Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Desconstrução Dimensional e Violação de Sabor

Nayara Fonseca de Sá

Dissertação apresentada ao Instituto de Física para a obtenção do título de Mestre em Ciências

Orientador:

Prof. Dr. Gustavo Alberto Burdman (IF/USP)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Gustavo Alberto Burdman (IF/USP)

Prof. Dr. Oscar José Pinto Éboli (IF/USP)

Prof. Dr. Alex Gomes Dias (CCNH/UFABC)

São Paulo
2011

Resumo

O Modelo Padrão das partículas elementares descreve com sucesso as interações eletrofracas e fortes, mostrando-se consistente com os dados experimentais disponíveis. Entretanto, há diversas questões que não são respondidas pelo mesmo, entre elas, o problema da hierarquia de gauge e o problema associado à origem das massas dos férmions. Ambos podem ser solucionados de forma natural em teorias com uma dimensão extra curva. No entanto, essas teorias violam sabor em primeira ordem de teoria de perturbações e são não renormalizáveis.

Nesta dissertação utilizamos técnicas de desconstrução dimensional para resolver os problemas da hierarquia de gauge e da hierarquia de massas dos férmions com mínima violação de sabor em um modelo puramente quadridimensional.

Abstract

The Standard Model of elementary particles describes the electroweak and strong interactions, and its predictions have successfully matched existing experimental data. However, there are some issues that are not addressed by this model, such as the gauge hierarchy problem and the origin of fermion masses. Both problems can be solved naturally using Warped Extra Dimensions. On the other hand, these theories are flavor-violating in tree level and are non-renormalizable.

In this dissertation we apply dimensional deconstruction techniques to solve the gauge hierarchy problem and the fermion masses hierarchy problem achieving minimal flavor violation in a purely four-dimensional model.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer à minha mãe, Elza Fonseca, por me apoiar em todas as escolhas da minha vida. Ao meu noivo, Igor Carboni, por todo o seu amor e incentivo. A toda a minha família, por compreender a minha ausência em diversas ocasiões importantes.

Ao meu orientador, professor Gustavo Burdman, pela sua orientação tão atenciosa e motivante e por ter oferecido as ideias essenciais para essa dissertação.

Ao professor Alberto Saa, meu orientador de iniciação científica, por sua amizade e por todos os conselhos valiosos.

Aos meus amigos da minha cidade natal, Volta Redonda, com os quais sei que poderei contar em qualquer situação. Aos meus amigos de graduação na Unicamp, por terem sido minha família durante aquele período. A todos os meus amigos da USP, por terem sido tão acolhedores e por proporcionarem todos os dias um ambiente de confiança e amizade. Quero agradecer em especial aos meus amigos Carlos Eduardo Haluch e Ricardo Matheus por toda a ajuda durante o mestrado e ao meu amigo Leonardo de Lima pelas várias correções que melhoraram o texto dessa dissertação e por todas as palavras de incentivo.

Também quero agradecer aos ótimos professores que contribuíram para a minha formação e aos funcionários do Departamento de Física Matemática e da secretaria de pós-graduação por toda assistência prestada durante esse período.

Finalmente, gostaria de agradecer à FAPESP e ao CNPq pelo apoio financeiro.

Sumário

Capítulo 1

Introdução

1.1 O Modelo Padrão das Partículas Elementares

O Modelo Padrão das Partículas Elementares é uma das teorias mais bem sucedidas de todas as áreas da física. Trata-se de uma teoria que engloba grande parte do que é conhecido sobre as forças e as partículas subatômicas em um conjunto conciso de princípios. A extensa história que resultou nesse modelo possui uma série de brilhantes ideias e experimentos que revolucionaram a física de seu tempo.

O setor de gauge do Modelo Padrão é constituído de partículas elementares e forças fundamentais derivadas de simetrias de calibre. Idealizamos que quarks e léptons são partículas pontuais porque eles não apresentam evidências de uma estrutura interna até o limite atual da resolução dos experimentos. A simetria total da teoria é composta por três subgrupos, $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, com diferentes propriedades.

O subgrupo $SU(3)_c$ refere-se à Cromodinâmica Quântica (QCD), a teoria das

interações fortes. A liberdade assintótica e o confinamento são fenômenos desse setor. Essas propriedades garantem que a distâncias muito pequenas os quarks e os glúons pareçam ser partículas quase livres. Entretanto, a distâncias maiores, os mesmos estão confinados dentro dos bárions e dos mésons. A lagrangiana da QCD é dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^i_{\mu\nu} F^{\mu\nu i} + \sum_r \bar{q}_{r\alpha}\, i\not{D}^\alpha_\beta\, q^\beta_r, \tag{1.1}$$

onde r é o índice de soma sob os sabores dos quarks e $F^i_{\mu\nu}$ é o tensor intensidade do campo de gauge, que é dado por

$$F^i_{\mu\nu} = \partial_\mu G^i_\nu - \partial_\nu G^i_\mu - g_s f_{ijk} G^j_\mu G^k_\nu, \tag{1.2}$$

onde os campos $G^i_\mu \;\; (i = 1, 2, \ldots, 8)$ são os campos dos glúons e as constantes de estrutura $f_{ijk} \;\; (i, j, k = 1, 2, \ldots, 8)$ são definidas por

$$[\lambda^i, \lambda^j] = 2i f_{ijk} \lambda^k, \tag{1.3}$$

onde as matrizes λ^k são as chamadas matrizes de Gell-Mann para $SU(3)$, análogas às matrizes de Pauli para $SU(2)$. A derivada covariante é dada por

$$D^\alpha_{\mu\beta} = \partial_\mu\, \delta^\alpha_\beta \; + \; \frac{1}{2} i g_s\, G^i_\mu\, \lambda^{\alpha i}_\beta, \tag{1.4}$$

sendo que $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ são índices de cor. Os termos de massa dos quarks serão gerados depois pela quebra espontânea da simetria eletrofraca.

A parte $SU(2)_L \times U(1)_Y$ diz respeito ao setor eletrofraco da teoria, o $SU(2)_L$ refere-se à simetria de isospin fraco e o $U(1)_Y$ à simetria de fase. Durantes as

duas últimas décadas, experimentos testaram a Teoria Eletrofraca como uma teoria quântica de campos até o nível de 1% ou menos em diversos experimentos de precisão. A Teoria Eletrofraca previu a existência de interações envolvendo correntes neutras fracas e características dos bósons $W^{\pm}$ e Z que são os mediadores das interações fracas carregadas e fracas neutras, respectivamente. Ainda mostrou a necessidade da existência de um quarto quark, o charm.

Uma das questões mais importantes e talvez mais surpreendentes da física de partículas é a explicação de como a simetria de gauge eletrofraca é quebrada. A resposta dada pelo Modelo Padrão é um campo escalar elementar, o bóson de Higgs. Entretanto, essa partícula ainda não foi observada e até agora não sabemos se existe um campo de Higgs fundamental ou se há um outro agente que quebre a simetria eletrofraca.

O setor leptônico de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é constituído pelos léptons de mão-esquerda

$$\mathsf{L}_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \qquad \mathsf{L}_\mu = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \qquad \mathsf{L}_\tau = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, \tag{1.5}$$

com isospin fraco $I_\ell = 1/2$ e hipercarga $Y_{L_\ell} = -1$, e pelos léptons de mão-direita

$$\mathsf{R}_{e,\mu,\tau} = e_R, \mu_R, \tau_R, \tag{1.6}$$

com hipercarga $Y_{R_\ell} = -2$. As hipercargas são obtidas através da relação $Q = I_3 + (1/2)Y$ (Gell-Mann e Nishijima), de forma que haja concordância com as carga elétricas observadas. Note que estamos idealizando que os neutrinos não têm massa, embora já se saiba que, apesar de muito leves, os neutrinos do Modelo Padrão são massivos.

O setor de quarks consiste dos quarks de mão-esquerda

$$\mathsf{L}_q^1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \qquad \mathsf{L}_q^2 = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \qquad \mathsf{L}_q^3 = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, \tag{1.7}$$

com isospin fraco $I_q = 1/2$ e hipercarga $Y_{L_q} = 1/3$, e dos quarks de mão-direita

$$\mathsf{R}_u^{(1,2,3)} = u_R, c_R, t_R, \tag{1.8}$$

$$\mathsf{R}_d^{(1,2,3)} = d_R, s_R, b_R, \tag{1.9}$$

com hipercarga $Y_{R_u} = 4/3$ e $Y_{R_d} = -2/3$.

Podemos resumir as interações entre as partículas citadas até o momento através da lagrangiana

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{léptons}} + \mathcal{L}_{\text{quarks}}, \tag{1.10}$$

com

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4} W^i_{\mu\nu} W^{\mu\nu i} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \tag{1.11}$$

cujos tensores $W^i_{\mu\nu}$ e $B_{\mu\nu}$ são dados por

$$W^i_{\mu\nu} = \partial_\nu W^i_\mu - \partial_\mu W^i_\nu + g\varepsilon_{ijk} W^j_\mu W^k_\nu, \tag{1.12}$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu, \tag{1.13}$$

onde W^i_μ $(i = 1, 2, 3)$ são os campos de gauge com constante de acoplamento g associados ao subgrupo $SU(2)_L$, e B_μ é o campo de gauge associado ao subgrupo $U(1)_Y$ com constante de acoplamento g'. As lagrangianas $\mathcal{L}_{\text{léptons}}$ e $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$ são dadas por

$$\mathcal{L}_{\text{léptons}} = \overline{\mathsf{R}}_\ell \, i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y\right) \mathsf{R}_\ell + \overline{\mathsf{L}}_\ell \, i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y + i\frac{g}{2}\vec{\sigma}\cdot\overrightarrow{W}_\mu\right) \mathsf{L}_\ell, \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{quarks}} = \overline{\mathsf{R}}_u^n \, i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y\right) \mathsf{R}_u^n + \overline{\mathsf{R}}_d^n \, i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y\right) \mathsf{R}_d^n \\ + \overline{\mathsf{L}}_q^n \, i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y + i\frac{g}{2}\vec{\sigma}\cdot\overrightarrow{W}_\mu\right) \mathsf{L}_q^n, \quad (1.15)\end{aligned}$$

onde ℓ está representando e, μ, τ. O índice n representa as gerações ($n = 1, 2, 3$) e $\vec{\sigma}$ são as matrizes de Pauli. Note que os termos entre parênteses nas expressões (1.14) e (1.15) são as derivadas covariantes.

De acordo com a lagrangiana (1.11) temos quatro bósons de gauge sem massa $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$ e B_μ. Eles são não massivos porque seus termos de massa, por exemplo $(1/2)m^2 B_\mu B^\mu$, não são invariantes sob transformações de gauge. Além disso, a simetria de gauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$ proíbe termos de massa para os férmions

$$m\bar{f}f = m(\bar{f}_R f_L + \bar{f}_L f_R),$$

pois esse termo mistura campos de mão-esquerda e campos de mão-direita que se transformam de maneiras diferentes. Para que os os bósons de gauge e os férmions adquiram massa, utilizaremos o mecanismo de Higgs. Para isso, introduziremos na teoria um dubleto de campos escalares complexos

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

com hipercarga $Y_\Phi = 1$. Adicionaremos também novos termos invariantes de

gauge na lagrangiana. Esses termos descrevem a interação e a propagação dos escalares

$$\mathcal{L}_{\text{escalar}} = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi), \tag{1.17}$$

onde a derivada covariante D_μ tem a forma

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2} B_\mu Y + i\frac{g}{2}\vec{\sigma} \cdot \overrightarrow{W}_\mu, \tag{1.18}$$

e o potencial de interação é dado por

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + |\lambda| (\Phi^\dagger \Phi)^2. \tag{1.19}$$

Além disso, incluiremos interações de Yukawa entre os escalares com os léptons carregados e com os quarks. Esses termos também são invariantes de gauge e são dados por

$$\mathcal{L}_{\text{Y(léptons)}} = -G_\ell [(\overline{\mathsf{L}}_\ell \Phi) \mathsf{R}_\ell + \overline{\mathsf{R}}_\ell (\Phi^\dagger \mathsf{L}_\ell)], \tag{1.20}$$

$$\mathcal{L}_{\text{Y(quarks)}} = -\sum_{i,j=1}^{3} \left[G^u_{ij}\, \overline{\mathsf{R}}^i_u \left(\tilde{\Phi}^\dagger \mathsf{L}^j_q \right) + G^d_{ij}\, \overline{\mathsf{R}}^i_d \left(\Phi^\dagger \mathsf{L}^j_q \right) + \text{h.c.} \right], \tag{1.21}$$

onde G_ℓ, G^u_{ij} e G^d_{ij} são acoplamentos de Yukawa e $\tilde{\Phi} \equiv i\sigma_2 \Phi^*$.

O estado de mínima energia de Φ, isto é, o estado de vácuo $\langle \Phi \rangle_0$, será aquele que minimiza o potencial (1.19). Se escolhermos o caso $\mu^2 < 0$ (caso não trivial) a simetria eletrofraca é espontaneamente quebrada. A liberdade de gauge permite escolhermos o estado de mínima energia como

$$\langle\Phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \tag{1.22}$$

onde $v = \sqrt{-\mu^2/|\lambda|}$. Com isso, podemos parametrizar o campo Φ (1.16) da seguinte forma

$$\Phi = e^{\frac{i\xi^j(x)\sigma_j}{2v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \tag{1.23}$$

onde σ_j são as matrizes de Pauli. Se fizermos uma transformação de gauge (gauge unitário) tal que

$$\Phi \to e^{-\frac{i\xi^j(x)\sigma_j}{2v}}\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \tag{1.24}$$

então a lagrangiana escalar (1.17) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{escalar}} = \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h + \frac{g^2}{4}(v+h)^2\left[W^+_\mu W^{\mu-} + \frac{1}{2\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu\right] \\ -\mu^2\,\frac{(v+h)^2}{2} - |\lambda|\,\frac{(v+h)^4}{4},\end{aligned} \tag{1.25}$$

onde $W^\pm_\mu$ e Z_μ são campos físicos e θ_W é o ângulo de Weinberg, definido como $\tan\theta_W \equiv g'/g$. Os mediadores das interações fracas carregadas, $W^\pm_\mu = (W^1_\mu \mp W^2_\mu)/\sqrt{2}$, adquirem massas iguais a $M_W = gv/2 = ev/2\sin\theta_W$. O mediador das interações fracas neutras é dado pela combinação $Z_\mu = W^3_\mu\cos\theta_W - B_\mu\sin\theta_W$ e adquire uma massa de $M_Z = M_W/\cos\theta_W$. O fóton, escrito como a combinação $A_\mu = B_\mu\cos\theta_W + W^3_\mu\sin\theta_W$, não adquire massa.

Portanto, o valor esperado de vácuo de Φ (1.22) quebra a simetria de gauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para $U(1)_{\text{em}}$. Note que o estado $\langle\Phi\rangle_0$ será invariante pela transformação $e^{i\alpha T}\langle\Phi\rangle_0$ quando o gerador T aniquila o vácuo, ou seja, quando $T\,\langle\Phi\rangle_0 = 0$.

A partir dos resultados para os bósons acima vemos que, dos quatro geradores originais, três combinações independentes foram quebradas. O único operador cuja transformação deixa o vácuo invariante é o operador carga elétrica, por isso o fóton não adquiriu massa.

Como a Teoria Eletrofraca reproduz a fenomenologia do modelo das interações fracas a baixas energias (a teoria $V - A$ de Fermi), pode-se comparar as lagrangianas dessas duas teorias nesse limite e obter que $v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \simeq 246\ \mathrm{GeV}$, onde G_F é a constante de acoplamento de Fermi das interações fracas. Portanto, como conhecemos o valor de v, o Modelo Padrão pode fazer previsões para as massas dos bósons $W^{\pm}$ e Z

$$M_W = \frac{ev}{2\sin\theta_W} \simeq 80\ \mathrm{GeV},$$

$$M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_W} \simeq 90\ \mathrm{GeV},$$

onde assume-se o valor experimental de $\sin^2\theta_W \simeq 0,23$ [1]. Atualmente essas massas são bem conhecidas experimentalmente: $M_W = 80,399 \pm 0,023$ e $M_Z = 91,1876 \pm 0,0021$ [1].

O Modelo Padrão não prevê os valores das massas dos férmions fundamentais. Cada férmion terá um valor diferente para os acoplamentos de Yukawa, reproduzindo assim o espectro de massa dos quarks e léptons carregados que observamos. Portanto, esses acoplamentos não são derivados a partir de um princípio de gauge. Se substituirmos a expressão (1.24) para o campo Φ na lagrangiana de Yukawa $\mathcal{L}_{\mathrm{Y(léptons)}}$ (1.20) obtemos

$$\mathcal{L}_{\text{Y(léptons)}} = -G_\ell \, \frac{(v+h)}{\sqrt{2}} \left[(\bar{\nu} \;\; \bar{\ell})_L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ell_R + \bar{\ell}_R \, (0 \;\; 1) \begin{pmatrix} \nu \\ \ell \end{pmatrix}_L \right] \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}_{\text{Y(léptons)}} = -\frac{G_\ell v}{\sqrt{2}} \bar{\ell} \, \ell - \frac{G_\ell}{\sqrt{2}} \bar{\ell} \, \ell \, h, \tag{1.26}$$

onde ℓ está representando os léptons carregados, $\ell = e, \mu, \tau$. Podemos identificar na lagrangiana (1.26) a massa dos léptons como $M_\ell = G_\ell v/\sqrt{2}$. Com esse procedimento é possível obter termos de massa invariantes de gauge para os léptons carregados. Entretanto, o valor da massa M_ℓ não é previsto pela teoria uma vez que os acoplamentos de Yukawa (G_ℓ) foram introduzidos arbitrariamente para reproduzir o espectro de massas dos léptons observado.

A seguir consideramos o caso da lagrangiana de Yukawa dos quarks (1.21) quando o campo Φ adquire um valor esperado de vácuo. Nesse caso obtemos os seguintes termos de massa para os quarks up

$$\bar{u}^i_R \, M^U_{ij} \, u^j_L \; + \; \text{h.c.},$$

onde $\bar{u}^i_R = \{\bar{u}_R, \bar{c}_R, \bar{t}_R\}$ e u^j_L é a componente up do dubleto de quarks L^j_q (1.7) e para os quarks down

$$\bar{d}^i_R \, M^D_{ij} \, d^j_L \; + \; \text{h.c.},$$

onde $\bar{d}^i_R = \{\bar{d}_R, \bar{s}_R, \bar{b}_R\}$ e d^j_L é a componente down do dubleto de quarks L^j_q (1.7). As matrizes M^U e M^D são matrizes não diagonais dadas por $M^{U(D)}_{ij} = G^{U(D)}_{ij} v/\sqrt{2}$. Note que, assim como no caso dos léptons carregados, a teoria não prevê os valores das massas $M^{U(D)}_{ij}$, já que os acoplamentos de Yukawa ($G^{U(D)}_{ij}$) foram introduzidos de maneira arbitrária a fim de reproduzir corretamente o espectro de

massas dos quarks observado.

Os auto-estados de interação (q) são combinações dos auto-estados de massa (q') dadas por

$$u_L^i = U_L^{ij}\, u_L'^{\,j}, \qquad d_L^i = D_L^{ij}\, d_L'^{\,j}, \tag{1.27}$$

$$u_R^i = U_R^{ij}\, u_R'^{\,j}, \qquad d_R^i = D_R^{ij}\, d_R'^{\,j}, \tag{1.28}$$

onde as matrizes $U(D)_{L,R}$ devem ser unitárias para preservarmos a forma do termo cinético na lagrangiana dos quarks (1.15). As matrizes $U(D)_{L,R}$ diagonalizam as matrizes de massa M^U e M^D, ou seja,

$$M^U_{\text{diag}} \;\equiv\; U_R^\dagger\, M^U\, U_L \;=\; \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \tag{1.29}$$

$$M^D_{\text{diag}} \;\equiv\; D_R^\dagger\, M^D\, D_L \;=\; \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \tag{1.30}$$

É importante verificarmos qual é o efeito dessa diagonalização para as correntes carregadas e neutras. Para o caso das interações carregadas temos que

$$\mathcal{L}_{W^\pm} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}' & \bar{c}' & \bar{t}' \end{pmatrix}_L U_L^\dagger\, \gamma_\mu\, D_L \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L W^{\mu+} \;+\; \text{h.c.}, \tag{1.31}$$

ou seja, o acoplameto da corrente carregada não será mais diagonal já que $U_L^\dagger D_L \neq \mathbf{1}_3$. A matriz unitária que expressa a mistura entre os quarks é conhecida como matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

$$\mathsf{V}_{\rm CKM} \equiv U_L^\dagger D_L = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \tag{1.32}$$

Uma matriz unitária $n \times n$ pode ser caracterizada por n^2 parâmetros reais. Desses n^2 parâmetros, $n(n-1)/2$ são ângulos e $n(n+1)/2$ são fases. Entretanto, não são todas as fases que possuem um significado físico, já que $2n-1$ delas poderão ser removidas pela redefinição dos campos dos quarks. A matriz $\mathsf{V}_{\rm CKM}$ tem $n = 3$ de forma que poderá ser escrita em termos de quatro parâmetros, sendo que um deles é uma fase complexa. Essa fase é de extrema importância pois é um sinal da violação da simetria CP (produto da simetria de conjugação de carga e da simetria de paridade) na teoria [2].

Para o caso da corrente neutra, a lagrangiana que representa o acoplamento dos quarks de mão-esquerda com o bóson Z_μ é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z_\mu} = \Bigg[& \frac{-g}{\cos\theta_W}\, g_{u_L} \begin{pmatrix} \bar{u}' & \bar{c}' & \bar{t}' \end{pmatrix}_L U_L^\dagger \gamma_\mu U_L \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L + \\ & \frac{-g}{\cos\theta_W}\, g_{d_L} \begin{pmatrix} \bar{d}' & \bar{s}' & \bar{b}' \end{pmatrix}_L D_L^\dagger \gamma_\mu D_L \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L \Bigg] Z^\mu, \end{aligned} \tag{1.33}$$

onde $g_{u_L} = (-g/\cos\theta_W)[1/2-(2/3)\sin^2\theta_W]$ e $g_{d_L} = (-g/\cos\theta_W)[-1/2+(1/3)\sin^2\theta_W]$ são os acoplamentos de gauge. Como as matrizes U_L e D_L são unitárias, sabemos que $U_L^\dagger U_L = \mathbf{1}_3$ e $D_L^\dagger D_L = \mathbf{1}_3$. Dessa forma, não há mistura entre os quarks, ou seja, os acoplamentos são diagonais. O resultado é o mesmo para os outros acoplamentos neutros. Portanto, o Modelo Padrão proíbe em primeira ordem

de teoria de perturbações, ou seja, a nível árvore (*tree level*) a troca de sabor por correntes neutras.

Resumindo, vimos que o Modelo Padrão das partículas elementares é uma teoria quântica de campos cujos pilares são as simetrias de gauge e a quebra espontânea de simetria. Ele descreve como a matéria interage através das forças forte, fraca e eletromagnética, sendo divido em um setor forte (descrito pela QCD) e em um setor eletrofraco (descrito pela Teoria Eletrofraca). Utiliza-se a quebra espontânea de simetria, através do mecanismo de Higgs, para dar massa para os bósons de gauge e cria-se a possibilidade dos férmions adquirirem massa. A teoria prevê quantitativamente as massas dos bósons $W_\mu^\pm$ e Z_μ, embora não faça previsões para as massas dos férmions. Para reproduzirmos corretamente as massas dos férmions observadas é necessário introduzir acoplamentos de Yukawa que não são previstos pela teoria. Além disso, o modelo exige a existência de uma partícula escalar, o bóson de Higgs. Entretanto, o Modelo Padrão não prediz a massa dessa partícula. Atualmente vínculos experimentais impõem um limite inferior para a massa do bóson de Higgs de $M_h > 114,4\ \mathrm{GeV}$ [3] e exclusão entre $158\ \mathrm{GeV}$ e $175\ \mathrm{GeV}$ [4], ambos com 95% de nível de confiança.

