UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DEDALUS - Acervo - IGC

30900005914

COMPARAÇÃO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA
AVALIAÇÃO DE RESERVAS: UM ESTUDO DE CASO NA
JAZIDA DE COBRE DE CHAPADA, GO.

Jorge Kazuo Yamamoto

Orientador: Prof. Dr. Gilberto Amaral

TESE DE DOUTORAMENTO

COMISSÃO EXAMINADORA

	nome
Presidente:	Dr. G. Amaral
Examinadores:	Dr. A.Z. Remacre
	Dr. S.B. Suslick
	Dr. H. Born
	Dr. J.S. Bettencourt

ass.

SÃO PAULO

1991

À minha esposa Márcia
e aos meus filhos Marcos e Gustavo

AGRADECIMENTOS

Este trabalho pôde ser concluído com a colaboração de várias pessoas e instituições, às quais desejo agradecer.

Ao Prof. Dr. Gilberto Amaral, pela orientação dada em métodos numéricos e aplicação de computadores em Geociências, que foi, sem dúvida, fundamental para a minha formação.

Ao Prof. Dr. Jorge Silva Bettencourt, pelos ensinamentos práticos em avaliações de reservas que recebi e, sobretudo, pelo seu interesse em meu aperfeiçoamento técnico.

A ELUMA S.A, por meio de seu diretor Dr. Julio C. Senna que autorizou a utilização dos dados da Jazida de Cobre de Chapada.

Ao Prof. Dr. Young C. Kim, do Departamento de Minas e Engenharia Geológica da Universidade do Arizona pela orientação em Geoestatística Aplicada e cessão do sistema GEOBASE para utilização neste trabalho.

Ao Prof. Dr. Andre Journel, da Universidade de Stanford, pela leitura crítica que fez sobre alternativa ao cálculo da variância de krigagem.

Ao Prof. Dr. Arlei Benedito Macedo, pelo encaminhamento dado ao trabalho em seu início e pela coordenação do Programa de Treinamento em Informática Geológica, do Convênio BID-USP, que possibilitou uma viagem de estudos à Universidade do Arizona.

Ao técnico Ismael S. Oliveira e estagiários do CPD do Instituto pela digitalização e plotagem de desenhos geológicos.

A estatística Lúcia Dozzi, pelo apoio dado em conceitos estatísticos.

Ao Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo, que proporcionou todos os recursos necessários para a realização deste trabalho.

Finalmente, ao Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, onde trabalhei por doze anos e devo o meu aprendizado e prática em métodos computacionais aplicados em geologia e mineração.

SUMÁRIO

	pág.
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Conceitos básicos	3
1.2.1 Categorias de reservas	3
1.2.2 Classificação de reservas	6
2 INVENTARIO DOS DADOS DA PESQUISA MINERAL	10
2.1 Objetivos do cálculo de reservas	10
2.2 Requisitos para o cálculo de reservas	10
3 ANALISE DOS DADOS	13
3.1 Composição de amostras de furos de sondagem	13
3.2 Análise estatística clássica	14
3.2.1 Distribuição de frequências	15
3.2.2 Estatística descritiva	16
4 MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA AVALIAÇÃO DE RESERVAS: REVISÃO DA METODOLOGIA CORRENTE	20
4.1 Métodos da ponderação pelo inverso da distância	22
4.2 Método geoestatístico	25
4.3 Métodos alternativos	33
5 MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA AVALIAÇÃO DE RESERVAS: ALTERAÇÕES PROPOSTAS	37
5.1 Cálculo da variância de interpolação pelo método IQD	37
5.2 Alternativa ao cálculo da variância de krigagem	38
5.3 Método da ponderação espacial: avaliação de blocos	40
5.4 Método IQD para avaliação de blocos	45
5.5 Alternativa ao cálculo da variância de krigagem em blocos	46
6 JAZIDA DE COBRE DE CHAPADA: INVENTARIO E ANALISE DOS DADOS	49
6.1 Localização e acessos	49
6.2 Geologia da Jazida	49
6.3 Inventário da pesquisa mineral	53
6.4 Análise dos dados	61

6.4.1	Definição da área de interesse e dimensões dos blocos	61
6.4.2	Análise dos dados litológicos	67
6.4.3	Composição de amostras de furos de sondagem	71
6.4.4	Análise estatística dos dados originais e compostos	75
6.4.5	Análise geoestatística dos dados compostos	89
7	AVALIAÇÃO DAS ALTERAÇÕES PROPOSTAS NOS MÉTODOS COMPUTACIONAIS	117
7.1	Avaliação da krigagem para estimação de blocos	117
7.2	Análise do método da ponderação espacial para avaliação de blocos	123
7.2.1	Método da ponderação espacial otimizado para avaliação de blocos	127
7.3	Análise do método IQD para avaliação de blocos	128
7.3.1	Método IQD simplificado para avaliação de blocos	130
7.4	Composição de médias e variâncias para o depósito	131
8	AVALIAÇÕES DE RESERVAS E COMPARAÇÃO DE SEUS RESULTADOS	133
8.1	Métodos computacionais empregados	134
8.2	Análise dos resultados obtidos	135
8.3	Cálculo de reservas de cobre e ouro	148
8.3.1	Curvas teor X tonelagem	157
8.4	Comparação entre os métodos computacionais	160
9	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	169
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	172

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS	pág.
1 - Categorias de reservas, segundo Hancock <i>et al.</i> (1987)	4
2 - Efeito da potência na ponderação pelo inverso da distância (Barnes, 1980)	24
3 - Desenho mostrando um variograma típico e suas propriedades	28
4 - Anisotropias; A: geométrica e B: zonal	29
5 - Modelos de variogramas teóricos	32
6 - Esquema de um bloco, subdividido em quatro sub-blocos, em cada um dos quais foram medidos valores de uma variável aleatória	41
7 - Esquema do mesmo bloco da figura anterior, sem a subdivisão em blocos	42
8 - Mapa de localização da Jazida de Cobre de Chapada	50
9 - Mapa geológico de detalhe, segundo Silva (1981)	52
10 - Mapa geral de distribuição dos furos de sondagem	55
11 - Mapa de localização dos furos-folha 1	56
12 - Mapa de localização dos furos-folha 2	57
13 - Área de interesse da Jazida de Cobre de Chapada	62
14 - Disposição dos blocos de lavra, dentro da área de interesse e fronteira convexa definida pelos furos	64
15 - Modelo tridimensional de blocos para a Jazida de Cobre de Chapada	64
16 - Mapa de elevações da superfície da área de interesse	66
17 - Mapa de elevações da base da área de interesse	67
18 - Histogramas das distribuições de frequências dos teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) nas amostras dos furos de sondagem	77
19 - Curvas acumulativas em escala de probabilidade aritmética da distribuição de teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) nas amostras de sondagem	78
20 - Histogramas das distribuições de frequências de teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) compostos para a altura das bancadas	81
21 - Curvas acumulativas em escala de probabilidade aritmética da distribuição de teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) compostos para a altura das bancadas	81

22 - Histogramas das distribuições de frequências de teores de ouro (A) e seus logaritmos (B) das amostras dos furos de sondagem	84
23 - Curvas acumulativas em escala de probabilidade atitmética da distribuição de teores de ouro (A) e seus logaritmos (B), das amostras dos furos de sondagem	84
24 - Histogramas das distribuições de frequências de teores de ouro (A) e seus logaritmos (B) nas bancadas	87
25 - Curvas acumulativas em escala de probabilidade aritmética da distribuição de teores de ouro (A) e seus logaritmos (B) nas bancadas	87
26 - Diagrama de dispersão dos teores de ouro e cobre nas bancadas, com representação da reta dos mínimos quadrados (linha cheia) e reta ideal (linha tracejada)	88
27 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 360	90
28 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 350	90
29 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 340	91
30 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 330	91
31 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 320	91
32 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 310	92
33 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 300	92
34 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 290	92
35 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 280	93
36 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 270	93
37 - Mapa de isoteores de cobre para a bancada 260	93
38 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 360	94
39 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 350	94
40 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 340	94
41 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 330	95
42 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 320	95
43 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 310	95
44 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 300	96
45 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 290	96
46 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 280	96
47 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 270	97
48 - Mapa de isoteores de ouro para a bancada 260	97
49 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 360	100
50 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 350	100

51 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 340	100
52 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 330	100
53 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 320	101
54 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 310	101
55 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 300	101
56 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 290	101
57 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 280	101
58 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 270	101
59 - Variogramas experimentais para cobre na bancada 260	102
60 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 360	102
61 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 350	102
62 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 340	102
63 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 330	102
64 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 320	102
65 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 310	103
66 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 300	103
67 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 290	103
68 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 280	103
69 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 270	103
70 - Variogramas experimentais para ouro na bancada 260	103
71 - Gráfico da deriva para cobre	108
72 - Gráfico da deriva para ouro	108
73 - Variogramas horizontais médios para cobre	109
74 - Variogramas horizontais médios para ouro	109
75 - Variogramas horizontais médios para ouro nas bancadas 350 a 320	111
76 - Gráfico da deriva vertical para cobre	113
77 - Gráfico da deriva vertical para ouro	113
78 - Variograma vertical médio para cobre	113
79 - Variograma vertical médio para ouro	113
80 - Modelos de variogramas teóricos para cobre	114
81 - Modelos de variogramas teóricos para ouro	114
82 - Histograma da distribuição de teores médios de cobre calculados pelo método IQD-original	136
83 - Histograma da distribuição das variâncias associadas aos teores médios de cobre calculados pelo método IQD-original	136
84 - Histograma da distribuição de teores médios de cobre	

calculados pelo método IQD para avaliação de blocos	137
85 - Histograma da distribuição das variâncias associadas aos teores médios de cobre calculados pelo método IQD para blocos	137
86 - Histograma da distribuição de teores médios de cobre calculados pelo método da ponderação espacial	137
87 - Histograma da distribuição de variâncias associadas aos teores médios de cobre calculados pela ponderação espacial	137
88 - Histograma da distribuição de teores médios de cobre calculados pela krigagem ordinária	137
89 - Histograma da distribuição de variâncias associadas, conforme a equação (27), aos teores médios de cobre da krigagem	138
90 - Histograma da distribuição de variâncias associadas, conforme a equação (33), aos teores médios de cobre da krigagem	138
91 - Histograma da distribuição de teores médios de ouro calculados pelo método IQD-original	138
92 - Histograma da distribuição das variâncias associadas aos teores médios de ouro calculados pelo método IQD-original	138
93 - Histograma da distribuição de teores médios de ouro calculados pelo método IQD para avaliação de blocos	138
94 - Histograma da distribuição das variâncias associadas aos teores médios de ouro calculados pelo método IQD para blocos	138
95 - Histograma da distribuição de teores médios de ouro calculados pelo método da ponderação espacial	139
96 - Histograma da distribuição de variâncias associadas aos teores médios de ouro calculados pela ponderação espacial	139
97 - Histograma da distribuição de teores médios de ouro calculados pela krigagem ordinária	139
98 - Histograma da distribuição de variâncias associadas, conforme a equação (27), aos teores médios de ouro da krigagem	139

99 - Histograma da distribuição de variâncias associadas, conforme a equação (33), aos teores médios de ouro da krigagem	139
100 - Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pelo método IQD-original	142
101 - Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pelo método IQD-proposto	142
102 - Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pela ponderação espacial	143
103 - Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pela krigagem-equação (27)	143
104 - Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pela krigagem-equação (33)	144
105 - Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pelo método IQD-original	144
106 - Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pelo método IQD-proposto	145
107 - Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pela ponderação espacial	145
108 - Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pela krigagem-equação (27)	146
109 - Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pela krigagem-equação (33)	146
110 - Diagramas de barras para as classes de reservas geológicas de cobre	150
111 - Diagramas de barras para as classes de reservas geológicas de ouro	151
112 - Blocos do nível 290, com reservas de cobre classificadas pela variância do IQD-original	153
113 - Blocos do nível 290, com reservas de cobre classificadas pela variância de krigagem-equação 27	154
114 - Blocos do nível 290, com reservas de cobre classificadas pela variância de interpolação-equação 33	154
115 - Blocos do nível 290, com reservas de ouro classificadas pela variância do IQD-original	155
116 - Blocos do nível 290, com reservas de ouro classificadas pela variância de krigagem-equação 27	155

117 - Blocos do nível 290, com reservas de ouro classificadas pela variância de interpolação-equação 33	156
118 - Curvas teor X tonelagem para as reservas geológicas de cobre	158
119 - Curvas teor X tonelagem para as reservas geológicas de ouro	159
120 - Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de cobre e interpolados pelo método IQD	161
121 - Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de cobre e interpolados pela ponderação espacial	162
122 - Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de cobre e interpolados pela krigagem ordinária	162
123 - Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de ouro e interpolados pelo método IQD	163
124 - Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de ouro e interpolados pela ponderação espacial	163
125 - Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de ouro e interpolados pela krigagem ordinária	164
126 - Diagrama de dispersão entre a variância de interpolação (equação 33) e teores de ouro calculados pela krigagem ordinária	167
127 - Diagrama de dispersão entre a variância de krigagem (equação 27) e os teores de ouro calculados pela krigagem ordinária	167

QUADROS

pág.

I - Classificações geoestatísticas de reservas	8
II - Modelos de variogramas teóricos mais comuns na natureza	31

TABELAS

pág.

1 - Médias e variâncias determinadas pontualmente nos sub-blocos	40
2 - Variâncias dos domínios homogêneos determinados em relação à média global	42
3 - Cálculo da variância entre os sub-blocos	43
4 - Valores máximos para discretização do domínio a ser estimado, segundo Journel & Huijbregts (1978, pág. 97)	44
5 - Relação de furos do Projeto Chapada	58
6 - Orientação dos furos inclinados do Projeto Chapada	61
7 - Teores médios dos furos fora da área de interesse	62
8 - Ocorrência das unidades litológicas de Chapada e teores médios de cobre e ouro associados	69
9 - Ocorrência e teores médios de cobre e ouro nas unidades litológicas assinaladas com a presença de quartzo	70
10 - Ocorrência e teores médios de cobre e ouro nas unidades litológicas assinaladas com a presença de cianita	70
11 - Ocorrência e teores médios de cobre e ouro nas unidades litológicas assinaladas com a presença de feldspatização	71
12 - Número de furos de sondagem por bancada para a Jazida de Cobre de Chapada	72
13 - Dados originais de teores do furo M105	72
14 - Dados compostos do furo M105 para bancadas de 10m	74
15 - Parâmetros estatísticos da distribuição de cobre nos furos de sondagem, segundo as teorias normal e lognormal	76
16 - Distribuição de frequências dos teores de cobre nos furos de sondagem	76
17 - Distribuição de frequências dos logaritmos dos teores de cobre nos furos de sondagem	77
18 - Parâmetros estatísticos de cobre nas bancadas, segundo as teorias normal e lognormal	79

19 - Distribuição de frequências dos teores de cobre compostos para as bancadas	80
20 - Distribuição de frequências dos logaritmos dos teores de cobre compostos para as bancadas	80
21 - Parâmetros estatísticos de ouro nos furos de sondagem, segundo as teoria normal e lognormal	82
22 - Distribuição de frequências dos teores de ouro nos furos de sondagem	83
23 - Distribuição de frequências dos logaritmos dos teores de ouro nos furos de sondagem	83
24 - Parâmetros estatísticos da distribuição de ouro nas bancadas, segundo as teorias normal e lognormal	85
25 - Distribuição de frequências dos teores de ouro compostos para as bancadas	86
26 - Distribuição de frequências dos logaritmos dos teores de ouro compostos para as bancadas	86
27 - Coeficientes da reta do mínimos quadrados (a e b da equação: $Y = a + bX$) e de correlação linear (cc) calculados para os teores de ouro em função de cobre	89
28 - Direções e aberturas para determinação de variogramas experimentais	99
29 - Informações estatísticas dos dados utilizados na composição de variogramas experimentais para cobre	105
30 - Informações estatísticas dos dados utilizados na composição de variogramas experimentais para ouro	105
31 - Dados do variograma médio para cobre na direção 0°	106
32 - Dados do variograma médio para cobre na direção 30°	106
33 - Dados do variograma médio para cobre na direção 90°	106
34 - Dados do variograma médio para cobre na direção 150°	107
35 - Dados do variograma médio para ouro na direção 0°	107
36 - Dados do variograma médio para ouro na direção 30°	107
37 - Dados do variograma médio para ouro na direção 90°	107
38 - Dados do variograma médio para ouro na direção 150°	108
39 - Informações estatísticas dos dados utilizados no cálculo dos variogramas verticais médios para cobre e ouro	111
40 - Dados do variograma vertical médio para cobre	112
41 - Dados do variograma vertical médio para ouro	112
42 - Parâmetros de modelos teóricos de variogramas	115

43 - Razões de anisotropia horizontal e vertical	115
44 - Coordenadas e teor de cobre de oito amostras de furos vizinhos ao bloco 1886	118
45 - Vetores das semivariâncias entre as amostras e os sub-blocos	119
46 - Coeficientes das equações de krigagem para os sub-blocos	120
47 - Teores e variâncias para os sub-blocos, calculados de acordo com as equações (40) e (41)	120
48 - Vetor médio das semivariâncias entre todas as amostras e todos os pontos de discretização do bloco	121
49 - Coeficientes da krigagem ordinária de bloco	121
50 - Vetores das distâncias entre as amostras e os sub-blocos	124
51 - Coeficientes da ponderação espacial para os sub-blocos	125
52 - Teores e variâncias para os sub-blocos, calculados de acordo com as equações (34) e (35)	125
53 - Vetor médio das distâncias entre as amostras e os sub-blocos	126
54 - Ponderadores calculados com o vetor médio das distâncias	126
55 - Ponderadores IQD para os sub-blocos	129
56 - Teores e variâncias para os sub-blocos pelo método IQD	129
57 - Ponderadores médios IQD para o bloco 1886	130
58 - Parâmetros das retas dos mínimos quadrados (a e b), coeficientes de correlação (cc) e número de pontos (np) lançados nos diagramas para um total de 1896 pontos	141
59 - Reservas geológicas de cobre da Jazida de Chapada (teores expressos em %)	148
60 - Reservas geológicas de ouro da Jazida de Chapada (teores expressos em ppm)	149
61 - Parâmetros das retas dos mínimos quadrados (a e b), coeficientes de correlação (cc) e número de pontos (np) lançados nos diagramas para um total de 1596 pontos	164
62 - Erros padrão e RMS calculados para as validações cruzadas	165

ABSTRACT

This thesis presents the results of a comparative study between computational methods for ore reserve estimation. This study was developed on the copper deposit of Chapada, Mara Rosa County, State of Goiás, Brazil. Over ten thousand analytical results for copper and gold were studied.

The computational methods used were: inverse of distance squared, spatial weighting and ordinary kriging. These methods were revised in this work and some alterations proposed, which it is believed that improved the first two methods. They are essentially punctual and they could be altered to perform block estimations for grade and interpolation variance. The last method was also improved by computing an actual measure of interpolation variance instead of kriging variance, which only measures the spatial configuration of data sets.

For the studied case the best method proved to be ordinary kriging, followed by spatial weighting and inverse distances squared. This was indicated by cross validation analysis with dispersion measures along the ideal line. The copper reserves can be used for future studies, because there is enough information for them. However, the same conclusion can not been taken for gold reserves, because of sampling and analytical problems occurred mainly in southwestern area, where anomalous grades of gold occur.

The existing classifications based on kriging variances do not work well with actual measures of dispersion, such as obtained ones. Therefore it is proposed as future research the study of an adequate classification that must take into account the natural variability of ore bodies and also the actual measures of dispersion.

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados da comparação entre métodos computacionais para avaliação de reservas através de um estudo de caso na Jazida de Cobre de Chapada, Comarca e Município de Mara Rosa, GO.

Os métodos computacionais utilizados foram: ponderação pelo inverso ao quadrado da distância, ponderação espacial e krigagem ordinária. Estes métodos foram revistos neste trabalho sendo propostas algumas alterações, que acredita-se aprimoraram os métodos citados. As principais alterações propostas referem-se ao cálculo de teor e variância em blocos de lavra por meio de sua discretização em sub-blocos, os quais são avaliados pontualmente e os valores de teor e variância são então compostos para o domínio original. Estas alterações foram adaptadas aos métodos da ponderação pelo inverso ao quadrado da distância e ponderação espacial. Para a krigagem ordinária foi proposta uma alternativa ao cálculo da variância de interpolação em substituição à variância de krigagem, que mede apenas a configuração espacial dos dados.

Para o caso estudado, a krigagem ordinária revelou-se como o melhor método, seguida pela ponderação espacial e ponderação pelo inverso ao quadrado da distância. Estas indicações foram obtidas analisando-se os resultados de validações cruzadas com medidas de dispersão em torno da reta ideal. As reservas de cobre são confiáveis para os estudos futuros de viabilidade técnica e econômica; entretanto, as reservas de ouro calculadas devem ser interpretadas com reserva, devido, principalmente, à densidade insuficiente de dados na região sudoeste onde ocorrem valores anômalos de ouro e, também, devido a análises inadequadas realizadas para esta região.

As classificações geoestatísticas de reservas baseadas na variância de krigagem não se adaptam para medidas reais de dispersão, pois foram elaboradas para medidas relativas de dispersão. Portanto, sugere-se, como tema de pesquisa futura, a elaboração de uma classificação baseada em medidas reais de dispersão que levem também em consideração a variabilidade natural do depósito.

1 INTRODUÇÃO

O sucesso de qualquer empreendimento mineiro depende fundamentalmente da relevância das estimativas de reservas efetuadas a partir de variáveis (espessura, densidade, teor pontual, teor médio, etc), medidas experimentalmente nos depósitos minerais.

As companhias de mineração em geral têm constatado grandes discrepâncias e supresas quanto às previsões de reservas e/ou em avaliações mais criteriosas, o que tem causado sérios problemas aos geólogos, pois grandes somas em dinheiro são investidas em função das previsões realizadas. Por isso o tópico de avaliação de reservas merece atenção especial, pois além de finalizar os trabalhos de pesquisa mineral, é de grande importância para os estudos de viabilidade econômica que se seguem, caso as reservas obtidas atendam ao objetivo mineiro da companhia (tonelagem e teor).

Qualquer avaliação feita com base em dados amostrados está sujeita a uma variação em torno de um valor verdadeiro, o qual será conhecido somente após a lavra. A avaliação de reservas é feita com o auxílio das técnicas matemáticas de interpolação que são utilizadas para estimar os valores da variável de interesse (teor, densidade, espessura, etc) em pontos não amostrados na pesquisa mineral.

São os princípios de interpretação ou as técnicas matemáticas de interpolação que definem os diversos métodos de avaliação de reservas atualmente disponíveis. Assim, tem-se os métodos clássicos desenvolvidos e utilizados desde os primórdios da mineração até os dias de hoje, que se baseiam em procedimentos simplificados e manuais; os métodos da ponderação pelo inverso da distância, os métodos geoestatísticos e os métodos alternativos, que se baseiam em procedimentos matemáticos de interpolação definidos a partir de informações estatísticas subjacentes e espaciais dos dados. Estes últimos métodos surgiram com o desenvolvimento dos computadores.

Atualmente com a disponibilidade de equipamentos e programas de computação a preços acessíveis às empresas de mineração e organismos governamentais, verifica-se a tendência de utilização

dos métodos computacionais em detrimento dos métodos clássicos para avaliação de reservas. É preciso ressaltar que em certos tipos de jazidas, como as aluvionares, ainda são preferíveis os métodos clássicos, pois a disposição dos dados de pesquisa e a variabilidade dos teores de acordo com o método de pesquisa, não permitem tratamentos mais refinados que os métodos clássicos com correções dos resultados obtidos por meio de um fator aplicado pelo geólogo com conhecimento da jazida.

Devido à grande diversidade de métodos computacionais existentes para avaliação de reservas, surge certa dificuldade na escolha do método e parâmetro apropriados a um problema específico que se quer resolver, pois não se sabe como os métodos responderiam ao mesmo e com que grau de exatidão.

É neste sentido que este trabalho está sendo proposto, fazendo um estudo comparativo dos métodos computacionais citados para indicar o melhor, considerando a qualidade e quantidade dos dados disponíveis. Neste estudo serão comparados não apenas teores e tonelagens, mas, também, as respectivas incertezas associadas às estimativas, pois tem-se utilizado freqüentemente de forma indevida a variância de krigagem para classificação de reservas.

Todo o estudo proposto será realizado com os dados disponíveis de 156 furos de sondagem a diamante da jazida de cobre de Chapada, Município de Mara Rosa, GO, cedidos pela ELUMA S.A., para este estudo.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal, a partir de um estudo comparativo de métodos computacionais para avaliação de reservas de cobre e ouro da Jazida de Chapada, indicar o melhor método em termos de teores, tonelagens e variâncias associadas.

Para atingir o objetivo proposto, o trabalho deverá ser executado em etapas, nas quais procurar-se-á:

- a) fazer uma revisão teórica dos métodos computacionais para avaliação de reservas;
- b) propor alterações na metodologia corrente, visando:
 - b.1) cálculo da variância de interpolação pelo método IQD;

- b.2) alternativa ao cálculo da variância de krigagem;
- b.3) desenvolvimento do método da ponderação espacial para avaliação de blocos;
- b.4) extensão do método IQD para avaliação de blocos;
- b.5) extensão da krigagem para cálculo da variância de krigagem associada a estimativa do teor médio do bloco.
- c) avaliação das alterações propostas;
- d) avaliação de reservas de cobre e ouro por métodos computacionais e comparação de seus resultados;
- e) indicação do melhor método por meio de um estudo de correlação com dados reais.

1.2 Conceitos básicos

O problema da avaliação de reservas é resolvido em função de algumas definições básicas, revistas nos itens que seguem.

1.2.1 Categorias de reservas

Independente do método de cálculo de reservas usado e do grau de confiabilidade das mesmas, as reservas calculadas, de acordo com o estágio da pesquisa, podem ser agrupadas em três categorias como segue, segundo proposta de Hancock et al. (1987):

- reservas geológicas *in situ*;
- reservas lavráveis;
- reservas reconciliadas.

Na Figura 1, reproduzido de Hancock et al. (1987), tem-se um desenho esquemático mostrando as categorias de reservas.

As reservas geológicas *in situ* englobam todo o minério potencialmente aproveitável, determinadas a partir de interpretações geológicas das informações de pesquisa e sem aplicação dos parâmetros básicos para planejamento da mina. Segundo Hancock et al. (1987), as reservas geológicas são determinadas no estágio inicial da pesquisa quando o conhecimento da mineralização for suficiente para fazer uma interpretação razoável da geologia e também que os dados levantados permitam obter estimativas quantitativas. Embora a reserva geológica tenha sido determinada sem aplicação de parâmetros de lavra, não

significa que os parâmetros limitantes não tenham sido aplicados. Tais parâmetros, específicos ao cálculo de reservas, são geralmente o teor de corte, o peso específico, espessura máxima das lentes de minério, espessura máxima do estéril incluído e continuidade máxima das lentes de minério (Hancock *et al.* 1987).

Figura 1: Categorias de reservas, segundo Hancock *et al.* (1987).

Todos esses parâmetros influem diretamente nas reservas determinadas *in situ* e devem ser escolhidos com base no

conhecimento e na experiência anterior. Cabe lembrar que esses parâmetros serão refinados com o grau de conhecimento da jazida e fixados com a aplicação de critérios de viabilidade econômica para a determinação das reservas lavráveis.

A categoria de reservas lavráveis refere-se àquela parte da reserva geológica que pode ser extraída sob um plano específico de lavra, cujas condições econômicas são, para lavra a céu aberto:

- ângulo final da cava;
- relação máxima estéril/minério;
- altura e largura das bancadas;
- largura das rampas de produção, etc;

e, para a lavra subterrânea:

- inclinação das rampas;
- distância entre os níveis principais;
- ângulo de drenagem e quebra de subsidência resultantes de diferentes métodos de desmonte, etc;

além do teor de equilíbrio econômico e teor de corte para ambos os casos. O teor de equilíbrio econômico é aquele que torna economicamente atrativo o aproveitamento de um determinado bloco do depósito. O teor de equilíbrio econômico é determinado levando-se em consideração o custo de lavra (minério), custo de remoção (estéril), custo de tratamento do minério, teor recuperável no bloco da jazida, preço de venda do elemento útil ou substância mineral contidos nos concentrados e relação de mineração (estéril/minério). O teor de corte é o menor teor que compensa lavrar economicamente; um bloco que tenha relação de mineração nula, tem teor que paga as operações de produção, mas não a remoção de qualquer material estéril. Neste trabalho será utilizado o termo teor de corte simulado sem o mesmo significado da definição anterior. Portanto, o teor de corte simulado não tem implicação econômica, pois trata-se apenas de uma referência para definir um domínio de ocorrência de blocos com teores acima do valor estabelecido.

Para alguns corpos de minério as reservas *in situ* são idênticas às reservas recuperáveis, enquanto para outros nota-se uma diferença significativa, cuja ordem de grandeza é sempre dependente dos parâmetros básicos utilizados no planejamento da lavra.

E, finalmente, a terceira categoria representa a melhor estimativa de reservas, pois foi ajustada com os parâmetros da produção, quais sejam: ganho por diluição e perda de minério. O ganho por diluição deve-se a material estéril ou não aproveitável despachado à usina de concentração diluindo o teor de minério. A perda de minério ocorre quando o material estéril despachado à pilha de rejeito ainda continha algum minério ou quando o minério por algum motivo não foi lavrado. À esta correção das reservas lavráveis por parâmetros da produção denomina-se reconciliação.

1.2.2 Classificação de reservas

Segundo Froidevaux (1982), pela classificação de reservas o geólogo tenta responder uma questão fundamental: Qual o grau de certeza de que há metal realmente e em que quantidade ?

A expressão "reserva mineral" implica em que algum tipo de medição física tenha sido feita do teor e da quantidade de concentração mineral *in situ*, e, além disso, que a sua extração seja viável do ponto de vista tecnológico, hoje ou num futuro próximo, e que possa ser realizada com lucro (Zwartendyk, 1972 *apud* Machado, 1989). Nesta definição de reserva mineral tem-se os três critérios básicos a serem considerados em classificações de reservas: confiança geológica, recuperação e viabilidade econômica.

As principais classificações de reservas adotadas no Mundo, estão baseadas principalmente na confiança geológica e viabilidade econômica. Tais classificações usam o grau de certeza de reservas como fator discriminante entre as várias classes, entretanto, nenhum desses esquemas mostram claramente como se calcula o erro associado a uma dada estimativa. Como consequência da dificuldade em quantificar o erro de estimação, o geólogo irá utilizar uma área de influência subjetiva (distância) em torno dos furos de sondagem como um critério para discriminação entre reservas provada e provável (Froidevaux, 1982).

"A indústria mineral tem usado tradicionalmente a classificação de reserva provada, provável e possível, pela ordem de certeza decrescente. Entretanto, para efeito de uso mais amplo, relacionando com avaliações de recursos a nível nacional ou

regional, principalmente por órgão do governo, optou-se pela classificação de reserva medida, indicada, inferida, pela ordem de certeza decrescente." (In Machado, 1989).

Conforme o DNPM (1987, pág. 103), considera-se: Reserva medida - a tonelagem de minério computado pelas dimensões reveladas em afloramentos, trincheiras, galerias, trabalhos subterrâneos e sondagens, e na qual o teor é determinado pelos resultados de amostragem pormenorizada, devendo os pontos de inspeção, amostragem e medida estar tão proximamente espaçados e o caráter geológico tão bem definido que as dimensões, a forma e o teor da substância mineral possam ser perfeitamente estabelecidos. A tonelagem e o teor computados devem ser rigorosamente determinados dentro dos limites estabelecidos, os quais não devem apresentar variação superior, ou inferior a 20% da quantidade verdadeira; Reserva indicada - a tonelagem e o teor do minério computados parcialmente de medidas e amostras específicas, ou de dados da produção, e parcialmente por extrapolação até distância razoável com base em evidências geológicas; Reserva inferida - estimativa feita com base no conhecimento dos caracteres geológicos do depósito mineral, havendo pouco ou nenhum trabalho de pesquisa.

Observa-se portanto, que os esquemas de classificação existentes e aceitos, inclusive no Brasil, baseiam-se mais em aspectos qualitativos que em medidas reais de dispersão dos valores obtidos.

Nesse sentido, os esquemas de classificação de reservas baseados em medidas reais de dispersão são mais confiáveis, pois refletem, sobretudo, a quantidade e qualidade das informações utilizadas na avaliação de reservas. Tais esquemas foram genericamente denominados de "classificações geoestatísticas de reservas", pois são baseados na variância de krigagem. Neste trabalho será adotada a classificação geoestatística de reservas, pois os métodos para cálculo de reservas a serem comparados entre si permitem a determinação da variância associada à estimativa de teor ou tonelagem.

Apresenta-se a seguir um quadro correlativo (QUADRO 1) das propostas de classificações geoestatísticas de reservas atualmente existentes. Os limites de correlação entre as diferentes

denominações existentes são aqueles utilizados por Diehl & David (1982).

Quadro 1: Classificações geoestatísticas de reservas.

P	PROVADA	PROVÁVEL	POSSÍVEL	INFERIDA	HIPOTÉT.	ESPECUL.
1	MEDIDA		INDICADA		INFERIDA	
	ERRO: < 20% CONF. 95%		ERRO: 20-50% CONF. 95%		ERRO: > 50% CONF. 95%	
2	A	B	C1	C2	D1	D2
	ERRO: 10% CONF. > 80%	ERRO: 20% CONF. 60-80	ERRO: 40% CONF. 40-60	ERRO: 60% CONF. 20-40	ERRO: VAR. CONF. 10-20%	ERR. VAR CONF. < 10
3	PROVADA	PROVÁVEL	POSS. I	POSS. II	NÃO CLASS.	
	ERRO: 10% CONF. 90%	ERRO: 20% CONF. 90%	ERRO: 30% CONF. 90%	ERRO: 50% CONF. 90%	ERRO: > 50% CONF. 90%	

P=PROPOSTA: 1=ONU, APUD VALENTE (1980); 2=DIEHL & DAVID (1982); 3=WELLMER (1983).

Segundo Royle (1977), blocos de reservas de altas categorias de certeza estão situados dentro do domínio de amostragem no corpo de minério e por isso apresentam baixos valores de variância de krigagem. Por outro lado, ainda segundo aquele autor, os blocos periféricos ao domínio de amostragem apresentarão altas variâncias de krigagem, além de apresentarem outra fonte de incerteza que é a definição do limite minério/estéril na borda do corpo de minério.

