

N.T. 87

JOSÉ FERNANDO PEREZ

A CONTRIBUIÇÃO DOS ESTADOS ANTIANÁLOGOS
ÀS RESSONÂNCIAS ANÁLOGAS NAS REAÇÕES d (Pb^{207} , Pb^{208}) p

SBI-IFUSP



305M810T3018



Tese apresentada ao Departamento de Física da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

SÃO PAULO - 1969



Agradecimentos

-
- Ao Prof. A.F.R.de Toledo Piza pela paciente e constante orientação na elaboração d^este trabalho, e pelo estímulo e atenção com que me acompanhou.
- A meus pais, responsáveis primeiros pela minha formação.
- Aos colegas de pós-graduação e em especial a Alfredo P. N. Galeão, Emerson José dos Passos, Francisco A. B. Coutinho , pelo incentivo e pelas úteis discussões.
- Êste trabalho foi financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa (1968) e pelo Banco Nacional do Desenvolvimento Econôomico (1969) cujo auxílio agradecemos.

à Maria Cecília

INTRODUÇÃO

A evolução do conhecimento sobre a estrutura do núcleo está intimamente ligada à hipótese da independência de carga das forças nucleares. Esta hipótese fundamenta-se na idéia de Heisenberg (1), de que o próton e o nêutron não são senão dois estados de carga de uma mesma partícula, o nucleon, devendo portanto essas partículas se comportarem de maneira idêntica em processos em que estejam ausentes fenômenos de natureza eletromagnética. O formalismo de spin isotópico permite descrever essa independência em termos de uma simetria: a invariância da hamiltoniana por rotações no espaço de spin isotópico, sendo a parte eletromagnética da hamiltoniana responsável pela quebra dessa simetria.

Tratando de núcleos leves, é portanto de se esperar que a violação dessa simetria seja pequena, o que justifica a estabilidade de núcleos com $A = 2Z$ ($Z = N$) nessa região e modelos tais como a teoria do supermultiplete de Wigner (esta teoria supõe ainda a independência de spin das forças nucleares, isto é, o grupo de simetria é $SU_2 \times SU_2$) (2). De fato Mc Donald (3) calculou o efeito da distorção coulombiana para núcleos leves, obtendo resultados que mais tarde se mostraram compatíveis com os pequenos valores experimentais encontrados por Wilkinson (4).

Fato surpreendente deu-se porém com a descoberta de que os efeitos de simetria isotópica desempenham papel importante também na estrutura de núcleos médios e pesados. Pois os estudos de Anderson e Wong (5) em reações p-n (alvos médios e pesados) demonstraram uma correspondência entre estados do alvo e do núcleo residual, isto é, se $|0\rangle$ descreve o núcleo alvo, então o estado do residual deve ser descrito por $T_- |0\rangle$, (onde T_- é o operador que transforma um nêutron em um próton sem alterar a dependência de espaço e spin do vetor de estado) para aquelas reações observadas. Por fim, Lane e Soper (6) verificaram a importância da simetria isotópica também para núcleos médios e pesados demonstrando: a) o baixo grau de mistura de isospin para estados pouco excitados desses núcleos e b) a importância das interações envolvendo troca de carga para a estrutura desses núcleos.

As primeiras ressonâncias análogas foram observadas por Fox Moore e Pobson (7) em reações com prótons incidentes em Y^{89} . Notemos que as ressonâncias foram observadas para nêutrons emergentes (p,n), isto é, em processos que são isospin proibidos, portanto participam também do processo ressonante outros graus de liberdade do núcleo composto.

Nosso trabalho se refere às ressonâncias análogas observadas por E. Harburger (8) em reações de "stripping" (d, n) tendo como alvo Pb^{207} , isto é, ressonâncias em energias correspondentes a estados do Pi^{209} análogo.

logos a estados de partícula independente do Pb^{209} . Sendo T_0 o isospin do estado fundamental do Pb^{208} , o estado análogo terá isospin $T_0 + 1/2$ e o estado inicial (d + alvo) tem isospin $T_0 - 1/2$, portanto o processo viola isospin, devendo portanto estados de núcleo composto mais complicados contribuir para a amplitude. Toledo Piza (9) calculou o termo em que o estado análogo é atingido "via" Pb^{208} . Partindo da idéia de que as configurações mais simples são as que devem dar a maior contribuição é natural que além do mecanismo mencionado, calculemos também a contribuição devida ao mecanismo em que o estado análogo é atingido "via" estados antianálogos. Por estados antianálogos entendemos aqueles estados, definidos por Lane e Soper(6), tendo as mesmas configurações e acoplamento de spin do estado análogo, porém com isospin $T_0 - 1/2$ (podemos também dizer que nos estados antianálogos está a parte da componente de próton independente que não aparece no estado análogo). Calculamos portanto a contribuição dos estados antianálogos à amplitude de transição análogamente ressonante.

Neste cálculo foi utilizado o formalismo de Feshbach(10) para reações nucleares, convenientemente transcrito para a aplicação em ressonâncias análogas. Este formalismo é especialmente atraente por permitir a explicitação dos mecanismos envolvidos, bem como pela facilidade de incorporação de correções eventualmente julgadas importantes, como é o nosso caso.

Na seção I apresentamos a dedução da amplitude da transição e isolamos a correção cujo cálculo é objeto de nosso estudo.

Na seção II construímos os estados análogos e antianálogos explicitamente, verificando quais destes últimos contribuem para a amplitude.

Na seção III obtemos uma expressão compacta para a correção procurada.

Na seção IV, finalmente, apresentamos nossos resultados e conclusões sobre a importância do mecanismo calculado quando comparados aos resultados obtidos por T.Piza.

I. AMPLITUDE DE TRANSIÇÃO DE "STRIPPING". (D,P)

Deduzimos aqui a amplitude de transição (d,p) explicitando a ressonância análoga. O tratamento apresentado segue de perto aquêles das referências (11) e (12).

