UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

Determinação experimental
da reatividade subcrítica utilizando correlação
de terceira ordem

André da Silva Serra

Orientador: Prof. Dr. Paulo R. Pascholati
Coorientador: Prof. Dr. Adimir dos Santos

Tese apresentada ao Instituto de Física da
Universidade de São Paulo para a obtenção
do título de DOUTOR EM CIÊNCIAS.

São Paulo
2012

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Reginaldo Pascholati	(IFUSP)
Prof. Dr. Nilberto H. Medina	(IFUSP)
Prof. Dr. João Manoel Losada Moreira	(IFABC)
Prof. Dr. José Rubens Maiorino	(IFABC)
Prof. Dr. Ulisses D'Utra Bitelli	(IPEN)

Autorizo a reprodução e divulgação total e parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, desde que citada a fonte.

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e
Informação do Instituto de Física da
Universidade de São Paulo

Serra, André da Silva

Determinação experimental da reatividade subcrítica utilizando correlação de terceira ordem. São Paulo, 2011.

Tese de doutoramento - Universidade de São Paulo. Instituto de Física-Deptº Física Experimental.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Reginaldo Pascholati

Co-orientador: Prof. Dr. Adimir dos Santos

Área de Concentração: Física

Unitermos:

1. Reatores nucleares;
2. Reatividade;
3. Estatísticas;
4. Física de reatores;
5. Cinética de reatores.

USP/IF/SBI-00X/200

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais - Sérgio e Maria - cujo constante e enorme sacrifício tornou minha formação viável, minha esposa Andresa, minha Irmã Deise, família, fiéis amigos (muitos de longa data, outros nem tanto), e à todos aqueles que nos dão apoio, compreensão, e conforto sempre que necessário ao longo da nossa vida.

À todos que direta, ou indiretamente, contribuíram a para a execução deste trabalho. Em particular, ao meu orientador, Prof. Dr. Paulo R. Pascholati, pela cordialidade com que me recebeu no Instituto de Física, permitindo tornar realidade meus estudos de pós-graduação no IFUSP, e ao meu Co-orientador, Prof. Dr. Adimir dos Santos, pela escolha do tema de trabalho e a sugestão de diferentes abordagens, enriquecendo o espectro de contribuições deste trabalho.

Ao Dr. Ricardo Diniz por várias contribuições, conversas e saudáveis discussões, e ajuda nos procedimentos experimentais, sem as quais não seria possível concluir este trabalho.

Ao Dr. Renato Kuramoto pela disposição de seus dados experimentais, que serviram de base para implementação deste trabalho, e sem os quais eu não poderia (nem de longe) implementar a parte experimental e de análise estatística deste trabalho.

Ao Sr. Rogério Jerez pela condução do reator IPEN/MB-01 durante os experimentos preliminares de investigação deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Tufic Madi Filho pela gentil disponibilização de seu laboratório de detectores nucleares, onde foi possível estimar o tempo morto dos detectores utilizados.

À todos os funcionários do reator IPEN/MB-01 pela contribuição na execução deste trabalho; em especial ao Prof. Dr. Ulysses D Utra Bitelli,

pela disponibilização da instalação e aparato experimental.

Ao Prof. Dr. Y. Yamane que, mesmo sem nunca ter me visto ou me conhecer, disponibilizou os seus dados experimentais referentes a um experimento semelhante e apresentou a suas expectativas de pesquisa nesta área.

Ao Centro Tecnológico do Marinha em São Paulo, na pessoa do Sr. Luiz Roberto Ragone Lopes, pela dispensa do serviço durante as disciplinas de: física de reatores e experimentos no reator IPEN/MB-01, assuntos de particular interesse para o minha atividade profissional e de aplicação direta neste trabalho.

Aos funcionários e docentes do Laboratório do Acelerador Linear, em particular ao Sr. Carlos U. Quinareli e a Sra. Juliana M. Peçanha.

Aos grandes amigos que ficaram no Rio de Janeiro: Márcio, Roberto, Raposo, Malheiros, entre outros.

Aos funcionários e companheiros do Laboratório de Desenvolvimento de Instrumentação e Combustível Nuclear e do Departamento de Tecnologia de Reatores do Centro Tecnológico da Marinha, pelo cordial convívio, constante aprendizado e permanente luta; em particular, aos Srs.: McS Alfredo Y. Abe (que disponibilizou o modelo de Monte Carlo do reator IPEN/MB - 01), McS Cláudio de Sá Andrzejewski, Dr. Eduardo Rangel Honaiser, José Alfredo Gulielmino e Reinaldo Sigahi: profissionais completos, cada um a sua maneira, com os quais tenho o privilégio de trabalhar diretamente.

Você pode conhecer o nome de um pássaro em todas as línguas do mundo, mas apesar disso não saberá absolutamente nada a respeito dele. Então, olhemos o pássaro para saber o que ele faz, é isso o que conta. Eu aprendi muito cedo a diferença entre saber o nome de alguma coisa e saber a respeito da coisa.

-R.P.Feynman

Resumo

O presente trabalho visa contribuir com o desenvolvimento sistemático de novas metodologias experimentais da medida da reatividade de arranjos fisséis subcríticos, utilizando: estatísticas de alta ordem das contagens de nêutrons com detectores no modo pulso, o recente conceito de reatividade generalizada, e as instalações do reator IPEN/MB-01. Este trabalho reuniu em um só texto diversos aspectos da implementação destes tipos de medidas.

Diferentemente das demais técnicas utilizadas nas medidas da reatividade subcrítica, as metodologias apresentadas neste trabalho tem o potencial para permitir a medida experimental da reatividade subcrítica sem a necessidade da estimativa prévia de quaisquer outros parâmetros cinéticos, obtidos de forma teórica ou experimental, calibração de fontes externas ou detectores.

A princípio, os métodos estatísticos de alta ordem das contagens de nêutrons permitem obter diretamente o valor da subcriticalidade (ou o fator de multiplicação) de um arranjo fissil, independentemente do modelo de física subcrítica utilizado, sem a utilização de infra-estrutura diferenciada (como uma fonte pulsada de nêutrons), sendo uma extensão natural das metodologias que utilizam estatísticas de ordens inferiores - por exemplo, Feymann- α . É este conteúdo estatístico diferenciado dos momentos de altas ordens das contagens de nêutrons, o principal motivador da implementação deste trabalho.

Apesar de suas potencialidades, a implementação experimental do método esbarra no tempo e taxa de aquisição de dados; ou seja, na “quantidade” de conteúdo estatístico necessária para a obtenção de medida útil. Exatamente esta dificuldade impediu a obtenção de uma medida útil/prática nas instalações do reator IPEN/MB-01. Existem, entretanto, outras formas de

explorar estatísticas ordem superior. Por exemplo, uma extensão do método de Rossi- α sugerida neste trabalho pode utilizar auto bi-correlações (coincidências triplas não-acidentais de contagens). Apesar do alto valor das incertezas, os aspectos estatísticos fundamentais de uma medida foram preservados nos métodos empregados neste trabalho. O método das autocorrelações é conceitualmente mais robusto contra as influências do tempo morto do sistema de aquisição de dados.

Ao longo de sua execução, o presente trabalho visou preencher algumas lacunas de procedimentos experimentais aparentemente pouco abordadas por outros autores, permitindo estabelecer métodos estatisticamente mais rigorosos. Entre as contribuições neste sentido destacam-se, entre outras, as correções por tempo morto ou as geradas pela correlação entre os parâmetros estatísticos em tela.

Do ponto de vista teórico, este trabalho sugere duas maneiras originais de abordar o mesmo problema da utilização de estatísticas de altas ordens: (a) autocorrelações; e (2) os biespectros de densidade de espectral de potência própria, sendo o primeiro explorado experimentalmente/estatisticamente em detalhes.

Abstract

The present work aims to contribute to the systematic development of new experimental methods of measuring the reactivity of any subcritical fissile arrangements using: high-order statistics of neutron counts from neutron detectors working in pulse mode, the recent concept general reactivity, and the IPEN/MB-01 facility. This thesis brought together in a single text various aspects concerning the proper implementation of these types of measures.

Unlike other techniques used in measurements of subcritical reactivity, the methodologies presented in this thesis has the potential to allow the experimental measurement of subcritical reactivity without the prior estimate of any other kinetic parameters, obtained from experiments or from theoretical considerations, external sources calibrations or detectors efficiency measurements.

At first, the high-order statistical methods of neutron counts allow to obtain directly the value of the subcriticality (or multiplication factor) from an fissile arrangement regardless the type of subcritical physical theory, and also without the use of unusual infrastructure (such as a pulsed neutron source). These methods are a natural extension of those that use lower order statistics - for example, Feymann- α . The greater information content in high order statistics of neutron counting is the main reason for the implementation of this work.

Despite its potential, the experimental implementation of the method found huge problems concerning acquisition time and rate of data acquisition. This difficulty overcome any effort in order to obtain a useful measurement inside the IPEN/MB-01 nuclear reactor (a critical facility). However, there are other ways to exploit higher order statistics. For example, an

extension of the Rossi- α method suggested in this thesis used self bicornellations.

Though the high variance values of obtained results, the fundamental statistical requirements of a measurement were preserved, once the proposed methodologies are observed. It was proposed a methodology to handle dead time issues, in order to allow one to carry out measurement at higher detection rates.

Throughout its execution, this thesis aimed to fulfill some gaps in the experimental procedures apparently not addressed by other authors, allowing the establishment of more rigorous statistical procedures. Regarding those contributions, dead time corrections stands out together with the concerning for correlation treatment between the statistical parameters.

From the theoretical point of view, this thesis suggests two new ways to address the same problem of using high order statistics of neutron detections in pulse mode: (1) self-bicorrelations, and (2) self-bispectra (power spectral density in two axis). The first was experimentally tested and exhaustively detailed, the second one was only suggested as a theoretical speculation to be confronted against experimental evidence.

Sumário

Resumo	vii
Abstract	ix
Sumário	xi
Lista de Figuras	xvi
Lista de Tabelas	xxii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Contribuição e motivação	3
1.2.1 Contribuição	3
1.2.2 Motivação	4
1.3 Segurança nuclear	5
1.3.1 Segurança nuclear - 1	6
1.3.2 Segurança nuclear - 2	7
1.4 Trabalhos anteriores	10
1.4.1 Determinação de $\frac{\beta_{eff}}{\Lambda}$	11
1.4.2 Medida absoluta do valor de β_{eff}	11
1.4.3 Experimentos semelhantes	13
1.5 Organização	16
2 Conceitos Fundamentais	19
2.1 Ruído de reatores de potência zero	19
2.1.1 Generalidades	19
2.1.2 Métodos	21
2.2 Medida da subcriticalidade e suas aplicações	22
2.3 Subcriticalidade	24
2.4 K_{eff} e α	28
2.5 A importância do parâmetro α	30

2.5.1	Comparação qualitativa entre α e K_{eff}	31
2.5.2	Modo de decaimento em sistemas subcríticos	32
2.6	Sistemas subcríticos com múltiplos α	35
2.7	Cinética pontual de reatores	39
2.8	O papel dos nêutrons atrasados	42
3	Estatísticas de ordem superior	45
3.1	Generalidades	45
3.2	Ordem superiores e reatividade	47
3.2.1	Indícios experimentais	48
3.2.2	Extensão da cadeia de nêutrons induzida por um nêutron emitido pela fonte	49
3.2.3	Dependência das correlações com as estatísticas de ordem superior	51
3.3	Estatística de emissão de nêutrons de fissão	54
4	Análise do Ruído microscópico	59
4.1	Generalidades	59
4.2	Ruído microscópico	59
4.3	Rossi e Feynman- α	60
4.3.1	Feynman- α	60
4.3.2	Rossi- α	62
4.4	Ruído produzido por uma fonte de ^{252}Cf	64
4.5	Densidade espectral de potência própria	68
5	Física subcrítica	75
5.1	Introdução	75
5.2	K_{eff} , k_S e K_{sub}	76
5.3	Reatividade generalizada	78
5.4	Reatividade subcrítica	81
5.4.1	Medida da reatividade generalizada	81
5.4.2	Comportamento assintótico	84
6	Fundamentação teórica	87
6.1	Aspectos estatísticos I	87
6.1.1	Momentos de uma distribuição	88
6.1.2	Razão entre variáveis aleatórias	93
6.1.2.1	Teste de correlações	94
6.1.2.2	Tendenciosidade introduzida pela razão de variáveis aleatórias	96
6.1.2.3	Propagação de incertezas	101

6.2	Esboço	101
6.2.1	Feynman- α	101
6.2.2	Técnica da correlação de terceira ordem	106
6.2.3	X , Y e os tipos de eventos de detecção.	114
6.3	Formulação rigorosa	115
6.3.1	Autofunções α	117
6.3.2	Funções de <i>Green</i>	118
6.3.3	Probabilidade de detecção de singletos, pares e trios .	119
	6.3.3.1 Singletos	120
	6.3.3.2 Pares	122
	6.3.3.3 Trios	125
6.4	Correções espaciais	133
6.5	Dificuldades do experimento	135
6.5.1	Aspectos teóricos	135
6.5.2	Tempo morto	140
6.6	Técnicas de bi-correlações temporais	143
6.6.1	Taxas de auto-coincidências	145
6.6.2	Índice de auto bi-correlação	149
6.6.3	Determinação da subcriticalidade	153
6.7	Aspectos estatísticos II	155
6.7.1	Estimadores	156
6.7.2	Estimador de Υ e sua variância	158
6.8	Biespectros	161
7	Arranjo experimental	165
7.1	Generalidades	165
7.2	Configurações do reator IPEN/MB-01	166
7.2.1	Dados Gerais	166
7.2.2	Configurações de interesse	166
7.3	Principais considerações experimentais	170
7.3.1	Seleção do tipo de detector	171
7.3.2	Detectores de BF_3	173
7.3.3	Posicionamento do detector e fonte	178
7.4	Sistema de aquisição de dados	182
7.5	Efeitos secundários	184
7.5.1	Generalidades	185
7.5.2	Medidas de tempo morto	186
7.5.3	Determinação do tempo morto	186
	7.5.3.1 Caracterização do modelo de tempo morto .	187
	7.5.3.2 Rossi- α	189
	7.5.3.3 Taxa de contagem máxima	189

7.5.3.4	Método das duas fontes	192
7.5.4	Impacto do tempo morto	194
8	Metodologias e resultados	197
8.1	Correlação de terceira ordem	198
8.1.1	Descrição	198
8.1.2	Determinação de incertezas	200
8.1.3	Limitação do multicanal escalar	201
8.1.4	Resultados: Correlação de terceira ordem	202
8.1.4.1	Monte Carlo I	202
8.1.4.2	Planejamento do canal temporal	209
8.1.4.3	Monte Carlo II	214
8.1.4.4	Experimentos	222
8.2	Método da auto bi-correlação	230
8.2.1	Auto bi-correlação	230
8.2.2	Algoritmo	231
8.2.3	Auto bi-correlações: resultados	234
8.2.3.1	Resultados: formato	234
8.2.3.2	Dependência temporal	241
8.2.3.3	Resultados	243
8.3	Aspectos estatísticos III: teorema de <i>Bayes</i>	268
9	Conclusão	275
A	Glossário	279
B	Reatores ADS	285
B.1	Importância	285
B.2	Reatores ADS: descrição sumária e aplicações principais . . .	289
C	Definição de K_{eff} segundo a teoria da perturbação	293
D	Parâmetros cinéticos - perturbação	297
D.1	Reatividade	297
D.2	Fração efetiva de nêutrons atrasados β_{eff}	298
D.3	Tempo de geração de nêutrons prontos Λ	298
D.4	Concentração de precursores ξ_j	298
D.5	Termo fonte S	299
E	Exemplos de experimentos	301
E.1	Medida do período assintótico	301

E.2	Métodos da área - <i>PNS area method</i> - e <i>slope fit</i> com fonte pulsada de nêutrons	302
E.3	<i>Source Jerk Method</i> e queda de barras	304
E.4	Método da multiplicação dos nêutrons da fonte	305
E.5	Oscilações das barras de controle	306
E.5.1	Medida de subcriticalidade com reatoímetros	307
F	Parâmetros cinéticos - generalizada	309
G	Modos fundamentais: efeitos espaciais	313
H	Razão de variáveis aleatórias	317
I	Mantendo uma contagem por canal	319
I.1	Generalidades	319
I.2	Procedimento experimental	320
J	Estimativa das correções espaciais	321
J.1	Modelo simples: cubo não-refletido	321
J.2	<i>C</i> -MCNP	323
K	KUKA	325
L	SILENE	331
M	Código MCNP4C	335
N	Monte carlo - cinética pontual	347
O	Monte carlo - modelagem simplificada	361
P	Tempo morto: <i>Feynman-α</i>	367
	Referências Bibliográficas	371

Lista de Figuras

1.1	Arranjo esquemático simples de uma cadeia de fissões.	7
1.2	Núcleos de diversos níveis de subcriticalidade submetidos a uma inserção de reatividade de 1\$.	9
1.3	Núcleo crítico submetido a inserções diversas de reatividade. . .	10
1.4	Resultado típico de ajuste da auto potência de densidade espectral.	12
1.5	Ajuste de $\alpha = \omega_7$ com relação ao inverso da taxa de contagem. .	13
1.6	A relação entre K_{eff} e ρ (em pcm).	15
2.1	Distorção do ruído	20
2.2	Arranjo esquemático experimental para medidas usuais de reatividade	25
2.3	Exemplo de curva $1/M$	27
2.4	Fatores de pico em posições diferentes de barras.	28
2.5	Vista superior do modelo de Monte Carlo do reator IPEN/MB-01.	33
2.6	Vista lateral do modelo da figura 2.5.	33
2.7	Determinação da constante de decaimento de nêutrons prontos.	34
2.8	Modelo de núcleo.	35
2.9	Previsão da forma das distribuições Rossi- α	37
2.10	Valor de α obtido para diferentes posições no modelo do apêndice M.	38
2.11	Apresentação gráfica da solução da equação de <i>inhour</i>	41
3.1	Multiplicação em sistemas de reatividade diferentes.	46
3.2	Arranjo experimental simplificado para a detecção de “n-pletos”. .	49
3.3	Contagens relativas obtidas de uma fonte de nêutrons de alta multiplicidade por meio de três detectores distintos.	50
3.4	Duas detecções correlacionadas são criadas por meio de multiplicações no meio do arranjo fissil.	52
3.5	Processos principais de formação de tripletos.	53
3.6	Conceito de um contador de coincidências de nêutrons.	55
4.1	Feynman- α de uma fonte.	62

4.2	Ilustração das principais etapas da implementação experimental do método Rossi- α	63
4.3	Resultado de experimento típico do tipo Rossi- α realizado em uma configuração subcrítica de interesse.	64
4.4	Arranjo fonte-detector de ^{252}Cf . A fonte de ^{252}Cf , montada sobre uma câmara de ionização, pode ser utilizada como gatilho para um determinado conjunto de detectores. Fótons são discriminados temporalmente (<i>time-of-flight</i>).	66
4.5	Ajuste da densidade de auto-potência espectral - APDS.	67
4.6	Procedimento de cálculo da densidade espectral.	71
4.7	Ajuste da densidade de auto-potência espectral - APDS.	72
5.1	$K_{eff} \times K_{sub}$	83
5.2	Exemplo da aplicação da APDS na avaliação da potência relativa.	86
6.1	O parâmetro de assimetria, β , e a curtose.	89
6.2	Correlação entre as contagens relativas e sua respectiva variância relativa obtidas de um modelo de Monte Carlo.	95
6.3	Correlação entre as contagens e seu respectivo terceiro momento para o mesmo modelo da figura 6.2.	96
6.4	Correlação entre Y e X	97
6.5	Distribuição da razão de duas variáveis aleatórias normais.	98
6.6	A tendenciosidade do estimador de r	99
6.7	Exemplo de eventos correlacionados no tempo.	102
6.8	A determinação do parâmetro α permite a estimativa do canal temporal de saturação ($Y \rightarrow Y_\infty$).	107
6.9	Os quatro casos de detecção de trios para uma fonte de multiplicitade.	109
6.10	Os três casos distintos do evento tipo 2.	110
6.11	Os três casos distintos do evento tipo 4.	111
6.12	O valor da população de nêutrons, em torno do ponto $(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1)$ no instante t do espaço de fase.	120
6.13	Processo de detecção de pares correlacionados.	124
6.14	Flutuações de X/Y^2	140
6.15	Ilustração do conceito de auto-correlação.	146
6.16	Definição da taxa de auto-bicoincidência.	148
6.17	Corte de correlações.	151
6.18	Mapa de bi-correlações I.	154
6.19	Mapa de bi-correlações II.	155
6.20	Três linhas temporais idênticas: 1, referência e 2.	157
6.21	Bi-coincidências.	159

7.1	Esquema simplificado do reator IPEN/MB-01.	167
7.2	Foto do reator IPEN/MB-01 na configuração de 28×26	168
7.3	Desenho de conjunto da parte inferior do reator IPEN/MB-01. . .	169
7.4	Espectro de um detector de ^3He	174
7.5	Comparações entre os espectros dos detectores de boro.	175
7.6	Características relevantes do espectro de um detector de BF_3 submetido a uma fonte de nêutrons.	175
7.7	Procedimento de definição do limite inferior do discriminador. .	176
7.8	Detector perto do núcleo.	180
7.9	Detector distante do núcleo.	181
7.10	Detectores utilizados.	182
7.11	Arranjo experimental e sistema de aquisição de dados.	184
7.12	Sistemas paralisáveis e não-paralisáveis.	187
7.13	Exemplo da variação da taxa de contagem observada em função da taxa de interação para os dois modelos de tempo morto. . . .	188
7.14	Estimativa do tempo morto dos detector de BF_3	190
7.15	Estimativa do tempo morto do detector de ^3He , τ_d , por meio do método Rossi- α	191
7.16	Aplicação do método da taxa de contagem máxima para o detector de BF_3	192
7.17	Método das duas fontes.	194
7.18	Arranjo de fontes e detectores para a determinação do tempo morto pelo método das duas fontes.	195
8.1	Histogramas de contagens, em dois regimes de saturação ($\alpha T = 100$ e 1000).	206
8.2	Histograma de contagem de um experimento montado para investigar a exequibilidade da medida do terceiro momento. . . .	207
8.3	Histogramas de contagens, em dois regimes de saturação ($\alpha T = 100$ e 1000).	208
8.4	Estimativa do tempo de aquisição necessário para a obtenção de resultado útil: 8000 pcm.	210
8.5	Estimativa do tempo de aquisição necessário para a obtenção de resultado útil: 5700 pcm.	211
8.6	Estimativa do tempo de aquisição necessário para a obtenção de resultado útil: 3700 pcm.	212
8.7	No regime de saturação, os valores da correlação de segunda e terceira ordem tendem à unidade.	213
8.8	Análise de tempo morto por Monte Carlo - config. 15 I.	216
8.9	Análise de tempo morto por Monte Carlo - config. 15 II.	217
8.10	Análise de tempo morto por Monte Carlo - config. 06.	218

8.11	Análise de tempo morto por Monte Carlo - config. 11.	219
8.12	Desconhecimento da subcriticalidade.	220
8.13	Diferenças entre os dados das duas simulações da figura 8.12. . .	221
8.14	Técnicas de <i>bunching</i> e <i>Feynman-α</i> utilizadas na determinação do canal temporal de saturação.	222
8.15	Medida da subcriticalidade obtida através do método do terceiro momento para a configuração 11.	223
8.16	Resultados da aplicação do método do terceiro momento: confi- guração 06.	224
8.17	Medida da subcriticalidade obtida através do método do terceiro momento para a configuração 11.	225
8.18	Configuração 15: Falso patamar.	226
8.19	Resultado da aplicação do método do terceiro momento: confi- guração 15.	227
8.20	Aplicando os tempos mortos.	229
8.21	Exemplo de arquivo de aquisição de dados.	231
8.22	Perda de correlação de C_{xx}	235
8.23	Mapa de subcriticalidade.	236
8.24	Exemplo de esquema de varredura de um mapa (k_1, k_2)	237
8.25	Representação esquemática da formação dos “triângulos periódicos”. .	238
8.26	“Triângulos periódicos”.	239
8.27	Limitando a varredura	240
8.28	Cortes no mapa (k_1, k_2) : config. 14.	241
8.29	Cortes no mapa (k_1, k_2) : config. 15.	242
8.30	Estimador de $\overline{(-\rho_0)}$: configuração 15.	244
8.31	Estimador de $\overline{(-\rho_0)}$: configuração 15.	246
8.32	Simulação do resultado da figura 8.31 utilizando geração de números aleatórios.	247
8.33	Histograma do mapeamento de $(-\rho)$: configuração 15.	248
8.34	Estendendo os resultados às regiões de correlações acidentais. . .	250
8.35	Regiões do mapa de auto bi-correlação.	251
8.36	Histograma do mapeamento de $(-\rho)$ na região estendida.	252
8.37	Histograma do mapeamento de $(-\rho)$ apenas região estendida. .	253
8.38	A extensão do mapa de auto bi-correlações da configuração 11: mapa 500×500	254
8.39	Estimador de $\overline{(-\rho_0)}$: configuração 11.	255
8.40	Histograma do mapeamento de $(-\rho)$ na região estendida: con- figuração 11.	256
8.41	Configuração 11: aumento na região de início e fim da varredura da figura 8.38.	257
8.42	Efeito do modelo de duas regiões na auto-correlação.	259

8.43	Estimador de $(-\rho_0)$: configuração 06.	260
8.44	Estimador de $(-\rho_0)$: configuração 06.	261
8.45	Histograma do mapeamento de $(-\rho)$: configuração 06.	262
8.46	Estimador de $(-\rho_0)$: configuração 09.	263
8.47	Estimador de $(-\rho_0)$: configuração 09.	264
8.48	Estimador de $(-\rho_0)$: configuração 14.	265
8.49	Estimador de $(-\rho_0)$: configuração 14.	266
8.50	Histograma do mapeamento de $(-\rho)$: configuração 14.	267
8.51	<i>Bayes</i> I.	271
8.52	<i>Bayes</i> II.	271
8.53	<i>Bayes</i> III.	272
8.54	<i>Bayes</i> III.	273
B.1	Idealização do <i>fechamento</i> do ciclo nuclear com o <i>amplificador de energia</i> (ADS).	288
B.2	Comparação da margem de segurança entre reatores tipo ADS e de outros sistemas.	289
B.3	Representação esquemática de um reator tipo ADS.	291
E.1	Ilustração do “histograma temporal” dos métodos da área - <i>PNS area method</i> - e <i>slope fit</i> com fonte pulsada de nêutrons.	303
E.2	Ilustração de um resultado experimental típico do método <i>Source Jerk</i>	305
G.1	Determinação da constante de decaimento de nêutrons prontos para a esfera com refletor de H_2O	314
G.2	Determinação da constante de decaimento de nêutrons prontos para a esfera com refletor de Be.	315
K.1	Núcleo A da unidade crítica da Universidade de Kioto.	326
K.2	Posicionamento dos detectores no núcleo A da unidade crítica KUKA.	327
K.3	Valores de $X(T)$ e $Y(T)$ para o detector #1	328
K.4	Valor de $X(T)/Y^2(T)$ para o detector #1	329
K.5	Valor de $X(T)/Y^2(T)$ para o detector #2	330
L.1	Fotografia do reator SILENE.	332
L.2	Descrição simplificada do núcleo do dispositivo SILENE.	333
L.3	Valores de $X(T)$ e $Y(T)$	334
O.1	Função de densidade de probabilidade: tipo I de <i>Pearson</i> - exemplo.	364

O.2	Função de densidade de probabilidade: tipo I de <i>Pearson</i> - sensibilidade do experimento.	365
P.1	Correção de tempo morto: $Y(T)$	369
P.2	Tipos de correção de tempo morto.	370

Lista de Tabelas

3.1	Função de distribuição de probabilidade de emissão dos nêutrons de fissão prontos, $p_f(\nu)$, do ^{235}U	57
6.1	Principais estatísticas e suas respectivas variâncias para fdps <i>gaussianas</i>	90
7.1	Critérios de seleção do tipo de detector mais indicado para o arranjo experimental do presente trabalho.	172
8.1	Resultados: método do terceiro momento	228
8.2	Resultados: método das auto bi-correlações	268
B.1	Resumo dos principais projetos envolvidos no desenvolvimento de tecnologia associada a reatores ADS.	286
B.2	Reservas mundiais estimadas de Tório, fonte: Geoscience Australia 2006 e OECD/NEA Red Book retrospective, 2006.	287

Lista de símbolos e abreviações

$\$$	Representação de unidade de reatividade - ver glossário A.
α	Constante de decaimento de nêutrons prontos. Nível de confiabilidade de um determinado teste estatístico de hipótese.
$\bar{\chi}$	Espectro médio de nêutrons de fissão: $\bar{\chi} = (1-\beta)\chi_p + \beta\chi_d$.
$\bar{r}^2$	Distância média quadrática entre o ponto que um nêutron foi emitido até o seu respectivo ponto de absorção.
β	Fração de nêutrons atrasados. É também o símbolo de decaimento beta. Neste trabalho, é também empregado com o parâmetro de assimetria.
β_{eff}	Fração efetiva de nêutrons atrasados.
χ	Espectro de nêutrons de fissão. Pode ser de nêutrons prontos, χ_p , ou de nêutrons atrasados, χ_d .
χ^2	Chi-quadrado reduzido de um ajuste.
ΔT	Avanço temporal por evento de uma simulação de Monte Carlo de cinética pontual de grupo único de energia.
δ	Função delta de <i>Dirac</i> . Pode também ser um fator proporcional ao módulo da reatividade, dependendo do contexto.
$\Delta\rho_d$	Erro sistemático da reatividade medida introduzido pelo tempo morto do sistema de aquisição.
ϵ	Eficiência de um detector. Erro de uma medida: $\langle\epsilon^2\rangle = \sigma^2$
Γ	Função gama.

$\hat{\square}$	Estimador de máxima verossimilhança de $\square$.
∞	Regime de saturação. Corresponde ao regime onde $\alpha T \rightarrow \infty$.
κ	Curtose $\frac{k_4}{k_2^2}$.
$\mathbb{L}$	Função de máxima verossimilhança.
Λ	Tempo de geração de nêutrons prontos.
λ	Constante de decaimento. Dependendo do contexto, pode ser associada a uma forma de probabilidade (de captura, de fissão, ...) por unidade de tempo e por nêutron, em modelos de cinética pontual de grupo único de energia.
μ	Valor verdadeiro da grandeza.
ν	Variável aleatória que representa a número de nêutrons emitidos na fissão. ν_p : nêutrons prontos, ν_d : atrasados $\rightarrow \nu = \nu_p + \nu_d$
Φ	Fluxo de nêutrons. Em certos contextos (p. ex., equação de transporte) pode ser na verdade um vetor que representa os grupos de energia de interesse.
ϕ	Fator de forma.
Φ_0	Fluxo de nêutrons em uma configuração de referência.
$\Phi_{xxx}(w)$	Transformada de <i>Laplace</i> dupla de $C_{xxx}(\tau)$.
$\Phi_{xx}(\tau)$	Auto-correlação de uma função temporal.
$\Phi_{xx}(f)$	Densidade espectral de potência própria.
$\Phi_{xx}(w)$	Transformada de <i>Laplace</i> de $C_{xx}(\tau)$.
Ψ	Uma particular integral do campo de fluxo de nêutrons.
ρ	Reatividade.
ρ_{gen}	Reatividade segundo a teoria subcrítica generalizada.
ρ_s	Reatividade da fonte segundo a teoria subcrítica generalizada.

Σ_i	Seção de choque macroscópica do tipo i .
τ	Coeficiente de distribuição de nêutrons atrasados. Dependendo do contexto pode ser o tempo morto.
$\Theta(t)$	Amplitude. Fator temporal de decomposição conforme o modelo de cinética pontual.
$\Upsilon(\tau_1, \tau_2)$	Combinação de correlações temporais.
ϑ_0	O valor verdadeiro de uma variável aleatória ϑ (em um contexto de uma medida de uma variável aleatória). Pode também se referir ao valor do parâmetro em questão no respectivo estado de criticalidade.
$\vec{\Omega}$	Vetor direção.
$\vec{r}$	Vetor posição.
$\hat{u}$	Versor.
ξ	Correlação entre variáveis aleatórias.
$\Xi(w_1, w_2)$	Combinação de assinaturas espectrais.
ξ_i	Concentração de percursos ponderada pela função importância e espectro de nêutrons.
ζ	Índice de subcriticalidade. Pode ser também: αT , dependendo do contexto, ou uma variável aleatória de distribuição uniforme.
a, b, p, q	Fatores da função densidade de distribuição de probabilidade tipo I de <i>Pearson</i> .
B	Operador de <i>Boltzmann</i> . Função distribuição de densidade probabilidade tipo I de <i>Pearson</i> .
C	Fator de correção espacial utilizado no método do terceiro momento, $C \equiv F / \left(\frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu-1) \rangle \langle \nu(\nu-2) \rangle}{\langle \nu(\nu-1) \rangle^2} \right)$.
$c(T)$	Contagem de nêutrons em um canal temporal T .
C_2	$\frac{\langle c(T) \rangle^2}{2} + \frac{\langle c(T) \rangle Y}{2}$
C_3	$\frac{\langle c(T) \rangle^3}{6} + \frac{\langle c(T) \rangle^2 Y}{2} + \frac{\langle c(T) \rangle X}{6}$

C_{xxx}	Auto-bicorrelação de contagem.
C_{xx}	Auto-correlação de contagem.
D	Coefficiente de difusão. Dependendo do contexto pode ser uma particular integral da seção de choque de detecção.
$D(\tau_d, T)$	Fator de correção do tempo morto para contagens não-correlacionadas.
D_ν	Fator de <i>Diven</i> .
E	Energia.
F	Matriz de fissão da equação de transporte. Dependendo do contexto pode ser o fator de correção de dependência espacial.
f	Frequência.
G	Função de <i>Green</i> .
g	Fator de correção espacial utilizado no método Feymann- α , $g \equiv \int_{nucleo} \phi_1(\vec{r}) dV \int_{nucleo} \phi_1(\vec{r})^3 dV$.
g_n	“n-éssimo” coeficiente de expansão da função de <i>Green</i> .
$H(f)$	Função de transferência.
K	Fator de multiplicação de nêutrons.
K_i	“ <i>i</i> -ésima” ordem da estética tipo K . As estatísticas conhecidas por K são os estimadores não-tendenciosos de variância mínima dos cumulantes.
k_i	Cumulante de “ <i>i</i> -ésima” ordem.
K_{eff}	Fator de multiplicação efetivo de nêutrons.
K_{sub}	Fator de multiplicação subcrítico de nêutrons.
K_s	Fator de multiplicação definido no texto.
L^2	Quadrado do comprimento de difusão.
l_{eff}	Meia vida de nêutrons prontos.

m e n	Nos modelo de tempo morto, a taxa de contagem observada e de interação no detector, respectivamente.
m_i	Momento central de “ i -ésima” ordem.
MA	Actinídeos menores - ver glossário A.
N	Quantidade de dados de uma população que representa medidas de uma variável aleatória.
$N(t)$	Função temporal da população neutrônica.
$P(t)$	Função temporal da potência.
$p(t_1, t_2)$	A probabilidade de detecção conjunta de um par de nêutrons, $p(t_1, t_2)$, detectados nos instantes t_1 e t_2 , entre os intervalos de tempo dt_1 e dt_2 , respectivamente.
$p_f(\nu)$ e $q_{\text{fissão}}(z)$	FPD do número de nêutrons emitidos na fissão. Função geradora da distribuição de $p_f(\nu)$: $q_{\text{fissão}}(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} p_f(\nu) z^{\nu}$
$p_{co}(T)$	Probabilidade de detecção conjunta de dois eventos correlacionados em um intervalo de tempo T .
$p_{n-co}(T)$	Probabilidade de detecção conjunta de dois eventos não-correlacionados em um intervalo de tempo T .
q	Fator de correção de potência segundo a abordagem subcrítica generalizada. Pode também ser a carga elétrica induzida em um detector.
r	Razão entre variáveis aleatórias.
s	Matriz da fonte na equação de transporte.
$S(t)$	Função temporal da intensidade da fonte externa.
S_f	Operador matricial de fissão da equação de transporte.
S_x	Estimador do desvio padrão de x .
T	Intervalo de tempo que corresponde a abertura de um canal temporal do multicanal escalar.
t	Na maioria das situações tempo, em algumas partes associadas a estatística: t de <i>Student</i>

V	Volume.
v	Velocidade representativa de um grupo (de energia) de nêutrons.
X	Correlação de terceira ordem. Pode ser também um parâmetro utilizado na determinação do tempo morto.
x, y e z	Eventos de detecção. Variáveis de uma equação.
Y	Correlação de segunda ordem. Pode ser também um parâmetro utilizado na determinação do tempo morto.
Z	Parâmetro utilizado na determinação do tempo morto.
<i>Dwell time</i>	Intervalo de tempo associado a um canal.
cps/nv	Medida da sensibilidade de detectores de nêutrons. Significa: contagens por segundo (cps)/ densidade de fluxo de nêutrons expostos ao detector, n (densidade - ($\#/cm^3 s$)) $\times v$ (velocidade - cm/s).
fdp	Função de distribuição de probabilidade.
SCA	<i>Single Channel Analyzer</i> .

Introdução

Statistics are like bikinis.
What they reveal is suggestive,
but what they conceal is vital.

Aaron Levenstein (1910-1986)

Os pontos principais deste trabalho consistem em desenvolver, implementar, investigar e apresentar juízo de valor a respeito de duas novas propostas de procedimentos experimentais/teóricos cujos objetivos resumem-se em obter o valor da medida de subcriticalidade de um arranjo físsil subcrítico associado a uma fonte externa de nêutrons¹, através de estatísticas de altas ordens da taxa de contagem de nêutrons de detectores operando no modo pulso.

Em outras palavras, pretende-se aplicar estas novas metodologias para a medida do nível de subcriticalidade do reator IPEN/MB-01, recentemente considerado como *benchmark* [1] em experimentos de criticalidade, em algumas situações de interesse, implementando metodologias independentes cujo objetivo comum é colaborar com a elaboração de uma base de dados experimentais para a obtenção de diferentes níveis de subcriticalidade do reator IPEN/MB-01, no caso do sucesso prático da aplicação destas propostas.

---

¹Fonte externa de nêutrons: uma fonte tipo Am-Be, por exemplo, que necessariamente não está fisicamente fora do arranjo experimental. Usa-se esta terminologia para marcar a diferença com fontes intrínsecas de nêutrons; por exemplo, aquelas fruto do decaimento natural do U (canal de fissão, obviamente).

Ainda, pretende-se mostrar que os métodos em tela podem contribuir para a medida dos diferentes fatores de multiplicação subcríticos, tema de discussão relevante na área de física de reatores [2], colaborando com as respectivas investigações experimentais sobre a física e análise de segurança de arranjos fisséis subcríticos.

1.1 Objetivos

Conforme proposto à Comissão de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, este trabalho possui os seguintes objetivos:

1. obter evidências experimentais de valores estatisticamente relevantes do terceiro momento da distribuição da contagem de nêutrons, determinando se a técnica de medida da subcriticalidade pelo terceiro momento das contagens é de fato exeqüível sob as condições experimentais disponíveis no reator IPEN/MB-01;
2. mostrar que esta metodologia apresenta medidas compatíveis com outros métodos de medida da reatividade subcrítica, caso as evidências do item anterior sejam contundentes;
3. estudar os efeitos da dependência espacial e avaliar sua relevância aos valores medidos;
4. implementar a metodologia do terceiro momento da contagem de nêutrons no contexto da reatividade generalizada; e
5. explorar outros métodos experimentais baseados em estatísticas de alta ordem (por exemplo, bicorrelações e biespectros de potência - cruzados ou não), caso o método original não se mostre contundente.

A reatividade de um arranjo fissil não é uma propriedade física de medida explicitamente direta. De fato, a reatividade, como todos parâmetros integrais em física de reatores, é utilizada para dar informações abrangentes sobre as características físicas de um sistema multiplicativo [3]; entretanto, alguns parâmetros integrais podem levar à interpretações diferentes, ou ambíguas, dependendo dos objetivos para os quais são introduzidos e

posteriormente utilizados. Logo, torna-se necessário definir precisamente o estimador da propriedade física de interesse deste trabalho:

A reatividade de um arranjo físsil subcrítico será estimada a partir das estatísticas de até terceira ordem da contagem de nêutrons, sendo a subcriticalidade obtida aquela resultante da definição de reatividade de um sistema conforme um determinado modelo de cinética pontual subcrítica. Dentro do contexto de um determinado modelo, os efeitos espaciais são tratados como correções que levam em conta a distribuição espacial do fluxo de nêutrons e da função de importância dentro deste arranjo.

1.2 Contribuição e motivação

Os métodos experimentais usuais calculam indiretamente a subcriticalidade, necessitando ora: (1) do conhecimento prévio da fração de nêutrons atrasados, β_{eff} ; ou, (2) do tempo de geração de nêutrons prontos, Λ ; ou, da calibração em *delayed critical*; ou, (3) da constante de decaimento de nêutrons, α (alguns destes métodos são apresentados no apêndice E). Ainda, a aplicação destes métodos demandam infraestrutura normalmente não disponível como fontes pulsadas de nêutrons ou fontes de ^{252}Cf .

1.2.1 Contribuição

De forma a contribuir para o desenvolvimento de métodos experimentais simples da medida da subcriticalidade, este trabalho utiliza os conceitos associados às estatísticas de alta ordem (até a terceira) da contagem de nêutrons em um sistema subcrítico associado a uma fonte externa e que não possua as dificuldades intrínsecas à outros métodos, bastando apenas detectores (dispensados de calibração prévia e operando no modo pulso) e uma fonte comum de nêutrons, tipo Am-Be por exemplo.

As principais contribuições originais do presente trabalho são:

1. a tentativa de implementação experimental da medida da reatividade pelo método do terceiro momento, utilizando a infra-estrutura disponível no reator IPEN/MB-01;
2. a elaboração de uma metodologia teórica do cálculo da reatividade generalizada unindo o método de correlação de terceira ordem (ou das bicorrelações) com técnicas de auto-potência espectral; isto é, introduzir teoricamente as estatísticas de altas ordens no contexto da definição de reatividade generalizada [4];
3. a observação de novas correções e emissão de juízo de valor sobre a relevância dos erros sistemáticos introduzidos nas medidas experimentais de interesse que foram resultantes de: a. correlações entre as principais estatísticas; e b. efeitos secundários de detecção - tempo morto, propondo sugestões para as suas correções (por exemplo, por meio de técnicas de Monte Carlo); e
4. estudo preliminar da aplicabilidade das auto bicorrelações (bicorrelações não cruzadas entre detectores) para a determinação da reatividade.

1.2.2 Motivação

O trabalho em tela encontra motivação principalmente na falta de detalhamento e investigação sistemática sobre os procedimentos experimentais mais relevantes a respeito da aplicação de metodologias de medida da reatividade em arranjos subcríticos utilizando estatísticas de altas ordens das contagens de nêutrons.

De fato, a descrição teórica das flutuações estatísticas envolvendo cadeias neutrônicas é assunto extensamente explorado, mesmo o que diz respeito às estatísticas de altas ordens [5, 6, 7]. Por outro lado, aspectos práticos/experimentais/estatísticos da implementação de tais métodos nem sempre receberam a devida atenção, sendo o número de investigadores dedicados ao assunto relativamente modesto [8]. Neste sentido, este trabalho visa contribuir com uma metodologia que aborde os assuntos em tela: desde a customização dos aspectos teóricos pertinentes aos casos de interesse (isto é, apresentar o desenvolvimento teórico necessário e suficiente para as par-

ticularidades da natureza do presente arranjo experimental), até a implementação detalhada dos aspectos práticos/experimentais/estatísticos.

Na opinião do autor a falta de investigações abrangentes sobre os aspectos experimentais relativos aos assuntos em tela seja devido a aridez dos problemas correlacionados à implementação destes métodos. Provavelmente, a falta de sucesso das primeiras tentativas [7, 8, 9, 10] não estimularam investigações detalhadas.

Além desta motivação principal, dois outros pontos merecem destaque:

1. Tão importante quanto à necessidade de medidas confiáveis da reatividade subcrítica é a definição de parâmetros eficazes dos fatores multiplicativos subcríticos. O método do terceiro momento, sendo independente da resolução do problema adjunto de autovalores no estado crítico - estado usualmente adotado como de referência -, pode contribuir na investigação das teorias subcríticas mais adequadas para o cálculo destes fatores; e
2. Medidas confiáveis da subcriticalidade são ferramentas essenciais para o estabelecimento de reatores ADS com características passivas de segurança (isto é, intrinsecamente seguros ao longo do seu ciclo de vida²) e no manuseio/operação de material físsil.

1.3 Segurança nuclear

A medida de um valor negativo de reatividade, subcriticalidade, é um assunto de importância na área de física de reatores, pois é necessário operar, processar e transportar material físsil de instalações nucleares de maneira segura e econômica.

Medidas de subcriticalidade e o estudo das flutuações estatísticas de populações de nêutrons em sistemas subcríticos são realizadas desde os anos

---

²Segurança é elemento especialmente importante no projeto de reatores avançados ou da próxima geração (IV). Enquanto os atuais reatores possuem características passivas (coeficiente de reatividade negativo ao longo de toda a faixa de operação, por exemplo), estes novos reatores (incluindo reatores ADS) enfatizam contundentemente a passividade a tal ponto que são conhecidos por, talvez inapropriadamente, inerentemente seguros, conforme apêndice B.

cinquenta [11, 12], tendo o recente interesse em reatores nucleares associados à aceleradores de partículas (ADS³), apêndice B, aumentado a demanda na sua determinação e monitoração de modo estável e confiável.

Uma vez que os reatores ADS possuem menor tempo de geração de nêutrons e baixa fração de nêutrons atrasados⁴, estes devem ser operados em configurações com subcriticalidade relativamente alta⁵, tornando as abordagens teóricas e a capacidade da medida da subcriticalidade com suficiente precisão (e dentro das margens de segurança) problemas correlacionados com a operação segura destes reatores [4].

A medida da reatividade de arranjos de materiais subcríticos encontra aplicação direta na garantia de segurança do manuseio deste material, seção 1.3.1, e na monitoração de núcleo subcríticos, seção 1.3.2.

1.3.1 Medida da subcriticalidade e aspectos relativos à segurança nuclear

A garantia da subcriticalidade de arranjos de materiais físséis é usualmente obtida de avaliações de segurança à criticalidade. Tais avaliações são implementadas por meio de cálculos computacionais detalhados que são previamente validados através de experimentos de criticalidade (*Benchmark*).

Por outro lado, a natureza física do material físsil sob operação não coincide com aquela explorada no experimento de criticalidade; em particular, o espectro de nêutrons pode ser significativamente diferente. Tais diferenças demandam fatores/margens de segurança adicionais. Neste sentido, medidas adequadas de reatividade arranjos de materiais subcríticos podem prover meios de redução destas margens, aumentando a segurança de operações destes materiais.

Estes métodos de medida tem sido desenvolvidos por muitos anos [13]. A maioria deles partem na premissa que as propriedades de um arranjo

---

³ADS - *Accelerator driven system*

⁴O primeiro fator devido ao seu espectro rápido de nêutrons e o segundo à queima de actínídeos, cuja fração de nêutrons atrasados é menor que aquela do ²³⁵U.

⁵Aproximadamente, utilizam-se fatores de multiplicação efetiva, k_{eff} , em torno de 0,95.

tes níveis de subcriticalidade. A correta medida de reatividade permite dar juízo de valor seguro a tais características.

Exemplificando a diferença de comportamento, a referência [14] apresenta os resultados da inserção de uma rampa de criticalidade de $170\beta/s$ durante 15ms em núcleos críticos (potência nominal de 1GW), e com diferentes níveis de subcriticalidades: 1β , 1β e 3β . Os resultados indicam que a criticalidade por nêutrons prontos⁶ é atingida após: (1) 6ms - núcleo crítico (pico de potência 700GW); (2) 16ms - 1β (pico de potência 530GW); (3) 2β - 16ms (pico de potência 6GW); (4) 3β - 16ms (pico de potência 2,2GW).

Neste tipo de acidente a vantagem é clara, o aumento de potência em sistemas subcríticos é mais lenta, depositando uma quantidade significativamente menor de energia durante o acidente. As vantagens diminuem, todavia, para núcleos⁷ com baixo efeito *Doppler* (ou com fraca realimentação termohidráulica), sendo cada vez menores para núcleos mais próximos à criticalidade.

As figuras 1.2 e 1.3 ilustram os conceitos descritos acima, utilizando o modelo de cinética pontual representado pelo sistema de equações diferenciais 5.10⁸. Na figura 1.2, sistemas de diversos níveis de subcriticalidade são submetidos a uma inserção súbita de reatividade de 1β sem o desligamento do feixe; enquanto na figura 1.3, um núcleo crítico é submetido à diversas inserções súbitas de reatividade menores que 1β . As diferenças mostram claramente as vantagens dos núcleos subcríticos quanto à inserções de reatividades significativas.

No caso da perda de resfriamento, a referência [14] apresenta outros exemplos para os quais o comportamento de um núcleo com subcriticalidade de 10β , no caso do não-desligamento do feixe, não é tão favorável quanto nos casos de inserção de reatividade. Despressurização, vazios e aumento de temperatura provocam intensos feitos de *feedback* estabilizadores nos

---

⁶Ver glossário: apêndice A.

⁷Essa desvantagem serve para núcleos críticos ou não, entretanto é mais provável que um núcleo dedicado a transmutação seja mais afetado (na medida que os MA aumentam de proporção, o teor de ^{238}U diminui no combustível).

⁸ $l_{eff} = 10^{-3}$, $\lambda_1 = 0,3$, $\lambda_{i \neq 1} = 0$, $\alpha = 1$, $\rho_f = 0$ (feixe ligado toda a simulação), $\beta = 0,007$ e na condição de estado estacionário a seguinte concentração de percussores: $\xi = \beta/\lambda$.

Figura 1.2: Núcleos de diversos níveis de subcriticalidade submetidos a uma inserção de reatividade de 1\$ sem o desligamento do feixe. Modelo de cinética pontual representado pela equação 5.10: $l_{eff} = 10^{-3}$, $\lambda_1 = 0, 3$, $\lambda_{i \neq 1} = 0$, $\alpha = 1$, $\rho_f = 0$ (feixe ligado durante toda a simulação), $\beta = 0,007$.

reatores críticos. Tais efeitos *feedback* não são tão relevantes em núcleos de alta subcriticalidade dedicados à transmutação. Ainda, a utilização de reatores em altos níveis de subcriticalidade torna-os sensíveis a excursões de potência dos aceleradores, na medida em que estes núcleos produzem energia de forma fortemente acoplada à fonte, sendo este acoplamento mais intenso na proporção da subcriticalidade.

Os exemplos anteriores demonstram o quanto é importante a escolha do nível de subcriticalidade, e sua correta medida e monitoração, para o completo aproveitamento das potencialidades, e monitoração das limitações inerentes aos núcleos subcríticos. A correta especificação e determinação da subcriticalidade possuem relações óbvias com o custo de uma fonte intensa e eficiência energética da instalação. Menos óbvio, a medida da subcriticalidade determina os fatores de pico necessários para geração eficiente/segura de energia ou, dependendo da instalação, da capacidade de transmutação.

Figura 1.3: Núcleo crítico, de mesmos parâmetros cinéticos que a figura 1.2, submetido a inserções diversas de reatividade. Inserções de reatividade significativamente menores que em 1.2 geram altos níveis de potência (não foram introduzidos *feedbacks* termohidráulicos).

1.4 Trabalhos anteriores

Esta tese é parte de um esforço conjunto na determinação dos parâmetros cinéticos de reatores nucleares realizado pelo grupo de física de reatores da unidade crítica IPEN/MB-01. Este grupo desenvolve um banco de dados experimental de parâmetros cinéticos medidos por meio do ruído neutrônico desta instalação. Os parâmetros medidos são a fração efetiva de nêutrons emitidos, β_{eff} , o tempo de geração de nêutrons prontos, Λ , a razão β_{eff}/Λ , e a constante de decaimento de nêutrons prontos, α , relacionados com a reatividade por $\alpha = (\beta_{eff} - \rho) / \Lambda$.

Em particular, a determinação do valor de β_{eff} é de fundamental importância para a segurança de reatores, pois este valor determina a diferença de reatividade entre as configurações críticas atrasada e pronta (medida em dólares esta diferença é igual à 1\$). Em vista da importância deste parâmetro, foi estipulado em [15] a necessidade de sua determinação experimental com incerteza de 3%.

As técnicas experimentais usualmente empregadas por este grupo na compilação dos dados são: densidades espectrais (em modo corrente ou pulso: PSD - *Power Spectral Density*) e os métodos Rossi- α and Feynman- α (relevantes e explorados mais adiante neste trabalho). Desta compilação de dados, destacam-se os trabalhos de [16, 17] - itens 1.4.1 e 1.4.2, respectivamente.

1.4.1 Determinação de $\frac{\beta_{eff}}{\Lambda}$ por meio da densidade espectral

Em Diniz [16], o valor de β_{eff}/Λ do ^{235}U em configurações de interesse do reator IPEN/MB-01 foi medido por meio de técnicas de análise de densidade espectral. O experimento pode ser realizado com detectores operando no modo pulso ou corrente; entretanto, foi demonstrado neste trabalho que a utilização no modo pulso elimina alguns módulos eletrônicos (utilizados no modo corrente) que introduzem “ruídos parasitas” [16].

No trabalho da referência [16] mostrou-se que em modo pulso é possível observar o *plateau* para frequências superiores a aproximadamente 200Hz - figura 1.4 -, o que não era possível com detectores operando em modo corrente. O valor de β_{eff}/Λ foi estimado em torno do valor de 37,14-37,51Hz, dependendo da biblioteca de dados nucleares utilizadas [16]. As densidades espectrais possuem papel importante para o presente trabalho na determinação da reatividade generalizada, conforme seção 5.4.2.

1.4.2 Medida absoluta do valor de β_{eff}

Em Kuramoto [17] foi desenvolvida uma nova metodologia para a medida absoluta de β_{eff} , utilizando-se: da técnica experimental Feynman- α ; e do modelo de duas-regiões.

Segundo o modelo de duas regiões, para subcriticalidades da ordem de 3000pcm, o valor da correlação de segunda ordem (método Feynman- α) apresenta duas contribuições exponenciais para detectores na região do refletor, que são a sétima e oitava raiz da equação de *inhour* num modelo com

Figura 1.4: Resultado típico de [18]. O ajuste da auto potência de densidade espectral permite estimar β_{eff}/λ .

seis grupos de nêutrons atrasados. Entretanto, o tempo morto dos detectores envolvidos não permite a medida do segundo termo exponencial (oitava raiz). Este fato tem implicação direta na implementação das técnicas de auto-bicorrelações do presente trabalho.

Explicitamente, a sétima raiz da equação de *inhour* em um modelo de um único grupo de energia, duas-regiões, e seis grupos de nêutrons atrasados é dada por:

$$\omega_{7,8} = \frac{1}{2\Lambda_c\Lambda_r(1-f)} \left\{ \begin{array}{l} -[(1-\rho)(\Lambda_c+f\Lambda_r)+\Lambda_r(1-f)(\beta_{eff}-\rho)] + \\ + \sqrt{[(1-\rho)(\Lambda_c+f\Lambda_r)+\Lambda_r(1-f)(\beta_{eff}-\rho)]^2 - \dots} \\ \dots - 4\Lambda_c\Lambda_r(1-f)(1-\rho)(\beta_{eff}-\rho) \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

onde c e r referem-se ao núcleo (*core*) e refletor, respectivamente, f a fração dos nêutrons que atravessam o núcleo em direção ao refletor, ou vice-versa.

O ajuste da reatividade, ρ , com relação a $\omega_7 = \alpha$, obtida dos ajustes das correlações de segunda ordem para cada reatividade, permite medir cada um dos parâmetros do modelo, em particular o valor de β_{eff} .

Apesar de a reatividade ser desconhecida de antemão, esta se relaciona com a taxa de contagem de nêutrons, C , o eficiência do detector, ϵ , e in-

Figura 1.5: Ajuste de $\alpha = \omega_7$ com relação ao inverso da taxa de contagem, que em um modelo de uma única energia, duas-regiões, e seis grupos de nêutrons atrasados permite a medida direta do valor de β_{eff} , conforme [17].

tensidade da fonte por meio de $\rho = 1/(1 - \frac{C}{eS})$. O desconhecimento da eficiência do detector ou da intensidade da fonte não impedem a medida de β_{eff} . A figura 1.5 ilustra ajuste de $\alpha = \omega_7$ com relação ao inverso da taxa de contagem. A determinação experimental de ω_8 tem relevância para este trabalho, conforme itens 2.6 e 6.3.1.

1.4.3 Experimentos semelhantes

A equipe da unidade crítica da universidade de *Kioto* (KUKA) realizou, em 2002, um experimento semelhante ao do presente trabalho, sendo descrito em detalhes no apêndice K.

Em 2010, a referência [10] apresentou resultados de um outro experimento similar realizado no reator SILENE. Os detalhes deste experimento são apresentados no apêndice L.

Em cada um destes dois experimentos, as dificuldades associadas ao alto valor das incertezas é marcante, sendo, na opinião deste autor, um problema provavelmente subestimado pelos autores destes trabalhos, seja em suas

conclusões, ou na forma de apresentação dos respectivos resultados, que aparentemente buscam uma representação na qual os problemas estatísticos são subestimados. Por exemplo, na conclusão da referência [10] (que se propõem a realizar “medidas de criticalidade”):

... However, the analysis leads to a prompt multiplication coefficient $k \geq 0,7$ with a best estimate obtained for $k \cong 0,92$ which is compatible with the calculated value (usando o MCNP, $\sigma_K = 0,00076^9$) $k = 0,94500$. In order to improve the accuracy of the measured subcriticality and to validate the third order method, further measurements with better statistics should be necessary.

Talvez, a forma de apresentação dos resultados induziu o autor a uma conclusão possivelmente otimista demais, pois o resultado encontrava-se a $\cong 32\sigma$ da resposta calculada. Sem justificar, o autor não apresenta a incerteza do próprio resultado experimental.

Provavelmente, a escolha pela representação do K_{eff} (apesar do método do terceiro momento permitir naturalmente a estimativa de ρ), em detrimento de ρ (em pcm), como resultado da medida justifica-se pela forma da figura 1.6, que relaciona $K_{eff} \times \rho$ na faixa de valores de interesse.

Desta figura, fica claro que a medida em pcm de ρ sofre variações dramáticas quando compara com as variações do correspondente coeficiente de multiplicação efetivo de nêutrons ($\rho_{pcm}/10^5 \equiv (1 - K_{eff})/K_{eff}$). É exatamente por este motivo que a cinética de plantas nucleares é geralmente avaliada por ρ em pcm, para monitorar variações bruscas de reatividade.

Na opinião deste autor, talvez em função da falta de sucesso dos experimentos anteriores [9, 10], alguns aspectos importantes de caráter experimental/estatístico da medida de interesse não são esgotados, ou tratados exaustivamente como os aspectos teóricos.

Há, entretanto, exceções. A referência [8], ao contrário de [10], explora a necessidade da correção de efeitos resultantes da tendenciosidade intro-

---

⁹A incerteza do fator de multiplicação de nêutrons prontos não foi informado. Desta forma, o presente autor associou esta incerteza àquela do fator de multiplicação total.

Figura 1.6: A relação entre K_{eff} e ρ (em pcm).

duzida pela natureza finita dos dados (graus de liberdade) experimentais, corrigindo os principais estimadores. Desta forma, este trabalho visa explorar sistematicamente estes detalhes, visando contribuir com a correta implementação experimental da medida de interesse.

Por outro lado, os aspectos teóricos do assunto em tela são extensivamente explorados por outros autores [19]. Isto posto, a contribuição teórica deste trabalho visa apenas:

1. a exploração heurística de pontos que influenciam diretamente na medida (por exemplo, correções de tempo morto);
2. auxiliar na compreensão da origem das dificuldades do presente experimento; e
3. apresentar uma sugestão da relação entre auto-bicorrelações e a reatividade.

1.5 Organização

O presente trabalho será dividido da seguinte maneira:

1. Conceitos fundamentais: capítulo 2;

Informações importantes para o entendimento do experimento a ser realizado.

2. Estatísticas de ordem superior: capítulo 3;

Detalhamento do conceito principal e motivador do presente trabalho.

3. Métodos de análise de ruído microscópico: capítulo 4;

Apresentação de técnicas semelhantes e complementares ao presente trabalho. Entre elas, algumas de importância na implementação experimental do presente trabalho.

4. Física de arranjos subcríticos: capítulo 5;

Generalidades teóricas sobre a física de arranjos físsies subcríticos e apresentação do conceito de reatividade generalizada.

5. Fundamentação teórica: capítulo 6;

Descrição heurística e formal dos aspectos teóricos e centrais ao presente trabalho.

6. Arranjo experimental: capítulo 7;

Detalhamento do arranjo experimental utilizado.

7. Métodos e resultados: capítulo 8; e

Apresentação e aplicação do método, apresentando juízo de valor sobre os resultados obtidos e quantificando as correções necessárias.

8. Discussão: capítulo 9.

Conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Conceitos Fundamentais

Este capítulo trata dos conceitos fundamentais para o entendimento das principais idéias a serem apresentadas, sendo dividido da seguinte forma:

1. ruído de reatores de potência zero;
2. a medida da subcriticalidade e suas aplicações;
3. subcriticalidade e os óbices de sua medida;
4. reatividade e subcriticalidade;
5. subcriticalidade e os óbices de suas medidas;
6. o parâmetro α ;
7. cinética pontual; e
8. o papel dos nêutrons atrasados.

2.1 Ruído de reatores de potência zero

Inicia-se a descrição dos conceitos mais importantes para este trabalho com a introdução de um assunto central: ruído de reatores de potência zero. O reator IPEN/MB-01 é uma instalação crítica de potência zero, que permite a investigação de inúmeros fenômenos ligados à física de reatores, entre eles a análise de ruído provocado pela multiplicação das cadeias neutrônicas.

2.1.1 Generalidades

De forma simplificada, as técnicas de análise de ruído são fundamentadas na seguinte característica dos processos de fissão: estes processos não são totalmente aleatórios, pois são um conjunto de eventos com algum grau

de correlação entre si e com as emissões da fonte. Os únicos processos verdadeiramente não-correlacionados (em reatores de potência zero) são as emissões da fonte¹, fissões naturais e, dependendo da escala de tempo, emissão de nêutrons atrasados.

A figura 2.1 apresenta estes conceitos de correlação entre detecções distintas de uma forma preliminar. Na parte superior desta figura (a) uma fonte de nêutrons é disposta livre à frente de um detector apropriado. Livre de outros efeitos, a densidade de potência espectral² é constante, indicando o caráter puramente aleatório do decaimento radioativo.

Figura 2.1: Distorção do ruído pela presença de material físsil/fissionável. O material físsil/fissionável altera os padrões de correlações entre eventos de detecções sucessivas.

Na presença de um material com propriedades multiplicativas, parte inferior da figura 2.1 - (b), o caráter aleatório do decaimento radioativo é alterado, permitindo ao experimentador investigar as propriedades dinâmicas do arranjo em questão.

A correlação entre cadeias neutrônicas tem origem nestes processos físicos multiplicativos, governados pelos parâmetros cinéticos de um determinado

¹Por exceção das fontes de nêutrons com multiplicidade maior que 1, pois as cadeias produzidas por esta emissão terão a fonte como correlação comum.

²Isto é, a transformada de *Fourier* da autocorrelação da função temporal da taxa de contagens deste detector.

arranjo. As técnicas de ruído visam a separação dos eventos correlacionados, de modo a estimar os parâmetros cinéticos de um arranjo fissil.

Historicamente, flutuações neutrônicas de uma cadeia multiplicativa de nêutrons foram, primeiramente, associadas com o problema de criticalização de um arranjo fissil com uma fonte relativamente fraca³. Em quaisquer sistemas multiplicativos, incluindo os supercríticos, a população neutrônica é inicialmente pequena, e, conseqüentemente, as suas respectivas flutuações são relativamente altas. Assim, o tempo que um sistema demanda para atingir um comportamento aproximadamente determinístico (e previsível) varia significativamente, permitindo que a probabilidade de que um sistema atinja a criticalidade sem a correspondente indicação experimental seja significativa e inaceitável do ponto de vista de segurança [20].

Esta primeira aplicação dos métodos associados à análise do ruído de arranjos de potência zero trata de aspectos aleatórios do comportamento de sistemas físeis sob transientes. Entretanto, os métodos baseados no ruído à potência zero foram empregados, ao longo do tempo, em sistemas estacionários de baixa potência (por exemplo: arranjos subcríticos acionados por fontes), ou em sistemas de potência aproximando-se da criticalidade.

Os métodos aplicados neste trabalho servem apenas para sistemas estacionários de baixa potência, pois demandam muito tempo de aquisição de dados para acompanhar quaisquer transientes de interesse (sejam operacionais ou resultantes de acidentes) e sutis o suficiente para serem “mascarados” por ruídos inerentes aos sistemas de potência⁴.

2.1.2 Métodos

Os métodos associados ao ruído de reatores (ou arranjos) de potência zero baseiam-se na determinação de pelo menos uma estatística de contagem de um sistema multiplicativo de nêutrons. Experimentalmente, este métodos empregam as estatísticas de contagens durante um período de tempo (análise

---

³Do ponto de vista da segurança nuclear é muito importante ter certeza que um arranjo fissil começou a produzir cadeias de multiplicação de nêutrons.

⁴Característica de todos os métodos que utilizam o ruído produzido pela multiplicação das cadeias neutrônicas.

temporal do ruído) ou entre *gates* temporais separados temporalmente/espacialmente (correlações cruzadas entre detectores - temporal e espacial, ou auto correlações - apenas temporal).

Nestes métodos, enfatiza-se normalmente a evolução temporal das estatísticas de baixa ordem (normalmente, primeira e segunda) e a sua medida experimental. Um dos diferenciais deste trabalho é aplicação de tal metodologia para o acompanhamento de uma estatística de ordem superior (primeira, segunda e terceira).

Nas abordagens convencionais, as dependências espaciais e de energia são desprezadas e o único parâmetro procurado é a reatividade [21]. As descrições assumem sistemas homogêneos infinitos, nos quais fontes e detectores infinitos e homogêneos encontram-se dispersos (aproximação pontual - seção 2.7). Neste trabalho, os efeitos referentes às dependências espacial e de energia são apresentados como correções (seção 6.3) aos valores obtidos experimentalmente.

Devido a importância dos métodos de análise de ruído na implementação do presente trabalho, o capítulo 4 dedica-se a descrevê-los melhor. Entre eles, o método Feynman- α é explorado teoricamente em detalhes no capítulo 6, pois é a contrapartida de baixa ordem deste trabalho e ferramental experimental importante na implementação prática da presente metodologia.

2.2 Medida da subcriticalidade e suas aplicações

Medidas da subcriticalidade tem sido usadas em unidades críticas como uma ferramenta de monitoração da aproximação à criticalidade (carregamento de piscina de armazenamento intermediário ou carregamento de núcleo de reatores de potência); porém, tais medidas encontram outras aplicações, tendo destaque o estabelecimento de experimentos de *benchmark* [22]. Estas medidas ser aplicadas para validar os códigos e os bancos de dados nucleares utilizados por meio da estimativa direta de parâmetros cinéticos medidos em arranjos subcríticos.

O monitoramento e a medida da subcriticalidade não são semelhantes, requerendo abordagens e níveis de conhecimento distintos do sistema de interesse. De fato, a monitoração da subcriticalidade não demanda a determinação absoluta e exata do valor da reatividade (ou do coeficiente de multiplicação efetiva K_{eff}), mas deve prover uma indicação confiável da mudança da reatividade e quando este valor ultrapassa um determinado limiar pré-estabelecido. Exemplificando, na referência [22] o método da análise da medida do ruído produzido por uma fonte de ^{252}Cf é utilizado no monitoramento de arranjo subcríticos de nitratos de urânio e em experimentos *benchmark*, por apresentar vantagens com relação a outros métodos de medida subcrítica, conforme será detalhado na seção 4.4.

Recentemente, as medidas de reatividade de arranjos subcríticos ganharam interesse renovado em razão do reconhecimento do potencial de reatores ADS em transmutar o rejeito radioativo, reduzindo os respectivos riscos e os óbices da disposição geológica, apêndice B.

Em um reator ADS, o controle pode ser realizado apenas pela fonte externa. Mudanças de reatividade de longo prazo, por exemplo, podem ser compensadas pela variação da intensidade da corrente do acelerador, sendo possível conceber mecanismos de controle entre estados de baixas e altas temperaturas. Entretanto, estima-se que tais variações de intensidades de corrente seriam elevadas⁵, exigindo-se a presença de barras de controle [2]. Em resumo, o interesse na medida confiável da subcriticalidade de reatores ADS é tão importante quantos as características inerentes de segurança deste tipo de reator.

Dadas as características intrínsecas à presente metodologia⁶, a determinação da subcriticalidade pelo método do terceiro momento não pode ser usada na monitoração ou determinação em tempo real da subcriticalidade de um arranjo; mas, em conjunto com códigos de Monte Carlo e outros métodos (em particular o método das densidades espectrais, seção

---

⁵Um reator ADS sem barras de controle com $K_{eff} = 0,99$ no início de um ciclo de irradiação que termina este ciclo com $K_{eff} = 0,95$ demanda uma mudança de intensidade de corrente de fator 5, uma alteração considerada desproporcional para este tipo de máquina.

