Universidade de São Paulo
Instituto de Física

**Elementos Ópticos Difrativos
Operando em Regime de
Modulação Complexa Completa**

Patricia Soares Pinto Cardona

*Tese apresentada para obtenção
do Título de Doutor em Ciências*

Orientador: Prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto (EESC)
Profa. Dra. Lucila H. D. Cescato (IFGW)
Prof. Dr. Mikiya Muramatsu (IFUSP)
Prof. Dr. Patrick B. Verdonck (POLI)
Prof. Dr. Paulo E. Artaxo Netto (IFUSP)

São Paulo

2003

Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

del. 02.06.04

535.4
C268
D
ex. 1

FICHA CATALOGRÁFICA

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Cardona, Patricia Soares Pinto

Elementos Ópticos Difrativos operando em regime de
Modulação Complexa Completa. São Paulo, 2003.

Doutoramento (Tese) Universidade de São Paulo
Instituto de Física. Departamento de Física dos Materiais e
Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto
Área de Concentração: Óptica Difrativa, Holografia
Computacional

Unitermos: 1. Hologramas gerados por computador;
2. Modulação complexa completa;
3. Elementos ópticos difrativos;
4. Hologramas de Fresnel e de Fourier;
5. Algoritmo Iterativo da transformada de Fourier-IFTA

USP/IF/SBI-020/2003

Agradecimentos

Ao meu orientador Prof. Luiz Gonçalves Neto por sua dedicada e competente orientação, sua paciência e sua inestimável amizade;

Ao Prof. Dr. Patrick Verdonck, ao Prof. Dr. Ronaldo D. Mansano e ao Dr. Giuseppe Cirino pela confecção dos elementos ópticos difrativos nas instalações do LSI-Poli USP;

À Professora Lucila Cescato pela troca de idéias; ao Silvio e minha irmã Fernanda pela leitura e correção deste trabalho; ao meu pai pela ajuda com os índices; ao Anderson Betiol e ao José Carlos Pizolato pelas "dicas" em diversos assuntos.

Ao IFUSP por todo o apoio e assistência recebidos.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP por ter me recebido em suas instalações durante minha permanência em São Carlos;

Ao CenPRA-Campinas pela confecção das máscaras fotolitográficas.

Ao imprescindível auxílio financeiro prestado pela FAPESP;

Ao Dr. Wilson Camargo por sua amizade carinhosa e por cuidar de mim sempre que precisei;

Ao Silvio, meu marido, por toda sua ajuda e apoio, sobretudo por sua imensa paciência, amor e compreensão para comigo durante esta difícil fase de minha vida;

À toda minha família, meus pais, tias e irmãos, por tudo que fazem e sempre fizeram por mim, por seu amor e seu estímulo valerosos para o cumprimento deste trabalho;

Finalmente, agradeço a todos os funcionários do IFUSP e do Depto. de Engenharia Elétrica - EESC - USP e a todos os meus amigos, com os quais compartilhei alegrias e problemas usuais deste período.

Dedico este trabalho:

ao Silvio,

aos meus pais, Solange e Francisco,

à Tia Zu, à Tia Sonia e ao Nilton,

aos meus irmãos,

Fernanda e Ricardo,

e à minha querida Lili.

À memória:

do Tio Emílio,

e de meus avós,

Amélia e Antonio

e

Maria e José.

Sumário

Resumo	i
Abstract	ii
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	xi
Lista de Símbolos	xii
 Capítulo 1: Introdução	 1
 Capítulo 2: Holografia e Elementos Ópticos	
Difrativos	8
2.1 Conceitos Gerais	8
2.2 Introdução à Óptica Difractiva e à Óptica de Fourier	9
2.3 Classificação dos EODs	14
2.4 Introdução aos Hogramas Gerados por Computador	17
 Capítulo 3: Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier - IFTA	 23
3.1 Estrutura do Hograma	27
3.2 Parâmetros de Avaliação para os Hogramas Produzidos pelo IFTA	34
3.3 Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier Aplicado ao Cálculo de Hogramas de Fourier em Regime de Modulação de Fase Contínua	36
3.4 Hogramas de Fourier em Regime de Modulação de Fase e de Amplitude Binárias	39

Capítulo 4: <i>IFTA</i> Aplicado ao Cálculo de Hologramas de Fourier em Regime de Modulação Complexa Completa (<i>MCC</i>)	43
4.1 Modulação Complexa Completa de uma Frente de Onda.....	44
4.2 Hologramas de Fourier com Modulação Complexa Completa.....	46
4.3 Cálculo do Holograma.....	48
4.4 Fabricação dos Hologramas de Fourier em Operando em Regime de <i>MCC</i>	52
4.5 Resultados Numéricos.....	61
4.5.1 Reconstrução óptica das imagens.....	65
4.6 Conclusões.....	68
 Capítulo 5: Hologramas de Fresnel Operando em Regime de Modulação Complexa Completa (<i>MCC</i>)	 69
5.1 Implementação da Modulação Complexa Completa em um Holograma de Fresnel.....	70
5.1.1 Cálculo da Propagação da Luz por Filtragem Espacial.....	70
5.2 Projetos dos Hologramas de Fresnel em regime de <i>MCC</i>	74
5.3 Modelo Teórico para um Pixel com <i>MCC</i> - Caso Geral.....	78
5.4 Implementação Numérica: As Células $X \times Y$ são matrizes de dimensão 8×8	83
5.5 Fabricação dos Hologramas de Fresnel em Regime de <i>MCC</i>	85

5.6 Resultados	88
5.6.1 Reconstrução Óptica das Imagens	88
5.7 Conclusões	93
5.8 Conclusão Geral	94
5.9 Projetos Futuros	95
Apêndice A: Difração	96
A.1 Difração Fraunhofer	98
A.2 Difração Fresnel	103
A.2.1 Zonas de Fresnel	104
A.2.2 Difração de Fresnel por um orifício circular	105
A.2.3 Difração pelas bordas retilíneas de um anteparo	106
Apêndice B: Teorema da Similaridade e Teorema do Des- locamento	108
B.1 Teorema da Similaridade	108
B.2 Teorema do Deslocamento	108
Apêndice C: Equação de Helmholtz	109
Apêndice D: Filtragem Espacial Empregando Transfor- mada Cosseno	112
Apêndice E: Processo de Fabricação dos Hologramas	116
Apêndice F: Produção Científica	123
F.1 Trabalhos apresentados em congressos interna- cionais com artigos completos ou resumos pu- blicados nos anais	123
F.2 Trabalhos apresentados em congressos na- cionais com artigos completos ou resumos publicados nos anais	124

F.3 Feiras e Exposições	125
F.4 Patentes	125
F.5 Artigos Publicados	126
F.6 Distinções	126
F.7 Resultados da Pesquisa Veiculados em Jornais e Revistas	126

Referências Bibliográficas	128
-----------------------------------	------------

Resumo

Neste trabalho desenvolvemos duas séries de *EODs* operando em regime simultâneo de modulação das componentes de fase e de amplitude de uma frente de luz (Modulação Complexa Completa - *MCC*). A primeira destas séries foi constituída por Hologramas de Fourier calculados através do Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*Iterative Fourier Transform Algorithm* - *IFTA*) e a segunda, por Hologramas de Fresnel cujo cálculo da propagação da luz foi obtido por filtragem linear espacial proveniente da solução da Equação de Helmholtz no domínio da frequência.

Nos dois casos, a Modulação Complexa Completa foi implementada fisicamente empregando, para realizar a modulação de fase, um micro-relevo gravado em um filme de *DLC* (*Diamond Like Carbon*) depositado sobre uma substrato de vidro. Sobre este relevo foi implementada a modulação de amplitude, através da deposição de um filme de alumínio, no qual foram realizadas micro-aberturas diferentes cujas áreas eram proporcionais à amplitude em cada pixel.

Nos Hologramas de Fourier, uma diferente espessura do filme de *DLC* localizada sobre cada pixel foi responsável pela modulação do valor de fase relativo àquele ponto. Nos Hologramas de Fresnel, a combinação de duas espessuras diferentes do filme de *DLC* em cada pixel foi responsável pela modulação do valor de fase relativo a cada ponto.

Os elementos foram caracterizados física e opticamente e produziram imagens de reconstrução totalmente livres de ruídos do tipo *speckle*. Também em caráter de avaliação dos resultados foi efetuada a comparação entre as imagens de reconstrução óptica produzidas pelos Hologramas de Fresnel com *MCC* com as produzidas por Hologramas de Fresnel convencionais em regime de modulação de fase.

Abstract

In this work, we developed two sets of *DOEs* able to modulate both phase and amplitude components of light simultaneously (Complete Complex Modulation - *CCM*). The first set is composed of Fourier Holograms calculated by Interactive Fourier Transform Algorithm (*IFTA*). The second set is composed by Fresnel Holograms, which light propagation was calculated by spatial linear filtering obtained from the solution of the Helmholtz Equation in the frequency domain.

In both cases, Complete Complex Modulation was physically implemented by a micro-relief, for phase modulation, recorded on a Diamond Like Carbon (*DLC*) film deposited on a glass substrate. Amplitude modulation was implemented on a aluminum film layer deposited on this relief. In this layer, micro-apertures proportional to the amplitude on each pixel, were recorded.

Phase modulation in each pixel of the Fourier Holograms was achieved by different thicknesses of the *DLC* film. For Fresnel Holograms, phase modulation was achieved by combining two different thicknesses of *DLC* film inside each pixel.

The elements were physically and optically characterized and produced reconstruction images completely free of speckle like noise. The optical reconstruction images produced from Fresnel Holograms working in *CCM* regime and conventional phase-only modulated Fourier Holograms were compared.

Lista de Figuras

Figura 1: Princípio de Huyghens-Fresnel.....	10
Figura 2: Obtenção de uma distribuição de luz desejada utilizando-se um Elemento Óptico Difractivo.....	11
Figura 3: Uma função arbitrária de duas variáveis $a(x, y)$ pode ser analisada como uma soma de funções harmônicas de diferentes frequências espaciais e amplitudes complexas.....	12
Figura 4: Princípio da superposição. Uma onda qualquer no espaço livre pode ser descrita como uma composição de ondas planas.....	12
Figura 5: A transmissão de uma onda óptica $O(x, y, z)$ através de um sistema óptico entre um plano de entrada $z = 0$ e um plano de saída $z = d$, tratado como um sistema linear cujas funções de entrada e de saída são respectivamente: $f(x, y) = O(x, y, 0)$ e $g(x, y) = O(x, y, d)$	13
Figura 6: Classificação dos <i>EODs</i> : (a) de espaço-livre para espaço-livre; (b) de onda-guiada para onda-guiada e (c) de onda-guiada para espaço-livre (ou de espaço-livre para onda-guiada).....	14
Figura 7: Elemento óptico difractivo (holograma) do tipo onda guiada para espaço livre gravado sobre um guia de onda planar através de processo de litografia por feixe de elétrons. (a) Diagrama esquemático de um guia de onda que gera um padrão de pontos fora de seu plano; (b) Padrão de fase do holograma integrado ao guia de onda; (c) Imagem do padrão de pontos gerado.....	15

Figura 8: Elementos Ópticos Difrativos gravados em óxido de silício através de processos de litografia óptica e corrosão a plasma. (Esquerda) Rede de Dammann binária gerando uma matriz de 20×20 pontos; (direita) Holograma de Fourier binário gerando oito círculos concêntricos.....15

Figura 9: (a) *EODs* em oito níveis de fase fabricados em óxido de silício pelo “ARPA-COOP Workshop”. No canto superior esquerdo mostra-se um holograma de Fourier que produz nove pontos alinhados e de mesma intensidade, no canto inferior esquerdo temos três hologramas de Fresnel que modulam a luz de um diodo laser operando em $850nm$ e no lado direito temos duas lentes de Fresnel; (b) (em cima) Destaque para um dos hologramas de Fresnel apresentados em (a) e sua reconstrução óptica (embaixo); (c) Detalhe microscópico do holograma mostrado em (b).....16

Figura 10: Comparação entre Holografia Clássica e Holografia Computacional.....17

Figura 11: Propagação inversa para a difração de Fraunhofer utilizando Transformada de Fourier. Realizando-se a Transformada de Fourier do objeto $g(x, y)$, obtemos a distribuição $g(x', y')$18

Figura 12: Lente convergente realizando a Transformada de Fourier bi-dimensional inversa (e direta).....19

Figura 13: Reconstruções ópticas de um *EOD* iluminado por uma onda plana monocromática coerente. (A) Reconstrução de um Holograma de Fourier (Difração de Fraunhofer) utilizando-se uma lente de Fourier; (B) Reconstrução de um Holograma de Fresnel (Difração de Fresnel), obtida pela propagação da luz

atravessando a distribuição $g(x', y')$ e percorrendo a distância d20

Figura 14: Etapas da Holografia Computacional.....22

Figura 15: Diagrama esquemático do Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*IFTA*) para cálculo de hologramas em regime de modulação de fase ou de amplitude com a reconstrução em intensidade.....25

Figura 16: Estrutura do Holograma.....28

Figura 17: Janela de reconstrução g_r situada no centro do plano de reconstrução. A imagem da letra “A” é proveniente de um holograma com modulação somente de fase. Note a presença do ruído do tipo *speckle* ao redor da janela de reconstrução. Em nossos resultados este ruído foi totalmente eliminado conforme veremos nos Capítulos 4 e 5.....30

Figura 18: Diagrama esquemático para o Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*Iterative Fourier Transform Algorithm - IFTA*) aplicado no cálculo de hologramas em regime de modulação de fase, com reconstrução em intensidade.....37

Figura 19: (a) e (b): Hologramas de Fourier com largura de banda de 256×256 células em regime de modulação de fase binária, gerados pelo *IFTA* após 500 iterações. (c) e (d): Reconstruções das imagens da “letra A”, e da “cruz” ambas com largura de banda de 128×128 células. No plano de reconstrução do holograma com a imagem da “cruz”, é mostrado o posicionamento da janela de reconstrução g_r40

Figura 20: Operador de valores extras de modulação de fase apli-

cado ao <i>IFTA</i> como restrição no plano do holograma, para evitar o problema de estagnação durante o cálculo de hologramas de fase binários.....	42
Figura 21: Objetos utilizados como tema de nossos Hologramas de Fourier.....	48
Figura 22: <i>IFTA</i> aplicado ao cálculo de Hologramas de Fourier em regime de Modulação Complexa Completa. No destaque temos as restrições (9 níveis de amplitude e 4 níveis de fase), impostas no plano do hologramas durante o cálculo.....	49
Figura 23: Comportamento do fator de erro médio quadrático - e em 200 ciclos de <i>IFTA</i> , para o holograma contendo a figura do peixe $e=4.5 \cdot 10^{-4}$ (escala monologarítmica).....	50
Figura 24: Convergência do método iterativo para os quatro valores de fase pré-determinados.....	51
Figura 25: (a) Distribuição dos valores de amplitude.(b) Distribuição dos valores de fase em radianos (para o holograma contendo a figura do peixe).....	52
Figura 26: Perfil gerado pela sobreposição dos níveis de fase 0, $\pi/2$ e π . Nota-se a existência de 4 níveis de fase esculpidos no filme <i>DLC</i>	53
Figura 27: Máscara contendo a distribuição de valores de amplitude $ G_{kl} $, ($0 \leq G_{kl} \leq 1$) a ser posicionada sobre cada pixel já contendo a informação de fase.....	55
Figura 28: Padrões de fase e de amplitude contidos nas máscaras	

fotolitográficas.....	56
Figura 29: Etapas do processo de fabricação dos hologramas operando em regime Modulação Complexa Completa.....	58
Figura 30: Detalhe mostrando os pixels que realizam a Modulação Complexa Completa (<i>MCC</i>). Pode-se observar a luz excedente sendo refletida, para fora do plano de reconstrução, pela camada de alumínio.....	59
Figura 31: Foto dos hologramas fabricados. (A) Fotografia da lâmina de 3" contendo 11 hologramas. A área de cada holograma é igual a $1024 \times 1024 \mu m^2$. Os Hologramas de Fourier com <i>MCC</i> estão apontados pelas setas brancas. Nas colunas designadas por (1) e (2) estão respectivamente os Hologramas de Fresnel com modulação de fase e com <i>MCC</i> a serem apresentados no Capítulo 5. (B) Micrografia <i>SEM</i> com detalhes das células de $40 \times 40 \mu m$ que formam o holograma.....	60
Figura 32: Reconstruções numéricas das imagens produzidas pelos Hologramas de Fourier operando em regime de Modulação Complexa Completa.....	61
Figura 33: Gráfico do Número de Iterações $\times$ Eficiência difrativa - η , para o holograma contendo a figura do peixe (escala monológica).....	62
Figura 34: Gráfico do Número de Iterações $\times$ <i>SNR</i> para o holograma de contendo a figura do peixe (escala monológica).....	63
Figura 35: Arranjo experimental para a produção das reconstruções ópticas dos Hologramas de Fourier.....	65

Figura 36: Comparação entre os objetos originais (coluna (a)) com suas respectivas imagens de reconstrução produzidas por Hologramas de Fourier em regime de Modulação Complexa Completa *MCC*. Coluna (b): Reconstruções numéricas; Coluna (c) Reconstruções ópticas.....66

Figura 37: Objetos utilizados como tema para nossos Hologramas de Fresnel em regime de *MCC*.....75

Figura 38: Estrutura de codificação para um Holograma de Fresnel em regime de *MCC*: (A) Célula projetada para modulação de fase; (B) Célula projetada para modulação de amplitude; (C) Estrutura responsável pela *MCC* formada pela célula descrita em (B) sobreposta à célula descrita em (A).....77

Figura 39: Esquema das estruturas de modulação de fase e de amplitude para um pixel operando em regime de *MCC*.....79

Figura 40: Tabela de codificação para os valores de amplitude pertencentes ao primeiro quadrante do plano complexo (os demais quadrantes apresentam o mesmo comportamento).....81

Figura 41: Tabela de codificação para os ângulos de fase pertencentes ao primeiro quadrante do plano complexo. Podemos notar a variação dos valores de amplitude máxima transmitida A , ao longo do eixo que representa os ângulos de fase F . (Os demais quadrantes apresentam o mesmo comportamento).....82

Figura 42: Tabela de codificação dos ângulos de fase pertencentes ao intervalo de 0 a $\pi/2$ cuja modulação indesejada de amplitude foi corrigida.....83

Figura 43: Estruturas moduladoras para o Holograma de Fres-

nel em regime de *MCC* para o intervalo de ângulos de fase de 0 a $\pi/2$ utilizando células formadas por matrizes 8×8 . (a) Célula responsável pela modulação de fase, (b) Célula responsável pela modulação de amplitude e (c) Combinação de (a) e (b) para a criação de um meio físico apto a realizar a Modulação Complexa Completa.....84

Figura 44: Padrões gravados nas máscaras fotolitográficas. Coluna (a): Padrão de Amplitude; Coluna (b): Padrão de Fase π e Coluna (c): Padrão de Fase $\pi/2$86

Figura 45: Arranjo experimental para a reconstrução óptica de Hologramas de Fresnel à uma distância igual a 1.2 m.....88

Figura 46: Coluna (a): Objetos. Imagens de reconstrução dos Hologramas de Fresnel operando em regime de *MCC*; Coluna (b): Reconstrução numérica; Coluna (c): Reconstrução óptica.....89

Figura 47: Coluna (a): Reconstrução óptica das imagens produzidas por Hologramas de Fresnel gerados por 100 iterações de *IFTA* e modulando somente a fase. (Devido ao emprego de uma distribuição de fase aleatória no início do ciclo de iterações temos a presença de um forte ruído do tipo *speckle* na reconstrução óptica). Coluna (b): Reconstrução óptica das imagens produzidas por Hologramas de Fresnel operando em regime de *MCC*.....90

Figura A1: Caso geral de difração.....97

Figura A2: Difração de Fraunhofer.....99

Figura A3: Fenda estreita de largura d100

Figura A4: Subdivisão da abertura difrativa em $N = 5$ partes iguais, cada uma com largura igual a Δx	101
Figura A5: Análise vetorial da Difração de Fraunhofer.....	103
Figura A6: Zonas de Fresnel em uma superfície de onda plana AA'	105
Figura A7: Difração de Fresnel por um orifício circular.....	105
Figura A8: Construção das Zonas de Fresnel no caso de um anteparo com bordas retilíneas.....	107
Figura D1: Propagação inversa e direta para a difração de Fraunhofer empregando Transformada Cosseno.....	113
Figura E-1: Etapas do processo de fabricação para os hologramas com <i>MCC</i> em <i>DLC</i> e alumínio.....	121
Figura E-2: (A) Lâmina de vidro contendo 11 hologramas fabricados em <i>DLC</i> e alumínio. (a) Hologramas de Fresnel: (1) em regime de modulação de fase; (2) em regime de Modulação Completa Completa; (3) e apontados pelas setas brancas Hologramas de Fourier em regime de Modulação Completa.(B) Micrografia <i>SEM</i>	122

Lista de Tabelas

Tabela I: Aplicações da óptica difrativa no mercado Norte Americano para produtos de consumo, produtos militares e produtos industriais.....	5
Tabela II: Valores de η , SNR e e obtidos para os Hologramas de Fourier com MCC	62
Tabela III: Informações técnicas sobre os Hologramas de Fourier com Modulação Complexa Completa calculados por $IFTA$	65
Tabela IV: Características técnicas dos Hologramas de Fresnel em regime de Modulação Complexa Completa.....	89

Lista de Símbolos e Abreviaturas

AIFT $\longleftrightarrow$ Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier

α $\longleftrightarrow$ Fator de Escala

CenPRA $\longleftrightarrow$ Centro de Pesquisas Renato Archer

CGH(s) $\longleftrightarrow$ *Computer Generated Hologram(s)*

CCM $\longleftrightarrow$ *Complete Complex Modulation*

DLC $\longleftrightarrow$ *Diamond Like Carbon*

DOE(s) $\longleftrightarrow$ *Diffraction Optical Element(s)*

EOD(s) $\longleftrightarrow$ Elemento(s) Óptico(s) Difractivo(s)

e $\longleftrightarrow$ Erro Médio Quadrático

FFT $\longleftrightarrow$ *Fast Fourier Transform*

η $\longleftrightarrow$ Eficiência Difractiva

HGC(s) $\longleftrightarrow$ Holograma(s) Gerado(s) por Computador

IFTA $\longleftrightarrow$ *Interactive Fourier Transform Algorithm*

LCT(s) $\longleftrightarrow$ *Liquid Crystal Television(s)*

LSI $\longleftrightarrow$ Laboratório de Sistemas Integráveis

MCC $\longleftrightarrow$ Modulação Complexa Completa

SBP $\longleftrightarrow$ *Space Bandwidth Product* (Produto Espaço Largura de Banda)

SEM $\longleftrightarrow$ *Scanning Electron Microscope*

SNR $\longleftrightarrow$ *Signal to Noise Ratio* (Relação Sinal Ruído)

SLM(s) $\longleftrightarrow$ *Spatial Light Modulator(s)*

$TC \longleftrightarrow$ Transformada Cosseno

$TC^{-1} \longleftrightarrow$ Transformada Cosseno inversa

$TF \longleftrightarrow$ Transformada de Fourier

$TF^{-1} \longleftrightarrow$ Transformada de Fourier inversa

Capítulo 1

Introdução

Existem ainda muitos impedimentos para o uso em larga escala dos sistemas ópticos convencionais aplicados ao processamento óptico de sinais. Isto acontece porque os componentes ópticos comuns (refrativos ou reflexivos) geralmente apresentam dimensões que dificultam o processo de miniaturização e integração de sistemas (*Wavelength Optics*[1], Brassolati[2]).

Estes componentes além de serem grandes e pesados, muitas vezes necessitam ser confeccionados em materiais especiais com alto custo, o que os torna muito pouco competitivos em relação aos sistemas eletrônicos já estabelecidos (*Wavelength Optics*[1], Brassolati [2]).

Uma solução para este problema pode ser encontrada na óptica difrativa, ou mais precisamente nos Elementos Ópticos Difrativos (*EODs*), uma vez que são leves, podem ser implementados em materiais de baixo custo e apresentam dimensões bastante reduzidas se comparadas às dimensões dos componentes ópticos tradicionais (Veldkamp e Mc Hugh[3], Brassolati[2]).

