19

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

O Efeito da Saturação de Gluons no Comportamento das Seções de Choque Próton–Próton, Próton–Núcleo e Próton–Ar

André Veiga Giannini

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Oliveira Durães

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Francisco de Oliveira Durães (orientador) (IFUSP/MACKENZIE)
Prof. Dr. Emerson Gustavo de Souza Luna (UFRGS)
Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra (IFUSP)

São Paulo
2012

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Giannini, André Veiga

O efeito da saturação de gluons no comportamento das seções de choque próton-próton, próton-núcleo e próton-ar. – São Paulo, 2012.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Física – Depto. de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Oliveira Durães

Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Física de Partículas; 2. Fenomenologia; 3. Saturação de Pártons.

USP/IF/SBI-041/2012

Esta dissertação é dedicada aos meus avôs e, por meio deles, aos meus pais e à minha família. Vocês são o esteio da minha vida e se, por algum momento, eu me iludo pensando que ela é eterna, seria para nunca deixar de estar com vocês.

À R.G. (in memoriam),
D.G.V. (in memoriam)
e A.P.O.V.G (in memoriam).

Agradecimentos

- Agradeço ao professor Francisco de Oliveira Durães pela excelente orientação e amizade.
- Agradeço aos professores Fernando Navarra e Victor Gonçalves pelas discussões e conselhos que ajudaram a encaminhar e a dar forma a esta dissetação.
- Agradeço à minha família pelo apoio ao longo de todos esses anos.
- Agradeço aos professores, colegas do corredor e amigos do GRHAFITE: Marina Nielsen, Manoel Robillota e Celso Lima, Sérgio, Stefano, David, Bruno, Samuel, Ricardo, Jorgivan, Carina, Patrícia, Babi, Raphael, pela companhia agradável nesses dois anos.
- Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro durante a realização deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho estudamos a influência dos efeitos da saturação de pártons nas seções de choque totais próton-próton e próton-antipróton ($pp(\bar{p})$), a seção de choque inelástica próton–Ar ($p - Ar$) e fazemos uma previsão para as seções de choque total e inelástica próton–chumbo ($p - Pb$). Para todos estes cálculos e previsões utilizamos duas abordagens completamente distintas onde os efeitos da saturação ou são incluidos nas distribuições de pártons da componente perturbativa de um modelo de minijatos eiconalizado ou são introduzidos através de modelos fenomenológicos com inspiração não-perturbativa, em uma região de momento transversal abaixo da chamada escala de saturação. Embora em cada uma das abordagens utilizadas os resultados não sejam muito distintos, podemos verificar que os efeitos da saturação de pártons conduzem a um crescimento dessas seções de choque mais moderado com a energia da reação e que a inclusão desses efeitos permite uma descrição bastante satisfatória e simultânea dos dados experimentais existentes em colisões próton–próton e próton–Ar. Essas são as principais conclusões deste trabalho.

Abstract

In this work we study the influence of the parton saturation effects on the proton–proton and proton–antiproton ($pp(\bar{p})$) total cross sections, the inelastic proton–Air ($p-Air$) cross section and we make a prediction for the proton–Plumbum ($p-Pb$) total and inelastic cross sections. For all these calculus and predictions we use two completely distinct approaches, where the parton saturation effects or are included in the parton distribution functions on the perturbative component of a eikonalized minijet model or are included through of phenomenologic models with non–perturbative inspiration in a region of transversal momentum below of the called saturation scale. Although in each of the approaches used the results aren't very distincts, we can verify which the parton saturation effects leads to a more moderated rise of these cross sections with the reaction's energy and which the inclusion of these effects permit a very satisfactory and simultaneous description of the experimental data of the proton–proton and proton–Air collisions. These are the main conclusions of this work.

Conteúdo

Lista de Figuras

Introdução

Os experimentos da nova geração de colisores de altas energias envolvendo íons pesados, começando com o HERA (*Hadron-Elektron-Ring-Anlage*) na Alemanha e o Tevatron nos Estados Unidos no início dos anos 90 e tendo seus avanços através do RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) a partir do ano 2000 também nos Estados Unidos e, mais atualmente, o LHC (*Large Hadron Collider*) na Suiça, têm possibilitado uma nova era nos estudos das interações fortes. Existem muitas questões que têm sido endereçadas desde os momentos iniciais dessas interações e que ainda se encontram sob intensa pesquisa. Entre elas está o comportamento das seções de choque a altas energias, a universalidade das seções de choque hadrônicas a altas energias, a natureza da produção múltipla de partículas e a possibilidade da criação de estados matéria fortemente interagente, entre outras.

Nesses colisores, a altíssimas energias, valores cada vez mais baixos da variável x de Bjorken podem ser alcançados e têm permitido um melhor conhecimento acerca do comportamento das distribuições de pártons nos hádrons.

Desde então, em particular, muito esforço teórico tem sido empregado para explicar o crescimento das seções de choque hadrônicas com a energia do centro-de-massa (CM) da colisão ($\sqrt{s}$). Na década de 80, uma explicação para esse crescimento foi proposta por Gaisser e Halzen [1], baseada na Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics* – QCD), na qual as interações entre os pártons dos hádrons colidentes eram as responsáveis por tal comportamento. Nesse cenário, a altíssimas energias, a mais a significativa contribuição para a seção de choque hadrônica são as interações

entre gluons de baixos momentos e que ditam, nesse regime, um rápido crescimento desta com $\sqrt{s}$.

A idéia básica dessa abordagem, chamada "modelo de minijatos", é que a seção de choque total hadrônica pode ser decomposta como $\sigma_{tot} = \sigma_0 + \sigma_{pQCD}$, onde σ_0 caracteriza a contribuição não-perturbativa (geralmente admitida como independente de $\sqrt{s}$ [2]) de σ_{tot} e σ_{pQCD} caracteriza a contribuição perturbativa, calculável com QCD perturbativa (pQCD) e que faz o uso de um "cutoff" para baixos momentos transversais ($p_{T_{min}}$).

Essa abordagem implica em um comportamento para σ_{tot} que cresce na forma de potência com $\sqrt{s}$. Esse comportamento decorre da utilização das equações de evolução lineares de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) [3] e de Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) [4] para a distribuição de gluons no interior dos nucleons colidentes e, portanto, da contribuição (dominante) das interações gluon-gluon de baixos momentos. Como resultado, tem–se a violação do chamado "limite de Froissart" (consequência da quebra da unitariedade da matriz S) que estabelece que esse comportamento não pode crescer mais fortemente que $\ln^2(s)$ quando $s \to \infty$ [5].

No entanto, os estudos que foram e têm sido efetuados acerca do comportamento das distribuições de gluons de baixos momentos nos colisores a altas energias, revelaram que as equações de evolução lineares para a distribuição de pártons [6], DGLAP e BFKL, deveriam ser modificadas e, portanto, os efeitos da recombinação de gluons (consequência da alta densidade de gluons alcançada em colisões hadrônicas a altíssimas energias), igualmente, deveriam ser incluídos nas equações de evolução da QCD para as distribuições de pártons [7]. A inclusão desses processos de recombinação nas equações de evolução dão origem a termos não–lineares nas distribuições de gluons fazendo, portanto, com que a equação que rege a evolução das distribuições de pártons se torne igualmente não–linear.

Essa expectativa, hoje já colocada em bases teóricas muito mais sólidas, pode ser facilmente entendida, por exemplo, da seguinte forma: para grandes momentos transferidos ($k_\perp$) a equação de evolução BFKL prediz que para pequenos valores de

$1/k_\perp$, o mecanismo $g \to gg$ popula a área transversal do projétil que sofre contração de Lorentz numa colisão com um grande número de gluons, cada um ocupando uma área transversal proporcional a $1/k_\perp^2$, por unidade de rapidez, o que implica que os gluons produzidos se sobrepõem e se fundem ($gg \to g$) diminuindo, dessa forma, o número total de gluons de mais baixos momentos disponíveis para a interação e contribuindo, portanto, menos significativamente para a seção de choque do processo hadrônico. Em outras palavras, nessas condições, o processo de recombinação de gluons influencia o comportamento de σ_{tot} fazendo com que seu crescimento com $\sqrt{s}$ seja mais moderado.

No domínio de altas energias ou altas densidades a dinâmica da QCD torna-se qualitativamente diferente da dinâmica no regime de curtas distâncias e de altos momentos transferidos. Atualmente acredita-se que nesse domínio um novo estado da matéria, o "Condensado de Vidro de Cor"(Color Glass Condensate - CGC) [8, 9], possa ser formado. Esse sistema de alta densidade de pártons, onde o processo de recombinação de gluons torna–se importante, vem sendo descrito em termos da saturação de gluons na qual uma escala de momento típica, denominada escala de saturação (Q_s), cresce com a energia e determina a linha crítica que separa os regimes linear e não–linear da dinâmica da QCD. Os efeitos de saturação são pequenos para $k_\perp^2 > Q_s^2$ e muito fortes para $k_\perp^2 < Q_s^2$. Esse é, portanto, o regime que explora a não–linearidade da QCD, de alta densidade de pártons e de fortes campos de cor, no qual as amplitudes de transição são dominadas por configurações de campo clássico contendo um grande número de gluons. Experimentalmente existem possíveis evidências dos efeitos não–lineares, isto é da saturação de gluons, no HERA e no RHIC [10, 11, 12].

Um dos principais objetivos da física hadrônica de altas energias atualmente é procurar sinais da formação do CGC. Algumas possíveis evidências deste fenômeno já foram apontadas na literatura por diversos autores. Entretanto existem também trabalhos mostrando que o mesmo conjunto de dados pode ser descrito sem levar em conta estes efeitos, isto é, utilizando dinâmica linear da QCD. Espera–se que o LHC e o futuro eRHIC possam confirmar ou descartar, a nível experimental, a existência da saturação.

Nesse trabalho introduzimos os efeitos da saturação de gluons utilizando dois modelos completamente distintos com o objetivo de investigar a influência de tais efeitos no comportamento das seções de choque próton–próton (antipróton), $pp(\bar{p})$, próton–Ar, $p - Ar$ e próton–chumbo, $p - Pb$ com a energia da colisão.

Os três primeiros capítulos possuem o objetivo de apresentar as principais ferramentas teóricas por nós utilizadas e também especificar em qual regime da física de altas energias estamos trabalhando. No primeiro capítulo apresentamos os principais tópicos de QCD que são os elementos que possibilitaram o desenvolvimento do trabalho. Há uma descrição do espalhamento inelástico profundo (DIS), uma apresentação do modelo a pártons de Bjorken e sua extensão para a QCD. Como tópico mais importante temos o estudo das equações de evolução da QCD para a distribuição de pártons, a DGLAP.

No segundo capítulo apresentamos a aplicação dos tópicos de QCD na construção de modelos para os observáveis de interesse: as seções de choque próton–próton e próton–núcleo. Para isso descrevemos a seção de choque de produção de minijatos e o surgimento de uma classe de modelos inspirados em QCD que utilizam o formalismo eiconal.

No terceiro capítulo apresentamos uma discussão do conceito de saturação de pártons, os possíveis sinais experimentais existentes e as possíveis abordagens para a implementação dos efeitos da saturação. É neste capítulo que se encontram os principais ingredientes utilizados na construção das duas abordagens utilizadas nesta dissertação.

No quarto e quinto capítulos apresentamos a construção dos modelos utilizados e os respectivos resultados. Em todos os casos os resultados são obtidos numéricamente devido a complexidade dos cálculos envolvidos. Por fim apresentamos nossas conclusões.

Capítulo 1

DIS, Modelo a Pártons e QCD

O Espalhamento Inelástico Profundo (*Deep Inelastic Scattering - DIS*) é um processo cujo estudo é de grande importância, pois é a ferramenta, a nível experimental, que possibilita extrair informações sobre a estrutura interna dos hádrons de um modo mais direto e limpo e que serve de teste para a teoria que se propõe a descrever a física das interações hadrônicas, a QCD. A compilação da informação sobre a estrutura interna dos hádrons dá origem as chamadas Funções de Distribuição de Pártons (*Parton Distribuition Functions - PDFs*), que são um ingrediente fundamental do modelo a pártons e também em estudos de processos de grande interesse para esta dissertação.

1.1 A cinemática do DIS

Deep Inelastic Scattering é o nome dado ao processo em que um lépton é utilizado como prova para sondar o interior dos hádrons (geralmente um nucleon). Sendo assim, vamos descrever a cinemática do processo de espalhamento:

$$l + N \rightarrow l + X \tag{1.1}$$

onde um lépton, l, colide inelásticamente com um nucleon, N, e produz um sistema X. Assumindo que o processo dominante para esta reação ocorre via a troca de um fóton virtual[1], o diagrama de Feynman mais simples associado a este processo é apresentado na Figura (1.1). Denotaremos por k e k' os quadri-momentos incial e final do lépton, P sera o quadri-momento do nucleon alvo e $q = k' - k$ o quadri-momento do fóton virtual.

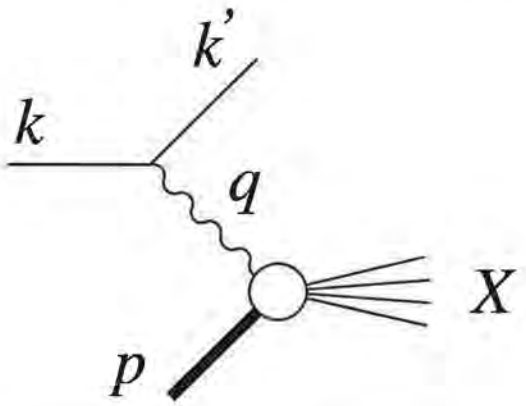

Figura 1.1: Diagrama de Feynman para o DIS.

A cinemática do DIS é caracterizada por duas variáveis invariantes de Lorentz independentes[2]: a chamada "virtualidade do fóton" $q^2 \equiv -Q^2$ e o quadrado da massa do sistema hadrônico X produzido, $W^2 = (P+q)^2$. A energia, no referêncial do centro de massa, em que este processo ocorre é identificada como a variável de Mandelstan, $s = (k+P)^2$.

Considerando somente eventos em que o nucleon é um alvo fixo, $P = (M, \mathbf{0})$ e em que as energias inicial e final do lépton, E e E' respectivamente, é muito maior que a sua massa, de modo que esta possa ser desprezada, as variáveis que descrevem a

[1]Este mesmo processo pode ocorrer via troca de um dos bósons do setor fraco, $W^{\pm}$ e Z^0, conforme o valor do momento transferido na reação aumenta essas contribuições se tornam importantes e não podem ser desprezadas [13].

[2]É possível verificar que numa reação do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + ... + N$ o número de variáveis indepdendentes invariantes por transformações de Lorentz é $3N - 10$.

cinemática do DIS (s, Q^2 e W^2) podem ser reescritas como:

$$Q^2 \approx 4EE' \sin\frac{\theta}{2} \tag{1.2}$$

$$s = 2Em_N + m_N^2 \tag{1.3}$$

$$W^2 = m_N^2 + 2m_N\nu + q^2 \tag{1.4}$$

onde $\nu = E - E'$ é a energia transferida do lépton para o nucleon através da troca do fóton virtual, m_N é a massa do nucleon e θ é o ângulo de espalhamento do lépton no referencial do laboratório. Outra alternativa para descrever a cinemática do DIS vem da introdução das variáveis admensionais

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2m_N\nu} = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - m_N^2}, \tag{1.5}$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{s - m_N^2}, \tag{1.6}$$

onde $y = \nu/E$ é a fração de energia transferida do lépton para o nucleon através do fóton emitido e a variável x é conhecida na literatura como "x de Bjorken". Como $W^2 \geq m_N^2$ as variáveis x e y assumem os valores entre $0 < x, y < 1$.

A seção de choque mais simples a ser medida no DIS é a seção de choque inclusiva. Eventos inclusivos são aqueles em que mede–se o momento final do lépton, mas não identifica–se experimentalmente os estados hadrônicos finais [14], indicados por X na Figura (1.1). Uma vez que os estados finais não são conhecidos, a seção de choque inclusiva total deve ser composta pela soma da seção de choque associada a cada estado final possível de X:

$$E'\frac{d\sigma_{e^-N}}{d^3\vec{k}'} = \sum_{\text{estados } X} E'\frac{d\sigma_{e^-N\to e^-X}}{d^3\vec{k}'}. \tag{1.7}$$

Para o caso não polarizado, a seção de choque associada a cada estado final X

pode ser escrita como

$$E'\frac{d\sigma_{e^-N\to e^-X}}{d^3\vec{k}'} = \int \frac{[d\Phi_X]}{32\pi^3(s-m_N^2)}(2\pi)^4\delta(P+k-k'-P_X)\left\langle|\mathcal{M}_X|^2\right\rangle_{\text{spin}} , \tag{1.8}$$

onde $[d\Phi_X]$ é o elemento invariante de espaço de fase para o estado final X e $\mathcal{M}_X$ é a amplitude de transição correspondente. O rótulo "spin" indica que se deve tomar a média sobre as polarizações de spin no estado inicial e também somar sobre todas as polarizações de spin possíveis no estado final.

A amplitude de transição, $\mathcal{M}_X$, pode ser decomposta em um produto de dois termos: um termo de origem eletromagnética, denotando a interação entre o elétron e o fóton e um termo dado por um elemento de matiz, representando as transições de estado hadrônico

$$\mathcal{M}_X = \frac{ie}{q^2}\left[\overline{u}(\vec{k}')\gamma^\mu u(\vec{k})\right]\left\langle X\middle|J_\mu(0)\middle|N(P)\right\rangle . \tag{1.9}$$

Nesta equação J_μ é a corrente de transição hadrônica e $\left|N(P)\right\rangle$ indica o estado contendo um nucleon de momento P. Quadrando a amplitude de transição e rearranjando os termos, a seção de choque para o processo inclusivo pode ser escrita como

$$E'\frac{d\sigma_{e^-N}}{d^3\vec{k}'} = \frac{1}{32\pi^3(s-m_N^2)}\frac{e^2}{q^4}4\pi L^{\mu\nu}W_{\mu\nu} , \tag{1.10}$$

onde $L^{\mu\nu}$ e $W^{\mu\nu}$ são os tensores leptônico e hadrônico, respectivamente. Trabalhando em um regime de altas energias, onde podemos desprezar a massa do elétron, o tensor leptonico é dado por

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} &\equiv \left\langle \overline{u}(\vec{k}')\gamma^\mu u(\vec{k})\overline{u}(\vec{k})\gamma^\nu u(\vec{k}')\right\rangle_{\text{spin}} \\ &= 2(k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - g^{\mu\nu}\, k\cdot k') , \end{aligned} \tag{1.11}$$

e o tensor hadrônico é definido como a transformada de Fourier do valor esperado das

correntes de transição hadrônica calculadas no estado que representa o nucleon

$$\begin{aligned} 4\pi W_{\mu\nu} &\equiv \sum_{\text{estados } X} \int [d\Phi_X](2\pi)^4 \delta(P+q-P_X) \\ &\qquad \times \langle\langle N(P)|J_\nu^\dagger(0)|X\rangle\langle X|J_\mu(0)|N(P)\rangle\rangle_{\text{spin}} \\ &= \int d^4y\, e^{iq\cdot y}\, \langle\langle N(P)|J_\nu^\dagger(y)J_\mu(0)|N(P)\rangle\rangle_{\text{spin}} \,. \end{aligned} \tag{1.12}$$

O tensor hadrônico, $W^{\mu\nu}$, não pode ser calculado via métodos perturbativos, pois, as correntes de transição hadrônica que se encontram em sua definição não são conhecidas. Sendo assim, nossa falta de conhecimento sobre $W^{\mu\nu}$ deve ser parametrizada da forma mais geral possível. Esta parametrização deve respeitar algumas propriedades ja conhecidas das interações hadrônicas:

- Conservação da corrente eletromagnética: $q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0$.
- Simetria por inversão espacial (paridade) e inversão temporal: $W^{\mu\nu} = W^{\nu\mu}$.
- Conservação da simetria por paridade: $W^{\mu\nu}$ não pode conter nenhum quadrivetor anti–simétrico[3].

O tensor hadrônico pode ser parametrizado em termos das quantidades $g^{\mu\nu}$, P^μ e q^μ presentes no vértice hadrônico da Figura (1.1) sendo que, após utilizarmos as considerações acima, sua forma final é dada por

$$W_{\mu\nu} = W_1\left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) + \frac{W_2}{P\cdot q}\left(P_\mu - q_\mu\frac{P\cdot q}{q^2}\right)\left(P_\nu - q_\nu\frac{P\cdot q}{q^2}\right) , \tag{1.13}$$

onde $W_{1,2}$ são as chamadas funções de estrutura inelásticas.

Finalmente, calculando o produto entre os tensores leptônico e hadrônico e rearranjando os termos, a seção de choque inclusiva para o DIS no referencial do laboratório

[3]Isto não é verdade quando os processos envolvendo bósons do setor fraco são considerados. Como estes processos não conservam a simetria por paridade, um termo anti–simétrico nos indices espaciais se faz necessário na definição de $W^{\mu\nu}$.

é dada por:

$$\frac{d\sigma_{e^-N}}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha_{\rm em}^2}{4m_N E^2 \sin^4(\theta/2)} \left[2W_1(\nu, Q^2)\sin^2\frac{\theta}{2} + W_2(\nu, Q^2)\cos^2\frac{\theta}{2} \right] , \tag{1.14}$$

onde $d\Omega$ é o elemento de ângulo sólido que identifica a direção do lépton após o espalhamento e $\alpha_{\rm em}$ é o acoplamento eletromagnético.

Através da medida da dependência com Q^2 nas funções de estrutura inelásticas pode-se, via transformada de Fourier, extrair informações sobre a distribuição espacial dos objetos que constituem a estrutura interna do nucleon alvo. Para a determinação de $W_{1,2}$ é necessário realizar uma série de medidas, variando o ângulo de espalhamento θ e a energia do lépton incidente E, para cada valor de ν e Q^2.

1.2 O modelo a pártons de Bjorken e a QCD

Em 1969 Bjorken [15], supondo que o nucleon fosse composto por férmions puntiformes, chamados de "pártons" por Feynman [14] e mais tarde identificados com os quarks não interagentes[4] propostos por Gell-Man [17, 18], previu que no limite em que o próton se move com um momento longitudinal infinito (o chamado referencial de Breit, $P_z \to \infty$), o quadri-momento do párton, p_μ, seria uma fração do quadri-momento do próton, P_μ

$$p_\mu = xP_\mu , \tag{1.15}$$

e, após a colisão, o momento do párton é igual a $xP + q$. Considerando que os pártons são partículas leves, de modo que a sua massa pode ser desprezada tem-se

$$x = \frac{-q^2}{2\nu m_N} \tag{1.16}$$

[4]Feynman argumentou que, em uma primeira aproximação, os pártons não deveriam interagir entre eles, pois, no limite em que o próton se move com momento infinito, existe uma separação de escalas entre as (lentas) interações párton–párton e a (rápida) interação com o lépton espalhado [16].

que é exatamente uma das variáveis que podem ser utilizadas para a descrição do DIS, como apresentado na seção anterior.

A medida em que Q^2 aumenta, o fóton começa a resolver os pártons dentro do próton. Ou seja, para grandes valores de Q^2 o espalhamento inelástico entre elétron e próton é visto como um espalhamento elástico entre um elétron e um párton constituinte ($e + q \to e + q$, onde q denota um párton). A energia no centro–de–massa do espalhamento entre o elétron e o párton é igual a

$$\hat{s} = (xP + k)^2 \approx 2xPk \approx xs\,. \tag{1.17}$$

Quando passamos a descrever o processo de DIS através da colisão elástica entre um elétron e um párton constituinte este processo deve ser idêntico à reação elástica elétron–muon, $e + \mu \to e + \mu$, cuja seção de choque é [17]

$$\frac{d\sigma_{e^-\mu}}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha_{\rm em}^2}{4m_\mu E^2 \sin^4(\theta/2)} \left[\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2m_\mu^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right] \delta\left(\nu + \frac{q^2}{2m_\mu^2}\right)\,. \tag{1.18}$$

Comparando as equações (1.14) e (1.18) é possível encontrar a expressão para a função de estrutura inelástica referente aos pártons

$$2mW_1^{parton}(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2m\nu}\delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right)\,, \tag{1.19}$$

$$\nu W_2^{parton}(\nu, Q^2) = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right)\,. \tag{1.20}$$

Dessa forma as funções de estrutura partônica dependem somente da variável x e não mais de ν e Q^2 separadamente. Esta propriedade interessante foi prevista por Bjorken [19] e ficou conhecida como "*scaling de Bjorken*". Devido a propriedade de scaling é conveniente a introdução das funções de estrutura F_1 e F_2,

$$W_1(\nu, Q^2) \to F_1(x) \equiv m_N W_1(\nu, Q^2) \tag{1.21}$$

$$W_2(\nu, Q^2) \to F_2(x) \equiv \nu W_2(\nu, Q^2) \,. \tag{1.22}$$

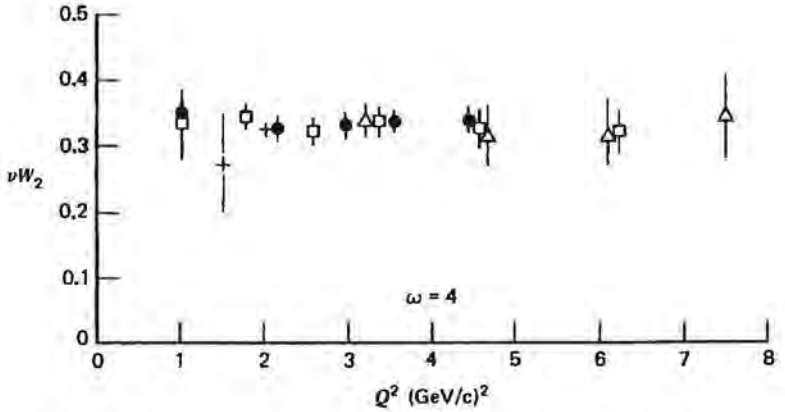

Figura 1.2: Medidas de F_2 realizadas no SLAC. Extraido de [17].

Ainda em 1969, medidas realizadas no Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) [20] confirmaram as previsões de Bjorken. Como mostrado na Figura (1.2) as medidas realizadas pelo SLAC indicam que F_2 não possui nenhuma dependência com a variável Q^2 para $\omega = 1/x = 4$. A confirmação da previsão de Bjorken foi interpretada como a evidência de que o próton é composto por partículas elementares puntiformes, os pártons. Atualmente os pártons do modelo de Bjorken são identificados com os quarks da QCD.

Ao decompor o próton em pártons se movendo livremente, a seção de choque elétron-próton passa a ser a soma incoerente da interação do elétron com cada um dos pártons pesada pela densidade de probabilidade, $f_i(\xi)$, de se encontrar cada párton q_i carregando uma fração ξ do momento longitudinal do próton:

$$\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2} = \sum_i \int d\xi f_i(\xi) \frac{d^2\hat{\sigma}}{dxdQ^2} \,. \tag{1.23}$$

A equação (1.23) evidencia a hipótese de que a seção de choque do DIS pode ser fatorizada numa interação de curta distância, descrita pela seção de choque a nível partônico, $\frac{d^2\hat{\sigma}}{dxdQ^2}$, e uma função que contém os efeitos de longa distância, a "função de

distribuição de pártons"(PDF), $f_i(\xi)$.

Assumindo que os pártons são férmions de Dirac com spin 1/2 e que carregam uma fração ξ do momento do próton o seguinte resultado é encontrado [21]

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = \sum_i e_i^2 \int_0^1 d\xi \delta(x-\xi)\xi f_i(\xi) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \tag{1.24}$$

onde e_i é a carga elétrica do párton de sabor i. A equação (1.24) é conhecida como "*relação de Callan–Gross*"e é válida somente nas regiões onde o scaling de Bjorken é válido. Além disso temos que a fração de momento do nucleon carregada pelo párton é igual a variável x de Bjorken.

A partir da relação de Callan–Gross vê–se que a função de estrutura $F_2(x)$ mede a distribuição de pártons dentro do próton, a menos de um fator multiplicativo. Devido a este fato, a equação (1.24) é o resultado mais importante do modelo a pártons.

Como mencionado, as PDF's dão conta de efeitos de longa distância (*i.e.* de caráter não–perturbativo) e, portanto, seus valores iniciais não são quantidades calculáveis via pQCD. A determinação de cada $f_i(x)$ se dá através da análise de dados experimentais[5]. Estas funções devem satisfazer certas regras de soma para fixar o número de pártons do tipo i ($i = u, d, s...$) que constituem o nucleon [17, 24]. Outra regra de soma importante diz respeito ao momento carregado pelos pártons que compõem o nucleon: a soma da fração de momento carregada por cada um dos pártons constituintes deve resultar no momento total do nucleon.

A partir dos dados experimentais da colaboração SLAC–MIT [25] encontrou–se que os pártons (e anti–pártons) carregam aproximadamente metade do momento total do nucleon, a outra metade devendo ser carregada por partículas que não deveriam interagir nem eletromagnéticamente e nem fracamente. Estas partículas são identificadas como os gluons, os quanta da interação forte [18]. Esta observação foi o ponto de partida da QCD, a teoria de campo das interações fortes.

A descrição fornecida pela QCD para as interações hadrônicas é baseada num

[5]Para maiores detalhes sobre como são obtidas as PDF's ver [22, 23].

modelo de partículas elementares – os quarks – dotados de "carga de cor" que interagem por troca de campos de gauge – os gluons – que são dotados de uma carga de cor e outra de anticor, porém nunca formando um estado de cor "branca", o que corresponde a uma estado de cor nula.

A QCD é de uma teoria de campos com simetria local de gauge $SU(3)$, correspondendo, portanto a três possíveis cores (com suas respectivas anticores). A não ser pela simetria sob o grupo de gauge $SU(3)$ (ao invés do grupo $U(1)$), a lagrangeana da QCD é a mesma que a da Eletrodinâmica Quântica (Quantum Electrodynamics – QED), com os quarks correspondendo aos elétrons e os gluons aos fótons. Contudo, o fato do grupo de simetria da QCD ser não–abeliano é o motivo da maior diferença entre ambas teorias: enquanto na QED não existem interações entre fótons, pois estes possuem carga elétrica nula, na QCD, onde as interações ocorrem sempre entre parículas com carga de cor não nula, os gluons podem interagir entre si.

Uma caracteristica importante da interação forte é que a constante de acoplamento, α_s, torna–se desprezível ($\alpha_s \ll 1$) no limite de pequenas distâncias, ou equivalentemente no limite de altas energias ou momentos transferidos. Esta propriedade é chamada de "*liberdade assintótica*" [26] e é o que permite a aplicabilidade da pQCD como ferramenta de cálculo.

À distâncias maiores (ou seja, a energias menores) há um aumento da intensidade da interação entre os quarks e gluons a ponto de confiná–los dentro dos hádrons, isto é excluindo a possibilidade de se observar quarks e gluons isoladamente. Esta propriedade é conhecida como "*confinamento*".

O modelo a pártons tratado até aqui ignora completamente o papel dinâmico dos gluons como transmissores da força forte presente nas interações com os quarks. Ao fazer isto negligenciou–se a possibilidade de que os quarks podem emitir gluons antes ou depois de serem espalhados pelo fóton virtual e também a possibilidade da produção de pares quark–antiquark ($q\bar{q}$) pelos gluons. A nível de diagramas de Feynman os processos da QCD que contribuem para a seção de choque do DIS ($ep \to eX$) são de ordem $\mathcal{O}(\alpha_{em}\alpha_s)$, enquanto que os processos do modelo a pártons de Bjorken são de

ordem $\mathcal{O}(\alpha_{em})$, onde α_s é a constante de acoplamento "forte", associada aos processos partônicos descritos pela QCD.

1.2.1 A constante de acoplamento da QCD

Os processos elementares, *i.e.*, de mais baixa ordem em teoria perturbativa da QCD, são de ordem $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Ao calcularmos o termo seguinte dessa série, o que corresponderia a todos os diagramas de ordem $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$, conhecidos como diagramas de 1–loop, encontramos divergências que necessitam ser regularizadas de tal forma que se tornem finitas.

As divergências oriundas do cálculo desses diagramas são de cunho ultravioleta, *i.e.*, ocorrem na região de grandes momentos. Felizmente, as divergências deste tipo podem ser removidas sendo absorvidas em redefinições de quantidades físicas através de um procedimento chamado renormalização. No entanto, ao fazer uso deste processo, introduz-se naturalmente uma nova escala na teoria conhecida como escala de renormalização, μ, cujo valor é arbitrário, fazendo com que as quantidades renormalizadas dependam explicitamente dessa nova escala.

Uma vez que quantidades físicas mensuráveis não podem depender dessa escala, a constante de acoplamento forte, α_s, deve ser independente da escolha do valor da escala μ (escala em que as subtrações das divergências ultravioletas são realizadas), portanto, uma mudança na escala de renormalização deve ser compensada por uma mudança na constante de acoplamento efetiva calculada no ponto de subtração μ:

$$\alpha_s \equiv \alpha_s(\mu^2) = \frac{g^2}{4\pi} \tag{1.25}$$

A forma como essa compensação é realizada é regida pela "equação do grupo de renormalização"da QCD. Para estudar a forma como ocorrem as alterações na constante de acoplamento vamos considerar um observável R, sem dimensões e que envolva apenas uma escala Q^2. O fato de R não depender de μ implica que sua derivada

total com respeito a μ seja nula:

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} R(Q^2/\mu^2, \alpha_s) = \left[\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] R = 0 . \tag{1.26}$$

Definindo $t = ln(Q^2/\mu^2)$ e a "função beta da QCD", $\beta(\alpha_s)$, como

$$\beta(\alpha_s) = \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} , \tag{1.27}$$

a equação (1.26) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\left[-\frac{\partial}{\partial t} + \beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] R(e^t, \alpha_s) = 0 . \tag{1.28}$$

A equação (1.28) determina como uma mudança no ponto de subtração μ é compensada por uma mudança no acoplamento $\alpha_s(\mu^2)$. Introduzindo-se uma constante de acoplamento efetiva, α_s^{eff}, que é solução da equação

$$\frac{d\alpha_s^{eff}(t, \alpha_s)}{dt} = \beta(\alpha_s) , \tag{1.29}$$

com $\alpha_s = \alpha_s^{eff}(t = 0, \alpha_s)$, tem-se que

$$t = \int_{\alpha_s}^{\alpha_s^{eff}(t,\alpha_s)} \frac{d\alpha}{\beta(\alpha)} . \tag{1.30}$$

Sabendo-se que, a nível de diagramas de 1-loop, a função β da QCD é dada por [27]

$$\beta(\alpha_s) = -\beta_0 \alpha_s^2 \quad onde \quad \beta_0 = \frac{11 C_A - 4 n_f T_R}{12\pi} , \tag{1.31}$$

onde $C_A = 3$, $T_R = 1/2$ e n_f é o número de sabores considerados. C_A e T_R são quantidades ligadas as matrizes de cor do grupo $SU(3)$ da algebra de Lie (as "matrizes de Gell-Man") e estão relacionadas geradores da representação fundamental e das constantes de estrutura deste grupo [28]. Usando a equação (1.31) na equação (1.30)

obtemos

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{\alpha_s(\mu_0^2)}{1 + \beta_0 \alpha_s(\mu_0^2) ln(\mu^2/\mu_0^2)} \tag{1.32}$$

que especifica α_s, a uma escala μ, a partir dessa mesma quantidade numa esala inicial μ_0.

Escolhendo-se $\mu^2 = Q^2$ vê-se que, com o crescimento da escala Q^2, o valor da constante de acoplamento diminui, isto se deve ao valor negativo da função β. O fato da QCD se tornar uma teoria livre ($\alpha_s \to 0$) no limite de grandes valores de Q^2 é denominado de liberdade assintótica [26] e é o que permite a aplicação da teoria perturbativa. No sentido contrário, para baixos valores da escala Q^2, a constante de acoplamento se torna grande ($\alpha_s > 1$) impossibilitando a convergência da expansão perturbativa e invalidando todo o procedimento efetuado bem como todas as previsões a altas energias realizadas pela QCD.