⁶Elevado valor do tempo de aquisição.

4.5), poderia contribuir para:

1. o estabelecimento de experimentos de *benchmark* de arranjos subcríticos (superados os problemas relacionados à natureza intrínseca que envolvem as medidas de estatísticas de ordem superior); e
2. a escolha de uma abordagem teórica mais conveniente da física subcrítica, capítulo 5, permitindo a medida fatores de multiplicação subcríticos não-ambíguos, seção 5.2; pois, a implementação da presente metodologia não depende deste tipo de abordagem teórica em particular.

2.3 Subcriticalidade e os óbices de sua medida

Define-se a subcriticalidade como o valor do módulo da reatividade, $|\rho|$, quando $\rho < 0$, de um meio multiplicativo de nêutrons. Primeiramente, apresenta-se a idéia de reatividade (e a sua contrapartida, o fator de multiplicação) sob o ponto de vista simples e conceitual, seção 2.4. No apêndice C, aprofunda-se teoricamente o tema, apresentando-se o conceito conforme definido segundo a teoria de perturbação.

Definições mais gerais da reatividade, de aplicação exclusiva à sistemas significativamente subcríticos (e de grande repercussão para este trabalho), e suas relações com o modelo de cinética pontual são abordadas adiante, seção 5.4.

Quanto à determinação experimental da subcriticalidade, apresenta-se inicialmente a figura 2.2⁷ que ilustra um arranjo experimental simplificado e comum. Neste tipo de medida, o arranjo aproxima-se da reatividade de interesse por remoção de barras, por adição de material físsil ou remoção de veneno queimável. A cada passo de aproximação, deve-se medir a reatividade de modo garantir as margens esperadas. A subcriticalidade, $(-\rho)$, relaciona-se com a contagem média em um *gate* temporal, $\langle C(T) \rangle$, da se-

---

⁷A seguir, a apresentação de idéias segue de forma semelhante a referência [21].

Figura 2.2: Arranjo esquemático experimental para medidas usuais de reatividade, conforme [21].

guinte maneira (conforme será apresentado em detalhe em 6.51):

$$\langle C(T) \rangle = \epsilon(v\Sigma_f) \frac{\Lambda ST}{(-\rho)} \quad (2.1)$$

onde $\Lambda = 1/(\langle \nu \rangle v\Sigma_f)$, S é a intensidade da fonte e ϵ é a razão entre a taxa de captura no detector e a taxa de fissão (eficiência do detector), ν é a estatística de emissão de nêutrons, Σ_f é a seção macroscópica de fissão e v é a velocidade representativa dos nêutrons do grupo único de energia. A princípio, salvo melhor juízo, a medida é simples.

As primeiras dificuldades da medida não são tão evidentes, na medida que é necessário conhecer o valor absoluto da eficiência e a intensidade da fonte (o que não parece ser tão difícil numa primeira análise). Infelizmente, ϵ e S são de fato desconhecidos, de difícil medida, e fortemente dependentes da configuração do arranjo (núcleo)⁸.

Ainda, a equação 2.1 assume um sistema homogêneo (sem dependência espacial), onde a eficiência é a simples razão entre seções de choque (de

---

⁸É importante notar que, formalmente, ϵ e S não são os valores absolutos deste parâmetros, como se não estivessem dentro do núcleo. Dentro do núcleo eles devem ser ponderados conforme 6.51, utilizando-se objetos matemáticos complexos como as funções adjuntas (normalmente são desconhecidos e de medida experimental complexa).

detecção e fissão), sem levar em conta a própria geometria do detector⁹. Uma vez que a contagem do detector depende linearmente do *gate* temporal (estado estacionário), a comparação entre medidas de diferentes *gates* não traz informação adicional.

Analisando a equação 2.1, a comparação entre configurações diferentes (1 e 2) poderia ter potencial para resolver o problema da medida de reatividade. No caso dos valores de ϵ , S e Λ não serem diferentes entre as duas configurações, a razão entre contagens:

$$\frac{\langle C_1(T) \rangle}{\langle C_2(T) \rangle} = \frac{(-\rho)_2}{(-\rho)_1} \quad (2.2)$$

poderia ser uma forma de estimar a medida de reatividade relativa à um estado de referência ou de reatividade conhecida. Certa forma, o método da curva $1/M$ (estimativa de aproximação da criticalidade) baseia-se nesta premissa. Nesta abordagem, $(-\rho)_1 \equiv 0$, sendo a posição crítica estimada pela extrapolação de $\langle C_2(T) \rangle / \langle C_1(T) \rangle \equiv 1/M \rightarrow 0$, conforme exemplificado na figura 2.3:

Este, entretanto, não é sempre o caso¹⁰, pois arranjos contundentemente subcríticos diferem claramente das condições críticas, conforme 2.4.

No sentido de contornar estes problemas, alguns métodos experimentais foram inventados. O apêndice E apresenta a descrição de algum deles. Entre os métodos apresentados neste apêndice, os métodos da área - *PNS area method* - e *slope fit* com fonte pulsada de nêutrons merecem destaque - seção E.2 deste apêndice, na medida que determinam a reatividade como um múltiplo da fração efetiva de nêutrons atrasados (reatividade em \$) sem a necessidade do conhecimento prévio dos valores de ϵ e S .

Estes métodos tem provado grande robustez e as tendenciosidades introduzidas pelos efeitos especiais são, em parte, corrigidas pela razão de duas

---

⁹Formalmente, todos os parâmetros da equação 2.1 são definidos por meio de funções adjuntas e outros parâmetros dependentes de efeitos espaciais e de energia (espectro da fonte, seções de choque de fissão, ...), conforme 6.51.

¹⁰Por exemplo, as funções adjuntas que definem ϵ , S e Λ mudam entre duas configurações subcríticas. A razão $\langle C_1(T) \rangle / \langle C_2(T) \rangle = (-\rho)_2 / (-\rho)_1$ de contagens funciona, entretanto, em medidas próximas à criticalidade, onde as configurações diferem pouco entre si.

Figura 2.3: Exemplo de implementação do método $1/M$ na determinação da posição de barras de controle correspondente à criticalidade.

variáveis que se modificam de forma semelhante quando estes efeitos são considerados. Por outro lado, estes métodos, como os outros apresentados no apêndice E, demandam infra-estrutura diferenciada.

É neste contexto que o método terceiro momento destaca-se, na medida que o conteúdo de informação física adicional presente em correlações de alta ordem (conforme detalhado no capítulo 3), em combinação com as usuais estatísticas de baixa ordem, permite extrair informação que não demanda calibração de instrumentação, medida de fonte, conhecimento prévio da cinética do arranjo e infra-estrutura diferenciada. Isto é, o potencial da utilização de estatísticas de altas ordens na medida do ruído neutrônico é a eliminação de vários problemas teóricos/experimentais presentes nos outros métodos de estimativa da subcriticalidade.

Figura 2.4: Exemplo de como as barras de controle podem afetar significativamente a forma do fluxo - axial e radial - em configurações subcríticas distintas. Sob esta perspectiva, a relação $\langle C_1(T) \rangle / \langle C_2(T) \rangle = (-\rho)_2 / (-\rho)_1$ não é válida.

2.4 K_{eff} e α : definições conceituais simples

A definição simples de reatividade usa o conceito do fator de multiplicação efetiva K_{eff} . O fator de multiplicação de um sistema é definido grosseiramente como a razão entre os números médios de nêutrons entre gerações subsequentes:

$$K_{eff} = \frac{\text{número de nêutrons em uma geração} \rightarrow n}{\text{número de nêutrons da geração anterior} \rightarrow n-1} \quad (2.3)$$

A interpretação física de K_{eff} permite descrever o estado de criticalidade de um sistema:

$$K_{eff} \begin{cases} < 1, \text{ o sistema é subcrítico} \\ = 1, \text{ o sistema é crítico} \\ > 1, \text{ o sistema é supercrítico} \end{cases}$$

Definido o fator de multiplicação, a reatividade é definida como o desvio relativo do fator de multiplicação de seu valor crítico (ou o de referência),

$$\rho \equiv \frac{K_{eff} - 1}{K_{eff}} \text{ onde, } K_{eff} \cong 1 \quad (2.4)$$

Conjuntamente com o conceito do tempo médio de geração, l , é possível entender como uma população média de nêutrons (prontos e atrasados) evolui temporalmente, $N(t)$, em um arranjo multiplicativo subcrítico infinito e homogêneo (por simplicidade), $K_\infty < 1$ ($K_\infty = \nu\Sigma_f/\Sigma_a \rightarrow \rho = (\nu\Sigma_f - \Sigma_a)/\nu\Sigma_f$).

Uma vez que a absorção de um nêutron pode dar luz a uma nova geração, associa-se l ao tempo médio entre gerações sucessivas ($N(t) \rightarrow N(t+l)$). Deste modo, expandindo-se a função temporal da população neutrônica em uma série de *Taylor* de primeira ordem:

$$N(t+l) = K_\infty N(t) \cong N(t) + l \frac{dN(t)}{dt} \quad (2.5)$$

Na ausência de nêutrons atrasados, $l = l_p$ ($l_p = 1/\nu\Sigma_a$ ¹¹); isto é, o tempo médio de geração é a vida média de nêutrons prontos. Considerando os nêutrons atrasados, o tempo médio entre gerações sucessivas é dado por $l = l_p/(1 - \beta_{eff})$ ¹² [23]. Referindo-se apenas aos nêutrons prontos,

$$N_p(t+l) = K_{\infty,p} N_p(t) \cong N_p(t) + l_p \frac{dN_p(t)}{dt} \quad (2.6)$$

logo,

$$\frac{dN_p(t)}{dt} = -v(\nu\Sigma_f - \Sigma_a) N(t) \equiv \frac{K_{\infty,p} - 1}{l_p} N(t) \quad (2.7)$$

cuja solução é,

$$N_p(t) = N_p(0) e^{\frac{(K_{\infty,p}-1)t}{l_p}} \quad (2.8)$$

---

¹¹Trata-se do intervalo médio de tempo entre a geração e a posterior absorção de um nêutron, não tendo correlação alguma com a vida média de um nêutron livre. Em um modelo de grupo único de velocidade, v , $1/\nu\Sigma_a$ é exatamente esse valor, pois $\nu\Sigma_a$ é probabilidade de captura por unidade de tempo por nêutron.

¹²Caso os nêutrons atrasados sejam considerados, $l = l_p(1 - \beta_{eff}) + \sum_{i=1}^{i=6} \beta_{eff,i} \bar{t}_i$, onde $\bar{t}_i$ é o tempo médio de emissão de nêutron atrasado referente a classe percussora i .

Esta função temporal da população de nêutrons prontos permite definir uma constante de decaimento, α :

$$\alpha \equiv \frac{K_{\infty,p} - 1}{l_p} = \frac{1}{l_p} \frac{\rho - \beta_{eff}}{1 - \rho} = \frac{(\rho - \beta_{eff})}{\Lambda} \quad (2.9)$$

onde, $\Lambda = 1/(v \langle \nu \rangle \Sigma_f)$. Fica claro que, mesmo introduzindo os nêutrons atrasados, a definição de α refere-se apenas aos nêutrons prontos. Os valores de l , l_p e Λ são parâmetros semelhantes à primeira vista; entretanto, Λ quantifica o intervalo de tempo médio entre a geração por fissão de um nêutron até sua respectiva captura por outra fissão (quando for o caso), sendo l e l_p definidos anteriormente.

Exemplificando as relações anteriores, para um sistema multiplicativo subcrítico, infinito, homogêneo e não-multiplicativo ($K_{\infty} = 0$):

$$\alpha = -\frac{1}{l_p} = -v\Sigma_a = \text{taxa de remoção de nêutrons.} \quad (2.10)$$

Por outro lado, em um sistema semelhante, mas multiplicativo,

$$\alpha = v(\langle \nu \rangle \Sigma_f - \Sigma_a) = \text{taxa de produção - remoção de nêutrons.} \quad (2.11)$$

É possível, então, associar o decaimento de uma população de nêutrons em um arranjo subcrítico a uma constante de decaimento de nêutrons prontos, α , conceito central no entendimento dos métodos Rossi- α , Feynman- α , seção 4.3, e no presente trabalho.

A definição do fator de multiplicação pode ser estendida para o contexto das equações de difusão e transporte por meio da teoria de perturbação, apêndice C.

2.5 A importância do parâmetro α

A apresentação teórica do método do terceiro momento será realizada por meio do método de *Green* e da expansão da densidade do fluxo neutrônico por autofunções- α , conforme a seção 6.3.1. Nestas expansões, algumas aproximações utilizadas visam o atendimento à realidade experimental, sem introduzir complexidade desnecessária. Por estes motivos, antes da abordagem formal, a distinção física entre K_{eff} e α deve ser deixada clara.

2.5.1 Comparação qualitativa entre α e K_{eff}

Semelhantemente aos valores de K_{eff} , a relação entre o valor de α e o estado qualitativo de criticalidade um sistema é dado por:

$$\alpha \begin{cases} < 0, \text{ o sistema é pronto subcrítico} \\ = 0, \text{ o sistema é pronto crítico} \\ > 0, \text{ o sistema é pronto supercrítico} \end{cases}$$

Apesar da descrição qualitativa semelhante sobre a criticalidade de um sistema, α e K_{eff} são independentes e, principalmente, distintos.

A constante de decaimento de nêutrons prontos trata da variação temporal da população de nêutrons prontos e tem papel secundário na análise de acidentes com inserções de reatividade significativamente menores que β_{eff} .

Por outro lado, K_{eff} trata da multiplicação da população total de nêutron entre gerações em configurações próximas a crítica, sendo a taxa temporal de multiplicação dependente de l . A constante de decaimento de nêutrons prontos trata da taxa de variação temporal desta população. Na medida em que experimentos de análise de ruído utilizam séries temporais, o papel de α torna-se maior que aquele normalmente desempenhado em física de reatores, pois o problema de cálculo de criticalidade se propõem a resolver um problema estático ($K_{eff} \cong 1$).

Os cálculos de criticalidade estática, K_{eff} , e dinâmica, α , são as soluções de problemas completamente diferentes, que se aproximam com a criticalidade. Em sistemas distantes da criticalidade, sejam super/subcríticos, estes cálculos de criticalidade resolvem problemas completamente distintos.

De fato, referente a constante de multiplicação efetiva:

$$(A - \frac{1}{K_{eff}} \bar{\chi} S_f) \phi = 0 \quad , \text{ conforme apêndice C}$$

onde $\bar{\chi}$ representa a matriz do espectro médio de fissão (entre grupos de energia), S_f o operador matricial de fissão e ϕ a representação multi-grupo do fluxo de nêutrons, estabelece a equação a ser resolvida para o problema do fator de multiplicação. Por exemplo, se K_{eff} é igual a 0,8, então o sistema será crítico se ν aumentar proporcionalmente de $0,8^{-1}$.

Quanto à constante de decaimento, o problema a ser resolvido é, simplificadaamente:

$$(A - \bar{\chi}S_f)\phi = -\alpha\phi \quad (2.12)$$

no caso de $K_{eff} \neq 1$, a equação 2.12 torna-se um problema completamente diferente daquele exposto na equação anterior. Na estimativa do valor de α em sistemas subcríticos estamos interessados no comportamento temporal do sistema, na medida em que tais sistemas não atingem o regime estático sem ajuda de fonte externa.

Nenhum dos problemas de auto-valores apresentados é preferencial ou mais importante, estes métodos apenas disponibilizam informações diferentes; entretanto, neste trabalho, o principal interesse teórico será focado nas aplicações da equação 2.12.

2.5.2 A constante de decaimento de nêutrons prontos em sistemas subcríticos

Para ilustrar o papel da constante de decaimento de nêutrons prontos em sistemas subcríticos foi construído um modelo de Monte Carlo no programa MCNP4C de uma configuração subcrítica do reator IPEN/MB-01 [17], conforme ilustrado nas figuras 2.5 e 2.6.

O valor de α para a configuração em questão foi obtido do ajuste do fluxo de nêutrons, por nêutron emitido da fonte, medido por detector de ^3He posicionado no refletor, à semelhança do respectivo experimento [17] (conforme apêndice M).

A figura 2.7 apresenta o fluxo temporal através deste detector (histograma temporal do fluxo médio por nêutron emitido pela fonte na célula que representa o detector). A configuração escolhida para a simulação da figura 2.7 foi subcrítica próxima a criticalidade para produzir fluxos maiores, reduzindo o tempo necessário de simulação. A representação linear em um gráfico semi-logarítmico mostra o comportamento esperado da população de nêutrons de uma cadeia subcrítica, conforme a taxa determinada pela equação 2.8. O ajuste produziu um chi-quadrado reduzido de 0,8, justifi-

Figura 2.5: Vista superior do modelo de Monte Carlo do reator IPEN/MB-01 (à esquerda) na configuração de interesse (26×28 cm, com 8 barras de veneno queimável); à direita, detalhe de $\frac{1}{4}$ da vista superior. Na figura: verde (moderador - H_2O), rosa: varetas de veneno queimado, células vazias: tubos guias, azul: varetas de combustível UO_2 .

Figura 2.6: Vista lateral do modelo da figura 2.5.

cando a hipótese da presença de apenas um valor de α relevante¹³. Antes de

---

¹³O que não exclui a possibilidade de influências sutis resultantes da presença de mais

2ms de tempo físico de simulação ocorre a termalização e difusão da cadeia de nêutrons para cada história. Este intervalo inicial não foi considerado no intervalo de tempo do ajuste¹⁴.

Figura 2.7: Determinação da constante de decaimento de nêutrons prontos, $\alpha=251,4(33)\text{s}^{-1}$, realizada entre 2ms e 10ms (por volta de 800 canais temporais - *shakes*) de uma configuração de interesse do reator nuclear IPEN/MB-01 [17] com $K_{eff}=0,99236(11)$ e fonte de nêutrons de AmBe.

Aspectos associados à presença de mais de um modo dominante de decaimento de nêutrons prontos tem importância para alguns resultados experimentais do presente trabalho e serão abordados na seção 2.6.

de um modo.

¹⁴O que é uma limitação deste método de simulação, pois exclui quaisquer possibilidades de verificação de modos de decaimento de nêutrons prontos com $\alpha \gg \frac{1}{(2 \cdot 10^{-3})} \text{s}^{-1}$ (neste caso).

2.6 Sistemas subcríticos com múltiplos α

A relação direta entre o valor da subcriticalidade com a correlação de terceira ordem depende fortemente da significância, ou não, das diferentes expansões α do operador de *Boltzmann*, seção 6.3. O fato de existir somente um valor de α dominante simplifica a função que relaciona a subcriticalidade com a correlação de terceira ordem, conforme 6.3.2, e tem impacto teórico significativo para este trabalho.

Arranjos nos quais o refletor possui composição idêntica ao moderador do núcleo tendem a ter apenas um valor de α dominante. Este é o caso do reator IPEN/MB-01. A figura 2.7 é uma primeira evidência, pois o ajuste do fluxograma temporal dispensa a utilização de uma combinação linear de duas exponenciais temporais.

Figura 2.8: Um modelo simples de núcleo e as distâncias entre detectores do centro e núcleo: preto - 7,5cm; vermelho - 17,5cm; verde - 25,0cm; azul - 40,0cm.

Quanto ao aspecto espacial, o apêndice G apresenta evidências de que é plausível considerar apenas um modo dominante de decaimento de nêutrons prontos, especialmente importante para alguns efeitos secundários relacionados à cinética pontual.

Existem, entretanto, exceções importantes para o presente trabalho. Segundo [17], a equação de *inhour* no modelo de Duas-Regiões possuiu apenas duas soluções (desprezando nêutrons atrasados) $\omega_{7,8}$, conforme equação 1.1¹⁵.

A referência [24] conclui genericamente que:

...is that for reactors that are not too large and not too far from critical, the fundamental mode is dominant and with a careful definition of various parameters, the point model is valid...

Desta forma, configurações de alta subcriticalidade devem ser investigadas quanto a pertinência do uso exclusivo do modo fundamental.

Por exemplo, utilizando-se os parâmetros cinéticos típicos das configurações de interesse do reator IPEN/MB-01, estima-se que o valor de ω_8 esteja entre $-9000/10000s^{-1}$, para reatividades em torno de -3500pcm , enquanto $\omega_7 \equiv -\alpha = -1200s^{-1}$ [17]. As duas constantes são significativamente distintas, de modo que o segundo modo decai significativamente mais rápido que o dominante. A figura 2.9 apresenta a previsão do exemplo descrito anteriormente.

A realidade experimental, por um lado, não permitiu separar as amplitudes dois modos de decaimento [17] em experimentos Feynman- α , corroborando com os resultados das figuras 2.10 e 6.8 e mostrando a sutileza da presença de outros modos de decaimento. Entretanto, experimentos tipo Rossi- α realizados em configurações de alta subcriticalidade ($\rho > -3500\text{pcm}$) permitem obter dois modos de decaimentos distintos, sendo o efeito observado muito sutil, conforme as figuras 7.14 e 7.15; porém, este efeito é importante para alguns aspectos experimentais do presente trabalho (conforme será discutido na seção 8.2.3.3).

Desta forma, pelos motivos apresentados, considera-se que os arranjos de interesse do núcleo do reator IPEN/MB-01 possuem, aproximadamente, um

---

¹⁵O segundo modo de decaimento ω_8 está associado à grupos de nêutrons prontos que escapam do núcleo para o refletor e, posteriormente, retornam ao núcleo onde seguem induzindo uma nova cadeia de nêutrons. Apesar desta típica “história”, esta descrição não significa que o segundo modo seja o mais importante no núcleo; em certos casos, ele pode ser significativo.

¹⁶Obtida por meio dos parâmetros cinéticos da figura 3.4 de [17].

Figura 2.9: Previsão teórica da forma das distribuições Rossi- α : superior - no núcleo; inferior - no refletor¹⁶. No refletor, onde geralmente a instrumentação é montada, as correlações para baixos valores do canal temporal mostram a influência do segundo modo de decaimento.

único α espacial e temporalmente dominante. A influência desta hipótese limita-se à determinação do termo de correção de efeitos espaciais.

Figura 2.10: Valor de α obtido para diferentes posições no modelo do apêndice M, por meio de detectores pontuais de raio 2,25cm. preto: (X=0,0 Y=0,0 Z=20,0); vermelho: (X=9,0 Y=7,5 Z=40,0) - ambos no núcleo; verde: (X=18,0 Y=16,5 Z=50,0) - no refletor.

2.7 Cinética pontual de reatores

A análise dependente do tempo é de fundamental importância na investigação das condições de controle e instabilidade de um reator nuclear. Desta forma, a cinética de reatores visa descrever o comportamento do fluxo angular de nêutrons, $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ (no espaço, direção, energia e tempo), quando a condição de equilíbrio, ou seja $\partial\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)/\partial t = 0$ (seja um estado crítico ou subcrítico associado a uma fonte externa), é perturbada. Cinética pontual de reatores é o modelo básico do presente trabalho.

Uma vez que geralmente perturbações locais de $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ propagam-se rapidamente no meio em questão¹⁷, perturbações neste fluxo geram rápidas mudanças. Em alguns casos, encerrada estas rápidas mudanças, o fluxo transforma-se como um todo; entretanto, nestes casos, muda apenas sua amplitude sem alterar significativamente sua dependência espacial.

Quando tais tipos de transientes são suficientes para descrever a dinâmica de um determinado reator, torna-se possível aplicar o tratamento de cinética pontual. O adjetivo *pontual* do modelo é de certo modo inadequado, uma vez que o meio não é tratado como pontual. De fato, a hipótese do modelo pontual é a independência temporal da forma espacial do fluxo de nêutrons.

O modelo de cinética pontual de uma região tem sido aplicado como uma aproximação razoável na descrição do núcleo da unidade crítica IPEN/MB [16, 17]; entretanto, uma descrição mais detalhada envolve o modelo de Duas-Regiões¹⁸. Neste trabalho, os efeitos espaciais são considerados como correções, caso necessário.

De acordo com os argumentos apresentados acima, o fluxo no modelo de cinética pontual, $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ é escrito como o produto de dois fatores: o fator de forma $\phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ e a amplitude $\Theta(t)$, de modo que $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \Theta(t)\phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$.

As condições de normalização de ambas as funções $\Theta(t)$ e $\phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ são arbitrárias, sendo normalmente utilizada a condição na qual $\Theta(t')$ é a

---

¹⁷Em torno de milissegundos.

¹⁸O modelo de duas regiões é, resumidamente, um modelo de hipóteses semelhantes ao **pontual de uma região** sendo dotado, entretanto, de duas amplitudes: a do núcleo e a do refletor.

potência do sistema em t' , $P(t')$, assim:

$$P(t') \equiv \Theta(t') = \epsilon_f \int dV d\Omega dE \Sigma_f(\vec{r}, E) \Theta(t') \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \quad (2.13)$$

$$\epsilon_f \int dV d\Omega dE \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = 1 \quad (2.14)$$

A derivação das equações que descrevem o comportamento de $P(t)$ envolve a equação de transporte de nêutrons e teoria da perturbação [23, 25]. No modelo *pontual*, o resultado final do processo algébrico é o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} P(t) + \sum \lambda_i \xi_i(t) + S(t) \quad (2.15)$$

$$\frac{d\xi_j(t)}{dt} = \frac{\beta_{eff}^j(t)}{\Lambda(t)} P(t) - \lambda_i \xi_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.16)$$

onde $\rho(t)$, $\beta_{eff}(t) = \sum_{j=1}^6 \beta_{eff}^j(t)$, Λ , $\xi_j(t)$ e $S(t)$ são a reatividade, fração efetiva de nêutrons atrasados (separadas segundo a contribuição de cada grupo de percussores), tempo de geração de nêutrons prontos, concentração de percussores e fontes externas, respectivamente, cada um conforme a definição apresentada no apêndice D.

Como os parâmetros utilizados nestas equações dependem do conhecimento de $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$, a utilidade deste modelo depende da capacidade de se gerar o fator de forma sem resolver a equação de transporte. Nos transientes mais comuns o fator de forma varia lentamente, o que permite considerar apenas o fator de forma em um instante $t = t_0$ e mantê-lo constante ao longo do intervalo de tempo subsequente sob o qual o transiente se processa.

Na medida em que o escopo do presente trabalho limita-se ao estudo da subcriticalidade de configurações estáticas do reator IPEN/MB-01, o modelo de cinética pontual justifica-se, conforme detalhado no seção 2.6.

Um dos resultados mais importantes do modelo de cinética pontual resulta da aplicação da transformação de Laplace ao sistema de equações 2.16. O resultado final pode ser representado simplificadamente por:

$$\rho_0 = s \left(\Lambda + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_{eff}^i}{s + \lambda_i} \right) \quad (2.17)$$

onde ρ_0 é uma inserção de reatividade. Os pólos de 2.17 (raízes do seu denominador) produzem uma equação algébrica de sétimo grau, a equação de *inhour*. Estes pólos definem a resposta temporal da potência ($\sim$ concentração de nêutrons) ou concentração de percussores do arranjo fissil. As soluções da equação de *inhour* são apresentadas graficamente na figura 2.11, para o caso de inserções negativas e positivas de reatividade.

Figura 2.11: Apresentação gráfica da solução da equação de *inhour* que define o comportamento temporal das concentração de nêutrons e percussores. As raízes são apresentadas para o caso de inserção positiva ou negativa de reatividade.

O comportamento assintótico do modelo pontual é dominado pela raiz positiva, quando a inserção de reatividade é positiva, ou pela raiz negativa de menor módulo (ω_o), quando a inserção é negativa. Cada inserção de reatividade determina a mudança do fator de multiplicação efetiva $\rho = (K_{eff} - 1)/K_{eff}$.

Deve ficar claro, entretanto, que inserção de reatividade e o respectivo comportamento assintótico referem-se ao estado de referência crítico, pois as equações de cinética associadas a equação de *inhour*, 2.16, foram obtidas de sua perturbação. Esta forma habitual de análise do comportamento assintótico perde sentido em arranjos subcríticos acionados por fontes. Uma

inserção negativa de reatividade leva a uma potência assintótica nula, o que não é verdade em sistemas acionados por fonte.

Sob a luz de outras abordagens da física subcrítica, capítulo 5, os conceitos de reatividade e comportamento assintótico são redefinidos, desempenhando papel fundamental de uma das contribuições teóricas do presente trabalho. Entretanto, o conceito de cinética pontual persiste, adaptando-se aos diferentes conceitos de física subcrítica, conforme apêndice F.

2.8 O papel dos nêutrons atrasados

Muitos trabalhos que discutem processos multiplicativos em arranjos de material fissionável ou ignoram os nêutrons atrasados, ou apresentam alguma correção para os ter em conta ($\alpha = (\rho/\Lambda) \rightarrow (\rho - \beta_{eff})/\Lambda$).

Nêutrons atrasados são significativamente em menor número, e em sistemas de alta subcriticalidade são provavelmente emitidos após a “extinção” da correspondente cadeia que produziu os seus precursores, comportando-se aproximadamente como fontes intrínsecas de nêutrons [5]; isto é, são aparentemente independentes do evento inicial de fissão e não-correlacionados com quaisquer outras fontes externas reais. A contribuição dos nêutrons atrasados pode ser desprezada em sistemas com poucos dólares de subcriticalidade [5].

Quando a contribuição dos nêutrons atrasados não pode ser desprezada a princípio, mesmo para sistemas de alta subcriticalidade, os parâmetros de análise de ruído microscópico modificam-se. No caso do método Feynman- α [26], têm-se:

$$Y = Y_p \left(1 - \frac{1 - e^{\alpha_p t}}{\alpha_p t} \right) + Y_d \left(1 - \frac{1 - e^{\alpha_d t}}{\alpha_d t} \right) \quad (2.18)$$

onde: $\alpha_p = (\rho - \beta_{eff})/\Lambda$, $\alpha_d = (\lambda_{eff}\rho)/(\rho - \beta_{eff})$, e λ_{eff} designa a constante de decaimento efetiva dos precursores. Quanto aos valores de Y_p e Y_d , a correlação entre nêutrons atrasados e prontos torna cada um destes valores proporcionais a $\langle \nu_p(\nu_p - 1) \rangle$ e $\langle \nu_d(\nu_d - 1) \rangle + 2 \langle \nu_p \nu_d \rangle$, respectivamente.

A partir dos dados das configurações de alta subcriticalidade estudadas no reator IPEN/MB-01 [17], a busca por um ajuste nos moldes da equação

2.18 não apresentou resultado positivo. Os valores de α_p e α_d encontrados foram praticamente idênticos; isto é, os dados não permitem encontrar mais de uma constante de decaimento de nêutrons.

De fato, caso α_p e α_d sejam mensuráveis a sua razão é da ordem de:

$$\frac{\alpha_p}{\alpha_d} = \frac{(\rho - \beta_{eff})^2}{(\Lambda \lambda_{eff} \rho)} \approx \frac{|\rho|}{(\Lambda \lambda_{eff})} \approx 650 \quad (2.19)$$

considerando $(\rho - \beta_{eff} \rightarrow \rho)$ (sistemas de alta subcriticalidade), $\lambda_{eff} \Lambda = 8 \cdot 10^{-5}$, e $|\rho| = 5000\text{pcm}$. A considerável distinção entre os valores das duas constantes permite a inferência do papel dos nêutrons atrasados, caso este papel seja mensurável em sistemas altamente subcríticos. Dada a negativa da procura pela influência dos nêutrons atrasados em arranjos de interesse, despreza-se a sua influência neste trabalho; entretanto, a presente metodologia adapta-se perfeitamente a sua presença.

Estatísticas de ordem superior e a sua relação com a reatividade

---

If your result needs a statistician then you should design a better experiment.

Ernest Rutherford (1871 - 1937)

Este capítulo visa apresentar de uma forma direta o conceito central e principal motivador do presente trabalho: a relação entre reatividade e o conteúdo estatístico resultante da detecção de nêutrons no modo pulso.

Entre os conceitos mais importantes, a dependência da reatividade com a ordem da estatística usada para investigá-la, e capacidade de uma cadeia de nêutrons associados a uma mesma fonte de introduzir eventos de detecção correlacionados estão entre as idéias centrais abordadas e necessárias para o perfeito entendimento dos resultados obtidos - seção 3.2.

3.1 Generalidades

De forma simplificada, a resposta de um arranjo subcrítico à introdução de um nêutron externo é simples. Caso este nêutron induza fissão, os seus “filhos” podem “sobreviver”, ou não, mantendo seus “descendentes” presentes no arranjo por mais ou menos tempo.

Com o passar do tempo, “gerações” inteiras são criadas (fonte + processo multiplicativo) e “exterminadas” (detecção + absorção). Quando o sistema

é significativamente subcrítico, em poucas gerações uma cadeia de nêutrons associados desaparece e, na média, poucos nêutrons associados à mesma cadeia estão concomitantemente presentes no arranjo; por outro lado, sistemas próximos a criticalidade produzem cadeias imensas de nêutrons correlacionados, de modo que concomitantemente existem inúmeros nêutrons correlacionados, conforme figura 3.1.

Figura 3.1: Multiplicação em sistemas de reatividade diferentes. Sistemas multiplicativos (subcríticos) “eficientes” permitem comparativamente a formação de longas cadeias, mesmo que efêmeras (superior). Estas longas cadeias permitem a investigação de eventos de detecção correlacionados à mesma emissão da fonte. Cadeia curtas (inferior), por outro lado, provocam poucos eventos de detecção correlacionados à mesma emissão da fonte. Dependendo da intensidade da fonte e da proximidade da criticalidade, é altamente provável que diversas cadeias coexistam, aumentando a probabilidade de detecções não-correlacionadas (cadeias em azul e preto) à mesma emissão da fonte.

Em arranjos significativamente subcríticos, os nêutrons não-correlacionados produzem eventos provavelmente sob a forma de singletos (detecções que são resultado de cadeias iniciadas por emissões não-correlacionadas da

fonte); entretanto, em arranjos próximos ao crítico existem, além dos singletos: dubletos, tripletos, e outros arranjos de ordem superior. Pelo menos intuitivamente, a distribuição relativa dos “n-pletos” indica a reatividade de um arranjo.

Nêutrons observados em instantes de tempo significativamente distintos tem probabilidades menores de serem correlacionados do que aqueles observados concomitantemente e esta probabilidade de correlação diminui com o tempo. Uma medida que correlaciona dois nêutrons medidos em instantes de tempo distintos contém alguma informação estatística sobre os dupletos de nêutrons das cadeias produzidas. Do mesmo modo, um experimento que correlaciona três nêutrons indica a distribuição de tripletos. O primeiro exemplo produz uma estatística de segunda ordem, o segundo exemplo de terceira, ordens superiores a segunda serão denominada aqui de “ordens superiores”.

Os experimentos que visam investigar as correlações entre estes “n-pletos” podem fazê-lo de diferentes formas:

1. observando diretamente a correlação;
2. medindo a distorção de uma determinada estatística de contagem; ou
3. inferindo a correlação por meio de densidades de potência espectral.

Este trabalho explora cada um destes métodos de investigação em diferentes abordagens experimentais.

3.2 Relação entre estatísticas de ordem superior e reatividade

As evidências da dependência das estatísticas de alta ordem com a reatividade foram divididas da seguinte maneira:

1. indícios experimentais;
2. considerações sobre a extensão de cadeias neutrônicas; e
3. as relações teóricas entre as estatísticas e a reatividade.

3.2.1 Indícios experimentais

A importância de experimentos que medem estatísticas de ordens superiores relaciona-se ao fato de que a reatividade de um sistema determina a extensão das cadeias de nêutrons associadas, influenciando as estatísticas de ordem superior de forma crescente com a sua ordem.

Assim, o número de singletos depende menos da reatividade do que o número de dupletos correlacionados. Então, intuitivamente, estatísticas de ordem superior são progressivamente funções mais “sensíveis” à reatividade do arranjo. Cabe enfatizar que o número de singletos, como de outros “n-pletos”, é função direta da reatividade e da intensidade da fonte; entretanto, o argumento apresentado tem a intenção de mostrar a intensidade da dependência crescente da ordem superior de uma estatística com a reatividade.

A primeira prova experimental direta dos argumentos anteriores foi obtida em [5]¹ por meio de um arranjo experimental em que três cilindros de urânio altamente enriquecido (HEU - “High Enriched Uranium”) de diâmetros idênticos e de alturas (e reatividades) distintas arranjados, um de cada vez, ao lado de uma câmara ionizadora, contendo uma fonte de ^{252}Cf , em coincidência com cintiladores de plásticos. montados em torno e adjacentes aos cilindros de urânio, conforme figura 3.2.

Os nêutrons são emitidos pela fonte multiplicando-se nos cilindros sub-críticos de HEU e os produtos de fissão resultantes da fissão de um núcleo de ^{252}Cf associada a emissão destes nêutrons disparam a câmara de ionização, sendo estes produtos de fissão o gatilho da coincidência com os cintiladores de plásticos. Assim, o arranjo apresentado preza pela otimização da detecção de nêutrons correlacionados com uma fissão espontânea na fonte de ^{252}Cf (ver seção 4.4).

Na figura 3.3 (cilindros 1, 2 e 3 nesta ordem possuem alturas e reatividades crescentes), os valores qualitativos das contagens relativas para os arranjos com diferentes cilindros de HEU são apresentadas.

Apesar de não provar explicitamente, este tipo de experimento apresenta evidências experimentais que estimulam o uso de estatísticas de or-

---

¹O experimento foi realizado por Mihalcz, sendo descrito em [5].

Figura 3.2: Arranjo experimental simplificado de para a detecção de “n-pletos”. Cilindros de HEU são envolvidos por cintiladores que são montados em coincidência com uma câmara de ionização na qual uma fonte de ^{252}Cf produz as fissões correlacionadas aos “n-pletos”. Os cilindros maiores são os mais reativos.

dem superior como ferramenta de estimativa da reatividade, pois conforme a reatividade do sistema aumenta, as contagens relativas dos “n-pletos” de ordem superior apresentam dependência crescente com a reatividade.

3.2.2 Extensão da cadeia de nêutrons induzida por um nêutron emitido pela fonte

Da própria definição da constante de decaimento de nêutrons, $\alpha < 0$, a função temporal da população média de nêutrons de um arranjo subcrítico exposto a uma fonte, $\langle N(t) \rangle$, evolui no tempo conforme o modelo de cinética

Figura 3.3: Contagens relativas obtidas de uma fonte de nêutrons de alta multiplicidade por meio de três detectores distintos. Conforme a reatividade do sistema aumenta, as contagens relativas dos “n-pletos” de ordem superior apresentam dependência crescente com a reatividade.

pontual² segundo:

$$\frac{d\langle N(t) \rangle}{dt} - \alpha N(t) = S \quad (3.1)$$

cujo resultado para uma população inicial nula é:

$$\langle N(t) \rangle = \frac{S(1 - e^{\alpha t})}{(-\alpha)}. \quad (3.2)$$

Em regime permanente, a população média de nêutrons, $N \equiv \langle N(t \rightarrow \infty) \rangle$, que é a própria população de saturação, é trivialmente relacionada à intensidade da fonte de fissão, S ³, por:

$$\frac{N}{\Lambda} = \langle \nu \rangle S \quad (3.3)$$

²Desconsiderando nêutrons atrasados.

³Considerada como sendo do tipo *Poisson*.

isto é, a taxa de produção de nêutrons (lado direito) deve ser igual à taxa de mortalidade (lado esquerdo). Por outro lado, uma cadeia produzida por um único nêutron evolui na média conforme a seguinte relação:

$$\langle N(t/N(0) = 1) \rangle = e^{\alpha t} \quad (3.4)$$

A quantidade de nêutrons que são eliminados da cadeia é útil na determinação do tamanho da cadeia; pois, uma vez que uma cadeia subcrítica está destinada a desaparecer, o número de nêutrons que desaparecem é o próprio tamanho da cadeia. De modo análogo a equação 3.3, o tamanho de uma cadeia induzida por um único nêutron é dada por

$$\begin{aligned} \text{tamanho da cadeia} &= \int_0^\infty \frac{\langle N(t/N(0) = 1) \rangle}{\Lambda} dt = \dots \\ &\int_0^\infty \frac{e^{\alpha t}}{\Lambda} dt = \frac{1}{(-\alpha)\Lambda} = \frac{1}{|\rho|} \end{aligned} \quad (3.5)$$

isto é, o tamanho de uma cadeia subcrítica de nêutrons é dada pelo inverso da reatividade. O intuitivo confirma-se no resultado obtido pela aplicação do modelo de cinética pontual referente a equação 3.5, pois para arranjos físseis próximos ao estado crítico, $\rho \rightarrow 0$, o tamanho médio das cadeias deve tender ao infinito.

3.2.3 Dependência das correlações com as estatísticas de ordem superior

Observações de caráter semelhante podem ser feitas com relação às estatísticas de diversas ordens das detecções; isto é, das relações entre diversos “n-pletos” de detecção. Primeiramente, seguindo 3.5, a probabilidade de detecção de um singleto no detector x ao longo do intervalo de tempo dt_1 é

$$p_x(t_1)dt_1 = \epsilon_x \frac{Sdt_1}{|\rho|} \quad (3.6)$$

onde ϵ_x é a probabilidade do detector x registrar um nêutron da cadeia por nêutron do arranjo, isto é, sua eficiência. A probabilidade de uma

detecção subsequente no detector y ao longo do intervalo de tempo dt_2 dada a detecção em dt_1 , $p_{y/x}(t_2/t_1)$, é dada por:

$$p_{y/x}(t_2/t_1)dt_2 = \epsilon_y \frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{2\langle \nu \rangle |\rho|} S dt_2 \quad (3.7)$$

onde o termo $\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{2\langle \nu \rangle}$ indica o número médio de ramificações duplas pelo número médio de nêutrons emitidos na fissão e $1/|\rho|$ a extensão da multiplicação no arranjo físsil; isto é, o tamanho da cadeia que provoca as detecções coincidentes, conforme figura 3.4.

Figura 3.4: Duas detecções correlacionadas são criadas por meio de multiplicações no meio do arranjo físsil. A detecção de um nêutron entre os ν criados em uma particular fissão disponibiliza outros $\nu - 1$ nêutrons para uma futura detecção correlacionada, logo o número de duplas ramificações por nêutron geradas na fissão é $\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{2\langle \nu \rangle}$.

A probabilidade de duas detecções correlacionadas nos instantes dt_1 e dt_2 respectivamente nos detectores x e y é dada por:

$$p_{xy}(t_1, t_2)dt_1dt_2 = \epsilon_x\epsilon_y\langle \nu(\nu - 1) \rangle \frac{Sdt_1dt_2}{2|\rho|^2} \quad (3.8)$$

sendo logicamente mais prováveis para os sistemas mais reativos.

De modo a aplicar raciocínio semelhante para tripletos é necessário antes considerar os processos principais de formação de tripletos, figura 3.5; nesta figura: acima - o tripleto inteiro é correlacionado pela mesma fissão. A probabilidade de tripletos por singletos dada por:

$$\frac{\langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle}{6\langle \nu \rangle |\rho|}$$

por outro lado, abaixo - o tripleto correlaciona-se por dupletos que possuem uma fissão em comum. Neste caso, a probabilidade de tripletos por singletos dada por:

$$\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{4\langle \nu \rangle^2 |\rho|^2}$$

Figura 3.5: Processos principais de formação de tripletos.

Em um processo, o tripleto inteiro é correlacionado pela mesma fissão, tendo dependência com a reatividade semelhante a de dupletos⁴; no segundo, o tripleto correlaciona-se por dupletos que possuem uma fissão em comum, tendo dependência com o inverso do quadrado da reatividade, $1/\rho^2$.

Desta forma, para os sistemas mais reativos, onde a dependência com o inverso do quadrado da reatividade torna-se mais significativa, a distribuição de tripletos por singletos é proporcional a:

$$\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{\langle \nu \rangle^2 |\rho|^2}$$

Logo, o número de tripletos por singletos é mais sensível a mudança no valor da reatividade do que o número de dupletos por singletos. O que não quer dizer que o valor seja maior; na verdade, pelo contrário, certamente os

⁴Dependência semelhante, mas probabilidade bem menor uma vez que as probabilidades de detecção são agora proporcionais ao produto das três eficiências dos detectores envolvidos.

dupletos serão significativamente mais prováveis que os tripletos. Enfatiza-se a dependência do número de tripletos por singlete com relação à reatividade e não o seu valor absoluto. Raciocínio semelhante aplica-se as relações entre outras estatísticas de ordens superiores.

Genericamente, o padrão obtido é o seguinte: os “n-pletos” são mais sensíveis a mudança no valor da reatividade que os “(n-1)-pletos”, sendo este efeito a principal motivação deste trabalho. Apesar das vantagens intrínsecas na utilização de estatísticas de ordem superior, a implementação experimental deste tipo de medida enfrenta alguns problemas inerentes ao próprio método, ver capítulo 8.

3.3 Determinação dos parâmetros estatísticos de emissão de nêutrons de fissão

Qualquer método experimental baseado na análise do processo de multiplicação de nêutrons induzido por arranjo de material físsil, subcrítico ou não, deve conhecer de antemão a função de distribuição de probabilidade de emissão dos nêutrons de fissão dos isótopos físeis em questão.

Por exemplo, a estatística fundamental desta distribuição, $\langle \nu \rangle$, a média dos nêutrons emitidos por fissão, é usada na determinação da criticalidade. A variância, $\langle \nu^2 \rangle - \langle \nu \rangle^2$, e o fator de *Diven*, $\langle \nu(\nu - 1) \rangle / \langle \nu \rangle^2$, são fatores fundamentais na implementação do método *Feynman- α* .

Adicionalmente, estes dados devem ser providos por experimentos independentes daqueles usuais em cinética de reatores. Esta seção dedica-se à explicar sucintamente o método experimental utilizado na determinação das funções de distribuição de probabilidade de emissão nêutrons de fissão, dado essencial de muitas técnicas em física de reatores, e apresentar as distribuições de nêutrons emitidos na fissão do ^{235}U utilizadas no presente trabalho.

Uma vez que os nêutrons prontos são emitidos, em termos práticos sob coincidência temporal, um detector eficiente de nêutrons em coincidência

é o instrumento ideal para a determinação da função de distribuição de probabilidade de emissão dos nêutrons de fissão, figura 3.6.

Neste instrumento, uma fonte de nêutrons colimada por uma blindagem de parafina (termalização) e boro (absorção de nêutrons térmicos) dispara o contador de fissão que possui o isótopo cuja função de distribuição de probabilidade de emissão de nêutrons (no caso do arranjo apresentado, nêutrons prontos) deseja-se estudar.

Os produtos de fissão, depositados no contador em função do seu curto alcance, disparam o contador de fissão. A radiação emitida, nêutrons e “gamas prontos” sensibilizam o cintilador líquido que possui um sal de cádmio dissolvido no líquido cintilador [5], aumentando a eficiência do contador de coincidências. O pulso produzido pelos “gamas prontos” são facilmente diferenciados e descartados na escala temporal de coincidências.

Figura 3.6: Conceito de um contador de coincidências de nêutrons, conforme empregado por [27]⁵.

Primeiramente, o dispositivo deve ser exposto à radiação de fundo, sendo os eventos produzidos por raios cósmicos que atravessam o contador de fissão descartados por discriminação em energia no contador de fissão e no cintilador (ionização mínima) e discriminação temporal. Ainda, o contador de fissão deve possuir valor de discriminação inferior suficientemente alto para partículas alfas (modo de decaimento significativo para núcleos pesados) e baixa o suficiente para aceitar os eventos de fissão, sendo os pulsos de radiação gama de fundo em coincidência descartados por meio da sua própria altura de pulso. A eficiência do dispositivo é calibrada por meio da comparação entre o valor resultante da média dos nêutrons prontos detectados com o mesmo valor obtido por outros experimentos.

Este tipo de arranjo experimental é capaz de produzir os resultados [27, 28, 29, 30] listados na tabela 3.1, sendo de importância fundamental para o presente trabalho.

Finalmente, o resultado da função de distribuição discreta de probabilidade do número de nêutrons emitidos na fissão, $p_f(\nu)$, pode ser apresentada em uma forma analítica conveniente [7] para a construção de modelos de Monte Carlo da cinética pontual dos arranjos de interesse para o presente trabalho, ver capítulo 6:

$$p_f(\nu) = \frac{\nu!}{5!(5-\nu)!} \left(\frac{2,474}{5}\right)^\nu \left(1 - \frac{2,474}{5}\right)^{5-\nu} \quad (3.9)$$

---

⁵O cintilador líquido do dispositivo é um cilindro de aproximadamente 780×780 mm com um sal de cádmio em solução. Uma fonte de nêutrons, colimada por uma blindagem de parafina e boro dispara o contador de fissão que possui o isótopo cuja função de distribuição de probabilidade de emissão de nêutrons prontos deseja-se estudar. Os produtos de fissão depositados no contador em função do seu curto alcance, disparam o contador de fissão. A radiação emitida, nêutrons e “gamas prontos” sensibilizam o cintilador líquido. O pulso produzido pelos “gamas prontos” são facilmente diferenciados e descartados na escala temporal de coincidências. Outros procedimentos devem ser empregados para a eliminação dos efeitos de raios cósmicos e *background* radioativo.

Tabela 3.1: Função de distribuição de probabilidade de emissão dos nêutrons de fissão prontos, $p_f(\nu)$, do ^{235}U : resumo dos principais parâmetros estatísticos de emissão de nêutrons de fissão. Os valores recomendados (continuação da tabela) são aqueles descritos na referência [30].

parâmetros estatísticos	Boldeman & Dalton [29]	Gwin et al. [28]
$p_f(0)$	$0,033 \pm 0,0005$	$0,0291 \pm 0,0009$
$p_f(1)$	$0,1745 \pm 0,0010$	$0,1660 \pm 0,0024$
$p_f(2)$	$0,3349 \pm 0,0020$	$0,3362 \pm 0,0034$
$p_f(3)$	$0,3028 \pm 0,0020$	$0,3074 \pm 0,0035$
$p_f(4)$	$0,1231 \pm 0,0012$	$0,1333 \pm 0,0026$
$p_f(5)$	$0,0281 \pm 0,0015$	$0,0259 \pm 0,0014$
$p_f(6)$	$0,0032 \pm 0,0012$	$0,0021 \pm 0,0006$
$p_f(7)$	$0,0001 \pm 0,0001$	$0,1660 \pm 0,0002$
$\langle \nu_p \rangle$	2,4057	$2,437 \pm 0,005$
$\langle (\nu_p)(\nu_p - 1) \rangle$	4,626	4,705
$\langle \nu_p^2 \rangle$	7,032	7,142
$\langle (\nu_p)(\nu_p - 1)(\nu_p - 2) \rangle -$		6,890

Tabela 3.1: continuação.

parâmetros estatísticos	recomendado [30]
$p_f(0)$	$0,0317 \pm 0,0015$
$p_f(1)$	$0,1720 \pm 0,0014$
$p_f(2)$	$0,3363 \pm 0,0031$
$p_f(3)$	$0,3038 \pm 0,0004$
$p_f(4)$	$0,1268 \pm 0,0036$
$p_f(5)$	$0,0266 \pm 0,0026$
$p_f(6)$	$0,0002 \pm 0,0001$
$p_f(7)$	$0,0002 \pm 0,0001$
$\langle \nu_p \rangle$	$2,413 \pm 0,007$
$\langle (\nu_p)(\nu_p - 1) \rangle$	4,6356
$\langle \nu_p^2 \rangle$	7,049
$\langle (\nu_p)(\nu_p - 1)(\nu_p - 2) \rangle -$	

Métodos de análise de ruído microscópico

4.1 Generalidades

As técnicas de análise do ruído do reator podem ser do tipo “microscópico” ou “macroscópico”. Na formulação “macroscópica” [20], o ruído do reator é entendido como uma resposta a uma perturbação que representa a natureza estatística do processo. Conhecendo-se, então, as características dinâmicas do sistema é possível relacionar as densidades espectrais dos ruídos medidos com os parâmetros cinéticos do reator.

Nas técnicas “microscópicas”, por outro lado, métodos de análise estatística são utilizados para estudar o comportamento estatístico intrínseco da distribuição de nêutrons de um reator e associá-lo aos seus parâmetros cinéticos. O presente trabalho trata de um método de investigação utilizando técnicas “microscópicas”¹.

4.2 Ruído microscópico

As técnicas de análise do ruído microscópico envolvem descrição estatística temporal das contagens colecionadas em um sistema de aquisição de dados associado a um ou mais detectores de nêutrons.

Fontes comuns de nêutrons do tipo Am-Be emitem segundo uma distribuição de *Poisson*; entretanto, os processos multiplicativos associados aos materiais fissionáveis distorcem a distribuição temporal original da po-

---

¹A partir deste ponto abandona-se as aspas para os termos “microscópica(o)(s)” ou “macroscópica(o)(s)”.

pulação de nêutrons conforme as características do meio. A investigação deste desvio permite estimar indiretamente a sua cinética.

Entre outras, as técnicas de análise estatística Rossi- α e Feynman- α são usualmente empregadas na análise do ruído microscópico, e são de grande interesse para este trabalho. A investigação da correlação de terceira ordem da contagem de nêutrons, em todas as formas a serem apresentadas neste trabalho, é uma técnica de medida do ruído microscópico, tarando-se de mera extensão das técnicas anteriores.

4.3 Rossi e Feynman- α

As técnicas Rossi e Feynman- α utilizam o segundo momento da contagem de nêutrons detectados. Ambas partem do princípio de que em um meio multiplicativo dois nêutrons podem estar correlacionados espacialmente e temporalmente.

Apresentam-se a seguir, de forma intuitiva estas técnicas, realçando os seus aspectos físicos experimentais fundamentais, cujo entendimento permite uma extensão simples para o caso de nêutrons atrasados ($\alpha = \rho/\Lambda \rightarrow \alpha = (\rho - \beta_{eff})/\Lambda$) ou de estatísticas de ordem superior.

4.3.1 Feynman- α

Este tipo de experimento será descrito adiante em detalhes e formalmente, seção 6.2.1, pois é o análogo do presente trabalho para estatísticas de segunda ordem da contagens de nêutrons e utilizado pela presente metodologia na determinação do canal temporal de saturação. Nesta parte, exploram-se apenas os conceitos fundamentais da técnica.

Historicamente, o método Feynman- α mostra em perspectiva que métodos de determinação de parâmetros cinéticos de reatores por meio de experimentos, que utilizam a flutuação neutrônica em sistemas multiplicativos, demandam a determinação precisa da função de distribuição de probabilidade de emissão de nêutrons de fissão por experimentos independentes, conforme seção 3.3. A técnica Feynman- α é antiga, [31], sendo utilizada

primeiramente para determinar a estatística de emissão de nêutrons do ^{235}U (particularmente o segundo momento, $\langle \nu^2 \rangle$). Quando da determinação de $\langle \nu^2 \rangle$, o experimento é realizado em uma configuração de reatividade conhecida².

Conhecida a estatística de emissão de nêutrons, o objetivo principal da técnica é determinar a constante de decaimento de nêutrons prontos, α , por meio do desvio da contagem de nêutrons, $c(T)$, da estatística de *Poisson*, utilizando a correlação de segunda ordem desta contagem:

$$Y(T) + 1 \equiv \frac{\langle c(T)^2 \rangle - \langle c(T) \rangle^2}{\langle c(T) \rangle} \quad (4.1)$$

O valor de $Y(T)$ é nulo para contagens puramente aleatórias, pois para a estatística de *Poisson*: $\langle c(T)^2 \rangle = \langle c(T) \rangle^2 + \langle c(T) \rangle$ (independentemente do canal temporal). A figura 4.1 apresenta o resultado de um experimento em que o valor de $Y(T)$ é calculado para um arranjo onde somente existe a fonte e o detector³.

O desvio de $Y(T)$ do valor nulo possui duas fontes que introduzem variância adicional àquela de uma típica distribuição de *Poisson*:

1. a estatística de emissão de nêutrons da fonte; e
2. o processo multiplicativo no material físsil.

Nestes casos, $Y(T)$ é uma função do canal temporal, T , conforme a seguinte relação:

$$Y(T) \approx \left(1 - \frac{1 - e^{\alpha T}}{\alpha T} \right) \quad (4.2)$$

O ajuste do valor de $Y(T)$ à relação acima permite estimar α . Caso β_{eff} e Λ sejam conhecidos de antemão é possível determinar a reatividade. No

---

²Obviamente, a única condição de reatividade conhecida de antemão é crítica atrasada, $\rho = 0$ (a configuração crítica pronta demanda o conhecimento de β_{eff} e é mais difícil de se manter de forma segura). Mesmo assim, o experimento de determinação de $\langle \nu^2 \rangle$ demanda o conhecimento de outros parâmetros de física de reatores [31].

³A figura 4.1 mostra que a estimativa da variância do valor de $Y(T)$ dada por $(1 + Y(T)^2/N) [(1 + Y(T)/\langle c(T) \rangle) + 2]$ [32] superestima o valor verdadeiro para canais temporais onde $T \rightarrow 0$.

Figura 4.1: Resultado experimental da aplicação do método de Feynman- α para apenas uma fonte de nêutrons tipo *Poisson*. Não foram utilizadas técnicas de *bunching*. O valor de $Y_{\text{médio}}$ apresentado $(-2,40(60) \cdot 10^{-4})$ não foi corrigido pelo tempo morto; corrigindo, supondo $\tau_d = 1,5 \mu\text{s}$, $Y_{\text{médio}} = 5,7(60) \cdot 10^{-5}$ - estatisticamente nulo, como era esperado.

método Rossi- α , muda-se apenas o método de medida da constante de decaimento de nêutrons prontos. Maiores detalhes sobre o método Feynman- α são apresentados na seção 6.2.1.

4.3.2 Rossi- α

O método Rossi- α foi primeiramente sugerido por Bruno Rossi [20]. O método Rossi- α foi desenvolvido originalmente para reatores rápidos, onde o intervalo de tempo entre as cadeias de fissão é relativamente maior. Atualmente, a instrumentação disponível torna possível a sua utilização em sistemas térmicos.

Como no método Feynman- α , o objetivo é determinar a constante de

decaimento de nêutrons prontos α , por meio da probabilidade de detecção conjunta de um par de nêutrons em instantes distintos: $p(t_1, t_2)dt_1dt_2 \equiv p(t_2 - t_1)dt_1dt_2 = (A + Be^{\alpha(t_2-t_1)})dt_1dt_2$; entretanto, diferentemente do método Feynman- α , os intervalos de tempo em torno de t_1 e t_2 não estão contidos no mesmo *gate*, ou podem nem mesmo se referir a um mesmo detector.

Experimentalmente, são considerados dois canais: de *gate* e de contagem. Estes canais podem pertencer a detectores distintos ou não. Para detectores distintos associa-se $p(t_1, t_2)dt_1dt_2$ a correlação cruzada de contagens; para apenas um detector associa-se $p(t_1, t_2)dt_1dt_2$ à auto-correlação.

Quando o canal de *gate* é aberto, registra-se ao longo de um intervalo de tempo ΔT , divididos em subintervalos δt_c - canais de contagem, o número de pulsos em cada canal de contagem. A distribuição Rossi- α é a histogramação dos intervalos de tempo ΔT , conforme a figura 4.2.

Figura 4.2: Ilustração das principais etapas da implementação experimental do método Rossi- α . A distribuição Rossi- α é a histogramação dos intervalos de tempo ΔT .

A figura 4.3 apresenta um resultado de experimento típico do tipo Rossi- α realizado em uma configuração subcrítica de interesse - configuração 13 de [17].

Guardadas pequenas diferenças, o método Rossi- α é muito parecido com

Figura 4.3: Resultado de experimento típico do tipo Rossi- α realizado em uma configuração subcrítica de interesse - configuração 13 de [17]. Valor resultante da constante de decaimento de nêutrons prontos: $\alpha = 1503(6)s^{-1}$.

análise de auto-correlações, C_{xxx} , a ser apresentada mais adiante⁴, sendo a contrapartida para estatísticas de ordem inferior.

4.4 Método da análise do ruído produzido por uma fonte de ^{252}Cf

A medida da reatividade subcrítica por análise do ruído produzido por uma fonte de ^{252}Cf (^{252}Cf *source-driven noise analysis method*) surgiu como uma evolução dos métodos de análise microscópica usuais, sendo uma tentativa

⁴Neste trabalho, não existe fisicamente o canal de *gate*. A atuação do canal de *gate* é realizada pelo algoritmo de análise de dados.

de superar as antigas limitações⁵.

De forma resumida, as respostas no domínio do tempo da fonte e detectores são correlacionadas entre si, e auto-correlacionados no domínio da frequência, obtendo-se espectros correlacionados e auto-espectros.

O método é uma ferramenta versátil que é aplicada [33] em medidas de carregamento inicial de reatores, controle de qualidade de elementos combustíveis, plantas de processamento e reprocessamento de combustíveis, reatores de potência zero, identificação de armamento nuclear, e monitoração de instalações de armazenamento. Coeficientes de multiplicação da ordem 0,3 podem ser obtidos em aquisições de dados da ordem de segundos, sendo provavelmente um dos métodos a serem empregados na monitoração de núcleos de potência/transmutação subcríticos⁶.

No experimento de análise do ruído produzido por uma fonte de ^{252}Cf , uma determinada combinação de razões entre densidades espectrais de ruídos produzidas pela fonte e detectores pode ser relacionada diretamente com a reatividade, sem a necessidade da calibração em atrasado crítico.

Um dos detectores, f , é uma câmara de ionização que inclui em seu interior uma fonte de ^{252}Cf . Este detector é posicionado próximo ao núcleo. A fissão é associada à ionização simultânea produzida pelos produtos de fissão do ^{252}Cf . A figura 4.4 apresenta uma montagem detector-fonte de ^{252}Cf [5].

O método não é utilizado apenas pela alta multiplicidade de emissão de nêutrons de uma fonte de ^{252}Cf (como seria o caso de sua utilização no método do terceiro momento); na verdade, a fonte de ^{252}Cf é principalmente utilizada pela possibilidade de detecção do evento de fissão, que permite a inferência de emissão de nêutrons sem detectá-los (experimentalmente a ionização promovida pelos produtos de fissão permite a discriminação clara de outros eventos). Os outros detectores, arranjos de tal modo a permitir a interação dos nêutrons produzidos com o arranjo multiplicativo,

---

⁵Como explorado anteriormente sob as vantagens do método do terceiro momento, as limitações dos outros métodos impõem: uma calibração em atrasado crítico, ou a medida independente da fração de nêutrons atrasados. Ainda, alguns métodos demandam a calibração da eficiência dos detectores ou intensidade da fonte.

⁶Na opinião deste autor. Talvez o único óbice seja a produção do isótopo ^{252}Cf .

são detectores de nêutrons comuns. Uma diferença/vantagem marcante neste método é que o evento que promove o início a cadeia multiplicativa (a fissão) é detectado sem perturbar a cadeia.

Figura 4.4: Arranjo fonte-detector de ^{252}Cf . A fonte de ^{252}Cf , montada sobre uma câmara de ionização, pode ser utilizada como gatilho para um determinado conjunto de detectores. Fótons são discriminados temporalmente (*time-of-flight*).

O experimento demanda no mínimo dois detectores além da fonte-detector, sendo produzidas densidades de auto-espectros, Φ_{xx} ⁷, e densidade de espectros cruzados, Φ_{xy} (x e y fontes ou detectores quaisquer). De acordo com o modelo de cinética pontual, a seguinte combinação de densidades espectrais⁸ permite estimar a reatividade:

$$R_{fij}(w) = \frac{\Phi_{fi}^*(w)\Phi_{fj}(w)}{\Phi_{ff}(w)\Phi_{ij}(w)} = \frac{\epsilon_f \langle \nu_0 \rangle}{\left\{ \frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\langle \nu \rangle |\rho|} + \frac{\langle \nu_0(\nu_0-1) \rangle}{\langle \nu_0 \rangle} \right\}} \quad (4.3)$$

⁷O asterisco na densidade espectral indica o complexo conjugado.

⁸Desprezando a fonte intrínseca ao arranjo e correções por efeitos espaciais.

Figura 4.5: Ajuste da densidade de auto-potência espectral - APDS, equação 4.6, do reator IPEN/MB-01 na configuração 1 de [16]: 26×28 varretas, $(-\rho) \cong 20 \text{ pcm}$. OBS.: $241,6/(2\pi) \cong 38,4$.

onde: ϵ_f é a eficiência de detecção de um evento de fissão da fonte, ν_0 é uma variável aleatória que representa o número de nêutrons emitidos pela fonte, ν variável aleatória que representa os emitidos em um evento de fissão, sendo os efeitos espaciais e importâncias diferenciadas, entre os nêutrons de fissão e fonte, foram desprezadas por simplificação. Da expressão da razão de densidades espectrais é possível inferir a dependência deste tipo de experimento da calibração de eficiência da fonte-detector.

Comparativamente ao método do terceiro momento:

1. ambos demandam correção devido a efeitos espaciais e a diferença de importância entre nêutrons produzidos pela fonte ou evento de fissão;
2. ambos estimam a reatividade apenas na aproximação de cinética pontual;
3. o terceiro momento não exige a calibração do detector; porém, a calibração de uma fonte-detector (câmara de ionização, por exemplo) não é um demérito para o método do ruído produzido por uma fonte de ^{252}Cf ;
4. estatísticas de ordem superior necessitam comparativamente de mais tempo de aquisição de dados (maior desvantagem do método do terceiro momento);
5. determinação experimental da correlação entre fonte e detectores demanda uma fonte que produza um evento de alta energia, facilmente discriminável, associado em coincidência com a emissão de nêutrons, maior desvantagem do método da fonte de ^{252}Cf ; e
6. em alguns casos específicos, a reatividade não é o resultado direto do método.

4.5 Método da densidade espectral de potência própria e a determinação da potência de um arranjo subcrítico

De grande valor para o presente trabalho, o método da densidade espectral de potência própria técnica permite a estimativa do nível de potência de

uma configuração a partir dos patamares apresentados pelas densidades espectrais. Nesta técnica, utiliza-se a metodologia de *Langevin* [20] em conjunto com o modelo de cinética pontual para descrever os fenômenos estocásticos. Na verdade, esta é uma técnica de ruído macroscópico. Em reatores de potência zero, entretanto, o ruído do reator (perturbação) é a própria natureza estatística do processo de fissão. Desta forma, este método é apresentado aqui junto aos métodos microscópicos.

A técnica pode ser aplicada em sistemas críticos ou subcríticos. Em arranjos críticos, o valor de β_{eff}/Λ é obtido por ajuste dos dados experimentais à expressão teórica da densidade espectral de potência própria (APSD - *Auto Power Spectral Density*).

A densidade espectral de potência própria de um detector x , $\Phi_{xx}(\omega \equiv 2\pi f)$ ⁹, descreve a composição dos dados em frequência, tomando a transformada de *Fourier* da seguinte autocorrelação da função temporal da taxa de contagens do detector envolvido, $c_x(t)$:

$$\Phi_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T c_x(t) c_x(t + \tau) dt \right]$$

que permite gerar:

$$\Phi_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau \quad (4.4)$$

A densidade espectral de potência própria de um sinal de saída, x , relaciona-se com aquela de entrada, y , por meio da função de transferência do sistema, $H(f)$:

$$\Phi_{xx}(f) = |H(f)|^2 \Phi_{yy}(f) \quad (4.5)$$

Desta forma é possível relacionar a densidade espectral de ruído que perturba um arranjo, $\Phi_{yy}(f) = 2ND_\nu \langle \nu(\nu - 1) \rangle / (\langle \nu \rangle \Lambda)$ (*white noise*), à função de transferência do detector, $\epsilon_x q / \langle \nu \rangle \Lambda$,¹⁰ com a densidade espectral do sinal obtido em um detector x .

⁹Em um processo ergótico, $x(t)$ pode ser amostrado apenas uma vez, pois este processo pode ser caracterizado completamente pelo estudo de apenas uma função amostra. Neste trabalho, todo o processo é considerado aleatório e ergótico. Este é o caso para um arranjo subcrítico em estado estacionário onde os parâmetros estatísticos são supostamente temporalmente constantes.

¹⁰Nestas expressões: q é a carga, induzida no detector, por nêutron detectado; e D_ν , o fator de *Diven*.

Assumindo um modelo de um único grupo de energia e cinética pontual é possível mostrar que a densidade da auto-potência espectral da taxa de contagem na criticalidade é dada por [16]:

$$\begin{aligned}\Phi_{xx}(\omega) &= \Phi_{xx,1}(\omega) + \Phi_{xx,2}(\omega) \\ \Phi_{xx,1}(\omega) &= 2 \frac{\left(\frac{\epsilon_x q}{\langle \nu \rangle \Lambda}\right)^2 H_e^2(\omega)}{\left|j\omega + \sum_{i=1}^6 \frac{j\omega}{(j\omega + \lambda_i)} \frac{\beta_{eff,i}}{\Lambda}\right|^2} \frac{N \langle \nu(\nu - 1) \rangle}{\langle \nu \rangle \Lambda} \\ \Phi_{xx,2}(\omega) &= 2H_e^2(\omega)q^2 \frac{N}{\epsilon_x \langle \nu \rangle \Lambda}\end{aligned}\quad (4.6)$$

onde N é a população neutrônica, $H_e(\omega)$ é a função de transferência equivalente da eletrônica¹¹ (considerada constante na faixa de frequência de interesse). O último termo da equação 4.6, $\Phi_{xx,2}(\omega)$, é fruto do ruído não correlacionado, enquanto o primeiro, $\Phi_{xx,1}(\omega)$, é a componente do ruído produzida pela população neutrônica.