Os *EODs* podem ser produzidos com a mesma tecnologia planar utilizada em microeletrônica, podendo ser miniaturizados, integrados entre si e com componentes opto-eletrônicos (Cescato[4], Brassolati[2]); além disso podem ser utilizados nas mais diversas aplicações, tais como:

- micro lentes de Fresnel para sistemas de visão artificial (Veldkamp[5]);
- multiplexadores e demultiplexadores de luz (Agrawal[6]);
- sistemas de segurança (Neto[7]);
- filtros holográficos destinados ao reconhecimento de objetos e alvos (Sheng et al.[8], Sheng et al.[9]);
- conexões ópticas em computadores paralelos e distribuição de sinais de relógio em micro-circuitos (Sheng et al.[9]);
- correção da aberração cromática em sistemas ópticos convencionais (Veldkamp e McHugh[3], Veldkamp[5]);
- matrizes de microlentes para o aumento da eficiência de fotodetectores (Cirino et al.[10], Cirino et al.[11], Ozelo et al.[12], Seabra et al.[13], Veldkamp [5]);
- microsensores (Veldkamp[5]),
- modelação e correção da luz laser (Li et al.[14]);
- Redes de difração (Li et al.[14]);
- Redes de Dammann (*NOI Activities*[15]);
- Hogramas de Fourier e de Fresnel (Goodman[16]);
- acoplamento entre laser e fibras ópticas (Li et al.[14]);
- acoplamento entre fibra óptica e sensores (Li et al.[14]);
- matrizes de sensores (Neto[7]);
- guias de onda (Bulla et al.[17], Li et al.[14]);
- discos holográficos para a armazenagem de informações (*Applied Optics*[18]).
- seleção de modos no interior de uma cavidade laser (*Applied Optics*[18]) etc.

Observando a lista acima, podemos verificar que existem inúmeras aplicações para os *EODs*, uma vez que estes podem desempenhar (geralmente com vantagens) as mesmas funções ópticas que os componentes convencionais¹ (Cescato[4], Brassolati [2]). O desenvolvimento destes elementos se apresentou como uma nova área de pesquisa com grande potencial de aplicações (Cescato[4], Brassolati[2]). A lista acima deixa claro que uma das principais características dos *EODs* é sua grande versatilidade, o que levou muitos laboratórios e empresas a considerá-los como sendo um dos campos mais promissores e revolucionários da fotônica (Neto[7]).

Porém ainda existem muitos problemas a serem resolvidos tanto no cálculo de estruturas que produzam um determinado comportamento óptico, quanto no desenvolvimento de processos que permitam sua realização (Cescato[4], Brassolati[2]). Por essa razão o desenvolvimento de *EODs* tem sido exaustivamente empreendido, onde novas pesquisas têm sido feitas na tentativa de cobrir um vasto leque de atividades, indo da concepção de novos *EODs* ao desenvolvimento de novas tecnologias de fabricação e produção para estes dispositivos (Neto[7]).

Embora pouco divulgada, esta tendência data do início da década de setenta, quando nos Estados Unidos já era consenso entre vários pesquisadores que o completo domínio da óptica integrada seria um dos fatores decisivos no desenvolvimento de outras tecnologias estratégicas, como a computação paralela de alto desempenho e os sistemas de comunicação em banda larga (Neto[7]). Já naquela época, para incentivar o desenvolvimento desta tecnologia, a “*Defense Advanced Reserch Project Agency - DARPA*” pertencente ao governo norte-americano iniciou um programa denominado “*Binary Optics*” (Veldkamp[5]), contando com a participação de universidades, indústrias e laboratórios de pesquisa federais, que tinha por objetivo ampliar os avanços obtidos realizados na óptica difrativa e introduzi-los nas áreas de micro-eletrônica e de micro-mecânica que na época começavam a se expandir e a chamar atenção.

Desta maneira começou a ser desenvolvida uma tecnologia óptica baseada nas

¹Que operam por refração ou reflexão.

técnicas de fabricação de micro-circuitos eletrônicos com o propósito de reduzir custos, mão-de-obra, e criar mais flexibilidade tanto no projeto quanto na escolha dos materiais a serem utilizados, permitindo o desenvolvimento de diferentes e novos dispositivos ópticos (Veldkamp[5]). Simultaneamente foi promovido o desenvolvimento de sistemas eletro-ópticos integrados assistidos por computador e iniciado o lançamento de uma ampla base de tecnologia em óptica difrativa na indústria Norte-Americana que rapidamente repassou os novos produtos desenvolvidos para todos os setores do mercado conforme mostra a Tabela I (Neto[7]). Ressalta-se ainda o fato de que estas medidas políticas foram responsáveis pela criação de uma sólida estrutura em diversos centros de pesquisa, permitindo que várias empresas norte-americanas atuassem nas áreas de óptica difrativa e micro-óptica, conseqüentemente acarretando o desenvolvimento e a efetivação de inúmeras outras tecnologias (Neto[7]), implicando em geração de novos empregos e na movimentação de recursos.

Produtos de Consumo	Produtos de Uso Militar	Produtos Industriais
Produtos Ópticos	Sistemas Ópticos no Espectro Visível	Lentes Acromáticas
Óptica para Filmadoras de Vídeo	Sistemas Ópticos no Espectro Infra-vermelho	Óptica para Diodos Laser
Sistemas de Realidade Virtual	Sensores Ópticos de Mísseis	Matrizes de Micro-lentes
Sistemas de Iluminação	Sistemas de Visão Noturna	Óptica para o Ultra-violeta
Memória Óptica	“Displays” Portáteis	Óptica para o Infra-vermelho
Impressoras Laser	Micro Estruturas Ópticas	Polarizadores
“Displays” de Projeção	Aplicações Espaciais	Sistemas de Leitura de Código de Barras
Sistemas de Imagens Eletrônicas	Óptica “Conformal”	Modelagem da Luz
Óptica Médica		Acoplamento de Fibra-óptica
Segurança Óptica		

Tabela I: Aplicações da óptica difrativa no mercado Norte Americano para produtos de consumo, produtos militares e produtos industriais.

Baseando-nos na importância que este conhecimento encerra e visando possíveis aplicações, desenvolvemos neste trabalho o cálculo numérico de duas séries de Elementos Ópticos Difrativos - *EODs* com a propriedade de modular simultaneamente a componente de fase e de amplitude de uma frente de luz (Modulação Complexa Completa - *MCC*).

No regime de operação de *MCC* todos os valores de fase e de amplitude do plano complexo são passíveis de serem obtidos pelos *EODs*. Esta característica é importante para diferenciar os novos elementos aqui desenvolvidos daqueles usualmente obtidos através de hologramas de fase convencionais que realizam a **Modulação Complexa** da luz, mas não **Completa**².

A possibilidade de realizar a *MCC* de uma frente de onda através de um único dispositivo compacto, apresenta um grande potencial na criação de novos *EODs* que gerem frentes de luz em um campo próximo ao elemento (Neto et al.[19]), como nas máscaras de proximidade para técnicas de impressão em resolução para processos de fabricação em microeletrônica (Wyrowski et al.[20]) e na correção das aberrações de imagens obtidas por intermédio de telescópios com pré-processamento óptico e pós-processamento digital, permitindo a fabricação de novos sistemas ópticos com baixa precisão e baixo custo (Tucker et al.[21], Dowski et. al. [22]).

A partir dos resultados numéricos foram desenvolvidos duas séries de Elementos Ópticos Difrativos (*EODs*) a saber:

a) Hologramas de Fourier operando em regime de Modulação Complexa Completa,

e

b) Hologramas de Fresnel operando em regime de Modulação Complexa Completa.

Todas as etapas do cálculo e de implementação destes dispositivos ópticos estão apresentados nesta tese, que didaticamente foi dividida em cinco Capítulos e seis Apêndices cujos conteúdos seguem abaixo:

No Capítulo 2 encontramos um pouco da história da holografia e os conceitos teóricos importantes para a compreensão deste trabalho.

²Pois embora os hologramas de fase também modulem as componentes de fase e de amplitude, os valores de amplitude só podem ser iguais a 1.

Apresentamos no Capítulo 3 a teoria relativa a um dos melhores métodos numéricos utilizados na produção de Hologramas de Fourier: o Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier ou *IFTA* (*Iterative Fourier Transform Algorithm*³), o qual utilizamos na criação dos hologramas que serão apresentados no Capítulo 4.

Trazemos no Capítulo 4, o procedimento envolvido na criação de nossos Hologramas de Fourier em regime de Modulação Complexa Completa e os seus resultados de reconstrução (numérica e óptica). Embora o processo de fabricação utilizado não seja o objetivo principal deste trabalho, faremos uma breve explanação a seu respeito, deixando maiores detalhes sobre este assunto para serem abordados nos Apêndices.

No Capítulo 5, apresentamos a teoria e o processo de codificação utilizado no cálculo das estruturas difrativas para a implementação de Hologramas de Fresnel em regime de Modulação Complexa Completa. Neste mesmo capítulo faremos a correção dos erros inerentes ao processo de codificação utilizado nestes hologramas. Apresentaremos também os resultados de reconstrução óptica e numérica, efetuando a comparação entre os novos resultados e aqueles produzidos por Hologramas de Fresnel em regime de modulação de fase.

Nos Apêndices podemos encontrar tópicos complementares sobre a teoria e toda a produção científica proveniente das investigações efetuadas neste trabalho. Neles podemos verificar que, além de artigos publicados em revistas e apresentações em congressos no Brasil e no Exterior, este trabalho obteve duas patentes (uma nacional e outra internacional), uma premiação concedida pela *Optical Society of America-OSA*[23]-[24], sendo também *invited lecture* e *invited paper* em duas conferências internacionais.

³Apesar da sigla em português ser *AITF*, vamos usar a sigla inglesa *IFTA*.

Capítulo 2

Holografia e Elementos Ópticos Difrativos

2.1 Conceitos Gerais

Em 1949, o físico húngaro-inglês Dennis Gabor[25] desenvolveu uma técnica de registro de imagens a qual denominou *Holografia*¹.

Trata-se de um procedimento baseado na interferência entre frentes de onda luminosas, e conforme seu próprio nome sugere, capaz de gravar completamente todas as informações relevantes (valores de fase e de amplitude) contidas numa imagem, de forma a possibilitar sua posterior recuperação (Wyrowski e Bringdhal[26]).

Com o passar do tempo, esta técnica foi despertando um forte interesse na comunidade científica o que motivou outros estudos, como os de Lohmann e Paris[27], que em 1966 realizaram uma importante mudança na concepção original do método. Estes estudos culminaram no primeiro Holograma Gerado por Computador (*HGC*) denominado “holograma com desvio de fase” (*detour phase hologram*), que veio a estabelecer o marco de um novo campo do conhecimento: a *holografia computacional* utilizada no cálculo de Elementos Ópticos Difrativos (*EODs*).

¹A Holografia de Gabor é conhecida atualmente por *Holografia Óptica* ou *Clássica*.

2.2 Introdução à Óptica Difractiva e à Óptica de Fourier

A óptica difrativa, ou óptica binária², é um novo ramo da óptica que realiza o controle da propagação da luz através de elementos ópticos que contêm microestruturas gravadas em sua superfície (Veldkamp e McHugh [3]).

A geometria destas micro-estruturas é obtida através de cálculo numérico e projetada em função das propriedades do tipo de difração envolvida, das características ópticas do material a ser empregado em sua confecção³, da técnica de gravação a ser utilizada e da finalidade a que se destina o elemento (Neto[7]).

Para o cálculo destes elementos geralmente é utilizada a teoria escalar da difração (Turunen e Wyrowski[28]), considerando micro-estruturas com dimensões maiores que 10λ (onde λ é o comprimento de onda da luz incidente). Ao se modificar a geometria das micro-estruturas, diferentes distribuições ópticas podem ser “gravadas” em um *EOD*.

Como se trata de um método baseado em difração, produz componentes mais finos e mais leves que os convencionais, além de eliminar alguns processos tradicionais⁴ necessários à sua fabricação (Neto[7]).

Quando estes elementos começaram a ser fabricados, os padrões registrados apresentavam baixa qualidade de resolução. Porém, com o desenvolvimento da computação e de várias técnicas de gravação como a ablação a laser, a litografia óptica, a corrosão por plasma (*etching*), a corrosão úmida, a litografia por feixe de elétrons (*e-beam*) e a escrita direta a laser entre outras, ficou possível se executar diretamente

²Denominação usual em virtude das semelhanças entre os processos de fabricação dos elementos ópticos integrados e os processos de fabricação de circuitos eletrônicos digitais integrados.

³Óxido de silício, nitreto de silício, *diamond like carbon film* - filme *DLC* etc.

⁴Como: abrasão e polimento entre outros.

na superfície de qualquer material óptico, o registro das mais variadas geometrias em dimensões extremamente reduzidas (Neto[7]).

Estes avanços possibilitaram a produção em série de dispositivos de alta qualidade com propriedades ópticas complexas, impossíveis de serem implementadas até então, quando somente se dispunha da tecnologia tradicional (Neto[7]).

Os Hologramas Gerados por Computador⁵, as redes de difração e as microlentes de Fresnel são alguns dos exemplos de *EODs* obtidos por intermédio de relevos gravados na superfície de um material transparente ou reflexivo, ou ainda, através de padrões registrados em filmes fotográficos (Neto[7]).

A produção das imagens através de um *EOD* repousa sobre o princípio de Huyghens-Fresnel (Hecht[29], Goodman[16]) apresentado na figura abaixo:

Figura 1: Princípio de Huyghens-Fresnel (Hecht[29]).

Observando a Figura 1 notamos que quando um elemento óptico difrativo é iluminado por um feixe de luz, cada ponto da nova frente de onda Σ , que emerge da superfície do elemento, atua como uma fonte de luz pontual, gerando ondas esféricas

⁵Ou *hologramas digitais*.

de raio r' . Cada ponto da frente de onda incidente age como uma nova fonte de onda esférica, cuja interferência construtiva ou destrutiva com outras destas ondas, por sua vez, nos dá uma nova frente de onda representada por Σ' (Hecht[29]).

Da mesma forma, quando uma frente de luz coerente, composta de ondas planas de comprimento de onda λ , incide sobre um elemento difrativo, entra em contato com as diferentes micro-estruturas de sua superfície vindo a sofrer difração e modulação espacial de sua componente de fase (Veldkamp e McHugh[3]). As diferentes porções da frente de onda modulada interagem entre si de maneira a formar a distribuição luminosa desejada sobre o plano de reconstrução que está localizado após o plano que contém o elemento difrativo (Figura 2).

Figura 2: Obtenção de uma distribuição de luz desejada utilizando-se um Elemento Óptico Difrativo.

A propagação da onda de luz em sistemas que contêm elementos difrativos, não pode ser tratada por intermédio da óptica geométrica, mas através da aplicação da Óptica de Fourier que descreve a propagação das ondas de luz baseada nos conceitos de análise harmônica e sistemas lineares (Brassolati[2]). No cálculo de todos os nossos elementos utilizamos o conceito de Difração Escalar, que trata o meio difrativo como isotrópico, homogêneo, não-magnético, não dispersivo e independente dos efeitos de polarização, e sendo assim satisfaz a Equação de Helmholtz.

Consideremos uma função arbitrária $a(x, y)$, cujas variáveis x e y representem as coordenadas espaciais no plano. Podemos descrever $a(x, y)$ como uma superposição

de funções harmônicas de x e y da forma $A(u, v) \exp(-i2\pi(ux + vy))$ onde $A(u, v)$ é a amplitude complexa e u e v são as frequências espaciais nas direções x e y respectivamente (Brassolati[2]).

A função harmônica $A(u, v) \exp(-i2\pi(ux + vy))$ é a base bidimensional da teoria envolvida no cálculo de *EODs* e pode ser utilizada para gerar uma função arbitrária de duas variáveis (Saleh e Teich[30]) como ilustrado na Figura 3:

Figura 3: Uma função arbitrária de duas variáveis $a(x, y)$ pode ser analisada como uma soma de funções harmônicas de diferentes frequências espaciais e amplitudes complexas (Saleh e Teich[30]).

Seguindo o mesmo raciocínio aplicado para a função $A(u, v)$, também podemos descrever qualquer onda plana dada por $O(x, y, z)$ como uma soma de ondas planas (Figura 4).

Figura 4: Princípio da Superposição: Uma onda qualquer no espaço livre pode ser descrita como uma composição de ondas planas sobrepostas (Saleh e Teich[30]).

A propagação da luz através de elementos ópticos difrativos pode ser descrita através da análise de Fourier para sistemas lineares (Brassolati[2]). Além disso se é conhecida a maneira pela qual um sistema óptico linear modifica as ondas planas, podemos utilizar o princípio da superposição para determinar o efeito do sistema sobre uma onda qualquer (Figura 5) (Brassolati[2]).

Figura 5: A transmissão de uma onda óptica $O(x, y, z)$ através de um sistema óptico entre um plano de entrada $z = 0$ e um plano de saída $z = d$, tratado como um sistema linear cujas funções de entrada e de saída são respectivamente: $f(x, y) = O(x, y, 0)$ e $g(x, y) = O(x, y, d)$.

Concluindo, temos os seguintes pontos:

- 1 - A transmissão da luz através de obstáculos é dada por uma aproximação da Óptica de Fourier para a difração da luz⁶.
- 2 - Os elementos ópticos difrativos são dispositivos lineares projetados segundo a óptica escalar e operam de acordo com o princípio de *Huyghens-Fresnel*.
- 3 - Em um *EOD* a frente de luz que emerge do elemento, sofreu difração e tem sua forma modelada a fim de que seja produzida a imagem de reconstrução desejada (Hecht[29] e Goodman[16]).

⁶Sobre "Difração da luz" consulte Apêndice A.

4 - Esta figura se formará sobre um plano situado a uma distância z medida a partir do plano que contém o elemento. Se a figura de difração se formar sobre um plano próximo ao plano que contém o elemento, estamos diante da Difração de Fresnel. Porém, se a figura de difração se formar sobre um plano bastante distante ao plano que contém o elemento, estamos na presença da Difração de Fraunhofer⁷ (Hecht[29]).

2.3 Classificação dos EODs

De acordo com as características de entrada e saída das ondas, os *EODs* podem ser classificados em três grupos, conforme a presença ou não de ondas guiadas (Hagberg et al.[14]).

Quando nenhuma onda guiada está envolvida, os elementos pertencem ao grupo 1 e recebem o nome: “*EODs* de espaço-livre para espaço-livre”. Por outro lado, se guias de onda ópticas estiverem presentes, os elementos pertencem ou ao grupo 2: “*EODs* de onda-guiada para onda-guiada” ou ao grupo 3: “*EODs* de onda-guiada para espaço-livre” (ou “de espaço-livre para onda guiada”). Os três grupos estão representados na Figura 6.

Figura 6: Classificação dos *EODs* (Hagberg et al. [14]): (a) de espaço-livre para espaço-livre; (b) de onda-guiada para onda-guiada e (c) de onda-guiada para espaço-livre (ou de espaço-livre para onda-guiada).

As Figuras numeradas de 7 a 9 ilustram alguns *EODs* obtidos com as técnicas modernas para a fabricação de circuitos integrados:

⁷Apêndice A.

Figura 7: Elemento óptico difrativo (holograma) do tipo onda-guiada para espaço-livre gravado sobre um guia de onda planar através de processo de litografia por feixe de elétrons. (a) Diagrama esquemático de um guia de onda que gera um padrão de pontos fora de seu plano; (b) Padrão de fase do holograma integrado ao guia de onda (Hagberg et al.[14] e Bulla et al.[17]); (c) Imagem do padrão de pontos gerado.

Figura 8: Elementos Ópticos Difrativos gravados em óxido de silício através de processos de litografia óptica e corrosão a plasma. (a) Rede de Dammann binária gerando uma matriz de 20×20 pontos (*NOI Activities*[15]); (b) Holograma de Fourier binário gerando oito círculos concêntricos (*NOI Activities* [15]).

Figura 9: (a) *EODs* em oito níveis de fase fabricados em óxido de silício pelo “ARPA-COOP Workshop”. No canto superior esquerdo está um Holograma de Fourier que produz nove pontos alinhados e de mesma intensidade, no canto inferior esquerdo temos três Hologramas de Fresnel que modulam a luz de um diodo laser operando em $850nm$ e no lado direito temos duas lentes de Fresnel (Gamiche et al.[31], Neto et al. [32]); (b) (em cima) Destaque para um dos Hologramas de Fresnel apresentados em (a) e sua reconstrução óptica (embaixo); (c) Detalhe microscópico do holograma mostrado em (b).

Como pudemos observar, os resultados ou saídas produzidas pelos *EODs* são bastante diversificados podendo ser feixes de luz colimados, feixes de luz modelados e **imagens holográficas**.

Neste trabalho, os esforços se concentraram no domínio da teoria, no projeto e na fabricação de Elementos Ópticos Difrativos, pertencentes ao grupo (1) e que produzam imagens holográficas. Isto é, foram projetadas, construídas e caracterizadas duas séries de Hologramas Gerados por Computador - *HGCs* operando em regime de *MCC*.

Estas séries serão apresentadas nos Capítulos 4 e 5. A primeira delas é composta por *HGCs* de Fourier e a segunda é composta por *HGCs* de Fresnel.

Na sequência, os hologramas gerados por computador serão estudados com maiores detalhes.

2.4 Introdução aos Hogramas Gerados por Computador

Na Holografia Clássica, as ondas contidas em uma frente de luz são armazenadas no holograma através de um processo de gravação baseado em interferência das frentes de luz provenientes do objeto e do feixe de referência.

Por sua vez, na Holografia Computacional, as ondas a serem gravadas no elemento óptico não existem fisicamente mas “artificialmente”, uma vez que provêm de cálculos numéricos responsáveis pela criação de uma distribuição de padrões a serem posteriormente gravados (fisicamente) no holograma.

Comparando os dois tipos de holografia (Figura 10) (Bryngdahl e Wyrowski[33]), podemos observar que, apesar das diferenças marcantes entre si, ambas produzem a reconstrução óptica do objeto por intermédio de difração:

Holografia Clássica:

Holografia Computacional

Figura 10: Comparação entre Holografia Clássica e Holografia Computacional.

Podemos então dizer que na holografia computacional estão envolvidas essencialmente quatro etapas (Brassolati[2]):

a) Determinação da imagem (distribuição de luz) a ser reconstruída

A informação do objeto deve estar disponível de maneira a permitir a manipulação computacional, ou seja deve estar discretizada (valores discretos de amplitude e de fase).

b) Cálculo do holograma - Cálculo da propagação inversa da luz

Realiza-se o cálculo de *HGCs*, através do emprego de métodos numéricos. Durante o processo de cálculo, faz-se com que a distribuição de luz do objeto (cuja imagem desejamos reconstruir) seja inversamente propagada do plano de reconstrução ao plano que contém o holograma, para assim obter a função de amplitude complexa a ser registrada.

Para o cálculo da propagação inversa, podemos usar diversos tipos de transformadas ortogonais, como a Transformada de Fourier (*TF*) utilizada no cálculo dos hologramas dos Capítulos 4 ou outras, como a Transformada Cosseno - (*TC*) mostrada no Apêndice D.

A figura abaixo mostra o mecanismo de propagação inversa para a Difração de Fraunhofer usando a Transformada de Fourier:

Figura 11: Propagação inversa para a difração de Fraunhofer utilizando Transformada de Fourier. Realizando-se a Transformada de Fourier do objeto $g(x, y)$, obtemos a distribuição $g(x', y')$.

Fisicamente podemos implementar uma Transformada de Fourier (direta ou inversa) através do fenômeno da difração e empregando uma lente convergente. A luz difratada por um holograma, colocado no plano focal anterior de uma lente convergente, formará uma figura de difração no plano focal posterior a lente e proporcional à Transformada de Fourier (inversa ou direta) do holograma (Goodman[16]).

Uma lente convergente executando esta função recebe o nome de “Lente de Fourier”, cujo funcionamento pode ser observado na figura abaixo:

Figura 12: Lente convergente realizando a Transformada de Fourier bi-dimensional inversa (e direta).

Vários pontos devem ser levados em consideração no cálculo de um HGC, dentre os quais podemos citar: as características ópticas do meio no qual o holograma será confeccionado, o tipo de informação a ser registrada (se será uma distribuição de fase e/ou de amplitude), o tipo de difração envolvido e as características da distribuição da luz no plano de reconstrução (Turunen e Wyrowski[28]).

Na fase de cálculo pode-se, ainda, optar por construir um Holograma de Fourier⁸ (Figura 13(a)) ou um Holograma de Fresnel (Figura 13(b)):

⁸Onde pode-se verificar a presença de uma lente de Fourier.

Figura 13: Reconstruções ópticas de um *EOD* iluminado por uma onda plana monocromática coerente. (A) Reconstrução de um Holograma de Fourier (Difração de Fraunhofer) utilizando-se uma lente de Fourier; (B) Reconstrução de um Holograma de Fresnel (Difração de Fresnel), obtida pela propagação da luz atravessando a distribuição $g(x', y')$ e percorrendo a distância d (Cirino[34]).