Introduzindo-se

$$\Lambda_{QCD}^2 = \mu_0^2 \exp\left(-\frac{1}{\beta_0 \alpha_s(\mu_0^2)}\right) \tag{1.33}$$

é possível exprimir $\alpha_s(\mu^2)$ em termos de uma escala geral, Λ_{QCD}, sem fazer nenhuma referência à escala μ_0^2:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)} \tag{1.34}$$

onde Λ_{QCD} é um parâmetro fixado a partir de descrições globais de dados experimentais.

1.2.2 As equações de evolução da QCD

Ao contribuirem para a seção de choque do DIS os diagramas de emissão de gluons e de produção de pares também contribuem para a função de estrutura do próton, F_2. A inclusão desses diagramas modifica a função de estrutura do próton prevista pelo modelo a pártons (vide equação (1.24)) incluindo um termo proporcional a $\log(Q^2)$ [17] fazendo com que as distribuições de pártons passem a depender explicitamente da

virtualidade do fóton, causando a violação do scaling de Bjorken e fazendo com que a relação de Callan–Gross deixe de ser válida.

A evolução das distribuições de pártons com a variável Q^2 é descrita pelas equações DGLAP [3]. Portanto estas equações fornecem o quão pronunciada é a influência das correções da pQCD nas funções de distribuição de pártons com Q^2 e, consequentemente, o quão forte é a violação do scaling de Bjorken na função de estrutura F_2.

A equação DGLAP para a distribuição de um quark $f_i(x, Q^2) \equiv q_i(x, Q^2)$ de sabor i é [3, 6, 17, 24]

$$\frac{\partial q_i(x, Q^2)}{\partial lnQ^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi}\left[\int_x^1 \frac{dx_1}{x_1}\left(P_{qq}\left(\frac{x}{x_1}\right) q_i(x_1, Q^2) + P_{qg}\left(\frac{x}{x_1}\right) g(x_1, Q^2)\right)\right] , \quad (1.35)$$

e para a distribuição de gluons

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial lnQ^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi}\left[\int_x^1 \frac{dx_1}{x_1}\left(P_{gq}\left(\frac{x}{x_1}\right) q_S(x_1, Q^2) + P_{gg}\left(\frac{x}{x_1}\right) g(x_1, Q^2)\right)\right] , \quad (1.36)$$

onde $q_S(x, Q^2)$ é a distribuição singleta de quark,

$$q_S(x, Q^2) \equiv \sum_i \left[q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2)\right] . \quad (1.37)$$

Por envolverem as distribuições partônicas elevadas apenas à primeira potência, diz-se que as equações DGLAP são equações de evolução lineares. As funções P_{ij} $(ij = qq, gq, qg, gg)$ são denominadas funções de *splitting*. Estas funções podem ser interpretadas como a probabilidade de um párton i emitir um párton j e, em ordem dominante (*Leading Order - L.O.*) em α_s, são dadas por [3, 6, 17, 29]

$$P_{qq}^{(0)}(z) = C_F\left[\frac{1+z^2}{(1-z^2)_+} + \frac{3}{2}\delta(1-z)\right] , \quad (1.38)$$

$$P_{qg}^{(0)}(z) = \frac{1}{2}\left[z^2 + (1-z^2)\right] , \quad (1.39)$$

$$P_{gq}^{(0)}(z) = C_F\left[\frac{1+(1-z)^2}{z}\right] , \quad (1.40)$$

$$P_{gg}^{(0)}(z) = 2C_A \left[\frac{z}{(1-z^2)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + \frac{11C_A - 2n_f}{6} \delta(1-z) \,, \tag{1.41}$$

onde os fatores de cor, C_F e C_A, são dados por $C_F = \frac{N_C^2-1}{2N_C}$, $C_A = N_C$ e n_f o número de sabores de quarks considerado; aqui identificamos N_C como o número de cores da teoria ($N_C^{QCD} = 3$) e $z = x/x_1$. As distribuições "+"são dadas pela prescirção:

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{1+x_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(1)}{1-x} \,. \tag{1.42}$$

Conforme apontado anteriormente, a pQCD permite determinar somente a evolução das distribuições partônicas (através das equações DGLAP). As condições iniciais para a evolução são, por outro lado, de natureza não–perturbativa, devendo ser extraídas a partir de experimentos para uma dada virtualidade do fóton, Q^2. Se acreditarmos que as distribuições partônicas devem ser universais, isto é são independentes do processo considerado, após determiná–las em um certo valor de referência Q_0^2 podemos, com o auxílio das equações DGLAP, determinar seus valores para outras virtualidades e assim utilizá–las no cálculos de processos de interesse.

Após o HERA iniciar suas atividades verificou–se, através de medidas da função de estrutura do próton [30, 31], que o scaling de Bjorken era violado nas regiões de pequenos valores de x e grandes valores de Q^2. Este fato deu início a muitas pesquisas, principalmente na região de pequeno x.

Como mostra a Figura (1.3) a região de Q^2 e x grande é muito bem descrita pelas equações DGLAP. Já a região de x e Q^2 pequenos, mesmo em NLO_{QCD}, isto é, quando são incluidos diagramas de mais alta ordem em pQCD na equação de evolução, as equações DGLAP não são capazes de descrever os dados experimentais, pois são incapazes de fornecer uma previsão. Sendo assim, os dados experimentais de F_2 nesta região de x e Q^2 apontam para uma física fora do regime linear da QCD.

Atualmente existem na literatura diversos grupos que se dedicam a obter parametrizações para as distribuições partônicas, *i.e.*, soluções das equações de DGLAP para todos os tipos de pártons, incorporando paulatinamente os novos dados experimentais

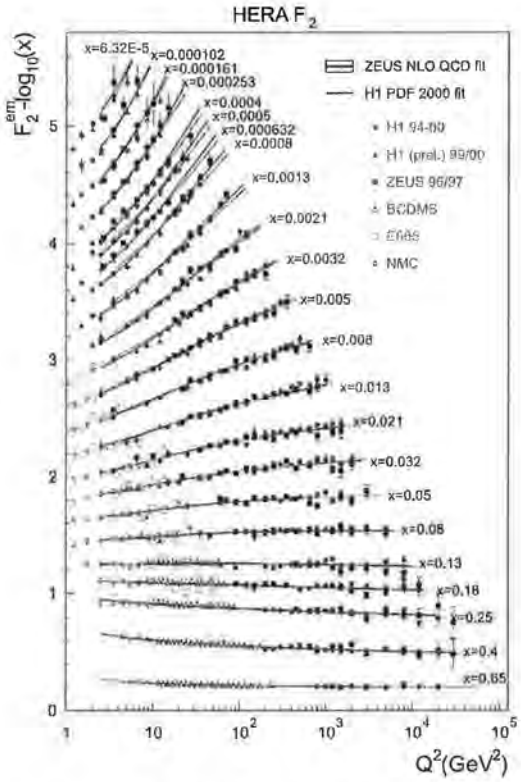

***Figura 1.3:** Dados experimentais da função de estrutura do próton, F_2 comprovando a violação do scaling de Bjorken.*

em descrições globais. Nessa dissertação utilizaremos as parametrizações CTEQ5L [22] e CTEQ6L [23]. É importante notar que essas, assim como outras distribuições da literatura, evoluem com Q^2 segundo as equações de evolução DGLAP da QCD, o que faz com que cresçam fortemente para pequenos x's e grandes Q^2's, como veremos a seguir.

1.3 As equações DGLAP no limite de $x \to 0$ e $Q^2 \to \infty$

Nas subseções anteriores encontramos que, a partir de um certo Q^2, o fóton trocado

no processo de DIS começa a "enxergar" a presença de quarks puntuais que constituem o próton. Ademais, se os quarks não interagirem entre si, nenhuma estrutura interna adicional, isto é nada além dos quarks de valência, deveria ser "visto" a medida que o valor de Q^2 aumentasse. Assim, a propriedade do scaling de Bjorken seria exata e o modelo a pártons seria satisfatório.

No entanto a DGLAP aponta o crescimento das distribuições de pártons com o aumento de Q^2 e o scaling de Bjorken é violado. Assim, é natural pensar que, se o número de pártons que dividem o momento do próton aumenta com Q^2, existe uma possibilidade, também crescente, de encontrarmos um párton carregando uma fração de momento, x, muito pequena e uma probabilidade decrescente de encontrarmos pártons com altos valores de x, pois estes pártons perderiam momento irradiando gluons e acabariam formando um meio de alta densidade partônica. É interessante, então, analisar qual é a previsão das equações de evolução da QCD linear no limite em que $x \to 0$ e $Q^2 \to \infty$.

Para isso, consideremos as equações DGLAP apresentadas na seção anterior. A partir da análise das funções de splitting, P_{ij}, verifica-se que as funções associadas ao setor de glúons, $P_{gg}(z)$ e $P_{gq}(z)$, são singulares para $z \to 0$ e/ou $x \to 0$, pois, como definido anteriormente, $z = x/x_1$. As demais funções de splitting, associadas ao setor de quarks, são regulares neste limite e, consequentemente, o comportamento das distribuições partônicas em pequenos x's é determinado, predominantemente, pela dinâmica gluônica.

Sendo assim, podemos aproximar a equação DGLAP para a distribuição de gluons na região de pequenos x pelo seu termo singular

$$\frac{\partial g(x,Q^2)}{\partial lnQ^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi}\int_x^1 \frac{dx_1}{x_1}\frac{2C_A}{z} g(x_1,Q^2) \ , \tag{1.43}$$

onde $P_{gg}(z \to 0) = 2C_A/z$ representa o termo singular da função de splitting.

Portanto

$$xg(x,Q^2) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi}\int_x^1 \frac{dx_1}{x_1}\int_{Q_0^2}^{Q^2} dlnQ'^2 x_1 g(x_1,Q'^2) \ , \tag{1.44}$$

onde se introduziu um corte Q_0^2 na integração sobre as virtualidades do fóton para separar a contribuição não–perturbativa (região onde os cálculos efetuados não são mais válidos) e utilizamos que $C_A = N_c$.

Supondo uma distribuição constante de gluons na região de pequenos $Q^{2'}$s, isto é, $xg(x, Q'^2) \approx xg_0(x) = C$, encontramos

$$xg_1(x, Q^2) = C\frac{3\alpha_s}{\pi} ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) ln\left(\frac{1}{x}\right) , \tag{1.45}$$

onde $xg_1(x, Q^2)$ é a distribuição de gluons levando–se em consideração a emissão de um gluon.

Para calcular a contribuição da emissão de dois gluons vamos utilizar um processo de iteração, isto é, vamos usar o resultado da obtido para a emissão de um gluon como um "imput"para obter $xg_2(x, Q^2)$ e as distribuições subsequentes. Partindo da equação (1.43) com $x_1 g(x_1, Q^2)$ dado por (1.45) temos

$$xg_2(x, Q^2) = C\frac{1}{2}\frac{1}{2}\left[\frac{3\alpha_s}{\pi} ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) ln\left(\frac{1}{x}\right)\right]^2 . \tag{1.46}$$

Repetindo–se este processo, a distribuição de gluons após a emissão de n gluons será

$$xg_n(x, Q^2) = C\frac{1}{n!}\frac{1}{n!}\left[\frac{3\alpha_s}{\pi} ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) ln\left(\frac{1}{x}\right)\right]^n . \tag{1.47}$$

Somando–se sobre o número de gluons emitidos, n, temos

$$\begin{aligned} xg(x, Q^2) &= C\sum_n \frac{1}{n!}\frac{1}{n!}\left[\frac{3\alpha_s}{\pi} ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) ln\left(\frac{1}{x}\right)\right]^n \\ &\approx C\exp\left[2\sqrt{\frac{3\alpha_s}{\pi} ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) ln\left(\frac{1}{x}\right)}\right] . \end{aligned} \tag{1.48}$$

Este resultado é conhecido como aproximação de duplo logarítmo dominante (Double Leading Logarithm Approximation - DLLA) e possui consequências interessantes de serem analisadas.

No regime de DLLA, *i.e.* $x \to 0$ e $Q^2 \to \infty$, a equação DGLAP conduz a um crescimento ilimitado da densidade de gluons com o aumento de Q^2 e a diminuição de x. Embora os limites em Q^2 e x, individualmente, levem ao mesmo resultado, existem consequências diferentes para cada um deles em relação à densidade do meio partônico que é formado durante a colisão.

Fixando x em um valor não muito pequeno e realizando a evolução em Q^2, a densidade de pártons aumenta à medida em que Q^2 cresce. No entanto, a área transversal ocupada por cada um desses novos pártons que passam a ser resolvidos decresce com $1/Q^2$. Então, mesmo com a densidade de pártons aumentando, o sistema partônico produzido pela evolução DGLAP é, efetivamente, cada vez mais diluído, com os pártons acoplados mais fracamente, tornando–se cada vez mais confiavel a aplicação da pQCD.

Fazendo o procedimento inverso, fixando Q^2 em um valor moderado e evoluindo a distribuição com x, a densidade de pártons também aumenta, porém a área transversal ocupada por cada párton não é afetada. Ou seja, a medida que $x \to 0$ o processo de emissão de gluons se encarrega de aumentar a densidade do meio partônico até um ponto, por hora, indeterminado, sem alterar a área ocupada por cada párton resolvido. Embora, nos dois casos, a distribuição de gluons aumente indefinidamente, para o mesmo valor de $\sqrt{s}$, na segunda situação forma–se um meio altamente denso enquanto que no primeiro o meio é mais diluído.

Existe uma outra equação de evolução linear que considera apenas a evolução na variável de Bjorken, x, mais precisamente numa variável denominada *rapidez*, $Y \equiv ln(1/x)$. Esta equação, que recebe o nome de *BFKL* [4], possui o mesmo resultado, em DLLA, encontrado para a DGLAP quando o momento transferido, Q^2, é grande[6] [32]. Portanto, sua solução também fornece um forte e contínuo crescimento para a distribuição de gluons, porém com a propriedade de formar um meio altamente denso.

[6]Em essência as duas equações (DGLAP e BFKL) possuem o mesmo resultado no limite de DLLA pois ambas efetuam a re–soma, *i.e.* a evolução, no mesmo parâmetro: $\alpha_s ln(1/x) ln(Q^2)$.

O crescimento desenfreado do número de gluons nos núcleos, que se traduz no crescimento da função de distribuição de gluons $xg(x, Q^2)$, mostra que, quando acessamos valores de x cada vez menores, o que é possível em colisões a altas energias, a estrutura interna do próton forma um meio extremamente denso e é composta principalmente por gluons. No entanto este crescimento não pode continuar indefinidamente, pois, uma vez que os objetos colidentes possuem um tamanho finito, o número de pártons a serem resolvidos dentro destes não pode ocupar uma área maior que suas próprias áreas. Em outras palavras, um número infinito de pártons ocuparia uma área infinita.

Deixando de lado este argumento puramente geométrico, como veremos mais adiante, uma consequência muito mais importante do crescimento desenfreado da distribuição de gluons a baixos x's é que este fato também conduziria ao crescimento da seção de choque hadrônica numa taxa que poderia violar a unitariedade da matriz de espalhamento e/ou o chamado limite de Froissart [5]

$$\sigma_{tot}^{pp(\bar{p})}(s \to \infty) \leq C \log^2(s/s_0) . \tag{1.49}$$

O resultado da equação (1.49) será explorado com maiores detalhes no capitulo 2.

Existem ainda outros problemas que contribuem para a não validade das equações de evolução da QCD em determinados regimes de x e Q^2, como o aparecimento de distribuições de gluons negativas [33] e o indício [7, 34, 35] da quebra do teorema da fatorização colinear [36], um dos alicerces das equações de evolução da QCD [6].

Capítulo 2

Formalismo Geral e Modelos inspirados em QCD

Nesta seção vamos descrever o formalismo a ser empregado no estudo do comportamento da seção de choque inclusiva total com a energia do centro–de–massa da reação, $\sqrt{s}$, para os processos de espalhamento próton-próton, próton–antipróton e próton–Ar.

Como é sabido, a propriedade de confinamento da QCD não permite a observação isolada de quarks e gluons. Portanto, em experiências realizadas no laboratório, apenas hádrons e léptons chegam aos detectores.

A tentativa de descrever os processos hadrônicos que ocorrem a altas energias através dos subprocessos partônicos deu origem a uma série de modelos onde estes subprocessos são calculados com pQCD e levam em consideração a formação de jatos de pequenos momentos transversais, chamados de "minijatos".

Estes modelos se mostraram promissores e ganharam destaque após descreverem dados experimentais em colisões $pp(\bar{p})$ [37, 38, 39].

Desde o início da nova geração de colisores de altas energias, começando com o Tevatron no Fermilab e o HERA no DESY no início da década de 1980 e 1990, res-

pectivamente, passando pelo RHIC no BNL no início dos anos 2000 e atualmente no LHC no CERN, existem muitas questões teóricas que estão a espera de um respaldo experimental. Entre elas está o comportamento das seções de choque a altas energias, a universalidade das seções de choque hadrônicas a altas energias, a natureza da produção múltipla de partículas e a possibilidade da criação de estados de matéria fortemente interagente, entre outras.

Nesta dissertação vamos nos restringir apenas às questões que dizem respeito às seções de choque hadrônicas, principalmente no que diz respeito ao seu comportamento a altas energias. Para isto vamos voltar nossas atenções para a seção de choque hadrônica total mais elementar, a seção de choque associada aos espalhamentos próton–próton (pp) e próton–antipróton ($p\bar{p}$), num primeiro momento.

Como dito anteriormente, na década de 1980 uma explicação para o crescimento da seção de choque $pp(\bar{p})$ com a energia foi proposta por Gaisser e Halzen [1], dando origem a um dos primeiros modelos de minijatos, na qual as interações entre os pártons dos hádrons colidentes eram as responsáveis por tal comportamento. Nesse cenário, a altíssimas energias, a mais a significativa contribuição para a seção de choque hadrônica são as interações entre gluons de baixos momentos e ditam, nesse regime, um rápido crescimento desta com $\sqrt{s}$ [39].

2.1 A seção de choque de minijatos

A altas energias, quando a energia disponível para a interação é grande, existe um significativo crescimento do número de gluons no interior de hádrons colidentes (h_1 e h_2).

Nesse tipo de colisão em L.O. na constante de acoplamento forte da QCD, utiliza-se a pQCD e, nessas condições, os processos que contribuem para a seção de choque de minijatos são processos elementares, de dois corpos para dois corpos ($ij \to kl$), cujo estado final é composto de dois jatos opostos com o mesmo momento transversal. A

seção de choque de minijatos é então obtida através da convolução das distribuições de momento f_{i/h_1} e f_{j/h_2} dos pártons do tipo i e j nos hádrons que colidem, com a seção de choque elementar para cada processo partônico que contribui, escrita em termos das variáveis de Mandelstan $(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u})$.

Na produção de pártons "semihard", que são jatos com momento transversal maior que um dado momento transversal mínimo ($p_T \geq p_{T_{min}}$), que define também a escala de momento em que a pQCD é válida, a seção de choque para cada tipo de párton provado pode ser escrita como sendo [39, 40]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{kl}}{dy}(\sqrt{s}, p_{T_{min}}) &= K \int dp_T^2\, dy_2 \sum_{i,j,<k,l>} x_1\, f_{i/h_1}(x_1, Q^2)\, x_2\, f_{j/h_2}(x_2, Q^2) \times \\ &\times \left[\delta_{fk} \frac{d\hat{\sigma}^{ij\to kl}}{d\hat{t}}(\hat{t}, \hat{u}) + \delta_{fl} \frac{d\hat{\sigma}^{ij\to kl}}{d\hat{t}}(\hat{u}, \hat{t})\right] \frac{1}{1+\delta_{kl}}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde x_1 e x_2 são as frações de momento (variáveis de Bjorken) carregadas pelos pártons i e j e nos hádrons h_1 e h_2.

Nessa equação as rapidez desses pártons, $y \equiv y_1$ e y_2, estão relacionadas com esses momentos fracionários por $x_{1,2} = \xi\,(e^{\pm y} + e^{\pm y_2})$, onde $\xi \equiv p_T/\sqrt{s}$ e $\sqrt{s}$ representa a energia do centro-de-massa da colisão. Uma vez que $0 \leq x_i \leq 1$, a rapidez dos pártons semihard produzidos (kl) fica restrita ao alcance $\mid y \mid \leq ln\,(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1})$, onde $\beta = \sqrt{s}/(2p_{T_{min}})$. O fator $1/(1+\delta_{kl})$ é um fator estatístico para partículas idênticas no estado final que evita a dupla contagem de eventos.

As regiões de integração nas variáveis p_T^2 e y_2 são dadas por $p_{T_{min}}^2 \leq p_T^2 \leq s/[4\,cosh^2(y)]$ e $-ln\,(\xi^{-1} - e^{-y}) \leq y_2 \leq +ln\,(\xi^{-1} - e^{-y})$. Os invariantes $\hat{t}$ e $\hat{u}$ ao nível partônico estão relacionados a essas quantidades por $\hat{t}, \hat{u} = -p_T^2\,[1 + e^{\mp(y-y_2)}]$. O fator $K(\sim 1 \div 2.5)$ na equação (2.1) leva em consideração correções em ordens mais altas na constante de acoplamento forte, presente nas seções de choque elementares mostradas mais abaixo, que é dada pela equação (1.34).

Como é freqente nesse tipo de cálculo, são assumidos pártons sem massa para os estados inicial e final $(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0)$. Em nossos cálculos assumimos o número de

sabores ativos para quarks e antiquarks, n_f, entre 3 e 4. Para todos os resultados apresentados nesta dissertação decidimos ainda assumir uma postura conservativa e fixar $K = 1$ e não levar em consideração correções de mais altas ordens em α_s.

A soma sobre os estados iniciais inclui, a princípio, todas as combinações de duas espécies de pártons, $ij = gg, gq, qg, g\bar{q}, \bar{q}g, qq, q\bar{q}, \bar{q}q, \bar{q}\bar{q}$, enquanto que os estados finais consistem na soma de todos os pares $< kl >= gg, gq, g\bar{q}, qq, q\bar{q}, \bar{q}\bar{q}$, onde "<>"indica que não deve ser considerada a troca mútua nos índices k e l.

A altas energias a produção total de minijatos é dominada por interações gluônicas, como dito anteriormente. Por essa razão, e para tornar os cálculos mais simples, consideramos nesse estudo apenas os processos $gg \to gg, gq(\bar{q}) \to gq(\bar{q})$ e $gg \to q\bar{q}$. As seções de choque elementares ($\hat{\sigma}_{ij\to kl}$) em L.O. para esses processos são dadas por [29, 39, 41]:

$$\frac{d\hat{\sigma}^{gg\to gg}}{d\hat{t}}(\hat{t},\hat{u}) = \frac{\pi\alpha_s^2(Q^2)}{\hat{s}^2}\frac{9}{2}\left(3 - \frac{\hat{t}\hat{u}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2}\right), \tag{2.2}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^{gq(\bar{q})\to gq(\bar{q})}}{d\hat{t}}(\hat{t},\hat{u}) = \frac{\pi\alpha_s^2(Q^2)}{\hat{s}^2}\left(\frac{\hat{s}^2+\hat{u}^2}{\hat{t}^2} - \frac{4}{9}\frac{\hat{s}^2+\hat{u}^2}{\hat{s}\hat{u}}\right), \tag{2.3}$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^{gg\to q\bar{q}}}{d\hat{t}}(\hat{t},\hat{u}) = \frac{\pi\alpha_s^2(Q^2)}{\hat{s}^2}\frac{3}{8}\left(\frac{4}{9}\frac{\hat{t}^2+\hat{u}^2}{\hat{t}\hat{u}} - \frac{\hat{t}^2+\hat{u}^2}{\hat{s}^2}\right). \tag{2.4}$$

Devido à simetria entre os canais $\hat{t}$ e $\hat{u}$, $d\hat{\sigma}^{ij\to kl}(\hat{t},\hat{u})/d\hat{t} = d\hat{\sigma}^{ji\to kl}(\hat{u},\hat{t})/d\hat{t}$, a soma sobre os estados partônicos finais, com $kl = gg, gq(\bar{q}), q\bar{q}$, fornece, respectivamente para os processos acima, as seções de choque de produção $(d\sigma^{gg}/dy, d\sigma^{gq(\bar{q})}/dy, d\sigma^{q\bar{q}}/dy)$ de gluons, quarks e antiquarks com $p_T > p_{T_{min}}$ para colisões $pp(\bar{p})$.

Isso significa que a seção de choque total de produção de minijatos é, nessas condições, a soma das contribuições acima:

$$\sigma^{mj}_{tot,pp}(s) = \sigma_{gg}(s) + \sigma_{gq(\bar{q})}(s) + \sigma_{q\bar{q}}(s). \tag{2.5}$$

Nessa expressão as seções de choque para a produção de um minijato de tipo kl

são normalizadas tal que:

$$\sigma_{kl}(s) = \frac{1}{2}\int dy \frac{d\sigma_{kl}}{dy}, \tag{2.6}$$

onde o fator 1/2 leva em consideração que em um evento semihard, dois pártons interagem e dois minijatos (back-to-back) são produzidos com $kl = gg, gq(\bar{q}), q\bar{q}$.

Na proposta de Gaisser e Halzen, a idéia básica é que a seção de choque total hadrônica pode ser decomposta como [1]

$$\sigma_{tot}^{h_1 h_2} = \sigma_0 + \sigma_{pQCD}, \tag{2.7}$$

onde σ_0 caracteriza a contribuição não-perturbativa de σ_{tot} (geralmente admitida como independente de $\sqrt{s}$ [2]) e σ_{pQCD} caracteriza a contribuição perturbativa, identificada como a seção de choque de produção de minijatos dada pela equação (2.5).

Modelar $\sigma_{tot}^{h_1 h_2}$ apenas como uma soma direta de uma contribuição não-perturbativa e outra perturbativa como em (2.7), no entanto, apresenta sérios problemas que impossibilitam a descrição dos dados experimentais hoje existentes como veremos posteriormente; a despeito do fato de que os dados experimentais relativos à seção de choque de minijatos ($\sqrt{s} = 200 - 900\ GeV$) foram satisfatóriamente descritos à época com esse modelo [39].

Na Figura (2.1) são apresentados os resultados para a seção de choque total $pp(\bar{p})$ segundo a proposta das referência [1, 39] dada pela equação (2.7) onde $\sigma_0 = 42\ mb$ e σ_{pQCD} é dada por (2.5). Para este cálculo foram utilizadas as distribuições de pártons CTEQ5L [22] e CTEQ6L [23] e, como único parâmetro livre do modelo, foram escolhidos $p_{T_{min}}^{CTEQ5L} = 2,2$ GeV e $p_{T_{min}}^{CTEQ6L} = 2,5$ GeV. O número de sabores de pártons, assim como os valores de Λ_{QCD}, assumidos nos cálculos são os mesmos adotados nessas distribuições. Os dados experimentais são das referências [42] – [56].

Como pode ser visto nesta figura e também é apontado por diversos autores [40, 57, 58, 59, 60, 61, 62] o modelo de minijatos da equação (2.7) apresenta um crescimento muito forte com $\sqrt{s}$ devido ao rápido crescimento do número de gluons na região de altas energias. Este crescimento, obviamente, é tão forte que viola o limite de Froissart.

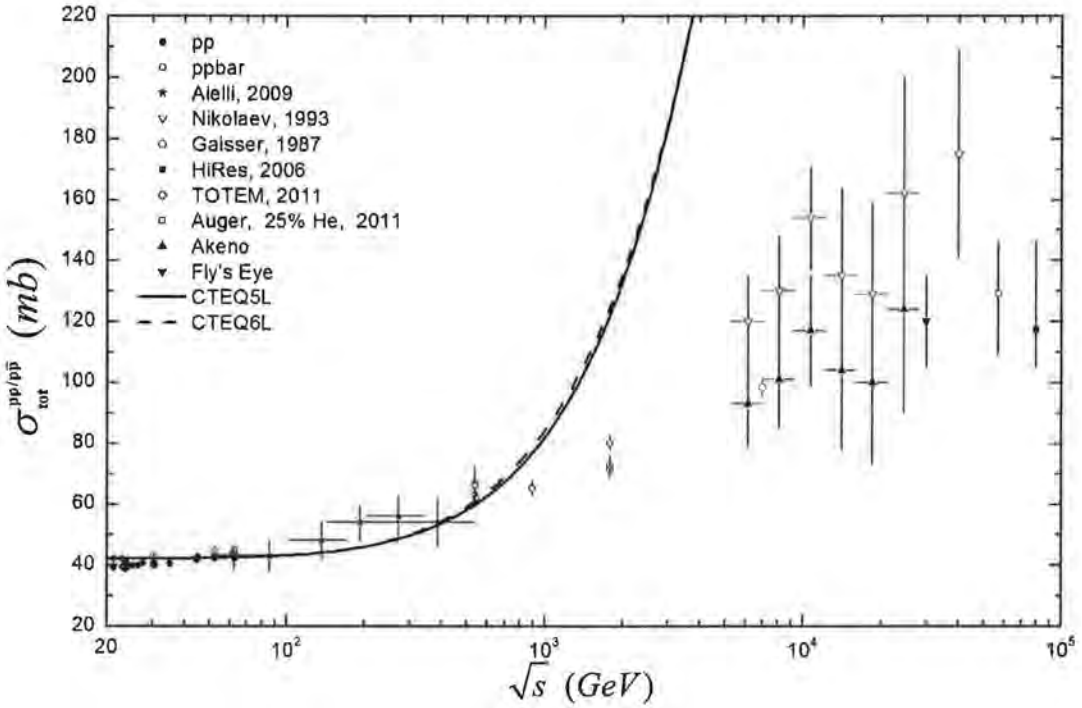

Figura 2.1: ***Seção de choque total*** $pp(\bar{p})$ ***segundo o modelo de minijatos com*** $\sigma_0 = 42\ mb$.

Existe ainda uma grande discussão acerca do valor de $p_{T_{min}}$ e também sobre sua depdendência com com a energia [1, 39, 40, 57, 63, 64, 65, 66]: seu valor é constante ou possui uma dependência com a energia tendo uma forma funcional motivada por alguma fenomenologia.

Segundo Wang [40], para um modelo possuir poder preditivo, $p_{T_{min}}$ deve possuir um valor constante que se adapte aos dados experimentais. No entanto, ele mesmo afirma que este é um assunto controverso e que existe a possibilidade de assumir uma parametrização fenomenologica, isto é um $p_{T_{min}}$ "dinâmico" com $\sqrt{s}$. Esta liberdade de escolha sobre como $p_{T_{min}}$ deve se comportar surge do fato de não haver uma separação bem definida (por $p_{T_{min}}$) entre a região de dominância dos processos perturbativo e não–perturbativo. Posteriormente veremos que algumas colaborações que se dedicam a construir modelos baseados em métodos de Monte Carlo escolhem um $p_{T_{min}}$ dependente da energia como cutoff inferior na componente pertrubativa para simular efeitos da

saturação de pártons.

A seção de choque de minijatos possui, obviamente, uma grande dependência com o valor escolhido para $p_{T_{min}}$. Quanto maior o seu valor, menor é a contribuição de σ_{pQCD} para $\sigma_{tot}^{pp(\bar{p})}$, pois deixa de computadar, na equação (2.1), a produção de minijatos com $p_T \leq p_{T_{min}}$, que é justamente a contribuição dominante, fazendo com que $\sigma_{tot}^{pp(\bar{p})}$ apresente uma taxa de crescimento cada vez menor com $\sqrt{s}$.

2.2 Formalismo eiconal

Um cálculo para a seção de choque hadrônica a altas energias, que seja consistente com a unitariedade da matriz de espalhamento, pode ser realizado através do uso do formalismo eiconal [6, 57, 61, 64].

O formalismo eiconal se baseia em uma representação no parâmetro de impacto, $\vec{b}$, e, entre as diversas opções para a dedução das expressões das seções de choque total, inelástica e elástica, vamos utilizar o método proposto por Glauber [69] por ser mais transparente quando comparado aos demais métodos.

2.2.1 A aproximação eiconal

O método proposto por Glauber consiste em estudar o limite de altas energias do espalhamento de um partícula por um potencial não–relativístico, $V(\vec{r})$, utilizando a equação de Schrödinger[7]

$$(\nabla^2 - U(\vec{r}) + k^2)\psi(\vec{r}) = 0 \tag{2.8}$$

onde

$$k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2}E\,,\; U(\vec{r}) = \frac{2\mu}{\hbar^2}V(\vec{r})\,. \tag{2.9}$$

Nesta expressão μ é a massa reduzida do sistema considerado e E é a energia desse

[7]Para dedução da aproximação eiconal a partir da equação de Dirac vide referência [70].

sistema A aproximação eiconal é válida quando tomamos o limite de altas energias, $E \gg V(\vec{r})$, e pequenos ângulos de espalhamento[8], o que se traduz no fato de o comprimento de onda da partícula incidente, k, ser muito menor que o alcance da interação, a [9]: $ka \gg 1$ [6, 67, 72].

Supondo-se que a solução da equação (2.8) pode ser escrita como

$$\psi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r})e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}, \tag{2.10}$$

substituindo (2.10) em (2.8) obtemos a seguinte equação para $\varphi(\vec{r})$

$$(\nabla^2 + 2i\vec{k}\cdot\vec{\nabla} - U(\vec{r}))\varphi(\vec{r}) = 0, \tag{2.11}$$

com a condição de contorno $\varphi(\vec{r}) = \varphi(x, y, z = -\infty) = 1$.

Utilizando-se o regime de validade da aproximação eiconal, podemos supor que $V(\vec{r})$ e $\varphi(\vec{r})$ variam muito lentamente se comparados com $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ e podemos descartar o termo proporcional a ∇^2 para obter

$$\left(2ik\frac{\partial}{\partial z} - U(x, y, z)\right)\varphi(x, y, z) = 0 \tag{2.12}$$

onde utilizamos o fato de que $\vec{k}$ esta orientado na direção z, $\vec{k} = k\hat{u}_z$, sendo $\hat{u}_z$ o versor unitário que define a direção de z.

Aplicando-se a condição de contorno mencionada acima à equação (2.12) temos que a função de onda $\psi(\vec{r})$ da partícula espalhada é igual a

$$\psi(x, y, z) = \varphi(\vec{r})e^{ikz} = \exp\left[ikz - \frac{i}{2k}\int_{-\infty}^{z} U(x, y, z')dz'\right]. \tag{2.13}$$

[8]Embora aqui consideremos tais limites para a dedução das expressões, pode-se mostrar que o formalismo no parâmetro de impacto é válido para qualquer valor da energia e do ângulo. Esta demonstração, baseada nas transformações de Watson-Sommerfeld, foi feita por M. M. Islam e pode ser encontrada em [71].

[9]Isto é equivalente a assumir que $V(\vec{r})$ varia muito lentamente numa distância da ordem do comprimento de onda da partícula incidente, $\lambda \sim k^{-1}$.

Decompondo-se $\vec{r}$ como

$$\vec{r} = \vec{b} + z\hat{u}_z \tag{2.14}$$

onde $\vec{b}$ é um vetor perpendicular à direção de propagação (parâmetro de impacto), como mostra a Figura (2.2). Após a introdução do parâmetro de impacto é possível reescrever a equação (2.13) como

$$\psi(\vec{r}) = \exp\left[i\vec{k}\cdot\vec{r} - \frac{i}{2k}\int_{-\infty}^{z} U(\vec{b}, z')dz'\right]. \tag{2.15}$$

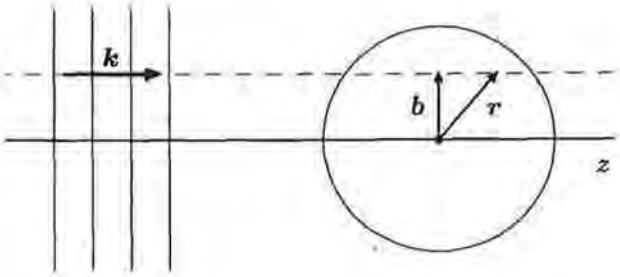

Figura 2.2: Espalhamento de uma onda plana por um potencial [6].

