Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Conexão entre condições iniciais e espectro de partículas no plasma de Quarks e Glúons

Leonardo Barbosa

Orientadora: Profa. Dra. Frédérique Marie-Brigitte S. Grassi

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Banca Examinadora:
Profa. Dra. Frédérique Marie-Brigitte Sylvie Grassi - Orientadora (IFUSP)
Prof. Dr. Wei-Liang Qian (EEL/USP)
Prof. Dr. Eduardo S. Fraga (UFRJ)

São Paulo
2019

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Barbosa, Leonardo

Conexão entre condições iniciais e espectro de partículas no plasma de quarks e glúons. São Paulo, 2019.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Depto. Física Matemática.

Orientador: Profa. Dra. Frédérique Marie-Brigitte Sylvie Grassi
Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Física; 2. Física teórica; 3. Física nuclear; 4. Íons pesados.

USP/IF/SBI-043/2019

University of São Paulo
Physics Institute

Connection between initial conditions and particle spectra on the Quark Gluon Plasma

Leonardo Barbosa

Supervisor: Prof. Dr. Frédérique Marie-Brigitte Sylvie Grassi

Dissertation submitted to the Physics Institute of the University of São Paulo in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science.

Examining Committee:
Prof. Dr. Frédérique Marie-Brigitte Sylvie Grassi - Supervisor (IFUSP)
Prof. Dr. Wei-Liang Qian (EEL/USP)
Prof. Dr. Eduardo S. Fraga (UFRJ)

Sao Paulo
2019

Agradecimentos

Agradeço à professora Frédérique Grassi pela paciência, pela orientação pelos valiosos ensinamentos entregues a mim nos últimos anos. Agradeço à minha mãe e à Bárbara por me apoiarem e estarem ao meu lado durante todo o tempo. Agradeço à professora Jacquelyn Noronha-Hostler e também à Meera Vieira Machado pelos dados cedidos. Agradeço ao professor Fernando Gardim pelas discussões, pelos dados cedidos e ensinamentos sobre o SPheRIO e FORTRAN. Ao meu colega e amigo Pedro Ishida pelas discussões sobre física, matemática, computação e pelo suporte que me ofereceu durante o mestrado. Aos funcionários do Departamento de Física Matemática da USP pela prontidão, auxílio e solução dos problemas nas esferas que os competem. Agradeço a CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo

O Plasma de Quarks e Glúons (Quark Gluon Plasma ou QGP) criado de forma sistemática em grandes aceleradores de partículas que envolvem colaborações do mundo inteiro, apesar de ter sua descoberta anunciada há bastante tempo ainda apresenta desafios e questões a serem respondidas tanto do ponto de vista experimental como do teórico. O objetivo deste trabalho é estudar a conexão entre as condições iniciais da expansão do QGP (que dependem da interação forte e não são acessíveis ao experimento) com a anisotropia da emissão azimutal das partículas (que por sua vez reflete as condições iniciais e é medida experimentalmente).

O modelo hidrodinâmico é descrito inicialmente, com ênfase no programa NeXSPheRIO. Também são apresentadas alguns tipos de observáveis e modelos de condições iniciais (NeXus, MC-KLN e TRENTO). Por fim resultados de simulações para distribuições evento-por-evento do fluxo anisotrópico (facilmente ligadas aos modelos de condições iniciais) são comparadas com dados do LHC e previsões são feitas para a energia mais alta do RHIC. Estas previsões são testadas via a razão $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ para a qual dados existem.

Palavras-chave: Plasma de Quarks e Glúons; Colisões de Íons Pesados a Altas Energias; Fluxo Anisotrópico

Abstract

The Quark Gluon Plasma (QGP), created in a systematic way in large particle accelerators which are built by worldwide collaborations, even though its discovery being announced a long time ago it still presents us with challenges and questions to be answered even from the experimental point of view to the theoretical one. The main goal of this work is to study the connection between the initial conditions for the QGP expansion (which depend on strong interactions and are not accesible to the experiments) to the anisotropy in the azimuthal particle emission (which in turn reflects the initial conditions and is measured experimentally).

The hydrodynamical model is described initially, with emphasis on the code NeXSPheRIO. Additionally some types of observables and initial condition models (NeXus, MC-KLN and TRENTO) are presented. And at last, results from simulations for event-by-event distributions for the anisotropic flow (easily connected to the initial conditions models) are compared with LHC's data and predictions are made for the RHIC's top energy. These predictions are tested by the $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ for which data exists.

Keywords: Quark Gluon Plasma; High Energy Heavy Ion Collisions; Anisotropic Flow

Conteúdo

1 Introdução **9**

2 O modelo hidrodinâmico **11**
2.1 Hidrodinâmica relativística ideal 12
2.1.1 Resultados de termodinâmica 12
2.1.2 Equações de movimento 13
2.2 Condições iniciais 15
2.3 Equação de estado 16
2.4 Hadronização 16

3 Método SPH **19**
3.1 Smoothed Particle Hydrodynamics 19
3.1.1 SPH na hidrodinâmica clássica 19
3.1.2 SPH na hidrodinâmica relativística 21
3.2 NeXSPheRIO 22
3.3 v-USPHYDRO 23

4 Observáveis e condições iniciais **25**
4.1 Fluxo Anisotrópico 25
4.1.1 Definição 25
4.1.2 O método de event-plane 27
4.1.3 O método de correlações azimutais 27
4.1.4 O método de cumulantes 29
4.2 Decomposição das C.I. nos $\epsilon_{n,m}$ 30

5 Resultados e discussão **33**
5.1 Classificação em centralidade 33
5.2 Fluxo anisotrópico 34
5.3 Cumulantes 37
5.4 Previsões vs Dados não oficiais 39

6 Conclusão **41**

Bibliografia **43**

Capítulo 1

Introdução

O plasma de quarks e glúons (Quark Gluon Plasma em inglês ou QGP) teve sua existência proposta na década de 1970 por conta do trabalho de Gross, Wilczek [1] e Politzer [2] (que propõem a liberdade assintótica, e por isso receberam o prêmio Nobel em 2004) [1]. A sua descoberta foi anunciada em 2005 pelos experimentos do RHIC [5] [2] (Relativistic Heavy Ion Collider), e apesar do anúncio ter ocorrido há quase uma década e meia, ainda restam muitas perguntas a serem respondidas.

A maneira de se produzir e estudar o plasma de quarks e glúons de forma sistemática utiliza-se de grandes aceleradores (tais como o já mencionado RHIC e o LHC - Large Hadron Collider no CERN) onde são realizadas colisões de íons pesados em altas energias.

Atualmente, a descrição hidrodinâmica é a descrição padrão das colisões de íons pesados. Os modelos hidrodinâmicos podem ser divididos de forma grosseira em três componentes (ou fases na evolução do sistema): As condições iniciais, a expansão hidrodinâmica, e o mecanismo de desacoplamento

A interação forte continua sendo um mecanismo mal conhecido, em particular a forma como os núcleons ou partons interagem ao colidir e como a energia é depositada em colisões de núcleos pesados em alta energia (por esta razão, para descrever as condições iniciais temos que utilizar modelos).

Na descrição hidrodinâmica, essas condições iniciais refletem no escoamento do fluido e como consequência, após o desacoplamento, também refletem nas distribuições de partículas emitidas (que ao fim do dia é o que podemos medir nos experimentos)

O objetivo principal desta dissertação é estudar a conexão entre essas condições iniciais e o fluxo anisotrópico.

Para isso no capítulo 2 o modelo hidrodinâmico é apresentado, inicialmente pelas equações de movimento da hidrodinâmica relativística ideal. Após isso discute-se sobre as condições iniciais utilizadas em modelos hidrodinâmicos, alguns modelos são citados. Seguindo adiante é discutida a equação de estado utilizada no NeXSPheRIO e também o

[1] Os primeiros trabalhos a indicar a transição para uma fase desconfinada podem ser vistos em [3] e [4]

[2] O experimento SPS no CERN encontrou evidências do QGP em 2000 [6]

método utilizado para o desacoplamento no mesmo.

No capítulo 3 um método numérico para a solução das equações da hidrodinâmica é apresentado, o método SPH. Inicialmente para a hidrodinâmica clássica e depois para a hidrodinâmica relativística (lidando com a hidrodinâmica ideal nos dois casos), após isso são mostrados dois códigos cujos resultados serão apresentados neste trabalho e que utilizam o método SPH.

No capítulo 4 apresenta-se o fluxo anisotrópico seguido de diversas formas de se estimá-lo, discute-se sobre essas formas e também sobre o observável em si. Ao fim do capítulo é apresentada uma forma de se quantificar a anisotropia espacial nas condições iniciais, os $\epsilon_{n,m}$ que a partir disso pode ser relacionada a anisotropia no espaço dos momentos (fluxo anisotrópico).

No capítulo 5 os resultados são apresentados e discutidos, e por fim o trabalho é concluído.

Capítulo 2

O modelo hidrodinâmico

O modelo hidrodinâmico reproduz muito bem diversas observáveis na descrição teórica das colisões de íons pesados [7]. A ideia de utilizar hidrodinâmica na descrição de matéria hadrônica quente e densa é antiga, Landau propõe o seu uso para tal fim em meados do século XX [8].

A hidrodinâmica trata de sistemas macroscópicos, sem se preocupar com os seus constituintes, para tanto um elemento de fluido, que deve ser considerado infinitamente pequeno se comparado ao tamanho do sistema como um todo, deve ser muito grande quando comparado aos elementos constituintes do fluido, tal propriedade é chamada continuidade. A ideia de continuidade depende de existirem grandezas da escala macroscópica L muito maiores que grandezas da escala microscópica l (por exemplo o livre caminho médio). Uma definição importante é a do número de Knudsen K_n :

$$K_n = \frac{l}{L} \tag{2.1}$$

A noção de meio contínuo se aplica caso $K_n \ll 1$. Para ilustrar, pode-se imaginar um volume de ar a condições normais de temperatura e pressão. Se $L \approx \sqrt[3]{V}$ for muito grande quando comparado ao livre caminho médio (l), K_n será por sua vez muito menor que 1, o que nos faz considerar o ar neste volume como contínuo. O mesmo não pode ser dito sobre uma câmara evacuada em um acelerador de partículas ou se exagerarmos muito: um volume na região interestelar densa onde a densidade média corresponde a 10^4 partículas por cm^3 o que nos dá $l \approx 10^{10} cm$ [9].

Nas colisões de íons pesados, diferentemente de colisões mais elementares (entre prótons por exemplo), a densidade de partículas é muito grande, então o livre caminho médio é pequeno e é muito menor que a escala macroscópica (que por sua vez é da ordem do raio de um núcleo) assim como no primeiro exemplo acima. Nesse regime, a hidrodinâmica é conveniente. A escolha de l e L não é trivial, em particular devido às granularidades nas condições iniciais [10] e a questão de porque a hidrodinâmica funciona tão bem ainda é objeto de debate.

Em resumo a "história"de uma colisão de íons pesados no referencial do centro de massa do sistema pode ser descrita da seguinte forma, inicialmente dois núcleos achatados (pela contração de Lorentz) se aproximam, após isso os núcleos interagem por intermédio da força forte (colidem) produzindo uma fatia de matéria quente e densa que se expande como um fluido até que o livre caminho médio seja da ordem de grandeza do sistema (ausência de interações), após isso o sistema desacopla e partículas são emitidas, detectores de todo tipo são espalhados de forma engenhosa ao redor dessa colisão de forma a medir e caracterizar essas partículas.

Dedicarei as próximas seções a explicar cada parte (ou processos envolvidos) do modelo.

