para a usina de concentração. Todo o processo de concentração é apresentado na Figura 2.11.

Figura 2.11 – Fluxograma simplificado da usina de concentração (Fernandes, 1997; Guimarães, 1997).

3 – CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA

3.1 – Introdução

A caracterização tecnológica de matérias primas minerais consiste no estudo das suas propriedades físicas, químicas, físico-químicas e mineralógicas, frente ao processo de beneficiamento ou uso final. De certa forma, pode-se dizer que caracterizar um minério significa aplicar técnicas para a determinação dos constituintes mineralógicos e avaliar relações de associação entre os minerais presentes.

Os estudos mineralógicos têm por objetivo o conhecimento de uma determinada matéria prima mineral, de forma que seja analisada e determinada a concentração do mineral de interesse, para o suprimento de matérias primas para as indústrias de transformação ou até mesmo, embora raro, na sua utilização direta.

Não há um roteiro único para a realização de estudos de caracterização tecnológica, sendo que os mesmos devem ser direcionados de acordo com as exigências do processo frente a cada situação (Sant'Agostino, 1996) ou conforme as diretrizes impostas pela assembléia mineralógica presente, especificações da matéria prima final ou características das operações unitárias a serem utilizadas no seu beneficiamento (Tassinari, 1996).

A caracterização é um ramo da mineralogia aplicada onde, além dos conhecimentos mineralógicos, é necessário também ter noções básicas de tratamento de minérios e da aplicação dos produtos minerais.

Para a implantação de um empreendimento mineiro, são realizadas diversas etapas de caracterização (Henley, 1983). A Figura 3.1 apresenta uma seqüência do desenvolvimento dos trabalhos de pesquisa e as etapas de caracterização empregadas.

Figura 3.1 - Seqüência das etapas de caracterização e do desenvolvimento de uma planta metalúrgica (adaptado de Henley, 1983).

A partir dos estudos de caracterização tecnológica em matérias primas minerais é possível classificá-los em tipos de minério ("ore types"), segundo o seu comportamento junto a um determinado processo de concentração/beneficiamento. A tipologia é definida por um conjunto de características mineralógicas ou parâmetros dos materiais que se refletem em comportamentos diferenciados frente a um determinado processo de beneficiamento, influenciando diretamente na recuperação ou concentração dos minerais de interesse. Em uma mina pode-se ter materiais de

litologias distintas, porém apresentando um mesmo comportamento frente aos processos aplicados.

Atualmente, a caracterização tecnológica corresponde a uma etapa fundamental para que haja um melhor aproveitamento dos minérios fosfáticos (Coelho *et al.*, 1987), sendo utilizado por todas as empresas do gênero, tanto em etapas de controle de minério (Tapira, Araxá e Catalão I), como para a definição de alternativas para uma planta de beneficiamento ou ainda na fase de pesquisa mineral (Anitápolis e Angico dos Dias).

De acordo com Silveira *et al.* (1990), estes estudos surgiram devido à necessidade de se explorar depósitos minerais cada vez mais complexos e ao mesmo tempo incorporar o aproveitamento de materiais marginais aos corpos de minérios.

3.2 - Tipologia da Jazida

Conforme mencionado por Coelho *et al.* (1987), a caracterização é uma etapa fundamental não só para a fase de definição da planta de beneficiamento, bem como no sentido de sua otimização, visando uma maior recuperação de fosfato na flotação.

Na jazida de fosfato de Araxá, os trabalhos de caracterização são efetuados com o objetivo de definir a tipologia da matéria prima mineral, procurando identificar e quantificar a assembléia mineralógica, a distribuição granulométrica, o grau de liberação da apatita. Por fim, os resultados da caracterização são usados para a definição das frentes de lavra para a composição da pilha de homogeneização. No beneficiamento, o processo é analisado como um todo para controlar a qualidade, servindo também para otimizar o processo e, conseqüentemente, melhorar a recuperação.

Takata *et al.* (1990) apresentam toda uma metodologia empregada para a caracterização do material apatítico da jazida, tendo como base os trabalhos realizados por Takata *et al.* (1985); Braga & Born (1988) e PAA (1989). Aqueles autores apresentam uma classificação tipológica do minério de fosfato de Araxá, separando-os em três grupos principais, conforme é apresentado no Quadro 3.1.

Quadro 3.1 - Classificação da tipologia da jazida de Araxá (Takata et al., 1990).

Grupo	Sub-grupo	Tipologia
A		normal
B	B1	micáceo sem carbonatos
	B2	micáceo com carbonatos
C	C1	magnesiano carbonático com fragmentos de rocha
	C2	magnesiano carbonático sem fragmentos de rocha.

Esta classificação leva em consideração somente a variação vertical do perfil de alteração da jazida. A descrição dos tipos, segundo Takata *et al.* (1990), é:

- tipo A, este material é o principal minério da jazida, apresentando um teor de P_2O_5 apat. entre 12 e 15% e de MgO inferior a 2%;
- tipo B, subdividido em dois sub-grupos, de acordo com a presença de carbonatos. O subtipo B1 apresenta teor de P_2O_5 apat. entre 8-12%, MgO acima de 5% e CO_2 em torno de 1%; no subtipo B2, o teor de CO_2 fica entre 2 e 5%;
- tipo C, também subdividido em 2 sub-grupos, onde levou-se em consideração a presença de fragmentos de rocha no minério. O teor médio para os subtipos é de 8 a 12% de P_2O_5 apat., MgO acima de 5% e CO_2 superior a 5%.

Esta classificação, de uma forma prática, é simplificada para apenas três tipos, que são o minério normal (A), o silicatado (B) e o sílico-carbonático (C).

O minério normal ocorre mais próximo à superfície, apresenta minerais bastante oxidados, grande concentração de apatita, porém muito impregnada por minerais portadores de ferro. Como principais minerais associados, tem-se goethita, barita, alumino-fosfatos secundários do grupo da crandalita (gorceixita e goyazita), magnetita e minerais de titânio. A impregnação dos minerais apatíticos pelos minerais de ferro, a presença de argilo-minerais e barita são fatores deletérios ao beneficiamento.

O tipo silicatado ocorre geralmente abaixo do normal, apresentando-se menos alterado e também pouco enriquecido em apatita, entretanto, esta apresenta-se menos impregnada pelos óxidos/hidróxidos de ferro. Os principais minerais presentes são a vermiculita/clorita, magnetita, goethita e barita. A presença dos minerais de ferro

associados à apatita e outros minerais portadores de cátions de elementos alcalino-terrosos (Ca, Mg etc.) causam problemas no beneficiamento.

O terceiro tipo, denominado de sílico-carbonático, ocorre abaixo do tipo silicatado, também com baixa proporção de minerais oxidados, sendo os teores P_2O_5 apat. menores e apatita apresentando-se pouco impregnada por minerais de ferro. Também apresenta os mesmos problemas no beneficiamento acrescidos da presença de calcita e dolomita, minerais extremamente deletérios à flotação da apatita.

Na jazida, o material é considerado estéril quando possui teores de P_2O_5 apat. menores que 6%. Um outro termo tipológico, também utilizado pela empresa, é o "transição", sendo definido para blocos de lavra que são constituídos por metade de minério normal e outra metade de estéril. A denominação de minério aqui utilizada relaciona-se apenas ao teor de P_2O_5 apat. no material superior a 6%.

Outras classificações conforme tipos geológicos utilizadas visando o aspecto de lavra e beneficiamento são ilustrados nos Quadros 3.2 e 3.3 (Assis & Silva Filho, 1994).

Quadro 3.2 - Classificação segundo os tipos geológicos (Assis & Silva Filho, 1994).

Tipos	Características
Estéril	P_2O_5 apat. < 6,0% (5m/5m)
Minério	P_2O_5 apat. > 6,0% (5m/5m)
Transição	P_2O_5 apat. < 6,0% (5m) P_2O_5 apat. > 6,0% (5m)
Rocha	Presença de carbonatos

Obs.: (5m) significa o intervalo de 5 metros referentes à metade da altura do bloco de lavra.

Quadro 3.3 – Subdivisão da classificação dos tipos geológicos (Assis & Silva Filho, 1994).

Sub-tipos	Características
Normal	MgO < 5,0%; CO ₂ < 2,0%
Cimentado	P ₂ O ₅ apat. > 17,0%; granular
Micáceo	MgO > 5,0%; CO ₂ < 2,0%
Micáceo Carbonático	MgO > 5,0%; CO ₂ > 2,0%
Carbonático	MgO < 5,0%; CO ₂ > 2,0%

Conforme o conceito de minério, somente o tipo normal e o cimentado são enquadrados nesta classe, com o tipo micáceo (silicatado) podendo ser aproveitado na pilha de homogeneização, em proporções bastante reduzidas.

A recuperação de apatita do tipo micáceo é possível, entretanto, o seu custo é extremamente elevado, o que inviabiliza o seu aproveitamento, por isso a sua participação na pilha é limitada a pequenas quantidades.

O tipo que contém minerais carbonáticos ainda não é aproveitado pela empresa, pois ainda não há um processo de beneficiamento que permita a recuperação do material apatítico dentro de especificações aceitáveis. Estudos visando o aproveitamento destes materiais vêm sendo desenvolvidos.

3.3 - Características dos Tipos de Materiais

Após os ensaios de caracterização dos materiais, conforme Takata *et al.* (1990), foram observadas as seguintes características e composições mineralógicas:

- o material denominado de lamas naturais representa de 12 a 33% em peso, com teores de 3 a 18% de P₂O₅ apat.;
- o material que alimenta a flotação possui apatita e minerais micáceos como constituintes principais;

- os carbonatos concentram-se nos tipos C1 e C2;
- a apatita ocorre sob forma granular ou de agregados intercrescidos;
- diversas variedades de apatitas foram observadas. Estas apatitas foram estudadas detalhadamente por Lenharo (1994), que definiu a flúor-hidróxi-(carbonato)-apatita como primária e flúor-carbonato-(hidróxi)-apatita como de origem secundária;
- associação dos grãos de apatita com minerais portadores de ferro, os quais ocorrem na forma de películas superficiais de recobrimento ou cimentando grãos de apatita, em diversos níveis de impregnação (Figura 3.2 e Quadro 3.4).

Figura 3.2 – Formas de ocorrência da apatita associada com minerais de ferro. (A) apatita limpa; (B) e (C) medianamente impregnada; (D) agregado de apatita microcristalina com óxido de ferro intimamente associado (Takata et al., 1985).

Quadro 3.4 - Graus de impregnação de apatita (Takata et al., 1990)

Apatita	limpa baixo teor de Fe	medianamente impregnada médio teor de Fe	impregnada alto teor de Fe
Grau de recobrimento	< 30%	30-70%	> 70%

Para a jazida de fosfato de Araxá, concluiu-se que os principais fatores que influenciam diretamente no processo de beneficiamento são (Takata et al., 1990):

- conteúdo de "finos naturais": a presença de finos naturais é extremamente prejudicial à flotação de apatita;
- proporção de apatitas, carbonatos e minerais micáceos. Os minerais de ganga sílico-magnesianos, devido às suas características e ao seu elevado grau de intemperismo, tendem a liberar, ao longo de todo o processamento do minério, argilas, colóides e cátions, que são nocivos à flotação da apatita. A presença de carbonatos resulta em diluição dos concentrados apatíticos devido à sua resposta positiva à flotação, de forma semelhante à da apatita, com ácido graxo, utilizado como coletor da apatita;
- grau de impregnação das apatitas por óxi-hidróxidos de ferro. Outro fator também importante na recuperação de apatita é o grau de impregnação por minerais de ferro. Takata et al. (1985) estudaram esta relação e determinaram um índice de recuperação potencial de apatita a partir dos materiais a serem lavrados.

Desta forma, foi definida uma simbologia para os blocos de lavra de acordo com este índice de recuperação de apatita, através de uma ponderação dos graus de impregnação com os fatores adotados na empresa.

Para as características das apatitas apresentadas no Quadro 3.4, foram estabelecidos, conforme apresentado por Fernandes (1997), valores médios de recuperação das mesmas no processo de concentração, que são mostrados no Quadro 3.5.

Quadro 3.5 – Valores potenciais de recuperação da apatita, com base nos testes experimentais (Fernandes, 1997).

Fração	Características da apatita	Potencial de recuperação (%)
Retido em 0,037 mm	Limpa	100
	Medianamente suja	60
	Muito suja	10
Passante em 0,037 mm	Limpa	70
	Medianamente suja	42
	Muito suja	7

Assim, os blocos são classificados em quatro grupos, conforme o Quadro 3.6.

Quadro 3.6 - Classificação dos blocos segundo o índice RCaO (Takata et al., 1985)

RCaO	Categoria
< 40%	ruim
40-50%	médio
50-60%	bom
>60%	ótimo

A determinação do índice RCaO era realizada, inicialmente, por técnica de microscopia, na qual observava-se a porcentagem de apatitas limpas contidas em uma determinada fração. Em meados dos anos 90, este índice passou a ser determinado por meio de separação magnética. O conhecimento deste parâmetro é de importância fundamental para uma maior estabilidade do processo de concentração, estando relacionado com a faixa granulométrica, que influencia na produção de concentrados pela usina de beneficiamento.

Por microscopia, quantificavam-se os grãos de apatita em diferentes níveis de impregnação por óxi-hidróxidos de ferro. Este método era excessivamente lento, com análise de somente duas amostras por semana.