É preciso ressaltar que as classificações geoestatísticas de reservas se, por um lado, eliminam a subjetividade das classificações tradicionais, por outro lado, as variâncias de krigagem calculadas em função do variograma médio da jazida podem refletir apenas variâncias médias globais da jazida e jamais as variações locais, de vital importância para o planejamento da lavra. Em outras palavras, a variância de krigagem não consegue reconhecer blocos de alta variação daqueles de baixa variação, pois trabalha somente com a disposição espacial das amostras e com um modelo de variograma médio da jazida.

A variância de krigagem, segundo Journel (1986 apud Philip & Watson 1987), não deve ser interpretada como medida local de variabilidade espacial, mas tão somente como um índice de configuração dos dados.

Segundo Yamamoto (1989), a variância de interpolação calculada pelo novo método, ou método da ponderação espacial, é

mais representativa que aquela da krigagem, pois enquanto a primeira leva em consideração tanto a distribuição espacial dos dados e a dispersão dos mesmos, a última leva em consideração somente a distribuição espacial, visto que a variância (global) é constante para uma determinada distribuição espacial. Isso significa, ainda segundo aquele autor, que a krigagem de pontos distintos, usando configurações espaciais de pontos iguais e independentemente dos valores dos dados nessas configurações, resultarão na mesma variância de krigagem e em geral superestimados, pois a variância é global. Assim, pretende-se neste trabalho também desenvolver o cálculo da variância de interpolação mais representativa que a variância de krigagem, atualmente disponível.

2 INVENTARIO DOS DADOS DA PESQUISA MINERAL

O trabalho de avaliação de reservas de um depósito tem início com a organização dos dados levantados na pesquisa mineral, que deve ser feita levando-se em consideração os objetivos do cálculo de reservas e, em função destes, os requisitos sobre os dados da pesquisa mineral.

2.1 Objetivos do cálculo de reservas

O cálculo de reservas tem como objetivos fundamentais a melhor estimação de teor e tonelagem dos blocos em um corpo de minério, bem como a determinação do erro provável dessas estimativas a um certo nível de confiança. A relevância dessas estimativas depende da qualidade, quantidade e distribuição espacial das amostras e do grau de continuidade da mineralização (regularidade do corpo de minério).

Os resultados do cálculo de reservas servem de base para todos os estudos de viabilidade técnica e econômica que seguem. Tais estudos visam a determinação dos seguintes parâmetros: produção anual, vida útil provável da mina, método de lavra, método de beneficiamento e investimentos (equipamentos, mão de obra, instalações, energia, materiais, etc).

Pelo exposto, o cálculo de reservas é de vital importância para o sucesso do empreendimento mineiro. Portanto, a estimativa de teores e tonelagens deve ser a mais confiável, dentro da disponibilidade de amostras, da qualidade das análises e definição do controle geológico da mineralização.

Obviamente deve-se, sempre que possível, procurar fornecer estimativas de reservas, as mais refinadas, principalmente em casos de depósitos de alta tonelagem e baixo teor para a lavra a céu aberto, pois um pequeno erro na estimativa do teor pode inviabilizar totalmente o empreendimento mineiro.

2.2 Requisitos para o cálculo de reservas

Os trabalhos de pesquisa em um depósito mineral visam o conhecimento da geologia, da configuração geométrica e do padrão

de distribuição das variáveis e erros cometidos na sua determinação, que, em suma, são os elementos necessários à seleção de um método apropriado para avaliação de reservas. Esses trabalhos fornecem subsídios para estimar as características mineralógicas, químicas e tecnológicas do depósito, as quais são progressiva e detalhadamente obtidas para a reconstrução do modelo de uma parte ou da totalidade do depósito. A avaliação de reservas e, conseqüentemente, a escolha do método específico deve ser feita sempre à luz do modelo geológico do depósito.

As informações coletadas nos pontos de amostragem constituem a base de dados, que, juntamente com o modelo geológico da jazida, são utilizados para se fazer a avaliação de reservas por um método apropriado. As reservas assim obtidas dependem fundamentalmente da quantidade e qualidade dos dados utilizados.

O procedimento de cálculo de reservas é um trabalho técnico consistindo em várias operações, que em ordem de execução são avaliações geológicas, avaliações do método de pesquisa e amostragem, avaliação dos dados de pesquisa, delimitação do corpo mineral e seleção de um método apropriado para o cálculo de reservas (Popoff 1966).

Essas avaliações podem ser feitas sobre o inventário dos dados de pesquisa mineral observando alguns parâmetros descritos a seguir, como foram sugeridos por Handley et al. (1987).

- densidade de dados: verificar se a densidade de amostras é suficiente ou não para garantir a continuidade da mineralização;
- exatidão da localização dos pontos de dados: certificar-se da posição da amostra e seu efeito no cálculo de reservas. A localização de amostras no depósito reflete-se diretamente na geometria do bloco de cubagem e conseqüentemente nas reservas obtidas.
- técnica de sondagem: verificar se o tipo de sondagem utilizado é adequado ou não para uma amostragem confiável;
- técnica de amostragem: verificar como foi feita a amostragem e qual a quantidade analisada;
- recuperação do testemunho na zona mineralizada: verificar como foi determinada a recuperação e com que freqüência;
- densidade, peso específico ou fator tonelagem: é o dado

cujá obtenção é mais difícil, especialmente em material friável ou alterado, e de maior importância, pois o erro na sua determinação reflete na mesma proporção nas reservas calculadas;

- qualidade das análises: verificar se os resultados são precisos ou imprecisos por enviezamento ou pura aleatoriedade;
- recuperação da usina de beneficiamento: um dado muito importante a ser levado em consideração na avaliação de reservas é o fator de recuperação na planta de beneficiamento, pois nem todo o metal dosado em amostras pode ser liberado por processos técnica e economicamente viáveis.

3 ANÁLISE DOS DADOS

Antes de se proceder à avaliação de reservas propriamente dita, deve-se, sempre que possível, fazer uma análise estatística dos dados disponíveis e/ou criados a partir de composições de furos de sondagem, com o objetivo de caracterizar e descrever estatisticamente estas distribuições para o melhor entendimento do comportamento das variáveis de interesse dentro do depósito.

3.1 Composição de amostras de furos de sondagens

Geralmente o intervalo de amostragem nos furos de sondagem não corresponde ao intervalo de trabalho na fase de avaliação de reservas, embora tenha sido necessário analisar as amostras segundo o intervalo de amostragem, sempre menor que o intervalo de trabalho. Justifica-se isto frente à necessidade de reconhecer e delimitar possíveis zonas ricas dentro da jazida. Além disso, as amostras individuais dos furos de sondagem podem variar bastante em tamanho, comprimento e peso. Assim, a composição de amostras pelo agrupamento delas para o intervalo de trabalho, definido segundo a característica que se quer analisar, produzirá dados mais homogêneos e, portanto, com maior facilidade de interpretação. É importante especificar a unidade de amostragem utilizada na avaliação de reservas, pois, segundo Kim (1990), muitos problemas surgem pela não especificação da unidade de amostragem. Por exemplo, se uma jazida é avaliada com base na população de amostras de furos de sondagens a diamante, a produção da mina provavelmente não corresponderá às estimativas feitas, simplesmente porque a jazida não é lavrada com furos de sondagens a diamante (Kim 1990). Segundo Barnes (1980), o objetivo de se fazer composições de amostras é de obter amostras representativas de uma unidade mineralógica particular ou unidade de mineração, às quais podem ser aplicadas, por meio de alguma função de extensão, para estimar o teor ou valor de um volume muito maior da mesma unidade. O resultado da composição de amostras de furos de sondagem é expresso como média ponderada do teor pelas espessuras selecionadas para o intervalo de trabalho, como mostra a equação a seguir:

$$t_c = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \cdot e_i}{\sum_{i=1}^n e_i} \quad (1)$$

onde: n é o número de trechos para compor o intervalo de trabalho;

t_i é o teor do i -ésimo trecho;

e_i é a espessura do i -ésimo trecho;

Existem muitos tipos de depósitos minerais, cada um dos quais irá requerer um tratamento especial dos dados amostrados para a obtenção dos melhores intervalos de composição para avaliação do depósito (Barnes, 1980). Basicamente, são três os tipos de composições possíveis em amostras de furos de sondagem para o intervalo de trabalho:

- bancadas;
- tipos litológicos; e
- elevações.

A composição segundo a altura das bancadas é indicada para se fazer a avaliação de reservas em depósitos, cuja lavra se dará a céu aberto. Um exemplo disso são os depósitos de cobre porfirítico que se caracterizam como depósitos disseminados de baixo teor e alta tonelagem, e lavrados a céu aberto.

O segundo tipo de composição permite obter teores representativos conforme as espessuras dos tipos litológicos reconhecidos nas seções geológicas. Este tipo de composição é indicado para depósitos estratiformes ou localizados em veios.

Finalmente, o último tipo permite obter composições de amostras para alguns intervalos de elevações selecionados, segundo as características geológicas, mineralógicas ou estruturais do depósito.

3.2 Análise estatística clássica

Os dados de amostras de furos de sondagem, assim como os dados resultantes de composições de amostras, devem ser analisados estatisticamente, a fim de se caracterizar precisamente as distribuições estatísticas com as quais efetivamente se trabalha durante a fase de avaliação de reservas.

3.2.1 Distribuição de frequências

A análise estatística de dados começa pelo estudo da distribuição de frequências, a qual descreve como as unidades de uma população estão distribuídas sobre o intervalo de valores possíveis, podendo ser do tipo simples ou acumulada.

A distribuição de frequências do tipo simples é construída tabulando-se os dados em intervalos constantes de alguma característica medida do depósito (teor, espessura, etc); os dados assim agrupados podem ser representados graficamente, lançando-se os intervalos de medida em abscissa e as frequências em ordenada, obtendo-se o histograma da distribuição dos dados. Desenhando-se uma curva suave sobre o histograma obtém-se a distribuição de frequências dos dados. A função que a descreve denomina-se função de distribuição ou de densidade de probabilidade.

O procedimento para obtenção de frequências acumuladas é o mesmo que o do tipo anterior, porém as frequências dos dados agrupados nos intervalos são agora acumuladas. A curva acumulativa é a representação gráfica, obtida lançando-se as frequências acumuladas em ordenada e os intervalos de medida em abscissa. A simples união dos pontos sobre a curva acumulativa, com segmentos de reta, gera o polígono de frequências acumuladas. O desenho de uma curva suave sobre esse polígono dá origem à função de distribuição acumulada, que é particularmente útil, pois descreve a proporção da população que é menor que um dado valor.

As funções de distribuição assim obtidas são empíricas, portanto, não se conhece suas expressões matemáticas e, conseqüentemente, suas propriedades. Assim, surge a necessidade de aproximar as distribuições de frequências obtidas àquelas de distribuições teóricas conhecidas.

Na análise de dados para avaliação de reservas existem duas distribuições importantes a serem consideradas: normal e lognormal.

A distribuição normal ou gaussiana é a mais comumente utilizada em estatística, pois sob esta forma de distribuição de frequências encontra-se um grande número de variáveis aleatórias em muitos campos de aplicação.

A função densidade de probabilidade, que descreve

matematicamente esta distribuição, é dada por:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(X-\mu)/\sigma]^2} \quad (2)$$

onde: $f(x)$ é uma observação;

μ e σ são respectivamente a média e o desvio padrão que definem a forma da curva.

As áreas sob a curva normal, ou seja, as integrais definidas da função densidade de probabilidade, definem algumas propriedades importantes:

- 68% dos valores caem dentro do intervalo $\mu \pm 1\sigma$;
- 95% dentro do intervalo $\mu \pm 2\sigma$;
- 99,7% dentro do intervalo $\mu \pm 3\sigma$.

A distribuição lognormal é o tipo geralmente encontrado em muitos problemas de avaliação de reservas, pois caracteriza-se por uma distribuição com assimetria positiva, onde ocorre uma grande quantidade de valores baixos e uns poucos valores altos, que praticamente definem a jazida, principalmente em casos de metais raros.

A função densidade de probabilidade da distribuição lognormal é dada por:

$$f(X) = \frac{1}{X\beta\sqrt{2\pi}} e^{-1/2[(X-\alpha)/\beta]^2} \quad (3)$$

onde: α é a média dos logaritmos de X ;

β é o desvio padrão dos logaritmos de X em relação a α ;

Novamente esses dois parâmetros (α e β) definem a forma da curva da distribuição.

3.2.2 Estatística descritiva

Conhecida a distribuição de frequências dos dados, pode-se obter alguns parâmetros estatísticos que a caracterizam

numericamente. Tais parâmetros permitem estudar as propriedades da população em termos do valor médio medido e como os demais valores encontram-se distribuídos em torno daquele valor.

Esses parâmetros são a média, a variância e desvio padrão, o coeficiente de variação e a assimetria.

A média é uma medida de tendência central dos dados e é calculada como somatória dos valores medidos dividida pelo número de medidas:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n \quad (4)$$

A dispersão dos valores em torno da média é medida pela variância, que é calculada como média das diferenças ao quadrado entre todos os valores em relação à média:

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n-1) \quad (5)$$

Na equação (5) divide-se a soma dos quadrados por (n-1) para se obter um estimador não enviesado da variância amostral. Quando n for grande (maior que 40) a variância amostral (S^2) aproxima-se da variância populacional (σ^2), o que equivale a fazer a divisão da soma dos quadrados por apenas (n).

O desvio padrão é simplesmente a raiz quadrada da variância e é expresso na mesma unidade dos valores originais.

O coeficiente de variação, que é uma outra medida de dispersão, é obtido pela divisão do desvio padrão pela média:

$$CV = S / \bar{X} \quad (6)$$

Como o coeficiente de variação é adimensional, freqüentemente é utilizado para comparar a dispersão relativa de valores em torno da média entre diferentes distribuições. Neste sentido, este parâmetro, segundo Grossi Sad (1986), é extensivamente utilizado pela escola soviética de exploração mineral para classificação dos depósitos minerais para fins de pesquisa.

Finalmente, a assimetria é calculada para determinar se a distribuição é simétrica e, se não for o caso, o quanto a

distribuição se afasta da condição de simetria. A assimetria pode ser negativa quando a distribuição é alongada à esquerda e positiva quando alongada à direita.

A média e desvio padrão como calculados pelas equações (4) e (5), respectivamente, devem ser utilizados quando a distribuição for normal ou próxima dela. Portanto, se a distribuição não for normal a média e o desvio padrão da população devem ser calculados segundo a teoria lognormal. Uma maneira prática de se saber se os dados devem ser tratados pela teoria lognormal ou normal, segundo Finney (1941), é calcular o coeficiente de variação dos dados originais e verificar se este é maior ou menor que 1,2; se for maior que 1,2 (grande dispersão dos valores) a média e o desvio padrão devem ser calculados pela teoria lognormal e caso contrário pela teoria normal. Segundo Finney (1941), quando o coeficiente de variação é menor que 1,2 significa que a média aritmética é mais que 90% eficiente que a estimativa da média logarítmica.

Assim, para o caso de distribuições lognormais, os parâmetros estatísticos devem ser calculados como segue, de acordo com Koch & Link (1971).

Os valores originais são inicialmente transformados para o domínio logarítmico:

$$u_i = \ln(X_i) \quad \text{para } i=1, n \quad (7)$$

A transformação logarítmica, segundo Dachs (1978), permite fazer a comparação de dois (ou mais) conjuntos de valores, pois se as dispersões forem muito diferentes, ou se existir muita assimetria, a comparação é difícil, se não impossível. Ainda segundo aquele autor, a transformação, mesmo que não seja imprescindível, melhora o entendimento que se tem de um conjunto de valores. Deve-se ressaltar a importância da simetria, pois onde existem assimetrias muito acentuadas é impossível - pelo menos difícil - apresentar um valor que sirva como indicador de nível para um conjunto de valores (Dachs, 1978).

A média dos logarítmos pode ser estimada como:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{n} \quad (8)$$

A estimativa da variância dos logarítmos das observações é dada por:

$$S_u^2 = \sum_{i=1}^n [u_i - \bar{u}]^2 / (n-1) \quad (9)$$

A média, no domínio original dos dados, é obtida pela multiplicação da média geométrica por um fator de correção geométrica, que é dependente da variância da correspondente distribuição normal dos logarítmos dos valores e do número de observações.

$$\bar{X} = e^{\bar{u}} \cdot \psi_n(S_u^2/2) \quad (10)$$

onde: $e^{\bar{u}}$ é a média geométrica;

$\psi_n(S_u^2/2)$ é o fator de correção geométrica dependente do tamanho da amostra e da variância dos logarítmos.

O valor de ψ_n pode ser encontrado em tabelas (vide por ex. Koch & Link 1971, pág. 360), ou então calculado pela aproximação da série, cujos primeiros termos, de acordo com Link et al. (1971), são:

$$\psi_n(t) = 1 + \frac{n-1}{n}t + \frac{(n-1)^2 t^2}{n^2(n+1)2!} + \frac{(n-1)^3 t^3}{n^3(n+1)(n+3)3!} + \dots \quad (11)$$

$$\text{onde: } t = S_u^2/2$$

A variância amostral é obtida como:

$$S^2 = e^{2\bar{u}} \left[\psi_n(2S_u^2) - \psi_n\left(\frac{n-2}{n-1}S_u^2\right) \right] \quad (12)$$

Este é o procedimento a ser adotado quando a distribuição de freqüências dos dados for altamente assimétrica ou lognormal.

4 MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA AVALIAÇÃO DE RESERVAS: REVISÃO DA METODOLOGIA CORRENTE

Feito o inventário e análise dos dados da pesquisa mineral sobre um depósito, procede-se à avaliação de reservas propriamente dita. Dentro do objetivo principal deste trabalho de comparação dos métodos computacionais, torna-se necessário fazer uma revisão teórica da metodologia corrente.

Os métodos computacionais para avaliação de reservas atualmente existentes são:

- ponderação pelo inverso da distância;
- geoestatístico; e
- alternativos.

O método da ponderação pelo inverso da distância é efetivamente o primeiro desenvolvido para ser utilizado em computadores, pois envolve operações aritméticas que não poderiam ser facilmente processadas manualmente.

O método geoestatístico para avaliação de reservas foi desenvolvido na década de 70 para fazer uso intensivo de computadores. Este método pode ser denominado genericamente de krigagem e está baseado na Teoria das Variáveis Regionalizadas.

No último grupo tem-se os métodos alternativos, os quais vêm sendo pesquisados e desenvolvidos com o objetivo de serem utilizados quando os métodos geoestatísticos não funcionam e, portanto, não podem ser aplicados.

Todos estes métodos procuram determinar, segundo seus princípios, os valores médios de elementos básicos (teor, densidade e espessura) que, aplicados nas equações básicas de reservas, fornecem o valor da reserva de uma porção ou de todo o depósito. As equações básicas de reservas são:

$$R = V.D.T \quad (13)$$

ou

$$R = A.E.D.T \quad (14)$$

onde: R é a reserva em peso;

V é o volume;

D é a densidade aparente ou fator tonelagem;

T é o teor em porcentagem;

A é a área superficial;

E é a espessura.

Quando se determina a reserva em peso do conteúdo metálico, de óxido ou elemento útil, determina-se também a tonelagem ou volume de minério. Por isso, muitas vezes, a reserva é expressa em termos de tonelagem de minério para uma determinada concentração.

Assim, o cálculo de reservas é um trabalho sistemático que fornece os elementos necessários para resolver as equações (13) ou (14). Deve-se ressaltar que estas equações são básicas para o cálculo de reservas quando a densidade ou fator tonelagem forem determinados. Caso contrário, como ocorre no cálculo de reservas de um bem mineral em aluviões, a equação básica resume-se ao volume multiplicado pela concentração, expressa como razão do conteúdo metálico por uma unidade de volume, pois o fator tonelagem e o teor são substituídos pela concentração.

A avaliação de reservas por métodos computacionais é sempre feita em blocos, cuja geometria é definida pela quantidade e disposição dos furos de pesquisa, bem como pelos estudos de planejamento de lavra incluindo-se o método de lavra e produção. Em outras palavras, a aplicação dos métodos computacionais para avaliação de reservas pressupõe a subdivisão do depósito em blocos de cubagem ou de mineração, cujas dimensões devem estar de acordo com o método de lavra e produção desejada, mas, sobretudo, compatíveis com a densidade de informações de pesquisa e desenvolvimento da lavra.

A maioria dos métodos computacionais para avaliação de reservas estão baseados em procedimentos matemáticos locais de interpolação no sentido que somente as amostras de furos vizinhos devem influir na interpolação de um ponto ou bloco dentro do depósito. Embora raros, alguns métodos globais podem ser aplicados na avaliação de reservas. Estas possibilidades são: o ajuste e integração numérica de polinômios quadridimensionais (Harbaugh 1964) ou por meio de equações multiquádricas globais (Yamamoto 1987). Estes métodos devem ser utilizados com cuidado e preferencialmente em depósitos de pequenas extensões, pois acredita-se muito difícil o ajuste de uma função matemática que consiga descrever com precisão todas as variações possíveis de uma

mineralização.

Portanto, antes de fazer a revisão dos métodos computacionais para avaliação de reservas, torna-se necessário introduzir o conceito de localização e busca de amostras de furos vizinhos em relação a um ponto a ser interpolado. Os métodos locais dependem da escolha de um subconjunto de amostras a ser utilizado na equação de interpolação. Como estas amostras encontram-se distribuídas ao longo de furos de sondagens, sempre existirá uma maior densidade de amostragem ao longo dos mesmos do que entre os furos. Por isso, se o subconjunto for escolhido sem restrição de localização, existe o risco da maioria das amostras de um subconjunto pertencer a um único furo de sondagem, o que produziria uma amostragem não representativa para fins de avaliação de reservas. Por outro lado, se a busca das amostras fosse feita com restrição de localização o subconjunto encontrado seria mais representativo em termos de amostragem espacial. Para fins desta pesquisa adotou-se o procedimento de busca proposto por Yamamoto (1987) como uma extensão do caso a duas variáveis independentes, originalmente idealizado por Harbaugh et al. (1977), para o caso a três variáveis independentes. Este procedimento subdivide a região em torno do ponto a ser interpolado em oito setores, para depois procurar os pontos mais próximos dentro de cada setor, evitando uma amostragem concentrada em um ou poucos furos de sondagem.

4.1 Método da ponderação pelo inverso da potência da distância

Este método foi, seguramente, um dos primeiros a ser desenvolvido para fazer o uso de computadores para avaliação de reservas. Segundo Philip & Watson (1987), a primeira referência sobre este método para avaliação de reservas foi publicada por R.C. Weaver, em 1964. A base deste método é que teores de amostras de furos vizinhos em relação a um determinado ponto ou bloco do depósito, são proporcionais ao inverso das respectivas distâncias ou a uma potência das mesmas. Assim, amostras de furos próximos contribuirão com grande peso em detrimento das amostras de furos distantes, que contribuirão com pequeno peso. Neste sentido observa-se aqui uma melhor aproximação da noção de zona de

influência, igual à meia distância entre furos adjacentes como no método clássico dos polígonos.

A equação geral para se interpolar o teor de um ponto ou bloco do depósito com coordenadas (x,y,z) pode ser escrita como:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n T_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^n W_i} \quad (15)$$

onde: T_i é o teor da i -ésima amostra localizada no ponto de coordenadas (x_i, y_i, z_i) ;

W_i é o inverso de uma potência da distância entre a i -ésima amostra e o ponto a ser interpolado.

O ponderador W_i é calculado como:

$$W_i = 1 / d_i^p \quad (16)$$

onde: p é a potência da distância;

d_i é a distância calculada como:

$$d_i = \left[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

Das equações (15) e (16) observa-se que os parâmetros que influem ou controlam o resultado da interpolação por este método são a potência da distância e o número de amostras de furos vizinhos utilizados. Com relação à potência da distância sabe-se que quando baixa tende a suavizar os valores extremos, e quando elevada tende a realçá-los. Para ilustrar como atua a potência da distância na interpolação de teores entre dois pontos, tomou-se um exemplo dado por Barnes (1980), como mostra o desenho da Figura 2.

Pode-se observar nesta figura que com o aumento da potência da distância, a interpolação de teores entre dois pontos passa do princípio das mudanças graduais ($p=1$) para o princípio dos pontos mais próximos ($p>10$). Segundo Popoff (1966), o princípio das mudanças graduais pressupõe que os valores de uma variável de interesse (teor, espessura, densidade, etc) mudam gradual e continuamente ao longo de uma reta ligando dois pontos de amostragem adjacentes e o princípio dos pontos mais próximos

admite que o valor da variável de interesse em um ponto não amostrado é igual àquele do ponto mais próximo.

Figura 2: Efeito da potência na ponderação pelo inverso da potência da distância (Barnes, 1980).

Na mesma figura pode-se observar que uma potência igual a dois produz uma interpolação intermediária entre os princípios das mudanças graduais e dos pontos mais próximos. Deve-se ressaltar que dificilmente a concentração de elementos na natureza se explica por uma lei linear (mudanças graduais) e muito menos por variações bruscas (pontos mais próximos).

Pelos motivos expostos este método tem sido utilizado para fins de cálculo de reservas com potência igual a dois e por isso é comumente conhecido como IQD ou ponderação pelo inverso do quadrado da distância.

Fixada a potência a ser utilizada deve-se definir um número de amostras de furos vizinhos (n) a ser utilizado na equação (13). Embora tal número possa ser fixado idealmente entre 8 e 12 amostras, deve-se analisar as distâncias envolvidas amostra a amostra, pois não se deve utilizar aquela que se apresentar distante do ponto a ser interpolado, visto que ela já que pouco ajudará na interpolação daquele ponto mesmo que exista alguma

correlação geológica. Há que se ressaltar que não existe nenhuma relação formal que estabeleça o número de amostras a ser utilizado por este método. Assim, o número ideal deve ser estabelecido em função da variabilidade e da disponibilidade de informações.

O método da ponderação pelo inverso da potência da distância como foi exposto aqui deveria ser aplicado somente em depósitos que apresentem variações de teores iguais em todas as direções. Entretanto, muitos depósitos apresentam anisotropias, ou seja, variações diferentes de teores segundo as direções; nestes casos, torna-se necessário fazer correções destas anisotropias. Foram encontradas na literatura as propostas de Knudsen *et al.* (1978) e Barnes (1980), que permitem compensar o efeito da anisotropia no depósito. Estas duas propostas foram apresentadas como modificações do método IQD com a diferença que atribuem pesos diferentes para uma dada distância segundo as direções. Assim, às amostras localizadas em direções de maior variabilidade são atribuídos pesos menores, enquanto aquelas localizadas em direções de menor variabilidade são atribuídos pesos maiores. Esta variação do método IQD foi denominado por Knudsen *et al.* (1978) de ELIP, pois a busca de amostras de furos vizinhos é feita dentro de uma elipse. Embora existam estas propostas para correções de anisotropia, não se conhece, entretanto, nenhuma referência à medida da anisotropia por este método.

Um problema ocorre com este método quando o ponto a ser interpolado coincide com alguma amostra pertencente ao subconjunto de amostras dos furos vizinhos. Nesse caso a equação (13) não pode ser resolvida; para isso faz-se simplesmente $T = T_i$, atribuindo ao valor interpolado o valor da amostra T_i .

Segundo Philip & Watson (1987), como o método IQD é uma combinação linear dos dados originais, ele não pode interpolar acima ou abaixo dos limites das medidas originais. Por isso, segundo os mesmos autores, se os máximos e mínimos não foram especificamente amostrados, eles não poderão ser inferidos.

4.2 Método geoestatístico

O termo krigagem é derivado do nome de Daniel G. Krige, que foi o pioneiro na introdução do uso de médias móveis para evitar a

superestimação sistemática de reservas em mineração (Delfiner & Delhomme, 1975). A base conceitual da krigagem está fundamentada na Teoria das Variáveis Regionalizadas, que foi formalizada por Matheron (1971) a partir de estudos práticos desenvolvidos por Krige no cálculo de reservas nas minas de ouro do Rand na África do Sul.

A aplicação da Teoria das Variáveis Regionalizadas para estimação de depósitos minerais recebe o nome de Geoestatística (Matheron 1971).

O cálculo de um teor médio para um bloco da jazida, a partir dos dados de teores obtidos nas amostras coletadas ao longo dos furos de sondagem é um problema de estimação. A krigagem é um método geoestatístico de estimação que usa as informações dos pontos vizinhos, considerando não somente os valores de teor, mas também a posição espacial relativa dos mesmos.

Segundo Brooker (1979), as técnicas de estimação geoestatísticas, baseadas no estudo da variabilidade espacial do corpo de minério através do semi-variograma, são superiores porque permitem o cálculo do erro associado às estimativas, chamado variância de krigagem. Ainda conforme o mesmo autor, a krigagem é o procedimento que permite calcular os ponderadores para uma dada configuração (bloco X disposição das amostras no espaço) com mínima variância de estimação.

A krigagem é feita após a conclusão dos estudos geoestatísticos, que fornecem os parâmetros fundamentais para se fazer a krigagem propriamente dita. Cabe ressaltar que tais estudos poderão indicar a não aplicação da krigagem se o comportamento da variável regionalizada for totalmente aleatório. Os estudos geoestatísticos levam a definição de um modelo de variograma, bem como das estruturas presentes no depósito que servirão para inferir os valores de variância e covariância que serão utilizados nas equações de krigagem.

Assim, o primeiro passo do estudo geoestatístico é a obtenção de variogramas experimentais, aos quais são ajustados equações de modelos conhecidos.

O variograma é a ferramenta básica que permite descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado (Huijbregts 1975).

A natureza estrutural de um conjunto de dados (assumido pela variável regionalizada) é definida a partir da comparação de valores tomados simultaneamente em dois pontos, segundo uma determinada direção.

A função variograma é definida como sendo a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores de pontos no espaço, separados por uma distância h , conforme a seguinte equação:

$$2\gamma(h) = E[(T_x - T_{x+h})^2], \quad (18)$$

que pode ser estimada como:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_{x_i} - T_{x_i+h})^2 \quad (19)$$

onde: $2\gamma(h)$ é a função variograma;

n é o número de pares de amostras separadas por uma distância h ;

T_x é o valor da variável regionalizada no ponto x ;

T_{x+h} é o valor da variável regionalizada no ponto $x+h$.

Como na Estatística Clássica, pode-se definir a média e a variância de uma variável regionalizada:

$$m = E[T_x] \quad (20)$$

$$\text{var}[T_x] = E[(T_x - m)^2] \quad (21)$$

A variância é conhecida em notação geoestatística como $C(0)$, ou seja, a covariância para distância de separação nula.

Da mesma forma pode-se definir a covariância $C(h)$, entre pontos separados por uma distância h :

$$C(h) = E[T_x \cdot T_{x+h}] - m^2 \quad (22)$$

A função variograma $2\gamma(h)$ pode também ser expressa em termos de variância $C(0)$ e da covariância $C(h)$:

$$2\gamma(h) = 2C(0) - 2C(h) \quad (23)$$

ou, simplificando:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (24)$$

A função $\gamma(h)$ é denominada função semi-variograma, que é a metade da função variograma; entretanto, segundo Clark (1979), muitos autores a denominam simplesmente função variograma. A sua representação gráfica é denominada variograma. Sobre um variograma típico, como mostrado na Figura 3, podem ser reconhecidas algumas propriedades:

- amplitude (a) é a distância a partir da qual as amostras passam a ser independentes. Nesse sentido, conforme Matheron (1971), o variograma dá um significado preciso da noção tradicional de zona de influência. A amplitude (a) é a distância que separa o campo estruturado (amostras correlacionadas) do campo aleatório (amostras independentes);

Figura 3: Desenho mostrando um variograma típico e suas propriedades.

- patamar (C) é o valor no qual o variograma estabiliza-se no campo aleatório (para casos estacionários) e é numericamente igual à variância da variável regionalizada;

- efeito pepita (C_0) é o valor da função variograma na origem ($h=0$). Teoricamente esse valor deveria ser zero, pois duas amostras tomadas no mesmo ponto ($h=0$) deveriam ter os mesmos valores; entretanto, quando não é assim, atribui-se, geralmente, a erros de amostragem e/ou análise. O efeito pepita também é chamado de variância aleatória.

O variograma é calculado para cada variável de interesse (teor, espessura, densidade, etc) segundo várias direções da jazida, pois a função $\gamma(h)$ é vetorial, justamente para se conhecer a estrutura da mineralização.

Os variogramas determinados ao longo de diferentes direções da jazida podem mostrar variações diferentes, como mostram os desenhos da Figura 4, indicando que a jazida apresenta uma anisotropia. A anisotropia geométrica (Figura 4A), ocorre quando a amplitude varia conforme as direções, mas sob um patamar constante, ou seja, a variação de teores numa direção é G vezes a variação em outra, onde o fator G é chamado de razão de anisotropia. A anisotropia zonal (Figura 4B) é identificada quando tanto a amplitude como o patamar variam de acordo com as direções, ou seja, quando resultam em variogramas diferentes. Este tipo de anisotropia é encontrada em depósitos do tipo estratiforme ou *stratabound*.

Figura 4: Anisotropias; A: geométrica e B: zonal.

A determinação de variogramas é feita através do cálculo das semivariâncias para várias distâncias (múltiplos de h), que produz um conjunto de pontos no variograma experimental. Entretanto, o variograma experimental ou discreto não permite inferir os valores de semivariância ou covariância para qualquer distância h . Assim, surge a necessidade de ajustar uma função matemática que descreva continuamente a variabilidade ou correlação espacial existente nos dados. Esse ajuste de uma função matemática, conhecido como ajuste de modelos teóricos em geoestatística, é, geralmente, feito de maneira interativa com um programa de computador. O programa lança no monitor de vídeo os pontos do variograma experimental e, com base nesses pontos, o usuário fornece os parâmetros dos modelos teóricos, quando o programa faz o traçado contínuo da função introduzida; assim, este procedimento é sucessivamente repetido até que o ajuste seja considerado satisfatório pelo usuário.

Os modelos mais comuns de variogramas estão relacionados no Quadro II, onde está implícito que $\gamma(0)=0$ para todos os modelos.