Seja H a hamiltoniana do sistema de A + 2 partículas (alvo + + proton + neutron) e ψ a sua função de onda:

$$H | \psi \rangle = E | \psi \rangle \quad (1.1)$$

Introduzamos os operadores P, A e q que projetam a função de onda respectivamente nos canais abertos, no estado análogo e nos demais modos de núcleo composto. Sendo operadores de projeção em subespaços ortogonais, satisfazem

$$P^2 = P : A^2 = A : q^2 = q$$

$$Pq = PA = Aq = 0$$

$$P + q + A = 1$$

Dessa maneira a equação (1.1) se transforma no sistema de equações acopladas

$$(E - H_{PP}) P | \psi \rangle = H_{PA} A | \psi \rangle + H_{Pq} q | \psi \rangle \quad (1.2a)$$

$$(E - H_{AA}) A | \psi \rangle = H_{AP} P | \psi \rangle + H_{Aq} q | \psi \rangle \quad (1.2b)$$

$$(E - H_{qq}) q | \psi \rangle = H_{qA} A | \psi \rangle + H_{qP} P | \psi \rangle \quad (1.2c)$$

onde

$$H_{PA} = PHA, H_{Pq} = PHq, \text{ etc.}$$

Podemos, formalmente eliminar q | ψ > do sistema (1.2), obtendo

$$(E - \bar{H}_{PP}) P | \psi \rangle = \bar{H}_{PA} A | \psi \rangle \quad (1.3a)$$

$$(E - \bar{H}_{AA}) A | \psi \rangle = \bar{H}_{AP} P | \psi \rangle \quad (1.3b)$$

onde

$$\bar{H} = H + H \frac{q}{E - H_{qq}} H \quad (1.4)$$

O sistema (1.3) pode ser transformado em uma equação integral para P | ψ >:

$$(E - \bar{H}_{PP}) P | \psi \rangle = \bar{H}_{PA} \frac{1}{E - \bar{H}_{AA}} H_{AP} | \psi \rangle \quad (1.5)$$

cuja solução é:

$$P | \psi \rangle = | \psi^{(+)} \rangle + \frac{1}{E - \bar{H}_{PP}} \bar{H}_{PA} \frac{1}{E - \bar{H}_{AA} - \bar{H}_{AA} \frac{1}{E^{(+)} - \bar{H}_{PP}} \bar{H}_{PA}} \bar{H}_{AP} | \psi^{+} \rangle \quad (1.6)$$

$$(E - \bar{H}_{PP}) | \psi^+ \rangle = 0 \quad (1.7)$$

os índices \pm referindo-se às condições de contorno de maneira usual.

A amplitude de espalhamento será dada por

$$T = T^{\text{direto}} + \frac{\langle \psi^- | \bar{H}_{PA}(E) | A \rangle \langle A | \bar{H}_{AP}(E) | \psi^+ \rangle}{\langle A | E - \bar{H}_{AA} - \bar{H}_{AP}(E^+ - \bar{H}_{PP})^{-1} \bar{H}_{PA} | A \rangle} \quad (1.8)$$

Notemos que $T = T(E)$ é uma função fortemente dependente da energia devido ao grande número de estados de núcleo composto, por isso substituímos E por $E + iI$ o que equivale a tomar sobre T uma média lorentziana.

O denominador de 1.8 é um número que pode ser fenomenológicamente escrito

$$\langle A | E - \bar{H}_{AA} - \bar{H}_{AP}(E^+ - \bar{H}_{PP})^{-1} \bar{H}_{PA} | A \rangle = E - \epsilon_A + \Delta_A + \frac{i}{2} \Gamma_A \quad (1.9)$$

onde ϵ_A é a energia do estado análogo, Γ_A é a sua largura total e Δ_A é o "shift" da ressonância devido ao acoplamento do estado análogo aos modos de núcleo composto e ao contínuo. Chamando

$$E_A = \epsilon_A + \Delta_A \quad (1.10)$$

a energia de ressonância temos

$$T = T^{\text{direto}} + \frac{\langle \psi^- | \bar{H}_{PA} | A \rangle \langle A | \bar{H}_{AP} | \psi^+ \rangle}{E - E_A + \frac{i}{2} \Gamma_A} \quad (1.11)$$

Para obter a amplitude de "stripping" (d,p), introduzimos ainda os operadores P_1 e P_2 que projetam respectivamente nos canais de deuteron e proton: $P = P_1 + P_2$, $P_1 P_2 = 0$ (ignoramos aqui a presença do "break-up" para evitar problemas com teorias de 3 corpos).

A equação (1.7) se transforma então com a introdução desses operadores e das condições de contorno (onda incidente apenas no canal de deuteron) no sistema

$$(E - \bar{H}_{11} - \bar{H}_{12} \frac{1}{E^+ - \bar{H}_{22}} \bar{H}_{21}) P_1 | \psi^+ \rangle = 0 \quad (1.12a)$$

$$(E - \bar{H}_{22}) P_2 | \psi^+ \rangle = \bar{H}_{21} P_1 | \psi^+ \rangle \quad (1.12b)$$

Notemos que $P_1 | \psi^+ \rangle$ descreve o espalhamento elástico médio do deuteron, é portanto lícito, dentro de um ponto de vista fenomenológico identificá-lo com a função de deuteron num potencial ótico, o que equivale

a fazer a substituição.

$$(\bar{H}_{11} - H_{12} \frac{1}{E^+ - H_{22}} H_{21}) \dots H_{OP} \text{ (deuteron)} \quad (1.13)$$

onde H_{OP} (d) é a hamiltoniana ótica do deuteron. Notando que $P_2 | \psi^{(+)} \rangle$ só tem ondas emergentes

$$P | \psi^+ \rangle = P_1 | \psi^+ \rangle + \frac{1}{E^+ - H_{22}} H_{21} P_1 | \psi^+ \rangle \quad (1.14)$$

onde $P_1 | \psi^{(+)} \rangle$ é a solução de (1.13) cujo comportamento assintótico é de ondas emergentes de deuteron.

