N.T. 89

Departamento de Física da Faculdade de Filosofia, Ciências
e Letras da Universidade de São Paulo .

SBI-IFUSP
305M810T0089

O POTENCIAL ÓTICO DO DEUTERON EM UM MODELO DE 3 PARTÍCULAS

EMERSON JOSÉ VELOSO DE PASSOS

Orientador: Prof. L.C.Gomes

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
89
INSTITUTO DE FÍSICA

Tese apresentada ao Departamento de Física como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

AGÔSTO, 1969

A LÉLIA

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. L.C.Gomes a orientação na elaboração do trabalho e as sugestões que possibilitaram a sua execução; ao Prof. A.F.R. de Toledo Piza pelas discussões e pelo seu constante interêsse ; ao Prof. Kasuo Ueta e aos meus colegas Fernando Perez, Coraci e Alfredo pelas discussões ; a Lélia pelo incentivo e compreensão ; aos meus pais pelo constante apôio ; a Dulce pela ajuda na datilografia .

A CAPES, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e ao B.N.D.E., meus agradecimentos pelo auxílio financeiro que possibilitou a execução do trabalho .

ÍNDICE

		pg
I.	INTRODUÇÃO	1
II.	A EQUAÇÃO DE LIPPMANN-SCHWINGER	
	II.1 Problema de 2 corpos	4
	II.2 Problema de 3 corpos	9
III.	O MÉTODO DE FADDEEV	
	III.1 A equação de Faddeev	15
	III.2 Cálculo do potencial ótico do dêuteron em um modêlo de 3 partículas	20
IV.	DISCUSSÃO DA EQUAÇÃO E CONCLUSÕES	29

APÊNDICE A

APÊNDICE B

APÊNDICE C

I. INTRODUÇÃO

O espalhamento elástico de dêuterons a baixas energias (2 a 5 MeV) apresenta várias estruturas ressonantes [1], que podem estar associadas, se desprezamos excitações do "caroço", a

1. Ressonâncias no canal de "stripping", isto é, uma partícula se encontra em uma ressonância de partícula independente e a outra em um estado ligado.

2. Ressonâncias no contínuo, isto é, o nêutron ou o próton ou ambos em ressonâncias de partícula independente, estando tôdas as partículas no contínuo.

Para o tratamento de quaisquer dos dois casos é necessário considerar em detalhe a estrutura dos estados ligados e das ressonâncias de partícula independente e para isto precisamos utilizar para a interação nêutron-núcleo alvo e próton-núcleo alvo potenciais hermiteanos que reproduzem os estados ligados e ressonâncias de partícula independente, observados experimentalmente no estudo do sistema nucleon-núcleo alvo.

A aproximação de não considerar as excitações do núcleo alvo implica que os estados ligados do sistema alvo+nucleon são bem aproximados por estados de partícula independente e que o acoplamento do canal elástico com canais inelásticos onde o "caroço" está excitado, é fraco, de modo que as ressonâncias são ressonâncias de partícula independente, não envolvendo excitação do "caroço". A última afirmativa não é trivial pois mesmo a baixas energias, quando estamos abaixo do limiar para êsses canais inelásticos, se o acoplamento é forte, podem ocorrer ressonâncias no espalhamento elástico de dêuterons onde o "caroço" está excitado. Pelas considerações acima vemos que o modêlo se aplica principalmente nos casos de espalhamento de dêuterons por núcleos com as duas camadas fechadas.

No trabalho não consideramos a identidade das partículas do dêuteron com as partículas do núcleo alvo, o "spin" do nêutron e do próton do dêuteron e a fôrça coulombiana entre o próton do dêuteron e o núcleo alvo e supomos o "spin" do núcleo alvo zero . Contudo, a única aproximação essencial é a primeira, as outras sendo feitas com o intuito de maior clareza da exposição .

Como no nosso caso, estamos considerando realmente um problema de 3 corpos, com os canais elástico, "stripping" e "break-up" explìcitamente considerados, não podemos utilizar a equação de Lippmann-Schwinger (2) para estudar o problema . Para isso utilizamos a equação de Faddeev (3) , na qual fazemos uma modificação para extraírmos o potencial ótico do dêuteron .

Na aproximação de considerarmos a massa do núcleo alvo infinita , mostramos que o cálculo do potencial ótico, a menos da contribuição do canal de "break-up", envolve o conhecimento de integrais da matriz t dos sub-sistemas próton-núcleo alvo e nêutron-núcleo alvo fora da camada de energia .

A interpretação física dos têrmos obtidos sugere que algumas das ressonâncias presentes no espalhamento elástico de dêuterons podem originar se de ressonâncias no canal de "stripping" . Com relação às ressonâncias no contínuo se uma das partículas se propaga livremente a ressonância não aparece no canal do dêuteron pois ocorre um aumento na largura da ressonância de partícula independente . O mecanismo das duas partículas em estados ressonantes está presente, com as duas partículas não interagindo entre si .

O nosso trabalho tem a seguinte organização : A secção II tem um objetivo puramente didático e nela estudamos a equação de Lippmann-Schwinger no caso de espalhamento de duas e três partículas com o propósi -

to de mostrarmos quais os fatôres que a torna inadequada para o estudo do espalhamento de três partículas . Na secção III consideramos a equação de Faddeev e mostramos qual a modificação que introduzimos a fim de extraír - mos o potencial ótico do dêuteron . Na secção IV calculamos o potencial óti - co, a menos da contribuição do canal de "break-up", na aproximação do nú - cleo alvo com massa infinita e discutimos o significado físico dos têrmos obti dos .

Nos apêndices A e B fazemos um sumário das propriedades ma - temáticas usadas no corpo do trabalho e no apêndice C estudamos proprieda - des de operadores que aparecem como "kernel" das equações integrais .

II. A EQUAÇÃO DE LIPPMANN-SCHWINGER

II. 1 Problema de 2 corpos

Consideremos a hamiltoneana para duas partículas distinguíveis no centro de massa .

$$H = H_0 + V$$

onde H_0 é a energia cinética e V a interação entre as partículas .

Para estudarmos o espalhamento de duas partículas podemos considerar a equação de Lippmann-Schwinger para a função de onda do sistema

$$\Psi^{(+)} = \Psi_0 + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon) V \Psi^{(+)} \tag{2.1}$$

onde Ψ_0 satisfaz a equação

$$(E - H_0)\Psi_0 = 0$$

e $G_0(w)$ é a função de Green de partícula livre

$$G_0(w) = (w - H_0)^{-1}$$

Anàlogamente, podemos considerar a equação de Lippmann-Schwinger para os operadores, a função de Green total, $G(w)$

$$G(w) = G_0(w) + G_0(w) V G(w) \tag{2.2}$$

e a matriz $T(w)$

$$T(w) = V + T(w) G_0(w) V \tag{2.3}$$

Equações integrais do tipo das que acabamos de considerar podem ser resolvidas por métodos diretos, se o "kernel", $K(w) = G_0(w) V$ é completamente contínuo . (Vêr Apêndice B) .

1) O método de Schmidt ou das quase-partículas (4,5)

A solução destas equações é equivalente à construção do operador $(1-K(w))^{-1}$ e a maneira mais simples de fazermos isto é expandindo-o em uma série de potências

$$(1-K(w))^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} K^{n}(w)$$

que é a série de Born .

Para investigarmos a convergência da série de Born precisamos analisar o espectro de $K(w)$, isto é, os pontos $\alpha(w)$ tais que

$$K(w)\,\phi_i(w) = \alpha_i(w)\,\phi_i(w) \qquad \text{(vêr Apêndice A)}$$

Se os módulos dos auto-valôres $\alpha_i(w)$ são menores do que a unidade, a série de Born converge . Se existe algum auto-valôr de módulo maior do que a unidade, e isto acontece se o potencial gera estados ligados e ressonâncias, a série diverge .

O método de Schmidt consiste em alterar a interação da maneira seguinte

$$V_1(w) = V - \sum_{i/|\alpha_i(w)|\geq 1} \frac{V|\phi_i(w)\rangle\langle\phi_i(w^*)|V}{\langle\phi_i(w^*)|V|\phi_i(w)\rangle}$$

onde os $\phi_i(w)$ são auto-estados do "kernel" $K(w)$, cujos auto-valôres têm módulo maior do que a unidade . A matriz $T(w)$ fica modificada para

$$T(w) = T_1(w) + \sum_{i/|\alpha_i(w)|\geq 1} \frac{V|\phi_i(w)\rangle\langle\phi_i(w^*)|V}{\langle\phi_i(w^*)|V|\phi_i(w)\rangle\,(1-\alpha_i(w))}$$

onde

$$T_1(w) = V_1(w) + T_1(w)\,G_0(w)\,V_1(w)$$

O ponto essencial do método é que agora podemos calcular $T_1(W)$ por perturbação, pois $K_1(W) = G_0(W)\, V_1(W)$ tem o mesmo espectro que o "kernel" $K(W) = G_0(W)\, V$, exceção feita aos pontos de módulo maior do que a unidade que foram deslocados para a origem. Como o "kernel" $K(W)$ é completamente contínuo, o número de pontos do espectro com módulo maior do que a unidade para uma dada energia W é finito, de modo que por um número finito de subtrações podemos fazer a série de Born convergir.