Ajustado o modelo teórico ao variograma experimental, tem-se todas as informações necessárias para se proceder à krigagem, ou seja, à estimação de um valor da variável de interesse em um ponto ou bloco do depósito não amostrado. Neste trabalho será utilizada a técnica da krigagem ordinária, que permite resolver a maioria dos problemas que ocorrem na natureza.

O valor da variável de interesse em um ponto ou bloco do depósito é estimado a partir das informações das amostras dos furos vizinhos como uma combinação linear dos valores das mesmas, como segue:

$$T^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot T_i \quad (25)$$

Os ponderadores ($\lambda_i, i=1, n$) são obtidos da resolução de um sistema linear de equações, denominado sistema de krigagem, que é construído para que a estimação não seja enviesada e, também, com mínima variância de estimação. A demonstração matemática para o sistema de krigagem pode ser vista, por exemplo, em Journel & Huijbregts (1978, páginas 305-306).

Quadro II: Modelos de variogramas mais comuns na natureza.

MODELOS	FUNÇÕES
ESFÉRICO	$\gamma(h) = C_0 + C \left[1,5 \frac{h}{a} - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] \quad h < a$ $\gamma(h) = C_0 + C \quad h \geq a$
EXPONENCIAL	$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp^{-h/a} \right] \quad h > 0$
GAUSSIANO	$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp^{-(h/a)^2} \right] \quad h > 0$
MODELO DE POTÊNCIA	$\gamma(h) = C_0 + p \cdot h^\alpha \quad h > 0$ $0 < \alpha < 2$
DE WIJS	$\gamma(h) = C_0 + a \cdot \ln(h) \quad h > 0$
CUBICO	$\gamma(h) = C_0 + C \left[7(h/a)^2 - 8,75(h/a)^3 + 3,5(h/a)^5 - 0,75(h/a)^7 \right] \quad h > 0$
EFEITO FURO	$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \text{sen}(r)/r \right] \quad r \text{ em rad.}$
TRANSITIVO	$\gamma(h) = C_0 + p \cdot h \quad h < a$ $\gamma(h) = C_0 + C \quad h \geq a$
PEPITA PURO	$\gamma(h) = C \quad h > 0$

Os variogramas teóricos encontram-se reproduzidos no desenho da Figura 5.

Figura 5: Modelos de variogramas teóricos.

As equações de krigagem em termos das semivariâncias são:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot \bar{\gamma}(T_i, T_j) + \mu = \bar{\gamma}(T_i, T) & \text{para } i=1, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (26)$$

A variância de krigagem é:

$$\sigma_K^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \bar{\gamma}(T_i, T) + \mu - \bar{\gamma}(T, T) \quad (27)$$

onde: $\bar{\gamma}(T_i, T_j)$ é o valor da semivariância para a distância de separação entre as amostras T_i e T_j ;

$\bar{\gamma}(T_i, T)$ é o valor médio das semivariâncias entre todas as combinações possíveis entre a amostra T_i e os pontos de discretização do domínio do bloco T ;

μ é o multiplicador de Lagrange;

$\bar{\gamma}(T, T)$ é a semivariância média para todos os pares de pontos de discretização do bloco T .

As equações (26) e (27) resolvem a krigagem ordinária de bloco, ou seja, permitem a estimação do teor médio associado a um bloco de dimensões definidas (cubagem ou de lavra). Para avaliações pontuais utiliza-se as mesmas equações, porém ao invés dos valores médios, substitui-se pelos valores encontrados diretamente nos variogramas. Assim, por exemplo, $\bar{\gamma}(T, T)$ reduz-se para $\gamma(T, T)$ que é igual a $\gamma(0)$.

Como se pode observar pelos termos da equação (27), esta não depende dos valores dos pontos de dados, mas tão somente da configuração espacial dos dados. Desta forma, a variância de krigagem não mede efetivamente a dispersão do valor estimado em relação aos valores das amostras dos furos de sondagem. Portanto, este parâmetro não pode ser usado para medir o nível de confiabilidade de reservas para fins de sua classificação.

4.3 Métodos alternativos

Como foi dito anteriormente a krigagem é feita após a conclusão dos estudos geoestatísticos, que inclusive poderão indicar a não aplicação deste método se o comportamento da

variável regionalizada for totalmente aleatório ou porque a quantidade e distribuição dos dados de pesquisa não permitem a obtenção satisfatória de variogramas. Nesses casos a reserva poderia ser calculada pelos métodos clássicos ou pelo método da ponderação pelo inverso da distância, porém sem a mínima estimativa do erro, que efetivamente permite classificar as reservas segundo o nível de confiabilidade. Assim, com o objetivo de auxiliar na resolução de problemas, quando a krigagem não funciona, este autor vem pesquisando métodos alternativos que possam então ser aplicados a modelagem de jazidas e avaliação de reservas. É preciso esclarecer que a krigagem não funciona quando não é possível a extração de informações estatísticas subjacentes dos dados seja pela má distribuição dos pontos de dados ou pela densidade insuficiente de informações ou por ambas as causas.

A primeira proposta neste sentido foi apresentada por Yamamoto (1987) que previa o uso de equações multiquádricas, que proporcionam uma interpolação exata, contínua e suave, porém sem a possibilidade de estimação do erro associado à interpolação. As equações multiquádricas foram utilizadas por aquele autor como extensão do caso a duas variáveis independentes, originalmente propostas por Hardy (1971), para o caso a três variáveis, com a adição do termo correspondente à terceira variável independente.

Com o desenvolvimento dessa linha de pesquisa no sentido de encontrar um método alternativo à krigagem, inclusive com o cálculo da variância de interpolação, chegou-se ao novo método para modelagem de jazidas e avaliação de reservas, apresentado por Yamamoto (1989). O novo método surgiu efetivamente de uma série de modificações introduzidas no sistema de equações multiquádricas (Yamamoto 1987), que tornou-o bastante semelhante ao da krigagem (equação 26), onde as semivariâncias foram substituídas pelas distâncias. Segundo Yamamoto (1989), todos os procedimentos são bastante semelhantes ao da krigagem, com a diferença de não necessitar de variogramas ou qualquer informação estatística subjacente dos dados.

Segundo este método, que permite substituir a krigagem ordinária pontual, o valor da variável de interesse T , no ponto de coordenadas (x,y,z) , é calculado como uma combinação linear dos valores das n amostras de furos próximos $(T_i, i=1,n)$, conforme a

equação a seguir:

$$T = \sum_{i=1}^n w_i \cdot T_i \quad (28)$$

onde: w_i é o ponderador associado à i -ésima amostra;

T_i é o valor da i -ésima amostra localizada no ponto de coordenadas (x_i, y_i, z_i) .

Os ponderadores ($w_i, i=1, n$) são determinados pela resolução de um sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j \cdot d(T_i, T_j) + \lambda = d(T_i, T) & \text{para } i=1, n \\ \sum_{j=1}^n w_j = 1 \end{cases} \quad (29)$$

onde: $d(T_i, T_j)$ é a distância entre os pontos de coordenadas (x_i, y_i, z_i) e (x_j, y_j, z_j) ;

$d(T_i, T)$ é a distância entre o ponto (x_i, y_i, z_i) e o ponto a ser avaliado (x, y, z) ;

λ é também o multiplicador de Lagrange.

Resolvendo-se o sistema de equações (29), obtém-se os ponderadores espaciais ($w_i, i=1, n$), os quais substituídos na equação (28) resulta no valor interpolado no ponto de coordenadas (x, y, z) .

"Determinados os ponderadores e o teor interpolado no ponto (x, y, z) , deve-se estimar o erro de interpolação provável em função da disposição espacial dos pontos de dados utilizados e da dispersão dos valores dos mesmos em relação ao valor interpolado. A variância de interpolação deve ser proporcional à diferença ao quadrado entre o valor de um ponto de dado T_i e o valor interpolado T , sendo a proporção definida pela contribuição efetiva daquele ponto de dado ao valor interpolado. Assim, estendendo este raciocínio a todos os pontos de dados utilizados, tem-se a variância de interpolação como a somatória das diferenças ao quadrado entre os valores dos pontos de dados e o valor interpolado, multiplicada pelas contribuições efetivas dos pontos

de dados, ou seja, pelos respectivos ponderadores w_i ", in Yamamoto (1989).

A variância de interpolação deste método pode ser calculada como:

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (T_i - T)^2 \quad (30)$$

A variância calculada dessa maneira é mais representativa que aquela da krigagem, pois enquanto este método leva em consideração tanto a distribuição espacial dos dados e sua dispersão, a krigagem considera tão somente a disposição espacial dos dados, ou seja, é independente dos valores específicos das amostras utilizadas.

5 MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA AVALIAÇÃO DE RESERVAS: ALTERAÇÕES PROPOSTAS

No item anterior foi feita uma revisão dos métodos computacionais para avaliação de reservas, disponíveis atualmente. Neste item pretende-se apresentar, como proposta deste trabalho, algumas alterações que, a princípio, podem melhorar o desempenho dos métodos revisados. Obviamente as alterações propostas deverão ser adequadamente avaliadas quando os métodos forem comparados entre si.

As propostas de alterações são:

- cálculo da variância de interpolação pelo método IQD;
- alternativa ao cálculo da variância de krigagem;
- desenvolvimento do método da ponderação espacial para avaliação de blocos;
- método IQD para avaliação de blocos;
- alternativa ao cálculo da variância de krigagem em blocos.

5.1 Cálculo da variância de interpolação pelo método IQD

O método IQD tem sido extensivamente utilizado para avaliação de reservas, principalmente em situações onde a krigagem não pode ser aplicada com sucesso pela impossibilidade de obtenção de variogramas representativos do depósito. A principal desvantagem deste método é que não determina o erro associado à estimativa e, conseqüentemente, não permite fazer a classificação das reservas estimadas a não ser por aproximação clássica.

Para que seja possível a utilização da equação (30), deve-se fazer uma pequena modificação na equação geral de interpolação pelo método IQD (15), de tal modo que os pesos somados totalizem um, conforme a seguinte equação:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \cdot \left[w_i / \sum_{j=1}^n w_j \right] \quad (31)$$

A variância associada à estimativa T , pode ser determinada como:

$$\epsilon_{IQD}^2 = \sum_{i=1}^n \left[w_i / \sum_{j=1}^n w_j \right] \cdot [T_i - T]^2 \quad (32)$$

O resultado da equação (32) será sempre positivo visto que os dois termos do produto serão sempre positivos, o que é desejável, pois a variância definida como soma de quadrados deverá sempre resultar em valores numericamente positivos. Entretanto, os resultados obtidos deverão ser cuidadosamente avaliados, principalmente quando as amostras apresentarem-se com alguma concentração, uma vez que o método IQD, ao contrário da krigagem e do método da ponderação espacial, não reconhece agrupamentos de pontos.

5.2 Alternativa ao cálculo da variância de interpolação pela krigagem

A variância de krigagem como calculada pela equação (27) é independente dos valores das amostras utilizadas, dependendo tão somente da função semivariograma encontrada para o depósito. Portanto, a variância de krigagem não pode ser utilizada como parâmetro para classificação de reservas, pois não consegue reconhecer blocos de grande dispersão, aqueles determinados por amostras cujos teores apresentam grande variação em relação aos teores médios dos mesmos, daqueles de pequena dispersão, ou seja, com pequena variação nos teores das amostras vizinhas, uma vez que depende apenas da configuração espacial dos dados.

Assim, novamente, o uso da equação (30), modificada para aproveitar os parâmetros da krigagem, poderia representar uma boa aproximação ao problema.

$$\epsilon_K^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot (T_i - T)^2 \quad (33)$$

Observe-se que a única modificação introduzida foi a substituição dos ponderadores w_i do novo método pelos ponderadores λ_i da krigagem.

Segundo Journel (1990), a expressão (33) para cálculo da variância de krigagem é atrativamente simples, pois:

- confirma a exatidão da krigagem, isto é, quando uma amostra coincide com algum ponto a ser estimado, o peso desta amostra será igual a um com todos os outros iguais a zero e, conseqüentemente, $\epsilon_k^2 = 0$;
- aumenta com a dispersão dos valores das amostras utilizadas;
- usa indiretamente a distância estrutural (h) do variograma através dos pesos λ_i da krigagem ordinária. Quanto mais influente a amostra maior o peso, como deveria ser.

A variância de krigagem segundo a equação (33), poderá resultar em valores negativos, visto que se os pesos λ_i forem negativos, quando multiplicados pela diferença entre o valor da amostra e do ponto interpolado, resultarão num valor negativo e, dependendo dos valores de outros termos da somatória, a soma final poderá ser negativa. O problema de krigagem com pesos negativos tem sido tratado por muitos pesquisadores, os quais admitem a origem do problema quando a krigagem é feita com muitas informações, onde somente alguns poucos contribuem com muito peso em detrimento de outros. Este problema ocorre freqüentemente em krigagem, resultando, inclusive em teores negativos, mas nunca variâncias negativas, uma vez que a expressão (27) garante resultados sempre positivos.

Dentre as propostas apresentadas para solução do problema dos pesos negativos, aquela apresentada por Baafi *et al.* (1986) é interessante e de fácil implementação. Segundo estes autores, dado um conjunto de $(1...n)$ amostras gera-se todos os subconjuntos possíveis de $(1...r)$ amostras. Para cada subconjunto obtido resolve-se o sistema de krigagem e verifica-se os pesos; se todos os pesos forem positivos, aceita-se o subconjunto e todos os pesos obtidos como a solução ótima; caso contrário, o procedimento é repetido até encontrar um que satisfaça a condição imposta.

Resolvido o problema dos pesos negativos acredita-se que a equação (33), poderá ser uma boa alternativa ao cálculo da variância de krigagem pontual. Entretanto, resta o problema da avaliação de blocos e estimativa da variância associada, que não poderia ser resolvido imediatamente sob os conceitos da teoria geoestatística.

5.3 Método da ponderação espacial: avaliação de blocos

Dando continuidade ao desenvolvimento do novo método para modelagem de jazidas e avaliação de reservas, ao qual denomina-se de método da ponderação espacial, será tratado neste item o problema da avaliação de blocos, fundamental em avaliação de reservas.

O problema da avaliação reservas em blocos está na determinação da média e variância da variável de interesse dentro do domínio espacial do mesmo. A solução adotada na krigagem de bloco não pode ser adaptada neste caso, pois as semivariâncias médias não poderiam ser substituídas pelas distâncias médias, que nada indicam além de uma possível configuração espacial média dos dados utilizados.

Assim, torna-se necessário recorrer a uma outra aproximação, que consiste em fazer avaliações pontuais em pequenos sub-blocos, resultantes da subdivisão do bloco de cubagem ou de lavra, nos quais seriam determinados os valores médios e variâncias associadas, que poderiam ser estendidas ao bloco maior como média dos valores encontrados, como primeira tentativa de solução do problema.

Esta hipótese pode ser testada mais facilmente utilizando um exemplo com dados numéricos. Para isso, foi definido um bloco, subdividido em outros quatro sub-blocos, em cada um dos quais foram gerados quatro números aleatórios, como está mostrado no desenho da Figura 6.

A média e a variância em cada um dos sub-blocos, encontram-se listados na Tabela 1.

Tabela 1: Média e variância determinadas pontualmente nos sub-blocos.

DOMÍNIO	MÉDIA	VARIÂNCIA
I	58,25	728,19
II	55,25	1132,19
III	58,50	1016,25
IV	46,50	1007,25

II		I	
67	96	66	26
55	03	98	43
98	62	07	52
09	65	94	33

Figura 6: Esquema de um bloco, subdividido em quatro sub-blocos, em cada um dos quais foram medidos valores de uma variável aleatória.

A média do sub-bloco é o valor mais provável de ocorrência, enquanto a variância do sub-bloco mede a dispersão dos dados em relação à média encontrada.

A média das médias dos sub-blocos e a média das variâncias dos sub-blocos são, respectivamente:

$$\text{MÉDIA DAS MÉDIAS} = 54,63$$

$$\text{MÉDIA DAS VARIÂNCIAS} = 970,97$$

Agora deixando a subdivisão em sub-blocos, tem-se o bloco, como mostrado na Figura 7, no qual pode-se calcular a média e a variância globais:

$$\text{MÉDIA GLOBAL} = 54,63$$

$$\text{VARIÂNCIA GLOBAL} = 994,61$$

Comparando-se os valores obtidos, observa-se que a média das médias é igual a média do global; entretanto, o mesmo não acontece com a média das variâncias e a variância global. Isto pode ser facilmente verificado expandindo-se algebricamente a equação para cálculo da média das médias que resultará na equação da média

global. Da mesma forma, expandindo-se a equação da média das variâncias, verifica-se que não resulta na mesma expressão para cálculo da variância global, pois a média em cada sub-bloco é diferente da média das médias ou da média global. Assim, se a variância em cada domínio for determinada em relação à média global, a expansão algébrica da média das variâncias será exatamente a mesma da variância global, como pode ser verificado se forem determinadas as variâncias de cada domínio em relação à média global (Tabela 2).

Tabela 2: Variância dos domínios homogêneos determinadas em relação à média global.

DOMÍNIO	MÉDIA	VARIÂNCIA
I	54,63	741,33
II	54,63	1132,58
III	54,63	1031,27
IV	54,63	1073,27

Novamente, calculando-se a médias das variâncias tem-se:

VARIÂNCIA GLOBAL = 994,61

67	96	66	26
55	03	98	43
98	62	07	52
09	65	94	33

Figura 7: Esquema do mesmo bloco da figura anterior, sem a subdivisão em sub-blocos.

Como foi mostrado, é perfeitamente possível determinar a média e a variância da variável de interesse no bloco, a partir de sua subdivisão em domínios homogêneos e suas avaliações pontuais que, integradas no domínio do bloco, resultam nos parâmetros procurados. A determinação da variância global como exposto anteriormente implica no cálculo das variâncias dos sub-blocos em relação à média do bloco, que implica num procedimento a duas etapas, ou seja a primeira para cálculo das médias parciais e estimação da média global e a segunda para cálculo das variâncias parciais restritas à média global.

Uma outra maneira, proposta por Isaacks & Srivastava (1989), resolve o cálculo da variância global como soma da variância dentro dos sub-blocos e variância entre os sub-blocos. A variância dentro dos sub-blocos é a própria média das variâncias (igual a 970,97 conforme dados da Tabela 1) e a variância entre os sub-blocos é a média das diferenças ao quadrado observadas entre as médias dos sub-blocos e a média global, conforme está mostrado na Tabela 3.

Tabela 3: Cálculo da variância entre os sub-blocos.

DOMÍNIO	MÉDIA	MÉDIA GLOBAL	DIFERENÇA AO QUADRADO
I	58,25	54,63	13,1044
II	55,25	54,63	0,3844
III	58,50	54,63	14,9769
IV	46,50	54,63	66,0969
VARIANCIA ENTRE OS SUB-BLOCOS = 23,64			

Portanto, somando as variâncias dentro e entre sub-blocos:

VARIANCIA DENTRO DOS SUB-BLOCOS = 970,97

VARIANCIA ENTRE OS SUB-BLOCOS = 23,64

obtem-se a variância global:

VARIANCIA GLOBAL = 994,61

Esta solução é mais interessante que a primeira, visto que é um procedimento direto para cálculo da variância global e, portanto, mais facilmente implementável para avaliação de blocos,

segundo o método da ponderação espacial.

Como foi demonstrada numericamente a aproximação pela subdivisão em pequenos sub-blocos é possível para avaliação de um bloco de cubagem ou de lavra, desde que os cálculos da média e variância de amostras independentes sejam substituídos pela média e variância de amostras dependentes espacialmente. Um problema que resta é a discretização do bloco, ou seja, a subdivisão a ser adotada para obtenção de estimativas satisfatórias. Journel & Huijbregts (1978) propõem a utilização dos valores máximos da Tabela 4 para esse fim.

Tabela 4: Valores máximos para discretização do domínio a ser estimado, segundo Journel & Huijbregts (1978, pág. 97).

DIMENSÃO DO DOMÍNIO	NÚMERO DE PONTOS
UMA	10
DUAS	6 X 6
TRES	4 X 4 X 4

Os limites sugeridos por Journel & Huijbregts (1978), devem garantir uma subdivisão em pequenos domínios homogêneos, de tal forma que a extensão das características encontradas por avaliações pontuais seja possível com erro negligenciável. Quanto menor for o sub-bloco menor será esse erro de extensão. Porém, existe um limite físico para essa discretização, que é a própria malha de amostragem, pois é impossível extrair mais informações que a própria informação original.

Agora, tem-se todos os elementos para se fazer avaliações em blocos a partir de avaliações pontuais em sub-blocos, as quais integradas permitem encontrar para o bloco a média e a variância associada à mesma. Assim, dado um bloco de dimensões definidas, faz-se a subdivisão do mesmo em n sub-blocos, para cada um dos quais é calculada a média e a variância de interpolação:

$$Tb_i = \sum_{j=1}^{m(i)} w_j \cdot T_j \quad (34)$$

$$s_{b_i}^2 = \sum_{j=1}^{m(i)} w_j \cdot (T_j - Tb_i)^2 \quad (35)$$

Nos sinais de somatória, $m(i)$ indica o número de amostras de furos de sondagem para o i -ésimo bloco, visto que o número de amostras pode ser variável sub-bloco a sub-bloco. Adotou-se aqui também a sugestão de Baafi et al. (1986), para escolha de subconjuntos de amostras que garantam todos os pesos positivos, pois sendo a variância uma soma de quadrados, qualquer termo negativo tenderá a produzir um resultado enviesado da estimativa da variância.

O valor médio da variável de interesse T dentro do bloco é:

$$T_B = \sum_{i=1}^n T b_i / n \quad (36)$$

e a variância associada à estimativa da média é:

$$s_B^2 = \sum_{i=1}^n s_{b_i}^2 / n + \sum_{i=1}^n (T b_i - T_B)^2 / n \quad (37)$$

O primeiro termo à direita da equação (37) é a variância dentro dos sub-blocos e o segundo termo à direita é a variância entre sub-blocos.

Esta é a metodologia proposta para avaliação de blocos com estimação do erro segundo a ponderação espacial. A aproximação apresentada aqui pode ser estendida aos métodos IQD e krigagem, adaptando-se para os mesmos as soluções das equações (36) e (37), como segue.

5.4 Método IQD para avaliação de blocos

A avaliação de blocos, por meio da sua discretização em sub-blocos, que são avaliados individualmente (avaliações pontuais) e compostos para a unidade original usando o método IQD para cálculo de teores e variância de interpolação, é uma outra possibilidade como se apresenta a seguir. A adaptação do método IQD nesse caso é particularmente simples, pois este não necessita de nenhuma informação adicional além das amostras vizinhas ao ponto a ser estimado. Por causa de sua simplicidade, este método tem sido extensivamente utilizado para avaliações pontuais,

principalmente para interpolação de malhas regulares para contorno automático de dados em computador.

Assim, como exposto no item anterior, o bloco é subdividido em n sub-blocos, para os quais são calculadas a média e a variância de interpolação, conforme as equações (38) e (39), respectivamente:

$$Tb_i = \sum_{j=1}^m T_j \left[W_j / \sum_{k=1}^m W_k \right] \quad (38)$$

$$\epsilon_{b_i}^2 = \sum_{j=1}^m \left[W_j / \sum_{k=1}^m W_k \right] \cdot \left[T_j - Tb_i \right]^2 \quad (39)$$

Note-se nestas equações que o número de amostras de furos vizinhos é sempre constante, ao contrário do caso anterior em que para cada sub-bloco o número de amostras era definido de tal modo que todos os pesos fossem positivos.

Os valores de teor e variância assim obtidos são compostos para o bloco original usando as equações (36) e (37).

Pelo exposto, o método IQD para avaliação de blocos apresenta-se como o método computacional com a solução mais simples, porém com a desvantagem de não reconhecer agrupamentos de amostras. Isto poderá produzir resultados enviezados, caso a escolha de amostras de furos vizinhos não seja feita com boa distribuição espacial. O possível enviezamento nos resultados deste método poderá ser verificado quando da sua comparação com os resultados de outros métodos.

5.5 Alternativa ao cálculo da variância de krigagem em blocos

A krigagem ordinária ao contrário do IQD e da ponderação espacial, é o único método especificamente desenvolvido para fazer a avaliação de blocos; entretanto, como exposto anteriormente, apresenta a desvantagem da variância de krigagem, calculada por meio da equação (27), ser independente dos valores dos dados, servindo apenas como medida do índice de configuração espacial dos dados (vide por ex. Philip & Watson, 1987 e Kim, 1990). A variância de krigagem não depende dos valores locais dos dados,

pois é função tão somente do variograma que expressa a variabilidade global do depósito ou do conjunto de dados. Desta forma, se a mesma disposição de amostras for utilizada na interpolação de dois pontos diferentes, as variâncias de krigagem serão exatamente as mesmas, independente dos teores encontrados nas amostras das vizinhanças utilizadas. Por outro lado, se fossem utilizadas disposições de pontos diferentes, mas com vizinhanças cujos teores fossem absolutamente iguais (supondo uma zona homogênea do depósito com teor constante), as variâncias seriam diferentes, pois mudou-se as configurações dos dados e, conseqüentemente, os termos da equação da variância de krigagem (equação 27). Por estes motivos diz-se que a variância de krigagem mede apenas a configuração espacial dos dados.

Assim, com o objetivo de se determinar a variância associada à avaliação de blocos, apresenta-se aqui uma proposta baseada na mesma aproximação feita para o método da ponderação espacial, adaptada para fazer uso das informações estruturais do variograma.

Segundo essa proposição, cada sub-bloco resultante da discretização é avaliado para o teor médio e variância, conforme segue:

$$T_{b_i}^* = \sum_{j=1}^{m(i)} \lambda_j \cdot T_j \quad (40)$$

O conjunto de ponderadores $(\lambda_j, j=1, m(i))$ é obtido pela resolução do sistema de equações lineares (25), que faz uso das informações estruturais extraídas dos variogramas modelados.

A variância, associada à estimativa do teor médio para o i -ésimo sub-bloco, é calculada usando a equação (33), adaptada para este caso, i.e.:

$$\sigma_{b_i}^2 = \sum_{j=1}^{m(i)} \lambda_j \cdot (T_j - T_{b_i}^*)^2 \quad (41)$$

Observe neste caso que, a exemplo do método da ponderação espacial, o número de amostras de furos vizinhos é variável conforme o sub-bloco, dependendo do número de amostras com pesos positivos.

Novamente, os valores de teor e variância obtidos para os

sub-blocos podem ser compostos para o domínio original usando as equações (36) e (37).

Esta é a alternativa ao cálculo da variância de interpolação de bloco conforme a equação proposta. O teor médio do bloco tal como obtido pela equação (40) seria exatamente o mesmo se fosse obtido pela equação (25) aplicando os ponderadores do bloco, como foi demonstrado numericamente por Isaacks & Srivastava (1989, pág. 329). Entretanto, nada foi demonstrado a respeito da composição de variâncias parciais para a obtenção da variância global, principal interesse deste trabalho. Assim, a equação (40) é apenas consequência do cálculo dos teores parciais dos sub-blocos, os quais são necessários para determinação das variâncias parciais e, a composição destas para a variância global.

6 JAZIDA DE COBRE DE CHAPADA: INVENTÁRIO E ANÁLISE DOS DADOS

A jazida de cobre de Chapada resultou de uma pesquisa mineral, realizada pela Mineração Serras do Leste Ltda, para cobre em uma área de 4.000 ha, situada próxima à localidade de Chapada, Município e Comarca de Mara Rosa, GO. Esta área foi objeto de pesquisa após trabalhos de prospecção geoquímica regional realizada em sedimentos de corrente, que detectaram anomalias de cobre, as quais detalhadas resultaram na área citada. Nesta área foram continuados os trabalhos de prospecção que delimitaram uma zona com fortes anomalias de cobre, segundo direção geral NE-SW, com cerca de 7 km de extensão e largura média de aproximadamente 0,4 km. Esta zona foi então pesquisada para cobre e ouro, cujos dados de teor, bem como as informações de interesse da jazida, foram compilados do Relatório Final de Pesquisa (Silva 1979).

6.1 Localização e acessos

A Jazida de Cobre de Chapada localiza-se a sudoeste do povoado homônimo, Município e Comarca de Mara Rosa, Estado de Goiás, conforme o mapa de localização mostrado no desenho da Figura 8. A área estudada de 4.000 ha está delimitada pelas coordenadas geográficas 14°13'17" e 14°15'05" de latitude sul e 49°20'00" e 49°24'28" de longitude oeste.

O acesso à área pode ser feito por rodovia, saindo-se de Goiânia pela rodovia GO-080 até o entroncamento com a BR-153 (Belém-Brasília), tomando-se então esta até a cidade de Campinorte e daí seguindo-se por via secundária não pavimentada por 28 km, ou por via aérea até Uruaçu, de onde continua-se o percurso pela BR-153 até Campinorte.

6.2 Geologia da jazida

Segundo Silva & Sá (1988), a jazida de cobre de Chapada encontra-se inserido em um pacote de rochas metamórficas pertencentes à Sequência Mara Rosa, de caráter vulcano-sedimentar, cujo posicionamento estratigráfico é controverso, pois alguns autores a correlacionam com os greenstones belts de Crixás de

Figura 8: Mapa de localização da Jazida de Cobre de Chapada.

idade Arqueana, outros, como Pimentel et al. (1985, apud Silva & Sá, 1988) sugerem idades brasileiras, correlacionando-as com as seqüências de Arenópolis, Amorinópolis e Dois Irmãos.

Os principais litotipos observados em Chapada são: sericita-xistos, sericita-cianita-xistos, biotita-xistos, biotita-cianita-xistos com níveis quartzíticos, xistos quartzo feldspáticos e anfibolitos com quantidades variáveis de quartzo e feldspato (Silva & Sá, 1988).

O mapa geológico de detalhe, segundo Silva (1981), encontra-se reproduzido no desenho da Figura 9. Neste pode-se observar que a área encontra-se quase que totalmente coberta por solos, lateritos e/ou solos lateríticos. Os poucos afloramentos encontram-se a SE da linha base onde, além da Seqüência Mara Rosa, tem-se uma intrusiva ígnea denominada tonalito por Silva (1979), ou diorito porfirítico por Richardson et al. (1986).

Segundo IPT (1980b), as rochas predominantes na área em questão formam um complexo metamórfico envolvendo uma pequena intrusão sintectônica quartzo-diorítica alojada em metamorfitos. Estes correspondem essencialmente a mesclas variadas de quartzo, biotita, muscovita, anfibólio, plagioclásio e cianita, com texturas que vão de granoblástica a lepidoblástica ou nematoblásticas (com ou sem porfiroblastos), formando xistos, quartzitos, gnaisses e anfibolitos com gradações entre si. Esse complexo metamórfico sujeitou-se a anatexia incipiente, que responde por veios e bolsões quartzo-feldspáticos e ocasionais zonas feldspatizadas.

A mineralização constitui-se fundamentalmente de calcopirita associada a pirita (sulfeto mais abundante), que ocorrem como finos cristais disseminados em micaxistos, principalmente biotita xisto feldspático, com matriz silicosa de granulação fina a média (Silva 1979). "Os sulfetos apresentam características texturais que se relacionam em grande parte com a textura da rocha hospedeira. Assim, calcopiritas equidimensionais encontram-se preferencialmente em ganga de textura granoblástica, como as rochas da unidade quartzitos; por outro lado, aquelas de forma alongada geralmente associam-se a minerais micáceos, em rochas de textura lepidoblástica a granolepidoblástica, comuns nas unidades micaxistos e anfibólio-xistos. Desse modo, as zonas de maior

incidência de quartzitos devem corresponder aproximadamente às zonas de maior incidência de sulfetos com características texturais equidimensionais (especialmente calcopirita)." (In IPT, 1980a).

A estrutura predominante na jazida é um amplo e suave anticlinório de eixo NE-SW, ligeiramente complicado por ondulações de eixos NW-SE, resultante de uma evolução deformacional polifásica com três ou quatro fases de dobramentos superpostos, desenvolvendo-se famílias de juntas e de pequenas falhas (IPT 1981a).

Quanto à gênese da jazida, Silva & Sá (1988) sugerem origem vulcanogênica com possibilidade de remobilização durante a fase de cisalhamento posterior. Segundo Richardson *et al.* (1986), a jazida de Chapada representa o remanescente de um depósito de cobre porfirítico, onde a maior parte da mineralização foi hospedada pela rocha encaixante. Ainda segundo estes autores a feição mais óbvia em termos de um modelo para a mineralização de Chapada é o seu teor e tonelagem, que estão perfeitamente compatíveis com depósitos de cobre porfirítico de arcos de ilhas. Um modelo alternativo ao desses autores, sugerido por Kuyumjian (1990), é o modelo singenético hidrotermal/exalativo, que baseado no fato dos sulfetos ocorrerem, freqüentemente, deformados e comumente aparecerem como inclusões em minerais metamórficos, leva-o a concluir que a mineralização que deu origem ao depósito de Chapada é pré-metamórfica.

6.3 Inventário da pesquisa mineral

O depósito de Chapada foi extensivamente pesquisado com o objetivo mineiro para cobre; entretanto, com a possibilidade da presença de ouro associada aos sulfetos, verificada no decorrer dos trabalhos, a pesquisa foi também dirigida para ouro.