Para se criar um Holograma de Fourier, emprega-se a Difração de Fraunhofer⁹ no cálculo da propagação da luz do plano que contém o holograma ao plano de

⁹Apêndice A.

reconstrução óptica¹⁰.

Neste trabalho utilizamos o Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*IFTA*) no cálculo de Hogramas de Fourier e utilizamos a Difração de Fresnel (obtida por filtragem espacial através da solução da Equação de Helmholtz¹¹ no domínio da frequência (Goodman[16])) para o cálculo de Hogramas de Fresnel¹².

Em ambos os casos, realizamos os cálculos usando o programa *Matlab*[®]. O holograma gerado foi produzido no formato *.raw* sendo posteriormente convertido para o formato *.bmp* através do programa *Adobe Photoshop*[®].

Essa conversão deve ser realizada para que a função de amplitude complexa obtida seja adaptada às características do material onde será gravado o holograma, sendo codificada em distribuições de amplitude, distribuições de fase ou distribuições complexas (Brassolati[2]).

c) Fabricação:

Embora esta tese não tenha como objetivo principal tratar sobre os processos e métodos de fabricação de *HGCs*, forneceremos no Capítulo 4 uma visão geral sobre os passos envolvidos na fabricação dos hologramas deste trabalho. Maiores detalhes a respeito de sua fabricação poderão ser encontrados no Apêndice E.

d) Reconstrução óptica: Se incidirmos um feixe luz¹³ sobre o holograma, obteremos a distribuição de luz desejada sobre um plano localizado à distância d , medida a partir do plano que contém o holograma.

¹⁰Tendo como auxílio uma lente de Fourier (Figuras 12 e 13(a)).

¹¹Apêndice C.

¹²Para evitar redundâncias, deste ponto em diante fica subentendido que os hologramas deste trabalho operam em regime de *MCC*. Quando algum outro tipo de modulação for utilizada, será claramente explicitado no texto.

¹³Composto por ondas planas, coerentes e de comprimento de onda λ adequado ao holograma calculado.

Em resumo, temos na Figura 14 a sequência de todas as etapas envolvidas na criação de um *HGC*, desde seu cálculo até a produção de sua imagem de reconstrução óptica:

Figura 14: Etapas da Holografia Computacional.

No próximo capítulo estudaremos em detalhes o Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*IFTA*) utilizado para efetuar o cálculo dos Hologramas de Fourier que serão apresentados no Capítulo 4.

Capítulo 3

Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier - *IFTA*

Vimos no Capítulo 2, que o cálculo de Hologramas Gerados por Computador - *HGCs* emprega algum tipo de método numérico. Na literatura podem ser encontrados diversos exemplos destes métodos, tais como o Holograma Binário Sintético em Amplitude de Lee [35]; a Pesquisa Binária Direta, de Seldowitz et al.[36]; o Holograma com Modulação de Densidade de Pulso de Hanck & Bryngdahl [37], a Quantização Iterativa de Hologramas Digitais de Amplitude desenvolvida por Wyrowski[35] e o Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*Iterative Fourier Transform Algorithm* - *IFTA*) de Gerchberg & Saxton[38] e Hirsch et al.[39].

Neste capítulo apresentaremos o Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier - *IFTA*, o qual utilizamos na criação de *HGCs* de Fourier em regime de *MCC* (Capítulo 4).

O *IFTA* é considerado como sendo a forma mais eficiente de cálculo de Hologramas de Fourier, já que produz os melhores resultados práticos na codificação de hologramas, cujo produto de largura de banda espacial¹ contenha 256×256 ou mais células (*pixels*²). Posteriormente, este algoritmo foi modificado por Wyrowski[41]-[42], que introduziu o conceito de liberdade de fase durante as iterações para o

¹*SBP* - *Space Bandwidth Product*.

²Forma contraída de *picture element*, já aceita em português (Buarque de Holanda[40]).

cálculo de hologramas com modulação em níveis discretos. Esta alteração eliminou os problemas de estagnação presentes até então nos cálculos que empregavam *IFTA* (Wyrowski [41]-[42]; Neto[43]).

Sabemos que o cálculo do holograma tem por objetivo obter uma distribuição de luz no plano de reconstrução. Essa distribuição é denominada “figura de difração”, “imagem de reconstrução” ou simplesmente “reconstrução”³ e pode ser de dois tipos: de amplitude complexa ou de intensidade (Neto[7]).

Para descrevê-lo, utilizaremos a função genérica, $f(x, y)$, que representa a distribuição de luz do objeto.

No caso de **reconstruções de amplitude complexa**, o interesse está voltado para a determinação dos valores de fase e de amplitude que compõem $f(x, y)$ (Neto[7]). Assim temos:

$$f(x, y) = |f(x, y)| \exp(j\varphi(x, y)). \quad (3.1)$$

Já para **reconstruções de intensidade**, o interesse reside somente na determinação dos valores de amplitude de $f(x, y)$. Sendo assim podemos escrever:

$$|f(x, y)|^2 = I(x, y) \quad (3.2)$$

onde $I(x, y)$ é a intensidade da função $f(x, y)$ (Neto [7]).

Devemos lembrar que para se obter reconstruções deste tipo, o argumento de $\exp(j\varphi(x, y))$ tem total liberdade durante o processo de cálculo, ressaltando que nos hologramas deste trabalho somente foram considerados objetos de intensidade.

Desta forma para este tipo de objeto temos:

$$f(x, y) = \sqrt{I(x, y)} \exp(j\varphi(x, y)) \quad (3.3)$$

onde $\varphi(x, y)$ pode assumir qualquer valor (Neto[7]).

³Embora também exista a denominação “objeto”, eu particularmente não a utilizo.

Conforme mostra a Figura 15, no *IFTA*, uma iteração é realizada calculando-se a propagação inversa da luz, onde em seguida são aplicadas as restrições associadas ao cálculo do holograma (imposição de uma distribuição de fase, por exemplo) (Neto[43]).

Na Figura 15 podemos ver reunidas todas as etapas que compõem um ciclo do *IFTA*:

Figura 15: Diagrama esquemático do Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*IFTA*) para cálculo de hologramas em regime de modulação de fase ou de amplitude com a reconstrução em intensidade.

Na sequência calcula-se a propagação da luz do plano do holograma ao plano de reconstrução (propagação direta), onde as restrições referentes à distribuição desejada são aplicadas (por exemplo: impor que a reconstrução desejada seja de *intensidade* $i(x,y)$) (Neto[43]).

Resumidamente podemos dizer que este método calcula a distribuição luminosa resultante e a compara com a distribuição desejada inicialmente.

Essa comparação envolve o critério de erro (a ser definido na seção 3.2) que avalia se o ciclo deve ser interrompido (convergência do método) ou se mais uma iteração deve ser feita. Ao final de cada ciclo são realizadas correções e novamente o resultado obtido é comparado com o resultado desejado, fazendo com que esse processo continue até que a diferença entre o resultado obtido e o resultado almejado seja a menor possível (Neto[43] e Brassolati[2]).

Outra forma de determinar quando o ciclo deve ser interrompido se dá através do número de iterações inicialmente definido (independentemente da avaliação fornecida pelo critério de erro).

Porém, devemos ressaltar que as considerações feitas até agora tratam o holograma como sendo um meio ideal, com a propriedade de armazenar qualquer função de amplitude complexa possível. Na realidade, o holograma é um dispositivo não ideal que apresenta limitações físicas inerentes ao material onde foi gravado bem como aos processos possíveis de serem empregados em sua fabricação (Neto[43] e Brassolati[2]).

Seja no cálculo de hologramas de fase ou de amplitude, para que a sua codificação utilizando *IFTA* seja bem sucedida, não podemos nos restringir somente à distribuição de amplitude complexa $f(x', y')$ obtida a partir da propagação inversa de $f(x, y)$, mas devemos permitir a atuação de algumas “liberdades” durante este processo (Neto[43]).

Estas liberdades proporcionam um certo grau de liberdade no plano que contém o holograma e/ou no plano que contém a reconstrução, mas deve-se tomar cuidado para que durante a transferência de $f(x', y')$ ao holograma não ocorra a destruição da informação do objeto $f(x, y)$ (Neto[43]).

Por exemplo, para auxiliar a convergência do algoritmo no cálculo de reconstruções de intensidade, atribui-se na primeira iteração uma distribuição de fase aleatória a $\varphi(x, y)$ (Neto[7]).

Podemos acrescentar ainda outras liberdades que podem ser introduzidas no *IFTA* para auxiliar em sua convergência numérica:

- **Liberdade dos valores de fase e amplitude para as distribuições fora da janela de reconstrução g_r .** Neste caso, fora da região g_r , os valores de fase e amplitude de $g(x, y)$ podem variar livremente. O processo de “codificação” do holograma consiste na determinação de uma distribuição $g(x', y')$ que satisfaça as restrições de modulação do holograma e que também venha a garantir que a distribuição do objeto $f(x, y)$ esteja contida no interior da janela de reconstrução g_r (Neto[7])⁴.
- **Liberdade dos valores de fase no interior da janela (ou do plano) de reconstrução g_r .** Para objetos em intensidade, a fase $\varphi(x, y)$ pode variar livremente dentro da região g_r (Neto[7]).
- **Liberdade do fator de escala⁵ α :** é possível variar o fator α no interior de toda a janela (ou plano⁶) de reconstrução g_r de maneira a se obter uma redução do erro em g_r (Neto [7]).

3.1 Estrutura do holograma

O holograma obtido, designado por $g(x', y')$, é descrito por uma matriz bidimensional dotada de $M \times N$ células (ou *pixels*) retangulares com dimensões $X \times Y$ (Figura 16) (Neto [43]).

⁴Como exemplo de plano de reconstrução contendo uma janela de reconstrução (de dimensões $A \times B$) em seu centro veja a Figura (17).

⁵A ser definido na seção 3.2.

⁶Diz-se isto porque em alguns casos a janela de reconstrução pode ocupar todo o plano de reconstrução (como foi feito em nossos hologramas).

Assumimos que a quantidade de células (M, N) foram dadas respectivamente por: $M = 2^p$ e $N = 2^q$, com $p, q \in [N]$ o que vem a possibilitar o uso do Algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (*FFT-Fast Fourier Transform* de Cooley e Turkey⁷). A cada uma destas células foi atribuído um valor de transmitância complexo G_{kl} (Neto[43]), conforme mostra a Figura 16:

Figura 16: Estrutura do Holograma.

Usando-se a função retângulo ou “*rect*”⁸ definida como:

$$\begin{aligned} \text{rect}(b) &= 1, \text{ se } -1/2 < b < 1/2 \\ \text{rect}(b) &= 0, \text{ se } b > 1/2 \text{ ou } b < -1/2 \\ \text{rect}(b) &= 1/2, \text{ se } b = 1/2 \text{ ou } b = -1/2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

podemos descrever matematicamente o holograma $g(x', y')$ da seguinte forma:

$$g(x', y') = \left[\sum_{k=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} G_{kl} \left(\frac{x' - kX}{X}, \frac{y' - lY}{Y} \right) \right] \cdot \text{rect} \left[\frac{x'}{MX}, \frac{y'}{NY} \right] \quad (3.5)$$

⁷Ver Goodman[16].

⁸Também denominada função “janela”.

onde x' e y' são as coordenadas do holograma; k e l os índices das células no plano do holograma; X e Y as dimensões das células; M e N o número de células; G_{kl} é o valor de transmitância complexa (Neto[43]).

A distribuição $g(x', y')$ que compõe o holograma é proporcional a $f(x', y')$ que resulta da propagação inversa da informação numérica inicial do objeto ($f(x, y)$) cuja imagem desejamos reconstruir.

Lembremos sempre que $f(x, y)$ deve estar disponível numa forma que permita a manipulação computacional (geralmente valores discretos de amplitude) (Neto[7]).

Assim, acompanhando o ciclo apresentado na Figura 15, vamos partir da amplitude do objeto inicial $g(x, y)$ definido como:

$$g(x, y) = \alpha |f(x, y)| \exp(j\phi(x, y)) \quad (3.6)$$

onde α é um número real e positivo denominado “fator de escala”:

$$\alpha = \frac{\sum_{m=-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}-1} \sum_{n=-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}-1} |g_{m,n}|^2}{\sum_{m=-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}-1} \sum_{n=-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}-1} |f_{m,n}| |g_{m+M_0, n+N_0}|^2} \quad (3.7)$$

e realizar sua multiplicação por valores de fase aleatórios para que haja o aumento da largura de banda de frequências no espectro de Fourier (Brassolati[2]).

Devemos então posicionar este resultado na interior da janela de reconstrução g_r de dimensões $A \times B$ (Figura 17):

Figura 17: Janela de reconstrução g_r situada no centro do plano de reconstrução. A imagem da letra “A” é proveniente de um holograma com modulação somente de fase. Note a presença do ruído do tipo *speckle* ao redor da janela de reconstrução. Em nossos resultados este ruído foi totalmente eliminado conforme veremos nos Capítulos 4 e 5.

Conforme o tipo de holograma a janela de reconstrução pode estar localizada ou no centro (em se tratando de hologramas de fase) ou em um quadrante do plano de reconstrução (para hologramas de amplitude).

Em seguida, aplica-se o algoritmo *FFT*, para se calcular a Transformada de Fourier de $g(x, y)$ que produzirá $g(x', y')$ no plano de Fourier:

$$TF(g(x, y)) = g(x', y') = |g(x', y')| \exp(j \phi(x', y')) \quad (3.8)$$

Nesta etapa devemos aplicar as restrições relativas ao tipo do holograma desejado, como por exemplo a imposição de uma distribuição de fase ou de amplitude (Neto[7]).

Tendo sempre em mente que nosso intuito é obter uma distribuição $g(x', y')$ que reproduza o mais fielmente possível a reconstrução $g(x, y)$. O próximo passo consiste na realização da propagação da luz do plano do holograma ao plano de reconstrução

(através da aplicação da TF^{-1}), para obtermos $g^*(x, y)$ no plano de reconstrução, onde então serão aplicadas as restrições relativas à reconstrução⁹ (Neto[7]).

Nesta fase do procedimento, a amplitude de $g(x, y)$ no interior de g_r deve ser proporcional à $f(x, y)$:

$$g(x, y) = \alpha |f(x, y)| \exp(j \phi(x, y)) \quad (3.9)$$

e fora de g_r , deve ser:

$$g(x, y) = g^*(x, y) = |g^*(x, y)| \exp(j \phi(x, y)) \quad (3.10)$$

ou seja, a amplitude desejada deve ser imposta no interior da janela de reconstrução, onde se mantém a fase de $g^*(x, y)$ e fora da janela a informação de $g^*(x, y)$ deve permanecer inalterada. A nova informação $g(x, y)$ será usada na próxima iteração (Neto[7]).

Se a liberdade de fase no interior de g_r e a liberdade de fase e de amplitude fora de g_r forem adequadas, espera-se que a cada iteração haja uma redução do valor de erro médio quadrático - e da imagem reconstruída. A interrupção do ciclo pode ocorrer quando o valor de e for mínimo ou quando o número de iterações previamente determinado for alcançado (Neto[7]).

Finalmente quando o ciclo é interrompido obtemos o holograma $g(x', y')$ dado pela relação (3.5).

Se realizarmos a propagação direta¹⁰ da informação contida em $g(x', y')$ através da aplicação da TF^{-1} , temos a reconstrução $g(x, y)$:

$$g(x, y) = XY \operatorname{sinc}(Xx, Yy) \sum_{k=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} G_{kl} \exp[j2\pi(Xxk + Yyl)] \otimes \operatorname{sinc}(MXx, NYy) \quad (3.11)$$

⁹Por exemplo, para todos os hologramas deste trabalho, foi imposto que a reconstrução desejada $i(x, y)$ fosse uma reconstrução de intensidade.

¹⁰Juntamente com os teoremas da Similaridade e do Deslocamento (veja Apêndice B e Goodman[16]).

onde $\otimes$ é o símbolo que representa o operador de convolução bidimensional e a função “*sinc*” definida em Goodman[16] como

$$\text{sinc}(a) = \frac{\sin(\pi a)}{\pi a} \quad (3.12)$$

é a Transformada de Fourier da função retângulo ou “função *rect*”.

Amostrando-se a função $g(x, y)$ com intervalos R e S respectivamente nas direções x e y , (com $x = m R$, $y = n S$, $R = 1/(MX)$ e $S = 1/(NY)$) temos:

$$g(x, y) = \left[\sqrt{\frac{MN}{XY}} \text{sinc}\left(\frac{m}{X}, \frac{n}{Y}\right) g_{mn} \right] \otimes \text{sinc}(MXx, NYy) \quad (3.13)$$

onde g_{mn} é a Transformada Inversa Discreta de Fourier (Goodman[16]) de G_{kl} , definida por:

$$g_{mn} = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{k=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} G_{kl} \exp\left(j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)\right) \quad (3.14)$$

e m e n são os índices das células no plano de reconstrução.

A reconstrução óptica pode ser obtida iluminando-se o holograma, com uma onda plana, uniforme e coerente, de comprimento de onda λ e amplitude $A = 1$:

$$A \times g(x', y') = 1 \times g(x', y') = g(x', y'). \quad (3.15)$$

Quando a informação contida na distribuição $g(x', y')$ se propaga, produz a reconstrução óptica desejada denotada por $g(x, y)$ (Neto[43]).

Embora este método seja muito útil, é preciso lembrar que infelizmente apresenta alguns inconvenientes. Em alguns casos dependendo da complexidade da reconstrução desejada ($f(x, y)$ ou $i(x, y)$) são necessárias cem ou mais iterações. É possível também, que não exista uma distribuição de fase ou de amplitude $g(x', y')$ que satisfaça a condição $g(x, y) \approx \alpha f(x, y)$ (ou $|g(x, y)| \approx \alpha [i(x, y)]^{1/2}$) sobre toda a região da janela de reconstrução (Wyrowski[44]).

Também devemos ressaltar que em todo o processo de cálculo foi ignorada a convolução com a função $\text{sinc}(MXx, NYy)$, pois geralmente quando a largura de banda (Goodman[16]) da distribuição g_{mn} é limitada, e menor ou igual à dimensão do holograma, a eliminação deste fator durante o cálculo é irrelevante.

Devido ao ruído aleatório utilizado no início do *IFTA*, esta condição de banda limitada não é satisfeita e tem-se, devido ao fenômeno de *Gibbs* (Bracewell[45]), a presença de ruído do tipo *speckle* no plano de reconstrução (Neto e Sheng[32], Arsenault e Sheng[46], Bryngdahl e Wyrowski [33]). Este fenômeno acontece devido à impossibilidade do holograma amostrar os valores de frequência espacial “altos” pertencentes à distribuição g_{mn} (Goodman[16]).

A princípio, a presença do ruído do tipo *speckle* pode ser eliminada ou minimizada utilizando-se uma distribuição de fase no início do método iterativo de forma a garantir que a largura de banda da distribuição g_{mn} seja igual ou menor a dimensão do holograma, forçando esta condição durante todo o método iterativo. Apesar desta restrição adicional, é possível sob certas condições encontrar uma distribuição G_{kl} que satisfaça as restrições de cálculo do holograma (Neto e Sheng [32], Jurunen e Wyrowski[28]).

O ruído do tipo *speckle* também pode ser eliminado através da repetição (geralmente de quatro a oito vezes) da distribuição G_{kl} em ambas as dimensões no plano do holograma (Arsenault e Sheng[46], Bryngdahl e Wyrowski[33]). Com isso, a reconstrução óptica $g(x, y)$ tenderá para a distribuição $g(x, y) \times III(MXx, NYy)$ ¹¹ livre deste tipo de ruído¹².

¹¹Onde $III(MXx, NYy)$ é a função “pente” ou *comb*. Para maiores detalhes verifique o Teorema da Amostragem em Goodman [16].

¹²Devemos salientar que adotamos este procedimento na criação de nossos hologramas.

3.2 Parâmetros de Avaliação para os Hogramas Produzidos pelo *IFTA*

Quando o valor de erro médio quadrático (e) se estabilizar ao longo do ciclo iterativo, podemos dizer que ocorreu a convergência do método.

A relação abaixo exprime este parâmetro em termos das variáveis já definidas na Seção 3.1:

$$e = \frac{1}{AB} \sum_{m=-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}-1} \sum_{n=-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}-1} \left(|f_{m,n}| - \frac{|g_{m+M_0,n+N_0}|^2}{\alpha} \right) \quad (3.16)$$

onde:

A e B : o número de células da janela de reconstrução;

m e n : os índices das células no plano de reconstrução;

$g_{m+M_0,n+N_0}$: a reconstrução do holograma;

$f_{m,n}$: o objeto inicial;

M e N : o número de células do holograma;

α : o “fator de escala” definido pela expressão (3.7).

Vários fatores exercem influência na redução do erro médio quadrático, como por exemplo: o número de iterações, a dimensão da janela de reconstrução e os graus de liberdade entre outros (Neto[43]).

A **eficiência de difração** do holograma (Wyrowski[44] e Neto[43]), designada por η , é definida como sendo a razão entre a energia luminosa contida no interior da janela de reconstrução g_r e a energia luminosa incidente no holograma. Para um holograma composto por $M \times N$ células, iluminado por uma onda plana coerente de amplitude igual a 1, define-se η como:

$$\eta = \frac{\sum_{m=-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}-1} \sum_{n=-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}-1} |g_{m+M_0,n+N_0}|^2}{MN} \quad (3.17)$$

sendo:

m e n : índices das células no plano de reconstrução;

$g_{m+M_0, n+N_0}$: reconstrução do holograma;

M e N : número de células do holograma;

M_0 e N_0 : coordenadas do ponto central da janela de reconstrução;

A e B : número de células da janela de reconstrução;

É conveniente também descrever η na forma do seguinte produto:

$$\eta = \eta_t \eta_d \quad (3.18)$$

onde η_t mede a fração de energia transmitida através do holograma e η_d mede a fração de energia transmitida responsável pela formação do sinal desejado (Neto[43]).

Respectivamente, as expressões que definem η_t e η_d são dadas por:

$$\eta_t = \frac{\sum_{m=-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}-1} \sum_{n=-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}-1} |G_{k,l}|^2}{MN} \quad (3.19)$$

$$\eta_d = \frac{\sum_{m=-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}-1} \sum_{n=-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}-1} |g_{m+M_0, n+N_0}|^2}{\sum_{m=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |g_{m,n}|^2} \quad (3.20)$$

Para hologramas de fase temos $\eta_t = 1$, isto é, toda energia disponível é transmitida para formar o sinal, resultando em $\eta = \eta_d$. Considerando-se que o holograma não absorva parte da energia incidente, sob determinadas condições é possível de se atingir valores de eficiência difrativa próximos a 100% ($\eta_t \approx 1$) (Neto[43]).

Outro importante parâmetro de avaliação é definido pela expressão abaixo denominada “relação sinal-ruído” ou *SNR* (*Signal to Noise Ratio*) a qual mede a quantidade de ruído na janela de reconstrução (Neto[43]):

$$SNR = \frac{\sum_{m=-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}-1} \sum_{n=-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}-1} \left(k_{final} \left| g_{m+M_0, n+N_0}^{final} \right| \right)^2}{MNe_{final}} \quad (3.21)$$

onde:

m e n são as coordenadas do plano de reconstrução,

M_0 e N_0 as coordenadas do ponto central da janela de reconstrução;

M e N o número de células da janela de reconstrução;

$g_{m+M_0, n+N_0}^{final}$ a reconstrução produzida por *IFTA* na janela de reconstrução;

e_{final} o erro médio quadrático da última iteração do *IFTA*.

O parâmetro k_{final} é dado pela equação a seguir:

$$k = \frac{\sum_{m=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |f_{m,n}| |g_{m,n}|}{\sum_{m=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |g_{m,n}|^2} \quad (3.22)$$

e $f_{m,n}$ representa o objeto inicial e $g_{m,n}$ a reconstrução do holograma (Neto[43]).

3.3 Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier Aplicado ao Cálculo de Hogramas de Fourier em Regime de Modulação de Fase Contínua

Foi visto anteriormente que o uso de modulação de fase é atraente, uma vez que nenhuma energia é absorvida pelo holograma, podendo a eficiência de difração atingir valores próximos a 100%. Um holograma de fase contínua G_{kl} está restrito a um intervalo de modulação da fase entre 0 e 2π , o que nos permite escrevê-lo como:

$$G_{kl} = |G_{kl}| \times \exp(j\phi_{kl}) = 1 \times \exp(j\phi_{kl}) \quad (3.23)$$

com $0 \leq (j\phi_{kl}) \leq 2\pi$.