1.2 Os Problemas do Modelo Padrão

Apesar de todo o sucesso, o Modelo Padrão não possui respostas para diversas questões. Nesta secção explicaremos o problema da hierarquia de gauge e o problema relacionado à geração de massa dos férmions. Também discutiremos brevemente outros problemas do Modelo Padrão que não são o foco desse trabalho.

1.2.1 O Problema da Hierarquia de Gauge

Um ponto importante a ser discutido acerca do Modelo Padrão é o alcance dessa teoria. Até que escala de energia ele é válido? Quais são os limites teóricos existentes? O Modelo Padrão descreve a interação entre partículas fundamentais através da força forte e da força eletrofraca. Como a gravidade não está incluída no modelo, a escala de referência limite para sua validade deve ser, no máximo, aquela onde os efeitos gravitacionais quânticos começam a ser importantes, ou seja, a chamada escala de Planck

$$M_{\text{Planck}} = \left(\frac{\hbar c}{G_{\text{Newton}}}\right)^{1/2} \simeq 1,2 \times 10^{19}\ \text{GeV}.$$

Para uma teoria de unificação das forças forte, fraca e eletromagnética, a escala natural de referência é a escala da unificação, dada entre 10^{15} GeV e 10^{16} GeV [5]. Tanto M_{Planck} quanto a escala de unificação são muito maiores do que a escala eletrofraca já que essa é da ordem de centenas de GeVs. A princípio, não há motivos para acreditarmos que exista uma nova física entre a escala eletrofraca e a escala de Planck (ou a escala da unificação), ou seja, o Modelo Padrão seria válido até essas escalas de energia que são muito maiores do que a escala eletrofraca. Entretanto, quando consideramos a existência de um escalar fundamental no Modelo Padrão, o bóson de Higgs, isso afeta drasticamente a escala de validade da teoria.

O problema está relacionado ao fato de que a massa do bóson de Higgs é instável sob correções radiativas. Em física de partículas essa questão é chamada de problema da hierarquia de gauge [5, 6, 7]. Vimos na secção anterior (1.1) que a Teoria Eletrofraca não prediz um valor para a massa do bóson de Higgs. Porém,

se exigirmos a unitariedade da teoria é possível encontrar um limite superior para essa massa [8]. Para obtermos esse limite, vamos estudar o espalhamento $W_L^+W_L^- \to W_L^+W_L^-$, onde $W_L^\pm$ denota os bósons vetoriais $W^\pm$ polarizados na direção longitudinal. Primeiramente, utilizaremos a expansão da amplitude de espalhamento em termos de ondas parciais

$$\mathcal{M} = \sum_{\ell=0}^{\infty} 16\pi(2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)a_\ell. \tag{1.34}$$

O índice ℓ está indicando a onda parcial com spin ℓ, a_ℓ é a amplitude da ℓ-ésima onda parcial e $P_\ell(\cos\theta)$ são os polinômios de Legendre de ordem ℓ, onde θ é o ângulo que indica quanto o estado final W^+ desvia da direção do feixe incidente de W^+.

Utilizando a ortogonalidade dos Polinômios de Legendre, podemos obter a partir de (1.34) que

$$a_\ell = \frac{1}{32\pi}\int_{-1}^{1} d(\cos\theta)P_\ell(\cos\theta)\mathcal{M}. \tag{1.35}$$

Calcularemos agora a amplitude de espalhamento $\mathcal{M}(W_L^+W_L^- \to W_L^+W_L^-)$ considerando todos os diagramas de Feynman a nível árvore que contribuem para o processo $W_L^+W_L^- \to W_L^+W_L^-$. São eles

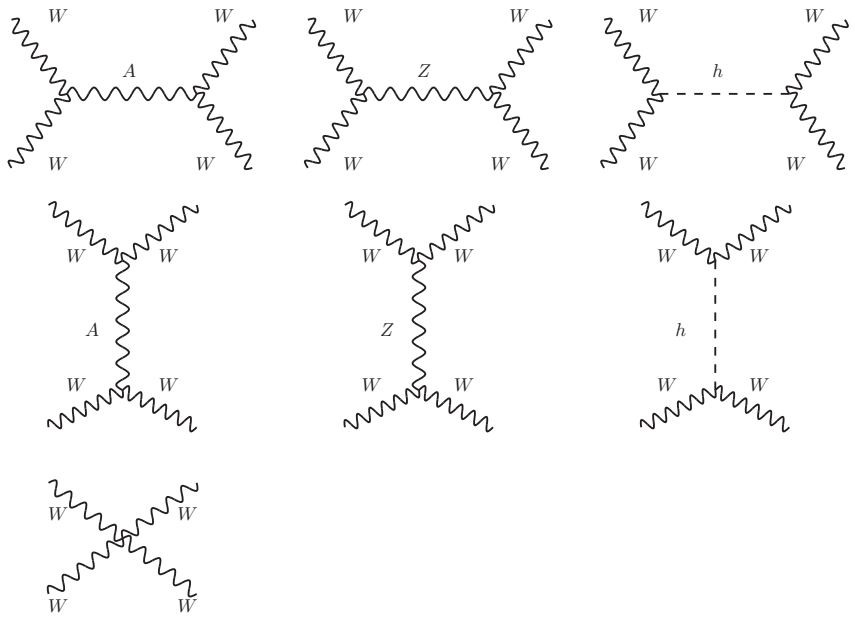

Figura 1.1: Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento $W^+W^- \to W^+W^-$.

No limite de altas energias, ou seja, $s \gg M_W^2$, obtemos que a amplitude de espalhamento é dada por

$$\mathcal{M}(W_L^+W_L^- \to W_L^+W_L^-) \simeq -i2\sqrt{2}G_F M_h^2. \tag{1.36}$$

A partir das expressões (1.35) e (1.36) temos que

$$|a_0| \simeq \frac{\sqrt{2}G_F M_h^2}{8\pi}$$

Logo, utilizando o fato de que a conservação da probabilidade em espalhamentos elásticos exige que $|a_0| \leq 1$, para satisfazermos a condição de unitariedade para a onda s ($\ell = 0$) devemos ter que

$$\frac{1}{8\pi}\sqrt{2}G_F M_h^2 \;\leq\; 1.$$

Portanto, o limite superior para a massa do Higgs deve ser

$$M_h \lesssim 1,2 \text{ TeV}. \tag{1.37}$$

Esse resultado mostra que não há uma descrição pertubativa do Modelo Padrão para valores arbitrariamente altos de energia se a massa do bóson de Higgs (M_h) for maior do que o valor de $1,2$ TeV. O limite de pertubatividade (1.37) ainda pode ser reduzido para 710 GeV se considerarmos outros canais cujas amplitudes de espalhamento dependam da massa do bóson de Higgs, como por exemplo $W_L^+ W_L^- \to Z_L Z_L$ [6].

Para calcularmos a massa de uma partícula no Modelo Padrão devemos considerar também as correções radiativas. Dessa forma, a massa de uma determinada partícula é dada pela soma de sua massa nua com uma correção radiativa calculada pertubativamente

$$m = m_0 + \delta m. \tag{1.38}$$

Se calcularmos na QED, por exemplo, a correção para a massa do elétron considerando todos os diagramas do tipo 1PI (*one-particle irredutible*), ou seja, os diagramas que não podem ser separados em dois pela remoção de uma única linha, obtemos [2, 5]

$$\delta m_e = \frac{3\alpha(0)}{2\pi} m_{e,0} \log\left(\frac{\Lambda}{m_{e,0}}\right), \tag{1.39}$$

onde Λ é o corte da teoria, ou seja, a maior escala de energia onde a teoria permanece válida. Não é um problema a diferença entre m_e (massa física) e $m_{e,0}$ (massa nua) ser divergente, já que é possível rearranjar toda a série pertubativa de uma maneira que $m_{e,0}$ é sistematicamente substituída por m_e e o propagador

de ordem zero terá seu polo na massa física [5]. Note ainda que se $m_{e,0}$ é nula, não existem termos na lagrangiana da QED que acoplem as duas componentes de helicidade do campo do elétron (ψ_L e ψ_R). Isso implica que correções pertubativas não poderão induzir termos que misturem ψ_L e ψ_R. Portanto, não será possível induzir termos de massa. De fato, se $m_{e,0}$ é nula, então a correção δm_e também será nula. Essa proporcionalidade entre a correção e a massa nua indica que a massa dos férmions está protegida por uma simetria, a simetria quiral. A massa dos bósons de gauge também está protegida por outra simetria, a simetria de gauge.

Entretanto, no Modelo Padrão não existe uma simetria que proteja partículas escalares. As correções a um loop para a massa do bóson de Higgs, a partícula escalar da teoria, considerando loops contendo bósons de gauge, auto-acoplamento do Higgs e férmions (a contribuição dominante é a do quark top) são dadas por [9, 10]

$$\delta M_h^2 \simeq \Lambda^2 \frac{3(2M_W^2 + M_Z^2 + M_h^2 - 4M_t^2)}{32\pi^2 v^2} \tag{1.40}$$

mais termos dependentes logaritmicamente da escala Λ. Logo, vemos que a correção à massa do Higgs é proporcional ao quadrado do corte da teoria. Portanto, se a escala de validade do Modelo Padrão é M_{Planck} ou mesmo a escala de unificação (10^{15} GeV $- 10^{16}$ GeV), então a correção da massa do Higgs é muitas ordens de grandeza maior do que sua própria massa. Dessa forma, será necessário um ajuste fino entre a massa nua e todas as correções para que a massa física do bóson de Higgs satisfaça o limite superior que foi estimado antes, ou seja, para garantir que a massa física do bóson de Higgs esteja na escala eletrofraca. Resolver o problema da hierarquia é justamente responder tal questão : Por que a massa do

bóson de Higgs é tão menor do que a escala de Planck?

Se definirmos um novo corte $\Lambda' \sim \mathcal{O}(1\ \mathrm{TeV})$ garantimos que δM_h (1.40) seja da ordem do limite superior para a massa do Higgs. Dessa forma, δM_h poderá ser tratada de fato como uma correção. Nesse caso, a teoria deve ser válida até essa escala Λ' e portanto uma nova física deverá surgir a partir dessa energia. Outra alternativa é supor que a massa do bóson de Higgs é protegida por uma simetria que não está presente no Modelo Padrão.

Em ambos os casos o Modelo Padrão é incompleto. Portanto, devemos buscar uma nova teoria que descreva a física para energias maiores do que $\mathcal{O}(1\ \mathrm{TeV})$ e que possa ser reduzida ao Modelo Padrão no limite de baixas energias.

1.2.2 O Problema da Hierarquia de Massas dos Férmions

Vimos na secção (1.1) que quando o campo Φ adquire um valor esperado de vácuo obtemos termos de massa invariantes de gauge através das lagrangianas de Yukawa dos léptons (1.20) e dos quarks (1.21). Os termos de massa obtidos podem ser escritos como

$$M_f = \frac{G_f v}{\sqrt{2}},$$

onde G_f são os acoplamentos de Yukawa dos férmions. O problema é que a teoria não prevê os valores desses acoplamentos, de forma que eles são ajustados para cada férmion de acordo com os valores observados. A tabela abaixo mostra os valores medidos das massas dos quarks e dos léptons carregados.

Note que os valores de G_f diferem por várias ordens de grandeza, desde $G_e \sim 10^{-6}$ para o elétron até $G_t \sim 1$ para o quark top. Embora o Modelo Padrão apresente um mecanismo que possibilita a geração de termos de massa para os

Quarks up	u	c	t
Massa (MeV)	$(2,5)^{+0,6}_{-0,8}$	$(1,29\times10^3)^{+50}_{-110}$	$(1,729\times10^5)^{+600}_{-900}$
Quarks down	d	s	b
Massa (MeV)	$(5,0)^{+0,7}_{-0,9}$	$(100)^{+30}_{-20}$	$(4,19\times10^3)^{+180}_{-60}$
Léptons carregados	e	μ	τ
Massa (MeV)	$0,510998910$	$105,6583668$	$1776,82$
	$\pm\,0,000000013$	$\pm\,0,0000038$	$\pm\,0,16$

Tabela 1.1: Massas observadas dos quarks e dos léptons carregados [1].

férmions, ele não explica porque esses termos que são gerados da mesma forma através do mecanismo de Higgs são tão diferentes. Portanto, a origem desses acoplamentos G_f é desconhecida, de maneira que uma explicação para a geração de massa dos férmions envolve necessariamente física além do Modelo Padrão.

1.2.3 Outros Problemas

O problema da constante cosmológica é uma das questões em aberto mais misteriosas de toda a física. Trata-se de entender porque o valor teórico esperado para a densidade de energia de vácuo, relacionada com a constante cosmológica por $\Lambda = 8\pi G_{\text{Newton}}\rho_{\text{vác}}$, é muitas ordens de grandeza maior do que o valor observado. Note, por exemplo, que se calcularmos a contribuição do campo de Higgs para a densidade de energia de vácuo, a partir do potencial (1.19), obtemos $\rho_h = M_h^2 v^2/8$. Utilizando $v = (G_F\sqrt{2})^{-1/2} \simeq 246$ GeV e o limite experimental inferior para a massa do bóson de Higgs $M_h \gtrsim 114,4$ GeV [3], temos que $\rho_h = M_h^2 v^2/8 \gtrsim 10^8$ GeV^4 [7]. Entretanto, a densidade de energia de vácuo observada é muito pequena, $\rho_{\text{vác}} \lesssim 10^{-46}$ GeV^4 [11]. Isso significa que apenas a contribuição do campo de Higgs para a densidade de energia de vácuo é 54 or-

dens de grandeza maior do que o limite superior observado. Não há atualmente uma solução conhecida aceitável para o problema da constante cosmológica.

Outra questão importante diz respeito à matéria escura. Esse tipo de matéria, da qual não conhecemos a composição, interage apenas gravitacionalmente com a matéria bariônica. Existem diversos indícios, tais como as curvas de rotação das galáxias espirais, que mostram que a matéria escura é responsável por 25% da densidade de energia do universo [11]. A princípio, apontava-se os neutrinos como os candidatos à matéria escura do Modelo Padrão, já que é conhecido experimentalmente que esses possuem massas menores do que $1\ \mathrm{eV}$ e, portanto, não decaem em outras partículas. Entretanto, os neutrinos já estão excluídos pois não poderiam constituir a chamada matéria escura fria (*cold dark matter*), ou seja, a matéria não relativística no período de formação de estruturas. Dessa forma, se os neutrinos fossem os constituintes da matéria escura, não conseguiríamos explicar as estruturas observadas no universo.

Além disso, a assimetria observada no universo entre a matéria e a anti-matéria não pode ser explicada pelo Modelo Padrão. Observações cosmológicas mostram que essa assimetria pode ser quantificada pela razão η [11]

$$\eta \equiv \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} = (6,22 \pm 0,19) \times 10^{-10},$$

onde n_b, $n_{\bar{b}}$, e n_γ são as densidades numéricas dos bárions, dos anti-bárions e dos fótons, respectivamente. Esperaríamos que a razão η fosse zero uma vez que os processos convencionais de física de partículas produzem um número igual de bárions e de anti-bárions. A violação de CP poderia ajudar a responder essa questão já que intuitivamente podemos pensar que a quebra dessa simetria

mostra que a física trata de maneira diferente a matéria e a anti-matéria. Entretanto, a violação de CP gerada pela matriz V_{CKM} no Modelo Padrão não é suficiente para explicar a assimetria observada no universo.

Existe ainda o problema relacionado à violação de CP nas interações fortes. Na lagrangiana da QCD existe um termo que viola a simetria CP. Entretanto, esse efeito não é observado. Determina-se experimentalmente que o coeficiente desse termo deve ser menor do que 10^{-10} [1]. Uma tentativa de solução desse problema foi proposta por Peccei e Quinn [12, 13] através da introdução de uma nova partícula escalar, o áxion, ainda não observada.

1.3 Estrutura e Proposta da Dissertação

A física de partículas encontra-se em um momento notável: novas descobertas poderão surgir a partir de testes experimentais realizados a energias nunca antes alcançadas. Nos próximos anos, o LHC (Large Hadron Collider) no CERN (Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire) estará obtendo seus resultados mais importantes que poderão de fato solucionar muitas questões atualmente em aberto. O LHC pode funcionar até a energia de $14\ \mathrm{TeV}$ no centro de massa em colisões entre prótons. Antes, a maior energia a que se teve acesso foi no Tevatron no Fermilab (Fermi National Accelerator Laboratory) com energia de centro de massa de aproximadamente $2\ \mathrm{TeV}$ em colisões entre prótons e anti-prótons. Dessa forma, será possível testar a teoria a energias antes não alcançadas pelos experimentos.

Não há dúvidas de que o Modelo Padrão das partículas elementares é uma teoria bem sucedida, tendo sido testada como uma teoria quântica de campos

até o nível de 1% ou menos em diversos experimentos de precisão. Entretanto, trata-se de uma teoria incompleta já que existem diversas questões teóricas e fenomenológicas que não são respondidas por esse modelo.

Nesta dissertação de mestrado propomos soluções para o problema da hierarquia de gauge e para a geração de massa do férmions. Esses resultados foram obtidos com mínima violação de sabor utilizando técnicas de desconstrução dimensional.

Abaixo segue uma breve descrição dos próximos capítulos da dissertação.

Capítulo 2: Teorias com uma Dimensão Extra Curva. Neste capítulo apresentamos diversas motivações para se estudar dimensões extras. Descrevemos um espaço 5-dimensional como o proposto por Randall e Sundrum [14] cuja métrica é do tipo anti-de Sitter (AdS) em cinco dimensões. Além disso, mostramos que em teorias caracterizadas por esse espaço é possível resolver o problema da hierarquia de gauge de forma natural. Por fim, descrevemos a propagação dos campos nesse espaço com cinco dimensões.

Capítulo 3: Desconstrução Dimensional. Apresentamos nesse capítulo as técnicas de desconstrução dimensional. Para isso, desconstruímos uma teoria de gauge 5-dimensional com férmions. Também mostramos quais condições devem ser satisfeitas para existir a correspondência dessa teoria com a teoria contínua.

Capítulo 4: Violação de Sabor e Desconstrução Dimensional. As teorias com uma dimensão extra curva apresentam soluções elegantes para o problema da hierarquia de gauge e para o problema relacionado a geração de massa dos férmions.

Porém, essas teorias violam sabor a nível árvore e são não renormalizáveis. Neste capítulo investigamos a violação de sabor no contexto de teorias desconstruídas. Utilizando as técnicas de desconstrução dimensional em um modelo puramente quadridimensional mostramos como a hierarquia de gauge e a hierarquia de massas dos férmions podem ser explicadas naturalmente com mínima violação de sabor.

Capítulo 2

Teorias com uma Dimensão Extra Curva

2.1 Motivação

Se vivêssemos em mundo onde seus habitantes conseguissem ver apenas duas dimensões espaciais, ou seja, a altura e o comprimento, não conheceríamos a terceira dimensão espacial e por isso não poderíamos ver a profundidade. Dessa forma, se aparecesse uma esfera nesse mundo, o que iríamos ver é um círculo com uma propriedade estranha de aumentar e diminuir seu raio. Essa história é contada por Abbott em *Flatland: A Romance of Many Dimensions* [15] (1884). É claro que a esfera não possui nenhuma propriedade peculiar, ela apenas vive em um mundo com três dimensões espaciais. Logo, o movimento da esfera pela dimensão extra é visto bidimensionalmente como uma variação no tamanho de seu raio. Utilizando esse raciocínio simples, poderíamos imaginar que vivemos em um mundo cujo espaço é formado por N dimensões e construir modelos que

incluam a física de quatro dimensões que conhecemos e ainda uma parte nova, proveniente das dimensões extras, que ajude a responder algumas questões físicas em aberto. Se for possível identificar de maneira consistente algum sinal no mundo quadridimensional que indique a existência dessas dimensões adicionais, certamente isso levaria a uma revolução da física atual.

A idéia de construir teorias com mais de quatro dimensões surgiu a partir das tentativas de unificar as diferentes forças da natureza. Em 1914, Nordström [16] propôs uma teoria vetorial 5-dimensional para descrever simultaneamente o Eletromagnetismo e uma versão escalar da gravidade. Após o desenvolvimento da relatividade geral de Einstein, Kaluza [17] (1921) e Klein [18] (1926) entenderam que a teoria de Einstein em cinco dimensões, com uma dimensão espacial compactificada em um círculo, pode descrever ao mesmo tempo a Teoria da Gravitação em quatro dimensões e o Eletromagnetismo. Dessa forma, teorias com mais de quatro dimensões, no caso em que as dimensões extras podem ser compactificadas, ficaram conhecidas como teorias de Kaluza-Klein. Entretanto, para testar essas teorias eram necessárias energias da ordem da massa de Planck, o que se tornou um empecilho para a aceitação dos físicos da época.

Nos anos 70 e 80 as teorias com dimensões extras voltaram a despertar interesse devido ao desenvolvimento das teorias de Supergravidade e Supercordas. No entanto, essas teorias ainda propunham dimensões extras extremamente pequenas, da ordem do comprimento de Planck, o que é muito além de qualquer possibilidade de alcance experimental. Já nos anos 90 surgiram novas propostas que afirmavam que algumas dimensões extras são muito maiores que o comprimento de Planck. Vale a pena destacar as seguintes ideias

- Antoniadis [19] (1990) propôs dimensões extras com tamanho da ordem de

TeV^{-1}. Esse tamanho está relacionado com a quebra da Supersimetria.

- Hořava e Witten [20, 21] (1996) descobriram na Teoria M que uma dimensão extra com tamanho da ordem $10^{-12}\mathrm{GeV}^{-1}$ poderia diminuir a escala da Teoria de Cordas para a escala de Grande Unificação ($M_{GUT} \sim 10^{16}\mathrm{GeV}$) e então unificar a gravidade e as outras forças na mesma escala.

- Para a fenomenologia, as dimensões extras tornaram-se mais interessantes depois que Arkani-Hamed, Dimopoulos e Dvali [22] (1998) consideraram *Large Extra Dimensions* como uma solução para o problema de hierarquia.

- As dimensões extras curvas, *Warped Extra Dimensions* (Randall e Sundrum [14, 23] - 1999), e a correspondência AdS/CFT (Maldacena [24] - 1998) ofereceram novas possibilidades para o entendimento e para a construção de modelos relacionados com a escala Eletrofraca.

Portanto, existem diversos motivos para o estudo de dimensões extras. Uma possibilidade interessante são as teorias com uma dimensão extra curva, pois elas resolvem o problema da hierarquia de gauge de forma natural (veja a secção 2.2.2) e propõem uma solução para a hierarquia de massas dos férmions (veja a secção 4.1.1). Na próxima secção faremos um estudo específico dessas teorias.

2.2 A Dimensão Extra Curva

2.2.1 Descrição do Espaço

Descreveremos o espaço utilizando o modelo 5-dimensional proposto por Randall e Sundrum [14] cuja métrica é do tipo anti-de Sitter (AdS) em cinco dimensões,

$$ds^2 = e^{-2k|y|}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2, \tag{2.1}$$

onde y é a coordenada da dimensão extra, k é a curvatura AdS do espaço-tempo e $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1)$ é a métrica quadridimensional de Minkowski. Podemos reescrever a métrica da seguinte forma

$$ds^2 = g_{MN}dx^M dx^N, \tag{2.2}$$

com g_{MN} dado por

$$g_{MN} \equiv \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{2.3}$$

onde $g_{\mu\nu} \equiv e^{-2k|y|}\eta_{\mu\nu}$. Utilizaremos uma convenção para índices tal que letras gregas referem-se a índices quadridimensionais e letras latinas referem-se a índices 5-dimensionais.