O inventário da pesquisa mineral da Jazida de Chapada foi feito observando-se os parâmetros recomendados por Handley *et al.* (1987), com o objetivo de aferir a qualidade e quantidade de informações disponíveis para fins de avaliação de reservas e aos estudos propostos neste trabalho:

- densidade de dados: malha de sondagem rotativa a diamante

100 X 50m na porção central da jazida, com 11.599 amostras analisadas para cobre e 9.087 amostras analisadas para ouro.

- exatidão da localização dos pontos de dados: localização dos furos de sondagem controlada por levantamento plani-altimétrico à escala 1:2 000. Quanto a possíveis desvios nos furos verticais, IPT (1980a) constatou que os ângulos de desvio aparente nos furos são menores que 5° e, portanto, podem ser considerados verticais sem problemas à interpretação e localização de dados;

- técnica de sondagem: sondagem rotativa à diamante;

- técnica de amostragem: testemunhagem contínua em rocha, bitola Nx no início dos furos, reduzida para Bx até o fim do furo, com amostras coletadas em testemunhos serrados ao meio com serra diamantada e partidos em intervalos variáveis entre 1 e 2 m, dependendo da mineralização observada no campo. As amostras assim partidas foram inicialmente analisadas para cobre, entretanto, nem sempre as mesmas amostras foram também analisadas para ouro, devido ao interesse mineiro por esse elemento ter surgido durante o desenvolvimento da pesquisa. Dessa forma, muitas análises de ouro correspondem a amostras compostas por vários intervalos de amostragem com resultados de teores "suavizados" que, pelas suas características de remobilização e concentração, poderiam ter prejudicado a avaliação desse bem mineral se o mesmo ocorresse em porções localizadas da jazida. Deve-se ressaltar que este não é o procedimento normal para amostragem de ouro, pois níveis mais ricos podem ter sido mascarados pela suavização. Muito embora, as amostras analisadas para intervalos regulares de amostragem possam ser compostas para o cálculo de reservas compatível com a futura lavra do depósito;

- recuperação dos testemunhos de sondagem: os dados de recuperação obtidos, revelam recuperação média em torno de 95%;

- densidade ou fator tonelagem: foram analisadas 66 amostras representativas de tipos litológicos e variados graus de mineralização resultando em densidade aparente média para as rochas de Chapada de valor médio igual a 2,72 t/m³;

- qualidade das análises: cobre analisado por absorção atômica após solubilização total da amostra com ácido perclórico e ouro analisado por absorção atômica em solução metil-isobutil-

cetona após solubilização da amostra com água régia. As análises de cobre, em sua maioria efetuadas pelo Laboratório de Geoquímica do IPT e sistematicamente aferidas por outros laboratórios, revelaram-se confiáveis para os fins do objetivo da pesquisa. Para o caso do ouro o método adequado de análise teria sido por *fire assay* para garantir exatidão das determinações com reprodutibilidade;

- recuperação do beneficiamento: não existem problemas de recuperação no beneficiamento, pois segundo Silva & Sá (1988), ensaios de bancada revelaram uma recuperação de pelo menos 90% do cobre contido, tendo-se verificado um bom desempenho às técnicas de tratamento convencionais.

Como se pôde observar, existem problemas na amostragem que seguramente afetarão os teores, as variâncias e as estimativas finais de reservas. Tem-se consciência deste fato, porém o controle sobre a qualidade dos dados fogem dos objetivos e alcance deste trabalho.

Foram executados no Projeto Chapada 156 furos de sondagem rotativa a diamante, conforme o mapa geral de distribuição dos furos de sondagem da Figura 10 e os mapas de localização de furos das Figuras 11 e 12. A relação de furos, bem como as informações de localização e amostragem, encontram-se listados na Tabela 5.

Figura 10: Mapa geral de distribuição dos furos de sondagem.

Figura 11: Mapa de localização dos furos-folha 1.

Figura 12: Mapa de localização dos furos-folha 2.

Tabela 5: Relação dos furos de sondagem do Projeto Chapada.

FURO	X	Y	BOCA FURO	PROF.	Nº AM.
M89	2200	50	388.82	150.15	83
M93	2200	-250	372.93	135.60	84
M94	2300	-100	391.89	184.70	106
M96	2100	-100	381.78	166.55	101
M97	2700	-300	387.03	99.35	60
M98	2000	-445	389.13	115.00	63
M101	2000	-255	356.37	120.90	75
M102	2000	-150	372.87	134.90	77
M103	2200	-350	378.53	125.22	83
M104	2100	0	385.66	129.75	68
M106	2000	-350	368.74	127.07	79
M107	2300	-300	378.28	102.55	59
M108	2300	100	388.12	99.50	51
M109	2300	-150	392.70	151.10	82
M110	2100	50	385.61	129.90	89
M111	2100	-250	362.43	131.10	81
M112	2400	100	387.54	98.54	48
M113	2000	-50	371.03	111.75	69
M115	2100	-450	386.16	100.00	64
M116	2300	-350	383.99	110.05	62
M119	2200	-400	386.10	119.42	75
M90	2300	0	390.51	153.90	110
M120	2400	50	388.25	135.57	74
M118	2100	-350	373.21	120.57	74
M100	2100	-200	370.31	125.00	77
M99	2300	-200	392.74	125.05	54
M92	2300	-50	392.91	174.30	93
M91	2300	50	388.65	150.95	94
M121	2100	100	386.35	120.53	64
M122	2000	0	377.82	106.44	59
M123	2400	-150	393.02	164.32	91
M95	2100	-50	384.20	149.40	89
M105	2100	-165	375.47	148.86	88
M124	2000	100	384.92	136.00	76
M125	2400	-50	390.85	175.05	98
M126	2100	-300	366.34	125.00	78
M127	2300	-400	385.52	113.00	65
M128	2500	-50	388.76	159.50	90
M129	2400	-350	389.27	110.00	63
M131	2450	-100	390.17	159.07	81
M133	2500	-100	390.26	156.00	88
M134	2500	100	386.49	100.40	50
M135	3500	-350	387.33	98.70	60
M136	2400	-250	390.29	125.55	71
M140	2500	-250	392.42	120.65	63
M138	2500	0	388.06	154.54	90
M139	2500	-200	392.09	127.08	69
M141	2550	-100	388.63	153.00	87
M145	2700	100	381.65	109.50	62
M2	2000	-100	372.49	170.15	164
M3	2000	-200	362.91	160.25	146

Tabela 5: Continuação.

FURO	X	Y	BOCA FURO	PROF.	Nº AM.
M4	2800	-200	389.38	125.50	107
M5	2000	50	382.30	202.80	100
M6	2600	0	385.68	95.88	47
M7	2400	-100	393.23	187.40	89
M8	1600	-100	358.96	187.30	89
M9	3200	100	382.19	154.43	79
M1A	2800	0	378.63	164.25	155
M10	1200	-100	339.57	178.10	83
M11	400	250	353.36	146.70	87
M12	0	350	364.08	71.35	36
M13	-400	200	359.49	164.95	80
M15	1600	100	361.15	201.40	113
M16	800	-50	343.84	184.85	111
M17	2400	0	389.83	207.60	120
M18	2800	450	373.83	248.10	130
M19	-1200	600	379.67	250.00	120
M20	1200	200	356.88	214.50	113
M22	3600	300	366.00	148.80	76
M23	600	0	358.67	226.35	118
M24	2000	-400	382.19	160.95	81
M25	3200	500	373.71	172.40	92
M26	3600	700	359.66	137.00	74
M27	1600	-350	346.38	181.20	107
M28	2800	-500	378.35	153.90	79
M29	2400	-500	376.04	137.85	74
M30	2400	200	386.85	169.15	86
M31	1200	-500	346.58	108.40	63
M32	800	-400	333.21	102.20	51
M33	1600	-480	352.22	139.95	82
M34	1200	-350	347.17	115.81	72
M35	800	-700	331.91	104.20	52
M36	1400	-300	350.02	131.78	107
M37	1800	-200	350.36	130.30	72
M38	2200	-100	388.58	179.45	130
M39	2600	-100	388.65	131.35	82
M40	1400	-400	351.06	110.01	67
M41	2200	-200	380.09	139.50	78
M42	1800	-100	361.58	151.95	84
M43	1400	-200	342.39	110.00	59
M44	2200	-300	368.27	139.45	72
M45	2600	-200	391.56	132.25	69
M46	1800	0	360.78	135.25	80
M47	1400	-500	358.33	127.79	72
M48	1800	-300	350.74	131.40	77
M49	2200	0	389.56	180.00	88
M50	2600	100	383.99	122.00	60
M51	1600	-250	350.20	123.20	69
M52	1200	-225	340.00	128.05	66
M53	1800	-400	366.92	130.47	65
M54	2400	-200	392.53	150.00	69

Tabela 5: Continuação.

FURO	X	Y	BOCA FURO	PROF.	Nº AM.
M55	3000	-100	372.86	70.50	33
M56	1200	-600	352.91	95.00	47
M57	1000	-450	340.49	101.60	52
M58	3000	-200	388.34	75.40	33
M59	1600	-550	354.93	130.00	66
M60	2800	-100	384.86	80.00	36
M61	3000	100	372.51	82.50	40
M62	1000	-600	336.38	89.21	45
M63	2800	100	376.46	86.00	40
M64	2200	100	388.19	180.14	88
M65	2600	-300	390.02	128.85	61
M66	3000	-25	370.27	76.10	40
M67	2000	-300	360.75	134.05	65
M68	1000	-350	337.32	90.00	48
M69	1600	0	363.67	130.00	65
M70	1400	-600	366.99	119.15	58
M71	1400	-100	350.14	119.66	59
M72	1000	-250	336.27	90.00	44
M73	3200	700	380.00	169.90	84
M74	-400	100	360.20	100.15	45
M75	-200	300	353.19	100.00	51
M85	2150	-100	389.07	160.50	112
M86	2250	-100	392.36	181.50	130
M87	2200	-50	391.71	154.35	102
M88	2200	-150	387.64	163.05	95
M14A	-800	-500	385.71	149.80	67
M21A	2400	-300	391.24	174.65	95
M137	2500	50	387.03	145.15	81
M142	2350	-100	392.26	185.55	110
M143	2700	-100	388.87	104.45	58
M146	2700	0	382.96	118.04	70
M150	2500	-300	390.88	100.36	57
M132	2100	-395	385.83	129.91	84
M149	2600	-150	390.24	137.38	72
M152	2600	50	385.00	123.40	70
M154	2700	-150	389.13	99.15	59
M114	2300	-240	392.14	124.23	63
M117	2055	-100	383.04	181.60	97
M130	2500	-145	391.18	152.75	86
M144	2700	-245	390.05	100.00	56
M147	2600	-250	391.45	113.31	70
M148	2600	-50	386.64	127.08	74
M151	2600	-350	385.58	100.07	58
M153	2700	-50	384.76	100.00	58
M155	2700	50	382.01	111.20	64
M156	2700	-200	391.26	100.00	57
M157	1900	-50	370.80	140.00	68
M158	1900	-150	355.02	150.23	98
M159	1900	-250	354.66	120.00	74
M160	1900	-350	366.58	116.00	63
M161	1800	-47	363.98	102.40	63

Tabela 5: Continuação.

FURO	X	Y	BOCA FURO	PROF.	Nº AM.
M162	1700	-50	357.19	101.30	62
M163	1700	-150	352.26	110.10	68
M165	1700	-350	353.86	120.20	71
M164	1700	-250	347.15	120.55	78

Os furos foram em sua maioria verticais, com exceção daqueles relacionados na Tabela 6, que seguem com informações de orientação da perfuração.

Tabela 6: Orientação dos furos inclinados do Projeto Chapada.

FURO	AZIMUTE	MERGULHO
M11	180°	62°
M12	180°	62°
M13	180°	60°
M14A	180°	62°
M16	180°	62°
M19	180°	60°
M23	180°	60°

6.4 Análise dos dados

Conforme o inventário dos dados da pesquisa feita em Chapada, dispõe-se de 156 furos de sondagem rotativa a diamante, totalizando 11.949 amostras, das quais 11.599 foram analisadas para cobre e 9.087 para ouro. Pelo mapa de localização geral dos furos da Figura 10, observa-se que a maioria dos furos encontram-se concentrados dentro de um elipsóide com o eixo maior orientado na direção NE, e os demais dispersos dentro da área do mapa. Para fins de avaliação de reservas torna-se necessário delimitar uma área de interesse, dentro da qual se possa fazer as estimações necessárias com segurança, principalmente quanto à continuidade da mineralização.

6.4.1 Definição da área de interesse e dimensões dos blocos

Tendo em vista a densidade de informações como mostrada na Figura 10, foi delimitada a área de interesse entre (750,3250) em

coordenadas X e entre (-650,250) em coordenadas Y, como mostra o desenho da Figura 13. Definida a área de interesse, foram excluídos os furos de sondagem que não pertenciam à mesma (14) restando, portanto, 142 furos de sondagem para a análise de dados e avaliação de reservas, os quais totalizaram agora 10.829 amostras, das quais 10.502 foram analisadas para cobre e 9.029 para ouro.

Figura 13: Área de interesse da Jazida de Cobre de Chapada.

A Tabela 7, apresenta os teores médios, ponderados pelos intervalos de amostragem, em cobre e ouro dos furos descartados, justamente para se ter uma referência do conteúdo metálico dos mesmos e possível continuidade da mineralização sobre esses furos.

Tabela 7: Teores médios do furos fora da área de interesse.

FUROS	TEORES MÉDIOS	
	Cu (%)	Au (ppm)
M19	0,03	n.a.
M14A	0,03	n.a.
M13	0,07	n.a.
M74	0,20	n.a.
M75	0,10	n.a.
M12	0,04	n.a.
M11	0,11	n.a.
M23	0,08	n.a.
M18	0,20	n.a.
M25	0,31	n.a.
M73	0,06	n.a.
M26	0,25	n.a.
M22	0,02	n.a.
M135	0,25	0,19
obs. n.a.=não analisado		

Analisando-se os teores médios em cobre, verifica-se, a um teor de corte simulado de 0,20%, que apenas cinco furos apresentam teores médios iguais ou superiores a este valor de referência. Desse total quatro situam-se na porção NE da área de interesse e apenas um a W da mesma. Portanto, se houver alguma continuidade do corpo de minério, esta se daria provavelmente a NE da área de interesse, que é compatível com a estrutura geral do depósito, que, segundo IPT (1981a), constitui-se de um amplo e suave anticlinório de eixo NE-SW.

As dimensões dos futuros blocos de lavra devem ser definidas em função do método de lavra a ser empregado. A jazida de cobre de Chapada, pelas suas características de baixo teor e alta tonelagem, além de apresentar capeamento pouco espesso, poderá ser lavrada a céu aberto pelo método tradicional de bancadas. Para isso define-se, a partir dos estudos de planejamento de lavra, as dimensões dos futuros blocos de lavra. Para os fins do estudo proposto, adotou-se as dimensões de bloco sugeridas pelo IPT (1981b): 100 x 100 x 10m, pois revelaram-se compatíveis com a malha de sondagem e com a altura mais provável da bancada que poderia ser adotada numa lavra futura. A disposição dos blocos de lavra definidos por estas dimensões foi desenhada dentro da área de interesse como mostra a Figura 14. Definida a área de interesse e as dimensões dos blocos de lavra, estes podem ser numerados seqüencialmente e localizados em termos de linhas, colunas e níveis de um arranjo tridimensional de blocos, como mostra o modelo tridimensional de blocos para a jazida de Chapada (Figura 15).

Se as colunas, linhas e níveis forem definidos pelos índices J, I e K, respectivamente, o número do bloco pode ser obtido pela seguinte relação:

$$NB = I + NY.(J-1) + NX.NY.(K-1) \quad (53)$$

onde: NB é o número do bloco;

NX, NY e NZ são respectivamente o número de blocos nas direções de coordenadas X, Y e Z;

ESCALA
0 100 300 500m

Figura 14: Disposição dos blocos de lavra, dentro da área de interesse.

Figura 15: Modelo tridimensional de blocos para a Jazida de Cobre de Chapada, com evidência para o bloco 3178.

Por outro lado, dado um ponto em termos de suas coordenadas (x,y,z) é possível localizar o bloco, calculando-se os índices I , J e K , como segue:

$$J = \text{TRUNC}[(x-x_{\min})/dx] + 1; \quad (54)$$

$$I = \text{TRUNC}[(y-y_{\min})/dy] + 1; \quad (55)$$

$$K = \text{TRUNC}[(z-z_{\min})/dz] + 1; \quad (56)$$

onde: dx , dy e dz são, respectivamente, as dimensões dos blocos nas direções de coordenadas X , Y e Z ; X , Y e Z ; $x_{\min}$, $y_{\min}$ e $z_{\min}$ são as coordenadas da origem do sistema de numeração de blocos;

TRUNC representa um operador Pascal que indica que somente a parte inteira do resultado entre colchetes será considerada;

Definido o modelo tridimensional de blocos para o caso em estudo, há ainda a necessidade de saber quais os blocos que efetivamente poderão ser avaliados em função da disponibilidade de informações nas três dimensões da jazida. Pode-se definir a região que engloba todos os blocos da área de interesse como o domínio da jazida que tem também um sentido matemático que é o domínio dentro do qual são válidas as interpolações da variável de interesse usando as informações disponíveis. Em outras palavras, qualquer procedimento de interpolação só é válido dentro do domínio dos dados, caso contrário o procedimento é de extrapolação, sobre o qual se tem pouco ou nenhum controle. Se não fosse definido o domínio da jazida e, também, se não fosse aplicada nenhuma restrição de distância dos pontos amostrados ao bloco a ser interpolado, muitos blocos inexistentes, localizados, por exemplo, acima da superfície do terreno, poderiam ser avaliados, superestimando erroneamente o resultado das reservas.

O domínio da jazida é definido pelo seu limite físico ou então pela extensão pesquisada. O topo e a base do domínio são dados pelos limites da mineralização, podendo coincidir no topo com a topografia do terreno e na base com os limites dos furos de sondagem. Lateralmente o domínio é definido pela envoltória dos furos de sondagem que, pode ser determinada matematicamente

encontrando-se a fronteira convexa, ou então, determinada manualmente sobre o conjunto dos furos de sondagem pelo geólogo responsável pela pesquisa, que procurará definir este limite com seus conhecimentos da extensão da mineralização. A fronteira convexa, segundo Eddy (1977), é definida como sendo o polígono de área mínima que engloba o conjunto dos furos de sondagem da área de interesse. Para o caso em estudo, adotou-se a envoltória dos furos de sondagem definida pela fronteira convexa dos mesmos. Agora para se saber se um determinado bloco pertence ou não à envoltória dos furos, pode-se aplicar o algoritmo de Hall (1975), que baseia-se na soma de ângulos formados entre o centro do bloco e todos os vértices do polígono. Se esta soma for $\pm 360^\circ$ o bloco está dentro, caso contrário (soma igual 0°) o bloco está fora.

Se o bloco estiver dentro da envoltória do conjunto de furos de sondagem, deve-se testar ainda se o mesmo está contido entre as superfícies do topo e base da jazida. A superfície do topo é definida pelas cotas das bocas dos furos de sondagem e a superfície da base pelas cotas das profundidades alcançadas pelos mesmos. Assim, se a cota do centro do bloco for maior que a cota da sua projeção na base e menor que a cota da sua localização no topo, o bloco pertence ao domínio da jazida e, portanto, deverá ser avaliado para constituir a reserva procurada.

Os mapas de elevações do topo e da base da área de interesse, estão apresentados, respectivamente, nas Figuras 16 e 17. As informações de elevações desses mapas serão utilizadas na verificação do bloco em relação ao domínio da jazida.

Figura 16: Mapa de elevações da superfície da área de interesse.

Figura 17: Mapa de elevações da base da área de interesse.

6.4.2 Análise dos dados litológicos

Com o objetivo de verificar o comportamento dos teores de cobre e ouro em relação à rocha hospedeira, bem como em relação a possíveis efeitos da presença de quartzo, cianita e feldspatização, procedeu-se a uma análise das informações litológicas, como se apresenta a seguir.

As informações litológicas ao longo dos furos de sondagem foram extraídas dos perfis de sondagem elaborados por Silva (1979) e Silva (1981).

Nestes perfis foram reconhecidos os seguintes grupos de litologias:

- biotita xistos;
- sericita xistos;
- anfibólio xistos;
- anfibolitos;
- arenitos;
- quartzitos;
- pegmatitos.

Nestas rochas foram também anotadas a presença de:

- quartzo;
- cianita;
- feldspatização;

As informações de litologia nos furos de sondagem foram também introduzidas no arquivo de teores, prevendo a possível utilização na avaliação de reservas. No entanto, devido ao grande número de tipos litológicos reconhecidos nos perfis (pela combinação dos grupos de litologias com minerais, texturas, granulação e feldspatização) e à dificuldade de correlação das litologias, mesmo entre furos de sondagem distantes somente 50m (Richardson et al. 1986), tais dados não serão utilizados como atributos para construção de variogramas ou na seleção de amostras para interpolação. Deve-se considerar também que com a composição de amostras para intervalos iguais à altura das bancadas as informações de litologia se perdem. Para o caso da jazida de Chapada, que poderá ser lavrada a céu aberto, a perda da informação litológica não tem muita importância, pois toda a bancada será desmontada, controlando-se somente os teores médios dos blocos. Por outro lado, em alguns tipos de depósitos minerais em que a mineralização encontra-se controlada por uma determinada litologia, a informação litológica passa a ter importância vital como atributo na seleção de amostras de furos de sondagem para avaliação do bloco e como controle para o desmonte de blocos.

Portanto, a análise que se faz das informações litológicas, tem como objetivo o melhor conhecimento da distribuição da mineralização nas rochas de Chapada.

A Tabela 8 apresenta, para a área de interesse da Jazida de Chapada, a distribuição das unidades litológicas, bem como teores médios de cobre e ouro associados às mesmas.

Os dados da Tabela 8, que correspondem a totalidade dos testemunhos de sondagem disponíveis, ou seja, a 16.315,80 m analisados para cobre e 14.070,54 m analisados para ouro, mostram que os biotita xistos, seguidos por arenitos e sericita xistos são as unidades mais importantes em termos de ocorrência e teores médios associados. Anfibólio xistos e anfibolitos (10,1 e 8,0%, respectivamente), embora apresentem-se razoavelmente frequentes em Chapada, não são importantes como rochas mineralizadas, pois seus teores médios encontram-se abaixo dos teores médios da jazida. Os arenitos descritos nos furos de sondagem, equivalente a 11,4% da metragem analisada, devem corresponder aos quartzitos que, apresentam-se com teores elevados em relação às demais litologias.

Se as duas unidades fossem compostas para quartzitos, o teor médio de cobre seria 0,27% e o de ouro 0,31 ppm. Cabe lembrar que os teores médios gerais calculados (Tabela 8), correspondem à média dos teores encontrados nas diferentes unidade litológicas ponderados pela sua frequência de ocorrência. Portanto, tais teores podem não corresponder necessariamente aos teores médios da jazida, pois estes só serão determinados quando da avaliação de reservas com definição do teor de corte, método de lavra, etc.

Tabela 8: Ocorrência das unidades litológicas de Chapada e teores médios de cobre e ouro associados.

UNIDADE LITOLÓGICA	DISTRIBUIÇÃO (%)	COBRE (%)	OURO (ppm)
BIOTITA XISTOS	45,2	0,30	0,25
SERICITA XISTOS	11,1	0,27	0,27
ANFIBÓLIO XISTOS	10,1	0,19	0,17
ANFIBOLITOS	8,0	0,12	0,16
ARENITOS	11,4	0,26	0,31
QUARTZITOS	0,3	0,54	0,44
PEGMATITOS	1,3	0,08	0,14
SOLOS	12,6	N.A.	N.A.
MÉDIAS GERAIS		0,26	0,24

Continuando a análise, separou-se das descrições as rochas que indicavam a presença de quartzo, a fim de verificar como se comportam tais rochas na presença desse mineral, em termos da mineralização associada. A Tabela 9 apresenta os resultados obtidos desta análise.

Nesta tabela, observa-se que os sericita xistos com quartzo apresentam-se com teores médios de cobre e ouro superiores às médias da unidade. Contudo, deve-se considerar também que a espessura analisada corresponde a aproximadamente 10% da espessura total da unidade.

Com relação a presença de cianita, foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 10.

Pelos dados desta Tabela, observa-se que em geral os teores médios de ouro e cobre são menores que aqueles observados nas respectivas unidades. A presença de cianita nestas rochas indica que as mesmas foram submetidas a metamorfismo de pressão e, provavelmente, este efeito poderia ter provocado a dissolução dos

sulfetos e recristalização em outras partes do depósito, ou então, que estas rochas eram originalmente argilosas para geração de cianita e que por isso apresentavam teores menores de cobre e ouro. Os resultados obtidos restringem-se aos dados levantados nos perfis de sondagem, os quais foram elaborados a partir das descrições macroscópicas dos furos de sondagem

Tabela 9: Ocorrência e teores médios de cobre e ouro nas unidades litológicas assinaladas com a presença de quartzo

UNIDADES LITOLÓGICAS	COBRE		OURO	
	TEOR (%)	ESPESSURA	TEOR (ppm)	ESPESSURA
BIOTITA XISTOS	0,32	2.101,73	0,25	1.979,05
SERICITA XISTOS	0,43	194,53	0,38	194,53
ANFIBOLITOS	0,12	675,43	0,16	494,46
MÉDIAS GERAIS	0,28		0,24	

Tabela 10: Ocorrência e teores médios de cobre e ouro nas unidades litológicas assinaladas com a presença de cianita.

UNIDADES LITOLÓGICAS	COBRE		OURO	
	TEOR (%)	ESPESSURA	TEOR (ppm)	ESPESSURA
BIOTITA XISTOS	0,25	881,01	0,23	758,76
SERICITA XISTOS	0,18	477,85	0,27	245,23
ANFIBOLIO XISTOS	0,15	428,31	0,12	320,24
MÉDIAS GERAIS	0,21		0,21	

Quanto à feldspatização observada nas rochas, tem-se os resultados apresentados na Tabela 11.

Comparando-se os teores médios de cobre com os teores médios nas unidades litológicas, conforme dados da Tabela 8, verifica-se que quando se observa a feldspatização nas rochas, há o aumento significativo (considerando a espessura analisada) dos seus teores médios em cobre, não se observando o mesmo efeito para ouro.

Os resultados obtidos da análise das informações litológicas são concordantes com o modelo geológico proposto por Kuyumjian (1990) para a Jazida de Cobre de Chapada.

Tabela 11: Ocorrência e teores médios de cobre e ouro nas unidades litológicas assinaladas com a presença de feldspatização.

UNIDADES LITOLÓGICAS	COBRE		OURO	
	TEOR (%)	ESPESSURA	TEOR (ppm)	ESPESSURA
BIOTITA XISTOS	0,30	4.413,07	0,24	4.024,91
SERICITA XISTOS	0,25	250,54	0,19	224,39
ANFIBOLIO XISTOS	0,28	7,50	0,16	4,50
ANFIBOLITOS	0,52	11,00	0,55	11,00
ARENITOS	0,27	471,00	0,45	244,40
MÉDIAS GERAIS	0,30		0,25	

6.4.3 Composição de amostras de furos de sondagem

Como a futura lavra será a céu aberto pelo método tradicional de bancadas, a composição de amostras de furos de sondagem deverá ser feita para um intervalo de trabalho igual à altura das bancadas, igual a 10m.

Dentro da área de interesse da jazida encontram-se 142 furos de sondagem, que totalizaram 10.829 amostras, das quais 10.504 analisadas para cobre e 9.029 para ouro. As bancadas foram estabelecidas após análise dos mapas de elevações (Figuras 17 e 18) da área de interesse e da incidência dos furos de sondagem na mesma, calculando-se para cada bancada de 10 m de altura o número de furos de sondagem que a atravessavam, conforme resultados apresentados na Tabela 12. Assim, foram estabelecidas 17 bancadas (2 a 18) para fins de composição de amostras de furos, cujos resultados serão utilizados para os estudos de comparação de métodos computacionais para avaliação de reservas, bem como para avaliação das alterações propostas aos mesmos.

A composição segundo as bancadas assim estabelecidas, foi feita por meio do programa de computação COMPN desenvolvido por Kim (1988) para microcomputadores pessoais de 16 bits e cedido por aquele autor, especificamente para esta pesquisa.

O programa COMPN faz a composição furo a furo das amostras para as bancadas estabelecidas. Somente para fins de ilustração deste procedimento reproduz-se na Tabela 13, os dados originais do furo M105 e, na Tabela 14, os dados compostos desse mesmo furo.

Tabela 12: Número de furos de sondagem por bancada para a Jazida de Cobre de Chapada.

BANCADA	COTAS (m)	NÚMERO DE FUROS
1	390-400	27
2	380-390	78
3	370-380	96
4	360-370	110
5	350-360	128
6	340-350	136
7	330-340	142
8	320-330	142
9	310-320	142
10	300-310	141
11	290-300	139
12	280-290	133
13	270-280	123
14	260-270	113
15	250-260	101
16	240-250	87
17	230-240	73
18	220-230	46
19	210-220	30
20	200-210	19
21	190-200	8
22	180-190	8
23	170-180	7
24	160-170	5
25	150-160	3
26	140-150	1

Tabela 13: Dados originais de teores do furo M105.

FURO	NORTE	LESTE		BOCA	PROF.
M105	-165.00	2100.00		375.47	148.86
FURO	DE	PARA	CÓD	COBRE	OURO
M105	0.00	18.05	1	-99.00	-99.00
M105	18.05	19.50	2	0.07	0.10
M105	19.50	21.00	2	0.01	0.09
M105	21.00	22.50	2	0.01	0.70
M105	22.50	24.00	2	0.02	0.09
M105	24.00	25.50	2	0.02	0.08
M105	25.50	27.00	2	0.05	0.11
M105	27.00	28.50	2	0.03	0.09
M105	28.50	30.00	2	0.01	0.09
M105	30.00	31.50	2	0.03	0.10
M105	31.50	33.00	2	0.02	0.07
M105	33.00	34.50	2	0.03	0.06
M105	34.50	36.00	2	0.02	0.06
M105	36.00	37.50	2	0.04	0.04
M105	37.50	39.00	2	0.06	0.06
M105	39.00	40.50	2	0.10	0.07

Tabela 13: Continuação.

FURO	DE	PARA	CÓD	COBRE	OURO
M105	40.50	42.00	2	0.16	0.13
M105	42.00	43.50	2	0.51	0.58
M105	43.50	45.00	2	0.31	0.24
M105	45.00	46.50	2	0.30	0.19
M105	46.50	48.00	2	0.14	0.08
M105	48.00	49.50	2	0.39	0.23
M105	49.50	51.00	2	0.73	0.56
M105	51.00	52.50	2	0.51	0.36
M105	52.50	54.00	2	0.12	-99.00
M105	54.00	55.50	3	0.85	0.53
M105	55.50	57.00	3	0.34	0.36
M105	57.00	58.50	3	0.21	0.17
M105	58.50	60.00	3	0.52	0.30
M105	60.00	61.50	2	0.43	0.33
M105	61.50	63.00	2	0.38	0.31
M105	63.00	64.50	2	0.50	0.40
M105	64.50	66.00	2	0.28	0.19
M105	66.00	67.50	2	0.12	0.09
M105	67.50	69.00	2	0.05	0.07
M105	69.00	70.02	2	0.06	0.06
M105	70.02	71.50	2	0.13	0.08
M105	71.50	73.00	2	0.13	0.09
M105	73.00	74.50	2	0.30	0.18
M105	74.50	76.00	2	0.25	0.19
M105	76.00	77.50	2	0.35	0.24
M105	77.50	79.00	2	0.23	0.19
M105	79.00	80.50	2	0.30	0.17
M105	80.50	82.00	2	0.25	0.12
M105	82.00	83.50	2	0.29	0.12
M105	83.50	85.00	2	0.70	0.23
M105	85.00	86.50	2	1.36	0.32
M105	86.50	88.00	3	0.70	0.19
M105	88.00	89.50	3	1.05	0.29
M105	89.50	91.00	3	1.02	0.20
M105	91.00	92.50	3	1.00	0.27
M105	92.50	94.00	2	0.74	0.24
M105	94.00	95.50	2	0.52	0.21
M105	95.50	97.00	2	0.35	0.22
M105	97.00	98.50	2	0.38	0.24
M105	98.50	100.00	2	0.26	0.16
M105	100.00	101.50	2	0.21	0.11
M105	101.50	103.00	2	0.23	0.14
M105	103.00	104.50	2	0.24	0.11
M105	104.50	106.00	2	0.25	0.11
M105	106.00	107.50	2	0.22	0.15
M105	107.50	109.00	2	0.21	0.03
M105	109.00	110.50	2	0.13	0.07
M105	110.50	112.00	2	0.18	0.08
M105	112.00	113.50	2	0.14	0.03
M105	113.50	115.00	2	0.13	0.06
M105	115.00	116.50	2	0.11	0.12

Tabela 13: Continuação.

FURO	DE	PARA	CÓD	COBRE	OURO
M105	116.50	118.00	2	0.10	0.07
M105	118.00	119.50	2	0.12	0.17
M105	119.50	121.00	2	0.12	0.31
M105	121.00	122.50	2	0.15	0.22
M105	122.50	124.00	2	0.15	0.21
M105	124.00	125.50	2	0.11	0.14
M105	125.50	127.00	2	0.17	0.20
M105	127.00	128.50	2	0.10	0.19
M105	128.50	130.00	2	0.19	0.25
M105	130.00	131.50	2	0.59	0.68
M105	131.50	133.00	2	0.59	0.59
M105	133.00	134.50	2	0.56	0.55
M105	134.50	136.00	2	0.11	0.24
M105	136.00	137.50	2	0.10	0.15
M105	137.50	139.00	2	0.10	0.14
M105	139.00	140.50	2	0.19	0.20
M105	140.50	142.00	2	0.11	0.13
M105	142.00	143.50	2	0.06	0.12
M105	143.50	145.00	2	0.11	0.12
M105	145.00	146.50	2	0.14	0.13
M105	146.50	148.86	2	0.08	0.26

Tabela 14: Dados compostos do furo M105 para bancadas de 10m.

COMPOSIÇÃO POR FURO, FURO # 33							
FURO	NORTE	LESTE	COTA	COMP.	LITO	COBRE	OURO
M105	-165.0	2100.0	350.0	7.4	2	.026	.213
M105	-165.0	2100.0	340.0	10.0	2	.027	.084
M105	-165.0	2100.0	330.0	10.0	2	.192	.180
M105	-165.0	2100.0	320.0	10.0	2	.439	.332
M105	-165.0	2100.0	310.0	10.0	2	.387	.301
M105	-165.0	2100.0	300.0	10.0	2	.154	.111
M105	-165.0	2100.0	290.0	10.0	2	.395	.186
M105	-165.0	2100.0	280.0	10.0	3	.893	.242
M105	-165.0	2100.0	270.0	10.0	2	.276	.158
M105	-165.0	2100.0	260.0	10.0	2	.170	.074
M105	-165.0	2100.0	250.0	10.0	2	.124	.180
M105	-165.0	2100.0	240.0	10.0	2	.341	.393
M105	-165.0	2100.0	230.0	10.0	2	.113	.148
M105	-165.0	2100.0	220.0	3.4	2	.098	.221

Nestas tabelas, os teores estão expressos em % para cobre e em ppm para ouro; teores iguais a -99.00 indicam amostras não analisadas e, os códigos utilizados para designar a informação litológica foram: 1 para solos, 2 para biotita xistos, 3 para sericita xistos, 4 para anfibólio xistos, 5 para anfibolitos, 6

para arenitos e 7 para pegmatitos.