Na implementação experimental do método, a contagem de nêutrons é subtraída do seu valor DC (no modo pulso: DC=média) resultando em um conjunto de dados distribuídos em torno de zero. Uma vez processados através de um algoritmo de FFT (*Fast Fourier Transformer*), obtêm-se a densidade de auto-potência espectral de um detector x , $\Phi_{xx}(\omega)$, conforme figura 4.6.

Por exemplo, a figura 4.7 apresenta um exemplo do método aplicado à configuração 1 de Diniz [16]. Este ajuste permite a medida de $\beta_{eff}/\Lambda \equiv \sum_{i=1}^6 \beta_{eff,i}/\Lambda = 241,6(50) \cong 38,4(10)\text{Hz}$. No procedimento ajusta-se cada valor de $\beta_{eff,i}/\Lambda$ a partir dos dados de λ_i da biblioteca ENDF/B-VI.8. Na

¹¹Eletrônica neste tipo de experimento, em modo corrente, utiliza eletrômetros e filtros-amplificadores. A função dos eletrômetros é converter as flutuações de corrente em flutuações de tensão. Os eletrômetros não alteram a composição de frequência do sinal proveniente dos detectores. Sua função é converter o sinal de corrente proveniente dos detectores em sinais de tensão. A conversão permite a aquisição digital. No modo pulso os eletrômetros não são utilizados. Os filtros amplificadores tem por função o corte da componente DC e amplificação dos sinais disponibilizados pelos eletrômetros. Os sinais de tensão passam, após o filtro-amplificador, a flutuar em torno de um valor médio igual a zero.

Os equipamentos descritos anteriormente distorcem os sinais em baixas frequências; porém, tais alterações são em uma faixa fora do campo de interesse. No modo pulso, o valor DC é removido (subtração da média).

correção do resultado (pois a configuração não se encontrava exatamente na condição crítica), o valor estimado da reatividade de -20pcm e o valor de $\Lambda = 32\mu\text{s}$ foram utilizados.

Figura 4.6: Procedimento de cálculo da densidade espectral.

A expressão 4.6 permite obter um parâmetro inversamente proporcional a potência de um arranjo. Supondo que Γ seja a energia liberada por fissão e $N/(\Lambda \langle \nu \rangle)$ a taxa de fissão, é possível mostrar que a potência, $\Gamma N/(\Lambda \langle \nu \rangle)$, é inversamente proporcional a razão entre: (1) a componente de ruído devido a população neutrônica em baixa frequência $\Phi_{xx,2}(\omega \rightarrow 0)$ (proporcional a diferença entre os patamares da figura 4.7) e (2) o quadrado da taxa de contagem $\langle c(T) \rangle^2$.

Dada uma configuração subcrítica de referência, a razão entre a potência de qualquer outra configuração e a de referência será denominada potência normalizada, P_N . Desta forma, a potência normalizada de uma confi-

Figura 4.7: Ajuste da densidade de auto-potência espectral - APDS, equação 4.6, do reator IPEN/MB-01 na configuração 1 de [16]: 26×28 varretas, $(-\rho) \cong 20 \text{ pcm}$. OBS.: $241,6/(2\pi) \cong 38,4$.

guração pode ser determinada por meio de:

$$P_N = \frac{\langle c(T) \rangle^2 \Phi_{xx,2,ref}(\omega \rightarrow 0)}{\Phi_{xx,2}(\omega \rightarrow 0) \langle c_{ref}(T) \rangle^2} \quad (4.7)$$

Neste trabalho, esta técnica é utilizada em conjunto com o conceito de comportamento assintótico subcrítico, seção 5.4.2, para a determinação da reatividade generalizada (conforme será explicitamente apresentado na figura 5.2).

Física e cinética de arranjos físseis subcríticos

A física de arranjos subcríticos não é novidade e é bem entendida, sendo descrita nas referências [34, 35]. Apesar do desenvolvimento de muitos conceitos teóricos, alguns destes são relativamente recentes e requerem validação experimental [2].

Neste capítulo são apresentados formalmente os conceitos que visam remover as ambigüidades referentes às diferentes medidas de subcriticalidade e suas respectivas correções a serem realizadas neste trabalho. Pretende-se, ao final, exemplificar as diferenças entre a medida de reatividade a ser estimada pela presente metodologia e por outras abordagens diferentes. Ressalta-se, entretanto, que o núcleo da medida em tela não é afetado pelo conceito de reatividade adotado.

5.1 Introdução

Alguns conceitos da física de meios subcríticos não são usuais em física de reatores. Por exemplo, a presença e a importância da fonte de nêutrons em um arranjo subcrítico produz uma diferença significativa com relação à arranjos críticos, uma vez que diferentes posições da fonte resultam em padrões diferentes de multiplicação. Entretanto, não existe consenso na medida mais adequada de reatividade.

De fato, o posicionamento da fonte no “meio” do núcleo permite normalmente aos nêutrons emitidos pela fonte gerarem uma maior “descendência” do que aqueles de uma fonte posicionada fora do núcleo. Em um reator

crítico, por outro lado, este tipo de preocupação restringe-se ao posicionamento da fonte de partida. Após a partida, as cadeias multiplicativas espalham-se pelo núcleo, sustentando-se independentemente da fonte e descharacterizando o caráter local da produção de nêutrons.

Desta forma, o conceito de multiplicação efetiva, K_{eff} , em arranjos subcríticos tem caráter global, contrastando com a capacidade multiplicativa local dada pela constante de multiplicação da fonte, k_S - seção 5.2, por exemplo. A seguir apresenta-se sucintamente a física de arranjos subcríticos, conforme elaborada por Gandini e Salvatores [2].

5.2 Núcleo subcrítico em regime estacionário: K_{eff} , k_S e K_{sub}

Em um sistema crítico estacionário¹, a condição de balanço de nêutrons em cada ponto do espaço de fases² é dada pela equação de *Boltzmann* [23]. Assumindo a representação matricial por grupos, conforme o apêndice C³:

$$A_0\Phi_0 + F_0\Phi_0 = 0 \quad (5.1)$$

O mesmo sistema, por outro lado, levado a subcriticalidade pela alteração de algum parâmetro do sistema fissil, só atinge o regime estacionário não-trivialmente pela introdução de uma fonte externa, $s(E, \Omega, r)$. Sob esta nova condição, o vetor do fluxo de nêutrons deve atender a seguinte equação não-homogênea:

$$A\Phi + F\Phi + s = 0 \quad (5.2)$$

permitindo a introdução da definição do coeficiente de multiplicação efetiva utilizando o fluxo na condição crítica, K_{eff} ,

$$A\Phi_0 + \frac{1}{K_{eff}}F\Phi_0 = 0 \quad (5.3)$$

¹A condição de referência será identificada pelo subíndice '0'.

²No contexto deste trabalho, espaço de fase é o tripleto (E -energia, Λ - direção, r - posição).

³A diferença entre a equação 5.1 e a formulação do apêndice C é a substituição $\bar{\chi}S_f \equiv F$. Nesta notação, o operador F representa a produção de nêutrons por fissão.

isto é, o valor de K_{eff} é utilizado conjuntamente com o fluxo crítico para permitir a solução da equação 5.3, restaurando artificialmente o balanço de nêutrons sem a fonte externa.

Fisicamente, o valor K_{eff} no regime subcrítico exprime o quanto a produção por fissão de nêutrons está aquém dos processos associados à perda de nêutrons (equação 2.3); isto é,

$$K_{eff} = -\frac{\langle \Phi_0^\dagger, F\Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, A\Phi_0 \rangle} \cong \frac{\langle \Phi_0^\dagger, F\Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, s + F\Phi_0 \rangle} \quad (5.4)$$

onde $\Phi_0^\dagger$ representa uma ponderação espacial por meio da qual as contagens de nêutrons são realizadas.

A definição acima não é adequada para sistemas significativamente afastados da condição crítica associada, pois a definição anterior vai perdendo o sentido na medida em que a função de importância do sistema crítico não dá conta da importância desempenhada pelos nêutrons emitidos pela fonte e seus descendentes.

No sentido de melhorar a definição 5.4, outros fatores de multiplicação podem ser definidos, permitindo ampliar o conceito de fator de multiplicação e contextualizá-lo para arranjos com características de multiplicação qualitativamente diferentes. Por exemplo, definindo-se k_s como

$$k_s = -\frac{\langle \hat{u}, F\Phi \rangle}{\langle \hat{u}, A\Phi \rangle} \cong \frac{\langle \hat{u}, F\Phi \rangle}{\langle \hat{u}, s + F\Phi \rangle} \quad (5.5)$$

onde $\hat{u}$ é um versor na representação por grupos, obtém-se um fator de multiplicação que utiliza o fluxo real de nêutrons e dispensa a função de importância na configuração crítica; entretanto, a equação 5.5 não é completamente adequada, uma vez que dá importância idêntica a todos os nêutrons.

De modo a definir adequadamente o fator de multiplicação em um arranjo subcrítico é necessário conceber uma função de importância apropriada. Uma função de importância coerente do ponto de vista prático deve ter associação direta com alguma propriedade observável do sistema. Por exemplo, a função de importância $n^\dagger$ pondera observáveis físicos pela potência de um arranjo subcrítico, cuja distribuição espacial relativa é dada

pela seção macroscópica de fissão quando aplicada a seguinte equação de transporte adjunta:

$$A^\dagger n^\dagger + F^\dagger n^\dagger + \frac{\gamma}{W_o} \Sigma_f = 0 \quad (5.6)$$

onde W_o é a potência do arranjo, Σ_f é o vetor multi-grupo de seções macroscópicas de fissão e γ é tal que $W_o = \gamma \langle \Sigma_f \Phi \rangle$; isto é, a energia média por fissão.

Sob a perspectiva desta função importância, defini-se o seguinte fator de multiplicação K_{sub} ,

$$K_{sub} = -\frac{\langle n^\dagger, F\Phi \rangle}{\langle n^\dagger, A\Phi \rangle} \cong \frac{\langle n^\dagger, F\Phi \rangle}{\langle n^\dagger, s + F\Phi \rangle} \quad (5.7)$$

que leva em consideração a distribuição do fluxo não-homogêneo de nêutrons (considerando a presença e propriedades físicas da fonte) e uma respectiva importância ponderada por um parâmetro observável vital no controle de arranjos físicos subcríticos e relevante do ponto de vista de segurança nuclear.

As diversas definições do fator de multiplicação introduzem: ambigüidades na respectiva definição da reatividade subcrítica ou diferenças entre estas definições; entretanto, estas ambigüidades/diferenças desaparecem com a aproximação à criticalidade. Ressalta-se, por outro lado, que os métodos do trabalho em tela, na sua essência, pouco se alteram com a definição do fator de multiplicação, mudando-se apenas a interpretação do resultado final.

5.3 Reatividade generalizada segundo o modelo de cinética *pontual* e equação de transporte

De forma semelhante à seção 2.7, é possível montar um sistema de equações diferenciais que determina a cinética de arranjos fisséis subcríticos. Considerando o vetor de fluxo Φ composto das componentes multigrupo Φ_g ($g = 1, \dots, G$) e as concentrações de percussores C_i ($i = 1, 2, \dots, I$) relevantes, é

possível escrever [2]:

$$\begin{aligned} v^{-1} \frac{d\Phi}{dt} &= A\Phi + (1 - \beta_{eff})\chi_P S_f \Phi + \chi_D \hat{u} \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i + S \\ \frac{dC_i}{dt} &= \beta_{i,eff} \nu \Sigma_f^T \Phi - \lambda_i C_i \end{aligned} \quad (5.8)$$

onde v é a matriz diagonal de velocidades de nêutrons, $\hat{u}$ é um vetor unitário de dimensão G e S_f dado por:

$$S_f = \begin{bmatrix} \nu \Sigma_{f,1} & \cdots & \nu \Sigma_{f,G} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \nu \Sigma_{f,1} & \cdots & \nu \Sigma_{f,G} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$\Sigma_f^T = \{\Sigma_{f,1}, \dots, \Sigma_{f,G}\}$. Semelhantemente à seção 2.7, mas utilizando como ponderação a função de importância determinada pela equação 5.6 (função de importância associada à potência no estado de referência), obtém-se as equações de cinética pontual em termos da potência normalizada⁴ $P_N(t) \equiv W(t)/[W_0(1+q)]$:

$$\begin{aligned} l_{eff} \frac{dP_N}{dt} &= (\rho_{gen} - \tau \beta_{eff}) P_N + \tau \sum_{i=1}^I \lambda_i \xi_i + \zeta (1 - P_N) + \rho_f \\ \frac{d\xi_i}{dt} &= \beta_{i,eff} P_N - \lambda_i \xi_i \quad (i = 1, 2, \dots, I) \end{aligned} \quad (5.10)$$

onde I é o número de precursores relevantes, tendo sido consideradas as seguintes condições iniciais (não-perturbadas, $t = 0$) $P_N(0) \equiv 1$ e $\xi_i(0) \equiv \beta_{i,eff}/\lambda_i$, e as definições/notações constantes do apêndice F. Usando esta notação é possível escrever K_{sub} como:

$$K_{sub} = \frac{\langle \eta^\dagger, \chi S_f \Phi \rangle}{1 + \langle \eta^\dagger, \chi S_f \Phi \rangle} \quad (5.11)$$

quando $\langle \eta^\dagger, s \rangle$ é normalizado à unidade, sendo s é operador multi-grupo da intensidade da fonte [4]. Segundo esta definição, K_{sub} pode ser interpretado como a razão entre a taxa de fissões produzidas pela fonte de fissão (arranjo

---

⁴Não se utiliza o fluxo, pois o observável associado à função de importância é proporcional à potência.

físsil) e a soma das taxas associadas às fontes de fissão e a fonte externa (fonte de nêutrons), sendo uma medida mais apropriada da multiplicação em um arranjo subcrítico⁵.

Vale a pena observar que K_{sub} possui relação direta com o índice de subcriticalidade, ζ , parâmetro cinético de interesse na abordagem da reatividade generalizada:

$$\zeta \equiv \frac{1 - K_{sub}}{K_{sub}} \quad (5.12)$$

Em resumo, o presente trabalho pretende apresentar uma nova metodologia experimental para a determinação de K_{sub} , sendo a reatividade (medida a partir deste estado de referência inicialmente estacionário) medida por outros meios.

A reatividade associada a fonte, ρ_f , mede o aumento efetivo da intensidade normalizada da fonte, ponderada pela função de importância, $n^\dagger$, e normalizada pela taxa de nêutrons emitidos por fissão ponderada semelhantemente. Entretanto, a presente metodologia permite a interpretação de outros tipos de reatividade.

Em regime subcrítico acionado por fonte, inserções (ou retiradas) de reatividade alteram o nível assintótico da potência. Diferentemente do regime crítico, onde uma inserção positiva de reatividade teoricamente aumenta a potência indefinidamente (ignorando os inevitáveis *feedbacks*), a reatividade pode ser associada a qualquer efeito perturbativo que altere a configuração de referência e a sua respectiva potência em regime assintótico⁶.

Neste sentido, uma perturbação na fonte, seja de intensidade ou de distribuição, gera uma alteração na potência em regime assintótico. Esta alteração de potência pode ser relacionada a uma reatividade, da mesma forma que a reatividade generalizada relaciona-se a quaisquer perturbações que não sejam associadas à fonte.

---

⁵Na opinião deste autor.

⁶Por exceção a uma alteração combinada de um núcleo mais (menos) reativo e uma fonte menos (mais) intensa, na medida exata de equilíbrio entre estes fatores.

5.4 Reatividade subcrítica

Coefficientes de reatividade subcrítica são definidos usualmente conforme a equação C.0.6, utilizando a função de importância do estado crítico associado na ponderação destas alterações. Este tipo de abordagem produz ambigüidades que surgem na definição das respectivas reatividades, sendo menores quanto menor for o nível de subcriticalidade, pois menores são as contribuições dos nêutrons associados a fonte (e seus descendentes).

Como apresentado anteriormente, a aplicação da função de ponderação $n^\dagger$ ao modelo de cinética pontual mostra-se menos ambígua e mais apropriada em algumas circunstâncias, conforme apresentado em 5.3, e a seguir nos itens: 5.4.1 e 5.4.2.

5.4.1 Medida da subcriticalidade com a manutenção da potência

Na referência [4] apresenta-se uma metodologia para a obtenção do fator de multiplicação de arranjos subcríticos, K_{sub} , compatível com o modo de operação de reatores ADS. O método exige a manutenção da potência constante, de modo que quaisquer mudanças do fator de multiplicação, por meio das barras de controle ou outro agente perturbador, deverão ser compensadas por uma correspondente variação da intensidade da fonte de nêutrons externa, Δs .

Experimentalmente, o método é aparentemente exeqüível de ser implementado no reator IPEN/MB-01, bastando a disponibilidade de fontes de diferentes atividades e um canal de partida apropriado.

O método requer a calibração de barras no início da vida do reator, e isto poderia ser feito por outros métodos, utilizando fonte pulsada, E.2, ou o método *Source Jerk*, E.3. Deste modo, no início da vida do reator assume-se que a reatividade generalizada, $\rho = \Delta K_{eff}/K_{eff}$, encontra-se disponível por meio da calibração de barras, ou procedimento semelhante, e não muda significativamente ao longo da vida do reator.

Segundo Gandini [4], dispondo-se da calibração prévia de barras e mantendo-

se a potência constante com a variação da fonte externa, o fator de multiplicação subcrítica, K_{sub} , pode ser estimado por meio da variação da reatividade relativa à fonte externa, $\Delta\rho_f \equiv \Delta s/s$:

$$K_{sub} = \left. \frac{\Delta\rho_f}{\Delta\rho_f - \rho} \right|_{P_N=const.} \quad (5.13)$$

A eficácia do método da reatividade generalizada será demonstrada utilizando-se um modelo simples que consiste de um arranjo homogêneo, infinito e composto por apenas um grupo de energia. Aplicando a equação de transporte em regime permanente, na condição não perturbada, à este modelo:

$$-(\Sigma_{c,0} + \Sigma_{f,0})\Phi_0 + \nu\Sigma_{f,0}\Phi + s_0 = 0 \quad (5.14)$$

onde $\Sigma_{c,0}$ e $\Sigma_{f,0}$ indicam as seções macroscópicas de captura e fissão, para a condição inicial. Neste modelo, o auto-valor da correspondente, K_{eff} , na condição do início da vida:

$$-(\Sigma_{c,0} + \Sigma_{f,0})\Phi_0 + \frac{\nu\Sigma_{f,0}\Phi}{K_{eff}} = 0 \quad (5.15)$$

é dado por $K_{eff} = \nu\Sigma_{f,0}/(\Sigma_{c,0} + \Sigma_{f,0})$. Dispondo-se do valor verdadeiro do fator de multiplicação efetiva é possível compará-lo com o valor a ser obtido pela metodologia de [4].

Exemplificando o método, na figura 5.1 cada uma das configurações subcríticas (pontos nos gráficos) são obtidas por meio da alteração da seção macroscópica de captura de uma configuração de referência ($\Sigma_{c,0} = 0,0260\text{cm}^{-1}$, $\Sigma_f = 0,018\text{cm}^{-1}$, $\Phi = 6250\#/\text{[cm}^2\text{s]}$). A intensidade da fonte necessária para manter a potência constante (ou o fluxo) foi obtida por meio da equação 5.14 e o valor K_{sub} para cada configuração através da equação 5.13.

Na metodologia proposta por [4], percebe-se que K_{sub} é uma estimativa coerente para o fator de multiplicação; pois aproxima-se de K_{eff} na criticidade. Na figura 5.1 (a) apresenta-se: $K_{eff} \times K_{sub}$ ao longo de um largo espectro de fatores de multiplicação (0,775—0,975), K_{eff} ; nesta faixa, as medidas podem ser significativamente diferentes. Na figura 5.1 (b), a faixa de interesse é detalhada; nesta faixa de valores de K_{eff} , as diferenças entre as reatividades comparadas atingem valores da ordem de 250pcm.

Figura 5.1: (a) $K_{eff} \times K_{sub}$ ao longo de um largo espectro de fatores de multiplicação (0,775—0,975). (b) a faixa de interesse - até $K_{eff}=0,95$ ($\cong 5250\text{pcm}$) - é detalhada; esta faixa de valores de K_{eff} a diferença entre os valores de reatividades representados pela forma diferente de determinação do fator de multiplicação leva diferenças da ordem de 250pcm.

5.4.2 Determinação da reatividade generalizada por meio da comparação do comportamento assintótico

A potência assintótica que se segue a uma mudança de reatividade pode ser obtida do sistema de equações diferenciais 5.10. Impondo derivadas temporais nulas neste sistema, obtém-se:

$$\begin{aligned}\rho_{gen}P_N + \zeta(1 - P_N) + \rho_f &= 0 \\ P_N &= \frac{1 - K_{sub} + K_{sub}\rho_f}{(1 - K_{sub} - K_{sub}\rho_{gen})}\end{aligned}\tag{5.16}$$

onde a segunda relação foi obtida impondo a identidade da relação 5.12.

Anteriormente à inserção de reatividade, a expressão 5.16 reduz-se trivialmente a própria definição de P_N no estado estacionário de referência, $P_{N,ref} = 1$, pois ρ_{gen} e ρ_f são ambos nulos, independentemente do valor do índice de subcriticalidade, ζ .

Na equação 5.16, P_N aumenta conjuntamente com ρ_f e ρ_{gen} . De fato, aumentos de potência são seguidos de aumentos na intensidade da fonte (inserções de ρ_f) ou de inserções de reatividade (ρ_{gen}). Na aproximação à criticalidade, $\rho_{gen} \rightarrow 0$, $K_{sub} \rightarrow 1$ e $P_N \rightarrow \infty$; isto é, a potência diverge na medida em que uma fonte de nêutrons é exposta a um sistema crítico. Estas considerações possuem impacto significativo do ponto de vista de segurança nuclear e um certo impacto para a metodologia do presente trabalho.

No que diz respeito à segurança nuclear, o comportamento cinético de arranjos críticos é dependente da fração de nêutrons atrasados e de retroalimentações da reatividade (efeito *Doppler*, acoplamentos termo-hidráulicos, entre outros); enquanto que arranjos profundamente subcríticos respondem prontamente a variações da fonte, na escala de tempo de nêutrons prontos. O grau de dependência da cinética de arranjos subcríticos com relação à fração de nêutrons atrasados é crescente na medida em que o sistema aproxima-se da criticalidade, conforme seção 1.3.2.

Quanto ao impacto na metodologia do presente trabalho, a expressão da potência assintótica permite o cálculo de inserção de reatividade utilizando

o método da densidade espectral de potência própria, seção 4.5, em conjunto com o método do terceiro momento (ou das auto bi-correlações).

De fato, conforme os itens 6.2.2 e 6.3 (a serem apresentados) é possível associar à medida do terceiro momento um valor de ζ (ou K_{sub}) anteriormente a inserção de reatividade (regime estacionário). A reatividade inserida pode ser calculada por:

$$\begin{aligned}\rho_{gen} &= \zeta \frac{P_N - 1}{P_N} \quad \text{para inserções generalizadas; ou} \\ \rho_f &= \zeta(P_N - 1) \quad \text{para variações na fonte.}\end{aligned}\tag{5.17}$$

O método, entretanto, não permite distinguir que tipo de reatividade foi inserida e nem separá-las caso a inserção seja conjunta. Este não é o caso para os arranjos experimentais do reator IPEN/MB-01 que possuem fonte externa de intensidade aproximadamente fixa.

Por exemplo, considerando duas configurações 26×28 do reator IPEN/MB-01 (configurações 26×28 : BC-30% e BC-30,5%), na figura 5.2 a potência normalizada entre duas configurações é medida por meio da metodologia apresentada na seção 4.5. A inserção de 0,5% de barras de controle a partir da referência reduziu a potência em 0,84% ($1 - 0,9916$). O valor obtido de P_N , e conhecimento prévio de ζ , permitem calcular a reatividade generalizada por meio do emprego da equação 5.17, sendo esta uma das bases metodológicas do presente trabalho. Na medida em que $P_N \cong 1$, o valor obtido da reatividade é aproximadamente o mesmo, não importando se foi introduzida por meio de fonte ou não.

Figura 5.2: Exemplo da aplicação da APDS na avaliação da potência relativa ao estado arbitrado como referência (estado em regime estacionário anterior a inserção de reatividade) conforme, equação 4.7.

Fundamentação teórica

It doesn't matter how beautiful your theory is, it doesn't matter how smart you are. If it doesn't agree with experiment, it's wrong.

R.P.Feynman (1918-1988)

Os fundamentos teóricos deste trabalho separam-se entre os aspectos estatísticos relacionados às correções dos principais estimadores utilizados no método da correlação de terceira ordem, seção 6.1, a teoria que associa a correlação de terceira ordem ao coeficiente de multiplicação de nêutrons e a reatividade, itens 6.2 e 6.3, e, finalmente, encerra-se este capítulo: (1) apresentando a formulação das auto-correlações de contagem, seção 6.6, (2) seus respectivos estimadores, seção 6.7, e (3) introduzindo-se uma extensão teórica do presente trabalho com um método espectral de ordem elevada, 6.8.

6.1 Aspectos estatísticos I: correlação de terceira ordem

A estimativa experimental de parâmetros físicos, ou sua inferência, dá-se pela criação de operadores dos dados reais obtidos: os estimadores. Os estimadores são funções matemáticas dos dados, sendo conseqüentemente

variáveis aleatórias e sujeitos aos critérios estatísticos usuais de consistência e não-tendenciosidade.

Os parâmetros estatísticos de maior interesse deste trabalho estimam o quanto a função de distribuição de probabilidade (fdp) de interesse desvia-se da fdp puramente gaussiana. Estes desvios são produzidos pelo processo de multiplicação que “imprime” sua assinatura nestas fdps. Em um processo aleatório, tipo *Poisson*, os momentos da fdp são idênticos; no entanto, no processo multiplicativo os diversos momentos carregam consigo informações relativas a este processo. Quanto maior o grau do momento da distribuição analisada, mais sensíveis são estas informações do processo ao valor do momento em questão, conforme detalhado no capítulo 3.

O objetivo desta seção é contribuir com algumas correções necessárias aos estimadores dos parâmetros estatísticos de interesse deste trabalho, para que estes atendam aos critérios de não-tendenciosidade e consistência. Primeiramente, porém, apresentam-se estes parâmetros.

6.1.1 Momentos de uma distribuição: média, variância e parâmetros de assimetria

Funções densidade de probabilidades podem ser caracterizadas por meio de parâmetros estatísticos. Estes parâmetros estendem-se desde a estatística de ordem mais baixa, o valor esperado, até um parâmetro diretamente relacionado ao momento central de quarta ordem, a curtose.

O valor esperado de uma variável aleatória x , $\mu \equiv \langle x \rangle$, de fdp $f(x)$ é dado por:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (6.1)$$

Defini-se o momento central de ordem k desta variável, μ_k , como o valor esperado de $(x - \mu)^k$, $\langle (x - \mu)^k \rangle$. Isto é,

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k f(x) dx \quad (6.2)$$

Obviamente, o momento central de primeira ordem é nulo, sendo o que

se segue, o mais conhecido dos momentos centrais, a variância, μ_2 :

$$\mu_2 \equiv \langle (x - \mu)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (6.3)$$

Outras grandezas, entretanto, podem ser usadas para a caracterização de uma fdp. Por exemplo, o parâmetro de assimetria - *Skewness*, β ¹, relaciona-se com μ_3 e μ_2 por meio de, conforme figura 6.1:

$$\beta = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad (6.4)$$

A curtose relaciona-se diretamente com o quarto momento central por meio de:

$$\kappa = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 \quad (6.5)$$

Figura 6.1: O parâmetro de assimetria, β , e a curtose relacionam-se diretamente com o terceiro e quarto momento central. Estes parâmetros estatísticos medem o quanto a fdp de interesse desvia-se da fdp puramente *gaussiana*. Do ponto de vista do processo multiplicativo, o interesse é o desvio com relação a fdp do tipo *Poisson*. Para as contagens médias típicas dos experimentos associados ao presente trabalho a diferença é mínima devido ao teorema central do limite.

Os principais estimadores da média e variância a partir da amostragem de uma variável aleatória são amplamente conhecidos. Os principais estimadores dos momentos centrais, $m_k \{k = 1, 2, 3, \dots, N\}$ de uma amostra

¹Infelizmente, usa-se o mesmo símbolo para o parâmetro de assimetria e para a fração de nêutrons atrasados. O contexto de utilização é suficiente para diferenciá-los.

Tabela 6.1: Principais estatísticas e suas respectivas variâncias para fdps *gaussianas*.

Estatística		Variância multiplicada por N
média	$\bar{x}$	μ_2
variância	m_2	$2\mu_2^2$
3º momento central	m_3	$6\mu_2^3$
parâmetro de assimetria	$\beta = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}$	6

$\{x_i\}$ de tamanho N da variável aleatória x ², são dados por [36]:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^k}{N} \quad (6.6)$$

Estes estimadores não são muito úteis do ponto de vista prático, uma vez que o valor de μ é desconhecido de antemão. A tabela 6.1 apresenta as principais estatísticas e suas respectivas variâncias [36].

Para os casos de interesse, nota-se:

1. o crescimento da variância do momento central de terceira ordem frente aquela de segunda ordem na razão de $\cong \mu_2$ (neste trabalho usualmente $\mu_2 \gg 1$, mais precisamente da ordem de 1000—10000);
2. que apesar das fdps a serem amostradas no presente trabalho não serem *gaussianas*, estas fdps aproximam-se desta; e
3. que apesar de uma fdp *gaussiana* não possuir cumulantes de alta ordem ($k > 2$), os seus respectivos estimadores e variâncias não são nulos, o que permite o seu uso no cálculo das variâncias dos momentos estimados neste trabalho.

Isto é, a principal dificuldade deste trabalho (a semelhança da fdp de interesse com a *gaussiana*) permite utilizar as variâncias dos momentos da fdp de interesse como se fossem *gaussianas*, facilitando o cálculo destas incertezas.

---

²No contexto do método da correlação de terceira ordem, os valores de x_i é qualquer número natural. No método das auto bi-correlções, x_i irá designar uma variável digital.

A mera substituição de μ pelo seu respectivo estimador $\bar{x}$ na eq. 6.6 não é suficiente, pois esta substituição cria novos estimadores tendenciosos. Os estimadores de um conjunto de estatísticas conhecidas por cumulantes (semi-invariantes) resolvem o problema da tendenciosidade dos estimadores dos momentos centrais.

Cumulantes são os coeficientes da expansão em séries de potências de (it) (onde: i é a unidade imaginária e t uma variável de transformação) do logaritmo natural da transformada de *Fourier* da fdp de interesse e são uma alternativa aos momentos na descrição de uma fdp.

Diferentemente dos momentos, o cumulante de uma variável aleatória obtida pela soma de outras duas é soma dos cumulantes das variáveis aleatórias envolvidas na soma. Os quatro primeiros cumulantes relacionam-se com os momentos centrais por meio de [36]:

$$\begin{aligned} k_1 &= \mu \\ k_2 &= \mu_2 \\ k_3 &= \mu_3 \\ k_4 &= \mu_4 - 3\mu_2^2 \\ &\vdots \end{aligned} \tag{6.7}$$

Assim o momento central de terceira ordem é o próprio cumulante de mesma ordem³. Nota-se que o parâmetro de assimetria e a curtose são facilmente expressos pelos cumulantes.

$$\begin{aligned} \beta &= k_3/k_2^{3/2} \\ \kappa &= k_4/k_2^2 \end{aligned}$$

Como a fdp tipo *Poisson* possui todos cumulantes idênticos ao valor esperado, μ , β e κ tendem a zero para valores esperados altos. Assim, como o objetivo do presente trabalho é encontrar pequenos desvios com relação

---

³Assim, um arranjo experimental com mais de um detector que visa a determinação do terceiro momento da contagem (para a aplicação em um modelo de cinética pontual) pode utilizar o módulo Fan IN/OUT (modelo 4004 da ORTEC) no modo soma (OR - dois detectores operando como se fossem um só) ou calcular cada um dos terceiros momentos separadamente e somá-los no final.

a fdp tipo *Poisson*, os valores esperados de β e κ deverão ser próximos do valor nulo.

As estatísticas conhecidas por K ⁴ são os estimadores não-tendenciosos de variância mínima dos cumulantes. Para os estimadores dos cumulantes de interesse [37]:

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{N}{N-1} m_2 \\ K_3 &= \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} m_3 \end{aligned} \quad (6.8)$$

onde no cálculo de m_2 e m_3 substitui-se μ por $\bar{x}$.

Estimadores não-tendenciosos das variâncias das estatísticas K são dados por:

$$\begin{aligned} var(K_1) &= \frac{K_2}{N} \\ var(K_2) &= \frac{K_4(N-1) + 2K_2^2 N}{N(N+1)} \\ var(K_3) &= \frac{6K_2^3 N(N-1)}{(N+1)(N-2)(N+3)} \end{aligned} \quad (6.9)$$

onde, a partir de agora, entende-se que as estatísticas K sejam os próprios estimadores m . O último estimador é válido para populações aproximadamente normais.

Uma vez que as fdps de interesse neste trabalho possuem momentos de alta ordem com valores muito pequenos frente à variância dos dados, K_4 ou $K_3 \ll K_2$, é possível concluir que a variância do momento de terceira ordem é muito maior que a variância de μ_2 . As relações de ordem de grandezas entre os diversos cumulantes é fator simplificador na propagação de incertezas do presente trabalho.

Para populações grandes, $N \cong N-1$, os estimadores das estatísticas K , e os estimadores das respectivas variâncias, aproximam-se dos resultados da tabela 6.1, mostrando uma evidência ao atendimento dos critérios de não-tendenciosidade e consistência.

---

⁴Adota-se caixa alta por motivo de clareza, evitando a confusão entre o cumulante, seu estimador e a curtose. Infelizmente, este é o mesmo símbolo do coeficiente de multiplicação de nêutrons. O contexto de utilização é suficiente para distinção.

Finalmente, outros indicadores de interesse das estatísticas de ordem superior são as correlações de segunda e terceira ordem, respectivamente:

$$\begin{aligned}\langle Y \rangle &= \frac{\mu_2}{\mu} - 1 \\ \langle X \rangle &= \frac{\mu_3}{\mu} - 3 \frac{\mu_2}{\mu} + 2\end{aligned}\tag{6.10}$$

estimados por,

$$\begin{aligned}Y &= \frac{m_2}{\bar{x}} - 1 \\ X &= \frac{m_3}{\bar{x}} - 3 \frac{m_2}{\bar{x}} + 2\end{aligned}\tag{6.11}$$

onde a tendenciosidade, fruto da quantidade limitada de dados, é eliminada pela utilização das estatísticas do tipo K . Por outro lado, a substituição da razão de μ_3/μ e μ_2/μ por $m_3/\bar{x}$ e $m_2/\bar{x}$, respectivamente, introduz um outro tipo de tendenciosidade - razão entre variáveis aleatórias (seção 6.1.2) - aparentemente ignorada por [7, 19, 10], talvez por sua pequena influência frente às incertezas presentes nas medidas de reatividade por meio de estatísticas de altas ordens.

6.1.2 Razão entre variáveis aleatórias

Os dois principais parâmetros estatísticos de interesse deste trabalho, X e Y , são a composição de razões entre variáveis experimentais, $m_3/\bar{x}$ e $m_2/\bar{x}$, referidos aqui como parâmetros estatísticos primários. Mesmo no caso em que a fdp dos dados experimentais de x ⁵ não é nula para $x = 0$ ⁶, o valor de $m_3/\bar{x}$, por exemplo, não estima exatamente μ_3/μ por definição, pois o valor esperado da razão de variáveis aleatórias correlacionadas, ou não, não é a razão dos valores esperados das variáveis envolvidas. A diferença é sutil e ignorada na maioria das vezes, mas é investigada neste trabalho em função da própria sutileza da medida.

---

⁵No caso da contagem de nêutrons para um *gate* temporal relativamente longo, tal que $\langle x \rangle \gg 1$.

⁶Que é o caso do presente trabalho, pois as contagens por canal são em torno de 1000 à 5000cps. Assim, no pior caso de uma taxa de contagem de 1000cps e um *gate* temporal de 0,1s ($\alpha \cong 1000s^{-1}$), a contagem nula seria o resultado de 10 desvios padrões com relação à média.

A determinação dos dados estatísticos de interesse é realizada de uma única vez em cada experimento, de modo que $\bar{x}$, m_2 , m_3 , Y e X são estimados a partir dos mesmos dados, o que torna as suas estimativas a princípio correlacionadas. Caso experimentos independentes fossem realizados para determinar $\bar{x}$, m_2 , e m_3 separadamente, X e Y ainda seriam correlacionados (pois ambos são funções de m_2 e $\bar{x}$) a menos que m_2 e $\bar{x}$ fossem determinados duas vezes cada. Obviamente, este expediente aumentaria em algumas vezes o tempo de aquisição de dados, principal problema experimental do presente trabalho.

6.1.2.1 Teste de correlações

Para testar as correlações, ξ ⁷, entre os parâmetros experimentais de interesse são utilizados os resultados de um programa de Monte Carlo dedicado (apêndice N) que simula a cinética pontual de configurações subcríticas de interesse, conforme detalhado no capítulo 8.

A correlação entre duas variáveis aleatórias x e y é dada por:

$$\xi = \sum_i \frac{(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{(N - 1) \cdot S_x \cdot S_y} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (6.12)$$

onde S_x e S_y são as respectivas estimativas dos desvios padrões. A significância da correlação entre variáveis aproximadamente normais é avaliada por meio da variável aleatória da equação 6.13, que obedece a uma distribuição t de student de $N - 2$ graus de liberdade. Deste modo,

$$t = \xi \sqrt{\frac{(N - 2)}{(1 - \xi^2)}} \quad (6.13)$$

é comparado com o valor limite associado a um determinado nível de confiança.

Primeiramente, apresentam-se alguns exemplos da correlação entre os parâmetros estatísticos primários: $\bar{x}$, m_2 , e m_3 . As figuras 6.2 e 6.3 ilustram os resultados de testes de correlação para a configuração 13 de [17]⁸. Estes

⁷No capítulo 5 esta variável tem outro significado; entretanto, o contexto de utilização é suficiente para o discernimento do significado.

⁸Configuração 13 de [17]: $-\rho \cong 3750$ pcm, $\alpha \cong 1150$ s⁻¹, taxa de contagem = 2000 cps. As simulações correspondem a aproximadamente 30min de tempo físico.

resultados resumem as conclusões obtidas para outros níveis de subcriticalidade e mostram que há significativa correlação entre $\bar{x}$ e m_2 , e que a correlação entre $\bar{x}$ e m_3 é suficientemente baixa, podendo ser desprezada. A maior correlação é observada entre X e Y , figura 6.4, gerada provavelmente por uma segunda fonte de correlação (além do conjunto comum de dados): X e Y são funções de duas variáveis aleatórias em comum⁹.

Figura 6.2: Correlação entre as contagens relativas e sua respectivas variâncias relativas obtidas de um modelo de Monte Carlo de simulação da cinética pontual da configuração 13 de [17].

A partir da correlação das variáveis do exemplo da figura 6.2 é possível afirmar que estas (m_2 e $\bar{x}$) são correlacionadas para um nível de significância de 95%, pois para $\xi_{x,m_2}=0,14$, e $N = 2000$ obtém-se $t > t_{95\%}$ (teste de correlação nula falso).

⁹Todas as simulações correspondem a um tempo físico de $1,7 \cdot 10^9$ s ($\cong 67$ meses de aquisição)!

Figura 6.3: Correlação entre as contagens relativas e seus respectivos terceiros momentos relativos para o mesmo modelo da figura 6.2.

Para o exemplo da figura 6.2 não é possível afirmar que as variáveis (m_3 e $\bar{x}$) sejam correlacionadas para um nível de significância de 95%, pois para $\xi_{x,m_3}=0,06$, e $N=2000$, obtém-se $t=0,6 < t_{95\%}$ (teste de correlação nula verdadeiro).

6.1.2.2 Tendenciosidade introduzida pela razão de variáveis aleatórias

Visto que há correlação significativa entre algumas das variáveis que compõem a medida da correlação de terceira ordem, resta estimar a sua influência no valor da razão entre estas variáveis.

Uma vez que o conceito exposto não é usual, apresenta-se primeiramente um exemplo. Supondo duas populações, x_1 e x_2 , com fdps normais idênticas

Figura 6.4: Correlação entre Y e X para o mesmo modelo das figuras 6.3 e 6.2. Y e X são funções de duas variáveis comuns, o que introduz fonte de correlação adicional. As variáveis X e Y possuem a maior correlação entre as variáveis de interesse.

de valor esperado 100 e desvio padrão 20, espera-se a primeira vista que a sua razão, $r = x_1/x_2$, produza uma distribuição com $\langle r \rangle = 1$. Infelizmente, este não é o caso.

A figura 6.5 apresenta o resultado de uma simulação mostrando que o valor de $\bar{r} = \overline{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)}$ é distribuído em torno de 1,046, apesar dos valores de $\langle x_{1\text{ ou }2} \rangle / 100 = 1$ serem recuperados até a sexta casa de significância. Diferentemente da estimativa do terceiro momento, em que a convergência é lenta em função das variâncias envolvidas, aqui há tendenciosidade.

Figura 6.5: Distribuição da razão de duas variáveis aleatórias normais, $r = x_1/x_2$, de valor esperado 100 e desvio padrão 20. O valor de $(\bar{r} - 1)$ (desvio do estimador de r) converge para 0,046; enquanto, $(\bar{x}_1/100) - 1$ converge para o valor nulo.

Formalmente, existem duas formas óbvias de se estimar $r = x_1/x_2$ [38]:

$$\begin{aligned} \bar{r}_1 &= \overline{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \quad \text{ou,} \\ \bar{r}_2 &= \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_2} \end{aligned} \tag{6.14}$$

Nenhum dos estimadores sobressai-se. No exemplo anterior, foi empregado $\bar{r}_1$; entretanto, ambos estimadores introduzem tendenciosidades. A diferença fundamental é que $\bar{r}_2$ é assintoticamente não-tendencioso. Logo, quando muitas medidas de x_{1e2} encontram-se disponíveis o estimador $\bar{r}_2$ é utilizado; entretanto, pode só existir uma única medida, e, neste último caso, ambos os estimadores são iguais: $\bar{r}_1 \equiv \bar{r}_2 = x_1/x_2$.

Figura 6.6: Sob condições semelhantes à da figura 6.5, aumentando-se significativamente a dispersão dos dados do numerador e reduz-se a do denominador da mesma ordem. A tendenciosidade do estimador de r , $\bar{r}$, é reduzida significativamente, mostrando que o problema encontra-se na dispersão dos dados da variável aleatória do denominador.

Será mostrado adiante (para o pior caso, $\bar{r}_1$) que, para as variáveis aleatórias típicas do presente trabalho, independentemente da escolha do estimador r , as tendenciosidades introduzidas são desprezíveis.

A correção de primeira ordem da tendenciosidade possui dois casos distintos [38, 39] (conforme apêndice H):

(a) variáveis não-correlacionadas (i.e., $\bar{x}$ e m_3)¹⁰:

$$\overline{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} - \frac{\langle x_1 \rangle}{\langle x_2 \rangle} \equiv \bar{r}_1 - \frac{\langle x_1 \rangle}{\langle x_2 \rangle} \cong \frac{\bar{x}_1 S_{x_2}^2}{\bar{x}_2^3} \quad (6.15)$$

¹⁰De fato, não há distinção de casos. A correção com correlação dá conta dos casos (a) e (b). Os dois casos foram apresentados para que os exemplos fossem separados.

Este é o caso do exemplo da figura 6.5, onde a equação 6.15¹¹ produz uma correção de 0,04. Este resultado é coerente com o valor obtido pela simulação.

A equação 6.15 mostra que a tendenciosidade jaz principalmente na dispersão dos dados do denominador. Denominadores de baixa dispersão quando comparados com aqueles dos numeradores não introduzem tendenciosidade, conforme figura 6.6. Este é geralmente o caso neste trabalho, onde o numerador é uma estatística de ordem maior (e dispersão) que aquela do denominador.

No caso da figura 6.3, $\bar{x} \cong 1700$ e $\bar{m}_3 \cong 1,6 \cdot 10^5$, a correção no valor de $m_3/\bar{x} \cong 94$ é da ordem de $1,6 \cdot 10^{-4}$. No caso de medidas práticas de reatividade, tal correção corresponderia a dezenas de pcms (10^{-5} da reatividade - ver o glossário).

(b) variáveis correlacionadas (i.e., $\bar{x}$ e m_2 , X e Y):

$$\overline{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} - \frac{\langle x_1 \rangle}{\langle x_2 \rangle} \equiv \bar{r}_1 - \frac{\langle x_1 \rangle}{\langle x_2 \rangle} \cong \frac{\bar{x}_1 S_{x_2}^2}{\bar{x}_2^3} - \frac{\xi S_{x_1} S_{x_2}}{\bar{x}_2^2} \quad (6.16)$$

No caso da figura 6.4, o valor de $X/Y^2 \cong 0,9$ necessita de uma correção da ordem de $2,4 \cdot 10^{-4}$.

Estes exemplos ilustram que as correções das tendenciosidades introduzidas pelas divisões de variáveis aleatórias não são significativas (frente as incertezas obtidas no experimento), justificando talvez a falta de atenção dada por outros autores [7, 19, 6, 10] a este tipo de correção dos dados experimentais.

Caso, entretanto, haja necessidade de se obter um estimador não-tendencioso, r_3 , [38, 39] utiliza-se:

$$r_3 = \overline{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} - \left(\frac{\bar{x}_1 S_{x_2}^2}{\bar{x}_2^3} - \frac{\xi S_{x_1} S_{x_2}}{\bar{x}_2^2} \right) \quad (6.17)$$

Finalmente, as relações entre as variâncias das variáveis aleatórias envolvidas nas razões utilizadas neste trabalho permitem uma significativa simplificação no esquema de cálculo de propagação de incertezas.

---

¹¹O símbolo S^2 é utilizado para o estimador do valor verdadeiro da variância.

6.1.2.3 Propagação de incertezas

Os estimadores de r , $\bar{r}_{1\text{ou}2}$ são consistentes. As expressões dos seus estimadores de variância, $S_{\bar{r}_{1\text{e}2}}^2$, são idênticas e dadas por:

$$S_{\bar{r}}^2 = \left(\frac{S_{\bar{x}_1}^2}{\bar{x}_2^2} + \frac{\bar{x}_1^2 S_{\bar{x}_2}^2}{\bar{x}_2^4} - 2 \frac{\bar{x}_1 \xi S_{x_1} S_{x_2}}{N \bar{x}_2^3} \right) \quad \text{onde:} \quad (6.18)$$

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{S_x^2}{N}$$

A simplificação do cálculo provêm dos resultados da tabela 6.1, pois, neste trabalho, x_1 é sempre uma estatística de ordem superior a x_2 . Desta forma, geralmente basta o primeiro termo da equação 6.18; isto é, a correção é feita como se a variável x_2 não fosse aleatória.

Comparativamente a x_1 , x_2 dispersa-se tão pouco em torno de sua média, que funciona como se fosse o seu valor verdadeiro. No caso da figura 6.3, por exemplo, a razão entre o primeiro e segundo termo da equação 6.18 vale aproximadamente $1,0 \cdot 10^{-5}$ ($m_3 \cong 1,6 \cdot 10^5$, $m_2 \cong 1,0 \cdot 10^{-4}$ e $\bar{x} = 1750$).

6.2 Esboço da técnica Feynman- α e de correlação de terceira ordem

Os métodos das técnicas de Feynman- α e da correlação de terceira ordem serão apresentados primeiramente de forma heurística - seção 6.2.1 (método Feynman- α) e seção 6.2.2 (terceiro momento). A forma algorítmica¹² da teoria será desenvolvida na seção 6.3.

6.2.1 Feynman- α

O entendimento da utilidade da técnica de correlação de terceira ordem deve ser apreciada a partir das limitações inerentes às técnicas de ordens inferiores, conforme a seção 3.2.

---

¹²No sentido de ser o contraponto forma heurística, no que diz respeito ao rigor matemático.

A abordagem utiliza a probabilidade de detecção conjunta de um par de nêutrons, $p(t_1, t_2)$, detectados nos instantes t_1 e t_2 , entre os intervalos de tempo dt_1 e dt_2 , respectivamente. Esta probabilidade é a composição de dois eventos que por definição são mutuamente exclusivos e exaustivos, (a) detecção de eventos correlacionados, $p_{co}(t_2, t_1) \equiv p_{co}(t_2 - t_1)$ ¹³ e (b) eventos não-correlacionados $p_{n-co}(t_2, t_1)$, figura 6.7. Então,

Figura 6.7: Exemplo de eventos correlacionados no tempo (2,3), isto é que participam do mesmo processo multiplicativo iniciado em (1), e não-correlacionados (2,4).

$$p(t_1, t_2) = p_{co}(t_2 - t_1) + p_{n-co}(t_2, t_1) \quad (6.19)$$

¹³A parte correlacionada em um sistema em regime estacionário só pode depender do intervalo de tempo entre t_2 e t_1 .

A probabilidade não-correlacionada de eventos, $p_{n-co}(t_2, t_1)$, é simplesmente proporcional as contagens aleatórias em coincidência em dt_1 e dt_2 ,

$$p_{n-co}(t_2, t_1)dt_1dt_2 = p(t_1)p(t_2)dt_1dt_2 \quad (6.20)$$

onde $p(t)dt$ é a probabilidade de detecção em um intervalo dt em torno do instante t . Sendo a eficiência de detecção de um sistema multiplicativo infinito e homogêneo dada por $\epsilon = \Sigma_d/\Sigma_f$ e a população média de nêutrons em um sistema em regime estacionário por $\langle N \rangle = \Lambda \langle \nu_0 \rangle S/|\rho|$ ($\langle \nu_0 \rangle$ número médio emitido por uma fonte de nêutrons), em um modelo de velocidade única, v , então é [17]:

$$\begin{aligned} p_{n-co}(T) &= \int_0^T dt_1 \int_{t_1}^T dt_2 \epsilon^2 \langle N \rangle^2 (v\Sigma_f)^2 = \\ &= \int_0^T dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \epsilon^2 \langle N \rangle^2 (v\Sigma_f)^2 = \\ &= \frac{1}{2} T^2 \epsilon^2 \langle N \rangle^2 (v\Sigma_f)^2 \end{aligned} \quad (6.21)$$

Quanto às probabilidades correlacionadas de detecção, assume-se, por hipótese, que todos os descendentes de um mesmo nêutron ancestral são a única fonte de correlação. Inicialmente, por simplicidade, em um sistema com uma fonte que emite um nêutron por decaimento (de multiplicidade nula), todos os nêutrons correlacionados em t_1 e $t_2 > t_1$ são devidos a uma fonte que decaiu em $t_0 < t_1$.

Adicionalmente, seção 2.4, supõem-se que as probabilidades de correlação diminuem exponencialmente na mesma medida da população de nêutrons, i.e., $p_{co}(t_2, t_1) \cong e^{\alpha(t_2-t_1)}$, sendo possível escolher o valor do parâmetro na exponencial α de modo a dar conta dos nêutrons atrasados ou não, conforme o experimento (ρ/Λ ou $(\rho - \beta_{eff})/\Lambda$).

Fisicamente, o processo de correlação entre nêutrons detectados pode ser gerado de duas formas: (a) pela multiplicidade do processo de fissão e (b) pela multiplicidade da fonte. Supondo, então, que os núcleos fissionáveis

emitem ν nêutrons segundo a distribuição $p_f(\nu)$, é possível escrever¹⁴:

$$\begin{aligned}
 p_{co,(a)}(t_2, t_1) dt_1 dt_2 &= \sum_{\nu} \int_{-\infty}^{t_1} [\epsilon \nu (v \Sigma_f) p_f(\nu) e^{\alpha(t_1 - t_f)}] dt_1 \cdot \\
 &\quad [\epsilon (\nu - 1) (v \Sigma_f) e^{\alpha(t_2 - t_f)} dt_2] [\langle N \rangle (v \Sigma_f)] dt_f = \quad (6.22) \\
 &\quad \epsilon^2 \langle N \rangle \frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle (v \Sigma_f)^3}{(-2\alpha)} e^{\alpha(t_2 - t_1)} dt_1 dt_2
 \end{aligned}$$

onde $\langle \nu(\nu - 1) \rangle = \sum_{\nu} \nu(\nu - 1) p_f(\nu)$.

Existe, entretanto, uma segunda maneira de obter nêutrons correlacionados; tratam-se dos nêutrons que foram emitidos simultaneamente de uma fonte com intensidade S em t_0 . De forma semelhante a 6.22, para uma fonte que emite nêutrons segundo uma variável aleatória ν_0 (com função distribuição de probabilidade $q(\nu_0)$)

$$\begin{aligned}
 p_{co,(b)}(t_2, t_1) dt_1 dt_2 &= \sum_{\nu_0} \int_{-\infty}^{t_1} [\epsilon \nu_0 (v \Sigma_f) q(\nu_0) e^{\alpha(t_1 - t_0)}] dt_1 \cdot \\
 &\quad [\epsilon (\nu_0 - 1) (v \Sigma_f) e^{\alpha(t_2 - t_0)} dt_2 S] dt_0 = \quad (6.23) \\
 &\quad S \epsilon^2 \frac{\langle \nu_0(\nu_0 - 1) \rangle (v \Sigma_f)^2}{(-2\alpha)} e^{\alpha(t_2 - t_1)} dt_1 dt_2
 \end{aligned}$$

Como $p_{co,(a)}$ e $p_{co,(b)}$ possuem dependências temporais idênticas, a razão entre estas fontes de correlação é proporcional a $\langle N \rangle / S = \Lambda \langle \nu_0 \rangle / |\rho|$ (em regime estacionário), mostrando que a dependência do fenômeno com a condição de criticalidade do meio multiplicativo, conforme as idéias exploradas na seção 3.2.

Experimentalmente, o processo de detecção estende-se por um intervalo de tempo finito T (*gate width*). Supondo que o detector, em regime estacionário¹⁵, possua uma contagem média $\langle c(T) \rangle = \int_0^T dt_1 p(t_1) =$

¹⁴Interpretação: uma fissão em t_f , com probabilidade $\langle N \rangle dt_f (v \Sigma_f)$, emite ν nêutrons, com probabilidade $p_f(\nu)$. O primeiro nêutron tem probabilidade $\epsilon \nu (v \Sigma_f) p_f(\nu) e^{\alpha(t_1 - t_f)} dt_1$ de ser detectado em dt_1 ; e o segundo, uma vez detectado o primeiro, tem probabilidade $\epsilon (\nu - 1) (v \Sigma_f) e^{\alpha(t_2 - t_f)} dt_2$ de ser detectado em dt_2 . O resultado deve ser integrado para todos intervalos de tempo $-\infty < t_f < t_1$ e ponderados para todos os valores de ν , por meio de $p_f(\nu)$.

¹⁵Por regime estacionário entende-se $\frac{d\langle N(t) \rangle}{dt} = 0$; entretanto, a população encontra-se sujeita a flutuações. Do mesmo modo, $c(T)$ é uma variável aleatória função do intervalo de *gate* de média constante.

$T \in \langle N \rangle (v \Sigma_f)$, o número médio de pares de contagens, correlacionados ou não, possíveis em um intervalo de tempo T vale $\langle c(T)(c(T) - 1) \rangle / 2$, logo

$$\begin{aligned} \frac{\langle c(T)(c(T) - 1) \rangle}{2} &= \int_0^T dt_1 \int_{t_1}^T dt_2 p(t_1, t_2) \\ &= \int_0^T dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 p(t_1, t_2) \end{aligned} \quad (6.24)$$

O valor de $\langle c(T)(c(T) - 1) \rangle / 2$ dado por 6.24 permite calcular a correlação de segunda ordem $\langle Y(T) \rangle$,

$$\begin{aligned} \langle Y(T) \rangle &\equiv \frac{\langle c(T)^2 \rangle - \langle c(T) \rangle^2}{\langle c(T) \rangle} - 1 = \frac{\langle c(T)(c(T) - 1) \rangle - \langle c(T) \rangle^2}{\langle c(T) \rangle} = \\ &Y_\infty \left(1 - \frac{1 - e^{\alpha T}}{(-\alpha T)} \right) \end{aligned} \quad (6.25)$$

onde,

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{\langle \nu \rangle^2} \frac{1}{\rho^2} \\ \delta &= \frac{\langle \nu_0 \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{\langle \nu_0(\nu_0 - 1) \rangle}{\langle \nu(\nu - 1) \rangle} \frac{\langle \nu \rangle^2}{\langle \nu_0 \rangle^2} |\rho| \\ Y_\infty &= \epsilon \Delta (1 + \delta) \end{aligned}$$

por meio dos seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \alpha^2 \int_0^T dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 &= \frac{\zeta^2}{2}, \\ \alpha^2 \int_0^T dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 e^{\alpha(t_2 - t_1)} &= e^\zeta - \zeta - 1 \quad \text{e,} \quad \frac{(-\alpha)}{\langle \nu \rangle v \Sigma_f} = (-\rho) \end{aligned} \quad (6.26)$$

onde $\zeta = (\alpha T)$, e a expressão matemática que contempla nêutrons atrasados é a mesma, bastando substituir $\rho \rightarrow (\rho - \beta_{eff})$ nas expressões de α e Δ ¹⁶, [40].

O valor da correlação de segunda ordem $\langle Y(T) \rangle$ é uma medida do desvio da distribuição da variável aleatória $c(T)$ da de *Poisson*. De fato, para uma

---

¹⁶Quando não se consideram os nêutrons atrasados, $\nu \rightarrow \nu(1 - \beta)$ representa a distribuição de nêutrons prontos apenas; caso contrário, ν representa a distribuição total.

variável que obedece a distribuição de *Poisson* o valor da correlação de segunda ordem é nula.

A figura 6.8 ilustra a relação da razão entre a correlação de segunda ordem e o seu valor de saturação Y/Y_∞ ($Y_\infty = Y(T \rightarrow \infty)$) com $(-\alpha T)$ e um resultado de um experimento típico. Certamente, $Y(T \rightarrow 0)$ tende ao valor nulo, pois para *gates* curtos é razoável que os nêutrons detectados sejam completamente não-correlacionados. Ainda, nesta região, predominam os efeitos secundários de detecção como o tempo morto, que distorce a correlação de segunda ordem medida. Com o aumento de T , por outro lado, este valor de Y tende a aumentar em virtude do aumento das correlações. A saturação, $T \rightarrow \infty$, é resultado da superposição de muitas cadeias de nêutrons, o que torna o processo estatístico independente do tempo.

Na expressão 6.25, δ representa a influência da multiplicidade da fonte de nêutrons na intensidade da variância de contagens, sendo proporcional ao valor da subcriticalidade e mostrando a atratividade das fontes de alta multiplicidade em experimentos com valores elevados de subcriticalidade. De fato, o valor de δ é nulo para fontes de multiplicidade nula¹⁷.

6.2.2 Técnica da correlação de terceira ordem

Seguindo o método heurístico da seção 6.2.1, mas estendendo a metodologia para cadeias triplas, é possível apresentar de forma simples a relação de entre a reatividade e a correlação de terceira ordem.

Por simplificação, ignora-se a multiplicidade de eventos da fonte, visto que este efeito já foi analisado na seção 6.2.1 e não possui relevância experimental para o presente trabalho; isto é, $\delta = 0$ para o reator IPEN/MB-01.

Independentemente da utilização de fontes de alta multiplicidade, o número médio de trios de contagens, correlacionados ou não, possíveis em

---

¹⁷Para fontes de multiplicidade nula: $p(\nu_0 = 1) = 1$ e $p(\nu_0 \neq 1) = 0$, logo: $\langle \nu_0(\nu_0 - 1) \rangle = 0$.

Figura 6.8: Acima: ilustração da relação da razão entre a correlação de segunda ordem e o seu valor de saturação Y/Y_{∞} ($Y_{\infty} = Y(T \rightarrow \infty)$) com αT , e Abaixo: resultado típico de um experimento Feynman- α em uma configuração de interesse (configuração 11 de [17], $(-\rho) = 5725 \text{ pcm}$). O principal resultado do experimento é a estimativa de α na configuração de interesse. A determinação do parâmetro α permite a estimativa do canal temporal de saturação ($Y \rightarrow Y_{\infty}$). Neste experimento não foi possível observar um segundo modo de decaimento.

um intervalo de tempo T vale $\langle c(T)(c(T) - 1)(c(T) - 2) \rangle / 6$, logo

$$\frac{\langle c(T)(c(T) - 1)(c(T) - 2) \rangle}{6} = \int_0^T dt_3 \int_0^{t_3} dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 p(t_1, t_2, t_3) = \int_0^T dt_1 \int_{t_1}^T dt_2 \int_{t_2}^T dt_3 p(t_1, t_2, t_3) \quad (6.27)$$

onde, à semelhança de $p(t_1, t_2)$, $p(t_1, t_2, t_3)$ é a probabilidade de detecção de

um trio, detectados nos instantes t_1, t_2 e t_3 ($t_1 < t_2 < t_3$), entre os intervalos de tempo dt_1, dt_2 e dt_3 , respectivamente.

O valor de $\langle c(T)(c(T) - 1)(c(T) - 2) \rangle / 6$ não é a correlação de terceira ordem da contagem, $\langle X(T) \rangle$; porém, $\langle X(T) \rangle$ pode ser escrito em função das probabilidades isoladas ou conjuntas (pares e trios). De fato,

$$\langle X(T) \rangle \equiv \frac{\langle c(T)(c(T) - 1)(c(T) - 2) \rangle - 3 \langle c(T)(c(T) - 1) \rangle \langle c(T) \rangle + 2 \langle c(T) \rangle^3}{\langle c(T) \rangle} = \frac{6 \int_0^T dt_3 \int_0^{t_3} dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 p(t_1, t_2, t_3) - 6 \int_0^T dt_1 \int_{t_1}^T dt_2 p(t_1, t_2) (\int_0^T dt_1 p(t_1)) + 2 (\int_0^T dt_1 p(t_1))^3}{\int_0^T dt_1 p(t_1)} \quad (6.28)$$

A esta altura já é possível observar que os métodos estatísticos de altas ordens possuem um certo inconveniente algébrico significativo, mesmo quando aplicados a modelo físicos simples.

Os tipos possíveis de trios detectados no intervalo de tempo de tempo $[0, T]$ podem ser compostos, exclusivamente e exaustivamente, em quatro tipos. A figura 6.9 ilustra cada um dos quatro casos:

1. três eventos não-correlacionados (independentes);
2. trios de duas famílias independentes, existindo três casos distintos que correspondem a ordem de detecção do evento sem o par não-correlacionado (figura 6.10);
3. trios de uma única família e única geração; e
4. trios de uma única família que possui duas gerações (dois ramos ou eventos de fissão no mesmo trio), existindo também três casos distintos (figura 6.11).

Sob as mesmas hipóteses da seção 6.2.1, a probabilidade de trios não-correlacionados (eventos tipo 1), $p_1(t_1, t_2, t_3)$, é simplesmente proporcional as contagens aleatórias em coincidência em dt_1, dt_2 , e dt_3 ,

$$p_1(t_1, t_2, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 = p(t_1) p(t_2) p(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (6.29)$$

onde, $p(t)dt$ é a probabilidade de detecção em um intervalo dt , em torno do instante t . Desta forma,

$$p(t_1) p(t_2) p(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 = \epsilon^3 \langle N \rangle^3 (v \Sigma_f)^3 dt_1 dt_2 dt_3 \quad (6.30)$$

Figura 6.9: Os quatro casos de detecção de trios para uma fonte de multiplicidade nula. t_i - instante de detecção; t_f - instante de emissão pela fonte; t_F - instante de fissão. (1) trio de eventos não-correlacionados, (2) trio de duas famílias independentes, existindo três casos distintos que correspondem a ordem de detecção do evento sem o par não-correlacionado, (3) trio de uma única família e única geração, e (4) trio de uma única família que possui duas gerações (dois ramos ou eventos de fissão no mesmo trio).

Nos eventos tipo 2, a probabilidade conjunta $p_2(t_1, t_2, t_3)$ é composta por três casos que correspondem a ordem de detecção do nêutron não-correlacionado com relação ao par de nêutrons correlacionados. Neste tipo de evento, existem três casos distintos que correspondem a ordem de detecção do evento sem o par não-correlacionado. Logo,

$$p_2(t_1, t_2, t_3) = (p(t_1)p_{co,(a)}(t_2, t_3) + p(t_2)p_{co,(a)}(t_1, t_3) + p(t_3)p_{co,(a)}(t_1, t_2)) \quad (6.31)$$

Figura 6.10: Os três casos distintos do evento tipo 2.

estes três casos produzem,

$$p_2(t_1, t_2, t_3) = \epsilon^3 \frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle \langle N \rangle^2 (v\Sigma_f)^4}{(-2\alpha)} (e^{\alpha(t_3-t_2)} + e^{\alpha(t_3-t_1)} + e^{\alpha(t_2-t_1)}) \quad (6.32)$$

Nos eventos tipo 3 - figura 6.9, existe uma única fissão da qual o trio é diretamente detectado. Neste caso,

$$p_3(t_1, t_2, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 = \sum_{\nu} \int_{-\infty}^{t_1} [\epsilon \nu (v\Sigma_f) p_f(\nu) e^{\alpha(t_1-t_f)} dt_1] \cdot$$

$$[\epsilon(\nu - 1)(v\Sigma_f) e^{\alpha(t_2-t_f)} dt_2] [\epsilon(\nu - 2)(v\Sigma_f) e^{\alpha(t_3-t_f)} dt_3] [\langle N \rangle dt_f (v\Sigma_f)]$$

de onde é possível calcular $p_3(t_1, t_2, t_3)$:

$$p_3(t_1, t_2, t_3) = \epsilon^3 \frac{\langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle \langle N \rangle (v\Sigma_f)^4}{(-3\alpha)} e^{\alpha(t_2+t_3-2t_1)} \quad (6.33)$$

não existindo nenhuma assimetria nesta relação, uma vez que $\{t_1, t_2, t_3\}$ não tem sequência arbitrária, sendo na verdade ordenados de forma que:

Figura 6.11: Os três casos distintos do evento tipo 4.

$t_1 < t_2 < t_3$. Finalmente, os eventos tipo 4 dividem-se em três casos, conforme figura 6.11. No primeiro,

$$\begin{aligned}
 p_{4.1}(t_1, t_2, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 = & \sum_{\nu} \int_{-\infty}^{t_1} [\epsilon \nu (v \Sigma_f) p_f(\nu) e^{\alpha(t_1 - t_{f,1})} dt_1] [\langle N \rangle (v \Sigma_f) dt_{f,1}] \cdot \\
 & \sum_{\nu'} \int_{-\infty}^{t_2} [\epsilon \nu' (v \Sigma_f) p(\nu') e^{\alpha(t_1 - t_{f,2})} dt_2] \cdot \\
 & [(\nu' - 1) \epsilon (v \Sigma_f) e^{\alpha(t_3 - t_{f,2})} dt_3] [(\nu - 1) (v \Sigma_f) dt_{f,2}] e^{\alpha(t_{f,2} - t_{f,1})}
 \end{aligned}$$

de onde é possível calcular $p_{4.1}(t_1, t_2, t_3)$:

$$p_{4.1}(t_1, t_2, t_3) = \epsilon^3 \frac{\langle N \rangle (v \Sigma_f)^5 \langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{(2\alpha^2)} e^{\alpha(t_3 - t_1)} \quad (6.34)$$

Procedendo da mesma forma para os outros dois casos, pois basta a ciclagem dos valores de t_1 , t_2 , e t_3 , obtém-se:

$$p_4(t_1, t_2, t_3) = \epsilon^3 \frac{\langle N \rangle (v \Sigma_f)^5 \langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{(2\alpha^2)} (e^{\alpha(t_3 - t_1)} + e^{\alpha(t_2 - t_1)} + e^{\alpha(t_3 - t_2)}) \quad (6.35)$$

Utilizando-se os seguintes resultados,

$$\begin{aligned} \alpha^3 \int_0^T dt_3 \int_0^{t_3} dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 &= \left[\frac{\zeta^3}{6} \right] \\ \alpha^3 \int_0^T dt_3 \int_0^{t_3} dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 (e^{\alpha(t_3-t_2)} + e^{\alpha(t_3-t_1)} + e^{\alpha(t_2-t_1)}) &= \left[-\frac{3\zeta^2}{2} - \zeta + \zeta e^\zeta \right] \\ \alpha^3 \int_0^T dt_3 \int_0^{t_3} dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 e^{(t_3+t_2-2t_1)} &= \left[-1 + \frac{\zeta e^{2\zeta}}{2} - \frac{3e^{2\zeta}}{4} + e^\zeta - 8e^{-2\zeta} - \frac{\zeta}{4} + \frac{\zeta^2}{4} \right] \end{aligned}$$

onde $\zeta = \alpha T$, mostra-se que [7]:

$$\begin{aligned} \langle X(T) \rangle &= X_{2\infty} \left(1 + e^{\alpha T} - 2 \frac{1 - e^{\alpha T}}{-\alpha T} \right) + \dots \\ &\dots X_{3\infty} \left(1 - \frac{3 - 4e^{\alpha T} + e^{2\alpha T}}{-2\alpha T} \right) \end{aligned} \quad (6.36)$$

onde

$$\begin{aligned} X_{2\infty} &= \frac{3\epsilon^2 \langle \nu(\nu-1) \rangle^2 (v\Sigma_f)^4}{\alpha^4}, \quad X_{3\infty} = \frac{\epsilon^2 \langle \nu(\nu-1)(\nu-2) \rangle^2 (v\Sigma_f)^3}{\alpha^3} \\ X_\infty &= X_{2\infty} + X_{3\infty}, \quad Y_\infty = \epsilon \frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\langle \nu \rangle^2} \frac{1}{\rho^2}, \\ &\frac{(-\alpha)}{\langle \nu \rangle v\Sigma_f} = (-\rho + \beta_{eff}) \end{aligned} \quad (6.37)$$

e ∞ refere-se aos respectivos valores de saturação ($(-\alpha T) \gg 1$). A figura 8.7 apresenta a dependência temporal da correlação de terceira ordem. Através da equação 6.36 é possível mostrar a seguinte relação:

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} = 3 + \frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu-1)(\nu-2) \rangle}{\langle \nu(\nu-1) \rangle^2} \frac{(-\alpha)}{\langle \nu \rangle v\Sigma_f} \quad (6.38)$$

onde Y_∞ é o valor de saturação da correlação de segunda ordem.