Analogamente

$$P | \psi^- \rangle = P_2 | \psi^- \rangle + \frac{1}{E^- - H_{11}} H_{12} P_2 | \psi^- \rangle \quad (1.15)$$

sendo $P_2 | \psi^{(-)} \rangle$ a solução de

$$(E - H_{CP} \text{ (proton)}) P_2 | \psi^- \rangle = 0 \quad (1.16)$$

A amplitude de transição ressonante se escreve então, a partir de (1.11), (1.14) e (1.15)

$$T_{1-2} = \frac{\langle \psi_P^- | H_{2A} + H_{21} \frac{1}{E^+ - H_{11}} H_{1A} | A \rangle \langle A | H_{A1} + H_{A2} \frac{1}{E^+ - H_{22}} H_{21} | \psi_d^+ \rangle}{E - E_A + \frac{i}{2} \Gamma_A} \quad (1.17)$$

O elemento de matriz que descreve o escape do próton não apresenta aqui maior interesse e Kerman(16) mostra que a contribuição relevante vem do termo $\langle \psi_P^{(-)} | V_C | A \rangle$ onde V_C é o potencial coulombiano.

Sendo o spin isotópico do deuteron $T_d = 0$ e o do alvo (Pb^{207}) $T_{alvo} = T_0 - 1/2$, o spin isotópico do sistema descrito por $|\psi^{(+)}_d\rangle$ será portanto $T_0 - 1/2$. Ora, o estado análogo do núcleo composto (Pi^{209}) tem $T_A = T_0 + 1/2$ (atribuímos spin isotópico T_0 ao estado fundamental do Pb^{208}). Há, então uma violação da simetria isotópica quando da absorção do deuteron e formação do estado análogo, só contribuindo para o elemento de matriz, termos que contenham V_C ,

O termo $\bar{H}_{A2} \frac{1}{E^{(+)} - \bar{H}_{22}} \bar{H}_{21}$ em mais baixa ordem é dado por

$V_C \frac{1}{E^{(+)} - \bar{H}_{22}} \dots V_{pn}$, e descreve um mecanismo em que o estado análogo é atingido "via" absorção do neutron e próton no contínuo, devendo ser observado que o propagada de próton no contínuo não tem isospin bem definido sendo responsável pela quebra da simetria. Toledo Piza calculou a sua contribuição, is

sável pela quebra da simetria. Toledo Piza calculou a sua contribuição, is

$$T^{(1)} = \frac{\langle \psi_P^- | V_c | \Lambda \rangle \langle \Lambda | V_c G_P^+ V_{Pn} | \psi_d^+ \rangle}{E - E_A + i \Gamma_A}$$

e obteve para as larguras, valores consistentes com os dados experimentais da ref.(8).

O termo \bar{H}_{A1} descreve um mecanismo em que o estado análogo é atingido "via" formação de núcleo composto. Ora, os estados de núcleo composto de estrutura mais simples que podem acoplar diretamente (sem violar isospin) ao canal de entrada são os estados antianálogos que têm $T_A^- = T_A - 1 = T_0 - 1/2$. No presente trabalho, calculamos a contribuição devida à presença em \bar{H}_{A1} do termo

$$\sum_i \langle A | V_c | \bar{A}_i \rangle \langle \bar{A}_i | \frac{1}{E - H_{A1} \cdot A_1} | \bar{A}_i \rangle \langle \bar{A}_i |$$

onde $|\bar{A}_i\rangle$ denotam os estados antianálogos.

De fato, de 1.4

$$H = H + H \frac{q}{E - H_{qq}} H \quad (1.4)$$

Explicitando em q os estados antianálogos fazemos

$$q = r + \bar{A} \quad ; \quad \bar{A} = \sum_i |\bar{A}_i\rangle \langle \bar{A}_i|$$

isto é: \bar{A} projeta nos estados análogos e r nos estados mais complicados do núcleo comp. to. Sendo os estados antianálogos de estrutura simples e podendo se acoplar diretamente aos canais abertos, é justificável tratá-los como estados de entrada (doorway states), isto é, o acoplamento dos canais abertos só se dá "via" estados antianálogos: $PHr = AHr = 0$ e portanto:

$$\frac{q}{E - H_{qq}} = \frac{A}{E - H_{AA} - \sum_r \frac{H_{Ar}}{E - H_{rr}} H_{rA}} \quad (1.18)$$

De um ponto de vista fenomenológico podemos fazer

$$\sum_r H_{Ar} \frac{1}{E - H_{rr}} H_{rA} = \sum_r \frac{|\langle A | H | r \rangle|^2}{E - E_r + i\Gamma} = \frac{1}{2} \Gamma_A^\dagger = i\pi \rho_r |\langle A | H | r \rangle|^2$$

onde Γ_A^\dagger é a largura de decaimento interno do estado antianálogo.

Finalmente, a contribuição que estamos calculando se escreve:

$$T_A = \frac{\langle \psi_P^- | V_C | A \rangle \langle A | V_C | A \rangle \frac{1}{E_A - E_A + \frac{i}{2}\Gamma_A^-} \langle A | V_{Fn} | \psi_d^+ \rangle}{E - E_A + \frac{i}{2}\Gamma_A} \quad (1.19)$$

Para calcular T_A^- s3 necessitamos agora explicitar cada um dos estados envolvidos em (1.19), o que fazemos nas se33es seguintes.

II. ESTADOS ANÁLOGOS E ANTIANÁLOGOS

Consideremos estados do Pb^{209} do tipo: (estado fundamental do Pb^{208}) + (neutron) que chamaremos de estado parente ou ascendente, indicando a parte de isospin de sua função de onda por $|n_0\rangle$. Admitindo que o spin isotópico de $|0\rangle$ (estado fundamental do Pb^{208}) seja dado por $T_0 = T_{\min} = \frac{N-Z}{2}$, o estado $|n_0\rangle$ terá spin-isotópico $T = T_0 + 1/2$. A (notação adotada é tal que T é o isospin do sistema: $T^2 = T(T+1)$, t é a 3a. componente de T no espaço de spin isotópico; atribuímos ao próton $t = -1/2$ e ao neutron $t = +1/2$).

O estado análogo a $|n_0\rangle$ é dado por

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2T_0+1}} T_- |n_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2T_0+1}} (|P_0\rangle + \sqrt{2T_0} |n_0\rangle) \quad (2.1)$$

onde $|a\rangle$ é o análogo a $|0\rangle$ (isto é, $|a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2T_0}} T_- |0\rangle$).