Os dados compostos assim obtidos constituem efetivamente o arquivo de teores para os estudos a serem realizados neste trabalho.

6.4.4 Análise estatística dos dados originais e compostos

Com o objetivo de conhecer as distribuições de frequências dos teores de ouro e cobre na Jazida de Cobre de Chapada, bem como suas características estatísticas, procedeu-se à análise estatística dos dados originais e compostos. Para verificar também, comparando as duas distribuições, a suavização introduzida nos dados após a composição para altura das bancadas.

Para a análise estatística dos dados utilizou-se do programa de computação BSTAT2 (Kim 1988), que tem como entrada o arquivo de teores originais ou compostos. Como este programa apresenta uma restrição igual a 10.000 amostras para o seu processamento e tendo em vista que o arquivo de teores originais de cobre totalizavam 10.504 amostras, este arquivo foi recomposto para um total de 9.998, retirando-se aleatoriamente as amostras excedentes.

As distribuições de frequências dos dados de cobre e ouro foram analisadas estatisticamente tanto sob a teoria normal como pela lognormal. Esta opção foi adotada, sob a ótica de uma análise exploratória dos dados, com o fim de obter um maior número de informações estatísticas a respeito do conjunto de dados em estudo. Pode-se justificar, ainda, dizendo que a maioria das distribuições de teores de elementos úteis em jazidas seguem a distribuição lognormal.

Os histogramas foram construídos tabulando-se os dados em intervalos previamente definidos. As curvas acumulativas, porém, não foram construídas acumulando-se as frequências simples lançadas no histograma, mas, sim, acumulando-se as frequências valor a valor e lançando-as em gráfico de probabilidade aritmética (abscissas em teores) e log-probabilidade aritmética (abscissas em logaritmos dos teores).

Assim, todos os conjuntos de dados foram processados no programa BSTAT2 (Kim 1988) para cálculo das estatísticas e no programa HISTO2.PAS, desenvolvido neste trabalho, para

classificação dos dados, acumulação e desenho dos histogramas e curvas acumulativas.

Os parâmetros estatísticos calculados para os teores de cobre e seus logaritmos nos furos de sondagem encontram-se na Tabela 15; as distribuições de frequências nas Tabelas 16 e 17, respectivamente para os teores e logaritmo dos teores.

Tabela 15: Parâmetros estatísticos da distribuição de cobre nos furos de sondagem, segundo as teorias normal e lognormal.

PARÂMETROS ESTATÍSTICOS	NORMAL	LOGNORMAL
MÉDIA	0,27 %	0,22
VARIÂNCIA	0,065 % ²	0,03
DESVIO PADRÃO	0,25 %	0,18
ASSIMETRIA	2,38	0,24
CURTÓSE	13,33	-0,57
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	0,96	0,80
NÚMERO DE AMOSTRAS	9998	9998

Tabela 16: Distribuição de frequências dos teores de cobre nos furos de sondagem.

CLASSES (%)	F R E Q U Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
0,00 A 0,10	1304	13,04	13,04
0,10 A 0,20	2683	26,84	39,88
0,20 A 0,30	1933	19,33	59,21
0,30 A 0,40	1365	13,65	72,86
0,40 A 0,50	955	9,55	82,42
0,50 A 0,60	633	6,33	88,75
0,60 A 0,70	360	3,60	92,35
0,70 A 0,80	256	2,56	94,91
0,80 A 0,90	153	1,53	96,44
0,90 A 1,00	93	0,93	97,37
1,00 A 1,10	96	0,96	98,33
1,10 A 1,20	51	0,51	98,84
1,20 A 1,30	37	0,37	99,21
1,30 A 1,40	25	0,25	99,46
1,40 A 1,50	16	0,16	99,62
1,50 A 1,60	14	0,14	99,76
1,60 A 1,70	5	0,05	99,81
1,70 A 1,80	5	0,05	99,86
1,80 A 1,90	5	0,05	99,91
1,90 A 2,00	4	0,04	99,95
2,00 A 2,10	1	0,01	99,96
2,10 A 2,20	2	0,02	99,98
2,40 A 2,50	1	0,01	99,99
4,50 A 4,60	1	0,01	100,00
TOTAIS	9998	100,00	

Tabela 17: Distribuição de freqüências dos logaritmos dos teores de cobre nos furos de sondagem.

CLASSES (%)	F R E Q Ü Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
-4,5 A -4,0	299	2,99	2,99
-4,0 A -3,5	381	3,81	6,80
-3,5 A -3,0	333	3,33	10,13
-3,0 A -2,5	859	8,59	18,72
-2,5 A -2,0	1178	11,78	30,51
-2,0 A -1,5	1573	15,73	46,24
-1,5 A -1,0	1870	18,70	64,94
-1,0 A -0,5	1949	19,49	84,44
-0,5 A 0,0	1094	10,94	95,38
0,0 A 0,5	390	3,90	99,28
0,5 A 1,0	70	0,70	99,98
1,0 A 1,5	1	0,01	99,99
1,5 A 2,0	1	0,01	100,00
TOTAIS	9998	100,00	

As representações gráficas das distribuições de freqüências obtidas encontram-se nas Figuras 18 e 19, respectivamente histogramas e curvas acumulativas.

Figura 18: Histograma das distribuições de freqüências dos teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) nas amostras dos furos de sondagem.

Os parâmetros estatísticos dos logaritmos dos teores foram calculados após a adição de uma constante ($\alpha=1$).

Comparando-se os resultados da Tabela 15, verifica-se que a transformação logarítmica tornou a distribuição mais próxima da normal (pelos valores de assimetria e curtose); entretanto, em

termos absolutos do coeficiente de variação a redução foi de 0,96 para 0,80. A estimativa da média dos teores de cobre a partir dos dados transformados, feita conforme a equação (10) subtraída da constante adicionada e para um fator de correção geométrica igual a 1,016, obtida foi igual a 0,264 % de cobre, ou seja, praticamente igual ao valor obtido da média aritmética dos teores, que foi igual a 0,265 (na Tabela foi arredondado para 0,27). Portanto, dentro da eficiência prevista por Finney (1941) para a média aritmética.

Figura 19: Curvas acumulativas em escala de probabilidade aritmética da distribuição de teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) nas amostras de sondagem.

Nos histogramas das distribuições de frequências dos teores de cobre e de seus logaritmos, pode-se observar a transformação introduzida na forma das mesmas. De uma distribuição fortemente assimétrica (Figura 18A) passou-se a uma distribuição levemente assimétrica (Figura 18B) ou quase simétrica.

As curvas acumulativas também refletem a mudança da forma verificada nos histogramas. A curva acumulativa das frequências

dos teores de cobre em gráfico de probabilidade aritmética (Figura 19A) quando plotada em termos de seus logaritmos na mesma escala (Figura 19B) aproxima-se de uma reta, que seria a representação de uma distribuição normal.

Mantendo-se as mesmas condições e repetindo-se todo o procedimento para os teores de cobre compostos para a altura das bancadas, obteve-se os parâmetros estatísticos da Tabela 18; as distribuições de frequências para os teores compostos e seus logaritmos das Tabelas 19 e 20, respectivamente; os histogramas da Figura 20 e as curvas acumulativas da Figura 21.

Comparando-se os resultados da Tabela 18 com os mesmos da Tabela 15, verifica-se que a composição das amostras dos furos de sondagem para a altura das bancadas introduziu uma suavização nos dados, como seria de esperar, refletida na diminuição da variância e do coeficiente de variação para uma média praticamente igual.

Tabela 18: Parâmetros estatísticos da distribuição de cobre nas bancadas, segundo as teorias normal e lognormal.

PARAMETROS ESTATÍSTICOS	NORMAL	LOGNORMAL
MÉDIA	0,28 %	0,24
VARIÂNCIA	0,043 % ²	0,02
DESVIO PADRÃO	0,21 %	0,15
ASSIMETRIA	1,52	0,13
CURTOSE	3,67	-0,52
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	0,74	0,64
NÚMERO DE AMOSTRAS	1596	1596

Agora, observando-se os parâmetros estatísticos da Tabela 18, verifica-se também uma redução nas medidas de dispersão, bem como na forma da distribuição que se aproxima muito da normal, indicada pela sensível diminuição da assimetria. Aplicando o fator de correção geométrica igual a 1,011, calculado conforme a equação (11) sobre a média geométrica obteve-se uma estimativa dos teores médios de cobre exatamente igual à média aritmética.

Os histogramas da Figura 20 para os teores de cobre compostos para as bancadas mostram que em relação aos mesmos da Figura 18, a composição de amostras produziu uma distribuição mais próxima da normal, dada pela simetria do histograma da Figura 20B. Com relação às curvas acumulativas, constata-se o mesmo efeito

observado anteriormente em que a distribuição acumulada em gráfico de log-probabilidade aproxima-se da reta (Figura 21B).

Tabela 19: Distribuição de frequências dos teores de cobre compostos para as bancadas.

CLASSES (%)	F R E Q U Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
0,00 A 0,10	88	5,51	5,51
0,10 A 0,20	401	25,13	30,64
0,20 A 0,30	360	22,56	53,20
0,30 A 0,40	294	18,42	71,62
0,40 A 0,50	169	10,59	82,21
0,50 A 0,60	115	7,21	89,41
0,60 A 0,70	77	4,82	94,24
0,70 A 0,80	31	1,94	96,18
0,80 A 0,90	32	2,01	98,18
0,90 A 1,00	14	0,88	99,06
1,00 A 1,10	5	0,31	99,37
1,10 A 1,20	5	0,31	99,69
1,20 A 1,30	1	0,06	99,75
1,30 A 1,40	2	0,13	99,87
1,40 A 1,50	0	0,00	99,87
1,50 A 1,60	1	0,06	99,94
1,60 A 1,70	0	0,00	99,94
1,70 A 1,80	1	0,06	100,00
TOTAIS	1596	100,00	

Tabela 20: Distribuição de frequências dos logaritmos dos teores de cobre compostos para as bancadas.

CLASSES (%)	F R E Q U Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
-4,5 A -4,0	3	0,19	0,19
-4,0 A -3,5	18	1,13	1,32
-3,5 A -3,0	37	2,32	3,63
-3,0 A -2,5	90	5,64	9,27
-2,5 A -2,0	172	10,78	20,05
-2,0 A -1,5	266	16,67	36,72
-1,5 A -1,0	383	24,00	60,71
-1,0 A -0,5	376	23,56	84,27
-0,5 A 0,0	196	12,28	96,55
0,0 A 0,5	52	3,26	99,81
0,5 A 1,0	3	0,19	100,00
TOTAIS	1596	100,00

Figura 20: Histogramas das distribuições de freqüências de teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) compostos para a altura das bancadas.

Figura 21: Curvas acumulativas em escala de probabilidade aritmética da distribuição de teores de cobre (A) e seus logaritmos (B) compostos para a altura das bancadas.

Comparando-se todos os resultados obtidos entre os dados originais e compostos, verifica-se que a composição dos teores de

cobre nos furos de sondagem para a altura das bancadas não introduziu grandes modificações nas distribuições de freqüências dos dados, bem como em termos de seus valores absolutos, mostrando que esses dados são confiáveis para fins de avaliação de reservas. Cabe ressaltar que se a suavização fosse grande, introduzida pela composição de amostras usando uma altura inadequada, as reservas seriam subestimadas pela diluição dos teores mais altos pela composição.

Repetindo o processamento para os teores de ouro nas amostras dos furos de sondagem, obteve-se os parâmetros estatísticos listados na Tabela 21, as distribuições de freqüências dos teores de ouro e logaritmos dos teores nas Tabelas 22 e 23, respectivamente e suas representações gráficas nos histogramas da Figura 22 e curvas acumulativas da Figura 23.

Tabela 21: Parâmetros estatísticos da distribuição de ouro nos furos de sondagem, segundo as teorias normal e lognormal.

PARÂMETROS ESTATÍSTICOS	NORMAL	LOGNORMAL
MÉDIA	0,25 ppm	0,20
VARIÂNCIA	0,065 ppm ²	0,03
DESVIO PADRÃO	0,25 ppm	0,17
ASSIMETRIA	2,70	0,08
CURTÓSE	15,09	-0,61
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	1,03	0,85
NÚMERO DE AMOSTRAS	9029	9029

Os parâmetros estatísticos calculados para os teores de ouro e seus logaritmos das amostras dos furos de sondagem, confirmam, a exemplo dos teores de cobre, a normalização introduzida pela transformação logarítmica. O teor médio de ouro estimado a partir da média dos logaritmos resultou em 0,25 ppm (fator de correção geométrica igual a 1,016), que é exatamente o valor obtido pela média aritmética.

Observando-se os histogramas da Figura 22, constata-se que a distribuição dos logaritmos dos teores (Figura 22B) aproxima-se muito de uma distribuição normal o que comprova que a distribuição dos teores originais de ouro é lognormal. Apesar disso, verificou-se que as estatísticas obtidas são significativas, principalmente em relação à média aritmética que caracteriza

Tabela 22: Distribuição de frequências dos teores de ouro nos furos de sondagem.

CLASSES (%)	F R E Q U Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
0,00 A 0,10	1122	12,43	12,43
0,10 A 0,20	2899	32,11	44,53
0,20 A 0,30	1830	20,27	64,80
0,30 A 0,40	1067	11,82	76,62
0,40 A 0,50	686	7,60	84,22
0,50 A 0,60	493	5,46	89,68
0,60 A 0,70	319	3,53	93,21
0,70 A 0,80	162	1,79	95,00
0,80 A 0,90	128	1,42	96,42
0,90 A 1,00	89	0,99	97,41
1,00 A 1,10	69	0,76	98,17
1,10 A 1,20	38	0,42	98,59
1,20 A 1,30	48	0,53	99,13
1,30 A 1,40	42	0,47	99,59
1,40 A 1,50	2	0,02	99,61
1,50 A 1,60	3	0,03	99,65
1,60 A 1,70	4	0,04	99,69
1,70 A 1,80	12	0,13	99,82
1,80 A 1,90	7	0,08	99,90
1,90 A 2,00	0	0,00	99,90
2,00 A 2,10	7	0,08	99,98
2,90 A 3,00	1	0,01	99,99
4,30 A 4,40	1	0,01	100,00
TOTAIS	9029	100,00	

Tabela 23: Distribuição de frequências dos logaritmos dos teores de ouro nos furos de sondagem.

CLASSES (%)	F R E Q U Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
-4,5 A -4,0	106	1,17	1,17
-4,0 A -3,5	347	3,84	5,02
-3,5 A -3,0	408	4,52	9,54
-3,0 A -2,5	974	10,79	20,32
-2,5 A -2,0	1285	14,23	34,56
-2,0 A -1,5	1520	16,83	51,39
-1,5 A -1,0	1709	18,93	70,32
-1,0 A -0,5	1391	15,41	85,72
-0,5 A 0,0	873	9,67	95,39
0,0 A 0,5	342	3,79	99,18
0,5 A 1,0	72	0,80	99,98
1,0 A 1,5	1	0,01	99,99
1,5 A 2,0	1	0,01	100,00
TOTAIS	9029	100,00

Figura 22: Histogramas das distribuições de freqüências de teores de ouro (A) e seus logaritmos (B) das amostras dos furos de sondagem.

Figura 23: Curvas acumulativas em escala de probabilidade aritmética da distribuição de teores de ouro (A) e seus logaritmos (B), das amostras dos furos de sondagem.

eficientemente a distribuição original, pois os coeficientes de variação calculados apresentaram-se sempre inferiores a 1,2, como

correspondido por Finney (1941).

Das curvas acumulativas da Figura 23, confirma-se as mesmas observações feitas sobre os respectivos histogramas.

Com o objetivo de estudar a distribuição dos teores de ouro de bancadas para as bancadas repetiu-se o procedimento descrito, mantendo-se as mesmas condições de processamento, obtendo-se os parâmetros estatísticos da Tabela 24, as distribuições de frequências dos teores compostos e seus logaritmos das Tabelas 25 e 26 e, finalmente, os histogramas da Figura 24 e as curvas acumulativas da Figura 25.

Os resultados obtidos para os teores de ouro compostos para as bancadas confirmam a leve suavização introduzida nos dados pela composição que, seguramente, não irá comprometer os resultados de avaliações de reservas que se processarem. A estimativa da média dos teores feita por meio da média dos logaritmos, corrigindo por um fator de correção geométrica igual a 1,011, resultou novamente num valor exatamente igual à média aritmética.

Os histogramas da Figura 24 mostram, a exemplo dos dados anteriores, a mesma feição geral, que confirmam mais uma vez o caráter lognormal da distribuição dos teores de ouro também nas bancadas. As curvas acumulativas da Figura 25 também confirmam as observações feitas anteriormente, onde os pontos no gráfico de log-probabilidade aritmética alinham-se praticamente sobre uma reta.

Tabela 24: Parâmetros estatísticos da distribuição de ouro nas bancadas segundo as teorias normal e lognormal.

PARÂMETROS ESTATÍSTICOS	NORMAL	LOGNORMAL
MÉDIA	0,23 ppm	0,20
VARIÂNCIA	0,045 ppm ²	0,02
DESVIO PADRÃO	0,21 ppm	0,15
ASSIMETRIA	2,23	0,21
KURTÓSE	7,65	-0,51
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	0,91	0,77
NÚMERO DE AMOSTRAS	1596	1596

Tabela 25: Distribuição de frequências dos teores de ouro compostos para as bancadas.

CLASSES (%)	F R E Q U Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
0,00 A 0,10	180	11,28	11,28
0,10 A 0,20	531	33,27	44,55
0,20 A 0,30	350	21,93	66,48
0,30 A 0,40	207	12,97	79,45
0,40 A 0,50	131	8,21	87,66
0,50 A 0,60	80	5,01	92,67
0,60 A 0,70	42	2,63	95,30
0,70 A 0,80	28	1,75	97,06
0,80 A 0,90	14	0,88	97,93
0,90 A 1,00	9	0,56	98,50
1,00 A 1,10	8	0,50	99,00
1,10 A 1,20	3	0,19	99,19
1,20 A 1,30	3	0,19	99,37
1,30 A 1,40	7	0,44	99,81
1,40 A 1,50	1	0,06	99,87
1,50 A 1,60	0	0,00	99,87
1,60 A 1,70	1	0,06	99,94
1,70 A 1,80	0	0,00	99,94
1,80 A 1,90	0	0,00	99,94
1,90 A 2,00	1	0,06	100,00
TOTAIS	1596	100,00	

Tabela 26: Distribuição de frequências dos logaritmos dos teores de ouro compostos para as bancadas.

CLASSES (%)	F R E Q U Ê N C I A S		
	OBSERVADA	RELATIVA	ACUMULADA
-4,5 A -4,0	7	0,44	0,44
-4,0 A -3,5	32	2,01	2,44
-3,5 A -3,0	83	5,20	7,64
-3,0 A -2,5	142	8,90	16,54
-2,5 A -2,0	252	15,79	32,33
-2,0 A -1,5	281	17,61	49,94
-1,5 A -1,0	349	21,87	71,80
-1,0 A -0,5	275	17,23	89,04
-0,5 A 0,0	130	8,15	97,18
0,0 A 0,5	39	2,44	99,62
0,5 A 1,0	6	0,38	100,00
TOTAIS	1596	100,00

Figura 24: Histogramas das distribuições de freqüências de teores de ouro (A) e seus logaritmos (B) nas bancadas.

Figura 25: Curvas acumulativas em escala de probabilidade aritmética da distribuição de teores de ouro (A) e seus logaritmos nas bancadas.

Comparando-se os resultados da análise estatística feita para ouro nos furos de sondagem e nas bancadas, conclui-se que a

composição produziu uma leve suavização nos dados em termos de distribuição dos teores.

Com os teores de cobre e ouro compostos para a altura das bancadas procedeu-se a um estudo de correlação dos mesmos, lançando-se estas informações em diagrama de dispersão, onde mediu-se também o coeficiente de correlação linear. O diagrama de dispersão dos teores de ouro em função dos de cobre encontra-se no desenho da Figura 26 e os coeficientes da reta dos mínimos quadrados e de correlação linear na Tabela 27.

Figura 26: Diagrama de dispersão dos teores de ouro e cobre nas bancadas, com representação da reta dos mínimos quadrados (linha cheia) e reta ideal (linha tracejada).

Neste diagrama pode-se observar que existe uma boa correlação entre os teores de ouro e cobre, confirmando a grande semelhança entre os histogramas e curvas acumulativas desses elementos. Pela

reta dos mínimos quadrados e, também, pela nuvem de pontos, pode-se afirmar que em média os teores de cobre são superiores aos de ouro.

Tabela 27: Coeficientes da reta dos mínimos quadrados (a e b da equação: $Y = a + bX$) e de correlação linear calculados (cc) para os teores de ouro em função de cobre.

a	b	cc	nd
0,024	0,717	0,769	1567

Este tipo de análise estatística deve ser feito previamente em qualquer trabalho de avaliação de reservas, para evitar resultados desastrosos de reservas, por exemplo, pela utilização de uma altura inadequada para composição de amostras, ou ainda por possíveis erros nos dados que poderiam ser facilmente detectados tanto nas tabelas de distribuições de frequências como nas suas representações gráficas, por meio de histogramas e curvas acumulativas.

6.4.5 Análise geoestatística dos dados compostos

Ainda dentro da análise de dados de teores da Jazida de Cobre de Chapada, procedeu-se à análise geoestatística dos dados compostos, com o objetivo de determinar a distribuição e variabilidade espaciais dos mesmos e, também, para definir o modelo de variograma que será utilizado para avaliação de reservas pela krigagem ordinária.

Para o estudo da distribuição espacial dos teores de cobre e ouro compostos para as bancadas, utilizou-se das plantas de contorno de isoteores por bancada. Estas plantas foram obtidas a partir do arquivo de teores compostos, do qual foram extraídas as informações referentes à cada bancada e processadas em um conjunto de programas de computação para traçado automático de mapas de contorno, conforme procedimento descrito por Yamamoto (1986). A malha regular foi interpolada utilizando-se do método IQD, com até 16 pontos vizinhos próximos, os quais foram localizados restringindo-se a busca para até quatro pontos por quadrante. As

plantas de contorno de isoteores de cobre (expressos em %) encontram-se nos desenhos das Figuras 27 a 37 e, para isoteores de ouro (expressos em ppm) nos desenhos das Figuras 38 a 48.

Figura 27: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 360.

Figura 28: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 350.

BANCADA=340

COBRE

Figura 29: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 340.

BANCADA=330

COBRE

Figura 30: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 330.

BANCADA=320

COBRE

Figura 31: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 320.

BANCADA=310

COBRE

Figura 32: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 310.

BANCADA=300

COBRE

Figura 33: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 300.

BANCADA=290

COBRE

Figura 34: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 290.

BANCADA=280

COBRE

Figura 35: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 280.

BANCADA=270

COBRE

Figura 36: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 270.

BANCADA=260

COBRE

Figura 37: Mapa de isoteores de cobre para a bancada 260.

BANCADA=360

OURO

Figura 38: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 360.

BANCADA=350

OURO

Figura 39: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 350.

BANCADA=340

OURO

Figura 40: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 340.

Figura 41: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 330.

Figura 42: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 320.

Figura 43: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 310.

Figura 44: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 300.

Figura 45: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 290.

Figura 46: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 280.

BANCADA=270

OURO

Figura 47: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 270.

BANCADA=260

OURO

Figura 48: Mapa de isoteores de ouro para a bancada 260.

Nas Figuras 27 a 37, observa-se que há uma tendência geral de aumento dos teores de cobre do topo para a base (bancada 360 para bancada 260). Nas três primeiras bancadas esta tendência de aumento é acompanhada do aumento da área de mineralização (Figuras 27, 28, e 29). Uma outra feição notável nestas plantas é a orientação da mineralização segundo a direção NE, compatível com o modelo geológico da jazida. Pode-se, ainda observar que a partir da bancada 310 (Figura 32) e até a bancada 270 (Figura 36) passam a existir dois núcleos mineralizados (NE e SW) com teores superiores a 0,60 % de cobre, desaparecendo praticamente na bancada 260 (Figura 37).

Nas plantas de isoteores de ouro por bancadas (Figuras 38 a 48), observa-se praticamente as mesmas feições indicadas para a

variação de cobre. Porém, existe uma diferença significativa quanto à distribuição de ouro a partir da bancada 310 (Figura 43) em que o teor de ouro concentra-se na porção SW da jazida, com teores de superiores a 0,90 ppm, coincidindo com os altos teores de cobre observados nesta região. Para a porção NE da jazida, onde foi observada uma alta concentração de cobre, não se observa, entretanto, altos teores de ouro, não havendo uma boa correlação entre esses elementos nesta região da jazida.

As plantas de contorno de isoteores de cobre e ouro serão também utilizadas para apoiar a interpretação dos variogramas experimentais por bancada.

A obtenção de variogramas representativos depende fundamentalmente do número de pares de pontos, para diferentes distâncias, encontrado numa determinada direção. Portanto, as direções devem ser especificadas para colherem o máximo de informações ao longo das mesmas. Além disso, deve-se também selecionar somente as bancadas que possuam um número significativo de furos. Para o caso em estudo foram definidas 17 bancadas para composição de amostras e avaliação de reservas, mas somente 11 delas (bancadas 4 a 14 da Tabela 12, com mais de 110 furos cada) foram selecionadas para a obtenção de variogramas representativos da jazida.

Basicamente, pode-se obter variogramas horizontais e verticais, sendo que para os primeiros deve-se ainda especificar direções e aberturas para pesquisa de pontos para fins de computação das semivariâncias. Os variogramas assim obtidos servem para identificar e determinar possíveis anisotropias.

Para especificação das melhores direções e distâncias para obtenção de variogramas horizontais na Jazida de Cobre de Chapada, foi utilizado o mapa de localização de furos da Figura 13, sobre o qual foram escolhidos aqueles parâmetros, os quais estão listados na Tabela 28. As direções estão indicadas em graus decimais, medidas a partir do eixo X no sentido anti-horário, conforme convenção do programa de computação para cálculo dos variogramas experimentais. Os ângulos de tolerância em torno das direções definem os cones de pesquisa dos pontos para computação dos variogramas.

Tabela 28: Direções e distâncias para determinação de variogramas horizontais experimentais.

DIREÇÃO	TOLERANCIA	DISTANCIA
0°	10°	100m
30°	10°	111,8m
90°	10°	50m
150°	10°	111,8m

Observe-se que as distâncias encontradas foram diferentes ao longo das direções, o que é justificável, visto que elas dependem da disposição e densidade dos furos de sondagem. A especificação de distâncias corretas, ao invés de uma distância única para todas as direções, por exemplo, 100m para o caso em estudo, resulta num variograma estatisticamente mais significativo, em que as flutuações pelas aproximações de localização são atenuadas. Os critérios, portanto, para obtenção dos variogramas experimentais foram baseados exclusivamente na densidade de informações. Os critérios geológicos não foram utilizados pela ausência de correlação entre as litologias de furos vizinhos e, também, devido a composição de amostras dos furos de sondagem que ao promover a mistura de vários intervalos dificulta a identificação da litologia do intervalo composto.

Os variogramas horizontais foram obtidos individualmente para cada bancada e para cada direção, com o fim de identificar, bancada a bancada, possíveis diferenças na variabilidade de teores. Depois da análise e interpretação dos variogramas individuais para cada direção, estes foram compostos para um único variograma desta direção. Com relação aos variogramas verticais, devido ao grande número de furos, não foi adotado o procedimento de obtenção de variogramas individuais de furos, sendo calculado somente um variograma vertical composto por todos os furos, ou seja, acumulando-se todas as diferenças ao quadrado, para uma dada distância pesquisada em todos os furos.

Definidos os parâmetros e condições para a obtenção de variogramas, procedeu-se ao processamento dos mesmos, por meio do programa RGAM (Kim 1988). Como este programa permite o

processamento simultâneo de várias direções, mas não de várias distâncias, houve a necessidade de executá-lo para cada direção especificada.

Os variogramas experimentais para cobre nas quatro direções especificadas na Tabela 28, encontram-se reproduzidos nas Figuras 49 a 59 e para ouro nas Figuras 60 a 70.

Figura 49: Variogramas experimentais para cobre na bancada 360.

Figura 50: Variogramas experimentais para cobre na bancada 350.

Figura 51: Variogramas experimentais para cobre na bancada 340.

Figura 52: Variogramas experimentais para cobre na bancada 330.

Figura 53: Variogramas experimentais para cobre na bancada 320.

Figura 54: Variogramas experimentais para cobre na bancada 310.

Figura 55: Variogramas experimentais para cobre na bancada 300.

Figura 56: Variogramas experimentais para cobre na bancada 290.

Figura 57: Variogramas experimentais para cobre na bancada 280.

Figura 58: Variogramas experimentais para cobre na bancada 270.

Figura 59: Variogramas experimentais para cobre na bancada 260.

Figura 60: Variogramas experimentais para ouro na bancada 360.

Figura 61: Variogramas experimentais para ouro na bancada 350.

Figura 62: Variogramas experimentais para ouro na bancada 340.

Figura 63: Variogramas experimentais para ouro na bancada 330.

Figura 64: Variogramas experimentais para ouro na bancada 320.

Figura 65: Variogramas experimentais para ouro na bancada 310.

Figura 66: Variogramas experimentais para ouro na bancada 300.

Figura 67: Variogramas experimentais para ouro na bancada 290.

Figura 68: Variogramas experimentais para ouro na bancada 280.

Figura 69: Variogramas experimentais para ouro na bancada 270.

Figura 70: Variogramas experimentais para ouro na bancada 260.

Analisando-se os variogramas experimentais para cobre, constata-se que, com exceção do variograma da bancada 360 (Figura 49), a variabilidade dos teores de cobre aumenta do topo para a base da jazida. Pode-se observar, também, com exceção do variograma da bancada 360, a existência de anisotropia geométrica em quase todos os variogramas, sendo que nos variogramas das bancadas 320 (Figura 53) à 260 (Figura 59) esta feição está mais realçada única e exclusivamente pela escala. Esta constatação está apoiada nas plantas de isoteores de cobre por bancada (Figuras 27 a 37), nas quais pode-se observar que a variação na direção NW é aproximadamente duas vezes a mesma variação na direção NE. O fator de anisotropia será determinado no variograma médio, obtido pela composição dos variogramas individuais das bancadas.

Nos variogramas experimentais para ouro, com exceção do variograma da bancada 360, observa-se também uma tendência geral de aumento da variabilidade dos teores de ouro. Este aumento de variabilidade dos teores está associado de certo modo ao aumento dos teores de ouro, propriamente dito, dos níveis superiores da jazida para os níveis inferiores da mesma, como pode ser constatado nas plantas de isoteores de ouro das bancadas. Por outro lado, ao contrário dos variogramas para cobre, os variogramas para ouro apresentam a tendência de apresentarem um aumento de variabilidade também com distâncias crescentes. Isto pode ser explicado pela existência de um único núcleo mineralizado de ouro como observado anteriormente. Assim, com o distanciamento do núcleo mineralizado ocorre aumento nas diferenças ao quadrado entre os teores e, conseqüentemente, na variabilidade. Nestes variogramas, observa-se também a existência de anisotropia geométrica na jazida, a qual fica melhor definida nos variogramas das bancadas 340 a 320 (Figuras 62 a 64).

Os variogramas experimentais por bancadas foram compostos para a obtenção de variogramas médios representativos de todas as bancadas, com exceção da bancada 360, cujos variogramas tanto para cobre como para ouro apresentaram-se com grandes dispersões e sem correlação com os demais variogramas. As rochas da bancada 360 por situarem-se próximos à superfície apresentam alterações (oxidações no minério) que acabam por mascarar o padrão de distribuição dos

teores de cobre e ouro, bem como a variabilidade espacial dos mesmos. Os pontos dos variogramas experimentais médios, para uma dada distância, foram obtidos acumulando-se todas as diferenças ao quadrado dos variogramas parciais e dividindo-se por duas vezes o número total de pares de pontos.

As informações estatísticas dos dados utilizados na composição dos variogramas experimentais para cobre e ouro, encontram-se nas Tabelas 29 e 30, respectivamente.

Tabela 29: Informações estatísticas dos dados utilizados na composição de variogramas experimentais para cobre.

DIREÇÃO	NÚMERO DE DADOS	MÉDIA (%)	VARIÂNCIA (% ²)
0°	1224	0,292	0,0403
30°	1225	0,292	0,0403
90°	1190	0,290	0,0396
150°	1193	0,295	0,0405

Tabela 30: Informações estatísticas dos dados utilizados na composição de variogramas experimentais para ouro.

DIREÇÃO	NÚMERO DE DADOS	MÉDIA (ppm)	VARIÂNCIA(ppm ²)
0°	1224	0,242	0,0438
30°	1225	0,242	0,0438
90°	1190	0,243	0,0443
150°	1193	0,244	0,0435

Os resultados da composição de variogramas experimentais para obtenção dos variogramas médios para cobre nas bancadas 350 a 260, encontram-se nas Tabelas 31 a 34, respectivamente para as direções 0°, 30°, 90° e 150° e os mesmos para ouro nas Tabelas 35 a 38.

As Tabelas 29 a 38 reproduzem exatamente as saídas do programa RGAM (Kim 1988), utilizado para cálculo dos variogramas experimentais por bancada e para obtenção dos variogramas médios. Nestas tabelas a variável DERIVA indica a diferença média entre os valores comparados e MOMENTO(H) a diferença quadrática média entre os valores comparados, ponderada pelas respectivas distâncias de separação (H). Segundo Kim (1990), quando os valores de GAMA(H) e MOMENTO(H) forem aproximadamente iguais, significa que a distância

utilizada foi adequada. Comparando os valores de GAMA(H) e MOMENTO(H) nas Tabelas 31 a 38, conclui-se que todas as distâncias utilizadas foram adequadas, confirmando o cuidado na escolha das mesmas, conforme aquelas especificadas na Tabela 28.

Tabela 31: Dados do variograma médio para cobre na direção 0°.