2) <u>O método de Fredholm</u> (5, 6)

O método de Fredholm é baseado na propriedade de que se $K(W)$ é completamente contínuo, então $(1 - Y\,K(W))^{-1}$ é uma função meromórfica da "constante de acoplamento" Y e pode ser escrita como

$$(1 - Y\,K(W))^{-1} = \frac{\hat{N}(W)}{\Delta(W)}$$

onde o operador $\hat{N}$ e o número Δ são funções inteiras de Y.

Assim temos,

$$(1 - Y\,K(W))^{-1} = \frac{\hat{N}(W)}{\Delta(W)} = 1 + \frac{\hat{Y}(W)}{\Delta(W)}$$

com

$$\Delta(W) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-Y)^n}{n!} \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_n} \begin{vmatrix} K_{\alpha_1\alpha_1}(W) & \cdots & K_{\alpha_1\alpha_n}(W) \\ \vdots & & \vdots \\ K_{\alpha_n\alpha_1}(W) & \cdots & K_{\alpha_n\alpha_n}(W) \end{vmatrix}$$

e

$$\hat{Y}(w) = K(w) + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{Y}_n(w)$$

$$(\hat{Y}_n)_{\alpha\beta} = \frac{(-1)^n}{n!} \sum_{\alpha_1 \ldots \alpha_n} \begin{vmatrix} K_{\alpha\beta}(w) & K_{\alpha\alpha_1}(w) & \cdots & K_{\alpha\alpha_n}(w) \\ K_{\alpha_1\beta}(w) & K_{\alpha_1\alpha_1}(w) & \cdots & K_{\alpha_1\alpha_n}(w) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{\alpha_n\beta}(w) & K_{\alpha_n\alpha_1}(w) & \cdots & K_{\alpha_n\alpha_n}(w) \end{vmatrix}$$

$\Delta(w)$ chama-se de determinante de Fredholm e $\hat{Y}(w)$ o primeiro menor de Fredholm. Os α's formam uma base no espaço de Hilbert, que é considerado separável.

As séries para $\Delta(w)$ e $\hat{Y}(w)$ convergem se $\operatorname{tr} K(w) < \infty$. No caso de $\operatorname{tr} K(w)$ não existir, mas $\operatorname{tr} K^+(w) K(w)$ ser finito, para aplicarmos o método de Fredholm precisamos fazer uma iteração na equação

$$\begin{aligned} (1 - K(w))^{-1} &= 1 + K(w)(1 - K(w))^{-1} \\ &= 1 + K(w) + K^2(w)(1 - K(w))^{-1} \\ &= (1 + K(w))(1 - K^2(w))^{-1} \end{aligned}$$

e então construimos o operador $(1 - K^2(w))^{-1}$ pelo procedimento acima, pois $\operatorname{tr} K^2(w) < \infty$.

Quanto à unicidade da solução da equação (2.1) a equação homogênea só tem solução para energias correspondentes a estados ligados das duas partículas.

Vamos mostrar agora que $K(w) = G_0(w) V$ é completamente contínuo fazendo-se restrições razoáveis à interação. (5)

Temos

$$\operatorname{tr} K^+(w) K(w) = \int d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}' \, |\langle \mathbf{r}' | K(w) | \mathbf{r} \rangle|^2$$

e por outro lado

$$\langle \mathbf{r}' | K(w) | \mathbf{r} \rangle = -\frac{\mu}{2\pi} \frac{\exp i k |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}) \quad , \hbar = 1$$

onde

$$k = (2\mu w)^{1/2}$$

e μ a massa reduzida do sistema

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Assim obtemos :

$$\mathrm{Tr}\, K^{+}(w) K(w) = \frac{\mu^2}{2\pi \, \mathrm{Im}\, k} \int d\mathbf{r} \, |V(\mathbf{r})|^2$$

Portanto, se $\int d\mathbf{r} \, |V(\mathbf{r})|^2 < \infty$ o "kernel" é L^2 se a energia é negativa ou complexa . Contudo, quando fazemos o limite para a energia tendendo ao valôr no corte (w real e positivo), $\mathrm{Tr}\, K^{+}(w) K(w)$ tende a infinito . Podemos mostrar entretanto que, por uma transformação de similaridade, tornamos o "kernel" L^2 mesmo quando fazemos o limite no corte .

Vamos considerar

$$V(\mathbf{r}) = |V(\mathbf{r})| \, v(\mathbf{r})$$

onde $v(\mathbf{r})$ é a função sinal de $V(\mathbf{r})$, isto é,

$$v(\mathbf{r}) = 1 \qquad \text{se} \qquad V(\mathbf{r}) > 0$$

$$v(\mathbf{r}) = -1 \qquad \text{se} \qquad V(\mathbf{r}) < 0$$

Seja

$$\bar{K}(w) = |V|^{1/2} \, K(w) \, |V|^{-1/2}$$

donde obtemos

$$\bar{K}(w) = |V|^{1/2} G_0(w) |V|^{1/2} v$$

Por outro lado

$$\mathrm{Tr}\, \bar{K}^{+}(w)\, \bar{K}(w) = \int d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}' \, |\langle \mathbf{r}' | \bar{K}(w) | \mathbf{r} \rangle|^2$$

Como

$$\langle \mathbf{r}' | \bar{K}(w) | \mathbf{r} \rangle = -\frac{\mu}{2\pi} |V(\mathbf{r}')|^{1/2} \frac{\exp i k |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} |V(\mathbf{r})|^{1/2} v(\mathbf{r})$$

temos

$$\mathrm{Tr}\, \bar{K}^{+}(w)\, \bar{K}(w) = \frac{\mu^2}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}' \, |V(\mathbf{r}')| \frac{\exp - 2 \mathrm{Im}\, k |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} |V(\mathbf{r})|$$

Fazendo $\mathrm{Im}\, k = 0$, obtemos

$$\mathrm{Tr}\, \bar{K}^{+}(w)\, \bar{K}(w) = \frac{\mu^2}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}' \, \frac{|V(\mathbf{r})|\, |V(\mathbf{r}')|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}$$

Assim para que o "kernel" seja L^2 basta que as desigualdades

$$\int d\mathbf{r}\, |V(\mathbf{r})| < \infty$$

$$\int d\mathbf{r}' \, \frac{|V(\mathbf{r}'-\mathbf{r})|}{r'^2} \leq M < \infty$$

sejam satisfeitas .

II. 2 Problema de 3 corpos (2, 6)

Consideremos 3 partículas de massas m_1 , m_2 e m_3 , as quais são consideradas como distintas .

A hamiltoneana no sistema centro de massa é dada por ,

$$H = T_1 + T_2 + T_3 + V_{12} + V_{13} + V_{23} \tag{2.4}$$

onde os V_{ij} são potenciais de 2 corpos locais e hermiteanos .

Nêste sistema vários canais são possíveis e vamos separá-los em 4 classes . O canal (0), o qual corresponde assintòticamente ao movimento livre das 3 partículas, cujas funções de onda assintóticas, ϕ_0 , correspondem a soluções da hamiltoneana livre . H_0 . O canal (1), o qual corresponde assintòticamente ao movimento livre da partícula 1 e um estado ligado do par (2,3), cujas funções de onda assintóticas, ϕ_1 , são soluções da hamiltoneana H_1 ,

$$H_1 = H_0 + V_{23}$$

e os canais (2) e (3) definidos anàlogamente ao canal (1) .

A função de onda de espalhamento que descreve ondas esféricas emergentes e que assintòticamente é idêntica a ϕ_i , é dada por

$$\psi_i^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G(E+i\varepsilon)\, \phi_i(E)$$

onde $G(w)$ é a função de Green dada por,

$$G(w) = (w - H)^{-1}$$

Considerando a equação integral do tipo de Lippmann-Schwinger para a função de Green expressa em têrmos de $G_0(w)$

$$G(w) = G_0(w) + G_0(w)\, V\, G(w) \tag{2.5}$$

onde

$$G_0(w) = (w - H_0)^{-1}$$

e

$$V = V_{12} + V_{13} + V_{23}$$

podemos deduzir equações integrais do tipo de Lippmann-Schwinger para as funções de onda $\psi_i^{(+)}$.

Se inicialmente considerarmos as 3 partículas livres ,

$$\psi_0^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G(E+i\varepsilon)\, \phi_0(E)$$

temos

$$\psi_0^{(+)} = \phi_0 + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, V \psi_0^{(+)} \tag{2.6}$$

pois

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_0(E+i\varepsilon)\, \phi_0(E) = \phi_0(E)$$

Mas, se considerarmos a função de onda $\psi_1^{(+)}$, onde inicialmente a partícula 1 é espalhada por um estado ligado das partículas 2 e 3 ,

$$\psi_1^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G(E+i\varepsilon)\, \phi_1(E)$$

verificamos que ela satisfaz a equação homogênea da equação integral (2.6)

$$\psi_1^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, V \psi_1^{(+)}$$

pois

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_0(E+i\varepsilon)\, \phi_1(E) = 0$$

já que $G_0(E)$ não tem singularidade em ϕ_1 . O mesmo acontece para os estados $\psi_2^{(+)}$ e $\psi_3^{(+)}$.