Essa métrica pode ser interpretada como a descrição de infinitas "fatias" quadridimensionais (3-branas) ao longo de toda a dimensão extra, veja a figura (2.1). O fator exponencial é responsável pela mudança nas escalas de energia entre dois pontos, ou seja, para cada ponto y da dimensão extra, a escala de energia da brana nesse ponto será a escala de energia da brana localizada na origem da dimensão

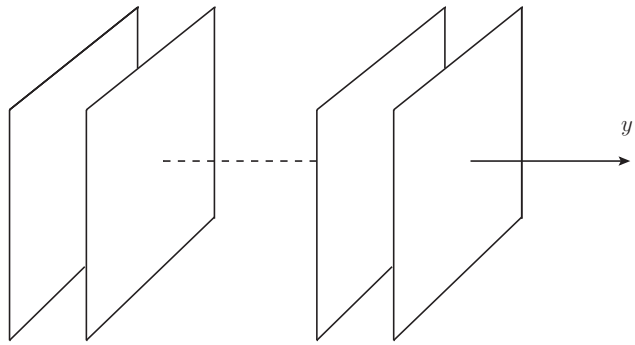

Figura 2.1: Esquema de decomposição de um espaço-tempo 5-dimensional. Em cada ponto da dimensão extra há uma "fatia" quadridimensional de Minkowski.

extra multiplicada pelo fator exponencial $e^{-2k|y|}$.

Como nenhum dos experimentos realizados até hoje detectaram uma quinta dimensão, essa deve estar compactificada tal que seus efeitos só sejam notáveis para energias maiores que as utilizadas pelos experimentos atuais. Dessa forma, para obtermos uma coordenada periódica devemos impor que para um dado raio R

$$y + 2\pi RN \to y, \tag{2.4}$$

sendo y a coordenada da quinta dimensão e N um inteiro qualquer. Isso significa que a dimensão extra está compactificada em um círculo (S^1) de raio R e portanto y está limitado ao intervalo $-\pi R \leq y \leq \pi R$. Ainda é necessário considerar outra simetria na compactificação da dimensão extra, a simetria $\mathbb{Z}_2$. Ela faz com que os pontos $\{y\}$ sejam identificados com os pontos $\{-y\}$ na coordenada da quinta dimensão. Com essa identificação, o domínio de y pode ser reduzido para $0 \leq y \leq \pi R$, veja a figura (2.2).

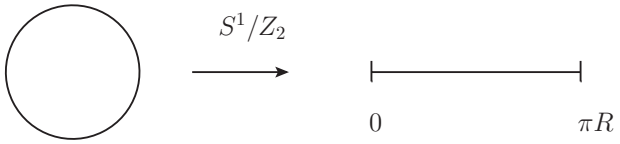

Figura 2.2: Compactificação em *orbifold*.

Essa simetria é necessária para que existam férmions quirais no Modelo Padrão [25]. Como consequência da compactificação, existem dois pontos fixos na dimensão extra, $y = 0$ e $y = \pi R$, que são as localizações de sub-espaços quadridimensionais (3-branas). Denominaremos a brana localizada em $y = 0$ como brana ultravioleta (ou brana de Planck) e a brana localizada em $y = \pi R$ como brana infravermelha (ou brana TeV).

Em suma, tem-se um modelo 5-dimensional com uma dimensão extra curva compactificada em $S^1/\mathbb{Z}_2$ (*orbifold*), ou seja, o círculo S^1 é dividido em dois, com a coordenada y podendo variar de $y = 0$ até $y = \pi R$.

2.2.2 Resolvendo o Problema da Hierarquia

Devido à métrica utilizada (2.1), podemos obter a relação entre as escalas de energia entre dois pontos diferentes da dimensão extra. Em particular, a relação de energia existente entre a brana ultravioleta ($y = 0$) e a brana infravermelha ($y = \pi R$) é dada por

$$M_{IR} = e^{-k\pi R} M_{UV}. \tag{2.5}$$

A escala de energia natural associada à brana UV (ultravioleta) é a massa de Planck ($M_{UV} \sim 10^{19}\mathrm{GeV}$), que é a escala fundamental da teoria. Se a escala efetiva de energia da brana IR (infravermelha) é a escala eletrofraca ($M_{IR} \sim 10^{3}\mathrm{GeV}$), então de acordo com (2.5) devemos exigir que $k\pi R \sim 37$. Dessa forma, a escala

eletrofraca é gerada naturalmente a partir da escala de Planck. Essa grande diferença de energia existente entre as branas UV e IR fornece uma estrutura para resolver o problema da hierarquia do Modelo Padrão. Considere então a ação 5-dimensional do campo escalar do Higgs localizado na brana IR

$$S_H = \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \sqrt{g}\, \delta(y - \pi R) \left[g^{\mu\nu} \partial_\mu H^\dagger \partial_\nu H - \lambda(|H|^2 - v_0^2)^2 \right], \tag{2.6}$$

onde $g = \det(g_{MN})$ (2.3). Portanto,

$$g = e^{-8k|y|} \Rightarrow \sqrt{g} = e^{-4k|y|}. \tag{2.7}$$

Logo, calculando a integral em dy e utilizando (2.7), podemos reescrever a ação (2.6) como

$$S_H = \int d^4x \left[e^{-2k\pi R} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu H^\dagger \partial_\nu H - e^{-4k\pi R} \lambda(|H|^2 - v_0^2)^2 \right]. \tag{2.8}$$

Se redefinirmos o campo do Higgs para que ele esteja canonicamente normalizado

$$e^{-k\pi R} H \to H, \tag{2.9}$$

então obtemos a ação canônica quadridimensional do bóson de Higgs, dada por

$$S_H = \int d^4x \left[\eta^{\mu\nu} \partial_\mu H^\dagger \partial_\nu H - \lambda(|H|^2 - e^{-2k\pi R} v_0^2)^2 \right], \tag{2.10}$$

com valor esperado de vácuo efetivo dado por $v \equiv e^{-k\pi R} v_0$. Logo, mesmo que v_0 seja da ordem da escala de Planck, v poderá ser da ordem da escala eletrofraca, pois está exponencialmente suprimido. Assim, para resolvermos o problema da

hierarquia de gauge do Modelo Padrão devemos escolher $k\pi R \sim 37$.

Portanto, em teorias que caracterizam o espaço como no modelo de Randall e Sundrum [14] e possuem o bóson de Higgs localizado próximo à brana IR é possível explicar a grande diferença entre a escala de energia da brana de Planck e a escala de energia da brana eletrofraca através da curvatura do espaço.

2.2.3 Propagação dos Campos

A proposta original de Randall e Sundrum [14] era resolver o problema da hierarquia de gauge do Modelo Padrão utilizando a geometria do espaço-tempo. Nesse modelo, apenas a gravidade está livre para se propagar pela dimensão extra, de modo que todos os campos do MP estão confinados na brana IR. Com isso, os operadores com dimensão maior do que quatro estarão suprimidos pela escala TeV e não pela escala de Planck. Isso leva, entre outras questões, ao problema associado ao decaimento do próton [26]. Se for permitido que os férmions e os bósons de gauge estejam livres para se propagarem pela dimensão extra, enquanto que o Higgs permanece localizado na brana IR, alguns desses problemas podem ser resolvidos. Além disso, essa última proposta traz diversas consequências interessantes, como por exemplo a possibilidade de explicar a hierarquia de massas dos férmions.

Devemos exigir que as partículas desse modelo com cinco dimensões concordem com as partículas observadas experimentalmente, ou seja, é necessário que essa teoria reduza-se ao Modelo Padrão no limite de baixas energias. Portanto, devemos impor que ação 5-dimensional reduzida, isto é, a ação efetiva, seja igual a ação quadridimensional do Modelo Padrão. Trataremos a seguir os campos dos

férmions e dos bósons de gauge nesse espaço 5-dimensional (2.1). Lembrando que estamos supondo que o campo de Higgs está confinado na brana IR para que o problema da hierarquia de gauge seja resolvido nessa teoria.

A ação 5-dimensional para os férmions e os bósons de gauge que se propagam pela dimensão extra nessa teoria (secção 2.2) possui os seguintes termos cinéticos e de massa [26, 27, 28, 29]

$$S_5 = \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \sqrt{g} \left[-\frac{1}{2\,g_5^2} \mathrm{Tr}[F_{MN}^2] + i\,\bar{\Psi}\,\Gamma^M \nabla_M\,\Psi + m_\Psi\,\bar{\Psi}\Psi \right] , \tag{2.11}$$

onde $M, N = 0, 1, 2, 3, 5$, sendo que 5 é o índice da coordenada y. F_{MN} é o tensor intensidade do campo de gauge, podendo ser abeliano ou não abeliano e g_5 é o acoplamento de gauge 5-dimensional. As matrizes Γ_M são definidas no espaço-tempo curvo como $\Gamma_M \equiv V_M^N \gamma_N$, onde V_M^N é o *vielbein* dado por $V_N^M = \mathrm{diag}(e^{ky}, e^{ky}, e^{ky}, e^{ky}, 1)$ e as matrizes $\gamma_N = (\gamma_\mu, i\gamma_5)$ são as matrizes de Dirac no espaço-tempo plano. A derivada covariante no espaço-tempo curvo é dada por $\nabla_M = D_M + \omega_M$, sendo que ω_M é o *spin connection*. Para o caso particular da métrica (2.1), o *spin connection* é dado por

$$\omega_\mu = \frac{k}{2}\gamma_5\gamma_\mu e^{-ky} \quad \text{e} \quad \omega_5 = 0\,. \tag{2.12}$$

Dependendo de suas interações, os campos dos bósons de gauge podem ser pares ou ímpares sob a simetria $\mathbb{Z}_2$, definida como $y \to -y$. Para os férmions, a transformação sob $\mathbb{Z}_2$ é dada por $\Psi(-y) = \pm\gamma_5\Psi(y)$, onde a arbitrariedade do sinal poderá ser determinada de acordo com as interações dos férmions. Dessa forma, temos que $\bar{\Psi}\Psi$ é ímpar sob a simetria $\mathbb{Z}_2$ e, consequentemente, a massa de

Dirac (m_Ψ) deve ser ímpar para que a ação 5-dimensional seja invariante por $\mathbb{Z}_2$. Assume-se portanto que a massa de Dirac, definida como $m_\Psi \equiv ck$, surge devido ao valor esperado de vácuo adquirido por um campo escalar que é ímpar sob a transformação $\mathbb{Z}_2$.

Podemos expandir os campos de gauge da seguinte maneira

$$A_\mu(x^\mu, y) \equiv \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)}(y) A_\mu^{(n)}(x^\mu)\,, \tag{2.13}$$

$$A_5(x^\mu, y) \equiv \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial_5 f_n(y)}{m_n} A_5^{(n)}(x^\mu)\,, \tag{2.14}$$

com a condição de ortonormalização dada por

$$\frac{1}{g_5^2} \int_0^{\pi R} f^{(n)}(y) f^{(m)}(y) dy = \delta^{nm}. \tag{2.15}$$

Os termos $A_\mu^{(n)}(x^\mu)$ e $A_5^{(n)}(x^\mu)$ são campos quadridimensionais denominados modos n de Kaluza-Klein dos campos $A_\mu(x^\mu, y)$ e $A_5(x^\mu, y)$, respectivamente. Já $f^{(n)}(y)$ é a função de onda do modo excitado n na dimensão extra e m_n corresponde à massa desse modo. Utilizando as condições de contorno abaixo

$$\partial_5 A_\mu(x^\mu, y)|_{y=0} = \partial_5 A_\mu(x^\mu, y)|_{y=\pi R} = 0, \tag{2.16}$$

$$A_5(x^\mu, y)|_{y=0} = A_5(x^\mu, y)|_{y=\pi R} = 0, \tag{2.17}$$

estamos garantindo que A_μ seja par pela transformação de paridade $\mathbb{Z}_2$ e, dessa forma, tenha um modo zero que pode ser identificado como um bóson de gauge do Modelo Padrão. Consequentemente, A_5 é ímpar pela transformação de pari-

dade e então não tem modo zero.

A equação de movimento para os $f^{(n)}(y)$ pode ser obtida exigindo-se que o campo $A_\mu^{(n)}(x^\mu)$ satisfaça a equação de Proca e que $\partial^\mu A_\mu^{(n)}(x^\mu) = 0$. Assim, no gauge $A_5(x^\mu, y) = 0$ (gauge unitário), a equação de movimento é dada por

$$\partial_5^2 f^{(n)}(y) - 2\,k\,\partial_5 f^{(n)}(y) + m_n^2\, e^{2\,k\,y} f^{(n)}(y) = 0\,. \tag{2.18}$$

A solução para modo zero é dada por [26, 27]

$$f^{(0)}(y) = \frac{g_5}{\sqrt{\pi R}}, \qquad n = 0, \tag{2.19}$$

e para os modos massivos é dada por

$$f^{(n)}(y) \;=\; \frac{e^{k\,y}}{N_n}\left[J_1\left(\frac{m_n\, e^{ky}}{k}\right) + \beta(m_n) Y_1\left(\frac{m_n\, e^{ky}}{k}\right)\right], \qquad n > 0, \tag{2.20}$$

onde $\beta(m_n)$ e m_n podem ser encontradas a partir das condições de contorno impostas no modelo e N_n é o coeficiente de normalização obtido de (2.15)

$$N_n^2 = \frac{1}{g_5^2}\int_0^{\pi R} dy\; e^{2ky}\left[J_1\left(\frac{m_n\, e^{ky}}{k}\right) + \beta(m_n) Y_1\left(\frac{m_n\, e^{ky}}{k}\right)\right]^2.$$

Para facilitar a visualização das soluções é interessante utilizarmos o limite em que $m_n \ll k$ e $kR \gg 1$. Nesse limite, a constante de normalização pode ser aproximada pela expressão [26]

$$N_n \approx \frac{e^{\pi k R}\pi R}{g_5^2\sqrt{2\pi k R}} J_1\left(\frac{m_n\, e^{\pi k R}}{k}\right) \approx \frac{e^{\pi k R/2}}{g_5^2}\sqrt{\frac{R}{m_n}}. \tag{2.21}$$

Utilizando o fato de que $A(x^\mu, y)$ é par pela transformação $\mathbb{Z}_2$ (2.16), de acordo com a expansão (2.13) as seguintes condições devem ser satisfeitas

$$f^{(n)}(y) = f^{(n)}(-y), \qquad \left(\frac{df^{(n)}(y)}{dy}\right)_{0,\pi R} = 0.$$

Com essas condições é possível determinar $\beta(m_n)$ e m_n, de forma que

$$\beta(m_n) = -\frac{J_0\left(\frac{m_n}{k}\right)}{Y_0\left(\frac{m_n}{k}\right)}, \tag{2.22}$$

e no limite em que $m_n \ll k$ e $kR \gg 1$ [26]

$$m_n \simeq \left(n - \frac{1}{4}\right)\pi k e^{-\pi k R}, \qquad n > 0 \tag{2.23}$$

Com esses resultados podemos concluir que a consequência em quatro dimensões de um campo de gauge 5-dimensional propagando-se pela dimensão extra é uma torre de Kaluza-Klein de campos de gauge quadridimensionais com massas crescentes a cada modo, começando por $m_1 \simeq 2,4ke^{-\pi kR} \simeq \mathcal{O}(1\ \mathrm{TeV})$.

Para o caso dos férmions, a escolha das condições de contorno devem ser tais que a teoria efetiva quadridimensional seja quiral. Para isso, vamos definir campos de mão-esquerda (Ψ_L) e campos de mão-direita (Ψ_R) 5-dimensionais como[1]

$$\Psi_{L,R} \equiv \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\Psi, \tag{2.24}$$

de forma que $\Psi = \Psi_L + \Psi_R$. Os férmions transformam-se por $\mathbb{Z}_2$ como $\Psi(x^\mu, -y) =$

[1] O campo 5-dimensional Ψ sempre pode ser separado em uma parte de mão-esquerda e outra de mão-direita. Entretanto, ambas as partes irão acoplar-se igualmente com os outros campos, ou seja, o campo 5-dimensional Ψ não é quiral. Estamos definindo essa separação apenas para que o modo zero tenha a quiralidade do Modelo Padrão.

$\pm\gamma_5\Psi(x^\mu, y)$ com $\gamma_5 = \mathrm{diag}(-1, -1, 1, 1)$. Dessa forma, o modo zero de Ψ_R é par para $\Psi(x^\mu, -y) = +\gamma_5\Psi(x^\mu, y)$ e ímpar para $\Psi(x^\mu, -y) = -\gamma_5\Psi(x^\mu, y)$. Analogamente, o modo zero de Ψ_L é par para $\Psi(x^\mu, -y) = -\gamma_5\Psi(x^\mu, y)$ e ímpar para $\Psi(x^\mu, -y) = +\gamma_5\Psi(x^\mu, y)$. Assim como fizemos para os bósons de gauge, podemos expandir esses campos em modos de Kaluza-Klein

$$\Psi_{L,R} \equiv \frac{e^{\frac{3}{2}\,k\,y}}{\sqrt{\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} h^{(n)}_{L,R}(y)\, \psi^{(n)}_{L,R}(x^\mu)\,, \tag{2.25}$$

com a condição de ortonormalização dada por

$$\frac{1}{\pi R}\int_0^{\pi R} h^{*(n)}_{L,R}(y) h^{(m)}_{L,R}(y) dy = \delta^{nm}. \tag{2.26}$$

Os termos $\psi^{(n)}_{L,R}(x^\mu)$ são campos quadridimensionais denominados modos de Kaluza-Klein dos campos $\Psi_{L,R}(x^\mu, y)$ e $h^{(n)}_{L,R}(y)$ representam as funções de onda de mão-esquerda (L) e de mão-direita (R) do modo n na dimensão extra. A equação de movimento para os $h^{(n)}_{L,R}$ é dada por

$$\partial_5^2 h^{(n)}_{L,R} - 2\,k\,\partial_5\, h^{(n)}_{L,R} \,+\, m_n^2\, e^{2ky}\, h^{(n)}_{L,R} \,+\, \left(\frac{3}{4} - c(c\pm 1)\right) k^2\, h^{(n)}_{L,R} \,=\, 0\,, \tag{2.27}$$

com "$+$" para os modos de mão-esquerda e "$-$" para os modos de mão-direita. As soluções de (2.27) são dadas por [26, 29]

$$h^{(n)}_{L,R}(y) \,=\, \frac{e^{k\,y}}{N_n}\left[J_{|c\pm\frac{1}{2}|}\left(\frac{m_n\, e^{ky}}{k}\right) + b_{|c\pm\frac{1}{2}|} Y_{|c\pm\frac{1}{2}|}\left(\frac{m_n\, e^{ky}}{k}\right)\right]\,. \tag{2.28}$$

onde $b_{|c\pm\frac{1}{2}|}$ pode ser determinado por condições de contorno e N_n é o coeficiente de normalização que pode ser obtido de (2.26).

As soluções canonicamente normalizadas para o modo zero dos férmions são caracterizadas por uma exponencial dependente de c

$$h_L^{(0)}(y) = \sqrt{\frac{k\pi R(1-2c)}{2k\pi R\left[e^{k\pi R(1-2c)}-1\right]}}e^{ky\left(\frac{1}{2}-c\right)}, \tag{2.29}$$

$$h_R^{(0)}(y) = \sqrt{\frac{k\pi R(1+2c)}{2k\pi R\left[e^{k\pi R(1+2c)}-1\right]}}e^{ky\left(\frac{1}{2}+c\right)}. \tag{2.30}$$

Portanto, o modo zero de mão-esquerda está localizado próximo à brana UV para $c_L > 1/2$ e perto da brana IR para $c_L < 1/2$. Já o modo zero de mão-direita estará localizado próximo à brana UV se $c_R < -1/2$ e perto da brana IR para $c_R > -1/2$. Esse comportamento pode ser visto nos gráficos abaixo, onde plotamos as funções de onda $h_{L,R}^{(0)}(y)$ para diferentes valores de c em função da coordenada y.

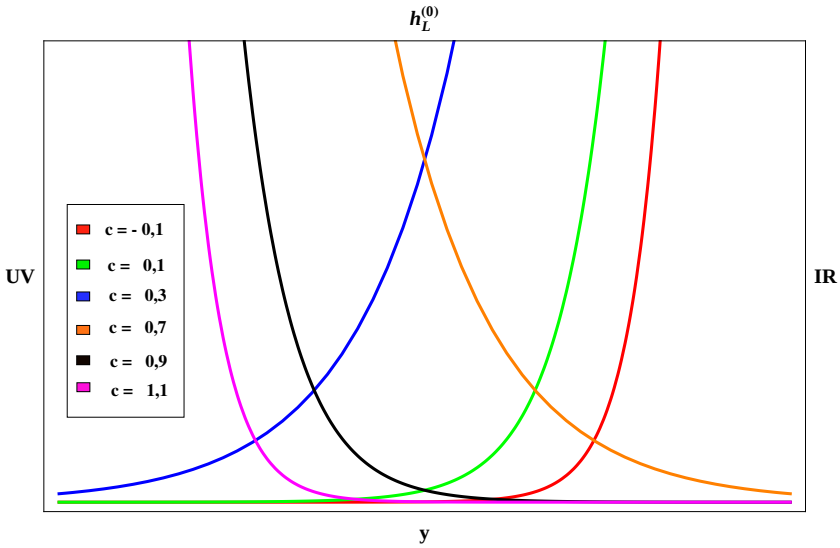

Figura 2.3: Função $h_L^{(0)}(y)$ para diferentes valores de c simétricos em relação a $c = 1/2$ em função da coordenada da dimensão extra.

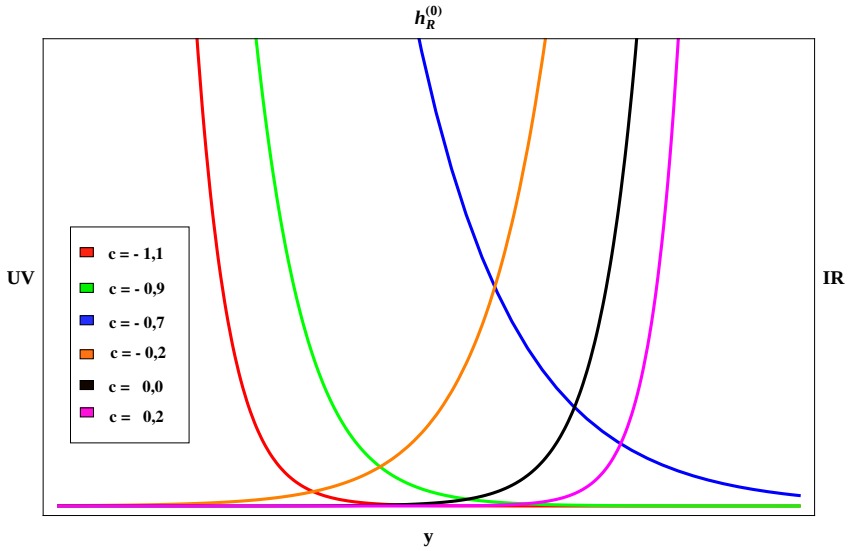

Figura 2.4: Função $h_R^{(0)}(y)$ para diferentes valores de c simétricos em relação a $c = -1/2$ em função da coordenada da dimensão extra.

