**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA**

Magnetotransporte em poços - quânticos duplos e triplos com diferentes valores do fator g de Landé

Luis Enrique Gómez Armas

Orientador:

Prof. Dr. Guennadii Michailovich Gusev

Tese de doutorado apresentada ao
Instituto de Física para a obtenção
do título de Doutor em Ciências.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Guennadii Michailovich Gusev (IFUSP)

Prof. Dr. Valdir Bindilatti (IFUSP)

Prof^ª Dr^ª Ana Melba Champi Farfan (UFABC)

Prof. Dr. Américo Sheitiro Tabata (UNESP)

Prof. Dr. Nilo Mauricio Sotomayor Choque (UFT)

São Paulo
2009

FICHA CATALOGRÁFICA

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Gómez Armas, Luis Enrique

Magnetotransporte em poços quânticos duplos e triplos com diferentes valores do fator g de Landé – São Paulo, 2009.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.
Instituto de Física. Departamento de Física dos Materiais e Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Guennadii Michailovich Gusev

Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Fator g de Landé; 2. Diagramas de fase
`n IND.s'; 3. Poços quânticos; 4. Propriedades
eletrônicas; 5. Estado canted antiferromagnético.

USP/IF/SBI-061/2009

Dedico esta obra ao
Todopoderoso e
a minha avó

Agradecimentos

Este trabalho não teria sido possível sem o apoio de minha companheira, **Mabel**, da Secretária do **CLAF**, **Graça Freire**, e presidente **Dr. Feliciano Sánchez Sinencio**, por me prestar todas as informações necessárias para poder obter a bolsa de estudos, a qual permitiu-me chegar ao Brasil (**país maravilhoso**).

Ao meus amigos e ex-colegas de trabalho, **Celso de Araujo Duarte** e **Ivan Ramos Pagnossin**, pela paciência em socorrer minhas dificuldades nas medidas experimentais no laboratório, assim como, na parte teórica durante os primeiros anos de estudos.

Em especial, meu infinito agradecimento à prof^a **Euzi Conceição Fernandes da Silva**, pelo seu tempo perdido na preparação e correção final deste trabalho.

Ao meu orientador, prof. **Guennadii Michailovich Gusev**, por aceitar-me como seu aluno oferecendo-me um plano de trabalho.

A minha querida avo, **Cecilia Araujo Chavez**, meu tio, **Gilberto Armas Araujo**, meus queridos pais, **Maria Lidia Armas Araujo** e **Victor Berrocal Gamboa**, minha tia, **Ines Armas Araujo**, minha amiga, **Melchora Narro Potilla** pela seu apoio incondicional.

Sou muito grato aos membros do Departamento de Física Aplicada - laboratório de Pesquisa de Dispositivos da UNICAMP, prof^a. **Mônica Alonso Cotta** e **Antonio Augusto de Godoy Von Zuben (Totó)**, pelo seu apoio incondicional no processo de evaporação de ouro em todas as amostras estudadas. Da mesma maneira sou grato ao professor **Antônio Carlos Seabra** (EPUSP), pelo acesso a seu laboratório para o processamento de litografia nas amostras.

Agradeço a os amigos **Moises Parisuaña Ito**, pelo seu apoio computacional e **Niko Churata Mamani** pelo apoio brindado no encaminhamento da documentação necessária à CPG, para minha chegada a este Laboratorio.

Agradeço ao profesor **Alain André Quivy**, por sua disposição por esclarecer dúvidas que surgiram durante o trabalho.

Aos amigos **José Geraldo Chagas (O melhor Sherador de SP)**, **Alvaro Diego (Forró)**, **Fernando Massa**, **Américo Sheitiro Tabata**, **Ana Melva Champi Farfan**, **Francisco de Paula Oliveira**, **Mônica Jimenez Clauzet**, **Tatiana Lacerda**, **Tomas Erikson Lamas**, **pessoal de segurança do IFUSP** agradeço pela preciosa amizade e pelos incontáveis auxílios, durante estes anos de permanencia no Laboratorio MBE.

Finalmente, sou imensamente grato ao convênio entre **CLAF-CNPq**, por ter disponibilizado importantes recursos para este projeto, assim como, o espírito de ajuda ao desenvolvimento profissional de qualquer estudante proveniente de fora do Brasil.

Resumo

Neste trabalho, apresentamos estudos sobre o transporte eletrônico de cargas e diagramas de fase no plano $n_s - B$ em bicamadas eletrônicas ou poços quânticos duplos, formados de ligas semicondutoras de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ e GaAs, assim como também em poços quânticos triplos de GaAs. Para esta finalidade, amostras de poços duplos com diferentes concentrações de Al(x) dentro de cada poço e triplos de GaAs foram crescidas.

Inicialmente, se apresenta um estudo teórico, o qual mostrou que, em poços quânticos duplos em que em cada poço a concentração de Al é diferente, a aplicação de tensões de porta permite a modulação do fator g de Landé dos elétrons confinados nesses poços. Em especial, estudou-se o caso de concentrações de Al que correspondem a valores do fator g com sinal oposto, em cada poço. Posteriormente se faz um estudo teórico da estrutura eletrônica das amostras de poços duplos e triplos, em seguida apresenta-se os fundamentos teóricos que serão de base para a interpretação de nossos resultados experimentais.

Na primeira parte de nosso trabalho, medidas de magnetotransporte (Shubnikov-de Haas (SdH) e Hall), foram realizadas em todas as amostras de estudo. Na amostra de poço duplo 3242, com fator g de Landé de sinais opostos foi encontrado o colapso do gap de spin nas oscilações SdH com o incremento do campo magnético, ou seja, a soma da energia de Zeeman mais a energia de troca e correlação é igual ao potencial de desordem. Este colapso é atribuído à competição entre as energias de troca, intracamadas e intercamadas.

Foi realizada uma análise das oscilações SdH através da transformada de Fourier, para mostrar que as propriedades eletrônicas tais como a concentração e mobilidade dos elétrons, nas amostras de poços duplos, decrescem à medida que aumenta a concentração de Al. As propriedades eletrônicas nas amostras de poços triplos dependem dos parâmetros de crescimento, tal como a largura dos poços e barreira.

Na segunda parte, são apresentados diagramas de fase $n_s - B_\perp$, obtidos através da justaposição dos espectros de magnetorresistência, em amostras de poços duplos e triplos em campo magnético perpendicular e certos valores de campo inclinado. Mostra-se que, em campo magnético perpendicular, o modelo de uma partícula sem interações descreve com boa aproximação o aparecimento dos anéis no diagrama de fase para a amostra de poço duplo com $g = -0,44$. No entanto, na amostra com $g \approx 0$ o modelo não descreve em boa aproximação os diagramas de fase em campo magnético perpendicular e inclinado, precisando de um modelo que inclua termos de interação de muitos corpos para uma possível explicação. Também se prediz a existência de um estado *canted antiferromagnético*. O modelo também mostrará que os diagramas de fase das amostras de poços triplos têm um comportamento semelhante ao das amostras de poços duplos, quando a densidade de elétrons do poço central é baixa comparada com a densidade dos poços laterais.

Abstract

In this work, we present studies about the electronic transport of charges and phase diagrams in the $n_s - B$ plane in electronic bilayers or double quantum wells formed of both $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ and GaAs semiconductor alloys, also in GaAs triple quantum wells. For this purpose, double quantum wells with different aluminium compositions ($\text{Al}, (x)$) in each well and triple quantum wells samples were growth.

Firstly, a theoretical study was presented, which showed that in double quantum wells with different Al compositions, the application of gate voltages allow the modulation of the Landé g factor of the electrons confined within each well. In particular, the case where the quantum wells have different Al compositions was studied, which lead to the opposite signs of the electronic g -factor in each well. After this, a theoretical study of the electronic structure has been presented of both double and triple quantum wells, then, a basic theory has been presented, which will be the base for the interpretation of our experimental results.

At the first part of our work, magnetotransport measurements (Shubnikov-de Haas (SdH) and Hall) were performed in all the studied samples. In the double quantum well sample (3242), wich has Landé g -factor with opposite signs in each well, was found the spin gap collapse at the Shubnikov-de Haas oscillations with an increase in the magnetic field, that is, the sum of the bare Zeeman energy and exchange potencial energy has the same magnitude of the disorder potencial. This collapse was attributed to the competition between the interlayer and intralayer exchange energies.

Fast Fourier transform (FFT) of the Shubnikov-de Haas oscillations was performed in the double and triple quantum well samples to show that the electronic properties, such as electron density and mobility decrease with the increase of the Al compositions. On the other hand, the electronic properties on the triple quantum well samples depend on growth parameters, such as width and heigh barriers of the wells.

At the second part $n_s - B_\perp$ phase diagrams were determined through the superposed longitudinal magnetoresistance, in the double and triple quantum wells samples at the perpendicular magnetic field and certain values of tilted magnetic fields. It has been shown that in a perpendicular magnetic field a single particle model describes in a good aproximation the appearance of ring structures in the phase diagram of the double quantum well with $g = -0.44$. Meanwhile, at the sample with vanishing Landé g -factor ($g \approx 0$) the single particle model can not describe in a good approximation the phase diagram, being a requirement a many particle model for an possivel explanation. It has also been predicted the existence of a *canted antiferromagnetic state*. Finally, the model will also showed the phase diagram of triple quantum wells are similar to double quantum wells, when the electron density of the middle well is low compared to the side wells.

Sumário

Resumo	iii
1 Introdução	1
2 Fator g de Landé em bicamadas eletrônicas	6
2.1 Cálculo do fator g de Landé	6
2.2 Banda de condução de DQWs com diferentes fatores g	9
2.3 Fator g controlado por campo elétrico em DQWs	10
2.4 Determinação do fator g médio	11
3 Amostras e aparato experimental	14
3.1 O planejamento das amostras	14
3.2 A arquitetura das amostras	15
3.3 O processamento das amostras	19
3.3.1 Contato Schottky (porta ou <i>gate</i>)	20
3.3.2 Procedimento para a fabricação da porta ou <i>gate</i>	22
3.3.3 Princípio de funcionamento do contato Schottky	23
3.4 Aparato experimental	25
3.5 Criostato de ^3He	26
4 Estrutura eletrônica de poços duplos e triplos	29
4.1 Bicamadas eletrônicas	29
4.2 Parâmetros que caracterizam os poços duplos e triplos	30
4.2.1 Poços duplos	30
4.2.2 Poços triplos	38
4.3 Características das funções de onda e dos níveis de energia nos DQWs e TQWs	38
4.4 Resultados autoconsistentes para as amostras de TQWs	40
5 Conceitos teóricos e descrição das técnicas experimentais	44
5.1 O efeito Hall clássico	44

5.1.1	2DEG com mais de uma sub-banda ocupada	48
5.2	O efeito Hall quântico inteiro (IQHE)	48
5.2.1	Quantização de Landau	49
5.2.2	2DEG no regime IQHE	51
5.2.3	Efeito das impurezas	51
5.3	Efeito do campo magnético no spin de um 2DEG	53
5.4	Efeito Shubnikov-de Haas	55
5.5	Espalhamento e a mobilidade quântica das sub-bandas eletrônicas	61
5.6	Efeitos de muitos corpos e o gap de spin	65
5.6.1	O colapso do gap de spin	67
5.7	Interações inter e intracamadas em DQWs	68
5.8	Descrição teórica de estruturas topológicas através das oscilações de magnetoresistência em sistemas bidimensionais	69
5.8.1	Cruzamento de níveis de Landau de um sistema 2DEG com duas sub-bandas ocupadas em um campo magnético perpendicular	71
5.8.2	Densidade de estados em campo magnético alto	76
5.8.3	Descrição do modelo de partícula única (<i>single-particle model</i>)	80
6	Análise e discussão de resultados	82
6.1	Oscilações SdH e o colapso do gap de spin	82
6.2	Dependência das propriedades eletrônicas com a concentração de Al	85
6.2.1	DQWs	86
6.2.2	Propriedades eletrônicas em TQWs	102
6.3	Diagramas de fase $n_s - B$ em DQWs e TQWs em campo magnético per- pendicular e inclinado.	109
6.3.1	Diagramas de fase $n_s - B_\perp$ em DQWs e TQWs em campo magnético perpendicular	109
6.3.2	Diagramas de fase $n_s - B_\perp$ e efeito ferromagneto de Hall quântico em DQWs com fator g de Landé nulo	110
6.3.3	Discussão sobre os diagramas de fase	112
6.3.4	Diagramas de fase $n_s - B_\perp$ em TQWs com diferentes larguras	116
6.4	Efeito do campo magnético inclinado nos diagramas de fase $n_s - B$ em DQWs com fator g de Landé nulo	122
7	Conclusões	126
A	Dedução dos níveis de energia	128
B	Lista de símbolos	130

C	Lista de siglas	135
D	Súmula curricular	136
	Bibliografia	137

Capítulo 1

Introdução

Nos últimos anos, o estudo das propriedades dos materiais, fomentado pelas grandes empresas na busca pela liderança do mercado de dispositivos eletrônicos, assim como a necessidade em áreas aplicadas, tem dado origem a novas linhas de pesquisa, especialmente na eletrônica.

A eletrônica gerou um progresso tecnológico vertiginoso, bem caracterizado pela lei de Moore, da década de 70: a capacidade de um chip dobra em aproximadamente cada ano e meio, independentemente de seu tamanho [1]. Entretanto, esta mesma lei que traça a ascensão da tecnologia, prenuncia um limite para o avanço devido a limitações tecnológicas que requerem novas soluções. A eletrônica atual está continuamente buscando reduzir o tamanho de dispositivos, aumentar a eficiência e a rapidez de processamento. Nesta busca está chegando-se a um ponto extremo, sendo necessária a procura de novas tecnologias que nos ajudem a superar estas limitações. O crescimento exponencial da quantidade de informação com que hoje em dia lidamos pede equipamentos mais rápidos e sofisticados. A “spintrônica” - ou eletrônica de spin - e a computação quântica são dois dos novos ramos da ciência que emergiram dessa busca.

A spintrônica, diferentemente da eletrônica convencional - a qual se baseia na carga do elétron -, é o estudo do comportamento do spin do elétron (e também do spin nuclear) na Física do Estado Sólido, e de possíveis dispositivos que façam uso das propriedades do spin do elétron bem como de sua carga. Por exemplo, a relaxação e o transporte do spin em metais e semicondutores hoje em dia são de interesse fundamental tanto no âmbito da pesquisa básica na Física do Estado Sólido, como também na área tecnológica. A spintrônica se propõe a controlar e a manipular o spin, e poder assim desenvolver uma tecnologia complementar à eletrônica do silício e demais semicondutores.

No presente estágio inicial, em que inexistem “circuitos spintrônicos” [2], já foram idealizados e testados alguns dispositivos com sucesso. O mais conhecido é a cabeça de gravação e leitura de discos rígidos de computadores, baseada no princípio da magne-

torresistência gigante (Giant MagnetoResistance, GMR), a qual consiste de camadas de metais ferromagnéticos de diferentes coercividades, alternadas com camadas condutoras. Dependendo da orientação relativa da magnetização nas camadas magnéticas, a magnetorresistência do dispositivo pode ser baixa (magnetizações paralelas) ou extremamente elevada (magnetizações antiparalelas). Com isso, pode-se detectar variações de campo magnético externo.

Existem vários problemas que impedem o desenvolvimento da spintrônica, destacando o desconhecimento de como interligar sequencialmente vários dispositivos spintrônicos sem que haja perda de coerência do spin dos portadores (o que significa perda da informação carregada pelo spin). Essa dificuldade tem como causas principais: 1) a limitação intrínseca do tempo de coerência do spin nos materiais; 2) a dificuldade de conservar a coerência nas regiões de interface entre materiais diferentes, especialmente do tipo metal-semicondutor; e 3) a influência da temperatura. Duas classes de materiais são possíveis candidatas para a aplicação em spintrônica: os semicondutores magnéticos e os semicondutores magnéticos diluídos (Diluted Magnetic Semiconductors, DMS). A primeira (que inclui, por exemplo, calcogenetos de európio [3]), apresenta de usual uma elevada diferença de estruturas cristalinas e parâmetros de rede entre substrato e filme crescido, resultando em filmes de má qualidade cristalina, tornando-os impróprios para a spintrônica, uma vez que somente em estruturas de alta qualidade pode-se ter reduzida a taxa de espalhamento, que implica em longos tempos de coerência. A segunda classe é uma solução alternativa, que consiste de materiais híbridos de semicondutores e materiais magnéticos (de onde surge o nome). Existe outro método alternativo para o controle do spin que prescinde do emprego desses materiais, e é através da manipulação do fator g de Landé em diversos materiais semicondutores [4].

Motivados pela possibilidade do controle do spin do elétron, para possíveis aplicações na spintrônica, neste trabalho desenvolvemos estudos com heteroestruturas semicondutoras de poços quânticos duplos (DQWs) e poços quânticos triplos (TQWs) com diferentes fatores g de Landé. Devido ao acoplamento spin órbita, o valor do fator g de Landé em materiais bulk difere do valor g_0 de um elétron livre ($g_0 = 2,0023$) e pode assumir valores tanto negativos como positivos para diferentes materiais. Uma vez que o fator g de Landé varia com a concentração de alumínio na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, estes materiais representam fortes candidatos para o desenvolvimento de dispositivos destinados à spintrônica. Por este motivo, neste trabalho investigamos estruturas contendo poços quânticos de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Ainda com o intuito de manipular o spin do elétron, analisamos estruturas de poços quânticos duplos. Nestes tipos de sistemas é possível planejar as heteroestruturas com fator g de Landé que varia ao longo da direção de crescimento, e conseqüentemente, gerar uma ampla variedade de dispositivos semicondutores com possíveis aplicações na spintrônica. Além disso, em estruturas tais como poços, fios e pontos quânticos, o fator

g de Landé pode ser modificado pela aplicação de uma tensão de porta (*gate voltage*, V_g) que gera um campo elétrico [5] e desloca a função de onda eletrônica para diferentes locais dentro da região ativa (poços duplos) da heteroestrutura. Por este motivo, neste trabalho investigamos as amostras de DQWs e TQWs em função de V_g .

Além de possíveis aplicações tecnológicas, DQWs e TQWs apresentam fenômenos de interesse do ponto de vista da Física básica. Nas duas últimas décadas o sistema de DQWs tem sido intensamente estudado teoricamente e experimentalmente, em especial através de medidas de magnetotransporte [6]. Quando os poços quânticos (QWs), no sistema DQWs, estão muito próximos entre si, efeitos de tunelamento e/ou interações de Coulomb entre os poços (intercamadas) ou dentro deles mesmos (intracamadas) têm um papel importante e podem dar origem a novos efeitos quânticos, que dependem criticamente da combinação entre os efeitos mencionados. Um exemplo destes efeitos é o aparecimento do efeito Hall quântico fracionário (FQHE) [7, 8] no fator de preenchimento $\nu = 1/2$. Este novo efeito Hall é próprio de sistemas DQWs não aparecendo em QWs simples (SQWs). Efeitos quânticos em sistemas DQWs são mais importantes quando a distância de separação entre os QWs é comparável à distância média entre elétrons. Interações de Coulomb intercamadas são tão importantes como as interações intracamadas, e o sistema dá origem a fases ou transições de fase coletivas não presentes em SQWs [9]. Outra característica importante nestes sistemas de DQWs é a presença de estruturas topológicas ou diagramas de fase, no plano $n_s - B_\perp$ ($B_\perp$ é o campo magnético perpendicular ao plano xy) devido ao cruzamento e anticruzamento de níveis de Landau (LLs) [10, 11].

Sistemas de poços quânticos triplos são estruturas semicondutoras formadas por três poços quânticos separados por barreiras. Tais sistemas são também interessantes desde o ponto de vista experimental e teórico. As propriedades de transporte nestes sistemas são completamente diferentes que em sistemas de DQWs. Por exemplo, em DQWs o estado coerente intercamadas no fator de preenchimento $\nu = 1$ - o estado excitônico - é formado acoplando-se um elétron num QW e um buraco no outro QW. Por outro lado, em TQWs os estados coerentes no fator de preenchimento $\nu = 1$ são classificados em duas classes [12]: estados ligados de dois corpos bosônicos de carga neutra, e estados ligados de três corpos Fermiônicos com carga ± 1 . Além disso, estados incompreensíveis têm sido preditos no regime do efeito Hall quântico fracionário [13].

Uma vez que os DQWs e os TQWs apresentam estes interessantes fenômenos, em nosso trabalho também investigamos estas estruturas com medidas de magnetotransporte para investigar os fenômenos oriundos do acoplamento entre os poços quânticos.

Esta tese está organizada nos seguintes capítulos:

No **CAP. 2** apresentamos alguns resultados teóricos sobre a estrutura eletrônica de DQWs de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ na presença de campo elétrico aplicado por uma tensão de porta (V_g) na superfície da amostra. Estes resultados teóricos são úteis para ilustrar o compor-

tamento da função de onda eletrônica sob a influência de um campo elétrico aplicado na heteroestrutura, permitindo desta maneira a mudança do fator g de Landé entre os QWs.

No **CAP. 3** será introduzido o conceito de multicamadas eletrônicas e os parâmetros que caracterizam estes sistemas. Faremos a descrição da estrutura eletrônica das amostras contendo DQWs e TQWs que serão estudadas ao longo desta tese. Para esta finalidade foi usado um programa que resolve de forma autoconsistente as equações de Schroedinger e Poisson, desenvolvido por um membro do nosso grupo de pesquisa, Dr. Celso de Araujo Duarte atualmente professor na Universidade Federal do Paraná.

No **CAP. 4** será descrito o processamento das amostras desde o crescimento até o seu preparo para a caracterização. Descreveremos também o equipamento utilizado nas medidas de transporte.

No **CAP. 5** apresentamos os conceitos teóricos relacionados com as diferentes medidas de transporte usadas no desenvolvimento deste trabalho: o efeito Hall, o efeito das impurezas nos LLs, o efeito do campo magnético no gás bidimensional de elétrons (2DEG), os mecanismos de espalhamento e a mobilidade quântica das sub-bandas eletrônicas, a contribuição do efeito de muitos corpos ao gap de spin, o colapso do gap de spin, e as interações inter e intracamadas.