O novo procedimento, implantado posteriormente, agilizou a obtenção deste índice RCaO para até dez determinações por semana. Este procedimento obedece as seguintes etapas:

- britagem do material abaixo de 12,7 mm;
- homogeneização e quarteamento;
- classificação granulométrica em 0,297mm e 0,037mm;
- o material passante em 0,037mm (finos naturais) segue para análise química;
- o retido em 0,297mm, sofre uma nova moagem a 100% passante nessa abertura, sendo incorporado ao retido em 0,037mm;
- nova classificação granulométrica nas frações 0,149mm, 0,074mm e 0,037mm;
- o material abaixo de 0,037mm (finos gerados) segue para análise química e as demais frações para as etapas de separação magnética de baixo e alto campos;
- separação magnética de baixo campo é efetuada a seco com ímã de mão;
- separação magnética de alto campo é realizado a úmido (WHIMS), repassando a fração não magnética em três estágios.

O cálculo do índice de apatita limpa, segundo Takata *et al.* (1985), considera os índices obtidos para cada fração granulométrica que, por média ponderada, fornece o valor global da amostra. O índice RCaO, por este método, corresponde à recuperação da apatita junto ao produto não magnético final.

A determinação do índice por separação magnética foi implantada após várias comparações entre estes dois métodos, sendo observado que havia uma correlação entre o valores obtidos pela técnica de microscopia e por separação magnética, cujo coeficiente de correlação obtido entre os dois métodos foi de 0,989 para mais de 700 amostras ensaiadas (Takata & Assis, 1994).

3.4 – Minerais de Ganga

Os estudos de caracterização tecnológica realizados nos diferentes horizontes litológicos, que permitiram definir a tipologia da jazida, foram fundamentais para o aprimoramento da rota do processo de beneficiamento, possibilitando a separação de alguns minerais de ganga que diluíam o teor do concentrado de apatita.

A seguir, são descritos alguns minerais presentes na jazida, relevantes frente ao processo de concentração do minério.

- **barita**

A barita apresenta um comportamento semelhante ao da apatita na flotação, devido aos cátions destes minerais pertencerem ao mesmo grupo na tabela periódica. Para a sua retirada, há um circuito exclusivo de flotação de barita, utilizando-se um reagente apropriado para esse mineral. Este circuito somente é ativado quando a pilha de homogeneização possui teor de BaSO_4 superior a 2,5%.

- **óxidos e hidróxidos de ferro**

Na jazida, são encontrados nos minerais de apatita, óxidos e hidróxidos de ferro, que se apresentam principalmente sob a forma de magnetita, goethita e limonita. A eliminação da magnetita é efetuada na etapa de separação magnética de baixo campo (~800 a 1.000 Gauss). Os mais problemáticos são os minerais hidratados de ferro, pois, além de serem pouco suscetíveis magneticamente, encontram-se geralmente associados à apatita, cujas formas de ocorrências já foram apresentadas na Figura 3.3. A presença destes minerais, na forma de películas superficiais de recobrimento, ocasionam perdas de apatita, diminuindo portanto a sua recuperação.

O procedimento para minimizar este problema inicia-se com a cominuição do minério, para que ocorra a separação física dos minerais, descartando os finos gerados; na seqüência, tem-se uma etapa de flotação e por último uma separação magnética de alto campo (16 kGauss) para a retirada destes hidróxidos de ferro. O material magnético carrega consigo uma parcela da apatita ainda impregnada, que, embora apresente teores de P_2O_5 apat. da ordem de 27%, é totalmente descartado.

- silicatos

Os minerais silicatados de ganga são, principalmente, os argilo-minerais. Também são eliminados através da flotação de apatita, porém esta flotação deve ser realizada com um pH bastante elevado (em torno de 11,5) para que haja uma boa seletividade; o seu custo é elevado, devido ao alto consumo de soda (hidróxido de sódio). Outra maneira de se minimizar o problema é através da lavra seletiva atualmente utilizada.

- carbonatos

Os materiais que apresentam minerais carbonatados (calcita e dolomita, principalmente) não são explotados, pois ainda não há um processo tecnológico que permita a sua separação.

4 – ANÁLISE ESTATÍSTICA

Os dados de análises químicas das amostras da jazida de Araxá foram analisadas estatisticamente com o objetivo de caracterizar e descrever a distribuição dos dados. A etapa de análise estatística é fundamental para verificar possíveis erros nos dados, mas, sobretudo, para caracterizar adequadamente as distribuições de frequência em estudo. É necessário identificar se a distribuição é normal ou não e, não sendo normal, se a assimetria é positiva ou negativa. O tipo de distribuição dos dados controla também as estimativas e incertezas associadas. A análise da assimetria está relacionada com problema do efeito proporcional, conforme foi constatado por Yamamoto (2000).

Esta análise foi efetuada com os resultados analíticos existentes, ou seja, as duas bases de informações de amostras disponíveis, sendo uma coletada por furos de sonda e a outra por amostragens de canais. Todas as informações foram regularizadas para intervalos de dez metros.

A análise foi realizada utilizando-se o programa ISATIS, versão 3.1.2 (Geovariances, 1998).

4.1 – *Furos de Sonda*

As análises estatísticas, para as amostras de sondagens, foram efetuadas para as seguintes variáveis de interesse: BaSO_4 , CaO , $\text{CaO/P}_2\text{O}_5$, Fe_2O_3 , MgO , P_2O_5 , $\text{P}_2\text{O}_5\text{apat.}$ e SiO_2 . Inicialmente, foram analisadas todas as amostras indistintamente da tipologia, separando-as, posteriormente, em zona apatítica, tipo normal e tipo micáceo.

A separação dos tipos, conforme as informações da caracterização tecnológica, pode ser realizada a partir dos dados analíticos.

Assim, a separação pelo quimismo foi feita em etapas. Inicialmente, selecionaram-se todas as amostras de material da zona denominada apatítica, ou seja, a zona onde os teores de fosfatos (P_2O_5) pertencem, em sua maioria, à apatita,

englobando os tipos normal e micáceo. Nesta zona, praticamente, estão excluídos os materiais com carbonatos.

A definição desta zona apatítica foi baseada na relação $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$, ou seja, através desta relação foi possível definir a região apatítica, que é compreendida pelo intervalo de 0,6 a 1,5. O limite inferior de 0,6, é o valor limiar de materiais aceitos para a composição da pilha de homogeneização, os quais contêm 50% de fosfato apatítico e 50% de fosfatos secundários. Este material é conhecido na jazida como sendo de transição, ou seja, a região de interface do material estéril com o minério normal.

O material do tipo normal possui a relação $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$ em torno de 1,35; valores mais elevados indicam a presença de outros minerais com CaO (geralmente a calcita). Assim, como limite superior do intervalo da definição da zona apatítica utilizou-se o valor de 1,5, acima do qual já é possível verificar a presença de material carbonático em proporções indesejáveis à formação da pilha de homogeneização.

Dentre as amostras deste intervalo, foram separadas as amostras dos materiais considerados como normal e micáceo; esta separação foi efetuada com base nos teores de MgO. As amostras com teores até 5% de MgO são consideradas como pertencentes ao tipo normal e acima deste valor como pertencentes ao tipo micáceo, embora, na realidade, sejam utilizados materiais com teores médios em torno de 1 a 1,5% de MgO para a composição da pilha de homogeneização.

Uma análise estatística de correlação para as amostras do minério normal foi efetuada a fim de verificar o grau de similaridade entre elas, conforme os resultados apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Resultados da análise estatística de correlação.

Variável	BaSO ₄	CaO	CaO/P ₂ O ₅	Fe ₂ O ₃	MgO	P ₂ O ₅	P ₂ O ₅ apat	SiO ₂
BaSO ₄	1,00	0,02	0,04	0,26	-0,18	-0,09	0,02	-0,46
CaO		1,00	0,67	-0,70	-0,05	0,95	0,99	-0,26
CaO/P ₂ O ₅			1,00	-0,57	0,34	0,50	0,63	0,09
Fe ₂ O ₃				1,00	-0,28	-0,68	-0,69	-0,23
MgO					1,00	-0,20	-0,08	0,47
P ₂ O ₅						1,00	0,96	-0,35
P ₂ O ₅ apat							1,00	-0,26
SiO ₂								1,00

Estas correlações serão discutidas na análise das distribuições de frequências das variáveis conforme segue.

Os resultados da análise estatística encontram-se sumariados nas Tabelas 4.2 a 4.5.

Tabela 4.2 – Resultados da análise estatística para todas as amostras dos furos de sonda.

Variável	Amostras	Média	D.Padrão	CV	Mínimo	Q. Inf.	Mediana	Q. Sup.	Máximo
BaSO ₄	3527	4,78	9,27	1,94	0,00	0,10	0,50	4,90	64,30
CaO	4706	13,69	10,42	0,76	0,00	3,20	13,80	20,90	66,60
CaO/P ₂ O ₅	4706	1,37	1,39	1,01	0,08	0,64	1,25	1,46	20,60
Fe ₂ O ₃	4706	32,02	12,88	0,40	0,00	22,90	29,70	40,20	92,00
MgO	2829	3,53	5,12	1,45	0,00	0,40	0,80	4,70	26,30
P ₂ O ₅	4706	11,48	5,89	0,51	0,50	6,80	10,30	15,50	31,90
P ₂ O ₅ apat.	4706	8,77	6,95	0,79	0,00	2,20	8,30	13,70	31,90
SiO ₂	4473	12,03	10,85	0,90	0,00	3,70	8,10	18,40	70,80

Tabela 4.3 – Resultados da análise estatística para as amostras dos furos de sonda, dentro da zona apatítica.

Variável	Amostras	Média	D.Padrão	CV	Mínimo	Q. Inf.	Mediana	Q. Sup.	Máximo
BaSO ₄	1967	4,42	7,32	1,66	0,00	0,10	0,60	6,20	58,60
CaO	2547	17,18	8,07	0,47	0,00	11,20	16,60	22,70	44,80
CaO/P ₂ O ₅	2547	1,22	0,20	0,16	0,60	1,12	1,26	1,35	1,50
Fe ₂ O ₃	2547	29,60	9,14	0,31	3,20	23,60	28,50	34,35	92,00
MgO	1628	2,40	3,61	1,50	0,00	0,40	0,90	2,70	25,40
P ₂ O ₅	2547	14,61	5,49	0,38	1,40	10,50	14,20	18,10	31,90
P ₂ O ₅ apat	2547	12,59	5,85	0,46	0,00	8,30	12,20	16,60	31,90
SiO ₂	2443	13,01	11,34	0,87	0,00	3,80	10,10	19,70	66,50

Tabela 4.4 – Resultados da análise estatística para as amostras dos furos de sonda, do tipo micáceo.

Variável	Amostras	Média	D.Padrão	CV	Mínimo	Q. Inf.	Mediana	Q. Sup.	Máximo
BaSO ₄	601	2,86	5,50	1,92	0,00	0,00	0,30	3,00	45,90
CaO	1160	15,95	7,74	0,49	0,00	10,30	15,60	21,00	44,80
CaO/P ₂ O ₅	1160	1,25	0,20	0,16	0,60	1,17	1,29	1,39	1,50
Fe ₂ O ₃	1160	30,91	9,28	0,30	5,10	24,80	29,25	35,75	92,00
MgO	241	9,60	4,44	0,46	5,10	6,50	8,10	11,00	25,40
P ₂ O ₅	1160	13,27	5,23	0,39	1,40	9,50	12,70	16,70	31,90
P ₂ O ₅ apat	1160	11,67	5,60	0,48	0,00	7,60	11,40	15,30	31,90
SiO ₂	1059	16,18	12,03	0,74	0,00	5,00	14,00	23,50	66,50

Tabela 4.5 - Resultados da análise estatística para as amostras dos furos de sonda, do tipo normal

Variável	Amostras	Média	D.Padrão	CV	Mínimo	Q. Inf.	Mediana	Q. Sup.	Máximo
BaSO ₄	1366	5,11	7,89	1,54	0,00	0,20	0,90	7,50	58,60
CaO	1387	18,22	8,19	0,45	0,20	12,00	17,60	23,90	41,60
CaO/P ₂ O ₅	1387	1,19	0,19	0,16	0,60	1,09	1,23	1,33	1,50
Fe ₂ O ₃	1387	28,51	8,87	0,31	3,20	22,50	27,80	33,60	79,70
MgO	1387	1,15	1,14	0,99	0,00	0,40	0,70	1,40	5,00
P ₂ O ₅	1387	15,74	5,45	0,35	1,60	11,70	15,60	19,40	31,20
P ₂ O ₅ apat	1387	13,36	5,95	0,45	0,20	8,90	13,00	17,60	30,00
SiO ₂	1384	10,59	10,14	0,96	0,10	1,95	7,40	16,75	58,10

Os histogramas do conjunto de amostras do tipo normal, para as variáveis principais, P₂O₅apat., BaSO₄, Fe₂O₃, MgO e SiO₂, são apresentados nas Figuras 4.1 e 4.2.

a

b

Figura 4.1 – Histogramas das amostras dos furos de sonda do tipo normal, para toda a área para (a) P_2O_{5ap} e (b) Fe_2O_3 , que apresentam distribuição normal.

Figura 4.2 – Histogramas das amostras dos furos de sonda do tipo normal, para toda a área para (a) $BaSO_4$, (b) MgO e (c) SiO_2 .

Para todos os conjuntos, a variável BaSO_4 apresentou sempre uma distribuição com forte assimetria positiva (a exemplo da Figura 4.1a). Em geral, os teores de BaSO_4 são baixos, mostrando que somente em algumas regiões da jazida os teores são elevados, caracterizando a forte assimetria.

Os teores de CaO estão intimamente ligados aos de P_2O_5 , principalmente os apatíticos, conforme pode ser observado na análise de correlação e, conseqüentemente, nas distribuições de frequência, as quais são altamente similares.

A distribuição das razões $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$ mostra claramente que a assimetria passa a ser negativa, em virtude dos tipos de minérios considerados, excluindo-se os tipos micáceo-carbonático e carbonático.

Os valores de Fe_2O_3 apresentam distribuições aproximadamente simétricas para todos os conjuntos de dados analisados. A correlação de Fe_2O_3 com P_2O_5 apat. apresenta um coeficiente negativo (-0,69) mostrando que ambos apresentam-se em quantidades inversamente proporcionais.