Por meio apenas do modelo heurístico apresentado, cujo resultado é expresso pela relação 6.38, não é possível obter diretamente o valor da subcriticalidade a partir da medida do valor de saturação das correlações de segunda e terceira ordem¹⁸. Na verdade, os três primeiros momentos da contagem relacionam-se diretamente apenas com os parâmetros α e $v\Sigma_f$.

¹⁸Caso as estatísticas da variável aleatória ν sejam conhecidas de antemão para o material fissil em questão.

A aplicação de um determinado modelo de cinética pontual subcrítica é que irá relacionar estes parâmetros do modelo heurístico com os parâmetros cinéticos relevantes. Na seção 2.4 foi apresentada a relação entre reatividade e os principais parâmetros cinéticos, equação 2.9, sob a definição da reatividade segundo a teoria de perturbação usual (ponderação pela função adjunta referente ao estado crítico - ver apêndice C):

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} = 3 + \frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle}{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2} (-\rho + \beta_{eff}) \quad (6.39)$$

Esta última substituição carrega consigo as mesmas restrições de aplicação da teoria de perturbação convencional apresentadas na seção 5.2.

Por outro lado, sob a óptica da reatividade generalizada, é possível realizar as mesmas associações anteriores sem o fardo das restrições de aplicação da definição usual de reatividade. Sob o ponto de vista da reatividade generalizada, seção 5.3,

$$\alpha \equiv \frac{\rho_{gen} - \tau\beta_{eff} - \zeta}{l_{eff}} \quad (6.40)$$

Desta forma,

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} = 3 + \frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle}{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2} (-\rho_{gen} + \tau\beta_{eff} + \zeta) \quad (6.41)$$

Sob esta abordagem, o método do terceiro momento é livre da referência crítica, mas carrega o problema da não-associação direta entre X_∞/Y_∞^2 e ρ_{gen} ; pois, na equação 6.41, τ e ζ são apresentados explicitamente. Entretanto, o comportamento assintótico subcrítico, seção 5.4.2, permite estabelecer uma relação simples entre ζ e P_N .

$$\rho_{gen} = \zeta \frac{P_N - 1}{P_N} \quad \text{equação 5.17}$$

Esta abordagem permite estabelecer preliminarmente a metodologia para o cálculo de ρ_{gen} , por meio do método do terceiro momento, conforme será detalhado na seção 8.1.1.

Primeiramente, durante o regime estacionário no estado subcrítico de referência, $\rho_{gen} \equiv 0$, realizam-se as medidas de X_∞ e Y_∞ . Estes valores

permitem obter $(\tau\beta_{eff} + \zeta)$, por meio de:

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} = 3 + \frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle}{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2} (\tau\beta_{eff} + \zeta) \quad (6.42)$$

O valor de $\tau\beta_{eff}$ é aqui admitido como numericamente idêntico ao valor usualmente associado à β_{eff} ¹⁹, sendo a diferença introduzida por esta substituição insignificante frente as incertezas do presente método, ver apêndice F. Obtido ζ durante o regime permanente, quaisquer inserções de reatividade serão calculadas por meio da equação 5.17. Fica evidente a sinergia entre o método do terceiro momento e o método da densidade espectral de potência própria ou cruzada, seção 4.5.

Padrão metodológico semelhante resulta da aplicação de uma formulação matematicamente mais rigorosa formulada a partir da equação de transporte, seção 6.3. Esta formulação mais completa permite ampliar a base teórica dos argumentos anteriores e deduzir as expressões que calculam as correções dos efeitos espaciais.

6.2.3 Relação entre X , Y e os tipos de eventos de detecção

A partir das definições de X e Y torna-se possível avaliar quantitativamente as relações entre os diversos tipos de eventos de detecção, como aqueles das figuras 6.9, 6.10, e 6.11, por exemplo. Para simplificar, definindo C_2 e C_3 como [10]:

$$C_2 = \frac{\langle c(T)(c(T) - 1) \rangle}{2}$$

$$C_3 = \frac{\langle c(T)(c(T) - 1)(c(T) - 2) \rangle}{6}$$

é possível associar, por meio de outras definições anteriormente apresentadas:

$$C_2 = \frac{\langle c(T) \rangle^2}{2} + \frac{\langle c(T) \rangle Y}{2}$$

---

¹⁹Em nenhum momento é feita a distinção entre a simbologia empregada para a fração de nêutrons atrasados em diferentes modelos de cinética pontual subcrítica, pois na abordagem da reatividade generalizada β_{eff} é sempre acompanhada por τ .

onde fica evidente que $\langle c(T) \rangle Y/2$ trata dos eventos de dupletos correlacionados, entre o número total de dupletos - C_2 . Quanto a C_3 :

$$C_3 = \frac{\langle c(T) \rangle^3}{6} + \frac{\langle c(T) \rangle^2 Y}{2} + \frac{\langle c(T) \rangle X}{6}$$

onde:

1. $\langle c(T) \rangle^2 Y/2 \rightarrow$ número médio de tripletos compostos de um duplete correlacionado e um singleto sem correlação com o duplete; e
2. $\langle c(T) \rangle X/6 \rightarrow$ número médio de tripletos correlacionados²⁰.

Dando números às relações apresentadas acima, a razão entre o número de tripletos verdadeiramente correlacionados e o número de tripletos totais, $[\langle c(T) \rangle X] / [6 \cdot C_3]$, para a configuração 11 de [17]²¹ vale $4,08 \times 10^{-7}$. De fato, o número de trios correlacionados é uma pequena fração do total.

A alta fração total de eventos não-correlacionados é uma das hipóteses simplificadoras utilizadas na seção 6.5.2 para a estimativa dos efeitos de tempo morto.

6.3 Formulação rigorosa

Enquanto a seção anterior expôs o método de forma simples, enfatizando os fatos mais importantes, outros efeitos foram negligenciados pela simplicidade desta abordagem. Por exemplo, os efeitos espaciais que podem ser considerados na cinética pontual.

A seguir, apresentam-se os argumentos semelhantes aos da seção anterior, partindo-se agora da teoria de transporte, o que permitirá a avaliação destes efeitos espaciais em detrimento da simplicidade da argumentação física do método.

A exposição será uma adaptação da abordagem apresentada em [19], empregando-se as expansões por autofunções α que permitem deduzir as

---

²⁰Uma futura separação de X em X_2 e X_3 permite avaliar os dois tipos de tripletos que possuem correlação.

²¹Segundo os seguintes parâmetros cinéticos: $(-\rho_0) = 5750$ pcm, $\langle c(T) \rangle = 1500$ cps, $Y_\infty = 0,357$, $X_\infty = 0,3879$.

funções de *Green* que representam a densidade de distribuição angular neutrônica devido a emissão de um nêutron por fonte externa pontual. De posse das funções de *Green*, calculam-se as probabilidades de detecção de nêutrons isolados (singletos), pares ou trios, de forma semelhante à seção anterior, mas enfatizando-se os efeitos espaciais. O diferencial com relação a referência [19] será a adaptação da exposição teórica à realidade experimental do reator IPEN/MB-01 - ver detalhes na seção 2.6.

Diferentemente de [19], e adaptando-se a realidade do reator IPEN/MB-01, a dedução focará apenas no modo fundamental, conforme os argumentos apresentados na seção 2.6 e no emprego de fonte externa tipo *Poisson*. A introdução de múltiplos modos α e a multiplicidade da fonte aumentam a complexidade da dedução, dificultando a interpretação dos resultados e princípios físicos em função da interferência entre as diversas autofunções, sem ter respaldo na presente realidade experimental.

6.3.1 Operador de *Boltzmann* e as autofunções α

As autofunções de α_n são os n -éssimo ($n = \{1, 2, 3 \dots\}$) pares de autofunções, $\phi_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ e $\phi_n^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, que satisfazem as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\phi_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= -\alpha_n\phi_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ \mathbf{B}^\dagger\phi_n^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= -\alpha_n\phi_n^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (6.43)$$

onde $\mathbf{B}$ e $\mathbf{B}^\dagger$ são os operadores de *Boltzmann* e seu adjunto, respectivamente²², dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= v(E)\vec{\Omega} \cdot \nabla + v(E)\Sigma_t(\vec{r}, E) - \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' v(E)\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \\ &\quad - \frac{\chi_f(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' v(E')\Sigma_f(\vec{r}, E') \sum_{\nu=0}^\infty \nu p_f(\nu, \vec{r}, E') \\ \mathbf{B}^\dagger &= -v(E)\vec{\Omega} \cdot \nabla + v(E)\Sigma_t(\vec{r}, E) - \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' v(E)\Sigma_s(\vec{r}, E \rightarrow E', \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') \\ &\quad - v(E)\Sigma_f(\vec{r}, E) \sum_{\nu=0}^\infty \nu p_f(\nu, \vec{r}, E) \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \frac{\chi_f(\vec{r}, E')}{4\pi} \end{aligned} \quad (6.44)$$

onde $v(E)$ é a velocidade, $\Sigma_t(\vec{r}, E)$ é seção de choque macroscópica total, $\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ a seção de choque de espalhamento entre as energias E e E' e direções $\vec{\Omega}$ e $\vec{\Omega}'$, $\chi_f(\vec{r}, E')$ é o espectro normalizado de nêutrons de fissão e $p_f(\nu, \vec{r}, E')$ é a função distribuição de probabilidade de nêutrons de fissão. Aqui não foram consideradas as soluções com $\alpha_n = 0$, soluções do problema crítico, por motivos óbvios.

As autofunções de α são as verdadeiras autofunções da equação de transporte e permitem o cálculo da respectiva função de *Green*. As equações C.0.5 permitem a determinação de autofunções diferentes das autofunções de α , sendo a solução de outro problema. Estas autofunções, apesar de úteis na solução do problema perturbativo próximo a criticalidade, são inúteis no presente contexto. Os dois conjuntos de equações (autofunções α e equações

---

²²Na seção C o operador A é o operador de *Boltzmann* matricial multigrupo de transporte, captura e espalhamento. Aqui utilizou-se o símbolo $\mathbf{B}$ para denominar o operador que contém o termo de fissão.

C.0.5) são idênticos apenas na criticalidade. As autofunções α são um conjunto ortonormal,

$$\int_V dV \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\Omega \phi_n^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \phi_m(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \delta_{m,n} \quad (6.45)$$

No desenvolvimento que se segue serão consideradas as seguintes aproximações, razoáveis do ponto de vista da realidade experimental do reator IPEN/MB-01: (1) $|\alpha_1| \ll |\alpha_{n \neq 1}|$; isto é, quaisquer outros modos diferentes do fundamental decaem significativamente mais rápido que este; e, (2) durante longos canais temporais, $T \rightarrow \infty$ (regime de saturação), todas as cadeias produzidas em $t = 0$ morreram, $T \cong (100 - 1000)\alpha_1^{-1} \gg \alpha_1^{-1}$. Deste modo, mantendo-se o foco em estatísticas de saturação, não é necessário a distinção entre nêutrons atrasados e prontos, bastando ao final substituir, $\rho \rightarrow (\rho - \beta_{eff})$, conforme seção 2.8.

6.3.2 Funções de *Green*

A função de *Green*, $G(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t | \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0, t_0)$, representa a densidade de distribuição angular neutrônica produzida no entorno do ponto $(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ do espaço de fase devido a um nêutron gerado em $(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0, t_0)$, satisfazendo a seguinte relação:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -\mathbf{B}G(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t | \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0, t_0) + \delta^8(\vec{r} - \vec{r}_0, E - E_0, \vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0, t - t_0) \quad (6.46)$$

onde $\delta^8(\vec{r} - \vec{r}_0, E - E_0, \vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0, t - t_0)$ é tal que

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_V dV \int_0^\infty dE \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \delta^7(\vec{r} - \vec{r}_0, E - E_0, \vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0) = \phi(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) \quad (6.47)$$

Assumindo que $G(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t | \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0, t_0)$ pode ser expandida em autofunções α :

$$G(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t | \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0, t_0) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(t) \phi_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (6.48)$$

substituindo-se a equação 6.48 em 6.46, e aplicando-se: a relação 6.47, e a condição de ortonormalidade destas autofunções (equação 6.45), obtém-se:

$$\frac{dg_n(t)}{dt} = \alpha_n g_n(t) + \phi_n^\dagger(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) \delta(t - t_0) \quad (6.49)$$

que produz:

$$g_n(t) = \phi_n^\dagger(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) e^{\alpha_n(t-t_0)}$$

$$G(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t | \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0, t_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \phi_n^\dagger(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) e^{\alpha_n(t-t_0)} \cong \dots$$

$$\dots \phi_1(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \phi_1^\dagger(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) e^{\alpha_1(t-t_0)}$$

recorrendo-se, na última passagem, apenas ao modo fundamental, seção 2.6. O resultado anterior possui os seguintes pontos relevantes para este trabalho: (1) a função de *Green* em qualquer ponto do espaço, em um tempo arbitrário, é aproximadamente proporcional ao valor da função adjunta ²³ do modo fundamental no ponto de inserção do nêutron; e (2) a função adjunta do modo fundamental é proporcional a:

$$\phi_1^\dagger(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) \approx \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^\infty dt \int_V dV \int_{4\pi} d\Omega \int_0^\infty dE G(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t | \vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0, t_0)$$

isto é, ao valor da população de toda a descendência gerada pelo nêutron introduzido no ponto em questão²⁴.

6.3.3 Probabilidade de detecção de singletos, pares e trios

Sendo a função de *Green* uma função densidade de nêutrons, é possível calcular o número de nêutrons sobreviventes em torno de uma posição $(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1)$ no instante t do espaço de fase, devido a introdução de um nêutron externo pela fonte em $(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$, conforme figura 6.12. O valor da população de nêutrons em torno deste ponto é dada por:

$$d\Omega_1 dE_1 dV_1 G(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1, t | \vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$$

²³Sendo por isto considerada função importância.

²⁴O valor da população de toda a descendência gerada por um nêutron é um valor geralmente disponível em códigos de transporte de nêutrons pelo método de Monte Carlo, p.ex. o cartão KCODE do MCNP. Segundo [41], $\phi^\dagger(\vec{r}_0, E_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t)$, onde $N(t)$ é a soma de toda a população de nêutrons gerada até o intervalo de tempo t seguido da introdução de um nêutron de energia E_0 na $\vec{r}_0$ de um arranjo subcrítico. A justificativa desta afirmação não se encontra em [41] ou nas suas referências, sendo as considerações apresentadas aqui uma tentativa de justificativa da citada afirmação.

Figura 6.12: O valor da população de nêutrons, no entorno do ponto $(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1)$ no instante t do espaço de fase, devido a introdução de um nêutron externo pela fonte em $(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$.

A partir do resultado da figura 6.12, os cálculos das probabilidades seguem raciocínio semelhante ao da seção 6.2, bastando introduzir as funções de *Green* apropriadas em cada caso.

6.3.3.1 Singletos

Da figura 6.12 é possível obter a probabilidade de detecção de um singlete no entorno de t_1 , $P(t_1)dt_1$, por meio da seguinte linha de raciocínio:

1. probabilidade de emissão pela fonte em $(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$ ²⁵:

$$\frac{S(\vec{r}_{fo})dV_{fo}dt_{fo}\chi_{fo}(\vec{r}_{fo}, E_{fo})dE_{fo}d\Omega_{fo}}{4\pi}$$

2. sempre será emitido apenas um nêutron por fonte $p_{fo}(\nu = 1) = 1$ e $p_{fo}(\nu \neq 1) = 0$, fonte de nêutrons tipo *Poisson*.
3. número de nêutrons sobreviventes em torno de uma posição $(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1)$ no instante t do espaço de fase, devido a introdução de um nêutron pela fonte em $(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$:

$$G(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1, t \mid \vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})dV_1dE_1d\Omega_1$$

²⁵Entende-se: probabilidade de emissão no entorno de $d\vec{r}_{fo}$, no intervalo de energia dE_{fo} , no ângulo sólido $d\Omega_{fo}$ e no intervalo de tempo dt_{fo} .

4. probabilidade de detecção em torno do ponto 1 do espaço de fase:

$$\Sigma_d(\vec{r}_1, E_1)v(E_1)dt_1$$

Compondo-se todos os itens anteriores e considerando que a fonte pode ter emitido um nêutron entre $-\infty < t_{fo} < t_1$:

$$\begin{aligned} P(t_1)dt_1 &= \int_{-\infty}^{t_1} dt_{fo} \int_{V_{fo}} S(\vec{r}_{fo}) \int_0^\infty dE_{fo} \int_{4\pi} d\Omega_{fo} \frac{\chi_{fo}(\vec{r}_{fo}, E_{fo})}{4\pi} \dots \\ &\dots \int_0^\infty dE_1 d\Omega_1 \Sigma_d(\vec{r}_1, E_1)v(E_1)\phi(\vec{r}_1, E, \vec{\Omega}_1)\phi_1^\dagger(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo})e^{\alpha(t_1-t_{fo})} \\ P(t_1)dt_1 &= T_c dt_1 \end{aligned} \quad (6.50)$$

onde os subíndices foram abandonados em favor do modo fundamental e:

$$\begin{aligned} S &= \int_V dV S(\vec{r})\Psi_{fo}^\dagger(\vec{r}) \\ \Psi_{fo}^\dagger(\vec{r}) &= \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\Omega \frac{\chi_{fo}(\vec{r}, E)}{4\pi} \phi^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ D &= \int_V dV \int_0^\infty dE v(E) \Sigma_d(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ T_c &= \frac{SD}{(-\alpha)} \end{aligned} \quad (6.51)$$

onde T_c a taxa de contagem média. Aqui, o valor de S , diferentemente daquele apresentado na seção 6.2, é a atividade da fonte, A_{fo} , ponderada pela função de importância do seu ponto de inserção de acordo com o espectro de emissão desta fonte. Deste modo, se $S(\vec{r}) = A_{fo}\delta(\vec{r} - \vec{r}_{fo})$ (que é o caso de uma fonte aproximadamente pontual como a do reator IPEN/MB-01), então:

$$S = A_{fo} \int_0^\infty dE \frac{\chi_{fo}(\vec{r}_{fo}, E)}{4\pi} \phi^\dagger(\vec{r}_{fo}, E)$$

onde a integração no espaço é trivial. Neste caso, a atividade da fonte é ponderada pela importância do seu ponto de localização ao longo de toda a faixa do espectro de emissão. Mesmo neste caso trivial, os efeitos espaciais são relevantes.

A partir da probabilidade de detecção de um singleto é possível obter o primeiro momento fatorial - a contagem média de nêutrons, $\langle c(T) \rangle$:

$$\langle c(T) \rangle = \int_0^T dt_1 p(t_1) = \frac{SD}{(-\alpha)} T = T_c T \quad (6.52)$$

6.3.3.2 Pares

De modo semelhante a seção 6.2.1, a probabilidade de detecção de pares será dividida em pares correlacionados (ou não) conforme a equação 6.19. A probabilidade dos pares não-correlacionados, $p_{n-co}(t_2, t_1) dt_1 dt_2$, será obtida da mesma forma que na equação 6.20, $p_{n-co}(t_2, t_1) dt_1 dt_2 = p(t_1)p(t_2) dt_1 dt_2$, sendo agora utilizada a equação 6.50 para a probabilidade de detecção de singletos.

A probabilidade de um par correlacionado a um evento de fissão comum, $p_{co}(t_2, t_1) dt_1 dt_2$ ²⁶, pode ser obtida pelo seguinte processo:

1. probabilidade de emissão pela fonte em torno de $(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$:

$$S(\vec{r}_{fo}) dV_{fo} dt_{fo}$$

2. probabilidade do nêutron de energia E_{fo} ser emitido isotropicamente pela fonte em uma direção $\vec{\Omega}_{fo}$:

$$\frac{\chi_{fo}(\vec{r}_{fo}, E_{fo})}{4\pi} dE_{fo} d\Omega_{fo}$$

3. número de nêutrons sobreviventes no entorno de uma possível posição de fissão $(\vec{r}_f, E_f, \vec{\Omega}_f)$ no instante $t_f > t_{fo}$ do espaço de fase, devido a introdução de um nêutron pela fonte em $(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$:

$$G(\vec{r}_f, E_f, \vec{\Omega}_f, t | \vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo}) dV_f dE_f d\Omega_f$$

4. probabilidade de que um descendente induza fissão:

$$\Sigma_f(\vec{r}_f, E_f) v(E_f) dt_f$$

---

²⁶ Sendo aqui já abandonada a possibilidade de nêutrons correlacionados por um evento fonte comum a ambos.

5. probabilidade de emissão de ν nêutrons por evento de fissão:

$$p_f(\nu, \vec{r}_f, E_f)$$

6. probabilidade de um nêutron de fissão ser emitido com energia $E_{f \rightarrow 1}$ na direção $\vec{\Omega}_{f \rightarrow 1}$, por este evento de fissão:

$$\frac{\chi_f(\vec{r}_f, E_{f \rightarrow 1})}{4\pi} dE_{f \rightarrow 1} d\Omega_{f \rightarrow 1}$$

7. número de nêutrons sobreviventes no entorno de uma possível posição de detecção $(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1)$, no instante $t_1 > t_f$ do espaço de fase, dentre todos os ν nêutrons gerados no evento de fissão, $(\vec{r}_f, E_f, \vec{\Omega}_f, t_f)$, ver figura 6.13:

$$\nu G(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1, t_1 \mid \vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_f, t_f) dV_1 dE_1 d\Omega_1$$

8. probabilidade de detecção de um descendente em torno de t_1 :

$$\Sigma_d(\vec{r}_1, E_1) v(E_1) dt_1$$

9. repetição dos passos 5 até 8 para $(\nu - 1)$ nêutrons (um deles foi utilizado no passo 7) até a posição de detecção 2, ver figura 6.13.

Integrando-se $p_{co}(t_2, t_1) dt_1 dt_2$ no intervalo temporal $(-\infty < t_f < t_1)$ de forma semelhante ao procedimento exposto na equação 6.22:

$$\begin{aligned} p_{co}(t_2, t_1) dt_1 dt_2 &= \int_{-\infty}^{t_1} dt_f \int_{-\infty}^{t_f} dt_{fo} \int_V dV_{fo} S(\vec{r}_{fo}) \dots \\ &\int_0^\infty dE_{fo} \int_{4\pi} d\Omega_{fo} \frac{\chi_{fo}(\vec{r}_{fo}, E_{fo})}{4\pi} \int_V dV_f \int_0^\infty dE_f \int_{4\pi} d\Omega_f v(E_f) \Sigma_f(\vec{r}_f, E_f) \dots \\ &\sum_{\nu=0}^{\infty} \nu(\nu-1) p_f(\nu, \vec{r}_f, E_f) \phi^\dagger(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}) \phi(\vec{r}_f, E_f, \vec{\Omega}_f) e^{\alpha(t_f - t_{fo})} \dots \\ &\int_0^\infty dE_{f \rightarrow 1} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}_{f \rightarrow 1} \frac{\chi_f(\vec{r}_f, E_{f \rightarrow 1})}{4\pi} \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty dE_{f \rightarrow 2} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}_{f \rightarrow 2} \frac{\chi_f(\vec{r}_f, E_{f \rightarrow 2})}{4\pi} \int_V dV_1 \int_0^\infty dE_1 \dots \\
& \int_{4\pi} d\Omega_1 v(E_1) \Sigma_d(\vec{r}_1, E_1) \phi^\dagger(\vec{r}_f, E_{f \rightarrow 1}, \vec{\Omega}_{f \rightarrow 1}) \phi(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1) e^{\alpha(t_1 - t_f)} \dots \\
& \int_V dV_2 \int_0^\infty dE_2 \int_{4\pi} d\Omega_2 v(E_2) \Sigma_d(\vec{r}_2, E_2) \dots \\
& \phi^\dagger(\vec{r}_f, E_{f \rightarrow 2}, \vec{\Omega}_{f \rightarrow 2}) \phi(\vec{r}_2, E_2, \vec{\Omega}_2) e^{\alpha(t_2 - t_f)} dt_1 dt_2 \dots \\
& = \frac{SF_p D^2}{2\alpha^2} e^{\alpha(t_1 - t_2)} dt_1 dt_2
\end{aligned} \tag{6.53}$$

Figura 6.13: Processo de detecção de pares correlacionados. A correlação por emissão comum não foi considerada em função da natureza da fonte disponível.

onde, adicionalmente, foram introduzidas as seguintes notações:

$$\begin{aligned}
F_p &= \int_V dV \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\Omega v(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \sum_{\nu=0}^{\infty} \nu(\nu-1) p_f(\nu, \vec{r}, E) \Psi_f^{\dagger 2}(\vec{r}) \\
\Psi_f^{\dagger}(\vec{r}) &= \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\Omega \frac{\chi_f(\vec{r}, E)}{4\pi} \phi^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega})
\end{aligned} \tag{6.54}$$

Finalmente, somando-se as correlações entre pares, correlacionadas ou não, obtém-se:

$$p(t_1, t_2)dt_1dt_2 = \left\{ p(t_1)p(t_2) + \frac{SF_p D^2}{2\alpha^2} e^{\alpha(t_1-t_2)} \right\} dt_1dt_2 \quad (6.55)$$

Da mesma forma que nas equações 6.24 e 6.25:

$$\begin{aligned} \frac{\langle c(T)(c(T) - 1) \rangle}{2} &= \int_0^T dt_1 \int_{t_1}^T dt_2 p(t_1, t_2) \\ &= \int_0^T dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 p(t_1, t_2) \\ \langle Y(T) \rangle &\equiv \frac{\langle c(T)^2 \rangle - \langle c(T) \rangle^2}{\langle c(T) \rangle} - 1 = \frac{\langle c(T)(c(T) - 1) \rangle - \langle c(T) \rangle^2}{\langle c(T) \rangle} = \\ &\quad \frac{SF_p D^2}{(-\alpha^3) T_c} \left(1 - \frac{1 - e^\zeta}{-\zeta} \right) \end{aligned} \quad (6.56)$$

Uma vez que no presente trabalho os valores de saturação têm papel destacado, para a correlação de segunda ordem, $Y_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} Y(T)$, resulta:

$$\begin{aligned} Y_\infty &= \lim_{T \rightarrow \infty} Y(T) = \frac{SF_p D^2}{(-\alpha^3) T_c} \quad \text{ou} \\ Y_\infty &= \left[\frac{F_p}{(-\alpha)} \right] \left(\frac{D}{(-\alpha)} \right) \end{aligned} \quad (6.57)$$

6.3.3.3 Trios

De forma semelhante à seção 6.2.2, divide-se a probabilidade de detecção de trios em quatros tipos principais - conforme a figura 6.9. A dedução detalhada para todos os casos não será necessária, na medida em que um padrão surge após a apresentação dos primeiros casos. Primeiramente, a probabilidade de detecção de trios não-correlacionados é dada por:

$$\begin{aligned} p_1(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3 &= p(t_1)p(t_2)p(t_3)dt_1dt_2dt_3 \\ p_1(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3 &= T_c^3 dt_1dt_2dt_3 \end{aligned} \quad (6.58)$$

Para os eventos tipo 2:

$$p_2(t_1, t_2, t_3) = (p(t_1)p_{co}(t_2, t_3) + p(t_2)p_{co}(t_1, t_3) + p(t_3)p_{co}(t_1, t_2))$$

$$p_2(t_1, t_2, t_3) = \frac{S^2 F_p D^3}{2(-\alpha^3)} (e^{\alpha(t_3-t_2)} + e^{\alpha(t_3-t_1)} + e^{\alpha(t_2-t_1)}) \quad (6.59)$$

onde o termo S é elevado à segunda potência, pois eventos tipo 2 possuem duas intervenções da fonte externa. O cálculo de um evento tipo 3 é semelhante ao da probabilidade de um par correlacionado, equação 6.53.

$$p_3(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3 = \frac{SF_t D^3}{3\alpha^2} e^{\alpha(t_2+t_3-2t_1)} dt_1dt_2dt_3 \quad (6.60)$$

onde F_t é, analogamente a F_p , é dado por:

$$F_t = \int_V dV \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\Omega v(E) \Sigma_f(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \sum_{\nu=0}^{\infty} \nu(\nu-1)(\nu-2) p_f(\nu, \vec{r}, E) \Psi_f^{\dagger 3}(\vec{r}) \quad (6.61)$$

No último caso, $p_4(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3$ - figura 6.9, é necessário considerar duas ramificações, ambas produzindo pares de descendentes. Desta forma, $p_4(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3$ dispensa o fator F_t , mas emprega F_p duas vezes. Quanto às detecções, como são três delas, o termo D é elevado a terceira potência, como em todos os eventos de detecção de trios. Uma vez que este tipo de evento não é tão semelhante à detecção de pares, a dedução da expressão de sua probabilidade será detalhada.

1. probabilidade de emissão isotrópica pela fonte em torno de

$$(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo}):$$

$$S(\vec{r}_{fo})dV_{fo}dt_{fo}$$

2. probabilidade do nêutron de energia E_{fo} ser emitido isotropicamente pela fonte em uma direção $\vec{\Omega}_{fo}$:

$$\frac{\chi_{fo}(\vec{r}_{fo}, E_{fo})}{4\pi} dE_{fo} d\Omega_{fo}$$

3. número de nêutrons sobreviventes no entorno do primeiro ponto de fissão $(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1})$ no instante $t_{f,1} > t_{fo}$ do espaço de fase, devido a introdução de um nêutron pela fonte em $(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo})$:

$$G(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1}, t | \vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}, t_{fo}) dV_{f,1} dE_{f,1} d\Omega_{f,1}$$

4. probabilidade de que um descendente induza fissão na posição $f, 1$:

$$\Sigma_f(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1})v(E_{f,1})dt_{f,1}$$

5. probabilidade de emissão de ν nêutrons por evento de fissão na posição $f, 1$: $p_f(\nu, \vec{r}_{f,1}, E_{f,1})$.
6. probabilidade de um nêutron de fissão ser emitido com energia $E_{f,1 \rightarrow 1}$ na direção $\vec{\Omega}_{f,1 \rightarrow 1}$, pelo primeiro evento de fissão:

$$\frac{\chi_{f,1}(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1 \rightarrow 1})}{4\pi} dE_{f,1 \rightarrow 1} d\Omega_{f,1 \rightarrow 1}$$

7. número de nêutrons sobreviventes no entorno de uma possível posição de detecção $(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1)$, no instante $t_1 > t_{f,1}$ do espaço de fase, dentre todos os ν nêutrons gerados no evento de fissão, $(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1}, t_{f,1})$, ver figura 6.13:

$$\nu G(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1, t_1 | \vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1}, t_{f,1}) dV_1 dE_1 d\Omega_1$$

8. probabilidade de detecção de um descendente em torno de t_1 :

$$\Sigma_d(\vec{r}_1, E_1)v(E_1)dt_1$$

9. probabilidade de um nêutron da primeira fissão ser emitido com energia $E_{f,1 \rightarrow f,2}$ na direção do segundo evento de fissão $\vec{\Omega}_{f,1 \rightarrow f,2}$:

$$\frac{\chi_f(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1 \rightarrow f,2})}{4\pi} dE_{f,1 \rightarrow f,2} d\Omega_{f,1 \rightarrow f,2}$$

10. número de nêutrons sobreviventes no entorno do do segundo ponto de fissão $(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2}, \vec{\Omega}_{f,2})$ no instante $t_{f,2} > t_{f,1}$ do espaço de fase, devido aos $(\nu - 1)$ nêutrons restantes gerados em $(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1}, t_{f,1})$:

$$(\nu - 1) G(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2}, \vec{\Omega}_{f,2}, t | \vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1}, t_{f,1}) dV_{f,2} dE_{f,2} d\Omega_{f,2}$$

11. probabilidade de que um descendente da primeira fissão induza a segunda na posição $f, 2$:

$$\Sigma_f(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2})v(E_{f,2})dt_{f,2}$$

12. probabilidade de emissão de ν nêutrons no segundo evento de fissão:
 $p_f(\nu, \vec{r}_{f,2}, E_{f,2})$.
13. probabilidade de um nêutron de fissão ser emitido com energia $E_{f,2 \rightarrow 2}$ na direção $\vec{\Omega}_{f,2 \rightarrow 2}$, pelo segundo evento de fissão na direção do segundo evento de detecção:

$$\frac{\chi_f(\vec{r}_{f,2}, E_{f \rightarrow 2})}{4\pi} dE_{f,2 \rightarrow 2} d\Omega_{f,2 \rightarrow 2}$$

14. número de nêutrons sobreviventes no entorno de uma possível posição de detecção $(\vec{r}_2, E_2, \vec{\Omega}_2)$, no instante $t_2 > t_{f,2}$ do espaço de fase, dentre todos os ν nêutrons gerados no evento de fissão, $(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2}, \vec{\Omega}_{f,2}, t_{f,2})$:

$$\nu G(\vec{r}_2, E_2, \vec{\Omega}_2, t_2 \mid \vec{r}_{f,2}, E_{f,2}, \vec{\Omega}_{f,2}, t_{f,2}) dV_2 dE_2 d\Omega_2$$

15. probabilidade de detecção de um descendente em torno de t_2 :

$$\Sigma_d(\vec{r}_2, E_2) v(E_2) dt_2$$

16. repetição dos passos 12 até 15 para $(\nu - 1)$ nêutrons até a posição de detecção 3 ($t_3 > t_2 > t_{f,2}$), ver figura 6.13.

Explicitando cada um dos passos descritos acima, obtém-se:

$$\begin{aligned}
p_4(t_1, t_2, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 = & \int_{-\infty}^{t_1} dt_{f,1} \int_{-\infty}^{t_{f,1}} dt_{fo} \int_V dV_{fo} S(\vec{r}_{fo}) \dots \\
& \int_0^\infty dE_{fo} \int_{4\pi} d\Omega_{fo} \frac{\chi_{fo}(\vec{r}_{fo}, E_{fo})}{4\pi} \dots \\
& \int_V dV_{f,1} \int_0^\infty dE_{f,1} \int_{4\pi} d\Omega_{f,1} v(E_{f,1}) \Sigma_f(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1}) \dots \\
& \sum_{\nu=0}^\infty \nu(\nu-1) p_f(\nu, \vec{r}_{f,1}, E_{f,1}) \dots \\
& \phi^\dagger(\vec{r}_{fo}, E_{fo}, \vec{\Omega}_{fo}) \phi(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1}) e^{\alpha(t_{f,1}-t_{fo})} \dots \\
& \int_0^\infty dE_{f,1 \rightarrow 1} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}_{f,1 \rightarrow 1} \frac{\chi_f(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1 \rightarrow 1})}{4\pi} \dots \\
& \int_V dV_1 \int_0^\infty dE_1 \int_{4\pi} d\Omega_1 v(E_1) \Sigma_d(\vec{r}_1, E_1) \dots \\
& \phi^\dagger(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1 \rightarrow 1}, \vec{\Omega}_{f,1 \rightarrow 1}) \phi(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1) e^{\alpha(t_1-t_{f,1})} \dots \\
& \int_0^\infty dE_{f,1 \rightarrow f,2} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}_{f,1 \rightarrow f,2} \frac{\chi_f(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1 \rightarrow f,2})}{4\pi} \dots \\
& \int_{t_{f,1}}^{t_2} dt_{f,2} \int_V dV_{f,2} \int_0^\infty dE_{f,2} \int_{4\pi} d\Omega_{f,2} v(E_{f,2}) \Sigma_f(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2}) \dots \\
& \phi^\dagger(\vec{r}_{f,1}, E_{f,1}, \vec{\Omega}_{f,1}) \phi(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2}, \vec{\Omega}_{f,2}) e^{\alpha(t_{f,2}-t_{f,1})} \dots \\
& \sum_{\nu=0}^\infty \nu(\nu-1) p_f(\nu, \vec{r}_{f,2}, E_{f,2}) \phi^\dagger(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2}, \vec{\Omega}_{f,2}) \phi(\vec{r}_2, E_2, \vec{\Omega}_2) e^{\alpha(t_2-t_{f,2})} \dots \\
& \int_0^\infty dE_{f,2 \rightarrow 2} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}_{f,2 \rightarrow 2} \frac{\chi_f(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2 \rightarrow 2})}{4\pi} \dots \\
& \int_V dV_2 \int_0^\infty dE_2 \int_{4\pi} d\Omega_2 v(E_2) \Sigma_d(\vec{r}_2, E_2) \\
& \int_V dV_2 \int_0^\infty dE_2 \int_{4\pi} d\Omega_2 v(E_2) \Sigma_d(\vec{r}_2, E_2) \phi^\dagger(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2 \rightarrow 3}, \vec{\Omega}_{f,2 \rightarrow 3}) \phi(\vec{r}_3, E_3, \vec{\Omega}_3) e^{\alpha(t_3-t_{f,2})} \dots \\
& \int_0^\infty dE_{f,2 \rightarrow 3} \int_{4\pi} d\vec{\Omega}_{f,2 \rightarrow 3} \frac{\chi_f(\vec{r}_{f,2}, E_{f,2 \rightarrow 3})}{4\pi} \dots \\
& \int_V dV_3 \int_0^\infty dE_3 \int_{4\pi} d\Omega_3 v(E_3) \Sigma_d(\vec{r}_3, E_3) dt_1 dt_2 dt_3
\end{aligned} \tag{6.62}$$

Apresenta-se, primeiramente, o resultado final para $p_{4,1}(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3$:

$$p_{4,1}(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3 = \frac{SF_p^2D^3}{6(-\alpha^3)}e^{\alpha(t_3-t_2)}dt_1dt_2dt_3 \quad (6.63)$$

Procedendo da mesma forma para os outros dois casos, obtém-se:

$$p_4(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3 = \frac{SF_p^2D^3}{6(-\alpha^3)} [e^{\alpha(t_3-t_2)} + e^{\alpha(t_3-t_1)} + e^{\alpha(t_2-t_1)}] dt_1dt_2dt_3 \quad (6.64)$$

Somando-se todos os resultados dos quatro eventos principais $p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4$:

$$\begin{aligned} p(t_1, t_2, t_3)dt_1dt_2dt_3 = & \left[T_c^3 + \frac{SF_tD^3}{3\alpha^2}e^{\alpha(t_2+t_3-2t_1)} + \dots \right. \\ & \frac{S^2F_pD^3}{2(-\alpha^3)} (e^{\alpha(t_3-t_2)} + e^{\alpha(t_3-t_1)} + e^{\alpha(t_2-t_1)}) + \dots \\ & \left. \frac{SF_p^2D^3}{6(-\alpha^3)} (e^{\alpha(t_3-t_1)} + e^{\alpha(t_2-t_1)} + e^{\alpha(t_3-t_2)}) \right] dt_1dt_2dt_3 \end{aligned} \quad (6.65)$$

Repetindo o procedimento estabelecido na equação 6.28 para obter o valor de $\langle X(T) \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle X(T) \rangle &= X_2(T) + X_3(T) \\ X_2(T) &= \frac{3}{T_c} \frac{SF_p^2D^3}{(-\alpha^5)} \left\{ 1 + e^{\alpha T} - 2 \frac{1 - e^{\alpha T}}{-\alpha T} \right\} \\ X_3(T) &= \frac{1}{T_c} \frac{SF_tD^3}{\alpha^4} \left\{ 1 - \frac{3 - 4e^{\alpha T} + e^{2\alpha T}}{-2\alpha T} \right\} \end{aligned} \quad (6.66)$$

onde X_2 contém todos os casos onde existem ramificações duplas e X_3 abriga o caso com o ramo triplo. Os respectivos valores na saturação, $X_{2\infty}$ e $X_{3\infty}$,

valem:

$$\begin{aligned}
 X_{2\infty} &= \left(\frac{3}{T_c}\right) \left(\frac{SF_p^2 D^3}{(-\alpha^5)}\right) \quad \text{ou} \\
 X_{2\infty} &= 3 \left[\frac{F_p}{\alpha}\right]^2 \left(\frac{D}{\alpha}\right)^2 \\
 X_{3\infty} &= \left(\frac{1}{T_c}\right) \left(\frac{SF_t D^3}{\alpha^4}\right) \quad \text{ou} \\
 X_{3\infty} &= \left[\frac{F_t}{(-\alpha)}\right] \left(\frac{D}{\alpha}\right)^2
 \end{aligned} \tag{6.67}$$

As expressões da equação 6.66 são muito mais complicadas quando são admitidos autovetores- α além do fundamental. De fato, os modos relevantes interferem-se, modificando qualitativamente as expressões temporais de $X_2(T)$ e $X_3(T)$ com relação as expressões baseadas na aproximação pontual, equação 6.36 [19]. Uma vantagem de se utilizar o regime de saturação é que este problema deixa de existir, mesmo que seja considerado mais do que um único modo. Combinando as expressões de 6.67, com o valor de Y_∞^2 , equação 6.57, obtém-se:

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} = 3 + \frac{F_t}{F_p^2}(-\alpha) \tag{6.68}$$

No que se refere à escolha do modelo de cinética pontual subcrítica, as mesmas considerações semelhantes àsquelas das equações 6.39, 6.41 e 6.42 são aplicáveis. Há, entretanto, algumas mudanças; isto é, a escolha do modelo de física subcrítica influencia na expressão final que corrige os efeitos espaciais.

Escolhendo-se o modelo de cinética subcrítica sob a definição da reatividade segundo a teoria de perturbação usual (estado de referência crítico), têm-se:

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} = 3 + F(-\rho + \beta_{eff}) \tag{6.69}$$

onde o fator de correção de efeitos espaciais, F , é dado por:

$$F = \frac{F_t}{\Lambda F_p^2} \tag{6.70}$$

O valor de Λ é calculado por meio da equação D.3:

$$\Lambda^{-1} = \frac{\langle \Phi_0^\dagger, \bar{\chi} S_f \Phi \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, v^{-1} \Phi \rangle} \quad \text{equação D.3:} \quad (6.71)$$

ou explicitamente:

$$\Lambda^{-1} = \frac{\int_V dV \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\Omega \frac{\chi_f(\vec{r}, E)}{4\pi} \phi_0^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' v(E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \sum_{\nu=0}^\infty \nu p_f(\nu, \vec{r}, E') \phi_0(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')}{\int_V dV \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\Omega \phi_0^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \phi_0(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \quad (6.72)$$

onde a função de importância do respectivo estado crítico, $\phi_0^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, não é necessária em nenhum momento apenas na definição final do fator de correção, F . Por outro lado, empregando os conceitos da reatividade generalizada no estado estacionário de referência ($\rho_{gen} \equiv 0$):

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} = 3 + F_{gen} (\tau \beta_{eff} + \zeta) \quad (6.73)$$

onde F_{gen} é dado por

$$F_{gen} = \frac{F_t}{l_{eff} F_p^2} \quad (6.74)$$

e a definição de l_{eff} é aquela apresentada no apêndice F. Os valores de F e F_{gen} serão considerados idênticos, independentemente do modelo de cinética pontual subcrítica escolhido. Neste trabalho não será feita distinção entre l_{eff} e Λ . A determinação da reatividade generalizada, ρ_{gen} , segue o mesmo procedimento apresentado na seção 6.2.2. Neste modelo, a função de importância do respectivo estado crítico, $\phi_0^\dagger(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, não possui significado algum e obviamente não é utilizada.

Resta o estabelecimento de métodos para a estimativa do fator F , o que permitirá avaliar se este fator é significativamente diferente de $\frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu-1)(\nu-2) \rangle}{\langle \nu(\nu-1) \rangle^2}$.

6.4 Estimativa preliminar das correções espaciais

Em um arranjo físsil com fluxo neutrônico plano, a correção espacial é trivialmente unitária visto que este tipo de problema é o protótipo da cinética pontual. Infelizmente, este não é o presente caso, pois as configurações de interesse - geometricamente complexas e heterogêneas - certamente demandam alguma correção espacial. A determinação dos fatores espaciais envolve o cálculo direto dos fatores F_p , F_t ²⁷ e F .

O cálculo direto destes fatores não foi realizado neste trabalho em função da: (1) qualidade dos resultados experimentais (relação entre a medida e sua incerteza), que não justifica a correção completa dos efeitos secundários; (2) complexidade das expressões matemáticas que permitem determinar F_p e F_t , mas não expõem diretamente os fatores físicos mais relevantes e o quanto estes alteram a correção espacial; e (3) proximidade destas correções da unidade.

Entretanto, é importante estimar o quanto a razão:

$$C \equiv F / \left(\frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle}{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2} \right) \quad (6.75)$$

difere da unidade para avaliar possíveis tendenciosidades nos resultados experimentais.

Primeiramente, esta tarefa será realizada qualitativamente por meio de modelos geometricamente simplificados, enfatizando a física do problema (os detalhes encontram-se no apêndice J). Utilizando as simplificações detalhadas em J.1, o cálculo da razão procurada simplifica da seguinte forma:

$$C \cong \frac{\int \phi_1(\vec{r})^4 dV}{(\int \phi_1(\vec{r})^3 dV)^2} \quad (6.76)$$

obtida considerando a seguinte normalização do modo fundamental:

$$\int \phi_1(\vec{r})^2 dV = 1$$

---

²⁷O valor de Λ pode ser determinado experimentalmente a partir da análise da densidade espectral de potência, [17] e [16].

Sob esta normalização, os termos da equação 6.76 concordam dimensionalmente. Valores de C não se encontram disponíveis em abundância na literatura. Desta forma, toma-se inicialmente o parâmetro de correção espacial normalmente utilizado no método *Feymann- α* (com o objetivo de obter uma avaliação preliminar dos valores envolvidos). Estas correções são expressas pelo adimensional g . O valor de g vale:

$$g \equiv \int_{\text{núcleo}} \phi_1(\vec{r}) dV \int_{\text{núcleo}} \phi_1(\vec{r})^3 dV$$

sendo considerado neste trabalho como um indicador do desvio do modelo de cinética pontual em uma primeira avaliação.

Conforme detalhado no apêndice J.1, os valores dos fatores g 's ²⁸ de *Otsuka & Iijima* [42] são próximos da unidade para sistemas refletidos como o reator IPEN/MB-01 - $1 < g < 1,235$. Os resultados não se alteram muito com a adição de grupos de energias ao modelo.

A partir das características do reator IPEN/MB-01, foi estimado que $g_{IPEN/MB} \cong 1,0-1,1$ (figura 1 de [42]²⁹). Existe, ainda, uma relação sistemática para o valor de g em núcleos refletidos:

$$g = 1 + 0,235 \frac{V_{nucleo}}{V_{nucleo} + V_{refletor}} \quad (6.77)$$

Esta relação também corrobora com a estimativa anterior de $g_{IPEN/MB}$. Finalmente, no apêndice J.2, utiliza-se o MCNP para uma estimativa do valor de C para a configuração de interesse. O valor obtido concorda com as estimativas anteriores. Desta forma, a correção espacial não altera a ordem de grandezas dos resultados; e dadas as incertezas deste trabalho, não muda as conclusões sobre tendenciosidades dos resultados experimentais.

---

²⁸O valores de g_i 's vão de g_1 até g_5 . Neste trabalho, o valor experimental de Y_∞ não sofre correção, pois toda correção foi centralizada em $C \equiv g_2/g_1^2$. Enfatiza-se que os fatores C e g são próximos da unidades, o mesmo não pode ser dito dos valores de g_i 's.

²⁹A distância do detector dentro do refletor encontra-se a 5-6 comprimentos de difusão. A figura 1 de [42] refere-se a um núcleo esférico, mas os autores entendem que as mesmas tendências são seguidas em outras geometrias.

6.5 Dificuldades intrínsecas ao experimento e suas razões teóricas

A despeito da clara relação teórica entre as estatísticas de altas ordens e os estimadores de subcriticalidade apresentada ao longo das seções anteriores, os capítulos finais deste trabalho apresentarão resultados experimentais não satisfatórios do ponto de vista prático, fruto em parte da indisponibilidade de recursos adequados (detectores mais eficientes) e da falta de tempo de aquisição de dados. Nem todos os problemas encontrados esgotam-se na indisponibilidade de infra-estrutura, alguns são inerentes ao método.

A seguir, estes problemas são discutidos em dois tópicos distintos: (1) aspectos puramente teóricos - seção 6.5.1; e (2) impactos referentes ao tempo morto do sistema de aquisição - seção 6.5.2. Na seção 8.1.4, estas dificuldades são apresentadas na prática por meio de experimentos e simulação de Monte Carlo, confirmando os aspectos gerais apresentados a seguir.

6.5.1 Aspectos teóricos

Como será apresentado nos resultados - capítulo 8, evidências das estatísticas de altas ordens (por exemplo, representadas pelo parâmetro de assimetria, β) não são difíceis de observar, basta reservar um tempo razoável de aquisição de dados³⁰. Por outro lado, apesar da citada relação teórica, assimetrias não-nulas na função distribuição de probabilidade de contagens não são evidências diretas do sucesso da medida da subcriticalidade.

Infelizmente, a incerteza relativa na estimação de β necessária para distinguir este estimador do valor nulo é muito maior que aquela requerida para medir a subcriticalidade de forma a obter resultado prático. Isto é, para medir a subcriticalidade com incerteza tal que esta medida seja útil, o parâmetro de assimetria deverá ser medido com incerteza relativa muito menor que aquela necessária para distinguir seu valor da assimetria nula.

A relativa escassez de correlações verdadeiras entre trios de contagens,

---

³⁰Dependendo do nível de subcriticalidade do arranjo e do canal temporal escolhido entre $\frac{1}{2}$ e 1 hora

quando comparadas as dos dupletos e singletos, não esgota o problema da medida. A dificuldade da medida também encontra explicação teórica na análise de outras peculiaridades teóricas e experimentais do problema proposto.

O primeiro óbice pode ser melhor explicado por meio da aplicação dos métodos teóricos previamente apresentados à um arranjo crítico, $(-\rho) = 0$. Neste cenário, é evidente que:

$$\frac{\langle X_\infty \rangle}{\langle Y_\infty^2 \rangle} = \frac{\frac{\mu_3}{\mu} - 3\frac{\mu_2}{\mu} + 2}{(\frac{\mu_2}{\mu} - 1)^2} = 3 + F\beta_{eff} \cong 3, \text{ pois } \beta_{eff} \ll 1. \quad (6.78)$$

isto é, $\mu_3 \neq 0$ na criticalidade, pois:

$$-3\frac{\mu_2}{\mu} + 2 = (3 + F\beta_{eff})(\frac{\mu_2}{\mu} - 1)^2$$

não tem solução real para μ_2/μ no caso de $\beta_{eff} \ll 1$ ($\beta_{eff} \cong 0,0055—0,0070$).

Assim um valor de m_3 (estimador de μ_3) estatisticamente diferente de zero não é evidência suficiente de subcriticalidade. Este resultado é fisicamente esperado, na medida que um arranjo crítico é também um sistema multiplicativo de nêutrons que introduz fortes correlações no decorrer das longas cadeias de nêutrons destes arranjos.

Levando os exemplos ao extremo, vamos supor que não há material físsil algum no sistema. Existe apenas a fonte (suposta do tipo *Poisson*) e o detector. Certamente não há correlação entre as contagens de nêutrons (desprezando-se o tempo morto). Mesmo neste contexto, os momentos centrais de contagem igualam-se ($\mu_3 = \mu_2 = \mu \neq 0$ e $m_3 \cong m_2 \cong \bar{x} \neq 0$) e as correlações de segunda e terceira ordem anulam-se, tornando β diferente do valor nulo:

$$\beta = \frac{\mu_3}{\frac{\mu_2^2}{\mu}} = \mu^{-1/2} \cong \bar{x}^{-1/2} \quad (\text{f.d.p tipo } Poisson)$$

Neste segundo cenário, quanto maior a taxa de contagem menor o parâmetro de assimetria de um arranjo sem material físsil. A função de distribuição de probabilidade aproxima-se da normal. Por outro lado, na medida em que

mais contagens são adquiridas, a incerteza do estimador do parâmetro de assimetria diminui, $\sigma_\beta = (6/N)^{1/2}$, e média de contagens observada pouco se altera, flutuando em torno de seu valor verdadeiro cada vez menos intensamente. Com o tempo, o número de dados disponíveis aumenta ($N \uparrow$) e num certo momento a incerteza em β , σ_β , torna-se significativamente menor que o valor esperado de β .

Desta forma, nem mesmo um parâmetro de assimetria estatisticamente nulo significa a falta de material físsil. Neste caso, é melhor utilizar o estimador da correlação de segunda ordem para qualquer largura de canal, pois $Y = m_2/\bar{x} - 1 \cong 0$, o que implica na falta total de correlação entre os eventos de detecção e ausência de material físsil. Na medida em que $\sigma_Y \cong 1/\sqrt{N}$, a incerteza irá diminuir com o tempo em torno do valor nulo, conforme a figura 4.1.

Aplicando nas formulações anteriores alguns valores experimentais usuais, torna-se possível estimar o valor de N necessário para que $\sigma_\beta \cong \beta/10$ ($\sigma_\beta = (6/N)^{1/2}$) ³¹:

$$N = \frac{600}{\beta^2}, \text{ na medida que } \beta \cong 0,5 \rightarrow N \cong 2400 \quad (6.79)$$

Supondo um típico experimento no qual cada canal temporal tem em torno de 1s, confirma-se a expectativa temporal anteriormente citada (duração de $\frac{1}{2}$ à 1 hora).

O último óbice é própria estrutura matemática do método. Analisa-se a seguir as características matemáticas do método do terceiro momento que mais influenciam na propagação de incertezas da estimativa de $(-\rho)$, subestimando o valor de σ_ρ em favor da simplicidade da argumentação.

Supondo que a variância do terceiro momento central é muito maior que

---

³¹Conforme os valores a serem apresentados na figura 8.1. A divisão por dez em $\sigma_\beta \cong \beta/10$ é arbitrária e foi feita apenas para deixar σ_β uma ordem de grandeza inferior a β .

as outras variâncias envolvidas³²:

$$\frac{\frac{(m_3 + \epsilon_{m_3})}{\mu} - 3\frac{\mu_2}{\mu} + 2}{(\frac{\mu_2}{\mu} - 1)^2} = 3 + F [(-\hat{\rho}) + \epsilon_\rho + \beta_{eff}]$$

que resulta em:

$$\frac{\epsilon_{m_3}}{\bar{x}Y_\infty^2} \cong F\epsilon_\rho$$

cujas médias quadráticas permitem relacionar as variâncias da seguinte forma:

$$\frac{\sigma_{m_3}^2}{\bar{x}^2 Y_\infty^4} \cong F^2 \sigma_\rho^2$$

Tirando vantagem da sutileza do fenômeno, aproxima-se $m_3 \approx m_2 \approx \bar{x}$. Deste modo é possível mostrar que:

$$N \cong \frac{6\bar{x}}{F^2 \sigma_\rho^2 Y_\infty^4} \quad (6.80)$$

A formulação anterior permite obter uma estimativa modesta de σ_ρ , na medida em que apenas as incertezas em m_3 foram contabilizadas³³.

A princípio, seria de esperar que o valor necessário de N variasse de modo inverso a contagem média, $\bar{x}$, mas a variância de m_3 segue aproximadamente a terceira potência de $\bar{x}$ e inversamente a primeira potência de N .

Este resultado não é contraditório, pois, caso o detector seja substituído por um outro mais eficiente, o valor de $\bar{x}$ aumenta na proporção da eficiência; entretanto, o valor de Y_∞^4 aumentará na proporção da quarta potência desta eficiência. No final, a lógica prevalece; um detector mais eficiente produz um experimento mais rápido.

De modo a dar materialidade ao resultado obtido pela equação 6.80, utilizam-se a seguir valores experimentais usuais. O objetivo é estimar N

³²Foram realizadas as seguintes substituições: $\mu_3 = m_3 + \epsilon_{\mu_3}$ e $(-\rho) = (-\hat{\rho}) + \epsilon_\rho$, sendo $(-\hat{\rho})$ o estimador de $(-\rho)$, $\mu \cong \bar{x}$ e $(\mu_2/\mu - 1) = \langle Y_\infty \rangle \cong Y_\infty$. Por simplicidade, não era feita a distinção entre $(-\rho)$ e $(-\hat{\rho})$. Quando se aplica experimentalmente o método do terceiro momento, o valor obtido de subcriticalidade é o seu estimador $(-\hat{\rho})$. Apenas no presente caso, onde foi necessário separar $(-\hat{\rho})$ de ϵ_ρ , é que esta distinção foi explicitamente utilizada.

³³Explicitamente foram utilizadas as seguintes ponderações: $\sigma_{m_3}^2 \cong \frac{6m_2^3}{N} \cong \frac{6\bar{x}^3}{N}$, e variância de m_2 desprezível frente a de m_3 .

tal que a incerteza do estimador de $(-\rho)$ seja pelo menos da mesma ordem que o próprio $(-\rho)$ (isto é, σ_ρ tal que $\sigma_\rho \cong (-\rho)$); refletindo, entretanto, não a condição desejável, mas as limitações tecnológicas e de infra-estrutura impostas pelas condições experimentais disponíveis. Por exemplo, utilizando os mesmos resultados a serem apresentados na figura 8.14 ($Y_\infty \cong 0,37$, $\dot{x} \cong 2650$ cps, $(-\rho) \approx 0,057$) obtém-se $N \cong 3 \cdot 10^8$. A dificuldade de implementar o experimento é evidente. Um detector com eficiência $10\times$ maior demandaria um experimento em torno de 1 semana.

Este tipo de resultado teórico muitas vezes impõem desconfiança em bons resultados experimentais que aparentemente não satisfazem a equação 6.80. Neste tipo de caso, atribui-se o bom resultado a uma coincidência. Sob esta perspectiva é imperativo o estabelecimento de métodos de otimização dos parâmetros experimentais (conforme seção 8.1.4.2) e a implementação de novos métodos teóricos que envolvem estatísticas de alta ordem. As seções a seguir são algumas contribuições teóricas neste sentido.

Finalmente, no sentido de ilustrar as flutuações do valor de X/Y^2 em torno de 3, a figura 6.14 apresenta o valor experimental de X/Y^2 para uma configuração do reator IPEN/MB-01 de $(-\rho_0) \cong 2100$ pcm, $\alpha \cong 709,5$ s⁻¹. As flutuações do parâmetro experimental procurado são relativamente muito maiores que o objeto de interesse - diferenças da ordem de 0,02 em torno de 3. As variações são tão vigorosas que aparentemente o regime de saturação ($X/Y^2 \cong \text{constante}$) foi atingido, o que não é verdade³⁴.

De forma independente e com abordagem mais rigorosa, o apêndice O apresenta razões teóricas que justificam a aridez e dificuldade do experimento.

---

³⁴Aparentemente há um vazio de dados experimentais em 6.14. Não é o caso. O vazio é explicado pela estimativa de incerteza (que foi resultado de um cálculo e não o fruto da repetição do mesmo experimento). Infelizmente, a incerteza é crescente com o módulo de X/Y^2 . Desta forma, quando o valor experimental de X/Y^2 é próximo a 3 a incerteza é bem pequena, dando a impressão que esta região não tem pontos (na verdade é que nesta região as barras de erros são pequenas). Uma observação atenta da figura mostra que existem pontos espalhados em torno de 3.

Figura 6.14: As flutuações do parâmetro experimental X/Y^2 são relativamente muito maiores que o objeto de interesse - diferenças da ordem de 0,02 em torno de 3. Configuração 26x28 do reator IPEN/MB-01 com os seguintes parâmetros cinéticos: $(-\rho_0) \cong 2100\text{pcm}$, $\alpha \cong 709,5 \text{ s}^{-1}$ e taxa de contagem média de $\cong 200 \text{ cps}$.

6.5.2 Tempo morto do sistema de aquisição de dados

Na análise de ruído de reatores, existe grande vantagem no processamento de sinais no modo pulso, especialmente nos arranjos subcríticos de interesse deste trabalho. Qualitativamente, o modo pulso é superior em termos da razão sinal/ruído e a maioria dos métodos de análise do ruído só podem ser implementados neste modo.

Por outro lado, as contagens de eventos de detecção no modo pulso sofrem das inevitáveis perdas que conseqüentemente distorcem as estatísticas

investigadas. Desta forma, considerações a respeito de correções por tempo morto são imperativas em configurações que se aproximam da criticalidade ou com fontes intensas. Ainda, medidas experimentais de valores absolutos aumentam a demanda por estes métodos.

Esta seção dedica-se a estimar teoricamente as possíveis influências do tempo morto³⁵. Rigorosamente, para o método do terceiro momento, a dependência da medida de interesse com o tempo morto é, à semelhança da equação 6.27, dada por:

$$\frac{\langle c(T)(c(T) - 1)(c(T) - 2) \rangle}{6} = \int_{\tau_d}^T dt_3 \int_{\tau_d}^{t_3} dt_2 \int_{\tau_d}^{t_2} dt_1 p(t_1, t_2, t_3) = \int_{\tau_d}^T dt_1 \int_{t_1+\tau_d}^T dt_2 \int_{t_2+\tau_d}^T dt_3 p(t_1, t_2, t_3) \quad (6.81)$$

tornando o processo analítico de estimativa da influência do tempo morto uma tarefa muito difícil, tendo em vista a complexidade da expressão final de $p(t_1, t_2, t_3)$.

Uma outra abordagem teórica possível é o emprego de cadeias de *Markov* para a resolução do problema de ruído de reatores envolvendo tempo morto [24]. Na literatura, este tipo de problema é resolvido, no modelo pontual, apenas para funções geradoras de probabilidade quadráticas da distribuição de multiplicidade de nêutrons de fissão, sendo insuficiente para o objetivo deste trabalho³⁶.

A referência [10] apresenta um conjunto de equações diferenciais ordinárias dos momentos fatoriais de detecção de utilidade para o método do terceiro momento; entretanto, sem incluir no modelo considerações a respeito do tempo morto.

Dado a falta de modelos teóricos disponíveis na literatura para correção de efeitos de tempo morto para estatísticas de altas ordens, adotou-se algumas simplificações adicionais cujo objetivo é tornar o processo algébrico exeqüível, mas que se mostraram relativamente eficazes frente aos resulta-

---

³⁵ Alterações introduzidas por empilhamento são descartadas, tendo em vista que o espectro de nêutrons pode ser verificado anteriormente ao experimento.

³⁶ Numa função geradora de probabilidade quadrática - $q_{\text{fissão}}(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} p_f(\nu) z^{\nu}$, onde $p_f(\nu > 2) = 0 \rightarrow \langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle = 0$, sendo sem utilidade para este trabalho.

dos de simulações³⁷ e comparações com procedimentos semelhantes para o método *Feynman- α* - seção 8.1.4.3 - ver apêndice P.

Inicialmente, supõem-se que o único papel do tempo morto é subtrair aleatoriamente as contagens não-correlacionadas acumuladas em cada canal temporal e que um tempo arbitrariamente longo de medida encontra-se disponível. Nestas condições, todos os estimadores tendem aos valores verdadeiros, não fosse o tempo morto.

Denominado $\Delta(-\rho_d)$ a alteração introduzida na medida pelo tempo morto, é possível escrever:

$$\frac{\mu_3 + \boxed{\mu^2\tau_d/T} + \cdots}{\mu - \boxed{\mu^2\tau_d/T} + \cdots} - 3 \frac{\mu_2 + \boxed{\mu^2\tau_d/T} + \cdots}{\mu - \boxed{\mu^2\tau_d/T} + \cdots} + 2 = Y_\infty^2(3 + F((-\rho_0) + \beta_{eff} + \Delta(-\rho_d)))$$

onde, $\boxed{}$ aponta os termos adicionais para a correção em tela.

Supondo que a função de distribuição de probabilidade da subtração de contagens produzida pelo tempo morto é do tipo *Poisson*, e que, em primeira aproximação:

1. $\bar{x} \rightarrow \mu$, $m_2 \rightarrow \mu_2$, $m_3 \rightarrow \mu_3$;
2. $\mu e^{-\mu\tau_d/T} \cong \mu(1 - \mu\tau_d/T)$;
3. o valor de saturação da correlação de segunda ordem, Y_∞^2 , permanece aproximadamente constante³⁸; e
4. as únicas contagens subtraídas são as não-correlacionadas³⁹.

e, observando que:

$$\frac{\mu_3}{\mu} - 3 \frac{\mu_2}{\mu} + 2 = Y_\infty^2(3 + F((-\rho_0) + \beta_{eff}))$$

obtém-se:

$$\Delta(-\rho_d) \cong [f(Y_\infty^2)] \tau_d \left(\frac{\mu}{T} \right) \quad (6.82)$$

³⁷A única intenção desta parte do presente trabalho é prover uma base heurística para a implementação do método de correção do tempo morto a ser proposto na seção 8.1.4.3.

³⁸Tais aproximações foram impostas de forma a obter uma reação linear entre a variação da reatividade e a taxa de contagem, conforme as simulações de Monte Carlo realizadas sugerem - seção 8.1.4.3.

³⁹Conforme detalhado no apêndice P.

De forma grosseira, a presença do tempo morto do sistema de aquisição subestima o valor da medida de interesse (quando: $f(Y_\infty^2) < 0$) de forma linear e crescente com a taxa média de contagem, μ/T . A mesma afirmação vale para o tempo morto. Ainda com relação a equação 6.82, a referida correção de tempo morto não depende em primeira ordem da reatividade.

De qualquer forma (subestimando ou não), a relação 6.82 permite estabelecer um método de correção do tempo morto, caso seja possível expor o detector do sistema à diferentes taxas de contagens, sem alterar significativamente o sistema medido (por exemplo, utilizando mais de uma fonte) - seção 8.1.4.3 -, por meio do coeficiente linear resultante do ajuste do estimador de subcriticalidade em função de $\mu\tau_d/T$.

Conforme será apresentado na seção 8.1.4.3, estas correções são significativas⁴⁰ e foram utilizadas para corrigir os resultados obtidos (por meio de simulações⁴¹).

Finalmente, a técnica de correção do tempo morto em tela é detalhada no apêndice P, por meio da aplicação desta metodologia no método Feynman- α (cuja correção é conhecida na literatura [32] - $2T_c\tau_d$). Neste apêndice, a limitação do método é marcante, pois produz o resultado correto; as inúmeras simplificações resultaram pelo menos na forma funcional correta.

6.6 Técnicas de bi-correlações temporais

Qualquer método de análise de componentes estatísticos de alta ordem do ruído microscópico não será eficiente (quanto a extensão temporal do experimento), quando comparado contra aqueles de ordem inferior. Uma forma de aumentar a eficiência deste tipo de metodologia, de forma a torná-la útil do ponto de vista prático, é a utilização de coincidências com a emissão da

---

⁴⁰Aparentemente, tais correções não foram, no mínimo, explicitadas por outros autores.

⁴¹Na medida em que as correções não dependem em primeira ordem da reatividade (desconhecida de antemão), foram utilizados os valores de referência de [17] como primeira aproximação. Esta afirmação, mostrada analiticamente na equação 6.82 será confirmada com as simulações de Monte Carlo.

fonte, como no método da fonte de ^{252}Cf - seção 4.4.

A coincidência com a fonte elimina boa parte do ruído indesejável, aumentando proporcionalmente as correlações verdadeiramente introduzidas pelo processo multiplicativo. Entretanto, este recurso não se encontra disponível.

Outra forma possível de melhorar a eficiência é o emprego de taxas elevadas de detecção. Por outro lado, taxas altas de detecção oferecem outro desafio: incorporar o tempo morto na formulação, ou apresentar uma abordagem teórica que não tenha forte dependência (ou preferencialmente nenhuma) com a taxa de detecção. Idealmente, um método de análise de ruído deve prover meios para tornar o tempo morto da instrumentação “transparente”⁴².

A metodologia apresentada nas seções 6.2 e 6.3, que emprega técnicas de análise temporal do ruído microscópico (os histogramas de contagens e correlações de terceira ordem), possui o óbice de não lidar naturalmente com o tempo morto do sistema de aquisição, τ_d , inerente à realidade experimental, ou não permitir a sua compensação de forma simples. Felizmente, as técnicas de bi-correlações temporais e bi-espectros de densidade de potência são técnicas de alta ordem que permitem contornar o problema do tempo morto, pois:

1. nas bi-correlações temporais, pode-se ignorar correlações em intervalos de tempo menores que o tempo morto (dentro de certos limites, conforme será discutido); e
2. nas análises de bi-espectros de densidade de potência, restringe-se a análise à uma faixa do espectro significativamente menor que $\cong 1/\tau_d$ Hz, onde os efeitos da distorção do espectro de densidade de potência relativos ao tempo morto não são relevantes.

A análise de bi-espectros de densidade de potência não será abordada no presente trabalho. Entretanto, a implementação (teórica e experimental) de bi-correlações temporais de alta ordem na medida de subcriticalidade de arranjos de interesse do reator IPEN/MB-01 é uma tentativa de contribuição

---

⁴²Desconsiderando-se, a princípio, os efeitos de empilhamento.

original deste trabalho que visa minimizar a ineficiência do método empregado seções 6.2 e 6.3, apresentando uma abordagem teórica alternativa cuja implementação experimental permita:

1. a utilização de altas taxas de contagem de forma natural (quando estas estiverem disponíveis); e
2. introduzir um novo método independente da medida da subcriticalidade.