2.3 Referências Adicionais

Existem diversas referências que tratam do tema dimensões extras. A secção (2.2) está baseada nos artigos de revisão de Pérez-Lorenzana [30], Gherghetta [29] e nos artigos de Pomarol [27] e de Gherghetta et al. [26].

Há uma revisão completa sobre modelos com dimensões extras e as consequências fenomenológicas de modelos com uma dimensão extra curva em *TASI Lectures on Extra Dimensions and Branes* de Csáki [31]. Uma versão detalhada da obtenção das funções de onda na dimensão extra dos campos escalares, vetoriais e espinoriais pode ser encontra na dissertação de Aquino [32] e na tese de Lascio [33].

Capítulo 3

Desconstrução Dimensional

3.1 Motivação

As teorias com uma dimensão extra curva oferecem soluções interessantes para diversos problemas do Modelo Padrão. Entretanto, teorias de calibre com dimensões extras são não renormalizáveis e devem ser consideradas como teorias efetivas, ou seja, essas teorias não são teorias fundamentais no sentido em que não são válidas para valores arbitrariamente altos de energia. Trata-se portanto, de uma linguagem fenomenológica que descreve suficientemente bem o que é observado nos experimentos. Por exemplo, a própria Relatividade Geral de Einstein é uma teoria efetiva, uma vez que sua constante de acoplamento tem dimensão $(1/M^2_{\text{Planck}})$. É claro que a Relatividade Geral tem enorme sucesso em escalas de energia onde os efeitos de gravidade quântica são desprezíveis. Nesse caso, a teoria fundamental deveria ser uma teoria da gravitação quântica. Portanto, o conceito de teoria efetiva está diretamente ligado ao fato de que diferentes escalas revelam diferentes teorias físicas.

Podemos esquematizar, de maneira simplificada, a construção de teorias efetivas em física de partículas. Considere então uma teoria com uma escala de massa única M. A lagrangiana dessa teoria possui operadores com dimensão arbitrária de massa, esses devem ser consistentes com todas as simetrias existentes no problema. A ação deve ser adimensional, o que significa que os operadores com dimensão maior do que quatro devem ser suprimidos por alguma escala de energia, que vem a ser a maior escala disponível na teoria, nesse caso, a escala de massa única M. Dessa forma, esses operadores deverão ter constantes de acoplamento com dimensão de massa negativa. Portanto, eles serão não renormalizáveis. Entretanto, se a escala de supressão (a escala M) é muito grande, então os efeitos dessas interações não renormalizáveis não serão relevantes a baixas energias. Assim, no regime em que $E \ll M$ a teoria não renormalizável fornece predições confiáveis, entretanto, quando $E \sim M$, a teoria efetiva deve ser substituída por outra teoria que seja válida nesse regime.

Se quisermos utilizar teorias renormalizáveis, uma abordagem interessante é a chamada desconstrução dimensional. Essas teorias são invariantes de calibre e formuladas a partir de teoria quântica de campos convencional. Essa nova maneira de construir modelos foi introduzida independentemente por dois grupos que se basearam em aspectos diferentes. A proposta de Arkani-Hamed, Cohen e Georgi [34] diz que para um determinado intervalo de energia, certas teorias quadridimensionais e renormalizáveis se parecem com teorias com dimensões extras compactas e discretizadas. Nosso projeto baseia-se nesse tratamento. Já o proposto por Hill, Pokorski e Wang [35] utiliza o método como uma aproximação discreta para uma dimensão extra contínua real. Nesse caso, os autores assumem que as dimensões extras são dimensões físicas. Note que essas teorias

são puramente quadridimensionais e, portanto, em princípio, não é necessário fazermos referência às teorias com dimensões extras.

A idéia principal desse método é que no regime de altas energias tem-se uma teoria de campos quadridimensional renormalizável e, a baixas energias, a estrutura das dimensões extras é gerada dinamicamente pela quebra espontânea da simetria de gauge de uma teoria mais fundamental. Esse tratamento oferece a possibilidade de construirmos modelos quadridimensionais que, além de terem as vantagens das teorias com dimensões extras, não são limitados pelos vínculos geométricos das dimensões extras físicas.

3.2 Desconstruindo uma Teoria de Gauge com 5 Dimensões

Os modelos que iremos considerar possuem, no regime de altas energias, uma estrutura linear de grupos de gauge da forma

$$G = G_0 \times G_1 \times \ldots \times G_{N-1} \times G_N, \tag{3.1}$$

onde $G_j = SU(m)_j$ é um grupo de simetria de Yang-Mills com $j = 0, 1, \ldots, N$. Para cada grupo G_j há um campo de gauge associado $A_{\mu,ja}$, onde $a = 1, 2, \ldots, m^2 - 1$. Além disso, exite um conjunto de campos escalares complexos (Φ_j) que se transformam sob a representação bifundamental dos grupos adjacentes, $G_{j-1} \times G_j$. Esses campos escalares preservam a simetria de calibre fazendo a ligação entre os grupos de gauge. Chamaremos esses campos de campos de ligação. Mostraremos adiante que existe uma descrição dual, a baixas energias, onde essa

estrutura linear de grupos de gauge é transformada em uma dimensão extra discretizada.

É útil representar esse esquema através dos chamados diagramas *quiver* [36] ou diagramas *moose* [37], a figura abaixo (3.1) mostra o diagrama *quiver* para uma cadeia linear de grupos de gauge.

Figura 3.1: Diagrama *quiver* para uma cadeia linear de grupos de gauge.

Os círculos representam os grupos de gauge e as linhas os campos de ligação. Uma seta saindo de um círculo indica que o campo de ligação transforma-se sob a representação fundamental daquele grupo e uma seta entrando em um círculo significa que o campo de ligação transforma-se sob a representação antifundamental daquele grupo. Esse diagrama é apenas uma representação de uma teoria quadridimensional com uma estrutura de grupo específica e com um conjunto de campos escalares, não existe uma interpretação do diagrama *quiver* como uma dimensão física. A ação deste modelo é dada por

$$S_4^A = \int d^4x \sum_{j=0}^{N} \left\{ -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu,ja}\, F_j^{\mu\nu a}) + \mathrm{Tr}\left[(\mathcal{D}_\mu \Phi_j)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi_j)\right] - V(\Phi) \right\}, \tag{3.2}$$

onde os traços são sob os índices do grupo e $a = 1, 2, \ldots, m^2 - 1$. Estamos utilizando a convenção de que quando o índice de um campo está fora dos limites definidos, por exemplo Φ_0, então definimos que o valor desse campo é zero. A

derivada covariante é dada por

$$\mathcal{D}_\mu \Phi_j = \partial_\mu \, \Phi_j + i g_{j-1} \, A_{\mu,j-1a} \, T^a_{j-1} \, \Phi_j - i g_j \, \Phi_j \, A_{\mu,ja} \, T^a_j, \tag{3.3}$$

onde os T^a_j são os geradores do grupo $SU(m)_j$. O tensor intensidade do campo é escrito como

$$F_{\mu\nu,ja} = \partial_\mu A_{\nu,ja} - \partial_\nu A_{\mu,ja} + g_j \, f^{bc}_{j,a} \, A_{\mu,jb} \, A_{\nu,jc}, \tag{3.4}$$

onde os f^{abc}_j são as constantes de estrutura, dadas por $[T^a_j, T^b_j] = i f^{abc}_j T^c_j$. É importante observar que a teoria possui, além da simetria de gauge, uma simetria global $SU(m)^N \times SU(m)^N$. A baixas energias pode-se então identificar esse modelo como um modelo sigma linear e assim escrever os campos de ligação como

$$\Phi_j = \frac{[v_j + \sigma_j(x)]}{\sqrt{2}} e^{(i\xi_{j,a}(x) \; T^a_j)/v_j}, \tag{3.5}$$

onde os valores esperados de vácuo (VEV) dos campos de ligação são $\langle \Phi_j \rangle = v_j \mathbf{1}_m/\sqrt{2}$. Os campos σ_j são flutuações de vácuo na direção radial, os campos $\xi_{j,a}$ são os bósons de Nambu-Goldstone da quebra de $SU(m)_{j-1} \times SU(m)_j$. Se considerarmos o caso em que os campos σ_j adquirem massas suficientemente grandes para não se propagarem[1], os campos Φ_j poderão ser escritos como no modelo sigma não linear

$$\Phi_j = \frac{v_j}{\sqrt{2}} e^{(i\xi_{j,a}(x) \; T^a_j)/v_j}. \tag{3.6}$$

Se escolhermos o potencial de maneira apropriada, podemos obter a quebra

[1]Formalmente isso é obtido no limite em que os campos σ_j possuem massas infinitamente grandes.

espontânea da simetria do produto de grupos de gauge pelos VEVs dos campos Φ_j. Nesse processo, a simetria global é quebrada para $SU(m)^N$, o que resulta em $N \times (m^2 - 1)$ bósons de Nambu-Goldstone. Além disso, também ocorre a quebra da simetria de gauge para o subgrupo diagonal $SU(m)$ e então $N \times (m^2 - 1)$ bósons de gauge "absorvem" os $N \times (m^2 - 1)$ bósons de Nambu-Goldstone e tornam-se massivos. Assim, os bósons de Nambu-Goldstone da quebra da simetria global tornam-se as componentes longitudinais dos bósons de gauge. Podemos ver isso explicitamente partindo do produto das derivadas covariantes abaixo

$$\begin{aligned}(D_\mu \Phi_j)^\dagger (D^\mu \Phi_j) &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\, \xi_{j,a} T_j^a)(\partial^\mu\, \xi_{j,a} T_j^a) + \frac{v_j^2}{2}(A_{\mu,ja} T_j^a - A_{\mu,j-1a} T_{j-1}^a)^2 \\ &+ v_j \partial^\mu\, \xi_j T_j^a (A_{\mu,j-1a} T_{j-1}^a - A_{\mu,ja} T_j^a) \\ &= \frac{1}{2}\left[\partial_\mu\, \xi_{j,a} T_j^a + v_j (A_{\mu,j-1a} T_{j-1}^a - A_{\mu,ja} T_j^a)\right]^2, \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde Φ_j já assumiu o valor dado por (3.6). Nessa secção, estamos considerando que todos os grupos $SU(m)_j$ da cadeia de grupos de gauge são iguais e portanto seus geradores são os mesmos, $T_j^a = T_{j-1}^a \equiv T^a \ \forall\ j$, com $a = 1, \ldots, m^2 - 1$. Procuramos um gauge onde seja possível eliminar os bósons de Nambu-Goldstone da teoria. Veja que através da transformação de calibre

$$A_{\mu,ja} T^a \to A_{\mu,ja} T^a - \partial_\mu \alpha_{j,a}(x) T^a, \tag{3.8}$$

$$A_{\mu,j-1a} T^a \to A_{\mu,j-1a} T^a, \tag{3.9}$$

onde $\alpha_{j,a}(x) T^a \equiv -\xi_{j,a}(x)\, T^a / v_j$ (gauge unitário), temos que

$$A_{\mu,j-1a} T^a - A_{\mu,ja} T^a \to A_{\mu,j-1a} T^a - A_{\mu,ja} T^a - \frac{1}{v_j} \xi_{j,a}(x)\, T^a. \tag{3.10}$$

Logo,

$$(D_\mu \Phi_j)^\dagger (D^\mu \Phi_j) \to \frac{1}{2} v_j^2 (A_{\mu,j-1a} T^a - A_{\mu,ja} T^a)^2. \tag{3.11}$$

Assim, todos os bósons de Nambu-Goldstone são "absorvidos" pelos bósons de gauge que se tornam massivos. De maneira equivalente, poderíamos ter escolhido outra transformação para os campos $A_{\mu,j-1a}$ e $A_{\mu,ja}$ desde que a transformação (3.10) seja satisfeita.

Os acoplamentos são iguais se avaliados no VEV correspondente. Dessa forma, escreveremos cada acoplamento simplesmente como g. Substituindo então (3.6) em (3.2), obtemos no gauge unitário

$$S_4^A = \int d^4x \sum_{j=0}^{N} \left[-\frac{1}{4} F_{\mu\nu,j} \, F_j^{\mu\nu} + \frac{g^2}{2} \mathrm{Tr}[v_j (A_{\mu,j-1} - A_{\mu,j})]^2 \right], \tag{3.12}$$

onde utilizamos a relação $\mathrm{Tr}[T_j^a T_j^b] = \delta^{ab}/2$ e absorvemos os geradores do grupo T_j^a em $A_{\mu,j}$, de forma que $A_{\mu,j} \equiv A_{\mu,ja} T_j^a$.

Se reescrevermos convenientemente o VEV de cada campo Φ_j da seguinte forma

$$v_j = v q^j \tag{3.13}$$

e escolhermos $0 < q < 1$, conseguiremos que os valores dos VEVs dos campos de ligação decresçam do sítio zero até o sítio N. Veremos mais adiante que se identificarmos, no limite apropriado, o sítio zero como a brana ultravioleta (UV) e o sítio N como a brana infravermelha (IR) podemos estabelecer uma correspondência desse modelo quadridimensional com uma teoria com uma dimensão extra curva. Isso significa que os campos localizados nas branas UV e IR podem ser representados na teoria desconstruída como campos que se transformam sob os

grupos dos sítios zero e N, respectivamente.

Para estabelecermos de fato a conexão com a teoria contínua, vamos obter as funções de onda e o espectro de massas dos bósons de gauge e então tomar o limite para N grande, a fim de obtermos o modelo contínuo. Os termos de massa dos bósons de gauge na lagrangiana são dados por

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = \frac{g^2}{2} \sum_{j=0}^{N} [v_j(A_{\mu,j-1} - A_{\mu,j})]^2, \tag{3.14}$$

Se considerarmos a base $(A_0, A_1, \ldots, A_N)$, a matriz de massa $N+1 \times N+1$ para os bósons de gauge é dada por [38, 39]

$$M^2 = g^2 v^2 \begin{pmatrix} q^2 & -q^2 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ -q^2 & q^2+q^4 & -q^4 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & -q^4 & q^4+q^6 & -q^6 & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ldots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & q^{2(N-1)}+q^{2N} & -q^{2N} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & -q^{2N} & q^{2N} \end{pmatrix}.$$

Essa matriz pode ser diagonalizada através da mudança de base

$$A_{\mu,j} = \sum_{n=0}^{N} f_{j,n} A'_{\mu,n}, \tag{3.15}$$

onde os $A'_{\mu,n}$ são os auto-estados de massa. Dessa maneira, podemos determinar as condições que os $f_{j,n}$ devem satisfazer para que matriz anterior seja diagonal. Fazendo isso, obtemos a equação de diferenças

$$[q + q^{-1} - q^{-1}(x_n q^{-j})^2] f_{j,n} - q f_{j+1,n} - q^{-1} f_{j-1,n} = 0, \tag{3.16}$$

onde $x_n^2 \equiv m_n^2/g^2v^2$.

Também podemos obter esse mesmo resultado a partir das equações de movimento dos $A_{\mu,j}$. Logo, para uma lagrangiana $\mathcal{L}_A$ dada por

$$\mathcal{L}_A = \sum_{j=0}^{N} \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu,j}\, F_j^{\mu\nu} + \frac{g^2}{2} \mathrm{Tr}[v_j(A_{\mu,j-1} - A_{\mu,j})]^2 \right\}, \tag{3.17}$$

da equação de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_{\nu,j}} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_{\nu,j})} \right) = 0, \tag{3.18}$$

obtemos que

$$(\partial^2 A_j^\nu - \partial^\nu \partial_\mu A_j^\mu) \;+\; g^2 v_j^2\, (A_j^\nu - A_{j-1}^\nu) \;+\; g^2 v_{j+1}^2\, (A_j^\nu - A_{j+1}^\nu) = 0 \tag{3.19}$$

Utilizando a condição de Lorenz para o campo $A_{\mu,j}$ ($\partial_\mu A_j^\mu = 0$) e substituindo a expansão (3.15) em (3.19) temos

$$\{\partial^2 f_{j,n} \;+\; g^2 v^2 q^{2j} [(1+q^2) f_{j,n} \;-\; f_{j-1,n} \;-\; q^2 f_{j+1,n}] A_{\nu,n}\,\} \;=\; 0, \tag{3.20}$$

onde a soma em n está omitida. Impondo que o campo $A_{\nu,n}$ satisfaz a equação de Proca e a condição de Lorenz temos que

$$\partial^2 A_{\nu,n} + m_n^2 A_{\nu,n} = 0 \tag{3.21}$$

e, portanto, segue de (3.20) que

$$m_n^2 f_{j,n} = g^2 v^2 q^{2j}[(1+q^2) f_{j,n} \; - \; f_{j-1,n} \; - \; q^2 f_{j+1,n}]. \tag{3.22}$$

Fazendo algumas simplificações e utilizando $x_n^2 \equiv m_n^2/g^2v^2$ em (3.22) chegamos à mesma equação de diferenças obtida em (3.16)

$$[q + q^{-1} - q^{-1}(x_n q^{-j})^2] f_{j,n} - q f_{j+1,n} - q^{-1} f_{j-1,n} = 0. \tag{3.23}$$

É fácil obter a solução da equação (3.23) para o modo zero, ou seja, $m_0 = 0$. Nesse caso, a equação tem a forma

$$(q + q^{-1}) f_{j,0} - q f_{j+1,0} - q^{-1} f_{j-1,0} = 0. \tag{3.24}$$

Considerando condições contorno dadas por

$$f_{0,n} = f_{-1,n}, \tag{3.25}$$

$$f_{N+1,n} = f_{N,n}, \tag{3.26}$$

e ainda fazendo $k = 0$ em (3.24), obtemos

$$(q + q^{-1}) f_{0,0} - q f_{1,0} - q^{-1} f_{-1,0} = 0 \;\Rightarrow\; f_{1,0} = f_{0,0}, \tag{3.27}$$

Ao repetir esse processo para outros ks, conclui-se que todas as componentes do modo zero são iguais. Poderíamos esperar esse resultado já que o modo zero da função de onda dos bósons na teoria contínua é uma constante (2.19). Se a

condição de normalização é dada por

$$\frac{1}{g^2}\sum_{j=0}^{N} f_{j,n}^2 = 1, \tag{3.28}$$

descobrimos que os $f_{j,0}$ são dados simplesmente por

$$\sum_{j=0}^{N} f_{j,0}^2 = g^2 \;\Rightarrow \tag{3.29}$$

$$f_{j,0} = \frac{g}{\sqrt{N+1}}. \tag{3.30}$$

A equação (3.23) também pode ser resolvida analiticamente para os modos massivos [38]. Primeiramente definiremos a variável $t[j]$ e a função $F(t[j])$ como

$$t[j] = x_n q^{-j}, \tag{3.31}$$

$$F(t[j]) = q^j f_{j,n}, \tag{3.32}$$

podemos reescrever (3.23) em função desses termos, obtendo assim, uma equação de q-diferenças

$$(q + q^{-1} - q^{-1}t^2)F(t) - F(tq^{-1}) - F(tq) = 0. \tag{3.33}$$

As soluções desse tipo de equação são as chamadas funções de q-Bessel e funções de q-Neumann. Essas funções são generalizações das funções de Bessel e de Neumann e possuem propriedades muito parecidas com as das funções ordinárias. Se calcularmos o limite $q \to 1^-$ das funções generalizadas recuperamos as funções

contínuas de Bessel e Neumann usuais [38]. A função de q-Bessel , $J_\nu(t;q)$, é dada pela série

$$J_\nu(t;q) = t^\nu \frac{(q^{\nu+1};q)_\infty}{(q;q)_\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i q^{i(i+1)/2}}{(q^{\nu+1};q)_i (q;q)_i} t^{2i}, \tag{3.34}$$

onde os fatores $(y;q)_i$ são definidos por

$$(y;q)_k = \begin{cases} 1 & \text{se } k = 0 \\ \prod_{n=0}^{k-1}(1 - yq^n) & \text{se } k \geq 1 \end{cases} \tag{3.35}$$

para $y \in \mathbb{C}$, $i \in \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \ldots\}$ e $(y;q)_\infty \equiv \lim_{i\to\infty}(y;q)_i$. Já a outra solução independente de (3.33), a função de q-Neumann $Y_\nu(t;q)$, é dada por

$$Y_\nu(t;q) = \frac{\Gamma_q(\nu)\Gamma_q(1-\nu)}{\pi} q^{-\nu^2/2}[\cos(\pi\nu)q^{\nu/2}J_\nu(t;q) - J_{-\nu}(tq^{-\nu/2};q)], \tag{3.36}$$

onde a função $\Gamma_q(\nu)$ definida por

$$\Gamma_q(\nu) = \frac{(q;q)_\infty}{(q^\nu;q)_\infty}(1-q)^{1-\nu} \tag{3.37}$$

é uma q-extensão da função de Euler $\Gamma(\nu)$, que satifaz o limite $\lim_{q\to 1^-}\Gamma_q(\nu) = \Gamma(\nu)$.

A equação (3.33) é um caso especial da equação de Hahn-Exton [40, 41] para $\nu = 1$ e sua solução é [38, 42]

$$F(t[j]) = AJ_1(t;q^2) + BY_1(t;q^2), \tag{3.38}$$

onde A e B são constantes. Utilizando as condições de contorno (3.25) e (3.26) e

as propriedades das q-funções é possível encontrar a forma dos $f_{j,n}$

$$f_{j,n} = N_n q^{-j}[Y_0(x_n;q^2)J_1(x_n q^{-j};q^2) - J_0(x_n;q^2)Y_1(x_n q^{-j};q^2)], \tag{3.39}$$

onde N_n pode ser determinada a partir da normalização da função de onda. Pode-se ainda obter que o espectro de massas é dado por soluções da equação

$$J_0(x_n;q^2)Y_0(q^{-(N+1)}x_n;q^2) \; - \; Y_0(x_n;q^2)J_0(q^{-(N+1)};q^2) = 0. \tag{3.40}$$

O procedimento que realizamos até agora é análogo ao caso contínuo. De fato, é possível mostrar que no limite em que $q \to 1^-$, que corresponde ao limite contínuo, as soluções das equações discretas (3.39) são iguais as soluções das equações contínuas (2.20) [38]. Essa correspondência também é válida para o espectro de massas.

O resultado interessante é que podemos descrever essa teoria quadridimensional de maneira equivalente a uma teoria com uma dimensão extra espacial discretizada em um certo intervalo de energia. A equivalência entre essas duas teorias pode ser vista de forma mais explícita se escrevermos a ação de uma teoria com uma dimensão extra discretizada e estabelecermos a correspondência com a ação quadridimensional (3.12). Assim dada a ação 5-dimensional contínua

$$\begin{aligned} S_5^A &= \int d^4x \int_0^L dy \sqrt{g} \left[-\frac{1}{2g_5^2} \mathrm{Tr}\left(F_{MN}^2\right) \right] \\ &= \int d^4x \int_0^L dy \sqrt{g} \left[-\frac{1}{2g_5^2} e^{4ky} \, \mathrm{Tr}\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right) + \frac{1}{2g_5^2} e^{2ky} \, \mathrm{Tr}\left(\partial_5 A_\mu - \partial_\mu A_5\right)^2 \right], \end{aligned} \tag{3.41}$$

onde g_5 é o acoplamento de gauge em 5 dimensões e k é a curvatura AdS_5, podemos reescrevê-la na forma discreta como

$$S_5^A = \frac{\ell}{g_5^2}\int d^4x \sum_{j=0}^{N}\left[-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu,j}F_j^{\mu\nu}) + \frac{1}{2}e^{-2k\ell j}\mathrm{Tr}\left(\frac{A_{\mu,j}-A_{\mu,j-1}}{\ell}\right)^2\right], \tag{3.42}$$

onde ℓ é o espaçamento da rede. Dessa forma, tomando o limite em que $\ell \to 0$ e $N \to \infty$ para que $N\,\ell = L$, onde L é o tamanho da dimensão extra, temos que $\left(\sum_{j=0}^{N}\ell\right) \to \int_0^L dy$ e que $\left(\frac{A_{j,\mu}-A_{j-1,\mu}}{\ell}\right) \to \partial_5 A_\mu$[2] e portanto nesse limite recupera-se a partir de (3.42) a ação contínua (3.41). Logo, comparando a ação 5-dimensional discretizada (3.42) com a ação da teoria desconstruída quadridimensional (3.12) é possível estabelecer a seguinte correspondência entre as teorias

Teoria com 4 dimensões		Teoria com 5 dimensões
v_j	$\leftrightarrow$	$\frac{e^{-k\ell j}}{\ell}$
$\frac{1}{g^2}$	$\leftrightarrow$	$\frac{\ell}{g_5^2}$

Tabela 3.1: Correspondência entre a teoria desconstruída e a teoria com uma dimensão extra discretizada.