Os teores de MgO , a exemplo de BaSO_4 , apresentam distribuições com forte assimetria positiva. Na zona apatítica, que engloba os tipos normal e micáceo, os teores de MgO apresentam uma típica distribuição lognormal, explicada pelos altos teores de MgO atribuídos ao tipo micáceo e baixos teores ao tipo normal.

Com relação aos teores de SiO_2 , verificou-se que eles apresentam distribuição com assimetria positiva nas diferentes regiões da jazida.

4.2 – Canais

No estudo estatístico das informações dos canais, os dados foram separados por regiões (Morro das Cobras e Trincheirão), para as quais foram efetuadas as análises estatísticas para as amostras do tipo minério normal, conforme resultados apresentados nas Figuras 4.3 a 4.6.

a

b

Figura 4.3 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Morro das Cobras, para (a) $P_2O_5\text{apat.}$ e (b) Fe_2O_3 , que apresentam distribuição normal.

Figura 4.4 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Morro das Cobras, para (a) BaSO₄, (b) MgO e (c) SiO₂, com distribuição assimétrica positiva.

a

b

Figura 4.5 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Trincheirão, para (a) $P_2O_5\text{apat.}$ e (b) Fe_2O_3 , com distribuição normal.

Figura 4.6 – Resultados das estatísticas dos valores das amostras de canal para o minério normal na área do Trincheirão, para (a) BaSO₄, (b) MgO e (c) SiO₂, apresentando distribuição assimétrica positiva.

Comparando-se os resultados obtidos, verifica-se que os teores de P_2O_5 apat. são superiores no Morro das Cobras (14,4% em média) em relação ao Trincheirão (11,2% em média). Os teores de Fe_2O_3 acompanham esta tendência.

Já os teores de MgO são superiores no Trincheirão em relação às amostras do Morro das Cobras.

Os teores de $BaSO_4$, no Morro das Cobras (15,7% em média) são muito superiores aqueles do Trincheirão(1,3% em média), devido provavelmente à ocorrência de massas baritíferas na primeira região. Com relação aos teores de SiO_2 , verifica-se o comportamento oposto de $BaSO_4$, ou seja, os teores no Trincheirão (12,3% na média) são muito maiores que os que ocorrem no Morro das Cobras (1,78%). Os maiores teores de SiO_2 no Trincheirão podem ser atribuídos à sua posição geográfica em relação à intrusão (borda da intrusão).

5 - MODELAGEM GEOLÓGICA

Os métodos de avaliação (representação e quantificação) de corpos geológicos vêm sendo cada vez mais aprimorados nestas últimas três décadas devido, principalmente, à crescente disponibilidade dos recursos computacionais.

No passado, a avaliação dos corpos de minério era realizada através dos métodos convencionais (Popoff, 1966; Annels, 1991), com a representação espacial limitada a apenas duas dimensões. Nestes métodos, a quantificação dos teores era efetuada através de uma média, ponderada ou simples, das informações disponíveis e estendidas para grandes volumes de cubagem, como por exemplo, no método dos perfis padrão, o teor médio era atribuído ao volume compreendido entre duas seções adjacentes. Nestes métodos, os volumes são aproximados através do cálculo de volumes de fórmulas de figuras geométricas conhecidas.

A necessidade de estimar teores em locais não amostrados foi, de certa forma, responsável pelo surgimento de técnicas de estimativas, como o método do inverso da potência da distância e, atualmente a mais difundida, a geoestatística. Estes métodos, tidos como computacionais por Yamamoto & Bettencourt (1992), são aqueles que utilizam-se de programas de computadores para estimativa dos teores de um conjunto de blocos regulares (paralelepípedos), denominado modelo tridimensional de blocos.

Evidentemente, o modelo tridimensional de blocos deverá englobar todo o corpo de minério. A envoltória do conjunto de blocos pertencentes ao domínio da mineralização define a geometria do corpo de minério. Há, portanto, blocos que pertencem ou não ao corpo de minério.

Um outro problema a se considerar é a questão da geologia do corpo de minério, que poderá variar de seção a seção. Assim, o fator geológico deve ser considerado na estimativa de blocos que fornece maior confiabilidade aos resultados. O trabalho com um modelo tridimensional de blocos que leve em consideração a geologia do corpo mineralizado requer o uso de técnicas de modelagem geológica auxiliada por computador.

A modelagem geológica não consiste simplesmente na aplicação das técnicas de estimativas de teores, mas, sobretudo, na aplicação de metodologia integrada para se atingir o objetivo final, que é a avaliação do corpo de minério.

Atualmente existem no mercado programas comerciais de modelagem geológica os quais, apesar de suas particularidades, compartilham uma seqüência de etapas a serem realizadas, como apresentado na Figura 5.1

Figura 5.1 – Seqüência de etapas a serem desenvolvidas na modelagem geológica em sistemas de computador.

A modelagem inicia-se a partir da entrada de todas as informações disponíveis, como, por exemplo, dados de boletins de sondagens e de topografia. Os pontos de amostragem, separados conforme a sua fonte, geralmente contêm as informações mais utilizadas, que são a litologia e os resultados analíticos. Os furos de sonda são os tipos mais comuns e devem conter a sua posição topográfica, indicação de azimuth e mergulho e os comprimentos dos intervalos das amostras. Os dados topográficos também são importantes informações para a modelagem geológica. Observe-se na Figura 5.2 um exemplo de representação espacial de furos de sonda. Deve-se realizar

uma verificação e análise dos dados, pois os dados irão influenciar diretamente nos resultados finais obtidos.

Figura 5.2 - Representação espacial de furos de sonda.

A próxima etapa da modelagem consiste na interpretação geológica de seções, a partir das informações dos dados disponíveis. Esta interpretação, normalmente efetuada por um geólogo, consiste em delimitar, através de um ou mais polígonos, a região de interesse, seja por teores, litologias ou tipos de material (Figura 5.3).

As interpretações geológicas devem ser efetuadas uma a uma para todas as seções de interesse.

Os planos de cada seção possuem orientação de acordo com as informações disponíveis, com origem, azimuth e inclinação que são armazenadas para a utilização na modelagem da superfície do corpo.

Figura 5.3 - Seções geológicas interpretadas a partir dos furos de sonda.

Após a definição de todas as seções geológicas, a próxima etapa é a união das seções através de pontos comuns existentes (Figura 5.4).

Figura 5.4 – Esquema mostrando a união das seções através de pontos em comum.

A consistência do modelo geológico a ser obtido deve ser efetuado também em três dimensões, pois uma definição mal elaborada das litologias ou dos tipos de minério poderão resultar em envio de materiais com diferentes comportamentos tecnológicos à usina de concentração.

Uma diferença para os métodos dos perfis padrão é que os programas de modelagem permitem que sejam realizadas as uniões entre as seções, por pontos comuns, possibilitando que o corpo de minério seja melhor representado e, conseqüentemente, o seu volume melhor avaliado.

A modelagem de superfície é o próximo passo a ser executado, sendo realizada uma triangulação que define a superfície envolvente do corpo de minério, usualmente conhecida como *wireframe*. O processo de triangulação mais utilizado é o Método de Delaunay, que resulta numa configuração única de triângulos. A Figura 5.5 apresenta um exemplo de um *wireframe*.

Figura 5.5 – Exemplo de *wireframe*, representando o corpo de minério.

A partir do *wireframe*, é possível realizar a representação tridimensional do corpo de minério, como é ilustrado na Figura 5.6. O modelo tridimensional obtido deve ser analisado de modo que se tenha englobado todo o material de interesse e verificar se a continuidade do corpo tenha sido realizado de maneira correta.

Figura 5.6 – Visualização tridimensional de um corpo de minério.

Com o *wireframe* gerado, a próxima etapa é criar a malha tridimensional de blocos para que se proceda às estimativas de teores. Observa-se na Figura 5.7, um esquema de criação desta malha, contendo as informações de origem, inclinação e azimuth.

Figura 5.7 – Exemplo de definição de uma malha tridimensional de blocos, com as informações relacionadas à origem, inclinação e azimuth (Houlding, 1994).

Para as estimativas de teores, os blocos somente terão um teor estimado caso os seus centros geométricos estejam contidos dentro do limite do corpo de minério, representado pelo *wireframe*.

Desta forma, a avaliação de reservas é efetuada através das informações dos blocos, com o corpo de minério sendo representado pelos blocos, acarretando o problema geométrico, como é mostrado na Figura 5.8, e também problemas de teor nos blocos marginais, com a incorporação de estéril num bloco considerado como minério, diluindo o teor deste bloco.

Figura 5.8 - Perfil de uma camada de minério com a malha de blocos, mostrando o problema da divisão por blocos, onde no Bloco A parte do estéril é considerado no cômputo do volume das reservas e no Bloco B parte de minério não é computado.

Na tentativa de minimizar estes problemas, uma alternativa utilizada foi dividir o bloco em sub-blocos, metodologia empregada na maioria dos programas computacionais de geologia e mineração.

Uma outra técnica desenvolvida por Houlding (1988) na tentativa de solucionar este problema é denominada de modelagem tridimensional de sólidos. A diferença desta técnica para a dos sub-blocos é que este método possibilita a representação da

porção de minério existente dentro de um bloco marginal e, conseqüentemente, obter o seu volume.

Isto é proporcionado pela técnica de transformação em vetores das informações da superfície envolvente do corpo de minério, a partir da qual é possível calcular as coordenadas de interseção do sólido gerado com um plano ou bloco, resultando na obtenção de seu volume, método empregado no sistema Lynx, versão 4.4 (Lynx Geosystem, 1996), utilizado nesta tese.

O volume para o corpo de minério é obtido, pelo sistema Lynx, através da integração de seções intermediárias às originais; as seções intermediárias têm as suas áreas calculadas e são geradas a partir de um espaçamento fornecido e o volume do corpo de minério é calculado de forma similar, como no método dos perfis lineares.

5.1 – Modelo Tipológico da Jazida de Araxá

A jazida de fosfato de Araxá possui diversos tipos de material mineralizado em apatita, porém apresentando comportamentos diferenciados frente ao processo de beneficiamento. Portanto, é de grande importância que sejam estes tipos delimitados a fim de conhecer a sua distribuição.

A construção do modelo geológico, utilizando o sistema Lynx, da jazida de fosfato de Araxá foi efetuada levando-se em consideração as tipologias de minérios existentes, sendo criados os modelos para os tipos denominados de minério normal, micáceo e rocha. A separação dos tipos normal e micáceo é mencionada no capítulo anterior. O modelo do tipo denominado de rocha, engloba os tipos classificados por Assis & Silva Filho (1984) como micáceo-carbonático e carbonático, ou seja, todas as amostras que possuem valores da relação $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$ superiores a 1,5.

De acordo com as informações apresentadas anteriormente, os modelos geológicos criados levaram em consideração a separação por tipos, conforme apresentado na análise estatística. A construção deles foi feita com base nas informações existentes em cada nível de bancada. As seções foram geradas a cada 10 metros a partir da cota mais baixa, 965, até a mais alta, 1105. As seções horizontais

foram utilizadas como base devido à importância dos processos supérgenos atuantes na formação do depósito, gerando maior continuidade na horizontal que na vertical.

Nas Figuras 5.9 a 5.11 estão apresentados os modelos individuais e nas Figuras 5.12 e 5.13 podem ser observadas as representações de todos os modelos geológicos/tipológicos da jazida e as suas disposições.

Figura 5.9– Representação tridimensional do minério normal.

Figura 5.10 – Representação da distribuição espacial para o tipo micáceo.

Figura 5.11 – Modelo de distribuição para o tipo rocha (englobando os tipos micáceo-carbonático e carbonático).

Figura 5.12 – Modelo de distribuição espacial para os materiais da zona apatítica.

Figura 5.13 – Modelo geológico para todos os tipos tecnológicos de material (normal, micáceo e rocha) da jazida de fosfato de Araxá.

Apesar de a jazida apresentar uma separação em duas regiões bastante distintas (Trincheirão e Morro das Cobras), as quais apresentam diferenciações de teores, principalmente, para SiO_2 e BaSO_4 , os modelos geológicos não foram efetuados separadamente para cada uma delas, pois os teores dos óxidos que os diferenciam possuem pouca influência nas características dos tipos de materiais.

Os volumes obtidos para os tipos normal e micáceo resultantes da modelagem geológica são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Resultados dos volumes para os tipos normal e micáceo, a partir dos modelos geológicos.

Tipo	Volume (10^6 m^3)
Normal	144,47
Micáceo	84,65

6 - MÉTODOS GEOESTATÍSTICOS

Os métodos geoestatísticos de avaliação de reservas baseiam-se na Teoria das Variáveis Regionalizadas, que foi formalizada por Georges Matheron no início da década de 60, a partir de estudos práticos efetuados por D. G. Krige, em uma mina de ouro na África do Sul. A geoestatística, como é conhecida, constitui-se de um critério científico e moderno de interpretação e estudo da maior parte dos fenômenos naturais (Guerra, 1988).

Pontos ou blocos de cubagem podem ser avaliados por meio da krigagem ordinária, uma das técnicas de estimativa linear, que faz uso tanto das informações de teor como também da sua posição espacial relativa, expressa por uma função matemática subjacente, denominada variograma.

A avaliação de reservas, por meio dos métodos computacionais, é feita a partir da subdivisão do depósito mineral em blocos de cubagem, cujas dimensões devem ser compatíveis com o objetivo do cálculo de reservas e, ao mesmo tempo, com as informações de pesquisa (Sameshima, 1995). Com relação ao objetivo do cálculo de reservas, este pode ser feito para a determinação da reserva geológica, como também o cálculo de blocos de cubagem que atendam a um plano de desmonte, por exemplo, semanal ou mensal. A geometria de um depósito pode ser aproximada pelo conjunto de blocos de cubagem, como ilustrado na Figura 6.1.