A abordagem teórica apresentada a seguir foi inspirada em Mattingly [5] e adaptada para a presente necessidade/realidade experimental, onde foi utilizado um detector apenas. As idéias, entretanto, são generalizáveis para os casos com dois detectores (bicorrelações cruzadas). Finalmente, é importante enfatizar que a técnica apresentada nesta seção não exclui a anterior (análise temporal do ruído microscópico); entretanto, como será visto no capítulo 8, a implementação simultânea das duas técnicas com o mesmo aparato experimental não é exatamente prática, por razões de capacidade, manuseio e armazenamento da informação, conforme descrito no apêndice I.

6.6.1 Taxas de auto-coincidências

Do ponto de vista prático, uma contagem é realizada pelo tratamento de um pulso elétrico de duração finita (o pulso de detecção), tornando a associação do evento de detecção à um instante de tempo em particular ambígua. Entretanto, assume-se que o evento seja singular e discreto, apesar de ser distribuído no tempo, conforme figura 6.15 (a). Isto é, em oposição ao método anterior, o canal temporal utilizado deve ser tal que permita a discriminação temporal de cada evento singular de detecção⁴³. Para altas taxas de contagens, o canal temporal exigido poderá ser bem reduzido, conforme apêndice I.

---

⁴³Na verdade, o método do terceiro momento pode ser empregado com discriminação singular de cada evento; entretanto, este tipo de expediente não acrescenta nada e só aumenta a quantidade de dados a ser adquirida desnecessariamente. Os eventos singulares deverão ser adicionados até que o canal temporal atinga a saturação dos índices de correlação.

Figura 6.15: Ilustração do conceito de auto-correlação: (a) o canal temporal selecionado deve ser tal que seja desprezível a dupla contagem. (b) exemplo de determinação da taxa de auto-coincidência ($t_2 - t_1 = 3T$, onde T é o canal temporal).

Na presente técnica, a taxa de contagem é uma informação útil e utilizada na prática, mas de importância marginal. Neste trabalho, outros instrumentos matemáticos possuem maior valor e envolvem a comparação de linhas temporais deslocadas temporalmente entre si. A figura 6.15 (b) apresenta a evolução de duas linhas temporais de contagem. Na verdade, trata-se da mesma linha temporal repetida (mas atrasada com relação à original); entretanto, poderiam ser as linhas temporais de dois detectores distintos (e com uma delas deslocada no tempo).

No caso de contagens consistentemente coincidentes, diz-se que as linhas temporais são correlacionadas. Fato é que não existe correlação perfeita,

mas a fração de eventos coincidentes indica o grau de correlação⁴⁴.

Em processos estacionários (escopo deste trabalho), a taxa de correlação não depende de uma origem temporal definida (que define os valores absolutos de t_i), importando apenas o atraso entre as contagens (sejam auto-coincidências ou coincidências cruzadas). Neste caso, a taxa de auto-co incidência é calculada por:

$$R_{xx}(\tau) = \langle x(t_1)x(t_2) \rangle |_{\tau=t_2-t_1} \quad \text{onde, } t_2 > t_1 \quad (6.83)$$

Aqui $x(t_i)$ vale 1 ou 0; isto é, ao longo de um canal temporal, registra-se um evento detecção ou não, respectivamente. Desta forma, $\langle x(t_i)x(t_j) \rangle$ tem a mesma propriedade, sendo que cada coincidência aumenta o valor de R_{xx} de uma unidade. Isto é importante para a elaboração dos algoritmos de cálculo dos estimadores das auto-co incidências, a serem discutidos no capítulo 8.

A taxa de auto-co incidência total traz também informação desnecessária consigo: a taxa de auto-co incidência acidental (inerente a qualquer método que utilize um detector apenas sem correlação com a fonte). A remoção desta da taxa de auto-co incidência total permite determinar a auto-covariância entre as contagens:

$$C_{xx}(\tau) = \langle (x(t_1) - \langle x \rangle)(x(t_2) - \langle x \rangle) \rangle |_{\tau=t_2-t_1} \quad (6.84)$$

ou, simplificadaamente,

$$C_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - \langle x \rangle^2 \quad (6.85)$$

A taxa de auto-co incidência apenas não explora as correlações de alta ordem. Por outro lado, uma contagem pode estar correlacionada a outras duas contagens ou mais (“n-pletos”). Como apontado em seções anteriores,

---

⁴⁴Existe uma exceção relevante para este trabalho no que diz a correlação perfeita: a taxa de auto-co incidência sem a introdução de atrasos de um detector qualquer, x , $R_{xx}(\tau = 0)$:

$$R_{xx}(\tau = 0) = \langle x \rangle$$

Isto é, a auto-correlação de um conjunto de valores numéricos consigo próprio é uma forma trivial de obtenção de correlação perfeita.

esta taxa de auto- coincidência é decrescente com a ordem de correlação. Quando a mesma linha temporal é atrasada por duas vezes, $\tau_1 = t_2 - t_1$ e $\tau_2 = t_3 - t_1$, conta-se a taxa de auto-bicoincidências, $R_{xxx}(\tau_1, \tau_2)$, conforme figura 6.16.

Figura 6.16: Definição da taxa de auto-bicoincidência ($\tau_2 = 3T$ e $\tau_1 = T$, onde T é o canal temporal).

Por analogia, a taxa de auto-bicoincidência é dada por:

$$R_{xxx}(\tau) = \langle x(t_1)x(t_2)x(t_3) \rangle \Big|_{\substack{\tau_1=t_2-t_1 \\ \tau_2=t_3-t_1}} \quad \text{onde, } t_3 > t_2 > t_1 \quad (6.86)$$

Da mesma forma que na taxa de auto- coincidência, a taxa de auto-bicoincidência deve ter suas triplas coincidências por chance descartadas, permitindo estimar a auto-bicorrelação (que contabiliza apenas as correlações verdadeiras). No caso das auto-bicorrelações, a subtração das correlações acidentais é mais complicada. Matematicamente, elimina-se a correlação acidental da seguinte maneira:

$$C_{xxx}(\tau_1, \tau_2) = \langle (x(t_1) - \langle x \rangle)(x(t_2) - \langle x \rangle)(x(t_3) - \langle x \rangle) \rangle \Big|_{\substack{\tau_1=t_2-t_1 \\ \tau_2=t_3-t_1}} \quad (6.87)$$

Na prática, utiliza-se uma expressão mais conveniente:

$$C_{xxx}(\tau_1, \tau_2) = R_{xxx}(\tau_1, \tau_2) - \langle x \rangle (C_{xx}(\tau_2) + C_{xx}(\tau_1) + \dots \\ C_{xx}(\tau_2 - \tau_1)) - \langle x \rangle^3 \quad (6.88)$$

Fisicamente, a interpretação da equação 6.88 remonta às figuras 6.9 e 6.10. Segundo estas figuras, da taxa de auto-bico incidência total deve-se subtrair: a taxa de singletos coincidentes por chance com pares verdadeiramente correlacionados (o termo segundo da equação 6.88) e a taxa de trios de singletos coincidentes por chance, $\langle x \rangle^3$.

Sobram as triplas auto-bicorrelações que, conforme às figuras 6.9 e 6.10, devem possuir duas origens (e dependências com a reatividade) distintas: tripletos originados de fissão comum e tripletos correlacionados por duplas fissões dentro da mesma cadeia⁴⁵. A próxima seção explora este fato para apresentar o índice de auto-bicorrelação, $\Upsilon(\tau_1, \tau_2)$, e sua dependência com a reatividade.

6.6.2 Índice de auto bi-correlação

Esta seção utiliza as principais relações teóricas de Mattingly [5] com o objetivo de apresentar um objeto matemático que, por meio da associação de auto-correlações de contagens de nêutrons de diferentes ordens, explicita a reatividade de um arranjo subcrítico em função dos atrasos associados a estas auto-correlações.

Neste sentido, $C_{xx}(\tau)$ pode ser escrito⁴⁶, à semelhança da equação 6.22 e sob hipóteses idênticas, da seguinte forma⁴⁷:

$$C_{xx}(\tau) = \langle x \rangle \delta(\tau) + \epsilon_x^2 \left(\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{S}{(-\alpha)\Lambda} \right) \frac{e^{\alpha\tau}}{(-2\alpha)\Lambda^2}, \quad \tau > 0 \quad (6.89)$$

⁴⁵Exatamente da mesma forma que no método da correlação de terceira ordem, os tripletos cuja origem é o mesmo decaimento da fonte (fontes de alta multiplicidade) não foram contabilizados.

⁴⁶A principal diferença entre as equações 6.89 e 6.22 é o fato da primeira tratar de probabilidades, uma quantidade adimensional, e a segunda tratar de taxa de um tipo de correlação. Na equação 6.89, a taxa de decaimento espontânea da massa físsil presente foi considerada desprezível comparada ao valor de S . A taxa de decaimento do ^{238}U (maior constituinte do combustível e com maior taxa de fissão espontânea) à fissão espontânea é de 0,0136 n/(g.s) [43]. A massa de ^{238}U em uma configuração típica do reator IPEN/MB-01 é de aproximadamente 230kg, perfazendo uma atividade de 3127Bq ($\cong 8,4 \cdot 10^{-8}\text{Ci}$), muito menor que a atividade de quaisquer uma das fontes de nêutrons disponíveis no reator IPEN/MB-01 (100mCi). Na equação 6.22, $\epsilon = \lambda_d/\lambda_f$ é eficiência de detecção normalizada por fissão, enquanto ϵ_x é a eficiência normalizada pelo número de nêutrons. Entre estes valores vale a relação $\epsilon_x = \epsilon/\langle \nu \rangle$.

⁴⁷De modo a tornar a notação mais compacta, utiliza-se $\Lambda = 1/(\langle \nu \rangle v \Sigma_f)$.

O lado direito da equação 6.89 apresenta dois fatores distintos. O primeiro (que não têm influência no presente trabalho) dá conta do fato de que qualquer seqüência de eventos $\{x_{t_i}\}$ correlaciona-se perfeitamente consigo mesma desde de que não haja atrasos nas coincidências ($\tau = 0$). Nesta mesma expressão fica evidente a importância da eficiência de detecção, ϵ_x , e atividade da fonte, S , pois na medida que $\epsilon_x^2 S \ll 1$ o valor de $C_{xx}(\tau)$ torna-se apenas mais uma medida de $\langle x \rangle$.

De forma semelhante, a auto-bicorrelação apresenta uma formulação parecida⁴⁸:

$$C_{xxx}(\tau_1, \tau_2) = \langle x \rangle \delta(\tau_1) \delta(\tau_2) + \dots$$

$$\epsilon_x^3 \left(\frac{\langle \nu(\nu-1)(\nu-2) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{S}{(-\alpha)\Lambda} \right) \frac{e^{\alpha\tau_1} e^{\alpha\tau_2}}{(-3\alpha)\Lambda^3} + \dots$$

$$\epsilon_x^3 \left(\frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{S}{(-\alpha)\Lambda} \right) \frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{1}{(-\alpha)\Lambda} \frac{e^{\alpha\tau_2}}{(-2\alpha)\Lambda^3}, \quad \tau_2 > \tau_1 > 0 \quad (6.90)$$

Nestas formulações desconsiderou-se o tempo morto; entretanto, este altera de forma muito simples as expressões 6.89 e 6.90. Em um modelo não-paralisável de um detector, por exemplo, quaisquer correlações em tempos inferiores a τ_d são passíveis de distorções significativas, conforme figura 6.17, e devem ser ignoradas pelo presente procedimento experimental.

Uma característica marcante das expressões anteriores é a falta de simetria de troca entre os parâmetros τ_1 e τ_2 . Na verdade, na correlação cruzada entre detectores, τ_1 e τ_2 estão em pé de igualdade⁴⁹ [5]; porém, na auto-correlação τ_1 é sempre o primeiro atraso e τ_2 o último ($\tau_1 < \tau_2$). Neste caso, a assimetria é natural.

---

⁴⁸Os detalhes da dedução, semelhantes aos procedimentos usados na dedução da equação 6.22, encontram-se na referência [5].

⁴⁹Salvo algum sistema de *trigger* entre os detectores que dispara o sistema de aquisição apenas após um evento em um detector em particular.

Figura 6.17: Modelo simples de interação do tempo morto do sistema de detecção com as correlações. Neste modelo, quaisquer correlações temporalmente inferiores a τ_d (no modelo não-paralisável de um detector) são perdidas. Acima: correlações sem considerar o tempo morto (s/τ_d); meio: função degrau que representa o modelo de tempo morto (não-paralisável); e abaixo: correlações considerando o corte (c/τ_d).

As expressões anteriores modificam-se da seguinte forma:

$$C_{xx}(\tau) = \epsilon_x^2 \left(\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{S}{(-\alpha)\Lambda} \right) \frac{e^{\alpha\tau}}{(-2\alpha)\Lambda^2} u(\tau - \tau_d)$$

$$C_{xxx}(\tau_1, \tau_2) =$$

$$\epsilon_x^3 \left(\frac{\langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{S}{(-\alpha)\Lambda} \right) \frac{e^{\alpha\tau_1} e^{\alpha\tau_2}}{(-3\alpha)\Lambda^3} u(\tau_1 - \tau_d) u(\tau_2 - \tau_d) + \dots$$

$$\epsilon_x^3 \left(\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{S}{(-\alpha)\Lambda} \right) \frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{\langle \nu \rangle} \frac{1}{(-\alpha)\Lambda} \frac{e^{\alpha\tau_2}}{(-2\alpha)\Lambda^3} u(\tau_1 - \tau_d) u(\tau_2 - \tau_1 - \tau_d)$$

onde u é a função degrau. Notar que tempos mortos excessivamente altos eliminam as correlações de interesse, na medida em que as correlações dimi-

nuem exponencialmente com os atrasos. Desta forma, considerando que o tempo morto é tal que as correlações são preservadas (quando comparadas ao ruído de fundo) para $\tau_2 > \tau_1 + \tau_d$ e $\tau_1 > \tau_d$ é possível mostrar que:

$$\Upsilon(\tau_1, \tau_2) \equiv \frac{C_{xxx}(\tau_1, \tau_2) \langle x \rangle}{2C_{xx}(\tau_1)C_{xx}(\tau_2)} = \frac{2 \langle \nu(\nu-1)(\nu-2) \rangle \langle \nu \rangle}{3 \langle \nu(\nu-1) \rangle^2} (-\alpha\Lambda) + e^{-\alpha\tau_1} \quad (6.91)$$

onde escolhe-se o modelo de cinética pontual subcrítica conveniente:

$$(-\alpha\Lambda) \rightarrow (-\rho + \beta_{eff}), \text{ ou } (-\alpha l_{eff}) \rightarrow (-\rho_{gen} + \tau\beta_{eff} + \zeta)$$

Dependendo do modelo de física subcrítica, utiliza-se a relação conveniente para $(-\alpha\Lambda)$. Na definição de $\Upsilon(\tau_1, \tau_2)$, a assimetria entre τ_1 e τ_2 torna-se explícita na medida em que $\Upsilon(\tau_1, \tau_2) = \Upsilon(\tau_1)$ (concordando com o modelo teórico adotado). Neste trabalho $-\alpha\tau \ll 1$, de modo que a equação 6.91 resulta em:

$$\Upsilon(\tau_1, \tau_2) \equiv \frac{C_{xxx}(\tau_1, \tau_2) \langle x \rangle}{2C_{xx}(\tau_1)C_{xx}(\tau_2)} = \frac{2 \langle \nu(\nu-1)(\nu-2) \rangle \langle \nu \rangle}{3 \langle \nu(\nu-1) \rangle^2} (-\alpha\Lambda) + 1 \quad (6.92)$$

Conforme discutido anteriormente, o método do ruído provocado por uma fonte de ^{252}Cf (ou qualquer outro método que explore a coincidência entre fonte e detector) possui a vantagem de ser pouco sensível a radiação de fundo, a fontes de nêutrons estranhas ao arranjo experimental ou a quaisquer outras fontes intrínsecas aos materiais físséis (ou fissionáveis). Por outro lado, a taxa de contagens e as auto-correlações, C_{xx} e C_{xxx} , são suscetíveis a quaisquer fontes adicionais de nêutrons presentes.

Por sorte, por exceção do ruído introduzido por uma fissão espontânea (cuja intensidade é desprezível), o ruído produzido pelos nêutrons atrasados tem estatística de emissão idêntica à de uma fonte do tipo *Poisson*; isto é: $p_f(\nu \neq 1) = 0$. De certo modo, os nêutrons atrasados funcionam como uma “fonte tipo *Poisson*” distribuída pelo núcleo e aproximadamente não correlacionados com a fonte real.

6.6.3 Determinação da subcriticalidade por meio do índice de auto bi-correlação

A implementação do método do índice de auto bi-correlação exige que as estimativas de taxas de coincidências sejam feitas mantendo-se contagens singulares em cada canal temporal. Esta exigência demanda canais temporais relativamente curtos - ver apêndice I. Certamente, o aparato experimental deverá garantir a impossibilidade de contagens duplas ou perdas de contagens entre estes curtos canais temporais. Tais canais temporais permitem utilizar a seguinte aproximação:

$$\alpha\tau_{1, \text{ ou } 2} \cong 0 \quad (6.93)$$

uma vez que τ_1 e τ_2 estendem-se por dezenas de canais temporais apenas, antes do esvanecimento das auto-correlações verdadeiras⁵⁰.

Dentro da realidade experimental do presente trabalho, é possível adotar a seguinte formulação simplificada:

$$(-\rho + \beta_{eff}) = \left(\frac{3 \langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{2 \langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle \langle \nu \rangle} \right) (\Upsilon(\tau_1, \tau_2) - 1) \quad (6.94)$$

mantendo-se as restrições usuais entre τ_1 e τ_2 : $\tau_2 > \tau_1 + \tau_d$ e $\tau_1 > \tau_d$. No que diz respeito ao índice de auto bi-correlação, as correções teóricas de efeitos especiais não serão apresentadas neste trabalho.

A partir dos dados experimentais $\{x_{t_i}\}$ é possível montar um exemplo simples do mapa de índices de auto bi-correlação em função de (τ_1, τ_2) , conforme as figuras 6.18 e 6.19. Na figura 6.18 apresenta-se a montagem elementar de um mapa de bi-correlação a partir de um conjunto de dados. Em 6.19, os valores de $\Upsilon(\tau_1, \tau_2)$, ou $(-\rho)$, são apresentados descartando-se as regiões cujas correlações são alteradas pelo tempo morto dos detectores envolvidos.

O ajuste simples dos dados experimentais do mapa de reatividade, ou de $(-\alpha\Lambda)$, em função de (τ_1, τ_2) a uma constante permite estimar a reatividade. Esta metodologia possui a vantagem de que cada um dos pontos

---

⁵⁰Para os arranjos experimentais estudados, os seguintes valores são usuais $\alpha \cong 1000\text{s}^{-1}$ e $\tau \cong 10^{-6}$.

Figura 6.18: Montagem elementar de mapa de bi-correlações a partir de dois conjuntos simples de dados experimentais. Cada coincidência deve registrar uma soma no mapa de bi-coincidências.

do mapa (τ_1, τ_2) é uma medida independente da reatividade, permitindo a avaliação da variância do estimador desejado a partir do próprio resultado experimental.

Figura 6.19: Mapa de bi-correlações. Para auto-correlações, apenas a região delimitada por $\tau_2 > \tau_1 + \tau_d$, $\tau_2 > \tau_d$ e $\tau_1 > \tau_d$ é de interesse. Observar que a região do entorno da diagonal $\tau_1 = \tau_2$ é uma região de atuação do tempo morto do sistema de aquisição. Nesta região, a segunda detecção acontece normalmente (pois não cai no tempo morto da primeira detecção); entretanto, o terceiro elemento do tripeto pode ser ignorado por estar temporalmente muito próximo do antecessor (isto é, $t_3 < t_2 + \tau_d$).

6.7 Aspectos estatísticos II: estimadores das auto-correlações e suas variâncias

Diferentemente do método da correlação de terceira ordem, os dados adquiridos no método da auto bi-correlação são arquivados em N_v arquivos de varredura (as varreduras correm segundo o índice $v \rightarrow \{v = 1, \dots, N_v\}$). Cada um destes arquivos contém N_r registros digitais (nulos ou não) por

varredura ⁵¹ (os registros correm segundo o índice $r \rightarrow \{r = 1, \dots, N_r\}$). Estas varreduras, no total, contabilizam uma seqüência digital de $N_v \cdot N_r$ dados, $\{x(v, r)\} \equiv \{x(t_i)\}$, por toda linha temporal do experimento ⁵².

Uma vez que o índice de auto bi-correlação independe da escala de tempo atribuída às auto correlações, $\Upsilon(\tau_1, \tau_2) \equiv \Upsilon(r_1, r_2)$ ($\tau_i = r_i T$), todos os estimadores envolvidos na determinação deste índice serão adimensionais ⁵³.

6.7.1 Estimadores

O estimador não-tendencioso da média de aquisições de todo o conjunto de varreduras é dado por:

$$\langle x \rangle \rightarrow \bar{x} = \frac{1}{N_r N_v} \sum_{v=1}^{N_v} \sum_{r=1}^{N_r} x(v, r) \quad (6.95)$$

Partindo-se do princípio que os registros de contagens são digitais, a taxa de coincidências é estimada por:

$$R_{xx}(\tau) \rightarrow \bar{R}_{xx}(k) = \frac{1}{N_v(N_r - k)} \sum_{v=1}^{N_v} \sum_{r=1}^{N_r-k} x(v, r)x(v, r+k) \quad \text{onde, } k = \left\{1, \dots, \frac{N_r}{2}\right\} \quad (6.96)$$

onde k representa o atraso entre canais; isto é, $kT = \tau$. A limitação do valor k até $N_r/2$ ⁵⁴ é uma característica inerente das simetrias associadas à R_{xx} , conforme explicado na figura 6.20.

Da figura 6.20 percebe-se que as linhas 1 e 2 estão dispostas simetricamente em torno do canal $N_r/2$ da linha de referência. Na medida em que as três linhas do tempo são idênticas (auto coincidências) e deslocadas

---

⁵¹A manutenção de canais temporais tais que a contagem por canal seja apenas zero ou um exige inúmeras varreduras. Por exemplo, em um MCS de $\cong 10^5$ canais empregando canal temporal de $T \cong 10^{-6}$ s, acontecem 10 varreduras por segundo.

⁵²Em um experimento típico de três horas e um canal temporal de 10^{-6} s, $N_v \cdot N_r \cong 1,8 \cdot 10^9$. Esta ordem de grandeza demanda atenção na abordagem, manuseio e tratamento de dados.

⁵⁴Supondo que N_r é par, uma vez que N_r é uma potência de 2 em função das características do MCS.

simetricamente em relação ao centro da linha de referência, a taxa de coincidência entre a linha temporal 1 e a linha de referência é idêntica a de 2 com a de referência. Nenhuma informação adicional é obtida permitindo a variação de k além de $N_r/2$.

A divisão por $(N_r - k)$ refere-se a perda de graus de liberdade quando do atraso de k canais de uma linha temporal com relação a linha de referência, evitando a introdução de tendenciosidade. Isto é, o deslocamento de uma das linhas com relação à linha de referência não permite a comparação de coincidências em todos os N_r canais. Ainda, na medida em que aumenta-se o atraso a conseqüente diminuição dos graus de liberdade aumenta a flutuação estatística, exatamente na região onde os valores de correlação são menores.

Figura 6.20: Três linhas temporais idênticas: 1, referência e 2. As linhas 1 e 2 estão dispostas simetricamente em torno do canal $N_r/2$ da linha de referência (de m canais) e possuem valores de k diferentes com relação a linha de referência. Logo, as coincidências entre a linha 1 e a linha de referência são as mesmas que 2 com a referência, pois em ambos os casos trata-se da mesma disposição entre as linhas.

O estimador de auto correlação é automaticamente calculado por uma expressão análoga a fórmula de auto correlação.

$$C_{xx}(\tau) \rightarrow \bar{C}_{xx}(k) = \bar{R}_{xx}(k) - \bar{x}^2 \quad (6.97)$$

De forma semelhante a $\bar{R}_{xx}$, $\bar{R}_{xxx}$ é estimado por:

$$\begin{aligned} R_{xxx}(\tau_1, \tau_2) \rightarrow \bar{R}_{xxx}(k_1, k_2) = \dots \\ \frac{1}{N_v(N_r - k_2)} \sum_{v=1}^{N_v} \sum_{r=1}^{N_r - k_2} x(v, r)x(v, r + k_1)x(v, r + k_2) \\ \text{onde, } k_1, \text{ ou } 2 = \left\{ 1, \dots, \frac{N_r}{2} \right\} \end{aligned} \quad (6.98)$$

analogamente,

$$\begin{aligned} C_{xxx}(\tau) \rightarrow \bar{C}_{xxx} = \dots \\ \bar{R}_{xxx}(k_1, k_2) - \bar{x}(\bar{C}_{xx}(k_2) + \bar{C}_{xx}(k_1) + \bar{C}_{xx}(k_2 - k_1)) - \bar{x}^3 \end{aligned} \quad (6.99)$$

Uma vez determinado o estimador $\bar{C}_{xxx}$, o valor de $\tilde{\Upsilon}$ segue a formulação apresentada. As expressões anteriores são a base teórica para implementação da metodologia de cálculo dos estimadores das correlações de interesse a partir do conjunto de dados experimentais.

6.7.2 Estimador de Υ e sua variância

O cálculo das variâncias dos estimadores apresentados anteriormente é simplificado por meio de três hipóteses, já utilizadas anteriormente de outras formas:

1. as taxas de bi-coincidências são distribuídas aproximadamente como funções de distribuição de probabilidades do tipo *Poisson*;
2. variâncias de terceira e segunda ordem são consideradas muito maiores que as de segunda e primeira, respectivamente; e
3. variâncias de ordens diferentes são consideradas não-correlacionadas⁵⁵.

---

⁵⁵No método das auto bi-correlações, a hipótese 3 ganha mais força na medida em que as correlações são comparadas entre atrasos independentes.

Figura 6.21: Bi-coincidências da configuração 15 de [17] - segunda e terceiras colunas - $T_c = 1750$ cps. A coluna $K_2 = 2 - 3, 6 < T < 5, 4\mu s$ - mostra o efeito do tempo morto. Ambas as colunas apresentam claro decaimento de contagens ao longo do mapa.

Na validade destas hipóteses, o estimador de $\Upsilon(\tau_1, \tau_2)$, $\tilde{\Upsilon}(\tau_1, \tau_2)$, e a sua variância, $\sigma_{\tilde{\Upsilon}}^2(k_1, k_2)$, poderiam ser estimados grosseiramente por:

$$\begin{aligned} \tilde{\Upsilon}(\tau_1, \tau_2) &= \frac{\bar{C}_{xxx}(\tau_1, \tau_2)\hat{x}}{2\hat{C}_{xx}(\tau_1)\hat{C}_{xx}(\tau_2)} \\ \sigma_{\tilde{\Upsilon}}^2(k_1, k_2) &= \sigma_{\bar{R}_{xxx}}^2 \left(\frac{\hat{x}}{2\hat{C}_{xx}(k_1)\hat{C}_{xx}(k_2)} \right)^2 = \dots \\ &\quad \bar{R}_{xxx}(k_1, k_2) \left(\frac{\hat{x}}{2\hat{C}_{xx}(k_1)\hat{C}_{xx}(k_2)} \right)^2 \end{aligned} \quad (6.100)$$

onde, na relação anterior, $\hat{\square}$ é o valor ajustado da variável $\square$ ⁵⁶.

O valor final de $\tilde{\Upsilon}$ seria então a ponderação de todos os valores de $\tilde{\Upsilon}(k_1, k_2)$ do mapa.

Há, entretanto, uma aparente dificuldade com a expressão anterior da variância. Os valores de $\bar{R}_{xxx}(k_1, k_2)$ podem não são elevados ou as contagens ao longo do mapa podem mudar significativamente - figura 6.21. Pelas razões expostas em outras seções, as bi-coincidências são eventos relativamente raros. A utilização direta da equação 6.100 dá peso aparentemente desproporcional a certos canais de baixa contagens de auto bi-coincidências.

Desta forma, procura-se o estimador de máxima verossimilhança para o conjunto de valores da variável aleatória $\tilde{\Upsilon}(k_1, k_2)$ para todo o mapa, $\hat{\Upsilon}$ (supondo $(-\alpha T) \rightarrow 0$). Ao conjunto de canais do mapa de bi-coincidências $\{(k_1 = i, k_2 = j)\}$, associa-se o valor verdadeiro Υ_0 - único e desconhecido de antemão⁵⁷.

De forma a simplificar as expressões e as análises a seguir, considera-se:

$$\gamma_{i,j} \equiv \frac{\hat{x}}{2\hat{C}_{xx}(i)\hat{C}_{xx}(j)}$$

Nestes termos, a função de máxima verossimilhança procurada⁵⁸:

$$L\left(\left\{\frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}\right\} \mid \Upsilon\right)$$

deve ser tal que o estimador de máxima verossimilhança, $\hat{\Upsilon}$, maximize este operador. Assim,

$$\begin{aligned} L\left(\left\{\frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}\right\} \mid \Upsilon\right) &= \prod_{i=1}^{N_r} \prod_{j=1}^{N_r} f\left(\left\{\frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}\right\} \mid \Upsilon\right) \\ L\left(\left\{\frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}\right\} \mid \Upsilon\right) &= \prod_{i=1}^{N_r} \prod_{j=1}^{N_r} \frac{e^{-\frac{\Upsilon}{\gamma_{i,j}}} \left[\frac{\Upsilon}{\gamma_{i,j}}\right]^{\frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}}}{(\frac{\Upsilon}{\gamma_{i,j}})!} \end{aligned} \quad (6.101)$$

⁵⁶Dependendo do caso, poderá ser o estimador de máxima verossimilhança. No caso em questão: $\bar{x} \equiv \hat{x}$; $\hat{C}_{xx}$, ajuste dos dados à equação 6.89.

⁵⁷Atenção: $\bar{R}_{xxx}(i, j) \equiv \Upsilon(i, j)/\gamma_{i,j}$ não é inteiro, mas $\bar{R}_{xxx}(i, j) \cdot [N_v(N_r - j)]$ é inteiro. Assim, por motivo de clareza, subte-se o valor anterior para a determinação do estimador de máxima verossimilhança.

⁵⁸A função de máxima verossimilhança é tal que $L\left(\left\{\frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}\right\} \mid \hat{\Upsilon}\right) \geq L\left(\left\{\frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}\right\} \mid \Upsilon\right)$, $\forall \Upsilon$ [36].

na condição de máxima verossimilhança da estimativa:

$$\left. \frac{\partial \ln \left[\mathbb{L} \left(\left\{ \frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}} \right\} \mid \Upsilon \right) \right]}{\partial \Upsilon} \right|_{\hat{\Upsilon}} = 0 \quad (6.102)$$

permite escrever:

$$\hat{\Upsilon} = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} \frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} \frac{1}{\gamma_{i,j}}} \quad (6.103)$$

diferentemente da expressão apresentada preliminarmente - equação 6.100.

Na medida em que os parâmetros $\gamma_{i,j}$ permanecem aproximadamente constantes ao longo do mapa⁵⁹, é possível obter a seguinte aproximação:

$$\hat{\Upsilon} \cong \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} \tilde{\Upsilon}_{i,j}}{N_r^2} \quad (6.104)$$

Nestas condições, o estimador de interesse é a mera média dos índices de auto bi-correlação. Do mesmo modo, a variância do estimador de máxima verossimilhança é dada por:

$$var(\Upsilon) \equiv \sigma_{\hat{\Upsilon}}^2 \cong \left\{ \frac{\partial^2 \ln \left[\mathbb{L} \left(\left\{ \frac{\tilde{\Upsilon}_{i,j}}{\gamma_{i,j}} \right\} \mid \Upsilon \right) \right]}{\partial \Upsilon^2} \right\}^{-1} \Big|_{\hat{\Upsilon}} = \frac{\hat{\Upsilon}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} \frac{1}{\gamma_{i,j}}} \quad (6.105)$$

De certo modo, a variável aleatória Υ comporta-se aproximadamente como uma variável do tipo *Poisson*, mantidas as simplificações apresentadas. Salvo melhor juízo, a experiência no manuseio dos dados experimentais não mostrou evidências do contrário.

6.8 Biespectros

No sentido de contribuir com futuras investigações experimentais subseqüentes a este trabalho e procedendo de forma semelhante a seção 6.6, apresenta-

⁵⁹Dentro da região do mapa $\Delta T \cong 100 \times$ largura do canal (10^{-4} s), a função de auto correlação, C_{xx} , varia pouco - $e^{(-1000 \cdot 10^{-4})} \cong 0,9$.

se de forma preliminar uma sugestão de relação entre a reatividade de um arranjo fissil e uma determinada combinação de assinaturas espectrais dos ruídos neutrônicos estudados nas seções anteriores.

Primeiramente, são definidas diferentes assinaturas espectrais. Estas assinaturas são simplesmente a contrapartida no domínio de *Laplace* de cada uma das convoluções temporais apresentadas anteriormente.

Por exemplo, o auto-espectro de um determinado detector x , S_{xx} , é dado por⁶⁰ (conforme equação 4.4):

$$\Phi_{xx}(w) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\int_0^M d\tau e^{-w\tau} C_{xx}(\tau) \right]$$

Conforme calculado por Mattingly [5], $\Phi_{xx}(w)$ vale (na aproximação de cinética pontual e desconsiderando efeitos espaciais):

$$\Phi_{xx}(w) = \epsilon_x^2 \left(\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle}{\langle \nu \rangle (-\alpha) \Lambda} \right) \left(\frac{S}{\Lambda^2((- \alpha) - w)((- \alpha) + w)} \right)$$

De forma semelhante, defini-se, para as auto bi-correlações, o biespectro, $\Phi_{xxx}(w_1, w_2)$:

$$\Phi_{xxx}(w_1, w_2) = \lim_{M_1 \rightarrow \infty, M_2 \rightarrow \infty} \left[\int_0^{M_1} d\tau e^{-w_1 \tau_1} \int_0^{M_2} d\tau e^{-w_2 \tau_2} C_{xxx}(\tau_1, \tau_2) \right]$$

Resultando em [5]:

$$\begin{aligned} \Phi_{xxx}(w_1, w_2) = & \epsilon_x^3 \left(\frac{\langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle}{\langle \nu \rangle (-\alpha) \Lambda} \right) \dots \\ & \cdot \left(\frac{S}{\Lambda^3((- \alpha) - w_1 - w_2)((- \alpha) + w_1)((- \alpha) + w_2)} \right) \dots \\ + \epsilon_x^3 & \left(\frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{\langle \nu \rangle^2 (-\alpha) \Lambda} \right) \left(\frac{S}{\Lambda^3((- \alpha) - w_1 - w_2)((- \alpha) + w_1)((- \alpha) + w_2)} \right) \dots \\ & \cdot \left(\frac{1}{\Lambda((- \alpha) + w_1 + w_2)} + \frac{1}{\Lambda((- \alpha) - w_1)} + \frac{1}{\Lambda((- \alpha) - w_2)} \right) \end{aligned} \quad (6.106)$$

---

⁶⁰Resultados semelhantes e de caráter mais rigoroso, mas de difícil implementação, são dados por [44]. No contexto desta seção vale a seguinte simplificação: $w = 2\pi fi$. Devido as simetrias de auto correlação, $C_{xx}(\tau)$, os valores de $\tau < 0$ são desconsiderados.

A relação com a reatividade é obtida diretamente da seguinte combinação de assinaturas espectrais:

$$\Xi_x(w_1, w_2) = \frac{\Phi_{xxx}(w_1, w_2) \langle x \rangle}{\Phi_{xx}(w_1) \Phi_{xx}(w_2)} \quad (6.107)$$

sendo, por meio de $\Xi(w_1, w_2)$, possível demonstrar que:

$$(-\rho) = \frac{\langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{\langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle} \left(\lim_{|w_1|, |w_2| \rightarrow 0} \Xi_x(w_1, w_2) - 3 \right) \quad (6.108)$$

É do entendimento deste autor que o método acima apresentado não traz informação estatística adicional relevante ao presente trabalho, na medida em que esta informação é essencialmente a mesma, sendo apenas representada no espaço de frequências. Desta forma, este procedimento não será implementado experimentalmente neste trabalho, sendo, entretanto, assunto a ser potencialmente explorado com detalhe (efeitos secundários, dependência espacial, definição dos estimadores apropriados, aplicação da transformada rápida de *Fourier* na região do tempo morto, ...) em oportunidade futura.

Na opinião deste autor, a grande vantagem deste método está no fato que o tempo morto limita a frequência de amostragem prática em $w_{\text{máx}} \cong 1/(2 - 5)\tau_d \approx 10^5 \gg (-\alpha)$ (a despeito da amostragem eletrônica); entretanto, o método sugerido explora a região onde $|w_1|, |w_2| \rightarrow 0 \ll (-\alpha)$, suficientemente afastada dos efeitos de tempo morto e provê ferramenta experimental para a implementação de medidas de reatividade de altas ordens envolvendo altas taxas de contagem.

Por outro lado, na medida em que o estimador de interesse está em torno de $|w_1|, |w_2| \rightarrow 0 \ll (-\alpha)$, torna-se necessário uma amostragem muito longa de modo a garantir que a resolução em frequência seja próxima o suficiente de $|w_1|, |w_2| \rightarrow 0$ (sem contar com as incertezas), tornando a introdução de tendenciosidades a menor possível (pois a medida é uma extrapolação dos dados experimentais para a região de frequência nula).

Entre as potenciais desvantagens a serem superadas:

1. limitação dos mapas de FFT em $64 \times 64, 128 \times 128, \dots, 2^n \times 2^n$;
2. “leakage”;

3. a avaliação dos efeitos da influência da “diagonal” de tempo morto do mapa (k_1, k_2) durante a transformação de *Fourier* deste mapa;
4. tempo de computação; e
5. janelas de correção.

A implementação com sucesso dos métodos de altas ordens é desafiadora. Mattingly [5] explorou todos estes temas de maneira sistemática. Segundo este autor:

... Of course many of the preceding observations are qualitative in nature. This measurements (bi-espectros, bi-correlações, ...) is not intended to fully demonstrate the sensitivity of high order signatures as were the calculations presented in the previous chapter. However, the measurement go a long way toward demonstrating the practicality and utility of measuring high order signatures. Furthermore, this measurement, like any good experiment, ask at least as many questions as it answers. Hopefully this will serve to encourage further experimentation with this techniques.

Arranjo experimental

Este capítulo visa apresentar os principais conceitos e informações associados às medidas propostas neste trabalho, dando ênfase na caracterização de componentes e no sistema de aquisição e as suas respectivas influências na medida de interesse.

O arranjo experimental utilizado é o mesmo, não importando o método de estimativa de subcriticalidade. Do ponto de vista de implementação de ferramentas experimentais de detecção de nêutrons ou do cálculo de suas respectivas estatísticas, este trabalho não traz nenhuma contribuição.

7.1 Generalidades

Em um arranjo experimental perfeito, as idéias expostas na seção 3.2 e no capítulo anterior, valem aparentemente sem restrições. Isto é, a investigação de estatísticas de ordem superior da contagem de nêutrons leva necessariamente a estimadores sucessivamente mais sensíveis à mudança de reatividade, restando como principal obstáculo experimental o fato de que estatísticas de ordem superior requerem intervalos de tempos de contagem sucessivamente maiores em função do natural aumento das variâncias destes estimadores.

Entretanto, o fenômeno da medida envolve outros detalhes: seleção e posicionamento do tipo de detector e fonte, avaliação da necessidade de calibração de detectores, tempo morto, presença ou não de empilhamento, tensão de operação dos detectores, determinação dos limites dos discriminadores, rejeição da contagem induzida pela radiação γ gerada no núcleo,

sistema de aquisição de dados, além de outros detalhes inerentes ao presente trabalho.

7.2 Configurações do reator IPEN/MB-01

7.2.1 Dados Gerais

O reator IPEN/MB-01 é uma unidade térmica de baixa potência (potência máxima de 100 W) desenvolvida e instrumentada para permitir flexibilidade de arranjo e grande capacidade de medidas na área de física de reatores. A figura 7.1 apresenta uma ilustração dos componentes principais do reator IPEN/MB-01. A referência [45] apresenta uma descrição detalhada das principais características do reator IPEN/MB-01 e configurações de interesse.

Neste trabalho, utilizou-se apenas configurações tipo $28 \times 26 = 728^1$, sendo obtidos diferentes níveis de reatividade negativa pela inserção de barras de controle. Dada a flexibilidade de configurações do núcleo do reator é possível construir inúmeros outros arranjos/possibilidades. A figura 7.2 apresenta uma foto do reator IPEN/MB-01 carregado em uma configuração de interesse.

Fundamental em experimentos com arranjos subcríticos, a fonte encontra-se posicionada conforme a figura 7.2, próxima a placa inferior e suporte. A fonte utilizada é uma fonte de Am-Be de 1 Ci de atividade.

7.2.2 Configurações de interesse

Neste trabalho foram adotadas as mesmas configurações da referência [17]. Destas configurações foram adotadas aquelas com os maiores intervalos de aquisição de dados. Em todas as configurações de interesse adotou-se 08 varetas de veneno queimável de modo a minimizar a introdução de barra de

---

¹Na matriz de 28×26 existem 680 varetas combustíveis (ou de veneno queimável) em diferentes situações. As outras posições são destinadas aos tubos guias das barras de controle/segurança.

Figura 7.1: Esquema simplificado do reator IPEN/MB-01 que ilustra: tanque, placas e suporte, núcleo e varetas (com o seu comprimento ativo e 546,0mm).

controle² - conforme a figura 2.5. Na face oeste do núcleo foram posicionados os detectores de BF_3 e ^3He - figura 7.10³.

²Com esta disposição de varetas de veneno queimável e sem a introdução de barras de controle, o reator IPEN/MB-01 apresenta 6,5pcm de excesso de reatividade.

³Maiores detalhes podem ser obtidos na referência [17].

Figura 7.2: Foto do reator IPEN/MB-01 carregado na configuração de 28x26. Na parte inferior, o canal de aquisição onde o detector de $\text{BF}_3/^3\text{He}$ é inserido.

Figura 7.3: Desenho de conjunto da parte inferior do reator IPEN/MB-01 mostrando o posicionamento da fonte de Am-Be.

7.3 Principais considerações experimentais

Experimentos que visam explorar as propriedades multiplicativas de um arranjo fissil dependem significativamente das características físicas dos detectores de nêutrons utilizados.

Alguns outros tipos de detectores podem detectar nêutrons apenas pelo processo de espalhamento, ou até mesmo introduzir mais nêutrons, como no caso de detectores revestidos de material fissil. Tais tipos de detectores não podem preferencialmente ser utilizados neste trabalho, uma vez que as suas características multiplicativas deveriam ser introduzidas no modelo teórico⁴, complicando desnecessariamente a descrição teórica da medida desejada (que trata apenas da interação núcleo/fonte).

Neste trabalho, assume-se que o processo de detecção de nêutrons envolve obrigatoriamente a remoção de nêutrons do sistema fissil, pois os modelos teóricos disponíveis desconsideram quaisquer processos multiplicativos intrínsecos aos detectores, conforme descrito detalhadamente no capítulo 6.

A detecção de radiação em experimentos reais envolve diferentes aspectos, sendo motivação de vários cuidados que são tomados na montagem de um arranjo experimental, na análise dos dados, e até mesmo nas possíveis correções dos resultados obtidos. A detecção de nêutrons processa-se por meio de vários processos físicos, sendo o assunto extenso e complicado demais para até mesmo um breve resumo. A referência [46] apresenta uma descrição completa dos detectores de nêutrons normalmente utilizados em física de reatores.

Esta seção descreve sucintamente apenas: os aspectos relevantes para a seleção do detector, 7.3.1, as propriedades relevantes do detector proporcional a gás de BF_3 , 7.3.2 (pois este foi o tipo de detector utilizado no presente trabalho), e as principais considerações a respeito do posicionamento de detectores e fontes, 7.3.3.

---

⁴Utilizando detectores baseados em material fissionável/fissil, um experimento de ruído microscópico acabará se reduzindo a análise deste ruído - capacidade multiplicativa do material do revestimento/núcleo - introduzido pelo próprio detector.

7.3.1 Seleção do tipo de detector

O tipo de detector indicado para este trabalho deve preencher os requisitos descritos na tabela 7.1. Sob a luz dos requisitos apresentados nesta tabela, os detectores de nêutrons a gás sobressaem-se; apesar de não preencherem todos os requisitos. Entre as suas principais vantagens destacam-se [46]: (1) a capacidade intrínseca de discriminação, pois os valores Q de reação (p.ex. $^{10}\text{B}(n,\alpha) \rightarrow 2,3-2,7 \text{ MeV}$) são significativamente maiores que a energia média da radiação γ presente em um reator nuclear térmico típico; (2) estabilidade; e (3) relativa resistência aos danos por radiação, pois o componente ativo é um gás.

Em contraste com os detectores à gás, cintiladores (sólidos ou líquidos) pecam pela sensibilidade à radiação γ , além da possibilidade de introdução de contagens induzidas por ruído nos tubos foto-multiplicadores. Ainda, cintiladores utilizados na detecção de nêutrons produzem pulsos “prontos” e atrasados (p.ex. radiação γ resultante do decaimento produzido pela ativação de materiais do detector e do cintilador), o que também alteraria o objeto de medida. Entre as principais vantagens dos cintiladores, resposta temporal e boa resolução em energia, sendo a primeira insuficiente para compensar as desvantagens e a segunda não é importante para o presente arranjo experimental. Detectores semicondutores são sensíveis aos danos por radiação, sendo a sua principal vantagem a resolução em energia.

Câmaras de ionização possuem características semelhantes aos detectores proporcionais à gás⁵. A principal diferença no que diz respeito a este trabalho é o tempo morto. Câmaras de ionização operando em modo normal possuem tempo morto típico em torno de milissegundos (coleção de cargas + *pulse shaping*). Câmaras de ionização que operam no modo *electron sensitive*⁶ podem possuir tempo morto significativamente reduzido; porém,

---

⁵Apesar de não ser mais usual, câmaras de ionização a gás podem ser operadas no modo pulso.

⁶Câmaras de ionização que operam no modo *electron sensitive* (geralmente as que operam no modo pulso) utilizam apenas a coleção de cargas proveniente da coleção de elétrons, evitando a lenta coleção de cargas iônicas provenientes do transporte de íons (entretanto, a coleção de carga torna-se incompleta). Neste modo de operação, a constante de tempo de integração de cargas é ajustada entre as constantes de tempo

Tabela 7.1: Critérios de seleção do tipo de detector mais indicado para o arranjo experimental do presente trabalho.

Critério	Justificativa
Disponibilizar a possibilidade de operação no modo pulso.	Permitir o cálculo da estatística de interesse.
Realizar a detecção por meio de uma reação nuclear diferente da fissão ou espalhamento, elástico ou não.	Não interferir no processo multiplicativo.
Possuir alta seção de choque no espectro térmico.	Reduzir as incertezas (para o caso do reator IPEN/MB-01 ou de qualquer reator térmico).
Possuir baixa seção de choque à radiação γ .	Mesmo em detectores com alto poder discriminatório, existe a possibilidade de <i>pileup</i> entre eventos provocados por nêutrons e o fluxo de radiação γ (o que não interfere no experimento) e entre γ s (que interfere).
Possuir tempo morto reduzido.	Evitar a distorção da estatística de contagem.
Permitir a discriminação da radiação γ .	Somente a estatística de detecção de nêutrons é de interesse.
Possuir eficiência estável ao longo do tempo.	Evitar a distorção da estatística ao longo do tempo (o modelo teórico não prevê uma evolução temporal da eficiência do detector ou da intensidade da fonte).
Resistência aos danos induzidos por irradiação.	Manutenção da eficiência de detecção ao longo do experimento, e da capacidade discriminatória.
Possuir baixo tempo morto.	Minimização da distorção da estatística de contagem.

a amplitude do pulso depende significativamente da posição de interação,

---

associadas ao acúmulo de elétrons e íons. A grande perda neste modo de operação é a não contabilidade de toda a carga e sua dependência com a posição de interação da radiação no detector.

dificultando a discriminação, requisito essencial para este trabalho [46].

Deste modo, contadores de nêutrons proporcionais a gás são uma seleção (por exceção das câmaras de fissão) adequada, desde que operados em modo pulso e com taxas de contagens da ordem de 10^1 - 10^3 s⁻¹ (tempo morto e *pileup* de γ s). Esta limitação na contagem não apresenta problemas em experimentos significativamente subcríticos no reator IPEN/MB-01 com a instrumentação disponível posicionada no refletor e fontes de nêutrons da ordem de $\cong 1$ Ci.

Apesar das câmaras de ionização serem mais robustas, o baixo nível de danos por radiação ionizante produzido em um detector posicionado no refletor de um reator de baixa potência, em estado subcrítico, justifica o uso de detectores proporcionais.

Finalmente, a preferência pelo detector à gás proporcional BF₃ em detrimento ao ³He (supondo-se eficiências semelhantes) deu-se pelo formato do *plateau* mais contundente do primeiro com relação ao último, conforme figura 7.4, permitindo maior capacidade de discriminação.

Outra escolha interessante a primeira vista são os detectores tipo *boron lined*⁷. Estes detectores unem as características do boro-10 no revestimento, permitindo a seleção de um gás mais apropriado e menores tempos mortos [46]. Entretanto, tais detectores possuem uma discriminação inferior e a falta do *plateau* de estabilidade de contagens - conforme figura 7.5.

7.3.2 Detectores proporcionais de nêutrons: BF₃

Nos contadores proporcionais a gás de nêutrons térmicos de BF₃, o ¹⁰B é utilizado como núcleo alvo destes nêutrons, cujas respectivas reações nucleares (¹⁰B(n, α)⁷Li ou ¹⁰B(n, α)⁷Li*) produzem partículas secundárias carregadas que ionizam o detector. Neste tipo de detector, o gás de BF₃ é concomitantemente utilizado como gás proporcional.

O detector proporcional à gás de BF₃ exemplifica um tipo de detector cujo espectro é função de sua geometria e do valor Q da reação entre a partícula incidente e o gás, e que por este motivo não diz nada a respeito da

---

⁷Não disponíveis nas instalações do reator IPEN/MB-01.

Figura 7.4: Características relevantes do espectro de um detector de ^3He submetido a uma fonte de nêutrons. Destaca-se a forma do “plateau” que não privilegia a discriminação da radiação gama (quando comparado com o detector de BF_3), em função do baixo valor Q da reação nuclear do gás proporcional com nêutrons térmicos (756 keV) comparado com o mesmo valor do gás BF_3 (2310—2790 keV).

energia da partícula incidente. Tal característica deste tipo de detector não traz nenhum óbice à presente metodologia, tendo em vista a independência a quaisquer grupos de energia. A figura 7.6 apresenta as características principais deste tipo de detector.

Por exceção da verificação inicial do funcionamento apropriado do detector, de sua eletrônica associada, da verificação do limite do discriminador inferior e sua respectiva eficácia na manutenção do nível médio de contagens, o espectro de energia não foi utilizado diretamente neste trabalho. A figura 7.7 apresenta um espectro típico do detector utilizado (*Reuter Stokes RS-P1-0820-201* com 40cm de Hg de pressão).

Figura 7.5: Comparações entre os espectros dos detectores de boro: $BF_3 \times boron \ lined$. Os detectores *boron lined* possuem baixa capacidade de discriminação; em contrapartida, são dotados de baixos tempos mortos.

Figura 7.6: Características relevantes do espectro de um detector de BF_3 submetido a uma fonte de nêutrons. Destaca-se a contundência do *plateau*, que empresta a este tipo de detector capacidade superior de discriminação de gamas frente aos detectores de ^3He .

De fato, o espectro do detector é utilizado para subsidiar a verificação da estabilidade da contagem; isto é, procura-se condições operacionais cujas variações minimizem, ou anulem, possíveis variações da eficiência do detec-

Figura 7.7: Procedimento de definição do limite inferior do discriminador. Neste trabalho, o espectro de energia foi levantado para a verificação inicial do funcionamento apropriado do detector, de sua eletrônica associada, e da definição do limite do discriminador inferior. Não há evidências de empilhamento.

tor. Neste trabalho, o conhecimento da valor da eficiência do detector não é necessária; entretanto, é importante garantir a manutenção e estabilidade do seu valor.

Neste sentido, busca-se ajustar a tensão de alimentação do detector de BF_3 dentro do seu *plateau* de contagem. A partir de valores apropriados do discriminador inferior e da alta tensão de alimentação no pré-amplificador, pequenas flutuações de tensão (com as conseqüentes variações no ganho multiplicativo interno do detector) manterão o limite do discriminador inferior dentro da parte aproximadamente nula do espectro, contando os eventos

de interesse e descartando os eventos de baixa amplitude. Não é necessária a verificação do *plateau* de contagem, basta apenas o posicionamento do discriminador inferior no *plateau* do espectro de nêutrons.

Eventos de baixa amplitude estão associados à não-captura de nêutrons (preferencialmente térmicos) pelo ^{10}B . De fato, independentemente da posição de captura, os produtos da reação nuclear $^{10}\text{B}(\text{n},\alpha)^7\text{Li}$ depositarão teoricamente, no mínimo, 840 keV em um detector de dimensões usuais. Outros fenômenos, espalhamento de nêutrons, radiações γ ou β depositam quantidades de energia significativamente menores que o valor mínimo correspondente a reação com o ^{10}B , pois as radiações γ ou β : (1) possuem em média energias menores; e (2) depositam, em média, apenas uma fração de sua energia no detector. Os núcleos de ^{10}B ou F espalhados pelos nêutrons rápidos presentes no refletor, onde está posicionado o detector, possuem energia cinética máxima, $E_{\text{esp.,max}}$, de⁸:

$$E_{\text{esp.,max}} = (1 - \alpha) E_n \cong 650 \text{ keV}$$

sendo este valor máximo de energia, fruto do espalhamento de nêutrons rápidos, menor que o valor mínimo de deposição de energia dos produtos da reação $^{10}\text{B}(\text{n},\alpha)^7\text{Li}$.

Os eventos não desejados de baixa amplitude poderão influenciar no resultado do experimento, na medida em que a contagem no detector torna-se elevada. Apesar de contagens elevadas serem importantes para a melhor estimativa do parâmetro a ser medido, altas taxas de contagem devem preferencialmente ser obtidas pelo aumento da eficiência de detecção de nêutrons. O aumento do fluxo de nêutrons, por outro lado, traz o óbice do aumento do fluxo de gamas e do aumento da probabilidade de *pile up* entre eventos de baixa e alta amplitude de pulso⁹, prejudicando a capacidade de

---

⁸Supondo espalhamento elástico completamente frontal com um núcleo de ^{10}B de um nêutron de 2 MeV, um evento de baixíssima probabilidade. Ainda, o evento de deposição de energia no gás do detector por espalhamento de nêutrons rápidos em um detector posicionado no refletor é um evento de baixa probabilidade, quando comparado a captura pelo ^{10}B .

⁹O único tipo de empilhamento que cria algum óbice para este trabalho é somente aquele entre eventos de baixa amplitude, tais que o pulso final seja superior ao limite

discriminação. De qualquer modo, no final da montagem do arranjo experimental, o tempo médio entre dois eventos deve ser significativamente maior que o tempo morto do detector utilizado, seção 7.5.2.

A utilização de constantes de tempo de condicionamento de pulsos menores nos amplificadores permite a redução do *pileup* de gamas às custas da integração imperfeita de carga e da provável rejeição de uma fração dos eventos desejados, cuja coleção incompleta de carga poderá transformá-los em eventos de baixa amplitude. As técnicas de rejeição de *pileup*, por outro lado, irão rejeitar os eventos não desejados (*pileup* de gamas) bem como o *pileup* entre gamas e eventos desejados (cuja probabilidade de ocorrência é maior que aquela entre gamas), prejudicando a medida.

7.3.3 Posicionamento do detector e da fonte

O posicionamento do detector e fonte é assunto importante na implementação da metodologia do presente trabalho, mas apesar de muito poder ser dito a respeito, pouco pode ser feito. Na prática, o reator IPEN/MB-01 já tem o seu canal de instrumentação previamente disponível para aquisição de dados. Não há muita flexibilidade no seu posicionamento. O mesmo pode ser dito para a fonte.

Com relação à fonte, em detalhe na figura 7.3, o seu posicionamento no reator IPEN/MB-01 foi imaginado considerando o seu papel em uma unidade crítica: fonte de partida¹⁰. Desta forma, conforme é possível observar da figura 7.3, o seu posicionamento não é o ideal para um experimento subcrítico, onde a fonte externa têm outro papel a desempenhar.

Em um experimento de aproximação a criticalidade [45], a fonte é utilizada até que a potência do arranjo (levemente supercrítico) seja apropriada para o funcionamento do reatímetro. A reatividade da configuração é determinada após a retirada da fonte. Obviamente, a perturbação da fonte deve ser mínima (0,5—15pcm nos experimentos de [45]). Em uma configuração

---

inferior. No caso do empilhamento entre eventos de baixa e alta amplitude, a estatística de contagem não é afetada.

¹⁰O papel desta fonte é promover a sensibilização do canal de partida do reator, permitindo o seu acionamento.

subcrítica, espera-se que a fonte desempenhe papel extremamente oposto.

Com relação ao posicionamento do detector, primeiramente, o detector não pode ser exposto diretamente à fonte. Quando posicionado artificialmente próximo a fonte, dificilmente será possível observar o ruído introduzido pelo material físsil. De fato, é como se o detector não “enxergasse” o arranjo, sendo “cegado” pela fonte.

Preferencialmente, o detector tem que ser exposto a um fluxo neutrônico que, na média, sofreu processo de transporte radioativo que, desde a fonte até o detector, permitiu às cadeias multiplicativas explorarem (na média) um região significativa do arranjo físsil antes de produzirem eventos de detecção.

Caso o tamanho do detector não impedisse o seu posicionamento no núcleo, a sua própria presença afetaria sobremaneira a própria medida. Desta forma, o melhor posicionamento é aquele que, apesar de externo ao núcleo, permite a investigação de suas cadeias multiplicativas. Logo, o posicionamento do detector no refletor, o mais próximo possível do núcleo, é talvez a melhor opção. Posicionado desta forma, o detector pode ser exposto aos tipos de evento de interesse para o estudo do ruído microscópico do reator, conforme figura 7.8. Este é o caso dos canais de instrumentação do reator IPEN/MB-01.

No refletor, entretanto, um nêutron é, em média, transportado apenas alguns centímetros antes de ser absorvido¹¹. Um nêutron térmico em água leve possui comprimento de difusão típico da ordem de $L^2 = 8,1\text{cm}^2$ [47]¹². Desta forma espera-se que, medianamente, nêutrons sejam transportados por $\bar{r} = 7\text{cm}$ no refletor.

Posicionando o detector alguns centímetros mais distante do núcleo, as cadeias de nêutrons mal podem “sobreviver” até o detector, pois a água (agente moderador + refletor) absorve nêutrons, conforme figura 7.9. Neste último caso, é como se não houvesse processo multiplicativo. O detector

---

¹¹No refletor absorção não leva a multiplicação, pelo contrário, encerra a história do nêutron.

¹²Segundo [47], $L^2 = \frac{1}{6}\bar{r}^2$, isto é, o comprimento de difusão é a raiz quadrada de um sexto da distância quadrática média entre a emissão de um nêutron e sua absorção no respectivo meio.

“enxerga” apenas nêutrons não-correlacionados e que pertencem à cadeias provavelmente distintas, sobrando apenas ruído do tipo não desejado (*white noise*). De certo modo, a melhor geometria de detector para este experimento é plana.

Figura 7.8: Quando o detector encontra-se no refletor, mas próximo ao arranjo fissil, é possível que uma mesma cadeia multiplicativa interaja múltiplas vezes com o detector, produzindo detecções que podem estar correlacionadas a mesma emissão da fonte.

Resumindo, existem algumas vantagens em posicionar o detector no refletor:

1. o ganho na estatística não é aquele se que imagina em um primeiro momento, pois o limite é a taxa máxima de contagem admissível do detector. Dependendo da fonte disponível (e o seu respectivo posicionamento) e o do nível de subcriticalidade, altas taxas de contagem podem ser obtidas no refletor, bastando um detector eficiente;

Figura 7.9: Quando o detector encontra-se no refletor, mas relativamente distante do arranjo físsil, (além da queda da taxa de contagem) tornam-se mais prováveis as detecções em coincidência fruto de emissões não-correlacionadas da fonte, cujas cadeias coexistem temporalmente por chance.

2. no núcleo, e conseqüentemente, perto do combustível, o campo de radiação γ é significativamente maior. Neste sentido, o refletor funciona como blindagem permitindo taxas maiores de contagem apenas pelo aumento da eficiência do detector, evitando-se o *pileup* de eventos tipo γ para a mesma taxa de contagem total ou deposição de energia pelo espalhamento provocado nêutrons rápidos;
3. neste tipo de experimento, o posicionamento do detector é preferencialmente determinado pelos zeros das expansões de alta ordem das autofunções- α , capítulo 6. Os zeros destas funções não estão todos necessariamente contidos no núcleo. O desrespeito a esta condição introduz correções secundárias na medida;
4. a introdução de um detector no núcleo é uma perturbação (introdução

de reatividade negativa) significativamente maior quando comparada ao posicionamento no refletor;

5. independentemente do posicionamento do detector, a correção dos efeitos espaciais é necessária; e
6. deve-se evitar que os detectores sejam expostos à doses desnecessárias.

Pelos motivos acima, posicionou-se o detector no refletor. A figura 7.10 apresenta os detectores utilizados.

Figura 7.10: Detectores utilizados. Acima: ^3He 50He3/760/38E 1950V de tensão de operação e 54,3 cps/nv de eficiência. Abaixo: BF_3 RS-P1-0820-201 de 1700V de tensão de operação e 20 cps/nv de eficiência.

7.4 Sistema de aquisição de dados

Um arranjo experimental que visa obter a correlação de terceira ordem de um arranjo fissil é simples, mas alguns detalhes devem ser observados. Um detector de BF_3 (Reuter Stokes RS-P1-1613) ou ^3He (Reuter Stokes RS-P4-0820-204-1) é montado no refletor, o mais próximo possível ao núcleo. A eletrônica é usual:

1. um pré-amplificador (ORTEC 142A) de ganho de 45mV/MeV é montado próximo ao detector de modo a minimizar o ruído eletrônico;
2. um amplificador com *shapping time* ajustado em $1\mu\text{s}$ (Canberra 2024), que formata e amplifica os pulsos do pré-amplificador. As saídas dos amplificadores são sinais de 0 a 10V, que são utilizados pelo módulo monocanal dedicado a espectroscopia temporal;

3. um *Single Channel Analyzer*-SCA (ORTEC 551). O SCA fornece dois pulsos, um negativo com largura de $\cong 25\mu s$ e um pulso lógico com largura de $\cong 100ns$. O pulso lógico é utilizado como sinal de gatilho para aquisição de dados, o sinal negativo para a contagem; e
4. um contador multicanal escalar (MCS) ORTEC de barramento PCI com ajuste de largura de canal entre 100ns e 1300s com número total de canais de 65536 (MCS pci TM), figura 7.11. Neste dispositivo, o tempo é dividido em canais, sendo o intervalo de tempo associado a um canal conhecido por *dwell time*. Durante um intervalo de tempo correspondente a um canal temporal, o MCS acumula a contagem de eventos.

O MCS utilizado emprega sofisticados circuitos que eliminam o tempo morto entre contagens, resultando em perdas nulas de contagens entre canais e impossibilidade de contagens duplicadas [48]. Ainda, o fabricante do equipamento também garante nenhuma perda de contagens entre diferentes varreduras; entretanto, as evidências encontradas apontam para uma conclusão diferente, conforme seção 8.1.3.

O sistema permite os seguintes modos de operação: correlação cruzada entre detectores, auto-correlação e soma. Os dois primeiros modos de operação não foram utilizados nos experimentos do presente trabalho, apesar do modo soma apresentar potencial interesse, no caso de correções espaciais não-significativas entre diferentes detectores. Isto é, no caso de correções espaciais não-significativas, todos os detectores “enxergam” o mesmo modelo de cinética pontual, permitindo a soma de contagens entre detectores (como se fossem um único detector) e melhorando a estatística (sem o problema de tempo morto).

O sistema IPEN/MB-01 *correlator* é formado por um conjunto composto de um contador MCS, PC de aquisição e PC de processamento [17]. A utilização de dois PC visa diminuir o tempo morto do sistema de aquisição, particularmente durante a reinicialização do MCS.

Figura 7.11: Arranjo experimental e sistema de aquisição de dados utilizados na medida da correlação de terceira ordem. O sistema IPEN/MB-01 *correlator* é formado por um conjunto composto de um contador MCS, PC de aquisição e PC de processamento, conforme a referência [17].

7.5 Efeitos secundários de detecção: tempo morto e empilhamento

Efeitos secundários de detecção devem ser considerados na descrição teórica de um experimento ou suas consequências devem ser reduzidas a efeitos estatisticamente não perceptíveis, a fim de não introduzirem desvios sistemáticos nas medidas realizadas que levariam a resultados tendenciosos.

7.5.1 Generalidades e a importância da medida do tempo morto

No presente trabalho, a ênfase jaz na estabilidade do valor de eficiência de detecção e na redução de quaisquer efeitos que alterem as estatísticas de contagens. Uma vez que o arranjo subcrítico deste experimento possui fonte de atividade praticamente constante, configuração geométrica estável¹³ e temperatura controlada, a estabilidade da eficiência de detecção é facilmente verificável pela manutenção da taxa de contagem média ao longo do experimento.

Deste ponto de vista, o tempo morto e empilhamento sobressaem-se como os efeitos secundários mais significativos. Entre estes dois efeitos, as consequências do empilhamento são facilmente identificáveis, visto que o empilhamento altera o espectro de energia de forma característica¹⁴. Tais efeitos não foram identificados, conforme a figura 7.7.

A utilização dos modernos circuitos de extensão do tempo vivo (*live time clocks* and *loss-free counting modules*) — ou para a correção do tempo morto, presentes nos modernos equipamentos de aquisição de dados espectroscópicos [49], não tem a mesma eficácia no presente trabalho. Eventos perdidos durante o processo de contagem não são compensados por eventuais extensões. Na verdade, a extensão de tempo morto é uma distorção adicional da estatística de contagem, pois além da perda durante o processo de contagem, o *dwell time* passa a ser uma variável aleatória. Logo, todos os experimentos devem utilizar o tempo real.

Desta forma, resta o estabelecimento de métodos para a verificação da significância do tempo morto, sua medida, ou a redução do seu efeito por meio de metodologia adequada.

---

¹³Contrariamente a um arranjo crítico com potência, no qual as barras de controle são controladas de modo a manter constante a potência, neste trabalho as barras de controle são travadas em uma posição pré-determinada.

¹⁴Por exemplo, o empilhamento do pico de absorção total de energia consigo mesmo produz outro pico característico com contagem inferior em um canal de posição previsível. De qualquer modo, empilhamento significativo produz no espectro novas características artificiais em canais superiores ao do pico de absorção total.

7.5.2 Medidas de tempo morto

O tempo morto é o intervalo de tempo que um sistema de contagem demanda para processar um evento individual. Alguns componentes do arranjo experimental contribuem para o tempo morto e o componente (entre eles a interface com computadores) que exige o maior intervalo de tempo determina o tempo morto do arranjo. Experimentalmente, associa-se o tempo morto a perda de contagens e, conseqüentemente, a redução de eficiência.

Neste trabalho, independentemente da redução da eficiência, existe a preocupação adicional com possíveis influências do tempo morto na caracterização das estatísticas de contagem. Como primeira aproximação (imposta por limitação de infra-estrutura), os experimentos realizados não tiveram taxas de contagens suficientes para tornar o tempo morto relevante (pelo menos do ponto de vista tradicional - mudança significativa da taxa média de contagem). Por outro lado, tal afirmação não é necessariamente verdadeira para a medida de interesse deste trabalho. No próximo item, trata-se apenas da medida do tempo morto.

7.5.3 Determinação do tempo morto

Existem diferentes tipos de determinação do tempo morto:

1. técnicas de ruído microscópico (Rossi- α);
2. máxima taxa de contagem dos contadores;
3. método das duas fontes; e
4. utilização de fonte de nêutrons de meia-vida curta.

No reator IPEN/MB-01 e em suas instalações, é possível empregar apenas os dois primeiros métodos. No método das duas fontes foram utilizadas as instalações do reator IEA-1 do IPEN. O último método não foi utilizado. Cada um dos métodos apresenta limitações diferentes de acordo com a infra-estrutura disponível. Neste trabalho estima-se o tempo morto por meio de uma combinação destas três técnicas.

7.5.3.1 Caracterização do modelo de tempo morto

Tempo morto é o intervalo mínimo de tempo entre dois eventos de detecção de forma a estes serem registrados como dois pulsos separados. Existem dois modelos de modelos de tempo morto: paralisável, ou não. Estes modelos exibem comportamentos distintos em altas taxas de contagem. Em baixas taxas de contagens, a aplicação de ambos os modelos produzem resultados praticamente idênticos. A figura 7.12 mostra a diferença entre os dois modelos. Sistemas de aquisição reais exibem comportamentos que estão entre estes dois modelos.