Estamos particularmente interessados em estados que tenham inicialmente duas partículas em um estado ligado, 2 e 3 por exemplo .

Seja

$$\psi_1^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G(E+i\varepsilon)\, \phi_1(E)$$

Se usarmos a equação integral para $G(w)$ expressa em têrmos de $G_{23}(w)$

$$G(w) = G_{23}(w) + G_{23}(w)\,(V_{12}+V_{13})\, G(w) \qquad (2.7)$$

onde

$$G_{23}(w) = (w - H_0 - V_{23})^{-1}$$

obtemos

$$\psi_1^{(+)} = \phi_1(E) + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_{23}(E+i\varepsilon)\,(V_{13}+V_{12})\,\psi_1^{(+)} \qquad (2.8)$$

pois

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_{23}(E+i\varepsilon)\,\phi_1(E) = \phi_1(E)$$

já que $G_{23}(E)$ tem uma singularidade em ϕ_1 .

Se considerarmos estados onde inicialmente as 3 partículas são livres e a expressão da função de Green, $G(w)$, em têrmos de $G_{23}(w)$, obtemos uma equação não homogênea para $\psi_0^{(+)}$. Contudo $\psi_2^{(+)}$ e $\psi_3^{(+)}$ satisfazem, nêsse caso, a equação integral homogênea .

De fato

$$\psi_2^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_{23}(E+i\varepsilon)\,(V_{13}+V_{12})\,\psi_2^{(+)}$$

pois

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_{23}(E+i\varepsilon)\,\phi_2(E) = 0$$

Anàlogamente se considerarmos $\psi_3^{(+)}$.

Dêsse modo a equação homogênea da equação integral (2.8) tem solução para estados que tenham inicialmente os pares 1 e 3 e 1 e 2 ligados .

O "kernel", $K(w) = G_{23}(w)\,(V_{12}+V_{13})$, não é L^2 nem com

pletamente contínuo . Para mostrarmos isso vamos subdividi-lo em dois o peradores

$$K(w) = G_{23}(w)\,(V_{12} + V_{13})$$
$$= G_0(w)\,(V_{12} + V_{13}) + G_0(w)\,t_{23}(w)\,G_0(w)(V_{12}+V_{13})$$
$$= K_0(w) + K'(w)$$

onde usamos a relação

$$G_{23}(w) = G_0(w) + G_0(w)\,t_{23}(w)\,G_0(w)$$

e onde definimos $K'(w)$ como sendo

$$K'(w) = G_0(w)\,t_{23}(w)\,G_0(w)\,(V_{12} + V_{13})$$

e $K_0(w)$ como sendo

$$K_0(w) = G_0(w)\,(V_{12} + V_{13})$$

O operador $K'(w)$ é completamente contínuo, excluindo-se os valôres de w nos cortes à direita, se as interações são tais que o "kernel" para o problema de duas partículas é L^2 (vêr Apêndice C) . Quanto a $K_0(w)$ não é L^2 , nem completamente contínuo qualquer que seja a energia e a interação . Para vermos isto é suficiente notar que $G_0(w)V_{12}$ co - muta com o momento linear relativo da partícula 3 e o centro de massa das partículas 1 e 2, q_3 , e $G_0(w)V_{13}$ comuta com o momento linear relativo da partícula 2 e o centro de massa das partículas 1 e 3 , q_2 . Logo $\mathrm{Tr}\, K_0^+(w)\,K_0(w)$ é infinito por causa da presença da função delta nos momentos lineares q_2 e q_3 . Não é completamente contínuo pelo lema que diz que um operador completamente contínuo não pode comutar com um operador unitário ou hermiteano cujo espectro consiste apenas de um conjun-

to contínuo de pontos[5]. Assim $K(w)$ não é completamente contínuo pois é dado pela soma de um operador completamente contínuo com um não completamente contínuo .

Fazendo um resumo vemos que a equação de Lippmann-Schwinger (2.8) para a função de onda $\psi_1^{(+)}$ não tem solução única. Dêsse modo para tornar a solução única devemos fazer imposições adicionais tais como quanto ao comportamento assintótico . Isto significa que a equação não satisfaz o papel fundamental de uma equação integral, que é o de combinar a equação diferencial e as condições de contôrno . Quanto ao "kernel" , $K(w) = G_{23}(w)(V_{12}+V_{13})$, êle não é L^2 , nem completamente contínuo .

Para resolver essas dificuldades Faddeev deduziu equações integrais acopladas cujo "kernel" é completamente contínuo e de solução única .

III. O MÉTODO DE FADDEEV

III. 1 A equação de Faddeev [2]

As dificuldades que aparecem no caso do espalhamento de 3 partículas provêm de uma diferença básica entre os problemas de2 partículas e os de 3 partículas . Esta diferença resulta da possibilidade de 2 partículas interagirem, com a terceira se propagando livremente . Isto faz com que apareça na representação em diagramas do " kernel" da equação de Lippmann-Schwinger diagramas desconexos que o torna não completamente contínuo . Dêsse modo para conseguirmos uma equação integral com o "kernel" completamente contínuo devemos reescrever a equação de Lippmann-Schwinger de tal modo que o " kernel" da nova equação integral contenha apenas diagramas conexos .

Consideremos a hamiltoneana (2.4)

$$H = T_1 + T_2 + T_3 + V_{12} + V_{13} + V_{23}$$

A matriz T(w), no caso de 3 partículas, é dada por

$$T(w) = V + V\, G_0(w)\, T(w) \tag{3.1}$$

com

$$V = V_{12} + V_{23} + V_{13}$$

e

$$G_0(w) = (w - H_0)^{-1}$$

$$H_0 = T_1 + T_2 + T_3$$

Vamos separar a matriz $T(w)$ em 3 partes

$$T(w) = T^{(1)}(w) + T^{(2)}(w) + T^{(3)}(w) ,$$

assim caracterizadas

$$T^{(1)}(w) = V_{23} + V_{23} G_0(w) T(w)$$
$$T^{(2)}(w) = V_{13} + V_{13} G_0(w) T(w) \qquad (3.2)$$
$$T^{(3)}(w) = V_{12} + V_{12} G_0(w) T(w)$$

Vamos denotar as matrizes $t_{ij}(w)$ para os sub-sistemas de duas partículas por

$$t_{ij}(w) = V_{ij} + V_{ij} G_0(w) t_{ij}(w) \qquad (3.3)$$
$$= V_{ij} + t_{ij}(w) G_0(w) V_{ij}$$

Multiplicando a primeira das equações (3.2) por $(1 + t_{23}(w) G_0(w))$, e usando as relações (3.3), obtemos

$$T^{(1)}(w) = t_{23}(w) + t_{23}(w) G_0(w) \left(T^{(2)}(w) + T^{(3)}(w) \right) \qquad (3.4)$$

Procedendo de maneira semelhante, obtemos

$$T^{(2)}(w) = t_{13}(w) + t_{13}(w) G_0(w) \left(T^{(1)}(w) + T^{(3)}(w) \right) \qquad (3.5)$$
$$T^{(3)}(w) = t_{12}(w) + t_{12}(w) G_0(w) \left(T^{(1)}(w) + T^{(2)}(w) \right)$$

A função de Green é dada por,

$$G(w) = G_0(w) + G_0(w) T(w) G_0(w)$$

e vamos subdividi-la da forma seguinte :

$$G(w) = G_0(w) + G^{(1)}(w) + G^{(2)}(w) + G^{(3)}(w)$$

onde, por exemplo, $G^{(1)}(w)$ fica definida pela seguinte equação

$$G^{(1)}(w) = G_0(w) T^{(1)}(w) G_0(w)$$

com $G^{(2)}(w)$ e $G^{(3)}(w)$ caracterizados anàlogamente .

Usando a equação integral (3.4) para $T^{(1)}(w)$, temos

$$G^{(1)}(w) = G_{23}(w) - G_0(w) + G_0(w) t_{23}(w) \left(G^{(2)}(w) + G^{(3)}(w) \right)$$

onde usamos a relação

$$G_{23}(w) = G_0(w) + G_0(w)\, t_{23}(w)\, G_0(w)$$

Fazendo o mesmo para $G^{(2)}(w)$ e $G^{(3)}(w)$, obtemos

$$G^{(2)}(w) = G_{13}(w) - G_0(w) + G_0(w)\, t_{13}(w)\left(G^{(1)}(w) + G^{(3)}(w)\right)$$

$$G^{(3)}(w) = G_{12}(w) - G_0(w) + G_0(w)\, t_{12}(w)\left(G^{(1)}(w) + G^{(2)}(w)\right)$$

Consideremos a função de onda de espalhamento tal que inicialmente exista um estado ligado das partículas 2 e 3 .