Como o módulo da amplitude está restrito apenas ao valor 1, só é possível obter-se uma grande eficiência de difração optando-se por objetos em intensidade no plano de reconstrução (Wyrowski[44]).

Para uma distribuição de intensidade dada por $i_{mn} = |f_{mn}|^2$, temos que encontrar uma distribuição de fase G_{kl} que venha a garantir que a distribuição desejada i_{mn} esteja dentro da janela de reconstrução g_r e satisfaça a relação $|g_{m+M_o, n+N_o}| \cong \alpha |f_{mn}|$, onde o fator de escala α ¹³ deva ser ajustado para maximizar a energia na janela de reconstrução g_r a cada iteração do *IFTA* (Bryngdahl e Wyrowski[33]).

Para garantir a convergência do *IFTA* no cálculo de hologramas em regime de modulação de fase também são utilizadas como liberdades, as distribuições de fase e de amplitude fora da janela de reconstrução g_r .

Desta forma, o esquema de implementação deste algoritmo, descrito anteriormente pela Figura 15 foi modificado para as variáveis G_{kl} e g_{mn} conforme mostra a figura a seguir:

Figura 18: Diagrama esquemático para o Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*Iterative Fourier Transform Algorithm - IFTA*) aplicado no cálculo de hologramas em regime de modulação de fase com reconstrução em intensidade.

¹³Definido pela relação (3.7).

A Transformada de Fourier é utilizada para calcular a propagação inversa da luz do plano de reconstrução ao plano do holograma, e a Transformada de Fourier inversa é utilizada para calcular a propagação da luz do holograma ao plano de reconstrução.

Como o holograma opera em regime de modulação de fase contínua, a janela de reconstrução g_r pode ser posicionada no centro do plano de reconstrução com $M_0 = N_0 = 0$ (Wyrowski[42]).

Antes do início do *IFTA*, o objeto $|f_{mn}|$ é dividido pela distribuição $\text{sinc}(m/M, n/N)$ para compensar a influência da amostragem realizada na reconstrução g_{mn} , conforme é mostrado na Equação (3.13). O método é iniciado posicionando-se a informação $|f_{mn}|/\text{sinc}(m/M, n/N)$ na região da janela de reconstrução g_r . A informação a ser colocada na janela de reconstrução é multiplicada por valores de fase aleatórios para se aumentar a largura de banda da distribuição g_{mn} , que no caso é a distribuição G_{kl} do holograma. A relação entre as dimensões do objeto e o holograma são $M/A = 2$ e $N/B = 2$ para garantir uma liberdade suficiente (de fase e de amplitude) fora da janela de reconstrução (Wyrowski[42], Bracewell[45]).

A Transformada de Fourier de g_{mn} é calculada através da Transformada Rápida de Fourier, gerando os valores G_{kl} no plano do holograma. Como restrição no plano do holograma, os valores de fase de $G_{kl} = |G_{kl}|\exp(j\phi_{kl})$ são mantidos, obtendo-se a distribuição $G_{kl}^* = \exp(j\phi_{kl})$. Realizando-se a Transformada de Fourier inversa de G_{kl}^* , são obtidos os valores $g_{mn}^* = |g_{mn}^*|\exp[\phi_{mn}]$ no plano de reconstrução. Uma iteração é completada aplicando-se a restrição no plano de reconstrução, ou seja, fazendo-se com que a amplitude $|g_{mn}^*|$ seja igual à amplitude $|f_{mn}|$ na região de reconstrução g_r . Neste caso, a convergência do método é verificada pelo valor do erro médio quadrático (e) definido pela relação (3.16), lembrando que as iterações devam continuar até que seja alcançada uma redução satisfatória no valor do erro de reconstrução.

3.4 Hogramas de Fourier em Regime de Modulação de Fase e de Amplitude Binárias

Segundo Wyrowski[42], a distribuição de fase de um holograma pode estar restrita a valores quantizados, como por exemplo: a 2, 4, 8, ou 16 valores de fase distribuídos entre 0 e 2π .

No cálculo de hologramas em regime de modulação de fase binária, usa-se “-1” para designar a frente de onda incidente que sofre atraso (ou adiantamento) de fase de π e “1” para designar aquela que não sofre alteração (Wyrowski[42]).

Devido ao fato de existir, para um mesmo sinal, uma correspondência direta entre a distribuição de um holograma de amplitude binária “0” e “1” (com “0” denotando a região onde a luz é bloqueada e “1” denotando região onde a luz é transmitida) e a distribuição de um holograma de fase binária, não se fará distinção entre os dois nos cálculos a seguir (Wyrowski [44]) e (Neto[7]).

Assim, os hologramas de amplitude binária são considerados como sendo uma transmissão de fase binária, que pode assumir somente os valores complexos: $\exp(-j\pi) = -1$ e $\exp(-j0) = 1$.

Neste procedimento, ao final do algoritmo é feita a adição de um termo constante¹⁴ igual a 1, que após normalizado por 2, permite transformar a distribuição de fase binária em distribuição de amplitude binária (Neto[7]):

$$\exp(-j\pi) = -1 \rightarrow \frac{\exp(-j\pi) + 1}{2} = 0, \quad (3.24)$$

e

$$\exp(-j0) = 1 \rightarrow \frac{\exp(-j0) + 1}{2} = \frac{2}{2} \text{ (normalização)} = 1. \quad (3.25)$$

Para hologramas de fase binários, somente 50% da luz difratada pelo holograma será utilizada para formar o sinal desejado $|f_{mn}|$ na região de reconstrução g_r . Como a distribuição G_{kl} do holograma é uma distribuição real (1 e -1), a

¹⁴Ou termo *DC*.

distribuição $g_{m,n}$ resultante de sua Transformada de Fourier é uma distribuição Hermitiana ($g_{m,n} = g_{-m,-n}^*$), a qual produz reconstruções “gêmeas” no plano de reconstrução (Bracewell[45]). Sendo assim, os 50% restantes da luz difratada pelo holograma irão formar o sinal $|f_{-m,-n}|$ no plano de reconstrução. Caso a janela de reconstrução g_r esteja centrada no plano de reconstrução, o sinal $|f_{-m,-n}|$ estará superposto ao sinal desejado $|f_{mn}|$ (Bracewell[45]). Desta maneira, devemos escolher um valor arbitrário para M_0 e N_0 , para separar ou agrupar estes sinais no plano de reconstrução, como nos hologramas (apresentados na figura a seguir) que formam a reconstrução de uma “letra A” (que foram separadas) e de uma “cruz” (cujas partes que a compõem apresentam formato de “L” e foram mantidas juntas propositadamente).

Figura 19: (a) e (b): Hologramas de Fourier com largura de banda de 256×256 células em regime de modulação de fase binária, gerados por *IFTA* após 500 iterações. (c) e (d): “letra A” e “cruz”, respectivamente imagens de reconstrução óptica dos hologramas apresentados em (a) e (b), ambas com largura de banda de 128×128 células. No plano de reconstrução do holograma com a imagem da “cruz” está evidenciada a janela de reconstrução g_r .

No caso ilustrado na Figura 19(c), a presença das reconstruções “gêmeas” no plano de reconstrução faz com que a eficiência de difração máxima de um holograma em regime de modulação de fase binária seja $\eta_t = 50\%$. Para sinais compostos pelas duas reconstruções gêmeas, como o caso do holograma com a imagem da “cruz”, (Figura 19(d)), a eficiência de difração máxima pode atingir o valor $\eta_t = 100\%$.

Durante o cálculo dos hologramas com valores de fase discretos, pode ocorrer o problema de estagnação de *IFTA* (Wyrowski[41]-[42]). Isto se dá porque existe a possibilidade de uma distribuição de valores numa determinada iteração ser igual à distribuição de valores da iteração anterior. Para evitar este problema, garantindo a convergência, é necessário criar um tipo de estratégia durante as iterações, que permita uma liberdade adicional no cálculo do holograma.

Esta estratégia é obtida através da aplicação do operador G_{kl}^* . No cálculo de hologramas binários, G_{kl}^* é aplicado como restrição no plano do holograma e garante valores extras de modulação de fase em função do número de iterações i :

$$\begin{aligned} G_{kl}^* &= \arg(G_{kl}^i), & \text{se } |\operatorname{real}(G_{kl}^i)| < 1 - \frac{i}{n_{\max}} \\ G_{kl}^* &= 1, & \text{se } |G_{kl}^i| = 0 \\ G_{kl}^* &= \operatorname{sgn}[\operatorname{real}(G_{kl}^i)], & \text{se } |\operatorname{real}(G_{kl}^i)| \geq 1 - \frac{i}{n_{\max}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

onde i é o número de iterações, $n_{\max}$ é número máximo de iterações, sgn é a função sinal da distribuição real, $\operatorname{real}()$ significa a parte real da distribuição complexa e $\arg()$ é o argumento (ou fase) da distribuição complexa (Neto[43]).

Estes graus de liberdade adicionais permitem que G_{kl}^* assumam valores contínuos de modulação de fase no intervalo $[0, 2\pi]$ durante as primeiras iterações e com isso alguns pixels podem mudar do valor de fase π para o valor de fase 0.

Observando a Figura 20, podemos compreender a forma pela qual o operador de valores extras de modulação de fase atua:

Figura 20: Operador de valores extras de modulação de fase aplicado ao *IFTA* como restrição no plano do holograma, para evitar o problema de estagnação durante o cálculo de hologramas de fase binários (Neto[43]).

Observando a figura acima, veremos como é possível através da aplicação do operador de modulação de valores extras de fase, se obter dois níveis de fase a partir de um conjunto amplo contendo todos os valores de fase entre 0 e 2π . Na parte superior do lado esquerdo está o gráfico para a primeira iteração $i = 1$, onde inicialmente são permitidos todos os valores de fase (Neto[43]).

Conforme as iterações se sucedem, chegamos a $i = 25$ (lado direito, superior), onde não mais todos os valores do intervalo de fase são selecionados já pode ser verificada uma certa “tendência” aos dois valores de fase π e 2π . Em $i = 75$ (lado esquerdo, embaixo), está “tendência” se acentua sendo confirmada na centésima e última iteração (lado direito, embaixo) (Neto[43]).

Finalizamos, ressaltando que o operador de modulação de valores extras de fase foi aplicado no cálculo dos Hologramas de Fourier em regime de *MCC* que apresentaremos no próximo capítulo, onde foram desejados apenas 4 níveis de fase e 9 níveis de amplitude.

Capítulo 4

IFTA Aplicado ao Cálculo de Hogramas de Fourier em Regime de Modulação Complexa Completa (*MCC*)

A Tabela I da página 5 apresentou diversas aplicações envolvendo o uso de hogramas gerados por computador. Quanto ao regime de operação, merece ser destacado que nenhum deles efetua simultaneamente o controle das componentes de fase e de amplitude (*MCC*) de uma frente de luz¹ (Neto[7]).

Assim, a busca por um holograma que efetuasse a Modulação Complexa Completa foi a motivação deste trabalho e nos levou a desenvolver duas séries de elementos ópticos difrativos com esta propriedade. Neste capítulo apresentaremos a primeira série destes elementos, formada por um conjunto de Hogramas de Fourier calculados através do Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier - *IFTA*.

Apresentaremos ainda, os resultados obtidos nas reconstruções numéricas e ópticas das imagens produzidas por estes dispositivos. Faremos a avaliação da qualidade

¹A grande maioria destes hogramas opera em regime de modulação de fase e alguns poucos operam em regime de modulação de amplitude.

destes resultados, através dos valores obtidos para os parâmetros e , η e SNR anteriormente definidos no Capítulo 3.

4.1 Modulação Complexa Completa de uma frente de onda

O filme fotográfico é um dispositivo bem conhecido para se implementar a modulação de amplitude por intermédio do controle da absorção de luz no filme (Goodman[16], O'Shea[47], Neto[7]). A modulação de fase, em geral, pode ser obtida controlando-se a espessura de um material óptico com índice de refração n , como o vidro utilizado na fabricação de lentes e prismas (Hecht[29], Goodman[16], Neto[7]).

As redes de difração e os Hologramas de Fourier e de Fresnel gerados por computador são exemplos de elementos ópticos difrativos que podem ser implementados em um meio constituído simplesmente por um filme fotográfico (para modular a amplitude), ou por um dielétrico de espessura variável (para modular a fase) (Turunen et al.[28], Goodman[16], Neto[7]); porém, o elemento ideal para várias aplicações ópticas, seria aquele que apresentasse a propriedade de realizar simultaneamente a modulação das componentes de fase e de amplitude de uma frente de luz. Em outras palavras, o elemento ideal seria aquele que realizasse a Modulação Complexa Completa (*MCC*) de uma onda luminosa.

A própria criação do primeiro holograma gerado por computador² feita por Lohmann, Brown e Paris ([27], [48],[49]), já buscava a realização da *MCC*. A criação deste elemento foi um marco no desenvolvimento da óptica difrativa, e ainda hoje é uma importante ferramenta na codificação discreta de elementos difrativos, pois também permite a construção de elementos que operem somente em regime de modulação de fase. Infelizmente este método apresentou uma grave limitação: as reconstruções se davam fora de eixo e possuíam baixa eficiência difrativa ($\sim 0.5\%$).

²Denominado holograma binário com desvio de fase (*detour phase hologram*).

A técnica de camadas duplas ou *twin-layer technique*, proposta por Chu, Fienup e Goodman[50], realizava a modulação direta³ da amplitude complexa e produzia reconstruções no eixo. Empregava-se neste método uma camada de filme fotográfico de espessura variável para modular a fase e outra de absorção variável para modular a amplitude. O grande problema, neste caso, era a baixa precisão do controle da espessura do filme para a fabricação das camadas, existindo ainda a grande probabilidade do feixe de laser ser absorvido e danificar o dispositivo (mesmo a média potência) (Kettunen et al.[51]).

Gonçalves e seus colaboradores mostraram a possibilidade de se obter a *MCC* de uma frente de onda utilizando-se dois moduladores espaciais de luz[7] (*Spatial Light Modulators - SLM's*⁴). Neste caso, como os moduladores espaciais de luz não podiam controlar de maneira independente e simultânea a modulação de fase e de amplitude, a modulação complexa completa só poderia ser obtida com a combinação de pelo menos dois destes moduladores.

Em 1997, Turunen e Noponen[52] apresentaram um modelo matemático para produzir a Modulação Complexa Completa sem o uso da absorção, empregando elementos ópticos difrativos que modulassem portadoras de alta frequência. Apesar de funcionar em teoria, este conceito não foi implementado fisicamente devido aos altos custos das técnicas envolvidas em sua produção, como a litografia por feixe de elétrons ou outras ainda mais sofisticadas.

Kettunen, Vahima e Noponen[51] introduziram a codificação da *MCC* variando a eficiência de difração e a fase da ordem zero da portadora de uma rede de difração. A modulação da fase se dava pela mudança da profundidade da estrutura no interior de cada célula do elemento óptico. O problema desta vez foi o fato de que os elementos criados a partir deste método produziram ordens superiores de difração bem como envolviam altos custos na sua implementação.

³Dizemos “direta” quando é empregada absorção da energia luminosa, tal como ocorre quando se utiliza filmes fotográficos.

⁴Foram utilizados como *SLM's* televisões de cristal líquido (*Liquid Crystal Televisions - LCT's*).

A proposta que apresentaremos neste capítulo utiliza o *IFTA* para o cálculo de uma série de elementos ópticos difrativos que operam em regime de Modulação Complexa Completa. Nestes elementos, a modulação de fase foi realizada pela variação da espessura de um substrato óptico cuja dimensão é proporcional ao valor de fase a ser modulado em cada pixel.

Já a modulação de amplitude foi obtida de forma indireta⁵, através de aberturas (ou “janelas”) efetuadas em um filme de alumínio depositado sobre cada pixel que controla a fase onde cada uma destas aberturas controla independentemente a fração de luz a ser transmitida de acordo com a largura da “janela”.

O filme metálico foi escolhido para que a fração de luz não-desejada fosse refletida para fora do dispositivo, fazendo com que a luz não modulada não prejudicasse e imagem de reconstrução.

Já a opção pela utilização do alumínio como material constituinte da camada refletora, foi feita baseada na diversidade de técnicas existentes para sua deposição, além das suas características de corrosão serem muito bem determinadas (V. Hoffman [53] e Cirino[34]).

4.2 Hologramas de Fourier com Modulação Complexa Completa

Utilizando o *IFTA*, realizamos o cálculo de cinco *HGCs* de Fourier operando em regime de *MCC*⁶ de uma frente de luz. A Difração de Fraunhofer foi utilizada para o cálculo da propagação inversa e direta destes hologramas.

⁵Aqui a modulação de amplitude foi dita “indireta” porque não se empregou absorção da luz tal como acontece na modulação “direta” de amplitude realizada pelos filmes fotográficos.

⁶Para evitar redundâncias, fica subentendido que deste parágrafo em diante (neste capítulo) estaremos tratando de hologramas com Modulação Complexa Completa - *MCC*, caso ocorra outro tipo de modulação, citaremos de forma explícita no texto.

Para a codificação, as restrições envolvidas no plano do holograma consistiram em nove níveis de modulação de amplitude associadas a quatro níveis de modulação de fase.

A janela de reconstrução g_r teve a mesma largura de banda espacial (*SBW* - *Space Band Width*) do holograma, i.e. 1024×1024 pixels. Não foi permitida nenhuma liberdade de amplitude no plano de reconstrução, mas somente liberdade de fase, uma vez que desejava-se reconstruções de intensidade.

No plano do holograma foi permitida a liberdade de amplitude, o que propiciou a formação de uma imagem de reconstrução livre de ruídos do tipo *speckle* ao seu redor, chegando em alguns casos a apresentar valores de *SNR* iguais a $5.0 \cdot 10^3$, conforme veremos nos resultados apresentados pela Seção 4.5.

4.3 Cálculo do Holograma

Partindo dos objetos apresentados na figura abaixo,

Figura 21: Objetos utilizados como tema para nossos Hologramas de Fourier.

e aplicando o *IFTA*, realizamos o cálculo de cinco Hologramas de Fourier, dados por:

$$G_{kl} = |G_{kl}| \exp(j\phi_{kl}) \quad (4.1)$$

onde $1 \leq k, l \leq 128$, $0 \leq |G_{kl}| \leq 1$ e $\phi_{kl} = (0, \pi/2, \pi, 3\pi/2)$.

Os detalhes referentes ao processo de cálculo destes hologramas obtidos por intermédio de *IFTA* serão objeto desta seção. Neste caso, o ciclo iterativo da Figura 15 apresenta como restrições nove níveis de amplitude e quatro níveis de fase no plano do holograma conforme destacado na figura abaixo:

Figura 22: *IFTA* aplicado ao cálculo de Hologramas de Fourier em regime de Modulação Complexa Completa. No destaque temos as restrições (9 níveis de amplitude e 4 níveis de fase), impostas no plano do holograma durante o cálculo.

Devemos lembrar que a discussão a seguir é válida para **todos** os hologramas deste trabalho que foram calculados via *IFTA*. Para evitar repetições, mas sem

deixar de ilustrar nossa discussão, utilizaremos como exemplo geral as curvas obtidas nos cálculos do holograma que contém o desenho do peixe apresentado na Figura 21.

Conforme o esquema apresentado no Capítulo 3, o ciclo pode ser interrompido ou pelo número de iterações ou pela aplicação do critério de erro médio quadrático - e , cujo comportamento ao longo das iterações é mostrado pela curva apresentada abaixo:

Figura 23: Comportamento do fator de erro médio quadrático - e em 200 ciclos de *IFTA*, para o holograma contendo a figura do peixe $e = 1.0 \cdot 10^{-4}$ (escala monologarítmica).

Para nossos hologramas, o ciclo foi interrompido quando foram atingidas 100 iterações. Mas como ilustração apresentamos o gráfico do comportamento do parâmetro de erro médio quadrático em 200 iterações.

Observando a curva acima, vemos que no início dos ciclos ocorreu uma redução significativa no valor de e , o qual atingiu seu valor mínimo por volta da 40ª iteração. Esta redução se deve ao fato de que inicialmente existia um conjunto amplo⁷ de

⁷Devido à multiplicação por fase aleatória.

valores de fase e de amplitude, capazes de satisfazer as restrições da imagem no plano de reconstrução.

Na determinação da nova distribuição de fase fizemos com que os valores de fase inicialmente aleatórios convergissem para um dos quatro valores pré-determinados dados por: 0 , $\pi/2$, π ou $3\pi/2$ (Figura 24).

A Figura 24 resume as condições acima e mostra o processo de convergência do algoritmo para os Hologramas de Fourier:

Figura 24: Convergência do método iterativo para os quatro valores de fase pré-determinados.

A distribuição inicial de valores de amplitude estava contida no intervalo de 0 a 1 (Figura 24(a)). Para a obtenção do novo conjunto de valores de amplitude foi imposto que os valores $0 \leq \phi \leq 0.5$ convergissem para 0.5 e que os valores $-0.5 \leq \phi \leq 0$ convergissem para -0.5, sendo que os demais valores deveriam permanecer inalterados.

À medida que as iterações foram ocorrendo, o conjunto inicial de valores de fase foi diminuindo, pois cada um de seus elementos deveriam obrigatoriamente convergir para algum dos valores de fase e amplitude pré-estabelecidos (Figura 24(b) e (c)).

Este processo resulta no aumento do valor do erro médio quadrático que é representado pela região do gráfico compreendida entre a 40ª à 100ª iteração (Figura 23).

A estabilização da curva ocorreu no intervalo compreendido entre a 100^a e a 200^a iteração. (Lembrando que optamos por truncar o processo iterativo na 100^a iteração.)

Ao final das iterações, foram obtidas duas distribuições contendo 128×128 pixels: uma para os valores de fase e outra para os valores de amplitude, ambas apresentadas na Figura 25.

Figura 25: (a) Distribuição dos valores de amplitude. (b) Distribuição dos valores de fase em radianos (para o holograma contendo a figura do peixe).

4.4 Fabricação dos Hologramas de Fourier operando em regime de *MCC*

Para se fabricar os hologramas calculados foi utilizado o processo de fotolitografia, o qual emprega máscaras (fotolitográficas) que contém o padrão dado pelas distribuições de fase e de amplitude obtidas através dos cálculos (Figura 25). Como veremos adiante, estas informações (contidas nas máscaras) devem ser transferidas para o material de gravação, e assim o holograma será produzido.

A relação entre os níveis de fase n_f desejados e o número de máscaras n_m necessárias para gerá-los é dada por:

$$n_f = 2^{n_m} \quad (4.2)$$

Desta forma, para se gerar os quatro níveis de fase ($n_f = 4$) utilizados nos Hologramas de Fourier foram necessárias duas máscaras fotolitográficas ($n_m = 2$). Para este trabalho as máscaras foram confeccionadas em vidro e cromo pelo CenPRA⁸ em Campinas - SP.

Neste processo, as informações contidas nas máscaras são transferidas por fotolitografia para uma camada de fotorresiste depositado sobre o material de gravação. Esta camada de fotorresiste fotolitografada serve para orientar a corrosão do meio de gravação e assim realizar a implementação física do holograma calculado.

A modulação de fase foi obtida através da gravação de um micro-relevo com diferentes espessuras em um filme transparente depositado sobre um substrato óptico de alta qualidade (vidro) (Cirino[34]). Este micro-relevo se constituiu de quatro espessuras diferentes (Figura 26), resultantes da sobreposição dos dois perfis, que modulam a fase (nos valores 0 e $\pi/2$ e 0 e π) gerados por suas respectivas máscaras fotolitográficas. Cada um destes perfis foi fabricado em um filme de diamante através de corrosão a plasma (Cardona et al.[54]).

Figura 26: Perfil gerado pela sobreposição dos níveis de fase 0 , $\pi/2$ e π .
Nota-se a existência de 4 níveis de fase esculpidos no filme *DLC*.

⁸Antigo "CTP".

O valor de fase de cada pixel, correspondia à uma determinada espessura do micro-relevo (Cirino[34]), este fato merece ser destacado, pois conforme veremos, para os hologramas do Capítulo 5, os valores de fase serão dados pela combinação de duas espessuras diferentes no interior de cada pixel⁹.

O micro-relevo foi gravado sobre um filme de diamante (*DLC-Diamond Like Carbon Film*) depositado sobre um substrato (lâmina circular de vidro com 3" de diâmetro) de alta transparência e com índice de refração n igual a 1.5 (Cirino[34]).

Para esta aplicação, o filme onde foram gravadas as diferentes espessuras deveria ter as seguintes características: boa transparência no comprimento de onda de trabalho, uniformidade do índice de refração e da espessura da película. Exigia-se ainda que, apresentasse uma adesão satisfatória sobre o substrato, tivesse resistência mecânica e estabilidade, e fosse compatível com as técnicas de fabricação de circuitos integrados (Cirino [34]).