Cada bloco de cubagem do depósito tem o seu teor médio avaliado a partir das informações dos pontos de amostragem (Figura 6.2), por meio da equação de média ponderada:

$$t = \sum_{i=1}^n w_i t_i \quad (6.1)$$

onde, t_i é o teor da i -ésima amostra; w_i é o ponderador (peso) associado a i -ésima amostra.

Figura 6.1 - Aproximação da geometria do depósito mineral (A) pelo conjunto de blocos de cubagem (B) (Sameshima, 1995).

Figura 6.2 - Esquema de estimativa de teor por métodos computacionais .

O cálculo do ponderador w_i , é a principal diferença nos métodos computacionais. O método do inverso da potência da distância (IPD) utiliza somente a distância entre as amostras e o ponto a ser estimado, enquanto a krigagem ordinária leva em consideração a configuração espacial dos pontos de dados. Evidentemente, a

krigagem ordinária proporciona uma estimativa mais adequada mesmo na presença de agrupamentos de pontos.

6.1 - O Variograma

O variograma é uma função matemática que permite estudar a dispersão natural das variáveis regionalizadas, descrevendo quantitativamente a sua variação espacial.

A princípio, pontos mais próximos entre si terão uma correlação maior que os pontos mais distantes. Isto significa que a variância da diferença entre os valores de Z para pontos mais próximos é menor que para pontos mais distantes. Assim, esta variância pode ser utilizada como uma medida da influência de amostras em áreas vizinhas dentro do depósito. A variância, medida para vários intervalos de amostragem, pode ser representada graficamente na forma de um variograma. O variograma é obtido através da função 2γ , de uma variável qualquer, que é expressa pela equação:

$$2\gamma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z(x+h) - Z(x))^2 \quad (6.2)$$

onde: 2γ é a função variograma (γ é a função semi-variograma); n é o número de pares de pontos separados pela distância h ; $Z(x+h)$ é o valor da variável regionalizada no ponto $(x+h)$; e $Z(x)$ é o valor da variável regionalizada no ponto (x) .

As variâncias entre $\{Z(x+h)$ e $Z(x)\}$ podem ser deduzidas graficamente, conforme mostrado na Figura 6.3 e algebricamente conforme Journel (1983):

Para se calcular a distância d entre $(Z(x+h)$ e $Z(x))$ e a primeira bissetriz, tem-se:

$$d = [Z(x+h) - Z(x)] \cos 45^\circ \quad (6.3)$$

onde, elevando-se esta equação ao quadrado, obtém-se:

$$d^2 = \frac{1}{2} [Z(x+h) - Z(x)]^2 \quad (6.4)$$

O valor esperado nos N pares de amostras pode ser escrito como:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i^2) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \{ [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2 \} = 2\gamma(h) \quad (6.5)$$

de onde obtém-se o semi-variograma $\gamma = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (Z(x+h) - Z(x))^2$

Figura 6.3 - Gráfico de $Z(x+h)$ em relação a $Z(x)$ (Journel, 1983).

A restrição teórica para as distâncias entre os pontos utilizados na estimativa do semi-variograma é de um quarto da extensão total da área amostrada, porém, na prática, utiliza-se a metade deste valor. Observa-se que, com o aumento das distâncias entre as amostras, o número de pares de pontos para o cálculo diminui, implicando que as variâncias para h pequenos são mais confiáveis do que as variâncias de h grandes. Este fato deve ser levado em consideração na interpretação do variograma (Clark, 1979).

Ainda segundo aquela autora, o intervalo de amostragem é um fator importante a ser verificado quando da construção do variograma. Amostragens em intervalos pequenos mostram todas as feições estruturais de um depósito. Entretanto, se as amostras fossem coletadas em intervalos maiores, tais estruturas não seriam observadas e, mesmo que isso fosse possível, o efeito pepita (variância aleatória) poderia ser determinada incorretamente. A Figura 6.4 apresenta variogramas comparativos com diferentes intervalos de amostragem, segundo Clark (1979).

Figura 6.4 – Semi-variogramas comparativos com diferentes passos, mostrando os problemas para a definição das estruturas (adaptado de Clark, 1979).

A nuvem de variograma é uma maneira de visualizar a dispersão entre os pares de pontos (Figura 6.5). Observa-se que o variograma experimental é, na realidade, a média das variâncias dentro dos intervalos desejados.

Figura 6.5 - Nuvem de variograma ou gráfico das variâncias em relação à distância (Wackernagel, 1995).

Na construção dos variogramas, há casos em que as amostras não se situam sobre os nós de uma malha regular. Nesses casos, não seria possível encontrar pares de amostras suficientes para um determinado passo (espaçamento) h em uma determinada direção. Assim, a solução encontrada foi a definição de uma distância de tolerância para o passo h entre os pares de pontos e também uma tolerância angular para a direção α , criando-se uma janela para pesquisa de pontos, como ilustrado na Figura 6.6. A *largura da banda* é a distância que restringe a abertura do cone de procura dos pontos, passando a ter um formato de cilindro com o seu eixo coincidindo com a direção α , limitando a janela de procura para h grandes.

A interpretação do variograma permite obter parâmetros que descrevem o comportamento espacial das variáveis regionalizadas. As principais propriedades do variograma são:

- *amplitude*: distância a partir da qual desaparece a correlação entre as amostras. É também uma estimativa precisa da zona de influência entre as mesmas;

Figura 6.6 - Cálculo dos pares de pontos para uma malha não regular (modificado de Pannatier, 1994).

- *patamar*: valor máximo de variância, a partir da qual o variograma se estabiliza no campo aleatório;
- *anisotropia*: os variogramas determinados ao longo de diferentes direções da jazida podem mostrar variações distintas indicando que a jazida apresenta uma anisotropia. Os tipos de anisotropia existentes são: a anisotropia geométrica quando há variação da amplitude, porém o patamar se mantém constante; anisotropia zonal, quando há variação do patamar e a amplitude continua a mesma, sendo muito raro a sua ocorrência; e anisotropia mista que é a combinação das duas (Figura 6.7, Isaaks & Srivastava, 1989);
- *efeito pepita puro*: o variograma pode também refletir a variação espacial de um fenômeno totalmente aleatório, chamado efeito pepita puro. Neste caso não se deve aplicar a geoestatística para avaliação;
- *efeito pepita*: é o valor para qual tende o semi-variograma quando a interdistância tende a zero.
- *variância espacial*: é a diferença entre o patamar e a variância aleatória.

Figura 6.7 - Representação em bloco-diagramas de modelos de anisotropia: (a) geométrica, (b) zonal e (c) mista. O centro de cada bloco representa o variograma para a distância zero (Isaaks & Srivastava, 1989).

6.2 - Modelos de Variogramas

Os variogramas obtidos são experimentais e a eles devem ser ajustados os modelos de variogramas teóricos.

Estes modelos teóricos podem ser classificados em dois grupos: sem patamar, onde o variograma teórico aumenta indefinidamente com o incremento da distância entre as amostras, e com patamar, onde as variâncias aumentam até uma distância máxima, chamada amplitude, a partir da qual estabilizam em um valor constante.

Ajustando-se o modelo teórico ao variograma experimental, tem-se todas as informações necessárias para se utilizar das técnicas geoestatísticas ou krigagem para a estimativa de um valor da variável de interesse em um local não amostrado.

Há diversos modelos de variogramas teóricos para se ajustar aos variogramas experimentais, sendo que os mais comuns são: esférico, linear, exponencial, potencial e gaussiano. A Figura 6.8 mostra alguns modelos de variogramas com patamar (Journel & Huijbregts, 1978).

Figura 6.8 - Modelos de variogramas com patamar (Journel & Huijbregts, 1978).

6.3 - Krigagem Ordinária

Descreve-se, de modo resumido, a metodologia de estimativa por krigagem ordinária. Diversas publicações, como David (1977), Journel & Huijbregts (1978), Isaaks & Srivastava (1989) e, mais recentemente, Olea (1999), trazem com mais detalhe a descrição deste método.

A krigagem ordinária é uma técnica geoestatística que permite estimar o valor desconhecido $Z(u_0)$ associado a uma determinada área ou volume, a partir de um conjunto de n dados $[z(u_i), i=1, n]$ disponíveis.

O estimador é função da variável aleatória Z^* , e é obtido como média ponderada dos dados disponíveis:

$$Z^*(u_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(u_i) \quad (6.6)$$

onde, w_i são os ponderadores a serem obtidos, possuindo a variância de estimativa minimizada, de modo que os estimadores não sejam enviesados, e representam os pesos de cada amostra utilizada no cômputo da estimativa de $Z^*(u_0)$.

Os ponderadores w_i são obtidos pela resolução de um sistema de equações lineares ou sistema de krigagem, conforme exposto em Wackernagel (1995):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n w_i \gamma(u_j - u_i) + \mu = \gamma(u_j - u_0) & \forall j = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{cases} \quad (6.7)$$

onde, $\gamma(u_j - u_i)$ é a variância entre os pares de amostras extraídas da função γ previamente ajustada aos semi-variogramas experimentais; $\gamma(u_j - u_0)$ é a variância entre cada amostra e o ponto estimado, também expressa da mesma função γ ; μ é o multiplicador de Lagrange.

6.4 – Variância de Krigagem

A determinação do provável erro associado à estimativa de valores através de extrapolação de informações conhecidas é um dos problemas comuns na avaliação de reservas (Guerra, 1988).

O erro associado à krigagem ordinária é determinado pela variância de krigagem que, segundo Guerra (1988), pode ser calculado de tal forma a obter a precisão da estimativa, fornecendo ao valor estimado um intervalo de confiança a um dado nível de significância.

O cálculo da variância de krigagem é obtido através da seguinte expressão (Wackernagel, 1995):

$$\sigma_{KO}^2 = \sum_{i=1}^n w_i \gamma(u_i - u_0) - \mu, \quad (6.8)$$

É com auxílio desta variância que se pode concluir se as informações de pesquisa existentes são suficientes ou não para a avaliação de reservas (Guerra, 1988). Realmente, a variância de krigagem ao expressar a configuração espacial dos dados serviria para quantificar a qualidade dos dados. Entretanto, esta variância é dita homoscedástica, ou seja, não depende dos valores dos dados utilizados para obter o valor do estimador Z_{KO}^* (Olea, 1991), mas somente da localização das mesmas. Isto significa que arranjos espaciais semelhantes terão variâncias de krigagem também semelhantes, independentemente dos valores específicos aos arranjos.

6.5 – Variância de Interpolação

Uma nova alternativa da medida da confiabilidade das estimativas por krigagem ordinária, proposta por Yamamoto (2000), é denominada de variância de interpolação, representada por S_o^2 , sendo calculada através da seguinte expressão:

$$S_o^2 = \sum_{i=1}^n w_i [Z(u_i) - Z^*(u_0)]^2 \quad (6.9)$$

Como pode ser observado, esta expressão é dependente tanto dos valores como da geometria do conjunto de dados (Yamamoto, 2000).

É importante salientar que esta definição exige que todos os ponderadores sejam positivos, pois, sendo negativos, podem gerar a variância de interpolação negativa. Esta variância, segundo Yamamoto (2000) possui as seguintes propriedades:

- exatidão, se a localização de um dado valor coincidir com o ponto a ser estimado, então o ponderador deste valor é igual a 1 e os demais serão iguais a 0;
- aumenta conforme o aumento da dispersão dos valores das informações;

- utiliza indiretamente a distância estrutural do variograma através dos ponderadores da krigagem ordinária.

Yamamoto (2000) propõe ainda a utilização direta da expressão (6.9) no cálculo da variância de interpolação associada nas estimativas tanto de um ponto como de um bloco através da krigagem ordinária. A estimativa de um bloco pela krigagem ordinária é efetuada após a divisão (ou discretização) do bloco em nV pontos, os quais são avaliados individualmente, como é apresentado por aquele autor, para um dado ponto j :

$$Z^*(u_{0,j}) = \sum_{i=1}^n w_{i,j} Z(u_i) \quad (6.10)$$

e a variância de interpolação associada a este ponto é obtida por:

$$S_{0,j}^2 = \sum_{i=1}^n w_{i,j} [Z(u_i) - Z^*(u_{0,j})]^2 \quad (6.11)$$

na qual utilizando-se as relações suportadas pelo teorema da combinação das estimativas de krigagem (Journel & Huijbregts, 1978), a estimativa do bloco pela krigagem ordinária fica:

$$Z^*(u_0) = \frac{1}{nV} \sum_{j=1}^{nV} Z^*(u_{0,j}) \quad (6.12)$$

e a variância de interpolação associado ao bloco estimado por krigagem ordinária, conforme Yamamoto (2000) é:

$$S_v^2 = \frac{1}{nV} \sum_{j=1}^{nV} s_{0,j}^2 + \frac{1}{nV} \sum_{j=1}^{nV} [Z_v^* - Z^*(u_j)]^2 \quad (6.13)$$

onde, $S_{0,j}^2$ é a variância de interpolação para o ponto u_j ; $Z^*(u_j)$ é o valor krigado para o ponto (u_j) , contanto que o bloco V seja dividido em nV pontos e todos os pontos estimados utilizem a mesma configuração de dados.