Figura 7.12: No sistema não-paralisável nenhuma contagem é registrada caso outro evento aconteça dentro de um intervalo de tempo τ_d após o último evento registrado. No sistema paralisável, nenhuma contagem é registrada caso outro evento aconteça dentro de um intervalo de tempo τ_d após qualquer evento, registrado ou não.

Em cada um destes modelos, a taxa de contagem observada, m , é uma função da taxa de interação no detector, n [46]. No modelo não-paralisável é possível obter a seguinte relação:

$$n = \frac{m}{1 - m\tau_d} \quad (7.1)$$

Enquanto que no modelo no paralisável,

$$m = ne^{-n\tau_d} \quad (7.2)$$

A diferença entre os dois modelos é representada na figura 7.13. Caso o arranjo experimental apresente comportamento paralisável é possível obter o tempo morto associando à taxa de contagem máxima o valor $1/(e\tau_d)$. Para taxas de contagens significativamente menores que $1/\tau_d$ a diferença entre os modelos é tanto menor quanto menor a taxa de interação.

Figura 7.13: Exemplo da variação da taxa de contagem observada em função da taxa de interação para os dois modelos de tempo morto. Na figura foi arbitrado um tempo morto de $\tau_d = 1 \mu s$. O modelo paralisável apresenta taxa de contagem máxima, enquanto o modelo não-paralisável apresenta saturação. Ambos efeitos permitem estimar o tempo morto.

A determinação do modelo de tempo morto que o presente arranjo experimental mais se aproxima pode ser realizada pela investigação da presença, ou não (no caso da saturação), de um máximo na taxa de contagem.

7.5.3.2 Rossi- α

No reator IPEN/MB-01, um experimento tipo *Rossi- α* em níveis de subcriticalidade superiores a 3000 pcm permite obter o tempo morto em função da redução de contagens nos canais iniciais de aquisição [17], pois para estes níveis de subcriticalidade a taxa de auto-correlação é constante para os primeiros canais da distribuição.

Aplicando este método, o tempo morto obtido do detector proporcional de BF_3 utilizado, supondo comportamento paralisável do sistema de detecção, foi de $3,1(3) \mu\text{s}$ ¹⁵. As taxas de contagens utilizadas foram na faixa de 1500 a 5000 cps, significativamente menores que $1/\tau_d$. Apesar destas baixas taxas de contagem, este resultado mostra como tempo morto pode alterar os resultados de um experimento baseado no ruído microscópico, dependendo do tipo de medida.

As figuras 7.14 e 7.15 apresentam os resultados das medidas de tempo morto pelo método Rossi- α , considerando um comportamento completamente paralisável do sistema de aquisição¹⁶, para os detectores de BF_3 e ^3He . Os valores encontrados foram $\tau_{d,\text{BF}_3} = 3,1(3) \mu\text{s}$, para o detector de BF_3 , e $\tau_{d,^3\text{He}} = 2,01(6) \mu\text{s}$, para o detector de ^3He . Com relação ao tempo morto, o detector de ^3He mostrou-se em vantagem com relação ao de BF_3 entretanto, para as taxas de contagem obtidas nos arranjos subcríticos de interesse, esta diferença é irrelevante.

7.5.3.3 Taxa de contagem máxima

O método da máxima taxa de contagem baseia-se na associação da taxa máxima de contagem ao valor $1/(e\tau_d)$, ou $1/\tau_d$, para os modelos paralisável, ou não, respectivamente. Para os detectores envolvidos neste trabalho, e fontes de Am-Be disponíveis, nas instalações do reator IPEN/MB-01 não é possível atingir o valor máximo das taxas de contagem, mesmo com a

¹⁵As figuras 7.14 e 7.15 apresentam características interessantes que sugerem comportamento paralisável do sistema de detecção.

¹⁶A suposição do comportamento completamente paralisável do sistema foi induzida do comportamento da resposta dos detectores. No caso de um comportamento não-paralisável, seria de se estranhar que após $2\tau_d$ as contagens atingissem o valor do *plateau*.

Figura 7.14: Estimativa do tempo morto dos detector de BF_3 utilizado em [17], τ_{d,BF_3} , por meio do método Rossi- α , $\tau_{d,\text{BF}_3} = 3,1(3) \mu\text{s}$ (*shapping time* de $1 \mu\text{s}$). O reator IPEN/MB-01 encontra-se na mesma configuração 13 de [17]: barras de controle em 65%, *dwell time* = $9,1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$, $\alpha = -1102(6) \text{ s}^{-1}$ e $\rho \cong -3720 \text{ pcm}$. Da figura, é possível estimar $2\tau_d = 6,2(5) \mu\text{s}$, supondo comportamento paralizável do sistema de detecção. Segundo o modelo de Duas-Regiões, este patamar na taxa de auto-correlação é evidência do segundo modo de decaimento de nêutrons prontos, seção 2.6.

utilização de dispositivos moderadores.

Altas taxas de contagens podem ser atingidas em configurações críticas do reator IPEN/MB-01. Para permitir a aplicação do método da máxima taxa de contagem utilizando-se apenas o reator, deve ser aplicada a seguinte hipótese simplificadora: a taxa de interação no detector é proporcional a potência do reator. No reator IPEN/MB-01 as taxas de contagens nos detectores foram medidas para diferentes níveis de potência (determinadas

Figura 7.15: Estimativa do tempo morto do detector de ^3He utilizado em [17], $\tau_{d,^3\text{He}}$, por meio do método Rossi- α , $\tau_{d,^3\text{He}} = 2,01(6) \mu s$ (*shapping time* de $1 \mu s$). O reator IPEN/MB-01 encontra-se na mesma configuração (08) de [17]: barras de controle em 95%, *dwell time* = $2,6 \cdot 10^{-7} s$, $\alpha = -387(4) s^{-1}$ e $\rho \cong -245 \text{ pcm}$. Da figura, é possível estimar $2\tau = 4,03(10) \mu s$, supondo comportamento paralizável do sistema de detecção.

por meio do canal de potência). A figura 7.16 apresenta o resultado da aplicação do método da contagem máxima para o detector de BF_3 . O tempo morto estimado foi de $3,5(6) \mu s$, supondo modelo não-paralisável, e $2,8(6) \mu s$, para o modelo paralisável.

Os efeitos de tempo morto são significativos dentro da taxa de contagem investigada (até $\cong 2 \times 10^5 \text{ cps}$). Entretanto, as taxas de contagem alcançadas no reator não foram suficiente para a observação da saturação ou queda de contagem, logo não é possível determinar o modelo de tempo morto com certeza.

Figura 7.16: Aplicação do método da taxa de contagem máxima para o detector de BF_3 . Os efeitos de tempo morto são observados em função do desvio da curva de contagem da linha: Taxa de contagem relativa = Potência relativa (linha na qual os efeitos de tempo morto são nulos). As incertezas na potência relativa foram arbitradas como um percentual fixo desta potência para que o ajuste produzisse $\chi^2 \cong 1$.

7.5.3.4 Método das duas fontes

O método das duas fontes permite a medida direta do tempo morto de um sistema de aquisição, por meio da observação da taxa de contagem de duas fontes individualmente e em conjunto. A figura 7.17 apresenta uma ilustração do método, enquanto a figura 7.18 ilustra a montagem experimental utilizada.

Uma vez que a taxa de contagem observada é uma função não-linear da taxa de interação no detector, a taxa de contagem com ambas as fontes expostas ao detector, m_{12} , não é a soma das taxas de contagens individuais, m_1 ou m_2 . Por outro lado, a taxa de interação quando da exposição às duas fontes é a soma das taxas de interação referentes a exposição a cada uma das fontes em separado, $n_1 + n_2$, independentemente do sistema de detecção¹⁷, descontando-se a radiação de fundo:

$$n_{12} - n_b = n_1 + n_2 - 2n_b \quad (7.3)$$

onde n indica a taxa de interação e n_b a taxa de interação resultante da radiação de fundo.

Substituindo-se a relação 7.2 na equação 7.3, obtêm-se uma relação não-linear entre τ_d e as taxas de contagens, que permite a estimativa do tempo morto por um processo iterativo para o modelo paralisável. Para o modelo não-paralisável, a referência [46] apresenta a respectiva solução analítica:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{x(1 - \sqrt{1 - z})}{y} \\ x &\equiv m_1 m_2 - m_b m_{12} \\ y &\equiv m_1 m_2 (m_{12} + m_b) - m_b m_{12} (m_1 + m_2) \\ z &\equiv \frac{y(m_1 + m_2 - m_{12} - m_b)}{x^2} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Na aplicação deste método foi utilizado um arranjo semelhante a figura 7.11 com a substituição do MCS por um contador (*scaler*)¹⁸. Os esforços foram direcionados para a obtenção da maior taxa de interação possível; obtendo-se uma taxa de contagem total em torno de 4000 cps. É importante não introduzir dispositivos de tempo morto elevado na medida, como um

---

¹⁷Tomando-se o cuidado de que a presença de uma fonte não perturbe a forma com que a outra fonte interage com o sistema de detecção (por exemplo, uma fonte não pode espalhar nêutrons de outra na direção do detector).

¹⁸Pelos resultados obtidos, o sistema IPEN/MB-01 *correlator* não é o maior tempo morto do sistema de aquisição.

Figura 7.17: Método das duas fontes: primeiramente mede-se a taxa de contagem da primeira fonte a ser exposta ao sistema de detecção (com taxa de interação n_1), em seguida expõem-se o detector às duas fontes (com taxa de interação n_{12}), e finalmente expõem-se a segunda (com taxa de interação n_2).

MCA usual de espectroscopia¹⁹. Tal procedimento pode produzir tempos mortos da ordem de dezenas de microssegundos; isto é, acaba-se medindo o tempo morto do equipamento introduzido desnecessariamente.

Os resultados obtidos, semelhantes para os dois modelos de tempo morto, foram $1,5(6) \mu\text{s}$ e $3,4(7) \mu\text{s}$ para os detectores de ^3He e BF_3 , respectivamente. Apesar da simplicidade da idéia, a implementação do método das duas fontes é de difícil execução na prática, principalmente quando a eficiência dos detectores é relativamente baixa.

A medida do tempo morto do sistema de aquisição pelos métodos anteriores mostrou que estes são da ordem de alguns poucos microssegundos, e que há evidências que o modelo de tempo morto é do tipo paralisável.

7.5.4 Impacto do tempo morto

Os efeitos de tempo morto mostraram-se pouco significativos no que diz respeito a taxa média de contagem; entretanto, este resultado não se aplica necessariamente às outras estatísticas de interesse dada a sutileza da medida.

¹⁹O MCA só foi utilizado para verificar o correto funcionamento do arranjo experimental.

Figura 7.18: Arranjo de fontes e detectores para a determinação do tempo morto pelo método das duas fontes. A figura apresenta o arranjo na configuração com duas fontes.

No que diz respeito ao método das auto bi-correlações, foi considerado neste trabalho que os efeitos de tempo morto podem se estender até $\cong 5 \times$ o tempo morto do detector (em torno de $\cong 2 \times 10^{-5} \text{s}$). Quaisquer correlações nesta faixa foram desconsideradas. Por outro lado, no método da correlação de terceira ordem não tem essa prerrogativa, os efeitos diretos do tempo morto sob a medida de interesse são analisados por meio de técnicas de Monte Carlo na seção 8.1.4.3.

Metodologias e resultados

Torture numbers, and they'll confess to anything.

Gregg Easterbrook (1953)

O método da correlação de terceira ordem (análise temporal de técnicas de ruído microscópico) é uma extensão daquele que utiliza a razão entre a variância da contagem de nêutrons em função do tempo, $m_2(T)$, e a sua respectiva média, $m(T)$, conhecido por Feymann- α - seção 6.2.1.

A princípio, este método permite (pelo menos teoricamente) obter diretamente o valor da subcriticalidade (ou o fator de multiplicação - reatividade generalizada) de um arranjo físsil, independentemente do modelo de física subcrítica utilizado, sem a utilização de infra-estrutura diferenciada e o conhecimento prévio de outros parâmetros cinéticos do arranjo¹, conforme discutido no capítulo 6. Este método, sua metodologia de implementação e os resultados de experimentos realizados no reator IPEN/MB-01 são apresentados na seção 8.1.

Além dos óbices intrínsecos a um experimento deste tipo - seção 6.5 -, o método da correlação de terceira ordem pode apresentar erros sistemáticos significativos causados por efeitos espaciais e tempo morto do sistema de aquisição (efeitos do tempo morto serão analisados na seção 8.1.4.3). Infelizmente, este capítulo mostrará, por meio de técnicas de Monte Carlo

---

¹Afirmção de alguns autores que é estritamente correta apenas quando os nêutrons atrasados são desprezados.

- seção 8.1.4.3 -, que o método da correlação de terceira ordem é de fato sensível ao tempo morto do sistema de aquisição.

Não obstante, existem outras formas de explorar estatísticas de ordem superior. Por exemplo, uma extensão do método de Rossi- α pode utilizar bi-correlações cruzadas ou não. Os métodos de densidade espectral de potência própria e de potência cruzada, podem ser estendidos para biespectros. Neste trabalho será explorada apenas a técnica de auto bi-correlação como uma alternativa ao método da correlação de terceira ordem.

O método da auto bi-correlação (bi-correlações não-cruzadas), sua metodologia de implementação e os resultados de experimentos realizados no reator IPEN/MB-01 são apresentados na seção 8.2.

8.1 Método da correlação de terceira ordem

A seguir, apresenta-se a descrição sistemática de implementação experimental do método de correlação de terceira ordem como realizada nas instalações do IPEN/MB-01.

8.1.1 Descrição

Um procedimento experimental que visa determinar a subcriticalidade de um determinado arranjo utilizando a análise temporal de alta ordem do ruído microscópico em um reator semelhante ao IPEN/MB-01 deverá:

1. utilizar fonte externa do tipo *Poisson*, por exemplo: Am-Be, posicionada no núcleo, preferencialmente em local com alto valor da função adjunta. É importante ressaltar que a intensidade da fonte intrínseca - nêutrons atrasados - deve ser significativamente menor que aquela da fonte externa de nêutrons;
2. utilizar detector(es) de nêutrons de alta eficiência, posicionado(s) no refletor (visando minimizar a interferência com o arranjo), que não produzam outros nêutrons secundários, que preferencialmente esteja sujeito a taxas de contagens tais que o tempo morto (que deverá ser medido previamente) não seja relevante (caso contrário, as correções

de tempo morto deverão ser realizadas) e cujo valor Q da reação envolvida no detector seja significativamente superior à energia depositada pelo: espalhamento de nêutrons rápidos; e efeito fotoelétrico do campo da radiação γ no gás do detector;

3. utilizar analisador multicanal previamente ao experimento, visando avaliar o espectro adquirido. Especial atenção deve ser dada aos:
  - fenômenos de *pile up*;
  - discriminação de ruído eletrônico e outros campos de radiação diferentes do neutrônico.
4. utilizar arranjo o arranjo experimental definido na figura 7.11. Especial atenção deverá ser dada a utilização de sistema de aquisição que emprega perda, ou duplicação, nula de contagens entre canais;
5. verificar a capacidade de discriminação em energia do sistema, buscando minimizar a taxa de contagem média nos diversos valores disponíveis do discriminador inferior, sem alterar qualitativamente o espectro de nêutrons. Após a definição do nível do discriminador, dispensar o analisador multicanal;
6. realizar um experimento tipo *Feynman- α* , visando determinar o valor do canal temporal de saturação, T_∞ , por meio da estimativa de α , $T_\infty = 100 - 1000/\alpha$;
7. verificar se de fato o regime de saturação foi atingido por meio de experimentos tipo *Feynman- α* (comparação dos valores de Y_∞) em outros canais temporais (por exemplo: $T_\infty/2, 2T_\infty, 4T_\infty, \dots$);
8. proceder a aquisição, utilizando o sistema de aquisição em modo de tempo real;
9. dividir a aquisição de tal modo que a cada varrida do MCS, os resultados sejam registrados separadamente. Os resultados de diversas varreduras não poderão ser previamente considerados como resultados sem perda, ou duplicidade, de contagens entre canais adjacentes às varreduras;

10. calcular os segundos e terceiros momentos para cada varredura, especial atenção deverá ser dada para a correção de tendenciosidades introduzidas pela combinação de estatísticas produzidas pelo mesmo conjunto de dados, ou pelo seu tamanho (no caso de utilização de técnicas de *bunching*);
11. utilizar o modelo de cinética pontual subcrítica de preferência para o cálculo do parâmetro de interesse:

11.a - reatividade generalizada, conforme equação 6.73:

$$(\tau\beta_{eff} + \zeta) = \frac{X_{\infty}/Y_{\infty}^2 - 3}{F_{gen}}$$

11.b - teoria da perturbação referente ao estado crítico, conforme equação 6.69:

$$(-\rho + \beta_{eff}) = \frac{X_{\infty}/Y_{\infty}^2 - 3}{F}$$

12. combinar estatisticamente os resultados de diversas varreduras; e
13. corrigir os resultados em função do tempo morto do detector e da taxa de média de contagens².

8.1.2 Determinação de incertezas

Uma vez que o terceiro momento é um efeito sutil, a variável aleatória referente a contagem de nêutrons, $C(T)$, possui distribuição aproximadamente normal. Logo, as variâncias referentes aos segundo e terceiro momentos podem ser determinadas aproximadamente por meio das seguintes expressões simplificadas [36]:

$$\sigma^2(m_2) = \frac{2m_2^2}{N} \quad \sigma^2(m_3) = \frac{6m_2^3}{N} \quad (8.1)$$

---

²Isto pode ser realizado, pelo menos, de duas formas: (1) por simulação, por meio de técnicas de Monte Carlo; e (2) experimentalmente, utilizando mais de uma fonte e submetendo o detector a diferentes níveis de taxa de contagem média, sendo o principal óbice desta abordagem o aumento do tempo de aquisição. Neste trabalho foi implementada a primeira abordagem.

onde N é o número de canais temporais no regime saturado. Os resultados anteriores são aproximações das relações apresentadas nas equações 6.9. Fica claro a limitação das técnicas de *bunching*; conforme os canais são aglutinados, as incertezas aumentam, diminuindo o peso da respectiva medida para o estimador de interesse, e tornando uniões adicionais irrelevantes.

Será apresentada na seção 8.1.4.2 uma forma adicional de redução de variâncias, adicionalmente às técnicas de *bunching*: a avaliação do valor do canal temporal ótimo.

8.1.3 Limitação do multicanal escalar

Durante um experimento de medida do terceiro momento, os dados poderiam, a princípio, ser armazenados em arquivos diferentes (a cada varredura), tendo em vista a limitação do MCS e os longos tempo de aquisição. Entretanto, o tempo despendido na mudança de arquivo de gravação pode introduzir erros sistemáticos na medida (perda ou duplicação de contagens entre varreduras). De fato, este é aparentemente o caso, conforme mostram as figuras 8.16 e 8.18 da seção 8.1.4. A despeito do motivo da mudança do nível de saturação, varreduras adjacentes não devem ser aglutinadas como mera continuação do experimento.

Existem duas soluções possíveis para o problema da limitação do número máximo de canais do MCS:

1. utilizar um canal temporal pequeno e calcular a reatividade de cada um dos arquivos produzidos pelo MCS individualmente, combinando os resultados de cada varredura em uma medida final por meio de *bunching* até o regime de saturação escolhido; e
2. utilizar um canal temporal longo, de modo que toda a medida seja registrável em um único, ou poucos, arquivos de saída.

A primeira solução permite realizar experimentos de correlação de terceira ordem e bicorrelações concomitantemente, na medida em que é sempre possível aglutinar todas as contagens de canais curtos adjacentes em um canal temporal saturado; entretanto, o contrário não verdade. A segunda

vai ao encontro direto da necessidade de operação no regime de saturação, descartando as técnicas de bicorrelações; mas, facilitando o algoritmo de cálculo. O método escolhido para o trabalho em tela foi a primeira solução, utilizando as técnicas de *bunching* até o limite de varredura do MCS³.

A extensão da técnica de *bunching* para canais temporais de saturação superiores a capacidade total de aquisição do MCS também apresenta saturação, mas este novo patamar de saturação pode ser falso, produzindo valores de subcriticalidade (ou do coeficiente de multiplicação subcrítico) divergentes dos valores de referência. Os valores de subcriticalidade obtidos por meio do método do terceiro momento, calculados no patamar verdadeiro, podem ser compatíveis com os respectivos valores de referência, conforme apresentado na seção 8.1.4.

8.1.4 Correlação de terceira ordem: resultados

Os resultados deste trabalho dividem-se entre aqueles obtidos por meio de simulações utilizando-se de técnicas de Monte Carlo dedicadas à cinética pontual em grupo único de energia - seções 8.1.4.1, 8.1.4.2 e 8.1.4.3 - e experimentos investigativos realizados no reator IPEN/MB-01⁴ - seção 8.1.4.4.

8.1.4.1 Simulação de modelos de cinética pontual do reator IPEN/MB-01 pelo método de Monte Carlo

Um experimento anterior a este trabalho e semelhante ao descrito nas seções precedentes, apresentou as seguintes dificuldades associadas à medida da correlação de terceira ordem [7] - apêndice K:

1. divergência de alguns resultados dos valores de referência (método de medida independente) para subcriticalidades inferiores a 4500 pcm; e
2. alta incerteza dos valores de X_{∞}/Y_{∞}^2 .

---

³Foi exatamente durante a aglutinação dos dados até o limite do MCS, quando se notou os falsos regimes de saturação.

⁴Utilizando-se os dados experimentais e configurações do reator IPEN/MB-01 de [17].

Um segundo experimento [10] - apêndice L, contemporâneo ao presente trabalho, afirma que os resultados da aplicação do método são compatíveis com os resultados obtidos a partir de cálculos de criticalidade do MCNP, apesar do “ruído estatístico” restringir a aplicação do método para tempos de aquisição limitados.

Visando apresentar diretamente as dificuldades de uma medida de subcriticalidade pelo método do terceiro momento - conforme discutido teoricamente no seção 6.5 -, foi desenvolvido um programa no código C++ que simula um modelo de cinética pontual em grupo único de energia pelo método de Monte Carlo, apêndice N, cujos parâmetros são semelhantes às correspondentes configurações de interesse do reator IPEN/MB-01, referência [17].

Segundo às considerações teóricas, o primeiro óbice que as simulações revelam é a sutileza do parâmetro a ser medido. O principal fenômeno a ser observado é a assimetria da distribuição da contagens de nêutrons em torno do seu valor médio. A observação estatisticamente contundente desta assimetria é requisito mínimo necessário para a medida direta da subcriticalidade; entretanto, uma medida prática demanda mais do que esta mera constatação e observação contundente desta medida.

A figura 8.1 apresenta duas simulações de um modelo de 300 pcm de subcriticalidade e constante de decaimento de nêutrons de 1200 s^{-1} para dois regimes de saturação diferentes. O parâmetro utilizado para a medida da assimetria da distribuição obtida, $m_3/m_2^{3/2}$ (parâmetro de assimetria - *skewness*), não é estatisticamente diferente de zero na região de saturação com canal temporal de $1000/\alpha$; por outro lado, a mesma simulação apresenta assimetria para um canal temporal de $100/\alpha$. Ambas simulações (realizadas durante o mesmo tempo físico) correspondem à aproximadamente meia-hora de aquisição de dados em um experimento equivalente.

A distribuição de contagens para o caso de um regime de saturação com canal temporal de $100/\alpha$, figura 8.1, permite estimar a subcriticalidade em 0,21(20). O resultado é estatisticamente equivalente ao valor verdadeiro - $(-\rho_0) = 0,003$; porém, inútil do ponto de vista prático. Desta forma, não basta a observação da assimetria, o tempo de aquisição de dados necessário à

estimativa útil da subcriticalidade demanda tempos de aquisição superiores - conforme detalhado na seção 6.5.

Sob condições semelhantes (1/2h de aquisição), a figura 8.2 apresenta o resultado de um experimento realizado no reator IPEN/MB-01, para o regime de saturação de $100/\alpha$. O parâmetro de assimetria foi estimado em 0,072(12), significativamente diferente do valor nulo. A utilização de tempos de saturação em torno de $100/\alpha$ mostrou-se mais eficiente que tempos de saturação maiores. Tal comportamento é intuitivo, caso contrário o *bunching* dos mesmos dados levariam a incertezas cada vez menores, o que é exatamente o oposto do que acontece⁵.

Simulações em níveis de subcriticalidade maiores, por exemplo 3000 pcm, mostraram resultados semelhantes, sendo as incertezas crescentes com o nível de subcriticalidade⁶, conforme a figura 8.3. A dificuldade da utilização de canais temporais de saturação cada vez menores (e teoricamente mais eficientes) reside na dificuldade da correção do valor da correlação de terceira ordem, conforme detalhado na seção 8.1.4.2.

A figura 8.2 apresenta uma medida estatisticamente não-nula do parâmetro de assimetria, sob taxa de contagem relativamente alta, de um experimento preliminar (e exploratório) realizado nas instalações reator IPEN/MB-01⁷.

Os resultados anteriores enfatizam a necessidade do planejamento e investigação prévia do canal temporal de aquisição (um dos únicos parâmetros

---

⁵Pois com o *bunching* o número de graus de liberdade diminui, aumentando as variâncias.

⁶Incerteza na estimação da subcriticalidade, pois a variância da estimativa de *skewness* não alterou significativamente (o que é intuitivo, uma vez que os números de graus de liberdade nas figuras 8.3 e 8.1 são idênticos).

⁷Apesar do empolgante (mas aparente) sucesso inicial, uma análise em retrospectiva da figura deixa claro que a assimetria é mínima, mostrando que a medida era de fato delicada. De fato, a reação inicial deveria ser de cautela. Em um contexto diferente, tal resultado talvez nem levantasse dúvidas quanto à natureza normal da distribuição dos resultados. O próprio parâmetro de assimetria é mínimo; o que garante o sucesso da medida é o elevado grau de liberdade dos dados $\cong 40500$. Notar que $0,012 = \sqrt{(6/40500)}$, deixando claro que o cálculo da variância do parâmetro de incerteza foi realizado supondo a variância natural deste parâmetro em uma distribuição gaussiana. O emprego da fórmula correta, supondo uma distribuição qualquer, em nada altera o resultado de forma significativa.

a disposição para ajustagem), tendo como o objetivo principal acelerar a convergência da medida, introduzindo o mínimo possível de tendenciosidade. De qualquer forma, a utilização de canais temporais de saturação tipo $100/\alpha$, ou próximos, não dispensa a correção teórica da mudança deste valor daquele de referência: $1000/\alpha$.

Figura 8.1: Histogramas de contagens, em dois regimes de saturação ($\alpha/T = 100$ - inferior - e $\alpha/T = 1000$ - superior), de nêutrons no detector de um modelo de cinética pontual com valor verdadeiro de subcriticalidade de 300 pcm e $\alpha_0 = 1200 \text{ s}^{-1}$.

Figura 8.2: Histograma de contagem de um experimento montado para investigar a exequibilidade da medida do terceiro momento. A taxa de contagem obtida é da ordem de 10000cps. O parâmetro de assimetria foi estimado em 0,072(12), sendo significativamente diferente do valor nulo.

Figura 8.3: Histogramas de contagens, em dois regimes de saturação ($\alpha T = 100$ - superior - e 1000 - inferior), de nêutrons no detector de um modelo de cinética pontual com valor verdadeiro de subcriticalidade de 3000 pcm e $\alpha_0 = 1200\text{s}^{-1}$.

8.1.4.2 Planejamento do canal temporal

O canal de tempo de saturação apresentado na referência [19] e por outros investigadores [7, 8] é de $1000/\alpha$. Este valor é sugerido na medida em que a diferença entre o valor de $X(T = 1000/\alpha)$ e X_∞ é irrelevante e independentemente dos valores de outros parâmetros cinéticos. Teoricamente, tal linha de raciocínio é irretocável; experimentalmente, por outro lado, esta abordagem introduz problemas práticos.

A figura 8.4 mostra que há grande diferença na eficiência de estimação e “velocidade” de convergência quando o canal temporal é significativamente reduzido de $1000/\alpha$ para $100/\alpha$ ⁸. Nesta figura, a estimativa foi realizada por meio de um programa de simulação de Monte Carlo da cinética pontual em grupo único de energia com os seguintes parâmetros cinéticos: $\alpha = 2000 \text{ s}^{-1}$, e $(-\rho_0) = 8000 \text{ pcm}^9$.

Da mesma forma que na figura 8.4, as figuras 8.5 e 8.6 apresentam resultados semelhantes para as configurações de 5700 pcm e 3700 pcm de subcriticalidade¹⁰. Em ambos os casos, a maior eficiência na adoção do canal temporal de $T=100/\alpha$ e a lentidão da convergência do método são evidentes.

Na figura 8.7 são apresentadas as correções nos valores de X medidos para três canais temporais de saturação diferentes ($10/\alpha$, $100/\alpha$, e $1000/\alpha$). Na região de $100/\alpha$, as diferentes correções necessárias são fracamente dependentes do valor de $X_{3\infty}/X_{2\infty}$, desconhecido de antemão.

Isto é, conhecendo-se o valor de α de uma configuração, o valor da correção (que pode não ser desprezível) pode ser aplicada para a obtenção de X_∞ , sendo a variação desta correção em função do valor desconhecido

---

⁸Nas figuras 8.4, 8.5, e 8.6, cada ponto no gráfico não é uma simulação independente. O algoritmo de simulação apenas apresenta o resultado no ponto temporal desejado em uma única simulação que avança temporalmente. Desta forma, todos os pontos são o resultado de uma mesma simulação, sendo, conseqüentemente, correlacionados entre si. **Assim, por estes motivos, não se espera que os pontos sejam distribuídos aleatoriamente em torno do valor verdadeiro; pelo contrário, espera-se alta correlação entre pontos próximos.**

⁹Semelhante à configuração 15 da referência [17]. A estimativa do tempo físico contabiliza 8h/dia de funcionamento do reator IPEN/MB-01.

¹⁰Configurações 11 e 07 de [17], respectivamente.

Figura 8.4: Estimativa do tempo de aquisição necessário para a obtenção de resultado útil da subcriticalidade um arranjo do reator IPEN/MB-01 para dois regimes de canais temporais ($1000/\alpha$ e $100/\alpha$). Em vermelho: valor verdadeiro. Da figura percebe-se que, qualitativamente, uma medida adequada do ponto de vista tecnológico levaria meses.

de $X_{3\infty}/X_{2\infty}$ (de 0,5% em um largo espectro de valores de $X_{3\infty}/X_{2\infty}$), considerada desprezível para canais temporais de valor $100/\alpha$ (frente as incertezas que se esperam observar). Estas características qualificam o canal temporal na região de $100/\alpha$ (e superiores) como preliminarmente adequado para os propósitos deste trabalho, mas certamente desqualificam $10/\alpha$, pois o valor da correção de X_{∞} depende do conhecimento prévio de $X_{3\infty}/X_{2\infty}$ nesta faixa de canal temporal. Certamente, tal tipo de verificação deve ser realizada para cada caso estudado.

Na figura 8.7 (parte superior), construída considerando $X_{3\infty}/X_{2\infty} \cong 0,01$, a diferença entre os valores de X_{∞} para o valor de X medido em $\alpha T = 100$ é de 2%. Na figura 8.7 (parte inferior), diferentes valores de $X_{3\infty}/X_{2\infty}$

Figura 8.5: Estimativa do tempo de aquisição necessário para a obtenção de resultado útil da subcriticalidade um arranjo do reator IPEN/MB-01 para dois regimes de canais temporais ($1000/\alpha$ e $100/\alpha$), nos mesmos moldes da figura 8.4. Parâmetros cinéticos: $\alpha = 1540\text{ s}^{-1}$, e $(-\rho_0) = 2850\text{ pcm}$ (conforme configuração 11 de [17]). Em vermelho: valor verdadeiro.

não produzem diferenças significativas no valor de X medido em $\alpha T = 100$ (tabela na figura). Valores de X medidos em $\alpha T = 10$ possuem diferenças significativas nas correções necessárias, o que torna difícil a utilização de um canal temporal deste valor.

Quando da utilização de técnicas de *bunching*, especial cuidado deve ser tomado com as mudanças das correções necessárias em diferentes canais temporais, pois diferentes canais temporais (entre $\cong 100/\alpha$ e $\cong 1000/\alpha$) demandam correções ligeiramente diferentes entre si (neste região, aproximadamente de forma independente de $X_{3\infty}/X_{2\infty}$). Em que se pese, entretanto, que tal procedimento deverá ser reavaliado à luz das incertezas a serem obtidas de um determinado experimento, pois quanto mais eficiente

Figura 8.6: Estimativa do tempo de aquisição necessário para a obtenção de resultado útil da subcriticalidade um arranjo do reator IPEN/MB-01 para dois regimes de canais temporais ($1000/\alpha$ e $100/\alpha$), nos mesmos moldes da figura 8.4. Parâmetros cinéticos: $\alpha = 1100\text{s}^{-1}$, e $(-\rho_0) = 3700$ pcm (conforme configuração 07 de [17]). Em vermelho: valor verdadeiro.

for o experimento (incertezas menores) o erro intrínseco associado à adoção de $T \neq 1000/\alpha$ torna-se relativamente mais significativo.

Uma vez ajustado o canal temporal de interesse (ou o conjunto de canais), resta o aumento da taxa de contagem do detector como recurso adicional para o aumento da eficiência da metodologia de medida; entretanto, este aumento de eficiência de detecção demanda um procedimento de correção do tempo morto mais elaborado.

Figura 8.7: Superior: no regime de saturação, os valores da correlação de segunda e terceira ordem tendem à unidade. Inferior: a despeito do valor de $X_{3\infty}/X_{2\infty}$, o valor de X_{∞} não varia significativamente para $T = 100/\alpha$.

8.1.4.3 Análise do efeito de tempo morto por técnicas de Monte Carlo

Uma das formas de acumular mais informação estatística é aumentar as taxas de contagens empregadas nos experimentos; entretanto, o tempo morto de qualquer sistema de aquisição usual - seção 7.5.4 - constitui uma provável fonte de introdução de erros sistemáticos na medida, pois as contagens subtraídas provavelmente alterarão os parâmetros estatísticos que se desejam observar. De modo a avaliar qualitativamente a função deste erro com a taxa de contagem, utiliza-se a equação 6.82. Entretanto, esta equação, por si só, não permite estimar quantitativamente a correção necessária, uma vez que foi obtida sob algumas hipóteses.

A avaliação quantitativa é de difícil implementação analítica. Até mesmo a execução do programa de Monte Carlo do apêndice N é muito lenta para as diversas taxas de contagem utilizadas nesta avaliação. De modo a dar números a dificuldade do processo, cada interação da simulação da cinética pontual de grupo único de energia (apesar de simples) é limitada a avançar no tempo físico em:

$$\Delta T = -\frac{\log(\zeta)}{(N \cdot \lambda_a)} \cong -\frac{\log(0,5)}{(500 \cdot 400000)} \cong 1,5 \times 10^{-9} \text{ s} \quad (\text{valores típicos})$$

onde ζ é um número aleatório de distribuição uniforme ($U[0,1]$), N a população média de nêutrons e λ_a a probabilidade de absorção de nêutrons na unidade de tempo por nêutron. Isto é, o avanço no tempo é limitado pelo produto $N \cdot \lambda_a$; onde, λ_a é fixada pelos parâmetros cinéticos:

$$\lambda_a = \frac{1 - (-\rho_0)}{\Lambda}$$

sendo fixo pelos parâmetros do sistema que se deseja estudar. Resta, então, a possibilidade de reduzir artificialmente N para inversamente aumentar o passo de simulação, reduzindo o número de passos temporais durante a simulação.

Apesar de N poder ser reduzido empregando-se artificialmente uma fonte externa de menor atividade, tal redução artificial do número médio de nêutrons reduz proporcionalmente o número médio de nêutrons detectados,

aumentando o tempo médio necessário para uma medida útil. Para aumentar a taxa de detecção de nêutrons é necessário aumentar artificialmente a eficiência de detecção, ϵ ; entretanto, a eficiência de detecção é limitada a um valor tal que $\lambda_c > 0$ (probabilidade de captura de nêutrons por unidade de tempo e por nêutron da população):

$$\lambda_c = \frac{1 - (-\rho_0)}{\Lambda} - \frac{1}{v \cdot \Lambda} - \lambda_d > 0$$

$1/(v \cdot \Lambda)$ é probabilidade de fissão de nêutrons por unidade de tempo e por nêutron da população. A conclusão é trivial: redução da população neutrônica não pode ser uma boa solução para o aumento do conteúdo estatístico.

Desta forma, são necessárias, em média, $\cong 10^9$ interações para a simulação avançar 1 s em tempo físico. Tendo em vista que as simulações devem cobrir $10^3 - 10^5$ s de tempo físico, no mínimo (para serem semelhantes aos experimentos) e que para simular os efeitos de tempo morto diversas simulações ($\cong 20$ - uma para cada taxa de contagem diferente) são realizadas, o número de interações estimadas é enorme ($\cong 10^{15}$).

Neste caso, de forma a acelerar o processo de simulação, foi dispensada a simulação completa da cinética pontual de grupo único de energia e empregou-se a função densidade de probabilidade tipo I de *Pearson* [50] (distribuição β) para as diversas simulações das distribuições de contagens com *skewness* arbitrada¹¹, conforme apêndice O.

Quanto às contagens perdidas em cada canal pelo ação do tempo morto do sistema de aquisição, foi suposto que esta variável aleatória obedece a uma distribuição de *Poisson* de média dada por:

$$\text{Contagens perdidas} = T \cdot T_c(1 - e^{-T_c \cdot \tau_d}) \equiv \bar{x}(1 - e^{-T_c \cdot \tau_d})$$

Isto é, foi suposto que a única interferência do sistema de aquisição no experimento é a redução de contagens, por meio da variável aleatória

---

¹¹Os coeficientes para a função tipo I de *Pearson* são facilmente gerados a partir dos parâmetros cinéticos de cada configuração (as distribuições consideraram os valores de *kurtosis* nulos) conforme a configuração de interesse. A implementação não é difícil, sendo o código em C++ disponível na referência [51]. Por este motivo, e dada facilidade desta simulação, os detalhes do programa não foram apresentados no apêndice O.

descrita anteriormente, cuja distorção introduzida na estatística esperada pode ser estimada pelo procedimento em tela.

De forma inesperada, a dependência de $\Delta(-\rho_d)$ com tempo morto mantém-se linear em uma faixa de taxa de contagem significativamente maior que àquela utilizada nos presentes experimentos - figura 8.8. Infelizmente, por outro lado, o erro introduzido é significativo para a combinação de taxa de contagem/tempo morto do presente arranjo experimental.

Figura 8.8: Simulação de Monte Carlo de um modelo com parâmetros de cinética pontual idênticos à da configuração 15 de [17] para diversas taxas de contagens. Neste caso, o procedimento de estimativa de incertezas produz valores provavelmente superestimados - $\chi_{red}=1,6$. Observar que o coeficiente linear do ajuste, $0,075(6)$, estima $(-\rho_0) = 0,088$.

Na figura 8.8, o eixo das abcissas é normalizado pelo parâmetro adimensional $\frac{\bar{x}}{T}\tau_d \equiv T_c\tau_d$; isto é, o produto da taxa média de contagens ($[s^{-1}]$) pelo tempo morto do detector. Nesta figura, o ajuste linear estende-se satisfato-

riamente até $10\times$ a taxa de contagem utilizada nos experimentos. Observar que o coeficiente linear do ajuste estima $(-\rho_0)$. A figura 8.9 apresenta os mesmos dados de 8.8, destacando a região de interesse para este trabalho.

Figura 8.9: Os mesmos dados da figura 8.8 mostrados apenas na região de interesse. Em vermelho: o valor verdadeiro da subcriticalidade - $(-\rho_0) = 0,088$.

As figuras 8.10 e 8.11 apresentam os mesmos resultados para outras configurações estudadas no trabalho em tela, permitindo corrigir os valores obtidos experimentalmente.

Apesar da possibilidade de correção, resta analisar o problema do desconhecimento prévio dos valores das subcriticalidades dos arranjos experimentais simulados por técnicas de Monte Carlo. Neste sentido, a figura 8.12 apresenta os mesmos dados da figura 8.8; porém, foram adicionados os

Figura 8.10: Análise de tempo morto por Monte Carlo para a configuração 06 de [17] para diversas taxas de contagens. Em vermelho: valor esperado da subcriticalidade $-(\rho_0) = 0,0275$.

resultados de uma simulação com uma reatividade completamente equivocada $(\rho_0)_2 = 10(\rho_0)_1$, sendo o restante dos parâmetros cinéticos idênticos aos da simulação da figura 8.8 (e que podem ser obtidos previamente ao experimento, como o valor de α , p.e.).

O objetivo é investigar a robustez do método quanto ao desconhecimento prévio da subcriticalidade. As duas simulações da figura 8.12 apresentam coeficientes angulares estatisticamente equivalentes, em conformidade com o comportamento esperado para a subtração destes dados experimentais - figura 8.13.

Da figura 8.12 é possível constatar que as variações em torno do valor

Figura 8.11: Análise de tempo morto por Monte Carlo para a configuração 11 de [17] para diversas taxas de contagens. Em vermelho: valor esperado da subcriticalidade - $(-\rho_0) = 0,0575$.

verdadeiro $|(\rho_0)_1 - (\rho_0)_2| = 0,5175$ são consistentes com o resultado obtido 0,521(4), apresentando fortes evidências para as hipóteses adotadas nas aproximações empregadas para a obtenção da equação 6.82.

Figura 8.12: Avaliação do desconhecimento prévio da subcriticalidade na correção de tempo morto. As duas simulações apresentam coeficientes angulares estatisticamente equivalentes.

Figura 8.13: Diferenças entre os dados das duas simulações da figura 8.12. As variações em torno do valor verdadeiro $|(\rho_0)_1 - (\rho_0)_2| = 0,5175 - 0,521(4)$ - são estatisticamente equivalentes.

8.1.4.4 Resultados de experimentos realizados no reator IPEN/MB-01: correlação de terceira ordem

A partir dos dados e arranjo experimental empregado em [17] foi possível estimar a subcriticalidade de três configurações do reator IPEN/MB-01 por meio do método do terceiro momento. As técnicas de *bunching* e *Feynman- α* foram utilizadas para determinação do valor do canal temporal de saturação, figura 8.14. Cada uma das aquisições foi realizada durante um período de 3-5 horas aproximadamente.

Figura 8.14: Técnicas de *bunching* e *Feynman- α* utilizadas na determinação do canal temporal de saturação da configuração 11 de referência - $(-\rho_0) \cong 5725$ pcm: detector de BF_3 posicionado na face leste do reator IPEN/MB-01, $\alpha = 1540(19) s^{-1}$, *dwel time*= $1,2 \times 10^{-6}$ s - configuração 11 de [17].

A implementação direta da metodologia detalhada na seção 8.1.1 para os arranjos estudados em [17] apresentou os seguintes resultados:

Figura 8.15: Medida da subcriticalidade obtida através do método do terceiro momento para a configuração 11 de [17]. Taxa de contagem média: 2650 cps. Valores de Y_∞ , X_∞ , e $\overline{(-\rho)} = -0,82(32)$ (sem correção por tempo morto), provavelmente não sendo compatível com aquele de referência (em vermelho: valor medido de $\overline{(-\rho)}$; em azul: o verdadeiro).

1. não-divergência dos valores de referência de [17] (não-tendencialidade), quando as correções por tempo morto são consideradas;
2. incertezas muito grandes; porém, convergentes com o tempo de aquisição; e
3. limitação da técnica *bunching* para redução das incertezas; isto é, o tempo de reinicialização do MCS introduz tendenciosidade na medida.

As figuras 8.16 e 8.18 apresentam os resultados de outras duas configurações de referência. As principais tendências observadas nas simulações

do modelo de cinética pontual - incertezas crescentes com a subcriticalidade e a eficácia da utilização do canal temporal de saturação de $100/\alpha$ - foram observadas nos experimentos.

Figura 8.16: Resultado da aplicação do método do terceiro momento à configuração de referência de $(-\rho_0) \cong 2850$ pcm: detector de ^3He posicionado na face leste do reator IPEN/MB-01, $\alpha = 868(18) \text{ s}^{-1}$, $\text{dwell time} = 2,7 \times 10^{-6} \text{ s}$. Taxa de contagem média: 1200 cps. Não há correção por tempo morto.

Quanto ao tempo estimado de aquisição para a obtenção de medida útil, a figura 8.4 apresenta a subcriticalidade estimada ao longo do tempo disponível de aquisição, para um arranjo do reator IPEN/MB-01 de 8000 pcm de subcriticalidade.

A partir dos resultados da figura 8.4 é possível estimar que o tempo necessário para uma medida útil seja de alguns meses (8h/dia de aquisição), considerando uma fonte de Am-Be de 1Ci ($3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$) de intensidade. Este intervalo de tempo, dadas as condições atuais, torna o experimento

Figura 8.17: Medida da subcriticalidade obtida através do método do terceiro momento para a configuração 06 de [17]. Em vermelho: valor medido de $(-\rho) = -0,07(50)$ (sem correção); em azul: o verdadeiro.

não-produtivo. A melhor solução deste problema reside no aumento significativo da eficiência do sistema de detecção (o que poderá trazer problemas adicionais com a correção de tempo morto), uma vez que o manuseio e aquisição de fontes mais intensas trazem outros problemas. Uma possível abordagem é a implementação de outras metodologias teóricas.

Figura 8.18: Falso patamar introduzido pelo *bunching* além do limite do MCS: configuração 15 de [17].

Figura 8.19: Resultado da aplicação do método do terceiro momento à configuração 15 de [17] - $(-\rho_0) \cong 8800$ pcm: detector de BF_3 posicionado na face leste do reator IPEN/MB-01, $\alpha = 2094(18) \text{ s}^{-1}$, $\text{dwell time} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ s}$. Taxa de contagem média: 1750 cps. Não há correção por tempo morto. Valores de Y_∞ , X_∞ , e $\overline{(-\rho)} = 0.31(46)$ (em vermelho: valor medido de $\overline{(-\rho)}$; em azul: o verdadeiro).

A tabela 8.1 apresenta um resumo dos resultados experimentais obtidos.

Tabela 8.1: Resultados da aplicação do método do terceiro momento a algumas configurações de [17], sem correção por tempo morto. Para um nível de 95% de confiabilidade, $\chi^2_{\text{crítico}, \nu=2} = 5,99$, mostrando que os dados demandam algum tipo de correção.

Config. [17]	Barras de controle	Taxa de contagem (cps)	Gate (10^{-6}s)	α (s^{-1})	$(-\rho)$ s/ corr.
11	55/55%	2650	1,2	1540(19)	-0,82(32)
06	70/70%	1200	2,7	868(18)	-0,07(50)
15	40/40%	1750	1,87	2100(15)	0,31(42)
Soma χ^2 :					7,8

Tabela 8.1: continuação.

Config. [17]	$(-\rho_0)$ de ref.	$(-\rho)$ c/ corr.
11	0,0575	0,48(32)
06	0,0275	0,18(50)
15	0,0880	0,37(46)
Soma χ^2 :		2,3

Um teste de hipótese de χ^2 alto rejeita¹² os resultados de subcriticalidade sem correção de tempo morto da tabela 8.1, para um nível de significância de 95%¹³. Os dados corrigidos, por outro lado, não são rejeitados para χ^2 alto, no mesmo nível de significância anterior, apresentando evidência estatística para a necessidade da correção em tela, sendo, talvez, um dos resultados mais importantes deste trabalho.

¹²Isto é, $\chi^2 > \chi^2_{\text{crítico}, \nu=2}$.

¹³Teste de χ^2 alto [36]: $1 - \alpha = P(\chi^2 \geq \chi^2_{\text{crítico}}; \nu = 2) = \int_{\chi^2_{\text{crítico}}}^{\infty} f_{\nu}(\chi^2) d\chi^2$.

Figura 8.20: Correção dos valores medidos de subcriticalidades por tempo morto. Sem a utilização destas correções, os resultados apresentam probabilidade significativa de possuírem tendenciosidade.

8.2 Método da auto bi-correlação

8.2.1 Descrição

O procedimento experimental que visa determinar a subcriticalidade de um determinado arranjo utilizando auto bi-correlações de contagens é semelhante àquele do método da correlação de terceira ordem, por exceção das seguintes diferenças:

1. realizar aquisição prévia de dados visando estimar um canal com extensão temporal tal que mais de uma contagem por canal tenha probabilidade não-significativa de acontecer - ver apêndice I;
2. para cada evento de detecção, registrar o número do canal e varredura (previamente implementado no sistema IPEN/MB-01 correlator [17]): P_v - P registro do canal, v subíndice da varredura (conforme a figura 8.21.);
3. calcular a média e correlações, conforme itens 6.7 e 8.2.2;
4. utilizar o modelo de cinética pontual subcrítica de preferência para o cálculo do parâmetro de interesse:

$$\begin{aligned} & [(-\rho) + \beta_{eff}] \text{ ou, } [\tau\beta_{eff} + \zeta] = \dots \\ & \left(\frac{3 \langle \nu(\nu - 1) \rangle^2}{2 \langle \nu(\nu - 1)(\nu - 2) \rangle \langle \nu \rangle} \right) (\Upsilon(\tau_1, \tau_2) - 1) \\ & (-\rho_{gen}) \rightarrow \text{obtida por APSD;} \end{aligned}$$

5. montar o mapa de índices de auto bi-correlações em função de (τ_1, τ_2) , eliminando as regiões nas quais o tempo morto é relevante (figura 6.19 - τ_2, τ_1 , e $[\tau_2 - \tau_1]$ são maiores que $5 \cdot \tau_d$) e as regiões de (τ_1, τ_2) onde as correlações verdadeiras não são significativas (conforme itens 8.2.3.1 e 8.2.3.2); e
6. finalmente, ajusta-se os dados a uma constante (no caso em que a seguinte relação é satisfeita: $e^{(-\alpha\tau_{1,2})} \cong 1$).

Tendo em vista os tempos de aquisição e o montante de dados a ser processado, o procedimento deverá minimizar o arquivamento de informações

redundantes e desnecessárias (como um canal vazio) e permitir a implementação de um algoritmo rápido de estimativa das correlações de interesses - figura 8.21.

Figura 8.21: Exemplo de arquivo de aquisição de dados [17] gerado pelo sistema IPEN/MB-01 correlator. Os *flags* indicam as mudanças de varredura.

8.2.2 Algoritmo de determinação dos estimadores de interesse

Em um experimento não planejado de determinação da auto bi-correlação, os dados primários serão uma enorme seqüência binária e esparsa. Visando otimizar o manuseio destes dados, o algoritmo de cálculo das taxas de coincidências emprega as chamadas diferenças temporais [5].

Primeiramente, o sistema de aquisição deverá registrar os dados segundo a respectiva varredura (ou apenas indicar a mudança de varredura) do MCS e canal¹⁴, ao invés de uma seqüência binária de dados. Ao final do ex-

¹⁴O sistema correlator IPEN/MB-01 implementa esta estratégia por meio da indicação de mudança da varredura do MCS (o que aumenta a compactação dos dados).

perimento, cada varredura conterá uma seqüência de posições (canais) de eventos de detecção.

Exemplificando, suponha que a varredura v contenha E_v ($E_v \cong 400-450$) eventos registrados (que geralmente é muito menor que o número de canais do MCS, $N_{MCS} \cong 1,3 \times 10^5$) e que $P_v(i)$ (onde $i = \{1, \dots, E_v\}$, e N_v é o número de varreduras) determine a posição (canal) do i -ésimo evento de uma varredura específica v ; isto é, $P_v(i)$ é o próprio dado experimental.

A subtração entre dois valores quaisquer de P_v (tais que $j > i \rightarrow P_v(j) > P_v(i)$, sempre limitados a mesma varredura v) determina o afastamento temporal entre estes dois eventos (em unidades do canal temporal), correlacionados ou não.

Segundo este esquema de estruturação dos dados experimentais, o estimador de R_{xx} , por exemplo, pode ser determinado conforme o seguinte algoritmo de cálculo, para cada uma das N_v varreduras:

```

Para  $i = 1, \dots, (E_v - 1)$ 
  Para  $j = (i + 1), \dots, E_v$ 
     $\bar{R}_{xx}(P_v(j) - P_v(i)) \leftarrow \bar{R}_{xx}(P_v(j) - P_v(i)) + 1;$ 
  fim
fim

```

no final, para cada $P_v(j) - P_v(i) \equiv k$ ¹⁵, deve-se calcular a taxa média estimada de coincidências, $\bar{R}_{xx}$:

$$\bar{R}_{xx}(k) \leftarrow \frac{\bar{R}_{xx}(k)}{N_v [N_{MCS} - k]}$$

---

¹⁵O algoritmo pode ser estruturado para avaliar apenas coincidências com $P_v(j) - P_v(i) < N_{MCS}/2$, aproveitando-se da simetria de R_{xx} .

Durante uma determinada varredura do MCS serão realizadas¹⁶:

$$(E_v - 1) + (E_v - 2) + \dots + 1 = \frac{E_v(E_v - 1)}{2} \cong \frac{E_v^2}{2} \cong 1,0 \times 10^5 \frac{\text{operações}}{\text{varredura}}$$

aplicando-se o método das diferenças temporais.

Sob esta metodologia, a estrutura esparsa dos dados na forma digital torna-se transparente, acelerando o processo. Devido a esta natureza dos dados experimentais, o número de operações necessárias para implementação das diferenças temporais é muito menor que o número de operações empregadas na comparação direta entre duas linhas temporais - $M_{MCS}^2/4 \cong 4,2 \times 10^9$ operações/varredura; isto é, seguindo estritamente a definição.

A eficiência relativa do método das diferenças temporais, frente a um algoritmo que compara canal por canal (obedecendo rigidamente a definição das auto-correlações), aumenta para os estimadores de ordens superiores. Para o estimador de R_{xxx} , utiliza-se:

```

Para  $i = 1, \dots, (E_v - 2)$ 
  Para  $j = (i + 1), \dots, (E_v - 1)$ 
    Para  $m = (j + 2), \dots, E_v$ 
       $\bar{R}_{xxx}(P_v(j) - P_v(i), P_v(m) - P_v(i)) \leftarrow \dots$ 
       $\bar{R}_{xxx}(P_v(j) - P_v(i), P_v(m) - P_v(i)) + 1;$ 
    fim
  fim
fim

```

e, semelhantemente, a taxa de auto bi-coincidências é estimada a partir da razão entre as triplas coincidências acumuladas no experimento e o número de graus de liberdade envolvidos:

$$\bar{R}_{xxx}(k_1, k_2) \leftarrow \frac{\bar{R}_{xxx}(k_1, k_2)}{N_v [N_{MCS} - \text{máx} \{k_1, k_2\}]}$$

---

¹⁶Na verdade, existem o dobro de operações, pois deve-se realizar uma diferença $P_v(j) - P_v(i)$ e um incremento $\bar{R}_{xx}(P_v(j) - P_v(i)) \leftarrow \bar{R}_{xx}(P_v(j) - P_v(i)) + 1$, para cada evento registrado.

No caso das bicorrelações, o algoritmo de cálculo não pode percorrer todo mapa (k_1, k_2) por motivos práticos. Apesar da utilização do algoritmo das diferenças temporais, o número de operações necessárias para a estimativa da auto bi-correlação é imenso, $\cong 10^{10}$ operações/varredura, sem mencionar o fato que as triplas coincidências verdadeiras desaparecem após algumas dezenas de canais temporais. A figura 8.22 mostra que a auto-correlação (estatística de segunda ordem) dissipa-se antes de 1000 canais (2×10^{-3} s, para a configuração 06 de Kuramoto [17]). Estatísticas de ordens superiores perderão as correlações verdadeiras mais rapidamente - conforme capítulo 3.

Neste sentido, limita-se o algoritmo das diferenças temporais às regiões de interesse do mapa (k_1, k_2) ¹⁷. No caso da figura 8.22, uma função que contém apenas uma exponencial é capaz de se ajustar aos dados, desprezando-se a região onde a influência do tempo morto no sistema de aquisição é significativa.

8.2.3 Auto bi-correlações: resultados

Antes da discussão dos resultados será proposta uma metodologia adequada para a sua apresentação - seção 8.2.3.1. Sob este modo de apresentação dos dados será discutida a dependência das auto bi-correlações com os atrasos entre os componentes de tripletos de coincidências - seção 8.2.3.2 -, investigando se os dados experimentais permitem estabelecer dependência entre as auto bi-correlações e respectivos atrasos temporais. Finalmente, os resultados são apresentados - seção 8.2.3.3 - ressaltando-se as principais dificuldades da implementação do método.

8.2.3.1 Formato de apresentação de resultados

A apresentação direta do mapa de subcriticalidade em função (k_1, k_2) torna a visualização e análise dos dados muito difícil, em função da vigorosa dis-

---

¹⁷Compara-se $(P_v(j) - P_v(i))$, $(P_v(m) - P_v(i))$ e $(P_v(m) - P_v(j))$ com o intervalo temporal máximo onde as triplas correlações são relevantes e com o tempo morto do sistema de aquisição.

Figura 8.22: Exemplo de perda de correlação de C_{xx} com o tempo para a configuração 06 de Kuramoto [17]. Após 1000 canais não existem quaisquer correlações entre pares de eventos de detecção. A escala logarítmica do eixo das abscissas foi escolhida de modo a representar os primeiros canais de forma clara.

persão destes dados neste mapa bi-dimensional. A figura 8.23 apresenta um exemplo de mapa de subcriticalidade em função (k_1, k_2) para a configuração 14 de Kuramoto [17].

Resultados típicos como o da figura 8.23 não permitem a análise apropriada dos dados. A maneira ideal de estudar estes resultados é construção de um mapeamento entre (k_1, k_2) e um índice unidimensional de varredura apropriado¹⁸, simplificando a representação tridimensional do mapa. Neste

¹⁸Que nada tem de relação com a varredura do MCS.

Figura 8.23: Mapa de subcriticalidade para a configuração 14 de Kuramoto [17]. Apenas metade do mapa é apresentada, ($k_1 < k_2$), pois a outra metade não possui definição. A apresentação dos resultados sob esta forma torna a sua análise muito difícil (para esta configuração: $\tau = 1,6 \times 10^{-6} \cdot k$).

trabalho propõem-se as seguintes transformações:

$$\text{índice de varredura} = k_1 \cdot E_v + k_2, \text{ ou } = k_2 \cdot E_v + k_1$$

conforme figura 8.24¹⁹.

Da forma que o índice de varredura é apresentado, para cada valor selecionado de k_1 , por exemplo, a varredura desloca-se para valores crescentes de k_2 , com as respectivas variâncias crescentes com o aumento do atraso do último componente do tripleto (valores crescentes de k_2 rarefazem as correlações verdadeiras).

¹⁹Neste trabalho foi escolhida a primeira forma.

Figura 8.24: Exemplo de esquema de varredura de um mapa (k_1, k_2) com dimensão $E_v = 45$. Transformação do sistema de coordenadas do mapa (k_1, k_2) em uma representação unidimensional: índice de varredura = $k_1 E_v + k_2$. No sentido de facilitar a construção do algoritmo de varredura, o mapa (k_1, k_2) é transformado de tal sorte que: $C_{xx}(\tau_1, \tau_2) = C_{xx}(\tau_2, \tau_1)$. Obviamente, o algoritmo deve desprezar as regiões de tempo morto (cantos esquerdo e inferior e o entorno da diagonal $k_1 = k_2$).

Quando o valor de k_2 atinge E_v (ou o limite para auto bi-correlações verdadeiras), uma nova varredura inicia-se, reduzindo as respectivas variâncias na medida em que baixos valores de k_1 e k_2 permitem correlações mais intensas. O resultado apresenta-se sob a forma de “triângulos periódicos” (sendo cada “triângulo” associado a um valor específico de k_1) - conforme as figuras 8.25 (em uma representação esquemática) e 8.26 (para um caso real). Como mostrado adiante, a formação de “triângulos periódicos” é uma indicação de que o mapa de auto bi-correlações possivelmente foi estendido

para regiões indesejáveis, onde o conteúdo das correlações é fundamentalmente accidental.

Figura 8.25: Representação esquemática da formação dos “triângulos periódicos”. Fixado um valor de k_1 , a variância é inicialmente constante. Na medida em que a região de não-correlação entre os dados se estabelece, formam-se estes “triângulos”.

A utilização de regiões nas quais as correlações accidentais são significativas introduz tendenciosidade no estimador desejado, pois operações do tipo $\frac{\#}{\cong 0}$ ou $\frac{\cong 0}{\cong 0}$ serão usuais²⁰, conforme 8.27. Desta forma, torna-se importante a investigação das regiões do mapa (k_1, k_2) onde as correlações são significativas - conforme figuras 8.26 (detalhe em vermelho) e 8.27 (ampliação dos detalhes da figura 8.26).

Limitando-se as varreduras às regiões indicadas nas figuras 8.27 e 8.27, elimina-se a formação dos “triângulos periódicos” nos resultados desejados. Uma outra maneira de explorar a região de correlações verdadeiras no mapa (k_1, k_2) é a verificação direta das correlações, conforme o item a seguir.

²⁰Conforme k_1 e k_2 aumentam, o cálculo do valor de $\Upsilon(\tau_1, \tau_2) \equiv [C_{xx}(\tau_1, \tau_2) \langle x \rangle] / [2C_{xx}(\tau_1)C_{xx}(\tau_2)]$ pode introduzir as operações não desejadas, pois as correlações verdadeiras desaparecem.

Figura 8.26: Transformação dos resultados do método das auto bi-correlações em uma plotagem simples em função do índice de varredura. A reatividade é apresentada como função do índice de varredura, explicado na figura 8.24, para a configuração 15 de Kuramoto [17]. Em vermelho: regiões no mapa (k_1, k_2) onde as variações não assumem forma de “triângulos periódicos”.

Figura 8.27: Configuração 15 de Kuramoto [17]: detalhe de um dos “triângulos periódicos” da figura 8.26. De forma a evitar tendenciosidades na medida, limita-se o mapa (k_1, k_2) às regiões onde as correlações verdadeiras são significativamente diferentes de zero.

8.2.3.2 Verificação da dependência temporal das correlações

As auto bi-correlações dispersam-se vigorosamente em torno do valor nulo. De modo a permitir a investigação desta correlação, o mapa de (k_1, k_2) deve ser seccionado para alguns valores de k_1 (ou k_2).

Caso haja auto bi-correlações significativas nos dados experimentais, os valores ajustados dos resultados de $C_{xxx}(k_1 = C, k_2)$ devem ser decrescentes com k_2 e estatisticamente positivos, como apresentado na figura 8.28.

Figura 8.28: Cortes no mapa (k_1, k_2) para os resultados da configuração 14 de Kuramoto [17] (colunas $k_1 = 11$ e 15 do mapa). As figuras mostram que o ajuste por uma exponencial seria dispensável ($C_{xxx} = A + Be^{\alpha\tau_2}$). Superior: $\square \tau_1 = 2,4 \times 10^{-5} \text{ s}$: $A = -1,68(50) \times 10^{-10}$ e $B = 9,50(70) \times 10^{-10}$. Inferior: $\circ \tau_1 = 1,8 \times 10^{-5} \text{ s}$: $A = -3,10(40) \times 10^{-10}$ e $B = 1,50(7) \times 10^{-9}$.

A figura 8.28 mostra que as correlações (nesta configuração), apesar de

fracas, são estatisticamente significativas e dependentes dos atrasos k_1 e k_2 . Caso estas correlações não fossem decrescentes, seria impossível obter um índice de auto bi-correlação, $\Upsilon(k_1, k_2)$, constante em todo o mapa (k_1, k_2) (uma vez que as correlações C_{xx} são também decrescentes).

Figura 8.29: Cortes no mapa (k_1, k_2) para os resultados da configuração 15 de Kuramoto [17]. Superior: $\square$ $\tau_1 = 4,5 \times 10^{-5}$ s: coeficiente angular = $-1,3(9) \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$; e Inferior: $\circ$ $\tau_1 = 5,4 \times 10^{-5}$ s: coeficiente angular = $0,81(150) \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

Por outro lado, a figura 8.29²¹ mostra que após algumas dezenas de canais temporais as correlações procuradas são perdidas, de modo que é desnecessário a varredura de mapas contendo centenas de colunas e linhas.

²¹O gráfico inferior da figura 8.29 possui menos pontos que o da figura acima, pois, conforme o corte no mapa avança no valor de τ_1 , o número de canais temporais de τ_2 tais que $\tau_2 > \tau_1 + \tau_d$ diminuem.

Estender o mapa para além da região onde as correlações são significativas é inócuo.

Neste exemplo, mostra-se que após algumas dezenas de canais (entre as colunas $k_1 = 25$ - acima - para a 30 - abaixo - do mapa) perdem-se as bi-correlações (diferentemente da figura 8.28 limitou-se os ajustes para apenas algumas dezenas de canais). No corte da coluna 30, o coeficiente angular do ajuste $C_{xxx} \times \tau_2$ não é significativamente diferente de zero²², mostrando que as correlações de alta ordem começam a esvanecer.

O contundente desaparecimento das bi-correlações com o atraso limita a aplicação do método, impoem um limite superior (k_1 e k_2 máximos), pois reduz o número de pontos do mapa (k_1, k_2) onde é possível obter o estimador de interesse²³. Existem ainda outros fenômenos que limitam a aplicação da presente para valores arbitrariamente baixos de k_1 e k_2 - conforme 8.2.3.3.

O problema da perda da significância das correlações é de caráter estrutural e só pode ser resolvido com o aumento do conteúdo estatístico dos dados experimentais. Com este aumento, as variâncias por ponto deste mapa tornam-se relativamente menores, estendendo a região onde as auto bi-correlações são significativas.

8.2.3.3 Resultados

Os resultados obtidos do emprego do método da auto bi-correlação à algumas configurações de interesse do reator IPEN/MB-01 serão discutidos segundo os potenciais problemas decorrentes da aplicação da metodologia apresentada, cujas soluções nem sempre estão disponíveis: (1) tendências introduzidas pela escolha incorreta da extensão do mapa (k_1, k_2) e (2) tendências introduzidas pelo efeito de duas-regiões [52].

---

²²Variâncias foram consideradas constantes no intervalo estudado

²³Na medida em que cada ponto produz uma estimativa independente de $\Upsilon(k_1, k_2)$, quanto mais pontos válidos mais eficiente será o estimador de interesse (média do estimador em todos os pontos).

Tendenciosidades introduzidas pela escolha incorreta da extensão do mapa (k_1, k_2)

A figura 8.30 apresenta o estimador de $(-\rho_0)$ para os diversos pontos do mapa (k_1, k_2) da configuração 15 de [17]. Utilizando-se apenas as regiões deste mapa onde as auto bi-correlações são significativas (neste caso: 70x70), os “triângulos periódicos” desaparecem dando um indício que nesta região reduzida do mapa de (k_1, k_2) , o valor de $\Upsilon(\tau_1, \tau_2)$ é aproximadamente constante (considerando as incertezas).

Figura 8.30: Estimador de $(-\rho)$: configuração 15 de Kuramoto [17] para um mapa (k_1, k_2) de 70x70. Utilizando-se apenas regiões do mapa (k_1, k_2) nas quais todas as correlações (entre tripletos ou dupletos) são significativamente diferentes de zero, nenhuma formação tipo “triângulos periódicos” surge.

Neste trabalho, arbitra-se como o estimador de $(-\rho_0)$, $\overline{(-\rho)}$, a média ponderada entre os valores de $(-\rho)$ obtidos para cada valor do índice de varredura segundo o inverso da variância avaliada conforme estabelecido pela equação 6.100. A ponderação pelo inverso da variância avaliada por esta equação ou a média simples de $(-\rho)$ ao longo do índice de varredura mostraram-se praticamente idênticas, conforme as discussões envolvendo as equações 6.104 e 6.105. O comportamento semelhante destes estimadores é explicável, pois, na faixa do índice de varredura onde os resultados são aproveitáveis, o valor de $(-\rho)$ apresentou variância aproximadamente constante.

A figura 8.31 mostra os resultados do valor de $\overline{(-\rho)}$ acumulado ao longo do índice de varredura (mapa 70×70) da configuração 15 de Kuramoto [17]. Aparentemente, o estimador é convergente; mas, de modo semelhante ao método do terceiro momento, as variâncias mostraram-se muito maiores do que aquelas necessárias para a implementação prática do método.

Apesar dos cuidados tomados, o resultado da figura 8.31 aparentemente apresenta alguma estrutura. No entanto, é difícil distinguir nesta estrutura entre: (1) as flutuações aleatórias próprias do estimador; e (2) variações sistemáticas distribuídas no mapa (k_1, k_2) ao longo do índice de varredura, alterando tendenciosamente o estimador. Desta forma, é necessário verificar diretamente se estrutura observada na figura 8.31 é um resultado natural do presente experimento e fruto do comportamento estatístico do estimador avaliado.

De modo a criar um juízo de valor da “forma verdadeira” da figura 8.31²⁴, a figura 8.32 apresenta os mesmos resultados da figura 8.31 utilizando apenas números aleatórios normais com média e variância idênticas aos dos resultados experimentais.

Aparentemente, a simulação gera estruturas semelhantes aos resultados experimentais²⁵, produzindo um indício que a estrutura da figura 8.31

---

²⁴Por “forma verdadeira” entende-se: estrutura idealizada deste gráfico que seria o resultado de um experimento desprovido de erros sistemáticos e com um valor verdadeiro constante ao longo do índice de varredura.

²⁵De fato, aparentemente os picos e vales do resultado experimental são mais contínuos que aqueles produzidos pelo gerador de números aleatórios.