Com a finalidade de interpretar os resultados experimentais sobre as estruturas topológicas ou diagramas de fase no plano $n_s - B_\perp$ (com duas e três sub-bandas ocupadas), obtidos da justaposição dos espectros de magnetorresistência, foi dada uma descrição teórica das oscilações de magnetorresistência num sistema 2DEG. Para esta finalidade, foi usado o modelo de partícula única, desconsiderando interações de muitos corpos. As oscilações da magnetorresistência foram obtidas partindo-se da densidade de estados de um 2DEG, na presença de campo magnético alto.

No **CAP. 6** serão apresentados as análises e discussão de resultados, os quais foram divididos em duas partes para facilitar a compreensão. **Na primeira parte** deste capítulo serão apresentados os resultados experimentais, correspondentes ao colapso do gap de spin nas oscilações SdH, da amostra de DQWs com diferentes concentrações de Al dentro dos QWs. Encontra-se que o gap de spin aparece e colapsa várias vezes com o incremento do campo magnético. Outro efeito que será mostrado nesta primeira parte é a dependência das propriedades eletrônicas com a concentração de Al na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, nas amostras DQWs, em particular as mobilidades Hall e quântica. De maneira semelhante verificou-se que as propriedades eletrônicas, nas amostras TQWs, dependem dos parâmetros de crescimento, fazendo que o sistema de TQWs se comporte, em determinadas situações, como um sistema DQWs. **Na segunda parte** deste capítulo serão apresentadas comparações entre os diagramas de fase $n_s - B_\perp$, experimentais e teóricos, obtidos usando-se o modelo de partícula única, em DQWs e TQWs em campo magnético perpendicular e inclinado. Em campo magnético perpendicular $B_\perp$, o diagrama de fase $n_s - B_\perp$ calculado, usando

o modelo de partícula única, reproduz com boa aproximação o diagrama de fase experimental, na amostra de DQWs com $g = -0,44$. Entretanto, na amostra de DQWs com $g \approx 0$, o modelo não reproduz com boa aproximação o diagrama experimental. Com base neste resultado, infere-se a presença de um estado canted antiferromagnético, o qual surge em $\nu = 2$ quando o gap de tunelamento é maior que a energia de Zeeman ($\Delta_{SAS} > \Delta_z$) e é responsável pelas estruturas topológicas nos diagramas de fase $n_s - B_\perp$. Em campo magnético inclinado, a complexidade das estruturas topológicas no plano $n_s - B_\perp$ requer uma teoria que inclua termos de interação, para poder explicar de forma consistente os diagramas de fase experimentais.

Finalmente, será mostrado que os diagramas de fase $n_s - B_\perp$ nas amostras de TQWs dependem da largura dos poços e das barreiras entre eles. Estes parâmetros serão determinantes nos diagramas de fase. Posto que, destes parâmetros dependerá a quantidade de elétrons confinados dentro dos poços, o diagrama de fase de um TQW será semelhante ao diagrama de fase de um DQW.

Capítulo 2

Fator g de Landé em bicamadas eletrônicas

Como dissemos na Introdução, a composição alternada de diferentes materiais semicondutores constitui uma outra possibilidade para a manipulação do fator g de Landé em heteroestruturas semicondutoras. Uma vez que é possível mudar o valor do fator g usando diferentes semicondutores ou diferentes combinações de ligas semicondutoras, dedicamo-nos ao estudo de poços quânticos duplos, compostos por ligas semicondutoras de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, onde x representa a concentração de Al. Neste capítulo apresentaremos informações apenas sobre o fator g de Landé em ligas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ e mostraremos expressões que nos permitem calcular o fator g em função da composição desta liga ternária. É com base nestes valores que planejamos algumas amostras de poços quânticos duplos que têm a estrutura adequada para a manipulação do spin do elétron. Por exemplo, neste trabalho analisamos amostras onde um dos poços tem uma concentração de alumínio igual a $x = 8,2\%$ e o outro poço tem uma concentração de alumínio $x = 14,2\%$, ou seja, valores diferentes de g em cada um dos poços. Estes poços estão separados por barreiras de AlAs. Mostraremos também como projetar uma estrutura de DQWs com fator g de Landé efetivo, g_{ef} , (quase) nulo (amostra 3255).

2.1 Cálculo do fator g de Landé

O fator g de Landé de elétrons num sólido, assim como a sua massa efetiva, é uma propriedade intrínseca relacionada com as bandas de condução e valência do material. Devido à interação spin-órbita, o fator g de um elétron na banda de condução dos semicondutores ou das heteroestruturas semicondutoras tem um valor diferente do fator g de um elétron livre. Por exemplo, para diferentes materiais semicondutores, o parâmetro g assume os seguintes valores: para GaAs tem-se $g = -0,44$; para uma liga de $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$,

$g = +0, 44$; na liga de InP, $g = +1, 2$; na liga de InSb, $g = -51$ [14]; e nas heteroestruturas semicondutoras de Si/Si_{1-x}Ge_x (o valor de g dependerá do valor da concentração de Ge (x) [15,16]. Portanto, é possível obter uma ampla variedade de valores do fator g de Landé fazendo combinações adequadas de materiais semicondutores. A estrutura de bandas do GaAs e outros semicondutores pode ser determinada fazendo-se uso do modelo $\vec{k} \cdot \vec{p}$ com 5 bandas de energia [17]. Este modelo, permite-nos determinar as bandas de energia do material semiconductor e, como consequência, o fator g de Landé e a massa efetiva do portador, entre outros parâmetros, no fundo da banda de condução, levando em conta a não parabolicidade das bandas. De acordo com esta teoria, o fator g de Landé pode ser descrito como [17]:

$$g_{\vec{k},\vec{p}} = 2 + 2C_1 + \frac{2}{3} \left[E_{p0} \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{G_0} \right) + E_{p1} \left(\frac{1}{G_1} - \frac{1}{E_1} \right) - \frac{2\Delta\sqrt{E_{p0}E_{p1}}}{3} \left(\frac{2}{E_1G_0} + \frac{1}{E_0G_1} \right) \right] \quad (2.1)$$

onde C_1 é um termo oriundo da contribuição de bandas distantes; Δ é a interação spin-órbita inter-bandas; $E_{p0} = \frac{2m_0P_0^2}{\hbar^2}$ e $E_{p1} = \frac{2m_0P_1^2}{\hbar^2}$ são as energias dadas em função dos elementos de matriz do momento inter-subbandas (P_0, P_1); $G_0 = E_0 + \Delta_0$, $G_1 = E_1 + \Delta_1$, E_0 , E_1 , Δ_0 , e Δ_1 são parâmetros da estrutura de bandas do material. Para ligas de Al_xGa_{1-x}As, estes parâmetros assumem os seguintes valores (em eV) em função da concentração x de Al na liga:

$$E_0(x) = -(1,5194 + 1,36x + 0,22x^2), \quad (2.2)$$

$$G_0(x) = -(1,8594 + 1,229x + 0,291x^2), \quad (2.3)$$

$$E_1(x) = 2,969 + 0,97x, \quad (2.4)$$

$$G_1(x) = 3,14 + 0,98x. \quad (2.5)$$

Os demais parâmetros assumem os valores: $E_{p0} = 27,86$ eV, $E_{p1} = 2,36$ eV, e $\Delta = -0,061$ eV. O termo C_1 também varia com x . Embora resultados experimentais de C_1 demonstrem que este parâmetro pode ser desprezado na Eq. 2.1, para o desenvolvimento deste trabalho vamos considerar C_1 como sendo uma função linear da concentração de Al. Realizando uma interpolação entre os valores de C_1 para o AlAs e para o GaAs obtém-se a seguinte expressão para a liga ternária de Al_xGa_{1-x}As:

$$C_1(x) = -0,02128 - 0,1318x. \quad (2.6)$$

Resultados experimentais obtidos por Weisbuch e Hermann [17] à temperatura de 4 K

Figura 2.1: Comparação entre os valores do fator g em função da concentração de Al, calculados pelo modelo teórico $\vec{k} \cdot \vec{p}$ (preto) e pela fórmula empírica de Weisbuch e Herman (vermelha), para a liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$.

prevêem uma dependência empírica para o fator g dada por:

$$g_{WH}(x) = -0,44 + 4,25x - 3,9x^2 \quad (2.7)$$

Na Fig. 2.1 mostramos a comparação dos resultados teórico e experimental do fator g segundo as Eqs. 2.1 e 2.7, para o intervalo $0 \leq x \leq 0,30$, que abrange os valores de x utilizados na composição da liga de AlGaAs de nossas amostras de DQWs. Podemos notar uma boa concordância entre os valores teóricos e experimentais do fator g , em especial no intervalo de nosso interesse $0 \leq x \leq 0,14$. Na Tabela 2.1 mostramos valores para as concentrações específicas que foram utilizadas na composição das amostras analisadas nesta tese.

Na Tabela 2.1 podemos verificar que quando a concentração de Al é 8,2% se tem um fator g negativo; quando a concentração de Al é de 14,2%, g é positivo. Podemos ver também que, quando $x = 10\%$ $g \approx 0$ e nota-se uma diferença entre o fator g calculado pelas fórmulas teórica e empírica. Isto é devido ao fato que os valores foram obtidos tendo em consideração a inclusão da barreira de AlAs. Portanto, quando a densidade de elétrons está na presença de um campo magnético e localizada numa camada semicondutora ou num QW (como no nosso caso) com fator g negativo, nesta camada os elétrons estarão com seus spins para baixo e, quando está numa camada ou QW com fator g positivo, os elétrons estarão com seus spins para cima. Desta forma, se conseguirmos deslocar a

Tabela 2.1: Valores do fator g de Landé calculados pelas fórmulas 2.1 e 2.7, para diferentes concentrações de Al, considerando a inclusão da barreira de AlAs. Razão pela qual nota-se a diferença no fator g quando $x = 10\%$.

$x(\%)$	g_{kp}	g_{WH}
8,2	-0,05	-0,12
10	+0,03	-0,05
14,2	+0,11	+0,08

função de densidade eletrônica, poderemos controlar o spin do elétron, efeito este que é muito promissor para aplicações na spintrônica e na computação quântica.

Como vimos, o fator g de Landé tem uma dependência com respeito à concentração de Al na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ e pode-se determinar o valor de g em amostras de DQWs fazendo-se uso das equações Eqs. 2.1 e 2.7. A equação 2.7 é empírica, e prediz que o fator g aumenta monotonicamente de $g = -0,44$ para $x = 0$ até $g = 0,4$ para $x = 0,3$ [16,18]. Entretanto, deve-se ter presente que a equação empírica é válida somente quando a concentração de Al está dentro do intervalo $0,0 < x < 0,4$, sendo inválida para a região de AlAs. Portanto, considerando que as fórmulas 2.1 e 2.7 têm boa concordância entre si apenas para valores $x < 0,4$, tendo comportamentos completamente diferentes para $x > 0,4$, são as que usaremos em nossos cálculos.

2.2 Banda de condução de DQWs com diferentes fatores g

Nesta seção será apresentado o perfil da banda de condução de um sistema de poços quânticos duplos e a função de onda eletrônica, determinados por cálculos autoconsistentes. Os resultados foram obtidos para uma amostra onde a concentração de Al no poço quântico perto da superfície superior da amostra (aqui denominado QW_2) é 14,2% e 8,2% no poço mais distante da superfície (QW_1). Devido à diferença na concentração de Al nos QWs o sistema é levemente assimétrico, para compensar esta assimetria foi crescido um spacer de menor espessura do lado do QW_2 , tal como será mostrado mais para frente. Vamos supor que nosso sistema de DQWs está na presença de um campo magnético externo aplicado na direção $\vec{z}$ (seta verde nas figuras 2.2 e 2.3), neste caso como os QWs de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

Figura 2.2: Funções de onda (azul e vermelho) e potencial de confinamento (preto) obtidos por cálculos autoconsistentes para diferentes concentrações de alumínio nos QWs. Nesta amostra, no QW₁ tem-se $x = 8,2\%$ e, portanto, $g < 0$ (spin para baixo, seta vermelha); no QW₂, $x = 14,2\%$ e $g > 0$ (spin para cima, seta azul). A assimetria dos poços é compensada crescendo um spacer de menor espessura que o outro. A seta verde representa a direção do campo magnético.

têm composições diferentes de Al, no QW₁ os elétrons têm spins para baixo e no QW₂ spins para cima (veja a figuras 2.2 e 2.3).

2.3 Fator g controlado por campo elétrico em DQWs

Nesta seção serão apresentados os resultados teóricos sobre a variação do valor de g mediante a aplicação de uma tensão de porta na superfície da amostra (a mesma apresentada na Fig. 2.2). Mostraremos que a aplicação desta tensão em uma estrutura de DQWs ocasiona o deslocamento da densidade de elétrons de um poço quântico para o outro.

Na Fig. 2.3 podemos ver que, à medida que aumenta o campo elétrico (tensão de porta com valores mais negativos), os elétrons movimentam-se do QW₂ para o QW₁. Pode-se ver que para $E = 0,0 \text{ mV/Å}$, a maioria dos elétrons estão localizados no QW₂ e terão spin para cima; os demais estarão no QW₁ com spins para baixo. À medida que o campo elétrico é aumentado até $E = 0,15 \text{ mV/Å}$, os elétrons estarão localizados no QW₁ e terão spin para baixo. Se fossem aplicadas tensões de porta positivas todos os elétrons estariam localizados no QW₂, tendo spin para cima. Portanto, aplicando um campo elétrico através dos QWs, é possível controlar a posição da função de onda ou a densidade de elétrons nos QWs, mudando desta maneira o fator g de Landé efetivo e, consequentemente, o spin dos

Figura 2.3: Deslocamento da função de onda eletrônica e consequente variação do fator g de Landé mediante a aplicação de campo elétrico (ou tensão de porta). Quando $E = 0,0 \text{ mV/\AA}$, a maioria dos elétrons terão spin para cima ($g > 0$). Quando $E = 0,15 \text{ mV/\AA}$ todos os elétrons terão spin para baixo ($g < 0$). A seta verde representa a direção do campo magnético ($\vec{z}$).

elétrons.

Um fato importante que deve-se ter presente é que embora seja possível medir o módulo do fator g de Landé médio em função do campo elétrico aplicado em experimentos com campo magnético inclinado [19], não é possível determinar o sinal do fator g de Landé por medidas de magnetotransporte. Em princípio, o sinal de g pode ser determinado por experimentos de ressonância do spin do elétron (“Eletron Spin Resonance”, ESR) ou pela interação hiperfina entre o elétron e o spin nuclear [20, 21].

2.4 Determinação do fator g médio

Como é sabido, o desdobramento de spin depende do fator g de Landé. Em nossas amostras o fator g num QW se diferencia do seu valor na barreira devido à diferença na concentração de Al (a barreira de AlAs tem um valor de g muito maior). Uma vez que a função de onda eletrônica poderá estar localizada em ambos os poços quânticos simultaneamente (que podem ter diferentes concentrações de Al em sua composição), o elétron “enxergará” um valor g ponderado pela ocupação eletrônica em cada um dos poços

incluindo a penetração da função dentro da barreira. Este fator de Landé g médio, $\langle g^* \rangle$, pode ser calculado pela seguinte expressão [22]:

$$\langle g^* \rangle = \frac{\int g(z)n(z)dz}{\int n(z)dz} = \frac{\int g(z)n(z)dz}{n_s} \quad (2.8)$$

onde

$$n_s(z) = \sum_{i=1}^N n_i \quad (2.9)$$

sendo n_s a densidade eletrônica total e n_i a densidade de elétrons em cada uma das N sub-banda ocupadas, que podem ser encontradas através dos cálculos autocosistentes.

Como vimos, o campo elétrico aplicado produz um deslocamento da densidade eletrônica entre os poços tal como mostrou-se na Fig. 2.3. Na Fig. 2.4 mostra-se as curvas do valor médio do fator g de Landé em função do campo elétrico aplicado. Estas curvas foram obtidas utilizando-se os resultados dos nossos cálculos autoconsistentes e as expressões que fornecem o valor de g em função da concentração de alumínio pela teoria $\vec{k} \cdot \vec{p}$ (Eq. 2.1) e pela fórmula empírica proposta por Weisbuch e Hermann (Eq. 2.7). Observa-se a diminuição do valor médio do fator g de Landé com o aumento do campo elétrico, e uma boa concordância entre os resultados obtidos pelas fórmulas teórica e empírica. O fato da diminuição do valor médio do fator g de Landé, de um valor positivo até um valor negativo, com o aumento do campo elétrico aplicado (tensão de porta negativa) deve-se ao deslocamento da densidade eletrônica do QW₂ ao QW₁ passando através da barreira, ou seja, os elétrons passam de uma região com um fator g de Landé médio positivo para uma região com um fator g de Landé médio negativo, pelo fato de se ter uma diferença na concentração de Al.

Figura 2.4: Valor médio do fator g de Landé em função do campo elétrico, calculado pela teoria $\vec{k} \cdot \vec{p}$ (preto) e fórmula empírica (vermelha), de uma amostra na qual um dos poços tem concentração $x = 8,2\%$ e o outro $x = 14,2\%$ (veja Fig. 2.3).

Capítulo 3

Amostras e aparato experimental

Neste capítulo será descrito o processamento das amostras, assim como os equipamentos utilizados no desenvolvimento deste trabalho, desde o crescimento até a sua caracterização.

3.1 O planejamento das amostras

Diversas formas de crescimento de heteroestruturas semicondutoras têm sido realizadas na busca de altas condutividades para um gás de elétrons bidimensional, tanto para a pesquisa básica como para a aplicação em dispositivos de baixo ruído e altas frequências. Os sistemas mais promissores são aqueles que provêem uma alta barreira de potencial para o canal de elétrons [23]. Altas barreiras permitem acomodar uma alta concentração de elétrons no canal e, ao mesmo tempo, o desenvolvimento de dispositivos que possam operar em altas temperaturas. Porém, a possibilidade de aumentar a condutividade aumentando a dopagem é limitada por varias razões:

- Altas densidades de dopantes podem dar origem a uma condutividade paralela ao 2DEG, com elétrons na camada de dopantes;
- Altas densidades de portadores (elétrons) podem dar origem ao preenchimento de sub-bandas excitadas, as quais são canais de dispersão adicionais [23];
- E a razão mais importante: uma alta densidade de dopantes aumenta o espalhamento por impurezas remotas. Esse espalhamento pode ser suprimido aumentando-se a distância entre a camada dopada e o canal de condução, também denominada camada espaçadora [23, 24];

Tendo em consideração estes aspectos, as amostras deste estudo foram crescidas fazendo-se uso de uma super-rede (SR) de GaAs/AlAs entre os poços e a dopagem, o que resulta em

uma redução no espalhamento dos elétrons localizados no canal pelas impurezas remotas, aumentando significativamente a condutividade do 2DEG. Na SR de GaAs/AlAs, o estado mais baixo da banda de condução é formado pela banda X do AlAs (elétrons-X) [23, 25]. Devido à grande massa efetiva dos elétrons-X, as impurezas ionizadas sofrem blindagem. Além disso, os pesados elétrons X exibem baixa mobilidade, de modo que se espera que tenham pouca contribuição na condutância paralela.

3.2 A arquitetura das amostras

As heteroestruturas contendo poços quânticos duplos foram crescidas por epitaxia de feixe molecular (*Molecular Beam Epitaxy*, MBE), sobre substratos semi-isolantes de GaAs (001) no Laboratório de Novos Materiais Semicondutores (LNMS) do Instituto de Física da Universidade de São Paulo. As heteroestruturas com poços quânticos triplos foram crescidas no Institute of Semiconductor Physics (Novosibirsky-Russia). A seqüência de crescimento da amostra 3242 será descrita a seguir, juntamente com detalhes das camadas que formam a estrutura. Na Tabela 3.1 o resumo das características da arquitetura da amostra é mostrado.

- Crescimento de um buffer de 1 μm de GaAs sobre o substrato de GaAs, para a obtenção de uma superfície de alta qualidade cristalina, livre dos defeitos do substrato;
- Crescimento de uma liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, onde $x = 36\%$;
- Crescimento de uma super-rede de $20 \times [(\text{AlAs})_5(\text{GaAs})_{10}]$, o que significa que a SR é composta de 20 períodos de AlAs/GaAs, cada qual com 5 monocamadas de AlAs e 10 monocamadas de GaAs. A função desta SR é evitar a migração de contaminantes do substrato para a região ativa da estrutura.
- Crescimento de um segundo buffer de 5000 Å de GaAs;
- Crescimento de uma camada gradiente com um gradiente linear em x na composição da liga ternária $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ com espessura de 500 Å;
- Crescimento de uma camada de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ de 400 Å com uma concentração de Al de 36%;
- Crescimento de uma SR formada de 20 períodos de AlAs/GaAs, cada período formado por uma monocamada de AlAs e uma monocamada de GaAs;
- Crescimento da camada de dopagem ($\delta\text{-Si}$) com uma concentração de dopantes $N_{2D} = 2,2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. Esta dopagem tem a função de prover elétrons para a formação do 2DEG nos QWs;

- Crescimento de uma SR de (GaAs)/(AlAs), com a função de camada espaçadora;
- Crescimento do QW₁ de Al_xGa_{1-x}As com uma concentração de Al de 8,2% ($x = 8,2\%$) com espessura de 140 Å;
- Crescimento da barreira de AlAs com uma espessura de 50 Å, que separa o QW₁ do QW₂;
- Crescimento do QW₂ de Al_xGa_{1-x}As, com uma concentração de Al de 14,2% ($x = 14,2\%$) e espessura de 140 Å;
- Crescimento de uma SR de AlAs/GaAs na parte superior dos QWs quase simétrica à SR inferior.
- Crescimento de uma camada superior de dopagem δ -Si, com concentração $N_{2D} = 2,2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$;
- Crescimento de uma SR de (AlAs)/(GaAs);
- Crescimento de 200 Å de Al_xGa_{1-x}As com uma concentração de Al de 34%;
- Crescimento de uma outra camada de dopagem δ -Si. Esta camada tem por finalidade neutralizar as cargas da superfície da amostra, caso contrário os elétrons fornecidos pela camada de δ -Si seriam utilizados para esta finalidade, e o gás de elétrons nos QWs de AlGaAs teriam a sua concentração reduzida.
- Crescimento de 100 Å de uma camada de GaAs para proteger a amostra contra a oxidação.