Seja

$$\psi_1^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon\, G(E+i\varepsilon)\, \phi_1(E)$$

Como

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon\, G_0(E+i\varepsilon)\, \phi_1(E) = 0$$

podemos escrever $\psi_1^{(+)}$ da forma seguinte

$$\psi_1^{(+)} = \psi_1^{(1)} + \psi_1^{(2)} + \psi_1^{(3)}$$

onde

$$\psi_1^{(1)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon\, G^{(1)}(E+i\varepsilon)\, \phi_1(E)$$

com $\psi_1^{(2)}$ e $\psi_1^{(3)}$ definidos anàlogamente a $\psi_1^{(1)}$. Usando as equações integrais para os $G^{(i)}(w)$ obtemos

$$\begin{aligned}
\psi_1^{(1)} &= \phi_1 + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{23}(E+i\varepsilon)\left(\psi_1^{(2)} + \psi_1^{(3)}\right) \\
\psi_1^{(2)} &= \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{13}(E+i\varepsilon)\left(\psi_1^{(1)} + \psi_1^{(3)}\right) \qquad (3.6) \\
\psi_1^{(3)} &= \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{12}(E+i\varepsilon)\left(\psi_1^{(1)} + \psi_1^{(2)}\right)
\end{aligned}$$

pois

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \quad G_{23}(E+i\varepsilon)\,\phi_1(E) = \phi_1(E)$$

e

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \quad G_{13}(E+i\varepsilon)\,\phi_1(E) = 0$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \quad G_{12}(E+i\varepsilon)\,\phi_1(E) = 0$$

As equações integrais acopladas (3.6) podem ser escritas em forma matricial

$$\begin{pmatrix} \psi_1^{(1)} \\ \psi_1^{(2)} \\ \psi_1^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon) \begin{pmatrix} 0 & t_{23} & t_{23} \\ t_{13} & 0 & t_{13} \\ t_{12} & t_{12} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^{(1)} \\ \psi_1^{(2)} \\ \psi_1^{(3)} \end{pmatrix} \qquad (3.7)$$

Primeiramente vamos mostrar que a equação homogênea da equação integral (3.7) não tem solução para estados que tenham inicialmente um par de partículas ligado ou as 3 partículas livres .

De fato, seja

$$\psi_2^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G(E+i\varepsilon)\,\phi_2(E)$$

Introduzindo a notação

$$\psi_2^{(+)} = \psi_2^{(1)} + \psi_2^{(2)} + \psi_2^{(3)}$$

temos

$$\psi_2^{(1)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{23}(E+i\varepsilon)\left(\psi_2^{(2)} + \psi_2^{(3)}\right)$$

$$\psi_2^{(2)} = \phi_2 + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{13}(E+i\varepsilon)\left(\psi_2^{(1)} + \psi_2^{(3)}\right) \qquad (3.8)$$

$$\psi_2^{(3)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{12}(E+i\varepsilon)\left(\psi_2^{(1)} + \psi_2^{(2)}\right)$$

pois

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_{13}(E+i\varepsilon)\,\phi_2(E) = \phi_2(E)$$

e

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_{23}(E+i\varepsilon)\,\phi_2(E) = 0$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_{12}(E+i\varepsilon)\,\phi_2(E) = 0$$

Escrevendo o sistema de equações integrais acopladas (3.3) em forma matricial temos :

$$\begin{pmatrix} \psi_2^{(1)} \\ \psi_2^{(2)} \\ \psi_2^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon) \begin{pmatrix} 0 & t_{23} & t_{23} \\ t_{13} & 0 & t_{13} \\ t_{12} & t_{12} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_2^{(1)} \\ \psi_2^{(2)} \\ \psi_2^{(3)} \end{pmatrix} \qquad (3.8)$$

O mesmo acontece para os estados $\psi_3^{(+)}$ e $\psi_0^{(+)}$. Podemos vêr fàcilmente que a equação homogênea só tem solução para energias correspondentes a estados ligados das 3 partículas .

Com relação ao " kernel" da equação (3.7) Faddeev prova que o " kernel" ao quadrado,

$$K^2(w) = G_0(w)\,B(w)\,G_0(w)\,B(w)$$

com

$$B(w) = \begin{pmatrix} 0 & t_{23}(w) & t_{23}(w) \\ t_{13}(w) & 0 & t_{13}(w) \\ t_{12}(w) & t_{12}(w) & 0 \end{pmatrix}$$

é completamente contínuo exceto para valôres da energia nos cortes à direita e que mesmo no corte as singularidades são suficientemente inócuas de modo que após um certo número de iterações o " kernel" torna-se completamente contínuo.(Vêr Apêndice C) . [7]

III. 2 Cálculo do potencial ótico do dêuteron em um modêlo de 3 partículas

Nesta secção vamos introduzir um modêlo de 3 partículas para o espalhamento de dêuterons . Vamos chamar o nêutron e o próton que formam o dêuteron de partículas 2 e 3 e o núcleo alvo, o qual é considerado inerte, de partícula 1 . Quando não ocasionar confusão vamos omitir a dependência na energia de certos operadores e deixar implícito o limite para $\varepsilon \to 0^+$.

As equações de Faddeev são fortemente acopladas de modo que para calcularmos o potencial ótico do dêuteron, vamos fazer uma modificação na dedução da secção anterior a fim de desacoplar as equações .

Consideremos a equação (3.1) para a matriz $T(w)$ e vamos dividir $T(w)$ em duas partes

$$T(w) = T^{(1)}(w) + T^{(2)}(w)$$

onde definimos

$$T^{(1)}(w) = V_{23} + V_{23} G_0(w) T(w) \tag{3.10}$$

$$T^{(2)}(w) = (V_{12} + V_{13}) + (V_{12} + V_{13}) G_0(w) T(w) \tag{3.11}$$

Multiplicando a equação (3.10) por $(1 + t_{23}(w) G_0(w))$ e usando a equação integral para $t_{23}(w)$, obtemos

$$T^{(1)}(w) = t_{23}(w) + t_{23}(w) G_0(w) T^{(2)}(w) \tag{3.12}$$

Para considerarmos a equação (3.11) vamos definir o operador [8]

$$\begin{aligned} T(w) &= (V_{12} + V_{13}) + (V_{12} + V_{13}) G_0(w) T(w) \\ &= (V_{12} + V_{13}) + T(w) G_0(w) (V_{12} + V_{13}) \end{aligned} \tag{3.13}$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
89
INSTITUTO DE FÍSICA

e subdividi-lo em

$$T(w) = T_2(w) + T_3(w)$$

onde definimos [8,9]

$$T_2(w) = V_{12} + V_{12} G_0(w) T(w)$$
$$T_3(w) = V_{13} + V_{13} G_0(w) T(w) \qquad (3.14)$$

Das equações (3.14) e da equação integral para os $t_{ij}(w)$ segue que

$$T_2(w) = t_{12}(w) + t_{12}(w) G_0(w) T_3(w)$$
$$T_3(w) = t_{13}(w) + t_{13}(w) G_0(w) T_2(w) \qquad (3.15)$$

As equações acima podem ser simplificadas transformando-as para uma forma não acoplada.[8] Combinando as equações (3.15) e as definições

$$T_2(w) = \hat{T}_2(w)\,(1 + G_0(w)\, t_{13}(w))$$
$$T_3(w) = \hat{T}_3(w)\,(1 + G_0(w)\, t_{12}(w))$$

obtemos

$$\hat{T}_2(w) = t_{12}(w) + t_{12}(w)\, G_0(w)\, t_{13}(w)\, G_0(w)\, \hat{T}_2(w)$$
$$\hat{T}_3(w) = t_{13}(w) + t_{13}(w)\, G_0(w)\, t_{12}(w)\, G_0(w)\, \hat{T}_3(w)$$

Usando as equações (3.15), podemos mostrar que

$$(1 - G_0(w)(V_{12} + V_{13})(1 + G_0(w)(T_2(w) + T_3(w))) = \mathbb{1}$$
$$(V_{12} + V_{13})(1 + G_0(w)(T_2(w) + T_3(w))) = T_2(w) + T_3(w) \qquad (3.16)$$

A equação (3.11) pode ser escrita como

$$T^{(2)}(w) = (1 - (V_{13} + V_{12})\, G_0(w))^{-1} (V_{13} + V_{12}) +$$
$$+ (1 - (V_{13} + V_{12})\, G_0(w))^{-1} (V_{13} + V_{12})\, G_0(w)\, T^{(1)}(w)$$

Considerando que

$$\left(1-(V_{13}+V_{12})G_0(w)\right)^{-1}(V_{13}+V_{12}) =$$

$$= (V_{13}+V_{12})\left(1-G_0(w)(V_{13}+V_{12})\right)^{-1} \tag{3.17}$$

já que vale a relação

$$\frac{1}{1-AB}A = A\frac{1}{1-BA}$$

para quaisquer operadores A e B e usando as equações (3.16) em (3.17), obtemos

$$\left(1-(V_{13}+V_{12})G_0(w)\right)^{-1}(V_{13}+V_{12}) =$$
$$= (V_{13}+V_{12})\left(1+G_0(w)(T_2(w)+T_3(w))\right)$$
$$= (T_2(w)+T_3(w))$$

e portanto

$$T^{(2)}(w) = T_2(w)+T_3(w)+(T_2(w)+T_3(w))G_0(w)T^{(1)}(w) \tag{3.18}$$

A função de Green é escrita como

$$G(w) = G_0(w)+G_0(w)T(w)G_0(w) =$$
$$= G_0(w)+G^{(1)}(w)+G^{(2)}(w)$$

onde introduzimos

$$G^{(1)}(w) = G_0(w)T^{(1)}(w)G_0(w)$$

e

$$G^{(2)}(w) = G_0(w)T^{(2)}(w)G_0(w)$$

Usando as equações integrais (3.12) e (3.18) para $T^{(1)}(w)$ e $T^{(2)}(w)$, temos

$$G^{(1)}(w) = G_{23}(w)-G_0(w)+G_0(w)t_{23}(w)G^{(2)}(w)$$
$$G^{(2)}(w) = G_0(w)(T_2(w)+T_3(w))G_0(w)+G_0(w)(T_2(w)+T_3(w))G^{(1)}(w)$$