2.1 Hidrodinâmica relativística ideal

2.1.1 Resultados de termodinâmica

Começamos com a identidade termodinâmica

$$dU = -PdV + TdS + \mu dN \tag{2.2}$$

onde U é a energia interna, P é a pressão, V o volume, T a temperatura, S a entropia, μ o potencial químico e N um número conservado. Usualmente quando lidamos com sistemas termodinâmicos ordinários N é o número de partículas conservadas, em sistemas relativísticos esse número não é conservado já que pares podem ser produzidos, sendo assim, ao invés de N como número de partículas podemos usar N_b (número bariônico líquido) ou outra quantidade conservada (por exemplo a estranheza líquida)

Utilizando a extensividade da energia interna U:

$$U(\lambda V, \lambda S, \lambda N) = \lambda U(V, S, N) \tag{2.3}$$

e utilizando o teorema de Euler para as funções homogêneas obtemos:

$$V\frac{\partial U}{\partial V} + S\frac{\partial U}{\partial S} + N\frac{\partial U}{\partial N} = U(V, S, N) \tag{2.4}$$

utilizando a (2.2) obtemos:

$$U(V, S, N) = -PV + TS + \mu N \tag{2.5}$$

Agora, partindo de $U(V, S, N)$ e tomando o diferencial total obtemos:

$$dU = TdS + SdT - PdV - VdP + \mu dN + Nd\mu \tag{2.6}$$

e utilizando novamente a equação (2.2) obtemos a relação de Gibbs-Duhem:

$$VdP = SdT + Nd\mu \tag{2.7}$$

que por sua vez podemos escrever como

$$dP = sdT + nd\mu \tag{2.8}$$

onde $s = \frac{S}{V}$ e $n = \frac{N}{V}$.
Da mesma forma com $\epsilon \equiv U/V$

$$\epsilon = -P + Ts + \mu n \tag{2.9}$$

então

$$d\epsilon = -dP + sdT + Tds + nd\mu + \mu dn \tag{2.10}$$

que utilizando a equação (2.8) fica

$$d\epsilon = Tds + \mu dn \tag{2.11}$$

Essas relações termodinâmicas serão uteis quando estivermos lidando com as equações do movimento da hidrodinâmica relativística na próxima subseção.

2.1.2 Equações de movimento

Podemos começar com algumas definições e convenções úteis. Define-se o quadri-vetor velocidade de um elemento de fluido:

$$u^\mu = (u^0, \vec{u}) \tag{2.12}$$

onde $u^0 = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$, $\vec{u} = \vec{v}u^0$ e $\vec{v}$ é a velocidade do referencial de repouso de um elemento de fluido. Utilizaremos também nesse capítulo $g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$

Para uma quantidade conservada n, existe um 4-vetor nu^μ associado e a lei de conservação é:

$$\partial_\mu(nu^\mu) = 0 \tag{2.13}$$

Similarmente para a energia, temos um 4-vetor $T^{\mu 0}$ com $\partial_\mu T^{\mu 0} = 0$ e para as componentes do momento temos $T^{\mu j}$ com $\partial_\mu T^{\mu j} = 0$. Para determinar a forma geral de $T^{\mu\nu}$ procede-se assim:

O tensor de energia momento, no referencial de repouso de um elemento de fluido pode ser escrito como:

$$T^{\mu\nu}_{\text{repouso}} = \begin{bmatrix} \epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Agora escrevendo o tensor energia momento em um referencial qualquer:

$$T^{\mu\nu} = \Lambda^{\mu}_{\alpha}\Lambda^{\nu}_{\beta}T^{\alpha\beta}_{\text{repouso}} \tag{2.15}$$

Como mostrado em [11] e em [12] obtemos:

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P)u^{\mu}u^{\nu} - Pg^{\mu\nu} \tag{2.16}$$

A conservação de energia-momento se escreve:

$$\partial_{\mu}T^{\mu\nu} = 0 \tag{2.17}$$

A equação 2.17 com $T^{\mu\nu}$ dado por 2.16 se aplica num fluido perfeito. De fato podemos verificar que a conservação da entropia segue destas equações.

Usando a equação 2.17 e a expressão para $T^{\mu\nu}$ podemos escrever:

$$(\epsilon + P)u^{\mu}\partial_{\mu}u^{\nu} + \partial_{\mu}[(\epsilon + P)u^{\mu}]u^{\nu} - \partial^{\nu}P = 0$$

Multiplicando por u_{ν} e usando que $u^{\nu}u_{\nu} = 1$ e portanto $u_{\nu}\partial_{\mu}u^{\nu} = 0$ fica:

$$\partial_{\mu}(\epsilon + P)u^{\mu} - u^{\mu}\partial_{\mu}P = 0$$

Abrindo fica:

$$u^{\mu}\partial_{\mu}\epsilon + (\epsilon + P)\partial_{\mu}u^{\mu} = 0$$

Utilizando a equação 2.9 podemos escrever:

$$u^{\mu}\partial_{\mu}(-P + Ts + \mu n) + (-P + Ts + \mu n + P)\partial_{\mu}u^{\mu} = 0$$

$$-u^{\mu}\partial_{\mu}P + u^{\mu}\partial_{\mu}(Ts + \mu n) + (Ts + \mu n)\partial_{\mu}u^{\mu} = 0$$

Utilizando a equação 2.8 e abrindo tudo fica:

$$T(u^{\mu}\partial_{\mu}s + s\partial_{\mu}u^{\mu}) + \mu(u^{\mu}\partial_{\mu}n + n\partial_{\mu}u^{\mu}) = 0 \tag{2.18}$$

o segundo termo do lado esquerdo da equação 2.18 pode ser reconhecido como a equação 2.13 multiplicado por μ e portanto é nulo. Com isso sobra só o primeiro termo

do lado esquerdo o que nos dá:

$$\partial_\mu(su^\mu) = 0 \tag{2.19}$$

que é a conservação da entropia.

2.2 Condições iniciais

A única parte da história da evolução do sistema que é acessível aos instrumentos de medida do experimento acontece após o desacoplamento do sistema e emissão de partículas que podem ser medidas, portanto não sabemos como a energia e outras grandezas relevantes são depositadas no espaço logo após a colisão e também não é possível chegar a esses valores a partir de princípios fundamentais, portanto utilizamos modelos que a partir de princípios físicos e/ou parametrizações devem nos suprir com o tensor de energia-momento, as quadri-velocidades e os valores de quantidades conservadas (número bariônico, estranheza) iniciais distribuídos no espaço relevante ao sistema. Um desses modelos é o modelo NeXus [13] que utiliza uma teoria efetiva chamada Gribov-Regge com troca de pômerons entre os quarks. Para o programa NeXSPheRIO, o código NeXus fornece não só o tensor energia momento e a densidade bariônica no espaço mas também ao fim da evolução do sistema e após o desacoplamento, faz os decaimentos convenientes. Podemos observar na figura 2.1 o perfil de densidade de energia inicial para uma colisão Au+Au a $200GeV$ visto de duas direções.

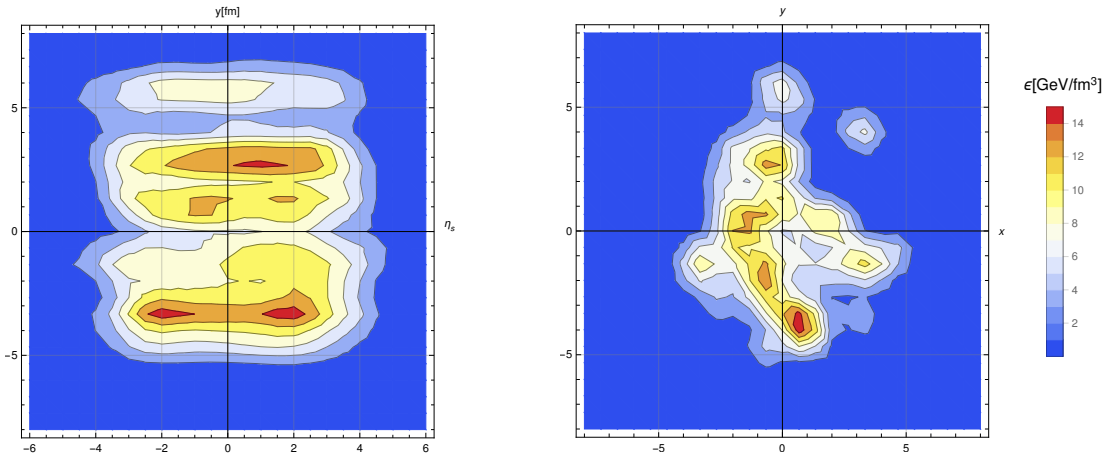

Figura 2.1: Perfil de densidade de energia inicial para um evento típico gerado pelo NeXus. Esse perfil corresponde ao de uma colisão de Au+Au a 200GeV. Na figura a esquerda temos no eixo horizontal a rapidez espacial e no vertical o eixo y (do plano transversal). Na figura a direita temos uma seção transversal do perfil de densidade de energia do sistema com rapidez espacial nula. A densidade de energia é dada em GeV/fm^3 e as dimensões espaciais em fm

Outro modelo de condições iniciais muito utilizado (inclusive com resultados apresen-

tados neste trabalho) é o TRENTO [14]. O modelo TRENTO é um modelo paramétrico, o que significa que ele não assume nenhum mecanismo físico para gerar as condições iniciais. O modelo TRENTO está ajustado para fornecer por exemplo resultados satisfatórios para o fluxo harmônico nas energias do LHC.

Podemos também citar o modelo MC-KLN [15] baseado na noção de condensado de vidro de cor.

2.3 Equação de estado

Para a partir das condições iniciais evoluirmos o sistema com as equações da hidrodinâmica apresentadas no início deste capítulo necessitamos de uma equação de estado que relacione as grandezas termodinâmicas para uma dada fase do sistema. Para o NeXSPheRIO aproxima-se a fase do gás de hadrons por um gás ideal quântico com uma correção porém, chamada de correção de volume excluído. Já na fase do plasma de quarks e gluons, é utilizado o MIT Bag model, onde se introduz no gás ideal uma pressão $\mathcal{B}$ que pode ser entendida como uma pressão do vácuo para manter o sistema "preso"como em uma sacola [16].

A partir daí para reproduzir o ponto crítico e a região onde a transição de fase é da segunda ordem é introduzida a parametrização:

$$(P - P_{QGP})(P - P_{HG}) = \delta(\mu) \tag{2.20}$$

onde

$$\delta(\mu) = \delta_0 e^{-(\mu/\mu_c)^2} \tag{2.21}$$

Onde μ_c é o potencial bariônico do ponto crítico.

Assim pode-se obter a expressão para a pressão e a partir dela para as outras grandezas termodinâmicas relevantes.A dedução pode ser encontrada com mais detalhes em [16–18]

2.4 Hadronização

Após expandir-se conforme descrito nas seções anteriores, o sistema atinge temperaturas mais baixas e portanto o livre caminho médio entre as partículas constituintes do fluido aumenta e em algum momento desta evolução, essas partículas param de interagir, fazendo com que o sistema desacople. Esse processo é chamado de freeze-out ou desacoplamento e é a partir dele que se torna possível a conexão entre o experimento e o modelo. O modelo que utilizaremos considera uma hipersuperfície de desacoplamento Σ. Conforme o sistema se expande, as partículas que cruzam essa hipersuperfície se tornam

livres e desacoplam subitamente. Supomos que essa hipersuperfície é determinada por uma temperatura T_{fo} pela forma:

$$T(\vec{x}, t) = T_{fo}$$

Na descrição do freeze-out de Cooper-Frye [19], a distribuição dos momentos das partículas emitidas é dada pela expressão:

$$E\frac{dN}{d^3k} = \frac{g}{(2\pi)^3}\int_{\Sigma} f(x,k)k^{\mu}d\sigma_{\mu} \tag{2.22}$$

com

$$f(x,k) = (e^{(k^{\mu}u_{\mu}-\mu(x))/T} \pm 1)^{-1} \tag{2.23}$$

onde N é o número de partículas, $d\sigma_{\mu}$ é o elemento de integração normal a superfície Σ, x é um ponto na superfície Σ, g é o fator de degenerescência, E a energia e os sinais $+$ e $-$ estão relacionados férmions e bósons respectivamente.

Como mencionado anteriormente, a descrição de Cooper-Frye é uma forma de se fazer o desacoplamento do sistema, existem diversas outras formas de se fazê-lo, por exemplo pode-se fazer dois freeze-outs, um freeze out químico que congela as abundâncias das partículas em uma certa temperatura e um freeze-out cinemático que fixa a forma dos espectros em pt em uma temperatura específica. Além disso podem ser incorporados ao desacoplamento códigos de transporte, estes não serão discutidos aqui.

Capítulo 3

Método SPH

3.1 Smoothed Particle Hydrodynamics

O método SPH [20] [21], do inglês: "Smoothed Particle Hydrodynamics"é o método utilizado pelo programa SPheRIO (que será descrito a seguir) para resolver as equações da hidrodinâmica relativística. Em resumo o método consiste em transformar o fluido em partículas que são chamadas de partículas SPH, as quantidades relevantes em um ponto são calculadas como a média sob as partículas ao redor com pesos dados por um "kernel". A partir disso podemos descrever a dinâmica destas partículas e com isso o fluido.