Obtida a solução completa para a função de onda da partícula espalhada podemos obter a amplitude de espalhamento $f(\vec{k}, \vec{k'})$ através da expressão [6, 67, 69, 72]

$$f(\vec{k}, \vec{k'}) = -\frac{1}{4\pi}\int e^{-i\vec{k'}\cdot\vec{r}} U(\vec{r'})\psi(\vec{r'})d^3\vec{r'}. \tag{2.16}$$

Substituindo-se (2.15) em (2.16) com $d^3\vec{r'} = d^2\vec{b}dz$ temos

$$f(\vec{k}, \vec{k'}) = -\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dz \int d^2\vec{b} e^{-i\vec{q}\cdot(\vec{b}+k\hat{u}_z)} U(\vec{b}, z) e^{-\frac{i}{2k}\int_{-\infty}^{z} U(\vec{b},z')dz'}, \tag{2.17}$$

onde $\vec{q} = \vec{k'} - \vec{k}$.

Para pequenos ângulos de espalhamento o vetor $\vec{q}$ é quase ortogonal a $\vec{k}$ e, então,

podemos escrever $\vec{q}\cdot\vec{r}\approx\vec{q}\cdot\vec{b}$. Utilizando a equação (2.12) para escrever

$$U(\vec{b},z)e^{-\frac{i}{2k}\int_{-\infty}^{z}U(\vec{b},z')dz'} = 2ik\frac{\partial}{\partial z}e^{-\frac{i}{2k}\int_{-\infty}^{z}U(\vec{b},z')dz'} \tag{2.18}$$

podemos realizar a integração em dz na equação (2.17) para obter a expressão final da amplitude de espalhamento

$$f(\vec{k},\vec{k'}) = f(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi}\int d^2\vec{b}e^{-i\vec{q}\cdot\vec{b}}\left(1-e^{i\chi(\vec{b})}\right), \tag{2.19}$$

onde a chamada "função eiconal", $\chi(\vec{b})$, é definida como

$$\chi(\vec{b}) = -\frac{i}{2k}\int_{-\infty}^{\infty}U(\vec{b},z)dz\,. \tag{2.20}$$

A quantidade

$$\Gamma(\vec{b}) \equiv 1-e^{i\chi(\vec{b})}, \tag{2.21}$$

é muitas vezes chamada de "função de perfil"em analogia com a óptica e pode ser obtida a partir de $f(\vec{k},\vec{k'})$ através da transformada de Fourier da equação (2.19),

$$\Gamma(\vec{b}) = -\frac{2\pi i}{k}\int d^2\vec{q}\,f(\vec{q})e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}}\,. \tag{2.22}$$

Uma vez conhecida a expressão para a amplitude de espalhamento é possível obter a expressão para as seções de choque total, elástica e inelástica[10]

$$\sigma_{\rm tot}(s) = \frac{4\pi}{k}Imf(\vec{q})\Big|_{\vec{q}=0}, \qquad (Teorema\ Óptico), \tag{2.23}$$

$$\sigma_{\rm el}(s) \equiv \int|f(\vec{q})|^2d\Omega = \frac{1}{k^2}\int|f(\vec{q})|^2d^2\vec{q}, \tag{2.24}$$

$$\sigma_{\rm inel}(s) \equiv \sigma_{\rm tot}(s)-\sigma_{\rm el}(s), \tag{2.25}$$

onde foi utilizado $d^2\vec{q}=\pi dq^2\simeq k^2(2\pi\theta d\theta)\simeq k^2d\Omega$ na equação (2.24).

[10]A rigor o Teorema Óptico é calculado com o ânglo de espalhamento, θ, nulo. Usando-se $|\vec{q}| = k\sin(\theta)$ temos que $\vec{q}=0$ corresponde ao caso $\theta=0$.

Uma grande vantagem do formalismo eiconal é a garantia imediata da unitariedade da matriz de espalhamento. Esta garantia vem através da utilização do Teorema Óptico que, na Mecânica Quântica, é uma consequência da conservação da probabilidade.

Por fim, utilizando as equações (2.23)–(2.25) temos as seguintes expresões para as seções de choque total, elástica e inelástica na aproximação eiconal:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = 2\int \left[1 - e^{-\chi_I(b,s)}\cos\left(\chi_R(b,s)\right)\right] d^2\vec{b}\,, \tag{2.26}$$

$$\sigma_{\text{el}}(s) = \int \left|1 - e^{-\chi_I(b,s)+i\chi_R(b,s)}\right|^2 d^2\vec{b}\,, \tag{2.27}$$

$$\sigma_{\text{inel}}(s) = \int \left[1 - e^{-2\chi_I(b,s)}\right] d^2\vec{b}\,. \tag{2.28}$$

Nas expressões acima, assume-se que a chamada função eiconal é dada por:

$$\chi(b,s) = \chi_R(b,s) + i\chi_I(b,s)\,. \tag{2.29}$$

O modo como se constrói as partes real, $\chi_R(b,s)$ e imaginária, $\chi_I(b,s)$, da função eiconal é o que diferencia cada um dos modelos que dela se utilizam.

2.2.2 O limite de Froissart a partir do formalismo eiconal

O limite de Froissart [5] é um importante resultado teórico obtido pela primeira vez em 1961 que fornece um limite assintótico para o crescimento da seção de choque total hadrônica a altas energias ($s \to \infty$). A dedução original deste resultado, desenvolvida por Marcel Froissart, apresenta uma certa complexidade matemática, envolvendo a utilização da amplitude de espalhamento não relativistica de processos de dois corpos para dois corpos e as relações de dispersão duplas originárias da represntação de Mandelstan.

Posteriormente este resultado foi reproduzido por Martin de uma maneira mais refinada artavés da Teoria Axiomática de Campos, onde não foram utilizadas as am-

plitudes de espalhamento, apenas condições de analiticidade e unitariedade da matriz de espalhamento. As deduções formais deste limite apresentadas por Froissart e Martin requerem um conhecimento prévio de métodos de física–matemática, teoria de espalhamento e teoria axiomática de campos e, por isso, sua derivação é, muitas vezes, difícil de ser seguida apenas se baseando nos trabalhos que contém tal resultado [5].

Como apresentado na referência [74] é possível obter, de forma mais simples porém bem menos geral, o limite de Froissart utilizando o formalismo eiconal, desenvolvido na seção anterior. A derivação do limite de Froissart segundo esta abordagem esta apoiada em dois resultados fundamentais, a saber

1. a amplitude de espalhamento f não cresce mais rápido que s^2 ;
2. para s *i.e.* k^2) fixo a amplitude de espalhamento é analitica na região $|q^2| < 4m_\pi^2$, sendo m_π é a massa do méson π.

Utilizando a equação (2.19) e o segundo resultado mencionado é possível calcular a amplitude de espalhamento f em $q = 2im_\pi$. Escrevendo

$$1 - e^{i\chi(\vec{b},s)} = -2ia(b,s)\,, \tag{2.30}$$

a equação (2.19) calculada em $q = 2im_\pi$ é igual a

$$\begin{aligned} f(\vec{q}) &= \frac{k}{\pi}\int d^2\vec{b}e^{-i\vec{q}\cdot\vec{b}}a(\vec{b},s) \\ &= \frac{k}{\pi}\int bdb\,d\varphi\,e^{2m_\pi b\cos(\varphi)}a(b,s) \\ &= 2k\int_0^\infty bdb\,I_0(2m_\pi b)a(b,s) < Ks^2 \end{aligned} \tag{2.31}$$

onde

$$I_0(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi\,e^{z\cos(\varphi)} \tag{2.32}$$

é a função de Bessel modificada.

Respeitando a inequação acima temos que encontrar qual é a maior taxa de cresci-

mento possível para $f(\vec{q})$, fato que restringirá diretamente o crescimento da seção de choque hadrônica, pois, segundo o teorema optico, equação (2.23), a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal esta diretamente relacionada com a seção de choque total hadrônica. Por este motivo é preferivel tomar $a(b,s)$ como puramente imaginária e, como $I_0(z)$ é uma função crescente de z, o melhor a se fazer é manter toda a contribuição de $a(b,s)$ na menor região espacial possível. Por estes motivos vamos escolher $a(b,s) = i$ para $b < b_{max}$ e $a(b,s) = 0$ para $b > b_{max}$. Assim temos

$$\begin{aligned} f(\vec{q}) &= 2i\frac{k}{\pi}\int_0^{b_{max}} db\, b\, I_0(2m_\pi b) \\ &= \frac{ipb_{max}}{2m_\pi^2} I_1(2m_\pi b) < Ks^2. \end{aligned} \tag{2.33}$$

Utilizando a expressão assintótica para a função de Bessel modificada para grandes valores de $z = 2m_\pi b_{max}$,

$$I_n(z) \to \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \tag{2.34}$$

tem-se que o valor máximo de b é

$$(2m_\pi b_{max})^{1/2} e^{2m_\pi b_{max}} < const \times s\,. \tag{2.35}$$

Desde que $2m_\pi b_{max} \gg 1$,

$$b_{max} \approx \frac{1}{2\pi} ln\left(\frac{s}{s_0}\right) \tag{2.36}$$

onde s_0 é uma escala desconhecida.

Utilizando a equação equação (2.23) tem-se que a seção de choque total hadrônica é igual a

$$\sigma_{tot} = 4\int d^2b\, Ima(b,s) = 4\pi b_{max}^2 = \frac{\pi}{m_\pi^2} ln\left(\frac{s}{s_0}\right)^2 \tag{2.37}$$

que é exatamente a taxa máxima permitida para o crescimento da seção de choque hadrônica obtida por Froissart.

2.3 Colisões hádron–núcleo no formalismo eiconal: a aproximação de Glauber

As expressões (2.26) – (2.28) são válidas para o cálculo da seção de choque hadrônica $pp(\bar{p})$. Se considerarmos o espalhamento de um hádron h por um núcleo contendo A nucleons, quando uma partícula colide com um sistema composto podem existir uma série de espalhamentos multiplos com os A nucleons do alvo. Um tratamento geral de uma colisão como esta é muito complicado e, portanto, recorre–se a algumas aproximações.

Para o caso de um espalhamento hádron-núcleo, $h - A$, por exemplo, pode–se generalizar a amplitude de espalhamento do espalhamento hádron-hádron (equação (2.19)) obtendo–se

$$F_{hA}(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2\vec{b} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{b}} \langle A' | \left(1 - e^{i\chi_A(\vec{b}, \vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots, \vec{b}_A)}\right) | A \rangle \,, \tag{2.38}$$

onde $\vec{b}$, $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, ..., $\vec{b}_A$ são as posições dos nucleons relativa ao eixo da colisão, e $|A\rangle$ e $|A'\rangle$ correspondem aos estados inicial e final do núcleo alvo.

As funções de onda dos estados $|A\rangle$ e $|A'\rangle$ estão normalizadas seguindo a condição padrão:

$$\int d^3\vec{r}_1 d^3\vec{r}_2 \ldots d^3\vec{r}_A \delta^{(3)}(\vec{r}_1 + \ldots + \vec{r}_A) |\varphi_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A)|^2 = 1 \,. \tag{2.39}$$

Supondo que cada interação que ocorrer com o hádron projétil seja tratada como uma interação incoerente hádron–nucleon, a função eiconal resultante será a soma de cada função eiconal decorrente de todas as interações hádron–nucleon,

$$\chi_A\left(\vec{b}, \vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots, \vec{b}_A\right) = \sum_{i=1}^{A} \chi\left(\vec{b} - \vec{b}_i\right) \,. \tag{2.40}$$

A aproximação que acabamos de considerar é conhecida como "aproximação de Glauber" [73] e implica em que o projétil pode interagir com cada nucleon apenas

uma única vez e o número máximo de interações é igual á quantidade de nucleons do núcleo alvo, A. Uma visão geométrica do espalhamento $h - A$ é apresentada na Figura (2.3).

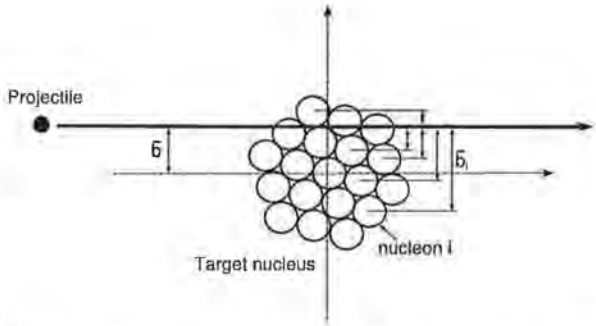

***Figura 2.3:** Um hádron proétil atingindo um núcleo alvo com um parâmetro de impacto $\vec{b}$. O parâmetro de impacto relativo para cada nucleon, $\vec{b}_i$, governa o espalhamento hádron–nucleon que ocorre com cada nucleon i. Extraido de [75].*

No caso de um espalhamento $h - A$ a função de perfil,

$$\Gamma\left(\vec{b}, \vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots \vec{b}_A\right) = 1 - e^{i\chi_A\left(\vec{b}, \vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots, \vec{b}_A\right)}, \tag{2.41}$$

possui uma intepretação interessante em termos dos espalhamentos múltiplos que podem ocorrer entre o hádron e os nucleons do núcleo. Utilizando–se a aproximação de Glauber temos

$$\begin{aligned}
\Gamma\left(\vec{b}, \vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots \vec{b}_A\right) &= 1 - \prod_{i=1}^{A} e^{i\chi(\vec{b}-\vec{b}_i)} = 1 - \prod_{i=1}^{A}\left[1 - \Gamma\left(\vec{b} - \vec{b}_i\right)\right] \\
&= \sum_{i=1}^{A} \Gamma_i(\vec{b} - \vec{b}_i) - \sum_{i>j} \Gamma_i(\vec{b} - \vec{b}_i)\Gamma_j(\vec{b} - \vec{b}_j) + \\
&+ \sum_{i>j>l} \Gamma_i(\vec{b} - \vec{b}_i)\Gamma_j(\vec{b} - \vec{b}_j)\Gamma_l(\vec{b} - \vec{b}_l) - \ldots + \\
&+ (-1)^{A-1} \prod_i \Gamma_i(\vec{b} - \vec{b}_i),
\end{aligned} \tag{2.42}$$

onde o primeiro termo descreve um único espalhamento do projétil com os nucleons do núcleo, o segundo termo descreve um espalhamento duplo do hádron com os nucleons

e assim por diante, sendo que o último termo descreve a situação em que o projétil é espalhado por todos os nucleons do núcleo.

Considerando–se que o hádron seja espalhado com um pequeno ângulo pelo núcleo, o número de interações (n) do projétil com os núcleons será pequeno quando comparado ao número de nucleons, $n \ll A$. Como mostra a Figura (2.3), as colisões ocorrem com os nucleons que possuirem o mesmo valor do parâmetro de impacto do hádron. Considerando–se uma distribuição homogênea de nucleons dentro do núcleo o número de nucleons (e portanto o número de colisões) que satisfazem essa condição será $n \leq A^{1/3} \ll A$. Neste caso a fatorização

$$\int d^3\vec{r}_1 d^3\vec{r}_2 \ldots d^3\vec{r}_A \delta^{(3)}(\vec{r}_1 + \ldots + \vec{r}_A)|\varphi_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A)|^2 \to \rho(\vec{r}_1)\ldots\rho(\vec{r}_n), \quad (2.43)$$

é uma boa aproximação para a distribuição da densidade dos n nucleons.

A substituição feita na equação (2.43) significa que se considera os nucleons como partículas independentes que se movem no interior do núcleo. Quando n for da ordem de A ($n \sim A$) a fatorização empregada deixa de ser válida, pois, neste caso, as correlações entre as distribuições dos nucleons passam a ser importantes.

Na equação (2.42) existem A termos caso ocorra uma interação única ($n = 1$) e $A(A-1)/2$ termos para interações duplas. Para o caso de ocorrerem n interações o número de termos será a combinação dos A nucleons n a n, $C_A^n = A!/[A!(A-n)!] \approx A!/n!$, para o caso $n \ll A$. Sendo assim, com auxílio das equações (2.42) e (2.43) pode–se realizar a seguinte substituição na equação (2.38),

$$\int d^3\vec{r}_1 d^3\vec{r}_2 \ldots d^3\vec{r}_A \delta^{(3)}(\vec{r}_1 + \ldots + \vec{r}_A)|\varphi_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A)|^2 \Gamma\left(\vec{b}, \vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots \vec{b}_A\right)$$

$$\begin{aligned} &\longrightarrow \sum_{n=1}^{n_{max}} (-1)^{n+1} \int d^3\vec{r}_1 \ldots d^3\vec{r}_A \rho(\vec{r}_1)\ldots\rho(\vec{r}_n) \frac{A^n}{n!} \Gamma(\vec{b}-\vec{b}_1)\ldots\Gamma(\vec{b}-\vec{b}_n) \\ &= \sum_{n=1}^{n_{max}} \frac{-1}{n!} \left(\frac{-A}{2\pi i k} \int d^2\vec{q} \int d^3\vec{r} e^{-i\vec{q}\cdot(\vec{b}-\vec{b}_n)} f(\vec{q}) \cdot \rho(\vec{r}) \right)^n \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde, na última igualdade, utilizou–se a equação (2.22) para escrever $\Gamma(\vec{b}-\vec{b}_n)$ em função da amplitude $f(\vec{q})$ do espalhamento hádron-hádron.

Se a amplitude $f(\vec{q})$ possuir uma dependência fraca com $\vec{q}$, o que evidencia o fato do hádron ser um sistema muito pequeno quando comparado a núcleos com $A > 10$, pode–se escrever (vide equação (2.23)):

$$f(\vec{q}) \simeq \frac{ik}{4\pi}\sigma_{tot}^{hN}, \tag{2.45}$$

onde σ_{tot}^{hN} é a seção de choque total da interação hádron–nucleon.

Utilizando as equações (2.38), (2.44) e (2.45) a expressão para a amplitude de espalhamento $h-A$, $F_{hA}(\vec{q})$, pode ser obtida facilmente. Uma vez que a integração na variável $d^2\vec{q}$ resulta em $\delta^{(2)}(\vec{b}-\vec{b}_n)$, temos que

$$F_{hA}(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi}\int d^2\vec{b}e^{-i\vec{q}\cdot\vec{b}}\left[1-\sum_{n=0}^{n_{max}}\frac{1}{n!}\left(-\frac{1}{2}\sigma_{tot}^{hN}T(\vec{b})\right)^n\right], \tag{2.46}$$

onde introduzimos a função de perfil nuclear

$$T(\vec{b}) = A\int dz\rho(\vec{b},z) \tag{2.47}$$

onde $\rho(\vec{b},z)$ é a densidade de núcleons no núcleo.

Como ultima aproximação a ser tomada, considerando–se o caso em que que $n_{max} \sim A^{1/3}$ e assumindo–se que A é um número muito grande podemos tomar o limite em que $n_{max} \to \infty$. Neste caso a série em n na equação (2.46) pode ser identificada com a série de uma função exponencial e como resultado final para a amplitude de espalhamento elástica hádron–núcleo temos

$$F_{hA}(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi}\int d^2\vec{b}e^{-i\vec{q}\cdot\vec{b}}\left[1-e^{-\frac{1}{2}\sigma_{tot}^{hN}T(\vec{b})}\right]. \tag{2.48}$$

Por fim a equação (2.48) permite–nos obter as expressões para as seções de choque total, inelástica e elástica através das expressões (2.23)–(2.25) trocando–se $f(\vec{q})$ por

$F_{hA}(\vec{q})$. Então substituindo–se a equação (2.48) nas eqações (2.23)–(2.25) obtém–se

$$\sigma_{tot}^{hA}(E_{lab}) = 2\int d^2\vec{b}\left[1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_{tot}^{hN}T(\vec{b})}\right], \tag{2.49}$$

$$\sigma_{\rm el}^{hA}(E_{lab}) = \int d^2\vec{b}\left|1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_{tot}^{hN}T(\vec{b})}\right|^2, \tag{2.50}$$

$$\sigma_{\rm inel}^{hA}(E_{lab}) = \int d^2\vec{b}\left[1 - e^{-\sigma_{tot}^{hN}T(\vec{b})}\right], \tag{2.51}$$

onde E_{lab} é a energia da colisão no referêncial do laboratório e esta relacionada com a energia do centro–de–massa de uma colisão $h_1 - h_2$, $\sqrt{s}$, por intermédio da expressão:

$$E_{lab} = \frac{s - m_1^2 - m_2^2}{2m_2}. \tag{2.52}$$

Capítulo 3

A Física de Sistemas com Altas Densidades Partônicas

3.1 A saturação de pártons

As medidas que levaram à comprovação da violação do scaling de Bjorken realizadas no HERA [30, 31] mostraram também, através da observação do crescimento da função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ e de sua derivada $\partial F_2/\partial lnQ^2$ com o aumento de Q^2, que conforme x decresce as distribuições de quarks do mar e, principalmente, a distribuição de gluons crescem muito fortemente. A Figura (3.1) mostra a distribuição de gluons em função de x para valores fixos de Q^2.

O crescimento do número de gluons pode ser entendido como um efeito cascata, onde os próprios gluons se dividem em dois ou três gluons de menor momento num processo comumente chamado de "spliting", além de poderem ser emitidos pelos quarks. Como discutido no capítulo 1, o forte crescimento da densidade de gluons faz com que, a altas energias, o próton seja visto como um meio altamente denso e colorido.

As equações de evolução lineares, como a DGLAP e a BFKL, assumem implici-

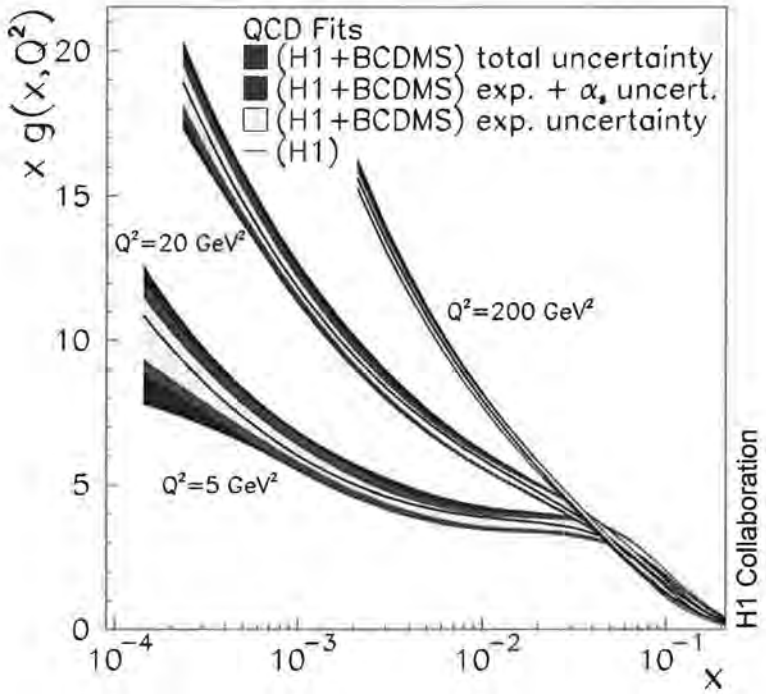

***Figura 3.1:** Distribuição de gluons retiradas a partir dos dados experimentais do HERA [30].*

tamente que a altas energias o processo mais importante a ser considerado é o de emissão de gluons, prevendo assim, como já apontado, um crescimento indeterminado da distribuição de pártons no interior dos prótons. Em 1983 Gribov, Levin e Ryskin [7] sugeriram a idéia de que a altas energias o processo de recombinação de gluons também passaria a ser importante devido a alta densidade do meio partônico nos núcleos colidentes.

O processo de recombinação de gluons pode ser entendido como o processo contrário ao processo de spliting em que dois gluons de baixo momento se fundem, $gg \to g$, diminuindo assim a população de gluons no próton. Enquanto o processo de spliting tem a função de aumentar a população de gluons, a inclusão do processo de recombinação coibe o crescimento desenfreado das distribuições de gluons através de um mecanismo que ficou originalmente conhecido como "saturação de pártons".

No regime de saturação a quantidade de gluons dentro dos hádrons seria tão grande

que o processo de recombinação de gluons – não incluidos nas equações de evolução lineares – seria muito mais ativo do que os processos referentes a sua emissão, fazendo com que a distribuição de gluons parasse de crescer, *i.e.*, saturasse, em um valor máximo.

O fenômeno da saturação pode ser entendido a partir de um cenário bastante simples e ser construído a partir de argumentos geométricos [8, 32]. Em colisões de íons relativísticos, quando um núcleo (de A nucleons e grande momento longitudinal) sofre contração de Lorentz, os pártons contidos nos nucleons se distribuem sobre uma fina casca no plano transversal.

Pelo princípio da incerteza, cada párton (de momento transversal Q) ocupa a área transversal π/Q^2, e podem ser "provados"com a seção de choque $\sigma \sim \pi\alpha_s(Q^2)/Q^2$, onde $\alpha_s(Q^2)$ representa a constante de acoplamento (forte) do processo. Uma vez que a área transversal total do núcleo é $S_A \sim \pi R_A^2$ (onde R_A é seu raio transversal), quando o número de pártons excede a quantidade $N \sim S_A/\sigma \sim Q^2 R_A^2/\alpha_s(Q^2)$, esses pártons se sobrepõem no plano transversal e começam a interagir uns com os outros, impedindo assim um posterior crescimento da densidade de pártons. Isso acontece quando o momento transversal for da ordem de $Q_s^2 \sim \alpha_s(Q^2)N/R_A^2 \sim A^{1/3}$, que é denominada "escala de saturação". O fenômeno da saturação introduz assim uma escala característica de momento (Q_s) que coíbe o crescimento da densidade de gluons quando a escala de momento envolvida (Q) é da ordem de $A^{1/3}$ e representa, por conseguinte, uma medida da densidade de gluons "saturados".

Acredita-se hoje que, no dom´nio de altas energias e/ou altas densidades, a dinâmica da QCD torna-se qualitativamente diferente da dinâmica no regime de curtas distâncias e de altos momentos transferidos. Neste primeiro domínio, que é de extremo interesse para esta dissertação, espera–se a formação de um novo estado da matéria denominado de "Condensado de Vidro de Cor"(Color Glass Condensate – CGC) [8, 9, 10, 13, 32]. Na linguagem de pártons a formação do CGC vem sendo descrita em termos da saturação de pártons.

Atualmente existem diferentes abordagens que tentam incluir os efeitos do fenômeno

da saturação de gluons nos cálculos. Estas abordagens possuem diferentes graus de complexidade e vão desde uma simples alteração no espaço de fase até a construção de uma teoria efetiva. A seguir vamos comentar alguns observáveis experimentais onde são procurados algum sinal da formação do CGC e também detalhar as abordagens teóricas para a inclusão do fenômeno da saturação que serão utilizadas nesta dissertação.

3.2 Possíveis sinais da saturação

Em 1999 alguns autores [76] afirmaram que alguns efeitos da saturação já estariam sendo observados no HERA. A partir de 2000 com o início das operações do RHIC a procura pelo CGC se tornou mais intensa e surgiram inumeros trabalhos propondo novos observáveis onde os efeitos da saturação pudessem ser vistos claramente.

Em 2004 os resultados do RHIC obtidos em colisões dêuteron–ouro ($d-Au$) [11, 12] levaram muitas pessoas a acreditar que o CGC havia sido inequivocamente observado. Porém, mais tarde, a certeza dessa descoberta foi questionada e, no artigo de revisão de Larry McLerran [10], os possíveis sinais experimentais da formação do CGC são mencionados:

1. "Scaling" geométrico da seção de choque fóton–próton ($\gamma^* - p$) medida no HERA, caracterizado pela dependência na seção de choque na variável $\tau = Q^2/Q_s^2(x)$.

2. Comportamento da função de estrutura F_2 medida em DIS no HERA.

3. Comportamento da razão entre as seções de choque difrativa e total medidas no HERA.

4. Comportamento da seção de choque de fotoprodução do méson ρ medida no HERA.

5. Comportamento da multiplicidade de partículas carregadas medidas na região central do RHIC.

6. Comportamento da distribuição de momento transversal de partículas com grande p_T e grande rapidez em colisões $d - Au$ no RHIC.

Posteriormente surgiram trabalhos [77] mostrando que esses fenômenos também poderiam ser descritos sem a hipótese da saturação de pártons e a formação do CGC. No entanto, como foi argumentado em [10], o CGC é uma teoria robusta, baseada em primeiros princípios da QCD e que tenta unificar a descrição dos diferentes fenômenos listados acima.

Como conclusão podemos dizer que ainda não foi encontrada uma "assinatura" clara e definitiva da formação do CGC e que a procura por uma indicação conclusiva deve continuar. Por enquanto conseguiu-se apenas indicações sobre o comportamento qualitativo de alguns observáveis numa região cinemática próxima ao regime de saturação.

3.2.1 O scaling geométrico

O scaling geométrico, introduzido pela primeira vez [78] no contexto do modelo de dipolo de cor de Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [76], que será apresentado mais adiante, é uma notável propriedade verificada nos dados experimentais da seção de choque $\sigma_{\gamma^* p}$, medida em eventos de DIS no HERA. A seção de choque $\sigma_{\gamma^* p}$, que, a princípio, depende das variáveis x e Q^2 separadamente, na região de $x \leq 0,01$ passa a depender apenas da variável $\tau = Q^2/Q_s^2(x)$ com $Q_s^2 \sim (x_0/x)^\lambda \; GeV^2$. onde x_0, e λ são fixados através de descrições globais.

Na Figura (3.2) os dados do HERA mostram o scaling geométrico, uma vez que os pontos experimentais formam aproximadamente uma única linha quando graficados em função da variável de scaling, τ. Esta propriedade também foi encontrada em eventos de DIS nucleares e processos difrativos [79].

O scaling geométrico é uma consequência direta do comportamento das soluções das equações de evolução para a distribuição de pártons no próton e o valor do expoente ($\lambda \sim 0,3$) pode ser encontrado através de uma analise cuidadosa dessas soluções [80].

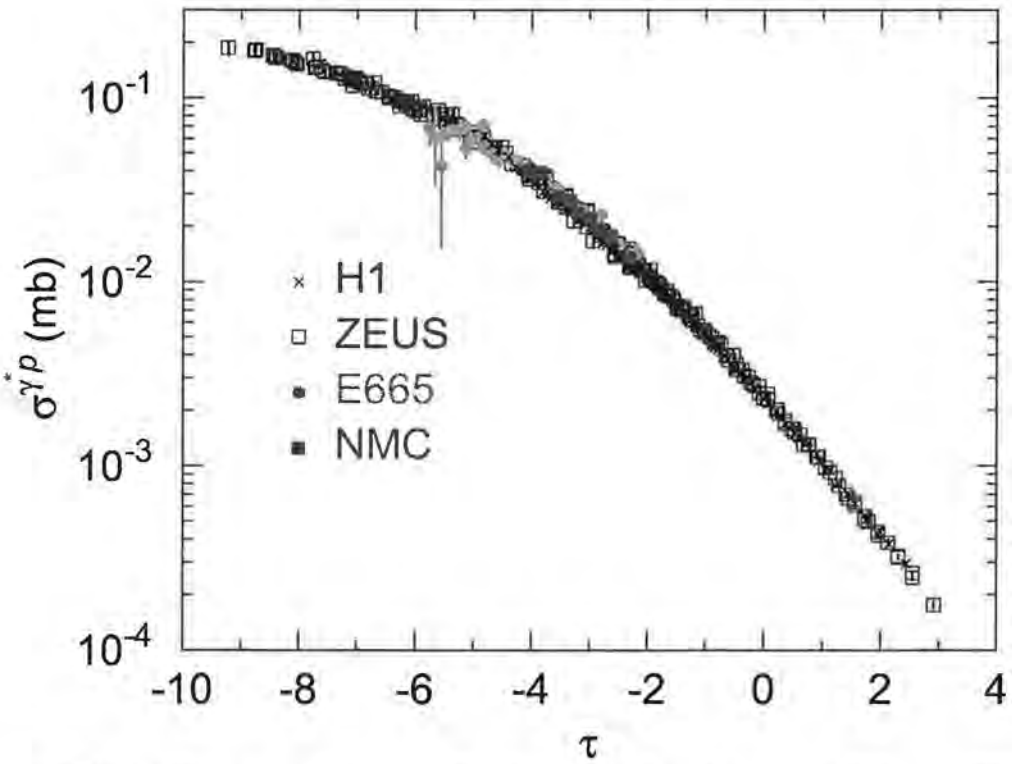

***Figura 3.2:** Scaling geométrico verificado em dados de $\sigma_{\gamma^* p}$ medidos no HERA.*

Existe ainda uma região de alto Q^2 para x fixo onde a densidade de gluons é pequena e a pQCD é aplicável. Na referência [81] os autores encontraram terceira região, intermediária as regiões de alta e baixa densidade, onde existem soluções universais das equações do grupo de renormalização que satisfazem a propriedade de scaling. Esta região. cujo o alcance é $Q_s^2 \leq Q^2 \leq Q_s^4/\Lambda_{QCD}^2$. ficou conhecida como "região de scaling extendida".

Embora alguns estudos [82] baseados na fatorização colinear e na equação de evolução DGLAP reproduzam a propriedade de scaling geométrico e, como consequência, reproduzam também grande parte de dados experimentais existentes, eles não forne-

cem, ainda, uma explicação sólida para a propriedade de scaling. O ajuste aos dados experimentais deve surgir de algum ajuste fino nas condições iniciais da evolução regida pela DGLAP. Já na descrição via CGC do DIS a propriedade de scaling é quase automática [13].

3.3 A saturação de gluons segundo as equações de evolução

Muito do desenvolvimento teórico da física de baixos x's (altas energias) aconteceu e ainda acontece em torno da procura das soluções das equações de evolução adequadas para as distribuições de pártons no regime de saturação. Como pode ser visto na Figura (3.3), no regime de saturação a evolução da distribuição de gluons se torna naturalmente não-linear: no instante inicial os núcleos colidentes emitem gluons que originam duas diferentes cascatas através de multiplos processos de spliting e, quando o processo de recombinação de gluons se torna favorável, dois ou mais gluons de diferentes cascatas podem se recombinar fazendo com que a dinâmica se torne não-linear, justamente por envolver distribuições de gluons originários de diferentes pártons.

Embora a discussão acerca da Figura (3.3) seja qualitativa ela possui conexão com as equações de evolução que consideram o fenômeno da recombinação de gluons. A teoria colinear padrão da QCD não considera processos dessa natureza. Supõe-se que sua inclusão, numa primeira aproximação, poderia ser realizada a partir do cálculo de correções de mais altas ordens para as equações DGLAP. Os primeiros termos dessas correções, que envolvem uma série de diagramas de Feynman, foram calculados por Gribov, Levin e Ryskin [7] e Mueller e Qiu [35] e deram origem às equações hoje

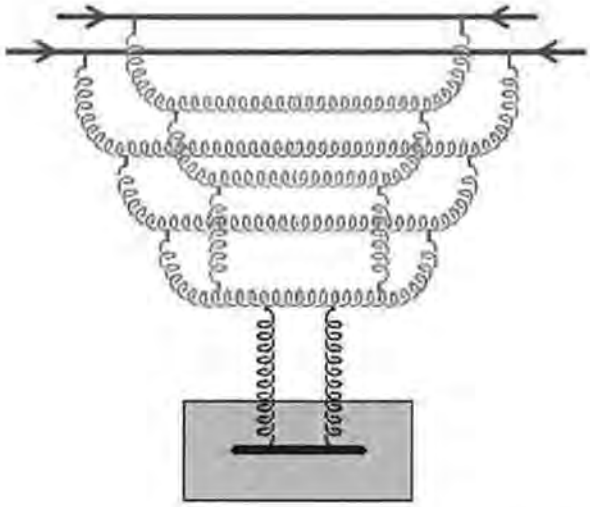

Figura 3.3: ***Esquema da evolução da distribuição de gluons incorporando o efeito de recombinação durante uma colisão a altas energias.***

rotuladas GLRMQ:

$$\frac{\partial xg(x,Q^2)}{\partial \log Q^2} = \left.\frac{\partial xg(x,Q^2)}{\partial \log Q^2)}\right|_{\text{DGLAP}} - \frac{9\pi}{2}\frac{\alpha_s^2}{Q^2}\int_x^1 \frac{dy}{y} y^2 G^{(2)}(y,Q^2), \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial x\bar{q}(x,Q^2)}{\partial \log Q^2} \approx \left.\frac{\partial x\bar{q}(x,Q^2)}{\partial \log Q^2)}\right|_{\text{DGLAP}} - \frac{3\pi}{20}\frac{\alpha_s^2}{Q^2} x^2 G^{(2)}(x,Q^2)\ , \tag{3.2}$$

onde $G^{(2)}(x,Q^2)$ representa a correção devida aos processos de fusão de gluons.