[2]Quando discretizamos uma teoria sempre há ambiguidade em relação às condições de contorno, modificando essas condições poderíamos ter escolhido a derivada como $\left(\frac{A_{j+1,\mu}-A_{j,\mu}}{\ell} \to \partial_5 A_\mu\right)$.

3.3 Incluindo os Férmions

Também podemos utilizar o diagrama *quiver* para representar uma teoria quadridimensional que inclua os férmions, veja a figura (3.2) abaixo.

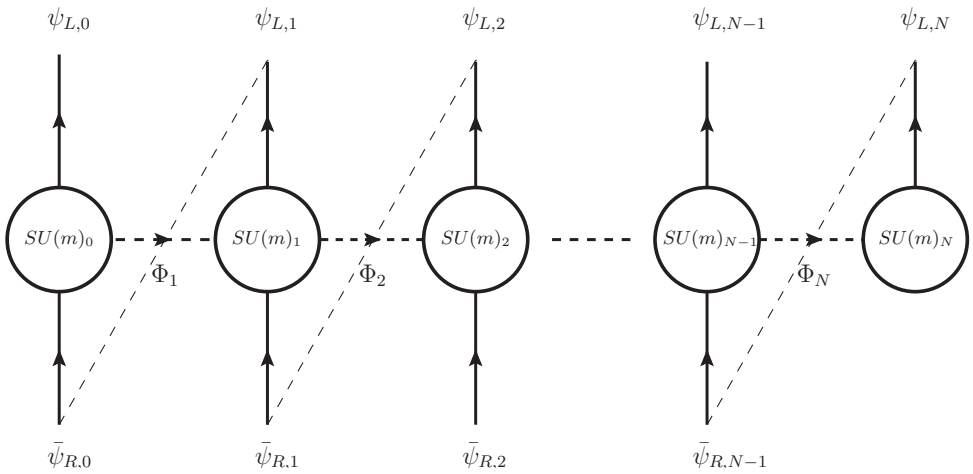

Figura 3.2: Diagrama *quiver* para uma cadeia linear de grupos de gauge incluindo os férmions.

Os círculos representam os grupos de gauge e as linhas contínuas os férmions quirais. Uma seta saindo de um círculo indica que o férmion transforma-se sob a representação fundamental daquele grupo e uma seta entrando em um círculo significa que o férmion transforma-se sob a representação antifundamental daquele grupo. Os campos de ligação (Φ_j) transformam-se como antes, $(m, \bar{m})$ em relação a $SU(m)_{j-1} \times SU(m)_j$. As linhas pontilhadas estão representando os acoplamentos de Yukawa para os férmions. As condições de contorno são escolhidas de forma que não haverá o modo zero de mão-direita, ou seja, o modo zero é de mão-esquerda. Para obtermos um modo zero de mão-direita em um diagrama *quiver* com a mesma direção de salto (*hopping direction*) basta remover $\psi_{L,0}$ e adicionar $\bar{\psi}_{R,N}$. A ação desse modelo pode ser escrita como

$$S_4^f = \int d^4x \sum_{j=0}^{N} \Big\{ \Big[-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu,j}F_j^{\mu\nu}) + \bar{\psi}_{L,j}\, i\partial\!\!\!/_L\, \psi_{L,j} + \bar{\psi}_{R,j}\, i\partial\!\!\!/_R\, \psi_{R,j} + \\ \mathrm{Tr}(\mu_j \bar{\psi}_{L,j}\psi_{R,j} + \mathrm{h.c.}) + \mathrm{Tr}|\partial_\mu \Phi_j + igA_{\mu,j-1}\Phi_j - ig\Phi_j A_{\mu,j}|^2 + \\ \lambda\, \mathrm{Tr}(\bar{\psi}_{R,j-1}\Phi_j\psi_{L,j} + \mathrm{h.c.})\Big] - V(\Phi)\Big\}\,, \qquad (3.43)$$

para simplificar a notação, mais uma vez estamos utilizando que $A_{\mu,j} \equiv A_{\mu,ja}T_j^a$ e ainda a convenção de que quando o índice de um campo está fora dos limites definidos, por exemplo $A_{\mu,-1}$, então definimos que o valor desse campo é zero. Na expressão acima $\partial\!\!\!/_L \equiv \bar{\sigma}_\mu \partial^\mu$ onde $\bar{\sigma}_\mu \equiv (\mathbf{1}_2, -\overrightarrow{\sigma})$ e $\partial\!\!\!/_R \equiv \sigma_\mu \partial^\mu$ com $\sigma_\mu \equiv (\mathbf{1}_2, \overrightarrow{\sigma})$.

Para determinarmos as funções de onda e o espectro de massas dos férmions, vamos seguir um procedimento análogo ao realizado para os bósons. Os termos de massa na lagrangiana dos férmions são dados por

$$\mathcal{L}_{massa} = \sum_{j=0}^{N} \left[\frac{\lambda v_j}{\sqrt{2}}\, \mathrm{Tr}(\bar{\psi}_{R,j-1}\, \psi_{L,j} + \mathrm{h.c.}) + \mathrm{Tr}(\mu_j\, \bar{\psi}_{L,j}\, \psi_{R,j} + \mathrm{h.c.}) \right], \qquad (3.44)$$

lembrando que os campos de ligação adquirem VEV igual a $v_j \mathbf{1}_m/\sqrt{2}$. Utilizando a base $(\psi_{L,0}, \psi_{L,1}, \ldots, \psi_{L,N})$, a matriz de massa quadrada $N+1 \times N+1$ para os férmions é dada por

$$MM^T = \begin{pmatrix} \mu_0^2 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\,\mu_0\,v_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\,\mu_0\,v_1 & (\frac{\lambda}{\sqrt{2}})^2 v_1^2 + \mu_1^2 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\,\mu_1\,v_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\,\mu_1\,v_2 & (\frac{\lambda}{\sqrt{2}})^2 v_2^2 + \mu_2^2 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\,\mu_2\,v_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & (\frac{\lambda}{\sqrt{2}})^2 v_{N-1}^2 + \mu_{N-1}^2 & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\,\mu_{N-1}\,v_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\,\mu_{N-1}\,v_N & \mu_N^2 \end{pmatrix}.$$

Podemos diagonalizar essa matriz através de uma rotação [39]. É possível obter o mesmo resultado utilizando as equações de movimento dos $\psi_{R,j}$ e $\psi_{L,j}$. Veja que através das expansões

$$\psi_{L,j} = \sum_{n=0}^{N} h_{j,n}^{L} \psi'_{L,n}, \tag{3.45}$$

$$\psi_{R,j} = \sum_{n=0}^{N} h_{j,n}^{R} \psi'_{R,n}, \tag{3.46}$$

podemos encontrar as condições que os $h_{j,n}^{L}$ e $h_{j,n}^{R}$ precisam satisfazer para que $\psi'_{L,n}$ e $\psi'_{R,n}$ sejam auto-estados de massa. Logo, usando a equação de Euler-Langrange temos

$$\text{Para } \bar{\psi}_{R,j}: \qquad i\,\partial\!\!\!/_R\,\psi_{R,j} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} v_j\,\psi_{L,j+1} + \mu_j\,\psi_{L,j} = 0, \tag{3.47}$$

$$\text{Para } \bar{\psi}_{L,j}: \qquad i\,\partial\!\!\!/_L\,\psi_{L,j} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} v_{j-1}\,\psi_{R,j-1} + \mu_j\,\psi_{R,j} = 0. \tag{3.48}$$

Impondo que os $\psi'_{R,n}$ e $\psi'_{L,n}$ satisfazem a equação de Dirac

$$i\partial\!\!\!/_L \psi'_{L,n} - m_n \psi'_{R,n} = 0, \tag{3.49}$$

$$i\partial\!\!\!/_R \psi'_{R,n} - m_n \psi'_{L,n} = 0, \tag{3.50}$$

obtemos de (3.47) e (3.48) que

$$m_n\, h^R_{j,n} + \mu_j\, h^L_{j,n} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} v_j\, h^L_{j+1,n} = 0, \tag{3.51}$$

$$m_n\, h^L_{j,n} + \mu_j\, h^R_{j,n} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} v_{j-1}\, h^R_{j-1,n} = 0, \tag{3.52}$$

onde a soma em n está omitida. Quando desacoplamos essas equações chegamos ao resultado

$$\left(\mu_j^2 + \frac{\lambda^2}{2} v_{j-1}^2 - m_n^2\right) h^L_{j,n} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \mu_j v_j h^L_{j+1,n} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \mu_{j-1} v_{j-1} h^L_{j-1,n} = 0, \tag{3.53}$$

$$\left(\mu_j^2 + \frac{\lambda^2}{2} v_j^2 - m_n^2\right) h^R_{j,n} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \mu_{j+1} v_j h^R_{j+1,n} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \mu_j v_{j-1} h^R_{j-1,n} = 0. \tag{3.54}$$

Queremos que, no limite do contínuo, o modelo quadridimensional seja equivalente a uma teoria com uma dimensão extra contínua. Para isso, precisamos impor algumas condições sobre os parâmetros do modelo. É possível encontrar tais condições se comparamos a ação de uma teoria com uma dimensão extra discreta com a ação da teoria quadridimensional desconstruída [39]. Antes de fazermos essa comparação, precisamos obter a ação para uma teoria com uma dimensão extra discretizada. Com esse objetivo, vamos escrever convenientemente a parte referente aos férmions da ação 5-dimensional (2.11) da teoria contínua como

$$S_5^f = \int d^4x \int_0^L dy \left\{ e^{-3ky}\, \bar{\Psi} i\gamma_\mu \partial^\mu \Psi + e^{-4ky}\, m_\Psi \bar{\Psi}\Psi - e^{-4ky}\, \bar{\Psi}\gamma_5 \overleftrightarrow{\partial_5} \Psi \right\}, \tag{3.55}$$

onde k é a curvatura AdS_5 e y denota a dimensão extra compacta com a brana UV

localizada em $y = 0$ e a brana IR localizada em $y = L$. A massa de Dirac é dada por $m_\Psi \equiv ck$ e $\overleftrightarrow{\partial_5} \equiv \frac{1}{2}(\overrightarrow{\partial_5} - \overleftarrow{\partial_5})$. A ação (3.55) discretizada é dada por

$$\begin{aligned} S_5^f &= \int d^4x \sum_{j=0}^{N} \{\bar{\psi}_{L,j} i\partial\!\!\!/_L \psi_{L,j} + \bar{\psi}_{R,j} i\partial\!\!\!/_R \psi_{R,j} + e^{-k\ell j}\, M_\Psi\, \bar{\psi}_j \psi_j \\ &\quad + \frac{e^{-k\ell j}}{2\ell} \left(\bar{\psi}_{R,j}\psi_{L,j+1} - \bar{\psi}_{L,j}\psi_{R,j+1} + \text{h.c.}\right)\Big\}\,, \end{aligned} \tag{3.56}$$

onde ℓ é o espaçamento da rede na dimensão extra discretizada e o fator $\ell e^{-3ky/2}$ foi absorvido na definição do campo do férmion de forma que $\psi \to \ell e^{-3ky/2}\psi$. Quando discretizamos essa teoria aparecem dois férmions quirais sem massa, ou seja, existem dois modos zeros. Esse é o conhecido problema da duplicação dos férmions em teorias de gauge discretizadas. Entretanto, podemos resolver esse problema adicionando à ação o chamado termo de Wilson [43, 44]

$$S_{\text{Wilson}} = \eta\, \ell \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \sqrt{g}\bar{\Psi}(\partial_5)^2\Psi, \tag{3.57}$$

onde η é um coeficiente arbitrário. Trata-se de um operador de ordem superior que remove os férmions não físicos do espectro. Note que esse operador é suprimido por ℓ e, portanto, ele será nulo no limite da teoria contínua. Para o nosso caso, a dimensão extra compacta é discretizada e por isso o termo de Wilson é dado por

$$S_{\text{Wilson}} = \eta \int d^4x \sum_{j=0}^{N} \frac{e^{-k\ell j}}{\ell} \left\{\bar{\psi}_{L,j}\psi_{R,j+1} + \bar{\psi}_{R,j+1}\psi_{L,j+1} - 2\bar{\psi}_{L,j}\psi_{R,j} + \text{h.c.}\right\}. \tag{3.58}$$

Assim, a ação total será dada por

$$
\begin{aligned}
S_5^f + S_{\text{Wilson}} \;=\; & \int d^4x \sum_{j=0}^{N} \Big\{ \bar{\psi}_{L,j} i\partial\!\!\!/_L \psi_{L,j} + \bar{\psi}_{R,j} i\partial\!\!\!/_R \psi_{R,j} + e^{-k\ell j} \left(m_\Psi - \frac{2\eta}{\ell} \right) \bar{\psi}_j \psi_j \\
& + \Bigg[\left(\eta - \frac{1}{2} \right) \frac{e^{-k\ell j}}{\ell} \bar{\psi}_{L,j} \psi_{R,j+1} \\
& + \left(\eta + \frac{1}{2} \right) \frac{e^{-k\ell j}}{\ell} \bar{\psi}_{R,j} \psi_{L,j+1} + \text{h.c.} \Bigg] \Big\} . \qquad (3.59)
\end{aligned}
$$

Veja que basta escolher $\eta = \pm 1/2$ para excluir um dos dois modos zeros existentes. É interessante notar que o problema de duplicação dos modos zeros foi resolvido na teoria quadridimensional pela simples escolha das condições de contorno, quando eliminamos $\bar{\psi}_{R,N}$ para obtermos um modo zero de mão-esquerda. Portanto, se escolhermos $\eta = 1/2$ e compararmos a ação S_5^f (3.59) no limite do contínuo com a ação S_4^f (3.43), concluímos que as condições que devem ser satisfeitas para existir a correspondência, além das estabelecidas pela tabela (3.1), são [39]

$$
\mu_j = -gvq^{c+j-1/2}, \qquad \lambda = \sqrt{2}g, \qquad \text{para } \; q \to 1^- . \qquad (3.60)
$$

Se substituirmos os resultados (3.60) e relações contidas na tabela (3.1) nas expressões (3.53) e (3.54), encontraremos as equações de q-diferenças para os férmions de mão-esquerda

$$
\left[q^{-(c+\frac{1}{2})} + q^{(c+\frac{1}{2})} - q^{-(c+\frac{1}{2})} (x_n\, q^{-j})^2 \right] h^L_{j,n} - q\, h^L_{j+1,n} - q^{-1}\, h^L_{j-1,n} = 0 \,, \qquad (3.61)
$$

e para os férmions de mão-direita

$$
\left[q^{-(c-\frac{1}{2})} + q^{(c-\frac{1}{2})} - q^{-(c-\frac{1}{2})} (x_n\, q^{-j})^2 \right] h^R_{j,n} - q\, h^R_{j+1,n} - q^{-1}\, h^R_{j-1,n} = 0 \,, \qquad (3.62)
$$

onde $x_n = m_n/gv$. As soluções dessas equações são as funções de q-Bessel e as funções de q-Neumann como no caso dos bósons de gauge. Portanto, para os férmions de mão-esquerda temos que

$$h^L_{j,n} = N^L_n\, q^{-j} \left[J_{|c+\frac{1}{2}|}(x_n\, q^{-j}; q^2) + b_{|c+\frac{1}{2}|}(x_n; q^2)\, Y_{|c+\frac{1}{2}|}(x_n\, q^{-j}; q^2) \right] , \tag{3.63}$$

e para os férmons de mão-direita

$$h^R_{j,n} = N^R_n\, q^{-j} \left[J_{|c-\frac{1}{2}|}(x_n\, q^{-j}; q^2) + b_{|c-\frac{1}{2}|}(x_n; q^2)\, Y_{|c-\frac{1}{2}|}(x_n\, q^{-j}; q^2) \right] , \tag{3.64}$$

onde N^L_n e N^R_n são fatores de normalização. Para conseguirmos um modo zero quiral para um diagrama quiver com essa direção de salto (figura 3.2) devemos impor a condição de contorno $h^R_{N,n} = 0$ para todos os n, a fim de obter um modo zero de mão-esquerda e $h^L_{0,n} = 0$ para todos os n, para um modo zero de mão-direita. Para o caso de um modo zero de mão-esquerda, temos da expressão (3.51) que

$$\begin{aligned} \mu_j\, h^L_{j,0} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} v_j h^L_{j+1,0} = 0 \quad \Rightarrow \\ \frac{h^L_{j+1,0}}{h^L_{j,0}} = -\frac{\sqrt{2}\mu_j}{\lambda v_j} = q^{c_L - 1/2}. \end{aligned} \tag{3.65}$$

Como $0 < q < 1$, para $c_L > 1/2$ o modo zero de mão-esquerda estará "localizado" do lado esquerdo do diagrama *quiver*, próximo ao sítio zero e para $c_L < 1/2$ estará a direita do diagrama, perto do sítio N. Se identificarmos os sítios zero e N como as branas UV e IR do caso contínuo, respectivamente, esse comportamento coincide com o do modo zero de mão-esquerda da teoria contínua (veja a figura

2.3). No caso em que o modo zero é de mão-direita, obtemos da expressão (3.52) que

$$\mu_j\, h^R_{j,0} + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} v_{j-1} h^R_{j-1,0} = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\frac{h^R_{j,0}}{h^R_{j-1,0}} = -\frac{\lambda v_{j-1}}{\sqrt{2}\mu_j} = q^{-(c_R+1/2)}. \tag{3.66}$$

Veja que nesse caso se $c_R > -1/2$ o modo zero de mão-direita estará "localizado" próximo ao sítio N, enquanto que para $c_R < -1/2$ estará perto do sítio zero. De forma análoga ao caso anterior, esse comportamento coincide com o do modo zero de mão-direita da teoria contínua (veja a figura 2.4), se reconhecermos os sítios zero e N como as branas UV e IR do caso contínuo, respectivamente.

3.4 Referências Adicionais

Atualmente não existem muitas referências sobre desconstrução dimensional além dos próprios artigos que deram origem a esse tema. O artigo original *(De)Constructing Dimensions* [34] de Arkani-Hamed et al. é bem sucinto e talvez seja indicado como uma leitura posterior. Esses mesmos autores explicam o método de maneira mais detalhada em *Eletroweak Symmentry Breaking from Dimensional Deconstruction* [45]. O artigo original de Hill et al. [35] é detalhado e há uma análise específica para o caso de uma teoria de gauge $SU(3)$. Eles também comparam a teoria desconstruída com a teoria contínua, o que ajuda a adquirir intuição sobre o tema. O método também é discutido através de modelos mais realísticos em Cheng et al. [46, 47]. Em *Case study in dimensional deconstruction* [48] Lane faz uma análise minuciosa do artigo de Arkani-Hamed et al. [45]. Ele trata

de maneira particular o caso de um modelo com um diagrama quiver toroidal. A tese [49] de Tomas Hällgre possui uma introdução sobre desconstrução dimensional, onde a ênfase é dada para a física de neutrinos.

Sobre os aspectos técnicos da equação de Hahn-Exton e das funções de q-Bessel e de q-Neumann há muita informação no artigo de Jorge de Blas et al. [38] e na tese de Swarttouw [42]. Em [38] há também um estudo analítico de modelos desconstruídos para valores arbitrários de q. Em especial para $q \sim 1$. As teorias de gauge na rede são tratadas amplamente no livro *Lattice Gauge Theories* [44].

Em *Topological Interactions in Warped Extra Dimensions* [39] Bai et al. desconstruíram as teorias AdS_5 de maneira completa, incluindo férmions e anomalias. Eles utilizaram técnicas de desconstrução para realizar um estudo das interações topológicas em modelos com dimensão extra curva.

Capítulo 4

Violação de Sabor e Desconstrução Dimensional

4.1 Violação de Sabor em Teorias com uma Dimensão Extra Curva

Na última década houve grande progresso experimental e teórico em relação ao entendimento da física de sabor. Com os avanços experimentais foi possível determinar com precisão os elementos da matriz CKM e testar um grande número de processos envolvendo troca de sabor por correntes neutras (*Flavor Changing Neutral Currents - FCNCs*), como transições do tipo $b \to d$, $b \to s$ e $c \to u$. Embora uma nova física não tenha sido estabelecida, esses avanços impuseram muitos vínculos sob as possíveis estruturas de sabor que possam vir a surgir na escala TeV.

A nova física proposta por teorias com uma dimensão extra curva possui importantes consequências para a física de sabor. Na teoria 5-dimensional de Randall-Sundrum descrita na secção (2.2), a ação que representa o acoplamento de um bóson de gauge com um férmion, no caso em que ambos podem se propagar pela dimensão extra, é dada por

$$S^5_{\Psi A} = \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \sqrt{g}\, g_5\, \bar{\Psi}(x^\mu, y) i\Gamma^\mu A_\mu(x^\mu, y)\Psi(x^\mu, y), \tag{4.1}$$

onde g_5 é o acoplamento de gauge 5-dimensional. As matrizes Γ_M são definidas no espaço-tempo curvo como $\Gamma_M \equiv V^N_M \gamma_N$, sendo que V^N_M é o *vielbein* dado por $V^N_M = \mathrm{diag}(e^{ky}, e^{ky}, e^{ky}, e^{ky}, 1)$ e as matrizes $\gamma_N = (\gamma_\mu, i\gamma_5)$ são as matrizes de Dirac no espaço-tempo plano. Se utilizarmos a decomposição dos bósons e férmions em modos de Kaluza-Klein, expressões (2.13) e (2.25) respectivamente, obtemos

$$S^5_{\Psi A} = \sum_{n,m,p} \frac{1}{(\pi R)^{3/2}} \int d^4x \int_0^{\pi R} dy\, g_5 \left[h^{*(n)}_{L,R}(y)\bar{\psi}^{(n)}_{L,R}(x^\mu)\right] i\gamma^\mu \left[f^{(m)}(y) A^{(m)}_\mu(x^\mu)\right] \times \left[h^{(p)}_{L,R}(y)\psi^{(p)}_{L,R}(x^\mu)\right] \tag{4.2}$$

Devemos impor que o limite quadridimensional de (4.2) seja o acoplamento do Modelo Padrão entre os bósons de gauge e os férmions. Lembrando que os campos 5-dimensionais que se propagam pela dimensão extra são vistos na teoria efetiva como uma torre de campos quadridimensionais, a torre de Kaluza-Klein, com massas crescentes a cada modo. Logo, se calcularmos a integral em dy em (4.2), o resultado deve ser igual ao acoplamento em quatro dimensões. Para o caso do acoplamento quadridimensional entre o m-ésimo modo do bóson de

gauge com o n-ésimo modo do férmion temos que

$$S^4_{\Psi A} = g^{L,R}_{(n,m)} \int d^4x \; \bar{\psi}^{(n)}_{L,R}(x^\mu) i\gamma^\mu A^{(m)}_\mu(x^\mu) \psi^{(n)}_{L,R}(x^\mu). \tag{4.3}$$

Nesse caso, comparando as expressões (4.2) e (4.3) para m e n fixos concluímos que

$$g^{L,R}_{(n,m)} = \frac{g}{\pi R} \int_0^{\pi R} dy \; f^{(m)}(y) |h^{(n)}_{L,R}(y)|^2, \tag{4.4}$$

em que $g \equiv g_5/\sqrt{\pi R}$ é o acoplamento de gauge quadridimensional. Os gráficos abaixo mostram o acoplamento do primeiro modo excitado do bóson de gauge $(m = 1)$ com o modo zero $(n = 0)$ dos férmions de mão-esquerda e de mão-direita em função dos parâmetros c_L e c_R, respectivamente.