As outras amostras de DQWs apresentam a mesma sequência de camadas mas a concentração de Al nos QWs e a largura da barreira entre os QWs são diferentes. Na Tabela 3.2 mostramos a sequência de camadas da amostra R120 com poços quânticos triplos de GaAs. A amostra R121 tem estrutura parecida com a da R120, que é descrita na Tabela 3.2; a amostra 173 de TQWs tem estrutura semelhante mas a largura dos poços é diferente. Finalmente, na Tabela 3.3 mostramos um resumo das principais características (larguras dos poços e das barreiras e concentração de alumínio nas camadas de Al_xGa_{1-x}As) de todas as amostras analisadas.

Tabela 3.1: Descrição da sequência de camadas semicondutoras que compõem a amostra **3242** contendo poços quânticos duplos. As outras amostras de DQWs apresentam a mesma sequência de camadas mas a concentração de Al nos QWs e a larguras da barreira entre os QWs são diferentes.

Camadas	Espessura (Å)	Observações
GaAs	100	cap-layer
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	200	$x = 34\%$
$\delta\text{-Si}$		$1,5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	200	$x = 34\%$
$(\text{AlAs})/(\text{GaAs})$	228	super-rede
$\delta\text{-Si}$		$2,2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
$(\text{AlAs})_4/(\text{GaAs})_8$	155	super-rede
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	140	QW ₂ ($x = 14,2\%$)
AlAs	50	$x = 100\%$
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	140	QW ₁ ($x = 8,2\%$)
$(\text{AlAs})_4/(\text{GaAs})_8$	194	super-rede
$\delta\text{-Si}$		$2,2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
$(\text{AlAs})/(\text{GaAs})$	737	super-rede
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	400	$x = 36\%$
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	500	$x = 34\%$
GaAs	5000	segunda camada <i>buffer</i>
$20 \times [(\text{AlAs})_5(\text{GaAs})_{10}]$	20 MC	super-rede
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	— — —	— — —
GaAs	1000	camada <i>buffer</i>
GaAs	substrato	semi-isolante

Tabela 3.2: Estrutura da amostra **R120** contendo poços quânticos triplos de GaAs. A amostra R121 tem uma estrutura semelhante. Entretanto que, a amostra 173 tem poços laterais com larguras de 100 Å e poço central de 230 Å, com uma largura, nas barreiras entre os poços, de 14 Å respectivamente.

Camadas	Espessura (Å)	Observações
GaAs		cap-layer
(AlAs)/(GaAs)		super-rede
δ -Si		$2, 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
(AlAs)/(GaAs)		super-rede
GaAs	120	QW ₃
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	14	$x = 30\%$
GaAs	140	QW ₂
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	14	$x = 30\%$
GaAs	120	QW ₁
(AlAs)/(GaAs)		super-rede
δ -Si		$2, 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
(AlAs)/(GaAs)		super-rede
GaAs	substrato	semi-isolante

Tabela 3.3: Larguras dos poços L_W e das barreiras L_B e concentrações de alumínio (x) das ligas ternárias de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ que compõem os poços quânticos duplos e triplos analisados neste trabalho. Em todas as amostras, a concentração dos dopantes nas camadas dopadas com silício é a mesma ($n_{Si} = 2,2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$).

amostra		L_W (Å)		L_B (Å)		$x(\%)$	
DQWs							
	QW ₁	QW ₂	QW ₃		QW ₁	QW ₂	QW ₃
3230	140	140		14	0	0	
3242	140	140		50	8,2	14,2	
3255	140	140		14	10	10	
TQWs							
R120	120	140	120	14	0	0	0
R121	120	140	120	20	0	0	0
173	100	230	100	14	0	0	0

3.3 O processamento das amostras

O processamento das amostras, para a realização de medidas, consistiu das seguintes etapas: litografia de barras Hall, difusão dos contatos ôhmicos (o material usado foi In, mas também pode ser usada uma liga de Au/Ge/Ni), deposição do contato Schottky (porta ou *gate* feito de Ti/Au). O processo fotolitográfico foi feito no Laboratório de Sistemas Integráveis (LSI) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Este processo é ilustrado na Fig. 3.1, e consiste das seguintes etapas:

- Limpeza das amostras com acetona quente, álcool, água e secagem com N_2 (veja a Fig. 3.1(a));
- Fixação (a vácuo) pela base (substrato) em um aparelho chamado **spinner**; pinga-se algumas gotas de um composto fotossensível (fotorresiste, empregou-se fotorresiste AZ3312) na superfície da amostra e ela é posta em rotação (rotação do **spinner** 7000 rpm). Depois é feito um pré-aquecimento a 110 °C por 90 s. Este passo deve ser feito sob luz amarela para que o fotorresiste não seja sensibilizado. Neste processo o fotorresiste fica espalhado uniformemente pela superfície da amostra (veja a Fig. 3.1(b));

- Coloca-se a amostra em uma fotoalinhadora; posiciona-se a máscara de litografia com barra Hall sobre a amostra, (veja a Fig. 3.1(c)) e expõe-se a amostra na luz ultravioleta por 30 s. Deste modo, a superfície do fotorresiste que não estava protegida pela máscara é sensibilizada;
- Faz-se a revelação do fotorresiste imergindo a amostra em um revelador (MIF 300 concentrado) por aproximadamente 35 s. Em seguida a amostra é lavada com água e secada com N_2 . Posteriormente, ela passa por um novo aquecimento a 110 °C por 1 minuto. A revelação extrai o fotorresiste sensibilizado (Fig 3.1(d)) e, assim, o ataque químico a seguir não agride a região protegida pelo fotorresiste não sensibilizado (Fig 3.1(e)).
- Em seguida é feita a corrosão química, com uma solução de $H_3PO_4 : H_2O_2 : H_2O$ na proporção de 3:1:50. O tempo do ataque químico depende da amostra e dos objetivos que queremos atingir. Para as nossas amostras utilizamos 10 min.
- Finalmente, retiramos o fotorresiste com acetona, e limpamos os resíduos com isopropanol, ambos a quente. Na Fig. 3.1(f) mostra-se uma amostra com barra Hall pronta para se pôr os contatos ôhmicos, produzidos por meio da difusão de In a uma temperatura de 400 °C por 3 minutos numa atmosfera de N_2 .

Na Fig. 3.2 mostra-se a fotografia de uma amostra com contatos ôhmicos (denomina-se ôhmico devido ao comportamento linear entre a tensão e a corrente, obedecendo a lei de ohm). Depois, faz-se a soldagem de terminais nos contatos de In e um teste de qualidade elétrica.

3.3.1 Contato Schottky (porta ou *gate*)

Com o objetivo de controlar o fluxo da corrente de elétrons entre os contatos $1 \rightarrow 4$ (ver Fig. 3.3) e, conseqüentemente, a densidade de elétrons através dos QWs, uma porta (*gate*) ou contato Schottky é produzida na superfície da amostra, tal como mostrado na Fig. 3.3. Esta porta consiste de um filme de Ti/Au depositado na superfície da amostra, exatamente na região central da barra Hall (região amarela da Fig. 3.3). O Au possibilita a soldagem de um terminal elétrico (contato 7 na Fig. 3.3), e o Ti (entre o Au e a superfície da amostra) previne a difusão de Au na amostra, que ocorre mesmo à temperatura ambiente, o que danificaria a amostra. Este trabalho foi realizado no Laboratório de Pesquisa de Dispositivos (LPD) do Departamento de Física Aplicada do Instituto de Física da Universidade de Campinas (UNICAMP).

A Fig. 3.3 é uma ilustração de uma amostra pronta para a realização de medidas de transporte. Nesta figura mostram-se os contatos ôhmicos, numerados de 1 até 6 em cinza, e em amarelo o contato Schottky ou porta. As medidas Shubnikov-de Haas são feitas

Figura 3.1: Processamento de litografia da barra Hall sobre as amostras.

através dos terminais ao longo da direção da corrente, isto é, entre os contatos 5 e 6 (ou 2 com 3). Por outro lado, as medidas Hall são feitas através dos terminais transversais da amostra, isto é, entre os contatos 3 e 5 (ou 2 com 6).

A escolha dos contatos dependerá do estado ôhmico de cada um deles (considera-se um contato aceitável se ao se medir a resistência com um multímetro, este registra um valor entre $10\text{ K}\Omega$ e $30\text{ K}\Omega$).

Finalmente, os diferentes potenciais elétricos, que mudarão a densidade de elétrons dentro dos QWs, serão aplicados através dos contatos 7 e 4, tal como é ilustrado na Fig. 3.3 (é recomendável que ao medir a resistência elétrica, em polarização reversa, entre a porta e o contato 4, seja da ordem dos mega-ohm).

Figura 3.2: Amostra com contatos de In difundido.

3.3.2 Procedimento para a fabricação da porta ou *gate*

Primeiramente coloca-se sobre a amostra uma máscara (pedaço de acetato) com um pequeno furo no centro, de aproximadamente 2 mm de diâmetro, a qual deve cobrir toda a amostra exceto a região desse furo, que é posicionado acima do centro da barra Hall (região de interesse). A seguir a amostra é colocada numa câmara de vácuo, de uma evaporadora, dentro da qual se encontra um cadinho verticalmente alinhado com a amostra, e que sustenta o metal a ser evaporado. O vácuo é feito aproximadamente por uma hora e chega aproximadamente até 10^{-7} tor; em seguida deposita-se os filmes de Ti (200 Å) e Au (800 Å). Posteriormente, solda-se um terminal elétrico ao filme, o qual pode ser feito com cola prata ou In, através do qual é feita a aplicação dos potenciais elétricos. Na Fig. 3.4 mostramos uma amostra com porta e terminais ou contatos elétricos. Antes de fazer as medidas à baixa temperatura, faz-se uma prova do contato Schottky à temperatura ambiente para verificar se realmente consegue-se a depleção do 2DEG da amostra. A Fig. 3.5 mostra a resistência em função do potencial elétrico ou tensão de porta (V_g). Observa-se uma resistência de 373 K Ω quando $V_g = -5$ V e uma resistência de 16 K Ω para $V_g = +5$ V. Este resultado mostra que, para valores negativos de V_g , a resistência tende a aumentar, indicando que o 2DEG é depletado. Por outro lado, para valores positivos de V_g a resistência tende a diminuir o que resulta do aumento de portadores no 2DEG. Estes resultados mostram que a barreira Schottky funciona adequadamente.

Como já foi dito, a finalidade dessa barreira Schottky é a de variar a população do

Figura 3.3: Amostra pronta para a realização de medidas de transporte Shubnikov-de Haas (SdH) e Hall. A explicação das conexões elétricas estão descritas no texto.

2DEG em cada um dos QWs. Seria muito interessante produzir uma porta inferior (back-gate, V_{bg} ou barreira Schottky perto do QW_1) e, desta maneira, ter melhor controle da população e depopulação de elétrons em cada QW. Mas, devido a dificuldades técnicas, neste trabalho, somente usaremos a porta superior V_g (barreira Schottky perto do QW_2), deixando o processamento para futuros trabalhos.

3.3.3 Princípio de funcionamento do contato Schottky

A junção entre um metal e um semicondutor e as propriedades desta junção são assuntos bem conhecidos e amplamente utilizados na investigação das propriedades eletrônicas de semicondutores [26]. Sabe-se que, a presença de contatos retificadores e ôhmicos é fundamental para investigações de capacitância, mediante a aplicação de tensões de porta, que mudam a densidade de elétrons, justificando-se a necessidade de compreensão de alguns dos aspectos básicos destes contatos. Se os elétrons são os portadores de carga majoritários, será um semicondutor tipo n; e se buracos são portadores de carga majoritários será um semicondutor tipo p. Quando um metal é colocado em contato com um semicondutor, se a função do trabalho do metal (Φ_m) for maior que a eletroafinidade do semicondutor χ_s , dar-se-á início a um processo de transferência de cargas do semicondutor para o metal que oferece um maior número de estados energeticamente favoráveis aos elétrons. Assumindo que os elétrons são os portadores de carga majoritário, a transferência de carga termina quando os equilíbrios termodinâmico e elétrico são alcançados, representando a igualdade

Figura 3.4: Amostra com porta de Ti-Au (barreira Schottky) para a aplicação da tensão de porta - mancha amarela.

entre os níveis de Fermi dos dois materiais [26,27] (vide Figs. 3.6(a) e (b)).

Em função da redistribuição de cargas na região próxima à interface, um campo elétrico normal à interface é estabelecido. Esse campo intrínseco é o responsável pelo encurvamento das bandas de energia do semiconductor (Fig. 3.6(b)) e também pela fixação da quantidade de portadores que podem se deslocar do semiconductor para o metal. Como um efeito adicional, a região do semiconductor imediatamente adjacente à interface torna-se positivamente carregada [27] devido à presença de impurezas ionizadas. Essa região de carga espacial é convencionalmente chamada de região de depleção e tem propriedades diferentes daquelas encontradas no restante do semiconductor, sendo uma delas a capacitância, não estudada neste trabalho.

O contato Schottky ou contato retificador pode ser caracterizado pela barreira de potencial (barreira schottky) cuja altura Φ_B é independente da tensão aplicada e pelos tipos de processos envolvidos no transporte de corrente (emissão termoiônica, emissão por efeito de campo ou tunelamento através da barreira) [26,27]. Vários modelos foram propostos para explicar o processo de formação da barreira, como o de Schottky [27], baseado na diferença entre a função de trabalho do metal e a eletroafinidade do semiconductor ($\Phi_B = \Phi_m - \chi_s$), e o de Bardeen [27], baseado na presença de estados de superfície na interface.

Com uma concentração de dopantes $\leq 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (GaAs ou Si) e à temperatura ambiente, o processo dominante de transporte de corrente através da junção é dado pela emissão termoiônica:

$$J = J_0 \left[e^{(qV/nk_B T)} - 1 \right] \quad (3.1)$$

Figura 3.5: Resistência em função do potencial de porta, para a amostra 3242.

onde J_0 é a corrente de saturação, n é o fator de idealidade, V é a voltagem externa aplicada e os demais termos têm os significados conhecidos. Pode-se caracterizar os regimes de polarização direta e polarização reversa de transporte de corrente em um contato retificador obedecendo a Equação 3.1: **Em polarização direta** - semicondutor negativo em relação ao metal - a largura da região de depleção e a altura da barreira de potencial, para elétrons vindos do semicondutor, diminuem (vide Fig. 3.6(c)) e a condução de corrente aumenta. Por outro lado, **em polarização reversa** - semicondutor positivo em relação ao metal e a largura da região de depleção aumenta (vide Fig. 3.6(d)) através da região da ionização da região imediatamente adjacente), e a corrente circulante tende a seu limite inferior dado por J_0 (A/m^2). Neste regime, o caráter capacitivo da região de depleção fica evidenciado e é controlado pela variação do campo elétrico que redistribui as cargas.

3.4 Aparato experimental

As medidas experimentais de transporte Shubnikov-de Haas e Hall foram feitas em bobinas supercondutoras em baixas temperaturas (temperaturas do ^4He líquido, superfluido (1,6 K) ou do ^3He (na ordem de dezenas ou centenas de mK)). Parte destas medidas foram feitas no Laboratório de Novos Materiais Semicondutores (LNMS) do Instituto de Física da Universidade de São Paulo USP/SP, e parte no Grenoble High Magnetic Field Laboratory (GHMG - Grenoble, França). A coleta de dados foi feita usando um amplificador lock-in usual acoplado a um microcomputador. A corrente empregada foi de $1\mu A$ e de $0,1\mu A$.

3.5 Criostato de ^3He

Criostatos (*refrigerators*) são desenhados para operar a baixas temperaturas usando ^3He como fluido refrigerante. O princípio fundamental do criostato de ^3He é condensar o gás ^3He , mantendo-o em contato com um reservatório de ^4He . Baixas temperaturas de até 300 mK ou menos são alcançadas reduzindo-se a pressão de vapor sob a parte superior de ^3He líquido, usando uma bomba de absorção interna. Mencionaremos os sete passos que indicam os princípios físicos:

1. ^3He gás é liberado lentamente esquentando um bloco de carvão (*heater* na posição ON).
2. ^4He é introduzido dentro do 1K *pot* através da válvula agulha, bombeando sob o ^4He ; a temperatura é reduzida a aproximadamente 1,2 K.
3. Posto que o ^3He gás está em contato com o 1K *pot*, este é condensado e armazenado no ^3He *pot* (ver Fig 3.7).
4. Temperaturas da ordem dos 300 mK são atingidas reduzindo-se a pressão de vapor do ^3He líquido re-coletado, usando-se a bomba de absorção interna. Esta bomba funciona desligando-se o *heater*.
5. As amostras colocadas na câmara da amostra são resfriadas em contato com o ^3He .
6. O ^3He é bombeado pelo *absorber* até ser evaporado completamente.
7. Voltar o *heater* para a posição ON para esquentar o carbono e recomeçar o processo (passo 1).

Figura 3.6: Diagrama das bandas de energia de um contato metal-semicondutor (tipo n): (a) metal e semicondutor separados; (b) em contato e sem polarização; (c) polarização direta; (d) polarização reversa. Em todos os casos a função do trabalho do metal Φ_m é maior que a eletroafinidade do semicondutor χ_s . B_C e B_V representam os fundos da banda de condução e de valência, respectivamente, E_F é a energia de Fermi, V é a tensão de polarização, V_D é a queda de potencial na região de depleção e $P_{o,d,r}$ são as larguras da região de depleção para os três regimes de polarização.

Figura 3.7: Criostato de ^3He .

Capítulo 4

Estrutura eletrônica de poços duplos e triplos

Nas duas últimas décadas, observações experimentais e previsões teóricas de novos efeitos e fenômenos têm sido relatadas para heteroestruturas semicondutoras contendo poços quânticos duplos e triplos. Podemos citar, por exemplo, o efeito de Aharonov-Bohm [28], os estados quânticos de Hall [29], efeitos de correlação [30], relaxação do tunelamento de elétrons fotoexcitados [31], e relaxação do tunelamento de elétrons acompanhados por emissão espontânea de fônons [32], entre outros. Estas observações e previsões mostram que as propriedades eletrônicas de estruturas de DQWs e TQWs contêm, de forma intrínseca, uma Física Fundamental interessante. Além disso, o desenvolvimento de estruturas semicondutoras nas quais é possível variar o fator g de Landé [16, 22] e que, conseqüentemente, permitem a manipulação do spin do elétron tem motivado a comunidade científica para o estudo de poços duplos e triplos com a finalidade de possíveis aplicações tecnológicas. Apresentaremos neste capítulo conceitos importantes para o desenvolvimento deste trabalho: o conceito de multicamadas eletrônicas e a descrição da estrutura eletrônica de heteroestruturas semicondutoras contendo poços quânticos duplos e triplos. Conceitos suplementares serão introduzidos quando necessários.

4.1 Bicamadas eletrônicas

No âmbito deste trabalho, um conceito de fundamental importância é o de bicamada eletrônica, que nada mais é do que duas camadas paralelas de um gás bidimensional de elétrons (2DEG, *two-dimensional electrons gas*) que podem ou não coincidir no espaço. De forma semelhante podemos definir um sistema de multicamadas eletrônicas como sendo aquele que tem múltiplas camadas paralelas, cada uma delas contendo um gás bidimensional de elétrons.

Existem dois meios diferentes de se realizar uma bicamada eletrônica. O primeiro é pelo uso de uma estrutura de DQW formada por dois poços quânticos, separados por uma barreira. Dopando-se as barreiras externas aos poços, haverá a transferência de elétrons dos dopantes para a região de cada poço. Estas duas camadas de portadores (elétrons) confinados em duas camadas semicondutoras paralelas constitui uma bicamada eletrônica. Variando-se a espessura e a altura da barreira entre os poços é possível obter-se uma ampla variedade de regimes de acoplamento entre as bicamadas. Por exemplo, no caso de barreiras de AlGaAs com uma concentração de Al de aproximadamente 30% e espessura inferior a 90 Å, o tunelamento de portadores de carga entre os QWs torna-se importante [33], permitindo o acoplamento entre as bicamadas. Nas amostras de DQWs que estudaremos, as barreiras têm larguras de 50 Å e 14 Å.

O segundo método para se produzir uma bicamada eletrônica é utilizando-se um único poço quântico largo, dopado na barreira, com uma largura típica de 400 a 1000 Å [33], dentro do qual se forma uma bicamada eletrônica devido à repulsão de Coulomb entre os elétrons. Os elétrons que formam o gás, e que foram capturados dos átomos dopantes localizados na barreira, irão localizar-se em cada heterointerface do poço com a barreira. Desta forma, estes portadores localizados em cada uma das interfaces do poço com a barreira também constituem uma bicamada eletrônica. Se as heterointerfaces são aproximadas, existirá uma troca de carga entre elas. Se, inicialmente a densidade de carga é baixa, a função de onda estender-se-á ao longo do QW e não existirá um mínimo na densidade de carga dentro do poço. Neste caso o sistema comporta-se como uma camada única. Entretanto, à medida que se aumenta a densidade de carga, o sistema passará a se comportar como uma bicamada, aparecendo um mínimo na densidade de elétrons devido à repulsão de Coulomb entre eles.

Dentre esses dois tipos de sistemas, neste trabalho estudaremos as propriedades de bicamadas eletrônicas em amostras de DQWs constituídos de ligas ternárias de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ dentro dos QWs. Além destas estruturas semicondutoras, estudaremos também as propriedades eletrônicas e diagramas de fase da concentração de portadores de um 2DEG em função de campo magnético externo em poços duplos e triplos de GaAs.

4.2 Parâmetros que caracterizam os poços duplos e triplos

4.2.1 Poços duplos

Em um sistema de DQW dopado, forma-se um 2DEG cuja densidade eletrônica concentra-se majoritariamente no interior de cada um dos poços, tendendo a anular-se nas regiões das barreiras. Neste caso, o sistema assemelha-se ao de dois 2DEG quase independentes,

localizados em planos paralelos e separados por uma pequena distância. O elétron numa bicamada eletrônica tem um grau de liberdade a mais do que em sistemas de monocamadas como os poços quânticos simples largos e, portanto, espera-se o surgimento de novos fenômenos.