As equações de evolução para as distribuições de quarks de valência ficam inalteradas após a adição dessas correções e correções de mais altas ordens para a equação de evolução das distribuições de quarks do mar são desprezadas. O sinal negativo do termo não-linear vem do fato de que as amplitudes de espalhamento correspondentes aos diagramas de recombinação de gluons (calculados em [7, 35]) são predominantemente imaginários [83].

Segundo Mueller e Qiu [35] embora a dependência de $G^{(2)}$ com Q^2 possa fixar uma normalização total, formalmente fixada pela equação (29) deste mesmo trabalho, ela, a normalização, não pode ser precisamente determinada dentro da pQCD exceto, talvez, para o caso de funções de estrutura nucleares.

Ainda em [35] Mueller e Qiu devido a dificuldade em determinar $G^{(2)}(x, Q^2)$ estudaram, apoiados em uma abordagem fenomenologica, diferentes fontes de contribuição para $G^{(2)}$. Um dos casos estudados é quando $G^{(2)}(x, Q^2)$ tem como contribuição processos caracterizados por cascatas independentes de gluons iniciadas por diferentes quarks de valência[11]. Nesta situação foi suposto que cada um dos três quarks de valência se move livremente dentro de uma esfera de raio R e, de maneira qualitativa, $G^{(2)}(x, Q^2)$ poderia ser modelado como

$$x^2 G^{(2)}(x, Q^2) = \frac{[xg(x, Q^2)]^2}{\pi R^2}. \tag{3.3}$$

Quando os dois termos do lado direito da equação (3.1) possuem contribuições comparáveis, *i.e.*, $\partial xg(x, Q^2)/\partial \log Q^2 \approx 0$ na equação (3.1), os efeitos da recombinação de gluons se tornam importantes fazendo com que a distribuição de gluons sature em um dado valor. Utilizando a equação (3.3) e a condição $\partial xg(x, Q^2)/\partial \log Q^2 = 0$ na equação (3.1), temos que o valor máximo para a distribuição de gluons dentro de um hádron é

$$x^2 g(x, Q^2) \approx \frac{R^2 Q^2}{\pi \alpha_s(Q^2)} \approx \frac{25,76}{\pi \alpha_s(Q^2)} Q^2 \Big|_{Q^2 \text{ em } GeV^2}. \tag{3.4}$$

A condição representada pela equação (3.4) só pode ser alcançada para valores muito grandes de $1/x$ ou para valores pequenos de Q^2[12]. Fora desta região o efeito do termo não–linear é despresível.

O trabalho pioneiro de Gribov, Levin e Ryskin [7] gerou uma longa série de trabalhos [8, 9, 13, 32, 84, 85, 86] cujo objetivo foi desenvolver uma teoria mais sólida para a descrição de sistemas altamente densos, onde o fenômeno da saturação de pártons possui uma importante contribuição. Surgiram então outras equações de evolução com o intuito de tentar descrever de uma maneira mais adequada como ocorrem os processos nos diferentes regimes da QCD.

[11] Esta é exatamente a situação encontrada na Figura (3.3) para dois quarks de valência.

[12] Uma vez que a evolução é realizada em Q^2 já era natural esperar que a contribuição do termo de recombinação fosse mais importante nesta região.

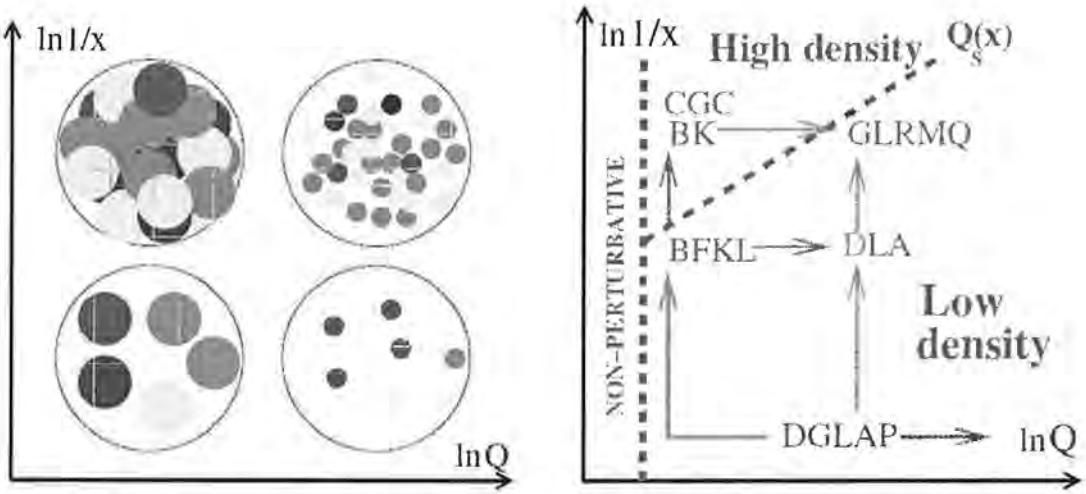

***Figura 3.4:** Esquema das equações de evolução no plano $ln(1/x) - lnQ$ com a respectiva imagem pictórica a nível partônico [87].*

Hoje nosso entendimento sobre esses diferentes regimes, segundo a ótica das equações de evolução, pode ser representada pela Figura (3.4). Na região de baixos Q^2's existe a região de confinamento, onde os métodos de pQCD não são aplicáveis. Para valores grandes de Q^2 e valores não tão grandes de $1/x$ encontramos a região de baixa densidade partônica, onde as equações de evolução usuais, DGLAP e BFKL, podem ser utilizadas pois fornecem resultados confiáveis. Para grandes valores de $1/x$ e lnQ^2 entramos no regime de DLLA onde encontramos a primeira equação de evolução não-linear proposta, a equação GLRMQ. Finalmente no regime de altas densidades, separado do regime de baixas densidades por uma linha que define justamente a escala de saturação, Q_s, encontramos uma generalização da equação de BFKL, a equação de Balitsky-Kovchegov (BK) [84, 85] e a equação de desenvolvida por Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Weigert, Leonidov e Kovner (JIMWLK) [86], representada por "CGC", através do estudo da evolução de um objeto hadrônico no formalismo do condensado de vidro de cor.

3.4 Um modelo fenomenológico para as distribuições de gluons no regime de saturação

De acordo com a seção anterior temos que, no regime de saturação, a distribuição de pártons deixa de ser determinada pela dinâmica linear da QCD e passa a ser dada pela solução de uma equação de evolução não-linear para a distribuição de pártons. No entanto a solução formal (analítica) dessas equações não são conhecidas até o presente momento e em alguns casos temos somente a compilação de uma solução numérica [88, 89]. Por este motivo passa a ser útil a utilização de parametrizações baseadas em estudos fenômenologicos.

No início do ano 2000 Kharzeev, Levin e Nardi (KLN) propuseram uma parametrização para $g(x)$ que simula os efeitos da saturação de pártons que foi utilizada para descrever os resultados experimentais de distribuição de multiplicidade e rapidez de partículas carregadas do RHIC [8]. Essa parametrização assume que, em colisões envolvendo prótons e núcleos relativísticos, os gluons dos nucleons podem ou não se encontrar no regime de saturação a depender do valor da escala Q considerada em relação à escala de saturação:

$$x\, g_{KLN}(x, Q^2) = \begin{cases} \frac{\kappa}{\alpha_s[Q_s^2(x)]}\, Q^2\,(1-x)^4 & , \quad Q^2 < Q_s^2 \\ \frac{\kappa}{\alpha_s[Q_s^2(x)]}\, Q_s^2\,(1-x)^4 & , \quad Q^2 > Q_s^2 \end{cases} \tag{3.5}$$

Na equação acima, a escala de saturação, Q_s, que define a escala em que o gluon no interior do próton (ou núcleo, caracterizado por A nucleons) encontra-se ou não no regime de saturação, está relacionada ao momento fracionário, x, por ele carregado através da expressão $Q_s^2(x) = Q_0^2\, A^{1/3}(x_0/x)^\lambda$, com $A = 1$ para prótons (os parâmetros referentes a esta escala serão discutidos em uma seção posterior, quando considerarmos uma outra possível implementação da física de saturação através dos modelos de dipolo de cor).

Essa parametrização separa a física linear da não–linear da seguinte maneira: para um valor de Q fixo, no caso em que $Q^2 < Q_s^2$, $xg(x, Q^2)$ cessa seu crescimento quando $x \to 0$; já no caso em que $Q^2 > Q_s^2$, conforme $x \to 0$, Q_s^2 cresce continuamente, fazendo com que $xg(x, Q^2)$ cresça indefinidamente simulando a previsão da física linear. O fator multiplicativo $(1-x)^5$ é introduzido apenas para garantir que $xg(x, Q^2) \to 0$ quando $x \to 1$.

Existem duras críticas sobre esta parametrização como, por exemplo, não possuir nenhum vínculo com alguma equação de evolução e também não estabelecer nenhum compromisso com a regra de soma de momento carregado pelos pártons (fixando o parâmetro κ). Afim de respeitar esta ultima propriedade, nos calculos efetuados nesta dissertação seguimos os trabalhos da referência [62] cobrando–se, para a normalização dessa distribuição de gluons, que a fração de momento (parâmetro p_k na equação abaixo) carregada pelos gluons saturados obedecesse à mesma regra de soma de momento das distribuições utilizadas em nossos cálculos [22, 23] (fixada a partir de descrições experimentais globais de espalhamento inelástico profundo):

$$\int_0^1 dx\, x\, g_k(x, Q^2) = p_k \;\; ; \;\; k \equiv CTEQ5L, CTEQ6L \tag{3.6}$$

A título de comparação, nas Figuras (3.5) e (3.6) são apresentadas as distribuições de gluons das referências [22, 23], $xg_{CTEQ5L}(x, Q^2)$ e $xg_{CTEQ6L}(x, Q^2)$ respectivamente, as distribuições de gluons saturados da parametrização KLN, $xg_{KLN}^{CTEQ5L}(x, Q^2)$ e $xg_{KLN}^{CTEQ6L}(x, Q^2)$ dadas pela equação (3.5) e devidamente normalizadas de acordo com a equação (3.6) e a distribuição EHKQS [105], evoluida segundo as equações GLRMQ, para diferentes valores da escala Q^2. Nesses cálculos utilizou–se $A = 1$, $Q_0^2 = 0.34\ GeV^2$, $x_0 = 3 \times 10^{-4}$ e $\lambda = 0,29$ na escala de saturação da parametrização KLN. É possível observar que a distribuição KLN cresce menos fortemente a medida que $x \to 0$ do que as distribuições governadas pela evolução DGLAP, embora não obedeça nenhuma equação de evolução, já a distribuição EHKQS é muito semelhante as distribuições das colaborações $CTEQ5L$ e $CTEQ6L$ para os valores de Q^2 escolhi-

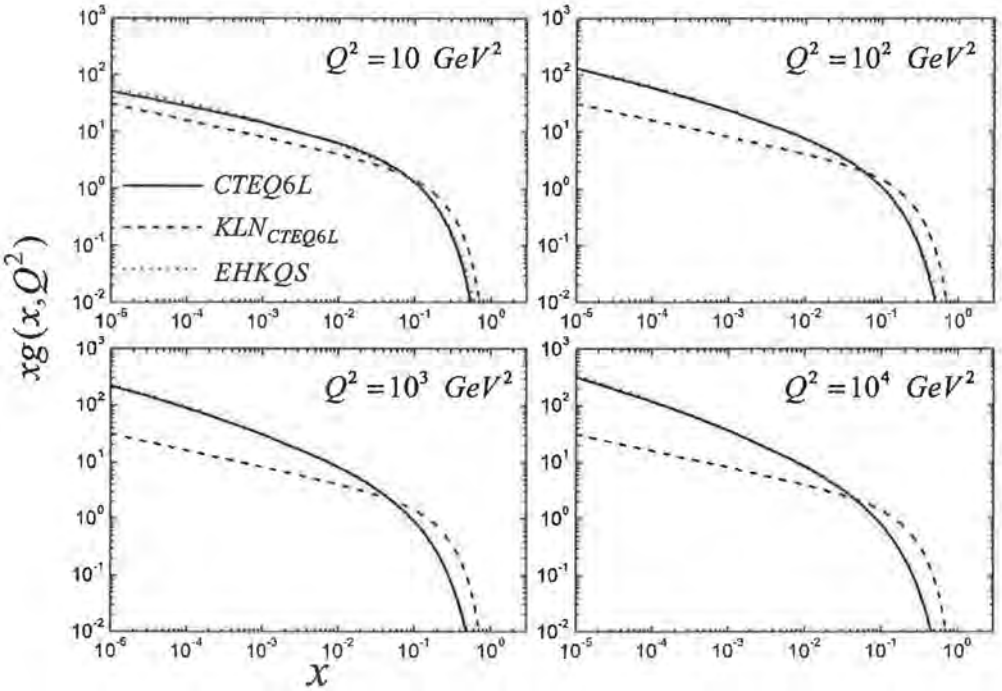

***Figura 3.6:** Distribuições de gluons $CTEQ6L$ e KLN_{CTEQ6L} em diferentes valores da escala Q^2.*

do par formado, o tamanho transversal do par $q\bar{q}$ pode ser considerado fixo durante o espalhamento.

É possível verificar se esta condição sobre o tempo de formação do dipolo é satisfeita. Sendo o quadri-momento do fóton

$$q = (\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2}) \tag{3.7}$$

onde $\nu = k - k'$ e $Q^2 = -q^2$. Usando-se as variáveis do cone de luz [91] escrevemos os momentos do fóton virtual (γ^*), do quark (q) e do antiquark ($\bar{q}$) como

$$\gamma^* : \ q = \left(q^+, -\frac{Q^2}{2q^+}, \vec{0}\right) \ ; \tag{3.8}$$

$$q : \ k = \left(zq^+, \frac{k^2}{2zq^+}, \vec{k}\right) \ ; \tag{3.9}$$

$$\bar{q} : \ k' = \left((1-z)q^+, \frac{k^2}{2(1-z)q^+}, -k\right) \ , \tag{3.10}$$

onde z é a fração de momento do fóton carregado pelo quark e $(1-z)$ é a fração de momento do fóton carregada pelo antiquark.

O quadrado da massa invariante do par $q\bar{q}$ é:

$$M^2 = (k+k')^2 = \frac{\vec{k}^2}{z(1-z)}. \tag{3.11}$$

Usando o princípio da incerteza podemos estimar o tempo de vida do par $q\bar{q}$, τ_f,

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E}, \tag{3.12}$$

com $\Delta E = E_{q\bar{q}} - E_{\gamma^*}$, onde

$$E_{q\bar{q}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q^+ + \frac{k^2}{2z(1-z)q^+}\right), \quad E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q^+ - \frac{Q^2}{2q^+}\right) \tag{3.13}$$

e, portanto

$$\Delta E = \frac{1}{2\sqrt{2}q^+}\left(Q^2 + \frac{k^2}{z(1-z)}\right). \tag{3.14}$$

Considerando que o regime $Q^2 \gg M^2$ é satisfeito, temos

$$\Delta E \simeq \frac{Q^2}{\sqrt{2}q^+} = m_N x, \tag{3.15}$$

onde finalmente concluimos que

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_N x}. \tag{3.16}$$

Logo, no regime de altas energias, quando $x \to 0$, τ_f é muito maior que o tempo de interação $\tau_{int} \sim R_p$, onde R_p é o raio do próton. Consequentemente podemos dizer que o par $q\bar{q}$, que sonda o próton, percorre uma longa distância ($l \sim 1/m_N x$) antes de ser espalhado pelo próton. Independente do simples argumento aqui utilizado, podemos considerar que o par $q\bar{q}$ possui um raio transversal fixo durante a interação com o próton. Como mostrado na Figura (3.7), pode–se interpretar o DIS, no limite $x \to 0$,

como o espalhamento de um dipolo de cor $q\bar{q}$ de tamanho fixo com um nucleon.

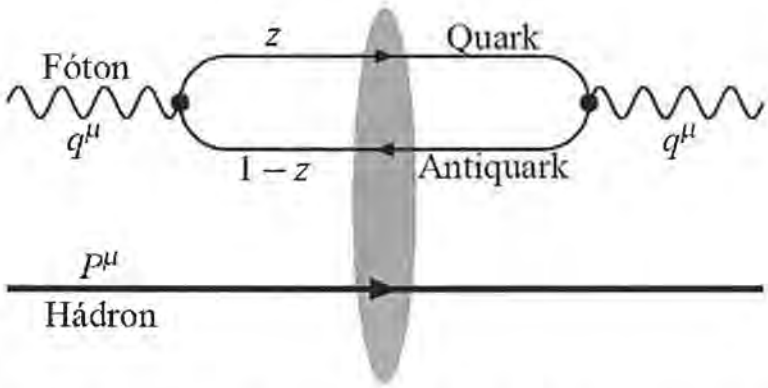

Figura 3.7: DIS no formalismo de dipolo de cor. O fóton virtual flutua em um par quark–antiquark que interage com o hádron alvo.

Este cenário leva–nos a pensar que a seção de choque da interação incoerente dipolo–próton possa ser fatorizada da seguinte maneira

$$\sigma^{\gamma^* p} = \int dz \int d^2r \, |\Psi(r,x)|^2 \, \sigma_{dip} \, , \tag{3.17}$$

onde $r \equiv r_\perp$ é o raio transversal do dipolo $q\bar{q}$, $\Psi(r,x)$ é a função de onda que descreve a transição fóton virtual–dipolo e σ_{dip} é a seção de choque de interação dipolo–próton. O fator σ_{dip} é quem carrega toda a informação sobre o alvo e a física das interações fortes nesse modelo.

É importante frisar que, por envolver a função de onda que descreve a amplitude de probabilidade do projétil incidente flutuar num dipolo colorido, esta abordagem é de cunho não–perturbativo, uma vez que $\Psi(r,x)$ é um ingrediente oriundo da física de baixíssimos momentos.

Nos trabalhos da referência [90] os autores mostraram que esta fatorização de fato é válida e mostraram também que σ_{dip} deve satisfazer duas propriedades por ocasião da formação de dipolos com raio transversal muito pequeno ou muito grande. A primeira propriedade diz que no regime de pequenos valores do raio do dipolo $q\bar{q}$, $r \to 0$, $\sigma_{dip} \propto r^2$. Esta propriedade é conhecida como "transparência de cor"pois traduz o

fato de que, se a distância entre o quark e o antiquark do dipolo é muito pequena, cor e anticor estão praticamente sobrepostas e a probabilidade de que o par interaja fortemente com o próton também muito pequena, de forma que a seção de choque de dipolo tende a zero quando o tamanho do dipolo aproxima-se de zero.

Todavia, no regime de grandes dipolos (r grande), devido a propriedade de confinamento da QCD, a seção de choque de dipolo deve saturar em um valor máximo $\sigma_{dip} \sim \sigma_0$, pois, à medida que a distância entre o par quark e antiquark cresce, a seção de choque de dipolo aumenta, uma vez que as cargas de cor ficam mais afastadas e produzem um efeito maior ao interagir com o próton.

A expressão para a seção de choque de dipolo não é calculável através de primeiros princípios. Portanto faz-se útil a construção de modelos inspirados em alguma fenomenologia. No formalismo do CGC [8, 9, 10, 13, 32, 84, 85, 92] σ_{dip} pode ser calculada na aproximação eiconal [93] e é dada por

$$\sigma_{dip}(x,r) = 2\int d^2\vec{b}\,\mathcal{N}(x,r,\vec{b}) \tag{3.18}$$

onde $\mathcal{N}(x,r,\vec{b})$ é a amplitude dipolo–próton (para um dado parâmetro de impacto $\vec{b}$) que carrega toda a informação sobre o espalhamento hadrônico e, portanto, carrega também toda a informação sobre a dinâmica na região da saturação e os efeitos não–lineares contidos na função de onda hadrônica.

É útil assumir que a dependência em $\vec{b}$ de $\mathcal{N}$ possa ser fatorizada como

$$\mathcal{N}(x,r,\vec{b}) = \mathcal{N}(x,r)S(\vec{b})\,, \tag{3.19}$$

tal que

$$\sigma_{dip} = \sigma_0\,\mathcal{N}(x,r)\,, \tag{3.20}$$

sendo σ_0 um parâmetro livre relacionado à QCD não–perturbativa.

A seguir vamos tratar de dois modelos para a amplitude de espalhamento dipolo–alvo.

3.5.1 O modelo GBW

Em 1999 Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [76, 78] propuseram um modelo fenomenológico para a seção de choque de dipolo cuja forma funcional inspirava–se no formalismo eiconal. Nesse modelo a amplitude de espalhamento diplo–alvo, $\mathcal{N}(x,r)$, é dada pela expressão

$$\mathcal{N}_{GBW}(x,r) = \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{4}r^2 Q_s^2(x)\right)\right] , \tag{3.21}$$

onde a escala de saturação, Q_s, esta relacionada à variável de Bjorken através de

$$Q_s^2(x) = Q_0^2 \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\lambda} , \tag{3.22}$$

onde os parâmetros σ_0, λ e x_0 foram fixados para descrever resultados experimentais do HERA.

A dependência em $\mathcal{N}_{GBW}(x,r)$ apenas pela combinação $r^2 Q_s^2(x)$ significa que a seção de choque do DIS depende somente da combinação $Q^2/Q_s^2(x)$ [76, 78], ou seja, satisfaz a propriedade de scaling geométrico. Uma inspeção rápida da equação (3.21) mostra que o modelo GBW possui as propriedades comentadas anteriormente quando ocorre a formação de um dipolo com raio transversal muito pequeno ou muito grande.

Embora a parametrização GBW descreva bem os dados antigos de HERA [30, 31] (anteriores ao ano de 2000) essa descrição deixa de ser boa para os novos dados (obtidos a partir de 2000), que têm uma precisão maior. Esta limitação vem do fato de que este modelo falha ao descrever a violação do scaling de Bjorken, isto é, a grandes valores de Q^2 o ajuste aos dados da função de estrtura do próton, F_2, não se iguala àquela obtida utilizando–se as equações DGLAP (algo fundamental na descrição dos dados de HERA nesta região), e sua forma funcional vem apenas de uma aproximação da QCD não–linear [94] uma vez que a parametrização GBW se assemelha a soluções numéricas da equação de BK [88, 95, 96, 97].

3.5.2 O modelo IIM

Na referência [98] os autores Iancu, Itakura e Munier (IIM), desenvolveram um modelo para a amplitude de espalhamento dipolo–alvo visando realizar uma nova análise dos dados de HERA, porém, restritos a um alcance cinemático onde se espera que os efeitos da saturação sejam evidentes ($x \leq 10^{-2}$ e $Q^2 \leq 50\,GeV^2$). Segundo os autores este regime cinemático é suficiente para justificar a utilização de uma evolução segundo a equação de BFKL, fora do regime de saturação.

A parametrização IIM (ou "CGC"como os autores auto–determinaram) consiste na interpolação suave de dois regimes referentes ao tamanho do dipolo formado. Para dipolos cujo raio de separação é muito pequeno ($r \ll 1/Q_s$) a amplitude de espalhamento é dada pela solução da equação de BFKL na vizinhança do regime de saturação. Portanto, segundo as referências [80, 81, 99], as propriedades de scaling geométrico e violação do scaling de Bjorken estariam incluidas através dos termos linear e de difusão contidos nesta solução. Já para dipolos com raio de separação grande $r \gg 1/Q_s$ a amplitude de espalhamento é dada pela lei de Levin–Tuchin [100]. Matematicamente propuseram a seguinte amplitude:

$$\mathcal{N}_{IIM}(x,r,Y) = \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda Y}\right)} & : \quad rQ_s \leq 2 \\ 1 - \mathrm{e}^{-A\ln^2(B\,rQ_s)} & : \quad rQ_s > 2\,, \end{cases} \tag{3.23}$$

onde $Y = \ln(1/x)$, $Q_s^2 \equiv Q_s^2(x) = (x_0/x)^\lambda\ GeV^2$. Os parâmetros livres σ_0, $\mathcal{N}_0$, λ e x_0 foram determinados de forma a descreverem os dados de F_2 de HERA, onde os coeficientes A e B na segunda linha de (3.23) são determinados unicamente pela condição de que $\sigma_{dip} = \sigma_0\,\mathcal{N}_{IIM}(x,r,Y) = 2\pi R_p\,\mathcal{N}_{IIM}(x,r,Y)$ e sua derivada com respeito a rQ_s sejam contínuas em $rQ_s = 2$:

$$A = -\frac{\mathcal{N}_0^2\gamma_s^2}{(1-\mathcal{N}_0)^2\ln(1-\mathcal{N}_0)}, \qquad B = \frac{1}{2}\,(1-\mathcal{N}_0)^{-\frac{(1-\mathcal{N}_0)}{\mathcal{N}_0\gamma_s}}\,, \tag{3.24}$$

onde R_p é o raio do alvo considerado, no caso um próton.

Na referência [98] os autores apresentam uma série de conjuntos de valores para os parâmetros livres do modelo que descrevem os dados de F_2 de HERA. Mais adiante fixaremos alguns desses parâmetros a fim de descrever os observáveis que nos propusermos.

Capítulo 4

Modelos de minijatos eiconalizados com saturação de pártons

Neste capítulo vamos apresentar três diferentes implementações da física de saturação de pártons no modelo de minijatos eiconalizado.

Como apontado anteriormente, quando utilizamos o formalismo eiconal, o modo como se constrói a função eiconal, $\chi(b,s)$ (equação (2.29)), é o que diferencia os diversos modelos existentes. Algumas hipóteses, porém, são comuns à grande maioria destes modelos.

É usual assumir a validade da fatorização

$$\chi(b,s) = W(b) \times A(s) \tag{4.1}$$

onde $W(b)$ é normalizada tal que $\int W(b) d^2\vec{b} = 1$. $W(b)$ é conhecida como função de "overlap"e fornece a informação sobre a parte espacial da colisão e $A(s)$ é uma função dependente da energia da colisão.

Os modelos atuais, baseados no formalismo do parâmetro de impacto [101, 102], são todos frutos de adaptações e/ou sofisticações dos primeiros modelos eiconais existentes [61] e, quando comparados, a maior diferença destes modelos está no ingrediente

que contém toda a informação dinâmica da colisão, a função $A(s)$. Em algums modelos a função $W(b)$ também pode sofrer alterações com as devidas justificativas [102].

Visando a construção de um modelo eiconal que considere os efeitos da saturação de pártons e possa ser utilizado para descrever os dados experimentais das seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ e da seção de choque inelástica $p-Ar$, simultâneamente, vamos usar os trabalhos das referências [57, 61] como guia. Neste caso, as seções de choque total, elástica e inelástica para uma colisão hádron–hádron são dadas pelas expressões (2.26)–(2.28). Para o caso de colisões hádron–núcleo as mesmas quantidades são dadas pelas equações (2.49)–(2.51).

Seguindo a idéia dos modelos inspirados em QCD, continuamos assumindo que o crescimento da seção de choque hadrônica é devido ao aumento da produção de minijatos com o aumento da energia do centro-de-massa da colisão, $\sqrt{s}$. Utilizando a equação (2.29) vamos escrever, inspirados no modelo da referência [1], a parte imaginária da função eiconal como sendo

$$\chi_I(b,s) = \chi_{soft}(b,s) + \chi_{pQCD}(b,s) \tag{4.2}$$

onde a parte "soft" diz respeito às contribuições não perturbativas e a parte da pQCD contém as contribuições perturbativas. A parte real, $\chi_R(s,b)$, deixa de ser importante a altas energias [102] e será tomada como nula no que se segue.

O fato de se considerar $\chi_R(s,b) \equiv 0$ é, em parte, baseado no resultado fenomenológico que diz que a razão entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento elástica frontal é muito pequena a altas energias. No entanto, esta aproximação não implica que $\chi_R(b,s)$ seja nula a cada valor do parâmetro de impacto, $\vec{b}$. A negligência da parte real da função eiconal no espaço de $\vec{b}$ pode, de fato, estar baseada no fato de que a um modelo eiconal simples é, em geral, incapaz de descrever a seções de choque elástica e total simultaneamente. Os parâmetros do nosso modelo – que serão apresentados nas próximas seções – que reproduzem corretamente a dependência com a energia da seção de choque total fornecem uma seção de choque elástica (inelástica),

em geral, muito alta (baixa) em relação aos dados experimentais. Uma explicação fornecida por Lipari e Lusignoli [103] é que um modelo eiconal simples, isto é, que considera apenas dois canais, elástico e inelástico, elástico e total ou inelástico e total, não é adequado para a descrição simultânea dos dados experimentais das seções de choque $pp(\bar{p})$, uma vez que os canais dos processos difrativos simples e duplos não estão inclusos e, portanto, devem ter suas contribuições consideradas separadamente. Em outras palavras, ao assumir que $\sigma_{inel}^{pp/p\bar{p}} \equiv \sigma_{tot}^{pp/p\bar{p}} - \sigma_{el}^{pp/p\bar{p}}$ nosso modelo de minijatos eiconalizado não irá considerar a contribuição dos processos difrativos, embora, nos dados experimentais, essas contribuições estejam inclusas. Este fato acaba por excluir a possibilidade de descrever simultâneamente as seções de choque total e inelástica pp e $p\bar{p}$, por exemplo.

Seguindo as referências [40, 57, 61] vamos utilizar o modelo de "fator de forma" onde $W(b)$ é dado pela transformada bi-dimensional de Fourier do produto de dois fatores de forma,

$$W(b) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{q} e^{ib\cdot q} \mathcal{F}_1(q)\mathcal{F}_2(q) \,. \tag{4.3}$$

Para o caso de colisões $pp(\bar{p})$, $\mathcal{F}_{1,2}(q)$ são escolhidos como os fatores do tipo dipolo

$$\mathcal{F}_{1,2}(q) = \left(\frac{\mu^2}{q^2+\mu^2}\right)^2 . \tag{4.4}$$

Realizando-se a integral em (4.3) temos como resultado a seguinte expresão:

$$W(b,\mu) = \frac{\mu^2}{96\pi}(\mu b)^3 K_3(\mu b) \,, \tag{4.5}$$

onde μ é um parâmetro de ajuste do modelo e $K_3(\mu, b)$ é a função de Bessel modificada de segunda ordem.

No formalismo eiconal existe a possibilidade de se diferenciar as seções de choque pp e $p\bar{p}$ através da modelagem da parte soft da parte imaginária função eiconal. Para esta componente, que é importante apenas a baixas energias, assumimos as parametrizações

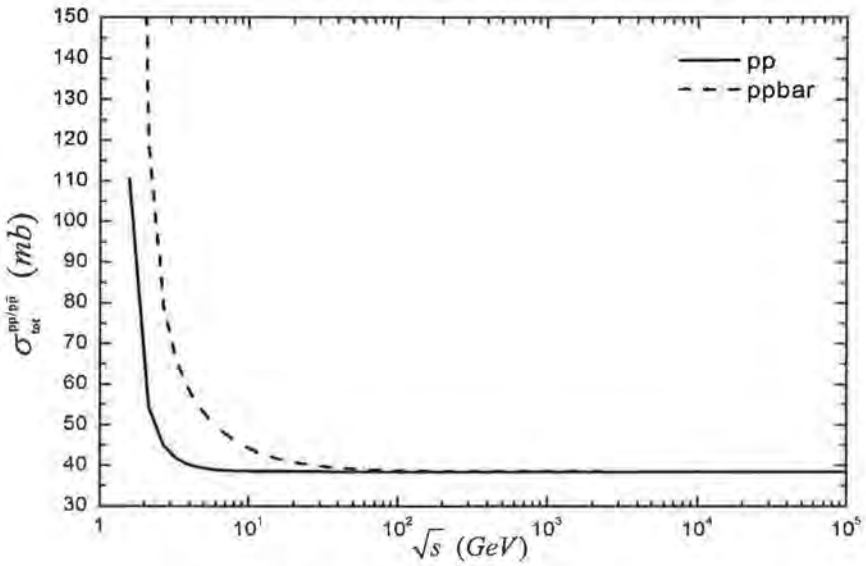

Figura 4.1: ***Contribuição da parte não perturbativa da função eiconal em colisões*** $pp(\bar{p})$.

da referência [104]:

$$A_{pp}(E_{lab}) = \sigma^{pp}_{soft} = 47 + \frac{46}{E^{1,39}_{lab}}, \tag{4.6}$$

$$A_{p\bar{p}}(E_{lab}) = \sigma^{p\bar{p}}_{soft} = 47 + \frac{129}{E^{0,661}_{lab}} + \frac{357}{E^{2,7}_{lab}}, \tag{4.7}$$

com $W(b,\mu) = W(b,\mu_{soft})$, pois fornecem um bom ajuste dos dados experimentais na região de baixas energias. Em geral os dados experimentais são fornecidos em termos da energia no referêncial do laboratótio (E_{lab}) que, em nossos cálculos podem ser convertidos para a energia no centro–de–massa da colisão hádron–hádron através da equação (2.52).

Na Figura (4.1) mostramos os resultados de nossos cálculos apenas para essa contribuição não perturbativa ($\chi_{pQCD} = 0$) em colisões pp e $p\bar{p}$ onde o parâmetro μ^2_{soft} foi fixado em $0,71\ GeV^2$ e os demais parâmetros foram fixados, a luz de resultados que serão mostrados posteriormente, para tão somente evidenciar o comportamento dessa contribuição com a energia.

Para a componente pertrubativa, $\chi_{pQCD}(s,b)$, assumimos apenas a decomposição

das contribuições partônicas ($gg \to gg$, $gg \to gq$ e $gg \to q\bar{q}$):

$$\begin{aligned}\chi_{\rm pQCD}(s,b) &= \chi_{\rm gg}(s,b) + \chi_{\rm gq}(s,b) + \chi_{\rm q\bar{q}}(s,b) \\ &= W(b,\mu_{\rm gg})\sigma_{\rm gg}(s) + W(b,\sqrt{\mu_{\rm q\bar{q}}\mu_{\rm gg}})\sigma_{\rm gq}(s) \\ &+ W(b,\mu_{\rm q\bar{q}})\sigma_{\rm q\bar{q}}(s)\,, \end{aligned} \tag{4.8}$$

onde $\sigma_{kl}(s)$ são as seções de produção de minijatos do tipo gluon-gluon (gg), quark-gluon (gq) e quark–antiquark ($q\bar{q}$), que são dadas pela equação (2.6).

Os parâmetros μ_{gg} e $\mu_{q\bar{q}}$ são os parâmetros livres do modelo e serão escolhidos de forma a descrevermos dados experimentais. Para μ_{gq} assumiremos, como é feito nesses modelos, o vínculo $\mu_{gq} = \sqrt{\mu_{gg}\mu_{q\bar{q}}}$.

Neste modelo eiconal os efeitos não–lineares da QCD, como os efeitos da saturação de pártons, podem ou não estar presentes nos cálculos das seções de choque totais de minijatos, a depender da escolha dos esquemas de evolução das PDF's, $f(x,Q^2)$ ($f = g, q, \bar{q}$), a serem adotadas. Como as PDF's fazem parte dos ingredientes da componente perturbativa da função eiconal, $\chi_{\rm pQCD}(s,b)$, vamos denominar, de maneira geral, as possíveis implementações da saturação nos modelos que estamos propondo como "perturbativas".