3.1.1 SPH na hidrodinâmica clássica

Seja A um campo escalar ou vetorial qualquer, sabemos que:

$$A(\vec{r}) = \int A(\vec{r'})\delta(\vec{r} - \vec{r'})d\vec{r'} \tag{3.1}$$

Definindo o "kernel" $W(\vec{r}; h)$ como uma função que satisfaça:

$$\int W(\vec{r}; h)d\vec{r} = 1 \qquad \lim_{h\to 0} W(\vec{r}; h) = \delta(\vec{r}) \tag{3.2}$$

podemos aproximar $A(\vec{r})$ então por:

$$A(\vec{r}) \approx \int A(\vec{r'})W(\vec{r} - \vec{r'}; h)d\vec{r'} \tag{3.3}$$

Agora aplicando a discretização:

$$A(\vec{r}) \approx A_{SPH}(\vec{r}) = \sum_j A(\vec{x_j})W(\vec{r} - \vec{x_j}; h)\Delta V_j \tag{3.4}$$

Essas duas aproximações tem vantagens: uma delas é a facilidade de se calcular derivadas de $A_{SPH}(\vec{r})$

$$\vec{\nabla} A_{SPH}(\vec{r}) = \sum_j A(\vec{x_j}) \vec{\nabla} W(\vec{r} - \vec{x_j}; h) \Delta V_j \tag{3.5}$$

$$\nabla^2 A_{SPH}(\vec{r}) = \sum_j A(\vec{x_j}) \nabla^2 W(\vec{r} - \vec{x_j}; h) \Delta V_j \tag{3.6}$$

bastando conhecer o gradiente ou o laplaciano de $W(\vec{r}; h)$ para obter o gradiente ou o laplaciano de $A(\vec{r})$. Além disso, também fica fácil tratar quantidades conservadas como será mostrado a seguir.

A escolha da densidade de massa para a descrição de sistemas clássicos é conveniente, portanto, utilizando (3.4) obtemos:

$$\rho_i = \sum_j m_j W(\vec{r_i} - \vec{r_j}, h) \tag{3.7}$$

onde m_j é a massa do "elemento de fluido"j com volume ΔV_j (i.e. $\rho_j \Delta V_j = m_j$).

Com isso podemos mostrar que a equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \tag{3.8}$$

é automaticamente satisfeita pois:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} &= -\sum_j m_j \frac{d\vec{r_j}}{dt} \vec{\nabla} W(\vec{r_i} - \vec{r_j}) \\ &= -\vec{\nabla} \cdot \sum_j m_j \frac{d\vec{r_j}}{dt} W(\vec{r_i} - \vec{r_j}) \\ &= -\vec{\nabla} (\rho \vec{v})_i \end{aligned} \tag{3.9}$$

A equação de Euler, que descreve o movimento de um pedaço do fluido é:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \frac{1}{\rho} \vec{f} \tag{3.10}$$

onde f é uma força qualquer aplicada a um elemento do fluido (por exemplo gravidade). Podemos escrever então, na formulação SPH:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r_i}}{dt} &= \vec{v_i} \\ \frac{d\vec{v_i}}{dt} &= -\sum_j [m_j (\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2}) \vec{\nabla} W(\vec{r_i} - \vec{r_j}; h)] + \frac{\vec{f_i}}{\rho_i} \end{aligned} \tag{3.11}$$

que junto a equação (3.7) e a uma equação de estado nos permite resolver problemas

de hidrodinâmica clássica ideal.

3.1.2 SPH na hidrodinâmica relativística

De forma semelhante ao que fizemos para o caso clássico, podemos escrever uma grandeza qualquer A com densidade a na representação SPH como fizemos na equação 3.4 só que com mais um cuidado. Seja a^* a densidade no referencial do laboratório

$$a^* = \gamma a \tag{3.12}$$

correspondendo a densidade da grandeza A no referencial de repouso, escrevemos na representação SPH:

$$a^*(\vec{r}, t) = \sum_i \nu_i W(\vec{r} - \vec{r_i}(t); h) \tag{3.13}$$

e pela própria ideia de densidade:

$$A_{total} = \int d^3\vec{r} a^* \tag{3.14}$$

que pela definição do kernel na seção anterior e pela definição de a^* é:

$$A_{total} = \sum_i \nu_i \tag{3.15}$$

Como estamos lidando com a hidrodinâmica relativística ideal, a entropia é conservada, então assim como fizemos a escolha da densidade de massa ρ para o SPH clássico, aqui escolheremos a densidade da entropia s^*.

Sendo assim:

$$s_i^*(\vec{r}, t) = \sum_j \nu_j W(\vec{r} - \vec{r_i}(t); h) \tag{3.16}$$

utilizaremos a densidade de entropia como "base"e a partir dela podemos escrever qualquer outra grandeza, por exemplo A, com densidade no referencial do laboratório a^* pois:

$$\nu_i (A/S)_i = \nu_i (a/s)_i^* \tag{3.17}$$

portanto:

$$a^*(\vec{r}, t) = \sum_i \nu_i (a/s)_i^* W(\vec{r} - \vec{r_i}(t); h) \tag{3.18}$$

A hidrodinâmica relativística pode ser deduzida a partir da ação [22]:

$$I = -\int d^4x\epsilon \tag{3.19}$$

A lagrangiana correspondente é

$$L = -\int d^3\vec{r}\epsilon \tag{3.20}$$

Com o formalismo SPH pode ser escrita:

$$L_{SPH} = -\sum_i \nu_i(\epsilon/s^*)_i \tag{3.21}$$

Como explicado em [18] e em [17] podemos definir o volume da i-ésima partícula SPH como:

$$V_i \equiv \nu_i/s_i \tag{3.22}$$

e como $s_i^* = \gamma s_i$ temos a ação SPH:

$$I_{SPH} = -\int dt \sum_i \nu_i(\frac{\epsilon}{\gamma s})_i \tag{3.23}$$

Fazendo $\delta I_{SPH} = 0$ como feito em [23] obtemos o que precisamos para resolver problemas hidrodinâmicos relativísticos (sem viscosidade) usando o método SPH, que pode ser resumido pela equação 3.16 e as equações a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r_i}}{dt} &= \vec{v_i} \\ \frac{d\vec{\pi_i}}{dt} &= -\sum_j [\frac{\nu_i\nu_j}{s_i^{*2}}P_i + \frac{\nu_i\nu_j}{s_j^{*2}}P_j]\nabla_i W(r_i - r_j; h) \end{aligned} \tag{3.24}$$

onde

$$\vec{\pi_i} = \nu_i \frac{P+\epsilon}{s}\gamma_i\vec{v_i} \tag{3.25}$$

3.2 NeXSPheRIO

O código NeXSPheRIO [16] resolve a hidrodinâmica relativística ideal em 3+1 dimensões utilizando o método SPH. Ele utiliza o modelo de condições iniciais NeXus e a descrição de Cooper-Frye para o freeze-out.

Foi o primeiro código hidrodinâmico evento por evento em 3+1 dimensões e reproduz bem dados para as energias mais altas do RHIC [24–29] e também dados para o LHC (Pb+Pb a $2.76TeV$) [18]

3.3 v-USPHYDRO

O código v-USPHYDRO [30] [31] do qual foram utilizados resultados neste trabalho também utiliza o método SPH e resolve a hidrodinâmica relativística para 2+1 dimensões com viscosidade de cisalhamento e volumétrica. Para os dados advindos de v-USPHYDRO usados neste trabalho foram utilizadas condições iniciais do tipo MC-KLN e TRENTO.

Capítulo 4

Observáveis e condições iniciais

4.1 Fluxo Anisotrópico

4.1.1 Definição

A inomogeneidade espacial nas condições iniciais, devido a natureza fortemente interagente do plasma de quarks e glúons é traduzida em anisotropia no espaço dos momentos das partículas emitidas (fluxo anisotrópico). A forma usual de quantificar estas anisotropias é através dos fluxos harmônicos v_n.

A definição dos fluxos harmônicos é bem simples, expandindo a distribuição azimutal das partículas emitidas no espaço dos momentos em uma série de Fourier, podemos escrever:

$$\frac{d^3N}{dyptdp_Td\phi} = \frac{d^2N}{2\pi p_T dp_T dy}[1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n cos(n(\phi_p - \psi_n))] \tag{4.1}$$

onde v_n é o coeficiente do fluxo harmônico, e o ψ_n o plano de simetria. Assim:

$$v_n(p_t, y) = \frac{\int d\phi \frac{dN}{dyp_t dp_t d\phi} cos[n(\phi - \psi_n)]}{\int d\phi \frac{dN}{dyp_t dp_t d\phi}} \tag{4.2}$$

onde

$$\psi_n(p_t, y) = \frac{1}{n} tg^{-1}[\frac{\int d\phi \frac{dN}{dyp_t dp_t d\phi} sin[n(\phi - \psi_n)]}{\int d\phi \frac{dN}{dyp_t dp_t d\phi} cos[n(\phi - \psi_n]}] \tag{4.3}$$

No caso $n = 1$, v_1 é chamado de fluxo dirigido. O fluxo dirigido acontece quando o centro de entropia é deslocado e há gradientes de pressão diferentes numa direção e outra oposta.

O fluxo dirigido pode ter duas origens. Há um efeito geométrico, dependendo de sua posição um dado núcleon colide com poucos ou muitos núcleons. No plano da reação (que contém o eixo da colisão e o parâmetro de impacto) isso provoca um leve "tilt"da região

de overlap. Com isso em uma fatia de matéria paralela a Ox se tem gradientes de pressão diferentes na direção de x positivos e negativos. Há também efeitos de granularidade numa fatia de matéria paralela a Ox que provocam um gradiente maior (não necessariamente na direção de Ox).

No caso $n = 2$, v_2 é chamado de fluxo elíptico. Ele também pode ter suas origens em colisões não centrais, a "bola de fogo"formada logo após a colisão pela sobreposição dos dois discos (núcleos em alta velocidade no referencial do centro de massa) se parece com uma amêndoa como pode ser visto na figura 4.1 perpendicularmente ao eixo da colisão. A variação da pressão do centro até a borda da "bola de fogo"no vetor que liga os dois

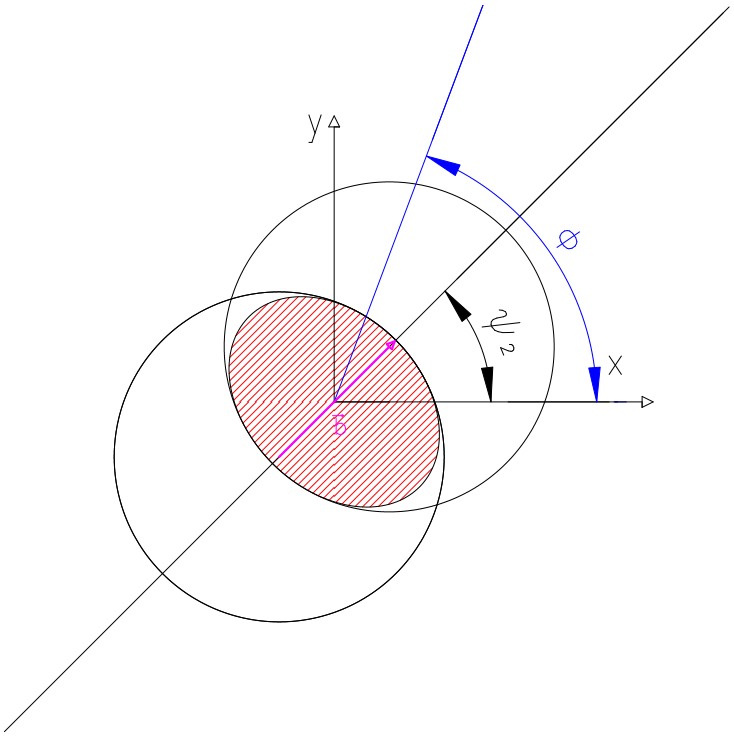

Figura 4.1: Ilustração de uma colisão vista da direção do eixo do feixe do acelerador, a região formada pela intersecção dos núcleos em vermelho é uma aproximação para o que chamamos de "bola de fogo"e por se tratar de uma colisão não central, tem a forma característica de uma "amêndoa". A figura também mostra o ângulo ψ_2 que é uma boa aproximação para o plano de reação e em azul o ângulo azimutal de uma partícula qualquer emitida. O vetor b conecta o centro dos dois núcleos e tem a dimensão do parâmetro de impacto.

centros dos núcleos (cuja dimensão é o parâmetro de impacto) deve ser bem maior do que no eixo perpendicular a esse vetor. Esse maior gradiente de pressão no formalismo da hidrodinâmica é a principal contribuição para o fluxo elíptico v_2 em colisões não centrais. Em adição, para todas as colisões centrais ou não, as flutuações podem causar fluxo elíptico (veja a seguir). Historicamente a aparição de fluxo elíptico grande nas colisões de íons pesados foi usado como evidência da natureza fortemente interagente do plasma de quarks e glúons [32].