Podemos ainda escrever que

$$|n_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2T_0}} \sum_{i=1}^6 \sqrt{N_i} |n_{a_i}\rangle \quad (2.2)$$

onde $|n_{a_i}\rangle$ se refere à transformação em $|0\rangle$ de um neutron da i -ésima configuração em um próton, notando que o excesso de neutrons do Pb^{208} envolve 6 configurações.

Dessa maneira

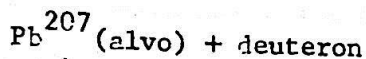
$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2T_0+1}} (|P_0\rangle + \sum_{i=1}^6 \sqrt{N_i} |n_{a_i}\rangle) \quad (2.3)$$

sendo N_i o número de neutrons da configuração i .

O estado análogo tem $T_A = T_C + 1/2$, o mesmo isospin do estado parente, porém $t_A = T_0 - 1/2$ sendo os coeficientes da expansão (2.3) coeficientes de Clebsch-Gordan que acoplam os sistemas envolvidos (6 configurações e nucleon independente) a (T_A, t_A) . (ref. 13).

Os estados antianálogos são aqueles estados que têm a mesma função de onda espacial do estado análogo (e portanto do parente) e com

spin isotópico $T_A = T_\Lambda - 1 = T_0 - 1/2$; ou seja construído de maneira tal que T_1 (spin isotópico da i -ésima configuração) seja igual $N_i/2$. Observe-mos que há diversos estados antianálogos associados a um mesmo estado parente, do mesmo modo que quando acoplamos 3 momentos angulares $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$ há em geral diversos estados de mesmo momento angular total $\vec{l} = (\vec{l}_1 + \vec{l}_2) + \vec{l}_3$ que diferem pelo valor de \vec{l}_{12} (excetuando-se o caso em que \vec{l} é o máximo, $l = l_1 + l_2 + l_3$). Porém, de todos os estados antianálogos só nos interessam aqueles que possam se acoplar "via" V_{pn} a um estado do tipo:



Chamemos de l a configuração de mais alta energia do Pb^{208} (é uma órbita $p_{1/2}$) e isolemos o sistema constituído por l + nucleon independente. Construamos os estados $|T_s, t_s\rangle$, onde $t_s = T_1 \pm 1/2 = N_1/2 \pm 1/2$

$$|T_1 + 1/2, T_1 + 1/2\rangle = |n, o_1\rangle \equiv |o_s\rangle \quad (2.4a)$$

$$|T_1 + 1/2, T_1 - 1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_1 + 1}} \{ |p, o_1\rangle + \sqrt{N_1} |n, a_1\rangle \} \equiv |a_s\rangle \quad (2.4b)$$

$$|T_1 - 1/2, T_1 - 1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_1 + 1}} \{ \sqrt{N_1} |p, o_1\rangle - |n, a_1\rangle \} \equiv |a_s\rangle \quad (2.4c)$$

Chamemos de c o sistema composto das demais configurações do excesso de neutron: $N_c = \sum_{i=2}^6 N_i$. Para obter os estados antianálogos deve-

mos acoplar T_s e T_c de modo a obter T_A . Como o estado antianálogo tem $t_A = t_s = T_0 - 1/2$ vemos que

$$\text{ou } t_c = \frac{N_c}{2} \quad (\text{se } t_s = \frac{N_1 + 1}{2}) \rightarrow \{ T_c = \frac{N_c}{2}$$

$$\text{ou } t_c = \frac{N_c}{2} - 1 \quad (\text{se } t_s = \frac{N_1 - 1}{2}) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_c = N_c/2 \\ \text{ou} \\ T_c = N_c/2 - 1 \end{array} \right.$$

Ora, os estados antianálogos que tenham $T_c = \frac{N_c}{2} - 1$ não podem se acoplar com o canal de entrada (deuteron + alvo) por envolverem alteração do carôço do alvo, o que não é possível por um potencial V_{pn} .

Restam portanto os estados com $T_c = \frac{N_c}{2}$ que acoplados aos estados de 5 dados em (2.4) nos permitem construir 2 estados antianálogos

$$|A_a\rangle = |a_s 0_c\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_1 + 1}} \{ \sqrt{N_1} |p0\rangle - |na_1\rangle \} \quad (2.5a)$$

e.

$$|A_b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2 T_0 + 1}} \{ \sqrt{N_c} |a_s 0_c\rangle - \sqrt{N_s} |0_s a_c\rangle \} \quad (2.5b)$$

Notemos agora que $\langle d + alvo | V_{pn} | 0_s a_c \rangle = 0$, pois $|0_s a_c\rangle$ tem um neutron do "core" transformado em próton; e portanto de (2.5b)

$$\langle A_b | V_{pn} | d_{alvo} \rangle = \frac{\sqrt{N_c}}{\sqrt{2 T_0 + 1}} \langle a_s 0_c | V_{pn} | d + alvo \rangle$$

Ora o sistema deuteron alvo tem spin isotópico $(\frac{N_c}{2} + 1/2)$ ao passo que o sistema $|a_s 0_c\rangle$ tem spin isotópico $(\frac{N_c}{2} + \frac{N_1}{2} + \frac{1}{2})$ e portanto

$$\langle A_b | V_{pn} | d_{alvo} \rangle = 0 \quad (2.6)$$

Portanto, toda a contribuição que pretendemos calcular é devida ao estado antianálogo $|\bar{A}_a\rangle$ que chamaremos simplesmente de $|\bar{A}\rangle$.

O elemento de matriz $\langle A | V_c | \bar{A} \rangle$ pode ser escrito a partir de (2.5) e (2.1) como:

$$\langle A | V_c | \bar{A} \rangle = \frac{N_1}{N_1 + 1} \frac{1}{2 T_0 + 1} \langle p0 | V_c | p0 \rangle - \langle n a_1 | V_c | n a_1 \rangle \quad (2.7)$$

reduzindo-se portanto ao cálculo de valores esperados da energia coulombiana de próton em 2 configurações.