O estado fundamental de um sistema com somente um poço quântico na presença de campo magnético externo é determinado por dois parâmetros: o fator de preenchimento ν de um nível de Landau (*Landau Level*, LL) e o desdobramento da energia de Zeeman normalizada pela interação de Coulomb. Já em um sistema de bicamadas, há vários outros parâmetros e propriedades que o caracterizam, tais como:

1. Os fatores de preenchimento de cada poço, ν_1 e ν_2 ;
2. A distância de separação d entre os poços, em função da qual as interações de Coulomb entre os poços (interações inter-camadas) e entre os portadores confinados no interior de cada poço (interações intra-camadas) podem ser diferentes. Quando a espessura de cada poço tende a zero, a interação dentro de cada poço (intra-camadas) é dada por [34]:

$$V_a(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon r} \quad , \quad (4.1)$$

e a interação entre os poços (inter-camadas) é descrita como:

$$V_e(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\sqrt{r^2 + d^2}} \quad (4.2)$$

sendo r a distância de separação entre os elétrons no plano do 2DEG.

3. Δ_{SAS} , um parâmetro que expressa a força de tunelamento dos elétrons entre os poços. Quando não há tunelamento, o estado de um elétron Ψ_1 no poço 1 tem uma energia E_1 , e o estado de um elétron no outro poço Ψ_2 tem energia E_2 . Se os poços são simétricos essas energias são degeneradas, $E_1 = E_2$. Se os poços são assimétricos essas energias são diferentes, $E_1 \neq E_2$. Se os QWs são simétricos, à medida que eles vão sendo aproximados um do outro existirá tunelamento entre eles o que ocasionará a quebra da degenerescência das energias. Como consequência, haverá o aparecimento dos estados chamados simétrico e anti-simétrico. Estes estados terão uma integral de sobreposição (*overlap*) que será denotada em nosso trabalho pela letra t . O caso mais geral é aquele quando os QWs são assimétricos. Neste caso os autoestados de um elétron nestes sistemas são dados pela combinação linear de Ψ_1 e Ψ_2 e terão energias [34]:

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \left[E_1 + E_2 \pm \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + 4t^2} \right] \quad (4.3)$$

A diferença de energia entre esses estados é mínima quando os poços são ajusta-

Figura 4.1: Poços quânticos duplos simétricos e com tunelamento.

dos em forma simétrica (ver Fig. 4.1), de maneira que as energias entre os poços quânticos são degeneradas e $2t = \Delta_{SAS}$. Neste caso, os autoestados simétrico e anti-simétrico, Ψ_S e Ψ_{AS} são dados por [34]:

$$\Psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_1 + \Psi_2] \quad (4.4)$$

$$\Psi_{AS} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_1 - \Psi_2] \quad (4.5)$$

A combinação simétrica (Ψ_S) tem energia mais baixa que a combinação anti-simétrica (Ψ_{AS}). O gap de energia Δ_{SAS} é a diferença entre as energias destes estados e depende da separação d entre os poços quânticos, da espessura, e da altura da barreira, a qual depende da concentração de Al. Neste trabalho analisaremos amostras que têm barreiras internas (entre os poços) de AlAs e $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ nos poços duplos e barreiras internas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ nos poços triplos.

4. A componente do campo magnético paralela ao plano do 2DEG ($B_{||}$) – que tem pouco efeito sobre o movimento orbital dos elétrons num QW simples – é muito importante em um sistema de bicamada, por afetar o tunelamento dos elétrons e a polarização do spin.

Quando existe uma diferença na densidade de elétrons em cada um dos poços de um DQW, costuma-se definir os estados ligado (*Bound*, B) e antiligado (*AntiBound*, AB)¹ [33]. Neste caso, um parâmetro importante para a descrição do sistema é a diferença entre a densidade de elétrons n_1 no QW₁ e a densidade de elétrons n_2 no QW₂, visto que o fator g de Landé poderá ter sinal oposto dentro de cada um dos poços, como foi visto no

¹Estado bonding $|\Psi_{-}\rangle$ – é o estado que permite uma ligação química e está relacionado com o estado de menor energia E_{-} . Estado antibonding $|\Psi_{+}\rangle$ – é o estado que não permite uma ligação química e está relacionado com o estado de maior energia E_{+} . Os estados $|\Psi_{-}\rangle$ e $|\Psi_{+}\rangle$ são exemplos dos chamados orbitais moleculares.

Capítulo 2. Define-se também a diferença entre as densidades de elétrons das sub-bandas ligada (n_B) e antiligada (n_{AB}). Uma situação interessante é aquela onde Δ_{SAS} tem um valor finito, tendo, portanto, os QWs a mesma densidade de elétrons ($n_1 = n_2$), mas diferentes densidade de elétrons em cada sub-banda ($n_S \neq n_{AS}$). Este é o caso em que $n_B = n_S$ e $n_{AB} = n_{AS}$. Esta condição será mais bem compreendida posteriormente, e corresponde à situação ordinariamente denominada de *balanceada* (*balance*). Na presença de um campo elétrico externo aplicado na direção de crescimento, por exemplo, através da aplicação de uma tensão de porta, há uma transferência de carga entre os QWs, e o sistema evolui para uma situação denominada *desbalanceada* (*imbalance*). Neste caso, costuma-se definir o parâmetro de balanceamento (σ) como sendo a diferença de carga normalizada entre os QWs:

$$\sigma = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \quad (4.6)$$

O parâmetro σ é positivo se o QW₂ tem maior quantidade de elétrons que o QW₁ ($n_2 > n_1$), e negativo no caso contrário ($n_2 < n_1$). As Figs. 4.2(b) e 4.3(b) mostram uma situação de não balanceamento e outra de balanceamento, respectivamente. A diferença entre as densidades n_B e n_{AB} está também relacionada com o a separação de energia das sub-bandas, Δ_{BAB} , da seguinte maneira [33]:

$$\Delta_{BAB} = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} (n_B - n_{AB}) \quad (4.7)$$

À medida que a separação aumenta, cresce a diferença de energia entre as sub-bandas. Quando chega-se à situação onde o parâmetro de desbalanceamento é zero ($\sigma = 0$), tem-se $\Delta_{BAB} = \Delta_{SAS}$, $n_B = n_S$ e $n_{AB} = n_{AS}$. Podemos observar esta situação na Fig. 4.3(b) onde o fator g de Landé é zero, assim como na Fig. 4.4(b) onde ambos os QWs são de GaAs ($g = -0,44$).

Antes de continuarmos, descreveremos qual é o efeito da aplicação de uma tensão de porta no deslocamento da função de distribuição eletrônica. Vamos descrever a situação onde o sistema de DQWs não está balanceado ($\sigma \neq 0$). Neste caso pode-se chegar ao balanceamento aplicando-se uma diferença de potencial na porta localizada na superfície da amostra (*front-gate*, tensão V_{fg}). A Fig. 4.5 mostra que para tensões positivas ($V_{fg} > 0$) a banda de condução é dobrada para baixo (direita), reduzindo a energia dos elétrons na superfície, e portanto, aumentando levemente a densidade de elétrons no QW₂, deixando a concentração de elétrons no QW₁ quase constante [35]. Para tensões negativas ($V_{fg} < 0$), a banda de condução é dobrada para cima (também à direita), repelindo os elétrons do QW₂ mantendo a densidade eletrônica no QW₁ quase constante. A densidade de elétrons do QW₁ pode também ser alterada através de uma porta no substrato, ou seja, “atrás” da amostra conhecida como *back gate* (V_{bg}). A fenomenologia do funcionamento sob a

Figura 4.2: Resultados dos cálculos autoconsistentes para a amostra 3242: (a) Funções de onda localizadas no QW_1 (em vermelho) e no QW_2 (em azul); (b) Densidade de elétrons correspondente. Observa-se que a concentração de elétrons é maior no QW_1 do que no QW_2 , o que é uma situação de desbalanceamento.

Figura 4.3: Resultados dos cálculos autoconsistentes para a amostra 3255: (a) Funções de onda simétrica e anti-simétrica, delocalizadas através dos QWs; (b) Igualdade na densidade de elétrons dentro dos QWs.

Figura 4.4: Resultados dos cálculos autoconsistentes para a amostra 3230: (a) Funções de onda simétrica (vermelha) e anti-simétrica (verde), delocalizadas através dos QWs; (b) Igualdade na densidade de elétrons dentro de cada QW (balance)(vermelha).

Figura 4.5: Representação da influência da aplicação de uma diferença de potencial na porta localizada na superfície da amostra (*front-gate*, tensão V_{fg}) no perfil do potencial da banda de condução (por clareza, omitimos a banda de valência) de uma heteroestrutura de poços-quânticos duplos aterrados. Quando $V_{fg} > 0$ os elétrons são atraídos para a superfície (seta verde), aumentando levemente a concentração de elétrons no QW₂; quando $V_{fg} < 0$, eles são repelidos (seta vermelha) e a concentração diminui. Este rearranjo de cargas também modifica a função de onda dos elétrons e, por conseguinte, a mobilidade deles. Os elétrons no poço-quântico 1 não são afetados significativamente por V_{fg} , embora o sejam (de forma semelhante) pelo *back-gate* (V_{bg}). δ_1 e δ_2 são a concentração de dopantes do QW₁ e QW₂

influência do back gate é exatamente a mesma que o front gate. Desta maneira é possível ajustar a densidade de elétrons nos QWs até o balanceamento. Neste trabalho não faremos uso do back gate, razão pela qual chamaremos o *front gate* V_{fg} somente como V_g . Além disso, de agora em diante, na descrição do nosso trabalho, o poço quântico localizado perto do substrato será sempre denominado QW₁ e o poço perto da superfície será o QW₂.

A aplicação de tensão de porta também tem influência na mobilidade dos elétrons, haja visto que a modificação das funções de onda dos elétrons altera sua sobreposição com os centros espalhadores [36]. Por exemplo: ainda na situação descrita acima, quando os elétrons são repelidos ($V_{fg} < 0$), a despeito de qualquer variação na densidade de portadores no QW₂, a função de onda (vermelha) desses elétrons é deslocada para a esquerda, para longe dos dopantes localizados na camada delta. Desta forma pode-se esperar um aumento na mobilidade desses elétrons ou, equivalentemente, uma redução na taxa de espalhamento devido a esse afastamento dos íons dopantes. Diferentemente da concentração, a dependência da mobilidade com a tensão de porta está intimamente relacionada com a própria arquitetura da heteroestrutura, como será visto adiante em nossos resultados experimentais.

4.2.2 Poços triplos

A descrição dos sistemas de TQWs é mais complexa pois novos efeitos são observados nestes sistemas. Por exemplo, na presença de altos campos magnéticos são observados os estados do efeito Hall quântico fracionário (FQHE) que aparecem com fatores de preenchimento baixos [37]. Cabe entretanto ressaltar que para que isto aconteça, as heteroestruturas devem ter parâmetros geométricos adequados, tais como a largura dos QWs, e a densidades de elétrons dentro de cada QW. De maneira semelhante que nos DQWs, as interações de Coulomb entre os poços e no interior deles mesmos dependem da largura dos QWs, assim como a distância de separação entre eles (barreira entre os poços quânticos). Sabe-se que em TQWs, quando a densidade superficial de elétrons (n_s) é baixa, a maioria deles tende a ocupar o QW central enquanto que, quando n_s é alta, a maioria dos elétrons ocuparão os poços laterais [38]. Portanto, a diferença de energia entre as sub-bandas dependerá da concentração de elétrons dentro de cada poço tal como será mostrado no tópico seguinte. Em nosso trabalho estudamos as amostras de poços triplos – amostras R120, R121 e 173 –, as duas primeiras com poços laterais de largura de 120 Å e poço central de 140 Å e barreiras de $\text{Al}_{0,31}\text{Ga}_{0,69}\text{As}$ com larguras de 14 Å e 20 Å, respectivamente. A amostra 173 possui os poços laterais com larguras de 100 Å e o central de 230 Å, com barreira entre os poços de $\text{Al}_{0,31}\text{Ga}_{0,69}\text{As}$ com largura de 14 Å.

4.3 Características das funções de onda e dos níveis de energia nos DQWs e TQWs

Com a finalidade de obter informações mais detalhadas das propriedades eletrônicas das amostras em estudo, cálculos autoconsistentes foram desenvolvidos para se determinar as energias de confinamento, as funções de onda das sub-bandas eletrônicas, e a densidade eletrônica total. Os cálculos autoconsistentes foram realizados tendo em consideração as propriedades conhecidas de cada material que constitui a heteroestrutura (a composição de Al na liga, a massa efetiva dos elétrons e a constante dielétrica do material), os parâmetros que definem a geometria da heteroestrutura (largura dos poços e altura das barreiras), e a concentração de elétrons do 2DEG, obtida por meio de medidas experimentais de efeito Hall e SdH. Nossa intenção é ilustrar qual é a influência dos parâmetros geométricos nas propriedades eletrônicas de DQWs e TQWs. Os principais resultados são mostrados a seguir.

As propriedades eletrônicas (densidade eletrônica, energia eletrônica de cada sub-banda, etc.) dos DQWs e TQWs são muito sensíveis aos parâmetros geométricos que definem a heteroestrutura. Este efeito pode ser observado, por exemplo, na diferença das funções de onda para as diferentes larguras da barreira que separam os QWs. A Fig. 4.2(b)

Tabela 4.1: Concentração eletrônica para amostras de poços quânticos duplos de AlGaAs e poços quânticos triplos de GaAs obtidas com os cálculos autoconsistentes. As concentrações estão em unidades de 10^{11} cm^{-2} .

Amostras DQWs	n_S	n_{AS}	n_B	n_{AB}	Estado
3242			6,78	1,85	não balanceado
3255	3,84	3,46			balanceado
3230	5,12	4,2			balanceado
Amostras TQWs	n_1	n_2	n_3		
$R120$	4,21	4,02	0,395		não balanceado
$R121$	4,1	4,0	0,5		não balanceado
173	3,73	3,51	1,65		não balanceado

mostra os resultados numéricos para a amostra 3242, onde claramente pode-se observar o estado de desbalanceamento ($\sigma \neq 0$), visto que as funções de onda estão localizadas no QW_1 e no QW_2 . Conhecendo-se as energias E_1 , E_2 , e a energia de Fermi E_F , é possível obter as densidades n_B e n_{AB} através da fórmula:

$$E_F - E_i = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} n_i \quad (4.8)$$

onde i é o índice da i -ésima sub-banda.

Para o caso de balanceamento n_S e n_{AS} , da fórmula (4.7) obtemos Δ_{SAS} . A Tabela 4.1 mostra as concentrações das amostras em estudo de DQWs e TQWs, obtidas dos cálculos autoconsistentes. Nota-se uma acentuada diferença entre as concentrações dos estados de balanceamento e com desbalanceamento. Outra situação que mostra o desbalanceamento é a diferença na densidade de elétrons nos QWs, tal como mostra a Fig. 4.2(b) para o caso da amostra 3242. Pode-se comparar nossos resultados com os resultados mostrados na referência [39] realizado para amostras com diferentes larguras dos QWs e para diferentes distâncias de separação entre os QWs (simétrico e anti-simétrico).

Vamos agora mostrar os resultados da amostra 3255, a qual tem fator g de Landé igual a zero em ambos os poços. A Fig. 4.3(a) mostra o potencial de confinamento e as funções de onda simétrica e anti-simétrica delocalizadas ou estendidas através dos QWs. Esta é uma situação de balanceamento ou também conhecida de “ressonância”, posto que o parâmetro de balanceamento é nulo ($\sigma = 0$) e, por conseguinte, os QWs terão a

mesma densidade de elétrons ($n_1 = n_2$), tal como mostra a Fig. 4.3(b). Deve-se ter em mente que, embora $n_1 = n_2$, a densidade de elétrons em cada sub-banda é diferente ($n_S \neq n_{AS}$), tal como foi mencionado anteriormente (**página 33**). Na Fig. 4.4 mostramos os resultados obtidos para a amostra 3230 onde observa-se um comportamento semelhante ao da amostra 3255: as funções de onda delocalizadas através dos QWs. Observe-se que os QWs desta amostra são de GaAs onde o fator g de Landé é de -0,44 e a super-rede foi omitida para uma melhor visualização do potencial autoconsistente.

4.4 Resultados autoconsistentes para as amostras de TQWs

Na Figura 4.6 apresentamos os resultados de nossos cálculos autoconsistentes para heteroestruturas com baixa densidade eletrônica (ver os parâmetros na legenda da figura). Nessa situação, a repulsão Coulombiana é relativamente baixa, e o efeito de confinamento dos portadores na estrutura tende a concentrar os elétrons no poço central (veja a Fig. 4.6(a)). Entretanto, se a largura do poço central é menor do que a dos poços laterais (veja a Fig. 4.6(b)), neste caso, predomina a ocupação nos poços laterais.

Na Fig. 4.7, apresentamos resultados autoconsistentes para a amostra R120, caso em que a densidade eletrônica total (obtida da medida Hall) é elevada, $n_s = 9,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. As amostras R121 e 173 apresentam um comportamento similar. Nessa situação, a curvatura do potencial autoconsistente é elevada, fazendo com que o fundo do poço central esteja vários meV acima do fundo dos poços laterais. Isso resulta numa forte depleção do poço central que, não obstante, ainda tem uma densidade eletrônica residual que é várias ordens de grandeza maior do que as regiões distantes externas ao poço triplo ($|z| \geq 240 \text{ Å}$). Podemos assim conjecturar que a região de baixa densidade eletrônica do poço central funcione como uma “barreira de tunelamento”, e assim esse poço triplo se comporte efetivamente como um poço duplo.

Estes resultados mostram que a energia de separação das sub-bandas eletrônicas depende fortemente da distância de separação entre os QWs, assim como também da concentração de Al. Podemos ver na Tabela 3.2 e na Fig. 4.2 (amostra 3242) que com uma distância de separação entre os QWs de 50 Å não é possível chegar-se a uma situação de balanceamento, e o desdobramento em energia dos estados ligado e antiligado é dado por $\Delta_{BAB} = 16,29 \text{ meV}$. Por outro lado, nas Fig. 4.3 e 4.4 podemos ver que para uma distância de separação entre os QWs de 14 Å , como é o caso das amostras 3255 e 3230, chega-se à condição de balanceamento, e o desdobramento em energia dos estados simétrico e antisimétrico é dado por $\Delta_{BAB} = \Delta_{SAS} = 1,29 \text{ meV}$ (3255) e $3,04 \text{ meV}$ (3230). Podemos conferir a validade de nossos resultados para a amostra 3255 e 3230 comparando

Figura 4.6: Perfis de potencial da banda de condução obtidos dos cálculos autoconsistentes (preto) e densidades eletrônicas (vermelho) para poços triplos de GaAs. Nos dois casos a densidade eletrônica superficial é $n_s = 1,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, as barreiras entre os poços são de $\text{Al}_{0,31}\text{Ga}_{0,69}\text{As}$ com larguras $d_b = 14 \text{ \AA}$, e os poços laterais têm largura $100 \text{ \AA}$. Quando o poço central é largo (a), os elétrons se concentram nele; em oposição, quando é estreito (b), concentram-se nos poços laterais.

Figura 4.7: Idem anterior, com poços laterais de largura 120 Å e poço central 140 Å, $n_s = 9,0 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$. Nesta situação, o valor elevado de n_s resulta numa reduzida densidade eletrônica no poço central, cuja região exerce papel equivalente a uma “barreira” efetiva de largura elevada ($d_{central}$), onde ocorre tunelamento. Os cálculos autoconsistentes para a amostra 173 são semelhantes (a largura dos poços laterais é de 100 Å, e do poço central é de 230 Å).

Tabela 4.2: Energias de confinamento e valores de Δ_{BAB} e Δ_{SAS} para os casos de desbalanceamento e balanceamento em DQWs, assim como, valores de $\Delta_{12} = E_2 - E_1$ e $\Delta_{23} = E_3 - E_2$ para os TQWs. As energias estão em meV. Cabe lembrar que Δ_{SAS} somente apresenta-se em amostras que estão em balanceamento, enquanto que Δ_{BAB} , em amostras que estão em desbalanceamento.

DQWs	d(Å)	Δ_{BAB}	Δ_{SAS}
3242	50	16, 29	— — —
3255	14	— — —	1, 29
3230	14	— — —	3, 04
TQWs		$E_2 - E_1$	$E_3 - E_2$
R120	14	0, 63	11, 97
R121	20	0, 3	12, 75
173	14	0, 69	6, 17

com outros trabalhos [39], onde a distância de separação entre os poços têm valores muito próximos do nosso caso.

Resultados autoconsistentes das amostras de TQWs mostram que a concentração de elétrons nos QWs depende da larguras dos QWs e das barreiras. Na Tabela 4.2 mostra-se que, para as amostras R120 e R121, a diferença entre as energias da primeira e segunda sub-bandas é pequena (0,63 meV), enquanto que, a grande diferença de energias entre a segunda e terceira sub-bandas faz que o sistema de TQWs se comporte como se fosse um DQW. Por outro lado, para a amostra 173 a diferença entre as energias da segunda e terceira sub-bandas é menor em comparação com as amostras R120 e R121 laterais. Este fato acarretará uma grande diferença nos resultados experimentais, em especial nos diagramas de fase de n_s versus B dos TQWs que serão mostrados no Cap. 6.

Capítulo 5

Conceitos teóricos e descrição das técnicas experimentais

Apresentaremos neste capítulo conceitos relacionados com os métodos experimentais utilizados nas medidas de transporte usadas no desenvolvimento deste trabalho: o efeito Hall clássico [40], o efeito Hall quântico inteiro [41], o efeito Shubnikov-de Haas [42], a contribuição do efeito de muitos corpos ao gap de spin [43], o cruzamento de níveis de Landau [33] e a densidade de estados em campo magnético alto [44].