Considerando a equação (3.13) podemos mostrar que

$$(W - H_0 - V_{13} - V_{12})^{-1} = G_0(W) + G_0(W)\left(T_2(W) + T_3(W)\right)G_0(W) \tag{3.19}$$

donde

$$G^{(2)}(W) = G_1(W) - G_0(W) + G_0(W)\left(T_2(W) + T_3(W)\right)G^{(1)}(W)$$

onde $G_1(W)$ é uma função de Green que contém duas interações, isto é,

$$G_1(W) = (W - H_0 - V_{13} - V_{12})^{-1}$$

A função de onda de espalhamento que tem inicialmente o par (2, 3) em um estado ligado é dada por

$$\psi_1^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G(E + i\varepsilon)\,\phi_1(E)$$

Introduzindo a separação

$$\psi_1^{(+)} = \psi_1^{(1)} + \psi_1^{(2)}$$

onde

$$\psi_1^{(1)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G^{(1)}(E + i\varepsilon)\,\phi_1(E)$$

e

$$\psi_2^{(2)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G^{(2)}(E + i\varepsilon)\,\phi_1(E)$$

e usando as equações integrais para os $G^{(i)}(W)$, obtemos

$$\psi_1^{(1)} = \phi_1 + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E + i\varepsilon)\, t_{23}(E + i\varepsilon)\,\psi_1^{(2)} \tag{3.20}$$

e

$$\psi_1^{(2)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E + i\varepsilon)\left(T_2(E + i\varepsilon) + T_3(E + i\varepsilon)\right)\psi_1^{(1)}$$

pois

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon \; G_1(E + i\varepsilon)\,\phi_1(E) = 0$$

Pelo exame da equação acima podemos verificar que ela possui propriedades idênticas as da equação de Faddeev . Primeiramente a equação homogênea não tem solução para estados que tenham inicialmente um

par ligado ou as 3 partículas livres .

Seja

$$\psi_2^{(+)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon\, G(E+i\varepsilon)\,\phi_2(E)$$

donde

$$\psi_2^{(+)} = \psi_2^{(1)} + \psi_2^{(2)}$$

onde definimos

$$\psi_2^{(1)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{23}(E+i\varepsilon)\, \psi_2^{(2)}$$

e

$$\psi_2^{(2)} = \chi + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\left(T_2(E+i\varepsilon) + T_3(E+i\varepsilon)\right)\psi_2^{(1)}$$

em que definimos

$$\chi = \lim_{\varepsilon \to 0^+} i\varepsilon\, G_1(E+i\varepsilon)\,\phi_2(E)$$
$$= \chi^{(1)} + \chi^{(2)}$$

com

$$\chi^{(1)} = \phi_2 + \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{12}(E+i\varepsilon)\, \chi^{(2)}$$

e

$$\chi^{(2)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_0(E+i\varepsilon)\, t_{13}(E+i\varepsilon)\, \chi^{(1)}$$

Logo, por causa da função χ , a equação homogênea não tem solução . Procedendo anàlogamente com $\psi_3^{(+)}$ e $\psi_0^{(+)}$ chegaríamos à mesma conclusão .

Semelhantemente à equação de Faddeev, a equação homogênea de (3.20) só tem solução para energias correspondentes a estados ligados das 3 partículas .

Com relação ao "kernel" da equação integral para $\psi_1^{(1)}$

$$K(w) = G_0(w)\, t_{23}(w)\, G_0(w)\left(T_2(w) + T_3(w)\right)$$

mostramos no Apêndice C que é completamente contínuo .

Antes de deduzirmos o potencial ótico do dêuteron, devemos notar que

1. O espalhamento elástico está todo contido em $\psi_1^{(1)}$
2. $\psi_1^{(1)}$ contém parte do "break-up" mas os canais de "stripping" estão contidos em $\psi_1^{(2)}$.

Para demonstrarmos a primeira afirmativa é suficiente mostrar que o comportamento assintótico de $\psi_1^{(1)}$, quando o centro de massa do dêuteron está infinitamente afastado do alvo é dado por

$$\lim_{|\rho_1|\to\infty} \psi_1^{(1)}(\rho_1, \mathbf{r}_{23}) \sim \phi_1 - \frac{\phi_d(\mathbf{r}_{23})}{(2\pi)^{3/2}} \frac{e^{ik_1\rho_1}}{\rho_1} \times$$

$$\times (2\pi)^2 \mu_1 T_{11} \tag{3.21}$$

onde μ_1 é a massa reduzida do sistema formado pelo dêuteron e o núcleo alvo, isto é

$$\mu_1 = \frac{m_1(m_2+m_3)}{M}$$

e

$$k_1 = \sqrt{2\mu_1(E+\varepsilon_d)}$$

(ρ_1 é a coordenada relativa do centro de massa do dêuteron e o núcleo alvo, isto é

$$\rho_1 = \frac{m_2\mathbf{r}_2 + m_3\cdot\mathbf{r}_3}{m_2+m_3} - \mathbf{r}_1$$

Considerando a equação integral (3.20) para $\psi_1^{(1)}$ e fazendo uso da relação

$$G_0(w)t_{23}(w) = G_{23}(w)V_{23}$$

obtemos

$$\psi_1^{(1)} = \phi_1 + \lim_{\varepsilon\to 0^+} G_{23}(E+i\varepsilon)V_{23}\psi_1^{(2)} \tag{3.22}$$

Vemos que a parte assintótica de (3.22) coincide com (3.21) se

$$T_{11} = \langle \phi_1 | V_{12} + V_{13} | \psi_1^{(+)} \rangle$$
$$= \langle \phi_1 | V_{23} | \psi_1^{(2)} \rangle$$

Usando as equações (3.14), temos

$$(V_{12} + V_{13}) \psi_1^{(+)} = (T_2 + T_3) \psi_1^{(1)}$$

donde

$$T_{11} = \langle \phi_1 | T_2 + T_3 | \psi_1^{(1)} \rangle$$
$$= \langle \phi_1 | V_{23} G_0 (T_2 + T_3) | \psi_1^{(1)} \rangle$$

pois a matriz de transição é calculada na camada de energia

logo

$$T_{11} = \langle \phi_1 | V_{23} | \psi_1^{(2)} \rangle$$

Para demonstrarmos a segunda a firmativa basta considerarmos a equação integral (3.20) para $\psi_1^{(1)}$ e mostrarmos que o comportamento assintótico de $\psi_1^{(2)}$ é, no caso de "stripping" da partícula 2 dado por

$$\lim_{|\rho_2| \to \infty} \psi_1^{(2)}(r_{13}, \rho_2) \sim - \sum_i \frac{\phi_i(r_{13})}{(2\pi)^{3/2}} \frac{e^{i k_{21} \rho_2}}{\rho_2} \times$$
$$\times (2\pi)^2 \mu_2 T_{21} \tag{3.23}$$

onde μ_2, k_2 e ρ_2 são definidos anàlogamente a μ_1, k_1 e ρ_1.

Para isso vamos considerar a relação

$$G_0(w)(T_2(w) + T_3(w)) = G_1(w)(V_{12} + V_{13})$$
$$= G_{13}(w)(V_{13} + T_2(w))$$

Donde a equação integral para $\psi_1^{(2)}$ pode ser escrita como

$$\psi_1^{(2)} = \lim_{\varepsilon \to 0^+} G_{13}(E + i\varepsilon)(V_{13} + T_2(E + i\varepsilon)) \psi_1^{(1)} \tag{3.24}$$

O comportamento assintótico de (3.24) coincide com (3.23) se

$$T_{21} = \langle \phi_2 | V_{12} + V_{23} | \psi_1^{(+)} \rangle$$
$$= \langle \phi_2 | V_{13} + T_2 | \psi_1^{(1)} \rangle$$

Mas das relações (3.14), temos

$$V_{23} \psi_1^{(+)} = V_{23} \phi_1 + t_{23} \psi_1^{(2)}$$
$$V_{12} \psi_1^{(+)} = T_2 \psi_1^{(1)}$$

ou seja

$$T_{21} = \langle \phi_2 | V_{23} | \phi_1 \rangle + \langle \phi_2 | t_{23} | \psi_1^{(2)} \rangle +$$
$$+ \langle \phi_2 | T_2 | \psi_1^{(1)} \rangle$$

Como a amplitude de transição é calculada na camada de energia

$$T_{21} = \langle \phi_2 | V_{13} | \phi_1 \rangle + \langle \phi_2 | V_{13} G_0 t_{23} | \psi_1^{(2)} \rangle +$$
$$+ \langle \phi_2 | T_2 | \psi_1^{(1)} \rangle$$
$$= \langle \phi_2 | V_{13} + T_2 | \psi_1^{(1)} \rangle$$

Assim vemos que $V_{ef}(w) = V_{23} G_0(w) \left(T_2(w) + T_3(w) \right)$ não é o potencial ótico do dêuteron apenas porque $\psi_1^{(1)}$ contém parte do canal de "break-up" .