O fluxo triangular v_3 como veremos a seguir tem sua origem nas flutuações em energia (anisotropia espacial) nas condições iniciais. Como flutuações são a sua única fonte, ele é uma assinatura da granularidade nas condições iniciais. Ele foi descoberto em [33]

O fluxo quadrático v_4 é produzido em parte pelo mesmo mecanismo da produção de v_2 em colisões não centrais, além da contribuição das flutuações como será visto a seguir.

Existem várias maneiras de se obter os coeficientes v_n.

4.1.2 O método de event-plane

Historicamente o método usado para calcular os fluxos anisotrópicos é o método "Event Plane"ou frequentemente chamado EP: Utilizando a expansão em 4.1 para partículas (não para uma distribuição contínua) primeiro calculamos:

$$\psi_{EP} = \frac{1}{n} arctan \frac{\sum_i sin(n\phi_i)}{\sum_i cos(n\phi_i)} \tag{4.4}$$

onde a soma é sobre as partículas num dado intervalo de p_t e y de um evento. Em seguida calculamos:

$$\begin{aligned} v_n &= \langle cos[n(\phi - \psi_n)] \rangle \\ &= \frac{\sum_i cos[n(\phi_i - \psi_n)]}{\sum_i 1} \end{aligned} \tag{4.5}$$

e finalmente podemos fazer a média sobre os eventos. Experimentalmente as distribuições de partículas não são obtidas evento a evento, os detectores não são perfeitos, temos o problema do "non flow"(ver abaixo) e etc de modo que o procedimento é um pouco mais complicado (ver por exemplo [24] e [34]).

Outra medida importante são as distribuições da razão de v_n pelo seu valor médio: $\frac{v_n}{\langle v_n \rangle}$, que por sua vez tem pouca dependência com a viscosidade [35] e por isso é uma ótima forma de "provar"e testar o modelo de condições iniciais.

4.1.3 O método de correlações azimutais

Como estamos interessados na anisotropia da emissão das partículas, a melhor forma de quantificá-la é a correlação entre os ângulos azimutais da emissão. O que fizemos na seção anterior é de certa forma isso, estimamos o plano determinado por Ψ_n e o eixo da colisão, e a partir dele calculamos os coeficientes da série de Fourier na equação 4.1. O que estamos fazendo na verdade é calcular a correlação entre as partículas e o plano determinado por Ψ_n a fim de obtermos a correlação entre as partículas (ver por exemplo [36]).

Podemos eliminar o viés introduzido pela estimativa deste plano calculando a correlação entre as partículas diretamente. Para tanto podemos escrever a correlação de duas partículas para um evento:

$$\langle 2 \rangle = \langle e^{in(\phi_i - \phi_j)} \rangle = \frac{1}{\binom{M}{2} 2!} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{M} e^{in(\phi_i - \phi_j)} \tag{4.6}$$

Mesmo removendo o viés introduzido pela estimativa de Ψ_n, ainda temos o problema de que nem todas as correlações calculadas com o método anterior vem do fluxo (flow) existem contribuições do não fluxo (non-flow) imbuídas nas correlações de duas partículas (por exemplo jatos, decaimento de ressonância e etc.), podemos reduzir muito essas contribuições fazendo correlações de mais partículas, assim diminui-se a chance de pegarmos partículas com uma fonte em comum de um processo que não nos interessa.

Para tanto podemos definir correlações de 4 partículas:

$$\langle 4 \rangle = \langle e^{in(\phi_i + \phi_j - \phi_k - \phi_l)} \rangle = \frac{1}{\binom{M}{4} 4!} \sum_{\substack{i,j,k,l=1 \\ i \neq j \neq k \neq l}}^{M} e^{in(\phi_i + \phi_j - \phi_k - \phi_l)} \tag{4.7}$$

Nesse ponto é interessante a introdução dos vetores de fluxo Q_n (ou flow vectors) (ver [37]) , definidos Q_n como:

$$Q_n = \sum_j e^{in\phi_j} \tag{4.8}$$

O uso dos vetores de fluxo geram uma economia computacional enorme, como exemplo podemos tomar o caso da correlação de duas partículas, onde sem os vetores de fluxo faríamos dois loops (um dentro do outro) passando por todas as partículas relevantes para o cálculo, com os vetores de fluxo o problema é reduzido no pior dos casos (quando queremos fazer correlações entre partículas de janelas diferentes de momento transversal, rapidez ou pseudo-rapidez) a dois loops independentes, o que é computacionalmente muito mais barato.

Como exemplo do uso dos vetores de fluxo podemos ver o caso para a correlação de duas partículas, com o uso dos Q_n fica:

$$\langle 2 \rangle = \frac{1}{2! \binom{M}{2}} \sum_i \sum_j [e^{in(\phi_i - \phi_j)} - \delta_{i,j} M] = \frac{1}{2! \binom{M}{2}} [Q_n Q_n^* - \delta_{i,j} Q_0] \tag{4.9}$$

O que como já dito, reduz demais o custo computacional.

No final precisamos tomar a média sobre todos os eventos analisados. Por exemplo no caso de duas partículas

$$\langle \langle 2 \rangle \rangle = \langle \langle e^{in\phi_i - \phi j} \rangle \rangle$$

com o significado:

$$\langle\langle 2\rangle\rangle = \frac{\sum_E W_E \langle 2\rangle}{\sum_E W_E} \tag{4.10}$$

onde a soma $\sum_E$ se refere a soma nos eventos, e W_E se refere a um peso dado a cada evento para minimizar o efeito da diferença da multiplicidade [37]. Ainda na mesma referência podemos ver um exemplo de escolha do peso W_E.

Podemos ver a ligação com o fluxo anisotrópico assim. Se por exemplo estamos interessados no fluxo integrado em p_t e y:

$$\begin{aligned}\langle\langle 2\rangle\rangle &= \langle\langle e^{in(\phi_i-\phi_j)}\rangle\rangle = \langle \frac{1}{\binom{M}{2}2!}(\sum_{i\neq j} e^{in\phi_i} \sum_j e^{-in\phi_j})\rangle \\ &\overset{hidro}{=} \langle v_n^2\rangle\end{aligned} \tag{4.11}$$

onde usamos $v_n e^{in\Psi_n} = \sum_i e^{in\phi_i} / \sum_i 1$.

O mesmo vale para:

$$\langle\langle 4\rangle\rangle \overset{hidro}{=} \langle v_n^4\rangle \tag{4.12}$$

e etc.

No caso diferencial:

$$\langle\langle 2\rangle\rangle =^{hidro} \langle v_n(p_t^1,\eta^1)v_n(p_t^2,\eta^2)cos[n(\psi_n(p_t^1,\eta^1)-\psi_n(p_t^2,\eta^2))] \tag{4.13}$$

(note que o termo correspondente ao seno é nulo em razão da simetria $1 \leftrightarrow 2$) para este se dá o nome de $V_{n\Delta}(p_t^1,\eta^1,p_t^2,\eta^2)$. Note também que caso os bins de p_t e η sejam os mesmos retornamos a:

$$\langle\langle 2\rangle\rangle \overset{hidro}{=} \langle v_n(p_t,\eta)^2\rangle \tag{4.14}$$

4.1.4 O método de cumulantes

As correlações medidas experimentalmente podem ter contribuições vindas de "non-flow"(decaimentos, jatos e etc.) i.e. $\langle\langle 2\rangle\rangle = \langle v_2^2\rangle$ + non-flow.

Para diminuir o efeito de non-flow, costuma-se introduzir os cumulantes. Por exemplo:

$$c_n\{2\} \equiv \langle\langle 2\rangle\rangle - \langle\langle e^{in\phi_1}\rangle\rangle\langle\langle e^{in\phi_2}\rangle\rangle \tag{4.15}$$

$c_n\{2\}$ é por definição o cumulante de segunda ordem (ou de duas partículas) [36]. O cumulante, por construção, isola na correlação de duas partículas (as $\langle\langle 2\rangle\rangle$) a parte que vai além de $\langle\langle e^{in\phi_1}\rangle\rangle\langle\langle e^{in\phi_2}\rangle\rangle$ (i.e. medidas estatisticamente independentes) sobrando

somente a correlação genuína.

Similarmente:

$$\begin{aligned} c_n\{4\} &= \langle\langle e^{in(\phi_1+\phi_2-\phi_3-\phi_4)}\rangle\rangle - \langle\langle e^{in(\phi_1-\phi_3)}\rangle\rangle\langle\langle e^{in(\phi_2-\phi_4)}\rangle\rangle - \langle\langle e^{in(\phi_1-\phi_4)}\rangle\rangle\langle\langle e^{in(\phi_2-\phi_3)}\rangle\rangle \\ &= \langle\langle 4\rangle\rangle - 2\langle\langle 2\rangle\rangle^2 \end{aligned} \tag{4.16}$$

$$c_n\{6\} = \langle\langle 6\rangle\rangle - 9\langle\langle 2\rangle\rangle\langle\langle 4\rangle\rangle + 12\langle\langle 2\rangle\rangle^3 \tag{4.17}$$

e etc.

O interesse dos cumulantes é o seguinte. Por exemplo, suponhamos que haja correlações devidas aos decaimentos de ressonância em 2 partículas, $c_n\{2\}$ é sensível a isto mas $c_n\{4\}$ não.

$$c_n\{2\} = \langle v_n^2\rangle + \mathcal{O}(\frac{1}{N}) \equiv v_n\{2\}^2 \tag{4.18}$$

O termo de "nonflow"é de ordem $\frac{1}{N}$ pois após selecionar uma partícula, a probabilidade de achar outra correlacionada com ela por outro processo que o "flow"é $\frac{N/2}{N(N-1)/2} = \frac{1}{N-1} \approx \frac{1}{N}$.

De maneira similar

$$\begin{aligned} -c_n\{4\} &= -\langle v_n^4\rangle + 2\langle v_n^2\rangle^2 + \mathcal{O}(\frac{1}{N^2}) \equiv v_n\{4\}^4 \\ c_n\{6\} &\equiv 4v_n\{4\}^6 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Também é possível definir cumulantes diferenciais, para isto, basicamente usamos partículas num bin de interesse e somamos sobre todas as outras partículas [34].

4.2 Decomposição das C.I. nos $\epsilon_{n,m}$

Para relacionar a anisotropia na distribuição de partículas emitidas com a geometria inicial, é comum decompor a densidade de energia inicial nas excentricidades.

Para tanto, definimos assim os $\epsilon_{n,m}$:

$$\epsilon_{m,n}e^{in\Phi_{m,n}} = -\frac{\int rdrd\phi r^m e^{in\phi}\rho(r,\phi)}{\int rdrd\phi r^m \rho(r,\phi)} \tag{4.20}$$

onde $\rho(r,\phi)$ é, em nosso caso, a densidade de energia, r e ϕ são coordenadas espaciais. Para simplificar escreveremos, quando $m = n$ só ϵ_n.

É conhecido que para harmônicos menores ($n = 2$ ou $n = 3$) existe uma relação linear entre v_n e ϵ_n [38] de forma que podemos escrever:

$$v_n \approx k\epsilon_n \tag{4.21}$$

Tal linearidade pode ser observada (para o caso de v_2 e v_3) na figura 4.2.