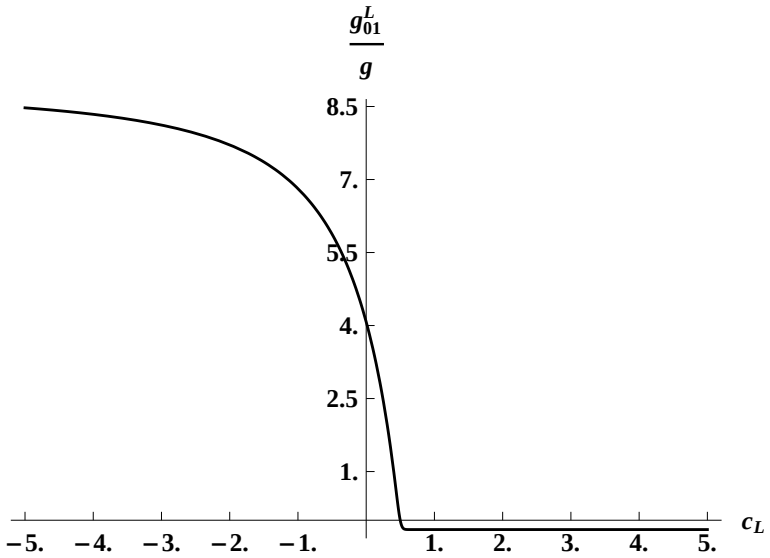

Figura 4.1: Acoplamento do modo zero do férmion de mão-esquerda com o primeiro modo de Kaluza-Klein do bóson de gauge.

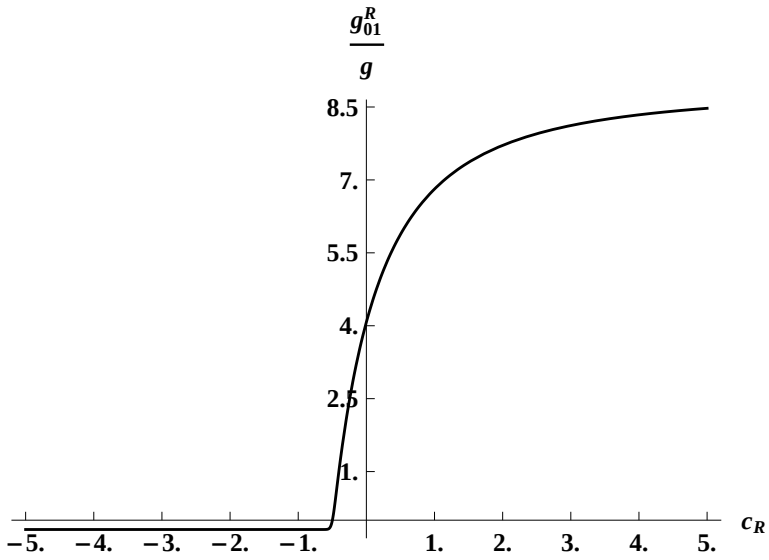

Figura 4.2: Acoplamento do modo zero do férmion de mão-direita com o primeiro modo de Kaluza-Klein do bóson de gauge.

Para o caso em que c_L é grande e negativo, ou seja, quando o férmion está localizado perto da brana IR, a razão g_{01}^L/g aproxima-se assintoticamente do limite $g_{01}^L/g \simeq 8,4$. Quando $c_L > 1/2$, a razão torna-se universal rapidamente e o limite assintótico é $g_{01}^L/g \simeq -0,2$. Isso ocorre porque nesse caso os férmions estão localizados próximos a brana UV, onde a função de onda na dimensão extra dos modos de Kaluza-Klein dos bósons de gauge (2.20) é aproximadamente constante. Para a razão g_{01}^R/g a situação é análoga, quando c_R é grande e positivo, g_{01}^R/g tende para o limite $g_{01}^R/g \simeq 8,4$. Já para $c_R < -1/2$, a razão tende rapidamente para $g_{01}^R/g \simeq -0,2$, [26].

As funções $h_{L,R}^{(n)}(y)$ dependem dos parâmetros c_L e c_R de acordo com (2.28), ou seja, essas funções possuem uma dependência na localização do férmion na dimensão extra. Logo, como esse parâmetro assume um valor diferente para cada férmion, o acoplamento efetivo (4.4) será diferente para cada interação. Isso

permite que as partículas troquem de sabor através de interações por correntes neutras. Podemos ver esse fato por exemplo na lagrangiana de correntes neutras para os quarks up

$$\mathcal{L}^{(0)}_{\text{quarks}} = -\frac{g}{\cos\theta_W}\left(g_{u_L}\,\bar{u}_L\gamma^\mu u_L + g_{c_L}\,\bar{c}_L\gamma^\mu c_L + g_{t_L}\,\bar{t}_L\gamma^\mu t_L\right) Z_\mu. \tag{4.5}$$

Como no Modelo Padrão esses acoplamentos são universais $g_{u_L} = g_{c_L} = g_{t_L} = [1/2 - (2/3)\sin^2\theta_W] \equiv g_L$. Quando mudamos para a base de auto-estados de massa (1.27) temos que

$$\mathcal{L}^{(0)}_{\text{quarks}} = -\frac{g}{\cos\theta_W}\begin{pmatrix} \bar{u}' & \bar{c}' & \bar{t}' \end{pmatrix}_L U_L^{-1}\begin{pmatrix} g_L & 0 & 0 \\ 0 & g_L & 0 \\ 0 & 0 & g_L \end{pmatrix} U_L\gamma^\mu \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L Z_\mu \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}^{(0)}_{\text{quarks}} = -\frac{g}{\cos\theta_W}\, g_L\left(\bar{u}'_L\gamma^\mu u'_L + \bar{c}'_L\gamma^\mu c'_L + \bar{t}'_L\gamma^\mu t'_L\right) Z_\mu. \tag{4.6}$$

Se os acoplamentos fossem diferentes, a lagrangiana acima teria a forma

$$\mathcal{L}^{(0)}_{\text{quarks}} \propto \begin{pmatrix} \bar{u}' & \bar{c}' & \bar{t}' \end{pmatrix}_L U_L^{-1}\begin{pmatrix} g_{u_L} & 0 & 0 \\ 0 & g_{c_L} & 0 \\ 0 & 0 & g_{t_L} \end{pmatrix} U_L\gamma^\mu \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L Z^{(m)}_\mu, \tag{4.7}$$

onde a matriz

$$U_L^{-1}\begin{pmatrix} g_{u_L} & 0 & 0 \\ 0 & g_{c_L} & 0 \\ 0 & 0 & g_{t_L} \end{pmatrix} U_L$$

é em geral não diagonal. Logo, para esse caso podem surgir interações onde há troca de sabor. Assim, uma forma de investigar a validade dessa teoria com uma dimensão extra seria procurar por troca de sabor através de interações por cor-

rentes neutras a nível árvore. É claro que essas trocas de sabor só podem ocorrer em processos que envolvam no mínimo uma partícula em um modo excitado, pois a interação entre os modos zero é protegida pela universalidade dos acoplamentos prevista pelo Modelo Padrão.

Como vimos anteriormente em teorias do tipo Randall-Sundrum a universalidade dos acoplamentos das correntes neutras é quebrada. Entretanto, existe uma maneira de suprimir esses acoplamentos que violam sabor, o chamado mecanismo RS-GIM [50, 51, 52, 53]. Ele garante que o mesmo mecanismo responsável por gerar a hierarquia de massas dos férmions suprime processos onde há troca de sabor através de interações por correntes neutras (*FCNC*). O mecanismo RS-GIM suprime satisfatoriamente grande parte dos processos onde há *FCNC*. Porém, esse mesmo sucesso não ocorre na supressão de contribuições da nova física para a violação de CP em processos envolvendo káons. Na próxima secção explicaremos o mecanismo e discutiremos porque ele não é satisfatório em alguns casos.

4.1.1 Investigando a Violação de Sabor em Teorias Randall-Sundrum

Na teoria de Randall e Sundrum descrita na secção (2.2), os férmions adquirem massa através de seus acoplamentos com o campo de Higgs representados pela lagrangiana abaixo

$$\mathcal{L}_{\rm Y}^{5} = \sum_{i,j=1}^{3} \left[\int d^4x \int_0^{\pi R} dy \, \sqrt{g} \, {\rm Y}_{ij}^{5} \, \bar{\Psi}_i(x^\mu, y) \delta(y - \pi R) H(x^\mu) \Psi_j(x^\mu, y) \right], \qquad (4.8)$$

onde $\mathrm{Y}^5_{ij} \equiv \lambda^5_{ij}/M_5$, sendo que M_5 é a escala fundamental da teoria e $|\lambda^5_{ij}| \sim \mathcal{O}(1)$, e $\Psi_j(x^\mu, y)$ é o campo dos férmions. A função $\delta(y-\pi R)$ tem como objetivo localizar o bóson de Higgs, representado por $H(x^\mu)$, na brana IR. Os índices $i, j = 1, 2, 3$ indicam as gerações dos férmions. Queremos obter o acoplamento do modo zero dos férmions com o Higgs. Para isso, utilizaremos a seguinte decomposição dos férmions em modos de Kaluza-Klein [1]

$$\Psi_{L,R} \equiv \frac{e^{2\,k\,y}}{\sqrt{\pi R}} \sum_{n=0}^{\infty} h^{(n)}_{L,R}(y)\, \psi^{(n)}_{L,R}(x^\mu)\,, \tag{4.9}$$

com $n = 0$. Fazendo isso, a lagrangiana (4.8) pode ser escrita como

$$\mathcal{L}^5_{\mathrm{Y}} = \sum_{i,j=1}^{3} \left\{ \frac{\mathrm{Y}^5_{ij}}{\pi R} \int d^4x\; dy\; \left[h^{(0)}_{L,R}(y) \bar{\psi}^{(0)}_{L,R}(x^\mu) \right] \delta(y-\pi R) H(x^\mu) \times \right.$$
$$\left. \left[h^{(0)}_{L,R}(y) \psi^{(0)}_{L,R}(x^\mu) \right] \right\}. \tag{4.10}$$

Assim como fizemos para o caso do acoplamento entre férmions e bósons, devemos impor que o limite quadridimensional de (4.10) seja a lagrangiana que representa o acoplamento de Yukawa para os férmions no Modelo Padrão. Sabemos que a lagrangiana de Yukawa para as três gerações de quarks é dada por (1.21)

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Y(quarks)}} = -\sum_{i,j=1}^{3} \left[G^u_{ij}\, \overline{\mathsf{R}}^i_u \left(\tilde{\Phi}^\dagger \mathsf{L}^j_q \right) + G^d_{ij}\, \overline{\mathsf{R}}^i_d \left(\Phi^\dagger \mathsf{L}^j_q \right) + \mathrm{h.c.} \right],$$

onde L_j, R^i_u, R^i_d e Φ estão expostos nas expressões (1.7), (1.8), (1.9) e (1.24), respectivamente. Lembrando que G^u_{ij} e G^d_{ij} são acoplamentos de Yukawa e $\tilde{\Phi} \equiv i\sigma_2\Phi^*$. A partir da lagrangiana (1.21) obtemos na secção (1.1) as matrizes de massa não

[1] Estamos utilizando aqui, por conveniência, uma expansão de Kaluza-Klein diferente da apresentada em (2.25).

diagonais dadas por $M_{ij}^{U,D} = (v/\sqrt{2})G_{ij}^{U,D}$, onde v é o valor esperado de vácuo do campo Φ. Portanto, se calcularmos a integral em dy em (4.10) e exigirmos que o limite quadridimensional seja satisfeito através da lagrangiana de Yukawa (1.21), obtemos que

$$M_{ij}^{U} = \frac{\lambda_{ij}^{5(U)}\, v}{\pi R M_5} h_{Li}^{(0)}(\pi R) h_{Rj}^{(0)U}(\pi R), \tag{4.11}$$

$$M_{ij}^{D} = \frac{\lambda_{ij}^{5(D)}\, v}{\pi R M_5} h_{Li}^{(0)}(\pi R) h_{Rj}^{(0)D}(\pi R). \tag{4.12}$$

As matrizes $\lambda^{5(U)}$ e $\lambda^{5(D)}$ possuem elementos não hierárquicos de ordem $\mathcal{O}(1)$. As funções $h_{L,R\ i}^{(0)}(\pi R)$, expressões (2.29) e (2.30), dependem exponencialmente do parâmetro c, isso gera uma estrutura hierárquica devido às diferentes massas dos quarks na dimensão extra ($m_\Psi \equiv ck$). Logo, mesmo utilizando cs não hierárquicos, pode-se concluir que [52]

$$h_{L3}^{(0)}(\pi R) \gg h_{L2}^{(0)}(\pi R) \gg h_{L1}^{(0)}(\pi R), \tag{4.13}$$

$$h_{R3}^{(0)U}(\pi R) \gg h_{R2}^{(0)U}(\pi R) \gg h_{R1}^{(0)U}(\pi R), \tag{4.14}$$

$$h_{R3}^{(0)D}(\pi R) \gg h_{R2}^{(0)D}(\pi R) \gg h_{R1}^{(0)D}(\pi R). \tag{4.15}$$

É importante lembrar que temos um vínculo apenas para o modo zero da torre de Kaluza-Klein dos quarks. Não há informação sobre a relação entre a matriz de massa não diagonal dos quarks ($M^{U,D}$) e o acoplamento de Yukawa em cinco dimensões (Y_{ij}^{5}) para os modos excitados.

As matrizes M^U (4.11) e M^D (4.12) podem ser diagonalizadas através das matrizes unitárias $U(D)_{L,R}$, como fizemos na secção (1.1). Como resultado, obtemos as matrizes de massa diagonais $M_{\rm diag}^{U}$ (1.29) e $M_{\rm diag}^{D}$ (1.30). Devido à estrutura hie-

rárquica das funções $h_{Li}^{(0)}(\pi R)$, $h_{Ri}^{(0)U}(\pi R)$ e $h_{Ri}^{(0)D}(\pi R)$, as matrizes $U(D)_{L,R}$ podem ser escritas da seguinte forma[2] [52]

$$|U_{L\ ij}| \sim |D_{L\ ij}| \sim \frac{\min[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}{\max[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}, \tag{4.16}$$

$$|U_{R\ ij}| \sim \frac{\min[h_{Ri}^{(0)U}(\pi R), h_{Rj}^{(0)U}(\pi R)]}{\max[h_{Ri}^{(0)U}(\pi R), h_{Rj}^{(0)U}(\pi R)]}, \quad |D_{R\ ij}| \sim \frac{\min[h_{Ri}^{(0)D}(\pi R), h_{Ri}^{(0)D}(\pi R)]}{\max[h_{Ri}^{(0)D}(\pi R), h_{Rj}^{(0)D}(\pi R]}, \tag{4.17}$$

onde o símbolo " $\sim$ " significa que a igualdade é verdadeira a menos de elementos da matriz de Yukawa, assumindo que esses são de ordem $\mathcal{O}(1)$. Logo, as matrizes de massa diagonais M_{diag}^{U} e M_{diag}^{D} também apresentarão uma estrutura hierárquica

$$M_{\text{diag}\ ii}^{U} \sim \frac{v}{\pi R M_5} h_{Li}^{(0)}(\pi R) h_{Ri}^{(0)U}(\pi R), \tag{4.18}$$

$$M_{\text{diag}\ ii}^{D} \sim \frac{v}{\pi R M_5} h_{Li}^{(0)}(\pi R) h_{Ri}^{(0)D}(\pi R). \tag{4.19}$$

Portanto a hierarquia de massas dos quarks pode ser explicada pela estrutura das funções $h_{Li}^{(0)}(\pi R)$, $h_{Ri}^{(0)U}(\pi R)$ e $h_{Ri}^{(0)D}(\pi R)$.

Mostraremos, para o caso particular do acoplamento de mão-esquerda, como a própria estrutura das funções $h_{Li}^{(0)}(\pi R)$ dos quarks suprime grande parte da violação de sabor por correntes neutras. Utilizando a expressão (4.16), a matriz CKM ($\mathsf{V}_{\text{CKM}} = U_L^\dagger D_L$) será dada por

$$|\mathsf{V}_{\text{CKM}\ ij}| \sim \frac{\min[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}{\max[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}. \tag{4.20}$$

[2]Essa maneira de escrever $U_{L,R}$ e $D_{L,R}$ é apenas utilizada de forma esquemática para dar intuição sobre o processo de diagonalização das matrizes de massa. As matrizes $M^{U,D}$ poderão ser diagonalizadas de forma completa utilizando o método de decomposição em valores singulares.

Sabemos experimentalmente que a matriz CKM é da forma [1]

$$\mathsf{V}_{\rm CKM} \sim \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \tag{4.21}$$

onde $\lambda \sim \sin\theta_C \sim 0,22$. Portanto, a estrutura da matriz CKM fixa as relações hierárquicas existentes entre os $h_{Li}^{(0)}$ como

$$\frac{h_{L2}^{(0)}(\pi R)}{h_{L3}^{(0)}(\pi R)} \sim \lambda^2 \,, \qquad \frac{h_{L1}^{(0)}(\pi R)}{h_{L3}^{(0)}(\pi R)} \sim \lambda^3 \,. \tag{4.22}$$

De acordo com a expressão (4.4), o acoplamento do modo zero dos quarks de mão-esquerda com o primeiro modo excitado de um bóson de gauge é dado por

$$g_{(0,1)}^{L\;ii} = \frac{g}{\pi R}\int_0^{\pi R} dy\; h_{Li}^{(0)}(y) f^{(1)}(y) h_{Li}^{(0)}(y). \tag{4.23}$$

Lembre-se de que o que expandimos em modos de Kaluza-Klein na expressão (4.2) foram os auto-estados de interação dos quarks. Para mudarmos para a base de auto-estados de massa, devemos fazer uma rotação apropriada de maneira análoga ao procedimento realizado na lagrangiana (4.7). Portanto, os acoplamentos dos quarks de mão-esquerda com o primeiro modo excitado de um bóson de gauge na base de auto-estados de massa são dados por

$$\tilde{G}_U^L \to U_L^\dagger\, g_{(0,1)}^L\, U_L, \qquad \tilde{G}_D^L \to D_L^\dagger\, g_{(0,1)}^L D_L. \tag{4.24}$$

Essas rotações dão origem a acoplamentos não diagonais que violam sabor a nível árvore. Entretanto, essas matrizes de rotação são hierárquicas por (4.16). Assim, os elementos fora da diagonal serão proporcionais a

$$\tilde{G}_U^{L\ ij} \propto \frac{\min[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}{\max[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}, \qquad \tilde{G}_D^{L\ ij} \propto \frac{\min[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}{\max[h_{Li}^{(0)}(\pi R), h_{Lj}^{(0)}(\pi R)]}. \tag{4.25}$$

Logo, de acordo com as expressões (4.22) esses elementos fora da diagonal são dados por potências de $\lambda \sim 0,22$ e portanto estão suprimidos. Esse resultado pode ser estendido para os acoplamentos de mão-direita e ainda é possível aumentar a supressão sob os acoplamentos de mão-esquerda consideravelmente [54, 55, 56].

A localização dos modos zero em relação ao bóson de Higgs é suficiente para suprimir a maioria dos operadores do tipo $\Delta F = 2$, ou seja, esse mecanismo suprime grande parte das interações onde ocorre mudança da partícula para sua antipartícula. Entretanto, existem interações de quatro férmions que violam sabor e não são suprimidas suficientemente. A contribuição de processos $\Delta S = 2$ para a medida de violação de CP no setor de káons ($\epsilon_{\text{káon}}$) foi calculada em [56]. Outros processos envolvendo $\Delta F = 2$ são análogos. A estrutura do operador de interações do tipo $\Delta S = 2$ é a seguinte

$$\begin{aligned}\frac{1}{2M_{KK}^2} \Big\{ &\big[(g_{(0,1)}^{L\ ds})\bar{d}_L T^a \gamma^\mu s_L + (g_{(0,1)}^{R\ ds})\bar{d}_R T^a \gamma^\mu s_R\big] \times \\ &\big[(g_{(0,1)}^{L\ ds})\bar{d}_L T^a \gamma_\mu s_L + (g_{(0,1)}^{R\ ds})\bar{d}_R T^a \gamma_\mu s_R\big]\Big\}\,,\end{aligned} \tag{4.26}$$

onde $d_{L,R}$ e $s_{L,R}$ são auto-estados de massa, os $g_{(0,1)}^{L,R\ ds}$ são os acoplamentos do modo zero de mão-esquerda e de mão-direita dos quarks $d_{L,R}$ e $s_{L,R}$ com o primeiro modo de Kaluza-Klein de um bóson de gauge com massa M_{KK}. As matrizes T^a

são as matrizes de cor na representação fundamental.

Podemos escrever a hamiltoniana das interações que envolvem $\Delta S = 2$ utilizando as propriedades das matrizes T^a e a identidade de Fierz [5] dada pela equação

$$(\bar{q}_1\Gamma^A q_2)(\bar{q}_3\Gamma^B q_4) = \sum_{C,D} \mathcal{N}^{A,B}_{C,D}(\bar{q}_1\Gamma^C q_4)(\bar{q}_3\Gamma^D q_2), \tag{4.27}$$

onde os q_i representam os quarks d e s e os coeficientes $\mathcal{N}^{A,B}_{C,D}$ são dados por

$$\mathcal{N}^{A,B}_{C,D} = \frac{1}{16}\mathrm{Tr}[\Gamma^C\Gamma^A\Gamma^D\Gamma^B], \tag{4.28}$$

em que as matrizes Γ^A, Γ^B, Γ^C e Γ^D são quaisquer das combinações de matrizes de Dirac que formam uma base com dezesseis matrizes 4×4, em particular $\{1, \gamma^\mu, (i/2)[\gamma^\mu, \gamma^\nu], \gamma^\mu\gamma^5, \gamma^5\}$. Portanto,

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = \frac{1}{M_{KK}^2}\Bigg[&\frac{1}{6}(g^{L\ ds}_{(0,1)})^2\ \bar{d}^i_L\gamma_\mu s^i_L\bar{d}^j_L\gamma^\mu s^j_L + \frac{1}{6}(g^{R\ ds}_{(0,1)})^2\ \bar{d}^i_R\gamma_\mu s^i_R\bar{d}^j_R\gamma^\mu s^j_R \\ &-(g^{L\ ds}_{(0,1)})(g^{R\ ds}_{(0,1)})\bar{d}^i_R s^i_L\bar{d}^j_L s^j_R + \frac{1}{3}(g^{L\ ds}_{(0,1)})(g^{R\ ds}_{(0,1)})\bar{d}^i_R s^j_L\bar{d}^j_L s^i_R\Bigg],\end{aligned} \tag{4.29}$$

onde i e j são índices de cor.