5.1 O efeito Hall clássico

Suponha-se que por um semicondutor de forma retangular flui uma corrente elétrica ao longo da direção x e que um campo magnético de baixa intensidade é aplicado ao longo da direção z , tal como se mostra na Fig. 5.1. Nesta condição, um campo elétrico é produzido ao longo da direção y gerando uma diferença de potencial associada a este campo elétrico, conhecida como tensão Hall ($V_H = E_y l_y$). Este fenômeno é chamado de efeito Hall (EH) e foi descoberto em 1879 por Edwin Herbert Hall. O efeito Hall é devido ao fluxo de uma densidade de corrente j_x , gerada por um campo elétrico E_x , de elétrons (e) ou buracos (p) no semicondutor na presença do campo magnético (assumiremos que os portadores de carga são elétrons). Sabe-se que uma partícula carregada num campo magnético experimenta a força magnética, de Lorentz $\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$, onde v é a velocidade de arraste dos elétrons. A direção desta força dependerá do sinal dos portadores de carga e do produto vetorial de $\vec{v}$ e $\vec{B}$, e seu efeito é o de empurrar os elétrons para o lado direito da amostra (veja a Fig. 5.1). Mas este movimento é limitado pela dimensão finita da amostra nesta direção e, por isso se tem um acúmulo de elétrons nessa região. À medida que isso ocorre, o excesso de elétrons à direita e o conseqüente déficit à esquerda geram um campo elétrico E_y ($E_y = E_H$) no sentido de conter o movimento dos elétrons. O equilíbrio ocorre

Figura 5.1: Semicondutor em forma retangular, ilustrando o efeito Hall clássico: a força magnética gera um desequilíbrio na distribuição de cargas transversal à corrente elétrica (j_x), dando origem ao chamado campo Hall (E_H) e, por conseguinte, à tensão Hall (V_H). Para amostras tridimensionais, $j_x = I/(l_y l_z)$ e para bidimensionais, $j_x = I/(l_y)$.

quando a força elétrica gerada pelo desequilíbrio de cargas dentro da amostra equilibra a força magnética:

$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0. \quad (5.1)$$

Visto que $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$, lembrando que $\vec{j} = ne\vec{v}$ (n é a concentração de portadores), e considerando que esta densidade de corrente é causada pelo movimento de elétrons, os quais seguindo a convenção se movimentam na direção $-x$, resolvendo a equação acima na direção y obtemos:

$$V_H = \frac{j_x l_y}{ne} B = -\frac{1}{ne} IB. \quad (5.2)$$

A Eq. 5.2 também pode ser escrita como $V_H = IRB$, onde a magnitude R chama-se coeficiente Hall, o qual para elétrons é definido como:

$$R = -\frac{1}{ne}. \quad (5.3)$$

Se os portadores de carga são buracos com concentração p , ter-se-ia $eE_H = e\vec{v} \times \vec{B}$ e, portanto,

$$V_H = \frac{I}{np} B = IRB, \quad (5.4)$$

com

$$R = \frac{1}{np}. \quad (5.5)$$

Assim, conhecendo-se o coeficiente Hall pode-se calcular a concentração de elétrons ou buracos e determinar o sinal do portador de carga. Por outro lado, se estamos lidando com uma medida experimental, escrevemos a Eq. 5.2 na forma da segunda lei de Ohm,

$V_H = IR_H$ com $n = n_H$ e obtemos:

$$V_H = I \left(-\frac{B}{n_H e} \right) = IR_H. \quad (5.6)$$

Desta forma, a concentração do 2DEG obtida através de um experiência de efeito Hall será dada por:

$$n_H = -\frac{IB}{eV_H} \quad (SI) \quad (5.7)$$

ou

$$n_H [cm^{-2}] = 6,25 \times 10^{14} \frac{B [T] I [A]}{V_H [V]} \quad (5.8)$$

que é a expressão utilizada no tratamento dos resultados de um experimento de Hall para se determinar a densidade de portadores, a partir da medida de V_H , com a corrente elétrica I e o campo magnético B mantidos fixos. Outra maneira de calcular a concentração Hall é através da dependência linear entre a voltagem Hall e o campo magnético, através da seguinte relação:

$$n_H = \frac{0,624}{\text{coeficiente angular } V_H \times B}. \quad (5.9)$$

Esta fórmula deve ser considerada em uma região de baixo campo (região linear), e também considerar as seguintes unidades no momento de fazer as contas: $n_H [10^{12}cm^{-2}]$, $I [\mu A]$, $V_H [mV]$ e $B [T]$. Outro parâmetro de transporte importante que podemos determinar é a mobilidade de transporte dos portadores, μ_H , ou mobilidade Hall, definida como a razão entre a velocidade de arraste e o campo elétrico $v = \mu E$. Em um experimento de efeito Hall, a mobilidade pode ser obtida através da expressão

$$\mu_{Hall} = \frac{1}{e\rho_0 n_H} \quad (5.10)$$

onde ρ_0 é a resistividade da amostra quando $B = 0$. A resistividade ρ_0 pode ser obtida da versão microscópica da primeira lei de Ohm: $E_x = \rho_0 j_x$. No caso de sistemas tridimensionais (Fig. 5.1), $E_x \approx V_0/l_x$ e $j_x = I/l_y l_z$ de onde concluímos que $\rho_0 = R_0(l_y l_z)/l_x$. Da segunda lei de Ohm ($R_0 = V_0/I$) e para sistemas bidimensionais, onde os portadores estão confinados num plano, $j_x = I/l_y$, o que nos leva a

$$\rho_0 = R_0 \lambda = \frac{V_0}{I} \lambda \quad (5.11)$$

onde $\lambda = l_x/l_y$ é denominado fator de forma. Também podemos determinar ρ_0 através do método de Van-der Pauw [45]. Neste caso, $\lambda = \ln(2)/\pi$. Portanto, para barras Hall como da Fig. 4.3 cujas dimensões estão bem explicadas em [40], o parâmetro de forma assume o valor $\lambda = 1/2, 5$. Por outro lado, em campo magnético baixo se o sistema tiver uma única sub-banda populada ρ_0 fica constante, tal como nota-se na fig.5.2.

Figura 5.2: Nesta figura mostra-se as regiões do efeito Hall clássico, Hall quântico inteiro, de uma amostra de alta mobilidade (não estudada neste trabalho). A corrente é $1 \mu\text{A}$, $\rho_0 = 25,6 \Omega$ e a inclinação da curva (reta tracejada) é $1,43 \text{ mV/T}$, de modo que $n_H = 4,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e $\mu_H = 567 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Se das oscilações de magnetorresistência obtemos a mesma concentração obtida do efeito Hall, concluímos que há apenas uma sub-banda ocupada. É recomendável que se faça um ajuste de reta no gráfico para obter o coeficiente angular correto ao invés de calculá-lo supondo que $V_H = 0$ quando $B = 0$. Isto é de fato verdade, mas experimentalmente podemos ter, como na figura acima, um $V_H \neq 0$ para $B = 0$. Isto acontece porque a bobina supercondutora possui uma magnetização residual. Ou seja, embora nosso equipamento meça $B = 0$, na verdade temos $B \neq 0$.

5.1.1 2DEG com mais de uma sub-banda ocupada

Tendo em consideração que nossas amostras são de DQWs e TQWs, e que podem ter mais de uma sub-banda populada, devemos ter presente um detalhe muito importante: a concentração Hall fornece a concentração total de portadores de uma amostra apenas quando existe uma única sub-banda ocupada. Quando mais de uma sub-banda está ocupada, a concentração e a mobilidade Hall dependerão da concentração e da mobilidade de cada sub-banda: [40, 46, 47]

$$n_H = \frac{(\sum_i n_i \mu_{ti})^2}{\sum_i n_i \mu_{ti}^2} \quad \text{e} \quad \mu_H = \frac{\sum_i n_i \mu_{ti}^2}{\sum_i n_i \mu_{ti}} \quad (5.12)$$

onde a soma é realizada sobre todas as sub-bandas, e n_i e μ_{ti} designam a densidade e a mobilidade de transporte dos portadores na i -ésima sub-banda, respectivamente. Um fato muito importante que deve-se ter presente, é que a concentração Hall coincide com a concentração total dos portadores livres ($n_H = \sum_i n_i$) apenas quando as mobilidades dos portadores em todas as sub-bandas são idênticas, isto é, se $\mu_{t0} = \mu_{t1} = \mu_{t2} = \dots \mu_{tn}$. Na temperatura ambiente, quando o espalhamento dos portadores pelos fônons afeta de maneira similar a mobilidade dos portadores nas diversas sub-bandas, a densidade Hall é, em boa aproximação, a verdadeira densidade dos portadores na amostra. Se as mobilidades das sub-bandas são diferentes, a densidade Hall sempre subestima a concentração total dos portadores livres, isto é, $n_H \leq \sum_i n_i$. Como já foi dito, nossos sistemas têm em geral várias sub-bandas ocupadas e o modelo de múltiplas sub-bandas, descrito pela Eq. 5.12, será utilizado para analisar dados provenientes das medidas de efeito Hall.

5.2 O efeito Hall quântico inteiro (IQHE)

O efeito Hall quântico inteiro (*Integer Quantum Hall Effect*, IQHE) é uma versão quântica do efeito Hall clássico, observada num 2DEG submetido a baixas temperaturas e altos campos magnéticos. Este efeito refere-se à quantização da resistência (condutância) Hall, para certos intervalos de campo magnético, e é dada pela seguinte relação:

$$R_H = \frac{h}{e^2 \nu} = \frac{R_K}{\nu} \quad (5.13)$$

Quando $\nu = 1$ se tem $R_K = 25,812 \text{ k}\Omega$, chamada constante de Von Klitzing, em homenagem ao seu descobridor, no ano de 1980. ν é a quantidade de níveis de Landau preenchidos abaixo do nível de Fermi. Deve-se ter presente duas observações relevantes acerca deste efeito: a) a quantização ocorre na resistência R (condutância) e não na resistividade (condutividade). Isto acontece devido ao fato que o fluxo de corrente se dá através das bordas da amostra; b) O IQHE pode ser explicado resolvendo-se a equação de Schroedinger

para um elétron, não sendo um fenômeno de muitos corpos como é o caso do efeito Hall fracionário (*Fractional Quantum Hall Effect*, FQHE). Neste trabalho não estudaremos o efeito FQHE.

5.2.1 Quantização de Landau

Um elétron ao percorrer uma órbita completa, na presença do campo magnético, sem sofrer espalhamento algum tem seus níveis de energia quantizados em níveis de Landau. Os níveis de energia ou *autovalores*, são um conjunto discreto de infinitos valores, chamados níveis de Landau (*Landau Levels*, *LLs*) dados por: [48]

$$E_N = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c \quad (5.14)$$

onde $N = 0, 1, 2, \dots$ é o número quântico de Landau e $\omega_c = eB/m^*$ é a frequência de ciclotron. Os níveis de Landau têm degenerescência $D_{LL} = eB/h$ [48]. Como a energia de ciclotron é uma função linear do campo magnético, a separação energética entre LLs aumenta linearmente com o aumento do campo magnético, aparecendo um leque de níveis de Landau.

Se inicialmente a densidade de estados (DOS), em ausência de campo magnético, é constante e dada por $\frac{m^*}{\pi\hbar^2}$, na presença do campo magnético a densidade de estados transforma-se em uma série de funções delta de Dirac, definida como:

$$\rho(E) = (eB/h) \sum_N \delta(E - E_{N,s}). \quad (5.15)$$

Se temos n elétrons por unidade de área e considerando que em cada LL cabem eB/h (degenerescência), precisa-se de N níveis de Landau para que os elétrons sejam acomodados completamente abaixo do nível de Fermi. Em termos da densidade de estados ter-se-ia:

$$n_s = \int_0^{E_F} \rho(E) dE = (eB/h)N. \quad (5.16)$$

Onde n_s representa a densidade total de elétrons (no caso de uma sub-banda populada $n_s = n_H$). Na situação real os níveis de Landau não são uma função delta de Dirac, mas são alargados numa quantidade Γ_N conhecida como largura natural dos níveis de Landau (veja Fig. 5.3). Este alargamento surge devido à presença da desordem nas amostras.

Na Figura 5.3(a) mostra-se que quando o campo magnético é nulo, a densidade de estados é constante e dada por $D(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2}$. Em (b), na presença do campo magnético, quando o nível de Fermi está no meio de um nível de Landau, este LL estará parcialmente cheio, isto é $\nu \sim 2,5$, onde ν denomina-se fator de preenchimento e determina quantos níveis de Landau estão completamente cheios abaixo da energia de Fermi. Substituindo ν

Figura 5.3: (a) Densidade de estados dos LL, em campo $B \neq 0$, sem a influência da desordem. E_i é a energia do fundo da sub-banda i . (b) Densidade de estados em $B \neq 0$ e quebra da degenerescência dos níveis, distribuindo-os em estados numa faixa de energia (representada por Γ_N) ao redor de E_N . Na situação ilustrada, há dois níveis de Landau completamente ocupados (abaixo do de Fermi), enquanto o terceiro está apenas parcialmente ocupado: $\nu \sim 2,5$. Em (c), o nível de Fermi encontra-se entre dois de Landau, de modo que os dois primeiros LL estão plenamente ocupados: $\nu = 2$. No centro dos níveis de Landau (LL core), os estados são estendidos e, portanto, podem conduzir corrente elétrica, mas nas periferias (LL tail) eles são localizados. O degradê ilustra a transição de estados estendidos (branco) para localizados (cinza).

por N na Eq. 5.16 temos,

$$\nu = n_s h / eB. \quad (5.17)$$

Além disso, em (c), $\nu = N$ sempre que o nível de Fermi está entre dois LLs, situação na qual vale a Eq. 5.16. Mas em geral não é correto substituir N por ν na Eq. 5.16 pois a Eq. 5.15 não leva em consideração a presença da desordem nas amostras, causada por potenciais espalhadores aleatórios como impurezas, defeitos na rede cristalina etc.

5.2.2 2DEG no regime IQHE

As características quânticas acarretam mudanças importantes nas propriedades de transporte de um 2DEG na presença de campo magnético. Esta situação observa-se na Fig. 5.2, nas diversas regiões do campo magnético, no comportamento da resistividade longitudinal ρ_{xx} (vermelho), da resistividade Hall ρ_{xy} (preto) do 2DEG como função do campo magnético B . A baixos campos magnéticos ($B < 0,5$ T) a resistividade Hall aumenta linearmente, ao passo que a resistividade longitudinal fica constante quando se tem uma sub-banda ocupada (efeito Hall clássico), como esperado da teoria de transporte clássico do modelo de Drude. Quando lidamos com uma medida experimental pode existir certa confusão entre a resistência R_{xx} (medida indiretamente no experimento) e a resistividade ρ_{xx} , e vale a pena deixar claro a relação entre a resistividade longitudinal (Hall) com a resistência longitudinal (Hall):

$$\rho_{xx} = R_{xx} \lambda \quad \text{e} \quad \rho_{xy} = R_{xy} = R_H \quad (5.18)$$

onde λ , como já foi dito, é o fator de forma. Observe a semelhança entre as Eqs. 5.11 e 5.18 para campo nulo. Entretanto, em altos campos magnéticos está presente o efeito **IQHE**, onde a resistividade Hall apresenta uma série de platôs acompanhados pelo desaparecimento da resistividade longitudinal. Nesta situação a resistência Hall é dada por 5.13 ou também por:

$$\rho_{xy} = R_H = h / e^2 \nu. \quad (5.19)$$

5.2.3 Efeito das impurezas

O efeito Hall quântico inteiro se manifesta no regime de quantização orbital e espacial do 2DEG, mas só estes elementos não explicam o aparecimento dos platôs na resistividade Hall. Entre 1972 e 1975 Tsuneya Ando e colaboradores [49–53] publicaram uma série de trabalhos estabelecendo as bases teóricas para a descrição do transporte quântico em sistemas bidimensionais. Efeitos oscilatórios em função do campo surgiram da teoria, mas não reproduziam os resultados para as resistividades no regime IQHE. O elemento que faltava era considerar o papel das impurezas nestes sistemas bidimensionais [54], as

Figura 5.4: Mudança da posição do nível de Fermi entre os níveis de Landau: (a) Quando o nível de Fermi encontra-se na periferia de um LL, todos os estados com energia E_F no interior da amostra são localizados. Neste caso a condução da corrente elétrica ocorre sem dissipação de energia através dos estados de borda (ρ_{xy} é quantizada e $\rho_{xx} = 0$); (b) Por outro lado, quando o nível de Fermi está no centro de um de Landau, há estados estendidos tanto no interior da amostra como nas bordas. Neste caso a condução é dissipativa. Neste caso, ρ_{xy} não é quantizada e ρ_{xx} tem um valor finito; (c) Mesmo quando não há estados com energia E_F (nos gaps entre LLs), os estados de borda transportam cargas de um extremo ao outro da amostra.

quais além de serem as responsáveis pelo alargamento dos níveis eletrônicos (LLs) devido a espalhamentos, também localizam a maioria dos estados eletrônicos. Se o nível de Fermi estiver na borda de um nível de Landau (*LL tail*) a trajetória do elétron será fechada. Um elétron neste estado não pode conduzir corrente, isto é, o elétron não pode ir da fonte (contato 1 na Fig. 3.3) para o dreno (contato 4 na Fig. 3.3), e diz-se que este elétron está num **estado localizado** (vide Fig. 5.4(a)). Nesta região do campo ρ_{xy} está quantizada e $\rho_{xx} = 0$. Por outro lado, se a energia de Fermi estiver no centro de um nível de Landau (*LL core*), a trajetória será aberta; um elétron neste estado conduz corrente, e diz-se que este elétron está num **estado estendido** (vide Fig. 5.4(b)), e nesta região de campo ρ_{xy} não está quantizada e ρ_{xx} tem um valor finito. Finalmente quando a energia de Fermi fica entre dois níveis de Landau (Fig. 5.4(c)), ou também no chamado gap de energia de ciclotron ou gap de mobilidade, ρ_{xy} é quantizada e $\rho_{xx} = 0$. (veja [55] para uma melhor visualização gráfica das Fig. 5.4(a,b,c)).

5.3 Efeito do campo magnético no spin de um 2DEG

A ação de um campo magnético perpendicular ao 2DEG faz que os elétrons com spin opostos ocupem estados que diferem em uma certa energia, chamada energia de Zeeman, $\Delta E_z = g_o \mu_B B$. Nesta situação a Eq. 5.14, na ausência de interações entre elétrons, ou também conhecido como interações de muitos corpos, poderá ser re-escrita da seguinte maneira:

$$E_N = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + sg_o\mu_B B \quad (5.20)$$

ou

$$E_{N\uparrow,\downarrow} = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c \pm \frac{1}{2}g_o\mu_B B \quad (5.21)$$

onde g_o é o fator de Landé de banda ($g_o = -0,44$ para elétrons no GaAs), $\mu_B = e\hbar/2m_o$ é o magneton de Bohr e $s = \pm\frac{1}{2}$ representa o número quântico de spin. Portanto, há duas possíveis orientações do spin com respeito à direção do campo magnético, isto é, estados com spin para cima ($+1/2, \uparrow$) e para baixo ($-1/2, \downarrow$). Quando temos interações de muitos corpos o fator g_o de Landé se converte num fator g^* de Landé efetivo, que será descrito posteriormente.

Na Fig. 5.5 nota-se que o fator de preenchimento ν é ímpar quando a energia de Fermi situa-se num gap de Zeeman, ΔE_z , para qualquer valor do número quântico N . Por outro lado, se a energia de Fermi, E_F , situa-se num gap de ciclotron ($\hbar\omega_c$) o fator de preenchimento é par. Deve-se ter presente que isto somente é válido se o sistema tiver uma única sub-banda populada. Quando existem duas sub-bandas populadas, além dos gaps de Zeeman e de ciclotron tem-se o gap de tunelamento, Δ_{SAS} assim como também o cruzamento de LLs, como é o caso das amostras em estudo, o qual será abordado mais para frente.

Se o campo magnético aplicado não é suficientemente intenso, como se observa na Fig. 5.5(a), ou se a temperatura não é suficientemente baixa, a energia de Zeeman pode ser igual o menor do que a largura natural dos LLs ($\Delta E_z \leq \Gamma_N$), e os estados com spin para cima e para baixo se sobrepõem em energia, formando uma banda de estados estendidos que impede distinguí-los experimentalmente; nesta situação não haverá um platô correspondente na resistência Hall associado ao gap de Zeeman ΔE_z . Desta maneira, serão visíveis somente fatores de preenchimento pares associados ao gap de ciclotron ($B < 3$ T, na Fig 5.2). Por outro lado, à medida que se aumenta a intensidade do campo magnético B (Fig. 5.5(b)), começa a aparecer a energia ou gap de Zeeman. Nesta situação, o gap de Zeeman torna-se maior que a largura natural dos LLs ($\Delta E_z > \Gamma_N$), e isto ocorre porque $\Gamma_N \propto B^{1/2}$ [56] ao passo que o gap de zeeman cresce linearmente com B , de modo que ΔE_z cresce mais rapidamente que Γ_N à medida que B torna-se mais intenso. Em

Figura 5.5: Representação dos níveis de Landau, E_N (Eq. 5.21). Se consideramos o spin para cima ($\uparrow$, $s = +1/2$) ou para baixo ($\downarrow$, $s = -1/2$), o fator de preenchimento (ν) assume valores ímpares quando o nível de Fermi encontra-se num gap de energia entre dois estados com o mesmo número quântico orbital N , mas com spins opostos (ΔE_z). ν é par quando E_F estiver num gap de energia entre dois níveis com valores de N consecutivos. Quando $\Delta E_z \approx \Gamma_N$ (B pouco intenso) os estados $(1/2, \uparrow)$ e $(-1/2, \downarrow)$ comportam-se como se fossem apenas um, com degenerescência $2eB/h$ (a). Neste caso, apenas os platôs associados a ν pares são visíveis. Para o caso quando $\Delta E_z > \Gamma_N$ (B mais intenso) aparece uma diferença de energia entre estados com spin opostos, com degenerescência eB/h (b), sendo visíveis platôs associados a ν ímpares.

termos de resistência, no espectro de $R_{xx} \times B$ aparecem mínimos locais que se aproximam de $R_{xx} = 0$, enquanto que em $R_H \times B$ platôs com ν ímpares começam a aparecer ($B > 3$ T na Fig. 5.2).