Todas estas exigências motivaram a pesquisa a cerca de um filme de carbono amorfo, sendo o denominado *DLC - Diamond Like Carbon Film*, o filme que reuniu todas estas qualidades (Mansano et al.[55] e Cirino et al.[56]). Ressalta-se ainda o fato de que até este trabalho não haviam referências na literatura de semelhante aplicação envolvendo este tipo de filme¹⁰ (Cirino[34]).

Para a modulação de amplitude, fabricou-se ainda, uma terceira máscara fotolitográfica a partir da distribuição de amplitude obtida (Figura 27), com aberturas proporcionais a $|G_{kl}|$ sobre a área de cada pixel¹¹.

⁹Para maiores detalhes sobre o processo de fabricação consulte o Apêndice E.

¹⁰O adequamento deste filme para as finalidades deste trabalho foi parte de uma tese de doutorado de um dos membros de nosso grupo e gerou outro processo de patente (Consulte Apêndice F).

¹¹Esta máscara também foi confeccionada em cromo e vidro pelo CenPRA - Campinas.

Cada valor de $|G_{kl}|$ ($0 \leq |G_{kl}| \leq 1$) foi codificado em uma célula contendo uma matriz de 8×8 sub-pixels, que controlam localmente a passagem da luz de acordo com o valor de amplitude correspondente ao pixel.

Figura 27: Máscara contendo a distribuição de valores de amplitude $|G_{kl}|$, ($0 \leq |G_{kl}| \leq 1$) a ser posicionada sobre cada pixel já contendo a informação de fase.

Na fabricação dos hologramas, as informações contidas nas distribuições de fase e de amplitude (ambas com 128×128 *pixels*) foram repetidas oito vezes na vertical e oito vezes na horizontal produzindo a dimensão final do holograma dada por 1024×1024 *pixels*. Este procedimento foi realizado com a finalidade de reduzir a quantidade de ruídos do tipo *speckle*¹² na reconstrução da imagem (Wyrowisky[57]).

A figura a seguir mostra os padrões contidos nas máscaras fotolitográficas (contendo 1024×1024 *pixels*), obtidos a partir das distribuições de fase e de amplitude resultantes do processo iterativo:

¹²Lembrando que este ruído aparece devido à multiplicação por uma distribuição de fase randômica no início do método iterativo.

Figura 28: Padrões de fase e de amplitude contidos nas máscaras fotolitográficas.

O primeiro passo do processo de fabricação dos hologramas constituiu-se na deposição de uma camada de *DLC* sobre o substrato de vidro. Sobre este filme foi colocada uma camada de fotorresiste e realizou-se a fotolitografia utilizando-se a máscara fotolitográfica que modula a fase $\pi/2$. Assim o filme *DLC* apresentou regiões

protegidas por fotorresiste e outras expostas, que foram corroídas pelo primeiro processo de corrosão a plasma¹³ (*plasma etching*) (Neto et al.[58]).

O resiste não corroído foi removido e nova camada de fotorresiste foi depositada. Foi realizado um novo processo de fotolitografia, empregando agora a máscara fotolitográfica que gera a fase π e a segunda etapa do processo de corrosão a plasma do filme de *DLC* (Neto et al.[58]).

Através da sobreposição dos efeitos dos relevos $0 - \pi$ e $0 - \pi/2$, obtivemos o perfil, apresentado na Figura 26, necessário para modular os quatro níveis de fase desejados.

Após estas duas etapas de corrosão a plasma, o fotorresiste não corroído foi removido, e na sequência foi depositada por evaporação térmica uma camada de alumínio sobre todo o perfil de fase. Em seguida foi depositada uma nova camada de fotorresiste que sofreu fotolitografia, empregando-se desta vez a máscara que modula a amplitude (Cirino[34]).

Através de corrosão úmida, removeu-se pequenas porções da camada de alumínio sobre a área de cada pixel, o que resultou na criação de uma estrutura com a propriedade de realizar a modulação de amplitude.

Estas pequenas aberturas (ou janelas) descritas na Figura 27 apresentam dimensões proporcionais à amplitude $a(x', y')$ e atuam como um diafragma controlando a transmissão da luz conforme o desejado.

Combinando-se os efeitos produzidos pelas diferentes espessuras esculpidas em *DLC*¹⁴ com os efeitos produzidos pelas aberturas sobre os pixels, obtivemos final-

¹³Desenvolvido no laboratório do LSI-POLI-USP.

¹⁴Para a caracterização do *DLC* utilizado neste trabalho consulte o Apêndice E, onde se pode encontrar os resultados da avaliação realizada através de medidas de rugosidade que constaram a excelente qualidade óptica das superfícies dos dispositivos produzidos por *DLC*.

mente, um meio físico capaz de realizar a Modulação Complexa Completa de um feixe de luz.

Esta sequência de passos necessários para a fabricação¹⁵ dos hologramas com *MCC* é mostrada na Figura 29:

Figura 29: Etapas do processo de fabricação dos hologramas operando em regime de Modulação Complexa Completa (Cirino[34], Neto et al.[59]).

É importante ressaltar que o método desenvolvido para realizar a modulação de amplitude de todos os hologramas deste trabalho não emprega absorção, já que o filme de alumínio reflete a fração de luz não utilizada na formação da imagem de reconstrução para fora do dispositivo (Figura 30) vindo inibir a formação de ruído do tipo *speckle*.

¹⁵Maiores detalhes podem ser encontrados no Apêndice E.

Figura 30: Detalhe mostrando os pixels que realizam a Modulação Complexa Completa (*MCC*). Pode-se observar a luz excedente sendo refletida, para fora do plano de reconstrução, pela camada de alumínio (Cirino[34]).

De acordo com o processo acima fabricamos onze hologramas de três tipos diferentes¹⁶. Cinco destes onze foram Hologramas de Fourier em regime de *MCC*, os seis restantes serão apresentados no Capítulo 5, sendo três Hologramas de Fresnel em regime de *MCC* e três Hologramas de Fresnel em regime de modulação de fase.

A figura abaixo apresenta a lâmina de vidro contendo os hologramas fabricados em *DLC* e filme de alumínio:

¹⁶Cada tipo de holograma foi fabricado com seu respectivo conjunto de máscaras fotoligráficas.

Figura 31: (A) Fotografia da lâmina de vidro contendo os 11 hologramas fabricados. A área de cada holograma é igual a $1024 \times 1024 \mu m^2$. Os Hologramas de Fourier operando em regime de *MCC* estão apontados pelas setas brancas. Nas colunas designadas por (1) e (2) estão respectivamente os Hologramas de Fresnel com modulação de fase e os Hologramas de Fresnel operando em regime de *MCC* a serem apresentados no Capítulo 5. (B) Micrografia *SEM*¹⁷ apresentando detalhes das células de $40 \times 40 \mu m^2$ que formam o holograma (Cirino[34]).

Os resultados de reconstrução (numérica e óptica) das imagens produzidas pelos Hologramas de Fourier serão apresentados na próxima seção.

¹⁷ *SEM* - Scanning Electron Microscopy

Comparando-se as figuras de reconstrução numérica das imagens produzidas pelos Hologramas de Fourier da Figura 32 com a imagem de reconstrução numérica da “letra A” apresentada na Figura 17, é possível notar, nas primeiras, a total ausência de ruído do tipo *speckle* ao redor das imagens de reconstrução, resultado da introdução da liberdade de amplitude no plano do holograma e da reflexão da parcela de luz não empregada na reconstrução da imagem para fora do holograma.

Abaixo podemos observar a curva para os valores de eficiência difrativa ao longo do ciclo de iterações no cálculo do holograma contendo a figura do peixe (curvas semelhantes foram obtidas para os demais hologramas, novamente apresentamos somente uma delas a fim de ilustração). Observe que após a 100^a iteração (ponto de interrupção do ciclo) temos $\eta = 47.9\%$ para o holograma em questão:

Figura 33: Gráfico do Número de Iterações $\times$ Eficiência difrativa - η , para o holograma contendo a figura do peixe (escala monologarítmica).

A qualidade destes hologramas, foi medida através da relação sinal-ruído (*SNR* - equação (3.21)), a qual compara a reconstrução numérica final g_{mn} , com a reconstrução desejada f_{mn} .

Para o Holograma de Fourier contendo a figura do peixe obteve-se $SNR = 2.2 \times 10^3$, conforme mostra o gráfico a seguir:

Figura 34: Gráfico do Número de Iterações $\times$ *SNR*, para o holograma contendo a figura do peixe (escala monologarítmica).

Finalmente na Tabela II podemos ver reunidos os resultados obtidos para os Hologramas de Fourier calculados neste trabalho:

	peixe	borboleta	águia	FAPESP	USP
Eficiência difrativa η	47.9%	63.9%	49.8%	34.7%	39.8%
Relação sinal-ruído SNR	$2.2 \cdot 10^3$	$5.0 \cdot 10^3$	$1.35 \cdot 10^3$	$2.2 \cdot 10^2$	$2.0 \cdot 10^2$
Erro médio quadrático e	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-5}$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$3.8 \cdot 10^{-4}$	$2.7 \cdot 10^{-4}$

Tabela II: Valores de η , SNR e e obtidos para os Hologramas de Fourier operando em regime de *MCC*.

Dependendo do padrão do objeto $|f_{mn}|$, é possível atingir-se diferentes valores de erro médio quadrático, eficiência de difração e relação sinal-ruído para um mesmo número de iterações.

Como a “borboleta” e a “águia” são imagens em níveis de cinza, sua energia luminosa está distribuída sobre quase todo o plano de reconstrução, o que possibilita a obtenção de valores menores de erro médio quadrático, e conseqüentemente, maiores valores de eficiência de difração e relação sinal-ruído.

Já a imagem do “peixe”, e dos logotipos “USP” e “Fapesp” são binárias (dois níveis de amplitude), tendo sua energia luminosa distribuída sobre regiões restritas do plano de reconstrução. Esta característica impossibilita a obtenção de valores menores para o erro médio quadrático - e , o que (principalmente no caso dos logotipos) resulta em valores menores para a eficiência de difração η e para relação sinal-ruído (SNR) se comparados com os obtidos para a “águia” e para a “borboleta”.

4.5.1 Reconstrução óptica das imagens

Abaixo apresentamos o esquema do arranjo experimental montado no laboratório de óptica do Departamento de Telecomunicações da Escola de Engenharia da USP de São Carlos, para a produção da reconstrução óptica das imagens produzidas pelos Hologramas de Fourier:

Figura 35: Arranjo experimental para a produção das reconstruções ópticas das imagens produzidas pelos Hologramas de Fourier (figura baseada em Cirino[34]).

Na figura a seguir são comparados os objetos originais e suas respectivas imagens produzidas (reconstruções ópticas e numéricas).

Figura 36: Comparação entre os objetos originais (coluna (a)) com suas respectivas imagens de reconstrução produzidas por Hologramas de Fourier em regime de Modulação Complexa Completa *MCC*. Coluna (b): Reconstruções numéricas; Coluna (c): Reconstruções ópticas.

4. *IFTA* Aplicado ao Cálculo de Hogramas de Fourier em Regime de Modulação Complexa Completa (*MCC*) 67

A Tabela III reúne as principais características dos Hogramas de Fourier operando em regime de Modulação Complexa Completa calculados neste trabalho:

Denominação	Hograma de Fourier operando em Regime de Modulação Complexa Completa (<i>MCC</i>)
Método de Cálculo	Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (<i>IFTA</i>)
Número total de pixels	1024×1024
Dimensão de um sub-pixel	$5.0 \times 5.0 \mu m^2$
Dimensão de uma matriz de 8×8 subpixels	$40 \times 40 \mu m^2$
Dimensão do hograma	$\sim 1.0 \times 1.0 cm^2$
Número de níveis de fase	4
Número de níveis de amplitude	9
Processos utilizados na fabricação	<i>Sputtering</i> reativo por magnetron; Litografia óptica; Corrosão a plasma; Evaporação térmica de alumínio; Corrosão úmida
Número de iterações	100

Tabela III: Informações técnicas sobre os Hogramas de Fourier operando em regime de Modulação Complexa Completa calculados por *IFTA*.

4.6 Conclusões

Através do uso do Algoritmo Iterativo da Transformada de Fourier (*IFTA*) foram calculados e implementados fisicamente uma série de Hologramas de Fourier operando em regime de Modulação Complexa Completa (*MCC*).

Como restrições ao cálculo, foram impostos nove níveis de modulação de amplitude e quatro níveis de modulação de fase no plano do holograma e reconstrução em intensidade no plano de reconstrução.

A implementação da modulação de fase se deu através de um perfil dotado de diferentes espessuras, onde cada espessura correspondia a um determinado valor de fase e se localizava exatamente sobre o pixel com o mesmo valor correspondente.

Já a implementação da modulação de amplitude se deu através de aberturas executadas em uma camada de alumínio depositada sobre o perfil modulador de fase. Estas aberturas foram proporcionais ao valor de amplitude na região de cada *pixel*.

Na implementação foram empregados os seguintes métodos disponíveis no LSI-POLI USP: *sputtering* por magnetron reativo, litografia óptica, corrosão a plasma, evaporação térmica de alumínio e corrosão úmida.

O método de fabricação apresentado é totalmente reprodutível. As imagens de reconstrução numérica apresentaram bons parâmetros de avaliação: os valores de *SNR* estiveram em torno de 10^3 e os valores de eficiência difrativa ao redor de 50% para as imagens em níveis de cinza, juntamente com baixo erro médio quadrático (em torno de 10^{-4}).

Os resultados obtidos foram satisfatórios uma vez que as imagens de reconstrução numérica e óptica ficaram livres de ruído do tipo *speckle* ao seu redor.

Capítulo 5

Hologramas de Fresnel Operando em Regime de Modulação Complexa Completa

Neste capítulo apresentaremos Hologramas de Fresnel em regime de *MCC*, cujo cálculo da propagação inversa foi obtido por Filtragem Linear Espacial através da solução da Equação de Helmholtz¹ no domínio da frequência. Utilizando-se estas técnicas foi possível se obter elementos ópticos com 100% de eficiência na filtragem e na modulação espacial de frentes de luz.

Veremos que para os Hologramas de Fresnel, a modulação de amplitude também foi obtida através de aberturas que controlam a passagem da luz realizadas em um filme de alumínio mas, diferentemente dos Hologramas de Fourier, a modulação de fase se deu através da combinação de dois níveis diferentes de fase no interior de cada pixel, sendo empregados os mesmos materiais e a mesma seqüência de etapas de fabricação apresentados no Capítulo 4.

Estes novos hologramas encerram um grande potencial para aplicações que necessitem de frentes de luz moduladas em campo próximo (Neto[19]), como por exemplo as máscaras de proximidade para impressão de alta resolução para processos

¹Apêndice C.

de fabricação em microeletrônica (Wyrowski[20]). Outra possível aplicação reside na correção das aberrações ópticas das imagens produzidas por telescópios, através do emprego de pré-processamento óptico e pós-processamento digital. Esta nova abordagem permite a fabricação de sistemas ópticos a menores custos (Tucker et al.[21], Dowski et. al.[22]).

5.1 Implementação da Modulação Complexa Completa em um Holograma de Fresnel

Um holograma operando em regime de *MCC* apresenta muita flexibilidade em seu projeto, pois sempre existe pelo menos uma solução ao problema da propagação inversa da luz (Seção 2.4).

Nenhuma liberdade adicional ou método iterativo foi necessário ao projeto deste tipo de hologramas. Utilizando-se a *MCC*, o tempo de cálculo foi reduzido em duas ordens de grandeza em relação aos hologramas operando em regime de fase e/ou de amplitude produzidos através de método iterativo.

A distribuição resultante da propagação inversa da luz $f(x', y')$ pode ser diretamente representada pela distribuição $g(x', y')$ do holograma. Desta maneira, $g(x', y') = \beta f(x', y') = a(x', y') \exp[j(x', y')]$, onde $0 \leq a(x', y') \leq 1$, $0 \leq (x', y') \leq 2\pi$, e β é um fator de escala real utilizado para normalizar a máxima amplitude de $|f(x', y')|$ para 1. Veremos a seguir como a distribuição $f(x', y')$ foi obtida através do Cálculo da Propagação da Luz por Filtragem Espacial.

5.1.1 Cálculo da Propagação da Luz por Filtragem Espacial

Nos cálculos dos Hologramas de Fresnel, a propagação da luz foi tratada como uma “filtragem linear espacial” descrita em Goodman[16] e obtida através da solução da Equação de Helmholtz no domínio da frequência.

Os cálculos a seguir tratam do caso geral que envolve a propagação da luz através da Transformada de Fourier (*TF*); o mesmo tratamento pode ser desenvolvido uti-

lizando outro tipo de transformada, conforme está apresentado no Apêndice D, onde os mesmos cálculos empregam a Transformada Cosseno (TC).

Consideremos o plano do holograma e o plano de reconstrução estando situados respectivamente, nas coordenadas $z = 0$ e $z = d$, onde d é a distância de propagação entre o holograma e o plano que contém sua reconstrução óptica.

O objetivo destes cálculos é obter a distribuição complexa $f(x', y')$, resultante da propagação inversa da luz da distribuição $f(x, y)$ ao longo da distância d .

Assim em $z = 0$, temos a distribuição $f(x, y, 0)$ e em $z = d$ temos $f(x, y, d)$.

Vamos agora descrever $f(x, y, 0)$ e $f(x, y, d)$ usando a notação (x', y') e (x, y) :

$$f(x, y, 0) = \beta f(x', y') \quad (5.1)$$

e

$$f(x, y, d) = \alpha f(x, y) \quad (5.2)$$

onde β é um fator de escala real utilizado para normalizar a máxima amplitude de $|f(x', y')|$ a 1 e α é um fator de escala real e positivo, dado por $0 \leq \alpha \leq 1$.

No plano do holograma, a distribuição $f(x', y')$ é representada por $g(x', y')$ ²:

$$f(x, y, 0) = \beta f(x', y') = g(x', y') \quad (5.3)$$

sendo β o fator de escala que acabamos de definir. Nosso intuito é determinar a distribuição $g(x', y')$ que reproduza o mais fielmente possível a reconstrução $g(x, y)$

Na forma complexa, a equação (5.3) é escrita como

$$g(x', y') = a(x', y') \exp(j\varphi(x', y')) \quad (5.4)$$

²Veja Figura 13(b).

sendo $0 \leq a(x', y') \leq 1$, $0 \leq \varphi(x', y') \leq 2\pi$.

No plano de reconstrução, a distribuição $f(x, y, d)$ foi representada por $g(x, y)$:

$$f(x, y, d) = \alpha f(x, y) = g(x, y) \quad (5.5)$$

onde α é o fator de escala real e positivo definido anteriormente.

Vamos reservar as equações (5.3) e (5.4) para usar mais adiante. Agora vamos nos ocupar das relações (5.1) e (5.2).

Conforme o raciocínio apresentado por Goodman em [16], a Transformada de Fourier bidimensional (TF) da distribuição $f(x, y, 0)$ no plano (x, y) é dada por:

$$TF(f(x, y, 0)) = F(u, v, 0) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, 0) \exp[-j2\pi(ux + vy)] \, dx dy \quad (5.6)$$

sendo u e v as coordenadas no plano de frequência. Por sua vez, a TF da distribuição $f(x, y, z)$ no plano (x, y) à uma distância arbitrária z , é definida como:

$$TF(f(x, y, z)) = F(u, v, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) \exp[-j2\pi(ux + vy)] \, dx dy \quad (5.7)$$

Estamos interessados nos efeitos da propagação da luz, que poderão ser equacionados, se for encontrada a relação entre $F(u, v, 0)$ e $F(u, v, z)$.

Para se encontrar esta relação, devemos lembrar que $f(x, y, z)$ também pode ser escrita como sendo a Transformada de Fourier inversa (TF^{-1}) de $F(u, v, z)$:

$$f(x, y, z) = (TF^{-1}(F(u, v, z))) = \iint_{-\infty}^{+\infty} F(u, v, z) \exp[j2\pi(ux + vy)] \, du dv \quad (5.8)$$

sendo que $f(x, y, z)$ deve satisfazer a Equação de Helmholtz apresentada abaixo:

$$(\nabla^2 f(x, y, z) + k^2 f(x, y, z)) = 0 \quad (5.9)$$

onde ∇^2 é o operador laplaciano e k é denominado “número de onda” (definido como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$).

Tomando $f(x, y, z)$ na forma apresentada em (5.8) e substituindo na equação acima, temos:

$$\nabla^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} F(u, v, z) \exp [j2\pi (ux + vy)] dudv + k^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} F(u, v, z) \exp [j2\pi (ux + vy)] dudv = 0 \quad (5.10)$$

Da equação (5.10) depreende-se que $F(u, v, z)$ deva satisfazer a seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} F(u, v, z) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 [1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2] F(u, v, z) = 0 \quad (5.11)$$

que por sua vez tem a seguinte solução elementar:

$$F(u, v, z) = F(u, v, 0) \exp(j \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) z \sqrt{[1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2]}). \quad (5.12)$$

Isolando $F(u, v, 0)$ em (5.12) obtemos a seguinte relação:

$$F(u, v, 0) = \frac{F(u, v, z)}{\exp(j \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) z \sqrt{[1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2]})} \quad (5.13)$$

Ao aplicarmos FT e FT^{-1} em (5.13), chegamos na distribuição resultante da propagação inversa da luz³ à distância $z = d$:

$$f(x, y, 0) = FT^{-1} \left\{ \frac{FT [f(x, y, d)]}{\exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} d \sqrt{[1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2]} \right]} \right\} \quad (5.14)$$

Este raciocínio nos mostra que através do processo de Filtragem Espacial Linear (Goodman[16]), é possível se obter a distribuição complexa $f(x, y, 0)$, a partir da distribuição $f(x, y, d)$.

³Figuras 11 e 13(b).

Finalmente, voltando à equação (5.3), temos que a distribuição luminosa $g(x', y')$ a ser gerada no holograma é representada na relação abaixo (onde $f(x, y, 0)$ foi normalizada):

$$g(x', y') = \beta f(x, y, 0) \quad (5.15)$$

com $\beta = \left(\frac{1}{\max[f(x, y, 0)]} \right)$ (onde $\max[f(x, y, 0)]$ é a representação para o valor máximo da distribuição $|f(x, y, 0)|$).

A distribuição $g(x', y')$ que compõe o Holograma de Fresnel⁴ também pode ser escrita na forma complexa como:

$$g(x', y') = \beta f(x, y, 0) = a(x', y') \exp[j\varphi(x', y')] \quad (5.16)$$

com $0 \leq a(x', y') \leq 1$ e $0 \leq \varphi(x', y') \leq 2\pi$.

Finalmente, se o holograma dado por $g(x', y')$ for iluminado por uma onda plana monocromática uniforme e coerente de amplitude $A = 1$, teremos $1 \times g(x', y') = g(x', y')$ que propagada ao longo de d resulta na formação da imagem de reconstrução óptica⁵ localizada no plano de reconstrução.

5.2 Projeto dos Hologramas de Fresnel em regime de *MCC*

Foram calculados três Hologramas de Fresnel usando como tema os objetos apresentados na figura abaixo:

⁴Novamente fica subentendido que deste parágrafo em diante (neste capítulo) estaremos tratando de hologramas com Modulação Complexa Completa - *MCC*. Caso ocorra outro tipo de modulação seremos explícitos no texto.

⁵Dada pela distribuição $g(x, y)$.

Figura 37: Objetos utilizados como tema para nossos Hologramas de Fresnel em regime de *MCC*.

Para o cálculo destes hologramas consideramos que a reconstrução desejada fosse a distribuição real $|f(x, y, 0)|$:

$$f(x, y, 0) = |f(x, y, 0)| \exp(0) = |f(x, y, 0)| \quad (5.17)$$

formada na distância de reconstrução $d = 1,20m$.

Na implementação física destes hologramas foram utilizadas as informações contidas na distribuição de fase $\varphi(x', y')$ (com $0 \leq \varphi(x', y') \leq 2\pi$) e na distribuição de amplitude $a(x', y')$ (com $0 \leq a(x', y') \leq 1$).

Tanto nos Hologramas de Fourier apresentados no Capítulo 4, quanto nos Hologramas de Fresnel utilizamos quatro níveis diferentes de fase⁶. Nos primeiros, cada

⁶ $0, \frac{\pi}{2}, \pi$ e $\frac{3\pi}{2}$.

valor de fase correspondia diretamente a uma espessura bem determinada localizada em cada pixel. Nos Hologramas de Fresnel, cada valor de fase foi obtido através da combinação de dois dos quatro níveis de fase em proporções variáveis no interior de cada célula.