Segundo as abordagens consideradas nesta dissertação (capítulo (3)) existem duas possibilidades para a inclusão dos efeitos da saturação de pártons nos cálculos das seções de choque que objetivamos: uma via equações de evolução GLRMQ e outra via parametrização fenomenológica KLN para as distribuições de gluons.

Apesar de escolhermos incluir os efeitos da saturação nas PDF's, algumas colaborações que se dedicam a construir modelos baseados em métodos de Monte Carlo [65, 66] preferem considerar tais efeitos de uma maneira bem diferente: escolhem um $p_{T_{min}}$ dependente da energia como um cutoff inferior na componente perturbativa desses modelos, diminuindo, de modo artificial, o teor de crescimento da seção de choque $pp(\bar{p})$ com o aumento de $\sqrt{s}$.

Nas seções seguintes vamos detalhar os resultados obtidos utilizando cada uma das

possibilidades descritas.

4.1 A saturação de pártons via equação GLRMQ

Nesta implementação do efeito da saturação trocamos as distribuições de pártons das referências [22, 23] pelas distribuições evoluidas segundo às equações GLRMQ (equações (3.1) e (3.2)) fornecidas em [105] e ajustamos os parâmetros do nosso modelo de modo que descrevessem os dados experimentais das seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ e a seção de choque inelástica $p - Ar$, simultâneamente. Nos resultados que seguem os parâmetros eiconais que satisfazem tal condição são: $\mu_{gg} = 1,55$ GeV e $\mu_{q\bar{q}} = 1,7$ GeV na equação (4.8) e $p_{T_{min}} = 1,2\ GeV$ na equação (2.6).

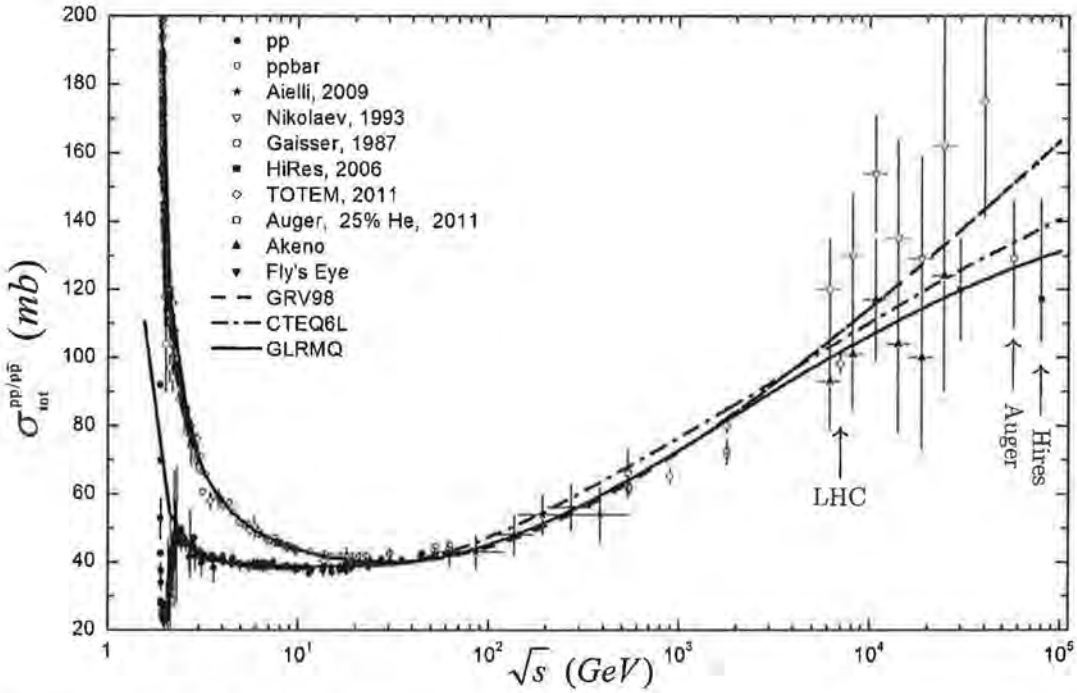

***Figura 4.2:** Seção de choque $pp(\bar{p})$ utilizando distribuições de pártons não-lineares e lineares.*

Na Figura (4.2) apresentamos os resultados obtidos para a seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ quando utilizamos as distribuições de pártons evoluidas segundo as equações

GLRMQ, que incluem o fenômeno da saturação (curva "GLRMQ") e quando utilizamos distribuições que evoluem segundo as equações DGLAP (curvas "GRV98"e "CTEQ6L") que não consideram tal fenômeno. Como resultado temos que os efeitos da saturação de pártons implicam num crescimento bastante mais moderado destas seções de choque com a energia, principalmente na região acima de 2 TeV.

Neste caso, em especial, para efeito de comparação decidimos utilizar a distribuição de pártons GRV98 [106] pois temos a certeza que (por ser antiga) esta não contempla em nenhuma parte de sua construção os efeitos da saturação de pártons. Utilizamos também a distribuição CTEQ6L [23] que, por ser mais moderna, já passa a considerar alguns dados da região de pequeno x em sua construção.

Na Figura (4.3) apresentamos a razão entre as previsão para a seção de choque hadrônica total fornecida pelo modelo e uma parametrização que descreve os dados experimentais da seção de choque total pp e é consistente com o limite de Froissart:

$$\sigma_{Froissart} = 30 + 0,22 ln^2(s/s_0) \tag{4.9}$$

com $s_0 = 1,0$ GeV. Nesta mesma figura também graficamos a razão entre os resultados da física não–linear (GLRMQ) e linear (GRV98 e CTEQ6L) para a seção de choque total pp,

$$R^{pp}_{NL/L}(s) = \frac{\sigma^{pp,\,não-linear}_{tot}(s)}{\sigma^{pp,\,linear}_{tot}(s)}, \tag{4.10}$$

afim de tentar quantificar o quão forte se manifesta o fenômeno da saturação de pártons neste observável.

A razão entre a previsão do modelo e a parametrização $\sigma_{froissart}$ mostra que utilizando o formalismo eiconal e incluindo o fenômeno da saturação de pártons nosso modelo não viola o limite de Froissart até a energia considerada. Já as seguintes razões "GLRMQ/GRV98"e "GLRMQ/CTEQ6L", apesar de possuirem um comportamento inesperado até a região de intersecção das duas curvas, mostram que, nesta abordagem, o sinal dos efeitos da saturação de pártons nos cálculos é fortemente dependente das PDF's utilizadas para comparação, fazendo os resultados obtidos com e sem os

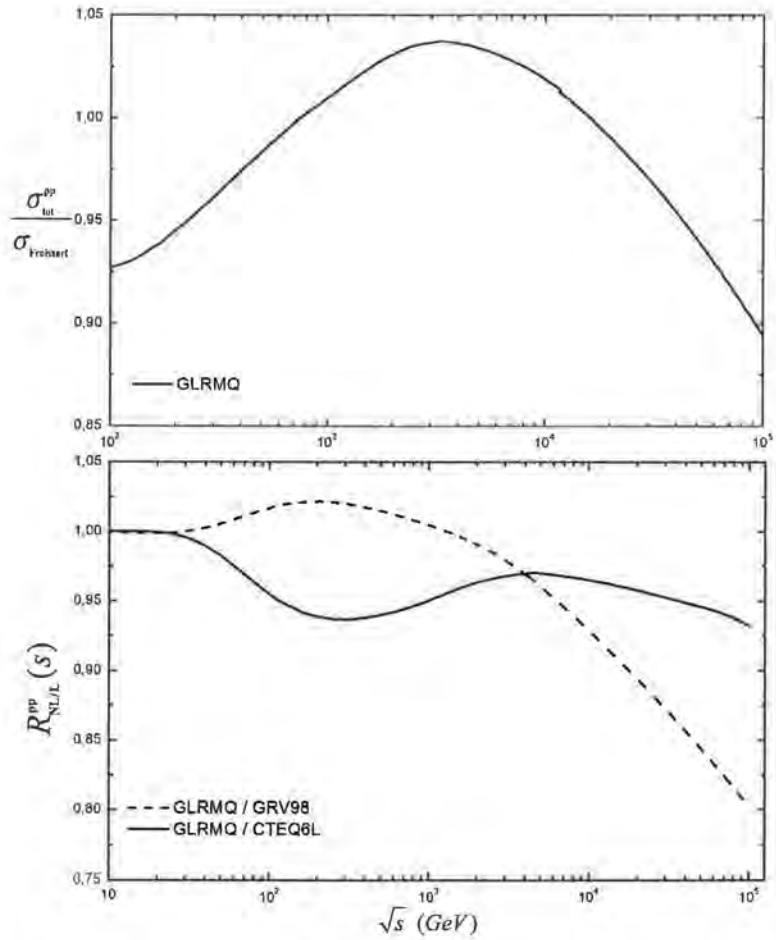

***Figura 4.3:** Cima: Razão entre a previsão do modelo e a parametrização $\sigma_{Froissart}$; Baixo: Razão entre a previsão da física não–linear e da física linear para a seção de choque total pp.*

efeitos de saturação diferirem em cerca de 20% para $\sqrt{s} \approx 10^5$ GeV em um dos casos.

Na Figura (4.4) são apresentados os resultados para a seção de choque inelástica $pp(\bar{p})$. Neste caso não conseguimos um bom ajuste dos dados experimentais na região acima de $\sqrt{s} = 100$ GeV. Este resultado já era esperado, como dito anteriormente e é semelhante aos resultados encontrados na literatura [102]. Nesta dissertação vamos permanecer utilizando o modelo de minijatos eiconalizado que propusemos, sem a inclusão dos processos difrativos, mesmo sabendo que a descrição da seção de choque inelástica $pp(\bar{p})$ ficará prejudicada, uma vez que os observávaveis principais a serem descritos são as seções de choque total $pp(\bar{p})$ e a seção de choque inelástica $p - Ar$.

No que se segue omitiremos os resultados para a seção de choque inelástica $pp(\bar{p})$ nas demais implementações da saturação de pártons utilizando o modelo eiconal por serem muito semelhantes ao resultado desta implementação.

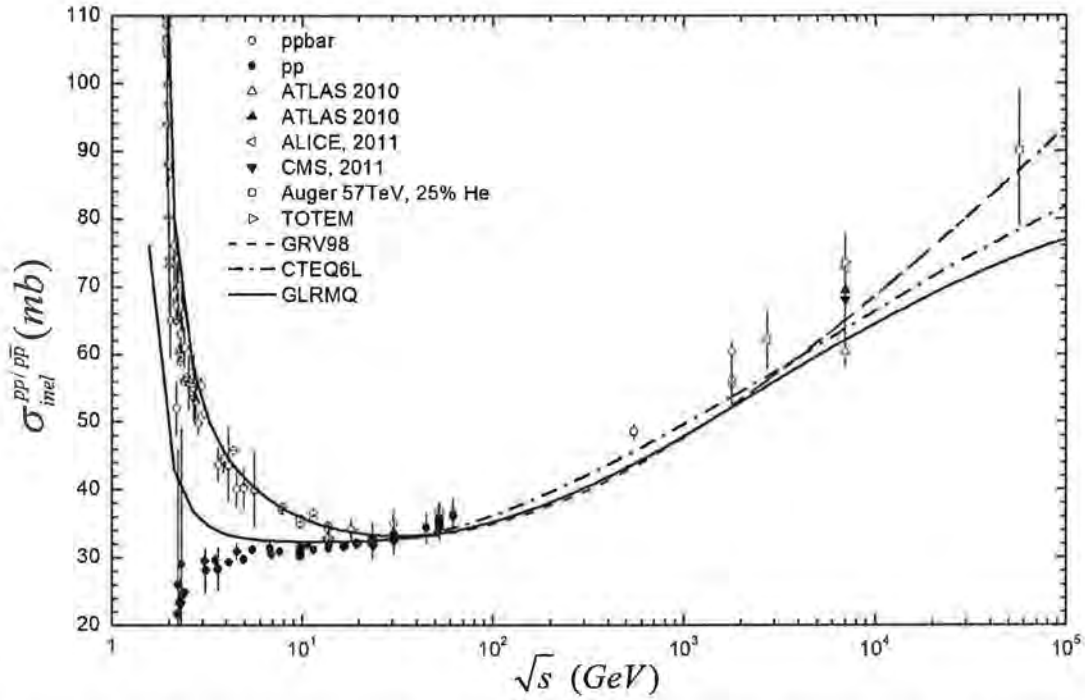

Figura 4.4: Seção de choque inelástica pp($\bar{p}$) utilizando distribuições de pártons não–lineares e lineares.

A Figura (4.5) mostra o resultado do modelo para a seção de choque $p - Ar$. Os dados experimentais da seção de choque $p - Ar$ são das referências [51, 53, 55] [107]–[115]. Para obter as seções de choque $p - A$ utilizamos o formalismo de Glauber (equação (2.51)) onde σ_{tot}^{pp} é a previsão do nosso modelo para a seção de choque total pp e a função que fornece a distribuição de nucleons dentro do núcleo, $\rho(b, z)$, foi escolhida como sendo

$$\rho(b, z) = \frac{\rho_0}{1 + exp[(r - R_A)/a_0]} \tag{4.11}$$

com $r = \sqrt{b^2 + z^2}$, $R_A = 1,19A^{1/3} - 1,61A^{-1/3}\ fm$ [116] e, como único parâmetro a ser ajustado, utilizamos $a_0 = 0,57\ fm$. O valor de ρ_0 é obtido exigindo–se que $\rho(b, z)$ esteja normalizada a A ($A_{Ar} = 14,5$).

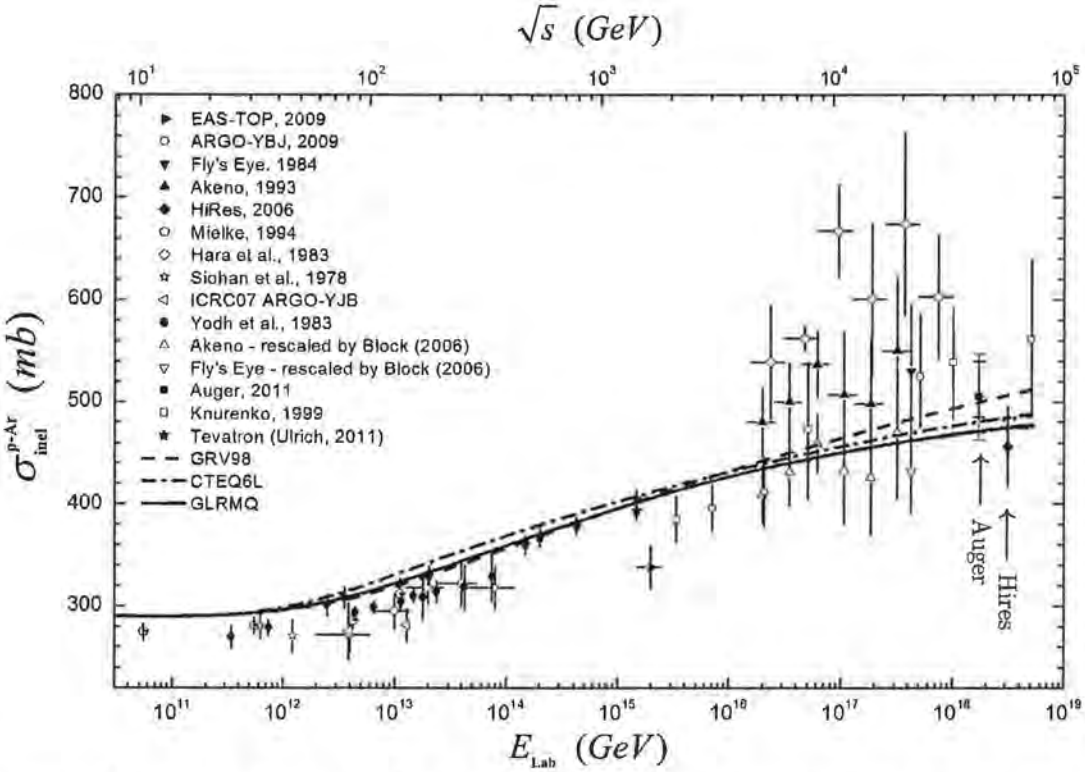

***Figura 4.5:** Seção de choque inelástica $p-Ar$ utilizando distribuições de pártons evoluidas segundo equações não–lineares e lineares.*

Como pode ser visto nas figuras apresentadas conseguimos uma descrição simultânea das seções de choque pp , $p\bar{p}$ e $p-Ar$ descrevendo inclusive o dado da colaboração Pierre Auger [115], o mais recente publicado.

Já na Figura (4.6) são apresentadas as previsões do modelo para as seções de choque total e inelástica $p-Pb$ com os mesmos parâmetros que utilizamos para as seções de choque totais pp, $p\bar{p}$ e inelástica $p-Ar$.

Na Figura (4.7) é apresentada a razão entre as previsões da física não–linear e da física linear para a seções de choque inelástica $p-Ar$ e total $p-Pb$,

$$R_{NL/L}^{p-Ar}(s) = \frac{\sigma_{inel}^{p-Ar,\,não-linear}(s)}{\sigma_{inel}^{p-Ar,\,linear}(s)} \;, \quad R_{NL/L}^{p-Pb}(s) = \frac{\sigma_{tot}^{p-Pb,\,não-linear}(s)}{\sigma_{tot}^{p-Pb,\,linear}(s)} \,. \tag{4.12}$$

Neste caso as curvas possuem o mesmo comportamento das razões apresentadas na Figura (4.3), porém, são menores em magnitude. Ao que tudo indica isto é uma

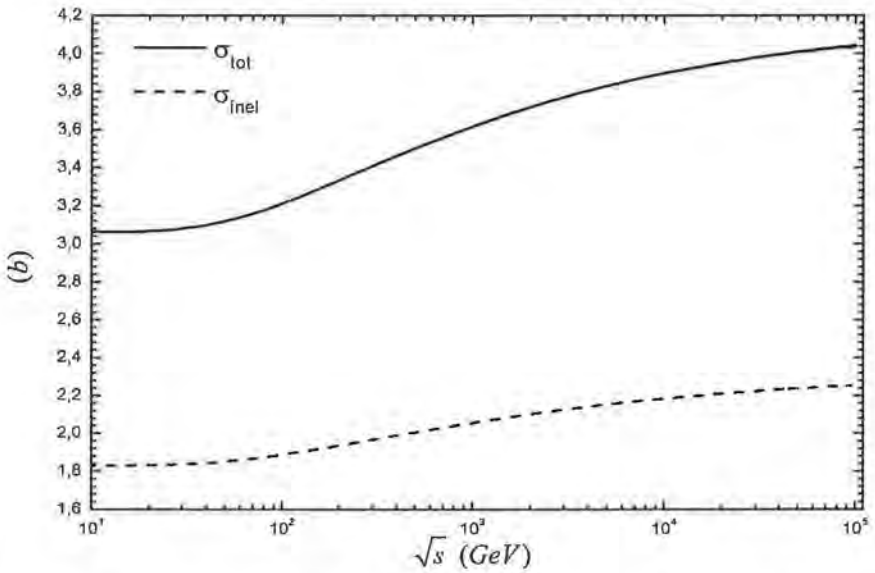

***Figura 4.6:** Previsão para a seções de choque total e inelástica $p - Pb$ com a inclusão dos efeitos da saturação de pártons via equação GLRMQ.*

consequência da conversão da seção de choque pp para a seção de choque $p - A$ via formalismo de Glauber.

Quando ocorrem interações do tipo hádron–núcleo ou núcleo–núcleo existem outros tipos de efeitos que se pode consirar, além dos efeitos da saturação de pártons. Dentre os diversos efeitos existentes, esta dissetação também pretende investigar a influência dos os efeitos de shadowing [117] nas seções de choque nucleares $p - Ar$ e $p - Pb$.

O efeito de shadowing ocorre na região de $x \leq 0,1$ e corresponde a uma redução da função de estrutura nuclear com relação a função de estrutura do nucleon livre [118]. Obviamente, esta modificação na função de estrutura nuclear afeta também as distribuições de pártons dentro dos núcleos, que passam a ser escritas como

$$f_i^A(x, Q^2) = R_i^A(x, Q^2) f_i^p(x, Q^2)\,, \quad f_i = q, \bar{q}, g\,, \tag{4.13}$$

onde $R_i^A(x, Q^2)$ é o chamado 'fator de modificação nuclear".

Caso não existissem efeitos coletivos nos núcleos, como o efeito de shadowing, as funções de estrutura dos pártons de um núcleo seriam a mera superposição das funções

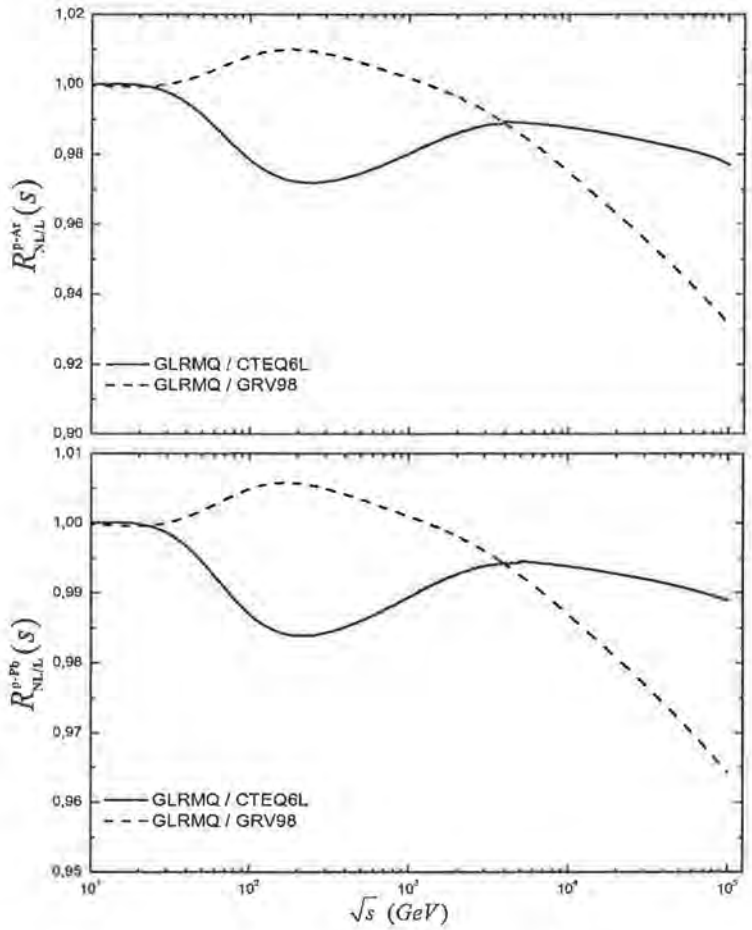

***Figura 4.7:** Razão entre a previsão da física não-linear e da física linear para (cima) a seção de choque inelástica $p - Ar$ e (baixo) para a seção de choque total $p - Pb$.*

de estrutura dos pártons de um nucleon e, consequentemente, a distribuição de pártons dentro dos núcleos também seria simplesmente a soma incoerente das distribuições de pártons dos nucleons do núcleo e teria-se $R_i^A(x, Q^2) = 1$ para quaisquer valores de x e Q^2.

Existem alguns grupos que se dedicam a construir distribuições para $R_i^A(x, Q^2)$ a partir de uma descrição global de dados experimentais de DIS nuclear, produção de diléptons a partir do processo Drell-Yan, entre outros. Nesta dissertação utiliza-se a distribuição de Eskola-Paukkunen-Salgado [119], a $EPS09$, para o fator de modificação nuclear.

Visando estudar o quão forte se manifestam os efeitos de shadowing nas seções de choque nucleares, na Figura (4.8) apresenta-se a razão entre os resultados das seções de choque inelástica $p - Ar$ e total $p - Pb$ quando os efeitos de shadowing se encontram ativos via parametrização $EPS09$ (portanto $R_i^A(x, Q^2) \neq 1$ na equação (4.13)) e quando não consideramos estes efeitos,

$$R_{shad}(s) = \frac{\sigma_{EPS09}^{p-A}(s)}{\sigma^{p-A}(s)}. \tag{4.14}$$

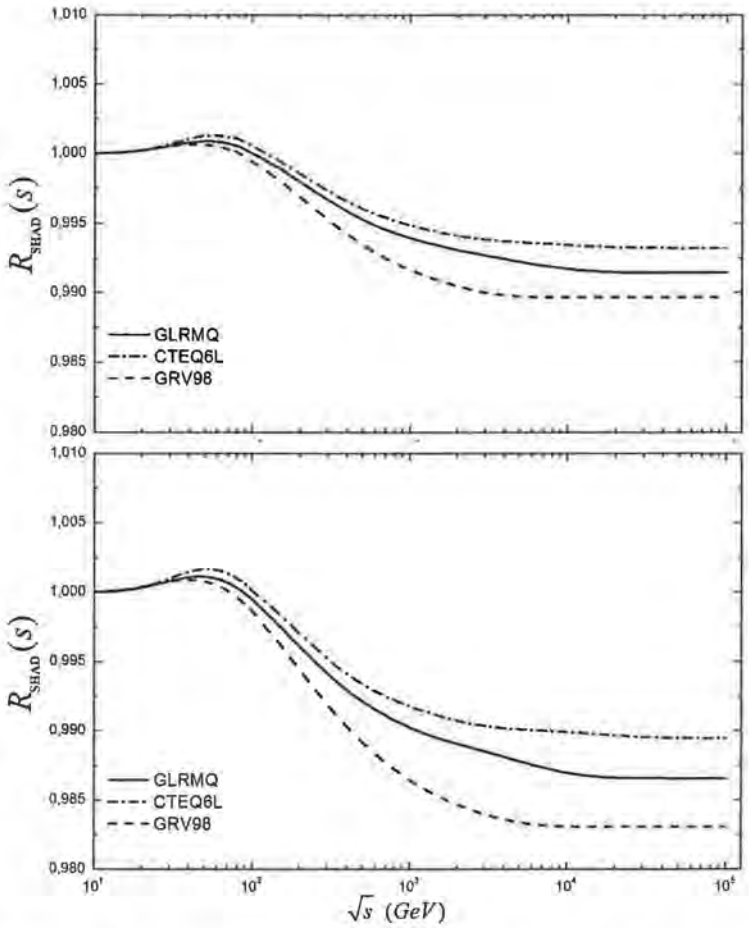

Figura 4.8: Influência dos efeitos de shadowing nas seções de choque (cima) $p - Ar$ e (baixo) $p - Pb$.

Como pode ser observado nesta figura os efeitos de shadowing não se mostram importantes nas seções de choque estudadas, mesmo a altíssimas energias. A princípio

acreditamos que este resultado seja motivado pelas diferenças de alcance cinemático (em x e Q^2) da distribuição de shadowing (EPS09) e das PDF's utilizadas

$$1 \times 10^{-6} \leq x \leq 1 \quad ; \quad 1,69\ GeV^2 \leq Q^2 \leq 1 \times 10^6\ GeV^2 \quad EPS09\,, \tag{4.15}$$

$$1 \times 10^{-5} \leq x \leq 1 \quad ; \quad 1,40\ GeV^2 \leq Q^2 \leq 1 \times 10^4\ GeV^2 \quad GLRMQ\,, \tag{4.16}$$

$$1 \times 10^{-6} \leq x \leq 1 \quad ; \quad 1,69\ GeV^2 \leq Q^2 \leq 1 \times 10^8\ GeV^2 \quad CTEQ6L\,, \tag{4.17}$$

$$1 \times 10^{-9} \leq x \leq 1 \quad ; \quad 0,80\ GeV^2 \leq Q^2 \leq 1 \times 10^6\ GeV^2 \quad GRV98\,, \tag{4.18}$$

e também o fato de apenas um dos sistemas (núcleo de chumbo) possuir uma densidade alta o suficiente para que este efeito se torne, de fato, importante.

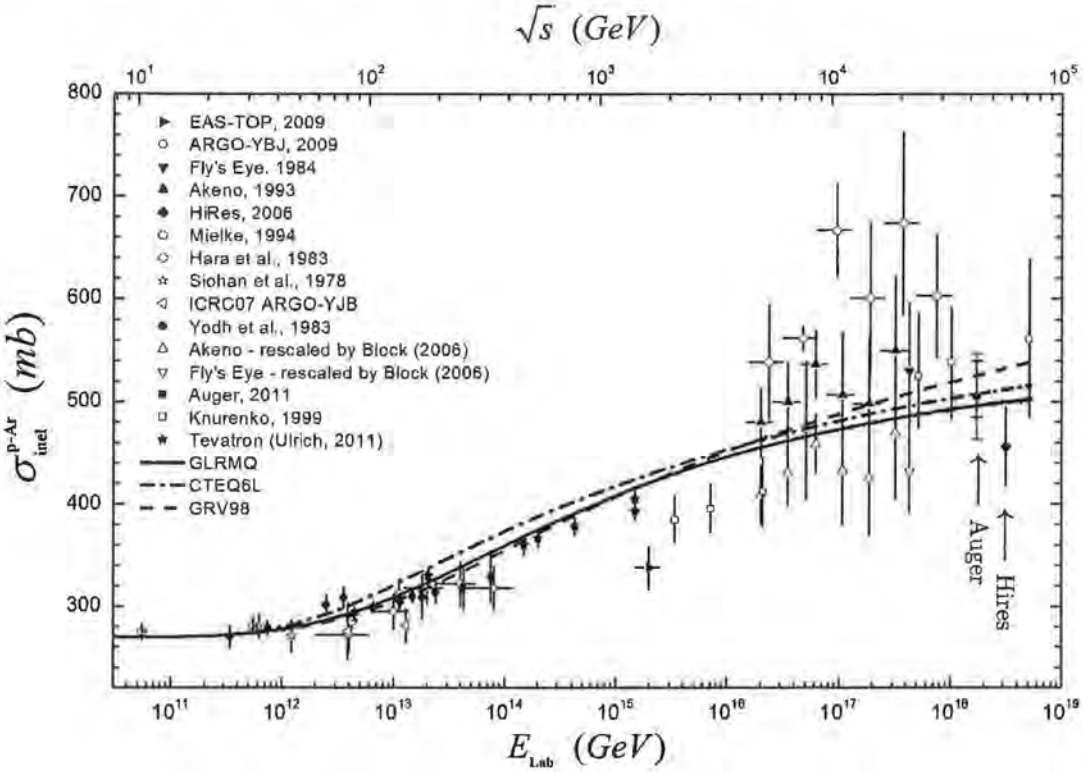

***Figura 4.9:** Seção de choque inelástica $p - Ar$ quando não consideramos a descrição da seção de choque $pp(\bar{p})$ como vínculo.*

Os resultados apresentados até o momento são válidos quando procuramos descrever simultâneamente as seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ e a seção de choque inelástica

$p - Ar$. No entando, por motivos acadêmicos, também consideramos o caso em que tentamos descrever apenas a seção de choque inelástica $p - Ar$ sem exigir, no entanto, a descrição simultânea (mesmos parâmetros) das seções de choque hadrônica. Neste caso os parâmetros livres do modelo são modificados para $\mu_{gg} = 1,03\ GeV$, $\mu_{gg} = 1,00\ GeV$ e $a_0 = 0,50\ fm$. Na Figura (4.9) apresenta-se o resultado para a seção de choque inelástica $p - Ar$. Já na Figura (4.10) graficamos as previsões para as seções de choque total e inelástica $p - Pb$. As razões entre as previsões da física não-linear e a física linear para as seções de choque inelástica $p - Ar$ e total $p - Pb$ são mostradas na Figura (4.11).

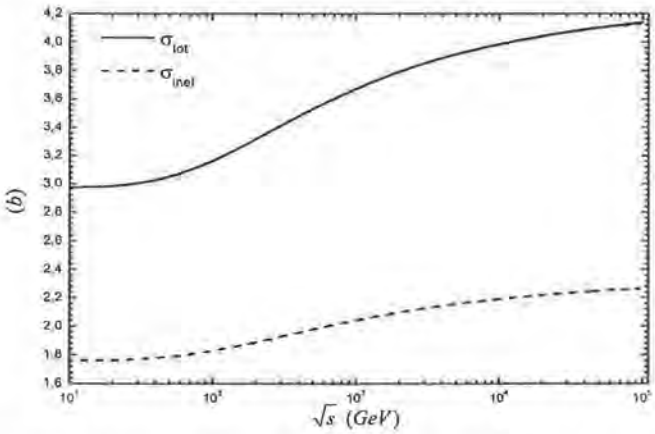

Figura 4.10: Previsão para a seção de choque $p-Pb$ com a inclusão dos efeitos da saturação de pártons via equação GLRMQ quando não consideramos a descrição da seção de choque pp como vínculo.

Claramente o ajuste da previsão do modelo com os dados experimentais da seção de choque $p - Ar$ é melhor em toda a faixa de energia quando não nos obrigamos a descrever os dados da seção de choque $pp(\bar{p})$.

4.2 Saturação de pártons via parametrização KLN

Uma outra alternativa que podemos utilizar para testar os efeitos da saturação de pártons nas seções de choque estudadas pode ser realizada. Ao invés das distribuições

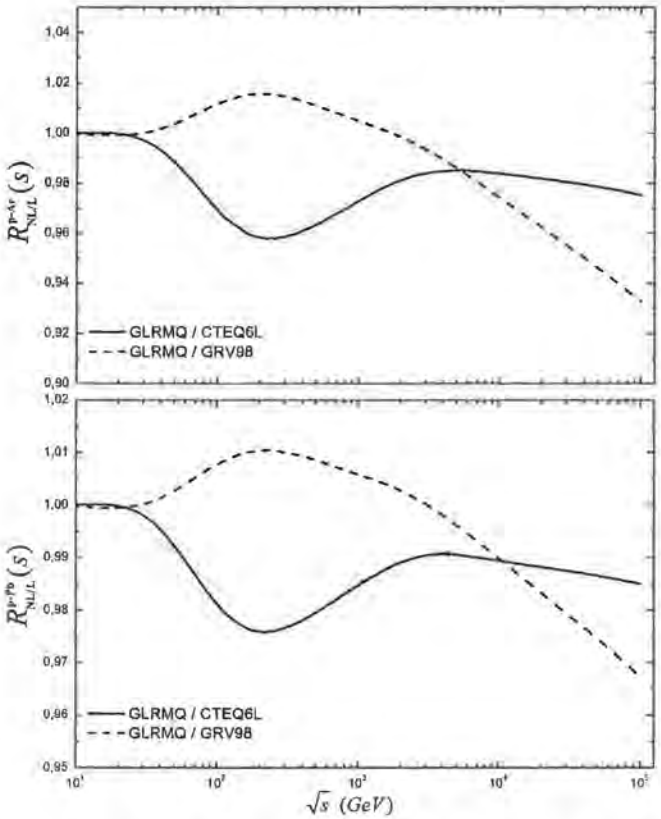

***Figura 4.11:** Razões entre a previsão física não–linear e da física linear para (cima) a seção de choque inelástica $p - Ar$ e (baixo) a seção de choque total $p - Pb$ quando não consideramos a descrição da seção de choque pp como vínculo.*

GLRMQ que contém termos não–lineares como correções nas equações DGLAP, utilizamos nessa seção a parametrização KLN, dada pela equação (3.5) e normalizada de acordo com as distribuições distribuições de pártons CTEQ5L e CTEQ6L.

Utilizamos quatro variações nos parâmetros da escala de saturação (Q_s) que figura nesta parametrização, identificados como conjuntos A, B, C e D. Para todos esses conjuntos mantivemos $x_0 = 3 \times 10^{-4}$ e estudamos a alteração nos valores dos parâmetros Q_0 e λ. Para o conjunto A utilizamos $Q_0^2 = 0.34\ GeV^2$ e $\lambda = 0.29$, para o conjunto B utilizamos $Q_0^2 = 1.0\ GeV^2$ e $\lambda = 0.29$, para conjunto C utilizamos $Q_0^2 = 0.34\ GeV^2$ e $\lambda = 0.31$ e, finalmente, para o conjunto D utilizamos $Q_0^2 = 1.0\ GeV^2$ e $\lambda = 0.31$.