$V_c(r)$ pode ser escrito

$$V_c(r) = \frac{3}{2} \frac{Z e^2}{R} \left(1 - \frac{r^2}{3 R^2} \right), \quad r < R \quad (2.8a)$$

$$V_c(r) = \frac{Z e^2}{r}, \quad r > R \quad (2.8b)$$

onde R é o raio coulombiano do núcleo. A expressão (2.8a) é válida para $r < R$ porém adotamo-la para todos valores de r , pois estamos interessados em valores médios de V_c em estados cujas funções de onda decaem exponencialmente fora do "raio" do núcleo; em outros termos, o erro cometido é fortemente atenuado pelo comportamento assintótico das funções de onda das orbitais envolvidas.

Adotamos também funções de onda de oscilador harmônico. Nesta aproximação os valores médios envolvidos em (2.7) dependem somente do número de quantas presentes na órbita, pois como é bem conhecido

$$\langle r^2 \rangle_N = \frac{\pi}{2 m \omega} (3 + 2 N)$$

onde $\langle \rangle_N$ indica o valor esperado tomado sobre um auto estado de oscilador harmônico com energia $N\hbar\omega$.

Portanto

$$\langle V_c(r) \rangle = V_c(N) = \frac{3}{2} \frac{Z e^2}{R} \left(1 - \frac{\langle r^2 \rangle_N}{3 R^2} \right) \quad (2.9)$$

Para as órbitas de neutron independente do Pb^{209} temos $N = 6$ para todas as ressonâncias observadas ($d_{5/2}$, $s_{1/2}$, $g_{7/2}$, $d_{3/2}$) e para a configuração 1 temos $N = 5$, portanto de (2.9) e (2.7)

$$\langle A | V_c | A \rangle = \frac{\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_1 + 1} \sqrt{2 T_0 + 1}} \{ V_c(N = 6) -$$

$$- V_c(N = 5) \} = \frac{\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_1 + 1} \sqrt{2 T_0 + 1}} \{ \langle r^2 \rangle_{N=5} - \langle r^2 \rangle_{N=6} \} \frac{Z e^2}{2 R^3}$$

Para $N_1 = 2$, $2 T_0 + 1 = 45$

Obtemos:

(2.10)

$$\langle A | V_c | A \rangle = - 0.170 \text{ MeV} \quad (2.11)$$

Outra grandeza de que temos necessidade é a diferença de energia $E_A - E_{\bar{A}}$, que pode ser calculada através da expressão da ref. 13

$$E_A - E_{\bar{A}} = \frac{N - Z + 1}{N - Z} U \quad (2.12)$$

onde U é uma energia de simetria que pode ser rigorosamente obtida a partir da diferença entre o potencial ótico do próton e do neutron (15). Uma boa estimativa, para a região do Pb^{208} é (ref.13).

$$U \approx 120 \text{ MeV} \times \frac{N - Z}{2A} \quad (2.13)$$

Portanto

$$E_A - E_{\bar{A}} \approx 120 \frac{N - Z + 1}{2A} \text{ MeV} = 12.631 \text{ MeV}$$

A largura Γ_A de decaimento do estado antianálogo pode ser superestimada em 5 MeV (ref. 14) e portanto

$$G_{\bar{A}} = \frac{\langle A | V_c | A \rangle}{E_A - E_{\bar{A}} + \frac{i}{2} \Gamma_{\bar{A}}} = - \frac{0.170}{12 + i 2.5} = 0.01357 - i 0.00282 \quad (2.14)$$

O vetor de estado no espaço de spin isotópico do sistema alvo + deuteron pode ser escrito

$$|\text{alvo} + \text{deuteron}\rangle = |(T_0 - 1, 1/2) T_0 - 1/2, (1/2 \ 1/2) 0; \quad (2.15)$$

$; T_0 - 1/2, T_0 - 1/2\rangle$
e de maneira semelhante, o estado antianálogo

$$|\bar{A}\rangle = |T_0 - 1, \{(1/2 \ 1/2) 1, 1/2; T_0 - 1/2, T_0 - 1/2\rangle \quad (2.16)$$

Portanto o elemento de matriz

$$\langle \bar{A} | \text{alvo} + \text{deuteron} \rangle = \langle T_0 - 1 \{ (1/2 \ 1/2) 1, 1/2 \} 1/2; T_0 - 1/2 |$$

$$|(T_0 - 1, 1/2) T_0 - 1/2, (1/2 \ 1/2) 0; T_0 - 1/2\rangle =$$

$$= \langle (1/2 \ 1/2) 1, 1/2; 1/2, 1/2 | 1/2 (1/2 \ 1/2) 0; 1/2, 1/2 \rangle$$

Ora sabemos que

$$(2.17)$$

$$\langle (J_1 J_2) J_{12}, J_3 \cdot JM | J_1 (J_2 J_3) J_{23} \cdot JM \rangle =$$

$$= \sqrt{(2J_{12}+1)(2J_{23}+1)} (-)^{J_1+J_2+J_3+J} \begin{Bmatrix} J_1 & J_2 & J_{12} \\ J_3 & J & J_{23} \end{Bmatrix}$$

onde $\{ \}$ é o símbolo "6j" de Wigner. Portanto

$$\langle \bar{A} | d \text{ alvo} \rangle = \sqrt{3} \times (-)^1 \begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{Bmatrix} = \quad (2.18)$$

$$= \sqrt{3/2} \cdot 1/\sqrt{2} = \sqrt{3}/2 = \frac{\sqrt{N_1 + 1}}{\sqrt{2 N_1}}$$

O elemento de matriz $\langle P \text{ residual} | A \rangle$ é obviamente igual $\frac{1}{\sqrt{2 T_0 + 1}}$

Na seção seguinte calculamos a parte espacial dos elementos de matriz envolvidos na amplitude de transição.

III. RACAHLÓGIA

Nesta secção obtemos uma expressão para a amplitude de transição que tornará possível a computação numérica da correção proposta. Na secção I obtivemos:

$$T_A^- = \frac{\langle \psi_P^{(-)} | V_c | A \rangle G_A \langle \bar{A} | V_{pn} | \psi_d^+ \rangle}{E - E_A + i \Gamma_A} \quad (3.1)$$

No fim da secção II foi calculada a contribuição que a estrutura isotópica dos estados envolvidos dá aos elementos de matriz que aparecem em (3.1). De acordo com a discussão ali apresentada

$$T_A^- = \frac{1}{E - E_A + i \Gamma_A} \frac{\langle \bar{\psi}_P^- | V_c | P \rangle}{\sqrt{2 T_0 + 1}} G_A \frac{\sqrt{N_1 + 1} \langle P | V_{pn} | \psi_d^+ \rangle}{2 N_1} \quad (3.2)$$

onde $| P \rangle$ se refere à função de onda suas variáveis de espaço e spin do estado parente, e que, como já foi observado é igual àquelas dos estados análogo e antianálogo.