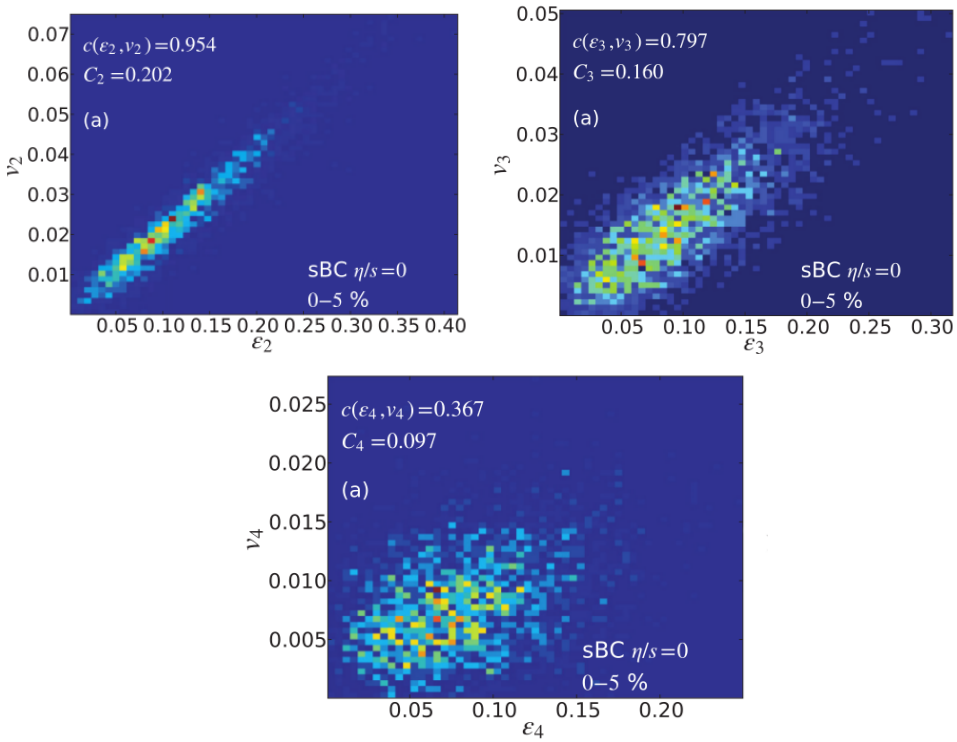

Figura 4.2: "Scatter plot"de v_n em função de ϵ_n com $n = 2, 3, 4$ η/s se refere a razão da viscosidade de cisalhamento pela densidade de entropia, esse valor ser 0 significa que se trada de hidrodinâmica invíscida. Figuras extraídas e adaptadas de [35]

O mesmo não pode ser dito para harmônicos maiores, por exemplo para v_4 o que é evidente na figura 4.2. Além da contribuição de ϵ_4 também há uma forte contribuição de ϵ_2^2 [39]

Partindo da equação 4.21 é fácil ver que:

$$\langle v_n \rangle = k\langle \epsilon_n \rangle \tag{4.22}$$

Para $n = 2$ e $n = 3$. O que nos permite escrever:

$$\frac{v_n}{\langle v_n \rangle} = \frac{\epsilon_n}{\langle \epsilon_n \rangle} \tag{4.23}$$

Utilizaremos esse resultado mais tarde na apresentação dos dados no próximo capítulo.

Isso nos mostra como a geometria das condições iniciais (no sentido espacial) está ligada a anisotropia no espaço dos momentos do estado final (das partículas emitidas).

As figuras a seguir resumem a conexão das condições iniciais com o fluxo anisotrópico.

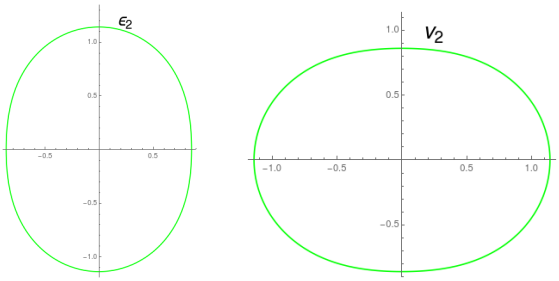

Figura 4.3: Contribuição de ϵ_2 para a distribuição da densidade ρ nas condições iniciais à esquerda e contribuição de v_2 para a distribuição dos momentos das partículas no estado final, podemos ver por essa ilustração como ϵ_2 se traduz para v_2

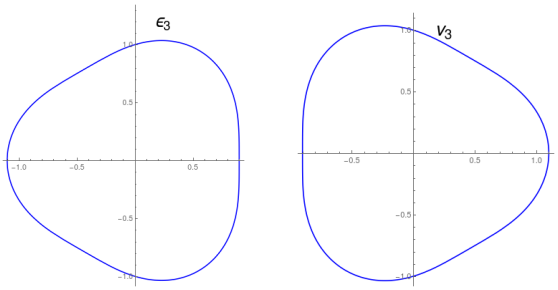

Figura 4.4: O mesmo para $n = 3$

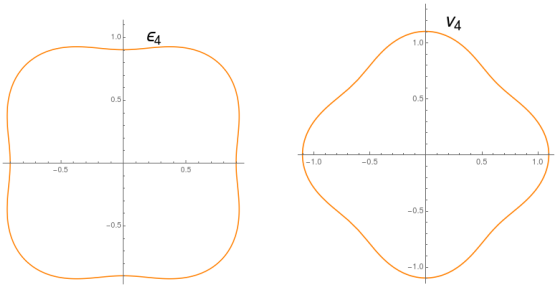

Figura 4.5: O mesmo para $n = 4$, com a ressalva de que ϵ_4 não é a única contribuição importante para v_4.

Capítulo 5

Resultados e discussão

Esse é o capítulo de resultados desta dissertação, aqui apresentarei resultados obtidos a partir de simulações utilizando os códigos NEXSPheRIO e v-USPhydro, logo após analisarei estes resultados.

5.1 Classificação em centralidade

Cada colisão nuclear ou evento é única. Além das flutuações inerentes do modelo de condições iniciais existe outro fator importante conforme vimos no último capítulo (especificamente na última seção), a geometria do evento. Diferentes eventos com diferentes parâmetros de impacto apresentam características diferentes, afinal o formato da bola de fogo produzida logo após a colisão depende de como a mesma ocorre.

Uma forma de classificar os eventos é a partir da centralidade. Como o próprio nome sugere, a centralidade se refere ao quão central uma colisão aconteceu e é definida da forma seguinte.

Imagine duas colisões de núcleos de ouro como exemplo, podemos estimar o raio de um núcleo como $R = r_0 A^{1/3}$ onde A é o número de massa atômico do núcleo em questão e r_0 é uma constante empírica que equivale aproximadamente a $1,25fm$, o ouro tem $A = 197$ o que nos dá um raio de aproximadamente $7,3fm$. Sabendo disso podemos continuar o nosso exemplo: Suponha que uma dessas colisões seja extremamente central, ou seja o parâmetro de impacto $b \approx 0$ enquanto uma outra é extremamente periférica: $b \approx 14fm$. É esperado que existam mais interações entre os núcleons na colisão mais central, de forma que a multiplicidade no estado final (acessível ao experimento) seja maior na colisão mais central. Isso nos permite inferir sobre a geometria da colisão a partir da multiplicidade do evento no experimento. Assim a fim de compararmos maçãs com maçãs os eventos são classificados em janelas de centralidade que por sua vez representam as parcelas mais ou menos centrais de todos os eventos.

Por exemplo, a janela $00 - 10\%$ representa a parcela dos eventos 10% mais centrais, ou seja com a maior multiplicidade, a janela $10 - 20\%$ diz respeito aos próximos 10% mais

centrais e por assim vai.

No NEXSPheRIO, por questões práticas a classificação não usa a multiplicidade no estado final, mas sim o número de participantes (ou seja, o número de núcleons que interagiram entre si na colisão).

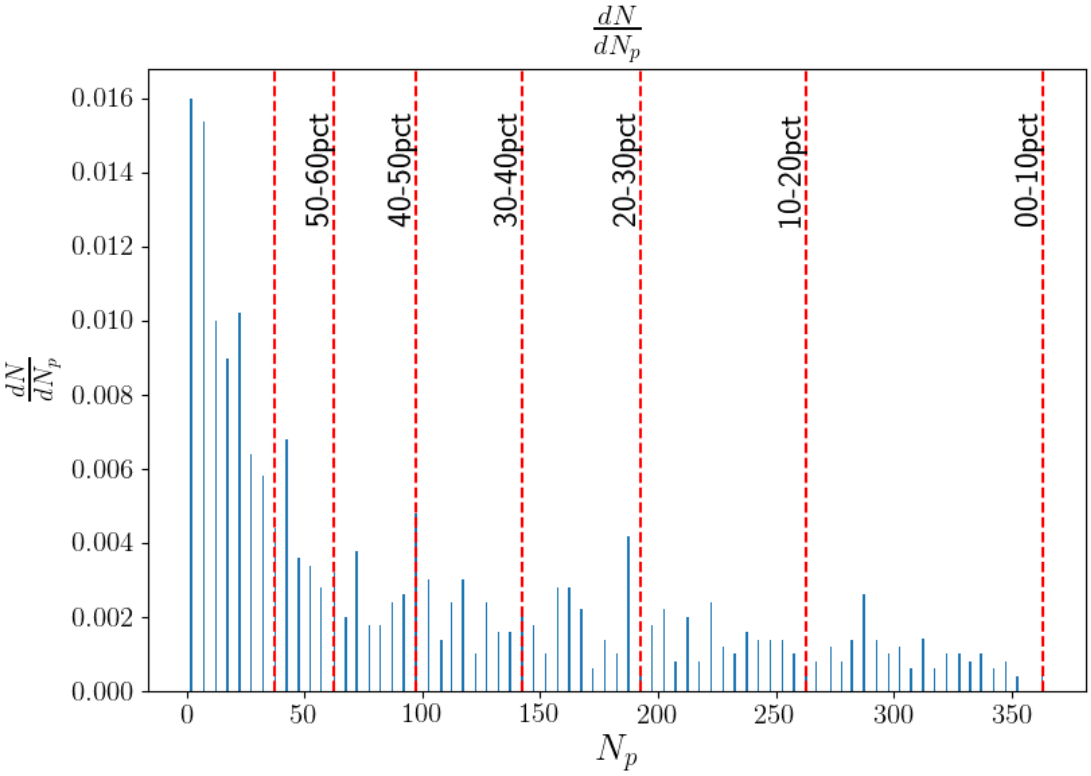

Figura 5.1: Classificação de centralidade para eventos gerados no NEXSPheRIO colisões Au+Au a 200GeV, o eixo x representa o número de participantes N_p enquanto o eixo y representa a distribuição de probabilidade do número de eventos em função de N_p, as linhas vermelhas tracejadas apontam a classificação de centralidades conforme escrito sob elas. Figura feita com dados de [17]

5.2 Fluxo anisotrópico

Como $v_n/\langle v_n\rangle \approx \epsilon_n/\langle\epsilon_n\rangle$ para $n = 2, 3$, as distribuições evento por evento $P(\frac{v_n}{\langle v_n\rangle})$ devem depender pouco da viscosidade e são um bom teste para os modelos de condições iniciais. De fato, assim que foram obtidas as primeiras distribuições evento por evento de v_n, ATLAS notou que ambos os modelos MC-Glauber e MC-KLN estavam em desacordo com os dados, particularmente para $n = 2$ [40, 41]. Resultados similares foram obtidos para ALICE [42]. Ainda hoje somente alguns modelos mostraram estar de acordo com os dados de $P(\frac{v_n}{\langle v_n\rangle})$: IP-GLASMA [43], EKRT [44], AMPT [45] e TRENTO [45]. O objetivo deste capitulo é testar a compatibilidade das condições iniciais NeXus com os dados do LHC e fazer previsões para a energia mais alta do RHIC para vários modelos.

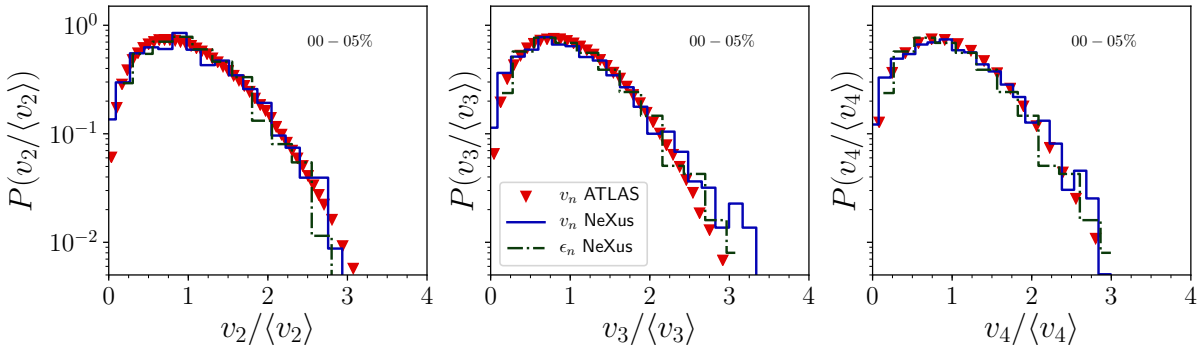

Figura 5.2: Distribuição de $v_n/\langle v_n\rangle$ (onde escrito v_n) e de $\epsilon_n/\langle\epsilon_n\rangle$ (onde escrito ϵ_n) para $n = 2$, 3 e 4 em colisões centrais $(00 - 05\%)$ comparadas com dados de ATLAS [40] de colisões Pb+Pb com energias de $2.76TeV$. Para ATLAS os dados correspondem a $|\eta| < 2.5$ e $p_t > 0.5GeV$. Enquanto para NeXSPheRIO $|\eta| < 1$.