Para eliminarmos esta contribuição vamos definir os operadores de projeção [10]

$$P = |\phi_d \rangle \langle \phi_d |$$

que projeta no dêuteron, e

$$Q = 1 - P$$

Fazendo uso dêsses operadores na equação (3.20) temos

$$P\psi_1^{(1)} = \phi_1 + P G_{23}(E^{(+)}) V_{23} G_0(E^{(+)}) \left(T_2(E^{(+)}) + T_3(E^{(+)}) \right) (P+Q) \psi_1^{(1)}$$
$$= \phi_1 + G_{23}(E^{(+)}) P V_{ef}(E^{(+)}) (P+Q) \psi_1^{(1)} \qquad (3.25)$$

onde definimos

$$E^{(+)} = E + i\varepsilon$$
$$V_{ef}(w) = V_{23} G_0(w) \left(T_2(w) + T_3(w) \right)$$

Semelhantemente

$$Q\psi_1^{(1)} = G_{23}(E^{(+)})\, Q\, V_{ef}(E^{(+)})(P+Q)\psi_1^{(1)}$$

ou explicitando $Q\psi_1^{(1)}$

$$Q\psi_1^{(1)} = \frac{1}{E^{(+)} - H_0 - V_{23} - Q V_{ef}(E^{(+)})Q}\, Q V_{ef}(E^{(+)})\, P\psi_1^{(1)} \tag{3.26}$$

Fazendo uso da equação (3.26) na equação (3.25) temos

$$P\psi_1^{(1)} = \phi_1 + G_{23}(E^{(+)})\, P\left[V_{ef}(E^{(+)}) + V_{ef}(E^{(+)})\, Q\, \frac{1}{E^{(+)} - H_0 - V_{23} - Q V_{ef}(E^{(+)})Q}\, Q V_{ef}(E^{(+)})\right] P\psi_1^{(1)}$$

ou seja

$$P\psi_1^{(1)} = \phi_1 + G_{23}(E^{(+)})\,|\phi_d\rangle V_{op}(E^{(+)})\langle\phi_d|\psi_1^{(1)}\rangle$$

onde introduzimos o potencial ótico do dêuteron

$$V_{op}(E^{(+)}) = \langle\phi_d|V_{ef}(E^{(+)})|\phi_d\rangle + \langle\phi_d|V_{ef}(E^{(+)})Q\frac{1}{E^{(+)} - H_0 - V_{23} - QV_{ef}(E^{(+)})Q}\, Q V_{ef}(E^{(+)})|\phi_d\rangle \tag{3.27}$$

IV. DISCUSSÃO DA EQUAÇÃO E CONCLUSÕES

Os têrmos da expressão (3.27) do potencial ótico do dêuteron têm a seguinte interpretação física : no primeiro têrmo o dêuteron sofre um "break-up" e o nêutron e o próton interagem independentemente com o núcleo alvo através do operador $(T_2(w) + T_3(w))$ e por fim o nêutron e o próton recompõem o dêuteron . No segundo têrmo o nêutron e o próton antes de formarem o dêuteron se acoplam ao contínuo do dêuteron e interagem entre si . Assim vemos que sòmente no segundo têrmo é que existe interação entre o nêutron e o próton em estados intermediários . Dêsse modo o ponto de vista do nosso tratamento é um ponto de vista oposto ao de considerar que o dêuteron nunca se quebra, pois em mais baixa ordem o nêutron e o próton interagem independentemente com o núcleo alvo .

A aproximação de ordem mais baixa em V_{ef} corresponde a não considerar a contribuição do canal de "break-up" ao potencial ótico e nêsse caso temos ,

$$V_{op}(E^{(+)}) = \langle \phi_d | V_{ef}(E^{(+)}) | \phi_d \rangle \tag{4.1}$$

com

$$V_{ef}(w) = V_{23}\, G_0(w)\, (T_2(w) + T_3(w))$$

Em geral, para o cálculo de $V_{ef}(w)$ precisamos resolver as equações integrais (3.15) . No caso de considerarmos a massa do núcleo alvo infinita, vamos mostrar abaixo que o cálculo de V_{ef} envolve o conhecimento de integrais da matriz t , dos sub-sistemas nêutron-núcleo alvo e próton-núcleo alvo, fora da camada de energia [9] .

Nesta aproximação temos

$$(w - H_0 - V_{12} - V_{13})^{-1} = (w - H_2 - H_3)$$

onde

$$H_2 = T_2 + V_{12}$$

$$H_3 = T_3 + V_{13}$$

Inserindo na expressão (4.1) um conjunto completo de auto-funções de H_3, temos

$$(W - H_2 - H_3)^{-1} = \sum_i |\psi_{3i}\rangle \frac{1}{W + B_i - H_2} \langle \psi_{3i}| + \int d^3\mathbf{k}_3'' \, |\psi_{\mathbf{k}_3''}\rangle \frac{1}{W - \mathbf{k}_3''^2/2m - H_2} \langle \psi_{\mathbf{k}_3''}| \, , \quad \hbar = 1$$

onde $|\psi_{3i}\rangle$ é um estado ligado da partícula 3, com energia de ligação B_i e m a massa do nucleon. Usando a representação dos momentos lineares, as relações

$$(W - H_2)^{-1} = (W - T_2)^{-1} + (W - T_2)^{-1} t_2(W) (W - T_2)^{-1}$$

$$\langle \mathbf{k}_3 | \psi_{\mathbf{k}_3''}\rangle = \delta(\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_3'') + \frac{\langle \mathbf{k}_3 | t_3(\mathbf{k}_3''^2/2m + i\varepsilon) | \mathbf{k}_3''\rangle}{\mathbf{k}_3''^2/2m + i\varepsilon - \mathbf{k}_3^2/2m}$$

$$\left((W - H_2 - H_3)^{-1} - G_0(W)\right) G_0(W)^{-1} = G_0(W)\left(T_2(W) + T_3(W)\right)$$

e a equação de Low

$$\langle \mathbf{k}_3' | t_3(W) | \mathbf{k}_3\rangle = \langle \mathbf{k}_3' | V_{13} | \mathbf{k}_3\rangle + \sum_i \frac{\langle \mathbf{k}_3' | V_{13} | \psi_{3i}\rangle \langle \psi_{3i} | V_{13} | \mathbf{k}_3\rangle}{(W + B_i)} + \int d^3\mathbf{k}_3'' \frac{\langle \mathbf{k}_3' | t_3(\mathbf{k}_3''^2/2m + i\varepsilon) | \mathbf{k}_3''\rangle \langle \mathbf{k}_3'' | t_3(\mathbf{k}_3''^2/2m - i\varepsilon) | \mathbf{k}_3\rangle}{(W - \mathbf{k}_3''^2/2m)}$$

para mostrarmos que a soma dos têrmos multiplicando $\delta(\mathbf{k}'_2-\mathbf{k}_2)$ é igual a

$$\frac{\langle \mathbf{k}'_3 | t_3(W-k_3^2/2m) | \mathbf{k}_3\rangle}{(W-k_3'^2/2m-k_2^2/2m)}$$

obtemos

$$\langle \mathbf{k}'_2\mathbf{k}'_3 | G_0(W)(T_2(W)+T_3(W)) | \mathbf{k}_2\mathbf{k}_3\rangle =$$

$$= \delta(\mathbf{k}_3-\mathbf{k}'_3)\,\frac{\langle \mathbf{k}'_2 | t_2(W-k_3^2/2m) | \mathbf{k}_2\rangle}{(W-k_2'^2/2m-k_3^2/2m)} +$$

$$+\,\delta(\mathbf{k}_2-\mathbf{k}'_2)\,\frac{\langle \mathbf{k}'_3 | t_3(W-k_3^2/2m) | \mathbf{k}_3\rangle}{(W-k_3'^2/2m-k_2^2/2m)} +$$

$$+\,\frac{\langle \mathbf{k}'_3 | t_3(k_3^2/2m+i\varepsilon) | \mathbf{k}_3\rangle\,\langle \mathbf{k}'_2 | t_2(W-k_3^2/2m) | \mathbf{k}_2\rangle}{(W-k_3^2/2m-k_2'^2/2m)\,(k_3^2/2m+i\varepsilon-k_3'^2/2m)} +$$

$$+\,\frac{\langle \mathbf{k}'_3 | t_3(k_3'^2/2m+i\varepsilon) | \mathbf{k}_3\rangle\,\langle \mathbf{k}'_2 | t_2(W-k_3'^2/2m) | \mathbf{k}_3\rangle\,(W-k_2^2/2m-k_3^2/2m)}{(W-k_3'^2/2m-k_2'^2/2m)(W-k_3'^2/2m-k_2^2/2m)\,(k_3'^2/2m-i\varepsilon-k_3^2/2m)} +$$

$$+\int \frac{d^3\mathbf{k}_3''\,\langle \mathbf{k}'_3 | t_3(k_3''^2/2m+i\varepsilon) | \mathbf{k}_3''\rangle\,\langle \mathbf{k}_3'' | t_3(k_3''^2/2m-i\varepsilon) | \mathbf{k}_3\rangle\,\langle \mathbf{k}'_2 | t_2(W-k_3''^2/2m) | \mathbf{k}_2\rangle\,(W-k_2^2/2m-k_3^2/2m)}{(k_3''^2/2m+i\varepsilon-k_3'^2/2m)(W-k_3''^2/2m-k_2'^2/2m)(W-k_3''^2/2m-k_2^2/2m)\,(k_3''^2/2m-i\varepsilon-k_3^2/2m)} +$$

$$+\sum_i \frac{\langle \mathbf{k}'_3 | \psi_{3i}\rangle\,\langle \mathbf{k}'_2 | t_2(W+B_i) | \mathbf{k}_2\rangle\,\langle \psi_{3i} | \mathbf{k}_3\rangle\,(W-k_2^2/2m-k_3^2/2m)}{(W+B_i-k_2'^2/2m)\,(W+B_i-k_2^2/2m)} \qquad (4.2)$$

Consideremos a interpretação física de certos têrmos da expressão (4.2) tendo em vista o espalhamento elástico de dêuterons a baixas energias .