Como a variância de interpolação resulta de uma nova proposta, ela não se encontra implementada no programa utilizado (ISATIS, r. 3.1.2), havendo a necessidade da adaptação do cálculo da variância de interpolação no referido programa. Esta adaptação foi realizada conforme a equação:

$$S_0^2 = Z^*(u_0) - [Z^*(u_0)]^2 \quad (6.14)$$

expandindo o quadrado perfeito da expressão 6.9 ter-se-á:

$$S_0^2 = \sum_{i=1}^n w_i \{ [Z(u_i)]^2 - 2Z(u_i) Z^*(u_0) + [Z^*(u_0)]^2 \} \quad (6.15)$$

$$S_0^2 = \sum_{i=1}^n w_i [Z(u_i)]^2 - 2 \sum_{i=1}^n w_i Z(u_i) + \sum_{i=1}^n w_i [Z^*(u_0)]^2 \quad (6.16)$$

como $Z^*(u_0) = \sum_{i=1}^n w_i [Z(u_i)]$ e $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, então:

$$S_0^2 = [Z^2(u_0)] - 2[Z^*(u_0)]^2 + [Z^*(u_0)]^2 \quad (6.17)$$

portanto:

$$S_0^2 = Z^2(u_0) - [Z^*(u_0)]^2 \quad (6.18)$$

Que nada mais é do que a estimativa do quadrado da variável aleatória subtraída do quadrado da estimativa. Ressalta-se que como os ponderadores devem ser iguais tanto nas estimativas de $Z^*(u_0)$ quanto nas de $Z^2(u_0)$, deve-se utilizar o mesmo variograma para as duas estimativas.

6.6 - Simulação Estocástica

Segundo Olea (1991), a simulação estocástica consiste em sintetizar realizações de uma função aleatória que possua a mesma estatística espacial dos dados reais. Estas realizações são igualmente prováveis e são representadas como:

$$\{z^l(u), u \in A\} \quad \text{para } l=1, \dots, L$$

onde L são as possíveis imagens da distribuição espacial dos atributos $Z(u)$ no campo A . Cada realização é denominada de "imagem estocástica", que reflete as propriedades impostas sobre o modelo da função aleatória $Z(u)$ (Deutsch & Journel, 1992).

A simulação é dita condicional quando as realizações honram os valores $Z(u)$ em suas localizações:

$$Z^l(u_i) = Z_0(u_i), \forall l \text{ e } i=1, \dots, n \quad (6.19)$$

$Z_0(u_i)$ é o valor real no ponto u_i .

A simulação difere da krigagem ou de qualquer outro estimador, principalmente por dois aspectos (Deutsch & Journel, 1992):

- na maioria dos algoritmos de interpolação, o objetivo é proporcionar um "melhor" estimador local $Z^*(u)$, para cada valor não amostrado, sem considerar os resultados estatísticos das estimativas $z^*(u)$, $u \in A$. Na simulação, as feições e estatísticas globais resultantes e dos valores simulados $Z^l(u)$, $u \in A$, têm prioridade sobre a precisão local;
- para um certo grupo de informações locais e estatísticas condicionantes, a krigagem usada como um algoritmo de estimativa proporciona um modelo numérico simples $\{Z_k^*(u), u \in A\}$, que é "melhor" em alguns locais, no sentido de precisão. Considerando que a simulação proporciona muitos modelos numéricos alternativos, cada qual é uma representação "boa" da realidade no sentido global. As diferenças entre estes L modelos alternativos ou realizações proporcionam uma média da incerteza espacial combinada.

Como diferentes realizações são obtidas a partir de L simulações efetuadas, os nós da malha simulada possuem L valores (Yamamoto & Rocha, 2000), que o nó situado em u tem a sua média calculado como:

$$Z_{ss}^*(u) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L Z_l(u) \quad (6.20)$$

De modo análogo, pode-se obter a sua variância como:

$$\sigma_{ss}^2(u) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L [Z_l(u) - Z_{ss}^*(u)]^2 \quad (6.21)$$

6.6.1 - Princípio de simulação condicional

Conforme Journel & Huijbregts (1978), uma variável regionalizada $Z_0(u)$ é interpretada como uma realização de uma certa função aleatória $Z_0(u)$. Esta função é caracterizada por uma função de distribuição e um modelo estrutural (covariância ou variograma) dependendo do tipo de estacionariedade. Ainda, segundo aqueles autores,

uma restrição da função aleatória tem a mesma esperança e o mesmo momento de segunda ordem.

A originalidade da simulação condicional, segundo Journel (1974), relaciona-se a três aspectos: 1) no fato de que estas simulações encontram uma função de autocorrelação espacial de (covariância ou variograma) caracterizando a realidade observada; 2) da condicionalização dos dados experimentais, ou seja, os dados experimentais e os simulados devem ser iguais nos mesmos pontos, e 3) da possibilidade de trabalhar no espaço tridimensional real.

Para cada ponto $u_i \in A$ considere o valor real $Z_0(u_i)$ e o valor krigado $Z_{0K}^*(u_i)$ um erro desconhecido:

$$Z_0(u_i) = Z_{0K}^*(u_i) + [Z_0(u_i) - Z_{0K}^*(u_i)] \quad (6.22)$$

onde, $[Z_0(u_i) - Z_{0K}^*(u_i)]$ é a variância de estimativa e será simulada.

Ainda segundo Journel (1974), esta variância, em termos de função aleatória, possui uma propriedade característica que é a condição de ortogonalidade à $Z_{0K}^*(u_i)$:

$$E\{Z_{0K}^*(u_j) \cdot [Z_0(u_i) - Z_{0K}^*(u_i)]\} = 0, \text{ para quaisquer } u_i, u_j \quad (6.23)$$

Para obter a simulação condicional substitui-se o erro de krigagem por um outro independente e isomórfico $[Z_s(u_i) - Z_{sK}^*(u_i)]$. Isto significa que a função aleatória $Z_s(u_i)$ é isomórfica e independente de $Z_0(u_i)$. Assim, para uma realização $z_s(u_i)$ da função aleatória $Z_s(u_i)$ na configuração de dados $\{Z_s(u_i), u_i \in A\}$ resulta numa variância de krigagem $[z_s(u_i) - Z_{sK}^*(u_i)]$ isomórfica ao real $[Z_0(u_i) - Z_{0K}^*(u_i)]$ e independente de $Z_0^*(u_i)$. A simulação condicional requerida é escrita como:

$$Z_{sc}^*(u_i) = Z_{0K}^*(u_i) + [Z_s(u_i) - Z_{sK}^*(u_i)] \quad (6.24)$$

onde para a simulação condicional ser satisfeita tem-se os seguintes requisitos, conforme Journel & Huijbregts (1978):

- $Z_s(u_i)$ tem a mesma esperança de $Z_0(u_i)$,

$$E\{Z_s(u_i)\} = E\{Z_0(u_i)\} = m, \text{ para qualquer } u_i; \quad (6.25)$$

- $Z_s(u_i)$ é isomórfica a $Z_0(u_i)$, pois a variância de krigagem simulada $[Z_s(u_i) - Z_{sK}^*(u_i)]$ é isomórfica ao erro verdadeiro $[Z_0(u_i) - Z_{0K}^*(u_i)]$ é independente de $Z_{0K}^*(u_i)$;

- a realização simulada $z_{sc}(u_i)$ é condicional aos dados experimentais. Para os pontos destes dados os valores krigados são iguais ao real:

$$z_{0K}^*(u_i) = z_0(u_i) \text{ e } [z_s(u_i) - z_{sK}^*(u_i)] = 0, \text{ para qualquer } u_i \in A \quad (6.26)$$

supondo que:

$$z_{sc}(u_i) = z_0(u_i)$$

A técnica de condicionamento fornece para cada ponto u_i o valor simulado $z_{sc}(u_i)$ e o valor krigado $z_K(u_i)$. A variância de estimativa da simulação $z_{sc}(u_i)$ considerada como uma estimativa de $Z(u_i)$, a partir de 6.26, é:

$$E\{[Z_{sc}(u_i) - Z(u_i)]^2\} = 2E\{[Z_K^*(u_i) - Z(u_i)]^2\} = 2\sigma_K^2 \quad (6.27)$$

6.6.2 - Simulação gaussiana seqüencial

Este método proposto por Journel & Alabert (1989, *apud* Dowd, 1992) é uma aplicação do Teorema de Bayes. Os n eventos dependentes de A_i , $i=1, \dots, n$ podem ser simulados seqüencialmente usando a expressão:

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_n | A_1, \dots, A_{n-1}) P(A_{n-1} | A_1, \dots, A_{n-2}) \dots P(A_2 | A_1) P(A_1)$$

Esta técnica requer a inferência de $(n-1)$ distribuições sucessivas de probabilidades condicionais, que podem ser obtidas de duas maneiras: a primeira, através da adoção do modelo gaussiano, o que corresponde à simulação gaussiana seqüencial, e a segunda, pela inferência direta da distribuição pelo uso de indicatrizes, correspondendo à simulação seqüencial por indicatrizes.

O algoritmo da simulação gaussiana seqüencial consiste nos seguintes passos (Dowd, 1992 e Srivastava, 1994):

- 1 – fazer a transformação gaussiana dos dados condicionantes;
- 2 – calcular o semi-variograma experimental dos dados transformados e ajustar um modelo teórico ao mesmo;
- 3 – realizar o caminhamento aleatório para a simulação de nós na malha;
- 4 – para cada nó a ser simulado, definir e reter um determinado número de dados condicionantes e, também, dados já simulados; esta escolha segue parâmetros de busca por vizinhança pré-definidos;

- 5 – construir uma distribuição de frequência condicional local através da média, variância e forma de distribuição conhecidas (média 0, variância 1 e distribuição simétrica);
- 6 – retirar aleatoriamente um valor desta distribuição;
- 7 – adicionar o valor simulado ao conjunto de dados;
- 8 – voltar ao passo 3 até que todos os nós da malha sejam simulados;
- 9 – realizar a transformação inversa dos dados originais transformados.

Em termos computacionais, os passos 5 e 6 equivalem a:

$$z^l(u) = z^*(u) + R(u) \quad (6.28)$$

onde, $z^*(u)$ é o valor do ponto u estimado por krigagem simples; $R(u)$ um resíduo, que é $R(u) = \xi \cdot \sigma_{ks}^2$, com ξ sendo um valor gerado aleatoriamente e transformado em uma distribuição normal entre -3 e 3 e σ_{ks}^2 a variância de krigagem simples.

As maiores vantagens deste método são:

- Fácil condicionamento;
- As anisotropias são manuseadas facilmente;
- Pode ser utilizada para qualquer função covariância.

6.6.3 – Simulação por bandas rotativas

Este foi um dos primeiros algoritmos de simulação tridimensional a ser implementado em grande escala. Este método consiste na redução de uma simulação tridimensional para simulações simples em uma dimensão (Journel, 1974).

A simulação por bandas rotativas deve considerar as seguintes hipóteses (Remacre & Carvalho, 1998): que o campo a ser simulado é estacionário de segunda ordem e isotrópico com covariância $C(h)$ conhecida; os valores deste campo são $N(0,1)$, se necessário, após a transformação gaussiana; e o campo apresenta distribuição multivariada gaussiana.

Segundo Remacre & Carvalho (1998), são realizadas várias simulações unidimensionais e independentes ao longo de linhas que são giradas no espaço R^3 , este espaço não necessariamente deve ser limitado a três dimensões. Um valor simulado em uma posição u é obtido a partir das contribuições de n simulações unidimensionais $z_{si}(u)$:

$$z_{snc}(u) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n z_{si}(u) \quad (6.29)$$

O resultado $z_{snc}(u)$ é uma realização de uma função aleatória que é estacionária de segunda ordem, com esperança igual a zero e covariância:

$$E[Zs(u)Zs(u+h)] = C(h)$$

que tende à covariância isotrópica quando o número de linhas tende a infinito. Uma covariância isotrópica pode ser modelada como a somatória de modelos isotrópicos imbricados em espaços de dimensões $n < 3$. Basta então simular independentemente cada um dos componentes do modelo e em seguida somar as realizações em cada ponto (Remacre & Carvalho, 1998).

De acordo com Dowd (1992), o condicionamento dos pontos neste método é realizado de forma separada. Para obter uma malha com os dados condicionantes é realizada uma estimativa por krigagem, para obter valores da malha usando os dados simulados, não condicionais, nas posições dos dados originais $z^*_{ksnc}(u)$. Estes valores obtidos são, então, subtraídos do resultado da simulação não condicional ($z_{snc}(u)$) gerando, assim, uma malha de erros correlacionados. Outra etapa é a estimativa por krigagem ($z^*_{kd}(u)$) a partir dos dados originais, a qual são adicionados os valores dos erros correlacionados, conforme:

$$z_{sc}(u) = z^*_{kd}(u) + (z_{snc}(u) - z^*_{ksnc}(u)) \quad (6.31)$$

onde z_{sc} é a simulação condicional, z^*_{kd} é a krigagem obtida dos dados originais, z_{snc} é a simulação não condicional e z^*_{ksnc} é a krigagem dos valores simulados não condicionados nas mesmas posições dos dados originais. A Figura 6.9 ilustra o processo de condicionamento na simulação por bandas rotativas.

aos dos valores reais, identificando as características principais de dispersão dos valores reais.

Journel & Huijbregts (1978) apresentam um perfil, na Figura 6.10, mostrando a variação dos valores reais, simulados e krigados, além dos pontos condicionantes. Aqueles autores mencionam ainda que, os objetivos destas técnicas não são compatíveis, onde a curva de $z_{KO}^*(u_i)$, na média, é mais próxima ao valor real, enquanto que a curva $z_{sc}^*(u_i)$ reproduz melhor as variações da curva real. A curva de estimativa é preferível para localizar e estimar reservas e a curva de simulação é preferida para estudos de dispersão dos atributos destas reservas.

Figura 6.10 - Variação de dados reais, simulados e interpolados (Journel & Huijbregts, 1978).

7 – ANÁLISE GEOESTATÍSTICA

7.1 – Análise Variográfica

A análise variográfica foi baseada nos resultados analíticos das amostras dos furos de sonda e das escavações de canais/trado mecanizado (os mesmos utilizados na análise estatística). Sua realização permitiu compreender o comportamento espacial dos óxidos importantes para o processo de exploração.