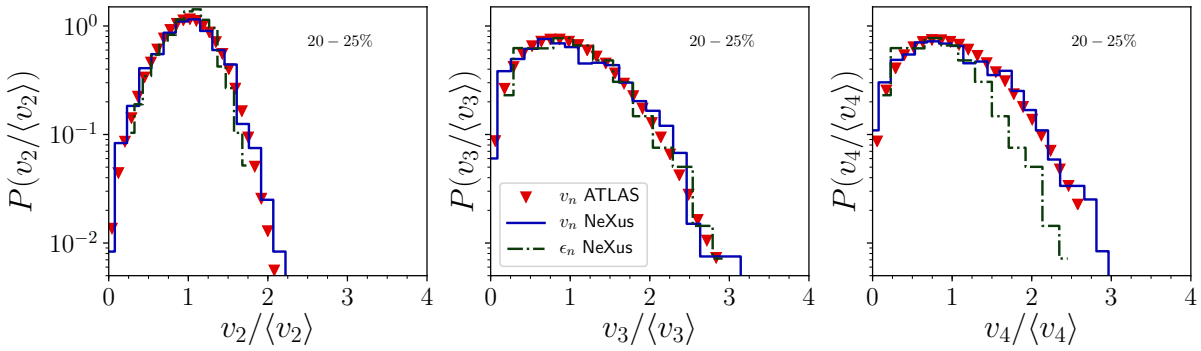

Figura 5.3: O mesmo que a figura 5.2 só que para colisões menos centrais (janela de centralidade $20 - 25\%$).

Nas figuras 5.2 e 5.3 são apresentadas comparações de $P(\frac{v_2}{\langle v_2\rangle})$, $P(\frac{v_3}{\langle v_3\rangle})$ e $P(\frac{v_4}{\langle v_4\rangle})$ com dados experimentais de ATLAS [40] para duas centralidades.

Observa-se que as distribuições de NeXSPheRIO v_n se aproximam bem dos dados experimentais. Podemos também notar das figuras 5.2 e 5.3 que como mencionado antes $\frac{\epsilon_n}{\langle\epsilon_n\rangle} \approx \frac{v_n}{\langle v_n\rangle}$ para $n = 2$ e 3. Para $n = 4$ observa-se como esperado que para as colisões mais centrais (figura 5.2) o comportamento linear de v_4 (equação 4.21) em função de ϵ_4, enquanto para colisões periféricas (figura 5.3) a aproximação mencionada anteriormente não dá bons resultados pois as contribuições de ϵ_2^2 influenciam v_4.

Os resultados apresentados a seguir são previsões para as distribuições evento por evento do fluxo anisotrópico para a energia máxima do RHIC (Au+Au com energia incidente de $200GeV$). São apresentadas distribuições de $P(\frac{v_n}{\langle v_n\rangle})$, para diversas janelas de centralidade para $n = 2$ e $n = 3$ comparando condições iniciais NeXus utilizando o código NEXSPheRIO, condições iniciais TRENTO utilizando o código em 2+1 dimensões v-USPHYDRO e também condições do tipo MC-KLN também utilizando o v-USPHYDRO.

Nas figuras 5.4 e 5.5 nota-se que para $n = 2$ as distribuições com condições iniciais MC-

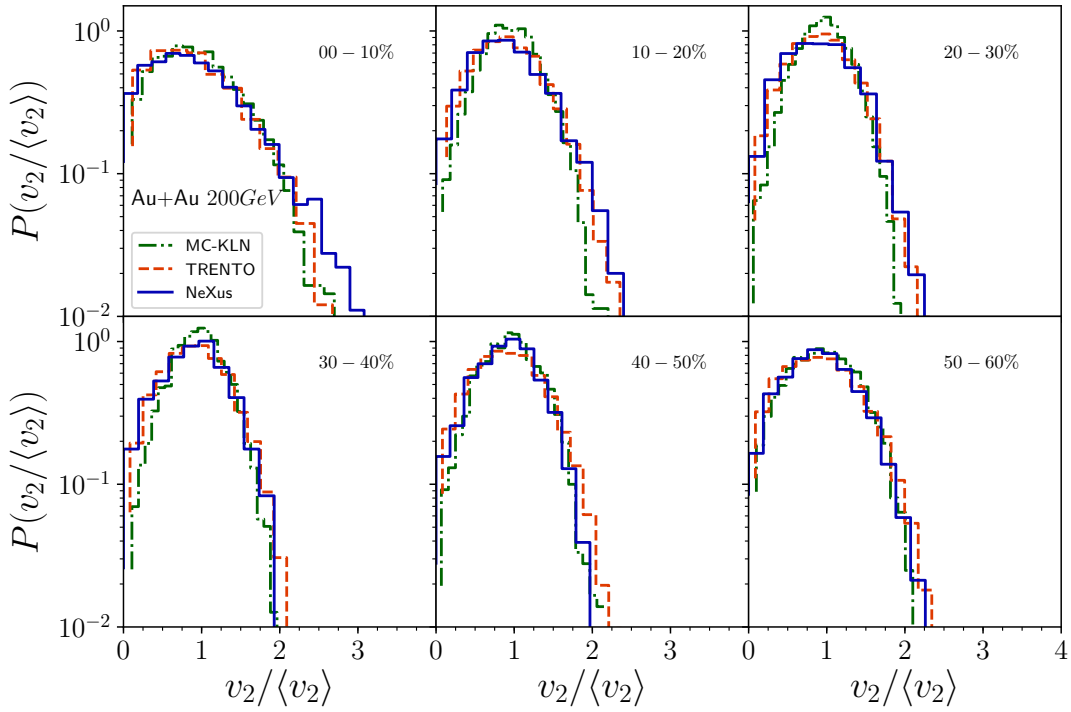

Figura 5.4: Distribuições de $v_2/\langle v_2\rangle$ para diversas janelas de centralidade e para diferentes modelos de condições iniciais. Para as condições NeXus foi utilizado o código NeXSPheRIO enquanto para MC-KLN e TRENTO foi utilizado o código v-USPHYDRO

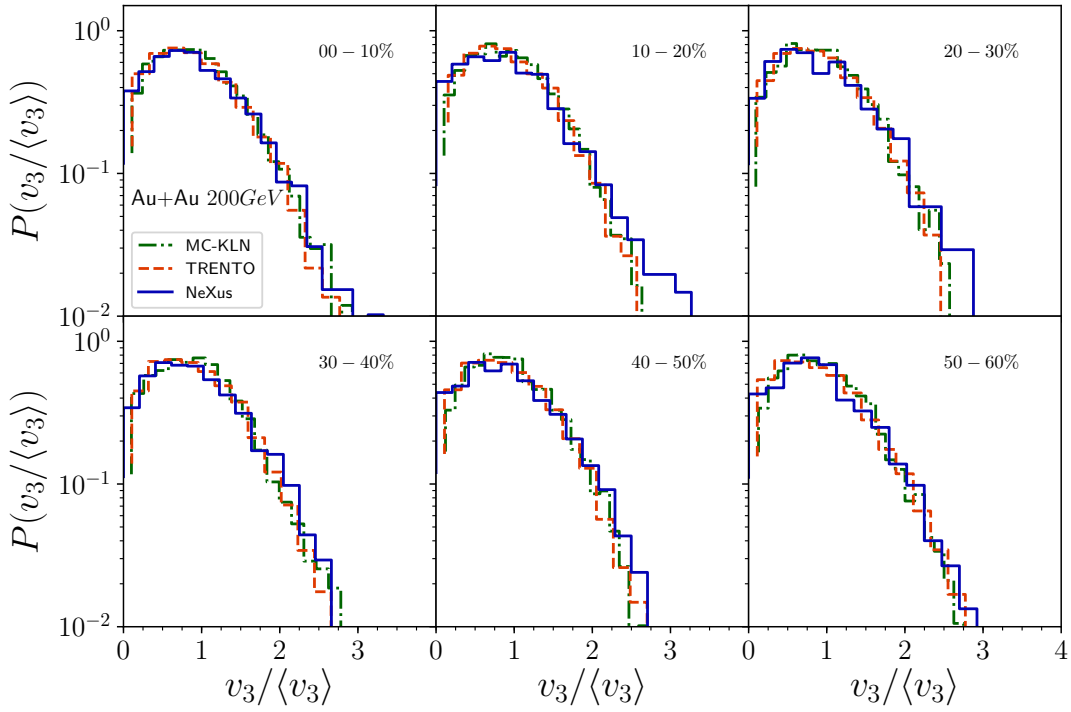

Figura 5.5: O mesmo que a figura 5.4 só que para v_3

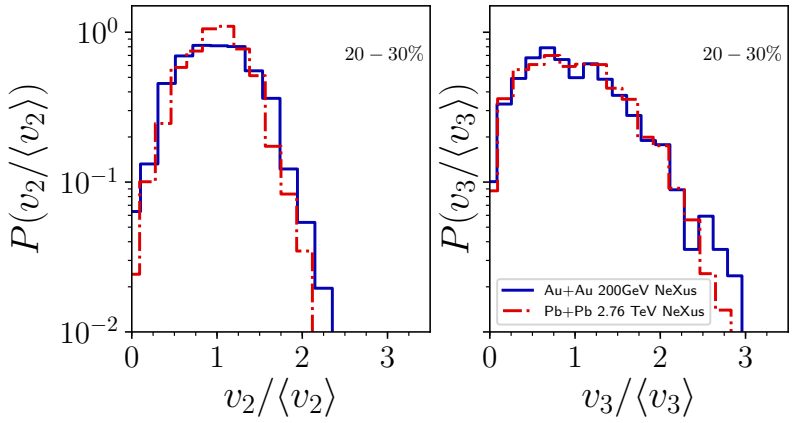

Figura 5.6: Comparação entre as distribuições de probabilidade de $v_n/\langle v_n\rangle$ para colisões Pb+Pb a $2.76TeV$ e colisões Au+Au a $200GeV$. Ao lado esquerdo para $n = 2$ e ao lado direito $n = 3$, ambas para as centralidades de $20 - 30\%$.

KLN são sistematicamente mais estreitas, o que também é observado no LHC em [40,46]. A distribuição obtida para as condições iniciais TRENTO é um pouco mais larga do que NeXus para colisões mais periféricas. Para $n = 3$ os resultados são bem semelhantes para os três modelos no RHIC, como é o caso no LHC [40, 46], as distribuições com as condições iniciais NeXus tendem a ser mais largas. Em resumo, exceto para $n = 2$ e condições iniciais MC-KLN, há pouca diferença entre os vários modelos.

Por fim podemos comparar as distribuições $v_n/\langle v_n\rangle$ para as energias do RHIC e LHC, tal resultado pode ser observado na figura 5.6. Tal semelhança é esperada afinal como mencionado anteriormente, $v_n/\langle v_n\rangle \approx \epsilon_n/\langle\epsilon_n\rangle$ (para $n = 2, 3$) e como $\epsilon_n/\langle\epsilon_n\rangle$ deveria depender pouco da energia no feixe portanto o mesmo se espera para as distribuições $p(\frac{v_n}{\langle v_n\rangle})$. Esta independência na energia foi também observada ao comparar previsões a $5.02ATeV$ com $2.76ATeV$ no LHC para IP-GLASMA [47] e AMPT e TRENTO [45]

5.3 Cumulantes

Em estatística, uma distribuição de probabilidade pode ser caracterizada pelos seus cumulantes. No caso de $P(v_n)$, são os cumulantes que definimos no capítulo anterior [36]. Assim, como existem dados de cumulantes no RHIC, é interessante que os estudemos a fim de testar nossas previsões para $P(\frac{v_n}{\langle v_n\rangle})$. Além disso podemos olhar cumulantes diferenciais (i.e. dependentes de p_t), o que dá um vínculo mais forte. As distribuições $P(\frac{v_n}{\langle v_n\rangle})$ dizem respeito à quantidades integradas em p_t.