Assim para se varrer os ângulos pertencentes ao primeiro quadrante do plano complexo, foram combinados os valores 0 e $\pi/2$. Respectivamente para os 2º, 3º e 4º quadrantes foi usada a combinação entre : $\pi/2$ e π ; π e $3\pi/2$ e finalmente entre $3\pi/2$ e 0.

A idéia utilizada para a modulação de amplitude foi a mesma empregada nos Hologramas de Fourier, i.e. a estrutura de modulação de amplitude foi constituída de aberturas realizadas em um filme de alumínio depositado sobre a estrutura moduladora de fase. A área de cada uma destas aberturas era proporcional a amplitude da luz de cada célula do holograma.

A Figura 38⁷ ilustra o método que acabamos de expor para intervalo $0 \leq \varphi_c \leq \pi/2$, e apresenta a geometria das células quadradas $X \times Y$ que formaram nossos Hologramas de Fresnel:

⁷Figura retirada de Cirino[34].

Figura 38: Estrutura de codificação para um Holograma de Fresnel em regime de *MCC*: (A) Célula projetada para modulação de fase; (B) Célula projetada para modulação de amplitude; (C) Estrutura responsável pela *MCC* formada pela célula descrita em (B) sobreposta à célula descrita em (A).

Em (A) é mostrada a estrutura de uma célula que aproxima a modulação de fase no intervalo de 0 a $\pi/2$.

Os valores contínuos de fase de $\varphi_c(x', y')$ distribuídos entre 0 e $\pi/2$ são aproximados por variações nas proporções das áreas das regiões que modulam a fase 0 e $\pi/2$. Essas variações, por sua vez, introduziram uma variação contínua da fase entre 0 e $\pi/2$ no plano de reconstrução.

Em (B) é apresentada a estrutura de uma janela criada sobre cada célula que modula a fase, responsável por modular continuamente, entre 0 e 1, a amplitude da luz incidente.

Finalmente em (C) temos uma célula com *MCC*, i.e. sua estrutura modula a fase no intervalo de 0 a $\pi/2$ e a amplitude no intervalo entre 0 e 1.

Embora este procedimento possibilite varrer todo o plano complexo, o número total de níveis de fase e de amplitude estão vinculados às dimensões das matrizes que compõem os pixels. Por sua vez, as dimensões das matrizes e de seus pixels e sub-pixels estão relacionadas às limitações de caráter laboratorial. Em nosso caso optamos por construir hologramas com 256×256 células, onde as dimensões X e Y de cada célula foram iguais a $40 \times 40 \mu m^2$.

Cada uma destas células foi constituída por uma matriz quadrada contendo 8×8 sub-células (ou sub-pixels), com dimensões iguais a $5 \times 5 \mu m^2$. Assim a área S para cada holograma foi igual a $10.24 \times 10.24 mm^2$ (ou 2048×2048 sub-células).

Por termos utilizado matrizes de dimensão 8×8 , obtivemos 32 níveis de fase e 9 níveis de amplitude. Naturalmente, se aumentarmos a dimensão das matrizes que compõem os pixels teremos disponíveis mais valores de fase e de amplitude.

5.3 Modelo Teórico para um Pixel com *MCC* - Caso Geral

Vamos estudar o funcionamento das estruturas de modulação apresentadas na codificação do primeiro quadrante do círculo complexo. Para esta finalidade usamos a nomenclatura apresentada na figura abaixo⁸:

⁸Os demais quadrantes são idênticos ao primeiro, com as devidas mudanças para os valores de fase ϕ_1 e ϕ_2 .

Pixel para
modulação
de fase:

Legenda:

$\Delta y, \Delta y_a$: dimensão vertical

$\Delta x, \Delta x_a$: dimensão horizontal

ϕ_1 : componente 1 da fase

ϕ_2 : componente 2 da fase

$\delta\phi$: dimensão da região
de modulação da
componente 2

Pixel para
modulação
de amplitude:

Δw : dimensão da janela de
transmissão da luz

Figura 39: Esquema das estruturas de modulação de fase e de amplitude para um pixel operando em regime de *MCC*.

Para o intervalo de fases compreendido entre 0 e $\frac{\pi}{2}$, a diferença dada por $\Delta y - \delta\phi$ controla a dimensão da região contendo a componente de fase $\phi_1 = 0$ e a variável $\delta\phi$ controla a dimensão da região contendo a componente de fase $\phi_2 = \frac{\pi}{2}$.

Usando a nomenclatura apresentada na Figura 39 podemos descrever matematicamente um pixel ($p(x, y)$) operando em regime de *MCC*:

$$p(x, y) = A \left[\frac{1}{\Delta x_a} \right] \overbrace{\text{rect} \left(\frac{y}{\Delta y_a} \right) \text{rect} \left(\frac{x}{\Delta w} \right)}^{\text{modulação de amplitude}} \times \quad (5.18)$$

$$\overbrace{\left[e^{j\phi_1} \text{rect} \left(\frac{y + \frac{\delta\phi}{2}}{\Delta y - \delta\phi} \right) + e^{j\phi_2} \text{rect} \left(\frac{y - \frac{\Delta y + \delta\phi}{2}}{\delta\phi} \right) \right]}^{\text{modulação de fase}}$$

onde A representa a amplitude da luz incidente e “ $\text{rect}()$ ” é a denominada “função retângulo” (Goodman[16]) definida como:

$$\text{rect}(a) = \begin{cases} 1 & \text{se } -1 \leq a \leq 1 \\ 1/2 & \text{se } a = 1 \text{ ou } a = -1 \\ 0 & \text{se } a > 1 \text{ ou } a < -1 \end{cases} \quad (5.19)$$

Conforme $\delta\phi$ se desloca ao longo de Δy , as dimensões das regiões que contém as componentes ϕ_1 e ϕ_2 variam e desta forma conseguem produzir os diferentes fasores, que ao serem combinados geram todos os níveis de fase entre 0 e $\frac{\pi}{2}$.

A largura da fendas Δw , executadas sobre cada pixel no filme de alumínio percorre o intervalo de 0 a Δx , e é responsável pela modulação da componente de amplitude da luz.

Para estudar o comportamento da modulação de amplitude, vamos fazer com que um feixe de luz monocromática e coerente, com amplitude $A = 1$ incida sobre as “janelas” que modulam a amplitude.

Assim podemos encontrar a relação entre a amplitude transmitida e Δw para todas as fases do intervalo compreendido de 0 a 2π . Este comportamento pode ser verificado no gráfico abaixo conhecido como “Tabela de Codificação para os Valores de Amplitude”:

Figura 40: Tabela de Codificação para os valores de amplitude pertencentes ao primeiro quadrante do plano complexo (os demais quadrantes apresentam o mesmo comportamento).

Observando a figura acima, vemos que todos os valores de Δw conseguem modular a componente de amplitude da mesma forma, permitindo que todos os valores de amplitude contidos no intervalo de 0 a 1, estejam disponíveis para todos os valores de fase.

Podemos observar as relações entre as os ângulos de fase F e os valores de amplitude máxima transmitida A e a variável $\delta\phi$ no gráfico abaixo⁹:

⁹ Conhecido como “Tabela de Codificação para os Valores de Fase”.

Figura 41: Tabela de codificação para os ângulos de fase pertencentes ao primeiro quadrante do plano complexo. Podemos notar a variação dos valores de amplitude máxima transmitida A , ao longo do eixo que representa os ângulos de fase F . (Os demais quadrantes apresentam o mesmo comportamento).

Observando a Figura 41, vemos que somente os ângulos de fase 0 e $\pi/2$ conseguem obter amplitudes máximas transmitidas iguais a 1. Se partirmos dos pontos 0 e $\pi/2$ e caminhamos em direção ao valor de fase $\pi/4$, podemos notar uma diminuição dos valores de amplitude até atingir o mínimo igual a 0,71 no ponto $\pi/4$.

Este comportamento revela a presença de uma modulação indesejada de amplitude acoplada à modulação de fase. Pois desejávamos que A fosse igual a 1 em todos os valores de fase. Assim, foi necessário corrigi-la a fim de que a codificação empregada se mantivesse fiel à informação original, pois era necessário que todos os ângulos de fase percorressem o mesmo intervalo de amplitudes.

Esta correção consistiu na divisão de todos os valores de amplitude transmitida pelo menor valor dado por 0,71, os resultados desta divisão maiores que 1 foram ajustados para serem iguais a 1 conforme mostra a Figura 42 a seguir:

Figura 42: Tabela de codificação para os ângulos de fase pertencentes ao intervalo de 0 a $\pi/2$ cuja modulação indesejada de amplitude foi corrigida.

Após efetuarmos esta correção pudemos dar prosseguimento ao trabalho, passando para as etapas de simulação numérica, fabricação do dispositivo e finalmente à reconstrução óptica das imagens por ele produzidas.

5.4 Implementação Numérica: As células $X \times Y$ são matrizes de dimensão 8×8

Neste trabalho utilizamos *pixels* (ou células) formados por matrizes de dimensão 8×8 , fazendo com que as estruturas apresentadas na Figura 38 tenham o seguinte aspecto:

Figura 43: Estruturas modificadoras para o Holograma de Fresnel em regime de *MCC* para o intervalo de ângulos de fase de 0 a $\pi/2$ utilizando células formadas por matrizes 8×8 . (a) Célula responsável pela modulação de fase, (b) Célula responsável pela modulação de amplitude e (c) Combinação de (a) e (b) para a criação de um meio físico apto a realizar a Modulação Complexa Completa.

Para compor os diversos fasores, usamos respectivamente as componentes: 0 e $\pi/2$ para varrer o primeiro quadrante do plano complexo; $\pi/2$ e π para o segundo, π e $3\pi/2$ para o terceiro e, finalmente, $3\pi/2$ e 0 para o quarto quadrante.

Como utilizamos matrizes com dimensão 8×8 (Figura 43), obtivemos 8 valores de fase em cada quadrante, totalizando 32 níveis de fase. Pelo mesmo motivo,

obtivemos 9 níveis de amplitude, que combinados aos valores de fase, resultaram em um meio físico com a propriedade de realizar a Modulação Complexa Completa.

No caso particular envolvendo células compostas por matrizes 8×8 , a variável $\delta\phi$ (apresentada na Figura 36) varreu o intervalo de 0 a $\frac{\pi}{2}$, variando em frações proporcionais a $\Delta y/8$, correspondentes às linhas da matriz localizadas dentro de cada pixel e Δw variou em frações proporcionais a $\Delta x_a/8$, correspondentes às colunas da matriz que forma cada pixel.

5.5 Fabricação dos Hologramas de Fresnel em Regime de *MCC*:

Conforme vimos na Seção 5.2, o projeto dos Hologramas de Fresnel permite que todo o plano complexo possa estar contido no elemento óptico. Para se implementar a distribuição de fase contínua $\phi(x', y')$ poderíamos utilizar processos de litografia por feixe de elétrons ou por processos de ablação a laser, de forma a gerar uma variação contínua na espessura $e(x', y')$ de um substrato óptico com índice de refração n , conforme descreve a equação abaixo:

$$e(x', y') = \frac{\lambda}{2\pi(n-1)} \phi(x', y') \quad (5.20)$$

Mas, por levarmos em consideração o alto custo envolvido, além do tempo necessário, para que um processo produza perfis de fase contínuos, foi que propomos a aproximação de todo o plano complexo através da combinação de dois fasores no interior de cada pixel.

O Holograma de Fresnel em regime de *MCC* descrito pela equação (5.16) foi implementado fisicamente através do mesmo processo de fabricação utilizado na fabricação dos Hologramas de Fourier, empregando os mesmos materiais e a mesma seqüência de passos apresentada na Figura 27¹⁰.

¹⁰Maiores detalhes sobre o processo de fabricação podem ser encontrados no Apêndice E e em Neto et al.[59].

Analogamente ao exposto no Capítulo 4, as distribuições de fase $\phi(x', y')$ e de amplitude $a(x', y')$ calculadas, foram utilizadas para gerar os padrões a serem gravados nas máscaras fotolitográficas¹¹, utilizadas na etapa de fotolitografia envolvida no processo de fabricação do elemento óptico.

A figura a seguir apresenta os padrões gravados nas máscaras fotolitográficas fabricadas pelo CenPRA-Campinas:

Figura 44: Padrões gravados nas máscaras fotolitográficas. Coluna (a): Padrão de Amplitude; Coluna (b): Padrão de Fase π ; Coluna (c): Padrão de Fase $\pi/2$.

Novamente foram utilizadas duas máscaras fotolitográficas¹² na criação dos qua-

¹¹ Confeccionadas em cromo e vidro.

¹² Vide equação (4.2).

tro níveis de fase utilizados¹³ que, combinados em proporções variáveis no interior de cada pixel, foram responsáveis por varrer todos os valores de fase do círculo complexo (veja Figura 38(a)).

A modulação de amplitude também foi obtida através da utilização de um filme de alumínio¹⁴, que teve pequenas porções removidas por corrosão úmida resultando em “janelas” proporcionais à amplitude em cada pixel (Neto et al.[59]).

¹³0, $\pi/2$, π e $3\pi/2$.

¹⁴Depositado por meio de evaporação térmica sobre toda a estrutura moduladora de fase.

5.6 Resultados

5.6.1 Reconstrução Óptica das Imagens

Usando o arranjo experimental apresentado na figura abaixo, realizamos a reconstrução óptica das imagens produzidas pelos Hologramas de Fresnel em regime de *MCC*:

Figura 45: Arranjo experimental para a reconstrução óptica de Hologramas de Fresnel à uma distância igual a $1.2m$ ¹⁵.

Na Figura 46, podemos comparar as imagens originais com as imagens de reconstrução (numérica e óptica) produzidas pelos Hologramas de Fresnel.

Nestes hologramas não ocorre a presença do ruído do tipo *speckle* ao redor da reconstrução em virtude da condição, imposta durante o cálculo, de que a distribuição de fase fosse constante no plano de reconstrução¹⁶.

Nas imagens abaixo as regiões em preto representam o valor de fase 0 e as regiões em branco representam a fase 2π . Valores de fase intermediários são dados por níveis de cinza intermediários.

¹⁵Desenho baseado no diagrama apresentado em Cirino[34].

¹⁶Lembrando que era desejado que a reconstrução fosse uma distribuição real.

Figura 46: Coluna (a): Objetos. Imagens de reconstrução dos Hologramas de Fresnel operando em regime de *MCC*: Coluna (b): Reconstrução numérica, Coluna (c): Reconstrução óptica.

A reconstrução óptica obtida para o holograma contendo a figura da águia (Figura 46 - Coluna (c) alto) recebeu o primeiro prêmio no *Optical Beauty Contest* promovido pela *Optical Society of America-OSA* em Junho de 2000-Québec, Canadá.

A superioridade destes resultados fica evidente se compararmos com as imagens que até então eram possíveis de serem obtidas através de Hologramas de Fresnel com modulação somente de fase¹⁷ (Figura 47 - Coluna (a)).

¹⁷Obtidos após 100 iterações do *IFTA*.

Figura 47: Coluna (a): Reconstrução óptica das imagens produzidas por Hologramas de Fresnel gerados por 100 iterações de *IFTA* e modulando somente a fase. (Devido ao emprego de uma distribuição de fase aleatória no início do ciclo de iterações temos a presença de um forte ruído do tipo *speckle* na reconstrução óptica). Coluna (b): Reconstrução óptica das imagens produzidas por Hologramas de Fresnel operando em regime de *MCC*.

No projeto e na fabricação dos hologramas com modulação somente de fase, foram utilizadas técnicas iguais aos processos anteriormente descritos respectivamente nos Capítulos 3 e 4. Neste caso, a máscara fotolitográfica de amplitude permitia que toda a luz incidente fosse transmitida ($A = 1$) (Neto et al.[59] e Neto[7]).

A melhora de desempenho óptico é obtida com a liberdade de projeto que a Modulação Complexa Completa proporciona (Neto et al [59] e Neto[7]). Podemos

5. Hologramas de Fresnel

Operando em Regime de Modulação Complexa Completa

91

afirmar que este trabalho produziu resultados satisfatórios, pois conseguiu reproduzir detalhes até então impossíveis de serem obtidos com os métodos tradicionais de cálculo e de implementação física (Neto et al.[59] e Neto [7]).

Na Tabela IV estão reunidas as principais características técnicas dos Hologramas de Fresnel com *MCC*, empregando matrizes 8×8 :

Denominação	Holograma de Fresnel Operando em Regime de Modulação Complexa Completa (<i>MCC</i>)
Algoritmo do projeto:	Difração de Fresnel obtida por filtragem espacial calculada através da solução da Equação de Helmholtz no domínio da frequência
Número de níveis de fase empregados	4
Número de níveis de fase codificados	32
Número de níveis de amplitude	9
Dimensão do pixel:	$40 \times 40 \mu m^2$
Dimensão do sub-pixel:	$5 \times 5 \mu m^2$
Dimensão média do elemento:	256 $\times$ 256 pixels ou 2048 $\times$ 2048 sub-pixels ou 10,24 $\times$ 10,24 mm^2
Tempo de cálculo:	1.18 segundos em um Power Mac G3
Processos utilizados na fabricação:	<i>Sputtering</i> reativo por magnetron; Litografia óptica; Corrosão a plasma; Evaporação térmica de alumínio; Corrosão úmida

Tabela IV: Características técnicas dos Hologramas de Fresnel em regime de Modulação Complexa Completa.

5.7 Conclusões:

Foi projetada uma série de Hologramas de Fresnel em regime de Modulação Complexa Completa através de Difração de Fresnel e filtragem espacial com Transformada de Fourier. Utilizando-se estas técnicas foi possível se obter elementos ópticos com 100% de eficiência na filtragem e na modulação espacial de frente de ondas luminosas,

Ficou constatada a superioridade da reconstrução óptica produzida pelo novo holograma quando comparada com as reconstruções ópticas produzidas pelos tradicionais hologramas em regime de modulação de fase ou de amplitude.

Foram fabricados vários dispositivos para se verificar a repetibilidade do processo. Os hologramas fabricados foram caracterizados fisicamente e opticamente.

O método de codificação proposto apresentou robustez, com imagens de reconstrução satisfatórias. Apresentou também uma redução do tempo de cálculo em duas ordens de grandeza em comparação aos hologramas gerados através de método iterativo.

A técnica aqui apresentada produziu resultados bastante satisfatórios, pois conseguiu reproduzir detalhes até então impossíveis de serem obtidos com os métodos tradicionais de cálculo e implementação.

5.8 Conclusão Geral:

O conceito de Modulação Complexa Completa foi implementado em Hologramas de Fourier e de Fresnel.

Os Hologramas de Fourier apresentaram reconstruções ópticas satisfatórias com baixos valores de erro médio-quadrático, altos valores de relação sinal ruído e valores satisfatórios para a eficiência difrativa.

As imagens de reconstrução (óptica e numérica) dos Hologramas de Fourier se apresentaram livres da presença de ruídos em seu redor.

O método proposto para a produção dos Hologramas de Fresnel apresentou robustez, com redução no tempo de cálculo em duas ordens de grandeza em comparação aos hologramas gerados por intermédio de método iterativo.

Ficou evidenciada a superioridade das imagens de reconstrução óptica obtidas pelos Hologramas de Fresnel operando em regime de Modulação Complexa Completa em relação às imagens produzidas pelos Hologramas de Fresnel tradicionais operando em regime de modulação de fase.

5.9 Projetos Futuros

Conforme vimos, no Capítulo 1, existem diversas aplicações envolvendo o uso de elementos ópticos difrativos. Os resultados deste trabalho, principalmente os Hologramas de Fresnel em regime de *MCC* são especialmente importantes na criação de elementos ópticos difrativos que operem em campo próximo.

Assim, a continuação deste trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de métodos numéricos para a criação de máscaras fotolitográficas que gerem reconstruções em detalhes sub-micrométricos.

Apêndice A

Difração[60]

Denomina-se difração o sofrido pela luz ao passar por um obstáculo cujas dimensões sejam da ordem de grandeza do comprimento de onda λ . Este obstáculo pode ser um orifício, uma fenda ou qualquer corpo que se oponha a propagação natural da onda (Andres et al.[60]).

Em geral, o efeito difrativo é muito sutil, pois como a maioria das fontes de luz é extensa e não-monocromática ocorre a sobreposição da figura de difração produzida por um dos pontos da fonte às figuras de difração produzidas pelos demais, além de que os espectros dos seus vários comprimentos de onda se sobrepõem, tornando o efeito difrativo ainda menos evidente (Halliday et al.[61] e Andres et al.[60]).

A difração foi descoberta por Francesco Maria Grimaldi (1618-1663), sendo um fenômeno conhecido tanto por Huyghens (1629-1695) quanto por Newton (1642-1727). Este último não reconheceu nele nenhuma justificativa a favor da teoria ondulatória da luz, enquanto que Huyghens, embora cresse nessa teoria, não acreditava na existência de difração. Acreditava ele que suas ondas secundárias só agiam efetivamente no ponto de tangência com a envolvente comum, invalidando a possibilidade da existência do fenômeno difrativo (Halliday et al. [61] e Andres et al.[60]).

Jean Augustin Fresnel (1788-1827) usou corretamente o princípio de Huyghens

para explicar a difração. Naquela época pensava-se que a luz era formada por ondas mecânicas produzidas em um éter onipresente. Maxwell (1831-1879) mostrou que a natureza das ondas luminosas não era mecânica, mas sim eletromagnética. Einstein (1879-1955) chegou ao conceito moderno para essas ondas, que eliminava a necessidade de se postular um éter (Halliday et al.[61] e Andres et al. [60]).

A figura abaixo ilustra o caso geral de difração:

Figura A1: Caso geral de difração (Andres et al.[60]).

A superfície A é uma frente de onda que incide em um anteparo opaco B , contendo uma abertura de fonte arbitrária e C é uma tela que recebe a luz que atravessa o orifício. Pode-se avaliar o espectro de intensidade luminosa produzido em C , subdividindo-se a frente de onda em áreas elementares dS onde cada uma atua como uma fonte de ondas secundárias de Huyghens. Obtém-se a intensidade luminosa em um ponto P arbitrário, somando-se todas as perturbações ondulatórias causadas pelas ondas secundárias, provenientes de todos estes irradiadores elementares, que aí chegam (Halliday et al.[61] e Andres et al.[60]).

As perturbações ondulatórias que atingem o ponto P , diferem entre si em amplitude e fase porque: (a) os irradiadores elementares estão a diferentes distâncias de P , (b) a luz que sai dos irradiadores forma os mais variados ângulos com a normal

relativa à frente de onda e (c) alguns irradiadores estão bloqueados pelo anteparo B e outros não. Cálculos de difração, simples em princípio, podem se tornar difíceis na prática, pois necessitam ser repetidos para todos os pontos do anteparo C nos se quais se queira conhecer a intensidade da luz. Este mesmo processo é utilizado para avaliar o espectro de intensidade produzido por uma fenda dupla (Halliday et al.[61] e Andres et al.[60]).

Pode-se dividir o estudo do fenômeno de difração em duas classes gerais:

Na primeira classe, denominada “Difração de Fraunhofer”, a frente de onda incidente é colimada por uma lente de modo que os feixes de luz fiquem paralelos. Atrás do obstáculo difrator é colocada outra lente e a figura de difração resultante é formada sobre um anteparo colocado no ponto focal da lente (FERENCE et al.[62] e Andres et al.[60]).

Na segunda, denominada “Difração de Fresnel”, a fonte luminosa está a uma distância finita do obstáculo difrator, os feixes de luz são não paralelos e a figura de difração resultante é formada sobre um anteparo próximo ao obstáculo difrator (FERENCE et al.[62] e Andres et al.[60]).

A.1 Difração de Fraunhofer

Considere o arranjo mostrado na Figura A2, onde a fonte Lp do orifício é posicionada no foco da lente $L1$ e a tela $T2$ no foco da lente $L2$. Na ausência de difração, a imagem de Lp aparecerá em $T2$. Caso contrário, quando há difração, a distribuição de luz em $T2$ constituirá uma imagem de Lp com franjas. A distribuição de luz em $T2$ é determinada pela forma e pela dimensão da abertura da tela $T1$. Este tipo de difração é conhecido como “Difração de Fraunhofer” (DITCHBURN[63] e Andres et al.[60]).

Figura A2: Difração de Fraunhofer (Andres et al.[60]).

O caso mais simples da Difração de Fraunhofer ocorre quando ondas de luz monocromáticas planas incidem normalmente sobre uma única fenda estreita de largura d . Desejamos obter a intensidade de luz que deixa a fenda e atravessa numa direção que forma um ângulo θ com a luz incidente, como mostra a figura acima (Mckelvey et al.[64] e Andres et al.[60]).