H	N° PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
100	885	-.180E-01	.218E-01	.228E-01	107.2
200	959	.161E-02	.301E-01	.305E-01	206.5
300	2086	-.154E-01	.360E-01	.364E-01	309.2
400	2016	-.259E-01	.428E-01	.432E-01	408.1
500	1657	-.395E-01	.441E-01	.442E-01	506.8
600	2268	.875E-02	.437E-01	.438E-01	608.3
700	1738	.289E-01	.433E-01	.434E-01	707.4
800	1388	.414E-01	.432E-01	.433E-01	806.3
900	1425	.604E-01	.423E-01	.423E-01	907.7
1000	1208	.255E-01	.441E-01	.441E-01	1006.5
1100	853	.544E-01	.426E-01	.427E-01	1108.5
1200	829	-.255E-01	.417E-01	.417E-01	1207.9

Tabela 32: Dados do variograma médio para cobre na direção 30°.

H	N° PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
111	888	-.199E-01	.237E-01	.255E-01	129.0
223	1651	-.100E-01	.348E-01	.354E-01	252.0
335	2145	-.287E-01	.371E-01	.371E-01	382.2
447	1882	-.200E-01	.386E-01	.387E-01	490.5
559	1601	-.371E-02	.372E-01	.372E-01	607.5
670	1483	.134E-01	.373E-01	.371E-01	723.1
782	1173	.506E-01	.380E-01	.379E-01	836.4
894	934	.667E-01	.403E-01	.403E-01	947.8
1006	705	.838E-01	.423E-01	.423E-01	1059.7

Tabela 33: Dados do variograma médio para cobre na direção 90°.

H	N° PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
50	701	.266E-02	.225E-01	.232E-01	55.0
100	845	.256E-01	.365E-01	.367E-01	104.5
150	557	-.220E-01	.492E-01	.492E-01	154.8
200	603	.550E-01	.527E-01	.527E-01	203.5
250	456	.153E-01	.476E-01	.478E-01	256.9
300	418	.581E-02	.329E-01	.328E-01	304.7

Tabela 34: Dados do variograma médio para cobre na direção 150°.

H	N° PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
111	819	.224E-01	.349E-01	.373E-01	126.1
223	1448	.431E-01	.529E-01	.532E-01	250.1
335	1632	.352E-01	.427E-01	.426E-01	379.5
447	1163	.283E-01	.369E-01	.369E-01	488.1

Tabela 35: Dados do variograma médio para ouro na direção 0°.

H	N° PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
100	885	-.857E-02	.200E-01	.204E-01	107.2
200	959	.135E-01	.313E-01	.310E-01	206.5
300	2086	.332E-02	.338E-01	.336E-01	309.2
400	2016	.403E-02	.439E-01	.437E-01	408.1
500	1657	-.168E-01	.452E-01	.450E-01	506.8
600	2268	.137E-01	.521E-01	.520E-01	608.3
700	1738	.363E-01	.511E-01	.510E-01	707.4
800	1388	.441E-01	.625E-01	.624E-01	806.3
900	1425	.581E-01	.545E-01	.544E-01	907.7
1000	1208	.341E-01	.575E-01	.575E-01	1006.5
1100	853	.575E-01	.475E-01	.475E-01	1108.5
1200	829	-.326E-01	.551E-01	.551E-01	1207.9

Tabela 36: Dados do variograma médio para ouro na direção 30°.

H	N° PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
111	888	-.975E-02	.241E-01	.240E-01	129.0
223	1651	.240E-02	.361E-01	.368E-01	252.0
335	2145	-.977E-02	.375E-01	.378E-01	382.2
447	1882	.299E-02	.509E-01	.508E-01	490.5
559	1601	.288E-01	.515E-01	.515E-01	607.5
670	1483	.563E-01	.589E-01	.583E-01	723.1
782	1173	.749E-01	.657E-01	.655E-01	836.4
894	934	.776E-01	.662E-01	.660E-01	947.8
1006	705	.796E-01	.560E-01	.560E-01	1059.7

Tabela 37: Dados do variograma médio para ouro na direção 90°.

H	N° PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
50	701	.190E-02	.210E-01	.209E-01	55.0
100	845	.200E-01	.432E-01	.430E-01	104.5
150	557	-.142E-01	.356E-01	.352E-01	154.8
200	603	.478E-01	.508E-01	.506E-01	203.5
250	456	.102E-01	.474E-01	.472E-01	256.9
300	418	.198E-01	.352E-01	.350E-01	304.7

Tabela 38: Dados do variograma médio para ouro na direção 150°.

H	Nº PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
111	819	.395E-02	.376E-01	.379E-01	126.1
223	1448	.180E-01	.418E-01	.412E-01	250.1
335	1632	.180E-01	.333E-01	.330E-01	379.5
447	1163	.119E-01	.346E-01	.344E-01	488.1

O parâmetro DERIVA, segundo Kim (1990), é útil para se identificar uma possível deriva dos dados, ou seja, uma tendência geral de aumento ou diminuição dos teores com a distância para uma determinada direção. Assim, os dados de DERIVA foram lançados em função da distância, conforme os desenhos apresentados nas Figuras 71 e 72, respectivamente para cobre e ouro para verificar a sua presença nos dados utilizados.

Figura 71: Gráfico da deriva para cobre.

Figura 72: Gráfico da deriva para ouro.

Nestas figuras pode-se observar que para ambas as variáveis, as direções de 0° e 30° apresentam uma tendência geral de aumento de teores, principalmente a partir de 500 m de distância. Porém, até esta distância não se observa o mesmo comportamento, ao contrário, existe uma tendência de se apresentarem estacionários, principalmente no caso do ouro. Como foi identificada a presença da deriva somente a partir de 500 m de distância, pode-se utilizar a krigagem ordinária, fazendo a busca de amostras de furos de sondagem dentro de um raio máximo igual àquela distância, pois dentro deste domínio pode-se considerar que os teores de cobre e

ouro apresentam-se estacionários. A deriva encontrada nas direções 0° e 30° , coincide com a direção geral da dobra e com todos os mapas de contorno das bancadas (Figuras 27 a 48). A limitação imposta pela presença da deriva em se trabalhar dentro de um raio no máximo igual a 500 m parece razoável para as dimensões da jazida de Chapada e compatível com a densidade de furos de sondagem (malha de 100 por 50 m na porção central da jazida). Entretanto, deve-se confirmar tal limite analisando-se os variogramas médios e modelando-os a fim de determinar a amplitude dos mesmos. Os variogramas horizontais médios obtidos encontram-se nas Figuras 73 e 74, respectivamente para cobre e ouro

Figura 73: Variogramas horizontais médios para cobre.

Figura 74: Variogramas experimentais médios para ouro.

Da análise dos variogramas horizontais médios para cobre verifica-se que na direção 30° , o variograma representa a variação de um fenômeno aproximadamente estacionário, enquanto para a direção 0° , dentro do campo geométrico estudado, verifica-se uma variação de um fenômeno estacionário. Para as outras direções não se pode tecer considerações a respeito da estacionaridade, devido ao pequeno número de distâncias de separação utilizado no cálculo desses variogramas. Observando-se o conjunto de variogramas horizontais médios para cobre, constata-se a existência de uma forte anisotropia geométrica, dada pelas amplitudes em torno de 400 m para as direções 0° e 30° e em torno de 200 m para as direções 90° e 150° , definindo um fator de anisotropia geométrica de aproximadamente dois.

Os variogramas horizontais médios para ouro, ao contrário dos mesmos para cobre, não são de fácil interpretação. Primeiro, porque os variogramas nas direções 0° e 30° representam variações de fenômenos tipicamente não estacionários e segundo, a anisotropia geométrica identificada para cobre não está tão claro nesse caso como estava para aquela variável. Assim, para ajudar a interpretação desses variogramas recorreu-se aos variogramas experimentais das bancadas (Figuras 60 a 70), nos quais pôde-se verificar que, com exceção da bancada 360, os variogramas das bancadas 350 a 320 apresentam-se estacionários ou próximos da estacionaridade e que os variogramas das bancadas 310 a 270, representam variações de fenômenos não estacionários e, finalmente o variograma da bancada 260 volta a ter uma certa estacionaridade.

Para melhor entender estas variações recorreu-se aos mapas de contorno de isoteores de cobre das bancadas, nos quais pode se verificar que exatamente entre as bancadas 310 a 270, situa-se um núcleo mineralizado em ouro, com teores superiores à média da jazida. Os valores encontrados nos mapas foram confirmados consultando os arquivos dos dados compostos e originais. Verificou-se também que muitos dos valores originais foram obtidos a partir da análise química de amostras já compostas por vários intervalos, os quais já haviam sido analisados para cobre. Este procedimento de amostragem pode talvez ter mascarado um nível mais rico em ouro dentro da jazida.

A deriva observada nos variogramas experimentais e confirmada pelo seu gráfico, localizada na porção SW da jazida entre as bancadas 310 e 270, origina-se provavelmente da falta de informações na região SW, ou seja, da complementação de trabalhos de pesquisa nesta região. Assim, tendo em vista a necessidade prática de obtenção de um modelo de variograma para ser utilizado na krigagem ordinária, recalculou-se os variogramas horizontais médios para ouro nas bancadas 320 a 350 (Figura 75), como suporte à análise e interpretação dos variogramas horizontais médios da Figura 74.

Nos variogramas da Figura 75, pode-se observar agora claramente a existência de anisotropia geométrica um pouco menor que a verificada para cobre, dada pela amplitude nas direções 0° e 30° em torno de 400 m e amplitude nas direções 90° e 150° em torno

de 250 m. Estas informações podem ser transferidas para os variogramas horizontais médios de todas as bancadas para a obtenção de um modelo único para descrever a variabilidade espacial de ouro.

Neste ponto cabe ressaltar a importância da cuidadosa análise de dados por meio do cálculo das estatísticas, mapas de contorno e variogramas experimentais por bancadas, pois num procedimento automático por meio de um programa de computação muitas das feições descritas teriam sido mascaradas e, portanto, não identificadas, prejudicando o conhecimento da jazida.

Figura 75: Variogramas horizontais médios para ouro nas bancadas 350 a 320.

Com relação aos variogramas verticais, devido ao grande número de furos de sondagem dentro da área de interesse, decidiu-se calcular um único variograma vertical médio para cada variável. As informações estatísticas dos dados utilizados no cálculo dos variogramas verticais médios para cobre e ouro, encontram-se na Tabela 39.

Tabela 39: Informações estatísticas dos dados utilizados no cálculo dos variogramas verticais médios para cobre e ouro.

VARIÁVEL	NÚMERO DE DADOS	MÉDIA	VARIÂNCIA
COBRE	1300	0,290 %	0,0408 % ²
OURO	1300	0,240ppm	0,0435 ppm ²

Os dados dos variogramas verticais médios estão reproduzidos nas Tabelas 40 e 41, respectivamente para cobre e ouro.

Tabela 40: Dados do variograma vertical médio para cobre.

H	Nº PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
10	1157	.125E+00	.154E-01	.154E-01	10.0
20	1025	.170E+00	.259E-01	.259E-01	20.0
30	891	.194E+00	.321E-01	.321E-01	30.0
40	759	.215E+00	.382E-01	.382E-01	40.0
50	626	.238E+00	.462E-01	.462E-01	50.0
60	491	.243E+00	.477E-01	.477E-01	60.0
70	361	.247E+00	.517E-01	.517E-01	70.0
80	236	.239E+00	.518E-01	.518E-01	80.0
90	127	.224E+00	.503E-01	.503E-01	90.0
100	47	.195E+00	.387E-01	.387E-01	100.0

Tabela 41: Dados do variograma vertical médio para ouro.

H	Nº PAR.	DERIVA	GAMA(H)	MOMENTO(H)	H MED.
10	1157	.113E+00	.141E-01	.141E-01	10.0
20	1025	.161E+00	.266E-01	.266E-01	20.0
30	891	.184E+00	.327E-01	.327E-01	30.0
40	759	.193E+00	.349E-01	.349E-01	40.0
50	626	.202E+00	.369E-01	.369E-01	50.0
60	491	.205E+00	.396E-01	.396E-01	60.0
70	361	.203E+00	.401E-01	.401E-01	70.0
80	236	.197E+00	.405E-01	.405E-01	80.0
90	127	.201E+00	.422E-01	.422E-01	90.0
100	47	.195E+00	.412E-01	.412E-01	100.0

Inicialmente foram analisados os gráficos da deriva, Figuras 76 e 77, respectivamente para cobre e ouro, a fim de constatar a possível existência de uma deriva no sentido vertical, tal como verificado no sentido horizontal para ouro.

Estes gráficos mostram para ambas as variáveis uma tendência geral de aumento de teores no sentido vertical até 50 m. A partir desta distância verifica-se que no caso do cobre há ainda um pequeno aumento com tendência a estabilizar-se, mas diminuindo a partir de 80 até 100 m de profundidade, enquanto para ouro verifica-se completa estabilização até a profundidade analisada. Para o caso do cobre fica difícil afirmar a existência de deriva, pois a tendência de aumento não é contínua; entretanto para ouro, pode-se afirmar categoricamente que não existe deriva, pois a

estabilização a partir de 50 m de profundidade é completa.

Figura 76: Gráfico da deriva vertical para cobre.

Figura 77: Gráfico da deriva vertical para ouro.

Os variogramas verticais médios assim obtidos estão apresentados nas Figuras 78 e 79, para cobre e ouro, respectivamente. Nestas figuras pode-se observar claramente que os variogramas verticais representam variações de fenômenos estacionários com tendência a estabilizar-se a partir de 80 m para cobre e em torno de 100 m para ouro.

Figura 78: Variograma vertical médio para cobre.

Figura 79: Variograma vertical médio para ouro.

Quanto à deriva, conclui-se que não é um estimador robusto da estacionaridade como é o variograma, pois quando há deriva identificada no variograma (Figura 74) esta se confirma também no gráfico da deriva (Figura 71), enquanto a recíproca não é

verdadeira (vide Figuras 73 e 71).

Os variogramas médios horizontais e verticais podem ser finalmente modelados pelo ajuste de uma equação matemática que descreva a variabilidade espacial em função da distância e orientação.

Dentre os modelos teóricos disponíveis foi escolhido o modelo esférico (Figura 5A), que deve melhor se ajustar aos dados obtidos. O ajuste de modelos teóricos aos variogramas experimentais foi feito iterativamente por tentativa e erro, introduzindo-se os parâmetros na equação (efeito pepita, variância a priori e amplitude) e verificando-se visualmente a resposta obtida com relação aos pontos experimentais. Se o ajuste foi satisfatório o modelo é adotado, caso contrário o procedimento é repetido até que o modelo ajustado seja considerado satisfatório. Os modelos de variogramas teóricos assim encontrados foram desenhados juntamente com os respectivos pontos experimentais e encontram-se representados nos gráficos das Figuras 80 e 81.

Figura 80: Modelos de variogramas teóricos para cobre.

Figura 81: Modelos de variogramas teóricos para ouro.

Os parâmetros dos modelos teóricos ajustados, encontram-se listados na Tabela 42.

Para fins de estimação de teores através da krigagem foram utilizados os modelos das equações (46) e (47), para cobre e ouro, respectivamente.

$$\begin{cases} \gamma(h) = 0,015 + 0,027 \left[1,5(h/450) - 0,5(h/450)^3 \right] & \text{p/ } h \leq 450\text{m} \\ \gamma(h) = 0,042 & \text{p/ } h > 450\text{m} \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{cases} \gamma(h) = 0,010 + 0,033 \left[1,5(h/400) - 0,5(h/400)^3 \right] & \text{p/ } h \leq 400\text{m} \\ \gamma(h) = 0,043 & \text{p/ } h > 400\text{m} \end{cases} \quad (47)$$

Tabela 42: Parâmetros dos modelos teóricos de variogramas.

VARIÁVEL	EFEITO PEPITA	PATAMAR	ALCANCES
COBRE	0,015 % ²	0,042 % ²	0° : 450m 90° : 200m VER: 100m
OURO	0,010 ppm ²	0,043 ppm ²	0° : 400m 90° : 250m VER: 100m

As amplitudes obtidas para os dois casos foram inferiores à provável deriva, detectada a partir de 500m, para os teores de ouro. Portanto, os modelos obtidos são perfeitamente válidos para estimação através da krigagem limitando as amostras até a amplitude ou, no máximo, em casos excepcionais (blocos na borda da área de interesse) até 500m.

Para compensar os efeitos da anisotropia geométrica existente para ambos os casos, introduz-se as razões de anisotropia geométrica horizontal e vertical para correção das distâncias de acordo com a direção de anisotropia. As razões de anisotropia obtidas para o caso em estudo estão apresentadas na Tabela 43.

Tabela 43: Razões de anisotropia horizontal e vertical.

VARIÁVEL	RAZÕES DE ANISOTROPIA	
	HORIZONTAL	VERTICAL
COBRE	2,25	4,50
OURO	1,60	4,00

O cálculo de distância corrigida da anisotropia, entre um ponto de coordenadas (x_i, y_i, z_i) e um ponto do bloco de coordenadas (x, y, z) , para ser introduzida nas equações do variograma é feito pela equação (48), válida para o caso em estudo, pois a direção de anisotropia horizontal é 0° e a vertical a 90° do plano horizontal.

$$h' = \left[(x_i - x)^2 + Kh^2 (y_i - y)^2 + Kv^2 (z_i - z)^2 \right]^{1/2} \quad (48)$$

onde: Kh e Kv são, respectivamente, as razões de anisotropia horizontal e vertical.

Agora tem-se todos os elementos para os trabalhos de avaliação de reservas pela krigagem, bem como pelo IQD e ponderação espacial, para comparação de seus resultados, objetivo principal deste estudo.

7 AVALIAÇÃO DAS ALTERAÇÕES PROPOSTAS NOS MÉTODOS COMPUTACIONAIS

Antes de se proceder ao cálculo de reservas por métodos computacionais e comparar seus resultados, deve-se antes avaliar as alterações propostas, principalmente quanto à aproximação para avaliação de blocos, por meio de uma série de estimativas pontuais realizadas em sub-blocos, cujos resultados são então compostos para a unidade original. Se esta aproximação for válida, então os métodos podem ser comparados entre si, cujos resultados deverão apontar o melhor deles para o caso em estudo.

7.1 Avaliação da krigagem para estimativa de blocos

Para o caso da krigagem a validade da proposta para estimativa do teor médio do bloco como média dos teores dos sub-blocos está implícita no próprio método, como foi demonstrado por Isaacks & Srivastava (1989, pág. 327-330). Conforme esses autores a média do bloco é igual à média das estimativas pontuais nos sub-blocos, e, por isso, a média dos coeficientes da krigagens pontuais são os próprios coeficientes da krigagem de bloco. Esta constatação está teoricamente embasada no teorema da combinação das estimativas de krigagem (Journel & Huijbregts, 1978, págs. 321-322). Segundo este teorema, a krigagem global da média é igual à combinação das krigagens pontuais.

Embora a composição de avaliações pontuais para obtenção da avaliação global tenha sido provada válida, é necessário provar a composição de variâncias parciais para a variância global, de acordo com o desenvolvimento apresentado no item 5.3, pois o que se quer validar é justamente a composição de variâncias, que ainda não foi tratada na literatura, e constitui uma contribuição deste trabalho.

Para validar a proposta apresentada, foi escolhida a krigagem ordinária, que suporta a avaliação do bloco como composição das avaliações pontuais. Assim, caso a composição de variâncias venha a ser demonstrada válida, então ela pode ser testada em outros métodos em estudo.

Para ilustrar a demonstração, utilizou-se o bloco 1886 da jazida, cujo canto inferior esquerdo está localizado no ponto de coordenadas (1650, -250, 310). Para esse bloco foram selecionadas

oito amostras de furos vizinhos próximos em relação ao centro do bloco (1700,-200,315), cujos dados encontram-se listados na Tabela 44.

Tabela 44: Coordenadas e teor de cobre de oito amostras de furos vizinhos ao bloco 1886.

X	Y	Z	TEOR (%)	DISTANCIA
1800	-100	325	0,098	141,77
1700	-150	325	0,046	50,99
1700	-250	325	0,083	50,99
1800	-200	325	0,112	100,50
1800	-100	315	0,066	141,42
1700	-150	315	0,321	50,00
1700	-250	315	0,635	50,00
1800	-200	315	0,520	100,00

Para fins de avaliação do bloco, foram adotados 16 sub-blocos igualmente distribuídos no interior daquele, resultando em sub-blocos de 25 X 25 X 10m. Isto significa que a estimação pontual feita no centro do sub-bloco é válida no seu domínio (volume equivalente a 6250 m³).

Para encontrar os ponderadores da krigagem tanto para avaliações pontuais em sub-blocos como para o bloco, organiza-se um sistema de equações de krigagem (equações 49). Como as amostras são as mesmas para ambos os métodos, então a matriz das semivariâncias entre todos os pares de amostras é a mesma. A diferença reside no vetor das semivariâncias, que é calculada para cada sub-bloco no caso da aproximação por avaliações pontuais e igual ao vetor médio entre amostras e todos os sub-blocos, no caso da proposta original do método.

(49)

$$\begin{bmatrix}
 .0150 & .0280 & .0402 & .0336 & .0190 & .0286 & .0403 & .0339 & 1 \\
 .0280 & .0150 & .0336 & .0280 & .0286 & .0190 & .0339 & .0286 & 1 \\
 .0402 & .0336 & .0150 & .0280 & .0403 & .0339 & .0190 & .0286 & 1 \\
 .0336 & .0280 & .0280 & .0150 & .0339 & .0286 & .0286 & .0190 & 1 \\
 .0190 & .0286 & .0403 & .0339 & .0150 & .0280 & .0402 & .0336 & 1 \\
 .0286 & .0190 & .0339 & .0286 & .0280 & .0150 & .0336 & .0280 & 1 \\
 .0403 & .0339 & .0190 & .0286 & .0402 & .0336 & .0150 & .0280 & 1 \\
 .0339 & .0286 & .0286 & .0190 & .0336 & .0280 & .0280 & .0150 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \lambda_1 \\
 \lambda_2 \\
 \lambda_3 \\
 \lambda_4 \\
 \lambda_5 \\
 \lambda_6 \\
 \lambda_7 \\
 \lambda_8 \\
 \mu
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \gamma_1 \\
 \gamma_2 \\
 \gamma_3 \\
 \gamma_4 \\
 \gamma_5 \\
 \gamma_6 \\
 \gamma_7 \\
 \gamma_8 \\
 1
 \end{bmatrix}$$

Pela aproximação proposta resolve-se o sistema de equações de krigagem tantas vezes quantos forem os sub-blocos. Como no caso em estudo foi fixado em 16, resolve-se 16 vezes o sistema, substituindo-se a cada vez o vetor das semivariâncias (λ_i , $i=1,8$) entre as amostras e o ponto a ser estimado (centro do sub-bloco). Esses vetores calculados para os sub-blocos do bloco 1886, encontram-se reproduzidos na Tabela 45.

Resolvendo-se o sistema para cada sub-bloco, obtém-se os coeficientes, os quais encontram-se listados, juntamente com o multiplicador de Lagrange (μ), na Tabela 46.

Tabela 45: Vetores das semivariâncias entre as amostras e os sub-blocos.

sub	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8
1	.0398	.0322	.0208	.0294	.0397	.0318	.0192	.0289
2	.0376	.0282	.0241	.0278	.0374	.0276	.0232	.0272
3	.0348	.0241	.0282	.0278	.0346	.0232	.0276	.0272
4	.0319	.0208	.0322	.0294	.0316	.0192	.0318	.0289
5	.0395	.0320	.0199	.0278	.0393	.0316	.0178	.0272
6	.0370	.0279	.0235	.0259	.0368	.0273	.0226	.0252
7	.0340	.0235	.0279	.0259	.0337	.0226	.0273	.0252
8	.0308	.0199	.0320	.0278	.0303	.0178	.0316	.0272
9	.0391	.0320	.0199	.0263	.0390	.0316	.0178	.0257
10	.0365	.0279	.0235	.0241	.0363	.0273	.0226	.0232
11	.0332	.0235	.0279	.0241	.0329	.0226	.0273	.0232
12	.0297	.0199	.0320	.0263	.0292	.0178	.0316	.0257
13	.0389	.0322	.0208	.0251	.0387	.0318	.0192	.0243
14	.0361	.0282	.0241	.0223	.0358	.0276	.0232	.0211
15	.0326	.0241	.0282	.0223	.0323	.0232	.0276	.0211
16	.0288	.0208	.0322	.0251	.0283	.0192	.0318	.0243

Aplicando-se os coeficientes encontrados para cada sub-bloco (Tabela 46) aos teores de cobre das respectivas amostras (Tabela 44), obtém-se os teores de cobre estimados para cada sub-bloco, bem como as variâncias, conforme encontram-se apresentados na Tabela 47.

Calculando-se a média dos teores (equação 36) e a variância dentro dos sub-blocos (média das variâncias) e a variância entre os sub-blocos, obtém-se:

$$\text{MÉDIA DOS TEORES} = 0,394 \%$$

$$\text{VARIANCIA DENTRO DOS SUB-BLOCOS} = 0,0398 \%^2$$

VARIANCIA ENTRE OS SUB-BLOCOS = $0,0052 \times^2$,
somando-se as duas variâncias pela lei da propagação de variâncias
(equação 37), resulta:

VARIANCIA ASSOCIADA À MÉDIA = $0,0450 \times^2$

Tabela 46: Coeficientes das equações de krigagem para os sub-blocos.

sub	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	μ
1	-.0156	.0563	.2407	-.0345	-.0077	.1074	.6261	.0273	.0009
2	-.0466	.1394	.1938	.0016	-.0269	.2441	.3932	.1016	.0008
3	-.0589	.2268	.1121	.0035	-.0280	.4226	.2189	.1029	.0009
4	-.0438	.2616	.0479	-.0302	-.0078	.6427	.0996	.0300	.0011
5	-.0208	.0338	.1758	-.0045	-.0125	.0767	.6881	.0635	.0001
6	-.0510	.1125	.1643	.0390	-.0296	.2168	.3773	.1707	.0001
7	-.0613	.1982	.0826	.0403	-.0276	.4072	.1892	.1714	.0001
8	-.0428	.1974	.0216	-.0012	-.0117	.7059	.0653	.0655	.0002
9	-.0225	.0096	.1507	.0363	-.0132	.0492	.6598	.1302	-.0002
10	-.0507	.0806	.1329	.0831	-.0282	.1789	.3400	.2635	-.0004
11	-.0565	.1622	.0511	.0832	-.0192	.3649	.1518	.2627	-.0004
12	-.0313	.1605	-.0038	.0353	.0106	.6646	.0367	.1274	-.0003
13	-.0206	-.0149	.1670	.0849	-.0096	.0265	.5430	.2237	.0000
14	-.0457	.0454	.1012	.1271	-.0235	.1311	.2818	.3825	-.0005
15	-.0447	.1208	.0193	.1251	-.0038	.2966	.1073	.3794	-.0006
16	-.0098	.1532	-.0268	.0769	.0576	.5211	.0154	.2124	-.0006

Tabela 47: Teores e variâncias para os sub-blocos, calculados de acordo com as equações (40) e (41).

sub-bloco	teor (%)	variância ($\times^2$)
1	0,4629	0,0578
2	0,3971	0,0545
3	0,3407	0,0442
4	0,2930	0,0287
5	0,5073	0,0461
6	0,4142	0,0503
7	0,3526	0,0410
8	0,3079	0,0221
9	0,5164	0,0409
10	0,4275	0,0455
11	0,3643	0,0382
12	0,3115	0,0212
13	0,4897	0,0443
14	0,4386	0,0400
15	0,3772	0,0357
16	0,3038	0,0263

Estes são os resultados obtidos da aproximação proposta para avaliação de teor e variância em blocos, pela sua subdivisão em sub-blocos homogêneos. Para validar a aproximação proposta, deve-se comparar formalmente os resultados obtidos com aqueles da krigagem ordinária de bloco convencional. Para isso foram utilizados o mesmo bloco e conjunto de dados, mantendo-se também as mesmas condições para a discretização do bloco.

Para cálculo do teor médio e variância de krigagem, segundo a metodologia convencional, há necessidade de resolver o sistema de equações lineares (49) uma única vez, substituindo-se o vetor à direita do sistema pelo vetor médio das semivariâncias, calculado entre todas as amostras e todos os pontos de discretização do bloco. Este vetor médio é a média dos vetores para os sub-blocos da Tabela 45. Calculando-se a média, elemento a elemento, obtém-se o vetor médio como apresentado na Tabela 48.

Tabela 48: Vetor médio das semivariâncias entre todas as amostras e todos os pontos de discretização do bloco.

γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8
.0350	.0261	.0261	.0261	.0347	.0251	.0251	.0253

Resolvendo-se o sistema de equações (49) com o vetor médio das semivariâncias da Tabela 48, obtém-se os ponderadores da krigagem ordinária de bloco convencional (Tabela 49).

Tabela 49: Coeficientes da krigagem ordinária de bloco.

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	μ
-.0389	.1215	.1019	.0416	-.0113	.3160	.2996	.1697	.0001

Substituindo-se esses coeficientes nas equações (25) e (27), obtém-se o teor médio e as variâncias de krigagem e de interpolação para o bloco:

TEOR MÉDIO KRIGADO = 0,394 %

VARIANCIA DE KRIGAGEM = 0,0026 %²

VARIANCIA ASSOCIADA À MÉDIA = 0,0450 %²

Os teores médios e as variâncias associadas à média por ambos os métodos foram exatamente iguais para o bloco 1886, o que era esperado para a média, conforme fora demonstrado na literatura consultada. O resultado obtido para as variâncias permite validar a metodologia proposta para avaliação de blocos, por meio de sua subdivisão em sub-blocos homogêneos.

É importante ressaltar que a variância de interpolação calculada para o bloco pela aplicação dos coeficientes da krigagem de bloco é exatamente aquela aproximação mostrada no item 5.3 em que a variância do bloco era calculada como média das variâncias dos sub-blocos (Tabela 2), quando estes eram determinadas em relação à média do bloco. É justamente neste aspecto que a variância proposta tem real significação física, pois embora o sub-bloco tenha um determinado teor, o que interessa para fins de tratamento do minério é o teor médio do bloco lavrado que vai ser enviado à usina de beneficiamento e, justamente por isso, a variância deve ser calculada em relação ao teor médio do bloco. Além disso, prova-se a validade da equação (37) para composição de variâncias como soma das variâncias dentro dos sub-blocos e entre os sub-blocos.

Quanto à variância de krigagem, verificou-se que ela foi bem menor ($0,0026\%$) que aquela encontrada pela metodologia proposta ($0,0450\%$). Considerando que a variância dos teores do subconjunto escolhido é igual a $0,055\%$, constata-se que a variância de krigagem ficou muito aquém desse valor que seria o máximo, enquanto a variância calculada pela metodologia aproximou-se muito desse valor, reforçando a idéia que este mede a dispersão local dos dados, além da configuração dos dados em torno do ponto ou bloco estimado.

Como consequência desta validação, há a opção de se resolver uma única vez o sistema de equações de krigagem para obtenção das estimativas de teor e variância de interpolação conforme a proposta neste trabalho. Trata-se de uma opção, pois, segundo Remacre (1991), se o tempo de computação não for problema, a aproximação por avaliações pontuais em sub-blocos e composição de seus resultados é preferível pois apresenta a vantagem de fornecer os valores nos sub-blocos que poderão ser utilizados para, por exemplo, construção de plantas de isoteores da jazida, que seriam

mais precisas que aquelas obtidas por conjuntos de pontos centrados nos blocos com informações de teores médios.

Como o método da ponderação espacial para avaliação de blocos tem muita semelhança com a krigagem, deve-se verificar se a aplicação de um único vetor médio, das distâncias entre as amostras e todos os sub-blocos, gera os mesmos resultados para teor e variância como os obtidos para a krigagem.

7.2 Análise do método da ponderação espacial para avaliação de blocos

Tendo em vista os resultados obtidos no item anterior, deve-se analisar a possibilidade de utilização de um único vetor das distâncias médias e resolvendo-se uma única vez o sistema de equações da ponderação espacial. Para isso tomou-se como exemplo o mesmo bloco 1886, bem como as oito amostras de furos vizinhos relacionadas na Tabela 44.

Pelo método da ponderação espacial para avaliação de blocos (item 5.3), resolve-se o sistema de equações (50), 16 vezes, substituindo-se a cada vez o vetor das distâncias entre a amostra e o ponto do sub-bloco.

$$(50)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 111.8 & 180.3 & 100.0 & 10.0 & 112.3 & 180.6 & 100.5 & 1 \\ 111.8 & 0 & 100.0 & 111.8 & 112.3 & 10.0 & 100.5 & 112.3 & 1 \\ 180.3 & 100.0 & 0 & 111.8 & 180.6 & 100.5 & 10.0 & 112.3 & 1 \\ 100.0 & 111.8 & 111.8 & 0 & 100.6 & 112.3 & 112.3 & 10.0 & 1 \\ 10.0 & 112.3 & 180.6 & 100.6 & 0 & 111.8 & 180.3 & 100.0 & 1 \\ 112.3 & 10.0 & 100.5 & 112.3 & 111.8 & 0 & 100.0 & 111.8 & 1 \\ 180.6 & 100.5 & 10.0 & 112.3 & 180.3 & 100.0 & 0 & 111.8 & 1 \\ 100.5 & 112.3 & 112.3 & 10.0 & 100.0 & 111.8 & 111.8 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ w_7 \\ w_8 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A resolução do sistema de equações da ponderação espacial requer uma providência antes de sua resolução por algoritmos convencionais, pois apresenta zeros em sua diagonal principal. Para contornar esse problema pode-se ou permutar as linhas do sistema de tal modo que após esta operação a diagonal principal

fique livre de zeros, ou multiplicar ambos os lados do sistema pela matriz transposta das distâncias. Esta última solução foi proposta por Hardy (1985) e adotada por Yamamoto (1986) para solução de equações multiquádricas, quando a constante era igual a zero.

Continuando a análise, calculou-se os vetores das distâncias entre as amostras e os sub-blocos, para o bloco 1886, que encontram-se listados na Tabela 50.