O estado do núcleo alvo (Pb^{207}) indicaremos por $| \text{alvo}(\ell, j, -u) \rangle$ sendo $(\ell, j, -u)$ os números quânticos do neutron independente na configuração 1 ($P 1/2$). Podemos assim descrever o estado do núcleo residual (Pb^{208} , $0^{(+)}$) como:

$$| 0 \rangle = \sum_u \langle j j, -u u | 00 \rangle | \text{alvo}(\ell, j, -u) \rangle | n, j, u \rangle \quad (3.3)$$

onde o símbolo $\langle | \rangle$ diz respeito ao coeficiente de Clebsh-Gordan. Pelo fato do acoplamento ser $j_{\text{residual}} = 0$, automaticamente aparece a antissimetria em relação aos neutrons que preenchem a camada 1.

O estado parente é um estado de partícula independente do Pb^{209} , com L_p e J_p determinados pela ressonância:

$$| P \rangle = | N_p L_p J_p u_p \rangle | 0 \rangle \quad (3.4)$$

Para os estados do contínuo temos:

$$| \psi^- \rangle = | \vec{k}_1 S_p m_p \rangle | 0 \rangle \quad (3.5)$$

e

$$|\psi_d^+\rangle = |\vec{k}_d S_d m_d\rangle |\text{alvo}(l_j -u)\rangle \quad (3.6)$$

onde

$$\sum_{m'_p} |\vec{r}, m'_p\rangle \langle \vec{k}, S_p m_p\rangle = \sum_{LJM} \frac{4\pi}{K r} \langle L S M m_p | J M m_p \rangle \langle L S, M m_p - m'_p, m'_p | J$$

$$M + m'_p \rangle \chi_{LJ}^+ (K, r) \alpha 1/2(m'_p) \quad (3.7)$$

A possibilidade de termos $m_p \neq m'_p$ está relacionada com a presença do acoplamento spin-órbita no potencial ótico do próton. Na expressão (3.7) $\chi_{LJ}^{(+)}(K, r) = \chi_{LJ}^{(-)*}(c, r)$ é a solução regular na origem de

$$\frac{d^2}{dr^2} - \frac{L(L+1)}{r^2} + k^2 - \frac{2u}{\hbar^2} (U + V_c + U_J^L) \chi_{LJ}^+(K, r) = 0 \quad (3.8)$$

com

$$\chi_{LJ}^+(K, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 1/2 i(H_L^* - S_L^J H_L) \exp(i\sigma_L) \quad (3.9)$$

sendo $H_L = G_L + i F_L$, a função de onda coulombiana de ondas emergente (ref. 17) e S_L^J o elemento (L, J) da matriz de espalhamento.

De (3.4), (3.5)

$$\langle \psi_P^- | V_c | P \rangle = \frac{4\pi}{K} Y_{L_P}^{u_P - m_P}(\theta_K, \phi_K) \langle L_P S_P (u_P - m_P) m_P (J_P u_P) \rangle \times R_{L_P J_P} \quad (3.10)$$

onde

$$R_{L_P J_P} = \int_0^\infty \chi_{L_P}^{(-)*}(K, r) V_c u_{L_P J_P}(r) dr \quad (3.11)$$

A função de onda do deuteron, admite um desenvolvimento similar ao de (3.7) com exceção da ausência do spin-órbita₁

$$\langle \vec{r}_d | \vec{k}_d, S_d m_d \rangle = \sum_{LJM} \frac{4\pi}{K_d r_d} \langle L S M m_d | J M + m_d \rangle^2$$

$$\chi_{L_d}^{L_d} Y_{L_d}^M(\theta_{K_d}, \phi_{K_d}) Y_{L_d}^M(\theta, \phi) \chi_{L_d}^+(K_d, r_d) \phi(\vec{r}_{Pn}) \propto s_d(m_d) \quad (3.12)$$

$$= \chi^+(\vec{K}_d, \vec{r}_d) \phi(\vec{r}_{pn}) \alpha_{sd}(md)$$

onde \vec{r}_d é a coordenada do deuteron c m em relação ao alvo.

O elemento de matriz $\langle P | v_{pn} | \psi_d^{(+)} \rangle$ pode ser escrito sob a forma

$$\langle P | v_{pn} | \psi_d^+ \rangle = \int d\vec{r} \int d\vec{r}_d \psi_{L_p J_p u_p}^*(\vec{r}) \langle 0 \xi_p | v_{pn} | \text{alvo}, \xi_d \rangle \chi_d^+ \quad (3.13)$$

onde J é o Jacobiano da transformação que leva das coordenadas naturais $(\vec{r}_p \text{ e } \vec{r}_A)$ para as coordenadas $(\vec{r} \text{ e } \vec{r}_d)$. O elemento de matriz "interno" $\langle 0 \xi_p | v_{pn} | \text{alvo}, \xi_d \rangle$ é evidentemente uma função de r e r_d . Podem ser escrito

$$J \langle 0_1 \xi_p | v_{pn} | \text{alvo}(\ell j, -u), \xi_d \rangle = J i^{-\ell} Y_e^{m*}(\theta_1, \phi) \langle jj, -u, u | 00 \rangle$$

$$\langle S_p S_{m_d} + m - u, u - m | S_d m_d \rangle \frac{u_{\ell j}(r_1)}{r_1} v_{pn}(\vec{r}_{12}) \phi_{int}(\vec{r}_{pn}) \quad (3.14)$$

Nêste ponto costuma-se introduzir a aproximação de "zero-range" pela simplificação que traz aos cálculos:

$$v_{pn} \phi_d(\vec{r}_{pn}) \approx \text{Do} \delta(\vec{r}_{pn}) = \text{Do} \delta(\vec{r} - \frac{M_{\text{alvo}}}{M_0} \vec{r}_d) \quad (3.15)$$

Ela se "justifica" pelo curto alcance de v_{pn} e pelo alcance pequeno das funções de ondas internas. (ref.18).