Para os furos de sonda, a análise foi realizada com as amostras pertencentes aos tipos minério normal e micáceo, as quais são de maior interesse, e sendo também comparados os seus comportamentos espaciais.

Os parâmetros utilizados para a elaboração dos variogramas dos furos de sonda foram os seguintes:

- *passo*: 50 metros com tolerância de 50%;
- *número de passos*: 20;
- *direções*: 3 (norte-sul - D1 e leste-oeste - D2, segundo as coordenadas locais, e D3 na direção vertical);
- *ângulo de tolerância*: 22,5°;
-

As figuras 7.1 a 7.5 mostram os variogramas obtidos para as informações dos furos de sonda para os tipos normal e micáceo para os óxidos analisados.

Figura 7.1 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para BaSO₄.

Figura 7.2 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para Fe_2O_3 .

Figura 7.3 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para MgO.

Figura 7.4 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para SiO₂.

Figura 7.5 – Variogramas experimentais para as amostras de furos de sonda do tipo normal e micáceo para P_2O_5 apat.

Analisando os variogramas experimentais obtidos para os dados de furos de sonda, observou-se que estes apresentam anisotropia mista, entretanto sem haver uma direção preferencial predominante entre os óxidos, realçando novamente o baixo grau de correlação entre eles.

Outra observação refere-se à amplitude dos variogramas para os dois tipos de materiais. Para o tipo micáceo, os variogramas apresentam quase sempre uma menor amplitude em relação ao normal, mostrando que o efeito de intemperismo possui grande influência na correlação espacial entre as amostras. Nos níveis mais alterados equivalentes ao tipo normal, mais ao topo, ocorrem uma maior tendência a homogeneização do material.

Os variogramas para o tipo micáceo apresentaram-se bastante diferentes, em relação ao tipo normal, mostrando que os seus comportamentos espaciais são bem diferentes. Este fato vem corroborar a hipótese que a modelagem geoestatística deve ser realizada separadamente para cada tipo ou litologia ou, neste caso, para cada tipo de material, conforme já havia sido mencionado por Rendu (1985). A caracterização tecnológica, que definiu a classificação dos tipos de materiais da jazida, teve a sua importância para a elaboração do modelo geoestatístico e, anteriormente, na análise estatística, mostrando que as informações não podem ser utilizadas indistintamente aos tipos de materiais.

Como era de se esperar, devido à gênese da jazida, há uma grande diferença entre as direções vertical e horizontal, onde a maior correlação espacial ocorre na horizontal, mostrado claramente nos variogramas experimentais.

Os variogramas experimentais para as amostras de canal foram obtidos para as amostras de minério normal, os quais foram calculados separadamente para as regiões do Morro das Cobras e Trincheirão.

Para as informações de canais, os parâmetros utilizados foram praticamente os mesmos, com exceção do passo que foi de 5 metros com tolerância também de 50%.

Nas figuras 7.6 a 7.10, são apresentados os variogramas das informações dos canais para as duas regiões.

Figura 7.6 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para BaSO₄.

Figura 7.7 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para F_2O_3 .

Figura 7.8 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para MgO.

Figura 7.9 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para SiO₂.

Figura 7.10 – Variogramas experimentais para as amostras de canal do minério normal para as áreas do Morro das Cobras e Trincheirão para P_2O_5 apat.

Ao analisar os variogramas dos canais, pode-se observar que, na realidade, o minério do tipo normal não apresenta anisotropia. Contudo BaSO_4 e SiO_2 , no Morro das Cobras, apresentam anisotropia mista.

Os variogramas para as informações dos canais apresentam uma melhor definição das estruturas quando comparados com os dos furos de sonda. Isso é devido às informações dos canais estarem distribuídas em uma malha bem mais adensada. A amostragem dos canais foi realizada em uma malha em torno de 6,5 x 3 metros, enquanto que para os furos de sonda o espaçamento médio entre eles é de 50 x 50 m.

Na direção vertical, a correlação, para os canais, ainda é menor, atingindo uma distância máxima de 50 metros, quase a metade da distância observada nos variogramas dos furos de sonda.

Analisando-se os variogramas dos furos de sonda e dos canais, em relação à sua estruturação, pode-se compará-los ao problema do tamanho do passo ou espaçamento entre as amostras, mostrado por Clark (1979). Ou seja, para as amostras dos furos de sonda, o campo estruturado não se encontra bem definido, sendo melhor observado quando são elaborados os variogramas experimentais para as amostras de canais. Um fato a ser salientado refere-se às variâncias, sendo que nos canais elas são bem menores que as apresentadas pelos furos de sonda, como já visto na análise estatística e confirmado pelos variogramas. Verifica-se, na prática, que a relação entre variância e volume são inversamente proporcionais, pois, como nos canais o volume de material amostrado é maior que o dos furos de sonda, a sua variância é menor. Outro aspecto a ser abordado relaciona-se à variabilidade apresentada para cada região, onde no Morro das Cobras ocorre uma menor variabilidade que no Trincheirão.

As diferenças entre as regiões também estão refletidas nas estruturas dos variogramas, onde as amplitudes para os óxidos analisados na área do Trincheirão, em sua maioria, são menores que as do Morro das Cobras. Fato que pode também estar relacionado com o grau de intemperismo nas rochas de cada região e de sua posição geográfica em relação à intrusão.

7.2 – Estimativa e Simulações

O intuito do estudo comparativo entre estimativa por krigagem ordinária e simulação foi o de analisar os valores resultantes destas técnicas e também as suas incertezas associadas. As variáveis utilizadas para este estudo foram P_2O_5 apat., $BaSO_4$, Fe_2O_3 , MgO e SiO_2 .

Os métodos de simulação empregados foram a simulação gaussiana sequencial (SGS) e por bandas rotativas (*turning bands* – TB). Todos os processamentos foram efetuados através do programa ISATIS (Geovariances, 1998).

Como a simulação fornece valores diferentes para cada realização, as médias e os desvios padrão dos valores de 100 realizações de cada método foram consideradas para comparar com os resultados obtidos pela krigagem ordinária.

As simulações e a krigagem ordinária foram realizadas para o conjunto de dados dos furos de sonda e os seus resultados comparados entre si e também com os resultados obtidos pela krigagem ordinária efetuadas para os canais

A malha utilizada para a simulação e krigagem para as sondagens tiveram as dimensões dos blocos fixadas em 25x25x10m, respectivamente, nos eixos x, y e z.

Para a krigagem dos canais, os tamanhos dos blocos foram fixados em 5x5x10m (x, y e z, respectivamente).

Os parâmetros utilizados para a krigagem ordinária e simulação por bandas rotativas das sondagens foram:

- Procura por octantes; com o máximo de 2 amostras por octante;
- Mínimo de 4 amostras no total;
- Raio de procura de 200 m na horizontal e 20 na vertical.

Para a simulação gaussiana sequencial os parâmetros utilizados foram de no máximo 12 amostras num raio de 200 m e 4 valores simulados.

Para a krigagem dos canais foram utilizados os mesmos parâmetros dos furos, à exceção o raio de procura que foi de 10m na horizontal e 20 m na vertical.

Os resultados obtidos para as técnicas utilizadas mostraram que, apesar de o depósito apresentar uma grande variabilidade, eles apresentam distribuições similares, ou seja, seus resultados estão bem correlacionadas entre si. A título de ilustração,

observe-se a distribuição dos teores de P_2O_5 apat. e MgO , para o nível 1030 da mina, apresentados nas figuras 7.6 e 7.7, respectivamente.

Figura 7.6 - Representações gráficas da distribuição dos valores estimados e simulados para P_2O_5 apat., para o nível 1040 da mina.

Figura 7.7 - Representações gráficas da distribuição dos valores estimados e simulados para MgO, para o nível 1040 da mina.

De um modo geral, a correlação entre os valores estimados e simulados é alta, como mostra a Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Correlações entre a krigagem e as simulações.

	KO x SGS	KO x TB
P ₂ O ₅ apat	0,799	0,863
BaSO ₄	0,937	0,983
Fe ₂ O ₃	0,761	0,990
MgO	0,528	0,936
SiO ₂	0,943	0,995

Observe-se nas figuras 7.8 e 7.9 os diagramas de dispersão entre os valores estimados e os simulados, com destaque para Fe₂O₃ e SiO₂, onde a correlação é extremamente elevada.

Figura 7.8 – Diagramas de dispersão entre a krigagem ordinária e as simulações, para Fe₂O₃.

Figura 7.9 – Diagramas de dispersão entre os resultados da krigagem ordinária e as simulações, para SiO_2 .

Os resultados obtidos mostram que as médias das simulações aproximam-se bastante das estimativas por krigagem ordinária. Contudo, deve-se ressaltar que a simulação é um processo que exige memória, capacidade e tempo de processamento dos computadores.

A simulação apresenta um custo significativamente maior que aquele para o cálculo por krigagem ordinária. Assim, resta verificar a potencialidade dos processos estocásticos de simulação com relação à determinação da incerteza.

Para qualquer valor obtido, tanto por krigagem como por simulação, sempre é possível obter uma incerteza associada. Como foi colocado anteriormente, a incerteza derivada através da expressão da variância de krigagem não apresenta atualmente um sentido prático, pois representa apenas a configuração espacial dos dados utilizados na estimativa, como foi demonstrado por Yamamoto (2000).

Assim, pretende-se considerar doravante apenas a variância de interpolação para a determinação da incerteza associada à estimativa por krigagem ordinária. Por outro lado, torna-se interessante comparar o desvio padrão de interpolação com o desvio padrão associado à média das L realizações de simulações condicionais.

Uma possível correlação entre a incerteza e a média local, seja ela estimada pela krigagem ordinária ou determinada como média de L realizações, também seria interessante observar nos gráficos de dispersão.

A Tabela 7.2 apresenta os graus de correlações entre a incerteza e a média local dos dados.

Tabela 7.2 –Graus de correlação entre os valores krigados e simulados e as suas respectivas incertezas.

	KO	SGS	TB
P ₂ O ₅ apat	0,185	0,099	0,008
BaSO ₄	0,773	0,804	0,836
Fe ₂ O ₃	0,279	0,690	0,384
MgO	0,750	0,877	0,833
SiO ₂	0,787	0,879	0,831

Nesta tabela é possível verificar que P₂O₅apat e Fe₂O₃ apresentam baixas correlações, enquanto que as demais variáveis altas correlações. Na realidade, as altas correlações refletem o efeito proporcional que, conforme Olea (1991), é uma condição heteroscedástica na qual a variância do erro é proporcional a alguma função da média local dos valores dos dados. Ainda segundo Olea (1991), campos aleatórios tendo distribuições lognormais sempre possuem um efeito proporcional. Os dados da jazida de Araxá confirmam este fato, pois P₂O₅apat e Fe₂O₃ apresentam distribuições simétricas, enquanto as demais apresentam distribuições com assimetria positiva. Na verdade, não há necessidade que a distribuição seja lognormal, mas apenas que apresente assimetria positiva.

A Figura 7.10 mostra os diagramas de dispersão para a variável SiO₂, mostrando bem o efeito proporcional, ou seja, há uma relação entre os valores estimados e simulados com a sua incerteza.

Figura 7.10 – Diagramas de dispersão entre os valores estimados e simulados e os respectivos desvios padrão, para SiO₂.

Analisando comparativamente os desvios padrão dos três métodos, observou-se que entre eles as correlações não são boas, como mostra a Tabela 7.3

Tabela 7.3 – Graus de correlação entre os desvios padrão dos valores obtidos para cada método.

	KO x SGS	KO x TB	SGS x TB
P ₂ O ₅ apat	0,020	0,039	0,926
BaSO ₄	0,600	0,579	0,907
Fe ₂ O ₃	0,042	0,050	0,850
MgO	0,198	0,403	0,790
SiO ₂	0,501	0,499	0,906

À primeira vista, as correlações são baixas se comparadas às correlações entre estimativas e média de *L* realizações de simulação condicional. Contudo, deve-se salientar que os processo de geração de incertezas entre estimativas e simulações são absolutamente diferentes.

Evidentemente, as incertezas associadas a diferentes processos de simulação condicional seriam comparáveis entre si, que entre estas e aquela derivada da

estimativa por krigagem ordinária (Tabela 7.3). A principal diferença reside no fato que estimativas são realizadas com poucas amostras ao passo que a simulação utiliza não somente as mesmas amostras da krigagem ordinária mais os dados já simulados (*soft data*), além do resultado ser realizado L vezes através de processos aleatórios.

Conseqüentemente, a incerteza associada à média de L realizações tenderá ser menor que a incerteza da krigagem ordinária e será tanto menor quanto maior for o número L de realizações, entretanto a variância global não irá diminuir com o aumento das realizações, o que de fato só ocorrerá com o aumento do número de informações (amostras).

A Figura 7.11 apresenta os diagramas de dispersão entre os desvios padrão de interpolação da krigagem ordinária *versus* os desvios padrão dos métodos de simulação condicional e entre eles.

Figura 7.11 – Diagramas de dispersão entre o desvio padrão de interpolação e os desvio padrão das simulações e entre eles, para SiO_2 .

Finalizando, para a mina de Araxá, os teores médios obtidos por técnicas de estimativa e simulação estão apresentados na Tabela 7.4, para os óxidos de maior interesse.

Tabela 7.4 – Teores médios da jazida de Araxá obtidos para os três métodos utilizados.

	KO	SGS	TB
P ₂ O ₅ apat	16,00 %	15,58 %	15,90 %
BaSO ₄	5,16 %	5,00 %	5,43 %
Fe ₂ O ₃	25,34 %	25,56 %	22,63 %
MgO	1,17 %	1,39 %	1,04 %
SiO ₂	8,38 %	9,19 %	7,64 %

Como pode se observar na Tabela 7.4, os teores médios para a jazida de Araxá calculados para os diferentes métodos considerados neste trabalho são bastante similares entre si.