5.4 Efeito Shubnikov-de Haas

Quando um 2DEG está na presença de campos magnéticos, ocorrem manifestações importantes no sistema sendo uma delas o efeito Shubnikov-de Haas. Este efeito consiste no comportamento oscilatório da resistividade (condutividade), na presença de campo magnéticos [57]. Este efeito foi observado por Lev Vasiljevich Shubnikov e Wander Johan de Haas, em 1920, e tem sido amplamente utilizado para a determinação da massa efetiva, da mobilidade quântica, e da concentração dos portadores de carga em sistemas com mais de uma sub-banda populada. Considerando que nossas amostras têm duas sub-bandas populadas faremos uso deste método para analisá-las.

Um fato importante que deve-se ter presente é que à medida que aumenta o campo magnético tanto a degenerescência dos níveis de Landau como o espaçamento entre eles variam, conforme representado na Fig. 5.6. Idealmente, estes níveis teriam a forma de deltas de Dirac, porém eles são, em geral, alargados pela presença de imperfeições e impurezas intrínsecas no material.

Uma vez que a degenerescência dos níveis de Landau aumenta com o aumento do campo magnético B , ocorrerá uma desocupação das sub-bandas de energias mais altas com o aumento do campo, redistribuindo os elétrons nas sub-bandas de energias mais baixas. Assim cada vez menos LLs serão necessários para acomodar os elétrons do sistema, ou seja, diminui o número de estados ocupados abaixo da energia de Fermi. A desocupação dos níveis de Landau com o aumento do campo ocasiona o cruzamento dos LLs com o nível de Fermi. O efeito deste cruzamento nas propriedades elétricas do sistema é fazer com que a sua resistividade apresente um comportamento oscilatório devido à passagem dos vários níveis de Landau pelo nível de Fermi.

As oscilações SdH serão visíveis nas seguintes condições:

$$\omega_c \tau_q \gg 1 \quad (5.22)$$

$$\hbar \omega_c \gg k_B T \quad (5.23)$$

$$E_{F0} > \hbar \omega_c \quad (5.24)$$

A condição (5.22) significa que a distância entre os LLs deve ser muito maior que sua largura natural $\Gamma_N = \hbar/\tau_{qN}$ ou ($\mu B \gg 1$), dito de outro modo $\hbar \omega_c \gg \Gamma_N$). De (5.23) segue que a distância entre os LLs deve ser muito maior que o alargamento deles,

Figura 5.6: O aumento da degenerescência dos níveis de Landau com o aumento do campo magnético faz com que o nível de Fermi cruze os LLs dando origem às oscilações da resistividade. Desta forma menos LLs serão necessários para acomodar os elétrons do sistema. Em (a) representamos a situação onde $B = 0$; em (b) campo baixo; e em (c) campo mais intenso.

devido à temperatura da amostra (veja a Fig 5.7, onde aparece o spin splitting a uma temperatura menor). Finalmente (5.24) mostra o limite mais alto do campo magnético onde as oscilações desaparecem.

Vamos analisar a influência das condições citadas nas oscilações da resistividade, as quais são completamente diferentes para os diferentes valores do campo magnético. Para isso, vamos utilizar a Fig. 5.7. Para regiões de campo magnético alto ($B > 4,0$ T) ocorre o efeito Hall quântico inteiro, sendo que os níveis de Landau estão distantes uns dos outros, ou seja $\hbar\omega_c > \Gamma_N$, cumprindo-se a condição 5.22. Depois, quando E_F estiver entre os LLs ($\nu = N$), a corrente será conduzida pelos estados de borda sem perda de energia, sendo nula a resistência e com ela a resistividade ρ . Mas quando o nível de Fermi está sobre o centro de um LL, a condução ocorre normalmente por toda a amostra e ρ é finito como ilustram os picos na Fig. 5.7. Desta forma, cada vez que os estados estendidos e localizados coincidem com o nível de Fermi, a resistividade apresenta máximos e mínimos, respectivamente. Para regiões de campo magnético baixo ($B < 0,5$ T) tem-se um comportamento semi-clássico em que a resistividade não apresenta oscilações e os LLs estão muito próximos, (ou seja, $\hbar\omega_c < \Gamma_n$) e eles se sobrepõem, podendo o 2DEG ser descrito pelo modelo de Drude. Este comportamento ocorre quando o período de uma orbita ciclotrônica é muito maior que o tempo de espalhamento dos elétrons, τ_q , chamado tempo quântico [43], isto é, $\omega_c\tau_q \ll 1$, onde ω_c é a frequência de ciclotron. Em termos clássicos o elétron não consegue descrever uma orbita ciclotrônica completa entre duas colisões. Entretanto, para regiões de campo magnético intermédio ($0,5 < B < 2,0$ T), região em que $\omega_c\tau_q \gg 1$ e $\hbar\omega_c \approx \Gamma_N$ (e portanto $\Delta E_z \rightarrow 0$), entre o comportamento semi-clássico e a região de manifestação do efeito Hall quântico surge um comportamento oscilatório muito regular, também de período $\Delta(1/B) = e/hn_s$ (como expresso pela Eq. 5.18), mas sem que a resistividade longitudinal se anule. O comportamento oscilatório da resistividade, para a ocupação de apenas uma sub-banda [58] pode ser descrita pela equação de Lifshitz-Kosevich, definida como:

$$\rho_{xx}(B) = \rho_{xx}(0) + A \frac{\zeta}{\sinh(\zeta)} \exp(-\pi/\omega_c\tau_q) \cos(2\pi E_F/\hbar\omega_c + \varphi) \quad (5.25)$$

ou em termos da concentração n_s

$$\rho_{xx}(B) = \rho_{xx}(0) + A \frac{\zeta}{\sinh(\zeta)} \exp(-\pi/\omega_c\tau_q) \cos(2\pi^2 n_s/eB + \varphi) \quad (5.26)$$

onde $\rho_{xx}(0)$ é a resistividade a campo nulo, $\zeta = 2\pi^2 k_B T/\hbar\omega_c$, φ representa uma fase, T a temperatura e k_B a constante de Boltzmann. Segundo algumas referências, $\varphi = -\pi$ se o confinamento é bidimensional [59, 60], outros autores consideram $\varphi = \pi/2$ [61], ou mesmo $\varphi = 0$ [62, 63]. Com respeito à amplitude A , na referência [60], $A = 4$. Mas, em forma geral A e φ podem ser consideradas arbitrárias. O fator $\frac{\zeta}{\sinh(\zeta)}$ representa a

influência da temperatura, enquanto a exponencial representa o alargamento dos níveis de Landau devido às colisões. Finalmente, a função cosseno determina o efeito oscilatório da resistividade, propriamente dito, à medida que os estados estendidos começam a oscilar conforme o nível de Fermi percorre os de Landau, atingindo máximos quando está no centro de um LL, o qual corresponde a um máximo em ρ_{xx} , e mínimo quando está entre eles. Este é o efeito denominado Shubnikov-de Haas. Neste efeito, a relação entre a energia de Fermi e a concentração de um gás de elétrons é dada por $n_s = (m^*/\pi\hbar^2)E_F$; daí que a frequência de oscilação é determinada pela concentração dos portadores e pelo campo. Desta maneira, tomando valores de campo B em dois mínimos sucessivos é possível obter o período da oscilação através da expressão:

$$\frac{2\pi m^* E_F}{\hbar e B_N} - \frac{2\pi m^* E_F}{\hbar e B_{(N+1)}} = 2\pi \quad (5.27)$$

onde $\Delta(1/B) = 1/B_N - 1/B_{(N+1)}$ é o período da oscilação. Da expressão 5.27 deduz-se:

$$n_s = \frac{2e}{h} \frac{1}{\Delta(1/B)} \quad (5.28)$$

ou escrita de outro modo

$$n_s = \frac{2ef}{h} \quad (5.29)$$

Se B é dado em tesla e desejamos obter a concentração n_s em unidades de cm^{-2} basta usar a fórmula

$$n_s = \frac{4,836 \times 10^{10}}{\Delta(1/B)} [\text{cm}^{-2}]. \quad (5.30)$$

Levando em consideração o spin, a concentração pode ser obtida usando a seguinte relação:

$$n_s = \frac{2,418 \times 10^{10}}{\Delta(1/B)} [\text{cm}^{-2}]. \quad (5.31)$$

Assim, quando o 2DEG possui apenas uma sub-banda, podemos determinar a concentração de portadores (igual àquela obtida do efeito Hall clássico) através das oscilações SdH: basta tomarmos os valores de B de dois mínimos (ou máximos) consecutivos e aplicarmos na expressão acima (veja um exemplo na Fig. 5.7).

Quando se tem mais de uma sub-banda populada a fórmula (5.25) torna-se mais complexa, envolvendo as concentrações e tempos quânticos correspondentes a cada sub-banda. Portanto, somam-se expressões iguais à (5.25) para cada sub-banda, i , ocupada:

$$\rho_{xx}(B) = \rho_{xx}(0) + \sum_i^N A_i \frac{\zeta_i}{\sinh(\zeta_i)} \exp\left(\frac{-\pi}{\omega_{ci}\tau_{qi}}\right) \cos\left(\frac{2\pi^2 n_{si}}{eB} + \varphi_i\right) \quad (5.32)$$

com $\zeta_i = 2\pi^2 k_B T / \bar{\omega}_{ci}$. Na Figura 5.8 mostra-se uma medida experimental de magnetorresistência, para uma de nossas amostras em estudo (3255), que tem mais de uma

Figura 5.7: Exemplo de uma medida do efeito Shubnikov-de Haas (o mesmo da Fig. 5.2). Para B pouco intenso ($B \leq 0,5\text{ T}$ na figura) o 2DEG pode ser descrito pelo modelo de Drude, que prevê nenhuma magnetorresistência. Para valores intermediários ($0,5 < B < 2\text{ T}$) vale a equação de Lifshitz-Kosevich e podemos facilmente obter a concentração a partir de $\Delta(1/B)_1$ conforme a Eq. 5.30, de onde obtém-se $n_s = 4,5 \times 10^{11}\text{ cm}^{-2}$. Compare-se este resultado com aquele obtido do efeito Hall clássico, na Figura 5.2. Já para $B = 8,5\text{ T}$, V chega a zero como resultado de não haver estados estendidos sobre o nível de Fermi. Nesta situação a equação de Lifshitz-Kosevich deixa de valer, mas ainda é possível obter a concentração a partir da Eq. 5.31: de $\Delta(1/B)_2$ tem-se $n_s = 4,4 \times 10^{11}\text{ cm}^{-2}$. Cabe lembrar que $\Delta(1/B)_1$ foi obtido entre dois fatores de preenchimento pares, enquanto que, $\Delta(1/B)_2$ foi obtido entre dois fatores de preenchimento consecutivos.

sub-banda populada. Compare as figuras 5.8 e 5.7 e note a diferença com o espectro de magnetorresistência com uma única sub-banda populada.

Outra forma de calcular a concentração de portadores, no caso com mais de uma sub-banda populada, é fazer uma transformada de Fourier (*fast Fourier transform*, FFT) da função $\rho_{xx}(1/B)$, onde $1/B$ é tomado como domínio da função. A frequência f do pico na curva da transformada de Fourier está relacionada com a ocupação de cada sub-banda através da relação:

$$f_i(1/B) = hn_i/2e \quad (5.33)$$

Substituindo os valores das constantes obtemos

$$n_i = 0,04836f_i \quad \text{onde} \quad [n_i] = 10^{12} \text{ cm}^{-2} \quad \text{e} \quad [f_i] = T^{-1} \quad (5.34)$$

Assim, no caso em que o gás bidimensional está distribuído em mais de uma sub-banda, observam-se tantas frequências quantas forem as sub-bandas ocupadas. A soma destas ocupações fornece a densidade total do gás de elétrons, $n_{SDH} = \sum_i n_i$.

Figura 5.8: Medidas de magnetorresistência (amostra 3255) com duas sub-bandas populadas, a temperaturas de $T=1,6$ K (vermelho) e $0,3$ K (preto). Note a diferença nos espectros quando uma única sub-banda está populada (veja a Fig. 5.7, assim como, a influência da temperatura nos espectros. A uma menor temperatura, o gap de Zeeman é mais resolvido; além disso, ao aplicar a equação 5.30 para se determinar a concentração, encontra-se que $n_s = 5.65 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Cabe aqui esclarecer que este valor deve ser aproximadamente igual ao da concentração total ou concentração Hall se as mobilidades das sub-bandas são iguais e não à concentração de uma das sub-bandas, como foi o caso para o exemplo mostrado na Fig. 5.7.

5.5 Espalhamento e a mobilidade quântica das sub-bandas eletrônicas

Sabe-se que num sistema 2DEG, os efeitos de desordem introduzem vários mecanismos de espalhamento, que influenciam nas propriedades de transporte dos elétrons, tais como: **tempo de espalhamento ou tempo de transporte**, τ_t , o qual está relacionado com a condutividade e com a mobilidade de transporte, μ_t , e o **tempo de relaxação ou tempo quântico**, τ_q (na maioria dos textos denotado como τ_s), o qual está relacionado com a densidade de estados, mais diretamente com a chamada largura natural dos níveis de Landau $\Gamma_N = \hbar/\tau_q$ e com a mobilidade quântica μ_q . Este alargamento é representado pela exponencial na equação 5.32, e é através deste termo que é possível determinar τ_q ou equivalentemente a mobilidade quântica $\mu_q = e\tau_q/m^*$.

Um aspecto importante que deve-se ter presente é a diferença entre o tempo quântico e o tempo de transporte que aparece na definição da mobilidade de transporte. O primeiro é uma medida da probabilidade de um elétron ser espalhado e está relacionado com a interação elétron-impureza, e é um parâmetro de entrada em muitos cálculos teóricos, em particular, na largura natural dos LLs que determina a modificação da densidade de estados devido à interação elétron-impureza [64]. Por outro lado, o tempo de transporte importa-se apenas com os espalhamentos que prejudicam o transporte elétrico, e está relacionado com a interação elétron-elétron, e mais diretamente com o experimento.

A grande importância de conhecer o tempo quântico é que nos permite comparar a razão entre o tempo de transporte com o tempo quântico (τ_t/τ_q) para os diferentes mecanismos de espalhamento. Estes mecanismos de espalhamento podem ser, por exemplo, espalhamento por impurezas ionizadas, espalhamento residual homogêneo, espalhamento por interfaces rugosas, e espalhamento pela desordem em ligas. Por exemplo, para um espalhamento por impurezas em heteroestruturas semicondutoras de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$, a razão τ_t/τ_q é muito maior que 1 [65,66], resultado que está em concordância com resultados experimentais do mesmo sistema [66]. Esta mesma razão para metais normais é de 1 [65].

O espalhamento por desordem em ligas foi primeiramente estudado por Ando [67] em heteroestruturas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ onde o espalhamento pela desordem da liga encontra-se na barreira de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ e posteriormente foi estudado em heteroestruturas de $\text{InP}/\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ [68] e poços quânticos de $\text{InP}/\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{InP}$ [69], onde a desordem pela liga produz efeitos maiores do que nas heteroestruturas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ uma vez que os elétrons ocupam o mesmo espaço que as ligas ternárias que constituem os poços quânticos. Portanto, uma vez que nossos sistemas de estudo são poços quânticos duplos formados por ligas ternárias de AlGaAs , é interessante investigarmos o comportamento das mobilidades de transporte e quântica nestes sistemas. Estes resultados serão mostrados

no Capítulo 6.

Sabendo que existe uma proporcionalidade entre o tempo quântico e a mobilidade quântica, passaremos a usar a teoria sobre a transformada de Fourier para a determinação da mobilidade quântica.¹ Aqui descreveremos apenas as etapas que devem ser realizadas para se encontrar a concentração correspondente a cada sub-banda, para depois determinar a sua mobilidade quântica fazendo uso da transformada de Fourier com o Program Origin 7.5. As etapas são as seguintes:

- Da medida experimental SdH se tem M pontos experimentais $(B_j, \rho_j) \equiv (B_1, \rho_1), (B_2, \rho_2), \dots, (B_M, \rho_M)$ (veja Fig. 5.9 (a)). O intervalo para o campo magnético no exemplo apresentado nesta figura foi tomado entre 0,3 T e 1,0 T.
- OBSERVAÇÃO - Deve-se ter muito cuidado ao aplicar a transformada de Fourier ao espectro de magnetorresistência. Tenha-se presente tomar somente intervalos de campo magnético onde estejam manifestas somente oscilações SdH, omitindo regiões do IQHE e onde ρ é constante (baixo campo), evitando tomar o desdobramento do spin ou sinais em forma de ruído, visto que atrapalharão os sinais correspondentes a uma dada frequência.

- Representa-se no gráfico os dados experimentais da Fig. 5.9 (a) em função do inverso do campo e alisa-se a curva. Depois disso, deve-se fazer o gráfico da curva alisada e derivá-la. Em seguida, repete-se o processo novamente: alisa-se uma segunda vez, e deriva-se a curva uma segunda vez. Finalmente, obtém-se o conjunto de pares representado na Fig 5.9 (b):

$$\{(1/B_1, \rho_1''), (1/B_2, \rho_2''), \dots, (1/B_j, \rho_j''), \dots, (1/B_M, \rho_M'')\} \\ \equiv \{(\tau_1, g_1), (\tau_2, g_2), \dots, (\tau_j, g_j), \dots, (\tau_M, g_M)\}$$

onde $\tau_j \equiv 1/B_j$ denota os pontos experimentais obtidos da medida (j varia de 1 até M), e $g_j \equiv \rho_j''$ onde ρ_j'' é a segunda derivada. Se por acaso, quando se faz o primeiro alisamento da curva de pontos experimentais se perde informação, recomenda-se fazer primeramente uma interpolação dos dados.

- Fazer uma interpolação à curva derivada, tendo presente que o número de pontos a interpolar deve ser uma potencia de 2^n ($n = 1, 2, 3, \dots$, condição da transformada de Fourier).
- Fazer o gráfico da curva interpolada e aplicar a FFT, obtendo como resultado a primeira curva da Fig 5.9(c). Lembrando que o espectro obtido está em função da frequência, para obtê-lo em função da concentração deve-se usar a fórmula (5.34).

¹Esta teoria está bem desenvolvida e explicada na dissertação de mestrado de I. R. Pagnossin, *Propriedades de transporte elétrico de gases bidimensionais de elétrons nas proximidades de pontos-quânticos de InAs*, apresentada no IFUSP (2004)

- Fazer um gráfico do logaritmo das amplitudes máximas das FFTs mostradas na Fig. 5.9(c) em função do limite inferior da janela Hanning. Da inclinação da reta obtem-se a mobilidade quântica usando-se a relação $\alpha = -\pi/\mu_q$. Conhecendo-se a mobilidade quântica é possível determinar o tempo quântico visto que são proporcionais.

Na Fig. 5.9 foram usadas somente as amplitudes máximas correspondentes à primeira sub-banda, devido à sua maior resolução. As amplitudes máximas dos picos das FFTs correspondentes à segunda sub-banda (Fig. 5.9(c)) não são muito bem resolvidos, pois a mobilidade dos portadores nesta sub-banda é muito baixa ou, dito de outra forma, o tempo de transporte (espalhamento entre elétrons) é menor que o período ciclotrônico. Mais para frente será calculada a mobilidade quântica da segunda sub-banda utilizando a primeira sub-banda e medidas de Hall.

Figura 5.9: Nesta figura mostra-se o procedimento utilizado para o cálculo das mobilidades quânticas de cada uma das sub-bandas, da amostra 3242. Em (a) Traço das oscilações SdH. Este traço representa o conjunto de pontos (B_j, ρ_j) , devidamente escolhidos da medida experimental; (b) Derivada segunda da curva apresentada em (a), em função do inverso do campo. Esta figura representa o conjunto de pontos, $(1/B_j, \rho_j'') = (t_j, \rho_j'')$, usados na transformada de Fourier. Será nesta figura que se tomará o intervalo da janela Hanning, variando t_1 e mantido fixo t_n em τ_M (detalhes na ref. 40); (c) Seis transformadas discretas de Fourier, cada uma delas com um valor diferente de t_1 (limite inferior da janela). Os picos com $i = 1$ indicam a primeira sub-banda e $i = 2$ a segunda sub-banda, a qual não está bem resolvida devido à sua baixa mobilidade; Finalmente em (d) mostramos o ajuste linear dos logaritmos das amplitudes máximas das FFTs, mostradas em (c), em função do limite inferior da janela t_1 . O coeficiente angular desta reta permite-nos calcular o valor da mobilidade quântica.

5.6 Efeitos de muitos corpos e o gap de spin

Na seção 5.3 foi considerada a energia de Zeeman de um elétron, desconsiderando as interações entre elétrons. Entretanto, quando se tem em conta estas interações, também chamadas de interações de muitos corpos, a energia de Zeeman, descrita por $\Delta E_Z = g_o \mu_B B$, torna-se muito maior. Este aumento foi interpretado como devido às interações de muitos corpos que amplificaram o fator g_o de Landé, resultando um fator g de Landé efetivo. Nestas condições, o gap de Zeeman pode ser reescrito da seguinte forma.

$$\Delta_s = g_o \mu_B B + E_{tr} = g^* \mu_B B \quad (5.35)$$

onde g^* é o fator g de Landé total ou efetivo, g_o é o fator de Landé obtido da teoria de bandas (*bare g factor*) o qual é calculado através da Eq. (2.1). Para as ligas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, g_o é dado aproximadamente pela Eq. (2.1). E_{tr} é a energia de troca e correlação [61], definida como a energia necessária para a criação de um nível de Landau de um par com um elétron de spin para baixo e de um buraco com spin para cima muito separados entre si. Esta contribuição foi proposta pela primeira vez por Janak [70] para explicar o valor relativamente elevado do fator g de Landé em transistores MOS (*Metal Oxide Semiconductor*), em relação ao valor esperado $g = 2$, e estudada por uma série de autores, destacando-se o trabalho de Ando e Uemura [71], que afirmavam que o fator g deveria ser uma função oscilatória do preenchimento dos níveis de Landau.