A partir dos resultados de UTfit Collaboration [57], foi mostrado por Csáki et al. [54] que a localização dos modos zero em relação ao bóson de Higgs é suficiente para suprimir quase todos os observáveis que violam sabor a uma faixa abaixo do limite experimental. O único observável que gera um vínculo, devido às excitações de bósons KK, maior do que os Testes de Precisão Eletrofracos (*EWPT - Electroweak Precision Tests*) é a medida de violação de CP no setor de káons ($\epsilon_{\text{káon}}$). Isso pode ser explicado pelo fato de que contribuições para $\epsilon_{\text{káon}}$

vindas de interações do tipo $\bar{d}^i_R s^i_L \bar{d}^j_L s^j_R$ (terceiro termo em (4.29)) são maiores do que as contribuições provenientes de interações da forma $\bar{d}^i_L \gamma^\mu s^i_L \bar{d}^j_L \gamma^\mu s^j_L$ (primeiro termo em (4.29) com quiralidade tipo Modelo Padrão) por um fator de aproximadamente 140. Esse operador só é suficientemente suprimido se $M_{KK} > 30$ TeV, o que geraria uma hierarquia em relação a escala eletrofraca [54]. Portanto, devido a esse operador de quatro férmions, a localização dos modos zero em relação ao Higgs não é suficiente para suprimir violação de sabor por correntes neutras.

4.2 Violação de Sabor em Teorias Desconstruídas

Teorias com uma dimensão extra curva apresentam soluções elegantes para os problemas da hierarquia de gauge e da hierarquia de massas dos férmions. Entretanto, essas teorias violam sabor a nível árvore como mostramos na secção anterior. Além disso, elas são não renormalizáveis e devem ser consideradas como teorias efetivas a baixas energias. Neste trabalho [58] queremos investigar a violação de sabor no contexto de teorias desconstruídas mantendo solucionados os problemas de hierarquia. Utilizando as técnicas de desconstrução dimensional em um modelo puramente quadridimensional é possível mostrar como a hierarquia de gauge e a hierarquia de massas dos férmions podem ser explicadas naturalmente com mínima violação de sabor.

Para analisarmos quais são as diferenças fundamentais da teoria discreta para a teoria contínua, optamos por um modelo de desconstrução dimensional com poucos sítios. De acordo com o modelo utilizado, os valores esperados de vácuo dos campos de ligação (Φ_j) são exponencialmente suprimidos gerando uma grande hierarquia entre o sítio zero e o sítio N que pode reproduzir a grande hierarquia

existente entre as branas UV e IR em teorias com uma dimensão extra curva. Se recordarmos o modelo com uma dimensão extra curva contínua, descrito na secção (2.2), vemos que é possível obter a relação entre as escalas de energia entre dois pontos diferentes da dimensão extra. Utilizando a convenção usual de que a brana UV (brana de Planck) está localizada em $y = 0$ e a brana IR (brana eletrofraca) está localizada em $y = \pi R$, podemos obter a relação de energia entre essas duas branas como consequência da métrica utilizada (2.1)

$$M_{IR} = e^{-k\pi R} M_{UV}, \tag{4.30}$$

onde M_{IR} corresponde a escala de energia da brana localizada em $y = \pi R$ e M_{UV} é a escala de energia da brana localizada em $y = 0$. Assim, para encontrarmos uma solução para o problema da hierarquia de gauge do MP basta exigir que a brana UV tenha energia da ordem da escala de Planck, e que a brana IR tenha energia da ordem da escala eletrofraca. Portanto, se

$$M_{UV} \sim 10^{19}\text{GeV},$$

$$M_{IR} \sim 10^{3}\text{GeV},$$

então para resolver o problema da hierarquia é preciso que

$$k\pi R \sim 37. \tag{4.31}$$

Na teoria desconstruída, o limite para a teoria contínua é alcançado quando $N \to \infty$ e $\ell \to 0$ para que $N\ell \to L$, onde L é o tamanho da dimensão extra e ℓ é

o espaçamento da rede. Dessa forma, de (4.31) temos que $k\pi R = kL \sim 37$ e portanto,

$$kN\ell \sim 37. \tag{4.32}$$

Lembrando que definimos os valores esperados de vácuo (v_j) dos campos de ligação na secção (3.2), expressão (3.13), como

$$v_j = vq^j, \quad 0 < q < 1,$$

e obtemos a correspondência com a teoria 5-dimensional (tabela 3.1) dada por

$$v_j = \frac{e^{-k\ell j}}{\ell}, \tag{4.33}$$

então podemos escrever que

$$q = e^{-k\ell}. \tag{4.34}$$

Logo, de (4.32) e (4.34) para resolvermos o problema da hierarquia de gauge na teoria desconstruída basta escolhermos

$$q \sim e^{-37/N}. \tag{4.35}$$

Também podemos utilizar desconstrução dimensional para explicar a hierarquia de massas dos férmions através da "localização" dos modos zero no diagrama *quiver*. Com esse método, conseguimos obter o espectro de massas dos quarks com mínima violação de sabor utilizando matrizes de Yukawa com elementos não hierárquicos. Nas próximas secções explicaremos de forma detalhada como chegamos nesse resultado.

4.2.1 Obtendo o Acoplamento do Modo Zero dos Férmions com o Primeiro Modo Massivo dos Bósons de Gauge

Na teoria desconstruída, o acoplamento de um férmion de mão-esquerda com um bóson de gauge pode ser representado pela lagrangiana

$$\mathcal{L}_g = \sum_{k=0}^{N} g_k \bar{\psi}_{L,k} A_{\mu,k} \psi_{L,k}, \tag{4.36}$$

onde os g_k são as constantes de acoplamento quadridimensionais e $\psi_{L,k}$ e $A_{\mu,k}$ são os auto-estados de interação dos férmions e dos bósons, respectivamente. A soma em k representa a soma sob os sítios do diagrama *quiver*. É razoável supor que $g_k = g$ para todos os ks, pois queremos que as variações nos acoplamentos sejam explicadas apenas pelas diferentes "localizações" no diagrama, de maneira análoga ao caso contínuo. Podemos expandir $\psi_{L,k}$ e $A_{\mu,k}$ em auto-estados de massa da seguinte maneira

$$\psi_{L,k} = \sum_{n=0}^{N} h^L_{k,n} \psi'_{L,n}, \tag{4.37}$$

$$A_{\mu,k} = \sum_{n=0}^{N} = f_{k,n} A'_{\mu,n}. \tag{4.38}$$

Quando substituimos (4.37) e (4.38) na lagrangiana (4.36) obtemos

$$\mathcal{L}_g = \sum_{k=0}^{N} g \sum_{n=0}^{N} \left(h^L_{k,n}\right)^* \bar{\psi}'_{L,n} \sum_{m=0}^{N} f_{k,m} A'_{\mu,m} \sum_{p=0}^{N} h^L_{k,p} \psi'_{L,p} \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}_g = \sum_{k,n,m,p=0}^{N} \left[g \left(h^L_{k,n}\right)^* f_{k,m} h^L_{k,p}\right] \bar{\psi}'_{L,n} A'_{\mu,m} \psi'_{L,p}. \tag{4.39}$$

Queremos o acoplamento do modo zero dos férmions de mão-esquerda com o primeiro modo massivo dos bósons, logo devemos escolher $n = p = 0$ e $m = 1$. Assim, segue de (4.39) que

$$\mathcal{L}_g = \sum_{k=0}^{N} \left(g|h_{k,0}^L|^2 f_{k,1} \right) \bar{\psi}'_{L,0} A'_{\mu,1} \psi'_{L,0}, \tag{4.40}$$

e portanto o acoplamento é dado pela soma

$$g_{01}^L = \sum_{k=0}^{N} g|h_{k,0}^L|^2 f_{k,1}. \tag{4.41}$$

Já obtemos na secção (3.2) a expressão dos $f_{k,n}$ (3.39). A forma dos $h_{k,n}^L$ (3.63) foi obtida na secção (3.3). Se escolhermos $k = 0$ na relação de recorrência encontrada para os $h_{k,0}^L$ dada por (3.65) temos que

$$\frac{h_{1,0}^L}{h_{0,0}^L} = q^{c_L - 1/2} \equiv Z_L \;\Rightarrow\; h_{1,0}^L = h_{0,0}^L Z_L. \tag{4.42}$$

Se repetirmos esse processo para valores maiores de k concluiremos que

$$h_{k,0}^L = h_{0,0}^L \left(Z_L \right)^k. \tag{4.43}$$

Mas a condição de normalização diz que

$$\sum_{k=0}^{N} |h_{k,0}^L|^2 = 1 \;\Rightarrow\; |h_{0,0}^L|^2 \sum_{k=0}^{N} \left(Z_L^2 \right)^k = 1. \tag{4.44}$$

Como (4.44) trata-se da soma de uma progressão geométrica, concluímos que

$$h_{0,0}^{L} = \left(\frac{1 - Z_L^2}{1 - Z_L^{2(N+1)}} \right)^{1/2} . \tag{4.45}$$

Com esse resultado e utilizando (4.43), a expressão (4.41) pode ser reescrita como

$$g_{01}^{L} = \sum_{k=0}^{N} g \left(Z_L \right)^{2k} \left(\frac{1 - Z_L^2}{1 - Z_L^{2(N+1)}} \right) f_{k,1}, \tag{4.46}$$

lembrando que $Z_L = q^{c_L - 1/2}$.

O procedimento para determinarmos o acoplamento do modo zero dos férmions de mão-direita com o primeiro modo massivo dos bósons de gauge é análogo ao realizado para o modo zero dos férmions de mão-esquerda. O resultado é dado por

$$g_{01}^{R} = \sum_{k=0}^{N} g \left(Z_R \right)^{2k} \left(\frac{1 - Z_R^2}{1 - Z_R^{2(N+1)}} \right) f_{k,1}, \tag{4.47}$$

onde $Z_R = q^{-(c_R + 1/2)}$.

Abaixo apresentamos os gráficos de g_{01}^{L}/g e de g_{01}^{R}/g para teorias com diferentes números de sítios.

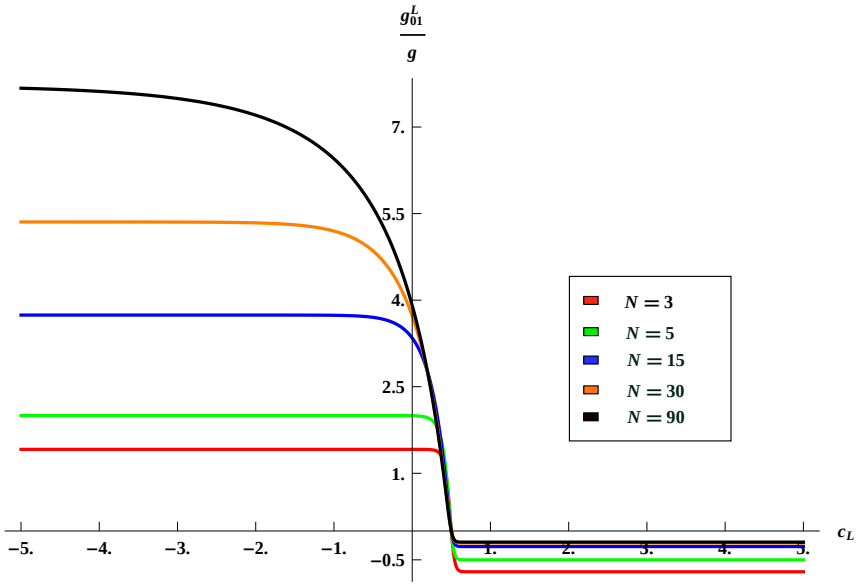

Figura 4.3: Acoplamento do modo zero de um férmion de mão-esquerda com o primeiro modo massivo de um bóson de gauge.

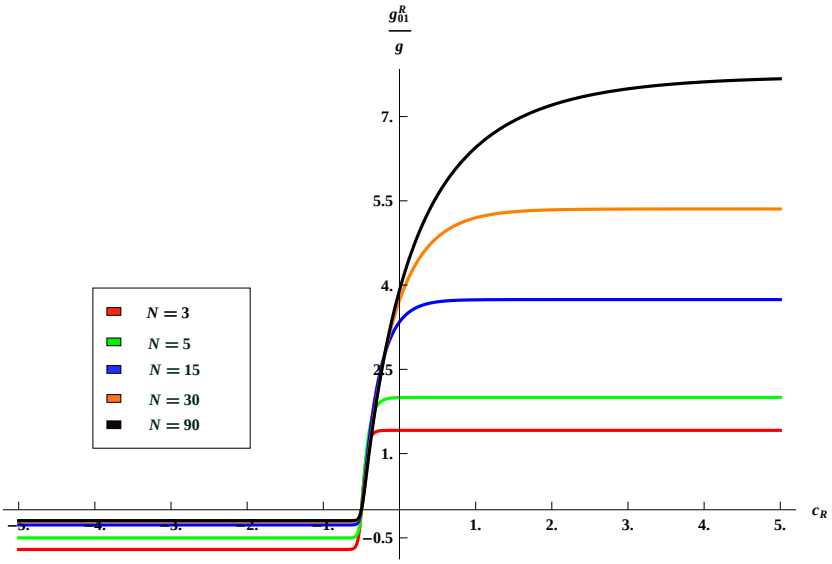

Figura 4.4: Acoplamento do modo zero de um férmion de mão-direita com o primeiro modo massivo de um bóson de gauge.

Observando os gráficos vemos que no limite da teoria contínua, ou seja, N

grande, recuperamos os resultados já conhecidos para teorias com uma dimensão extra curva, veja as figuras (4.1) e (4.2). Isso pode ser visto explicitamente se calcularmos os limites de g_{01}^L e g_{01}^R para valores extremos de c_L e c_R para um N grande. Abaixo mostramos esses limites para N igual a 150.

$$\left(\frac{g_{01}^L}{g}\right)_{c_L \gg 0} \simeq f_{0,1} \simeq -0,2\ , \qquad \left(\frac{g_{01}^L}{g}\right)_{c_L \ll 0} \simeq f_{150,1} \simeq -8,1\ , \tag{4.48}$$

$$\left(\frac{g_{01}^R}{g}\right)_{c_R \ll 0} \simeq f_{0,1} \simeq -0,2\ , \qquad \left(\frac{g_{01}^R}{g}\right)_{c_R \gg 0} \simeq f_{150,1} \simeq -8,1\ . \tag{4.49}$$

É importante dizer que nesse trabalho estamos interessados nas características discretas da teoria. Dessa forma, optamos por um modelo de desconstrução dimensional com poucos sítios.

4.2.2 Obtendo o Acoplamento do Higgs com o Modo Zero dos Férmions

Vamos impor que o bóson de Higgs está fixo no sítio N [3] e calcularemos seu acoplamento com o modo zero dos férmions. A lagrangiana que representa o acoplamento do Higgs com os férmions "localizados" no sítio N é dada por

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Y}} = \mathrm{Y}\ \bar{\psi}_{R,N}\ H\ \psi_{L,N}, \tag{4.50}$$

onde Y é o acoplamento de Yukawa com elementos não hierárquicos de ordem $\mathcal{O}(1)$, H é o bóson de Higgs e $\bar{\psi}_{R,N}$ e $\psi_{L,N}$ são os auto-estados de interação dos férmions de mão-direita e de mão-esquerda, respectivamente, "localizados" no

[3] Na próxima secção apresentaremos um mecanismo que localiza o bósons de Higgs no sítio N de forma natural.

sítio N.

Se substituirmos em (4.50) as expansões dos $\bar{\psi}_{R,N}$ e $\psi_{L,N}$ em auto-estados de massa dadas por

$$\bar{\psi}_{R,N} = \sum_{n=0}^{N} \left(h^{R}_{N,n}\right)^{*} \bar{\psi'}_{R,n}, \tag{4.51}$$

$$\psi_{L,N} = \sum_{n=0}^{N} h^{L}_{N,n} \psi'_{L,n}, \tag{4.52}$$

e ainda utilizarmos que $h^{L}_{N,0} = (Z_L)^N h^{L}_{0,0}$ e $h^{R}_{N,0} = (Z_R)^N h^{R}_{0,0}$, onde os $h^{L,R}_{0,0}$ foram determinados na secção (4.2.1) como sendo

$$h^{L,R}_{0,0} = \left(\frac{1 - Z^2_{L,R}}{1 - Z^{2(N+1)}_{L,R}}\right)^{1/2}, \tag{4.53}$$

conseguimos escrever a lagrangiana (4.50) da forma

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Y}} = \mathrm{Y}\,(Z_L)^N (Z_R)^N \left(\frac{1 - Z^2_L}{1 - Z^{2(N+1)}_L}\right)^{1/2} \left(\frac{1 - Z^2_R}{1 - Z^{2(N+1)}_R}\right)^{1/2} \bar{\psi}_{R,0} H \psi_{L,0} + \cdots \tag{4.54}$$

Como queremos o acoplamento do Higgs com o modo zero dos férmions, da expressão acima concluímos que tal acoplamento é dado por

$$g_{0H} = \mathrm{Y}\,(Z_L)^N (Z_R)^N \left(\frac{1 - Z^2_L}{1 - Z^{2(N+1)}_L}\right)^{1/2} \left(\frac{1 - Z^2_R}{1 - Z^{2(N+1)}_R}\right)^{1/2}. \tag{4.55}$$

Devemos impor que a partir do acoplamento do Higgs com o modo zero dos férmions na teoria desconstruída, g_{0H} (4.55), seja possível obter os valores das massas dos quarks. Como $Z_L \equiv q^{c_L+1/2}$ e $Z_R \equiv q^{-(c_R+1/2)}$ nota-se que a hierarquia de massas dos quarks pode ser reproduzida escolhendo-se apropriadamente os

valores de c_L e c_R, mesmo sendo esses últimos não hierárquicos. Isso significa que a grande diferença entre as massas dos quarks pode ser explicada de acordo com a "localização" de seus modos zero no diagrama *quiver*. Procuramos acoplamentos que reproduzam essa hierarquia para valores randômicos de c_L e c_R entre $-1,5$ e $1,5$ e com elementos não hierárquicos para a matriz Y, escolhidos de maneira aleatória entre $0,5$ e $1,5$. Abaixo apresentamos os gráficos dos acoplamentos de gauge para uma solução típica que satisfaz essas condições. Os pontos azuis, verdes e vermelhos representam diferentes sabores de quarks na base de interação.

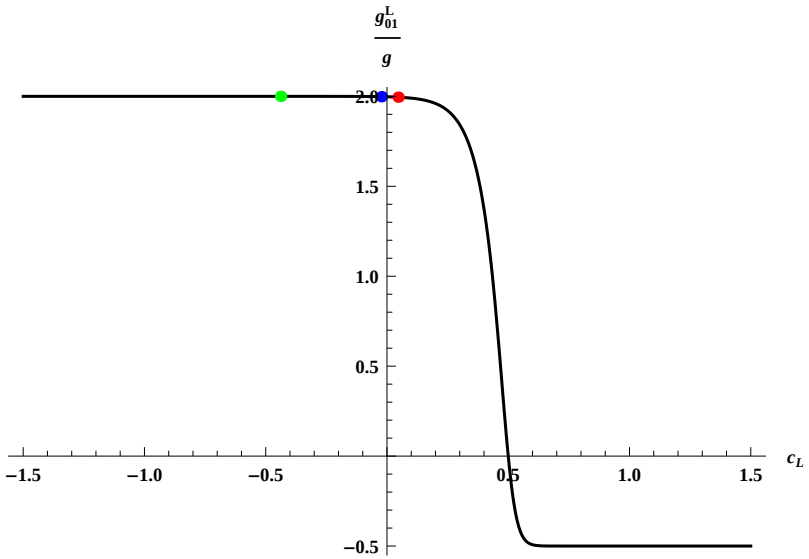

Figura 4.5: Acoplamento de gauge dos modos zero dos dubletos de mão-esquerda de quarks com o primeiro modo massivo de um bóson de gauge para $N = 5$. Os pontos azul, verde e vermelho representam diferentes sabores na base de interação.

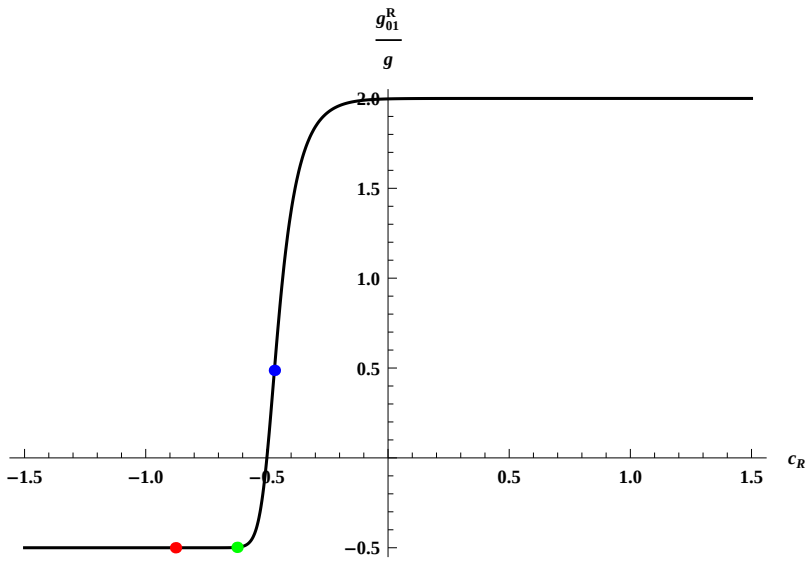

Figura 4.6: Acoplamento de gauge dos modos zero dos singletos de mão-direita de quarks tipo up com o primeiro modo massivo de um bóson de gauge para $N = 5$. Os pontos azul, verde e vermelho representam diferentes sabores na base de interação.

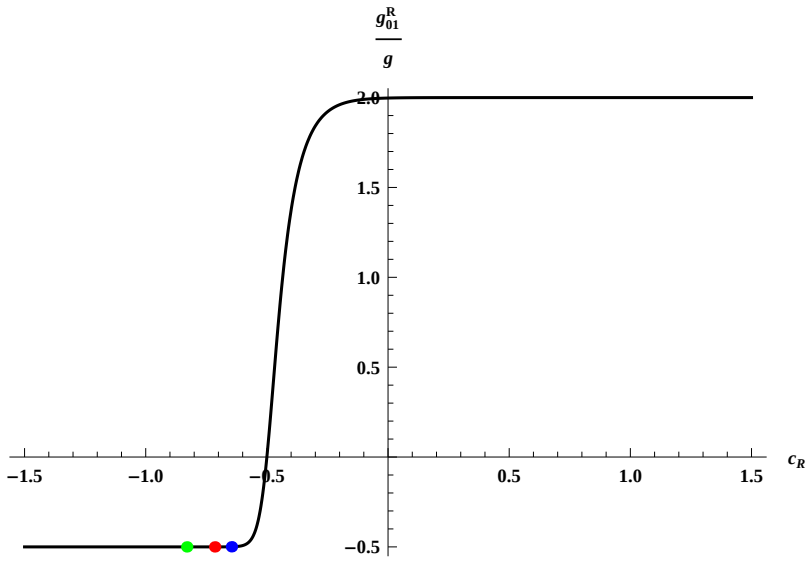

Figura 4.7: Acoplamento de gauge dos modos zero dos singletos de mão-direita de quarks tipo down com o primeiro modo massivo de um bóson de gauge para $N = 5$. Os pontos azul, verde e vermelho representam diferentes sabores na base de interação.

Veja que as curvas para os acoplamentos de gauge possuem predominantemente valores constantes, figuras acima (4.5, 4.6 e 4.7). Isso é uma consequência da característica discreta da teoria, pois optamos por um modelo de desconstrução dimensional com poucos sítios. Dessa forma, os acoplamentos serão quase universais. Para obter o alto valor da massa do quark top podemos esperar uma pequena violação de sabor no acoplamento de gauge dos quarks de mão-direita tipo up (figura 4.6).