Aqui apresentamos dados de cumulantes na forma da razão entre cumulantes de quatro e duas partículas ($v_2\{4\}/v_2\{2\}$), os dados são apresentados para diversas janelas de centralidade e são comparados com dados experimentais de STAR retirados de [48]. Podemos observar os dados na figura 5.7, essa razão entre os cumulantes pode ser interpretada

da seguinte maneira: quanto mais próxima a razão é de 1 menos flutuações. Podemos observar este fato assim:

Para qualquer função de v_n

$$f(v_n) = f(\langle v_n \rangle) + (v_n - \langle v_n \rangle) f'(\langle v_n \rangle) + \frac{1}{2}((v_n - \langle v_n \rangle)^2 f''(\langle v_n \rangle) \tag{5.1}$$

em particular:

$$\langle v_n^2 \rangle = \langle v_n \rangle^2 + \sigma_{v_n}^2$$
$$\langle v_n^4 \rangle = \langle v_n \rangle^4 + 6\sigma_{v_n}^2 \langle v_n \rangle^2$$

onde σ_{v_n} é a variância da distribuição de v_n. Assim:

$$v_n\{2\} = \sqrt{\langle v_n^2 \rangle} \approx \langle v_n \rangle + \frac{1}{2}\frac{\sigma_{v_n}^2}{\langle v_n \rangle} \tag{5.2}$$

$$v_n\{4\} = [-\langle v_n^4 \rangle + 2\langle v_n^2 \rangle^2]^{\frac{1}{4}} \approx \langle v_n \rangle - \frac{1}{2}\frac{\sigma_{v_n}^2}{\langle v_n \rangle} \tag{5.3}$$

e então

$$\frac{v_n\{4\}}{v_n\{2\}} \approx \frac{\langle v_n \rangle - \frac{1}{2}\frac{\sigma_{v_n}^2}{\langle v_n \rangle}}{\langle v_n \rangle + \frac{1}{2}\frac{\sigma_{v_n}^2}{\langle v_n \rangle}} \tag{5.4}$$

se $\sigma_{v_n} = 0$ temos $\frac{v_n\{4\}}{v_n\{2\}} = 1$.

Para os cumulantes diferenciais d_n:

$$\begin{aligned} v_n'\{2\} &\equiv v_n\{2\}(p_t, \eta) \\ &\equiv \frac{d_n\{2\}}{\sqrt{c_n\{2\}}} = \frac{\langle v_n' v_n \rangle}{\sqrt{\langle v_n^2 \rangle}} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Na ausência de flutuações (i.e. $\sigma_{v_n} = 0$) $\langle v_n^2 \rangle = \langle v_n \rangle^2$, portanto

$$v_n'\{2\} = \langle v_n' \rangle \tag{5.6}$$

similarmente

$$\begin{aligned} v_n'\{4\} &\equiv v_n\{4\}(p_t, \eta) \\ &\equiv -\frac{d_n\{4\}}{(-c_n\{4\})^{\frac{3}{4}}} = \frac{-\langle v_n' v_n^3 \rangle + 2\langle v_n^2 \rangle \langle v_n' v_n \rangle}{\langle v_n^4 \rangle^{\frac{3}{4}}} \end{aligned} \tag{5.7}$$

na ausência de flutuações:

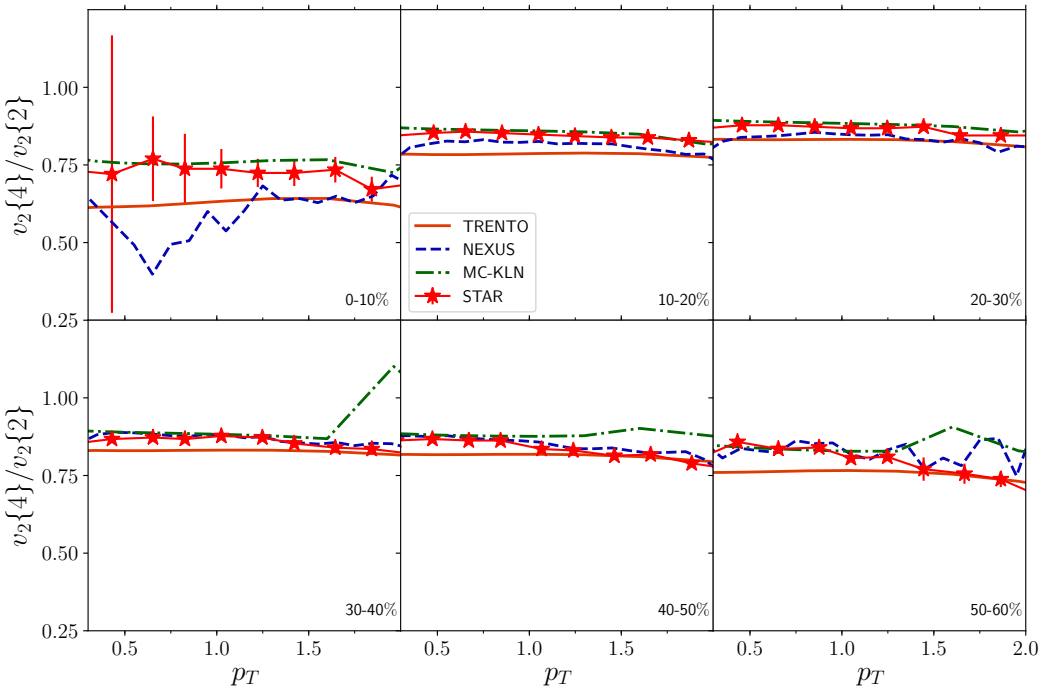

Figura 5.7: Razão entre os cumulantes de quarta e de segunda ordem ($v_2\{4\}/v_2\{2\}$) para diversas janelas de centralidade, utilizando as condições iniciais NeXus (com o código NeXSPheRIO), TRENTO e MC-KLN (utilizando o código v-USPHYDRO) comparados a dados experimentais de STAR [48]. Dados obtidos pela Profa. Jacquelyn Noronha-Hostler.

$$v'_n\{4\} = \langle v'_n \rangle \tag{5.8}$$

assim $v'_n\{4\}/v'_n\{2\} = 1$.

Vemos que as previsões para o modelo TRENTO estão em geral abaixo dos dados. Para MC-KLN elas estão de acordo para a centralidade menor que 30% e acima para as outras. Para NeXus, os resultados estão razoavelmente de acordo mas para $00-10\%$ onde há muitas flutuações, a previsão parece ficar abaixo dos dados.

5.4 Previsões vs Dados não oficiais

Não existem dados oficiais para as distribuições da seção 5.2, mas dados preliminares foram exibidos para $n = 2$ em algumas janelas de centralidade em um pôster apresentado na Quark Matter 2017, por Maowu Nie[1]. Assim foi feita uma comparação com estes dados:

[1] \https://drupal.star.bnl.gov/STAR/files/QM17poster_EbE_UU_v6_0.pdf

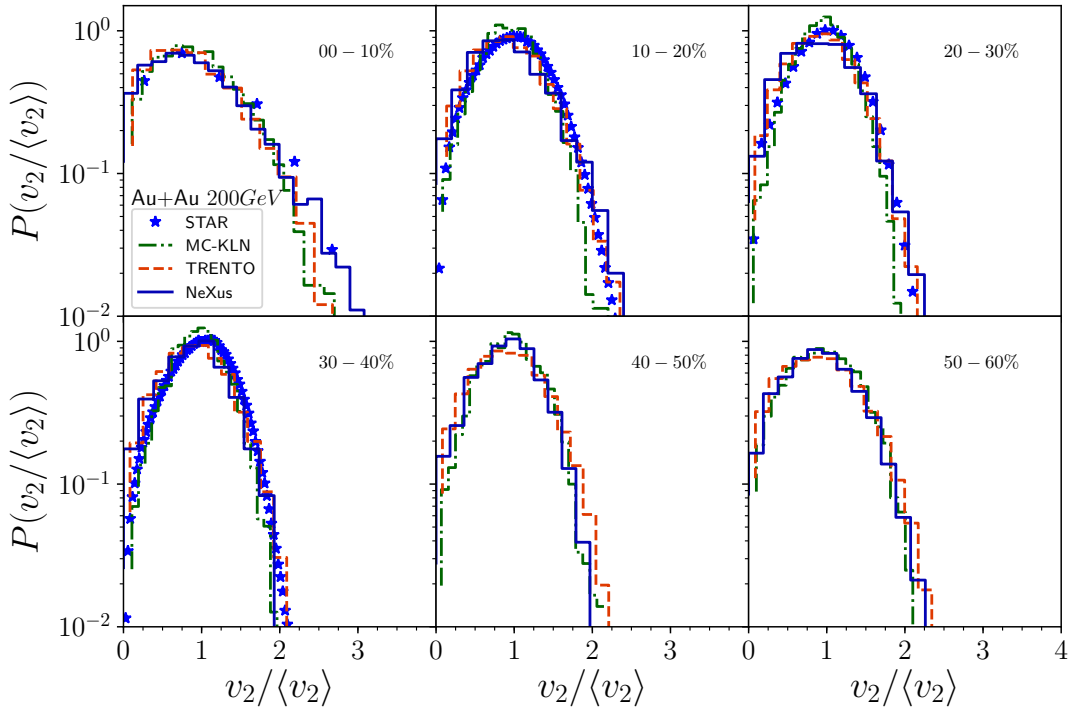

Figura 5.8: Distribuições de $v_2/\langle v_2\rangle$ para diversas janelas de centralidade semelhante a figura 5.4 só que comparado com dados preliminares de STAR nas janelas onde se tem dados (vide texto). É importante ressaltar que os dados disponíveis no pôster de STAR não estão exatamente nas mesmas janelas de centralidade que as simulações.

Os dados preliminares de STAR mostrados na figura 5.8 como mencionado na legenda da figura não estão exatamente na mesma janela de centralidade que as simulações. Para a janela de centralidade $00-10\%$ na figura os dados de STAR são uma média das janelas de $00-02\%$, $04-06\%$ e $08-10\%$. Para as demais janelas, os dados experimentais são para $10-15\%$ e comparados com os dados da simulação para a janela $10-20\%$. Para os dados experimentais na janela $20-25\%$ a comparação é feita com os dados da simulação para $20-30\%$ e etc.

Pode-se ver que as distribuições obtidas com MC-KLN são estreitas demais. NeXus e TRENTO estão em bom acordo com os dados para as centralidades $10-20\%$, $20-30\%$ e $30-40\%$. NeXus está também em bom acordo com a janela $00-10\%$ enquanto TRENTO está um pouco abaixo.

Capítulo 6

Conclusão

O anúncio da observação do Plasma de Quarks e Glúons foi feito há quase 15 anos. Ele foi observado em condições especiais: em alta temperatura e número bariônico liquido quase nulo. Hoje o desafio é criá-lo em outras condições de temperatura e densidade bariônica. Para isso o RHIC e outros aceleradores serão utilizados à energias mais baixas do que $200GeV$ por par de núcleos. Uma boa forma de tentar entender os processos envolvidos na criação do QGP são as simulações físicas, com menção especial aos modelos hidrodinâmicos que descrevem muito bem os dados dos experimentos das colaborações RHIC e LHC. Porém alguns ingredientes dessa descrição ainda não são bem conhecidos, por exemplo, as condições iniciais da expansão do QGP e suas propriedades. Algumas das análises feitas no LHC podem permitir-nos entender melhor as condições iniciais. Aqui estudamos uma dessas análises, as distribuições evento-por-evento do fluxo anisotrópico para ver o que ela pode nos mostrar quando feita à energia mais alta do RHIC, isso será útil para estender essa análise em simulações às energias mais baixas (onde a descrição hidrodinâmica é mais complicada).

Para este estudo no capítulo 2 o modelo hidrodinâmico foi apresentado, onde a colisão de íons pesados foi dividida grosseiramente em 3 partes: As condições iniciais que compreendem os modelos físicos ou parametrizações que nos entregam o estado em que o sistema se encontra no momento em que é suposto o equilíbrio termodinâmico. A evolução hidrodinâmica do sistema até que o sistema se desacople (e isso depende tanto do modelo utilizado para o desacoplamento como do critério para esse desacoplamento ocorrer). E por fim o desacoplamento que junto com os processos de decaimento (e possivelmente outros processos) emite partículas como as que são medidas nos experimentos.

No capítulo 3 foi explicado o método usado pelos códigos NeXSPheRIO e v-USPhydro para resolver as equações da hidrodinâmica relativística ideal.

No capítulo 4 foram discutidas as observáveis analisadas a fim de estudar a relação entre as condições iniciais e as anisotropias na emissão azimutal de partículas. O fluxo anisotrópico foi definido e diversos métodos para estimá-lo foram apresentados com base na literatura da área. Foi explicada uma forma de quantificar as flutuações nas condições

iniciais, as conhecidas excentricidades $\epsilon_{n,m}$ e a conhecida relação que elas tem com o fluxo anisotrópico.