Normalmente a contribuição de troca E_{tr} excede o gap de Zeeman. Em GaAs, por exemplo, a razão entre estas grandezas (E_{tr} e ΔE_Z) excede o valor de 20 [72]. A medida da E_{tr} não tem sucesso por técnicas ópticas, uma vez que as transições radiativas entre estados de spin não devem ser influenciadas por interações entre elétrons. Por outro lado, medidas de ressonância de spin eletrônico (*Electron Spin Resonance*, ESR) só fornecem o valor de g_o .

A dependência do gap de spin Δ_s com respeito ao campo magnético é um tanto controversa. De acordo com Nicholas et. al [72], a campos baixos a contribuição de troca é proporcional ao desdobramento Zeeman, $g_o \mu_B B$, o que implica que tanto E_{tr} como Δ_s são proporcionais ao campo. Entretanto, em campos altos, E_{tr} satura-se simultaneamente com os estados de spin, uma vez que os LLs estão completamente separados.

O comprimento magnético $\ell_B \equiv \sqrt{\hbar/eB}$, considerado por teorias simples de muitos corpos como sendo a separação média entre os elétrons prevêem que a interação coulombiana entre os elétrons, $E_c \equiv e^2/4\pi\epsilon_o\epsilon\ell_B$, deve variar com $\sqrt{B}$, de onde segue também que $\Delta_s \approx \sqrt{B}$. Entretanto, isso só é válido quando há apenas um LL ocupado, e a interação coulombiana é pequena em comparação com a energia de ciclotron $\hbar\omega_c$. Quando há muitos níveis de Landau ocupados, nenhuma dessas condições é satisfeita: $E_c > \hbar\omega_c$ e somente $1/\nu$ dos elétrons contribuem para a energia de troca, já que os elétrons restantes

se localizam nos outros níveis que estão cheios. Em acréscimo, o parâmetro de distância característico para a interação de troca deixa de ser o comprimento magnético para ser o vetor de onda de fermi k_F . Portanto a energia de troca pode ser escrita como:

$$E_{tr} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{k_F}{\nu} \quad (5.36)$$

Dada a dependência de ν com o campo magnético (equação 5.17), a expressão acima pode ser escrita como:

$$E_{tr} = \alpha \hbar \omega_c \quad (5.37)$$

Aleiner e Glazmann [73] usando um método mais sofisticado mostraram que E_{tr} varia linearmente com o campo magnético no limite de ν grande, e deduziram a seguinte expressão para a constante α :

$$\alpha = \frac{\ln(2k_F a_B)}{\pi k_F a_B} \quad (5.38)$$

que pelo visto, varia com a concentração n_s através do vetor de Fermi k_F , posto que $k_F a_B = 0,79\sqrt{n_s}$ no sistema MKS. Para $n_s = 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ encontra-se $\alpha = 0,18$. Este é um parâmetro importante que será usado para calcular os mapas de cores da magnetorresistência, tal como será mostrado mais adiante.

Medidas experimentais sugerem que o gap de spin varia linearmente com o campo magnético [74]. Deve-se ter presente que num 2DEG a contribuição de troca depende da componente do campo B ($B_\perp$) que é perpendicular ao plano do gás, enquanto que, a contribuição de Zeeman depende do campo total, B_t . Neste sentido pode-se escrever :

$$\Delta_s = |g_o| \mu_B B_t + \frac{(\alpha \hbar e)}{m^*} B_\perp. \quad (5.39)$$

ou escrita de outra maneira

$$\Delta_s = |g_o| \mu_B B + \frac{(\alpha \hbar e)}{m^*} B \cos\theta. \quad (5.40)$$

de aqui se deduz que o fator g^* é dado por:

$$g^* = |g_o| + 2\alpha \frac{m_o}{m^*} \cos\theta \quad (5.41)$$

se $\theta = 0$, campo perpendicular ao 2DEG

$$g^* = |g_o| + 2\alpha \frac{m_o}{m^*} \quad (5.42)$$

5.6.1 O colapso do gap de spin

Segundo a referência [74], o gap de spin Δ_s sofre colapso para fatores de preenchimento acima de um certo valor crítico, devido à destruição do termo de troca E_{tr} pela desordem, e pode ser estudado de três maneiras diferentes: 1) em função do campo magnético a uma temperatura fixa; 2) tomando um pico de magnetorresistividade de um determinado nível de Landau N , em função da temperatura, para um valor fixo de campo magnético; 3) em função da densidade, tomando um pico de magnetorresistividade, para um valor fixo de temperatura [75]. Sabe-se que para fatores de preenchimento não muito elevados, picos da magnetorresistência ou magnetorresistividade correspondentes ao mesmo nível de Landau N , mas com diferentes orientações de spin estão bem separados. Estes picos ocorrem em fatores de preenchimento semi-inteiros $\nu = (2N + 1) - 1/2$ (spin para baixo) e $\nu = (2N + 1) + 1/2$ (spin para cima), de modo que a distância entre ambos corresponde a um intervalo $\delta\nu = 1$. À medida que ν aumenta, o valor de $\delta\nu$ cai para zero. Por outro lado, para valores elevados de fator de preenchimento (campos magnéticos baixos) os picos surgem em $\nu = (2N + 1) \pm (1/2)\delta\nu$ com $\delta\nu < 1$. Fogler e Shklovskii [74] mostraram que para uma energia de Zeeman nula, existe um dado fator de preenchimento crítico ν_c , ou um N crítico, $N = N_c$, ou seja, $\nu_c = 2N_c + 1$, onde os dois picos se sobrepõem ou, dito de outra forma, se fundem em um pico só. Estes picos sobrepostos são vistos em fatores de preenchimento ímpares. Cabe mencionar que a sobreposição dos picos (colapso do gap de spin) também depende da temperatura, uma vez que à medida que aumenta a temperatura a condutividade também aumenta. Esta situação mostra-se, por exemplo, na Fig. 5.8 para uma de nossas amostras com fator g de Landé nulo (3255).

Usando uma teoria de campo médio, Fogler e Shklovskii [74] mostram que nesse colapso $\delta\nu$ sofre uma transição de fase de segunda ordem em função do campo magnético. Para heteroestruturas, n_c é descrito em função de parâmetros da amostra. Por exemplo, em heteroestruturas de alta mobilidade, N_c depende diretamente da densidade do gás bi-dimensional n_s , da densidade de dopagem remota doadora n_i e da largura da camada de espaçamento d , de acordo com a relação $N_c = 0,90dn_s^{5/6}n_i^{1/3}$, e para amostras de baixa mobilidade $N_c \propto n_s\mu$. De um modo geral pode-se concluir que a separação dos picos da condutividade, correspondentes a diferentes orientações de spin, associados à contribuição de troca, é determinado pela competição entre efeitos de desordem e de interação entre elétrons.

Oscilações da magnetorresistividade apresentam picos claramente separados de desdobramento de spin, em campo magnético elevado, e os máximos destes picos aparecem em fatores de preenchimento semi-inteiros. Por outro lado, em campo magnético baixo, o desdobramento dos picos correspondentes aos estados de spin não são resolvidos (estes são os picos de spin sobrepostos em um pico só, conhecido como colapso do gap de spin Δ_s). Este é um efeito que se manifesta em uma de nossas amostras de DQWs, com diferente

fator g de Landé em cada um dos poços.

A progressão do colapso dos picos de spin com a diminuição do campo tem uma característica bem diferente. Poder-se-ia acreditar num comportamento análogo ao das oscilações de magnetoresistividade a baixo campo, a saber, que a separação dos picos de spin diminuísse indefinidamente e que, se se tivesse condições de realizar medidas com precisão e volume de dados cada vez maior, sempre se poderia distinguir os dois picos de spin em campos arbitrariamente pequenos. Em outras palavras, ter-se-ia a capacidade de identificar um ponto de mínimo relativo correspondente a fatores de preenchimento ímpares, que correspondem ao ponto intermediário entre dois picos de spin. Por outro lado, Leadley et al. [61] mostram que, independentemente da qualidade das condições experimentais, existe um valor de campo magnético finito em que os picos de spin (correspondentes a um mesmo LL) convergem. Isso é sinal de que o colapso é crítico, indicando uma mudança de fase de segunda ordem quando a interação de troca desaparece.

Wong et al. [75] realizaram um estudo sobre o colapso do gap de spin em função da concentração de elétrons, e constataram que para cada nível de Landau N (relacionado ao fator de preenchimento por $\nu = 2N + 1$) existe um valor de concentração crítica n_{sc} abaixo da qual o desdobramento desaparece, e que, em primeira ordem $n_{sc} \propto N$.

Investigando o comportamento de $\delta\nu$ em função da temperatura para diversos fatores de preenchimento em diversas amostras, Leadley et al. [61] constataram que todos os pontos experimentais parecem seguir a mesma dependência funcional com respeito à variável $(T - T_{\delta\nu=0,5})/T_0$, onde $T_{\delta\nu=0,5}$ é a temperatura em que $\delta\nu = 0,5$, e T_0 é um parâmetro de temperatura obtido para cada amostra por um ajuste numérico. Verificaram que T_0 segue uma dependência linear com $1/\tau_q$, que é proporcional ao potencial de impurezas $\hbar/\tau_q$ originário da chamada largura natural dos LLs, Γ_N , das oscilações SdH. De modo que propõem que esse potencial tem influência marcante sobre o gap de spin, e que o gap de spin colapsa quando a separação entre os níveis de spin for menor de que o alargamento (potencial de desordem):

$$\Delta_s = g^* \mu_B B = \hbar/\tau_q. \quad (5.43)$$

5.7 Interações inter e intracamadas em DQWs

Quando um sistema bidimensional, com um único QW, tem um fator de preenchimento $\nu = 1/2$, ele pode ser descrito pela teoria de férmions compostos [76]. Mas, quando se tem dois QWs paralelos cada um com um fator de preenchimento $\nu = 1/2$, a teoria resulta muito mais complicada. Se a separação entre os QWs for infinita, estes se comportarão de forma independente cada um com um fator de preenchimento $\nu = 1/2$. Mas à medida que os QWs vão se aproximando um do outro, aparece outro estado de efeito Hall quântico (QHE), que se apresenta somente em bicamadas ou DQWs [77,78]. Nesta seção os termos

camadas e poços quânticos terão o mesmo significado. O acoplamento entre as camadas surge devido ao tunelamento de elétrons entre estas camadas e às interações de Coulomb. Estes parâmetros são quantificados pelo gap de tunelamento (Δ_{SAS}) entre os estados simétrico e anti-simétrico, e pela separação efetiva, d/ℓ_B , entre os poços.

Quando Δ_{SAS} tem um valor elevado num DQW, o efeito de Hall quântico ocorre num fator de preenchimento $\nu_T = 1/2 + 1/2 = 1$ (ν_T é o fator de preenchimento total, definido como a soma dos fatores de preenchimento de cada poço) e é uma consequência deste novo gap de energia formado na densidade de estados da bicamada. Nesta situação todos os elétrons ocuparão o estado simétrico mais baixo de energia; portanto, haverá um nível de Landau preenchido com todos os elétrons no estado simétrico. Embora, o valor de Δ_{SAS} seja elevado, se a separação efetiva d/ℓ_B é também elevada, efeitos de Coulomb de muitos corpos destruirão este gap [77, 79].

A separação efetiva d/ℓ_B caracteriza a importância relativa entre as energias de Coulomb intracamadas e intercamadas [9]. d representa a distância de separação entre os centros de cada poço, e caracteriza a energia de Coulomb intercamadas $e^2/4\pi\epsilon d$ (entre elétrons de cada camada ou QW); enquanto que a longitude magnética ℓ_B mede a separação média entre os elétrons dentro de cada camada, e caracteriza a energia de Coulomb intracamadas $e^2/4\pi\epsilon\ell_B$ (entre elétrons dentro da cada camada). A razão entre as energias intracamadas e intercamadas parametriza o acoplamento de Coulomb entre as camadas [9], tal como mostra-se na Fig. 5.10, e é dado por:

$$E_c^{intra}/E_c^{inter} = d/\ell_B. \quad (5.44)$$

Quando $d \gg \ell_B$, o sistema de DQWs se comporta como um sistema de dois QWs quase independentes, cada um deles descritos pela teoria de férmions compostos [80, 81]. Neste caso, no sistema de DQWs não existe efeito Hall quântico no fator de preenchimento $\nu_T = \nu_1 + \nu_2 = 1$, visto que não existe efeito Hall quântico no fator de preenchimento $\nu_1 = \nu_2 = 1/2$ em QWs independentes. Manipulando a distância de separação efetiva $d \gg \ell_B$, assim como também o gap de tunelamento Δ_{SAS} é possível estabelecer um diagrama de fases [77] com a finalidade de encontrar o estado de efeito Hall quântico.

5.8 Descrição teórica de estruturas topológicas através das oscilações de magnetorresistência em sistemas bidimensionais

Nesta seção será descrita a teoria necessária para a investigação da origem das diferentes estruturas topológicas ou diagramas de fase, n_s versus $B_\perp$, geradas através das

Figura 5.10: Representação da razão entre as energias de Coulomb intracamadas e intercamadas d/ℓ_B . Nesta figura os elétrons são representados pelas órbitas semiclássicas separadas por uma distância poucas vezes maior do que ℓ_B . Em (a) quando d/ℓ_B tem um valor elevado ($d \gg \ell_B$) a energia de acoplamento de Coulomb intracamadas é mais importante que a energia de acoplamento de Coulomb intercamadas; por outro lado em (b) quando $d/\ell_B \approx 1$ ($d \approx \ell_B$) o acoplamento de Coulomb intracamadas é aproximadamente igual ao acoplamento de Coulomb intercamadas.

oscilações da magnetorresistência, modeladas através da densidade de estados (*Density of States*, DOS), com a finalidade de interpretar nossos resultados experimentais, os quais serão apresentados no proximo capítulo.

5.8.1 Cruzamento de níveis de Landau de um sistema 2DEG com duas sub-bandas ocupadas em um campo magnético perpendicular

Quando um sistema 2DEG com duas sub-bandas ocupadas está na presença de um campo magnético perpendicular, a densidade de estados associada com cada sub-banda é discretizada numa série de níveis de Landau conhecida como leque de níveis de Landau (*Landau-level fan*) como mostra-se na Fig. 5.11. Nesta figura vemos dois leques de níveis de Landau, um para a sub-banda de energia E_1 e outro para a sub-banda de energia E_2 , separados pelo gap Δ_{12} . Cada nível de Landau é descrito por três números quânticos (i, N, s) sendo i o índice de cada sub-banda ($i = 1, 2, \dots$), N ($N = 0, 1, 2, \dots$) o número quântico orbital (nível de Landau), e s indica a orientação do spin ($s = \uparrow, \downarrow$). Comparando a denominação feita no Cap. 3 podemos escrever $\Delta_{12} = \Delta_{BAB}$, onde B indica a banda ligada e AB a antiligada (ver ref. 28). Por outro lado, quando se tem sistemas com três sub-bandas populadas, como é o caso de nossas amostras de TQWs, o índice i tomará valores de 1 até 3 ($i = 1, 2, 3$) e aparecerá o gap Δ_{23} correspondente à diferença de energia entre a segunda e terceira sub-banda. Mas, para facilitar a compreensão nos ocuparemos somente da primeira e segunda sub-banda.

Conforme foi explicado anteriormente, quando o 2DEG tem somente uma sub-banda populada, fatores de preenchimento ν ímpares estão associados ao gap de Zeeman ΔE_Z , enquanto que ν pares estão associados ao gap de ciclotron [82]. Entretanto, quando duas ou mais sub-bandas estão presentes, a descrição dada deixa de ser verdadeira, e além dos gap de Zeeman e de ciclotron aparece o gap de tunelamento, Δ_{SAS} (situação de balanceamento), que expressa o gap de energia entre as sub-bandas. Portanto, a presença da segunda sub-banda torna os platôs associados a cada gap de energia dependentes de cada amostra.

Como descrito anteriormente, à medida que se aumenta o campo magnético, os níveis de Landau são depopulados, ao mesmo tempo que ocorre um aumento do gap de Zeeman. Esta depopulação de níveis faz com que a energia de Fermi oscile, tal como se mostra na Fig. 5.12 (esta figura tem o mesmo esquema que a Fig. 5.11 com a finalidade de ilustrar as oscilações da energia de Fermi, à medida que os LLs são depopulados). A Fig. 5.12 esquematiza a energia de um elétron sem interações (*single particle*) sujeito ao campo magnético. Observa-se dois 2DEG, com diferentes níveis de Fermi, um com nível de Fermi E_F^{20} e outro com $E_F^{10} > E_F^{20}$ (o número 10 em E_F^{10} refere-se ao nível de Fermi da primeira

Figura 5.11: Representação da formação de dois leques de níveis de Landau, devido à ocupação de duas sub-bandas, separadas pela diferença de energia (Δ_{12}). À medida que se aumenta o campo magnético, os leques de Landau de cada sub-banda penetram-se, causando o cruzamento entre os LLs das duas sub-bandas. Cada LL é descrito por três números quânticos (i, N, s) descritos no texto.

sub-banda em campo zero). Posto que os níveis de Fermi são diferentes, os dois 2DEG terão concentrações diferentes. Isto se nota, por exemplo, para o sistema bidimensional com E_F^{10} ou fator de preenchimento $\nu = 7$, que ocorre em $B = B_2$; para o 2DEG com energia de Fermi E_F^{20} ocorre em $B = B_4$. Vale dizer que a diferença no campo magnético não é muito importante, posto que a concentração é diferente e, por conseguinte, o número de níveis de Landau para acomodar os elétrons. Note-se que no primeiro caso o nível de Fermi encontra-se no gap entre os estados $|i, N, s\rangle = |1, 2, \uparrow\rangle$ e $|2, 1, \uparrow\rangle$, no segundo caso, o nível de Fermi encontra-se entre os mesmos estados $|1, 2, \uparrow\rangle$ e $|2, 1, \uparrow\rangle$ (mas, isto não sempre acontece). Tal como foi dito, se o 2DEG tivesse somente uma sub-banda, para qualquer concentração, fatores de preenchimento ímpares estarão relacionados aos gaps de Zeeman, enquanto fatores de preenchimento pares estarão relacionados aos gaps de ciclotron. Na Fig. 5.12 as linhas amarelas representam as oscilações do nível de Fermi em função do campo magnético, sem levar em conta a largura natural dos níveis de Landau [83]. No limite em que B tende a zero, $E_F(B) \approx E_F^{i0}$ ($i = 1, 2$), a depopulação dos níveis de Landau ocorre independentemente, [84] e a posição dos platôs (em B) depende do fator de preenchimento de cada sub-banda: $\nu_i = n_i/D$, onde D é a degenerescência dos LLs. Como isto ocorre perto de $B = 0$ (note que a escala de B depende de w_c), então os platôs não são visíveis. Mas este fenômeno pode ser verificado através das oscilações de magnetorresistência (efeito Shubnikov-de Haas): as oscilações recebem contribuições

Figura 5.12: Representação dos leques de Landau para um 2DEG com duas sub-bandas ocupadas (semelhante à Fig. 5.11), assim como também, a variação do nível de Fermi (omitindo a desordem) à medida que aumenta o campo magnético. As retas contínuas (tracejadas) representam os LLs com spin para cima (baixo). A cor azul/vermelho é para a primeira/segunda sub-bandas, respectivamente. Também, nesta figura representam-se dois 2DEG com diferentes concentrações, tendo, portanto, diferentes energias de Fermi, em campo nulo, um com E_F^{10} e outro com E_F^{20} . Para $\nu = 8$, o nível de Fermi do primeiro 2DEG encontra-se nos estados $|i, N, s\rangle = |1, 2, \downarrow\rangle$ e $|2, 1, \uparrow\rangle$; para o segundo 2DEG, o nível de Fermi encontra-se nos estados $|1, 2, \uparrow\rangle$ e $|1, 1, \downarrow\rangle$. Portanto, pode-se concluir que a associação entre o gap e o fator de preenchimento num 2DEG com duas (ou mais) sub-bandas torna-se dependente da amostra.

independentes das sub-bandas e isto nos permite determinar n_s para cada uma das sub-bandas.

Quando o campo magnético B é intenso, na região em que os platôs se manifestam, a depopulação dos LLs não ocorre independentemente em cada sub-banda. Procurando sempre reduzir sua energia, o 2DEG redistribui as cargas entre os níveis de Landau de cada sub-banda, e disto resulta que os platôs já não relacionam-se com ν_i , mas sim com o fator de preenchimento total $\nu_T = \nu_1 + \nu_2$.

Num 2DEG com duas sub-bandas ocupadas (mais relevantes), o cruzamento dos LLs pode ser descrito com o pseudospin, ou seja, um spin generalizado aplicado a um sistema de DQWs [85]. O pseudospin é a coleção dos três números quânticos (i, N, s) que residem num LL. A fim de descrever o cruzamento de dois LLs é melhor considerar os LLs envolvidos e desconsiderar os outros. Isto é justificado, visto que, o LL do par que é ocupado descreve em boa aproximação o estado fundamental do 2DEG ou do DQW. Isto significa que o

pseudospin, em uma forma mais geral, além de estar relacionado com as sub-bandas, pode estar relacionado com os QWs. Por exemplo, se o sistema de DQWs está na presença de um campo magnético externo dirigido ao longo do eixo z e, se um elétron reside no QW_1 (perto do substrato) ou na primeira sub-banda, será chamado de “pseudospin para baixo”, $|\downarrow\rangle$. Por outro lado, se o elétron reside no QW_2 (perto da superfície) ou na segunda sub-banda pode ser chamado “pseudospin para cima”, $|\uparrow\rangle$. O estado fundamental é chamado de ferromagneto de Hall quântico “*quantum Hall ferromagnet*” [33] quando o pseudospin do LL está completamente alinhado, ou seja, quando todas as partículas (elétrons), do LL, têm os mesmos números quânticos. Para que isto aconteça precisa-se da ocupação completa de um LL e consequentemente de um fator de preenchimento inteiro.