O resultado apresentado nas figuras anteriores mostra que em teorias desconstruídas com um número pequeno de sítios é possível obter a hierarquia de massas dos férmions com mínima violação de sabor, algo que não ocorre em teorias tipo Randall-Sundrum como foi mostrado na secção (4.1.1). No caso das teorias desconstruídas não precisamos nos preocupar com operadores com interações do tipo $\Delta F = 2$, como o exposto em (4.26), uma vez que os acoplamentos não diagonais serão muito pequenos.

Em suma, nessa secção (4.2) mostramos que é possível obter uma solução para o problema da hierarquia de gauge na teoria desconstruída. No modelo utilizado, os valores esperados de vácuo dos campos de ligação (Φ_j) são exponencialmente suprimidos gerando uma grande hierarquia entre o sítio zero e o sítio N que pode reproduzir a grande hierarquia existente entre as branas UV e IR em teorias com uma dimensão extra curva. Também explicamos a hierarquia de massa dos férmions através da "localização" dos modos zero no diagrama *quiver*. Obtivemos esses resultados com mínima violação de sabor utilizando acoplamentos de Yukawa não hierárquicos.

4.2.3 Localização do Higgs no Sítio N

Nesta secção apresentamos um mecanismo para obter o bóson de Higgs dinamicamente e localizá-lo próximo ao sítio N.

Vimos na secção (3.2) que todos os bósons de Nambu-Goldstone ($\xi_{j,a}T^a$, $a = 1, \ldots, m^2 - 1$) provenientes da quebra da simetria quiral são "absorvidos" pelos bósons de gauge ($A_{j,a}T^a$) associados aos grupos $SU(m)_j$. Isso sempre ocorre quando todos os grupos de calibre da cadeia são iguais. A contagem do número de graus de liberdade está explícita na tabela abaixo

Antes	**Depois**
Φ_k : $(m^2 - 1) \times N$	$A_{\mu,k}$ massivo: $3 \times (m^2 - 1) \times (N)$
$A_{\mu,k}$ não massivo : $2 \times (m^2 - 1) \times (N + 1)$	$A_{\mu,k}$ não massivo: $2 \times (m^2 - 1)$
Total: $3(m^2N - N) + 2(m^2 - 2)$	**Total:** $3(m^2N - N) + 2(m^2 - 2)$

Tabela 4.1: Contagem do número de graus de liberdade, para a teoria desconstruída com uma estrutura de grupos de gauge dada pela figura (3.1), antes e depois da quebra espontânea da simetria.

Podemos escolher convenientemente os grupos de gauge da estrutura (3.1) dada por

$$G = G_0 \times G_1 \times \ldots \times G_{N-1} \times G_N,$$

de forma que sobrem quatro graus de liberdade para atribuirmos ao bóson de Higgs. Como exemplo, escolheremos uma cadeia de grupos de gauge da seguinte forma

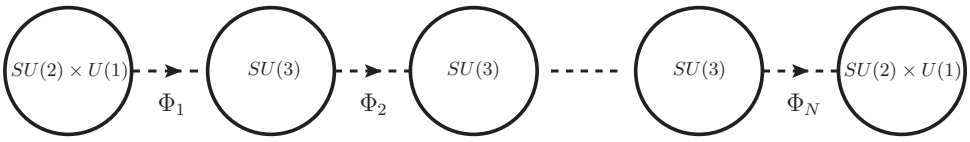

Figura 4.8: Diagrama *quiver* para uma cadeia de grupos de gauge. Os grupos das extremidades, sítios 0 e N, são $SU(2) \times U(1)$ e os demais são $SU(3)$.

Para o caso dessa nova estrutura, figura (4.8), sempre sobrarão graus de liberdade que não poderão ser "absorvidos" pelos bósons de gauge. Isso porque o grupo $SU(2) \times U(1)$ não contém todos os geradores do grupo $SU(3)$. Os geradores de $SU(3)$ são as matrizes $T^a = \lambda^a/2$, onde λ^a são as matrizes de Gell-Mann

$$T^1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T^2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T^3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T^4 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T^5 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T^6 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T^7 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad T^8 = \frac{\sqrt{3}}{6}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Chamaremos de S^c os geradores do grupo $SU(3)$ que não são geradores do grupo $SU(2) \times U(1)$, $S^c \equiv \{T^4, T^5, T^6, T^7\}$. Como na secção (3.2), queremos encontrar um gauge que elimine os bósons de Nambu-Goldstone da teoria. Considere, por exemplo, o sítio $j = N$. Veja que de acordo com a expressão (3.10), devemos encontrar uma transformação de calibre que satisfaça

$$A_{\mu,j-1a}\, T^a - A_{\mu,ja}\, T^a \to A_{\mu,j-1a}\, T^a - A_{\mu,ja}\, T^a - \frac{1}{v_j}\xi_{j,a}(x)\, T^a.$$

Entretanto, no caso dessa estrutura (4.8), o grupo do sítio $j = N$ não tem bósons de gauge do tipo $A_{\mu,Nc}\, S^c$ e portanto, devemos "absorver" os bósons de Nambu-Goldstone associados aos geradores S^c ($\xi_{N,c}\, S^c$) em bósons de gauge de outros sítios. Podemos, por exemplo, utilizar o sítio $j = N - 1$. Dessa forma, as transformações dos campos $A_{\mu,N}$ e $A_{\mu,N-1}$ serão dadas por

$$A_{\mu,Nb}\, R^b \to A_{\mu,Nb}\, R^b + \frac{1}{v_N}\partial_\mu \xi_{N,b}(x)\, R^b, \tag{4.56}$$

onde $R^b \equiv \{T^1, T^2, T^3, T^8\}$ e

$$A_{\mu,N-1c}\, S^c \to A_{\mu,N-1c}\, S^c - \frac{1}{v_N}\partial_\mu \xi_{N,c}(x)\, S^c. \tag{4.57}$$

Porém, nesse caso, não poderemos mais utilizar os bósons $A_{\mu,N-1c}\, S^c$ para "absorver" os $\xi_{N-1,c}(x)\, S^c$, de forma que precisaremos utilizar bósons de gauge de outro sítio para fazer isso. Portanto nota-se que, independentemente das transformações de gauge dos campos $A_{\mu,j}$ adotadas para eliminar os bósons de Nambu-Goldstone, sempre sobrarão $\xi_{j,c}(x) S^c$ que não poderão ser eliminados. Essa é uma consequência imediata da estrutura de grupos escolhida, figura (4.8). A contagem do número de graus de liberdade é dada pela tabela abaixo

Antes	**Depois**
Φ_k : $(3^2-1)\times N$	$A_{\mu,k}$ massivo : $3\times(3^2-1)\times(N-2)$
$A_{\mu,k}$ não massivo : $2\times(3^2-1)\times(N-1)$	$+\,3\times(4)\times(2)+3\times(4)$
+ $2\times(4)\times 2$	$A_{\mu,k}$ não massivo : $2\times(4)$
	ξ_k não eliminados : 4
Total: $24N$	**Total:** $24N$

Tabela 4.2: Contagem do número de graus de liberdade, para a teoria desconstruída com uma estrutura de grupos de gauge dada pela figura (4.8), antes e depois da quebra espontânea da simetria.

Precisamos agora encontrar qual é a combinação de $\xi_{j,c}(x)S^c$ que de fato representa um bóson de Nambu-Goldstone físico, ou seja, queremos obter a combinação de $\xi_{j,c}(x)S^c$ que não pode ser eliminada pela transformação de calibre

$$g_0\,\Phi_S\,g_N^\dagger, \tag{4.58}$$

onde g_0 é uma transformação de gauge na representação fundamental do grupo com $j=0$ e $g_N^\dagger$ é uma transformação de gauge na representação antifundamental do grupo com $j=N$. Chamaremos de Φ_S a combinação mais geral dos campos Φ_j que se transforma dessa forma (4.58).

Como os campos Φ_j transformam-se sob a representação bifundamental dos grupos de gauge adjacentes ($G_{j-1}\times G_j$), temos que

$$\Phi_1 \to g_0\, \Phi_1\, g_1^\dagger,$$

$$\Phi_2 \to g_1\, \Phi_2\, g_2^\dagger,$$

$$\vdots$$

$$\Phi_N \to g_{N-1}\, \Phi_N\, g_N^\dagger.$$

Logo, segue que a combinação dos Φ_j que se transforma como (4.58) é dada pelo produto

$$\Phi_S = A\, \Phi_1\, \Phi_2\ \ \ldots\ \ \Phi_N, \tag{4.59}$$

já que

$$\begin{aligned} &\Phi_S \to A\, g_0\, \Phi_1\, g_1^\dagger\ \ g_1\, \Phi_2\, g_2^\dagger\ \ \ \ldots\ \ \ g_{N-2}\, \Phi_{N-1}\, g_{N-1}^\dagger\, g_{N-1}\, \Phi_N\, g_N^\dagger\ \ \Rightarrow \\ &\Phi_S \to A\, g_0\, \Phi_S\, g_N^\dagger, \end{aligned} \tag{4.60}$$

onde A é uma constante de normalização. Substituindo então as expressões dos Φ_j (3.6) em (4.59) temos

$$\begin{aligned} &\Phi_S = A\, \left(\prod_{k=1}^{N} \frac{v_k}{\sqrt{2}}\right)\, \exp\left[i \sum_{j=1}^{N} \frac{\xi(x)_{j,a}\, T^a}{v_j}\right]\ \Rightarrow \\ &\Phi_S = A\, \left(\prod_{k=1}^{N} \frac{v_k}{\sqrt{2}}\right)\, \exp\left[i \sum_{j=1}^{N} \frac{\xi(x)_{j,b}\, R^b}{v_j}\right] \exp\left[i \sum_{j=1}^{N} \frac{\xi(x)_{j,c}\, S^c}{v_j}\right]. \end{aligned} \tag{4.61}$$

Note que a $\exp\left[i \sum_{j=1}^{N} \frac{\xi(x)_{j,b}\, R^b}{v_j}\right]$ pode ser eliminada por uma escolha de gauge através das transformações g_0 e g_N em (4.60), isto é, através dessas transformações só conseguiremos eliminar a exponencial que depende dos geradores R^b. Pode-

mos escolher por exemplo

$$g_0 = \exp\left[-i\sum_{j=1}^{N}\frac{\xi(x)_{j,b}\,R^b}{v_j}\right],$$

$$g_N = \mathbf{1}_3, \tag{4.62}$$

e portanto

$$\Phi_S \to A\left(\prod_{k=1}^{N}\frac{v_k}{\sqrt{2}}\right)\exp\left[i\sum_{j=1}^{N}\frac{\xi(x)_{j,c}S^c}{v_j}\right]. \tag{4.63}$$

Logo, a combinação de bósons de Nambu-Goldstone física, ou seja, a que não conseguimos eliminar por uma transformação de calibre, é dada por

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\xi(x)_{j,c}S^c}{v_j}. \tag{4.64}$$

Lembre-se de que escrevemos os VEVs (3.13) dos campos Φ_j da seguinte forma

$$v_j = vq^j, \quad 0 < q < 1.$$

Logo, com essa escolha para os valores de q, os VEVs dos campos de ligação decrescem do sítio zero até o sítio N. Portanto, concluímos que o bóson de Nambu-Goldstone (4.64) está localizado próximo ao sítio N. Como atribuiremos esses graus de liberdade ao bóson de Higgs, isso corresponde a obter o Higgs dinamicamente e localizado próximo ao sítio N. É possível construir modelos de quebra espontânea de simetria que utilizam esse mecanismo para a obtenção do bóson de Higgs [58].

Capítulo 5

Conclusão

Vimos no capítulo 1 que, apesar de todo o sucesso do Modelo Padrão, existem diversos aspectos de cunho teórico e fenomenológico que não são explicados por esse modelo. Apresentamos os problemas principais dando destaque às questões que foram tratadas nessa dissertação, o problema da hierarquia de gauge e o problema relacionado à geração de massa dos férmions.

No capítulo 2, descrevemos um espaço 5-dimensional como o proposto por Randall e Sundrum [14] cuja métrica é do tipo anti-de Sitter (AdS) em cinco dimensões. Mostramos também como é possível resolver naturalmente o problema da hierarquia de gauge nessas teorias. Por último, descrevemos como os campos se propagam nesse espaço.

Apresentamos no capítulo 3 as técnicas de desconstrução dimensional. Aplicamos esse método para uma teoria de gauge 5-dimensional e mostramos quais condições devem ser satisfeitas para existir a correspondência com a teoria contínua.

As teorias com uma dimensão extra curva apresentam soluções elegantes para

o problema da hierarquia de gauge e para o problema da hierarquia de massas dos férmions. Porém, essas teorias violam sabor a nível árvore e são não renormalizáveis. No capítulo 4, mostramos que utilizando o método de desconstrução dimensional em um modelo puramente quadridimensional é possível obter uma solução para os problemas da hierarquia de gauge e da hierarquia de massas dos férmions com mínima violação de sabor e sem fazer uso de acoplamentos de Yukawa hierárquicos [58]. Por fim, apresentamos um mecanismo que obtém o bóson de Higgs dinamicamente e o localiza próximo ao sítio N

Referências Bibliográficas

[1] K. Nakamura et al. (Particle Data Group). Review of particle physics. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 37(075021), 2010. Disponível em http://www-pdg.lbl.gov/.

[2] J. F. Donoghue, E. Golowich, e B. R. Holstein. *Dynamics of the Standard Model*. Cambridge University Press, 1994.

[3] *LEP Electroweak Working Group (LEP EWWG)*. Disponível em http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/.

[4] *Tevatron Electroweak Working Group (TEV-EWWG)*. Disponível em http://tevewwg.fnal.gov/.

[5] M. E Peskin e D. V. Schroeder. *An Introduction To Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.

[6] J. D. Wells. Lectures on higgs boson physics in the standard model and beyond. *British Universities Summer School in Theoretical Elementary Particle Physics*, 2009. Disponível em http://arxiv.org/abs/0909.4541v1.

[7] C. Quigg. Unanswered questions in the electroweak theory. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 59:505–555, 2009.

[8] B. W. Lee, C. Quigg, e H. B. Thacker. Weak interactions at very high energies: The role of the higgs-boson mass. *Physical Review D*, 16:1519–1531, 1977.

[9] G. A. Burdman. Theories with extra dimensions. *The 15th International Conference on Hadron Collider Physics*, 2004. Disponível em http://arxiv.org/abs/hep-ph/0409322v1.

[10] R. Rosenfelt. Introduction to the standard model. *XII Jorge André Swieca Summer School on Particles and Fields*, 2003.

[11] E. Komatsu et al. (WMAP Collaboration). Five-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological interpretation. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 180:330–376, 2009.

[12] R. D. Peccei e H. R. Quinn. Cp conservation in the presence of pseudoparticles. *Physical Review Letters*, 38:1440–1443, 1977.

[13] R. D. Peccei e H. R. Quinn. Constraints imposed by cp conservation in the presence of pseudoparticles. *Physical Review D*, 16:1791–1797, 1977.

[14] L. Randall e R. Sundrum. Large mass hierarchy from a small extra dimension. *Physical Review Letters*, 83:3370–3373, 1999.

[15] Edwin Abbott Abbott. *Flatland: A Romance of Many Dimensions by a Square*. 1884. Há diversas editoras diferentes, em particular, podemos citar a terceira edição da Dover Publications de 2007.

[16] G. Nordstrom. On the possibility of a unification of the electromagnetic and gravitation fields. *Physikalische Zeitschrift*, (15):504–506, 1914.

[17] T. Kaluza. On the unity problem of physics. *Physik.-Mathemat.Klasse*, pages 966–972, 1921.

[18] O. Klein. Quantum theory and five dimensional theory of relativity. *Zeitschrift für Physik a Hadrons and Nuclei*, 37(12):895–906, 1926.

[19] I. Antoniadis. A possible new dimension at a few tev. *Physics Letters B*, 246:377–384, 1990.

[20] P. Hořava e E. Witten. Heterotic and type i string dynamics from eleven dimensions. *Nuclear Physics B*, 460:506–524, 1996.

[21] P. Hořava e E. Witten. Eleven-dimensional supergravity on a manifold with boundary. *Nuclear Physics B*, 475:94–114, 1996.

[22] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, e G. Dvali. The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter. *Physics Letters B*, 429:263–272, 1998.

[23] L. Randall e R. Sundrum. An alternative to compactification. *Physical Review Letters*, 83:4690–4693, 1999.

[24] J. M. Maldacena. The large n limit of superconformal field theories and supergravity. *Advances in Theoretical and Mathematical Physics*, 2:231–252, 1998.

[25] H. Georgi, A. K. Grant, e Hailu. G. Chiral fermions, orbifolds, scalars, and fat branes. *Physical Review D*, 63(064027), 2001.

[26] T. Gherghetta e A. Pomarol. Bulk fields and supersymmetry in a slice of ads. *Nuclear Physics B*, 586:141–162, 2000.

[27] A. Pomarol. Gauge bosons in a five-dimensional theory with localized gravity. *Physics Letters B*, 486:153–157, 2000.

[28] Y. Grossman e M. Neubert. Neutrino masses and mixings in non-factorizable geometry. *Physics Letters B*, 474:361–371, 2000.

[29] T. Gherghetta. Les houches lectures on warped models and holography. *Les Houches 2005, Particle physics beyond the Standard Model*, pages 263–311, 2005.

[30] A. Pérez-Lorenzana. An introduction to extra dimensions. *Journal of Physics: Conference Series*, 18, 2005.

[31] C. Csáki. Tasi lectures on extra dimensions and branes. *Theoretical Advanced Study Institute 2002*, 2002. Disponível em http://arxiv.org/abs/hep-ph/0404096.

[32] P. M. Aquino. Física além do modelo padrão em teorias com dimensões extra. Mestrado, Universidade de São Paulo, 2007. Disponível em http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/43/43134/tde-16122007-163258/pt-br.php.

[33] E. R. de Lascio. *Setor Eletrofraco Fortemente Acoplado na Escala TeV: Teoria e Fenomenologia no LHC*. Doutorado, Universidade de São Paulo, 2011.

[34] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, e H. Georgi. (De)constructing dimensions. *Physical Review Letters*, 86:4757–4761, 2001.

[35] C. T. Hill, S. Pokorski, e J. Wang. Gauge invariant effective Lagrangian for Kaluza-Klein modes. *Physical Review D*, 64(105005), 2001.

[36] H. Georgi. A tool kit for builders of composite models. *Nuclear Physics*, B266(274), 1986.

[37] M. R. Douglas e G. W. Moore. D-branes, quivers and ALE instantons. 1996.

[38] J. de Blas, A. Falkowski, M. Pérez-Victoria, e S. Pokorski. Tools for deconstructing gauge theories in AdS_5. *Journal of High Energy Physics*, 8(61), 2006.

[39] Y. Bai, G. Burdman, e C. T. Hill. Topological Interactions in Warped Extra Dimensions. *Journal of High Energy Physics*, 2(49), 2010.

[40] W. Hahn. Die mechanische Deutung einer geometrischen Differenzgleichung. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 33:270–272, 1953.

[41] H. Exton. *q-hypergeometric functions and applications*. Ellis Hood, 1983.

[42] R. F. Swarttouw. *The Hahn-Exton q-Bessel Function*. Doutorado, Universidade de Tecnologia Delft, 1992. Disponível em http://www.narcis.nl/publication/RecordID/oai%3Atudelft.nl%3Auuid%3A0bfd7d96-bb29-4846-8023-6242ce15e18f.

[43] K. Wilson. Confinement of quarks. *Physical Review D*, 10(2445), 1974.

[44] H. J. Rothe. *Lattice Gauge Theories*. World Scientific, 2005.

[45] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, e H. Georgi. Electroweak symmetry breaking from dimensional deconstruction. *Physics Letters B*, (513):232–240, 2001.

[46] H. C. Cheng, C. T. Hill, S. Pokorski, e J. Wang. The Standard Model in the latticized bulk. *Physical Review D*, 64(065007), 2001.

[47] H. C. Cheng, C. T. Hill, e J. Wang. Dynamical electroweak breaking and latticized extra dimension. *Physical Review D*, 64(095003), 2001.

[48] K. Lane. Case study in Dimensional Deconstruction. *Physical Review D*, 65(115001), 2002.

[49] T. Hällgren. *Aspects of Dimensional Deconstruction and Neutrino Physics*. Doutorado, Instituto de Tecnologia KTH, 2007. Disponível em http://kth.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:12470.

[50] G. A. Burdman. Constraints on the bulk standard model in the randall-sundrum scenario. *Physical Review D*, 66(7), 2002.

[51] G. A. Burdman. Flavor violation in warped extra dimensions and cp asymmetries in b decays. *Physics Letters B*, 590:86–94, 2004.

[52] S. J. Huber. Flavor violation and warped geometry. *Nuclear Physics B*, 666:269–288, 2003.

[53] K. Agashe, G. Perez, e A. Soni. Flavor structure of warped extra dimension models. *Physical Review D*, 71(016002), 2005.

[54] C. Csáki, A. Falkowski, e A. Weiler. The flavor of the composite pseudo-goldstone higgs. *Journal of High Energy Physics*, 09(08), 2008.

[55] C. Csáki, A. Falkowski, e A. Weiler. Simple flavor protection for the randall-sundrum model. *Physical Review D*, 80(016001), 2009.

[56] J. Santiago. Minimal flavor protection: a new flavor paradigm in warped models. *Journal of High Energy Physics*, 12(046), 2008.

[57] M. Bona et al. (UTfit Collaboration). Model-independent constraints on delta f = 2 operators and the scale of new physics. *Journal of High Energy Physics*, 803(49), 2008.

[58] G. A. Burdman, L. Lima, e N. F. de Sá. Full-hierarchy quiver models of fermion masses. Em preparação.

[59] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, e L. Maiani. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Physical Review D*, 02, 1970.

[60] Ta-Pei Cheng e Ling-Fong Li. *Gauge Theory of elementary particle physics*. Oxford University Press, 1988.

[61] W. Greiner e J. Reinhardt. *Field Quantization*. Springer, 2008.

[62] W. Greiner e B. Mülle. *Gauge Theory of Weak Interactions*. Springer, 4º edition, 2009.

[63] W. Greiner e J. Reinhardt. *Quantum Electrodynamics*. Springer, 4º edition, 2008.

[64] W. Greiner, S. Schramm, e E. Stein. *Quantum Chromodynamics*. Springer, 3º edition, 2007.

[65] F. Wilczek. The future of particle physics as a natural science. *International Journal of Modern Physics A*, 13, 1998.

[66] W. Buchmüller e C. Lüdeling. Field theory and standard model. *European School of High-Energy Physics*, 2005. Disponível em http://arxiv.org/abs/hep-ph/0609174v1.

[67] S. Weinberg. The cosmological constant problem. *Reviews of Modern Physics*, 61:1–23, 1989.

[68] S. Weinberg. The cosmological constant problems. *Palestra apresentada na Conferência Dark Matter*, 2000. Disponível em http://arxiv.org/abs/astro-ph/0005265.

[69] D. Kazakov, S. Lavignac, e J. Dalibard, editors. *Particle Physics Beyond the Standard Model - Les Houches Session LXXXIV*. Elsevier, 2006.

[70] S. F. Novaes. Standard model: An introduction. *X Jorge André Swieca Summer School on Particles and Fields*, 2000. Disponível em http://arxiv.org/abs/hep-ph/0001283v1.

[71] P. M. Aquino, G. A. Burdman, e O. J. P. Éboli. Signal for an extra-dimensional model of flavor at the large hadron collider. *Physical Review Letters*, 98(131601), 2007.