Tabela 50: Vetores das distâncias entre as amostras e os sub-blocos.

sub	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇	d ₈
1	194.7	95.7	40.8	142.9	194.5	95.2	39.5	142.5
2	177.9	73.6	54.0	138.4	177.7	72.9	53.0	138.1
3	163.3	54.0	73.6	138.4	163.0	53.0	72.9	138.1
4	151.4	40.8	95.7	142.9	151.0	39.5	95.2	142.5
5	177.9	89.0	20.3	119.0	177.7	88.4	17.7	118.6
6	159.4	64.5	40.8	113.6	159.1	63.7	39.5	113.2
7	142.9	40.8	64.5	113.6	142.6	39.5	63.7	113.2
8	129.1	20.3	89.0	119.0	128.7	17.7	88.4	118.6
9	163.3	89.0	20.3	95.7	163.0	88.4	17.7	95.2
10	142.9	64.5	40.8	89.0	142.5	63.7	39.5	88.4
11	124.2	40.8	64.5	89.0	123.7	39.5	63.7	88.4
12	108.0	20.3	89.0	95.7	107.5	17.7	88.4	95.2
13	151.4	95.7	40.8	73.6	151.0	95.2	39.5	72.9
14	129.1	73.6	54.0	64.5	128.7	72.9	53.0	63.7
15	108.0	54.0	73.6	64.5	107.5	53.0	72.9	63.7
16	89.0	40.8	95.7	73.6	88.4	39.5	95.2	72.9

Substituindo-se os vetores no sistema de equações (50), obtém-se os coeficientes da ponderação espacial para os sub-blocos, relacionados na Tabela 51.

Aplicando-se os coeficientes da ponderação espacial nas equações (34) e (35), tem-se, por sub-bloco, os teores médios e a variância de interpolação, que encontram-se listados na Tabela 52.

Com os dados da Tabela 52 pode-se calcular a média dos teores (equação 36) e das variâncias (variância dentro dos sub-blocos) e com a média dos teores assim determinada a variância entre os sub-blocos, como segue:

$$\text{MÉDIA DOS TEORES} = 0,325 \times$$

$$\text{VARIANCIA DENTRO DOS SUB-BLOCOS} = 0,0516 \times^2$$

$$\text{VARIANCIA ENTRE OS SUB-BLOCOS} = 0,0031 \times^2,$$

somando-se as duas variâncias (equação 37), pela lei da propagação de variâncias, resulta:

$$\text{VARIANCIA ASSOCIADA A MEDIA} = 0,0547 \%^2$$

Tabela 51: Coeficientes da ponderação espacial para os sub-blocos.

sub	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₇	w ₈	λ
1	-.0218	.1126	.3560	-.0521	-.0027	.1569	.4766	-.0254	22.08
2	-.0245	.1981	.2784	-.0520	-.0030	.2598	.3669	-.0236	17.81
3	-.0238	.2875	.1884	-.0530	-.0002	.3756	.2504	-.0248	17.61
4	-.0121	.3581	.1059	-.0601	.0131	.4782	.1505	-.0336	20.65
5	-.0152	.0582	.3104	-.0266	.0025	.0977	.5698	.0012	3.91
6	-.0246	.1622	.2540	-.0147	-.0013	.2317	.3729	.0199	1.64
7	-.0283	.2649	.1523	-.0131	-.0022	.3832	.2221	.0212	1.89
8	-.0226	.3174	.0529	-.0239	.0021	.5762	.0945	.0035	4.34
9	-.0166	.0236	.2755	.0387	.0031	.0645	.5345	.0767	-4.38
10	-.0231	.1237	.2177	.0516	.0033	.1925	.3360	.0983	-7.54
11	-.0199	.2222	.1173	.0483	.0109	.3398	.1865	.0948	-8.14
12	-.0041	.2707	.0220	.0272	.0278	.5288	.0630	.0646	-6.46
13	-.0268	.0102	.2520	.1413	-.0019	.0529	.3711	.2012	-2.48
14	-.0220	.0841	.1692	.1455	.0083	.1436	.2558	.2155	-9.42
15	-.0013	.1614	.0833	.1304	.0361	.2471	.1431	.2000	-12.13
16	.0416	.2199	.0139	.0915	.0886	.3376	.0565	.1503	-11.38

Tabela 52: Teores e variâncias para os sub-blocos, calculados de acordo com as equações (34) e (35).

sub-bloco	teor (%)	variância (% ²)
1	0,3664	0,0691
2	0,3279	0,0623
3	0,2872	0,0515
4	0,2497	0,0391
5	0,4186	0,0669
6	0,3459	0,0616
7	0,2955	0,0486
8	0,2610	0,0308
9	0,4268	0,0630
10	0,3538	0,0590
11	0,3010	0,0470
12	0,2621	0,0298
13	0,3917	0,0593
14	0,3532	0,0545
15	0,3054	0,0467
16	0,2538	0,0363

Estes seriam os resultados pelo método da ponderação espacial para avaliação de blocos. No desenvolvimento deste método não foi aventada a possibilidade da utilização do vetor médio das

distâncias entre as amostras e todos os pontos de discretização porque imaginava-se que não tinha o mesmo significado físico do vetor das semivariâncias médias.

Agora foi calculado o vetor médio das distâncias, para verificar experimentalmente a validade da utilização de um único vetor médio, que simplificaria muito o método proposto.

O vetor médio das distâncias, calculado a partir dos dados da Tabela 50, encontra-se reproduzido na Tabela 53.

Tabela 53: Vetor médio das distâncias entre as amostras e os sub-blocos.

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
144.5	59.8	59.8	104.6	144.2	58.8	58.8	104.1

Substituindo-se o vetor médio no sistema de equações (50), obtém-se os ponderadores listados na Tabela 54.

Tabela 54: Ponderadores calculados com o vetor médio das distâncias.

w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	λ_8	λ
-.0153	.1797	.1781	.0237	.0115	.2792	.2781	.0650	1.75

Os coeficientes assim calculados e substituídos nas equações (34) e (35) para cálculo da média e variância de interpolação, para avaliações pontuais, resultaram:

$$\text{TEOR M\u00c9DIO} = 0,325 \%$$

$$\text{VARI\u00c2NCIA DE INTERPOLA\u00c7\u00c3O} = 0,0547 \%$$

Os resultados assim obtidos foram exatamente iguais à aproximação feita por meio de avaliações pontuais em sub-blocos e composição de teores e variâncias parciais. Pode-se verificar também que, neste caso, os coeficientes encontrados pela resolução do sistema de equações (50), com o vetor médio das distâncias, são iguais à média dos coeficientes dos sub-blocos listados na Tabela 51. Desta forma, o método da ponderação espacial para avaliação de blocos pode ser bastante simplificado, acompanhado de redução no tempo de computação, pois ao invés de resolver um número de

sistemas de equações lineares igual ao número de sub-blocos, pode-se resolver um único sistema substituindo o vetor coluna das distâncias pelo vetor coluna das distâncias médias. Os resultados obtidos suportam a validade da proposta.

7.2.1 Método da ponderação espacial otimizado para avaliação de blocos

Tendo em vista os resultados obtidos no item anterior, o método apresentado no item 5.3 pode ser otimizado como segue.

O teor médio do bloco e a variância de interpolação podem ser calculados pelas mesmas equações (28) e (30), respectivamente, utilizadas para avaliações pontuais com a diferença que os ponderadores (w_i , $i=1,n$) são agora determinados pela resolução do sistema de equações lineares (51):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j \cdot d(T_i, T_j) + \lambda = \bar{d}(T_i, T) & \text{para } i=1,n \\ \sum_{j=1}^n w_j = 1 \end{cases} \quad (51)$$

onde: $\bar{d}(T_i, T)$ é a distância média entre a amostra i e todos os pontos de discretização do bloco.

Para ilustrar o cálculo da distância média, considere-se a i -ésima amostra localizada no ponto de coordenadas (x_i, y_i, z_i) e um bloco discretizado em nd sub-blocos, em que o centro do k -ésimo sub-bloco encontra-se localizado pelas coordenadas $(x_{b_k}, y_{b_k}, z_{b_k})$. Para estes dados a distância média é calculada pela seguinte equação:

$$\bar{d}(T_i, T) = \left[\sum_{k=1}^{nd} \left[(x_i - x_{b_k})^2 + (y_i - y_{b_k})^2 + (z_i - z_{b_k})^2 \right] \right]^{1/2} / nd \quad (52)$$

Desta forma todas as distâncias médias são calculadas e substituídas no sistema de equações (51), cuja solução fornece os ponderadores espaciais para cálculo do teor médio e variância de interpolação para o bloco. A otimização ora apresentada para o

método da ponderação espacial para avaliação de blocos foi possível a partir do desenvolvimento teórico do item 5.3, que suporta a validade do cálculo da variância de interpolação para o bloco. É preciso ressaltar que os dois procedimentos apresentados para o método da ponderação espacial são perfeitamente válidos, dando resultados iguais e, por isso, a otimização ora apresentada deve ser uma opção caso o tempo de computação seja problema ou caso os resultados intermediários dos sub-blocos não seja de interesse.

7.3 Análise do método IQD para avaliação de blocos

Embora o método IQD tenha uma solução que não envolva sistemas de equações lineares, será desenvolvido aqui a mesma análise para verificar a possibilidade da utilização de ponderadores médios calculados a partir dos ponderadores dos sub-blocos, para determinação de teores e variâncias de interpolação de blocos. Segundo, Isaacks & Srivastava (1989, pág. 327) a avaliação direta do bloco é uma feição da krigagem ordinária não sendo compartilhada por outros métodos e, embora, alguns métodos possam ser adaptados de maneira similar os resultados não são consistentes. Ainda segundo aqueles autores, o método da ponderação pelo inverso da distância pode ser adaptado de tal maneira que o peso seja proporcional à distância média entre uma amostra próxima e o bloco, que não dá o mesmo resultado com a média das estimativas pontuais feitas dentro do bloco. Como foi demonstrado no item anterior a avaliação direta do bloco é possível pelo método da ponderação espacial e no caso do método IQD, aqueles autores enganaram-se ao usar as distâncias médias ao invés dos ponderadores médios, conforme a análise que se faz a seguir, ressaltando-se que o tempo de computação não é o principal objetivo, mas a simplificação do método para avaliação de bloco. Os ponderadores IQD calculados para todos os sub-blocos e a média dos ponderadores encontram-se listados na Tabela 55.

Na Tabela 56, tem-se os teores e variâncias dos sub-blocos aplicando-se os ponderadores da Tabela 55, nas equações (38) e (39).

Tabela 55: Ponderadores IQD para os sub-blocos.

sub	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₇	w ₈
1	.0164	.0677	.3731	.0304	.0164	.0685	.3970	.0305
2	.0255	.1490	.2769	.0421	.0256	.1518	.2868	.0423
3	.0300	.2743	.1476	.0417	.0301	.2841	.1504	.0419
4	.0265	.3653	.0663	.0298	.0266	.3887	.0670	.0299
5	.0052	.0208	.3985	.0116	.0052	.0210	.5260	.0117
6	.0201	.1224	.3065	.0395	.0201	.1254	.3262	.0398
7	.0247	.3035	.1212	.0391	.0248	.3230	.1242	.0394
8	.0098	.3948	.0206	.0115	.0098	.5211	.0208	.0116
9	.0061	.0205	.3927	.0177	.0061	.0207	.5184	.0179
10	.0235	.1155	.2891	.0607	.0237	.1183	.3076	.0615
11	.0307	.2847	.1137	.0598	.0309	.3030	.1165	.0606
12	.0137	.3866	.0202	.0174	.0138	.5103	.0204	.0176
13	.0227	.0568	.3130	.0962	.0228	.0574	.3331	.0980
14	.0358	.1101	.2045	.1431	.0360	.1121	.2118	.1466
15	.0495	.1984	.1068	.1388	.0500	.2055	.1088	.1422
16	.0605	.2880	.0523	.0885	.0613	.3065	.0528	.0901

Tabela 56: Teores e variâncias para os sub-blocos pelo método IQD.

sub-bloco	teor (%)	variância (% ²)
1	0,3301	0,0697
2	0,2916	0,0608
3	0,2429	0,0448
4	0,2128	0,0318
5	0,3830	0,0737
6	0,3068	0,0642
7	0,2355	0,0409
8	0,2093	0,0227
9	0,3816	0,0734
10	0,3053	0,0630
11	0,2370	0,0410
12	0,2096	0,0230
13	0,3240	0,0656
14	0,2907	0,0560
15	0,2507	0,0442
16	0,2163	0,0334

Calculando-se a média dos teores e das variâncias nos sub-blocos e a variância entre os sub-blocos, obtém-se:

MÉDIA DOS TEORES = 0,277 %

VARIANCIA DENTRO DOS SUB-BLOCOS = 0,0505 %²

VARIANCIA ENTRE OS SUB-BLOCOS = $0,0032 \text{ } \chi^2$,
e a variância total é:

VARIANCIA ASSOCIADA À MÉDIA = $0,0537 \text{ } \chi^2$

Continuando a análise, calcula-se os ponderadores médios (Tabela 57) a partir dos ponderadores da Tabela 55, calculados para os sub-blocos.

Tabela 57: Ponderadores médios IQD para o bloco 1886.

w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
.0250	.1974	.2002	.0542	.0252	.2198	.2230	.0551

Aplicando-se estes ponderadores nas equações (31) e (32), tem-se a média e a variância de interpolação para o bloco:

MÉDIA IQD = $0,277 \text{ } (\%)$

VARIANCIA IQD = $0,0537 \text{ } (\chi^2)$,

ou seja, exatamente os mesmos resultados obtidos pela aproximação proposta.

Portanto, o cálculo de ponderadores médios para o bloco equivale a composição de resultados de avaliações pontuais feitas em sub-blocos, com a vantagem da simplificação introduzida no método.

7.3.1 Método IQD simplificado para avaliação de blocos

Considerando os resultados obtidos, o método IQD para avaliação de blocos apresentado no item 5.4, pode ser simplificado com a utilização dos ponderadores médios calculados entre a amostra e todos os pontos de discretização do bloco.

O teor médio no bloco é calculado pela seguinte equação:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \cdot \bar{w}_i, \quad (53)$$

e a variância de interpolação como:

$$e_{IQD}^2 = \sum_{i=1}^n \bar{w}_i \cdot (T_i - T)^2 \quad (54)$$

onde: $\bar{w}_i$ é o ponderador IQD médio entre a i -ésima amostra e todos os pontos de discretização do bloco.

O ponderador médio $\bar{w}_i$ da i -ésima amostra localizada no ponto de coordenadas (x_i, y_i, z_i) e o k -ésimo ponto de discretização do bloco localizado nas coordenadas $(x_{b_k}, y_{b_k}, z_{b_k})$ é calculado da seguinte forma: primeiro calcula-se todos os ponderadores IQD por sub-bloco $w_{i,k}$:

$$w_{i,k} = \frac{\sum_{i=1}^n \left[1/d_{i,k}^2 \right]}{\sum_{j=1}^n 1/d_{j,k}^2} ; \quad (55)$$

Os ponderadores por sub-bloco já são calculados para que a soma dos mesmos seja igual a um. A distância ao quadrado entre a i -ésima amostra e o k -ésimo sub-bloco é calculada como:

$$d_{i,k}^2 = \left[(x_i - x_{b_k})^2 + (y_i - y_{b_k})^2 + (z_i - z_{b_k})^2 \right]; \quad (56)$$

Finalmente o ponderador médio da i -ésima amostra pode ser calculado:

$$\bar{w}_i = \frac{\sum_{k=1}^{nd} w_{i,k}}{nd} \quad (57)$$

Esta é a proposta simplificada que se apresenta para avaliação direta de blocos por meio do método IQD. Obviamente, a simplificação apresentada é suportada pelo desenvolvimento feito no item 5.4.

7.4 Composição de médias e variâncias dos blocos para o depósito

Como consequência direta da validação das equações (36) e (37) para composição de médias e variâncias estimadas nos sub-blocos para o domínio do bloco, tem-se a possibilidade da utilização das mesmas equações para determinação daqueles parâmetros, a partir dos blocos, para o domínio do depósito..

Este parâmetros são importantes para uma primeira avaliação da viabilidade econômica do depósito. Contudo, esta avaliação tem

sido feita somente com a informação do teor médio do depósito, pois além da variância do depósito, calculada a partir das variâncias de krigagem encontradas nos blocos, não ter significação física, apresenta problemas em sua determinação, causadas geralmente pela simplificação. Como exemplo deste problema pode-se citar a proposta de Valente & Miola (1988), que determina a variância do depósito como média dos multiplicadores de Lagrange encontrados nos blocos. Veja que sobre os multiplicadores de Lagrange não se tem nenhum controle, como se tem para os ponderadores, pois caso o ponderador seja negativo basta eliminar a amostra que o gerou; entretanto para o multiplicador de Lagrange não se tem esta possibilidade, pois não é controlada por uma amostra específica, mas sim pelo subconjunto de amostras utilizado para um determinado bloco.

A base para a composição de médias e variâncias dos blocos para o domínio do depósito está fundamentada no fato que após a lavra de todos os blocos do depósito, o teor médio lavrado, descontado dos efeitos de estimação e extensão, será igual à média dos teores dos blocos. Dessa forma, a variância do depósito é igual àquela calculada como se todos os blocos apresentassem teores iguais ao teor médio do depósito.

O teor médio do depósito é calculado como:

$$T_D = \frac{\sum_{i=1}^{NB} T_{B_i}}{NB}; e \quad (58)$$

a variância associada como:

$$\sigma_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^{NB} \sigma_{B_i}^2}{NB} + \frac{\sum_{i=1}^{NB} (T_{B_i} - T_D)^2}{NB} \quad (59)$$

Estas equações serão utilizadas na determinação da média e variância do depósito quando forem determinadas as reservas pela aplicação dos métodos computacionais.

8 AVALIAÇÕES DE RESERVAS E COMPARAÇÃO DE SEUS RESULTADOS

Após o inventário dos dados da pesquisa mineral e sua análise como apresentados no Capítulo 6, tem-se as condições necessárias para se proceder à avaliação de reservas por métodos computacionais, cujos resultados deverão ser comparados para indicação do melhor método em termos de teores, tonelagens e variâncias associadas.

Dentro do objetivo principal deste trabalho de fornecer o melhor quadro possível de reservas em função das informações disponíveis da pesquisa mineral, serão determinadas apenas as reservas geológicas para alguns níveis de teores de corte. Cabe lembrar que a categoria de reservas lavráveis implica no estabelecimento de uma série de outros parâmetros, que visam não só a definição dessas reservas, mas, também, o projeto de mina com otimização da sua lavra.

Para tornar válida a comparação entre os métodos computacionais é imprescindível que o conjunto de dados seja único e que as condições para pesquisa das amostras de furos vizinhos sejam exatamente iguais para os métodos a serem comparados. Os resultados dessa comparação deverão indicar o melhor método para o caso em estudo.

Como foi colocado anteriormente, a avaliação de reservas é feita em vários estágios, desde os pioneiros trabalhos de prospecção, passando pela pesquisa do depósito e, finalmente, durante o estágio de desenvolvimento da mina, em que as reservas são constantemente atualizadas com as informações dos furos de desmonte.

O caso da Jazida de Cobre de Chapada enquadra-se no estágio da pesquisa mineral, cujas informações devem ser processadas com vistas a fornecer uma estimativa de reservas, a mais confiável possível, para os estudos de viabilidade técnica e econômica que irão definir o futuro da jazida. Contudo, cabe lembrar que os teores de cobre e ouro, conhecidos nos capítulos anteriores, são marginais em relação aos preços praticados no mercado para esses insumos, mas os resultados a serem obtidos da avaliação de reservas prestam-se para os objetivos propostos neste trabalho.

8.1 Métodos computacionais empregados

Tendo sido validada a aproximação proposta para avaliação de blocos por meio da sua discretização em sub-blocos, os seguintes métodos computacionais serão empregados para cálculo do teor médio e variância associada para os blocos de lavra da Jazida de cobre de Chapada:

a) IQD: avaliação pontual no centro do bloco com cálculo da variância de interpolação-equação (32);

b) método IQD para avaliação de blocos: teor e variância calculados por meio das equações (53) e (54), respectivamente;

c) ponderação espacial para avaliação de blocos, em que os ponderadores são calculados pela resolução do sistema de equações (51) e, substituídos nas equações (28) e (30), respectivamente para cálculo do teor médio do bloco e cálculo da variância associada;

d) Krigagem ordinária de bloco: conforme proposição original, usando as equações (26) para resolução do sistema de krigagem, equação (25) para estimação do teor do bloco e equações (27) e (33) para cálculo da variância de krigagem, pois as variâncias também deverão ser comparadas;

Para realização dos cálculos de teor e variância segundo os métodos citados, foi desenvolvido um programa de computação em linguagem Turbo-Pascal, denominado RESERVA3.PAS. Este programa tem como entrada:

- arquivo de teores compostos, classificados por blocos usando o programa SORT3.PAS (reescrito em Turbo-Pascal a partir de original em FORTRAN IV, desenvolvido por Yamamoto 1986);

- arquivo da fronteira convexa dos furos;

- arquivo do mapa de elevações do topo;

- arquivo do mapa de elevações da base;

Na saída, os resultados são gravados em um arquivo texto (ASCII) em que cada linha contém, por bloco pertencente ao domínio da jazida, as seguintes informações:

- número do bloco;
- coordenadas (x,y,z) do canto inferior esquerdo do bloco;
- teor e variância para cada um dos métodos descritos.

Para estimação do bloco foram selecionadas oito amostras de furos vizinhos, tomando-se uma amostra para cada um dos setores em torno do centro do bloco. Para que o bloco pudesse ser avaliado, na falta de informações suficientes, foi fixado o mínimo quatro amostras de furos vizinhos. Para os métodos da ponderação espacial e krigagem, ambos para avaliação de blocos conforme especificados anteriormente e, prevendo a ocorrência de pesos negativos, foram estabelecidas condições adicionais para seleção de amostras, pela aplicação de um procedimento semelhante ao algoritmo de Baafi et al. (1986), que elimina todas as amostras que apresentem pesos negativos, verificados após a resolução dos respectivos sistemas de equações. Se, mesmo após esta eliminação de amostras, persistir a ocorrência de pesos negativos, estas amostras são excluídas da ponderação. Este procedimento não deverá, na prática, afetar os resultados uma vez que após a primeira eliminação de amostras com pesos negativos, pois, observou-se que estes eram, em geral, numericamente insignificantes para a ponderação. O cuidado tomado no sentido de não se trabalhar com pesos negativos, justifica-se para evitar resultados enviezados de teores ou variâncias, principalmente quando se estiver trabalhando com teores, cuja distribuição seja lognormal.

A discretização do bloco foi feita com 16 sub-blocos, sendo quatro na direção X, quatro na direção Y e um na direção Z, que resultou em sub-blocos de 25 X 25 X 10 m, razoável para a densidade de amostragem e compatível para a altura das bancadas.

8.2 Análise dos resultados obtidos

Para um total de 4050 blocos, verificou-se que 1941 não pertenciam ao domínio da jazida e 2109 pertenciam ao domínio da jazida, sendo que 1896 foram avaliados para teores de cobre e ouro e 213 não avaliados por não apresentarem amostras suficientes para isso.

Do processamento do programa RESERVA3 para os arquivos de cobre e ouro, obteve-se os teores médios e variâncias associadas para os quatro métodos computacionais utilizados, cujos resultados se analisa a seguir.

Foram construídos histogramas das distribuições de teores médios e variâncias, na ordem dos quatro métodos computacionais citados, sendo que para a krigagem foram elaborados dois histogramas para variâncias, uma calculada conforme a equação (27) e outra pela equação (33). Estes histogramas encontram-se nas Figuras 82 a 90 para cobre e 91 a 99 para ouro.

Comparando-se os histogramas dos teores médios de cobre calculados pelos diferentes métodos, observa-se que existe uma grande diferença do histograma dos teores médios de cobre calculados pelo método IQD original (Figura 82) para os demais (Figuras 84, 86 e 88) métodos: IQD-avaliação de blocos, ponderação espacial e krigagem. Dentre estes três métodos, os dois últimos apresentam-se mais semelhantes. A grande diferença entre o IQD original e os demais deve-se ao fato que o primeiro faz apenas uma estimação no centro do bloco, estendendo-se o teor médio encontrado para todo o domínio do bloco, enquanto os outros equivalem a média dos teores em dezesseis sub-blocos. A semelhança entre os métodos da ponderação espacial e krigagem deve-se ao fato que ambos os métodos reconhecem agrupamentos de pontos, enquanto o método IQD-avaliação de blocos não, atribuindo a todas as amostras selecionadas pesos inversamente proporcionais às suas respectivas distâncias.

Figura 82: Histograma de teores médios de cobre, IQD-original. Figura 83: Histograma das variâncias para cobre, IQD-original.

Figura 84: Histograma de teores médios de cobre, IQD-proposto.

Figura 85: Histograma das variâncias para cobre, IQD-proposto.

Figura 86: Histograma de teores médios de cobre, pond. espacial.

Figura 87: Histograma das variâncias para cobre, pond. espacial.

Figura 88: Histograma de teores médios de cobre, krigagem ord.(K0)

Figura 89: Histograma das variâncias para cobre, equação-27, KO.

Figura 90: Histograma das variâncias para cobre, equação-33, KO.

Figura 91: Histograma de teores médios de ouro, IQD-original.

Figura 92: Histograma das variâncias para ouro, IQD-original.

Figura 93: Histograma de teores médios de ouro, IQD-proposto.

Figura 94: Histograma das variâncias para ouro, IQD-proposto.

Figura 95: Histograma de teores médios de ouro, pond. espacial.

Figura 96: Histograma das variâncias para ouro, pond. espacial.

Figura 97: Histograma de teores médios de ouro, krigagem ord.(KO).

Figura 98: Histograma das variâncias para ouro, equação-27, KO.

Figura 99: Histograma das variâncias para ouro, equação-33, KO.

Analisando-se os histogramas das distribuições de variâncias dos teores de cobre (Figuras 83, 85, 87, 89 e 90), observa-se que destacam-se pela semelhança que guardam entre si, os histogramas das variâncias calculadas pelos métodos IQD-avaliação de blocos, ponderação espacial e krigagem, respectivamente Figuras 85, 87 e 90. Isto se deve à semelhança dos procedimentos utilizados e cálculo das suas variâncias.

A distribuição das variâncias calculadas pelo método IQD original (Figuras 83) é fortemente assimétrica, em que praticamente 50 % dos valores concentram-se entre 0 e $0,005 \times^2$. Isto não significa que este seja o melhor método tendo em vista a concentração das variâncias na menor classe, mas simplesmente indica que a variância de interpolação é pequena pois foi medida apenas entre o centro do bloco e o conjunto de amostras, podendo ser inclusive zero se a amostra coincidiu com o centro do bloco. No domínio da jazida foram computados 615 blocos com variância zero pelo método IQD-original, pois estes blocos têm em seus centros amostras de furos de sondagem. Nesse caso o erro de extensão do próprio método é grande, pois dada a variabilidade natural do depósito somada a variabilidade local, dificilmente o teor do bloco corresponderá ao teor da amostra do furo de sondagem localizado em seu centro e, portanto, a variância jamais será zero como determinada. Por estes motivos o método IQD-original não deve ser utilizado para avaliações de reservas por meio de blocos de lavra.

O histograma da distribuição da variância calculada pela equação (27) é muito diferente dos demais, pois enquanto estes possuem uma distribuição próxima da lognormal, que seria a distribuição esperada para a distribuição de erros de estimativas, ao passo que aquela apresenta uma distribuição irregular das variâncias, em que a maioria dos valores concentram-se nas duas primeiras classes ($0-0,005$ e $0,005-0,010 \times^2$). Somente pela distribuição de seus valores pode-se dizer que ela não segue uma lei normal de distribuição de erros, provavelmente por não haver dependência entre os erros e a dispersão local dos dados utilizados.

Repetindo-se a análise dos histogramas para os teores médios de ouro e variâncias associadas, observa-se praticamente as mesmas

feições apontadas para cobre, devido à semelhança das suas distribuições de teores.

Para estudar a provável dependência entre os teores médios e suas variâncias, construiu-se diagramas de dispersão, lançando-se os teores médios em relação às suas variâncias.

Para evitar grandes concentrações de pontos em pequenas áreas dos diagramas de dispersão, estes foram elaborados para os intervalos mais freqüentes: entre 0 e 0,50 para teores e entre 0 e 0,030 para variâncias. Nos diagramas de dispersão foram representadas também as retas dos mínimos quadrados. Os coeficientes destas retas (de equação $y = a + bx$), os coeficientes de correlação, bem como o número de pontos lançados nos diagramas, encontram-se listados na Tabela 58.

Tabela 58: Parâmetros das retas dos mínimos quadrados (a e b), coeficientes de correlação (cc) e número de pontos (np) lançados nos diagramas para um total de 1896 pontos.

VARIÁVEL	MÉTODO	a	b	cc	np
cobre	IQD-original	1.458E-03	1.945E-02	0.29	1611
cobre	IQD-proposto	1.081E-03	3.695E-02	0.51	1566
cobre	Ponderação Espacial	8.163E-04	3.549E-02	0.52	1591
cobre	Krigagem-Eq. (27)	1.102E-02	-1.440E-02	-0.20	1735
cobre	Krigagem-Eq. (33)	9.882E-04	3.596E-02	0.50	1583
ouro	IQD-original	1.958E-03	1.810E-02	0.27	1457
ouro	IQD-proposto	1.243E-03	4.389E-02	0.57	1396
ouro	Ponderação Espacial	9.016E-04	4.285E-02	0.57	1441
ouro	Krigagem-Eq. (27)	9.055E-03	-6.767E-03	-0.10	1717
ouro	Krigagem-Eq. (33)	8.814E-04	4.407E-02	0.57	1419

Pelos dados desta Tabela, pode-se verificar que todos os diagramas obtidos são representativos, pois apresentam no mínimo 74% dos pontos (teores de ouro pelo método IQD-proposto) e até 92% (teores de cobre pela Krigagem-equação 27).

Os diagramas de dispersão na ordem dos métodos computacionais empregados, encontram-se representados nas Figuras 100 a 104 para cobre e nas Figuras 105 a 109 para ouro.

Figura 100: Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pelo método IQD-original.

Figura 101: Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pelo método IQD-proposto.

Figura 102: Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pela ponderação espacial.

Figura 103: Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pela krigagem e equação (27).

Figura 104: Diagrama de dispersão dos teores de cobre e variâncias calculados pela krigagem-equação (33).

Figura 105: Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pelo método IQD-original.

Figura 106: Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pelo método IQD-proposto.

Figura 107: Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pela ponderação espacial.

Figura 108: Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pela krigagem-equação (27).

Figura 109: Diagrama de dispersão dos teores de ouro e variâncias calculados pela krigagem equação (33).

Observando-se os conjuntos dos diagramas de dispersão para cobre e ouro, verifica-se que são muito semelhantes à exemplo dos histogramas da distribuição de teores e variâncias. Assim, a análise pode ser feita em relação aos métodos computacionais, independente da variável.

Analisando-se o conjunto, constata-se que todos os diagramas que representam variâncias de interpolação calculadas conforme proposta deste trabalho, para os métodos IQD original e proposto, ponderação espacial e krigagem apresentam-se com correlações lineares positivas, enquanto aquele dos teores da krigagem calculadas conforme a equação (27) mostra uma correlação linear negativa. A correlação linear positiva entre teores e variâncias mostra que estas dependem diretamente dos valores de teores, pois para baixos teores as variâncias são pequenas, aumentando com os teores. Isto significa que a variância de interpolação reconhece o efeito proporcional (Isaacks & Srivastava, 1989, pág. 49-50) existente nos dados, ao contrário da variância de krigagem, pois não é dependente dos dados, mas tão somente da configuração espacial dos dados. A dispersão em torno da reta deve-se a introdução da configuração espacial dos dados que contribui com maior ou menor dispersão.

Isto mostra que a variância de krigagem como determinada pela equação (27) é, independente dos valores dos dados, ao passo que as variâncias de interpolação calculadas como média ponderada das diferenças ao quadrado entre os valores observados e interpolados (equações 32, 54, 30 e 33) medem realmente a dispersão dos dados utilizados na interpolação e, nesse sentido, são mais confiáveis para classificação de reservas baseada no nível de incertezas medidas de teores e tonelagens.

Os diagramas de dispersão para o método IQD-original (Figuras 100 e 105) apresentam-se com uma correlação linear positiva, porém baixa quando comparados aos demais métodos, refletindo o enviezamento das variâncias de interpolação calculadas para o centro do bloco e estendidas para todo o domínio. Observe nestes diagramas o número de variâncias iguais a zero, porque nestes blocos existem amostras de furos de sondagem em seus centros.

Os métodos para avaliação de blocos apresentam-se

praticamente com os mesmos coeficientes de correlação, mostrando a equivalência entre estes métodos no cálculo de teores e variâncias de interpolação.

8.3 Cálculo de reservas de cobre e ouro

Calculados os teores médios nos blocos, a reserva em peso de metal contido é obtido substituindo-se estes valores na equação básica de reservas (13). O volume dos blocos de lavra é constante e igual 100.000 m³ e a densidade aparente determinada na pesquisa igual a 2,72 t/m³.

Para os blocos de lavra situados no primeiro nível da jazida, os volumes serão calculados entre a topografia da superfície e a base do bloco, utilizando-se para isso as informações do arquivo do mapa de elevações do topo.

As reservas geológicas de cobre e ouro para teores de corte simulados iguais a 0,20, 0,25 e 0,30, calculadas pelos métodos computacionais em estudo, encontram-se nas Tabelas 59 e 60.

Tabela 59: Reservas geológicas de cobre (metal contido) da Jazida de Chapada (teores expressos em %).

MÉT.	TEOR CORTE	RESERVAS GEOLÓGICAS MED.	IND.	INF.	(MTON) TOTAL	TEOR MÉDIO	VARIÂNCIA DEPÓSITO
1	0,20	0,449	0,096	0,481	1,026	0,356	0,0373
2	0,20	0,014	0,179	0,829	1,021	0,338	0,0364
3	0,20	0,022	0,190	0,797	1,010	0,342	0,0372
4	0,20	0,017	0,200	0,786	1,004	0,340	0,0366
5	0,20	0,185	0,566	0,253	1,004	0,340	*****
1	0,25	0,406	0,077	0,387	0,869	0,397	0,0392
2	0,25	0,010	0,152	0,688	0,851	0,375	0,0392
3	0,25	0,020	0,159	0,664	0,843	0,380	0,0402
4	0,25	0,014	0,173	0,647	0,834	0,379	0,0392
5	0,25	0,185	0,489	0,160	0,834	0,379	*****
1	0,30	0,353	0,060	0,286	0,699	0,444	0,0420
2	0,30	0,007	0,129	0,536	0,672	0,416	0,0429
3	0,30	0,016	0,134	0,540	0,690	0,415	0,0437
4	0,30	0,011	0,145	0,509	0,666	0,420	0,0422
5	0,30	0,185	0,398	0,083	0,666	0,420	*****

Os métodos encontram-se identificados nestas Tabelas apenas com números, sendo 1 para o método IQD-original, 2 para o método IQD-proposto, 3 para o método da ponderação espacial, 4 para a

krigagem ordinária com variâncias calculadas pela equação (33) e 5 para o mesmo método com variâncias pela equação (27). Para classificação de reservas segundo o nível de incerteza das estimativas utilizou-se os limites adotados pela ONU, conforme Valente (1980). Estes limites a 95% de confiabilidade, são:

reserva medida: erros < 20%;
reserva indicada: erros entre 20-50%;
reserva inferida: erros > 50%.