Nos resultados a seguir os parâmetros eiconais utilizados quando procuramos descrever simultâneamente os dados experimentais das seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ e

inelástica $p - Ar$ utilizando a distribuição de gluons KLN normalizada à distribuição de gluons CTEQ5L, KLN_{CTEQ5L}, são $\mu_{gg} = 1,48\ GeV$ e $\mu_{gg} = 1,8\ GeV$. Quando optamos por normalizar a distribuição KLN à distribuição CTEQ6L, KLN_{CTEQ6L}, os parâmetros utilizados passam a ser $\mu_{gg} = 1,7\ GeV$ e $\mu_{gg} = 1,8\ GeV$. Em ambos casos utiliza-se $p_{T_{min}} = 1,2\ GeV$ na equação (2.6).

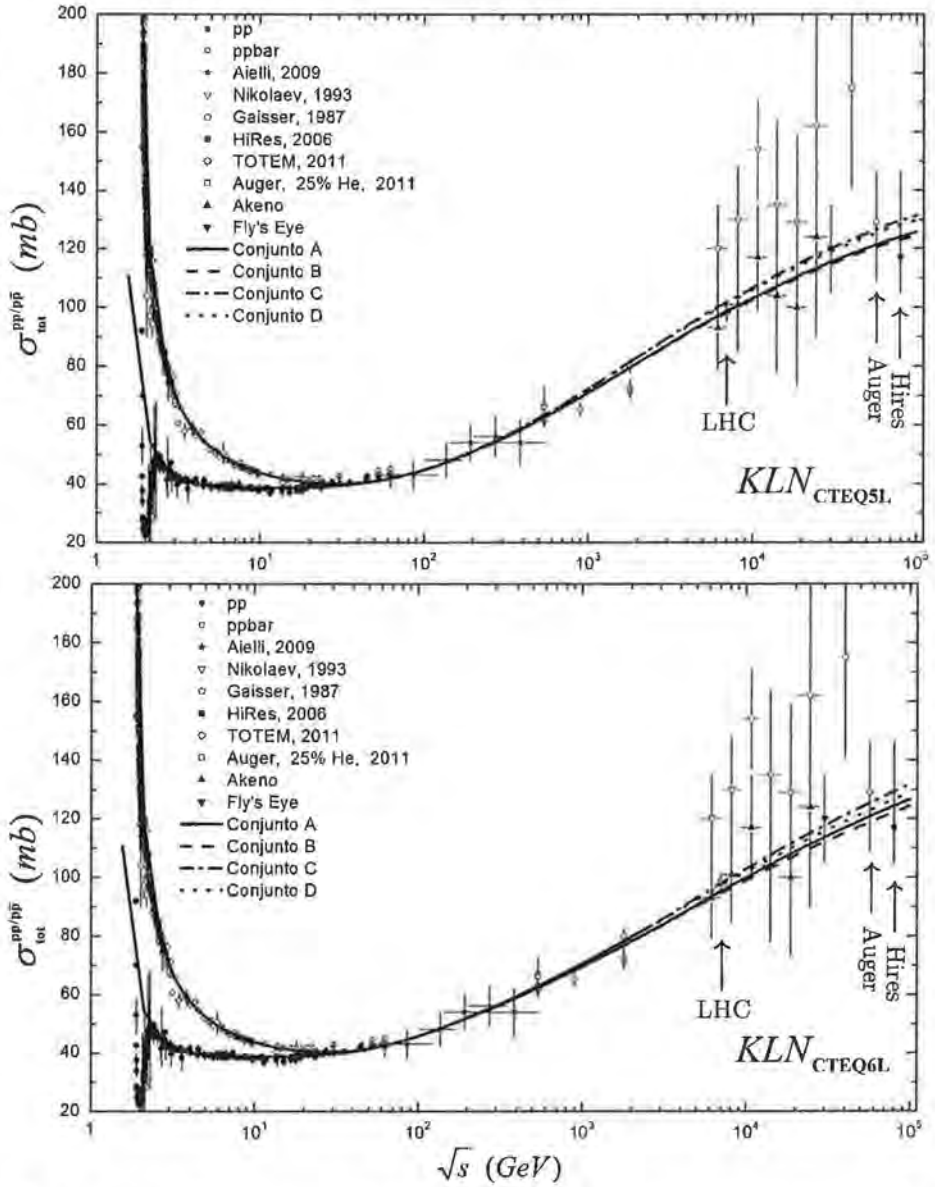

Figura 4.12: ***Seção de choque total*** $pp(\bar{p})$ ***calculada para casos (cima)*** KLN_{CTEQ5L} ***e (baixo)*** KLN_{CTEQ6L}.

Na Figura (4.12) apresentamos os resultados para as seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ quando utilizamos as distribuições KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ6L}. Na figura (4.13) são mostradas as respectivas razões entre os resultados do modelo para a seção de choque $pp(\bar{p})$ e a parametrização $\sigma_{Froissart}$, equação (4.9). Novamente conseguimos um bom ajuste para a seção de choque hadrônica e não violamos o limite de Froissart em todos os casos.

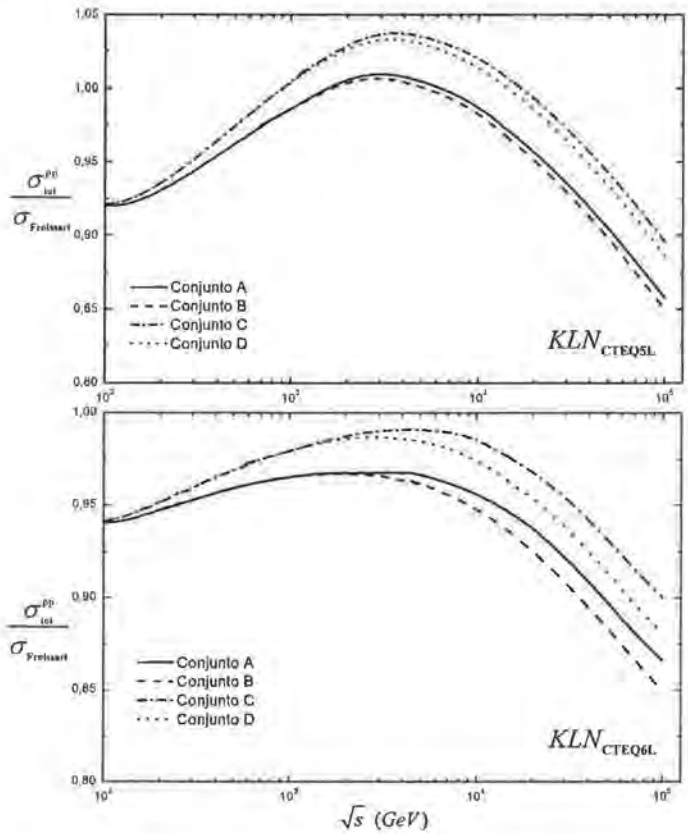

***Figura 4.13:* Razão entre os resultados do modelo para σ_{tot} nos casos KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ6L} e a parametrização $\sigma_{Froissart}$.**

Uma análise rápida nos resultados para $\sigma_{tot}^{pp/p\bar{p}}$ mostra que a taxa de crescimento da escala de saturação utilizada na parametrização de KLN é fortemente dependente do parâmetro λ e quanto maior for seu valor, menor será o valor Q_s fazendo, portanto, com que cada vez mais gluons satisfaçam à condição $Q^2 \geq Q_s^2$ na equação (3.5) e, portanto, fazendo com que a distribuição de gluons tenha uma maior contribuição vinda do

regime linear (segunda linha da equação (3.5)) da QCD, tendo como consequência um maior crescimento da seção de choque com $\sqrt{s}$. A alteração no parâmetro Q_0^2 não causa grandes mudanças nos resultados apresentados até a energia considerada, portanto, vamos, quando oportuno, apresentar nossos resultados nos valendo apenas dos limites inferior e superior, oriundos dos conjuntos de parâmetros B e C, respectivamente.

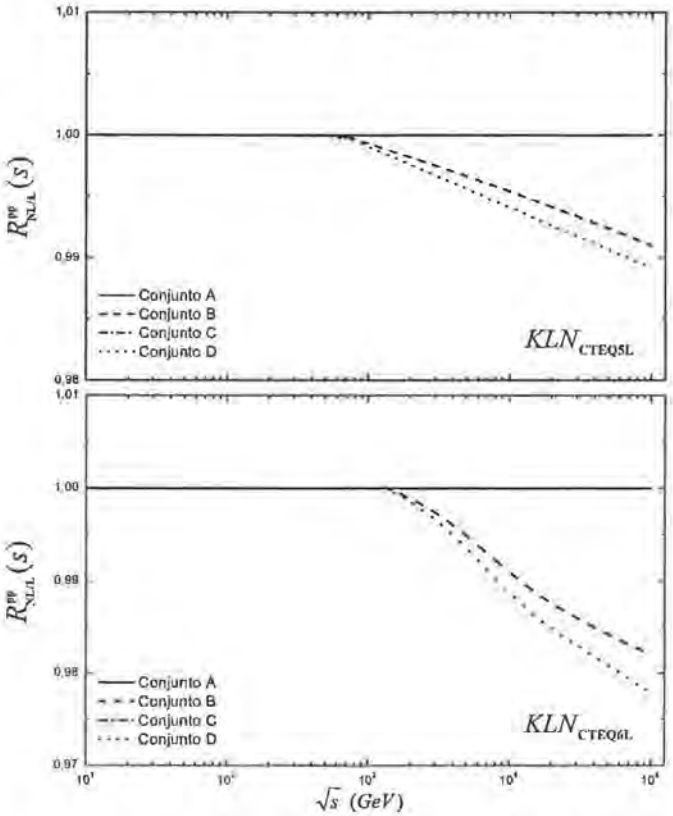

Figura 4.14: ***Razões*** $R_{NL/L}(s)$ ***nos casos (cima)*** KLN_{CTEQ5L} ***e (baixo)*** KLN_{CTEQ6L}.

Na Figura (4.14) mostramos a razão $\sigma_{tot}^{KLN,F}/\sigma_{tot}^{KLN,L}$ afim de verificar o quão forte se manifestam os efeitos da saturação de pártons no observável estudado[13]. Esta razão possui o mesmo princípio das razões $R_{NL/L}(s)$ apresentadas na seção anterior (equação (4.10) para colisões pp e equação (4.12) para colisões $p-A$), verificar as in-

[13]Nessas notações, o sobrescrito L (≡ "linear"), significa que a primeira linha da equação (3.5) esta "desligada"e que, portanto, estamos apenas considerando o caso $Q > Q_s$, onde a F (≡ full), por outro lado, considera que a função de distribuição de gluons saturados encontra-se ativa no seu todo.

fluências dos efeitos não–lineares da QCD nos observáveis estudados, portanto assume–se $R_{NL/L}(s) \equiv \sigma_{tot}^{KLN,F}/\sigma_{tot}^{KLN,L}$. Em ambos os casos o efeito da saturação de pártons é apenas cerca de 1% para KLN_{CTEQ5L} e de 2% para KLN_{CTEQ6L}. Os conjuntos para os quais estes efeitos se manifestam são aqueles em que a escala de saturação possui uma magnitude maior, ou seja, os conjuntos B e D.

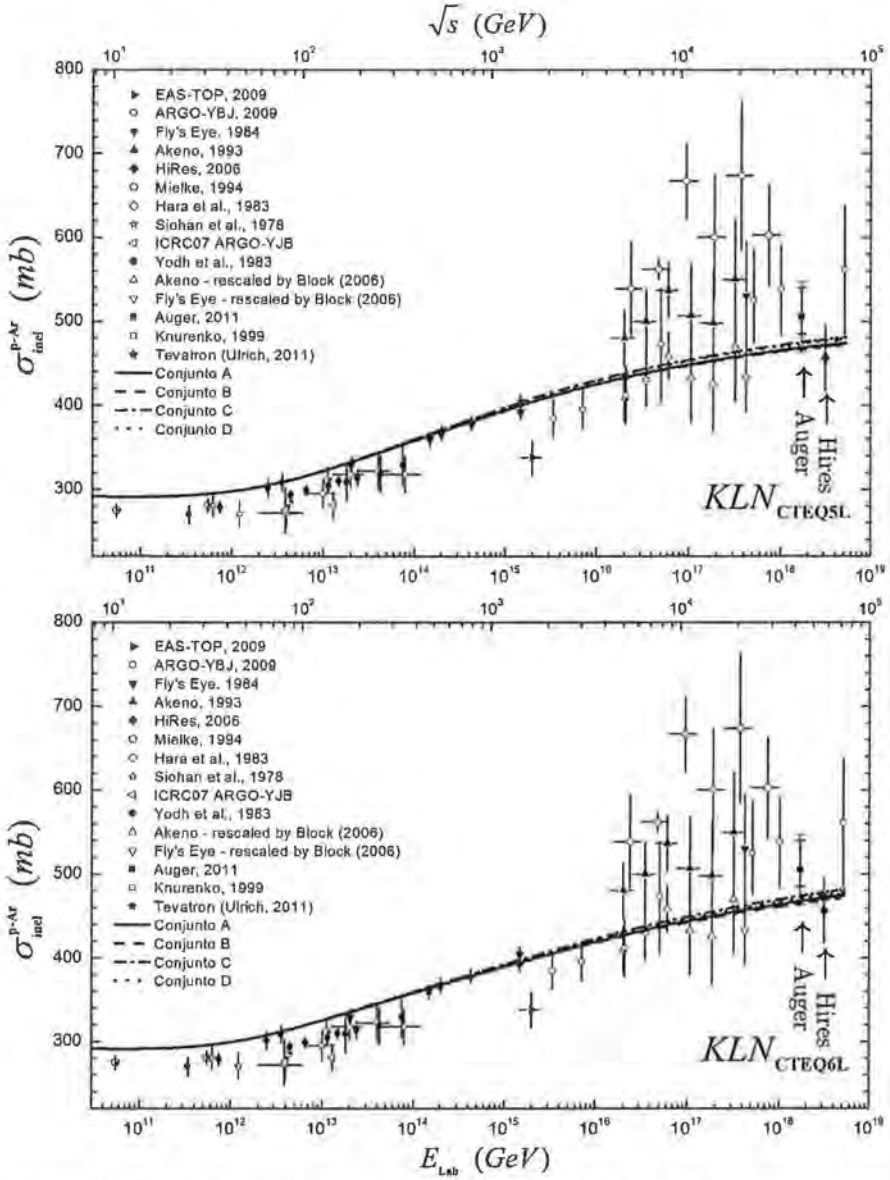

Figura 4.15: *Seção de choque inelástica $p - Ar$ calculada nos casos KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ6L}.*

Na Figura (4.15) apresentamos os resultados obtidos para a seções de choque inelásticas $p - Ar$ correspondentes a estes quatro conjuntos. Em todos os casos o parâmetro a_0 foi fixado em $0,575\ fm$.

Vemos que, a exemplo da abordagem anterior, conseguimos uma descrição simultânea das seções de choque estudadas. As razões entre os regimes "Full"e "Linear"da distribuição de KLN para a seção de choque $p - Ar$ para os dois casos considerados, KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ5L}, não são superiores a $0,05\%$ e $0,1\%$ respectivamente. Como antes a diminuição da magnitude dos efeitos da saturação nas seções de choque háadron–núcleo pode ser uma consequência da conversão da seção de choque pp para a seção de choque $p - Ar$ via formalismo de Glauber.

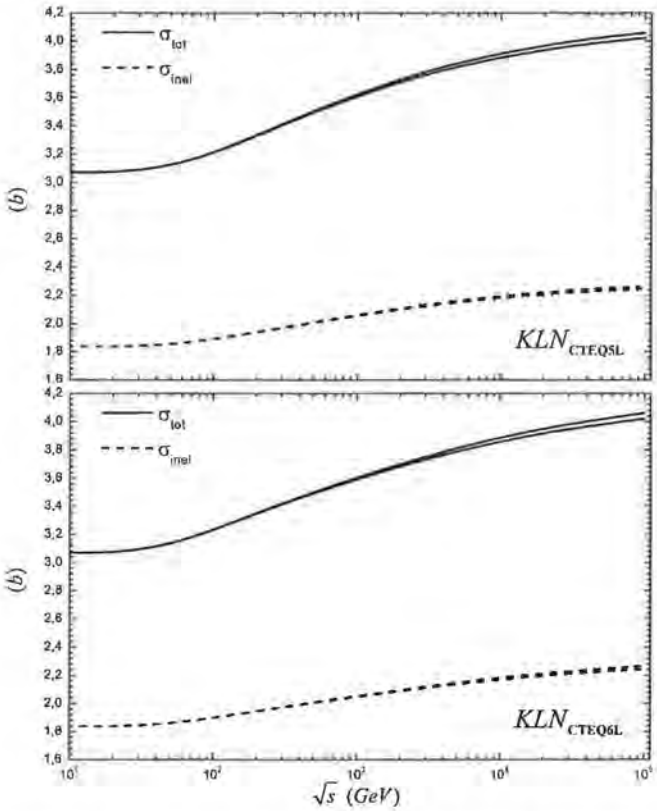

Figura 4.16: Previsão para a seção de choque total e inelástica $p - Pb$ para o caso KLN_{CTEQ5L}.

Na Figura (4.16) apresentamos a previsão do modelo para a seção de choque $p - Pb$

quando utilizamos os parâmetros que descrevem as seções de choque totais $pp(\bar{p})$ e a seção de choque inelástica $p - Ar$ apenas para os conjuntos B e C que fornecem, respectivamente, os limites inferior e superior para qualquer quantidade considerada nesta abordagem. Para estes conjuntos os efeitos de saturação não chegam a $0,05\%$ para ambas distribuições.

Ao utilizar a distribuição de KLN existem dois tipos de efeitos nucleares que podem ser estudados: o efeito de shadowing, já mencionado na abordagem anterior e o efeito contido na escala de saturação da parametrização, isto é o fator multiplicativo $A^{1/3}$.

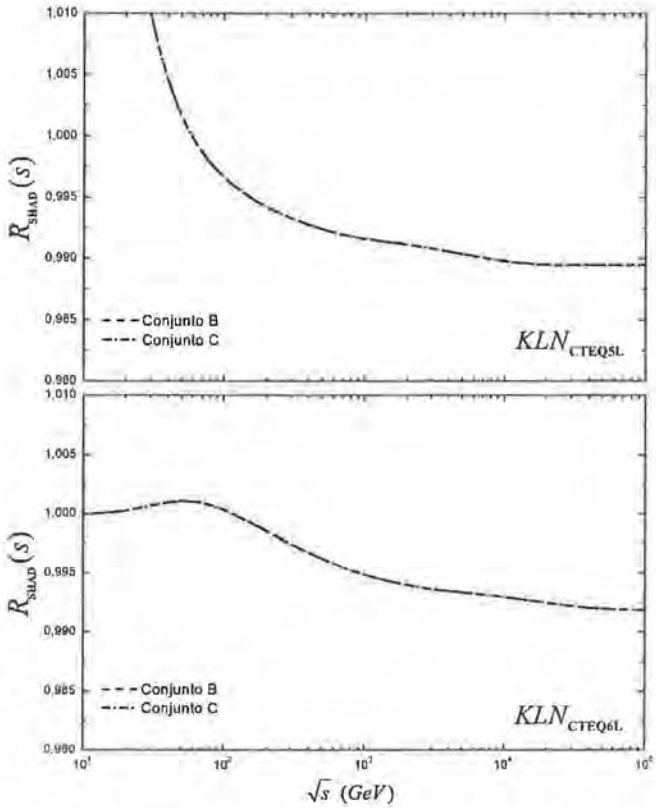

***Figura 4.17:* Influência dos efeitos de shadowing nas seções de choque $p - Ar$ utilizando a distribuição de KLN normalizada as distribuições (cima) CTEQ5L e (baixo) CTEQ6L.**

A Figura (4.17) mostra a razão $R_{shad}(s)$ (equação (4.14)) para as seções de choque

$p - Ar$ calculada com os conjuntos B e C. Na Figura (4.18) apresentamos a razão

$$R_{A^{1/3}}(s) = \frac{\sigma^{p-A}(s)\,|_{A=A_{núcleo}}}{\sigma^{p-A}(s)\,|_{A=1}} \tag{4.19}$$

com o objetivo de estudar as influências dos efeitos nucleares contidos na escala de saturação da parametrização KLN. Nesta razão o numerador representa os resultados das seções de choque quando calculadas considerando $A_{Ar} = 14,5$ ($A_{Pb} = 208$) para a seção de choque $p - Ar$ ($p - Pb$) e o denominador representa os mesmos resultados, porém, calculados sempre utilizando $A = 1$ na escala de saturação da equação (3.5).

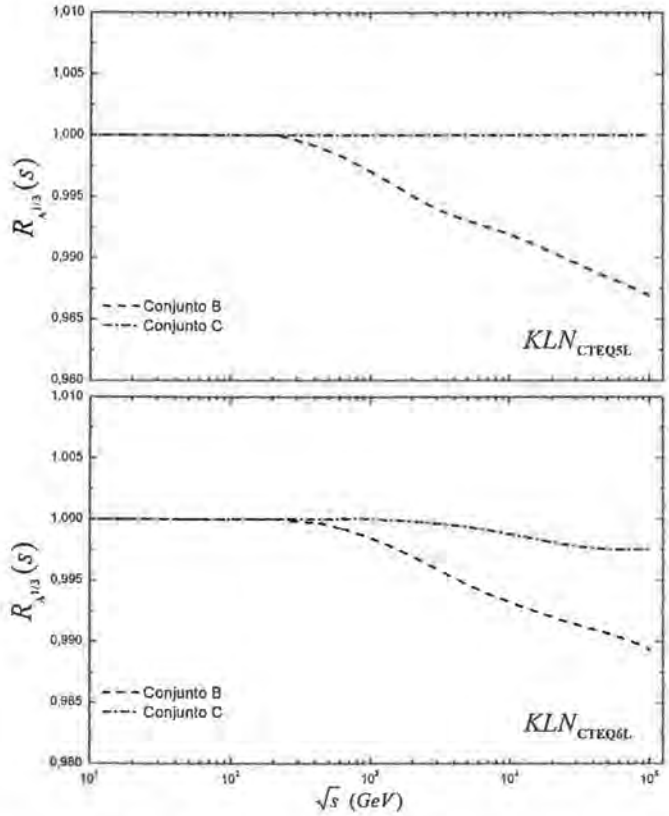

Figura 4.18: Influência dos efeitos nucleares contidos na escala de saturação da parametrização de KLN na seção de choque $p - Ar$.

Como pode ser observado estes efeitos possuem uma influência muito pequena e não chegam a alterar os resultados anteriores para a seção de choque $p - Ar$. As mesmas razões para as seções de choque $p - Pb$, apesar de não serem apresentadas aqui, indicam

uma influência semelhante à apresentada para a seção de choque $p - Ar$ no caso do efeito de shadowing e apresentam uma diferença de apenas 2% nos resultados quando são considerados os efeitos nucleares contidos na escala de saturação.

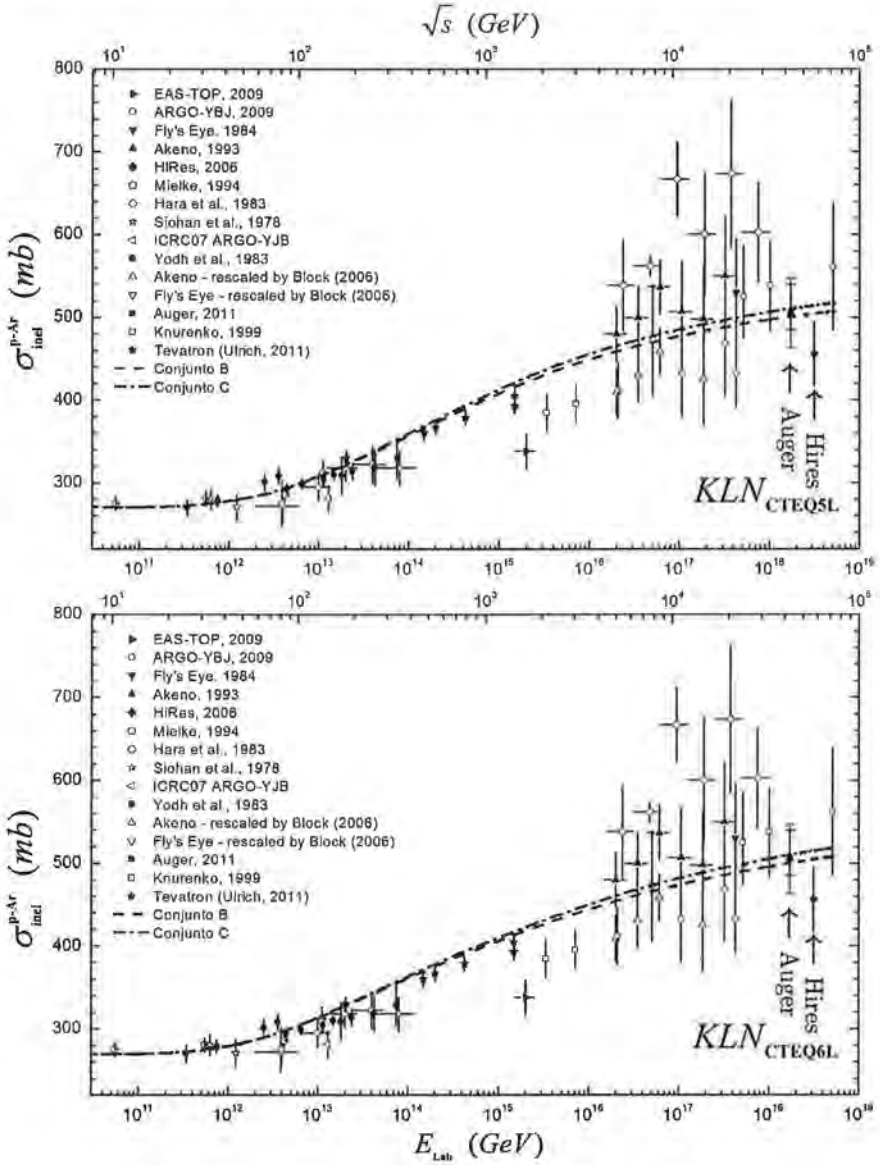

Figura 4.19: ***Seção de choque inelástica $p - Ar$ com efeitos de shadowing ativos quando não consideramos a descrição da seção de choque pp como vínculo para os casos KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ6L}.***

Para o caso em que abrimos mão da descrição simultânea das seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ e da seção de choque inelástica $p - Ar$ e decidimos descrever apenas esta

ultima, os parâmetros eiconais utilizados são $\mu_{gg} = 0,9\ GeV$ e $\mu_{q\bar{q}} = 1,6\ GeV$ para o caso KLN_{CTEQ5L} e $\mu_{gg} = 1,05\ GeV$ e $\mu_{q\bar{q}} = 1,6\ GeV$ para o caso KLN_{CTEQ6L}.

Nas Figuras (4.19) e (4.20) são apresentados esses resultados para as seções de choque $p - Ar$ e $p - Pb$ quando também consideramos ativos os efeitos de shadowing através da distribuição EPS09. Nas figuras (4.21) e (4.22) mostramos essas mesmas quantidades quando consideramos ativos os efeitos nucleares, porém contidos na escala de saturação da parametrização KLN com $A_p = 1$, $A_{Ar} = 14,5$ e $A_{Pb} = 208$. Como antes apresentamos os resultados apenas para os conjuntos B e C.

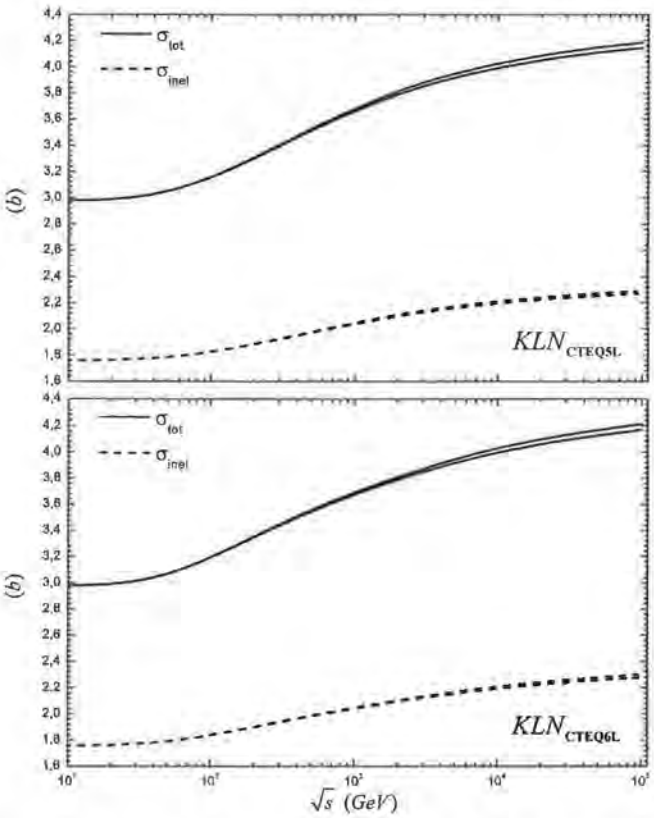

***Figura 4.20:** Previsão para as seções de choque total e inelástica $p - Pb$ com efeitos de shadowing ativos quando não consideramos a descrição da seção de choque pp como vínculo para os casos KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ6L}.*

Como esperado em todas as situações a qualidade de nossas descrições melhorou nas regiões de baixa e alta energia para a seção de choque $p - Ar$. As razões "full/linear" apontam que os efeitos da saturação alteram os resultados apresentados

em $\sim 0,003\%$ para a seção de choque $p - Ar$ e $\sim 0,001\%$ para a seção de choque $p - Pb$.

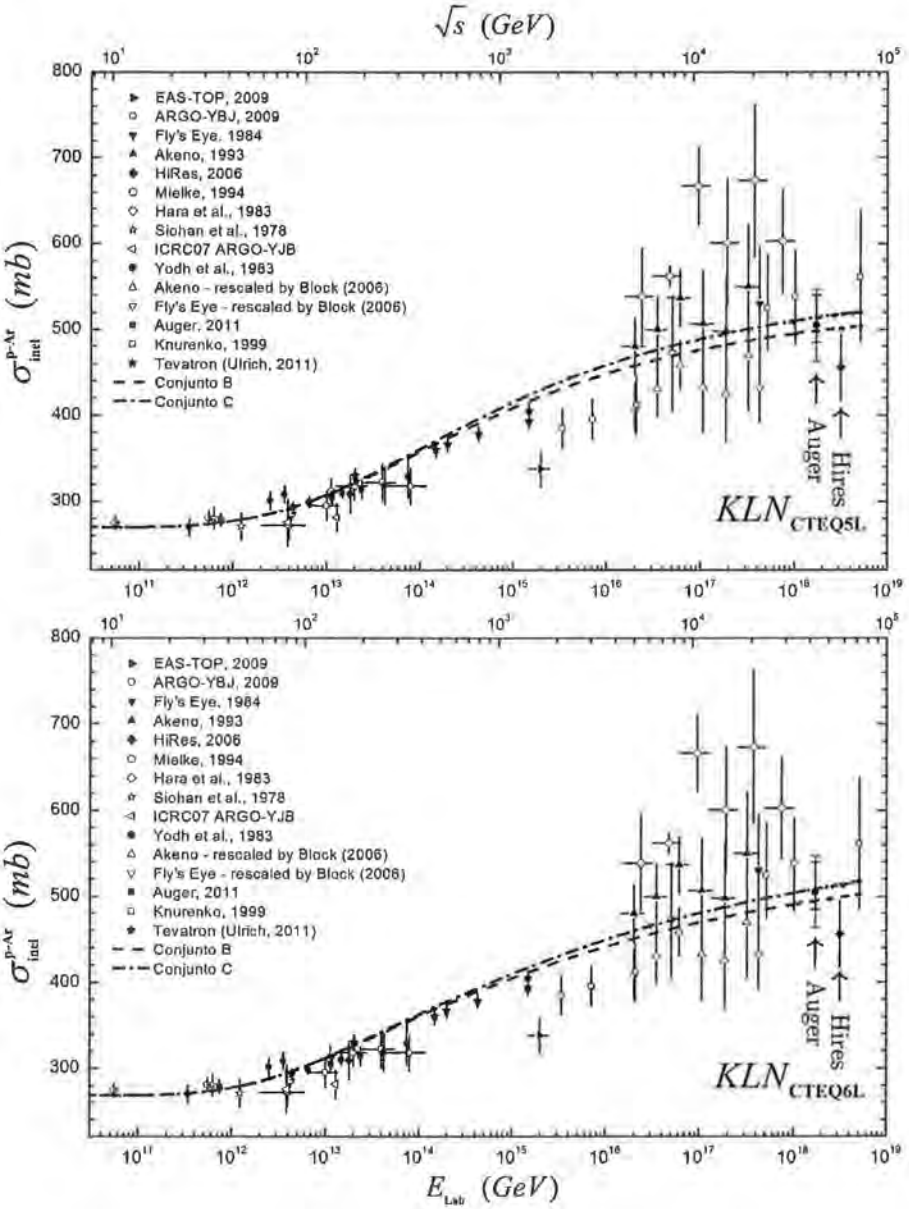

***Figura 4.21:** Seção de choque inelástica $p - Ar$ com os efeitos nucleares da escala de saturação ativos quando não consideramos a descrição da seção de choque pp como vínculo para os casos KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ6L}.*

As previsões sobre a influência dos efeitos da saturação de pártons nos observáveis considerados quando utilizamos a distribuição KLN diferem bastante daqueles obtidos

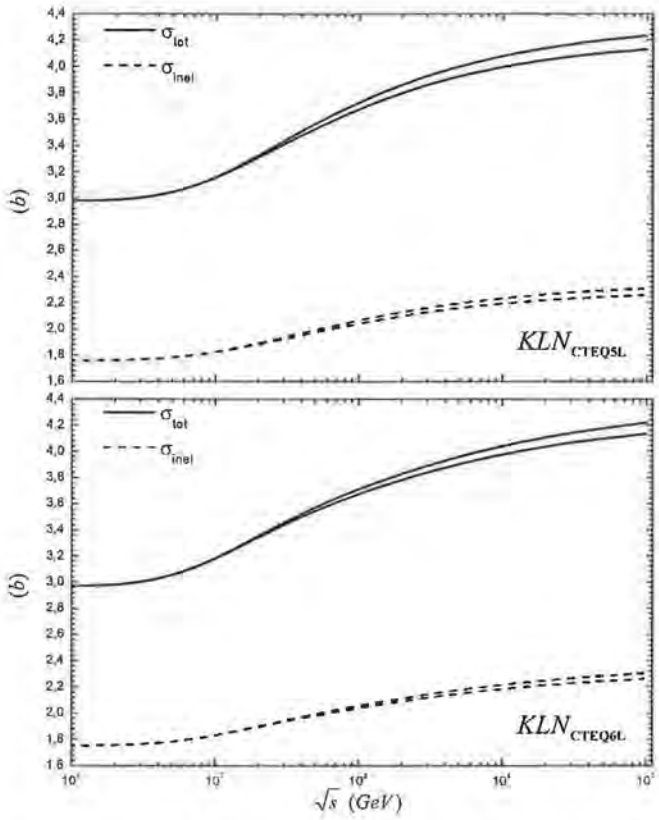

Figura 4.22: ***Previsão para as seções de choque total e inelástica $p - Pb$ com os efeitos nucleares da escala de saturação ativos quando não consideramos a descrição da seção de choque pp como vínculo para os casos KLN_{CTEQ5L} e KLN_{CTEQ6L}.***

quando utilizamos a equação GLRMQ como equação de evolução para a distribuição de pártons. De modo geral, o fato de não encontrarmos sinais contundentes do fenômeno da saturação de pártons utilizando a distribuição KLN não significa que estes efeitos não existam. Como as seções de choque inclusivas, como as estudadas aqui, são grandezas integradas em três variáveis (o momento transversal, p_T e a rapidez de cada párton produzido, y e y_1) e, posteriormente, integrada no parâmetro de impacto, $\vec{b}$, caso exista algum efeito da saturação eles não serão vistos com facilidade, a não ser em energias muitas vezes maiores que aquelas disponíveis hoje. Ao realizermos a integração em cada uma dessas variáveis estamos, a grosso modo, tomando a média em cada uma delas, o que acaba ofuscando os possíveis efeitos da saturação nas seções de

choque. Outra possibilidade é que a influência dos efeitos da saturação sejam difíceis de serem identificados em observáveis inclusivos pois estes efeitos podem ser absorvidos em condições iniciais e/ou parametrizações bastante flexíveis.