Figura 8.31: Resultado da subcriticalidade estimada para a configuração 15 de Kuramoto [17]: $(-\rho_0) \cong 8000$ pcm, 26×28 , $\#BC=40/40\%$, e $(-\rho) = 0,15(16)$ (marcado ao final do gráfico) - mapa 70×70 . Na figura, o estimador de subcriticalidade, $(-\rho)$, é acumulado ao longo da varredura. Para esta configuração: $\alpha = 2094(18) \text{ s}^{-1}$ e taxa de contagem média $\cong 1750$ cps. Em vermelho: o valor nulo; em azul: o resultado esperado; em $\square$: o estimador final e sua incerteza.

é provavelmente fruto da distribuição de uma variável aproximadamente aleatória e constante ao longo do índice de varredura²⁶.

A figura 8.33 apresenta o histograma dos valores da figura 8.30; isto é, o histograma dos resultados em diferentes pontos do mapa (k_1, k_2) . Os dados

²⁶O que não quer dizer que necessariamente não há tendenciosidade e que a fdp de todo o estimador deve ser gaussiana. Apenas supõem-se que o estimador deverá ter fdp gaussiana, pois é o resultado de combinações entre algumas variáveis aleatórias.

Figura 8.32: Simulação do resultado da figura 8.31 utilizando geração de números aleatórios. Em $\square$: o resultado final da simulação.

desta figura distribuem-se aproximadamente como uma variável normal com razoável grau de confiabilidade - $\beta = -0,008(7)$ e $\kappa = 0,10(7)$ ²⁷. Apesar da natureza gaussiana não ser necessária para o estimador de interesse, a distribuição gaussiana dos dados era esperada intuitivamente de antemão em função de toda a combinação de dados realizados para obtenção de Υ .

A presente metodologia deve fixar um limite na extensão do mapa (k_1, k_2) , provendo meios para evitar a introdução inadvertida de efeitos sistemáticos significativos. Primeiramente, entretanto, apresenta-se um exemplo dos resultados negativos de tais efeitos. A figura 8.34 ilustra o mesmo

²⁷O valor de κ foi subtraído de 3, para a comparação direta com a gaussiana (cujo valor de κ por definição é 3).

Figura 8.33: Histograma do mapeamento de $(-\rho)$: configuração 15 de Kuramoto [17]. O resultado experimental de $(-\rho)$ distribui-se aproximadamente como uma variável normal com razoável grau de confiabilidade - $\beta = -0,008(7)$ e $\kappa = 0,10(7)$.

resultado da figura 8.33 em uma região consideravelmente maior que a anterior ($70 \times 70 \rightarrow 500 \times 500$).

Apesar de existir esta possibilidade de extensão do mapa de auto bi-correlações para regiões de maiores valores de (k_1, k_2) , o resultado de $\overline{(-\rho)}$ não melhora. De fato, as variâncias obtidas podem até piorar. Neste caso

é possível associar aos vértices dos “triângulos periódicos”: (1) mudanças sistemáticas do estimador desejado; e (2) mudanças nas colunas do mapa (k_1, k_2) . Provavelmente, este não é comportamento esperado de um estimador que deve ser constante ao longo do índice de varredura.

A função densidade de probabilidade destes resultados diverge significativamente da distribuição gaussiana - figura 8.36²⁸; em particular, no que diz respeito ao valor de κ (*kurtosis*) da distribuição destes dados.

Provavelmente, a forma do histograma da figura 8.36 é fruto da combinação de dois subconjuntos distintos de dados contidos no mesmo histograma: (1) um subconjunto com distribuição gaussiana dos estimadores de $(-\rho_0)$, contendo o resultado esperado (típico da figura 8.33); e (2) outro com variância distinta e significativamente maior que aquela do estimador de interesse, contendo a região de dados de baixa correlacionados e de caráter não-gaussiano do estimador de $(-\rho_0)$ ²⁹, conforme a figura 8.35.

De forma a mostrar evidências que a região dos “triângulos periódicos” é calculada onde operações proibidas ($\cong 0 / \cong 0$, p.ex.) são realizadas, a figura 8.37 apresenta o mesmo histograma da figura 8.36, porém com os dados referentes à região onde os valores de $(-\rho)$ são estatisticamente constantes (operações permitidas) removidos.

Na figura 8.37, o ajuste “gaussiano” falha completamente; por outro lado, a fdp de *Lorentz* ajusta-se aos dados de forma razoavelmente satisfatória³⁰. Dados experimentais dispersos conforme uma fdp de *Lorentz* são uma evidência de estes foram obtidos por meio da razão de variáveis aleatórias com fdps gaussianas do tipo $N(0, \sigma)$, $N(0, \sigma_1)/N(0, \sigma_2)$.

Na medida em que amostras de tamanhos crescentes são usadas nesta região problemática, a respectiva média torna-se crescentemente variável³¹. Logo, utilizou-se a mediana como estimador de $(-\rho_0)$ nesta região. A medi-

²⁸Ironicamente, este foi o “melhor” resultado experimental.

²⁹Pelos seguintes motivos: (1) se fosse gaussiano, a combinação com o primeiro subconjunto resultaria em um resultado com distribuição gaussiana, e (2) o ajuste dos dados a duas gaussianas não se mostrou eficiente (este resultado não é apresentado, por ter sido considerado dispensável).

³⁰O valor do $\chi^2_{red.}$ obtido no ajuste da figura 8.37, 6,6, e o número de graus de liberdade (100) mostram que a fdp de *Lorentz* não ajusta os dados de forma ideal.

³¹A distribuição de *Lorentz* tem média indefinida.

Figura 8.34: A extensão do mapa de auto bi-correlações não melhora os resultados (configuração 15 de Kuramoto [17]): mapa 500×500 . Em vermelho: mudança de colunas do mapa (k_1, k_2) . As mudanças de coluna mostram claramente a correlação com os erros sistemáticos na medida. Este não é comportamento esperado de um estimador que deve ser constante ao longo do índice de varredura.

ana do histograma estima $(-\rho_0)$ de forma equivocada, 2,2(17) e com incerteza maior que na região de “ajuste gaussiano”, a despeito do número maior de graus de liberdade. Claramente, esta região tem que ser descartada.

A verificação dos “triângulos periódicos” é uma forma direta de inferir potenciais problemas nos resultados. Nem sempre, entretanto, os efeitos destes “triângulos” são contundentes, o que pode levar à uma avaliação equivocada. Por exemplo, a figura 8.38 apresenta o resultado obtido para $(-\rho)$ em um mapa que permitiu a avaliação de aproximadamente 125 000

Figura 8.35: Regiões do mapa de auto bi-correlação. (1) verde: região onde existe correlações verdadeiras, cujos dados de $(-\rho)$ apresentam distribuição gaussiana; (2) vermelho: região proibida para a avaliação de $(-\rho)$; (3) amarelo: dependendo do nível de subcriticalidade, efeitos do refletor podem tornar a descrição teórica apresentada significativamente incompleta.

pontos. Aparentemente, não existem “triângulos periódicos”; não obstante, os resultados do estimador de $(-\rho_0)$ não se mostram convergentes a um valor definido, conforme figura 8.39.

Apesar deste óbice, o histograma dos valores experimentais de $(-\rho)$ mostra-se ainda uma ferramenta objetiva para indicar possíveis introduções de tendenciosidades - figura 8.40 -, na medida em que os desvios da função densidade de probabilidade gaussiana foram significativos a despeito da aparente falta dos “triângulos periódicos”.

Verificado o problema no histograma de dados referente a utilização de uma região inapropriada do mapa (k_1, k_2) , um aumento (*zoom*) em certas regiões do índice de varredura mostra que os dados podem apresentar a

Figura 8.36: Na região estendida do mapa (k_1, k_2) da configuração 15 de Kuramoto [17] a função densidade de probabilidade do estimador de interesse desvia-se significativamente da distribuição gaussiana, $\beta = -0,008(7)$ e $\kappa = 11,12(1)$, sugerindo que influências sistemáticas distorcem a distribuição dos dados experimentais.

formação de “triângulos periódicos” em algumas regiões. A figura 8.41 apresenta este caso para duas pequenas regiões da figura 8.38. Em um dos trechos do índice de varredura desta figura é possível observar estruturas, em outro é como se os dados se dispersassem aleatoriamente (o que não

Figura 8.37: O mesmo histograma da figura 8.36 (configuração 15 de [17]); porém, com os dados referentes à região onde os valores de Υ , ou $(-\rho)$, constantes são removidos: $\beta \cong 25$ e $\kappa \cong 2500$. O resultado de $\chi^2_{red.} = 6,6$ mostra que algum efeito sistemático continua ignorado, como por exemplo operações do tipo: $\cong 0/(\cong 0 \cdot \cong 0)$.

seria esperado a princípio).

Na medida em que apenas uma forma de analisar os dados não provê certeza sobre a sua verdadeira natureza, este trabalho utilizou, nesta ordem, as seguintes ferramentas para avaliar as características de tendenciosidade e convergência do estimador empregado: (1) aparente falta de “triângulos periódicos” ao longo do índice de varredura; (2) verificação direta do valor

Figura 8.38: A extensão do mapa de auto bi-correlações da configuração 11 de Kuramoto [17]: mapa 500×500 . Aparentemente, não existem os “triângulos periódicos”. O único efeito observado é o natural aumento da variância dos dados no final da varredura do mapa, causado pelos efeitos anteriormente explicados.

não-nulo das auto bi-correlações nos limites adotados para o mapa; (3) análise estatística do histograma de $(-\rho)$; e (4) convergência de $\overline{(-\rho)}$.

Figura 8.39: Resultado da subcriticalidade estimada para a configuração 11 de Kuramoto [17]: mapa 500×500 . Apesar da generosa extensão do mapa, o resultado não se mostra convergente. Em azul: o resultado esperado. Canal temporal: $1,2 \times 10^{-6} \text{s}$, $\alpha = 1540(19) \text{ s}^{-1}$, $\#BC = 55/55\%$. Apesar de se aproximar do resultado, após 125 000 estimativas não há convergência do estimador $\overline{(-\rho)}$. Em $\square$: o resultado experimental.

Figura 8.40: Na região estendida da configuração 11 de Kuramoto [17], a função densidade de probabilidade do estimador de interesse desvia-se significativamente da distribuição gaussiana, apesar da aparente falta dos “triângulos periódicos”.

Figura 8.41: Configuração 11 de [17]: aumento na região de início - acima (primeiro 6000 pontos) - e fim - abaixo ($\cong$ últimos 6000 pontos) - da varredura da figura 8.38. Nem sempre é possível distinguir os “triângulos periódicos”, mesmo sabendo que há problemas no histograma de dados. Em vermelho acima: a formação dos “triângulos periódicos” é repetida a cada aumento de 500 no índice de varredura.

Tendenciosidades introduzidas pelo efeito de duas-regiões

Arranjos físseis refletidos consistem uma classe importante de sistemas. A presença do refletor pode ser responsável por fenômenos não esperados no modelo de cinética pontual; em particular, “anomalias” como os múltiplos modos de decaimento, comportamento não-linear entre α e a reatividade, e a discrepância das densidade espectrais em altas frequências. Tais “anomalias” têm sido explicadas no modelo de Duas-Regiões [53].

Conforme detalhado na seção 2.6 considerou-se que a implementação teórica do modelo de Duas-Regiões no contexto das correlações de altas ordens fora do contexto do presente trabalho.

O efeito do refletor no modelo de Duas-Regiões permite mostrar que, no refletor, para subcriticalidades maiores que 3500 pcm (entre as configurações estudadas de Kuramoto [17]) existem dois modos de decaimento significativo (conforme figuras 2.9, 7.14, e 7.15), sendo a contribuição daquele de maior constante de decaimento negativa para a auto-correlação, explicando a queda da auto-correlação nos primeiros canais - conforme ilustrado na figura 8.42 (configuração 11 de Kuramoto [17]) - quando comparada ao que se esperaria se o efeito de Duas-Regiões não fosse significativo - conforme a figura 2.9.

Este tipo de efeito pode introduzir tendenciosidades nas medidas do presente trabalho, uma vez que o modelo adotado para as auto bi-correlações não contempla efeitos relativos ao modelo de Duas-Regiões. Explicitamente, a equação 6.89, utilizada na dedução do índice de auto bi-correlação, não considera os dois termos exponenciais ($C_{xx} = A + Be^{\alpha_1\tau} + Ce^{\alpha_2\tau}$) necessários ao ajuste dos dados para configurações altamente subcríticas.

O resultado da figura 8.42 ilustra como o ajuste por duas constantes de decaimentos produz resultados visualmente melhores. O eixo do tempo foi apresentado em escala logarítmica para realçar os primeiros canais, que estão associados a segunda constante de decaimento de nêutrons prontos.

O problema é ainda agravado pelo fato de que apenas os primeiros canais (onde exatamente o segundo modo de decaimento é relevante) são os mais importantes para a medida do índice de auto bi-correlação. Para tal

Figura 8.42: Configuração 11 de Kuramoto [17]: efeito do refletor no modelo de duas regiões na auto-correlação. No modelo de Duas-Regiões, o decaimento das cadeias de fissão de nêutrons é descrito por dois termos exponenciais independentes. O maior valor de $|\alpha|$ teve, no caso, contribuição negativa.

problema, o presente trabalho não apresenta nenhuma solução; entretanto, certamente a solução é o tratamento teórico das auto bi-correlações dentro do modelo de Duas-Regiões.

Por outro lado, para configurações com subcriticalidades inferiores a 3500 pcm, uma função contendo apenas uma exponencial mostrou-se suficiente para o ajuste aos dados experimentais, conforme a figura 8.22 (configuração 06 de Kuramoto [17]).

Finalmente, são apresentados a seguir outros resultados do emprego do método para duas configurações com subcriticalidades inferiores a 3500 pcm - 06 e 09 (figuras 8.43, 8.44, 8.45, 8.46, e 8.47) - e outra superior - 14 (figuras

8.49, 8.48, e 8.50).

Figura 8.43: Estimador de $(-\rho)$: configuração 06 de Kuramoto [17] para um mapa (k_1, k_2) de 50×50 .

Figura 8.44: Resultado da subcriticalidade estimada para a configuração 06 de Kuramoto [17]: $(-\rho_0) \cong 2850$ pcm, 26×28 , $\#BC=70/70\%$, e $\overline{(-\rho)} = 0,18(20)$ (marcado ao final do gráfico) - mapa 50×50 . Para esta configuração: $\alpha = 868(18) \text{ s}^{-1}$ e taxa de contagem média $\cong 1200$ cps. Em vermelho: o valor nulo; em azul: o resultado esperado. Em $\diamond$: o resultado experimental.

Figura 8.45: Histograma do mapeamento de $(-\rho)$: configuração 06 de Kuramoto [17]. Estatísticas de interesse: $\kappa=0,097(130)$ e $\beta=-0,04(6)$.

Figura 8.46: Estimador de $(-\rho)$: configuração 09 de Kuramoto [17] para um mapa (k_1, k_2) de 100×100 .

Figura 8.47: Resultado da subcriticalidade estimada para a configuração 09 de Kuramoto [17]: $(-\rho_0) \cong 3269$ pcm, 26×28 , $\#BC=67,5/67,5\%$, e $\overline{(-\rho)} = -0,20(26)$ (marcado ao final do gráfico) - mapa 100×100 . Para esta configuração: $\alpha = 955(10) \text{ s}^{-1}$ e taxa de contagem média $\cong 1100$ cps. Em vermelho: o valor nulo; em azul: o resultado esperado. Em $\square$: o resultado experimental.

Figura 8.48: Estimador de $(-\rho)$: configuração 14 de Kuramoto [17] para um mapa (k_1, k_2) de 60×60 .

Figura 8.49: Resultado da subcriticalidade estimada para a configuração 14 de Kuramoto [17]: $(-\rho_0) \cong 7850$ pcm, 26×28 , $\#BC=45/45\%$, e $\overline{(-\rho)} = 0,27(15)$ (marcado ao final do gráfico) - mapa 60×60 . Para esta configuração: $\alpha = 1876(27) \text{ s}^{-1}$ e taxa de contagem média $\cong 200$ cps. Em vermelho: o valor nulo; em azul: o resultado esperado. Em $\circ$: o resultado experimental.

Figura 8.50: Histograma do mapeamento de $(-\rho)$: configuração 14 de Kuramoto [17]. Estatísticas de interesse: $\kappa=0,23(15)$ e $\beta= 0,12(8)$.

A tabela 8.2 apresenta um resumo dos resultados experimentais obtidos no método das auto bi-correlações:

Tabela 8.2: Resultados da aplicação do método das auto bi-correlações à algumas configurações de Kuramoto [17] (06, 09, 14 e 15). Para um nível de 95% de confiabilidade, $\chi^2_{\text{crítico}, \nu=3} = 7,82$.

Config. [17]	Barras de controle (%)	Taxa de contagem (cps)	Gate (10^{-6}s)	α (s^{-1})	$(-\rho_0)$	$(-\rho)$
06	70,0/70,0	1200	2,7	868(18)	0,028	0,18(20)
09	67,5/67,5	1150	3,0	955(10)	0,033	-0,20(26)
14	45,0/45,0	2000	1,6	1876(27)	0,078	0,27(15)
15	40,0/40,0	1750	1,87	2100(15)	0,088	0,15(16)
Soma χ^2 :					3,16	

Segundo os resultados da tabela 8.2, os dados não são rejeitados para χ^2 alto. Desta forma, não é necessária a correção dos dados frente aos potenciais problemas de tempo morto ou efeitos produzidos pela adoção da cinética pontual simples.

8.3 Aspectos estatísticos III: utilização do teorema de *Bayes*

There is a valid defence of using non-Bayesian methods, namely incompetence.

Skilling, J. (1991)

Na maioria dos experimentos é usualmente suposto que nada se conhece previamente sobre o objeto de medida. Entretanto, a presente metodologia experimental pressupõem conhecimento prévio do experimento: os arranjos estudados são subcríticos.

A afirmação anterior não é uma mera hipótese do experimento; pelo contrário, o caráter subcrítico dos arranjos estudados é fruto de uma ob-

servação direta e concomitante ao experimento, na medida em que as respectivas taxas médias de contagens permanecem estacionárias por longos períodos de tempo quando estes são sujeitos à fontes externas de nêutrons de atividades aproximadamente constantes. É pela dificuldade em escolher uma fdp *a priori* correta que o postulado de *Bayes* não é utilizado usualmente.

Este conhecimento é traduzido neste trabalho com a introdução da seguinte fdp *a priori*, $f[(-\rho) | H : (-\rho)_0 > 0]$, da reatividade:

$$f[(-\rho) | H : (-\rho)_0 > 0] = \begin{cases} \frac{1}{(-\rho)_{\text{máx.}}} & , \text{ se } (-\rho) > 0 \\ 0 & , \text{ se } (-\rho) \leq 0 \end{cases}$$

onde, $H : (-\rho)_0 > 0$ é a hipótese suposta verdadeira (e que teve amplo suporte pela própria condução com sucesso dos experimentos), e $(-\rho)_{\text{máx.}}$ é suposto suficientemente elevado.

Esta escolha foi fundamentada no “princípio da razão insuficiente”. Simplicadamente, este princípio afirma que, se nada é conhecido sobre o valor verdadeiro de uma medida não há razão suficiente para dar privilégio a um evento em particular em detrimento de outros. A consideração deste argumento como objectivista não têm pleno consenso já que é questionável falar-se de “ausência de razão suficiente” sem envolvimento de juízos subjetivos.

Adotou-se que a distribuição “degrau” é uma fdp apropriada para o estimador em tela na região subcrítica. Supondo que:

$$(-\rho)_{\text{máx.}}^2/12 \gg \text{var}(\{(-\rho_i)\})$$

então, o compromisso entre as fdps *a priori* e *a posteriori* jaz apenas na função de máxima verossimilhança, na medida em que a variância da fdp *a priori* é significativamente maior que a dispersão dos dados obtidos.

A definição de um valor de $(-\rho)_{\text{máx.}}$ é importante do ponto de vista da definição de uma fdp *a priori* própria e normalizada, apesar de distribuições impróprias poderem levar a fdp uma *a posteriori* própria³².

---

³²Isto é, uma distribuição na qual $\int_{-\infty}^{+\infty} L^* d[(-\rho)]$ não é infinita.

Com esta distribuição de probabilidade, as únicas informações utilizadas de antemão são:

1. o sistema é subcrítico; e
2. $(-\rho) \ll (-\rho)_{\text{máx.}}$ ³³ e $(-\rho)_{\text{máx.}}^2/12 \gg \text{var}(\{(-\rho_i)\})$.

A introdução de uma fdp *a priori* constante e nula em $(-\rho) > 0$, ao longo de um intervalo grande o suficiente de subcriticalidade, é arbitrária. Em primeira aproximação, esta fdp *a priori* representa a completa ignorância do experimentador quanto ao grau de subcriticalidade dos arranjos de interesse.

Em outras palavras, quando distribuições *a priori* possuem baixa base populacional, pode ser difícil construir uma fdp *a priori* que tenha um papel mínimo na fdp *a posteriori*, de modo a garantir que “os dados falem por si só” [54]. A busca por uma fdp *a priori* não-informativa³⁴ é sempre uma tarefa vaga, principalmente se a função de máxima verossimilhança dos dados não é dominante (o presente caso aproxima-se desta realidade).

A fdp dos estimadores utilizados neste trabalho:

$$L(\{(-\rho)_i\} | (-\rho), H)$$

obtidas supondo obviamente que a hipótese H é verdadeira, pode possuir valor diferente de zero na região $(-\rho) < 0$, em razão dos baixos valores de $(-\rho)_0$ frente a relativamente alta dispersão dos dados - conforme a figura 8.51.

Não fosse o problema anterior, tal informação *a priori* não adicionaria conteúdo à medida - conforme a figura 8.52. Neste cenário, a função $L(\{(-\rho)_i\} | (-\rho), H)$ é multiplicada apenas por um valor constante, correspondendo, portanto, a interpretação da função de máxima verossimilhança, L , como a própria fdp *a posteriori*, L^* .

---

³³Esta talvez seja a maior dificuldade na aplicação do princípio “princípio da razão insuficiente” de *Laplace*. Caso o experimento em tela fosse predominantemente dominado pela função de máxima verossimilhança, a escolha da fdp *a priori* não seria uma questão importante. A mudança do valor de $(-\rho)_{\text{máx.}}$ (desde que atendendo a condição estipulada neste trabalho) apresentou, para os casos estudados, pouca influência no resultado da fdp *a posteriori*.

³⁴Conhecida também como plana ou difusa.

Figura 8.51: Um resultado típico deste trabalho: a fdp do estimador não é nula na região de $(-\rho) < 0$. A fdp *a priori* pode ser utilizada para melhorar o resultado, introduzindo a informação adicional referente à condição subcrítica do arranjo.

Figura 8.52: A fdp *a priori* não introduz resultado adicional para uma medida bem sucedida na prática.

O teorema de *Bayes* para o caso em tela, desconsiderando a normalização, pode ser representado pela relação a seguir:

$$L^*((-\rho) | \{(-\rho)_i\}, H) \propto L(\{(-\rho)_i\} | (-\rho), H) \cdot f[(-\rho) | H]$$

Aplicando estes resultados para uma caso extremo, p.e. o resultado obtido da configuração 15 de Kuramoto [17], obtêm-se a figura 8.53. A introdução da informação *a priori* afasta um pouco, no caso da figura 8.53, os resultados do valor verdadeiro.

Por outro lado, quando L estende-se significativamente pela região de $(-\rho) < 0$, p.e. a figura 8.47, o teorema de *Bayes* aproxima o resultado

Figura 8.53: Em preto: L^* . Em vermelho: L . Os retângulos representam os intervalos, nas respectivas cores, entre o primeiro e terceiro quadris. Neste caso, a introdução da informação *a priori* afastou um pouco estimador do resultado verdadeiro.

de forma relevante na direção do valor verdadeiro, reduzindo a respectiva variância de forma significativa.

Em uma análise de caráter geral, a introdução da informação contida previamente ao experimento contribui significativamente com os resultados. Obviamente, a utilização de sistemas de aquisição cada vez mais eficientes dispensam gradativamente a introdução do conhecimento prévio ao experimento.

Figura 8.54: Em preto: L . Em vermelho: L^* - semelhantemente a figura 8.53. Neste caso, a introdução da informação *a priori* aproximou significativamente o estimador do resultado verdadeiro.

Conclusão

As estatísticas de altas ordens do ruído microscópico neutrônico de reatores nucleares não tem sido objetos de exploração experimental sistemática, talvez pela falta de perspectivas claras de resultados experimentais contundentes, e o risco pessoal de investimento de tempo em um método experimental potencialmente ineficaz dentro da atual perspectiva tecnológica. Desta forma, os aspectos referentes a condução experimental do assunto em tela tem sido pouco explorados.

Contrariamente a esta tendência, o presente trabalho procurou reunir em um só texto diversos aspectos e detalhes sobre a implementação de métodos envolvendo estatísticas de altas ordens de contagens de nêutrons na medida direta da subcriticalidade de arranjos físseis, e sua customização teórica e experimental para os casos de interesse e infra estrutura disponível. Dos objetivos propostos na introdução, apenas o segundo (o mais importante) não foi alcançado.

Ao longo destes processos foram apresentadas evidências heurísticas/experimentais que o método do terceiro momento demanda valores de taxas de contagens, ou intervalos de tempo de aquisição, muito altos, mantendo-se as atuais limitações tecnológicas. Sob tais limitações, os métodos não se prestam como ferramentas experimentais para a medida/monitoração prática da subcriticalidade, ou para colaborar com a elaboração de uma base de dados experimentais para a obtenção de diferentes níveis de subcriticalidade do reator IPEN/MB-01; por outro lado, apesar de não ter sido explorados sob os critérios da estimativa *ótima*, as presentes metodologias mostraram-se consistentes e não-tendenciosas.

Isto é, os presentes métodos aparentemente atendem aos critérios estatísticos consagrados, corrigidos os aspectos relacionados aos efeitos secundários de detecção; p.e., o tempo morto e efeitos espaciais. Infelizmente, taxas de contagens altas ($\cong 6000$ cps) tornam as correções por tempo morto maiores que os próprios valores medidos, em virtude da sutileza do fenômeno em tela. A utilização de altas taxas de contagem só seria recomendada com a utilização de detectores com tempo morto proporcionalmente menores; isto é, o aumento do tempo de aquisição de dados é uma solução melhor (porém, não muito prática) quando comparada a utilização de detectores maiores (mantidas as atuais limitações tecnológicas).

No contexto tecnológico atual, detectores com discriminação temporal superior (p.e. cintiladores plásticos) carecem de discriminação apropriada em energia quando comparados aos detectores proporcionais, entre outros óbices. Em que se pese, por outro lado, que o presente trabalho não teve investimento em infra estrutura, ou pessoal, que permitisse o desenvolvimento tecnológico de detectores dedicados que atendessem tais demandas.

Como alternativa ao método tradicional de implementação experimental do terceiro momento, e visando minimizar os efeitos de tempo morto, foi introduzido o conceito das auto bi-correlações como uma extensão natural do método Rossi- α . O método foi apresentado teoricamente de forma heurística, e explorado experimentalmente com o objetivo de investigar preliminarmente suas virtudes e limitações. Esta metodologia apresentou incertezas semelhantes à anterior, exigindo mais cuidados no tratamento de dados; entretanto, é intrinsecamente mais robusta aos óbices impostos pelo tempo morto, tomados os devidos cuidados.

O presente trabalho visou contribuir com a implementação experimental detalhada dos métodos discutidos. Entre as principais contribuições, destacam-se:

1. a tentativa de implementação experimental da medida da reatividade pelo método do terceiro momento, utilizando a infra-estrutura disponível no reator IPEN/MB-01 e explorando diversos aspectos experimentais/práticos aparentemente negligenciados (ou não esgota-

dos sistematicamente) pela literatura disponível. Os resultados foram apresentados de forma a ressaltar os óbices e limitações das presentes metodologias, visando apresentar juízo de valor sobre a aplicação tecnológica de tais métodos;

2. a elaboração de uma metodologia teórica do cálculo da reatividade generalizada unindo o método de correlação de terceira ordem (ou das bi-correlações) com técnicas de auto-potência espectral; isto é, introduzir teoricamente as estatísticas de altas ordens no contexto da definição de reatividade generalizada;
3. a observação de novas correções, e emissão de juízo de valor, sobre a relevância dos erros sistemáticos introduzidos nas medidas experimentais de interesse que foram resultantes de: (a) correlações entre as principais estatísticas; e (b) efeitos secundários de detecção - tempo morto, propondo sugestões para as suas correções (por exemplo, por meio de técnicas de Monte Carlo);
4. o estudo preliminar da aplicabilidade das auto bi-correlações (bi-correlações não-cruzadas entre detectores) para a determinação da reatividade, mostrando que tal metodologia impõem cuidados especiais no tratamento de dados, na avaliação estatística dos resultados, e na definição de estimadores não-tendenciosos. Devido a vigorosa dispersão dos resultados, não foi possível observar a influência dos efeitos sistemático referentes ao tempo morto e modelo de Duas-Regiões; e
5. utilização da abordagem de *Bayes* na análise de dados, permitindo a adição de conhecimento experimental prévio aos dados.

Como recomendação às novas investigações sugere-se que, mantidas as atuais limitações tecnológicas (em particular os valores de tempo morto), os futuros estudos visem a exploração teórica sistemática e rigorosa sobre as tendenciosidades impostas pela realidade experimental (efeitos do refletor e tempo morto do sistema de aquisição e os efeitos de Duas-Regiões), visando obter um quadro teórico completo e permitindo ao futuro experimenter a implementação correta das metodologias em tela. Ainda, sugere-se a investigação de metodologias experimentais de altas ordens no campo das

freqüências; pois, na opinião deste autor, é possível estabelecer uma nova relação entre a reatividade de um arranjo subcrítico e as densidades espectrais de potência própria de altas ordens, conforme sugerido heurísticamente neste trabalho. No campo tecnológico, sugere-se o desenvolvimento de detectores de nêutrons com alta discriminação e tempo morto relativamente baixo.

Finalmente, entende-se que a aquisição do software MCNP-DSP, ou semelhante, é relevante como ferramenta de exploração teórica dos fenômenos em pauta, tendo em vista a dificuldade na implementação de estudos teórica/analítica.

Glossário e informações gerais

O presente apêndice apresenta uma lista de definições que podem ser úteis ao leitor não familiarizado à área de física de reatores:

Actinídeos menores	Actinídeos menores são os elementos actinídeos usados em combustíveis nucleares (desconsiderando o urânio e plutônio - estes sendo considerados actinídeos maiores). Os actinídeos menores incluem: neptunium, amerício, curium, berkelium, californium, einsteinium e fermium. Os mais importantes isótopos encontrados nos combustíveis queimados são os seguintes: ^{237}Np , ^{241}Am , ^{243}Am , $^{242-248}\text{Cm}$, $^{249-253}\text{Cf}$. Plutônio e os actinídeos menores são os responsáveis pela grande parte da radioatividade e geração de calor dos combustíveis queimados (300-20000 anos).
<i>Buckling</i>	Medida da curvatura espacial do fluxo de nêutrons. Núcleos grandes, como o de um PWR convencional (Angra dos Reis), possuem baixas fugas (da ordem de 3%), pois o gradiente do fluxo neutrônico é relativamente baixo. Neste caso, diz-se que o núcleo possui baixo <i>buckling</i> ; o mesmo não pode ser dito do reator IPEN/MB-01.

Núcleo & Refletor	O núcleo é a região que contém o material físsil e/ou fissionável. O refletor é a região adjacente ao núcleo cujo propósito primário é diminuir a fuga de nêutrons, tornando o sistema mais reativo. Materiais comumente utilizados como refletor são Água Leve/Pesada e Berílio, por exemplo.
Cinética	Área da física de reatores que foca no entendimento do comportamento temporal de uma população neutrônica, em resposta a uma mudança planejada ou condição anormal (e, na pior dos cenários fruto de um acidente). Área da física de reatores de alta relevância para a análise de segurança nuclear.
Criticalidade	Situação em que um reator sustenta, por si só, uma reação em cadeia de nêutrons. Na criticalidade, a reatividade é nula. Diz-se que um reator está “delayed critical” quando a criticalidade é alcançada contando-se os nêutrons prontos; por outro lado, diz-se “prompt critical” se apenas os nêutrons prontos são contabilizados. A condição “prompt critical” é extremamente desfavorável do ponto de vista de segurança de reatores, uma vez que a reatividade nesta condição é igual a 1\$ (valor relativamente grande).
Combustível	Substância/Composto que contém o isótopo físsil de interesse.
<i>dollar</i> - \$	“Unidade” de reatividade. “1\$” de reatividade é idêntica a uma reatividade de β (seja remoção ou inserção). O valor de 1\$ é um valor relativamente grande de reatividade. Uma subunidade de \$, centavos (¢), é de uso corrente na prática de operação. Um <i>dollar</i> é a diferença de reatividade entre duas configurações de um reator: crítico apenas com nêutrons prontos e crítico com nêutrons prontos mais os atrasados.

Efeito <i>Doppler</i>	O fenômeno do efeito <i>Doppler</i> é causado pelo alargamento das ressonâncias de seções de choque de captura (por exemplo) de nêutrons térmicos em diversos materiais. Este alargamento é causado pela agitação térmica destes nêutrons em aproximado equilíbrio térmico com o núcleo.
Fator de pico	Razão entre o fluxo máximo e médio de calor. Em uma instalação ou dispositivo destinado a geração de potência, baixo fatores de pico são desejados no sentido de aumentar a potência média da instalação, mantendo inalterado os aspectos relativos à segurança.
<i>Feedback</i> termo-hidráulico	Variação na reatividade fruto da mudança na temperatura do fluido refrigerante/moderador de um reator. Tem função vital na segurança de reatores e na sua cinética em operação normal ou em regime de acidente. Normalmente, a reatividade obrigatoriamente deve diminuir na medida em que a temperatura aumenta.
Função adjunta	Solução da equação de transporte adjunta de nêutrons. Conhecida também por função importância. Grosseiramente, tem relação com a capacidade de produção de nêutrons por nêutron inserido em um determinado ponto. Inserir uma fonte de nêutrons onde a função de importância é relativamente alta significa produzir proporcionalmente mais potência a a partir desta fonte.
Multigrupos	Forma de decomposição espectral do campo de fluxo neutrônico em grupos de energia próximos. A forma mais simples de separação é entre nêutrons de alta energia (nêutrons rápidos) e de baixa energia (nêutrons térmicos) que estão aproximadamente em equilíbrio térmico com o ambiente.

Nêutrons atrasados	Alguns nêutrons não são emitidos prontamente numa fissão. Entretanto, uma pequena fração é emitida por produtos de fissão instáveis e altamente ricos em nêutrons. Apesar de serem minoria entre os nêutrons emitidos após um evento de fissão, os nêutrons atrasados têm papel fundamental na cinética de reatores (ver Percursores).
pcm	“Unidade” de reatividade. Significa parte por cem mil. Por exemplo, +3000pcm significa uma inserção de reatividade positiva de valor 0,03.
Percursores	Fragmento de fissão cujo núcleo filho após decaimento β emite um nêutron atrasado. Os percursores podem ser divididos em seis grupos principais, ou classes. A cada um destas grupos, i -ésimo, pode-se associar valores independentes de $\beta_{eff,i}$ e $\bar{t}_i$; onde, $\bar{t}_i$ é o tempo médio de emissão de nêutron atrasado referente a classe percusora i .
PWR	<i>Pressurized water reactor</i> - tipo de reator em que o refrigerante que escoa pelo reator (água) é um fluido monofásico líquido, mantido neste estado pela alta pressão do seu respectivo circuito termo-hidráulico.
Reatividade	Grosseiramente, tem relação com a capacidade de um arranjo físsil de sustentar uma reação de cadeia: quando positiva o tamanho da cadeia é crescente; negativa, a cadeia torna-se decrescente; e nula, a cadeia neutrônica possui seu tamanho médio invariante. Reatividade não possui unidade.
Tubos Guias	Componente estrutural tubular oco que une as placas do núcleo do reator IPEN/MB-01, permitindo a entrada das barras de controle e segurança.

Veneno	Substância posta no núcleo de um reator com alta capacidade de absorção parasitária de nêutrons (quaisquer absorções diferentes de $(n,2n)$, $(n,\text{fissão})$, ...). Conforme é consumido no núcleo, aumenta a reatividade do reator, compensando, pelo menos em parte, a perda de reatividade pela queima do combustível. Alguns produtos de fissão possuem a mesma característica dos venenos queimáveis e são chamados de apenas de venenos.
Queimável	No reator IPEN/MB-01, o veneno queimável empregado materializa-se na forma de 52 pastilhas de $\text{Al}_2\text{O}-\text{B}_4\text{C}$ por vareta com 40,53 mgB/cm ³ .

Reatores nucleares associados à aceleradores

B.1 Importância

Reatores ADS têm atraído a atenção crescente de um número significativo de nações. A tabela B.1 apresenta um resumo das atividades de pesquisa e desenvolvimento (P&D) associadas a esta tecnologia. Semelhantemente ao programa Belga, no Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN) são atualmente desenvolvidos métodos de cálculo e projetos conceituais [55]. O desenvolvimento e a participação brasileira em programas relacionados à tecnologia ADS é de particular interesse estratégico, pois as nossas reservas conhecidas de Tório encontram-se entre as maiores do mundo¹, tabela B.2. Ainda, a utilização do combustível tipo ^{232}Th - ^{233}U no *amplificador de energia* (o núcleo do ADS) permite o *fechamento* do ciclo nuclear, Figura B.1, oferecendo vantagens com relação à segurança e utilização das reservas de Urânio e Tório no mundo.

---

¹Tório, como Urânio, pode ser utilizado como combustível nuclear. Apesar de não ser físsil, o ^{232}Th pode capturar nêutrons e produzir o ^{233}U , que é físsil e possui meia-vida longa. Então, assim como o ^{238}U , o ^{232}Th é fértil.

Tabela B.1: Resumo dos principais projetos envolvidos no desenvolvimento de tecnologia associada a reatores ADS [55].

País	Instalação/ Projeto	observações
Bélgica	MYRRHA	fonte de nêutrons multi propósito baseada em ADS.
Belarus	YALINA	instalação subcrítica de UO_2 acionada por um gerador de nêutrons de 14 MeV.
China	—	desenvolvimento de um sistema multi propósito composto de um acelerador de baixa energia e piscina subcrítica.
Rep. Theca	LA-0	ensaio de módulos subcríticos.
França	ISAAC	instalação subcrítica acionada por um gerador de nêutrons de 14 MeV.
Alemanha	SATURN TRITON	experimentos com reações tipo <i>spallation</i> . desenvolvimento de um acelerador ciclotron de prótons de 1 GeV e 10 MW.
Índia	—	importantes desenvolvimentos teóricos.
Itália	TASCO	desenvolvimento de programas de transmutação utilizando tecnologia ADS.
Japão	OMEGA	acelerador de prótons de alta potência 1,5 GeV e 5,3 mA.
Korea	HYPER	desenvolvimento de um ADS de 1000 MWth.
Espanha	CIEMAT	programa de desenvolvimento de ADS.
Rússia	MINATON	programa de desenvolvimento de ADS.
Suíça	MEGAPIE	programa destinado a demonstração da exequiabilidade de alvos de <i>spallation</i> Pb-Bi nas potências de interesse.
EUA	LANL	desenvolvimento de um ADS (conhecido por ATW, possui acelerador de 1GeV e 100 mA) para a <i>queima</i> de elementos transurânicos e produtos de fissão capaz de queimar 10 155 tons de combustível usado ao longo de 60 anos.

Tabela B.2: Reservas mundiais estimadas de Tório, fonte: Geoscience Australia 2006 e OECD/NEA Red Book retrospective, 2006.

País	Qtd. toneladas	$\cong$ % mundial
Austrália	452 000	18
EUA	400 000	16
Turquia	344 000	14
Índia	319 000	13
Venezuela	300 000	12
Brasil	221 000	9
Filândia	132 000	5
Egito	100 000	4
Rússia	75 000	3
Groelandia	54 000	2
Canada	44 000	2
África do Sul	18 000	1
Outros países	33 000	
Total	2 492 000	

Figura B.1: Idealização do *fechamento* do ciclo nuclear com o *amplificador de energia* (ADS) [56]. Trata-se de um reator subcrítico carregado com combustível ^{232}Th - ^{233}U e acionado por nêutrons resultantes de reações de *spallation*. No final do ciclo, ^{233}U e outros isótopos são reciclados, servindo como material físsil de uma nova carga de combustível. O Tório é uma fonte abundante, especialmente no Brasil.

B.2 Reatores ADS: descrição sumária e aplicações principais

Em um reator subcrítico, o número de nêutrons gerados pela fissão do combustível fissil não é suficiente para sustentar suas perdas, logo o núcleo deste tipo de reator não possui capacidade de sustentar uma reação em cadeia. O arranjo deste tipo de núcleo é mais seguro quando comparada a outras unidades críticas. Quanto mais afastado da criticalidade, mais seguro é o sistema. Na Figura B.2 compara-se a subcriticalidade usual de um sistema ADS, $K_{eff} = 0,98 \rightarrow |\rho| = 0,02$ com a fração de nêutrons atrasados de outros sistemas; a segurança inerente dos reatores tipo ADS torna-se clara. Neste tipo de sistema, torna-se obrigatório à presença de

Figura B.2: Comparação da margem de segurança entre reatores tipo ADS, representada pela subcriticalidade $|\rho|$, e de outros sistemas, representados pela fração de nêutrons atrasados.

uma fonte externa de nêutrons, para a geração de energia. Por exemplo, estes nêutrons podem ser gerados na reação de *spallation* entre um feixe de prótons produzido pelo acelerador do sistema ($\cong 1$ GeV) e um alvo

de número atômico elevado (tipicamente Pb). A produção de nêutrons é proporcional à intensidade do feixe, o que permite o controle da potência do sistema.

Contrariamente a fissão, a aceleração dos prótons necessária à reação de *spallation* demanda energia, que pode ser obtida do próprio sistema. O ganho de energia, G , é teoricamente proporcional a $\frac{1}{1-k_{eff}}$, onde k_{eff} é fator de multiplicação efetivo do núcleo. Da relação entre ganho de energia e fator de multiplicação efetivo, reatores ADS de maior ganho de energia são aqueles que possuem $k_{eff} \rightarrow 1$, isto é, que produzem energia eficientemente, mas que possuem problemas de segurança cada vez mais semelhantes aos reatores críticos.

O combustível, que opera segundo o ciclo $^{232}\text{Th} - ^{233}\text{U}$, aquece o refrigerante. O refrigerante normalmente utilizado é o Pb na fase líquida que, por convecção natural², disponibiliza a energia produzida a trocadores de calor apropriados. A Figura B.3 apresenta esquematicamente um reator tipo ADS. Além da geração de energia, os reatores ADS encontram aplicação na *incineração* de radioisótopos de meia-vida elevada produzidos durante a *queima* em reatores LWR³; particularmente: plutônio, actínídeos com número de massa alto, e fragmentos de fissão de meia-vida elevada. De fato, a radiotoxicidade a longo prazo dos combustíveis nucleares tem origem no plutônio e amerício, apesar destes elementos representarem uma fração pequena⁴ do inventário do combustível queimado, [57].

A queima de todos os nuclídeos de interesse, seja com número de nêutrons par ou ímpar, exige que o espectro de energia seja de nêutrons rápidos, ou *duro*. De fato, um reator térmico tem baixa eficiência na queima destes produtos⁵.

Ainda, esta aplicação demanda um refrigerante com número de massa elevado, de modo que o aumento da letargia durante o processo inerente

---

²Inerentemente segura e que demanda um refrigerante de alta densidade.

³LWR - *Light water reactor*.

⁴Aproximadamente 1 e 0,05% em massa, respectivamente.

⁵Em reatores térmicos dotado de combustível MOX é realizada a queima de plutônio; entretanto, a captura radioativa pelo próprio plutônio aumenta os níveis de Amerício e Curium o que aumenta a radiotoxicidade final do combustível queimado.

Figura B.3: Representação esquemática de um reator tipo ADS.

de moderação no refrigerante seja lento, o que aumenta significativamente a probabilidade de absorção ressoante no elemento a ser *incinerado* com captura radioativa mínima no refrigerante, o que novamente justifica a utilização de Pb no resfriamento dos elementos combustíveis.

Logo, reatores rápidos aparentemente são candidatos naturais a queimadores de plutônio e actínídeos; entretanto, a introdução de destes elementos provoca sérios problemas de segurança neste reatores ⁶. Assim, restam os reatores ADS que possuem o espectro adequado e margem de reatividade suficiente para eventuais aumentos de reatividade.

Conseqüentemente, a operação de um reator ADS carregado com plutônio e outros actenídeos deve evitar quaisquer incursões a criticalidade. Então, o desenvolvimento de novas técnicas de medida da subcriticalidade oferece maior segurança a estes sistemas.

⁶Por exemplo, estes elementos possuem β_{eff} menor que o ^{235}U . Ainda, um aumento de temperatura que endureça o espectro aumentará a reatividade, uma vez que a probabilidade de fissão $\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_c}$ destes elementos aumenta com a energia na faixa de energia de interesse.

Definição de K_{eff} segundo a teoria da perturbação

A teoria perturbativa permite definir a reatividade de maneira mais genérica do que a definição conceitual apresentada na seção 2.3. Uma vez que esta definição exprime a reatividade por meio da análise perturbativa de um estado de referência (não-perturbado) crítico, a aplicabilidade da definição é tão melhor quanto mais perto do estado crítico esteja o arranjo fissil em questão. Desta forma, esta definição não é aplicável a estados com subcriticalidade significativa.

Inicialmente, a definição de reatividade por meio da teoria de perturbação será aplicada a um modelo de difusão de grupo único de energia, por simplicidade. Apresentado o formalismo, a aplicação será estendida à teoria de transporte multigrupo.

Considerando um arranjo fissil crítico de referência (designado pelo sub-índice 0) descrito pela equação de difusão aplicada a um grupo único de energia:

$$-\nabla D_0 \cdot \nabla \Phi_0 + \Sigma_{a0} \Phi_0 - \frac{1}{k_{eff,0}} \nu \Sigma_{f0} \Phi_0 = 0 \quad (\text{C.0.1})$$

onde os subíndices a e f referem-se a absorção e fissão, respectivamente, e D é o coeficiente de difusão. Obviamente, como o estado não-perturbado é crítico $k_{eff,0} \equiv 1$.

Do mesmo modo, para a função de importância¹, escreve-se:

---

¹Detalhado apenas para esclarecer o método geral (caso aplicado a teoria de multigrupos, por exemplo), pois para modelos de grupo único de energia $\Phi = \Phi^\dagger$.

$$-\nabla D_0 \cdot \nabla \Phi_0^\dagger + \Sigma_{a0} \Phi_0^\dagger - \frac{1}{k_{eff,0}} \nu \Sigma_{f0} \Phi_0^\dagger = 0 \quad (C.0.2)$$

Uma perturbação do sistema modifica os parâmetros da equação e, conseqüentemente, o fluxo e a função de importância resultantes da equação de difusão:

$$-\nabla D \cdot \nabla \Phi + \Sigma_a \Phi - \frac{1}{K_{eff}} \nu \Sigma_f \Phi = 0 \quad (C.0.3)$$

Multiplicando a equação do estado perturbado pela função importância no estado de referência e a equação adjunta no estado de referência pelo fluxo perturbado e integrando sob energia e espaço² obtêm-se a seguinte expressão exata:

$$\rho = 1 - \frac{1}{K_{eff}} = \frac{\left\langle \Phi_0^\dagger, (\Delta(\nu \Sigma_f) \Phi + \nabla \cdot \Delta D \nabla \Phi - \Delta \Sigma_a \Phi) \right\rangle}{\left\langle \Phi_0^\dagger, \nu \Sigma_f \Phi \right\rangle} \quad (C.0.4)$$

Como o fluxo perturbado é desconhecido de antemão, a teoria de perturbação utiliza $\Phi \cong \Phi_0$, calculando a reatividade corretamente até a primeira ordem de $\delta \Phi \equiv \Phi - \Phi_0$.

Este formalismo é imediatamente aplicável a outros modelos mais genéricos. Considerando A como o operador matricial multigrupo de transporte, captura e espalhamento, S_f o operador $\nu \Sigma_f$ na mesma representação, e $\bar{\chi} = (1 - \beta)\chi_P + \beta\chi_D$ ³

$$\begin{aligned} (A_0 - \frac{1}{k_{eff,0}} \bar{\chi} S_{f,0}) \Phi_0 &= 0 \\ (A_0^\dagger - \frac{1}{k_{eff,0}} S_{f,0}^\dagger \bar{\chi}) \Phi_0^\dagger &= 0 \end{aligned}$$

de forma semelhante, para o estado perturbado:

$$(A - \frac{1}{K_{eff}} \bar{\chi} S_f) \Phi = 0 \quad (C.0.5)$$

²Integração no espaço e energias indica-se por $\langle \rangle$.

³Para G grupos, $\bar{\chi} S_f = \chi^g \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_f^{g'} \Phi^{g'}$ e $S_f^\dagger \bar{\chi} = \nu \Sigma_f^g \sum_{g'=1}^G \chi^{g'} \Phi^{g'}$.

Integrando de forma idêntica no modelo anterior,

$$\rho = \frac{\langle \Phi_0^\dagger, (-\Delta A + \Delta \bar{\chi} S_f) \Phi \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, \bar{\chi} S_f \Phi \rangle} \quad (\text{C.0.6})$$

onde o erro na estimativa causado pela substituição do valor perturbado do fluxo pelo seu valor não-perturbado é da mesma ordem que o do modelo anterior. No caso da utilização da teoria variacional, por meio de um procedimento semelhante, a ordem de grandezas dos erros, em ambos modelos, é da ordem de $(\delta\Phi)^2$.

As duas abordagens anteriores permitem descrever a reatividade como uma medida da variação do inverso da constante multiplicativa de uma configuração de referência frente a mudanças de naturezas diversas provocadas neste arranjo.

As definições anteriores da reatividade são as usualmente utilizadas em física de reatores; tendo, entretanto, utilidade somente em arranjos próximos ao crítico, tornando-se de difícil interpretação na região subcrítica. Definida da forma anteriormente descrita, a reatividade não contém nenhuma informação sobre a fonte do sistema subcrítico em estado estacionário cuja distribuição neutrônica é completamente diferente daquela de um sistema crítico. Em sistemas subcríticos acionados por fontes, estas podem introduzir reatividade; porém, K_{eff} não depende reatividade introduzidas pela fonte [3] ou de mudanças temporais no fluxo, muda apenas quando o núcleo é sujeito a alterações [58].

A seção 5.4 trata da reatividade de sistemas distantes da referência crítica, da introdução de novos coeficientes de multiplicação e reatividades, e da respectiva ambigüidade resultante da introdução de diferentes definições.

Definição dos parâmetros cinéticos resultantes da teoria de cinética pontual e teoria da perturbação

A derivação das equações de cinética que descrevem o comportamento de $P(t)$ envolve a equação de transporte de nêutrons e teoria da perturbação [23, 25]. No modelo pontual (onde o fator de forma é completamente independente do tempo), o resultado final do processo algébrico é o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned}\frac{dP(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} P(t) + \sum \lambda_i \xi_i(t) + S(t) \\ \frac{d\xi_j(t)}{dt} &= \frac{\beta_{eff}^j(t)}{\Lambda(t)} P(t) - \lambda_i \xi_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, 6\end{aligned}$$

onde $\rho(t)$, $\beta_{eff}(t) = \sum_{j=1}^6 \beta_{eff}^j(t)$, Λ , $\xi_j(t)$ e $S(t)$ são a reatividade, fração efetiva de nêutrons atrasados (separadas segundo a contribuição de cada grupo de precursores), tempo de geração de nêutrons prontos, concentração de precursores e fontes externas, respectivamente.

D.1 Reatividade

Conforme discutido no apêndice C:

$$\rho = \frac{\langle \Phi_0^\dagger, \Delta(A + \bar{\chi} S_f) \Phi \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, \bar{\chi} S_f \Phi \rangle}$$

D.2 Fração efetiva de nêutrons atrasados

$$\beta_{eff}$$

De forma simples β_{eff}^j (fração de nêutrons atrasados do j -éssimo grupo) como a taxa média de produção de nêutrons atrasados do j -éssimo grupo ponderada pela função importância e normalizada pela taxa média de nêutrons produzidos por fissão.

$$\beta_{eff}^j = \frac{\langle \Phi_0^\dagger, \beta^j \bar{\chi} S_f \Phi \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, \bar{\chi} S_f \Phi \rangle} \quad (\text{D.2.1})$$

D.3 Tempo de geração de nêutrons prontos

$$\Lambda$$

O tempo de geração de nêutrons prontos, Λ , é o intervalo de tempo médio entre o ‘nascimento’ de um nêutron, seja pronto ou atrasado, até a subsequente absorção que leve a uma outra fissão, quando for o caso, sendo ponderado pela função importância.

$$\Lambda^{-1} = \frac{\langle \Phi_0^\dagger, \bar{\chi} S_f \Phi \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, v^{-1} \Phi \rangle} \quad (\text{D.3.1})$$

D.4 Concentração de precursores ξ_j

Os parâmetros ξ_j , concentração de precursores, são a concentração de precursores, C_j , ponderada pela importância, sendo $\bar{\chi} C_j$ a concentração de precursores que emitem nêutrons em uma determinada energia. Desta forma, segundo esta definição escreve-se:

$$\xi_j = \frac{\langle \Phi_0^\dagger, \bar{\chi} c_j \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, v^{-1} \Phi \rangle} \quad (\text{D.4.1})$$

D.5 Termo fonte S

O parâmetro fonte é definido por:

$$S = \frac{\langle \Phi_0^\dagger, s \rangle}{\langle \Phi_0^\dagger, v^{-1}\Phi \rangle} \quad (\text{D.5.1})$$

onde s é a intensidade da fonte introduzida no arranjo, sendo a equação D.5 interpretada da mesma forma que as definições anteriores.

Exemplos de métodos usuais de medida experimental da subcriticalidade

Os exemplos a seguir mostram que os métodos experimentais usuais de determinação da subcriticalidade demandam infra-estrutura diferenciada, ou o conhecimento prévio dos valores outros parâmetros cinéticos; isto é, estes métodos são medidas indiretas da subcriticalidade.

E.1 Medida do período assintótico

Quando um reator em estado crítico é perturbado por uma inserção instantânea de reatividade, o período assintótico, T , pode ser determinado a partir da resposta temporal dos detectores, $R(t) = Ke^{\omega_o t}$:

$$T^{-1} \equiv \omega_o = \frac{d(\ln R(t))}{dt} \quad (\text{E.1.1})$$

A medida de T permite, então, determinar a reatividade por meio da aplicação da equação 2.17 e do conhecimento prévio dos parâmetros cinéticos da configuração:

$$\rho = \frac{1}{T} \left(\Lambda + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_{eff}^i}{\frac{1}{T} + \lambda_i} \right) \quad (\text{E.1.2})$$

A metodologia apresentada não encontra ampla aplicação para medidas de subcriticalidade uma vez que o pólo determinante do comportamento de uma configuração físsil após a inserção de reatividade negativa depende fracamente do período assintótico, ver figura 2.11; isto é, a resposta temporal, neste caso, é determinada fortemente pela maior meia-vida entre os

principais grupos percussores, dependendo fracamente da subcriticalidade inserida.

E.2 Métodos da área - *PNS area method* - e *slope fit* com fonte pulsada de nêutrons

Partindo-se da hipótese que, no modelo pontual, a potência de um sistema, $P(t)$, é proporcional a densidade de nêutrons, $n(t)$, é possível escrever a equação 2.16 da seguinte maneira

$$\begin{aligned}\frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t) + S_0 \delta(t) \\ \frac{dc_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_{eff}^i(t)}{\Lambda(t)} n(t) - \lambda_i c_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, 6\end{aligned}$$

onde $S_0 \delta(t)$ representa um pulso de uma fonte pulsada de nêutrons. Desprezando-se por ora os nêutrons atrasados, uma vez que a sua população não varia significativamente entre os pulsos de nêutrons prontos produzidos ‘instantaneamente’ após o pulso da fonte, escreve-se:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \alpha n(t) \quad \text{onde, } \alpha = \frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} \quad (\text{E.2.1})$$

α é a constante de decaimento de nêutrons prontos. Utilizando-se uma fonte pulsada de nêutrons é possível registrar o fluxo, ao longo do tempo, para diversos pulsos e montar um ‘histograma temporal’ (normalmente utilizam-se dezenas de milhares de pulsos da fonte) dos resultados (eixo vertical: # contagens por unidade de tempo, eixo horizontal: *bin* - intervalo de tempo), E.1.

A partir do ajuste do trecho referente ao decaimento exponencial do histograma é possível obter o valor de α (*slope fit method*). Entretanto, o histograma contém outras informações de interesse caso os nêutrons atrasados sejam reconsiderados. Separando-se $n(t)$ nas componentes prontas e

Figura E.1: Ilustração do “histograma temporal” dos métodos da área - *PNS area method* - e *slope fit* com fonte pulsada de nêutrons. Destacam-se as áreas associadas a nêutrons prontos (A_p) e atrasados (A_d) e o decaimento exponencial de nêutrons prontos cujo ajuste resulta na constante de decaimento de nêutrons prontos, α .

atrasadas, $n_p(t)$ e $n_d(t)$ respectivamente, é possível escrever

$$\begin{aligned}\frac{dn_p(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} n_p(t) \\ \frac{dn_d(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} n_d(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t) + S_0 \delta(t) \\ \frac{dc_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_{eff}^i(t)}{\Lambda(t)} (n_p(t) + n_d(t)) - \lambda_i c_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, 6\end{aligned}$$

convencendo-se de que o ‘fundo’ de nêutrons atrasados não varia significativamente durante os pulsos ¹, é possível reescrever a equação E.2 da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} n_d(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t) &= 0 \\ \frac{\beta_{eff}^i(t)}{\Lambda(t)} (n_p(t) + n_d(t)) - \lambda_i c_i(t) &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, 6\end{aligned}$$

¹Uma vez que as constantes de tempo envolvidas nos decaimentos dos principais percussores é muito maior que o intervalo de tempo entre os pulsos.

introduzindo as integrais $A_p = \int n_p(t)dt$, $A_d = \int n_d(t)dt$ e $A_i = \int n_i(t)dt$ e integrando-se as equações em E.2 obtêm-se

$$\frac{\rho(t) - \beta_{eff}(t)}{\Lambda(t)} A_d(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i A_i(t) = 0$$

$$\frac{\beta_{eff}^i(t)}{\Lambda(t)} (A_p(t) + A_d(t)) - \lambda_i A_i(t) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

considerando que a fração efetiva da emissão de nêutrons não é alterada significativamente durante o experimento, $\beta_{eff}(t) \cong \beta_{eff}$, é possível obter

$$\frac{\rho}{\beta_{eff}} = -\frac{A_p}{A_d}$$

medindo-se indiretamente a subcriticalidade, $|\rho|$ em \$², uma vez determinado β_{eff} do meio, 1.4.2. Ainda, rearranjando-se a equação E.2 determina-se a razão $\frac{\beta_{eff}}{\Lambda}$

$$\frac{\beta_{eff}}{\Lambda} = \frac{1}{|\alpha|} \left(\frac{A_p}{A_d} + 1 \right)$$

E.3 *Source Jerk Method* e queda de barras

Parte-se, inicialmente, de um meio multiplicativo subcrítico acionado por uma fonte de nêutrons e em regime estacionário. Neste estado, associa-se à taxa de nêutrons detectados o valor N_{antes} . Supondo-se que seja possível retirar a fonte (ou desligá-la) ‘instantaneamente’³, então o fluxo de nêutrons medido será reduzido para N_{depois} (fundo de nêutrons atrasados), sendo a abrupta variação do fluxo de nêutrons produzida pela redução da população de nêutrons prontos.

Em regime estacionário, é possível mostrar que N_{antes} é dado por

$$N_{antes} = -\frac{\rho(t)}{\Lambda} S$$

²Entende-se, aqui, que a medida de $|\rho|$ em \$ é uma medida indireta.

³Por instantâneo entende-se: intervalo de tempo significativamente inferior às meias-vidas dos principais percussores.

E.4. MÉTODO DA MULTIPLICAÇÃO DOS NÊUTRONS DA FONTE 55

onde S é a intensidade da fonte. Semelhantemente,

$$N_{depois} = \frac{\Lambda(t)}{\rho(t) - \beta_{eff}(t)} \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_{i,0}$$

onde $c_{i,0}$ são as concentrações iniciais dos precursores. Uma vez que $\sum_{i=1}^6 \lambda_i c_{i,0} = \frac{\beta_{eff}}{\Lambda} N_{antes}$, $|\rho|$ em \$ é dado por, figura E.2

$$\left| \frac{\rho}{\beta_{eff}} \right| = \frac{N_{antes} - N_{depois}}{N_{depois}}$$

Figura E.2: Ilustração de um resultado experimental típico do método *Source Jerk*.

Semelhantemente, no método da queda de barras de controle as contagens nos detectores antes e após a queda destas barras, até a posição de subcriticalidade de interesse, são utilizadas para a determinação da reatividade em unidades da fração efetiva de nêutrons atrasados.

E.4 Método da multiplicação dos nêutrons da fonte

Caso um arranjo subcrítico preveja barras de controle, o método modificado da multiplicação de fonte, MSM, poderá ser usado, contanto que próximo

da criticalidade.

Em níveis baixos de subcriticalidade a taxa de contagens de nêutrons, N , de um detector de eficiência ϵ é dada por:

$$N = \frac{\epsilon S}{1 - K_{eff}} \quad (\text{E.4.1})$$

Isto é, baixos de níveis de subcriticalidade implicam em uma maior multiplicação da população de nêutrons, aumentando proporcionalmente o sinal do detector e vice-versa. Logo, a partir de um nível pré-determinado, baixo e conhecido de subcriticalidade é possível monitorar um arranjo subcrítico em tempo real por meio da taxa de contagens nos detectores, mantida a intensidade da fonte.

Desta forma, entre dois estados, $k_{eff,1}$ e $k_{eff,2}$ é possível escrever [2]:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\epsilon_1 S_1 (1 - k_{eff,2})}{\epsilon_2 S_2 (1 - k_{eff,1})} \quad (\text{E.4.2})$$

O método permite ainda a correção em virtude variação da eficiência dos detectores e, mais importante, da intensidade da fonte, geralmente sujeita a variações de longo prazo fruto das mudanças de reatividade com a queima do combustível. Uma vez que o método deve ser executado próximo a criticalidade, a relação entre K_{eff} e ρ é direta.

E.5 Oscilações das barras de controle

A resposta de uma população neutrônica a variação harmônica, de frequência angular ω , do movimento de barras de controle permite a determinação da reatividade. Sendo $\langle N \rangle$ a resposta média da contagem durante as oscilações e a mesma contagem N_0 (em regime estacionário) antes das oscilações, é possível mostrar que [23]:

$$\frac{(-\rho)}{\omega \Lambda} = 1 - \frac{\langle N \rangle}{N} \quad (\text{E.5.1})$$

Como em outros métodos, a medida não é direta e dependente de infraestrutura (barras oscilantes).

E.5.1 Medida de subcriticalidade com reatímetros

Nos métodos anteriormente apresentados a medida da reatividade demanda a observação de um determinado experimento dentro de uma escala de tempo característica da medida; por outro lado, um reatímetro ⁴ permite esta medida em tempo real e mesmo durante um transiente.

Tais vantagens destacam o método da medida da subcriticalidade por reatímetros dentre os demais. Entretanto, a utilização de um reatímetro apresenta as seguintes dificuldades/desvantagens:

1. as distribuições do fluxo neutrônico normalizado alteram-se em níveis diferente de subcriticalidade ⁵;
2. a intensidade da fonte de nêutrons deve ser conhecida com precisão suficiente para a inversão das equações da cinética pontual ⁶;
3. os sinais dos reatímetros sofrem flutuações significativas fruto da baixa intensidade do sinal em configurações subcríticas quando comparadas àquelas no estado crítico;
4. alguns parâmetros cinéticos do sistema devem ser conhecidos previamente;
5. o método é aplicável somente nas alterações homogêneas da reatividade.

No experimento realizado por [59] a maioria destas dificuldades foram superadas e um reatímetro foi utilizado para a determinação em tempo real de um arranjo subcrítico mesmo sob transientes fruto de alterações do nível de moderador ou de barras de controle.

As dificuldades da implementação da medida de reatividade com reatímetros em arranjos subcríticos foram resolvidas em [59] por meio da implementação dos seguintes procedimentos:

---

⁴Reatímetro é na verdade um detector de nêutrons (geralmente grandes detectores de BF₃) acoplado a um sistema de tratamento de dados e filtros que permitem a resolução em tempo real das equações de cinética inversa.

⁵A utilização do método em conjunto com o método da cinética pontual inversa demanda um fluxo de nêutrons normalizado constante com o nível de subcriticalidade.

⁶E a calibração desta eficiência sob o mesmo espectro de nêutrons nas faixas de subcriticalidade de interesse é um trabalho experimental difícil.

1. a influência sob a medida de reatividade da variação do fluxo neutrônico normalizado foi eliminada através da determinação (por meio de procedimentos analíticos) de uma posição no núcleo onde o fluxo normalizado, $(1 - K_{eff})\Phi$, altera-se pouco com a mudança do nível de subcriticalidade (e a posição do detector pode ser planejada de modo a indicar a reatividade conservativamente; isto é, indicando um valor sistematicamente maior que o de calibração);
2. a intensidade da fonte pode ser determinada por meio do fluxo de nêutrons medidos sob uma condição de reatividade previamente conhecida ⁷, evitando a determinação direta da eficiência dos detectores sob o espectro de nêutrons em questão;
3. a aplicação dos mesmos filtros utilizados em reatímetros em condições próximas a críticas mostrou-se suficiente [59, 60] para os níveis de subcriticalidade explorados em [59] ($\cong 16000pcm$).

---

⁷No modelo de cinética pontual em regime permanente a intensidade S da fonte de nêutrons é dada por $S = |\rho| N/\Lambda$, onde N é o valor da população de nêutrons, sendo proporcional a intensidade do sinal no detector de nêutrons do reatímetro. Em uma configuração de reatividade conhecida (p.ex. calibração de barras de controle) a intensidade da fonte é proporcional a intensidade do sinal no reatímetro, o que é suficiente para a implementação do método.

Definição dos parâmetros cinéticos resultantes da teoria de cinética pontual e teoria da reatividade generalizada

Conforme descrito na seção 5.4, o conceito de reatividade generalizada permite escrever o seguinte sistema de equações diferenciais que descreve a cinética pontual de um sistema subcrítico.

$$l_{eff} \frac{dP_N}{dt} = (\rho_{gen} - \tau \beta_{eff}) P_N + \tau \sum_{i=1}^I \lambda_i \xi_i + \zeta (1 - P_N) + \rho_f$$

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \beta_{i,eff} P_N - \lambda_i \xi_i \quad (i = 1, 2, \dots, I) \quad \text{equação 5.10}$$

Este sistema de equações utiliza o seguinte conjunto de definições [4]:

1. fator de correção de potência:

$$q = \frac{\langle \delta \Sigma_f, \Phi_0 \rangle}{\langle \Sigma_{f,0}, \Phi_0 \rangle} \quad (\text{F.0.1})$$

2. meia vida dos nêutrons prontos:

$$l_{eff} = \frac{\langle n^\dagger, v^{-1} \Phi_0 \rangle}{I} \quad (\text{F.0.2})$$

3. reatividade generalizada:

$$\rho_{gen} = \frac{\langle n^\dagger, (\delta A + \bar{\chi} \delta S_f) \Phi_0 \rangle}{\langle n^\dagger, \bar{\chi} S_{f,0} \Phi_0 \rangle} \quad (\text{F.0.3})$$

4. reatividade relacionada a perturbação por fonte:

$$\rho_f = \frac{\langle n^\dagger, \delta S \rangle}{I} \quad (\text{F.0.4})$$

5. coeficiente de distribuição de nêutrons atrasados (representa a relação entre os espectros de nêutrons prontos e o de nêutrons atrasados):

$$\tau = \frac{\langle n^\dagger, \chi_D S_f \Phi \rangle}{I} \quad (\text{F.0.5})$$

6. índice de subcriticalidade ¹:

$$\zeta = \frac{1}{I} \equiv \frac{1 - K_{sub}}{K_{sub}}$$

7. integral de normalização:

$$I = \langle n^\dagger, \bar{\chi} S_f \Phi_0 \rangle \quad (\text{F.0.6})$$

8. frações efetivas de nêutrons atrasados:

$$\beta_{i,eff} = \frac{\langle n^\dagger, C_i \chi_D \beta_i S_f \Phi \rangle}{\langle n^\dagger, C_i \chi_D S_f \Phi \rangle} \quad (\text{F.0.7})$$

9. densidade efetiva de precursor:

$$\xi_i = \frac{\langle \hat{u}^T \chi_D n^\dagger, C_i \rangle}{I}$$

onde $\hat{u}$ é um vetor unitário e $\hat{u}^T \chi_D n^\dagger$ é o fator de ponderação de densidade de precursores.

sendo a definição de $\bar{\chi}$ a usualmente empregada. Na aproximação à criticidade, as equações 5.10 tendem aquelas da cinética pontual comum, sendo a sua solução temporal reduzida a uma combinação linear de exponenciais

---

¹O símbolo τ foi utilizado no lugar de α (diferentemente de [4]) de modo a evitar a confusão com o mesmo símbolo geralmente empregado para constante de decaimento de nêutrons prontos.

(equação de *inhour*). É interesse notar que, desta aproximação à criticalidade, surge o seguinte padrão: $\zeta \rightarrow 0$ ($K_{sub} \rightarrow 1$) e $n^\dagger$ aproxima-se do fluxo adjunto convencional.