A partir desse estudo, constata-se que a krigagem ordinária fornece estimativas confiáveis dentro da qualidade e quantidade das informações disponíveis. Os processos estocásticos de simulação condicional apresentam valores médios bastante próximos aos da krigagem ordinária, porém a tempo de processamento mais elevado.

Com relação às incertezas associadas, o desvio padrão de interpolação representa uma medida mais conservadora que em relação aquele associado à média de L realizações. A krigagem ordinária continua como um método de estimativa confiável e que dificilmente poderá ser substituído por um método estocástico de simulação condicional.

7.3 – Variância de Interpolação no Planejamento de Lavra

Para o planejamento de lavra da jazida de Araxá, não se deve utilizar somente as estimativas obtidas, mas também a sua incerteza associada, neste caso, a variância de interpolação. Juntas podem fornecer informações necessárias para saber se os teores obtidos possuem um grau de certeza dentro da tolerância aceitável ou se há a necessidade de se realizar um detalhamento para a obtenção de informações complementares.

A seguir serão analisados os mapas dos valores estimados e das suas variâncias associadas dos óxidos mais importantes da jazida, todos para o nível 1030 da jazida, juntamente com possíveis interpretações e correlações com a geologia.

Na Figura 7.12 são apresentados os mapas de distribuição dos valores estimados por krigagem ordinária e dos desvios padrão de interpolação associado às estimativas de P_2O_5 apat. Analisando o mapa das estimativas nota-se que a distribuição é bem suavizada com os teores altos ocupando uma longa faixa na porção centro-leste, principalmente na região denominada de Morro das Cobras. Na outra parte, Trincheirão, ocorre uma variação maior dos teores, decrescendo de leste para oeste, com os valores mais baixos no extremo noroeste da área.

Figura 7.12 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para P_2O_5 apat.

Já o mapa dos desvios padrão, possui uma menor variabilidade. A porção centro-sul apresenta os valores mais altos, conseqüentemente, uma incerteza maior das estimativas, indicando-a como uma área onde deverão ser realizados trabalhos de maior detalhe. Para o restante do mapa, há uma certa homogeneização dos valores das incertezas, exceto em dois locais com as incertezas apresentando valores menores, denotando uma maior confiabilidade nas estimativas.

A distribuição de P_2O_5 apat. com os valores mais altos na área do Morro das Cobras é, de certa forma, curiosa, pois é justamente nesta área, segundo informações obtidas junto à empresa, que as apatitas apresentam baixo índice de recuperação, por estarem mais sujas, mais impregnadas com os óxidos/hidróxidos de ferro. Possivelmente, os fosfatos apatíticos nesta área sejam de origem secundária, ou seja, produtos de reprecipitação das apatitas, com grãos intercrescidos com os minerais de ferro.

No aspecto de planejamento de lavra, o local descartado para a exploração é o canto noroeste por apresentar valores abaixo do teor de corte, enquanto que no resto da jazida os teores são satisfatórios. Em certos locais devem ser realizados trabalhos adicionais de amostragem para a confirmação dos teores ou, pelo menos, para diminuição das incertezas

Observa-se que este mapa de teores não representa bem as rochas originais (glimeritos e carbonatitos), pois sabe-se que as primeiras são pobres em apatita, mas os teores observados são altos. Justamente na área do Morro das Cobras, onde os teores são mais elevados, seria uma região originariamente de rochas glimeríticas, mesmo que estas sejam cortadas por diques e veios de carbonatitos, os teores de fosfato não chegariam a tais valores.

O mapa de distribuição dos teores estimados de Fe_2O_3 , apresentado na Figura 7.13, mostram um comportamento inverso ao do P_2O_5 apat., ou seja, as zonas de teores ricos em P_2O_5 apat são as áreas mais pobres em Fe_2O_3 . A propósito, este comportamento foi previsto pelo índice de correlação entre P_2O_5 apat. e Fe_2O_3 . O mapa do desvio padrão de interpolação apresenta três regiões com altos valores, indicando um maior cuidado na seleção do minério.

Os altos teores de Fe_2O_3 não implicam necessariamente em apatitas com baixa recuperação na usina de beneficiamento, como observado no mapa de teores a região de teores mais elevados é a porção da jazida que apresenta uma melhor recuperação.

Em termos de representação das rochas originais, não é possível basear-se nesta distribuição, pois ela não reflete as litologias originais. Nem poderia ser de outra forma, devido a sua origem ser totalmente secundária.

Figura 7.13 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para Fe_2O_3 .

As distribuições dos desvios padrão de interpolação mostram poucas áreas com valores elevados e, conseqüentemente, somente nestes locais que deverão ser

efetuadas amostragens de detalhe para que os teores estimados sejam mais próximos aos reais.

Os mapas de distribuição de teores de MgO e de suas incertezas associadas, representadas pelos desvios padrão de interpolação, apresentados na Figura 7.14, juntamente com as informações de campo refletem bem as regiões onde predominam as materiais do tipo micáceo, mesmo com os teores limitados a no máximo 5%. Através deste tipo pode-se apontar as regiões de ocorrência de rochas glimeríticas na jazida, pois o tipo micáceo é produto de alteração destas rochas.

Figura 7.14 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para MgO.

Neste conjunto de mapas, o efeito proporcional fica bem caracterizado, onde as áreas de maior teor são as que possuem as maiores incertezas e são justamente as áreas que devem ser estudadas com mais detalhe a fim de se conhecer melhor os teores de MgO presentes.

Assim, não há necessidade de trabalhos adicionais de amostragem, pois os teores são passíveis de previsão a partir das estimativas e das incertezas associadas. Na realidade, se a distribuição estatística apresentar assimetria positiva os teores podem ser previstos com razoável previsão considerando os desvios de interpolação. A anormalidade ocorre quando os teores apresentam uma distribuição simétrica, onde os teores e desvios já não são mais correlacionados. Desta forma, nestes casos a ocorrência de incertezas altas deve ser investigada com mais cuidado.

A faixa leste com altos teores de P_2O_5 apat. (Figura 7.12) é bem correlacionada à faixa de altos teores de MgO. Se as rochas glimeríticas são originariamente pobres em apatita, esta constatação confirma a origem secundária das apatitas.

A distribuição de teores de $BaSO_4$ possui duas áreas bem distintas, sendo a parte oeste com teores mais baixos e a parte leste onde os teores são mais elevados próximos a 25% de barita, conforme pode ser observado na Figura 7.15.

A porção com os teores mais elevados é o extremo sudeste da área, coincidentemente próxima ao centro da intrusão, com suspeitas de que sejam oriundas de atividades magmáticas tardias ocorridas nesta região, porém sem nenhum indício evidente. Este é o único depósito do gênero que possui teores tão elevados de barita (Braga & Born, 1988). Estas baritas ocorrem sob a forma de massas associadas a materiais com cimento apatítico, formando corpos do tipo geodo, com vazios e apresentando cristais esverdeados de barita com tamanhos atingindo alguns centímetros. As maiores ocorrências destes corpos com cristais maiores foram encontradas no início das atividades da lavra, diminuindo a sua intensidade e tamanho dos corpos com o aumento da profundidade.

Analisando os mapas das estimativas e dos desvios padrão de interpolação, pode-se afirmar que, neste caso, o efeito proporcional também está caracterizado. Onde toda a região leste da área possui também altos valores de desvios padrão concordante com os valores dos teores, o que seria totalmente previsível em função do mapa de desvios padrão. Entretanto ocorre um local que deve ser analisado com mais

cuidado, a fim de se obter uma maior precisão nas estimativas com um menor desvio, situado na porção sul da área, apresentando altos valores de desvio padrão.

Figura 7.15 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para BaSO₄.

As áreas de ocorrências de teores de sílica mais elevada situam-se na porção oeste, concentrando-se preferencialmente na porção noroeste da jazida. Veja na Figura 7.16 as distribuições de teores de SiO₂, curiosamente em direção completamente oposta à da barita, sem que haja qualquer relação entre estes óxidos.

Os altos teores presentes na porção noroeste podem estar relacionados com a posição da jazida em relação à intrusão, pois é uma região próxima à borda do

complexo, e os teores elevados de sílica sejam proporcionados pelos processos de fenitização.

Novamente o efeito proporcional está presente para este conjunto de informações, onde na região oeste ocorrem valores altos tanto de teores como de desvios padrão. Apesar de a previsão dos teores ser proporcionada por este efeito, deve-se observar com atenção locais que possam vir a apresentar valores de desvios padrão anômalos em relação aos teores como, por exemplo, as regiões sul e nordeste da área, cujos desvios padrão apresentam valores próximos aos dos teores. Neste caso, estes locais devem ser alvo de estudos de investigação mais detalhada.

Figura 7.16 – Mapas de distribuição dos teores estimados e dos desvios padrão de interpolação para SiO_2 .

8 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Toda a modelagem geoestatística não se baseia exclusivamente nos dados geoquímicos das amostras, mas sobretudo na sua integração com a geologia.

Para a jazida de apatita de Araxá, a geologia foi fundamental para a identificação dos diversos minérios presentes e a etapa de caracterização tecnológica forneceu importantes informações a respeito de seu aproveitamento econômico. Desta forma, foi definida a tipologia mineral e apenas os tipos normal e micáceo podem ser considerados, atualmente, como minérios, por se constituírem nos únicos materiais que possibilitaram uma boa concentração de apatita.

Para a formação da pilha de homogeneização do minério a ser enviada à usina de beneficiamento, deve-se conhecer o teor de P_2O_5 apat., além dos teores relacionados aos minerais de ganga, tais como $BaSO_4$, Fe_2O_3 , MgO e SiO_2 , pois eles são relevantes no processo de concentração do minério.

As características geológicas e tecnológicas, observadas nos minérios normal e micáceo, possibilitaram que a sua separação dos demais materiais da jazida fosse realizada através de seus dados analíticos.

A análise estatística efetuada, para os dois tipos de minério, apresentou diferenças nos comportamentos estatísticos destas populações, mostrando que cada tipo de minério possui características próprias, realçando a importância do tratamento individualizado das informações. Os resultados mostraram que o minério normal possui teores de P_2O_5 apat. e Fe_2O_3 superiores ao micáceo, decorrentes da formação de apatita de origem secundária e ocorrência de óxidos e hidróxidos de ferro maiores nos níveis mais superiores, porém os teores de MgO , SiO_2 e CaO são mais elevados no micáceo em função do seu menor grau de alteração em relação ao minério normal.

Os resultados estatísticos, através da distribuição de freqüências, mostraram que as variáveis analisadas pertencem a dois grupos de distribuição: um grupo caracterizado por sua simetria e o outro mostrando uma assimetria positiva. O conhecimento do tipo de distribuição apresentada pelos conjuntos de dados é importante para a verificação do efeito proporcional. As populações com distribuição normal não apresentam o efeito proporcional, como é o caso observado para P_2O_5 apat.

e Fe_2O_3 , por outro lado, as populações com uma distribuição assimétrica positiva sempre apresentam o efeito proporcional, a exemplo de MgO , BaSO_4 e SiO_2 para este depósito.

O efeito proporcional é uma relação direta entre os teores estimados e a sua incerteza associada. Em situações onde este efeito se encontra presente, significa que as regiões apresentando teores mais elevados deverão possuir incertezas também elevadas e locais com baixos teores, baixas incertezas. Observe-se que o efeito proporcional compensa as incertezas elevadas pelos teores que são altos. Isto significa que o erro relativo é praticamente o mesmo, independente de os teores estimados serem altos ou baixos. Portanto, nesses casos, não será possível detectar regiões anômalas, as quais poderiam requerer amostragem adicional. Por outro lado, para as variáveis que apresentam distribuição simétrica ($\text{P}_2\text{O}_5\text{apat.}$ e Fe_2O_3), o erro relativo não é necessariamente constante por toda a jazida. Assim, haverá regiões com erros relativos anômalos, ou seja, os erros são maiores que os teores estimados. Estas regiões irão requerer amostragem adicional para a diminuição da incerteza e, conseqüentemente, melhorar a qualificação do minério a ser enviado à usina ou à pilha de rejeito. Ressalta-se que as conclusões envolvendo a presença do efeito proporcional só foram possíveis através do cálculo da variância de interpolação que, ao contrário da tradicional variância de krigagem, permite reconhecer e medir a dispersão local dos dados.

As informações de canais apresentaram comportamentos estatísticos diferentes para cada área da jazida analisada: Morro das Cobras e Trincheirão. As diferenças entre as áreas estão relacionadas a alguns teores, como $\text{P}_2\text{O}_5\text{apat.}$ e Fe_2O_3 mais elevados na área do Morro das Cobras e com MgO mais alto no Trincheirão, além das grandes diferenças de teores apresentadas por SiO_2 e BaSO_4 , caracterizando a ocorrência de materiais geológicos distintos nestas áreas.

Apesar de os dados de canal mostrarem que, tanto estatística como geologicamente, a jazida apresenta duas regiões distintas, a modelagem geológica, feita a partir dos furos de sonda, não detectou estas diferenças, pois os óxidos que as distinguem, BaSO_4 e SiO_2 , não se constituem em fatores fundamentais para a caracterização dos tipos de minério.

Os modelos geológicos foram gerados para três tipos, que foram: normal, micáceo e rocha. Pela distribuição apresentada por estes tipos é possível observar

claramente a influência da ação intempérica na jazida, mostrando uma boa distribuição horizontal e maior variação na vertical. A importância destes modelos não se resume à sua distribuição espacial, mas fundamentalmente ao modelo tridimensional de blocos, que conterão informações da geologia e dos teores estimados em cada bloco.