4.3 A saturação de pártons como um corte dinâmico no espaço de fase dos minijatos

Segundo algumas colaborações que se dedicam a construir modelos baseados em simulações de Monte Carlo [65, 66], uma maneira de simular os efeitos da saturação de pártons é utilizar um momento transversal mínimo "dinâmico", isto é, dependente da energia, na seção de choque de minijatos, equação (2.6). Por exemplo, a colaboração SIBYLL propôs a seguinte parametrização [66]

$$p_{T_{min}}^{SIBYLL}(s) = 1 + \Lambda \exp\left[c\sqrt{ln(s/s_0)}\right] \tag{4.20}$$

com $\Lambda = 0,065\ GeV$ e $c = 0,9$. Segundo os integrantes da colaboração, esta parametrização guarda uma relação com uma condição geométrica de saturação

$$\frac{\alpha_s(p_T^2)}{p_T^2} x g(x, p_T^2) \leq \pi R_p \tag{4.21}$$

onde α_s é o acoplamento da QCD, $g(x, p_T^2)$ é a distribuição de gluons nos hádrons (núcleos) colidentes e R_p é o raio transversal do próton. Esta condição nada mais significa que a cobrança de que não podem haver mais gluons no interior do hádron além daqueles que ocupam a área transvesal hadrônica. Embora a parametrização da equação (4.20) seja motivada por uma condição inspirada em uma consequência dos efeitos da saturação de pártons, os parâmetros Λ e c são tomados como livres e sem qualquer conexão com os fenômenos físicos que ocorrem em sistemas altamente densos. Isto é, não estão relacionados à dinâmica colisional de gluons nesse regime.

Seguindo a proposta da colaboração SIBYLL vamos utilizar as distribuições $CTEQ5L$ e $CTEQ6L$ e incluir os efeitos da saturação através da parametrização acima e fixar os parâmetros Λ e c para ajustar nossos resultados aos dados experimentais. Nesta implementação temos, portanto, quatro parâmetros de ajuste: Λ e c que controlam o crescimento do corte na integral em p_T^2 na equação (2.1) e os parâmetros μ_{gg} e $\mu_{q\bar{q}}$ da função de overlap $W(b)$, equação (4.5).

Neste caso, quando nos obrigamos a descrever simultâneamente as seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ e a seção de choque inelástica $p - Ar$, os parâmetros da função $W(b)$ que satisfazem esta condição para ambas as distribuições são $\mu_{gg} = 1,4\ GeV$ e $\mu_{q\bar{q}} = 1,5\ GeV$. O valor destes parâmetros é menor do que o valor utilizado nas abordagens anteriores pois possuímos mais dois parâmetros que podem ser ajustados de maneira a descrevermos os dados experimentais.

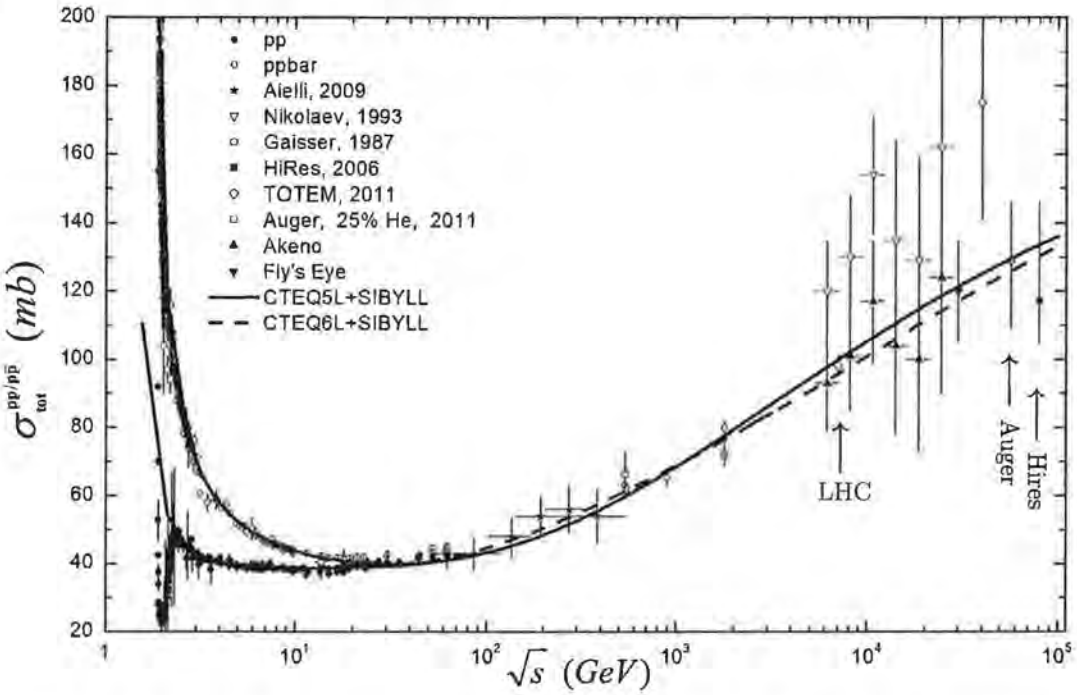

***Figura 4.23:** Seção de choque total $pp(\bar{p})$ utilizando as distribuições CTEQ5L e CTEQ6L com um corte dinâmico na integração em p_T^2.*

Na Figura (4.23) é apresentado o resultado para a seção de choque total $pp(\bar{p})$.

Os parâmetros utilizados para $p_{T_{min}}^{SIBYLL}(s)$ foram $\Lambda = 0,065\ GeV$ e $c = 0,53$ quando utilizamos a distribuição $CTEQ5L$ e $\Lambda = 0,065\ GeV$ e $c = 0,65$ quando utilizamos a distribuição $CTEQ6L$. Na Figura (4.24) são apresentadas as razões entre os resultados para as seções de choque hadrônicas e a parametrização $\sigma_{Froissart}$, equação (4.9). A exemplo dos resultados anteriores, conseguimos uma boa descrição dos dados experimentais além de não violarmos o limite de Froissart até a energia considerada.

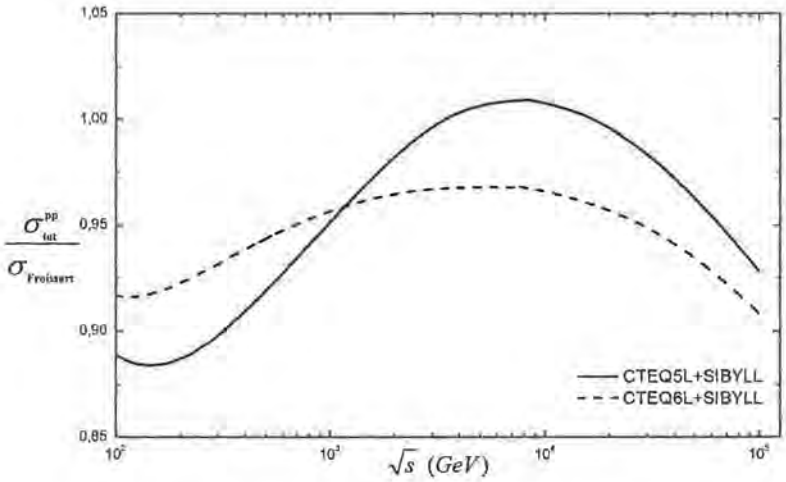

Figura 4.24: Razão entre a previsão do modelo para a seção de choque $pp(\bar{p})$ e a parametrização $\sigma_{Froissart}$.

Como uma tentativa de quantificar o quão forte é a influência da inclusão de um $p_{T_{min}}$ "dinâmico" no comportamento da seção de choque $pp(\bar{p})$ com a energia, na Figura (4.25) apresentamos a razão $R_{NL/L}^{pp}$ (equação 4.10) entre os resultados apresentados na Figura (4.23), isto é quando utilizamos a parametrização da colaboração SIBYLL para $p_{T_{min}}$ com os parâmetros indicados acima e quando fazemos $\Lambda = c = 0$ nesta mesma parametrização ($\therefore p_{T_{min}}^{SIBYLL} = 1,0\ GeV$). É importante notar que essa razão quantifica o efeito de um momento transversal mínimo dependente da energia que, se interpretado como simulador de efeitos da saturação (como sugere a colaboração), em análogia com os resultados anteriores, diz–nos quão forte são os efeitos da saturação de pártons na seção de choque hadrônica nessa implementação.

Como podemos ver esta razão decresce muito rapidamente com a energia, sendo

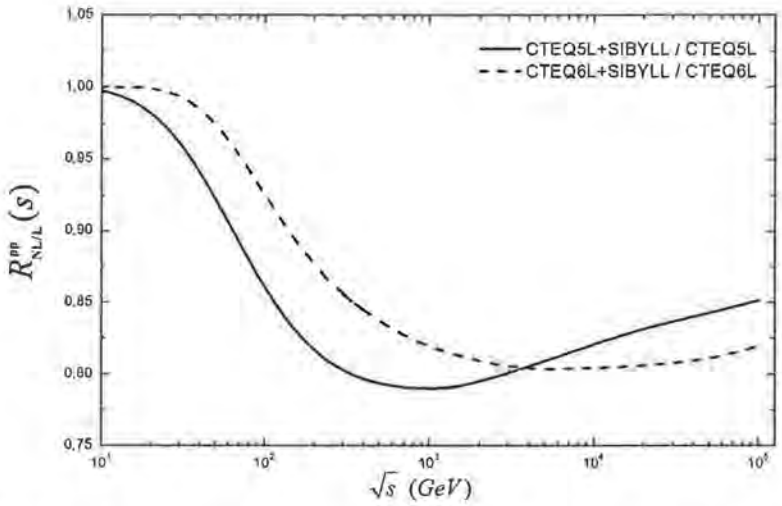

Figura 4.25: ***Razão dos resultados para a seção de choque total pp quando utilizamos*** $p_{T_{min}}^{SIBYLL}(s)$ ***e quando utilizamos*** $p_{T_{min}} = 1,0\ GeV$ ***(equação (4.10)).***

que na região $\sqrt{s} = 100\ GeV$ essa taxa de decrescimento é de aproximadamente 15%. No entanto, conforme a energia da colisão aumenta, esta diferença tende a diminuir possuindo, portanto, um comportamento contrário àquele encontrado quando implementamos os efeitos da saturação de pártons via distribuições de pártons não lineares (GLRMQ) e/ou via a parametrização de KLN (ver figuras (4.3) e (4.14)).

Esse comportamento é contraditório: forte descrescimento dessas razões com a energia (esperado!) até aproximadamente $\sqrt{s} = 10^3\ GeV$ e suave crescimento com a energia (inesperado) para $\sqrt{s} > 10^3\ GeV$. Nesse segundo caso cremos que isso se deve única e exclusivamente ao comportamento das distribuições de pártons (CTEQ5L e CTEQ6L) com x e Q^2. Ou seja, o corte dinâmico no espaço de fase ($p_{T_{min}}^{SIBYLL}$) é mais efetivo para energias até $10^3\ GeV$ e, a partir dai, quando pártons de menor momento fracionário e grandes escalas de momento transversal passam a ser acessados ele se torna menos efetivo.

Embora não tenhamos aqui efetuado os cálculos, acreditamos que a utilização de outras distribuições de pártons conduziriam a razões decrescentes (ou que tenderiam a uma constante) para essa segunda região de energia.

A despeito disso, se intepretarmos esse corte dinâmico como simulador de efeitos

de saturação, essas razões estariam indicando um fortíssimo efeito de saturação que, ao menos nesses observáveis, não acreditamos que assim se apresentem. Em outras palavras, ainda que esse corte dinâmico (efetivamente) coiba o crescimento da seção de choque de minijatos e, portanto, das seções de choque hadrônicas, soa um tanto quanto artificial imputar-lhe um caráter diretamente relacionado à física de saturação.

Na Figura (4.26) são apresentados os resultados obtidos para as seções de choque inelástica $p - Ar$ quando utilizamos para $\sigma_{tot}(hA)$ na equação (2.51) a descrição da seção de choque total $pp(\bar{p})$ ($a_0 = 0,565$ na equação (4.11)). Já na Figura (4.27) mostramos a razão correspondente aos resultados obtidos com $p_{T_{min}} = 1,0\ GeV$.

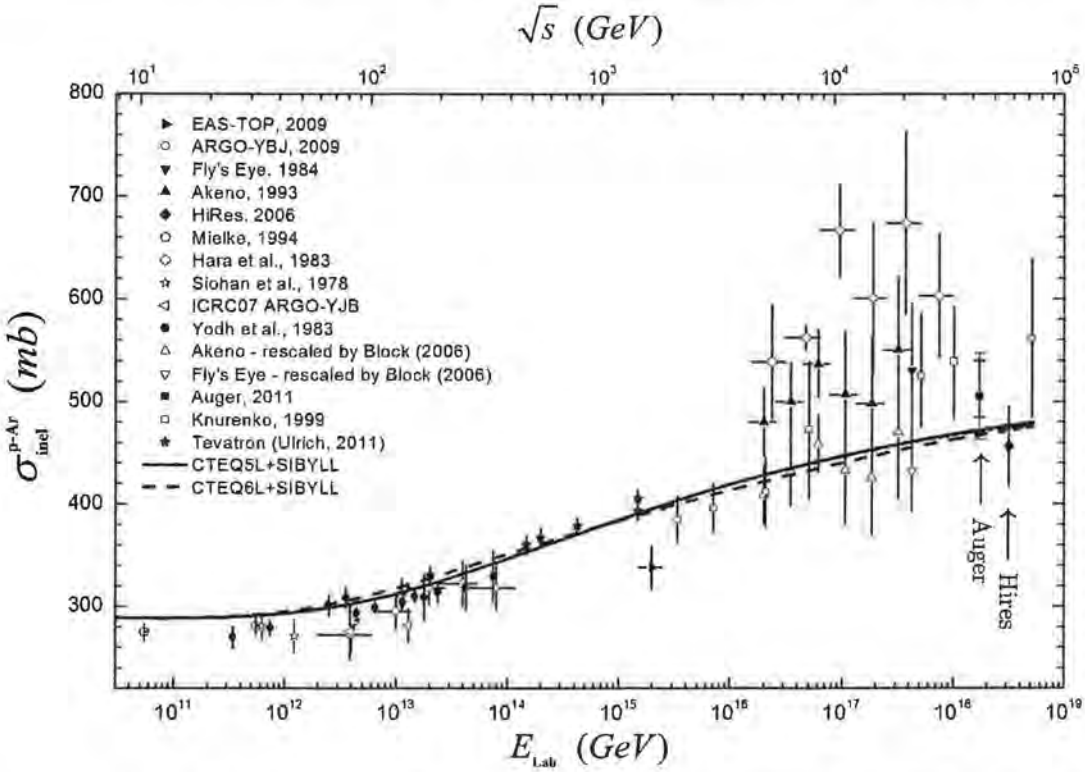

Figura 4.26: Seção de choque inelástica $p-Ar$ obtida via formalismo de Glauber quando calculamos a seção de choque total pp utilizando $p_{T_{min}}^{SIBYLL}(s)$.

Quanto à descrição das seções de choque estudadas é possível dizer que conseguimos um bom ajuste de todas elas simultâneamente, embora as várias razões entre os vários resultados continuem indicando que este é um método um tanto quanto artificial para

introduzir efeitos de saturação. As previsões para a seção de choque total, inelástica e elástica $p - Pb$ são semelhantes aquelas apresentadas anteriormente.

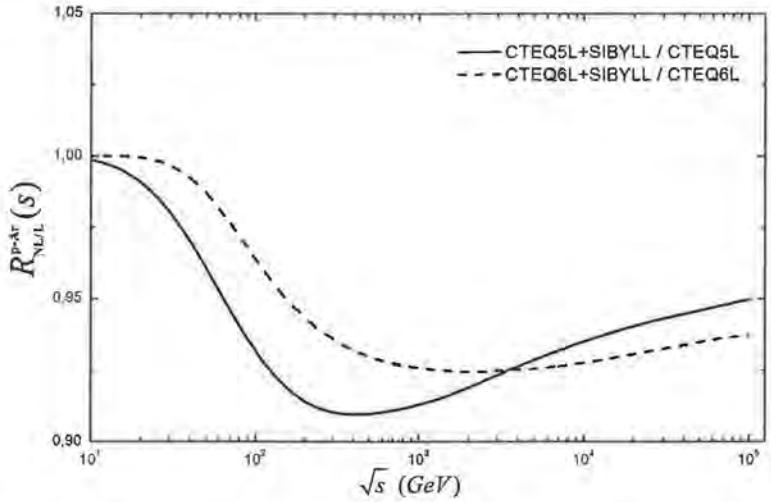

Figura 4.27: ***Razão dos resultados para a seção de choque inelástica*** $p - Ar$ ***quando utilizamos*** $p_{T_{min}}^{SIBYLL}(s)$ ***e quando utilizamos*** $p_{T_{min}} = 1,0\ GeV$ ***(equação (4.12)).***

Na Figura (4.28) apresentamos a influência do efeito de shadowing nos resultados da seção de choque inelástica $p - Ar$ (ver razão R_{shad}, equação (4.14)). Novamente esta influência não é forte o suficiente para alterar a previsão do modelo sem o incluí-los.

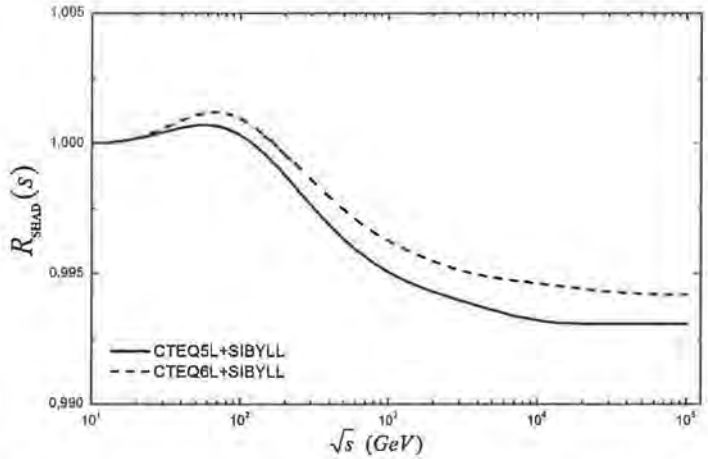

Figura 4.28: ***Influência dos efeitos de shadowing nas seções de choque*** $p - Ar$ ***(equação (4.14)).***

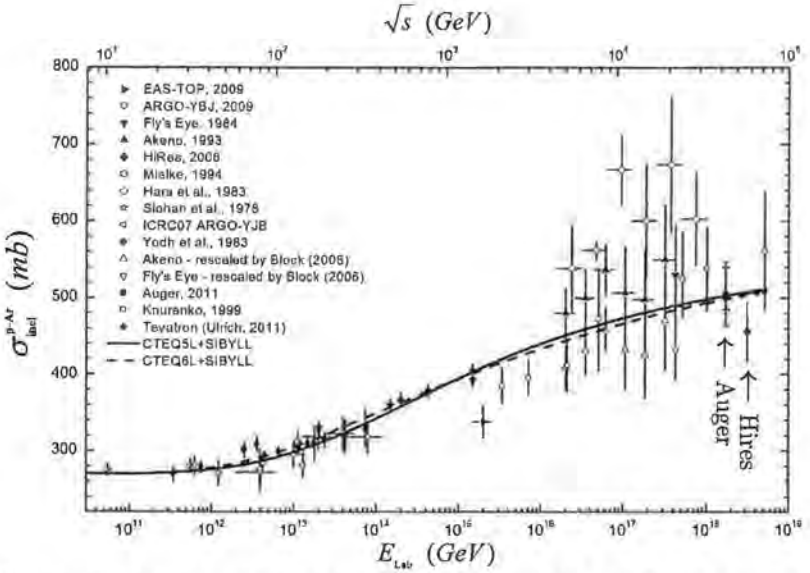

Figura 4.29: ***Seção de choque inelástica $p-Ar$ obtida via formalismo de Glauber utilizando $p_{T_{min}}(s)$ quando não consideramos a descrição da seção de choque $pp(\bar{p})$ como vínculo.***

Na Figura (4.29) apresentamos a previsão do modelo para a seção de choque $p-Ar$ quando não exigimos a descrição simultânea das seções de choque total pp e $p\bar{p}$ e, na Figura (4.30), a razão $R_{NL/L}^{p-Ar}$ (equação (4.12)) entre as previsões utilizando $p_{T_{min}} = 1,0\ GeV$. Neste caso os parâmetros utilizados na função de overlap, $W(b)$, equação (4.5), foram $\mu_{gg} = 0,9GeV$ e $\mu_{q\bar{q}} = 1,0GeV$. Os parâmetros Λ e c não precisaram ser alterados para essa escolha.

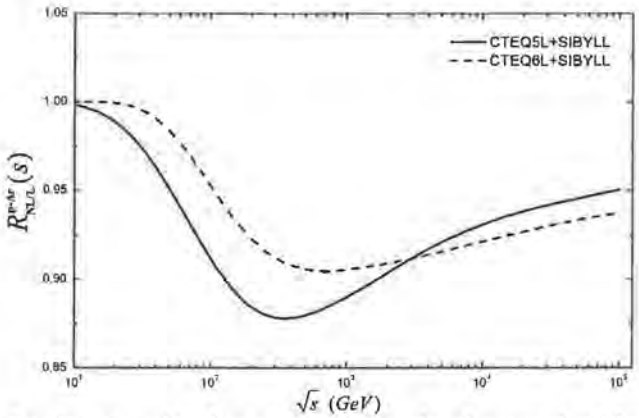

Figura 4.30: ***Razão dos resultados para seção de choque inelástica $p-Ar$ quando utilizamos $p_{T_{min}}^{SIBYLL}(s)$ e quando utilizamos $p_{T_{min}} = 1,0\ GeV$ sem considerar a descrição da seção de choque $pp(\bar{p})$ como vínculo.***

Capítulo 5

Um modelo não eiconalizado que inclui a saturação de pártons

Por efetuarem a inclusão do fenômeno da saturação de pártons através funções de distribuição de momento dos pártons, $xf(x, Q^2)$, as duas primeiras abordagens anteriores são de carater puramente perturbativo[14].

No entanto, também é possível introduzir os efeitos da saturação de pártons através de processos que ocorrem fora da região puramente perturbativa. Neste caso a inclusão destes efeitos é feita assumindo-se a existência de uma "janela de saturação"entre os regimes não-perturbativo e perturbativo da QCD que cresce com o aumento da energia, uma vez que a escala de saturação (Q_s) cresce com a energia. Nesta abordagem, segundo a referência [120], a seção de choque total hadrônica passa a ser escrita como

$$\sigma_{tot} = \int_0^{\Lambda^2_{QCD}} dp_T^2 \frac{d\sigma}{dp_T^2} + \int_{\Lambda^2_{QCD}}^{Q_s^2} dp_T^2 \frac{d\sigma}{dp_T^2} + \int_{Q_s^2}^{s/4} dp_T^2 \frac{d\sigma}{dp_T^2} = \sigma_0 + \sigma_{sat} + \sigma_{pQCD}\,, \quad (5.1)$$

onde σ_0 é a contribuição dos processos não-perturbativos, σ_{sat} contém toda a dinâmica do regime de saturação e σ_{pQCD} é a seção de choque de minijatos, equação (2.6). Para

[14]Apesar das funções $f(x, Q^2)$ serem, a rigor, uma componente de cunho não perturbativo, diz-se que as abordagens acima são perturbativas por conta dessas funções serem obtidas com a utilização de uma equação de evolução que tem origem em métodos perturbativos aplicados em QCD.

evitar o risco de violação da unitariedade da matriz de espalhamento o valor de Λ_{QCD} na segunda janela da equação (5.1) será aquele utilizado pelas distribuições de partons que escolhemos, $\Lambda_{QCD}^{CTEQ5L} = 0,192\ GeV$ e $\Lambda_{QCD}^{CTEQ6L} = 0,326\ GeV$ [22, 23].

A grande diferença deste modelo para com o modelo apresentado no capítulo anterior, além de não utilizarmos o formalismo eiconal, é o fato de incluirmos limites de integração dependentes da energia em cada uma das componentes que compõem a expressão para a seção de choque hadrônica. Entretanto, diferente de quando consideramos um $p_{T_{min}}(s)$ no modelo eiconalizado, utilizando a parametrização da colaboração SIBYLL, o limite superior (inferior) da segunda (terceira) componente é exatamente a escala de saturação do processo, que tem o papel de dividir a QCD entre os regimes não–linear e linear. Sendo assim, temos uma situação física bem estabelecida, onde o aumento da importância dos efeitos contidos no regime não linear da QCD, aqui representados pelo aumento da importância dos efeitos da saturação de pártons, com a energia, é o agente responsável por coibir o crescimento da seção de choque de minijatos com o aumento da energia.

Embora, como discutido anteriormente, o formalismo de dipolo de cor tenha sua origem no estudo de processos de DIS, existe a possibilidade de aplicar este mesmo formalismo em colisões hádron–hádron. Neste caso, na Figura (3.7), o fóton incidente é substituido por um próton. Portanto, mesmo em colisões hádron–hádron, grande parte dos modelos para σ_{sat} podem ser baseados em amplitudes de espalhamento dipolo–alvo, onde o próton incidente se encontra numa configuração interpretada como um par quark–diquark, formando portanto um dipolo de cor, que interage com o próton alvo. Neste formalismo a componente saturada é dada por

$$\sigma_{sat} = \int d^2r |\Psi_p(r)|^2 \sigma_{dip}(x, r) \tag{5.2}$$

onde $r \equiv r_\perp$ é o raio transversal do dipolo e $\Psi_p(r)$ é a função de onda do próton incidente.

No caso do DIS a função de onda do fóton incidente é bem conhecida [6], no entanto

não existem métodos bem estabelecidos para o cálculo da função de onda hadrônica na teoria das interações fortes. Este fato pode ser entendido lembrando que $\Psi_p(r_\perp)$ é um ingrediente não–perturbativo do modelo, região onde a pQCD não é válida e, portanto, não podemos utilizá–la para obter qualquer informação sobre sua forma funcional. Sendo assim, uma escolha canônica para a função de onda costuma ser uma gaussiana com o tamanho típico do próton,

$$|\Psi_p(r_\perp)|^2 = \frac{1}{2\pi S_p^2} exp\left(-\frac{r_\perp^2}{2S_p^2}\right), \tag{5.3}$$

com $S_p = 0,74\ fm$.

A rigor a seção de choque dipolo–alvo, σ_{dip}, deveria ser expressa em têrmos da solução de alguma equação de evolução não–linear. No entanto, como já apontado, a solução completa de uma dessas equações ainda não está disponível, o que implica em utilizar modelos para σ_{dip}. Sendo assim vamos considerar duas parametrizações diferentes para a amplitude de espalhamento dipolo alvo: a parametrização GBW [76, 78] e a parametrização IIM [98].

Nos resultados a serem apresentados quando utilizamos o modelo GBW, equação (3.21), escolhemos $Q_0^2 = 1,0\ GeV^2$, $\lambda = 0,28$ e $x_0 = 0.41 \times 10^{-4}$. Quando passamos a utilizar o modelo IIM, equação (3.23) utilizamos $\mathcal{N}_0 = 0,7$, $x_0 = 0,898 \times 10^{-4}$, $\lambda = 0,281$ e $R_p = 0,574\ fm$. Em ambos os casos o conjunto de parâmetros considerados são exatamente aqueles utilizados pelos autores [76, 78, 98] para descreverem os dados de F_2 de HERA [30, 31].

Em colisões hádron–hádron, como as consideradas nesta dissertação, existe uma ambiguidade na definição da variável equivalente à variável x de Bjorken na componente saturada, equação (5.2). Seguindo as referências [120, 121] definimos x como sendo $x \equiv q_0^2/s$, onde q_0 é uma escala de momento a ser fixada para descrever os dados experimentais.

Para a componente não–perturbativa, σ_0, utilizamos uma parametrização inspirada no modelo de Donachie–Landshoff [122] e para a componente perturbativa utilizamos

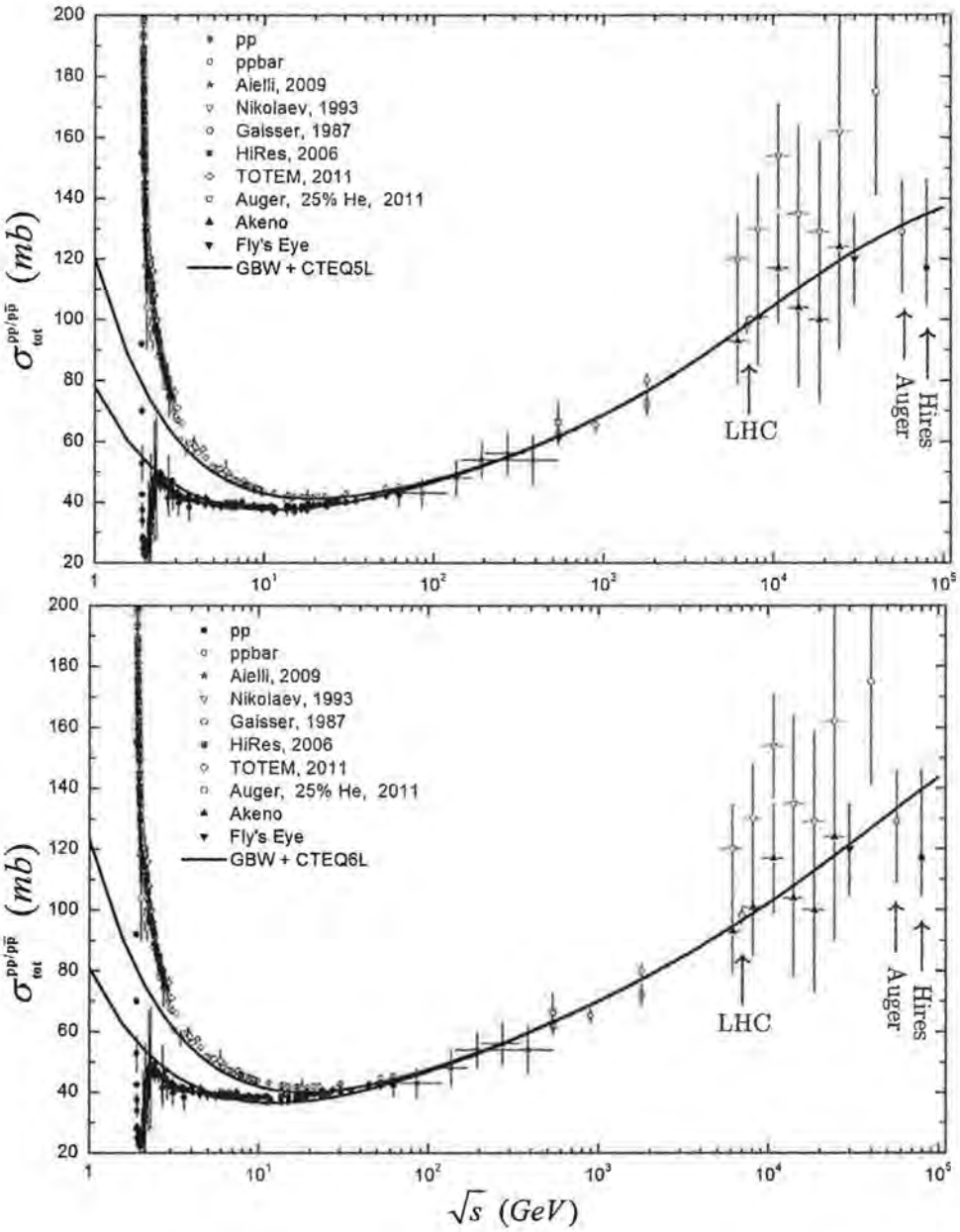

***Figura 5.1:** Seção de choque total $pp(\bar{p})$ calculada com a equação (5.1) utilizando o modelo GBW no regime de saturação com $q_0 = 0.325\ GeV$ ($q_0 = 0.25\ GeV$) quando utiliza-se a distribuição CTEQ5L (CTEQ6L) no regime perturbativo.*

as mesmas seções de choque de minijatos da abordagem perturbativa, equação (2.6). Neste modelo, a escala utilizada nas PDF's da componente σ_{pQCD} foi $Q^2 = 4Q_s^2$.

Na Figura (5.1) são apresentados os resultados para a seções de choque totais

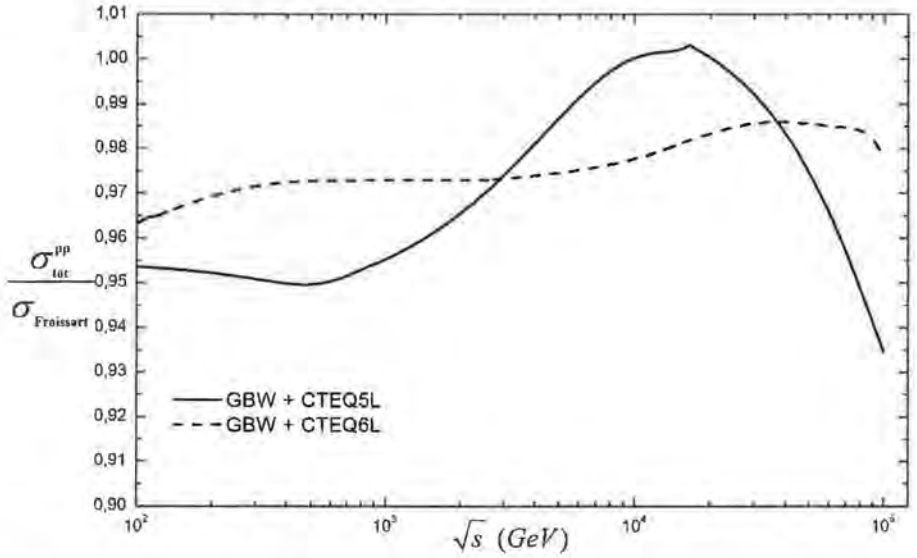

***Figura 5.2:** Razão entre os resultados para a seção de choque total pp utilizando a equação (5.1) e a parametrização $\sigma_{Froissart}$.*

pp e $p\bar{p}$ utilizando o modelo GBW na componente σ_{sat} com $q_0 = 0.325\ GeV$ ($q_0 = 0.25\ GeV$) para a distribuição CTEQ5L (CTEQ6L). Na Figura (5.2) são apresentadas as razões entre os resultados de σ_{tot}^{pp} e a parametrização $\sigma_{Froissart}$, equação (4.9), onde podemos verificar novamente que não violamos o limite de Froissart até a energia considerada. Apesar de termos utilizado $Q_0^2 = 1,0\ GeV^2$ na equação (3.22), também é possível obter resultados muito semelhantes utilizando $Q_0^2 = 0,34\ GeV^2$, com $q_0 = 0,04625\ GeV$ ($q_0 = 0,037\ GeV$), quando utiliza-se a distribuição CTEQ5L (CTEQ6L) na terceira janela da equação (5.1). Neste caso os valores utilizados para q_0 são semelhantes aqueles usados na referência [120].

Na Figura (5.3) mostramos os resultados para a seção de choque inelástica $p - Ar$ utilizando o formalismo de Glauber com $a_0 = 0,57\ fm$ na equação (4.11).

Na Figura (5.4) são apresentados os resultados para as seções de choque totais pp e $p\bar{p}$, desta vez, utilizando o modelo IIM na componente σ_{sat}. Neste caso para descrever simultaneamente as seções de choque totais pp, $p\bar{p}$ e inelástica $p - Ar$, utilizamos $q_0 = 0,50\ GeV$ e $q_0 = 0.375\ GeV$ quando consideramos as distribuições CTEQ5L e CTEQ6L, respectivamente.