Ressalta-se a diferença entre a definição da fração de nêutrons atrasados apresentada anteriormente e no apêndice D:

$$\frac{\langle n^\dagger, \chi_D S_f \Phi \rangle \langle n^\dagger, C_i \chi_D \beta_i S_f \Phi \rangle}{\langle n^\dagger, \bar{\chi} S_f \Phi_0 \rangle \langle n^\dagger, C_i \chi_D S_f \Phi \rangle} \rightleftharpoons \frac{\langle \phi_0^\dagger, \beta^j \bar{\chi} S_f \psi \rangle}{\langle \phi_0^\dagger, \bar{\chi} S_f \psi \rangle} \quad (\text{F.0.8})$$

Neste trabalho, considera-se $\tau\beta_{eff}$ o valor comum, obtido conforme a referência [17], por exemplo (ou até mesmo por técnicas de Monte Carlo). A diferença entre o valor de $\tau\beta_{eff}$ e aquele usual de β_{eff} é insignificante frente as incertezas do presente método. Argumento semelhante vale para a concentração de percussores.

Na equação D.4, o termo ξ tem significado diferente daquele empregado na abordagem da reatividade generalizada, valendo os argumentos anteriormente propostos para β_{eff} .

Modos fundamentais de decaimento de nêutrons prontos: efeitos espaciais

---

Mostra-se o papel de diferentes modos de decaimento de nêutrons prontos por meio de dois modelos subcríticos distintos. A figura 2.8 apresenta uma ilustração geométrica dos modelos que inclui a posição dos detectores utilizados para a medida do fluxo de nêutrons.

O primeiro modelo, semelhante ao núcleo do reator IPEN/MB-01 com relação a composição relativa núcleo/refletor, é um arranjo esférico simples com núcleo de 20cm em uma mistura homogênea, $^{235}\text{U}/\text{H}_2\text{O} = 1/500$ e refletor aproximadamente infinito de H_2O .

O segundo modelo, geometricamente idêntico ao primeiro, possui refletor de Be; porém, a proporção de U é $^{235}\text{U}/\text{H}_2\text{O} = 1/666$ para manter os fatores de multiplicação próximos entre si (isto é, entre os dois modelos - $K_{eff}=0,95$).

Dos resultados das figuras G.1 e G.2 o arranjo refletido por H_2O possui apenas um único α ; por outro lado, o arranjo refletido por Be tem valores de α diferentes em posições distintas. Apresenta-se na figura 2.10 os resultados similares a esfera refletida por H_2O para diversos pontos no mesmo arranjo do reator IPEN/MB-01 da figura 2.7. Os resultados dos valores de α obtidos de alguns pontos do modelo são estatisticamente idênticos.

Finalmente, vale ressaltar que em todos os ajustes realizados para a obtenção dos autovalores α o intervalo temporal de ajuste é tal que permite, para cada história simulada, a cadeia de nêutrons “termalizar” e difundir¹.

---

¹Desta forma, torna-se impossível observar modos de decaimento temporal com valores altos de α .

Figura G.1: Determinação da constante de decaimento de nêutrons prontos para a esfera com refletor de H₂O em diferentes posições do núcleo e refletor. As cores correspondem as posições da figura 2.8.

Figura G.2: Determinação da constante de decaimento de nêutrons prontos para a esfera com refletor de Be. As cores correspondem as posições da figura 2.8. Além de não possuir valor de α único ao longo de todo arranjo geométrico, o ajuste por uma exponencial não é tão eficiente na região do refletor de Be.

Razão de variáveis aleatórias

Suponha que o estimador, r_1 , da razão de duas variáveis aleatórias x_1 e x_2 seja dado por:

$$r_1 = \overline{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \quad (\text{H.0.1})$$

onde os valores esperados de x_1 e x_2 são dados por μ_{x_1} e μ_{x_2} , respectivamente. Desta forma, a equação H pode ser escrita como:

$$r_1 = \overline{\left(\frac{\mu_{x_1} + \iota_1}{\mu_{x_2} + \iota_2}\right)} = \frac{\mu_{x_1}}{\mu_{x_2}} \overline{\left(\frac{1 + \frac{\iota_1}{\mu_{x_1}}}{1 + \frac{\iota_2}{\mu_{x_2}}}\right)} \quad (\text{H.0.2})$$

onde, $\langle \iota_1 \text{ e } 2 \rangle = 0$ e $\langle \iota_1^2 \text{ e } 2 \rangle = \sigma_{x_1 \text{ e } x_2}^2 \equiv \mu_2, x_1 \text{ e } x_2$, respectivamente.

Expandindo H em série de *Taylor*:

$$r_1 = \frac{\mu_{x_1}}{\mu_{x_2}} \overline{\left(1 + \frac{\iota_1}{\mu_{x_1}}\right) \left(1 - \frac{\iota_2}{\mu_{x_2}} + \left(\frac{\iota_2}{\mu_{x_2}}\right)^2 + \dots\right)}$$

$$r_1 = \frac{\mu_{x_1}}{\mu_{x_2}} \overline{\left(1 + \frac{\iota_1}{\mu_{x_1}} - \frac{\iota_2}{\mu_{x_2}} + \frac{\iota_2^2}{\mu_{x_2}^2} - \frac{\iota_1}{\mu_{x_1}} \frac{\iota_2}{\mu_{x_2}} + \dots\right)}$$

supondo: $\bar{\iota}^2 \cong S_x^2$; isto é, S_x^2 é o estimador de σ^2 , e $\overline{\iota_1 \iota_2} \cong \xi S_{x_1} S_{x_2}$, recuperam-se as equações 6.15 e 6.16.

$$\overline{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} - \frac{\langle x_1 \rangle}{\langle x_2 \rangle} \equiv \bar{r}_1 - \frac{\langle x_1 \rangle}{\langle x_2 \rangle} \cong \frac{\bar{x}_1 S_{x_2}^2}{\bar{x}_2^3} - \frac{\xi S_{x_1} S_{x_2}}{\bar{x}_2^2} \quad (\text{H.0.4})$$

Nas expressões de correção de tendenciosidade e cálculo de variâncias foram empregados os estimadores dos valores esperados das variáveis aleatórias usadas nas citadas expressões por serem os únicos valores disponíveis. Não foi investigado analiticamente a eficácia destas substituições.

Bi-correlações: mantendo uma contagem por canal

I.1 Generalidades

Na seção 6.6 foi citada a dificuldade de execução dos tipos principais de experimentos (histogramas de contagem e bi-correlações), por dificuldade de manuseio dos dados. Nos experimentos de bi-correlações deve ser garantido (baixa probabilidade) que apenas uma contagem por canal, no máximo, seja registrada; isto é, a soma das probabilidade de detecção de dois ou mais eventos no mesmo canal, $\sum_{n=2}^{\infty} P_{\bar{x}}(n) - P_{\bar{x}}(1)$: distribuição de *Poisson* de média $\bar{x}$ -, deve muito menor que $P_{\bar{x}}(1)$ (detecção de apenas um evento).

Para um sistema de aquisição com uma contagem média $\bar{x}$ ¹, este requisito se traduz da seguinte forma:

$$1 - P_{\bar{x}}(0) - P_{\bar{x}}(1) = 1 - e^{-\bar{x}} - \bar{x}e^{-\bar{x}} \cong 0 \quad (\text{I.1.1})$$

Por exemplo, para valores típicos de $\bar{x} \equiv C(T \cong 10^{-6}) \cong 0,0032$, usuais nos presentes experimentos, a probabilidade de não-contagem de um evento (não-contagens são eventos do tipo: duplos + triplos + ... registrados no mesmo canal) em um experimento de investigação de bi-correlação é de $\cong 5 \cdot 10^{-6}$.

Em um multicanal escalar de $\cong 10^5$ canais existe uma boa chance de que pelo um contagem foi perdida. entretanto, neste trabalho, apenas cor-

---

¹A sutileza dos fenômenos investigados garante a aproximação por uma distribuição de *Poisson*.

relações até 100 canais de distância são consideradas. Neste contexto, a probabilidade de não-contagem de um evento torna-se irrelevante.

Por outro lado, um experimento de histograma de contagens (correlação do terceiro momento), que seja eficaz, demanda $\bar{x} \gg 1 (> 1000)$ cps. A diferença entre as contagens por canal dos dois experimentos é imensa (obviamente, considerando a taxa de contagem, $\bar{x}/T$, idêntica nos dois casos).

Para manter $\bar{x} \cong 0,0032$ em um experimento concomitante de investigação de bi-correlações com taxa de contagem da ordem de $\bar{x}/T \cong 1000$, o correspondente canal temporal deverá ser da ordem de $\cong 3 \cdot 10^{-6}$ s (conforme os experimentos realizados).

Esta condição garantirá a mesma distribuição de probabilidade dos números de contagens por canal temporal, mantida para as atuais taxas; entretanto, esta taxa de amostragem está aquém dos multicanais escalares comuns ($T_{min} \cong 100$ ns) no caso de taxas de contagens muito maiores (10x, ou 100x, p.e.).

I.2 Procedimento experimental

Nos experimentos de auto bi-correlações, a forma de estimar a probabilidade de perda de contagens por eventos duplo, triplo, . . . , foi realizada da seguinte maneira:

1. observar $\bar{x}$. Ao valor de $\bar{x}$ associa-se a $P_{\bar{x}}(x = 0) = e^{-\bar{x}}$
2. calcular $P(x = 2) = \frac{\bar{x}^2 e^{-\bar{x}}}{2}$
3. avaliar se $\frac{\bar{x}^2 e^{-\bar{x}}}{2} \ll 1$ (sugestão: $10^{-6} - 10^{-5}$).

A variância do valor observado de

Estimativa das correções espaciais

A estimativa preliminar de correções espaciais começa por um modelo simples de determinação do parâmetro de correção espacial C , e termina com a utilização do MCNP4C para o caso específico de uma configuração de interesse do reator IPEN/MB-01. Tendo em vista que ferramentas de cálculo adequadas não se encontram disponíveis ¹, estas estimativas não pretendem calcular o parâmetro C precisamente; visam, na verdade, determinar se estas correções não alteram significativamente os valores experimentais frente o modelo de cinética pontual simples.

J.1 Modelo simples: cubo não-refletido

Inicialmente pretende-se mostrar que o fator adimensional C pouco difere da unidade em um modelo simples (tendo em vistas as incertezas obtidas) e conservativo do ponto de vista do valor da correção espacial. Neste modelo, as seguintes simplificações foram adotadas:

1. grupo único de energia;
2. núcleo homogêneo e sem refletor;
3. isotropia do fluxo angular em todo o núcleo; e
4. consideração apenas do modo fundamental.

---

¹A referência [61] apresenta uma nova ferramenta computacional baseada na solução numérica e determinística da equação de transporte adjunta por meio de diferenças finitas e funções de importância até a terceira ordem. Entretanto, da mesma forma que no projeto de núcleos de reatores, métodos baseado na solução determinística da equação de transporte não dão conta de geometrias complicadas e heterogêneas como a do núcleo do reator IPEN/MB-01. Mesmo que tal ferramenta estivesse disponível, aproximações na geometria seriam necessárias.

Com a intenção de simplificar adicionalmente a apresentação da estimativa preliminar da correção espacial, realiza-se esta estimativa para um núcleo cúbico não-refletido (*bare*), $C_{\square}$ - [42]. Este caso é conservativo, pois núcleos não-refletidos tendem a possuir maiores valores de correção espacial. Nestes núcleos, o fluxo tende a se afastar mais vigorosamente do fluxo plano e da correção espacial unitária.

Considerando a normalização apresentada para o modo fundamental e as hipóteses anteriores, é possível escrever o modo fundamental para um núcleo cúbico não-refletido de aresta a como [6]:

$$\phi_{1,\square}(\vec{r}) = \left(\frac{8}{a^3}\right)^{1/2} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \quad (\text{J.1.1})$$

Neste sistema, a referência [6] apresenta os seguintes valores dos adimensionais de interesse (V é o volume do núcleo e os g_i 's são os fatores de *Otsuka & Iijima*):

$$g_1 = \frac{V \int \phi_1(\vec{r})^3 dV}{\int \phi_1(\vec{r}) dV} = 2,37$$

$$g_2 = \frac{V^2 \int \phi_1(\vec{r})^4 dV}{(\int \phi_1(\vec{r}) dV)^2} = 6,34$$

resultando, para o sistema cúbico:

$$C_{\square} = a^3 \frac{\int \left[\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \right]^4 dV}{\left(\int \left[\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \right]^3 dV \right)^2} = \frac{g_2}{g_1^2} \cong 1,13 \quad (\text{J.1.0})$$

A correção espacial não altera a ordem de grandezas dos resultados. Ainda, enfatiza-se os seguintes pontos:

1. a correção espacial não demanda a localização da fonte:

No caso de fontes tipo *Poisson*, as correções espaciais não dependem do posicionamento da fonte, conforme equações 6.54 e 6.61.

2. a correção espacial não depende do tamanho do núcleo:

Aqui o modelo equivoca-se parcialmente, na medida em que núcleos usuais (heterogêneos e com refletores) tornam o fluxo relativamente mais plano na medida em que crescem, diminuindo as fugas, o *buckling* e, conseqüentemente, reduzindo as correções espaciais esperadas.

Neste sentido, as estimativas da influência do refletor e do volume do núcleo apresentadas na seção 6.4 abordam esta limitação, mostrando que núcleos não-refletidos são uma estimativa conservativa da correção espacial.

3. o modelo não dá conta da influência das barras de controle.

J.2 Cálculo de C por meio do MCNP

O MCNP não é uma ferramenta adequada para estimar diretamente o modo fundamental das autofunções α . De fato, o MCNP permite apenas estimar as autofunções do problema de criticalidade. Existe, entretanto, uma versão MCNP que possui o CARD: ACODE, este cartão permite a solução das autofunções α [62]. Esta versão não se encontra disponível. Desta forma, foram utilizadas as autofunções do problema de criticalidade (CARD:KCODE) para o cálculo de:

$$C \cong \frac{\int \phi_1(\vec{r})^4 dV}{(\int \phi_1(\vec{r})^3 dV)^2}$$

em uma configuração de baixa subcriticalidade (a de -2850pcm - barras em 70/70%), para evitar maiores erros². A intenção é apenas confirmar diretamente as estimativas da seção anterior.

Para realizar a estimativa, a distribuição espacial do fluxo neutrônico de $\frac{1}{4}$ da configuração de interesse (aproveitando-se das simetrias da configuração) foi discretizada nos valores médios encontrados por meio do *tally* F5 em várias esferas (de diâmetro 20mm - fluxos de energia integrados em todo espectro) distribuídas pelo núcleo, $\phi_{i,j,k}^{KCODE}$ ($i = 1, \dots, 7$; $j = 1, \dots, 6$; e $k = 1, \dots, 4$). Segundo esta discretização, o fator C é estimado por:

$$C \cong \frac{\sum_{i,j,k}^{\text{núcleo}} (\phi_{i,j,k}^{KCODE})^4 V_{i,j,k}}{(\sum_{i,j,k}^{\text{núcleo}} (\phi_{i,j,k}^{KCODE})^3 V_{i,j,k})^2} \quad (\text{J.2.1})$$

---

²As soluções dos dois problemas de auto-valores aproximam-se na medida em que $\alpha \rightarrow 0$

onde, a normalização utilizada no CARD:KCODE foi substituída por:

$$\sum_{i,j,k}^{\text{núcleo}} (\phi_{i,j,k}^{KCODE})^2 V_{i,j,k} = 1 \quad (\text{J.2.2})$$

O valor obtido de C foi de 1,07(3). Este valor concorda qualitativamente com os valores estimados na seção anterior.

Resultados preliminares da Universidade de Kioto: reator KUKA

Em 2002, a equipe do Professor *Yoshihiro Yamane* realizou experimento idêntico ao deste trabalho, no núcleo A do reator KUCA (*Kyoto University Critical Assembly*), conforme figura K.1 - referência [7]. A diferença principal entre este experimento e o trabalho em tela é a utilização de uma fonte de ^{252}Cf .

O posicionamento de cada um dos dois detectores (detectores de BF_3 de 1/2" de diâmetro e 14cm de altura, sendo o detector #1 posicionado próximo a fonte - *dwell time*=1 μs) utilizados no experimento encontra-se ilustrado na figura K.2.

Os resultados obtidos entre as duas medidas (conforme figuras K.4 e K.5) são estatisticamente discordantes entre si. Ainda, como os dados dispersam-se vigorosamente em torno de $X_\infty/Y_\infty^2 = 3$, não são úteis do ponto de vista prático. A plotagem dos dados sob a forma X_∞/Y_∞^2 mostra um aspecto importante da medida. Enquanto as medidas de X podem alcançar valores mesuráveis e significativamente diferentes de zero - figura K.3, o valor de $X_\infty/Y_\infty^2 - 3$ dispersa-se significativamente em torno de zero - figura K.4. Este tipo de resultado exemplifica claramente os argumentos apresentados na seção 6.5.

A comparação entre os resultados das figuras K.4 e K.5 mostra a importância das correções nos dados experimentais.

A diferença entre os resultados das figuras K.4 e K.5 levou a equipe do Prof. Yamane a futuras investigações sobre os efeitos das correções espaciais [9].

Figura K.1: Núcleo A da unidade crítica da Universidade de Kioto.

Horizontal Cross Section of the Core Configuration (KUCA, A-Core).

Composition of the Fuel Element.

Composition of the Detector Element.

Figura K.2: Posicionamento dos detectores no núcleo A da unidade crítica KUKA.

Figura K.3: Valores de $X(T)$ e $Y(T)$ para o detector #1 [9].

Figura K.4: Valor de $X(T)/Y^2(T)$ para o detector #1 [9].

Figura K.5: Valor de $X(T)/Y^2(T)$ para o detector #2 [9].

Resultados de experimentos realizados no reator SILENE

O reator SILENE (“Source d’Irradiation à Libre Evolution NEutronique”) [63] - figura L.1 - é um dispositivo experimental que explora as consequências e a fenomenologia de acidentes de criticidade em soluções de materiais físséis.

Este reator possui núcleo desprovido de refletor, contendo nitrato de uranila enriquecido a 92,7% em peso de ^{235}U , nas concentrações de 70 e 200 g/l. O dispositivo está qualificado para realizar experimentos com inserções de reatividade de até 2350 pcm. Apesar de construído para experimentos de inserção de reatividade¹, o núcleo do reator pode ser configurado para experimentos subcríticos - figura L.2 [64].

Na referência [10], um experimento similar ao deste trabalho foi realizado, obtendo resultados semelhantes - conforme figura L.3. A forma de apresentação dos resultados não destaca as incertezas nas reatividades estimadas, mas pelos dados deste gráfico estima-se visualmente que sejam da ordem de 10000pcm. Finalmente, fica claro a ineficácia do ajuste em regiões de canal temporal pequeno, pois a função $X(T, K_{eff})$ não varia significativamente com K_{eff} para valores de $T \rightarrow 0\text{s}$.

---

¹O dispositivo foi concebido para ser operado em três modos principais: (1) pulsado - uma curta excursão (ms) de potência promovida pela rápida ejeção de barras; (2) evolução livre - típico acidente de criticalidade induzido pela lenta (alguns minutos) remoção de barras; (3) estado estacionário.

Figura L.1: Fotografia do reator SILENE (“Source d’Irradiation à Libre Evolution Neutronique”) [63].

Figura L.2: Descrição simplificada do núcleo do dispositivo SILENE [64].

Figura L.3: Valores de $X(T)$ e $Y(T)$ para o detector central do experimento SILENE [10]. Notar que os dados dispersam-se vigorosamente em torno de valores diversos de K_{eff} .

Verificação dos valores de alpha IPEN/MB-01

335

[illegible]

```

c
c      ++++++++ Control rod BC#1 definition ++++++++
c
c      ATTEMPT TO THE :
c
c      surface 31 which defines CONTROL ROD INSERTION POSITION
c
180    6 5.8233510e-02 -29      31 -24  u=5    $ control rod BC#1
190    2 -0.0001      29 -2    31 -24  u=5    $ gap
200    3 8.655893e-02  2  -3    31 -24  u=5    $ clad
210    4 1.00104e-01   3  -18      -24  u=5    $ water inside
220    9 8.429047e-02  18 -17      -24  u=5    $ guide tube (SS)
230    4 1.00104e-01   17              u=5    $ water outside
c      plug of control rod#1
240    3 8.655893e-02  -3        30 -31  u=5    $ control rod plug
250    4 1.00104e-01  -3        -30  u=5    $ water below control rod
c
c      ++++++++ Control rod BC#2 definition ++++++++
c
c      ATTEMPT TO THE :
c
c      surface 41 which defines CONTROL ROD INSERTION POSITION
c
260    6 5.8233510e-02 -29      41 -24  u=6    $ control rod BC#2
270    2 -0.0001      29 -2    41 -24  u=6    $ gap
280    3 8.655893e-02  2  -3    41 -24  u=6    $ clad
290    4 1.00104e-01   3  -18      -24  u=6    $ water inside
300    9 8.429047e-02  18 -17      -24  u=6    $ guide tube
310    4 1.00104e-01   17              u=6    $ water outside
c      plug of control rod#2
320    3 8.655893e-02  -3        40 -41  u=6    $ control rod plug
340    4 1.00104e-01  -3        -40  u=6    $ water below c_rod
c

```

[illegible]

```

c      Universe u=6 means control rod #2  (BC#2)
c      Universe u=7 means cell water
c
c      ***** 28x26 Array Configuration *****
c
500    0   -4  5  -6  7           u=15  lat=1  fill=-14:13 -13:12 0:0
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 5 2 2 2 5 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 5 2 2 2 5 2 2 2 5 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 5 2 2 2 5 2 2 2 1 1 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 5 2 2 2 5 2 2 2 5 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 5 2 2 2 5 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 6 2 2 2 6 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2 6 2 2 2 6 2 2 2 6 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 1 1 2 2 2 6 2 2 2 6 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2 6 2 2 2 6 2 2 2 6 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2 2 2 6 2 2 2 6 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

```

C   ---- SURFACE DEFINITIONS   - All Dimension in Centimeters

1	cz	0.424470	\$ uo2 pellet radius
2	cz	0.428730	\$ clad inner radius
3	cz	0.490370	\$ clad outer radius
4	px	0.750000	\$ half pitch
5	px	-0.750000	\$ half pitch
6	py	0.750000	\$ half pitch
7	py	-0.750000	\$ half pitch
8	pz	0.000000	\$ axial origin
9	pz	54.84000	\$ fuel rod length
10	pz	54.82000	\$ burnable poison rod length
12	cz	100.0000	\$ reactor tank radius

```

13  px   20.25000      $ window boundary ( 20.250/1.50=13.5 )
14  px  -21.75000      $ window boundary ( 21.750/1.50=14.5 )
15  py   18.75000      $ window boundary ( 18.750/1.50=12.5 )
16  py  -20.25000      $ window boundary ( 20.250/1.50=13.5 )
17  cz   0.600000      $ guide tube outer radius
18  cz   0.565000      $ guide tube inner radius
23  pz   60.24000      $ top aluminum height
24  pz   98.84000      $ spacer tube height
25  pz  -9.000000      $ bottom aluminum height
28  cz   0.365000      $ spacer tube inner radius
29  cz   0.416000      $ control rod inner radius
30  pz   53.17000      $ end of plug
31  pz   54.84000      $ active length of control rod
32  pz  -11.20000      $ bottom SS grid plate
33  pz  -50.00000      $ bottom of reactor tank
34  px   50.00000      $ bottom grid plate +X
35  px  -50.00000      $ bottom grid plate -X
36  py   50.00000      $ bottom grid plate +Y
37  py  -50.00000      $ bottom grid plate -Y
38  cz   0.476250      $ SS rod radius
40  pz   53.17000      $ end of plug
41  pz   54.84000      $ active length of control rod
c 40  pz   20.26922      $ end of plug
c 41  pz   21.93922      $ active length of control rod
50  pz  150.0000      $ top of reactor tank

```

c

c   Cell importance definitions - Default values must be ONE

c

```

imp:n   1 1 1 1 1 1 1 1 1 1   1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
        1 1 1 1 1 1 1 1 1 1   1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
        1 1 1 1 1 1 1 1 0

```

c

```

c      material definitions
c      ----> NNNNN.60c  nuclide NNNNN from ENDF/B-VI cross section library
c      ----> NNNNN.50c  nuclide NNNNN from ENDF/B-V  cross section library
c      ----> nuclide concentration in  atom/barn.cm ///
c      negativo fração em peso
c
c      m1 => UO2 pellet ( U234, U235, U238 and O16)
c      m2 => gap  ( O16 )
c      m3 => SS304 clad ( Fe, Ni, Cr, Mn, Si, P, C, S, Co and Mo)
c      m4 => H2O ( H and O )
c      m5 => Alumina ( Al2O3 )
c      m6 => AG-IN-CD Control ROD ( Ag, In and Cd )
c      m7 => SS304 Spacer Tube ( Mn, Si, Ni, Cr, Fe, C, P and Co)
c      m8 => acrylic support
c      m9 => SS304 Guide Tube ( Fe, Ni, Cr, Mn, Si, P, C, S, Co and Mo)
c      m10 => SS304 Bottom Grid Plate( Fe, Ni, Cr, Mn, Si, P, C and S)
c      m11 => UO2_Gd2O3 Burnable Poison
c      m12 => Helium
c      UO2 - pellet region
c
m1      92235.50c 9.99240e-04  92238.50c 2.16410e-02  8016.50c 4.5489e-02
        92234.50c 7.84620e-06
m2      8016.50c  0.000100000
c
c      SS304 - clad
m3      26000.55c 5.90020e-02 28000.50c 8.16250e-03 24000.50c 1.68240e-02
        25055.50c 1.46450e-03 14000.50c 6.79340e-04 15031.50c 4.00400e-05
        6000.50c  1.12390e-04 16032.50c 1.56170e-05 27059.50c 1.74020e-04
        42000.50c 8.45200e-05
c
c      H2O - water
m4      1001.50c  6.67360e-02      8016.50c 3.33680e-02
mt4     lwtr.01t

```



```

c
c      Al2O3 - Alumina
m5      8016.50c      6.71160e-02      13027.50c      4.47440e-02
c
c      AG-IN-CD Control rods
m6      47107.50c      2.31810e-02      47109.50c      2.11480e-02
        49000.60c      7.85170e-03      48000.50c      2.58940e-03
        6000.50c      1.50520e-03      16032.50c      1.87910e-04
        8016.50c      1.77030e-03
c
c      SS304 - Spacer tube
m7      26000.55c      6.20130e-02      28000.50c      6.57020e-03      24000.50c      1.67790e-02
        25055.50c      1.15810e-03      14000.50c      1.11550e-03      15031.50c      3.11240e-05
        6000.50c      2.40780e-04      27059.50c      1.14500e-04
c
c      Acrylic
m8      1001.50c      5.6884e-02      8016.50c      1.42210e-02      6000.50c      3.5552e-02
c
c      SS304 - Guide tube
m9      26000.55c      5.69430e-02      28000.50c      9.10370e-03      24000.50c      1.62980e-02
        25055.50c      1.15010e-03      14000.50c      6.61700e-04      15031.50c      4.50000e-05
        6000.50c      8.89680e-05
c
c      SS304 - Bottom grid plate
m10     26000.55c      6.00360e-02      28000.50c      7.66410e-03      24000.50c      1.67050e-02
        25055.50c      1.25030e-03      14000.50c      8.66160e-04      15031.50c      5.54400e-05
        6000.50c      7.94260e-05      16032.50c      4.46200e-06
c
c      uo2_gd2o3 burnable poison
m11     64152.50c      4.75970E-06      64154.50c      5.12070E-05
        64155.50c      3.45390E-04      64156.50c      4.74650E-04      64157.50c      3.60570E-04
        64158.50c      5.68680E-04      64160.60c      4.94190E-04      8016.50c      4.31350e-02
        92235.50c      4.28990e-05      92238.50c      2.08030e-02      13027.50c      3.41950e-06
        6000.50c      1.15930e-05      26000.55c      4.35380e-09      28000.50c      1.32740e-08
        14000.50c      2.18910e-07      92234.50c      2.90470e-07

```

```
c
TOTNU=NO
C
sdef pos 0 0 -11.19 erg=D1
SP1 -5 5.71
c
c
c
F15:N 0 0 20 2.25
T15 1e3 1498I 1.5e6
FQ15 T F
c
c
F25:N 9 7.5 40 2.25
T25 1e3 1498I 1.5e6
FQ25 T F
c
c
F35:N 18 16.5 50 2.25
T35 1e3 1498I 1.5e6
FQ35 T F
c
c
F45:N 25 23 27 2.25
T45 1e3 1498I 1.5e6
FQ45 T F
c
c
F55:N 34.5 32 27 2.25
T55 1e3 1498I 1.5e6
FQ55 T F
c
c
```

CTME 360

c

c FIM, FIM, FIM ;))

AGRADECIMENTOS À ALFREDO Y. ABE :))

Programa de simulação de Monte Carlo da cinética pontual em grupo único de energia

---

```
//Programa de cálculo da subcriticalidade
//por meio do terceiro momento da contagem de
//nêutrons. Programa que implementa o método de Monte Carlo
//em um meio homogêneo e infinito.

//Programa é uma extensão de Theory of Neutron Fluctuation

#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <conio.h>
#include "rng.h"
#include <fstream>

using namespace std;

//Média de valores
double Media(int *Vetor, unsigned long int Tamanho) {
    unsigned long int j;
    double Saida;
    Saida = 0;
    for (j = 1; j <= Tamanho; j++){
```

```
Saida += Vetor[j];
}
Saida = Saida/Tamanho;
cout<<"Media: "<<Saida<<"\n";
return Saida;
}

//Variância
double Variância(int *Vetor, unsigned long int Tamanho) {
    unsigned long int j;
    double Saida, Med_Aux;
    Saida = 0;
    Med_Aux = Media(Vetor,Tamanho);
    for (j = 1; j <= Tamanho; j++){
        Saida += pow(Vetor[j]-Med_Aux,2.);
    }
    Saida = Saida/(Tamanho-1);
    return Saida;
}

//Terceiro momento
double Terceiro(int *Vetor, unsigned long int Tamanho) {
    unsigned long int j;
    double Saida, Med_Aux;
    Med_Aux = Media(Vetor,Tamanho);
    Saida = 0;
    for (j = 1; j <= Tamanho; j++){
        Saida += pow(Vetor[j]-Med_Aux,3.);
    }
    Saida = Tamanho*Saida/((Tamanho-1)*(Tamanho-2));
    return Saida;
}
```

```

//Sorteio que simula o espectro de emissão de nêutrons do 235U
int Emissao_235(double fracao) {

    int Saida;

        const double p0 = 0.027, p1 = 0.158, p2 = 0.339, p3 = 0.305//
    , p4 = 0.133, p5 = 0.038;
    if (fracao <= p0) Saida = 0;
    else
    if (fracao > (p0) && fracao <= (p0+p1)) Saida = 1;
    else
    if (fracao > (p0+p1) && fracao <= (p0+p1+p2)) Saida = 2;
    else
    if (fracao > (p0+p1+p2) && fracao <= (p0+p1+p2+p3)) Saida = 3;
    else
    if (fracao > (p0+p1+p2+p3) && fracao <= (p0+p1+p2+p3+p4)) Saida = 4;
    else
    if (fracao > (p0+p1+p2+p4) && fracao <= 1) Saida = 5;

    return Saida;
}

//Inicio
int main() {

    cout << "** Programa de calculo da subcriticalidade *****\n";
    cout << "** por meio do terceiro momento da contagem *****\n";
    cout << "** de neutrons. *****\n";
    cout << "** Programa que implementa o metodo de Monte Carlo **\n";
    cout << "** em um meio homogeneo e infinito. *****\n\n\n";

    //Programa é uma extensão de Theory of Neutron Fluctuation"

```

```

//Inicializando as variáveis importantes
double ro,k,v,lambdas_a,lambdas_f,lambdas_d,lambdas_c,alfa,Lambdao,fracao,\\
moeda,moeda_f,T_std;
double intensidade,Ci,S,Gate,Tempo_final,tempo,delta_T,\\
media_atividade,epsilon;
double f_total,f_fissao,f_captura,f_detecao,multiplicador,fator;
double A,B,C,X3,X2,Xinf,Yinf,Med,Var,Ter,Xexp,Sorteado_Antes,Sorteado_1,\\
Sorteado_2,Sorteado_3;

RNG Sorteio; //Variável do tipo RNG (associada ao sorteio em rng.h)
//Sem semear explicitamente, é então dada uma\\
// semente aleatória

unsigned long int N,flagN,flagPEGOU,Nfissao;

unsigned long int N_Gate,N_canais,i,j;

cout << "Subcriticalidade em PCM, Valor tipico ~3000: ";
cin >> ro;
cout << "\\n";
ro = -ro*1e-5; // Valor da subcriticalidade //
           (em PCM -->> Valor antes do expoente)

k=1/(1-ro); //Constante de multiplicação
v=2.473; //Valor do número médio de nêutrons emitidos

cout << "Valor do tempo de vida dos neutrons prontos,\\
           Valor tipico ~1200: ";
cin >> alfa;
cout << "\\n";
//alfa = 1200; //Valor típico de alfa -->> 1200;
Lambdao = -ro/alfa;

```



```

//Probabilidade de absorção e fissão são funções da reatividade
lambda_a = (1-ro)/Lambdao;
lambda_f = 1/(v*Lambdao);

//Fonte de neutrons
cout << "Intensidade da fonte de neutrons, em uCi (Valor típico 1): ";
cin >> intensidade;
cout << "\n\n";
Ci = 3.7e10;
//Transformando a intensidade da fonte dada em uCi
// em decaimento por minutos. 1 Ci= 3.7e10 Bq
S=intensidade*10e-6*Ci;

//Probabilidade de Deteccao e fracao de captura
cout << "Relacao entre S*epsilon s-1(Valor típico 20 s-1): ";
cin >> fracao;
cout << "\n";

epsilon = fracao/S;

//É possível colocar uma eficiência que corresponde\
    ao experimento por meio de 'fracao'
lambda_d = epsilon*lambda_f;
lambda_c = lambda_a - lambda_f - lambda_d;

cout << "Primeiras saidas:\n\n";
cout << "Subcriticalidade:\n" << ro << "\n\n";
cout << "Lambdao:\n" << Lambdao << "\n\n";
cout << "Lambda absorcao\n" << lambda_a << "\n\n";
cout << "Lambda detecao\n" << lambda_d << "\n\n";
cout << "Lambda captura\n" << lambda_c << "\n\n";

```

```
cout << "Eficiencia de detecao\n" << epsilon << "\n\n\n";

getch();

//Populacao de neutrons inicial escolhida
//proxima a media teórica
N = floor(Lambdao*S/-ro);

cout << "Populacao inicial de neutrons: " << N << "\n\n";

//Determinando o Gate
cout << "Gate eh quantas vezes maior que 1/alfa (Sugestao = 1000)? --> ";
cin >> multiplicador;
cout << "\n";
Gate = multiplicador/alfa;
cout <<"Gate: "<<Gate<<"\n\n";

//Numero de canais do experimento
cout << "Numero de canais por interacao, tipico 500: ";
cin >> N_canais;
cout << "\n\n";

//Tempo final eh o numero de canais*tempo do gate (por interação)
Tempo_final = Gate*N_canais;
//tempo de interacao
cout << "Tempo fisico total de interacao  "<<Tempo_final<<" s"<<"\n\n";

//Valor real de saturacao da correlação de terceira ordem
fator = exp(-Gate*alfa);
```

```

cout << "Fator exp(-Gate*alfa): " << fator << "\n\n";

A = (1+fator-2*(1-fator)/(Gate*alfa));
B = (1 - (3-4*fator+pow(fator,2.))/(2*Gate*alfa));
C = (1 - (1-fator)/(Gate*alfa));

cout << "Os numeros a seguir devem ser proximos de 1\n\n";
cout << "A,B e C... " << " --->> " << A << " --->> \\
    " << B << " --->> " << C << "\n\n";
getch();

//Inicializando o vetor de Gate e matriz total
int Vetor_Gate[N_canais];
for (i = 0; i < N_canais; i++){
    Vetor_Gate[i] = 0;
}
i=0;

if (N == 0)
    cout << "Populacao inicaial nula -->> Abortar !!! \n\n";
else
    cout << "Populacao inicaial nao nula -->> Continuar!!! \n\n" ;

getch();

//Fracoes dos eventos principais
f_total = (lambda_a); //Só existe um evento: \\
    absorcao: fissao+captura+detecao
f_fissao = lambda_f/f_total;
f_captura = lambda_c/f_total;
f_detecao = lambda_d/f_total;

```

```
//Indica se em algum momento o sistema ficou sem neutrons
flagN=0;
//Indica se algo deu errado
flagPEGOU=0;

//Tempo significativo Loops ~= 1% da simulação
T_std = 1/(floor(Lambdao*S/-ro)*(lambda_a));
unsigned long int Loops = floor(-log(0.5)*Tempo_final/(T_std*100));

//Loop não pode ser nulo
if (Loops == 0) {
    flagPEGOU=1;
    cout<<"Numero de Loops nulo\n\n\n";
    getch();
}

//tempo é o tempo físico da simulacao (que é zerado a cada interacao)
tempo = 0;
//Comecando do primeiro gate que ocupa posicao 0
N_Gate = 0;

i=0; //Contador do número de eventos (por interacoes)...

Sorteado_1 = Sorteio.uniform();
Sorteado_2 = Sorteio.uniform();
Sorteado_3 = Sorteio.uniform();

while (tempo < Tempo_final){ //Loop principal

    //Tempo_final = Gate*N_canaís;
    N_Gate = floor(tempo/Gate);
    //Calculando o tempo de avanço
    //No inicio N é obrigatoriamente diferente de zero
```

```

if (N != 0) {
//SORTEANDO... delta_T
    Sorteado_1 = Sorteio.uniform();
if (Sorteado_1 == 0){//Tentando evitar o \
    zero apenas sorteando\
    novamente
    Sorteado_1 = Sorteio.uniform();
}
    delta_T = -log(Sorteado_1)/(N*(lambda_a));
}
//Se a população for nula o tempo\
    continua idêntico até a fonte emitir algo!!!

//Se a população for não-nula tudo acontece neste 'if'
if (N != 0) {
    Sorteado_2 =Sorteio.uniform();
    moeda = Sorteado_2;//Moeda sorteará o evento do modelo

//Construindo a integral da funcao \
densidade de probabilidade dos eventos do modelo
if (moeda <= f_fissao){//Se o número sorteado é menor\
    que a fração de fissao,\
    fissione!!!
    Sorteado_3 =Sorteio.uniform();
    moeda_f = Sorteado_3;
    Nfissao = Emissao_235(moeda_f);
    N=N+Nfissao-1;
}
if ((moeda > (f_fissao) & moeda <= \
    (f_fissao+f_captura))) //Captura
    N=N-1;
else
if ((moeda > (f_fissao+f_captura) & moeda <=\

```

```

        (f_fissao+f_captura+f_detecao))){//Detecção
        N=N-1;
        Vetor_Gate[N_Gate]++;
    }
} //if N!=0

if (N==0) {//Caso a população seja nula em algum instante...
    flagN=1;
    //cout << "ZERO NEUTRONS!!!\n";
}

if (i % Loops == 0){
    cout << (tempo)*100/(Tempo_final) << " % Neutrons: " << N << " Vetor Gate: "
        << Vetor_Gate[N_Gate] << "Bin: " << N_Gate << "\n";
}

//Sorteando o numero de nêutrons emitidos pela fonte\\
    neste intervalo de tempo
media_atividade = S*delta_T;
N += Sorteio.poisson(media_atividade);

tempo += delta_T;
i++;

} //Fim do while

//Informações finais

cout << "Informcoes finais...\n\n";

if (flagN==1){
    cout << "Em algum momentos os netrons zeraram...\n\n";
}

```

```

getch();
}

//Valor real de saturacao da correlação de segunda ordem (<v(v-1)>=4.705)
//fator = exp(-Gate*alfa);
//A = (1+fator-2*(1-fator)/(Gate*alfa));
//B = (1 - (3-4*fator+pow(fator,2.))/(2*Gate*alfa));
//C = (1 - (1-fator)/(Gate*alfa));

Yinf = (epsilon*4.705)/(pow(ro,2.)*pow(2.437,2.));
X2 = 3*pow((lambda_d/lambda_f),2.)*pow((4.705/pow(2.437,2.)),2.)\\
    *(1/pow(ro,4.));
X3 = pow((lambda_d/lambda_f),2.)*(6.89/pow(2.437,3.))*(1/pow(ro,3.));
Xinf = X2*A + X3*B;

//Parametros estatísticos por interação
Med = Media(Vetor_Gate,N_canaais-1);
Var = Variancia(Vetor_Gate,N_canaais-1);
Ter = Terceiro(Vetor_Gate,N_canaais-1);

//X identifica o terceiro momento
Xexp = Ter/Med -3*Var/Med + 2;

cout << "Media calculada: " << -Gate*lambda_d*Lambdao*S/ro << " \\
    confira com o estimado: " << Med << "+/-\\
    "<<sqrt(Var/((N_Gate-1)))<<"\n\n";

cout << "Y calculado: " << Yinf*C << "  confira com o estimado: \\
    " << (Var/Med -1) << " +/- " \\
    << (sqrt(2*pow(Var,2.)/(N_Gate-1)))/Med<< "\n\n";

```

```

cout << "X calculado: " << Xinf << "\\
      "   confira com o estimado: " << Xexp << " +/- "
      << sqrt((6*pow(Var,3.)/(N_Gate-1)))/Med << "\\n\\n";

cout << "Tamanho do vetor:  " << (N_canaís-1) << "\\n\\n";
      //Para ver se o número de gates é aquele de entrada...

getch();

cout << "Calculando a reatividade estimada a partir de X: \\n\\n";
cout << "Subcriticalidade estimada -ro = [Xest/Y^2 - 3A]/(0.759B)] \\n\\n";
cout << -(Xexp/pow(Yinf,2) - 3*A)/(0.759*B) << " incerteza: "
<< (sqrt((6*pow(Var,3.)/(N_Gate-1)))/Med)/(pow(Yinf,2)*0.759*B) << "\\n\\n";

//Vetor de saida

cout << "Escrevendo a saida...\\n\\n";

//Escrevendo o vetor
FILE* myfile;
myfile = fopen("Saida.txt","w" );

if (myfile){
    fprintf(myfile,"Subcriticalidade pcm %12.8f \\n", ro*100000);
    fprintf(myfile,"Subcriticalidade %12.8f \\n", ro);
    fprintf(myfile,"Multiplicador %12.8f \\n", multiplicador);
    fprintf(myfile,"Alfa %12.8f \\n", alfa);
    fprintf(myfile,"Gate %12.8f\\n", Gate);
    fprintf(myfile,"Numero de gates %i \\n\\n\\n", N_canaís-1);
    fprintf(myfile,"Média calculada %12.8f \\n",\\
      -Gate*lambda_d*Lambdao*S/ro);
    fprintf(myfile,"Média estimada %12.8f  ", Med);
    fprintf(myfile,"incerteza %12.8f\\n\\n\\n", \\

```



```

sqrt(Var/(N_canaais-1)));
fprintf(myfile,"Y calculada %12.8f \n", Yinf*C);
fprintf(myfile,"Y estimada %12.8f ", (Var/Med -1));
fprintf(myfile,"incerteza %12.8f\n\n\n",
(sqrt(2*pow(Var,2.)/(N_canaais-1)))/Med);
fprintf(myfile,"X calculado %12.8f \n", Xinf);
fprintf(myfile,"X estimado %12.8f ", Xexp);
fprintf(myfile,"incerteza %12.8f\n\n\n",
sqrt((6*pow(Var,3.)/(N_canaais-1)))/Med);
fprintf(myfile,"-ro estimado %12.8f ", \
(Xexp/pow(Yinf,2) - 3*A)/(0.759*B));
fprintf(myfile,"incerteza %12.8f\n\n\n",
(sqrt((6*pow(Var,3.)/(N_Gate-1)))/Med)/(pow(Yinf,2)*0.759*B));
    for (j = 1; j <= (N_canaais-1); j++){
        fprintf(myfile,"%d\n", Vetor_Gate[j]);
    }

    fclose(myfile);
}

else cout << "Nao abriu o arquivo!\n\n";

cout << "FIM!\n\n";
getch();

//Fim geral
return 0;
}

```


Programa de simulação de Monte Carlo da cinética pontual em grupo único de energia: abordagem simplificada

---

Conforme argumentado na seção 8.1.4.3, neste trabalho tornou-se necessário simplificar o modelo de Monte Carlo da cinética pontual em grupo único de energia. A solução encontrada é a geração de uma função de distribuição de probabilidade que simula diretamente aquela da contagem por canal do experimento de correlação de terceira ordem, objetivando acelerar o processo de simulação do efeito do tempo morto do sistema de aquisição nos resultados do experimento.

Um objeto matemático que se presta a este fim é a função tipo I de *Pearson* [50], com *kurtosis* arbitrada nula ($\kappa \equiv 0$)¹. Com relação às estas funções, há um componente histórico de interesse neste trabalho: entre 1894-1895 Karl Pearson, durante seus estudos sobre evolução, deparou-se com distribuições que apresentam assimetrias em suas medidas². De princípio, Pearson tentou a mistura de duas distribuições normais na esperança de introduzir alguma assimetria³. Pearson, posteriormente, considerou um conjunto de histogramas em forma de sino resultantes do seguinte conjunto

---

¹Uma vez que não importa o valor arbitrado da *kurtosis*. Entretanto, este valor é certamente pequeno.

²Assuntos do tipo: variações do número de glândulas “Mullerinas” em porcos.

³Mais de um século depois, o presente autor (esquecendo-se das propriedades fundamentais dos cumulantes de gaussianas e suas somas) tentou tragicamente utilizar o mesmo expediente, que, como Pearson, estava fadado à falta de sucesso. Para Pearson existe o atenuante do desenrolar de seus experimentos terem transcorrido no século XIX.

de equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{x+a}{Ax^2+Bx+C} \quad \text{- onde, } y \text{ é uma densidade} \quad (\text{O.0.1})$$

Do discriminante das soluções, surge a definição dos tipos principais de curvas e transições. Para construir a função tipo I de *Pearson*, os quatro primeiros momentos centrais da função de densidade de probabilidade a ser reproduzida devem ser conhecidos, o que não quer dizer que este objeto não possua outros momentos centrais não nulos. Estes valores não são conhecidos antes do experimento; entretanto, supõem-se que o usuário conhece de ante-mão os seguintes valores verdadeiros:

- T_c (taxa média de contagem verdadeira: suposta idêntica àquela medida no próprio experimento);
- Y_∞ (correlação de segunda ordem de saturação: suposto idêntico àquele medido no próprio experimento); e
- $(-\rho_0)$ (subcriticalidade estimada)⁴.

De posse destes valores “verdadeiros”, obtém-se os seguintes parâmetros que caracterizam a função de densidade de probabilidade procurada:

$$\begin{aligned} \mu_{10} &= T_c T \\ \mu_{20} &= (1 + Y_\infty) \mu_1 \\ \mu_{30} &= [(Y_\infty^2) \cdot (3 + 0,759(-\rho_0))] \mu_1 + 3\mu_2 - 2\mu_1 \\ \beta_0 &= \frac{\mu_{30}}{\mu_{20}^{3/2}} \\ \kappa_0 &\equiv 0 \end{aligned}$$

A função tipo I de *Pearson* não é um objeto simples. De fato [50]:

$$B(x; a, b, p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \frac{(x-a)^{p-1}(b-x)^{q-1}}{(b-a)^{p+q-1}} \quad (\text{O.0.2})$$

---

⁴Aqui que a simulação de Monte Carlo possui um problema: a estimativa dos valores verdadeiros da simulação passa pelo conhecimento do próprio valor a ser medido. Supõem-se também que a correção por efeitos espaciais não seja significativa.

onde os parâmetros a, b, p, q são calculados a partir dos valores verdadeiros, na seguinte seqüência:

$$\begin{aligned} r &= \frac{2(2 - \beta^2)}{\beta^2} \\ D &= (r + 2)^2 \beta^2 + 16(r + 1) \\ p, q &= \frac{r}{2} \left\{ 1 \mp (r + 2) \frac{\beta}{\sqrt{D}} \right\} \\ a &= \mu_{10} - \frac{(\sqrt{\mu_{20} D})p}{r} \\ b &= a + \sqrt{\mu_{20} D} \end{aligned}$$

e Γ representa a função gama [65]. Da própria estrutura de $B(x; a, b, p, q)$, o intervalo $[a, b]$ representa o intervalo onde $B \neq 0$. A figura O.1 representa a função distribuição de probabilidade do tipo I de *Pearson* equivalente aos seguintes parâmetros cinéticos: $\alpha_0 = 1540s^{-1}$, $(-\rho_0) = 0,0575$, $T = 1000/\alpha$, $T_c = 100cps$, e $Y_\infty = 0,357$.

A figura O.2 apresenta a diferença entre duas funções de densidade de probabilidade cuja única diferença é a reatividade: a primeira função é idêntica a da figura O.1, enquanto a segunda possui uma subcriticalidade 10 vezes maior que a primeira. As diferenças entre as densidades de probabilidade são mínimas, da ordem de 10^{-5} ; destas diferenças, é possível estimar, de forma independente a da seção 6.5.1, o tempo de aquisição necessário para um experimento de sucesso.

Utilizando os mesmos dados que permitiram produzir a figura O.1, em um experimento de sucesso as contagens devem ter as seguintes incertezas relativas: $\sigma_{\langle C(T) \rangle} / \left(\sqrt{N} \langle C(T) \rangle \right) \ll 10^{-5}$, onde N é o número de canais temporais adquiridos. Dos resultados da simulação, obtém-se $N \gg 2,1 \cdot 10^8$ canais; e, como cada canal temporal (neste caso) vale $1000/1540 \cong 0,65s$, estima-se que são necessários 50 meses para uma medida inquestionável (usando-se do artifício do canal temporal de $100/\alpha$: 5 meses). Certamente, trata-se de uma medida árdua.

Resta, então, apresentar o procedimento usado para sortear as contagens nos canais temporais no modelo de Monte Carlo simplificado em tela.

Figura O.1: Função de densidade de probabilidade: tipo I de *Pearson*. Parâmetros cinéticos: $\alpha_0 = 1540s^{-1}$, $(-\rho_0) = 0,0575$, $T = 1000/\alpha$, $T_c = 100cps$, $Y_\infty = 0,357$.

Primeiramente, torna-se necessário a seguinte mudança de variáveis:

$$y = \frac{x - a}{b - a} \quad (O.0.3)$$

Nestes termos, a função densidade de probabilidade tipo I de *Pearson* estende-se entre $[0, 1]$; para o sorteio de uma variável aleatória deste tipo, usa-se a respectiva função de distribuição cumulativa, $I_y(y; p, q)$:

$$I_y(y; p, q) = \frac{B_y(p, q)}{B(p, q)} \quad (O.0.4)$$

onde,

$$B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p + q)} \quad (O.0.5)$$

e, $B_y(p, q)$ é a função β incompleta [65]:

Figura O.2: Diferença entre as funções de densidade de probabilidade do tipo I de *Pearson* com uma única diferença dos parâmetros cinéticos: $(-\rho_0)_2 = 10(-\rho_0)_1$.

$$B_y(y; p, q) = \int_0^y t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt \quad (\text{O.0.6})$$

Resolvendo a integral anterior,

$$I_y(y; p, q) = \sum_{j=p}^{j=p+q-1} \frac{(p+q-1)!}{j!(p+q-1-j)!} y^j (1-y)^{p+q-1-j} \quad (\text{O.0.7})$$

O tabelamento de $I_y(y; p, q)$ por meio da equação anterior e a citada transformação de variáveis permitem o sorteio de uma variável aleatória do tipo I de *Pearson* ⁵.

---

⁵A referência [51] apresenta o código fonte de um método bem mais elegante, baseado na equivalência da distribuição da seguinte razão entre variáveis aleatórias tipo gama, X_1 e X_2 : $X_1/(X_1 + X_2)$; cujo gerador de números aleatórios geralmente é disponível.

Aplicação da técnica de correção do tempo morto para a correlação de segunda ordem

A referência [66] mostra experimentalmente que o tempo morto reduz o valor de saturação de Y , Y_∞ , no método *Feynman- α* . Esta referência propõem a seguinte fórmula semi-empírica para a correção deste efeito:

$$Y_{\text{c.corr.}}(T) = D(\tau_d, T)Y_\infty \left(1 - \frac{1 - e^{\alpha T}}{(-\alpha)T} \right) - 2T_c\tau_d$$

onde $D(\tau_d, T)$ é função do tempo morto. O segundo termo, $2T_c\tau_d$, dá conta dos efeitos de tempo morto sobre as contagens não correlacionadas [67].

O comportamento de $D(\tau_d, T)$ representa o efeito do tempo morto sobre a variância dos eventos de detecção correlacionados. A formulação teórica de $D(\tau_d, T)$ é complicada, por que o efeito de tempo morto depende da própria correlação. Existem várias tentativas de obtenção da expressão teórica de $D(\tau_d, T)$. A expressão final é função de parâmetros dependentes do problema em questão, sendo complicada demais para uso prático [24, 68]¹.

Aplicando procedimento semelhante ao da seção 6.5.2 para a correção de tempo morto do valor de $Y(T)$, pretende-se apresentar indícios da eficácia deste procedimento algébrico simples, cujo resultado corrige apenas as contagens não-correlacionadas. Esta hipótese simplificadora (cujo objetivo é simplificar a análise algébrica) parte do princípio que, para arranjos significativamente subcríticos, a maior parte das contagens são não-correlacionadas - conforme 6.2.3².

¹Nestes trabalhos, sempre assume-se que τ_d/T e $(-\alpha\Delta T)$ são $\ll 1$

²Tendo em vista que na maioria das configurações de interesse $Y_\infty < 0,5$; isto é,

Inicialmente, considera-se a expressão da correlação de segunda ordem:

$$\frac{\mu_2(T)}{\mu(T)} - 1 \equiv Y_{s/corr.}(T) \quad (\text{P.0.1})$$

supondo $m_i \rightarrow \mu_i$ (aquisição de dados longa).

A variância dos eventos não-correlacionados subtraídos pelo tempo morto é obtida da própria definição de Y (dispensa-se a dependência temporal por clareza)³:

$$\frac{[1 - Y_{s/corr.}]\mu^2\tau_d}{T}$$

Alterando a equação P.-1, sob hipóteses idênticas as da seção 6.5.2:

$$\frac{\mu_2 + \boxed{[1 - Y_{s/corr.}]\mu^2\tau_d/T} + \dots}{\mu - \boxed{\mu^2\tau_d/T} + \dots} - 1 = Y_{s/corr.} + \Delta Y$$

supondo $\mu^2\tau_d/T \ll (\mu_2 \text{ ou } \mu)$ e $\mu^2\tau_d/T \ll 1$:

$$\frac{\mu_2}{\mu} \left(1 + [1 - Y_{s/corr.}]\frac{\mu^2\tau_d}{T\mu_2} \right) \left(1 + \frac{\mu\tau_d}{T} \right) - 1 \cong Y_{s/corr.} + \Delta Y$$

obtém-se:

$$\frac{\mu_2}{\mu} - 1 + \left([1 - Y_{s/corr.}]\frac{\mu\tau_d}{T} + \frac{\mu_2\tau_d}{T} \right) \cong Y_{s/corr.} + \Delta Y$$

usando a própria definição da correlação de segunda ordem:

$$\frac{\mu_2}{\mu} - 1 + \left(\frac{[1 - Y_{s/corr.}]\mu\tau_d}{T} + \frac{[1 + Y_{s/corr.}]\mu\tau_d}{T} \right) \cong Y_{s/corr.} + \Delta Y$$

finalmente,

$$\frac{2\mu\tau_d}{T} \equiv 2T_c\tau_d \cong \Delta Y \quad (\text{P.0.2})$$

Obteve-se resultado idêntico ao de [32]; isto é, corrigiu-se apenas os eventos não-correlacionados. Acreditando que tal expediente pode ser estendido para estatísticas de ordens superiores, aplicou-se o procedimento semelhante para as correlações de terceira ordem na seção 6.5.2.

---

corrigir o efeito de tempo morto sobre as contagens não-correlacionadas dá conta da maioria das subtrações de contagens.

³O tempo morto remove contagens, mas introduz variância adicional.

Por outro lado, este tipo de correção não reproduz perfeitamente a realidade, e possui suas próprias simplificações. Por exemplo, a proposta de [32] só é válida na região de $\alpha\tau_d \ll 1$; entretanto, é nessa região em que claramente a fórmula não representa a realidade.

Ironicamente, a presente proposta não possui restrição na região de $\alpha\tau_d \ll 1$ ⁴. A figura P.1 mostra que a correção não representa a realidade.

Figura P.1: Correção de tempo morto para correlação de segunda ordem da configuração 11 de [17]. Em vermelho: sem correção. Em preto: $2T_c\tau_d \cong \Delta Y$ - [32]. A correção não avalia corretamente os efeitos de tempo morto, pois em $T = 0$, $Y(0) = 0$.

Na figura P.2, as formas de correção por tempo morto da correlação de segunda ordem, a fórmula teórica (sem correção), e a aparência típica dos dados experimentais em torno do valor do canal temporal $T \cong (1 - 4)\tau_d$ são apresentadas. Da figura, torna-se claro a correção proposta não é 100% correta, principalmente na região onde $T \cong \tau_d$.

⁴O que obviamente não a torna mais próxima ou distante da realidade experimental.

Figura P.2: Tipos de correção de tempo morto. Em preto: típico dado experimental. Em vermelho: a função teórica. Em azul: conforme [32].

Referências Bibliográficas

- [1] A. Dos Santos, L.C.C.B. Fanaro, M. Yamaguchi, R. Jerez, G.S.A. Silva, P.T.D. Siqueira, A.Y. Abe e R. Fuga: *LEU-COMP-THERM-077 Critical Loading Configurations of the IPEN/MB-01 Reactor*. International Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments, 2009.
- [2] A. Gandini e M. Salvatores: *The Physics of Subcritical Multiplying Systems*. 39, 673-686, 2002.
- [3] S. Dulla et al.: *Integral Parameters in Source-Driven Systems: A Critical Evaluation*. Second Research Coordination Meeting (RCM) of the Coordinated Research Project (CRP) on Analytical and Experimental Benchmark Analyses of Accelerator Driven Systems (ADS) and Technical Meeting (TM) on Collaborative Work on LEU Fuel Utilization in ADS Systems, 2007.
- [4] A. Gandini: *ADS subcriticality evaluation based on the generalized reactivity concept*. Annals of Nuclear Energy, 31:813–821, 2004.
- [5] J. K. Mattingly: *High order Statistical Signatures from Soucer-driven Measuraments of Fissile Subcritical Fissile Systems*. Oak Ridge Y-12 plant, 1998.
- [6] A. Furuhashi e A. Izumi: *Third moment of the number of neutrons detected in short time intervals*. J. Nucl. Sci. Technol., (5):48–49, 1968.
- [7] Y. Kitamura, T. Endo, Y. Yamane, T. Misawa e H. Unesaki: *Absolute measurement of the subcriticality by using the third order moment of the number of neutrons detected*. PHYSOR, 2002.
- [8] T. Endo, Y. Kitamura e Y. Yamane: *Absolute measurament of the subcriticality based on the third order neutron correlation in consideration of the finite nature of neutron counts data*. PHYSOR, 2002.

- [9] *Correspondência particular com o Prof. Y.Yamane sobre recentes experimentos transcorridos no reator KUKA*. Relatório Técnico, 2009.
- [10] P. Humbert: *Third order time correlation method applied to silene absolute criticality measurements*. PHYSOR 2010 Advances in Reactor Physics to Power the Nuclear Renaissance, 2010.
- [11] B.E. Simmons e J.S. King: *A Pulsed Technique for Reactivity Determination*. Nuclear Science and Engineering, 3:595–608, 1958.
- [12] N.G. Sjöstrand: *Measurement on a subcritical reactor using a pulsed neutron source*. Arkiv för fysik, 11(13), 1956.
- [13] T. E. Valentine: *Review of Subcritical Source-Driven Noise Analysis Measurements*. ORNL/TM-1999/288, 1999.
- [14] H. Rief e H. Takahashi: *The transient behavior of accelerator driven subcritical systems*. Int. Mtg - 8ème journées SATURNE, 1994.
- [15] T. Sakurai et al.: *Experimental Cores for Benchmark Experiments of Effective Delayed Neutron Fraction β_{eff} at FCA*. Prog. Nucl. Energy, 35(2):131, 1999.
- [16] R. Diniz: *Obtenção das constantes de decaimento e abundâncias relativas de nêutrons atrasados através da análise de ruído em reatores de potência zero*. Tese de Doutorado, 2005.
- [17] R. Y. Kuramoto: *Desenvolvimento de uma metodologia Baseada no Modelo de Duas-Regiões e em Técnicas de Análise de Ruído Microscópico para a Medida Absoluta dos Parâmetros Cinéticos β_{eff} , Λ e β_{eff}/Λ do Reator IPEN/MB-01*. Tese de Doutorado, 2007.
- [18] R. Y. Kuramoto, A. dos Santos, R. Jerez e R. Diniz: *Kinect parameters determination through power spectral densities measurements using pulse-type detectors in the IPEN/MB-01 research reactor*. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENERGIA NUCLEAR - ABEN, 2007.
- [19] T. Endo, Y. Yamane e A. Yamamoto: *Space and energy dependent theoretical formula for the third order neutron correlation technique*. Annals of Nuclear Energy, 33:521–537, 2006.
- [20] M. M. R. Williams: *Radom Processes in Nuclear Reactor*. Pergamon, 1974.

- [21] Dan Gabriel Caggi (editor): *Handbook of Nuclear Engineering*. Springer, 2010.
- [22] Timothy E. Valentine: *Application of Subcritical Source-Driven Noise Analysis Measurements*.
- [23] Weston M. Stacey: *Nuclear Reactor Physics*. Wiley-VCH, 2007.
- [24] S. B. Degweker: *The Markov Chain Method for Soliving Dead Time Problems in the Space Dependent Model of Reactor Noise*. Ann. Nucl. Energy, 24(16):10341–1319, 1997.
- [25] G. I. Bell e S. Glasstone: *Nuclear Reactor Theory*. Van Nostrand Reinhold, 1970.
- [26] I. Pázsit e Y. Yamane: *The variance-to-mean ratio in subcritical systems driven by a spallation source*. Ann. Nucl. Energy, 25(9):667–676, 1998.
- [27] B. C. Diven, H. C. Martin, R. F. Taschek e J. Terrell: *Multiplicities of Fission Neutrons*. Phys. Rev., 101(3):1012–1015, Feb 1956.
- [28] R. Gwin, R. R. Spencer e R. W. Ingle: *Measurements of the Energy Dependence of Prompt Neutron Emission from ^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu , and ^{241}Pu for $E_n = 0,005$ to 1OeV Relative to Emission from Spontaneous Fission of ^{252}Cf* . Nucl. Sci. Eng., 87(381), 1984.
- [29] J. W. Boldeman e A. W. Dalton: *Prompt Nubar Measurements for Thermal Neutron Fission*. AAEC, 172, 1967.
- [30] T. Pázsit e L. Pál: *Neutron Fluctuation*. Elsevier, 2008.
- [31] R. P. Feynman, F. de Hoffmann e R. Serber: *Dispersion of the neutron emission in U^{235} fission*. J. Nucl. Energy, 3(64), 1956.
- [32] Y. Yamane: *Feynman- α formula with dead time effect for symmetric coupled-core system*. Ann. Nucl. Energy, 23(12):981, 1996.
- [33] J.T. Mihalczo et al.: *Dynamic subcriticality measurements using the ^{252}Cf -source-driven noise analysis method*. Nucl. Sci. Eng., 105(314), 1990.
- [34] M. Salvatores: *Accelerator driven systems: principal physics and specificities*. J.Phys.IV France, 9:17–33, 1999.

- [35] C. Rubbia: *An energy amplifier for cleaner and inexhaustible nuclear energy production driven by a particle accelerator*. CERN/AT/93-47, 1993.
- [36] V. R. Vanin, P. Gouffon e O. Helene: *Análise estatística de medidas em ciências exatas*, 2005.
- [37] C. Rose e M. D. Smith: *k-Statistics: Unbiased Estimators of Cumulants*. Springer-Verlag, 2002.
- [38] G. M. P. van Kempen e L. J. van Vliet: *Mean and Variance of Ratio Estimators Used in Fluorescence Ratio Imaging*. Cytometry, 39:300-305, 2000.
- [39] Sean H. Rice: *The expected value of the ratio of correlated random variables*. Dept.ofBiologicalSciences.
- [40] I. Pázsit e Y. Yamane: *Theory of neutron fluctuations in source-driven subcritical systems*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 403:431–441, 1998.
- [41] S. A. H. Fegghi, M. Shahriari e H. Afarideh: *Calculation of neutron importance function in fissionable assemblies using Monte Carlo method*. Annals of Nuclear Energy, 34(6):514–520, 2007, ISSN 0306-4549. <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V1R-4NKB24P-1/2/02646478c4bbb1b0413968a243db1835>.
- [42] Otsuka e Iijima: *Simple determination of low power on reflected reactors using the Feynman- α experiment*. Nukleonik, (7):488, 1965.
- [43] J. Kenneth Shultis e Richard E. Faw (editores): *Fundamentals of Nuclear Science and Engineering*. Marcel Dekker, Inc., 2002.
- [44] R. B. Perez, J. K. Mattingly, T. E. Valentine e J. T. Mihalco: *The covariance and Bicovariance of the stochastic neutron filed*. Relatório Técnico, 2000.
- [45] A. Santos et. al.: *Leu-comp-therm-082: Critical loading configurations of the IPEN/MB-01 reactor considering low enriched fuel and burnable poison rods*. International Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments, 2005.

- [46] Glenn F. Knoll: *Radiation Detection and Measurement*. Jonh Wiley Sons Inc., 2000.
- [47] J. R. Lamarsh: *Introduction to nuclear reactor theory*. Addison-Wesley publishing company, 1966.
- [48] ORTEC: *ORTEC MCS-PCF^{TM}: manual da placa de aquisição*. SitedaORTEC.
- [49] Daniel L Upp, Ronald M. Keyser, Dale A. Gedcke, Timothy R. Twomey e Russell D Bingham: *An Innovative Method for Dead Time Correction in Nuclear Spectroscopy*. Relatório Técnico.
- [50] K. O. Bowman e L. R. Shenton: *The beta distribution, moment method, Karl Pearson and R. A. Fisher*. Far East J. Theo. Stat., 23(2):133–164, 2007.
- [51] R. Saucier: *Computer Generation of Statistical Distributions*. 2000.
- [52] R. Y. Kuramoto, A. dos Santos, R. Jerez e R. Diniz: *Absolute measurement of β_{eff} based on Feynman- α experiments and the two-region model in the IPEN/MB-01 research reactor*. Annals of Nuclear Energy, 34, 2007.
- [53] G. D. Spriggs, R. D. Busch e J. G. Williams: *Two-region kinetic model for reflected reactors*. Annals of Nuclear Energy, 24(3):205–250, 1997.
- [54] Andrew Gelman e Jonh B. Carlin: *Bayesian Data Analysis*. Chapman & Hall, 2003.
- [55] J. R. Maiorino, Adimir dos Santos e S. A. Pereira. Braz. J. Phys., 33(2), 2003.
- [56] R. Klapisch. Europhysics, 31(6), 2000.
- [57] Carl Magnus Persson: *Reactivity Assessment in Subcritical Systems*. Tese de Doutorado, 2007.
- [58] K. Nishihara e T. Iwasaki: *A new static and dynamic one-point equation and analytic and numerical calculations for a sub-critical system*. Journal of Nuclear Science and Technology, 40(7):481–492, 2003.
- [59] Y. Shimazu, H. Unesaki e N. Suzuki: *Subcriticality Monitoring with a Digital Reactivity Meter*. Journal of Nuclear Science and Technology, 49(11):970–974, 2003.

- [60] Y. Shimazu, M. Tsuji e N. Suzuki: *Feasibility study on subcriticality monitoring with a digital reactivity meter*. Journal of Nuclear Science and Technology, 39(11):1182, 2002.
- [61] T. Endo, A. Yamamoto e Y. Yamane: *Development of deterministic code based on the discrete ordinates method for the third-order neutron correlation technique*. Annals of Nuclear Energy, 35:927–936, 2008.
- [62] MCNP team: *RSICC COMPUTER CODE COLLECTION - SECTION 3*. Relatório Técnico, 2008.
- [63] *Selection d'expériences SILENE de référence pour la qualification des codes d'accidents de criticité - DAM/Département de Recherche sur les Matériaux Nucléaires/SRNC*. Relatório Técnico, 2006.
- [64] *OCDE/NEA - EXPERT GROUP ON CRITICALITY ACCIDENT ANALYSIS SILENE PULSED EXPERIMENTS S1-300 / S2-300 / S3-300*. Relatório Técnico, 2006.
- [65] Milton Abramowitz e Irene A. Stegun: *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, 1972.
- [66] K. Hashimoto, Ohya e Yamane E.: *Experimental investigations of dead-time effect on Feynman- α method*. Annals of Nuclear Energy, 23(14), 1996.
- [67] J. W. Muller: *Some formulae for a dead-time-distorted Poisson process*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 112(12):47–57, 1973.
- [68] T. Hazama: *Practical correction of dead time effect in variance-to-mean ratio measurement*. Annals of Nuclear Energy, 30:615–631, 2003.