Por fim no capítulo 5, foram apresentados resultados para as distribuições evento-por-evento do fluxo anisotrópico e para cumulantes diferenciais. Para as distribuições observou-se que os dados de NeXSPheRIO se aproximam bem dos dados de ATLAS para colisões de Pb+Pb a $2.76TeV$, também observa-se que para as colisões mais centrais as distribuições $P(\epsilon_n/\langle\epsilon_n\rangle)$ com $n = 2, 3$ e 4 se aproximam bem das distribuições de $P(v_n/\langle v_n\rangle)$. Para as colisões menos centrais, observa-se acordo ainda para $n = 2$ e 3, e um desacordo para o caso $n = 4$ o que era esperado por v_4 ter uma dependência com ϵ_2^2, esses resultados que reforçam a linearidade entre as ϵ_n e v_n mencionadas no capítulo 4. Foram também apresentadas previsões para as distribuições $P(v_n/\langle v_n\rangle)$ para diversos modelos de condições iniciais (NeXus, TRENTO e MC-KLN) em colisões Au+Au a $200GeV$. Observa-se uma incompatibilidade entre as simulações advindas das condições iniciais de MC-KLN com os de NeXus e TRENTO (especialmente para $n = 2$), que apesar das diferenças se aproximam bastante. Também foi discutida a dependência na energia para as distribuições $P(v_n/\langle v_n\rangle)$ (para o código NeXSPheRIO). Ainda no capítulo 5 como teste das previsões de $P(v_2/\langle v_2\rangle)$, foi feita uma comparação envolvendo cumulantes: $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ em função de p_t para a hidrodinâmica e os dados de STAR. Observamos que em geral as simulações para o modelo TRENTO estão abaixo dos dados, enquanto para colisões mais centrais o MC-KLN apresentam bons resultados quando comparados aos dados experimentais e para NeXus o acordo é razoável para todas as centralidades exceto para $00 - 10\%$ onde fica abaixo dos dados. Em fim, foi mostrada a comparação entre as distribuições de $P(v_2/\langle v_2\rangle)$ com dados experimentais preliminares para diversas janelas de centralidade. Apesar de as janelas não estarem em pleno acordo, observa-se resultados razoáveis para NeXus e TRENTO enquanto as distribuições para o modelo MC-KLN são sistematicamente mais estreitas. Concluímos assim que as distribuições de fluxo anisotrópico evento-por-evento no RHIC são capazes de eliminar modelos como o MC-KLN e que o uso dos cumulantes pode impor mais vínculos (por exemplo TRENTO na versão utilizada aqui não parece compatível com os dados).

É importante também citar que o modelo NeXSPheRIO foi o primeiro código hidrodinâmica evento por evento em 3+1 dimensões, e desde a sua implementação pouca coisa foi mudada no código enquanto muito foi descoberto na área como um todo. O modelo de condições iniciais NeXus não reproduz tudo o que sabemos hoje sobre as condições iniciais e foi descontinuado, mas mesmo assim parece ter resultados razoáveis em termos de flutuações. Apesar de o QGP ser o fluido mais perfeito conhecido, ele tem viscosidade e apesar de ser bem aproximado pela hidrodinâmica invíscida, a viscosidade deveria ser um parâmetro a se considerar na descrição do QGP. Além disso, a aproximação do desacoplamento por um freeze-out abrupto (Cooper-Frye isotérmico) também não é muito realista, existem no "mercado"diversas formas de se fazer o desacoplamento de forma

mais realista, mas mesmo assim para as observáveis aqui apresentadas o NeXSPheRIO tem resultados razoáveis.

Os resultados apresentados aqui fazem parte de um trabalho maior com a colaboração de diversos pesquisadores e estudantes, que será submetido em breve e contém todos estes dados além de outras observáveis.

Bibliografia

[1] D. J. Gross and F. Wilczek *Physics Review Letters*, vol. 30, p. 1343, 1973.

[2] H. D. Politzer *Physics Review Letters*, vol. 30, p. 1346, 1973.

[3] J. C. Collins and M. J. Perry, "Superdense matter: Neutrons or asymptotically free quarks?," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 34, pp. 1353–1356, May 1975.

[4] N. Cabibbo and G. Parisi, "Exponential hadronic spectrum and quark liberation," *Physics Letters B*, vol. 59, no. 1, pp. 67 – 69, 1975.

[5] "RHIC Scientists Serve Up 'Perfect' Liquid." (https://www.bnl.gov/newsroom/news.php?a=110303) (acesso em maio de 2019).

[6] "New State of Matter created at CERN." (https://home.cern/news/press-release/cern/new-state-matter-created-cern) (acesso em maio de 2019).

[7] E. Shuryak, "Why does the quark–gluon plasma at rhic behave as a nearly ideal fluid?," *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. 53, no. 1, pp. 273 – 303, 2004.

[8] "On multiple production of particles during collisions of fast particles," *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. fiz. - Reimpresso em 'Collected Papers of L.D. Landau'.*

[9] W. J. Maciel, *Astrofísica do Meio Interestelar.* EDUSP, 2002.

[10] H. Niemi and G. S. Denicol, "How large is the Knudsen number reached in fluid dynamical simulations of ultrarelativistic heavy ion collisions?," *arXiv e-prints*, p. arXiv:1404.7327, Apr 2014.

[11] J.-Y. Ollitrault *Eur. J. Phys.*, vol. 29, p. 275, 2008.

[12] E. Lifshitz and L. Landau, *Fluid Mechanics.* Butterworth-Heinemann, 1987.

[13] H. Drescher, M. Hladik, S. Ostapchenko, T. Pierog, and K. Werner, "Parton-based gribov–regge theory," *Physics Reports*, vol. 350, no. 2, pp. 93 – 289, 2001.

[14] J. S. Moreland, J. E. Bernhard, and S. A. Bass, "Alternative ansatz to wounded nucleon and binary collision scaling in high-energy nuclear collisions," *Phys. Rev. C*, vol. 92, p. 011901, Jul 2015.

[15] H.-J. Drescher and Y. Nara, "Effects of fluctuations on the initial eccentricity from the color glass condensate in heavy ion collisions," *Phys. Rev. C*, vol. 75, p. 034905, Mar 2007.

[16] Y. Hama, T. Kodama, and O. S. Jr. *Brazilian Journal of Physics*, vol. 35, no. 1, p. 24, 2005.

[17] R. Andrade, *Sobre a evolução hidrodinâmica da matéria nuclear criada em colisões de íons pesados relativísticos - um estudo com condições iniciais flutuantes.* PhD thesis, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 2011.

[18] M. V. Machado, "Hidrodinâmica Evento-por-evento para o LHC," Master's thesis, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 2015.

[19] F. Cooper and G. Frye, "Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production," *Phys. Rev. D*, vol. 10, pp. 186–189, Jul 1974.

[20] R. A. Gingold and J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 181, no. 3, pp. 375–389, 1977.

[21] L. B. Lucy, "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis," *Astronomical Journal*, vol. 82, pp. 1013–1024, 1977.

[22] H.-T. Elze, Y. Hama, T. Kodama, and J. Rafaelski *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys*, vol. 25, p. 1935, 1999.

[23] C. E. Aguiar, T. Kodama, T. Osada, and Y. Hama, "Smoothed particle hydrodynamics for relativistic heavy-ion collisions," *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, vol. 27, pp. 75–94, dec 2000.

[24] R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and O. Socolowski, "Examining the necessity to include event-by-event fluctuations in experimental evaluations of elliptical flow," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 202302, Nov 2006.

[25] R. P. G. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and W. L. Qian, "Importance of granular structure in the initial conditions for the elliptic flow," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 112301, Sep 2008.

[26] F. G. Gardim, F. Grassi, Y. Hama, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, "Directed flow at midrapidity in event-by-event hydrodynamics," *Phys. Rev. C*, vol. 83, p. 064901, Jun 2011.

[27] F. G. Gardim, F. Grassi, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, "Anisotropic flow in event-by-event ideal hydrodynamic simulations of $\sqrt{s_{NN}}$=200 GeV Au+Au collisions," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, p. 202302, Nov 2012.

[28] J. Takahashi, B. M. Tavares, W. L. Qian, R. Andrade, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, and N. Xu, "Topology studies of hydrodynamics using two-particle correlation analysis," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, p. 242301, Dec 2009.

[29] W.-L. Qian, R. Andrade, F. Gardim, F. Grassi, and Y. Hama, "Origin of trigger-angle dependence of di-hadron correlations," *Phys. Rev. C*, vol. 87, p. 014904, Jan 2013.

[30] J. Noronha-Hostler, G. S. Denicol, J. Noronha, R. P. G. Andrade, and F. Grassi, "Bulk viscosity effects in event-by-event relativistic hydrodynamics," *Phys. Rev. C*, vol. 88, p. 044916, Oct 2013.

[31] J. Noronha-Hostler, J. Noronha, and F. Grassi, "Bulk viscosity-driven suppression of shear viscosity effects on the flow harmonics at energies available at the bnl relativistic heavy ion collider," *Phys. Rev. C*, vol. 90, p. 034907, Sep 2014.

[32] U. Heinz, "The strongly coupled quark–gluon plasma created at RHIC," *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, vol. 42, p. 214003, may 2009.

[33] B. Alver and G. Roland, "Collision-geometry fluctuations and triangular flow in heavy-ion collisions," *Phys. Rev. C*, vol. 81, p. 054905, May 2010.

[34] M. Luzum and H. Petersen, "Initial state fluctuations and final state correlations in relativistic heavy-ion collisions," *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, vol. 41, p. 063102, may 2014.

[35] H. Niemi, G. S. Denicol, H. Holopainen, and P. Huovinen *Phys. Rev. C*, vol. 87, p. 054901, 2013.

[36] N. Borghini, P. Dinh, and J.-Y. Ollitrault *Phys. Rev. C*, vol. 64, 054901, 2001.

[37] A. Bilandzic, R. Snellings, and S. Voloshin *Phys. Rev. C*, vol. 83, 044913, 2011.

[38] Z. Qiu and U. Heinz, "Event-by-event shape and flow fluctuations of relativistic heavy-ion collision fireballs," *Phys. Rev. C*, vol. 84, p. 024911, Aug 2011.

[39] F. G. Gardim, F. Grassi, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, "Mapping the hydrodynamic response to the initial geometry in heavy-ion collisions," *Phys. Rev. C*, vol. 85, p. 024908, Feb 2012.

[40] The ATLAS collaboration, "Measurement of the distributions of event-by-event flow harmonics in lead-lead collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76TeV$ with the ATLAS detector at the LHC," *Journal of High Energy Physics*, vol. 2013, p. 183, Nov 2013.

[41] J. Jia, "Measurement of event-by-event flow harmonics in pb–pb collisions at snn=2.76tev with the atlas detector," *Nuclear Physics A*, vol. 904-905, pp. 421c – 424c, 2013. The Quark Matter 2012.

[42] A. R. Timmins, "Event-by-event di-hadron correlations in pb-pb 2.76 TeV collisions from the ALICE experiment," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 446, p. 012031, sep 2013.

[43] C. Gale, S. Jeon, B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan, "Event-by-event anisotropic flow in heavy-ion collisions from combined yang-mills and viscous fluid dynamics," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, p. 012302, Jan 2013.

[44] H. Niemi, K. J. Eskola, and R. Paatelainen, "Event-by-event fluctuations in a perturbative qcd + saturation + hydrodynamics model: Determining qcd matter shear viscosity in ultrarelativistic heavy-ion collisions," *Phys. Rev. C*, vol. 93, p. 024907, Feb 2016.

[45] W. Zhao, H.-j. Xu, and H. Song, "Collective flow in 2.76 and 5.02 a tev pb + pb collisions," *The European Physical Journal C*, vol. 77, p. 645, Sep 2017.

[46] J. Fu, "Centrality dependence of mapping the hydrodynamic response to the initial geometry in heavy-ion collisions," *Phys. Rev. C*, vol. 92, p. 024904, Aug 2015.

[47] S. McDonald, C. Shen, F. m. c. Fillion-Gourdeau, S. Jeon, and C. Gale, "Hydrodynamic predictions for pb+pb collisions at 5.02 tev," *Phys. Rev. C*, vol. 95, p. 064913, Jun 2017.

[48] Y. Bai, *Anisotropic Flow Measurements in STAR at the Relativistic Heavy Ion Collider*. PhD thesis, Utrecht University, 2007.