Portanto, o elemento de matriz interno se escreve

$$J \langle 0_1 \xi_{p1} | v_{pn} | \text{alvo}, \xi_d \rangle = i^{-\ell} (-)^{S_p - m_d - m + u} G_L S_{j,m}$$

$$\delta(\vec{r} - \frac{M_{\text{alvo}}}{M_0} \vec{r}_d) \langle jj uu | 00 \rangle \langle S_d S_p m_d, u = m_d - m | S u - m \rangle \langle \ell s m, u - m | ju \rangle \quad (3.16)$$

$$\text{onde } G_L S_{j,m} = \sqrt{N_1} \hat{S}_d \hat{S}_d^{-1} Y_e^{m*}(\theta_d, \phi_d) \text{Do} \frac{u_j(r_d)}{r_d};$$

Incluimos o fator $\sqrt{N_1}$ que leva em conta os efeitos de antissimetria (ref. 18).

Portanto

$$\langle P | V_{pn} | \psi_d^+ \rangle = i^{-L} \langle jj - uu | 00 \rangle \langle S_d S_p n_d, u - n_d - m |$$

$$| s, u - m \rangle \langle l s | m, u - m | j u \rangle \int d\vec{r}_d \psi_{L_p J_p, u_p}^* \left(\frac{M_{alvo}}{M_0} \vec{r}_d \right) G_{L s j, m}(\vec{r}_d) \times \chi_d^+(\vec{k}_d, \vec{r}_d) \quad (3.17)$$

Usando a expansão de (3.12) e o resultado de (3.10) obtemos

$$\begin{aligned} \langle \psi_p^- | V_c | P \rangle \langle P | V_{pn} | \psi_d^+ \rangle &= \int \hat{s}_d \hat{s}^{-1} \langle jj, -uu | 00 \rangle \times \\ &4\pi \hat{J}_p \hat{s} \hat{i}^{L-L_d-L_p} \sum_{M_d} \langle J_p j M_d - m, m + m_d - m | J_d, M_d + m_d \rangle \\ &\times \langle L_d S_d M_d m_d | J_d M_d + m_d \rangle \langle L_p S_p M_d - m, m_p | J_p M_d - m + m_p \rangle \\ &\times \begin{pmatrix} j & L & S \\ J_d & L_d & S_d \\ J_p & L_p & S_p \end{pmatrix} Y_{L_d}^{M_d}(\theta_d, \varphi_d) Y_{L_p}^{M_d - m}(\theta_p, \varphi_p) I_{L_p J_p, L_d J_d}^{L S j} \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde os coeficientes de Clebsh-Gordan se contraíram a um símbolo $9, j$ de Wigner (ref. 17), $\hat{x} = (2x + 1)^{1/2}$, $m = u + m_p - m_d$ e

$$\begin{aligned} I_{L_p J_p, L_d J_d}^{L S j} &= R_{L_p J_p} \sqrt{n_1} \frac{M_{alvo} (2\pi)^{1/2}}{M_0 k k_d} \int \mathcal{U}_{L_p J_p} \mathcal{U}_{L_d J_d} \chi_{L_d}^+ \frac{dr}{r} \\ &\times (-)^{L_p} \hat{L}_p \langle L_p L 0 0 | L_d 0 \rangle \end{aligned} \quad (3.19)$$

A matriz T_A se obtém substituindo (3.18) em (3.2). Todavia devemos apresentar nossos resultados sob a forma da matriz u definida por Lane e Thomas (ref. 19) a fim de compararmos com os resultados das refs. 8 e 9.

Usando o acoplamento $\vec{J} = \vec{J}_d + \vec{J}_{alvo} = \vec{J}_p + \vec{J}_{residual}$ onde $\vec{J}_d = \vec{L}_d + \vec{S}_d$ e $\vec{J}_p = \vec{L}_p + \vec{S}_p$, a matriz se escreve

$$\begin{aligned} U_{L_d J_d, L_p J_p}^J &= \left(\frac{\mu_p u_d}{k k_d} \right)^{1/2} (\pi \hbar^2) \exp -i(\sigma_{op} + \sigma_{od}) \\ &\times i^{L-L_p-L_d-1} \hat{J}_d \hat{J}_p \hat{j} \hat{q} \hat{s}_d \frac{I_{L_p J_p, L_d J_d}^{L S}}{E - E_A + \frac{i}{2} \Gamma_A} G_A \frac{\sqrt{n_1 + 1}}{\sqrt{2T_0 + 1} \sqrt{2n_1}} \\ &\times W(J_d J_p j 0 ; j J_p) \begin{pmatrix} j & L & S \\ J_d & L_d & S_d \\ J_p & L_p & S_p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.20)$$

onde W é o coeficiente de Racah (ref. 17). A expressão da matriz (3.20) é igual à obtida por Satchler (ref. 20) para reações diretas, e o tratamento aqui apresentado segue de perto ao ali apresentado.

IV. RESULTADOS E CONCLUSÕES

A matriz $\cdot U$ a que se referem os nossos resultados tem a forma

$$U_{\bar{A}} = i e^{i\phi_{\bar{A}}} \frac{\alpha_{\bar{A}}}{E - E_A + i\Gamma_A} \quad (4.1)$$

Na tabela 1 apresentamos $\alpha_{\bar{A}}$ e $\phi_{\bar{A}}$ calculados para cada ressonância e para cada par L_d, J_d . Apresentamos também os resultados (α_1, ϕ_1) obtidos por Toledo Piza (ref. 9) no cálculo da contribuição cujo mecanismo foi discutido na seção I. Incluímos ainda os resultados obtidos por E. W. Hamburger (α^H, ϕ^H) que dizem respeito aos dados experimentais.

O fato de $\phi_{\bar{A}} \sim \phi^{(1)}$ mostra que

$$U = U^{(1)} + U_{\bar{A}} = i e^{i\phi^{(1)}} \frac{\alpha_{\bar{A}}^{(1)} + \alpha^{(1)}}{E - E_A + \frac{1}{2} \Gamma_A} \quad (4.2)$$

isto é, há um acréscimo de 10% na largura devido à contribuição por nós calculada.