Cada ponto ao longo da linha $S1S2$ pode ser considerado como uma fonte de ondas, de acordo com o princípio de Huyghens, cujas frentes podem se propagar na direção especificada por θ e eventualmente chegam em P . Contudo, infelizmente o comprimento da trajetória contida entre a fonte e a tela é diferente para cada ponto ao longo de $S1S2$ (por exemplo: a diferença de trajetória entre os pontos $S1$ e $S2$ é $d \sin \theta$). Por esta razão, a luz que se origina de cada parte da fenda chega em P com uma fase diferente. É necessário, portanto, considerar apropriadamente estas relações de fase ao se sobrepor a contribuição de cada fonte puntiforme (Mckelvey et al. [64] e Andres et al.[60]).

Devemos observar que a luz que penetra em diferentes partes da janela sofre interferência (que pode ser tanto construtiva quanto destrutiva), quando chega na tela (Mckelvey et al.[64] e Andres et al.[60]). Na Figura A2 a diferença de trajetória entre os dois lados da fenda é $d \sin \theta$, assim a diferença de fase total ϕ entre estes pontos deve ser:

Figura A3: Fenda estreita de largura d (Andres et al.[60]).

$$\phi = (2\pi/\lambda)d \sin \theta \quad (\text{A.1})$$

Para calcular a intensidade no ponto P , deve-se encontrar a amplitude do campo elétrico E_p associada à luz que atinge o anteparo. Assim, dividimos a abertura S_1S_2 em N partes, cada uma com largura igual a Δx , e sobreponemos as ondas provenientes de cada uma destas fontes que apresentam um ângulo de fase ϕ (Mckelvey et al.[64] e Andres et al.[60]). Para o limite, quando Δx tender a zero N tenderá a infinito, de tal modo que o produto dado por

$$N\Delta x = d \quad (\text{A.2})$$

o qual representa a largura da abertura, permanece constante (Halliday et al. [61] e Andres et al.[60]). A situação é ilustrada na Figura A4 para o caso onde $N = 5$; neste caso, os pontos A, B, C, D e E são considerados fontes puntiformes que contribuem com ondículas formando frentes de onda planas que viajam na direção especificada pelo ângulo θ . É evidente que deve haver uma diferença de fase $\Delta\phi$ entre cada um dos raios AA'', BB'', CC'', DD'' e EE'' devido às distâncias de trajetória sucessivamente maiores (BB', CC', DD' e EE') que cada raio deve cobrir.

Figura A4: Subdivisão da abertura difrativa em $N = 5$ partes iguais, com largura igual a Δx . (Andres et al. [60]).

Os campos produzidos em P por cada uma destas contribuições são quantidades harmonicamente variáveis de mesma frequência. O módulo e a fase dessa soma podem ser obtidos considerando-se cada uma das quantidades individuais como um vetor cujo comprimento representa a amplitude e cujo sentido representa a fase da quantidade individual (Andres et al.[60]).

O resultado da sobreposição das cinco amplitudes apresentadas na Figura A4 está ilustrado na Figura A5(a). Se tivéssemos subdividido a abertura em mais partes, o diagrama seria como mostrado na Figura A5(b). Da Figura A5 é também evidente que a diferença de fase total ϕ dada por (A.3) será $\phi = (N - 1)\Delta\phi$. Mas no limite em que o número de subdivisões N se torna infinitamente grande e as diferenças de fase $\Delta\phi$ entre subdivisões adjacentes infinitesimalmente pequenas, temos:

$$\phi = N\Delta\phi \quad (\text{A.3})$$

Como foi mencionado anteriormente as perturbações ondulatórias provenientes das subdivisões adjacentes apresentam em P uma diferença de fase constante dada por:

$$\Delta\phi = (2\pi/\lambda)(\Delta x \sin(\theta)) \quad (\text{A.4})$$

Esta equação é semelhante à (A.3) com a diferença de $\Delta x \sin(\theta)$ que corresponde à diferença do percurso dos raios originados nos vértices superiores de faixas adjacentes Figura A6. Logo N vetores de mesmo módulo DE , igual frequência e mesma diferença de fase $\Delta\phi$ entre os membros adjacentes, combinam-se em P para produzir a perturbação ondulatória resultante (Halliday et al.[61] e Andres et al.[60]).

A amplitude E_p da perturbação ondulatória resultante para diferentes valores de $\Delta\phi$ (isto é, para os diversos pontos P do anteparo, correspondentes a vários valores de θ), é dada pelo módulo do fasor resultante das contribuições dos fasores correspondentes DE (Halliday et al.[61] e Andres et al.[60]).

No centro do espectro de difração, θ é igual a zero e portanto a diferença de fase entre trechos adjacentes é também nula. Como mostrado na Figura A5(c), as setas neste caso acham-se sobre um mesmo suporte, ligados pelas extremidades e a resultante atinge o valor máximo E_m , correspondente ao centro do máximo central.

Quando se considera um ângulo θ diferente de zero, $\Delta\phi$ passa a ter um valor definido (não nulo), de modo que a posição relativa das setas se altera, como aparece na Figura A5(b). A amplitude resultante E_p é menor que a anterior. Note que o comprimento do arco formado pelas pequenas setas é idêntico não só para os exemplos da Figura A5, como, na realidade, para todas as demais figuras desta série. À medida que θ continua a crescer, chega-se à situação apresentada na Figura A5(d), onde o conjunto de setas perfaz um arco de 360° , sendo que a extremidade da última coincide com a primeira.

Prosseguindo a análise para os vetores de θ ainda maiores, a diferença de fase cresce ainda mais, e a poligonal formada pelas setas se enrola sobre ela mesma, produzindo um arco superior a 360° Figura A5(e), correspondente ao primeiro máximo seguinte ao central, e a fórmula que calcula a intensidade resultante no ponto P , pode ser escrita como

$$E_p = E_m \frac{\sin(\phi/2)}{(\phi/2)} \quad (\text{A.5})$$

Figura A5: Análise vetorial da Difração de Fraunhofer (Andres et al.[60]).

A.2 Difração de Fresnel

Considere que a luz proveniente de uma fonte pontual distante atinja um anteparo, passando através de uma pequena abertura. De acordo com a ótica geométrica, as bordas da abertura projetam sombras nítidas sobre o anteparo onde luz alguma consegue atingir (Sears et al.[65] e Andres et al.[60]).

No tratamento da difração distinguem-se dois casos: quando o anteparo está relativamente próximo à abertura, de forma que as ondas secundárias convergem em um ponto determinado, temos a Difração de Fresnel; e quando o anteparo está muito afastado da abertura, de forma que os raios podem ser considerados como paralelos entre si, temos a Difração de Fraunhofer. Neste momento trataremos com mais detalhes da Difração de Fresnel (Sears et al. [65] e Andres et al.[60]).

A.2.1 Zonas de Fresnel

Observando a Figura A6 temos ondas luminosas, de comprimento de onda λ , provenientes de uma fonte puntiforme distante, incidindo sobre o anteparo. Estando a fonte muito afastada, as superfícies de onda (uma das quais é AA') podem ser consideradas planas. O ponto P é um ponto qualquer do anteparo e R é a distância entre esse ponto e a superfície de onda considerada (Sears[66]). Considerando esferas concêntricas, de centro em P e raios iguais a

$$R + l/2, R + 2l/2, R + 3l/2, \text{ etc.} \quad (\text{A.6})$$

temos que as intercessões dessts esferas com a superfície de onda AA' determinam circunferências concêntricas, que interceptam o plano da figura em a e a' , b e b' , c e c' , e assim por diante. A superfície de onda fica, assim, dividida em várias regiões, denominadas elementos de meio período, ou Zonas de Fresnel, pois a distância entre o ponto P e um outro ponto qualquer da circunferência que limita externamente uma zona é meio comprimento de onda maior que a distância entre o ponto P e um ponto qualquer da circunferência que limita internamente essa zona (Sears [66] e Andres et al.[60]).

A Figura A6(b), na qual o plano da superfície de onda AA' é o plano da figura, mostra as diversas zonas; a zona central é um círculo, e as demais são coroas circulares. Pode-se calcular o efeito resultante, no ponto P , considerando-se essas zonas, pequenas e finitas como fontes luminosas elementares.

Figura A6: Zonas de Fresnel em uma superfície de onda plana AA' (Andres et al.[60]).

A.2.2 Difração de Fresnel por um orifício circular

A Figura A7, representa um diafragma de abertura circular pequena, localizada à frente de um anteparo pouco afastado (Sears[66] e Andres et al.[60]). A luz que atinge o diafragma provém de uma fonte puntiforme muito afastada, situada à esquerda. Considere, inicialmente, a intensidade da luz que atinge o ponto P , situado no centro da sombra geométrica, à medida que varia o diâmetro da abertura (Sears[66] e Andres et al.[60]).

Figura A7: Difração de Fresnel por um orifício circular (Andres et al.[60]).

Suponha que o diâmetro da abertura seja tão pequeno que exponha apenas a primeira Zona de Fresnel. Seja s_1 a amplitude, no ponto P , do trem de ondas originado nessa zona. Aumentando o diâmetro da abertura de modo que seja exibida a segunda Zona de Fresnel, a amplitude em P será $s_1 - s_2$. Como s_1 é aproximadamente igual a s_2 , a amplitude será nula.

Aumentando novamente o diâmetro da abertura, a luz que atinge o ponto P diminui. Se aumentarmos ainda mais o diâmetro, de forma a expor as três primeiras Zonas de Fresnel, a amplitude resultante será $s_1/2 + s_2/2$, isto é, a amplitude aumentará de novo neste ponto. Em geral quando a abertura expõe um número ímpar de Zonas de Fresnel, o ponto P aparecerá brilhante, ao passo que quando o número de zonas for par, o ponto P permanecerá escuro.

A.2.3 Difração pelas bordas retilíneas de um anteparo

Na Figura A8, M representa um anteparo de bordas retilíneas, e P é o traço de sua sombra geométrica, projetada sobre um segundo anteparo, e determinada por um trem de ondas planas monocromáticas, que se propaga da esquerda para a direita. A superfície da onda deve ser subdivida em zonas, mas de modo diferente do empregado no caso da difração por orifício circular. Com centro em P , e raios $R + l/2, R + 2l/2, R + 3l/2...$ traçam circunferências, que interceptam o traço da superfície de onda em a e a', b e b' , etc.; divide-se então a superfície da onda em Zonas de Fresnel, mediante retas passando pelos pontos a, a', b e b' , etc., paralelas à borda retilínea do anteparo (Sears[66] e Andres et al.[60]). Na Figura A8(b) é exibida a frente dessas zonas.

Figura A8: Construção das Zonas de Fresnel no caso de um anteparo com bordas retilíneas (Andres et al.[60]).

Considere vários pontos do anteparo, situados ligeiramente acima e ligeiramente abaixo da borda da sombra geométrica. Ao invés de se traçar diversos diagramas (um para cada ponto), é mais simples considerar P como representando todos esses pontos, e deslizar ligeiramente, para cima e para baixo, o anteparo que determina a sombra que também se deslocará para cima e para baixo, sendo que o ponto P ficará justamente no interior, ou no exterior, da sombra, como desejado (Sears[66] e Andres et al.[60]).

Suponha que o anteparo seja deslocado para cima, até a altura do ponto a ; o ponto P ficará abaixo do limite da sombra; a primeira Zona de Fresnel, situada acima da linha média, bem como todas as zonas situadas abaixo dessa linha, estarão encobertas (Sears[66] e Andres et al.[60]). No ponto P a amplitude será:

$$S = s_2 - s_3 + s_4 - \dots = s_2/2 \quad (\text{A.7})$$

e a intensidade será proporcional a $(s_2/2)^2$. Pela figura vemos que a primeira zona é consideravelmente mais larga que as demais, portanto, s_2 é muito menor que s_1 , mas não é nula embora a amplitude decresça rapidamente à medida que o ponto considerado se afasta do limite da sombra (Sears[66] e Andres et al.[60]).

Apêndice B

Teorema da Similaridade e Teorema do Deslocamento

B.1 Teorema da Similaridade (Goodman[16]):

Se $F\{g(ax, by)\} = G(f_x, f_y)$ então:

$$F\{g(ax, by)\} = \frac{1}{ab} G\left(\frac{f_x}{a}, \frac{f_y}{b}\right) \quad (\text{B.1})$$

Assim uma expansão nas coordenadas no domínio do espaço, resulta em uma contração das coordenadas no domínio da frequência (f_x, f_y) associada à uma mudança geral na amplitude do espectro.

B.2 Teorema do Deslocamento (Goodman[16]):

Se $F\{g(x, y)\} = G(f_x, f_y)$ então:

$$F\{g(x - a, y - b)\} = G(f_x, f_y) \exp[-j2\pi(f_x a + f_y b)] \quad (\text{B.2})$$

Isto significa que uma translação no domínio do espaço introduz um deslocamento linear de fase no domínio da frequência.

Apêndice C

Equação de Helmholtz

Tomando as equações de Maxwell para as regiões onde não existam cargas nem correntes ($\rho = 0$, $i = 0$) descritas na forma diferencial (Muniz[67]):

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{C.1})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{C.2})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{C.3})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{C.4})$$

e aplicando o rotacional em ambos os membros da equação (C.1) obtemos(Muniz[67]):

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{C.5})$$

Sabemos que $\nabla \times \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \times \vec{B} \right)$, e substituindo (C.2) em (C.5), temos (Muniz[67]):

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{C.6})$$

Aplicando em (C.6) a identidade $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$, temos para (Muniz[67]):

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{C.7})$$

Da equação (C.3) temos que $\nabla \cdot \vec{E} = 0$, que substituído em (C.7) resulta na equação de onda para o campo elétrico $\vec{E}$ (Muniz[67]):

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{C.8})$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{C.9})$$

Procedendo da mesma forma e partindo da equação (C.2) obtemos a equação de onda para a componente de indução magnética $\vec{B}$ (Muniz[67]):

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (\text{C.10})$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{C.11})$$

A solução para (C.2) é dada por:

$$\vec{E}(x, t) = E(x) e^{i\omega t} \quad (\text{C.12})$$

Para um holograma podemos nos concentrar somente na componente $\vec{E}$ uma vez que $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são independentes, lembrando também que neste contexto o campo elétrico da luz incidente é considerado estacionário, neste caso (C.12) se torna (Muniz[67]):

$$\vec{E}(x, t) = E(x) \quad (\text{C.13})$$

que substituída na equação de ondas generalizada dada por (C.8), elimina a dependência temporal, resultando na equação de Helmholtz (Muniz[67]).

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (\text{C.14})$$

Onde é o número de onda definido por $k = 2\pi/\lambda$, sendo λ o comprimento da onda da luz num meio dielétrico ($\lambda = c/nv$)(Goodman[16]). Assumimos que todas as ondas envolvidas neste trabalho obedecem a esta relação (Muniz[67]).

Apêndice D

Filtragem Espacial empregando Transformada Cosseno

Em nosso trabalho realizamos a propagação inversa empregando a Transformada de Fourier (*TF*), mas poderíamos ter utilizado outro tipo de transformada como por exemplo a Transformada Cosseno (*TC*). Para ilustrar este fato, apresentamos a seguir o desenvolvimento do mesmo raciocínio apresentado no Capítulo 5 para a determinação da distribuição de luz a ser gerada no holograma, mas empregando *TC* ao invés de *TF*.

Novamente, o objetivo deste cálculo foi obter a distribuição complexa $f_c(x', y')$ ¹, resultante da propagação inversa da luz proveniente da distribuição $f_c(x, y)$ (Figura 34).

Analogamente às equações (5.3) e (5.4), temos para as distribuições luminosas $f_c(x, y, 0)$ e $f_c(x, y, d)$, situadas respectivamente em $z = 0$ e $z = d$, as seguintes relações:

$$f_c(x, y, 0) = \beta_c f_c(x', y') = g_c(x', y') \quad (\text{D.1})$$

e

$$f_c(x, y, d) = f_c(x, y) = g_c(x, y) \quad (\text{D.2})$$

¹A letra *c* subscrita indica que nos cálculos foi utilizada a Transformada Cosseno.

onde $g_c(x', y')$ representa a distribuição luminosa a ser gerada no plano do holograma.

Como na equação (5.4), a distribuição $g_c(x', y')$ pode ser escrita na forma complexa:

$$g_c(x', y') = \beta_c f_c(x', y') = a_c(x', y') \exp(j\varphi_c(x', y')), \quad (D.3)$$

sendo $0 \leq a_c(x', y') \leq 1$, $0 \leq \varphi_c(x', y') \leq 2\pi$ e β_c um fator de escala real usado para normalizar a máxima amplitude de $|f_c(x', y')|$ a 1.

Figura D1: Propagação inversa e direta para a difração de Fraunhofer empregando Transformada Cosseno.

Observando a figura acima, vemos que a propagação inversa é dada pela Transformada Cosseno - TC . Utilizando-a na forma da definição apresentada em Bracewell[68], podemos calcular a TC da distribuição $f_c(x, y, 0)$ dada por:

$$TC(f_c(x, y, 0)) = F_c(u, v, 0) = 2 \int_0^\infty \int_0^\infty f_c(x, y, 0) \cos(2\pi ux) \cos(2\pi vy) dx dy \quad (D.4)$$

sendo u e v as coordenadas no plano de frequência.

Novamente estamos procurando a relação entre $F_c(u, v, 0)$ e $F_c(u, v, z)$. Para essa finalidade, $f_c(x, y, z)$ é escrita como a Transformada Cosseno Inversa - TC^{-1} (Bracewell[68]) de $F_c(u, v, z)$:

$$f_c(x, y, z) = (TC^{-1}(F_c(u, v, z))) = 2 \int_0^\infty \int_0^\infty F_c(u, v, z) \cos(2\pi ux) \cos(2\pi vy) \, dudv \quad (D.5)$$

tendo em mente duas condições:

que a distribuição $f_c(x, y, z)$ deve satisfazer a Equação de Helmholtz:

$$(\nabla^2 f_c(x, y, z) + k^2 f_c(x, y, z)) = 0 \quad (D.6)$$

(onde ∇^2 é o operador laplaciano e k é o denominado “número de onda” definido como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$).

e que $F_c(u, v, z)$ deve, necessariamente, satisfazer a seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} F_c(u, v, z) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 [1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2] F_c(u, v, z) = 0 \quad (D.7)$$

que tem como solução:

$$F_c(u, v, z) = F_c(u, v, 0) \exp(j \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) z \sqrt{1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2}). \quad (D.8)$$

Seguindo os mesmos passos da seção 5.1, através de filtragem espacial linear (Goodman[16]) obtivemos a distribuição $f_c(x, y, 0)$, resultante da propagação inversa da luz contida na distribuição $f_c(x, y, z)$ à distância $z = d$:

$$f_c(x, y, 0) = TC^{-1} \left\{ \frac{TC[f_c(x, y, d)]}{\exp \left[\frac{2\pi}{\lambda} d \sqrt{1 - (\lambda u)^2 - (\lambda v)^2} \right]} \right\}. \quad (D.9)$$

Assim a distribuição luminosa $g_c(x', y')$ a ser gerada no holograma possui a forma:

$$g_c(x', y') = \beta_c f_c(x, y, 0) \quad (D.10)$$

sendo $\beta_c = \left(\frac{1}{\max[f_c(x, y, 0)]} \right)$ e $\max[f_c(x, y, 0)]$ a representação do valor máximo da distribuição $|f_c(x, y, 0)|$.

Finalmente, na forma complexa a equação (D.10) pode ser escrita como:

$$g_c(x', y') = \beta_c f_c(x, y, 0) = a_c(x', y') \exp[\varphi_c(x', y')] \quad (\text{D.11})$$

sendo $0 \leq a_c(x', y') \leq 1$ e $0 \leq \varphi_c(x', y') \leq 2\pi$.

Apêndice E

Processo de Fabricação dos Hologramas

As estruturas responsáveis pela modulação de fase dos hologramas apresentados nos Capítulos 4 e 5, poderiam ter sido criadas diretamente sobre um substrato de vidro. Para esta finalidade, a melhor técnica reprodutível e controlada é a corrosão a plasma. Porém o uso de vidro implicaria em vários problemas, já que contém uma grande quantidade de impurezas metálicas, que são muito difíceis de serem removidas através de corrosão seca (*dry etching*) (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Se compararmos o substrato de vidro com um substrato de alta qualidade como SiO_2 ou filme, vemos que estas impurezas atuam localmente como micro-máscaras introduzindo um grande nível de rugosidade indesejada que torna o elemento um tanto opaco e com baixa qualidade óptica (Cirino [34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Outra alternativa seria realizar a corrosão em quartzo de alta pureza e qualidade e substratos de silício, pois como estes somente apresentam traços de componentes metálicos, não produzem o efeito de “micromáscara” nos dispositivos finais (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]). Mas estes substratos além de serem caros exigem muitos cuidados quando utilizados (Cirino[34], Neto et al. [59] e Neto[7]).

Por estas razões decidimos optar por uma terceira alternativa, isto é criamos as estruturas moduladoras de fase em um filme transparente depositado sobre um

substrato óptico (barato) de vidro de alta qualidade (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

O filme que atendesse nossas necessidades deveria ter as seguintes características: boa transparência no comprimento de onda de trabalho, uniformidade do índice de refração e da espessura da película. Exigia-se ainda que apresentasse uma adesão satisfatória sobre o substrato, resistência mecânica e estabilidade, além de ser compatível com as técnicas de fabricação de circuitos integrados (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Todas estas exigências motivou a pesquisa sobre um filme de carbono amorfo que fosse adequado para este trabalho. Diferentes plasmas de $Ar-CH_4$ foram investigados (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

O filme que reuniu todas estas qualidades foi o denominado na literatura como: *DLC - Diamond Like Carbon Film* (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]), que até então não havia sido utilizado em semelhante aplicação, assim a criação de elementos ópticos difrativos empregando filme de *DLC* foi responsável pela obtenção de outra patente (Apêndice F).

Sabemos que independentemente do tipo de filme e do tipo de processo de deposição, as características de adesão do filme dependem em muito da limpeza do substrato antes do processo de deposição (Cirino [34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Neste trabalho, usamos um processo limpeza de seis etapas, que freqüentemente faz parte da sequência de limpeza de substratos padrão de silício. O substrato utilizado atuou como suporte para as partes ativas do dispositivo e constituiu-se de uma lâmina de vidro com 3" de diâmetro, alta transparência e índice de refração $n = 1.51$ (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Primeiramente, o substrato foi enxaguado por cinco minutos em água corrente deionizada (H_2O-DI), ficando em seguida durante dez minutos em imersão em uma solução de ácido sulfúrico e peróxido de hidrogênio (na proporção de 2:1), novamente foi enxaguado por dez minutos em H_2O-DI corrente (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

A etapa seguinte foi a imersão deste substrato em uma solução de H_2O-DI “hidróxido de amônio C” peróxido de hidrogênio (na proporção 5:1:1) a 70° seguida por nova etapa de dez minutos de enxágue. O último passo foi a imersão por dez minutos em álcool isopropílico ultra puro em ebulição, do qual o substrato foi removido muito lentamente a fim de se evitar a criação de manchas (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto [7]).

Foi utilizado o *Sputtering Reativo* por se tratar de um método conveniente para a deposição de filmes de carbono. A taxa de deposição foi aproximadamente constante no tempo e igual a $16nm/min$ (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Para se fabricar os quatro níveis de fase (i.e quatro espessuras diferentes), sobre o substrato óptico, foi necessária a realização de duas etapas de litografia e duas etapas de corrosão por plasma (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Sobre o filme de *DLC* depositado sobre a lâmina de vidro, foi colocada uma camada de $1.4nm$ de fotorresiste positivo.