Examinemos primeiramente o último têrmo de (4.2) onde o próton é capturado em um estado ligado com energia de ligação B_i e o nêutron interage com o núcleo alvo através da matriz $t_2(W+B_i)$. Se a energia $(W+B_i)$ coincide com a energia de uma ressonância do nêutron , a matriz $t_2(W+B_i)$ varia fortemente com a energia e pode ser aproximada por (7)

$$t_{2_\ell}(k_2', k_2 ; k_2^2/2m + i\epsilon) \propto \frac{\pi/2k_0 \, v_\ell(k_2'^2) \, v_\ell(k_2^2)}{k_0^2/2m - k_2^2/2m - i k_2 \pi/2k_0}$$

onde $k_0^2/2m$ é igual a energia da ressonância .

Dêsse modo, o potencial ótico do dêuteron varia fortemente com a energia, e a secção de choque na aproximação de Born tem uma forma de ressonância de Breit-Wigner com a largura igual à largura da ressonância de partícula independente . O mecanismo acima pode ser visualizado como uma ressonância no canal de "stripping" e ocorre a uma energia no canal de dêuterons dada por

$$E_C = E_R + B_d - B_i$$

onde

E_C = energia do centro de massa do dêuteron

B_d = energia de ligação do dêuteron

B_i = energia do estado ligado da partícula 3

E_R = energia da ressonância .

Para uma dada ressonância de partícula independente temos, para cada estado ligado, uma ressonância no espalhamento elástico de dêuterons de largura igual à largura da ressonância, com a diferença de energia dos estados ligados igual à distância entre os picos das ressonâncias . Como o mecanismo acima é o de uma ressonância no canal de "stripping", êle deve ocorrer com maior intensidade nêste canal . O que acabamos de dizer é igualmente válido para ressonâncias do próton . Se a fôrça coulombiana não estivesse presente as ressonâncias do nêutron e do próton ocorreriam em uma mesma energia . Entretanto , pela presença da fôrça coulombiana , temos um deslocamento da ressonância do próton, que é dado pela diferença da energia coulombiana da ressonância e do estado ligado . Como as larguras do próton são geralmente grandes comparadas com as de nêutron , pode acontecer que algumas das ressonâncias não estejam presentes nos dados experimentais, pois a diferença da energia coulombiana pode ser bem meno do que a largura da ressonância . Estas considerações são válidas se a interação entre o nêutron e o próton não modifica a estrutura da ressonância, isto é, se quando a partícula se encontra no estado ressonante o efeito do potencial nêutron-próton é desprezível . Se isto não acontece podemos ter acoplamento entre elas ocasionando deslocamentos na energia e aumento das larguras e nêste caso o segundo têrmo em (3.27) tem que ser considerado . Podemos ter uma idéia do efeito do potencial nêutron-próton pela análise da secção de choque de "stripping" . Se a ressonância aparece forte em um canal mas fraca nos outros é uma evidência de que o efeito da interação nêutron-próton é pequeno . É importante mencionar que para a ocorrência dêste mecanismo, é necessário que o acoplamento com o canal do dêuteron não seja pequeno .

Os dois primeiros têrmos de (4.2) têm estrutura idêntica e pode -

mos escrever um dêles como

$$\langle K' \phi_d | V_{23}\, G_0(w)\, t_2(w) | K \phi_d \rangle =$$

$$= \frac{\int d^3k_3 \langle \phi_d | V_{23} | \mathbf{K}/2 - \mathbf{k}_3 \rangle \langle \mathbf{K}' - \mathbf{k}_3 | t_2(w - k_3^2/2m) | \mathbf{K} - \mathbf{k}_3 \rangle \langle \frac{\mathbf{K}}{2} - \mathbf{k}_3 | \phi_d \rangle}{(w - (\mathbf{K}' - \mathbf{k}_3)^2/2m - k_3^2/2m)} \qquad (4.3)$$

onde o nêutron interage com o núcleo alvo através da matriz $t_2(w - k_3^2/2m)$ e o próton se propaga livremente . Como a partícula livre pode ter qualquer momento linear e o nêutron e o próton do dêuteron não têm momentos lineares bem definidos, pois a função de onda do dêuteron tem uma largura da ordem de 2.225 MeV [7] vemos que as ressonâncias de partícula independente presentes em $t_2(w)$ não aparecem no canal de dêuterons , pois em um intervalo de energia da ordem de 2.225 MeV no entôrno de $E_c = 2E_R + B_d$ (energia da ressonância no canal do dêuteron) , o dêuteron pode "enxergar" a ressonância , deixando o próton em um estado de partícula livre tal que a energia do nêutron coincida com a energia da ressonância .

No elemento de matriz (4.3) êste efeito está presente na dependência da função de onda do dêuteron e da energia da matriz t_2 com o momento linear da partícula livre e na integração no momento linear . O mecanismo das duas partículas em ressonâncias de partícula independente está presente no terceiro e no quarto têrmo da expressão (4.2) que envolvem o produto das matrizes t do nêutron-núcleo alvo e próton-núcleo alvo . Nêste caso, a secção de choque na aproximação de Born apresenta uma ressonância com a largura igual à soma das larguras das ressonâncias para o nêutron e o próton . O processo acima ocorre a uma energia no canal de dêuterons dada por

$$E = E_{R_p} + E_{R_n} + B_d$$

onde E_{R_p} e E_{R_n} são respectivamente as energias das ressonâncias do próton e do nêutron . Fazendo um sumário, a análise da expressão para o potencial ótico do dêuteron, na aproximação de mais baixa ordem em V_{ef} , que é equivalente a desprezar a contribuição do canal de "break-up" , fornece as seguintes conclusões :

1. Uma ressonância no canal de "stripping" implica em uma forte variação do potencial ótico com a energia e a secção de choque na aproximação de Born apresenta uma ressonância de largura igual à largura da ressonância de partícula independente de um dos nucleons .

2. Se a ressonância ocorre no contínuo, com uma das partículas livre, temos um aumento na largura da ressonância de partícula independente e as ressonâncias não aparecem no canal de dêuterons .

3. O mecanismo das duas partículas em ressonâncias de partícula independente está presente, com as partículas não interagindo entre si .

Para darmos um exemplo de a que espécie de dados experimentais estas considerações podem se aplicar vamos examinar dados do espalhamento de dêuterons pelo ^{16}O a baixas energias [1] .

Os dados da estrutura do ^{16}O que nos interessam são : [11, 12, 13]

Estados de nêutron			Estados de próton		
J^{π}	E(MeV)	Γ (MeV)	J^{π}	E(MeV)	Γ (MeV)
$1d_{5/2}$	-4.146		$1d_{5/2}$	-0.596	
$1s_{1/2}$	-3.275		$1s_{1/2}$	-0.096	
$d_{3/2}$	0.95	0.10	$d_{3/2}$	4.50	1.5

Como a ressonância no contínuo ocorre em uma energia muito alta comparada com o intervalo de 2 a 3.6 MeV da energia experimental, se o têrmo que contém a interação entre o nêutron e o próton em estados intermediários não é importante, as ressonâncias que aparecem no espalhamento de dêuterons, segundo nosso modêlo, devem originar-se de ressonâncias no canal de "stripping" .

Com isso esperamos ressonâncias no canal de "stripping" nas seguintes energias :

Ressonâncias do nêutron (Γ = 0.10 MeV)

E_1 = 2.84 MeV

E_2 = 3.40 MeV

Ressonâncias do próton (Γ = 1.5 MeV)

E_1 = 2.62 MeV

E_2 = 3.60 MeV

Estas ressonâncias não são proibidas por nenhuma regra de seleção. A baixas energias só as ondas parciais S , P e D do dêuteron é que são importantes e como os estados considerados são pares, ficamos reduzidos a ondas S e D . Para ondas S , os números quânticos do canal de entrada são $J = 1^+$, $T = 0$ e para ondas D , $J = 3^+$, 2^+ e 1^+ , $T = 0$. A ressonância $(d_{5/2}, d_{3/2})$ pode formar estados de momento angular J = 4, 3, 2 e 1 com paridade positiva e spin isotópico zero . A ressonância $(s_{1/2}, d_{3/2})$, estados de momento angular J = 2, 1 com paridade positiva e spin isotópico zero , e assim ambas se acoplam ao canal de entrada .