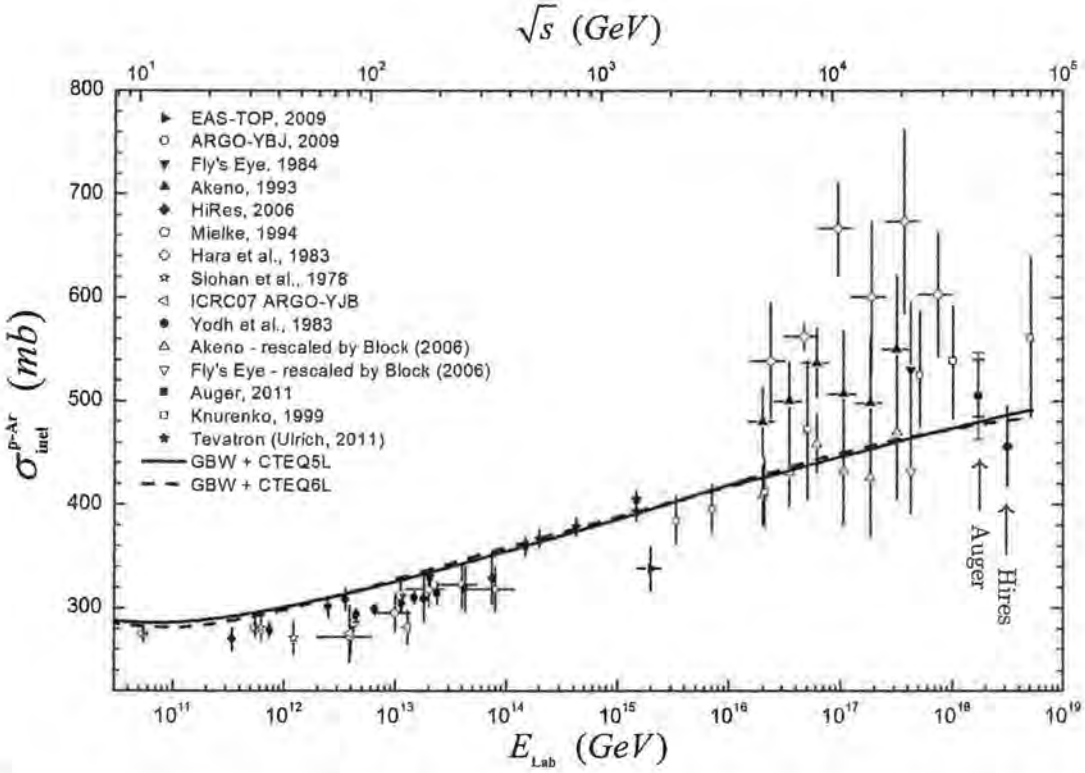

***Figura 5.3:** Seção de choque inelástica $p - Ar$ utilizando o resultado da equação (5.1) para a seção de choque total pp com o modelo GBW.*

Na Figura (5.5) são apresentadas as razões entre os resultados para σ_{tot}^{pp} utilizando a equação (5.1) e a parametrização $\sigma_{Froissart}$, equação (4.9), onde podemos verificar que não violamos o limite de Froissart até a energia considerada.

Na Figura (5.6) mostramos os resultados para a seção de choque inelástica $p - Ar$ utilizando o formalismo de Glauber com $a_0 = 0,57\ fm$ na equação (4.11).

Apesar de também fornecer bons resultados para as seções de choque estudadas, uma desvantagem deste modelo, em comparação com os modelos eiconais apresentados no capitulo anterior, é o fato de não possuirmos um instrumento que permita "desligar"os efeitos da saturação de pártons, embutidos em σ_{sat} e, assim, verificar o quão forte é o sinal dos efeitos não lineares da QCD segundo este modelo.

No entanto, como mostra a Figura (5.7), nesta abordagem conseguimos inferir uma certa unversalidade no comportamento da escala de saturação, Q_s, com a energia,

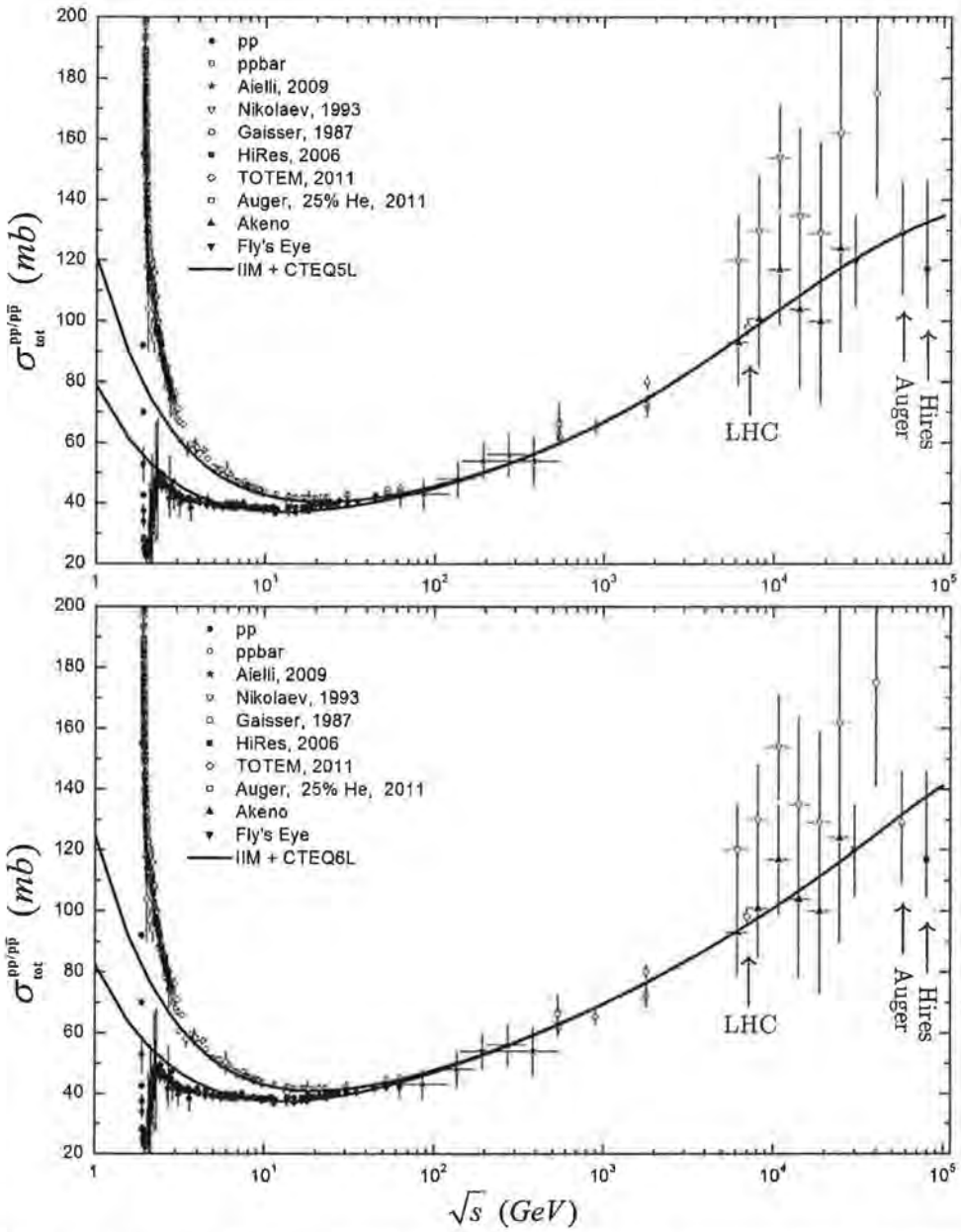

***Figura 5.4:** Seção de choque total $pp(\bar{p})$ calculada com a equação (5.1) utilizando o modelo IIM no regime de saturação com $q_0 = 0,50\ GeV$ ($q_0 = 0.375\ GeV$) quando utiliza-se a distribuição $CTEQ5L$ ($CTEQ6L$) no regime perturbativo.*

independente destes modelos utilizados para a seção de choque de dipolo (GBW ou IIM), ou seja nesses modelos a escala de saturação comporta-se com a energia de modo semelhante e possui valores compatíveis para as escolhas de parâmetros que

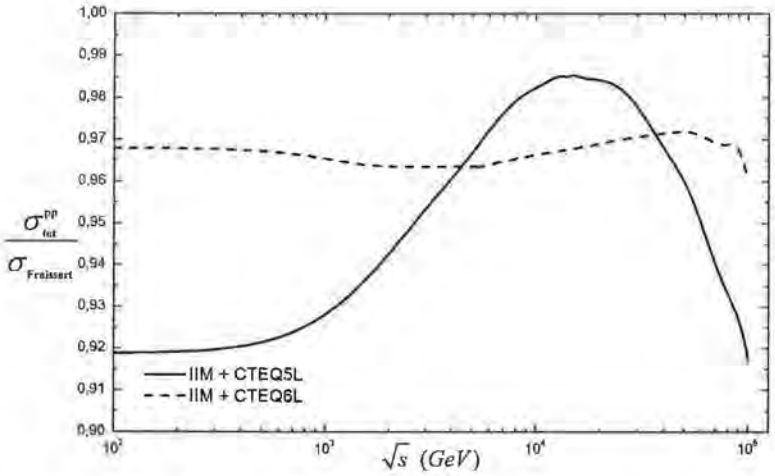

***Figura 5.5:** Razão entre os resultados para a seção de choque total pp utilizando a equação (5.1) e a parametrização $\sigma_{Froissart}$.*

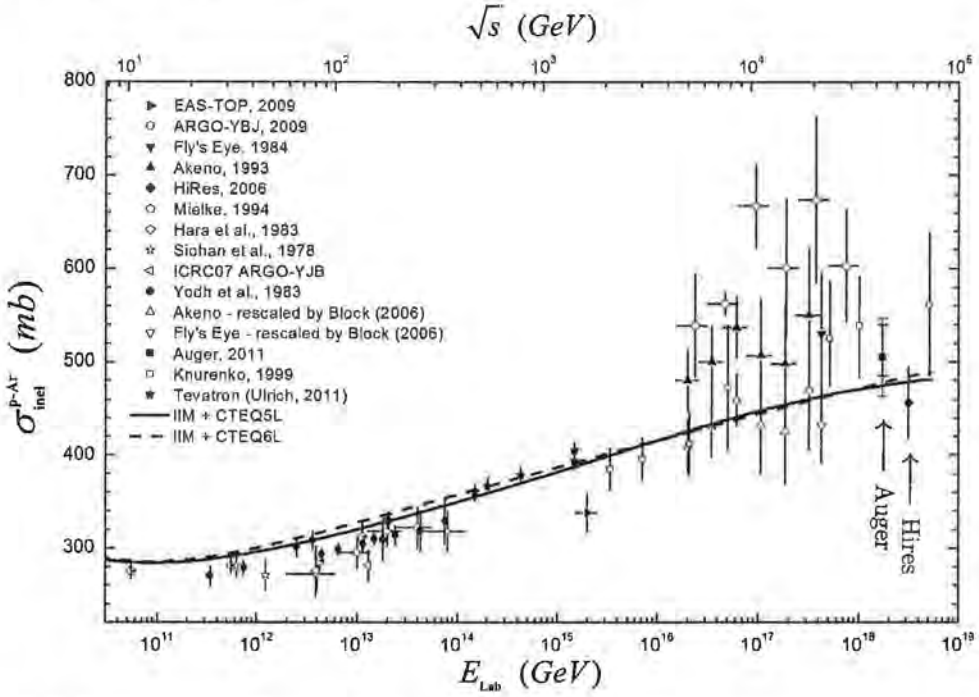

***Figura 5.6:** Seção de choque inelástica $p-Ar$ utilizando o resultado da equação (5.1) para a seção de choque total pp com o modelo IIM.*

utilizamos.

Em ambos os casos como a descrição da seção de choque $pp(\bar{p})$ nesta abordagem é semelhante à descrição quando utilizamos o modelo eiconal, a previsão para a seção

de choque $p - Pb$ é semelhante àquelas já apresentadas no capítulo quatro.

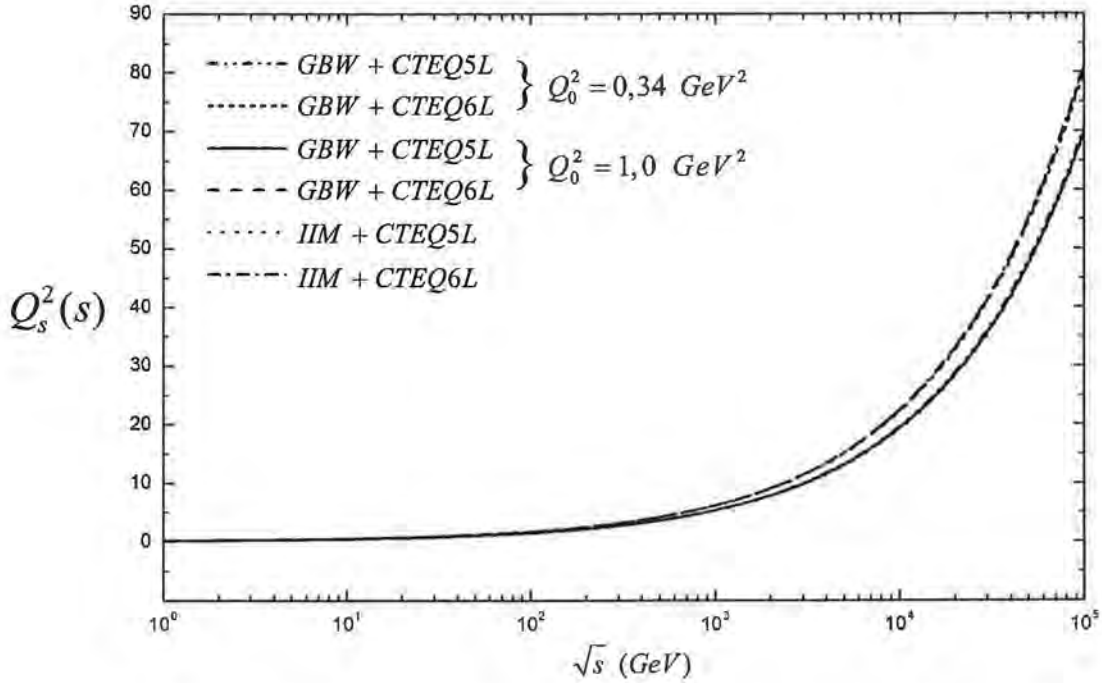

***Figura 5.7:** Comportamento da escala de saturação com a energia.*

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho estudamos a importância dos efeitos da saturação de pártons na descrição das seções de choque totais próton–próton e próton–antipróton e a seção de choque inelástica próton–Ar. Também fizemos previsões para as seções de choque total e inelástica próton–chumbo. Para todos estes cálculos e previsões utilizamos duas abordagens completamente distintas, onde os efeitos da saturação ou são incluidos nas distribuições de pártons da componente perturbativa de um modelo de minijatos eiconalizado ou são introduzidos através de modelos fenomenológicos com inspiração não–perturbativa, em uma região de momento transversal abaixo da chamada escala de saturação.

Na primeira situação incluimos os efeitos da saturação nas distribuições de pártons utilizando duas possibilidades diferentes: através de uma distribuição evoluida segundo às equações $GLRMQ$ [105] e via a parametrização KLN [8] para as distribuições de gluons. Embora essas duas opções tenham o mesmo objetivo, levar em conta os efeitos da saturação de pártons nas PDF's, e forneçam resultados similares na descrição dos dados experimentais das seções de choque estudadas, elas produzem, no entanto, resultados diferentes quando investigamos a magnitude dos efeitos não–lineares da QCD nos observáveis que nos propomos a estudar.

Quando utilizamos as equações GLRMQ, encontramos que o instrumento utilizado

para inferir a importância dos efeitos da saturação com a energia da colisão, a razão entre as previsões nos regimes não-linear e linear da QCD para o mesmo observável, depende das distribuições exclusivamente evoluidas no regime linear. Para esse fim consideramos as distribuições GRV98 e CTEQ6L e encontramos que em $\sqrt{s} \approx 10^5\ GeV$ os resultados para essas razões no dois diferentes regimes diferem em cerca de 20% e 5% em colisões pp, respectivamente. Como pôde ser observado, nesse caso, a inclusão dos efeitos da saturação de pártons implica que estas seções de choque tenham um crescimento muito mais moderado com a energia do centro-de-massa da colisão, em relação aos resultados obtidos na ausência desses efeitos, a partir de 2 TeV. Quando consideramos colisões $p - Ar$ a diferença nesses resultados diminui para cerca de 6% e 2%, respectivamente. Acreditamos que esta diminuição é uma consequência da conversão da seção de choque pp para a seção de choque $p - Ar$ via formalismo de Glauber.

Quando passamos a utilizar a distribuição KLN, as razões entre as previsões dos regimes não-linear e linear (CTEQ5L e CTEQ6L) deixaram de ser dependentes das PDF's consideradas e, neste caso, os efeitos da saturação se mostraram muito menos significativos que no caso anterior, fazendo com que os resultados de ambos regimes não diferissem mais que cerca de 2% em $\sqrt{s} \approx 10^5\ GeV$ para colisões próton-próton. Para colisões $p - Ar$ encontramos que essa diferença não foi superior a 1%.

Ao descrevermos os dados experimentais das seções de choque que nos propusemos à estudar utilizando quatro conjuntos de parâmetros diferentes na escala de saturação da parametrização KLN, pudemos perceber que existe uma certa flexibilidade com relação a escolha de ajuste dos parâmetros Q_0 e λ, e que, a depender dessa escolha, é possível, na descrição do mesmo observável, encontrar ou não algum sinal da saturação de pártons. Enquanto o parâmetro λ controla o teor de crescimento da escala de saturação e, consequentemente, o crescimento das seções de choque com a energia, o parâmetro Q_0 é responsável por controlar o quão rápido os efeitos da saturação de pártons se tornarão importantes, a ponto de separar as previsões dos regimes não-linear e linear da QCD.

Seguindo algumas colaborações que se dedicam a construir modelos baseados em métodos de Monte Carlo [65, 66] utilizamos um $p_{T_{min}}$ dependente da energia como um cutoff inferior na componente perturbativa do nosso modelo de minijatos eiconalizado (equação (4.8)), que, como sugerem tais colaborações, simularia efeitos de saturação. Neste caso as PDF's utilizadas para os cálculos foram as distribuições CTEQ5L e CTEQ6L, evoluidas segundo equações DGLAP. Nesta implementação também conseguimos uma boa descrição das seções de choque totais pp e $p\bar{p}$ e inelástica $p - Ar$. Quando investigamos a influência da inclusão de um $p_{T_{min}}$ "dinâmico" (dependente da energia) no comportamento das seções de choque com a energia, verificamos que seu papel é atenuar seu crescimento com $\sqrt{s}$, como quando os efeitos da saturação foram incluidos via PDF's, porém de forma muito mais acentuada, que, em nosso entendimento, aparenta ser bastante artificial se a tivemos como um mecanismo de simulasão dos efeitos de saturação.

Nestes modelos eiconais também estudamos a importância dos efeitos nucleares nas colisões $p - A$. Os efeitos de shadowing, incluidos nas distribuições EPS09 [119] e o efeito nuclear presente na escala de saturação da parametrização KLN, o fator $A^{1/3}$, não se mostraram importantes a ponto de alterarem os resultados obtidos para as seções de choque estudadas.

Já na segunda abordagem mostramos que a inclusão dos efeitos da saturação, através da generalização do modelo de minijatos de Gaisser e Halzen [1], faz com que obtenhamos resultados semelhantes àqueles obtidos quando utilizamos o modelo baseado no formalismo eiconal, ao mesmo tempo que se evita a violação do limite de Froissart. Sendo assim é possível concluir que os dois modelos são equivalentes para o estudo dos observáveis escolhidos, apesar de serem completamente distintos em relação à maneira como são construidos e forma com que se considera os efeitos da saturação.

Nesta segunda abordagem, embora não tenhamos como quantificar a importância dos efeitos não-lineares da QCD, admitindo um certa universalidade no comportamento da escala de saturação com a energia os modelos aqui utilizados (GBW e IIM) para a componente saturada, σ_{sat}, na equação (5.1), forneceram resultados tão satis-

Bibliografia

[1] T. K. Gaisser e F. Halzen, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1754 (1985).

[2] H. G. Dosch, F. S. Navarra, M. Nielsen e M. Rueter, *Phys. Lett.* **B466**, 363 (1999).

[3] V. N. Gribov e L. N. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **18**, 438, 675 (1972); L. N. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **20**, 93, (1975); G. Altarelli e G. Parisi, *Nucl. Phys.* **B126** 298 (1977); Yu. L. Dokshitzer, *Sov. Phys. JETP* **46** 641 (1977).

[4] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, V. S. Fadin, *Soy. Phys. JETP* **44**, 443 (1976). E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, V. S. Fadin, *Soy. Phys. JETP* **45**, 199 (1977). Y. Y. Balitski, L. N. Lipatov, *Soy. J. Nucl. Phys.* **28**, 822 (1978).

[5] M. Froissart, *Phys. Rev.* **123**, 1053 (1961), A. Martin, *Phys. Rev.* **129**, 1432 (1963)

[6] V. Barone e E. Predazzi, "High Energy Particle Diffraction", Springer Verlag, Berlin, (2002).

[7] L. V. Gribov. E. M. Levin e M. G. Ryskin, *Phys. Rep.* **100**, 1 (1983).

[8] A. Krasnitz e R. Venugopalan, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4309 (2000); E. Levin e K. Tuchin, *Nucl. Phys.* **B573**, 833 (2000); E. Iancu e L. McLerran, *Phys. Lett.* **B510**, 145 (2001); D. Kharzeev e M. Nardi, *Phys. Lett.* **B507**, 121 (2001); D. Kharzeev e E. Levin, *Phys. Lett.* **B523**, 79 (2001); D. Kharzeev, E. Levin e M. Nardi, *Nucl. Phys.* **A730**, 448 (2004), Erratum-ibid. **A743**, 329 (2004);

[9] F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian e R. Venugopalan, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **60**, 463 (2010) [arXiv:1002.0333 [hep-ph]]. T. Lappi, *Eur. Phys. J.* **C71**, 1699 (2011) [arXiv:1104.3725 [hep-ph]]. E. Iancu, A. Leonidov e L. McLerran, hep-ph/0202270. E. Iancu e R. Venugopalan, *In *Hwa, R.C. (ed.) et al.: Quark gluon plasma** 249-3363 [hep-ph/0303204].

[10] L. McLerran, hep-ph/0402137.

[11] I. Arsene *et al.* [BRAHMS Collaboration], *Nucl. Phys.* **A757**, 1 (2005) [nucl-ex/0410020].

[12] D. Kharzeev, E. Levin e L. McLerran, *Phys. Lett.* **B561**, 93 (2003) [hep-ph/0210332].

[13] F. Gelis, T. Lappi e R. Venugopalan, *Int. J. Mod. Phys.* **E16**, 2595 (2007) [arXiv:0708.0047 [hep-ph]].

[14] R. P. Feynman, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 1415 (1969).

[15] J.D. Bjorken, SLAC-PUB-0571, (1969). J.D. Bjorken e E. A. Paschos, *Phys. Rev.* 185, 1975 (1969)

[16] R.P. Feynman, *Photon-Hadron Interactions*, (Benjamin, Reading, 1972)

[17] F. Halzen e A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, John Wiley & Sons (1984).*

[18] H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler *Phys. Lett.* **B47** 365 (1973).

[19] J.D. Bjorken, Phys. Rev. **179**, 1547-1553 (1969).

[20] E.D. Bloom, et al., Phys. Rev. Lett. **23**, 930 (1969); M. Breidenbach, et al., Phys. Rev. Lett. **23**, 935 (1969).

[21] C.G. Callan, Jr. e D.J. Gross, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 156-159 (1969).

[22] H. L. Lai et al. [CTEQ Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **12** 375 (2000) [arXiv:hepph/9903282].

[23] J. Pumplin et al., *arXiv:hep-ph/0201195.*

[24] F.E. Close, *An introduction to quarks e partons*, (Academic Press, London, 1980).

[25] G. Miller et al. (the SLAC-MIT collaboration), *Phys. Rev.* **D5** 528 (1972).

[26] D.J. Gross e E Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1343 (1973) H.D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1346 (1973)

[27] G.M. Prosperi, M. Raciti e C. Simolo;*Progress in Particle and Nuclear Physics* **58**. 387 (2007)

[28] T. van Ritbergen, J. A. M. Vermaseren e S.A. Larin, *Physics Letters* **B400**, 379 (1997)

[29] V. Barger e R. Phillips, *Collider Physics*, Addison-Wesley Publishing Company,(1987).

[30] H1 Collaboration: I. Abt *et al. Nucl. Phys.* **B407** 515 (1993); S. Aid *et al.*, *Nucl. Phys.* **B470** 3 (1996); C. Adloff *et al.*, ibid. **B497** 3 (1997). C. Adloff et al., *Eur. Phys. J.* **C13** 609 (2000) [hep-ex/9908059]; *Eur. Phys. J.* **C19** 269 (2001) [hep-ex/0012052]; *Eur. Phys. J.* **C21** 33 (2001) [hep-ex/0012053]. C. Adloff *et al. Phys. Lett.* **B520** 183 (2001);

[31] ZEUS Collaboration: M. Derrick *et al. Phys. Lett.* **B316**, 412 (1993); M. Derrick *et al.*, *Z. Phys.* **C72**, 399 (1996); J. Breitweg *et al. Eur. Phys. J.* **C7** 609 (1999) S. Chekanov et al., *Eur. Phys. J.* **C21** 443 (2001) [hep-ex/0105090]; A.M. Cooper-Sarkar, Proceedings of International Europhysics Conference on HEP 2001, Budapest [hep-ph/0110386].

[47] F. Abe et. al.[CDF Collaboration], *Phys. Rev.* **D50** 5550, (1994).

[48] C. Avila et. al.[E811 Collaboration], *Phys. Lett.* **B445**, 419 (1999).

[49] C. Augier et. al. [UA4/2 Collaboration], *Phys. Lett.* **B344**, 451, (1995)

[50] G. Antchev, P. Aspell, I. Atanassov, V. Avati, J. Baechler, V. Berardi, M. Berretti e E. Bossini *et al.*, *Europhys. Lett.* **96**, 21002 (2011) [arXiv:1110.1395 [hep-ex]].

[51] M. Honda et al. [Akeno Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **70** 525 (1993).

[52] P. Abreu et al., FERMILAB-PUB-11-489-AD-AE-CD-TD

[53] G. Aielli *et al.* [ARGO-YBJ Collaboration], *Phys. Rev.* **D80**, 092004 (2009) [arXiv:0904.4198 [hep-ex]].

[54] N. N. Nikolaev, *Phys. Rev.* **D48**, 1904 (1993). [hep-ph/9304283].

[55] R. M. Baltrusaitis et al. [Flys Eye Collaboration], *Phys. Rev. Lett* **52**, 1380 (1984)

[56] T.K. Gaisser, U.P. Sukhatme, e G.B. Yodh, *Phys. Rev.* **D36**, 1350 (1987)

[57] L. Durand e H. Pi, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 303 (1987).

[58] R. M. Godbole, A. Grau, G. Pancheri e Y. N. Srivastava, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **184**, 85 (2008) [arXiv:0802.3367 [hep-ph]].

[59] R. M. Godbole, A. Grau, R. Hegde, G. Pancheri e Y. Srivastava, Pramana **66**, 657 (2006) [hep-ph/0604214].

[60] M. M. Block, *Phys. Reports* **436**, 71 (2006)

[61] Y. Afek, C. Leroy, B. Margolis e P. Valin, *Phys. Rev. Lett.* **45** 85 (1980) . P. L'Heureux, B. Margolis e P. Valin, *Phys. Rev.* **D32** 1681 (1985) L. Durand e H. Pi, *Phys. Rev.* **D38** 78 (1988) L. Durand e H. Pi, *Phys. Rev.* **D40** 1436 (1989)

B. Margolis, P. Valin, M.M. Block, F. Halzen e R.S. Fletcher, *Phys. Lett.* **B213** 221 (1988) X. N. Wang *Phys. Rev.* **D43**, 104 (1991).

[62] F. Carvalho, F. O. Durães and E. G. S. Luna, *Braz. J. Phys.* **37**, 110 (2007); F. O. Durães, V. P. Gonçalves, F. S. Navarra, A. L. V. R. dos Reis e G. Wilk, *Braz. J. Phys.* **37**, 122 (2007); F. O. Durães, *Braz. J. Phys.* **37**, 114 (2007); F. Carvalho, F. O. Durães, F. S. Navarra e S. Szpigel, *Phys. Rev.* **C79**, 035211 (2009).

[63] G. Pancheri e Y.N. Srivastava, Phys. Lett. **B182** 199 (1986).

[64] A. Capella e J. Tran Thanh Van, Z. Phys. **C23**, 165 (1984); P. l'Heureux, *et al.*, Phys. Rev. D **32**, 1681 (1985); J. Dias de Deus e J. Kwiecinski, Phys. Lett. **196B**, 537 (1987); R. C. Hwa, Phys. Rev. D **37**, 1830 (1988).

[65] R. Engel, *Z. Phys.* **C66** 203 (1995); R. Engel e J. Ranft, *Phys. Rev.* **D54**, 4244 (1996) [hep-ph/9509373]; J. Engel, T. K. Gaisser, T. Stanev, e P. Lipari, *Phys. Rev.* **D46**, 5013 (1992);

[66] R. S. Fletcher, T. K. Gaisser, P. Lipari, e T. Stanev, *Phys. Rev.* **D50**, 5710 (1994); E.-J. Ahn, R. Engel, T. K. Gaisser, P. Lipari, e T. Stanev, *Phys. Rev.* **D80**, 094003 (2009) [arXiv:0906.4113].

[67] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison Wesley, 2nd edition, 2010.

[68] V. N. Gribov, *The Theory of Complex Angular Momenta*, 2003, Cambridge University Press

[69] R. J. Glauber, *High-energy collision theory* em Lectures in Theoretical Physics, Vol. 1, Interscience, New York, 1958.

[70] H. Cheng e T. T. Wu, *Expanding Protons: Scattering at High Energies*, The MIT Press, 1987, pag. 38.

[71] M. M. Islam, *Nucl. Phys.* **104**, 511 (1976)

[83] J. Baines *et al.*, arXiv:hep-ph/0601164.

[84] I.I. Balitsky, *Nucl. Phys.* **B463** 99 (1996); *Phys. Rev. Lett.* **81** 2024 (1998); *Phys. Rev.* **D60** 014020 (1999) ; *Phys. Lett.* **B518** 235 (2001);

[85] Yu. V. Kovchegov, *Phys. Rev.* **D60** 034008 (1999).

[86] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, L.D. McLerran e H. Weigert, *Phys. Rev.* **D55** 5414 (1997) [arXiv:hep-ph/9606337]; J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov e H. Weigert, *Nucl. Phys.* **B504** 415 (1997) [arXiv:hep-ph/9701284]; *Phys. Rev.* **D59** 014014 (1999) [arXiv:hep-ph/9706377]; *Phys. Rev.* **D59** 034007 (1999) [arXiv:hep-ph/9807462]; J. Jalilian-Marian, A. Kovner e H. Weigert *Phys. Rev.* **D59** 014015 (1999) [arXiv:hep-ph/9709432]; E. Iancu, A. Leonidov e L.D. McLerran *Nucl. Phys.* **A692** 583 (2001) [arXiv:hep-ph/0011241]; E. Iancu e L.D. McLerran *Phys. Lett.* **B510** 145 (2001) [arXiv:hep-ph/0103032]; E. Ferreiro, E. Iancu, A. Leonidov e L.D. McLerran *Nucl. Phys.* **A703** 489 (2002) [arXiv:hep-ph/0109115]; E. Iancu, A. Leonidov e L.D. McLerran *Phys. Lett.* **B510** 133 (2001) [arXiv:hep-ph/0102009]; A.H. Mueller *Phys. Lett.* **B523** 243 (2001) [arXiv:hep-ph/0110169].

[87] N. Armesto, *Acta Phys. Polon. B* **35**, 213 (2004) [arXiv:hep-ph/0311182].

[88] J.L. Albacete, N. Armesto, J.G. Milhano e C.A. Salgado, *Phys. Rev.* **D80**, 034031 (2009)

[89] K.J. Eskola, H. Honkanen, V.J. Kolhinen, J.W. Qiu e C.A. Salgado, *Nucl. Phys.* **B660** 211 (2003) [arXiv:hep-ph/0211239].

[90] N. N. Nikolaev e B. G. Zakharov, *Z. Phys.* **C49**, 607 (1991); *Z. Phys.* **C53**, 331 (1992); *Z. Phys.* **C64**, 631 (1994). A. H. Mueller, *Nucl. Phys.* **B415**, 373 (1994).

[91] J. C. Collins, hep-ph/9705393.

Phys. Proc. Suppl. **82**, 246 (2000) [hep-ph/9908220]; R. M. Godbole, A. Grau, G. Pancheri e Y. N. Srivastava, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **184**, 85 (2008) [arXiv:0802.3367 [hep-ph]].

[103] P. Lipari e M. Lusignoli, *Phys. Rev.* **D80**, 074014 (2009), [arXiv:0908.0495].

[104] A. Grau, G. Pancheri e Y. N. Srivastava, *Phys. Rev.* **D60** 114020 (1999) [arXiv:hep-ph/9905228].

[105] `www.jyu.fi/fysiikka/en/research/highenergy/urhic/EHKQS/index_html`

[106] M. Gluck, E. Reya e A. Vogt, *Eur. Phys. J.* **C5**, 461 (1998).

[107] M. Aglietta *et al.*, *Phys. Rev.* **D79**, 032004 (2009).

[108] ARGO COLLABORATION. Proc. of 30th Int. Cosmic Ray Conf., Merida, Mexico, 2007.

[109] K. Belov, *Nuclear Physics B (Proc. Suppl.)* **151**, 197 (2006)

[110] S.P. Knurenko, V. R. Sleptsova, I.E. Sleptsov, N. N. Kalmykov e S. S. Ostapchenko, *Proc. of 26th Int. Cosmic Ray Conf.*, Salt Lake City, Utah, 1, 372 (1999).

[111] H. H. Mielke *et al.*, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **20**, 637 (1994)

[112] F. Siohan, *et al.*, J. Phys. **G4**, 1169 (1978).

[113] T. Hara *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 2058 (1983).

[114] G.B. Yodh *et al.*, *Phys. Rev.* **D27**, 1183 (1983).

[115] P. Abreu *et al.* [The Pierre Auger Collaboration], arXiv:1107.4804 [astro-ph.HE].

[116] R. Vogt, *Heavy Ion Phys.* **9**, 339 (1999)

[117] P. Amauduruz *et al.* [New Moun Collaboration] *Nucl. Phys.* **B441**, 3 (1995) M. Arneodo *et al.* [New Moun Collaboration] *Nucl. Phys.* **B481**, 3 (1996); *Nucl.*

Phys. **B481**, 23 (1996) M.R. Adams *et al.* [E665 Collaboration] *Z. Phys.* **C67**, 403, (1995); *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3266 (1992)

[118] N. Armesto, *J. Phys. G* **32**, R367 (2006) [arXiv:hep-ph/0604108].

[119] K. J. Eskola, H. Paukkunen e C. A. Salgado, JHEP **0904**, 065 (2009) [arXiv:0902.4154 [hep-ph]].

[120] F. Carvalho, F. O. Durães, V. P. Gonçalves e F. S. Navarra, *arXiv:0705.1842 [hep-ph]*

[121] J. Bartels, E. Gotsman, E. Levin, M. Lublinsky e U. Maor, *Phys. Lett.* **B556**, 114 (2003).

[122] A. Donnachie e P.V. Landshoff, *Physics Letters*, **B296**, 227, 1992.