A análise variográfica, utilizando-se das informações de furos de sonda, foi elaborada para os tipos principais de minério e mostraram que eles possuem comportamentos espaciais distintos. Ambos os minérios apresentaram anisotropia, porém sem concordância nas direções. As amplitudes dos variogramas do tipo normal são, na maioria dos casos, maiores que as do tipo micáceo, principalmente para a direção vertical. Os comportamentos estruturais observados para os variogramas destes minérios ressalta a importância do conhecimento geológico na modelagem geoestatística.

Os variogramas dos canais apresentaram uma melhor estruturação e, praticamente, sem anisotropia, com exceção de SiO_2 e BaSO_4 no Morro das Cobras, que provavelmente devam estar relacionadas às suas formas de ocorrência. Na direção vertical, a amplitude dos variogramas é bem menor que na horizontal, dada pela própria gênese do depósito.

A melhor estruturação dos variogramas dos canais em relação aos dos furos de sonda deve-se às diferenças na amostragem, com os canais sendo amostrados numa malha bastante densa. Outra diferença presente entre os dois conjuntos de dados está nas variâncias observadas nos variogramas, sendo que os canais sistematicamente apresentam variâncias menores, decorrentes da diferença nos volumes dos materiais coletados para cada tipo de amostragem, que foram maiores para os canais.

Os resultados obtidos para as técnicas geoestatísticas utilizadas, krigagem ordinária e simulações gaussianas sequencial e por bandas rotativas, forneceram valores bem próximos. Contudo, a krigagem ordinária é realizada utilizando um menor tempo de processamento e com maior facilidade. Já as incertezas associadas a cada método apresentaram valores bem diferentes. As incertezas das simulações foram obtidas através dos desvios padrão associados às distribuições das L realizações e apresentaram, de um modo geral, valores menores que as incertezas da krigagem ordinária, representada pelo desvio padrão de interpolação. Como os valores das incertezas das simulações foram obtidos pela dispersão em torno das distribuições, eles tenderão a ser ainda menores com o aumento do número de realizações, o que

não significa que a incerteza de fato diminuiu, o qual somente diminuirá com o aumento do número de informações (amostras) e não com o número de realizações. Desta forma, revelou-se a krigagem ordinária, juntamente com a variância de interpolação, superior às demais técnicas utilizadas para fins de avaliação de reservas. A variância de interpolação mostrou que pode ser uma ferramenta útil no auxílio ao planejamento de lavra.

Finalmente, este trabalho mostrou a importância da integração da geologia e da geoestatística para fins de avaliação de reservas e planejamento da lavra. A modelagem geoestatística, na verdade, permitiu a melhor utilização dos dados disponíveis visando o aprimoramento da exploração. A utilização da variância de interpolação para o planejamento de lavra, como apresentada nesta tese, representa um avanço na direção da análise sistemática dos dados disponíveis com vista à modelagem geoestatística da jazida de apatita de Araxá.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMARAL, G.; BUSSHEE, J.; CORDANI, U.G.; KAWASHITA, K.; REYNOLDS, J.H. - 1967 - Potassium-argon ages of alkaline rocks from Southern Brazil. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, v. 31, n. 2, p.117-142.
- ANNELS, A.E. - 1991 - *Mineral deposit evaluation: a practical approach*. London, Chapman & Hall. 436p.
- ARAFÉRTIL - 1975 - *Relatório final de pesquisa mineral*. DNPM. Relatório interno.
- ARAFÉRTIL - 1997 - Análise comparativa entre teores de blocos avaliados por IQD através de dados de amostragens por canaletas e por furos de sondagens. 23p..Relatório interno.
- ASSIS, J.M.N.; SILVA Filho, F. - 1994 - Utilização de programas computadorizados para otimização da lavra de minas. In: *ENCONTRO NACIONAL DE ROCHA FOSFÁTICA*, 6. São Paulo, IBRAFOS, 1994, p.207-228.
- BARBOSA, O.; BRAUN, O.P.G.; DYER, R.C.; CUNHA, C.A.B. - 1970 - *Geologia da região do triângulo mineiro*. Boletim/Divisão de Fomento da Produção Mineral/DNPM, n. 136.
- BIONDI, J.C. - 1986 - Depósitos minerais de filiação magmática. São Paulo, T.A. Queiroz. 607p.
- BRAGA, J.R.K. ; BORN, H. - 1988 - Características geológicas e mineralógicas da mineralização apatítica de Araxá. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 35., Belém, 1988. *Anais*. Belém, SBG, v.1, p. 219-226.
- CLARK, I. - 1979 - The Semi-variogram. *Engineering and Mining Journal*, v.180, n.7, p. 90-94.
- COELHO, E.M.; SILVA, J.M. da; FERREIRA, O. L.; CANÇADO, R.Z.L. - 1987 - Caracterização tecnológica: etapa fundamental para o melhor aproveitamento dos minérios fosfáticos nacionais. *Mineração e Metalurgia*, v. 51, n. 489, p. 13-15.
- DAVID, M. - 1977 - Geostatistics ore reserve estimation. Amsterdam, Elsevier. 364p. (Developments in Geomathematics 2).
- DEUTSCH, C.V. ; JOURNEL, A.G. - 1992 - GSLIB-Geostatistical software library and user's guide. Oxford, University Press. 340p.

- DOWD, P.A. – 1992 – A review of recent developments in geostatistics. *Computers & Geosciences*. v.17, n. 10, p 1481-1500.
- FERNANDES, C. – 1997 – *Otimização do circuito de remoagem da Arafertil através de modelamento matemático*. São Paulo, 122p. (Dissertação - Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- GEOVARIANCES – 1998 – The geostatistical key, user's guide. Geovariance, Avon, France.
- GOMES, C.B.; RUPERTI, E.; MORBIDELLI, L. - 1990 - Carbonatite complexes from Brazil: a review. *Journal of South American Earth Sciences*, v. 3, n.1, .p. 51-61.
- GROSSI SAD, J.H. ; TORRES, N. - 1976 - Geology and mineral resources of the Barreiro Complex, Araxá, Brazil. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE CARBONATITOS, 1. Poços de Caldas, 1976. *Anais*. Poços de Caldas, DNPM. p. 307-312.
- GUERRA, P.A.A. - 1988 - *Geoestatística operacional*. Brasília, DNPM. 145 p.
- GUIMARÃES, R.C. – 1997 – Aspectos relevante da separação de barita em minério fosfático através de flotação. Minas Gerais. 249p. (Tese - Doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais.
- HASUI, Y. ; CORDANI, U.G. - 1968 – Idades K-Ar de rochas eruptivas do Mesozóico do Oeste Mineiro e sul de Goiás. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 22., Belo Horizonte, 1968. *Anais..* Belo Horizonte, SBG. p. 139-143.
- HASUI, Y. ; ALMEIDA, F.F.M. – 1970 – Geocronologia da centro-oeste Brasileiro. *Boletim da Sociedade Brasileira de Geologia*, v. 19, n. 1, p. 5-26.
- HASUI, Y., SADOWSKI, G.R.; SUGUI, F.; FUCK, G.F. – 1975 – The Phanerozoic tectonic evolution of the Western Minas Gerais. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, v. 47, p. 431-438.
- HENLEY, K.J. - 1983 - Ore dressing mineralogy. A review of techniques, applications and recent developments. In: INTERNATIONAL CONGRESS APPLIED MINERALOGY, 1, Johannesburg, 1981. ICAM 81. *Proceedings*. Geological Society of South Africa. p.175-200. (Special Publication, 7)
- HOULDING, S.W. – 1988 - 3D Geosciences modelling. *Engineering and Mining Journal* , Aug. p. 45-47.
- HOULDING, S.W. - 1994 - *3D Geosciences modeling: computer techniques for geological characterization*. Berlin, Springer. 309p.
- ISAAKS, E.H. ; SRIVASTAVA, R.M. - 1989 - *An introduction to applied geostatistics*. New York, Oxford University Press. 561p.

- ISSA Filho., A; RODRIGUES, C.S.; LIMA, P.R.A.S. - 1984 - Aspectos da geologia do complexo carbonatítico do Barreiro, Araxá, MG, Brasil. *Complexos carbonatíticos do Brasil: geologia*. CBMM. p. 20-44.
- JOURNEL, A.G. – 1974 – Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. *Economic Geology*, v. 69, p. 673-687.
- JOURNEL, A.G. - 1983 - Nonparametric estimation of spatial distributions. *Mathematical Geology*, v. 15, n. 3, p. 445-468.
- JOURNEL, A.G. ; ALABERT, F. – 1990 – Non-Gaussian data expansion in the earth sciences. *Terra Nova*, v.1, , p. 123-134.
- JOURNEL, A.G. ; HUIJBREGTS, C.J. - 1978 - *Mining Geostatistics*. London, Academic Press. 600p.
- LENHARO, S. L. R. - 1994 – *Caracterização mineralógica/tecnológica das apatitas de alguns depósitos brasileiros de fosfato*. São Paulo, 196p. (Dissertação - Mestrado) - Escola Politécnica , Universidade de São Paulo.
- LYNX GEOSYSTEM – 1996 – The Lynx system, user documentation. Release 4.4, Lynx Geosystem Inc., Vancouver.
- OLEA, R. A. – 1991 - Geostatistical Glossary and Multilingual Dictionary. New York, Oxford University Press. 175p.
- OLEA, R. A. – 1999 - *Geostatistical for engineers and earth scientists*. Kluwer Academic Press. 303p.
- PAA - 1989 - Caracterização mineralógica e tecnológica em diversos tipos de minério fosfático da jazida da Arafertil. Paulo Abib Eng. S.A. 77 p. (inédito)
- PANNATIER, Y. – 1994 - *MS-WINDOWS Programs for Exploratory Variography and Variogram Modeling in 2D*. In "Statistics of Spatial Processes: Theory and Applications. Bary. Italy.
- POPOFF, C.C. - 1966 - *Computing reserves of mineral deposits: principles and conventional methods*. Washington, Bureau of Mines. 113p. (IC 8283).
- REMACRE, A.Z. ; CARVALHO, R.M. – 1998 – *Simulação geoestatística*. São Paulo, Unicamp, 27p (Apostila do Curso)
- RENDU, J.M. – 1985 – Geostatistical modelling and geological controls. *Transaction Of Institute of Mining and Metalurgy* , Sec. B.v. 94, p B173-B180.
- RODRIGUES, C.S. & LIMA, P.R.A.S. – 1984 - Complexos carbonatíticos do Brasil. *Complexos carbonatíticos do Brasil: geologia*. CBMM. p. 2-19.

- SAMESHIMA, R.H. – 1995 - *O erro geométrico na avaliação de reservas do minério residual de fosfato do Complexo Alcalino de Anitápolis-SC*. São Paulo, 105p. Dissertação - Mestrado) - Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo.
- SANT'AGOSTINO, L.M. - 1996 - *Caracterização tecnológica de um depósito mineral - Um estudo de caso: O nióbio de Catalão I, Goiás*. São Paulo, 209p. (Tese - Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- SILVA, A.B.; MARCHETTO, M.; SOUZA, O.M. – 1979 – Geologia do Complexo Carbonatítico de Araxá (Barreiro), Minas Gerais. *Mineração e Metalurgia*, n. 415, p. 14-18.
- SILVEIRA, B.V.; GRACIOSO, J.E.; LUZ, P.O.; RODRIGUEZ, P.C. - 1991 - Projeto de mineração - Uma abordagem geometalúrgica. In: SIMPÓSIO EPUSP DE CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA NA ENGENHARIA E INDÚSTRIA MINERAL, São Paulo, 1990. *Anais*. São Paulo,. p. 339-358.
- SRIVASTAVA, R.M. – 1994 - Na overview of stochastic methods of reservoir characterization. In: Tarus, J.M. ; Chambers, R.L. (eds) *Stochastic modeling and geostatistics: principles, methods and case studies*. Tulsa, American Association of Petroleum Geologists, p 3-16. (AAPG Computers Applications in Geology n. 3)
- TAKATA, L.A.; ASSIS, J.M.N. – 1994 - Caracterização de minérios aplicada ao planejamento e controle de lavra de fosfato. Araxá, Arafértil, p.1-4. (Relatório interno).
- TAKATA, L.A.; ASSIS, J.M.N.; OBA, C.A.I.; CASSOLA, M.S.; KAHN, H. - 1990 - Caracterização tecnológica de tipos de minério de fosfato da jazida da Arafértil, Araxá, MG. In: ENCONTRO NACIONAL DE TRATAMENTO DE MINÉRIOS E HIDROMETALURGIA, 14, Salvador. 1990. *Anais*. Salvador, ABM, v1, p. 50-65.
- TAKATA, L.A.; SACHS, P.F.T.; ASSIS, J.M.N. - 1985 - Caracterização tecnológica de fosfatos aplicada ao planejamento de lavra da Arafértil. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MINERAÇÃO, 1. Brasília, 1985. *Anais*. Brasília, IBRAM, v. 2, p. 78-95.
- TASSINARI, M.M.M.L. - 1996 - *Caracterização tecnológica de minérios auríferos um estudo de Caso: O minério primário da jazida de Salamangone - AP*. São Paulo, 140p. (Dissertação -Mestrado) - Escola Politécnica , Universidade de São Paulo.
- WACKERNAGEL, H. – 1995 – *Multivariate geostatistics*. An introduction with applications. Berlin. Springer. 256p.
- YAMAMOTO, J. K. ; BETTENCOURT, J. S. - 1992 - *Avaliação de jazidas..* São Paulo, Instituto de Geociências – USP, 113p. (Apostila do Curso)

YAMAMOTO, J. K. – 2.000 – An alternative measure of the reliability of ordinary kriging estimates.

Mathematical Geology. v. 32, n. 4.

YAMAMOTO, J. K. ; ROCHA, M.M. – 2000 – Measuring of uncertainty in geostatistics; estimation or simulation? (*no prelo*).