Pelo exame da figura 17 da referência 1 vemos que aparece uma ressonância forte no canal (d, n_o) e uma fraca no canal (d, n_1) a uma energia de aproximadamente 2.87 MeV . Os dados experimentais não alcançam

3.40 MeV , mas a figura mostra a presença de possíveis ressonâncias de intensidades comparáveis . A única ressonância com largura da ordem de 100 KeV é a primeira ressonância no canal (d, n_1) . No canal (d, p) os dados são menos transparentes havendo uma ressonância larga na energia de 2.95 MeV no canal (d, p_0) e na de 2.85 MeV no canal (d, p_1) .

A figura 9 da função de excitação do dêuteron apresenta ressonâncias de largura da ordem de 100 keV a energias de 2.4 , 3.0 e 3.5 MeV . A ressonância em 3.0 MeV se anula em $\Theta = 90^{\circ}$ indicando que possìvel - mente é uma ressonância de paridade negativa .

Assim vemos que para podermos estabelecer uma relação do mecanismo com os dados experimentais precisamos ter uma idéia da ordem de grandeza do acoplamento com o canal do dêuteron e das modificações introduzidas quando consideramos o potencial ótico em tôdas as ordens, o que só é possível por um cálculo da expressão (4, 2) .

APÊNDICES

Nos apêndices vamos estudar propriedades de operadores definidos em um espaço de Hilbert separável .

APÊNDICE A [5, 6]

Espectro de um operador

Existem 4 possibilidades distintas para as propriedades de um operador (α -K) , para um dado valôr de α , se o operador é limitado .

1. Não existe nenhuma sequência de vetores, $\{\psi_m\}$, cada vetor normalizado à unidade, tal que

$$(\alpha - K)\psi_m \Rightarrow 0$$

Nêste caso a inversa existe e é limitada e α está no espectro resolvente de K .

2. Existe um vetor ϕ , tal que

$$(\alpha - K)\phi = 0$$

Nêste caso $(\alpha - K)^{-1}$ não existe e α está no espectro de ponto de K .

3. O mapeamento de (α -K) é unívoco mas o "range" é um sub-conjunto no espaço de Hilbert . Então α está no espectro residual de K e deve existir um vetor ϕ , tal que

$$K^+\phi = \alpha^* \phi$$

4. Existe uma sequência de vetores normalizados, $\{\psi_m\}$, tal que

$$\|(\alpha - K)\psi_m\| \leq \frac{1}{m}$$

e não existe nenhum vetor ϕ que satisfaça 2 ou 3 . Nêste caso a inversa existe mas não é limitada e α está no espectro contínuo de K .

APÊNDICE B [5,6]

Definição e propriedades de um operador completamente contínuo

Definição : - Um operador é completamente contínuo se para tôda sequência limitada, $\{\psi_n\}$, a sequência $\{C\psi_n\}$ contém uma subsequência que converge fortemente .

Propriedades : -

1. A condição suficiente para que um operador C seja completamente contínuo é que

$$\mathrm{Tr}\, C^{+} C < \infty$$

2. Produto, combinações lineares e adjuntos de operadores completamente contínuos, são completamente contínuos .
3. O produto de um operador limitado por um completamente contínuo, é completamente contínuo .
4. Se um operador é completamente contínuo êle tem apenas espectro de ponto com possível exceção do ponto $\alpha = 0$.
5. Os auto-valôres de um operador completamente contínuo formam um conjunto enumerável com zero como o único ponto de acumulação possível .

APÊNDICE C

Para estudarmos as propriedades do "kernel" das equações integrais (2.8) , (3.7) e (3.20) vamos nos basear em duas propriedades demonstradas por Weinberg (vêr referência 6) . Se as interações são tais que, no ca

so de duas partículas o "kernel" é L^2 e se W não está nos diversos cortes à direita segue que

1) $G_0(w)\, t_{ij}(w) = G_{ij}(w)\, V_{ij}$

é um operador limitado no espaço de Hilbert do centro de massa das 3 partículas .

2) $G_0(w)\, V_{ij}\, G_0(w)\, V_{jk}$

com i, j, k = 1, 2, 3 e permutações cíclicas, é um operador completamente contínuo nêsse espaço .

Vamos examinar o "kernel" das equações integrais (2.8), (3.7) e (3.20) nesta ordem

a. Seja o operador

$$G_0(w)\, t_{23}(w)\, G_0(w)\, (V_{12}+V_{13}) = G_0(w)\, V_{23}\, G_0(w)\, (V_{12}+V_{13}) + G_0(w)\, t_{23}(w)\, G_0(w)\, V_{23}\, G_0(w)\, (V_{12}+V_{13})$$

que é completamente contínuo pois, pelas propriedades acima, é uma combinação linear do produto de um operador limitado por um completamente contínuo e um operador completamente contínuo .

b. Para demonstrarmos que o "kernel" ao quadrado da equação de Faddeev é completamente contínuo, é suficiente mostrarmos que

$$G_0(w)\, t_{ij}(w)\, G_0(w)\, t_{jk}(w)$$

com i, j, k = 1, 2, 3 e permutações cíclicas, é completamente contínuo.

Seja então

$$G_0(w)\, t_{ij}(w)\, G_0(w)\, t_{jk}(w) = G_0(w)\, V_{ij}\, G_0(w)\, V_{jk} + G_0(w)\, V_{ij}\, G_0(w)\, V_{jk}\, G_0(w)\, t_{jk}(w) + G_0(w)\, t_{ij}(w)\, G_0(w)\, V_{ij}\, G_0(w)\, V_{jk} + G_0(w)\, t_{ij}(w)\, G_0(w)\, V_{ij}\, G_0(w)\, V_{jk}\, G_0(w)\, t_{jk}(w)$$

Vemos que, pelas propriedades acima, o operador é uma combinação linear de operadores completamente contínuos .

c. Seja o operador

$$G_0(W)\, t_{23}(W)\, G_0(W)\,(T_2(W)+T_3(W)) = G_0(W)\, V_{23}\, G_0(W)\,(V_{12}+V_{13}) +$$
$$+\, G_0(W)\, V_{23}\, G_0(W)\,(V_{12}+V_{13})\, G_0(W)\,(T_2(W)+T_3(W)) +$$
$$+\, G_0(W)\, t_{23}(W)\, G_0(W)\, V_{23}\, G_0(W)\,(V_{12}+V_{13})\, G_0(W)\,(T_2(W)+T_3(W)) +$$
$$+\, G_0(W)\, t_{23}(W)\, G_0(W)\, V_{23}\, G_0(W)\,(V_{12}+V_{13})$$

Considerando a equação (3.19) vemos que $(T_2(W)+T_3(W))$ é um operador limitado na região do plano complexo W considerado , a exceção de polos para estados ligados das partículas 2 e 3 com o núcleo alvo . Logo, do mesmo modo que nos casos anteriores temos uma combinação linear de operadores completamente contínuos .

Na teoria do espalhamento precisamos fazer $W = E + i\varepsilon$ com $\varepsilon \to 0^+$ e nêsse caso as propriedades 1 e 2 deixam de ser válidas . Contudo o método de Fredholm e o método das quase partículas continuam válidos se $(1 - K(W))^{-1}$ tem um limite bem definido . Na prática consideramos que os métodos que nos permitem calcular $(1-K(W))^{-1}$ para W complexo continuam válidos para $W = E + i\varepsilon$, $\varepsilon \to 0^+$.[6]

BIBLIOGRAFIA

1. O. Dietzsch e outros - Nuclear Physics A114, 330(1968)

2. B. A. Lippmann e J. Schwinger - Phys. Rev. 79, 469(1950)

3. L. D. Faddeev - Soviet Physics JETP Vol. 12, 1014(1961)

4. S. Weinberg - Phys. Rev. 131, 440(1963)

5. R. G. Newton - "Scattering Theory of Waves and Particles" - McGraw Hill (1966).

6. S. Weinberg - Phys. Rev. 133B, 232(1964)

7. Ian Duck - Notas do curso dado na Escola Latino Americana de Física, México (1968).

8. Leonard Rosenberg - Phys. Rev. 135B, 715(1964)

9. J. V. Noble - Phys. Rev. 157, 939(1967)

10. H. Feshbach - Ann. Phys. (N. Y), 5, 357 (1958)

11. G. Pisent e A. M. Saruis, Il Nuovo Cimento 28, 600(1963)

12. S. R. Salisbury e H. T. Richards - Phys. Rev. 126, 2147(1962)

13. F. Ajzenberg-Selove e T. Lauritsen-Nuclear Physics 11(1959).

LIVROS CONSULTADOS :

P. Roman - "Advanced Quantum Theory" - Addison-Wesley 1965.

M. L. Goldberger e K. M. Watson - "Collision Theory" - John Wiley and Sons 1964

M. Ross (Editor) - "Quantum Scattering Theory" - Indiana University Press, 1963