Após este processo, o fotorresiste foi exposto à luz U.V. com a utilização da primeira máscara¹ que modula a fase em $\pi/2$, sendo logo em seguida revelado e curado. Nas regiões onde a luz é bloqueada pela máscara, o fotorresiste permanece como antes. Nas regiões expostas à luz, as moléculas de diazonafotoquinona (composto fotoativo) são transformadas em ácido carboxílico. O fotorresiste modificado é removido por uma solução reveladora alcalina durante o processo de revelação (Cirino [34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

A análise *SEM* revelou que as paredes laterais do resiste foram praticamente verticais. Esta característica é importante porque o perfil gravado no resiste é transferido ao filme de carbono logo abaixo. Caso contrário estas paredes poderiam difratar parte da luz laser que chega, gerando ruído adicional no plano de reconstrução (Cirino [34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Em seguida iniciou-se o processo de remoção do carbono amorfo com uma taxa de corrosão de $299 nm/min$, enquanto que a taxa de corrosão do resiste foi 303

¹Sobre as máscaras fotolitográficas veja os Capítulos 4 e 5.

nm/min. Embora a proporção entre a taxa de corrosão do carbono e a taxa de corrosão do resiste é relativamente baixa (aproximadamente 1 : 1) as paredes resultantes foram quase verticais (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

O fotorresiste remanescente foi removido da lâmina com um banho de acetona, a qual não afeta o filme de carbono amorfo (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Os processos de litografia, corrosão e remoção do fotorresiste foram repetidos, utilizando-se a segunda máscara fotolitográfica e dobrando-se o tempo de corrosão empregado no primeiro processo. Combinando-se os efeitos das duas máscaras, foram produzidos os relevos para a obtenção da modulação de fase dos hologramas apresentados (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]). A primeira seqüência de gravação removeu $263nm$ (relativos à modulação de fase $\pi/2$) e a segunda removeu $527nm$ (relativos à modulação de fase π), resultando na espessura máxima removida igual a $790nm$ (que deve ser a mínima espessura permitida para a camada de filme depositado) (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Assim combinando-se os efeitos das duas máscaras, foram produzidos os relevos para a obtenção da parte relativa à modulação de fase dos hologramas operando em modulação complexa (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Através de medidas *AFM* foi determinada a rugosidade *RMS* igual a $0.4nm$ para o filme com espessura de $1,5\mu m$ depositado sobre uma lâmina de silício; e rugosidade igual a $2,5nm$ quando depositado sobre um substrato de vidro, equivalendo a menos que 0,5% do comprimento de onda do laser *He-Ne* o qual foi utilizado neste trabalho (Cirino [34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

O índice de refração n_{DLC} medido por elipsometria em um substrato de vidro foi igual a 1,60 no comprimento de onda utilizado ($\lambda = 632,8nm$). A reflexão de 5,6% foi medida considerando-se uma interface ar-*DLC* com a luz incidindo perpendicularmente e através da utilização da técnica de espectrometria *UV-Vis-NIR*, determinou-se que um filme *DLC* com espessura $1,5\mu m$ absorve aproximadamente 6% da luz *He-Ne* incidente (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Na região onde foi removida $790nm$ de carbono amorfo, a rugosidade *RMS* medida foi igual a $4,7nm$. Este valor é menor que 1% do comprimento de onda *He-Ne*

e não introduz na imagem reconstruída um nível de ruído considerável (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Para se implementar a modulação de amplitude em nosso elemento, foi depositada uma camada refletora de alumínio com $300nm$ de espessura sobre o perfil de fase através de evaporação térmica (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Escolhemos uma camada refletora (e não uma absorvedora), justamente pela vantagem em se refletir para fora do dispositivo toda a luz que não pertence à formação do sinal, o que proporciona uma imagem de reconstrução sem a presença de ruídos do tipo *speckle* (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

O alumínio foi escolhido como material para a camada refletora, uma vez que existem várias técnicas para sua deposição, além das suas características de corrosão seca e úmida já serem bem conhecidas (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

A modulação de amplitude foi obtida pela remoção de pequenas partes desta camada refletora na região de cada pixel. A dimensão destas aberturas (ou janelas) foi proporcional à amplitude $|a(x, y)|$. Estas aberturas sobre cada pixel atuam como um diafragma controlando a transmissão da luz desejada (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Assim, um terceiro processo de litografia foi realizado, porém devido à alta refletividade do alumínio, foi empregada uma dose de exposição aproximadamente metade da utilizada nas duas primeiras etapas de litografia (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Após este processo o alumínio foi corroído usando-se uma mistura de água deionizada, fósforo e ácido nítrico em temperatura ambiente (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Desta forma foram produzidas as janelas para modulação da amplitude dos hologramas em regime de modulação complexa. Nas áreas de claro, o alumínio foi completamente removido sem que isso afetasse o filme de carbono amorfo logo

abaixo. Após este processo, o fotorresiste remanescente recebeu outro banho de acetona (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

Finalizamos a fabricação, submetendo o dispositivos a um último banho de acetona para a remoção de qualquer fotorresiste remanescente (Cirino[34], Neto et al.[59] e Neto[7]).

A figura a seguir ilustra todas as etapas do processo de fabricação aqui descritas:

Figura E-1: Etapas do processo de fabricação para os hologramas com *MCC* em *DLC* e alumínio (Cirino[34]).

Seguindo este procedimento foram fabricados onze hologramas sobre o substrato de vidro com diâmetro de 3 polegadas. Cinco destes onze hologramas foram hologramas de Fourier em regime de modulação complexa, três foram hologramas de Fresnel em regime de modulação complexa completa, e os três restantes foram hologramas de Fresnel em regime de modulação de fase (Figura E-2).

Figura E-2: (A) Lâmina de vidro contendo 11 hologramas fabricados em *DLC* e alumínio. (a) Hologramas de Fresnel: (1) em regime de modulação de fase; (2) em regime de Modulação Complexa Completa; (3) e apontados pelas setas brancas Hologramas de Fourier em regime de Modulação Complexa. (B) Micrografia *SEM* (Cirino[34]).

Apêndice F

Produção Científica

F.1 Trabalhos apresentados em congressos internacionais com artigos completos ou resumos publicados nos anais.

1) *“Hybrid phase and amplitude modulation proximity printing mask fabricated on DLC and SiO₂ substrates”*, L. G. Neto, G. A. Cirino, R. D. Mansano, P. S. P. Cardona and P. Verdonck, *“Micromachining Technology for Microoptics and Nanooptics conference at SPIE’s Photonics West Micromachining and Microfabrication 2003 Symposium”*, San Jose, CA, USA, January 28th, 2003 (*Invited Paper*).

2) *“Full complex amplitude modulation proximity printing mask fabricated on DLC and SiO₂ substrates”*, L. G. Neto, G. A. Cirino, R. D. Mansano, P. S. P. Cardona and P. Verdonck, *OSA 2002 Diffractive Optics and Micro-Optics*, June 3rd, 2002, Tucson, USA.

3) *“Novel complex-amplitude modulation diffractive optical element”*; Luiz G. Neto, G. A. Cirino, P. S. P. Cardona, R. D. Mansano, P. Verdonck, *International Symposium on Optical Science and Technology SPIE’s 46th Annual Meeting*, San Diego - CA, USA, July 29th, 2001.

4) *"Fabrication of micro lenses arrays and gratings with a Novolak-type polymer"*; Luiz G. Neto, G. A. Cirino, P. S. P. Cardona, R. D. Mansano, P. Verdonck, L. G. Neto, *International Symposium on Optical Science and Technology SPIE's 46th Annual Meeting*, San Diego-CA, USA, July 29th, 2001.

5) *"A novel full complex-amplitude modulation diffractive optical element"*, Luiz G. Neto, G. A. Cirino, P. S. P. Cardona, R. D. Mansano, P. Verdonck; *"VII Latin American Meeting of Optics, Lasers and its Applications (VII OPTILAS)"* and *IV Iberoamerican Meeting of Optics (IV RIAO)"*, Tandil, Argentina, September 3rd, 2001 (*Invited Lecture*).

6) *"Full complex-amplitude modulation diffractive optical element"* ; P. S. P. Cardona, G. A. Cirino, R. D. Mansano, P. Verdonck, L. G. Neto, *2000 OSA Annual Meeting and Exhibiting*, Providence, Rhode Island-USA, October 22nd, 2000.

7) *"Complex-amplitude modulation diffractive optical element performed by aperture variations on a reflective aluminum layer deposited over a variable thickness SiO₂ substrate"*; P. S. P. Cardona, G. A. Cirino, R. D. Mansano, P. Verdonck, L. G. Neto; *Domo 2000 - Diffractive Optics and Micro-Optics*, Optical Society of America - OSA, June 18th, 2000, Quebec, Canada.

F.2 Trabalhos apresentados em congressos nacionais com artigos completos ou resumos publicados nos anais.

1) *"Full complex-amplitude modulation diffractive optical element"*; Patricia S. P. Cardona, L. G. Neto, G. A. Cirino, R. D. Mansano, P. Verdonck; XIV Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada - SBF, São Lourenço-MG, 15 a 19 de Maio, 2001.

2) “Modulação complexa completa realizada por elemento óptico difrativo”; Patricia S. P. Cardona, Luiz Gonçalves Neto; I Oficina da Pós-Graduação Departamento de Engenharia Elétrica Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos; Setembro 2000.

3) “*Design of complex-amplitude modulation holograms performed by aperture variations on a reflective aluminum layer deposited over a variable thickness SiO₂ substrate*”; P. S. P. Cardona, G. A. Cirino, R. D. Manzano, P. Verdonck, L. G. Neto, XXIII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada - SBF; São Lourenço-MG, 9 a 13 de Maio, 2000.

F.3 Feiras e exposições:

1) XV - FEALTEC - Feira de Alta Tecnologia de São Carlos; Fundação ParqTec; Stand: Engenharia Elétrica-EESC-USP; 2001.

2) XIV - FEALTEC - Feira de Alta Tecnologia de São Carlos, Fundação ParqTec; Stand: Engenharia Elétrica-EESC-USP; 2000.

3) XIII - FEALTEC - Feira de Alta Tecnologia de São Carlos, Fundação ParqTec; Stand: Engenharia Elétrica-EESC-USP; 1999.

F.4 Patentes:

No Brasil:

1) “Elemento óptico difrativo que realiza a modulação complexa completa de uma frente de onda por intermédio de variações nas aberturas de uma camada refletora depositada sobre um substrato óptico de espessura variável”.

A patente no exterior está sendo solicitada por “*Patent Co-operation Treaty - PCT*”.

2) “Filmes de carbono tipo diamante (*DLC* - *Diamond Like Carbon*)”. Pedido de patente depositado no INPI no dia 29 de setembro de 2001.

A patente no exterior está sendo requerida por “*Patent Co-operation Treaty - PCT*”.

F.5 Artigos Publicados

1) L. G. Neto, G. A. Cirino, R. D. Mansano, P. S. P. Cardona and P. Verdonck, “*Hybrid phase and amplitude modulation proximity printing mask fabricated on DLC and SiO₂ substrates*”, “*Trends in Optics and Photonics Series - TOPS - Optical Society of America*”, Vol.75, December 2002.

2) L. G. Neto , P. S. P. Cardona , G. A. Cirino , R. D. Mansano , P. Verdonck, “*Design, fabrication and characterization of a full complex-amplitude modulation diffractive optical element*”, aceito para a publicação no “*Journal of Microlithography, Microfabrication, and Microsystems - SPIE*” edição de abril de 2003.

F.6 Distinções:

1) “*Complex-amplitude modulation diffractive optical element performed by aperture variations on a reflective aluminum layer deposited over a variable thickness SiO₂ substrate*”; Autores: Patricia S. P. Cardona, Giuseppe A. Cirino, Ronaldo D. Mansano, Patrick Verdonck e Luiz Gonçalves Neto, obteve o primeiro lugar no “*Diffractive Beauty Contest - 2000*” - *Artistic Division*, promovido pela *Optical Society of America*, Quebec-Canada, 18-22 de Junho, 2000.

F.7 Resultados da Pesquisa Veiculados em Jornais e Revistas:

Optics & Photonics News, “*Diffractive Optics Beauty Contest*”, Richard Morrison, vol.11, n.11, Nov. 2000.

Revista Pesquisa FAPESP, Número 55, “Controle Fino das Ondas Luminosas”, julho de 2000 (Número 58, Secção de Cartas). Matéria sobre o projeto vencedor do “*DOMO 2000 Diffractive Beauty Contest Optical Society of America (OSA)*”.

Revista Ciência Hoje Ciência em Dia, “Elementos ópticos difrativos inovadores”, (<http://www.uol.com.br/cienciahoje/chdia/n190.htm>),

Gazeta Mercantil Interior Paulista “Projeto da USP de São Carlos é premiado por canadenses” [10/07/2000].

Referências Bibliográficas

- [1] *Wavelength Optics - Optical Engineering and Manufacturing*.
<http://www.wavelengthoptics.com/diffract.html> (25 de Novembro de 1999)
- [2] Luciana Brassolatti Roberto; “Algoritmos para o Cálculo de Hologramas Gerados por Computador”. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, (2000).
- [3] Wilfrid B. Veldkamp and Thomas J. McHugh; “Binary Optics”, *Scientific American*, p.92-97, May, (1992).
- [4] Cescato, Lucila; “Óptica Difractiva”, Colóquio realizado no Laboratório de Óptica IFGW-UNICAMP, 10 de Novembro, (1998).
- [5] Wilfrid B. Veldkamp; “Wireless Focal Planes: On the Road to Amacronic Sensors”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **29**, No.2, p.801-813, February, (1993).
- [6] Govind P. Agrawal; “Fiber-Optics Communication Systems”, John Wiley & Sons, Inc, p.282, (1992).
- [7] Luiz Gonçalves Neto, “Implementação de Hologramas Gerados por Computador Híbridos e em Regime de Modulação Complexa Completa”, Tese de Livre Docência, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, Março, (2002).
- [8] Yunlong Sheng, Danny Roberge, Luiz Gonçalves Neto, L. Shen and G. Paul-Hus; “Programmable phase-mostly holograms and correlation filters”, *Laser and Opt. Tech.*, Vol. 28, No.2, pp.129-143, (1996), (Invited paper).

- [9] Yunlong Sheng, Luiz G. Neto, Danny Roberge, Lixin Shen, Giles P. Hus; "Optoelectronic Devices and Systems for Processing", pp.103-127, Editor(s): Bahram Javidi, Univ. of Connecticut, Storrs, CT, USA; Kristina M. Johnson, Univ. of Colorado, Boulder, CO, USA. Critical Reviews Series, *SPIE Optical Engineering Press*, 268 pages, (1996), ISBN : 0-8194-2257-6.
- [10] G. A. Cirino, A. P. Mousinho, R. D. Mansano, P. Verdonck, L. G. Neto and A.C. Seabra; "Fabrication of Microlenses With a Novolak-type Polymer", aceito para publicação no *Molecular Crystal & Liquid Crystals*, (2002).
- [11] Giuseppe. A. Cirino, A.P. Mousinho, Ronaldo D. Mansano, Patrick Verdonck and Luiz G. Neto, "Fabrication of microlenses arrays and gratings with a Novolak-type polymer", *SPIE's 46th Annual Meeting, San Diego -California*, July 29-Aug 3, (2001).
- [12] H.F.B. Ozelo, L.E.M. de Barros Jr, B. Nabet, L. G. Neto, M.A. Romero, J.W. Swart; "MSM Photodetector with an Integrated Microlens Array for Improved Optical Coupling", *Microwave And Optical Technology Letters*, 26, (6) 357-360 Sep 20, (2000).
- [13] A.C. Seabra, M.A. Romero, L. G. Neto and B. Nabet; "On the Optical Coupling Efficiency of Planar Photodetectors: Electron Beam Writing of an Integrated Microlens Array on Top of a MSM Device", *Optics in Computing 2000 Conference*, Quebec City, Canada, June 18th - 23rd, (2000).
- [14] M. Li, M. Hagberg, J. Bengtsson, N. Eriksson, and A. Larsson; "Optical Waveguide Fan out Elements Using Dislocated Gratings for Both Outcoupling and Phase Shifting", *IEEE Photonics Technology Letters*, 8, No.9, September, (1996).
- [15] *Bulletin of The Canadian National Optics Institute (NOI) -NOI Activities in Diffractive Optics*, 5, N.2, July, Québec, Canada, (1994).
- [16] Joseph W. Goodman; "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill Publishing Company, (1988).

- [17] D.A.P. Bulla, B.V. Borges, N.I. Morimoto, M. A. Romero e L.A. Neto; "Design and Fabrication of SiO_2/Si N4 Integrated-Optics Waveguides with Application to Free-Space Optical Interconnects", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques -Special Issue on Selected Papers of the International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC'99*, January, (2002).
- [18] Consulte artigos em *Applied Optics-Diffractive Optics*,. V 01.34, N .14, May 10, (1995).
- [19] "Elemento Óptico Difractivo que Realiza a Modulação Complexa Completa de uma Frente de Onda por Intermédio de Variações nas Aberturas de uma Camada Refletora Depositada Sobre um Substrato Óptico de Espessura Variável"; Brazilian Patent , PI nr. 0103848-8 ; July, (2001).
- [20] F. Wyrowski, E. Kley, T. J. Nellissen, L. Wang, S. Buhling; paper presented at the *SPIE's 46th Annual Meeting*, San Diego, California, USA, paper 4436-21, July, 29th - August, 3rd; (2001).
- [21] S.C. Tucker, W.T. Cathey, E.R. Dowski; *Optics Express*, 4, 467, (1999).
- [22] E.R. Dowski Jr. and W. T. Cathey; 1995, *Applied Optics*, 34, 1859, (1995).
- [23] Revista Pesquisa FAPESP, Número 55, "Controle Fino das Ondas Luminosas", julho de 2000 (Número 58, Secção de Cartas). Matéria sobre o projeto vencedor do "DOMO 2000 *Diffractive Beauty Contest Optical Society of America (OSA)*".
- [24] "OPN -Optics & Photonics News, Optical Society of America", *Diffractive Optics Beauty Contest*, Richard Morrison, 11, n.11, Nov. (2000).
- [25] D. Gabor, "A new microscope principle", *Nature*, 161, (1948).
- [26] Wyrowski, F. and Bringdhal, O.; "Digital Holography - CGH"; *Optical Engineering*; 19; n.3; (1980).
- [27] A. W. Lohmann and D. P. Paris, *Appl. Optics*, 6, 1739, (1967).

- [28] J. Turunen and F. Wyrowski -Editors, "Diffractive Optics for Industrial and Commercial Applications", *Akademie Verlag*, Germany, (1997).
- [29] Eugene Hecht; "Optics", *Addison- Wesley Publishing Company Inc.*, p.79-80, (1984)
- [30] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C.; *Fundamentals of Photonics*. New York, John Wiley & Sons, Inc.; (1991).
- [31] F. Galmiche, L. Gonçalves Neto, H. Liu, F. Otman, C. Delisle and Y. Sheng; HONEYWELL/ARPA CO-OP DIFFRACTIVE OPTICS WORKSHOP AND IIFOUNDRY" RUN, <http://co-ol2.gmu.edu>, (1995).
- [32] Luiz Gonçalves Neto and Yunlong Sheng; "Speckle-free phase Fresnel holograms and beam shaping elements", OSA 1996 - *Diffractive Optics and Micro Optics Topical Meeting*, Boston, (1996).
- [33] Bryngdahl, O. and Wyrowski, F.; "Digital Holography - Computer-Generated Holograms", *Progress in Optics XXVIII (E. Wolf,)*, Elsevier Science Publishers B. V., (1990).
- [34] G. A. Cirino; "Processos de Corrosão por Plasma para Fabricação de Micro-Elementos Ópticos Difractivos", Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, (2002).
- [35] LEE, W. H.; "Binary Synthetic Holograms", *Appl. Opt.* **13**,1677-1682, (1974).
- [36] Seldowitz, M. A.; Allebach, J. P.; Sweeney, D. W.; "Synthesis of digital holograms by direct binary search"; *Applied Optics*, **26**, No.14, p.2788-2797, June, (1987).
- [37] Hauck, R. and Bryngdahl, O.; "Computer-Generated Holograms with Pulse-Density Modulation"; *J Opt. Soc. Am. A*, **1**, 5-10, (1984).
- [38] R. W. Gerchberg and W.O. Saxton; *Optik*, **35**,237 (1972).
- [39] Hirsch, P.M.; Jordan, J.A.; Lesem, L.B. (1971). US PatentNo. 3.619.022. 26. J.R. Fienup, *Optical Engineering*, **19**, 297 (1980).

- [40] Holanda, Aurélio B; Dicionário da Língua Portuguesa, Ed. Melhoramentos, 1999.
- [41] Wyrowski, F.; "Iterative quantization of digital amplitude holograms"; *Applied Optics*, **28**, no.18, p.3864-3870, Sep., (1989).
- [42] Wyrowski, F.; "Diffractive optical elements: iterative calculation of quantized, blase phase structures"; *Journal of Optical Society of America A*, **7**, No.6, p.961-969, June (1990).
- [43] Neto, L. G.; "Optical real-time holograms using liquid crystal television and computer iterative design"; These présentée à la Faculté des études supérieures de l' Université Laval pour l' obtention du grade de Philosophiae Doctor (Ph.D), Fevereiro, (1996).
- [44] Wyrowski, F.; "Diffraction efficiency of analog and quantized digital amplitude holograms : analysis and manipulation"; *J Opt. Soc. Am. A*, **7**, No.3, p.383, March, (1990).
- [45] Bracewell, R. N.; "The Fourier Transform and Its Applications", Second Edition - Revised, McGraw-Hill Series in Electrical Engineering, (1986).
- [46] H. Arsenault and Y. Sheng; "An Introduction to Optics in Computers", Tutorial Text, *SPIE Optical Engineering Press*, 144 pages, Published (1992), ISBN 0-8194-0825-5.
- [47] D. C. O'Shea; "Elements of Modern Optical Design"; pp. 76, John Wiley & Sons, Inc, (1985).
- [48] Brown, B. R. and Lohmann, A.W., *IBM J. Res. & Dev.*, **13**,160, (1969).
- [49] J. W. Brown and A. W. Lohmann; *IBM J Res. Develop.*, **14**, 160, (1970).
- [50] D. C. Chu, J. R. Fienup and J. W. Goodman; *Appl. Opt.*, **12**, 1386, (1973).
- [51] V. Kettunem, P. Vahimaa and J. Turunen; *J Opt. Soc. Am. A*, **14**, 808, (1997).
- [52] E. Noponem and J. Turunen; *J Opt. Soc. Am. A*, **13**, 1422, (1996).

- [53] V. Hoffman; *Solid State Technol.*, **21**, 47, (1978).
- [54] P. S. P. Cardona, G. A. Cirino, R. D. Manzano, P. Verdonck, L. G. Neto; "Complex amplitude modulation diffractive optical element performed by aperture variations on a reflective aluminum layer deposited over a variable thickness SiO₂ substrat", *OSA 2000 Diffractive Optics and Micro-Optics*, Quebec City, Canada, June, 18th - 23rd, (2000).
- [55] Mansano, R.D. et al, "Effects of the methane content on the characteristics of diamond-like carbon films produced by sputtering", *Thin Solid Films*, **373**, p.243-246, (2000).
- [56] G.A. Cirino; P.B. Verdonck; R.D.Mansano; L.G.Neto. "Optical characterization of an amorphous-hydrogenated carbon film and its application in phase modulated diffractive optical elements", *Technical Digest of the XIV International Conference of Microelectronic and Packaging (ICMP)*, p.305-308, Goiás, Brasil, (2001).
- [57] Wyrowski, F. and Bryngdhal, O.; "Speckle-free reconstruction in digital holography", *JOSA A*, **6**, (8), 1171-1174, August, (1989).
- [58] Luiz Gonçalves Neto, Luciana Brassolatti Roberto, Patrick Verdonck, Ronaldo Domingues Mansano, Giuseppe Antonio Cirino and Mario Antonio Stefani; "Multiple line generation over high angle using a hybrid diffractive-refractive phase element", *Applied Optics-IP*, **40**, Issue 2, 211-218, January, (2001).
- [59] L. G. Neto , P.S.P. Cardona , G. A. Cirino , R. D. Mansano , P. Verdonck, "Design, fabrication and characterization of a full complex-amplitude modulation diffractive optical element", *Journal of Microlithography, Microfabrication, and Microsystems - SPIE*, aceito para publicação, Abril, (2003).
- [60] <http://www.andres.host.sk/difracao/diffraction.html>
- [61] Halliday, D. and Resnick, R.; "Física", Vol. 4; Livros técnicos e científicos editora, (1990).

- [62] Ference, Michael and Lemon, Harvey B.; Stephenson, Reginald J.; "Curso de Física"; Ed. Edgard Blücher, (1980)
- [63] Ditchburn, R.W.; "Light", Vol. 1; Academic Press, (1976).
- [64] Mckelvey, John P. and Grotch, H.; "Física", 4; ed. Harpen & Row do Brasil, (1981).
- [65] Sears, Francis W. and Zemansky, Mark W.; "Física", 2; Livros técnicos e científicos editora, (1977).
- [66] Sears, Francis W.; "Física", 3; Ed. Gertum Carneiro, (1953).
- [67] Luiz, Adir M.; "Problemas de Física IV", Editora Guanabara Dois, Rio de Janeiro, (1989).
- [68] Bracewell, R.; "The Fourier Transform and Its Applications", Mc Graw Hill.