Da análise dos resultados ali apresentados concluímos que $\alpha_{\bar{A}} \sim 0.1 \alpha^{(1)}$ e $\phi_{\bar{A}} \sim \phi^{(1)}$ para todas as ressonâncias. A ordem de grandeza relativa dos " α " pode ser explicado assim: o estado antianálogo é favorecido em relação ao estado de próton no contínuo do ponto de vista da estrutura isotópica (aproximadamente um fator 10). Porém de um ponto de vista energético o estado antianálogo é bem desfavorecido ($E_A - E_{\bar{A}}$, grande) o que dá o valor de $G_{\bar{A}} \sim 0.01$ (seção II). Estas relações justificam a ordem de grandeza encontrada, admitindo-se (o que foi verificado por nós) que a parte espacial dos elementos de matriz tenham a mesma ordem de grandeza.

As integrais radiais envolvidas no cálculo de $\cdot U$ foram computadas pelo método Simpson, As funções de onda dos estados ligados foram obtidas através da sub-rotina BDSTS, cedida por Max Cohenca, e para as funções de onda do deuteron no potencial ótico foi usada a sub-rotina TABU que utiliza o método de Fox-Goodwin.

Alguns comentários devem ser feitos, ainda, sobre a filosofia que está por detrás desse tipo de cálculo que efetuamos.

Na seção I deste trabalho, obtivemos uma expressão rigorosa (1.8) para a amplitude de transição ressonante (d, p). Todas as grandezas ali envolvidas são teoricamente bem definidas e em princípio o cálculo da amplitude de transição pode se efetuar através daquela expressão advindo porém na prática complicações óbvias. A solução que se apresenta é o da adoção de um procedimento que incorpora ingredientes de natureza fenomenológica que permitam a consecução do cálculo. A introdução dos potenciais óticos (substituição 1.13) em nosso trabalho caracteriza uma tal atitude que

tem sido muito comum em Física Nuclear Teórica.

Na medida em que obtemos resultados consistentes com os dados experimentais estamos testando portanto a validade dos ingredientes fenomenológicos da teoria. Assim, um cálculo grosseiro como o que efetuamos, se enquadra ainda num programa de testes de dados fenomenológicos conhecidos,

Spin da Ressonância	L_d, J_d	α_A / ϕ_A	$\alpha^{(1)} / \phi^{(1)}$	α^H, ϕ^H
$5/2^+$	1,2	$0.392 / -60^\circ$	$4.6 / -42^\circ$	$5.5, 0^\circ$
	3,2	$0.118 / 80^\circ$	$0.95 / 92^\circ$	0^*
	3,3	$0.378 / -100^\circ$	$4.2 / -88^\circ$	0^*
$1/2^+$	1,0	$0.154 / +140^\circ$	$4.7 / 144^\circ$	$11.0 / -114^\circ$
	1,1	$0.653 / -40^\circ$	$7.0 / -36^\circ$	0
$7/2^+$	3,3	$0.162 / 7^\circ$		
	3,4	$0.031 / 7^\circ$		
	5,4	$0.085 / -61^\circ$		
$3/2^+$	1,1	$0.210 / -73^\circ$		
	1,2	$0.122 / -73^\circ$		
	3,2	$0.676 / -110^\circ$		

Energias em KeV

*(valor assumido)

REFERÊNCIAS

- 1) W. Heisenberg, Zeit. Physik 77 (1932) 1.
- 2) E. Wigner, Phys. Rev. 51 (1937).
- 3) W. Mc Donald, Phys. Rev. 100 (1956) 51.
- 4) D.H.Wilkinson and G.A.Joner, Phil.Mag. 44 (1953) 542.
D.H.Wilkinson, Phys.Rev. 90 (1953) 721.
D.H.Wilkinson and A.B.Clegg, Phil. Mag. 44 (1953) 1322.
S.D. Bloom, B.J.Toppel and D.H.Wilkinson, Phil.Mag. 2 (1957) 57.
D.H.Wilkinson and S.D.Bloom, Phil.Mag. 2 (1957) 63.
- 5) J. D.Anderson and C.Wong, Phys.Rev. Letters 7 (1961) 250.
J. D.Anderson and C.Wong, and J.W.McClure, Phys. Rev. 129 (1963)271.
- 6) A.M.Lane and J.M.Soper, Nucl. Phys. 37 (1962) 663.
- 7) J.D.Fox, F.Moore and D.Robson, Phys.Rev. Letters 12(1964) 198.
- 8) E.W.Hamburger - Tese de Catedra - FFCL - USP - 1968
- 9) A.F.R.de Toledo Piza, comunicação privada.
- 10) H.Feshbach, Ann.of Phys.(N.Y.) 5. 357 (1958).
H.Feshbach, Ann. of Phys. 19, 287(1962).
- 11) J. Hüfner and C.M.Shazin, (M.I.T. preprint) 1968.
- 12) A.F.R.de Toledo Piza and A.K.Kerman, Ann. of Phys. (N.Y.)43,363(1967).
- 13) A.F.R.de Toledo Piza, Novos aspectos do isospin em Física Nuclear, II
Simpósio Brasileiro de Física Teórica (notas da aula).
- 14) A.F.R.de Toledo Piza, A.K.Kerman, S.Fallinos and R.H.Venter, Nucl.Phys.
89 (1966) 369.
- 15) S. Fallieros, Jour. Frank.Int. 281 (1968) 179.
- 16) A.K.Kerman - "Invited paper" apresentado na II Isospin Conference, Asi-
lomar, Calif. 1969.
- 17) A.Messiah, em "Quantum Mechanics" vols. I e II.
- 18) N. Austern, R.M.Drisko, E.C.Halbert and G.R.Satchler, Proc. Putherford
Jubilee Int. Conf. Manchester, 1961.
- 19) A.M.Lane and R.G.Thomas, Revs. of Mod. Phys. 30 (1958) 257.
- 20) G.R.Satchler, Nucl. Phys. 55 (1964)1.