Os erros a 95% de confiabilidade foram calculados, de acordo com Valente (1980), da seguinte forma:

$$\text{erro} = 2 \cdot \epsilon_B / T_B \quad (60)$$

onde: ϵ_B é a raiz quadrada da variância de interpolação ou de krigagem no bloco B;

T_B é o teor médio do bloco,

que foram então utilizados para classificação de reservas, conforme as classes descritas anteriormente.

Tabela 60: Reservas geológicas de ouro (metal contido) da Jazida de Chapada (teores expressos em ppm).

MET.	TEOR CORTE	RESERVAS GEOLÓGICAS (TON)			TEOR MÉDIO	VARIANCIA DEPÓSITO
		MED.	IND.	INF.	TOTAL	
1	0,20	38,28	4,76	52,32	95,36	0,382
2	0,20	0,63	6,18	84,66	91,49	0,357
3	0,20	0,86	7,92	82,31	91,09	0,362
4	0,20	0,85	7,54	82,58	90,97	0,359
5	0,20	17,20	51,93	21,84	90,97	0,359
1	0,25	33,23	4,16	45,32	82,71	0,428
2	0,25	0,24	5,18	72,78	78,20	0,396
3	0,25	0,35	6,52	70,31	77,18	0,407
4	0,25	0,45	6,13	70,56	77,15	0,403
5	0,25	17,20	45,21	14,74	77,15	0,403
1	0,30	29,74	3,62	36,73	70,09	0,475
2	0,30	0,24	4,64	59,04	63,92	0,439
3	0,30	0,35	5,77	58,82	64,94	0,446
4	0,30	0,45	5,55	58,84	64,85	0,443
5	0,30	17,20	37,29	10,36	64,85	0,443

A fim de obter um quadro comparativo das reservas e suas classes conforme a aplicação dos vários métodos de cálculo, os resultados das Tabelas 59 e 60 foram representados graficamente na forma de diagramas de barras das Figuras 110 e 111.

Figura 110: Diagramas de barras para as classes de reservas geológicas de cobre.

Nestas figuras pode-se observar que os métodos IQD-proposto, da ponderação espacial e krigagem com variâncias de interpolação calculadas pelas equações (54), (30) e (33), respectivamente, produzem praticamente os mesmos resultados, tanto em termos de reservas como em suas classes. Os métodos IQD-original e krigagem com variâncias calculadas respectivamente pelas equações (32) e (27), produzem resultados bem diferentes dos outros citados.

Nesses casos, os diagramas de barras refletem que a maioria dos erros são pequenos; para o método IQD-original isto deve-se ao fato que o erro é determinado apenas no centro do bloco e, para as reservas calculadas pela krigagem com classificação conforme a variância de krigagem original, deve-se à independência dos erros assim determinados com relação aos valores dos dados. Portanto, nesses casos, a tendência é a produção de um quadro de reservas otimista em que a maioria sempre é classificada em termos de reservas medidas.

Figura 111: Diagramas de barras para as classes de reservas geológicas de ouro.

Isaacks & Srivastava (1989, pág. 518) reconhecem que o variograma é representativo da variabilidade global do depósito e, por isso, a variância de krigagem não tem significação local. Por outro lado, segundo aqueles autores, se se tiver a intenção que a variância tenha sentido local, para que possa ser utilizada na

medida de incerteza associada à estimativa, deve-se ter certeza que o modelo do variograma usado para calcular a variância seja verdadeiramente representativo do padrão local de continuidade espacial. Ora, se o variograma representativo depende fundamentalmente de um número mínimo de pontos (30 a 50 pares de pontos, conforme Journel & Huijbregts, 1978, pág. 194), como seria possível sua obtenção numa vizinhança reduzida? Uma solução simplista proposta por Isaacks & Srivastava (1989, pág. 518) assume um variograma cuja forma é a mesma em qualquer lugar, mas sua magnitude varia de uma área a outra. Esta suposição, ainda segundo aqueles autores, é baseada menos na realidade que na conveniência de usar um único modelo de variograma ajustando a variância (patamar) de acordo com a estimativa da variância local. O problema que reside é justamente a estimativa da variância local que, segundo Isaacks & Srivastava (1989, pág. 519), poderia ser derivada das estatísticas de vizinhanças móveis. Trata-se, portanto, de uma adaptação de uma metodologia com abordagem global para calcular variâncias locais. Nesse sentido, a proposta de cálculo da variância de interpolação é melhor, pois além de medir realmente a variância local usando diretamente as informações dos ponderadores, sejam eles da krigagem ordinária, ponderação espacial e IQD, não implica na modificação dos métodos, principalmente no que diz respeito aos métodos geoestatísticos de estimação.

Agora, comparando-se as duas figuras observa-se que a incerteza aumenta para as reservas de ouro, visto que elas estão praticamente classificadas em termos de reserva inferida.

Esta maior incerteza detectada para as reservas de ouro deve-se em parte à própria variabilidade natural deste metal na jazida, bem como, no caso em estudo, à densidade insuficiente de informações na porção SW da jazida, região onde foram detectados valores anômalos de ouro em relação ao restante. Mais uma vez, o uso da variância de krigagem (equação 27) não consegue reconhecer a maior variabilidade dos teores de ouro, pois enquanto por outros métodos as reservas indicada e inferida somam praticamente 100%, ela classifica 25% do total em reserva medida.

Ainda para ilustrar o problema da classificação de reservas baseada em medidas reais de incertezas, os blocos do nível 290 da jazida foram classificados segundo variâncias calculadas por três métodos diferentes: IQD-original usando a equação (32) e variâncias de krigagem segundo equações (27) e (33). As variâncias dos demais métodos não foram utilizadas, pois produzem resultados muito semelhantes àquela conforme a equação (33), como pode ser visto anteriormente nos diagramas de dispersão e histogramas apresentados. Os blocos do nível 290 da jazida, classificados segundo estes métodos, encontram-se nas Figuras 112, 113 e 114 para cobre e 115, 116 e 117 para ouro.

As Figuras 112 e 117 mostram claramente o problema do cálculo de teor e variância pelo método IQD-original num único ponto dentro do bloco, pois em toda a região nordeste da jazida, com alta densidade de informações e, geralmente, com furos centrados nos blocos, predominam blocos com reservas medidas.

Figura 112: Blocos do nível 290, com reservas de cobre classificadas pela variância do IQD-original.

Figura 113: Blocos do nível 290, com reservas de cobre classificadas pela variância de krigagem-equação (27).

Figura 114: Blocos do nível 290, com reservas de cobre classificadas pela variância de interpolação-equação (33).

Figura 115: Blocos do nível 290, com reservas de ouro classificadas pela variância do IQD-original.

Figura 116: Blocos do nível 290, com reservas de ouro classificadas pela variância de krigagem-equação (27).

Figura 117: Blocos do nível 290, com reservas de ouro classificadas pela variância de interpolação-equação (33).

As Figuras 113 e 116, apresentam os blocos classificados por variâncias de krigagem calculadas pela equação (27). Nestas figuras pode-se observar uma faixa central com orientação NE, em cujo núcleo tem-se blocos de reservas medidas tanto para cobre como para ouro, bordejadas por outros de reservas indicadas e, estes, por blocos de reservas inferidas.

As Figuras 114 e 117 representam as classes de reservas dos blocos do nível 290 para cobre e ouro, respectivamente, obtidas por meio da variância de interpolação (equação 33). Analisando estas figuras pode-se verificar que a maioria dos blocos com reservas anteriormente classificadas como medida e indicada passam agora para a classe de reserva inferida. Isto se deve à utilização de uma medida real de dispersão e de uma classificação inadequada, pois as classes não foram previstas para medidas reais e sim para medidas relativas de dispersão.

O problema de classificação de reservas deve ser agora resolvido à luz de uma classificação absoluta e não relativa de medidas de dispersão, pois dispõe-se de condições para obtenção de tais medidas. Em outras palavras, as classificações de reservas

atualmente existentes não levam em consideração a variabilidade natural do corpo de minério, pois, como no caso em estudo, os coeficientes de variação encontrados para cobre e ouro foram, respectivamente, 74% (Tabela 18) e 91% (Tabela 24). Estes valores indicam que, em média, a maioria dos blocos deverão ser classificados como reservas inferidas. Entretanto, a densidade de informações garante as reservas calculadas a um nível de confiança maior, porém com teores médios dos blocos apresentando variações que refletem a própria dispersão natural da mineralização. Assim, novas classificações de reservas devem ser elaboradas tendo em vista a taxa de variabilidade natural do corpo de minério e densidade de informações. Este assunto não será tratado neste trabalho, pois não estava dentro dos objetivos propostos, porém sugere-se para uma pesquisa futura.

Portanto, as classes de reservas obtidas pelos métodos que permitem calcular medidas reais de dispersão significam tão somente classes de reservas segundo a variabilidade. Se, por um lado, como foi mostrado anteriormente, estas classes não servem como medida de confiabilidade, por outro prestam-se ao planejamento da lavra, pois o conhecimento da variabilidade dos teores permitirá a seleção de blocos para o desmonte e mistura de minério para o seu tratamento.

8.3.1 Curvas teor X tonelagem

As reservas geológicas de cobre e ouro podem também ser expressas na forma de curvas teor X tonelagem, que são particularmente úteis, pois permitem a leitura direta da reserva ou do teor médio para a mesma a um certo nível de teor de corte.

Estas curvas foram também construídas como meio de comparação dos métodos computacionais em estudo. Nesse sentido, podem fornecer um quadro mais preciso da eficiência dos métodos, pois o bloco será selecionado em função do seu teor estimado em relação ao teor de corte. Se aquele estiver abaixo deste, significa que o bloco não será computado como reserva.

As curvas teor X tonelagem obtidas para as reservas geológicas de cobre e ouro da Jazida de Chapada, encontram-se representadas nas Figuras 118 e 119, respectivamente.

Figura 118: Curvas teor X tonelagem para as reservas geológicas de cobre.

Nestas figuras pode-se observar claramente que os resultados do método IQD-original (interpolação do teor em um único ponto no centro do bloco) destacam-se dos demais métodos, com tendência a superestimação de reservas e teores médios, a qualquer nível de teor de corte simulado.

Por outro lado, os métodos IQD-proposto, da ponderação espacial e krigagem ordinária produzem resultados muito próximos entre si, pois todos esses fazem avaliações de blocos por meio da discretização em sub-blocos, o que leva a resultados mais confiáveis e coerentes com a realidade. Levando em consideração

que os resultados destes últimos são mais confiáveis à medida que um número maior de pontos dentro do bloco foi estimado, chega-se a conclusão importante que o método IQD-original, extensivamente utilizado no cálculo de reservas, tende a superestimar reservas e teores médios. Essa tendência será quão maior quanto menor for o suporte na ordem que segue: sub-blocos → centro do bloco → amostra composta → amostra original. Em outras palavras, o erro de extensão aumenta com a diminuição do suporte, explicada pela relação volume-variância mantida constante.

Figura 119: Curvas teor X tonelagem para as reservas geológicas de ouro.

Para determinar a eficiência relativa entre os métodos computacionais empregados e indicar a reserva mais confiável para o conjunto de dados procede-se aos estudos de validações cruzadas como se apresenta no item seguinte.

8.4 Comparação entre os métodos computacionais

Como as informações de lavra (furos de desmonte, produção, etc.) não estão disponíveis, os resultados de avaliações de reservas não poderiam ser confrontados com dados reais que indicariam diretamente o melhor método. Entretanto, é necessário que se saiba antes da decisão de lavrar a jazida, o melhor método de avaliação de reservas, cujo resultado será então utilizado para os estudos de viabilidade técnica e econômica da jazida. Nesse sentido, pode-se utilizar do arquivo de dados compostos (o mesmo utilizado na avaliação de reservas) para realização da comparação entre os métodos considerados para a avaliação de reservas, cujo resultado deverá indiretamente apontar o melhor método para o caso em estudo. Esta comparação, utilizada por Yamamoto (1989) e denominada validação cruzada por Isaacks & Srivastava (1989), baseia-se na interpolação do teor sobre um ponto de dado conhecido, ignorando-se o seu valor. Assim, tem-se para cada ponto de dado o teor verdadeiro e o teor interpolado, os quais podem então ser confrontados para a indicação do melhor método, ou seja, aquele que produza a menor dispersão em relação aos pontos originais.

Obviamente, estes resultados dependerão da densidade de amostragem, bem como das características intrínsecas do depósito: distribuição espacial e padrão de variabilidade dos teores. Assim, é perfeitamente possível que o melhor método para um tipo de depósito não corresponda necessariamente em outro tipo de depósito, o que poderia implicar, inclusive, na inexistência de um método universal.

Deve-se ressaltar que a interpolação agora é pontual, pois tem-se disponível apenas as informações de pesquisa (amostras compostas ao longo dos furos de sondagem). As interpolações foram feitas utilizando-se dos métodos IQD, ponderação espacial e

krigagem ordinária, mantendo-se exatamente as mesmas condições de número de amostras de furos vizinhos, número mínimo de amostras e condições de pesquisa dos mesmos, impostas para avaliação de reservas por meio de blocos de lavra. Dessa forma, os resultados obtidos dessa validação cruzada poderão apontar o melhor método de interpolação para o caso em estudo.

Os resultados obtidos foram lançados em diagramas de dispersão (Figuras 120 a 122, para os teores de cobre e nas Figuras 123 a 125, para os teores de ouro) dos valores verdadeiros em função dos valores interpolados, calculando-se para cada caso a reta dos mínimos quadrados e o coeficiente de correlação.

Os parâmetros das retas dos mínimos quadrados e os coeficientes de correlação calculados para estes diagramas, encontram-se reproduzidos na Tabela 61.

Figura 120: Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de cobre e interpolados pelo método IQD.

Figura 121: Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de cobre e interpolados pela Ponderação espacial.

Figura 122: Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de cobre e interpolados pela Krigagem ordinária.

Figura 123: Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de ouro e interpolados pelo método IQD.

Figura 124: Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de ouro e interpolados pela Ponderação espacial.

Figura 125: Diagrama de dispersão entre os teores verdadeiros de ouro e interpolados pela Krigagem ordinária.

Tabela 61: Parâmetros das retas dos mínimos quadrados (a e b), coeficientes de correlação (cc) e número de pontos (np) lançados nos diagramas para um total de 1596 pontos.

VARIÁVEL	MÉTODO	a	b	cc	np
cobre	IQD	3.146E-02	8.620E-01	0.739	1527
cobre	Ponderação espacial	3.041E-02	8.691E-01	0.743	1525
cobre	Krigagem ordinária	1.969E-02	9.115E-01	0.760	1528
ouro	IQD	2.203E-02	8.713E-01	0.764	1517
ouro	Ponderação espacial	2.261E-02	8.699E-01	0.767	1517
ouro	Krigagem ordinária	1.307E-02	9.154E-01	0.774	1517

Observando-se o conjunto dos diagramas de dispersão, verifica-se que estes apresentam-se muito semelhantes entre si. Entretanto, os coeficientes de correlação obtidos revelam as diferenças existentes entre os métodos. Os coeficientes aumentam na ordem dos métodos: IQD → Ponderação espacial → Krigagem ordinária. Deve-se ressaltar que quanto maior for o coeficiente de correlação linear, mais próximo da reta ideal estarão os pontos.

Ainda com o objetivo de determinar possíveis diferenças entre os métodos, foram calculados os erros padrão e RMS, que

medem a dispersão dos pontos. Estes parâmetros foram utilizados por Yamamoto (1989) para comparação de métodos de interpolação por meio de validações cruzadas. O erro padrão é calculado como:

$$\epsilon_P = \left[\sum_{i=1}^n (T_{i_i} - T_{v_i})^2 / n \right]^{1/2}, \quad (61)$$

e o erro RMS como:

$$\epsilon_{RMS} = \left[\sum_{i=1}^n [(T_{i_i} - T_{v_i}) / T_{v_i}]^2 \right]^{1/2} \cdot 100/n \quad (62)$$

onde: T_{i_i} é o teor interpolado no i -ésimo ponto; e
 T_{v_i} é o teor verdadeiro do i -ésimo ponto.

As medidas de dispersão assim calculadas encontram-se na Tabela 62.

Tabela 62: Erros padrão e RMS calculados para as validações cruzadas.

VARIÁVEL	MÉTODO	ϵ_P	ϵ_{RMS}
cobre	IQD	0,131	2,34
cobre	Ponderação espacial	0,130	2,30
cobre	Krigagem ordinária	0,126	2,21
ouro	IQD	0,116	3,93
ouro	Ponderação espacial	0,116	3,89
ouro	Krigagem ordinária	0,113	3,82

Analisando-se os dados da Tabela 62, confirma-se a diminuição da dispersão do IQD para a Ponderação espacial e desta para a Krigagem ordinária. Isto significa que a krigagem ordinária ajustou-se melhor ao conjunto de dados que os outros dois métodos. Por outro lado, o ganho de precisão deve-se a refinamentos dos métodos: o IQD não reconhece agrupamentos de pontos; a Ponderação espacial tem esta característica, porém não considera anisotropias; e a Krigagem ordinária reconhece agrupamentos de pontos e considera anisotropias em seus cálculos.

As pequenas diferenças anotadas em favor da krigagem ordinária são importantes no dia a dia da operação da mina durante

a sua vida útil, pois as diferenças nos teores, principalmente em depósitos de baixo teor, poderão levar a decisões erradas enviando blocos de minério para a pilha de rejeitos ou blocos de rejeito para a usina de tratamento. Cabe lembrar que, para todos os métodos e para as duas variáveis em estudo, as retas de regressão dos mínimos quadrados desviam-se da reta ideal indicando que os métodos utilizados produzem resultados condicionalmente envezados, superestimando teores baixos e subestimando teores altos. Os limites entre os teores baixos e altos são: 0,25% para cobre e 0,20 ppm para ouro. Cabe lembrar que o envezamento depende da variabilidade natural dos dados, que é relativamente alta para o caso em estudo e, portanto, impossível superá-lo mesmo com aplicação de métodos refinados como a krigagem.

Assim, pelos resultados obtidos pode-se indicar que as reservas determinadas pela krigagem ordinária são mais confiáveis dentro da qualidade e quantidade de informações. Esta conclusão não pode ser generalizada, sendo válida somente para o caso em estudo, pois em outro caso, se não for possível a obtenção de variogramas representativos, deve-se utilizar a ponderação espacial que revelou-se superior ao IQD, uma vez que aquele reconhece agrupamentos de pontos, ponderando-os adequadamente.

Quanto à variância de interpolação recomenda-se aquela calculada segundo a equação (33), pois trata-se de uma medida real de dispersão, enquanto a variância de krigagem é somente uma medida de configuração espacial dos dados. Para confirmar esta hipótese, apresenta-se, a título de ilustração, os diagramas de dispersão das Figuras 126 e 127 nos quais foram lançadas, respectivamente, as variâncias de interpolação calculadas conforme a equação (33) e as variâncias de krigagem de acordo com a equação (27) em função dos teores de ouro interpolados pela krigagem ordinária.

Figura 126: Diagrama de dispersão entre a var. de interpolação (equação-33) e teores de ouro calculados pela krigagem ordinária.

Figura 127: Diagrama de dispersão entre a variância de krigagem (equação 27) e os teores de ouro calculados pela KO.

Nestas figuras confirma-se a variância de interpolação como medida real de dispersão para a krigagem ordinária, pois enquanto esta apresenta-se com uma correlação linear positiva com os teores (Figura 126), aquela calculada pela equação (27) apresenta-se com uma correlação linear, embora negativa, muito próxima de zero (Figura 127), indicando independência em relação aos valores dos dados, mostrando inclusive que a maioria dos pontos foi interpolado com o mesmo arranjo espacial de amostras de furos vizinhos.

9 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta os resultados de um estudo comparativo de métodos computacionais para avaliação de reservas aplicado aos dados de cobre e ouro da Jazida de Cobre de Chapada, cujas conclusões são expostas a seguir.

O inventário e análise dos dados é uma fase importante que deve ser conduzida com cuidado, pois é nesta fase que se prepara os dados que serão utilizados no cálculo de reservas por qualquer método. Mostrou-se no trabalho a importância do conhecimento das distribuições estatísticas dos dados e a utilização das estatísticas descritivas no controle de processamentos, principalmente com relação a composição de amostras de furos de sondagem para a altura das bancadas quando, como no caso em estudo, a lavra será a céu aberto pelo método tradicional de bancadas. Ressalta-se, também, o cuidado que deve ser tomado na obtenção de variogramas representativos, controlando-se sempre que possível os variogramas parciais por meio de mapas de contorno de isovalores da variável em análise.

A revisão dos métodos computacionais para avaliação de reservas e as alterações propostas resultaram em praticamente dois outros métodos para avaliação de reservas por meio de blocos de lavra: IQD e Ponderação espacial. Estes métodos, juntamente com a krigagem ordinária, são métodos adequados para o cálculo de reservas, pois permitem estimar o teor em blocos, bem como a variância de interpolação associada. O desenvolvimento apresentado no item 5.3 para avaliação de blocos por meio de sua discretização em sub-blocos, suporta o cálculo da variância de interpolação para os vários métodos. Além disso, no item 7 confirma-se que tanto o IQD como a Ponderação espacial podem ser otimizados, como é a krigagem ordinária, pelo cálculo de ponderadores ou vetores médios.

Quanto ao cálculo da variância de interpolação conforme a proposta apresentada para os métodos IQD, ponderação espacial e krigagem ordinária, mostrou-se eficiente, pois serve para medir a dispersão real dos dados, bem como sua localização no espaço. Nesse sentido, considera-se a composição de variâncias dos sub-blocos para o domínio do bloco uma contribuição deste

trabalho, pois viabiliza a composição de variâncias de blocos para todo o depósito, cujo problema tem causado polémica na sua solução. Entretanto, a confirmação da possibilidade de cálculo da variância do depósito pela composição de variâncias dos blocos de lavra só pode ser obtida em jazidas em exploração, quando os teores estimados podem ser confrontados com os teores reais, obtendo-se a variância para um grande número de blocos e, portanto, indicativa da variância do depósito.

A variância de interpolação como medida real de dispersão não pode ser utilizada para classificação de reservas, pois as classificações existentes elaboradas para medidas relativas de dispersão mostraram-se inadequadas. Verificou-se também que as classificações de reservas baseadas em medidas de dispersão devem levar em consideração a variabilidade natural do depósito. Assim, sugere-se como tema de pesquisa futura, a elaboração de classificações de reservas utilizando medidas reais de dispersão e coeficientes de variação do depósito estudado.

Os resultados da comparação entre os métodos computacionais empregados por meio de validações cruzadas revelaram que, para o caso em estudo, a krigagem ordinária apresentou-se superior aos demais métodos empregados, não em termos de reservas globais, pois as diferenças são insignificantes, mas, sim, em termos de proporcionar decisões corretas na lavra, principalmente em depósitos de baixo teor, cujos blocos podem apresentar teores muito próximos do teor de corte. Esta conclusão não pode ser generalizada, pois a utilização da krigagem ordinária depende da obtenção de variogramas representativos, que nem sempre é possível uma vez que depende fundamentalmente da disposição dos furos de pesquisa. Assim, quando a krigagem ordinária não pode ser aplicada, pode-se utilizar a ponderação espacial que produz resultados consistentes, como pôde ser verificado nesta pesquisa.

As reservas geológicas de cobre, podem ser interpretadas como próximas da realidade, levando em consideração o caráter da mineralização e a densidade de informações. Por outro lado, as reservas geológicas de ouro devem ser interpretadas com cuidado, pois a densidade de informações foi insuficiente na porção SW (zona rica) da jazida e as análises inadequadas das amostras desses furos (várias amostras compostas para uma única análise).

A validação cruzada e medidas de dispersão mostraram-se eficientes na comparação de métodos de interpolação e indicação do melhor deles para o conjunto de dados em estudo. Sempre que possível, a avaliação de reservas deve ser feita pela aplicação de vários métodos, utilizando o melhor resultado indicado pela validação cruzada.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BAAFI, E.Y.; KIM, Y.C.; SZIDAROVSKY, F. 1986. On nonnegative weights of linear kriging estimation. Min. Eng., 38(6):437-442.
- BARNES, M.P. 1980. Computer assisted mineral appraisal and feasibility. New York, Soc. Min. Eng. 167p.
- BROOKER, P.I. 1979. Kriging. Eng. & Min. J., 180(9):148-153.
- CLARK, I. 1979. The semivariogram-part 1. Eng. & Min. J., 180(7):90-94.
- DACHS, J.N.W. 1978. Análise de dados e regressão. São Paulo. 125p. (Apostila do Minicurso ministrado no SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 3, SÃO PAULO, 1978).
- DELFINER, P. & DELHOMME, J.P. 1975. Optimum interpolation by kriging. In: DAVIS, J.C. & McCULLAGH, M.J. (ed) Display and analysis of spatial data. New York, John Wiley. 378p.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DA PRODUÇÃO MINERAL. 1987. Código de mineração e legislação correlativa. Brasília, DNPM. 333p.
- DIEHL, P. & DAVID, M. 1982. Classification of ore reserves/resources based on geostatistical methods. CIM Bull., 75(838):127-136.
- EDDY, W.F. 1977. A new convex hull algorithm for planar sets. ACM Trans. Math. Soft., 3(4):398-403.
- FINNEY, D.J. 1941. On the distribution of a variate whose logarithm is normally distributed. J. Royal Stat. Soc., Supp. 7(2):155-161.
- FROIDEVAUX, R. 1982. Geostatistics and ore reserve classification. CIM Bull., 75(843):77-83.
- GROSSI SAD, J.H. 1986. Fundamentos sobre a variabilidade dos depósitos minerais. Rio de Janeiro, DNPM/CPRM-GEOSOL. 141p.
- HALL, J.K. 1975. PTLOC-A FORTRAN subroutine for determining the position of a point relative to a closed boundary. Math. Geol., 7(1):75-79.
- HANCOCK, M.C. GOODAY, P.E.; BRECH, G.R. 1987. Ore reserve systems-principles and practice. In: RESOURCES AND RESERVES SYMPOSIUM, Sydney, 1987. Proceedings...Sydney, THE AUSTRALASIAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY. p.137-147.
- HANDLEY, G.A.; LEWIS, R.W.; WILSON, I. 1987. The collection and management of ore reserve estimation data. In: RESOURCES AND RESERVES SYMPOSIUM, Sydney, 1987. Proceedings...Sydney, THE AUSTRALASIAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY. p.27-30

- HARBAUGH, J.H. 1964. A computer method for four variable trend analysis illustrated by a study of oil gravity variations in southeastern Kansas. Kansas, Kansas State Geological Survey. 58p. (Bull. 171).
- HARBAUGH, J.W.; DOVETON, J.H.; DAVIS, J.C. 1977. Probability methods in oil exploration. New York, John Wiley. 269p.
- HARDY, R.L. 1971. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. J. Geophys. Res., 76(8):1905-1915.
- HARDY, R.L. 1985. Comunicação pessoal recebida pelo autor por ocasião da sua Dissertação de Mestrado (1986).
- HUIJBREGTS, C.J. 1975. Regionalized variables and quantitative analysis of spatial data. In: DAVIS, J.C. & McCULLAGH, M.J. (eds) Display and analysis of spatial data.
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO EST. DE SÃO PAULO. 1980a. Estudo preliminar do comportamento estrutural do corpo mineralizado da jazida de Chapada e correlação da mineralização com os tipos petrográficos. São Paulo, 6p+Figs. (IPT. Relatório 14.063).
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO EST. DE SÃO PAULO. 1980b. Estruturas da área mineralizada de Chapada, GO. São Paulo, 7p. (IPT. Relatório 14.181).
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO EST. DE SÃO PAULO. 1981a. Observações estruturais na área mineralizada de Chapada. São Paulo, 4p. (IPT. Relatório 15.473).
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO EST. DE SÃO PAULO. 1981b. Cálculo de reservas mineráveis de cobre e ouro da jazida de Chapada, com dados de 156 sondagens. São Paulo, 15p. (IPT. Relatório 15.985).
- ISAACKS, E.H. & SRIVASTAVA, R.M. 1989. An introduction to applied geostatistics. New York, Oxford University Press. 561p.
- JOURNEL, A.G. & HUIJBREGTS, C.J. 1978. Mining Geostatistics. London, Academic Press. 600p.
- JOURNEL, A.G. 1986. Geoestatistics: models and tools for earth sciences. *Apud* PHILIP, G.M. & WATSON, F. 1987. How ore deposits can be overestimated through computational methods.
- JOURNEL, A. 1990. Comunicação pessoal enviada ao Prof. Young C. Kim sobre a alternativa ao cálculo da variância de krigagem, conforme proposta deste trabalho.
- KIM, Y.C. 1988. GEOBASE program documentation. Tucson, 22p.
- KIM, Y.C. 1990. Introductory geostatistics and mine planning. Tucson, 139p.

- KNUDSEN, H.P.; KIM, Y.C.; MUELLER, E. 1978. Comparative study of the geostatistical ore reserve estimation method over the conventional methods. Min. Eng., 30(1):54-58.
- KOCH Jr, G.S. & LINK, R.F. 1971. Statistical analysis of geological data. New York, Dover Publ. Vol. 1, 375p.
- KUYUMJIAN, R.M. 1990. As zonas de alteração associadas ao depósito de cobre-ouro de Chapada, Goiás, Brasil. In: CONGR. BRAS. GEOL., 36, Natal, 1990, Anais...Natal, SBG. v.3, p.1172-1178.
- LINK, R.F.; KOCH Jr, G.S.; SCHUENEMEYER, J.H. 1971. Statistical analysis of gold assay and other trace-element data. Washington, Bureau of Mines. 127p. (R.I. 7495).
- MACHADO, I. 1989. Recursos minerais-Política e sociedade. São Paulo, Edgard Blücher. 410p.
- MATHERON, G. 1971. The theory of regionalized variables and its applications. Fontainebleau, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. 211p. (Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, 5).
- ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS. Problems of availability and supply of natural resources-medium-term and long-term projections of reserves-estimates of reserves and resources. *Apud* Valente, J. 1980. Avaliação geoestatística com parametrização da jazida fosfática de Anitápolis.
- PIMENTEL, M.M.; FUCK, R.A.; CORDANI, U.G.; KAWASHITA, K. 1985. Geocronologia de rochas graníticas e gnáissicas da região de Arenópolis-Piranhas, Goiás. *Apud* SILVA, J.A. & SÁ, J.A.G. 1988. Jazida de Cobre de Chapada, Mara Rosa, Goiás.
- PHILIP, G.M. & WATSON, F. 1987. How ore deposits can be overestimated through computational methods. In: RESOURCES AND RESERVES SYMPOSIUM, Sydney, 1987. Proceedings...Sydney, THE AUSTRALASIAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY. p. 49-58.
- POPOFF, C.C. 1966. Computing reserves of mineral deposits: principles and conventional methods. Washington, Bureau of Mines. 113p. (I.C. 8283).
- REMACRE, A.Z. 1991. Comunicação verbal.
- RICHARDSON, S.V.; KESLER, S.E.; ESSENE, E.J. 1986. Origin and geochemistry of the Chapada Cu-Au Deposit, Goiás, Brasil: A metamorphosed wall-rock porphyry copper deposit. Econ. Geol., 81:1884-1898.
- ROYLE, A.G. How to use geostatistics for ore reserve classification. World Min., p.52-55.
- SILVA, J.A. 1979. Relatório final de pesquisa. São Paulo, Mineração Serras do Leste-MINERALESTE. 8 vols.

- SILVA, J.A. 1981. Relatório complementar para atualização de aspectos técnicos. Mineração Serras do Leste-MINERALESTE. 9 vols.
- SILVA, J.A. & SÁ, J.A.G. 1988. Jazida de cobre de Chapada, Mara Rosa, Goiás. In: Schobbenhaus, C. & Coelho, C.E.S. (coord. ger.). Principais depósitos minerais do Brasil. Brasília, DNPM. Vol.III, p.55-60.
- VALENTE, J. 1980. Avaliação geoestatística com parametrização da jazida fosfática de Anitápolis. In: CONGR. BRAS. GEOL., 31, Camboriú, 1980. Anais...Camboriú, SBG. v.2, p.1243-1257.
- VALENTE, J. & MIOLA, W. 1988. Composição de variâncias de krigagem. In: SEM. NACIONAL: "O COMPUTADOR E SUA APLICAÇÃO NO SETOR MINERAL: PESQUISA, LAVRA E BENEFICIAMENTO MINERAIS", 3, São Lourenço, 1988. Atas...São Lourenço, IBRAM. p.232-241.
- WEAVER, R.C. 1964. Relative merits of interpolation and approximating functions in the grade prediction problem. *Apud* PHILIP, G.M. & WATSON, F. 1987. How ore deposits can be overestimated through computational methods.
- WELLMER, F.W. 1983. Classification of ore reserves by geostatistical methods. ERZMETALL, 36(7/8):315-321.
- YAMAMOTO, J.K. 1986. Representações gráficas espaciais em geologia: aplicações no Complexo Alcalino de Anitápolis. São Paulo. 167p. (Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências da USP).
- YAMAMOTO, J.K. 1987. Método alternativo para dimensionar jazidas. Brasil Mineral, 47:46-51.
- YAMAMOTO, J.K. 1989. Novo método para modelagem de jazidas e avaliação de reservas. Brasil Mineral, 68:52-56.
- ZWARTENDYK, J. 1972. What is "mineral endowment" and how should we measure it? *Apud* MACHADO, I. 1989. Recursos minerais-política e sociedade.