Vamos fazer uma análise mais detalhada do cruzamento dos LLs de um sistema 2DEG com duas sub-bandas ocupadas, com a finalidade de facilitar a interpretação de nossos resultados experimentais, os quais serão apresentados no próximo capítulo. Para isto usaremos a figura 5.13, tomada da ref. 86, com certas modificações. Nesta figura em (a) mostramos uma representação do cruzamento dos LLs no plano $E \times B$ (energia versus campo) e em (b) mostramos a correspondência com o cruzamento destes mesmos LLs no plano $n_s - B_\perp$ (densidade versus campo perpendicular). Estes diagramas no espaço $n_s - B_\perp$ são o objeto de nossos estudos e serão apresentados no próximo capítulo. A fig. 5.13(a) é uma amplificação do cruzamento dos LLs da fig. 5.11. Estes níveis são $|1, 1, \uparrow\rangle$ e $|1, 1, \downarrow\rangle$ correspondentes à primeira sub-banda, com os níveis $|2, 0, \uparrow\rangle$ e $|2, 0, \downarrow\rangle$ correspondentes à segunda sub-banda.

A fig. 5.13(b) é um diagrama de fase $n_s - B_\perp$, obtido de um cálculo de magnetorresistência usando um modelo teórico, o qual será explicado mais adiante. Os pontos assinalados como A, B, C, D (em ambas figuras) marcam os pontos de cruzamento dos LLs. Note-se que nestes quatro pontos, níveis de Landau com os seguintes números quânticos e fatores de preenchimentos totais ν_{tot} estão envolvidos (estes fatores de preenchimento também estão assinalados na fig. 5.13(a) para facilitar a compreensão) $\nu_{tot} = 3$ $|1, 1, \uparrow\rangle$ e $|2, 0, \uparrow\rangle$; $\nu_{tot} = 4$, a campo baixo, $|1, 1, \downarrow\rangle$ e $|2, 0, \uparrow\rangle$; $\nu_{tot} = 4$, a campo alto, $|1, 1, \uparrow\rangle$ e $|2, 0, \downarrow\rangle$; $\nu_{tot} = 5$ $|1, 1, \downarrow\rangle$ e $|2, 0, \downarrow\rangle$. Nos diagramas de magnetorresistência $n_s - B_\perp$, as regiões em torno desses cruzamentos de níveis de Landau são caracterizadas por faixas que cruzam mínimos de resistência nos correspondentes fatores de preenchimento. Por exemplo, na fig. 5.13(b), a faixa que passa pelo ponto A cruza o mínimo de resistência no fator de preenchimento 4; a faixa que passa pelo ponto B cruza o mínimo de resistência no fator de preenchimento 3, e assim da mesma maneira para os outros pontos de cruzamento. Essas faixas que aparecem nos espectros de magnetorresistência como picos muito estreitos (veja a ref. 86), cujo aparecimento e desaparecimento podem ser precursores de transições para estados ferromagnéticos quânticos de Hall [86].

Deve ser ressaltado que nem sempre, numa medida experimental, o cruzamento dos

Figura 5.13: Correspondência entre o cruzamento de LLs num diagrama $E \times B$, com o diagrama $n_s - B$, o qual é derivado da justaposição dos espectros calculados de magnetorresistência. a) Ampliação do cruzamento dos níveis de Landau assinalados na fig. 5.11 com as letras A, B, C, D, em linhas espessas coloridas. b) Mapa $n_s - B_{\perp}$ calculado para esse mesmo sistema. Os algarismos em vermelho são os fatores de preenchimento em cada região de mínimo da magnetorresistência, mostrados em a) e b) para facilitar a visualização.

Figura 5.14: Cruzamento dos LLs da amostra 3230 obtido pela justaposição das medidas de magnetorresistência em função do campo magnético, para diferentes tensões de porta no intervalo $-1,5 < V_g < 1,0$. Os LLs e fatores de preenchimento (vermelho) estão em correspondência com os LLs e fatores de preenchimento das figuras 5.11 e 5.13.

LLs no diagrama de fase $n_s - B_{\perp}$, terá a mesma forma que o mostrado na fig. 5.13. A forma destes cruzamentos dependerá do tipo de amostra em estudo, e também das condições da medida experimental. Por exemplo, o diagrama será completamente diferente se o campo magnético for inclinado (veja ref.86) como mostraremos nos resultados de nossas amostras.

Ainda para ilustrar o cruzamento dos LLs, na fig. 5.14 mostra-se a justaposição de um conjunto de medidas de magnetorresistência, de uma de nossas amostras de DQWs (3230), para diferentes tensões de porta (portanto diferentes valores de n_s , ou seja, para cada valor de tensão um valor correspondente de n_s). Nesta figura mostra-se o cruzamento dos LLs correspondentes à primeira e segunda sub-bandas e os fatores de preenchimento assinalados em vermelho, os quais estão em correspondência com os LLs da fig. 5.13. Mas lembre-se que os diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ produzidos de medidas de magnetorresistência não produzem diretamente o espectro *Landau Level fan*, *LL fan*.

Uma vez compreendido o cruzamento dos LLs em medidas de magnetorresistência, o próximo passo será descrever a teoria necessária, para se obter um diagrama de fase similar, partindo de medidas de magnetorresistência.

5.8.2 Densidade de estados em campo magnético alto

Com a finalidade de modelar as oscilações de magnetorresistência, as quais nos permitirão gerar diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$, similares ao da Fig. 5.13(b), precisa-se em primeira instância conhecer a densidade de estados em campo magnético alto.

Como foi discutido anteriormente, no caso de uma amostra completamente uniforme e sem impurezas a densidade de estados é uma sucessão de níveis discretos tal como mostra-se na Fig. 5.5(a) e descritos pela equação (5.15). Numa situação real existem impurezas espalhadoras, defeitos na rede e variações nas interfaces que quebram a uniformidade do sistema. Isto acaba por gerar um potencial de desordem aleatório que deve ser somado ao Hamiltoniano ideal [87]. Consequentemente, a densidade de estados deixa de ser discreta e forma uma banda com largura característica Γ , mais conhecida como parâmetro de alargamento ou largura natural dos níveis de Landau, a qual surge devido aos diferentes mecanismos de espalhamento. Nas primeiras investigações sobre a forma da DOS surgiu um mecanismo em que os efeitos de espalhamento são considerados na aproximação de Born [88], onde os efeitos oriundos dos alargamentos de níveis são tratados de forma autoconsistente. Como resultado, a densidade de estados de cada nível de Landau tem a forma de uma semi-elipse, e a densidade de estados total é dada por:

$$D(E) = \frac{2eB}{\pi\hbar} \sum_{N=0}^{\infty} \left[1 - \frac{(E - E_N)^2}{\Gamma_N^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.45)$$

onde os parâmetros de alargamento Γ_N são iguais para centros espalhadores de curto alcance (alcance menor que $\ell_B/\sqrt{(2N+1)}$ onde ℓ_B é o comprimento magnético). Pela fórmula de Kubo [89], a condutividade longitudinal à temperatura zero é dada por [90]:

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \sum_{N=0}^{\infty} \left(N + \frac{1}{2} \right) \left[1 - \frac{(E - E_N)^2}{\Gamma_N^2} \right] \quad (5.46)$$

A campos elevados, a densidade de estados se anula fora das regiões de semi-elipses, o qual não é conveniente para uma análise detalhada dos espectros de condutividade. Correções adicionais na DOS levam a uma solução intermediária entre a semi-elipse e uma gaussiana. Cálculos de Gerhardtts [91] na chamada aproximação cumulante de ordem inferior (*lowest order cumulant approximation*), prevêem a forma de uma gaussiana para a DOS, dada por:

$$D(E, B) = \frac{eB}{h} \frac{\sqrt{2/\pi}}{\Gamma_N(B)} \sum_{N,s=\uparrow,\downarrow} \left[e^{-2(E-E_{N,s})^2/\Gamma_N^2} \right] \quad (5.47)$$

onde $N = 0, 1, 2, \dots$, representa os LLs, $s = \uparrow, \downarrow = (+, -)$ são as orientações do spin e $\Gamma_N(B)$ é o parâmetro de alargamento dos LLs. Outros modelos consideram a DOS como tendo a forma de Lorentzianas, a qual foi usada neste trabalho, e é dada por:

$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_{i,N,s}^{\infty} \frac{\Gamma_N}{\left[1 + \frac{(E_{i,N,s} - E)^2}{\Gamma_N^2} \right]^2} \quad (5.48)$$

O parâmetro de alargamento Γ_N , na aproximação autoconsistente de Born, é descrito

pela relação $\Gamma_N(B) = \sqrt{(2\hbar^2 eB/\pi m^* \tau_q)}$, o qual é proporcional a $\sqrt{B}$. Em outras teorias autoconsistentes, em campos elevados, o parâmetro de alargamento é tomado como a media geométrica da energia de ciclotron e de

$$\Gamma = \hbar/\tau_q \quad (5.49)$$

tendo como resultado $\sqrt{\hbar^2 eB/m^* \tau_q}$ e, como se nota, existe uma dependência com a raiz quadrada do campo magnético. Mas em nossos cálculos será usada a relação (5.49), a qual é independente do campo magnético. A densidade de estados, dada por (5.48), está associada a uma condutividade longitudinal a qual é dada pela seguinte relação [83]:

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{\hbar} \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{s=+,-} (N + \frac{1}{2}) \left[e^{-4[(E_F - E_{N,s})/\Gamma(B)]^2} \right]. \quad (5.50)$$

Com esta expressão mais a condutividade Hall pode-se determinar a resistividade longitudinal, como explicaremos mais adiante.

Se observamos a Fig. 5.8, onde se mostra espectros de magnetorresistência de uma de nossas amostras em duas temperaturas diferentes, nota-se que um fator importante na determinação da DOS é a temperatura. As descrições acima sob a DOS foram feitas para o caso ideal e à temperatura zero. Mas, em condições reais, de temperatura não nula, a densidade de estados e a condutividade deverão ser calculadas levando em consideração a Mecânica Estatística. Portanto, a expressão da condutividade envolvendo a dependência com a temperatura, em regiões de baixas temperaturas onde o potencial químico μ pode ser substituído pela energia de Fermi, é dada por:

$$\sigma_{xx}(B, T) = \int_{-\infty}^{E_F(B)} \left(\frac{\partial f(\varepsilon, T)}{\partial \varepsilon} \right) \sigma_{xx}(B, \varepsilon) d\varepsilon \quad (5.51)$$

onde $f(\varepsilon, T) = [e^{-(\varepsilon - E_F/k_B T)} + 1]^{-1}$ é a distribuição de Fermi, e

$$\sigma_{xx}(B, \varepsilon) = \frac{e^2}{\hbar} \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{s=+,-} (N + \frac{1}{2}) \left[e^{-4[(\varepsilon - E_{N,s})/\Gamma(B)]^2} \right]. \quad (5.52)$$

A principal característica do comportamento oscilatório da magnetorresistividade é que à medida que aumenta-se o campo magnético, a magnetorresistividade apresenta um máximo toda vez que um nível de Landau, correspondente a um desdobramento de spin, passa pelo nível de Fermi.

Uma característica importante da energia de Fermi é a sua variação em função do campo magnético [83], e será este o fato que será usado para modelar os espectros de magnetorresistência, para depois construirmos os diagramas de fase $n_s - B$. Esta variação da energia de Fermi altera a densidade de estados $D(B)$, assim como também a condutividade

$\sigma_{xx}(B)$, e portanto a magnetorresistividade $\rho_{xx}(B)$. Nesse sentido é mais correto substituir E_F por $E_F(B)$ nas expressões acima. Essa dependência provoca, principalmente, deslocamentos nas posições dos picos da magnetorresistividade, em especial quando se deseja analisar os desdobramentos de spin em função do campo magnético e, portanto, a participação do fator g de Lande efetivo g^* .

Com a finalidade de aplicar o modelo tomado da ref. [86] em nossos cálculos, voltaremos a reescrever as equações acima considerando: a variação da energia de Fermi com o campo magnético, o caso ideal de uma temperatura $T = 0$, e, também, a contribuição de cada uma das sub-bandas. Considerando que, os níveis de energia são ocupados pelos elétrons somente até o nível de Fermi, a integral da densidade de estados por unidade de área até a energia de Fermi deve ser igual à densidade superficial de elétrons, ou seja,

$$n_s = \int_{-\infty}^{E_F(B)} D(E, B) dE. \quad (5.53)$$

Se se tem um sistema cuja densidade de elétrons é constante durante as medidas experimentais, como ocorre em nossas amostras, a expressão 5.53 constitui uma equação integral cuja solução nos dará a dependência desejada da energia de Fermi com respeito ao campo magnético. Como já dito, na Eq. (5.53), $D(E, B)$ representa a densidade de estados, e será aproximada por uma soma de Lorentzianas, centradas no centro de cada LL.

Portanto a DOS total incluindo a soma de cada sub-banda, assim como, o spin para cada LL é dada por:

$$D(E, B) = \frac{eB}{h} \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{i=1,2,3} \sum_{s=+,-} (N + \frac{1}{2}) \frac{\Gamma}{1 + e^{[(E_{i,N,s} - E)/\Gamma]^2}} \quad (5.54)$$

Em seguida, calcula-se a condutividade longitudinal através da seguinte relação:

$$\sigma_{xx}(B) = \frac{e^2}{h} \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{i=1,2,3} \sum_{s=+,-} (N + \frac{1}{2}) \frac{1}{1 + 2e^{[(E_{i,N,s} - E_F(B))/\Gamma]^2}} \quad (5.55)$$

Com esta expressão já pode ser determinada a resistividade longitudinal (ρ_{xx}) em função das condutividades longitudinal e Hall através da seguinte relação:

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)} \quad (5.56)$$

onde para a condutividade Hall toma-se a expressão clássica dada por:

$$\sigma_{xy}(B) = n_s e / B. \quad (5.57)$$

A continuação serão descritos os níveis de energia correspondentes às primeira, segunda

e terceira sub-bandas envolvidas em nossos sistemas de DQWs e TQWs, para as medidas em campo magnético perpendicular, as quais serão usadas em nossos cálculos. O formalismo descrito em [92] foi usado para a sua dedução.

$$E_{N,1,s} = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{s}{2}g^*\mu_B B \quad (5.58)$$

$$E_{N,2,s} = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \Delta_{12} + \frac{s}{2}g^*\mu_B B. \quad (5.59)$$

$$E_{N,3,s} = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \Delta_{12} + \Delta_{23} + \frac{s}{2}g^*\mu_B B \quad (5.60)$$

Onde $\Delta_{12} = E_2 - E_1$ e $\Delta_{23} = E_3 - E_2$, são as diferenças de energia entre as sub-bandas. Estas relações poden ser obtidas das medidas experimentais através da relação (3.7).

5.8.3 Descrição do modelo de partícula única (*single-particle model*)

Como será mostrado, o modelo de partícula única, o qual omite interações entre elétrons, descreverá de uma maneira razoável os diagramas de fase $n_s - B_\perp$, derivados das medidas experimentais de magnetorresistência. O algoritmo que foi utilizado pode ser resumido como a seguir:

1. Entrada dos parâmetros iniciais, tais como: massa efetiva, tempo quântico, intervalo de campo magnético, concentração de elétrons, diferença de energia entre as sub-bandas.
2. Cálculo do parâmetro de alargamento dos níveis através da equação (5.49), do fator g de Landé efetivo equação 5.42, e da condutividade Hall, equação (5.57), que são independentes da energia.
3. Cálculo da energia de Fermi. Para isto, deve resolver-se a igualdade (5.53), calculando primeiro a densidade de estados $D(E, B)$ dada por (5.54) para um conjunto discreto de valores de campo magnético (conforme desejado, por exemplo, de 0 até 15 T) e de energia limite (escolhidos de modo que suas contribuições sejam uma solução para a integral, dada por (5.53)). O índice de soma N (correspondentes aos LLs) foi tomado variando de 0 a 200. Em seguida, para cada valor de campo magnético, a densidade de estados deve ser integrada na variável energia até que a igualdade (5.53) seja verificada, de onde se obtém o limite superior de integração que é precisamente a enegia de Fermi(E_F) para o valor dado de campo magnético.

Figura 5.15: Diagrama de fase $n_s - B_{\perp}$ da amostra 3230. As regiões quadradas denotam o cruzamento dos LLs da primeira e segunda sub-bandas e estão em correspondência com a região quadrada da fig. 5.13. Os algarismos em branco denotam os fatores de preenchimento, os quais estão em correspondência com os algarismos em vermelho da fig. 5.14.

4. Cálculo da condutividade longitudinal dada pela expressão (5.55) e, em seguida, a resistividade longitudinal dada pela relação (5.56).

Na Fig. (5.15) mostra-se um diagrama de fase $n_s - B_{\perp}$ de uma de nossas amostras de estudo (3230), calculado usando-se o modelo de partícula única. Neste gráfico nota-se o cruzamento entre os níveis de Landau correspondentes à primeira e segunda sub-bandas. Uma explicação mais detalhada será dada no capítulo seguinte, quando comparada com o diagrama de fase experimental.

Capítulo 6

Análise e discussão de resultados

Na primeira parte deste capítulo serão apresentados os resultados experimentais correspondentes ao colapso do gap de spin nas oscilações SdH e a dependência das propriedades eletrônicas com a concentração de Al na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ das amostras DQWs.

6.1 Oscilações SdH e o colapso do gap de spin

Iniciaremos a apresentação dos dados mostrando os resultados experimentais de uma amostra de DQWs com fator g de Landé com sinal oposto dentro de cada QWs (3242). Será mostrado o colapso do gap de spin através das oscilações SdH.

Quando um sistema de DQWs está na presença de campo magnético alto e os QWs estão separados por uma barreira de espessura pequena aparecerão propriedades de transporte que não são observadas em QWs simples, devido às interações de troca inter e intracamadas. A interação intercamadas é controlada pela distância entre as camadas e o comprimento magnético [9, 85], tal como definido no capítulo anterior. Recentemente novas fases têm sido previstas em altos fatores de preenchimento de LLs, manifestando-se efeitos não triviais nas interações de Coulomb nos sistemas Hall quânticos [93].

O critério do ferromagnetismo de Stoner [94] em metais na ausência de campo magnético tem sido aplicado a um sistema 2DEG quando este está na presença de um campo magnético. Existem previsões da ocorrência de uma polarização espontânea nestes sistemas, mesmo quando a energia de Zeeman é nula. Este efeito é chamado de ferromagnetismo de Hall quântico [94]. Em ferromagnetos de Hall quânticos aparece a interação entre gaps de energia em certos fatores de preenchimento inteiros. Por outro lado, quando a energia de troca torna-se maior que o potencial de desordem, o gap de Zeeman é dado pela relação (5.35) e todas as definições feitas na seção (5.6). Quando a energia de troca é comparável ao potencial de desordem dos LLs, tal como foi descrito na seção anterior, espera-se o colapso do gap de spin em certos fatores de preenchimento críticos ν_c , isto é, quando

$\Delta_{spin} = \frac{\hbar}{\tau}$. Mas, em heteroestruturas semicondutoras convencionais de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, as oscilações SdH começam a mostrar o desdobramento de spin quando $\nu < \nu_c$ e o mínimo do gap de spin torna-se maior com o incremento do campo magnético.

Figura 6.1: (a) Oscilações SdH, de 0,0 T – 2,0 T, de uma amostra com fator g de Landé de sinais oposto nos QWs, a uma temperatura de $T = 50$ mK. As setas mostram os picos críticos quando aparece o desdobramento do spin. (b) Espectro de uma transformada de Fourier (FFT), onde mostra-se os harmônicos $1/3$ e $2/3$ da frequência principal f_o .

Na Fig.6.1(a) mostra-se uma medida de magnetorresistência em função do campo magnético perpendicular (0,0 T – 2,0 T). As setas mostram os picos nos quais observa-se o desdobramento do spin (colapso). Pode-se ver que a amplitude destes picos decresce em comparação com os picos onde o desdobramento de spin está ausente por completo. Estes picos são chamados *picos críticos* onde o potencial de desordem tem a mesma magnitude que a soma da energia de troca e correlação mais a energia de Zeeman (veja ref. [61]). Surpreendentemente, o desdobramento de spin não está resolvido com o incremento do campo magnético, colapsando de novo. Da Fig. 6.1(a) pode-se ver que o pico reaparece várias vezes. Argumenta-se que a repetição reentrante do desdobramento do spin acontece devido às oscilações da energia de troca e correlação, a qual é provavelmente periódica com o inverso do campo magnético. Para quantificar estes resultados foi realizada a

transformada de Fourier aos dados de magnetorresistência, tal como mostra-se na Fig. 6.1(b). Esta análise mostrou duas frequências, uma correspondente à frequência principal f_o e a outra correspondente a $f_o/3$. Portanto, pode-se argumentar que a energia de troca e correlação E_{tr} oscila com o inverso do campo magnético com uma frequência de oscilação três vezes menor que as oscilações devido às oscilações SdH.

O estado fundamental desta amostra é determinado pela interação de Coulomb intracamadas e intercamadas visto que o gap de tunelamento Δ_{SAS} é muito pequeno (0,045 meV). Foi estimado que a interação de Coulomb intercamadas, dada por $E_c^{inter} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon d} = 5.7$ meV, é muito pequena comparada com a interação de Coulomb intracamadas, dada por $E_c^{intra} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\ell_B}$, onde ϵ é a constante dielétrica e ℓ_B é a distância média entre elétrons ($\ell_B = \sqrt{\hbar/eB}$), para o campo $B > 1,8$ T. A razão entre estas escalas de energia ($\frac{E_c^{intra}}{E_c^{inter}} = \frac{d}{\ell_B}$) é de particular importância para efeitos de correlação entre os poços.

Figura 6.2: Medidas de magnetorresistência da amostra 3242, com sinais opostos no fator g de Landé dos QWs, para diferentes tensões de porta, a uma temperatura de 1,6 K: (a) negativos – $V_g = 0,0$ V (verde), 0,2 V (vermelho), 0,4 V (preto); (b) positivos – $V_g = 0,0$ V (verde), 0,2 V (vermelho), 0,6 V (preto). As setas mostram os gaps correspondentes ao gap de ciclotron $\hbar\omega_c$, e gap de Zeeman Δ_Z . As setas pontilhadas mostram os picos críticos onde aparece o desdobramento de spin.

Na Fig. 6.2 mostram-se medidas de magnetorresistência para diferentes tensões de porta. Pode-se ver que o gap de Zeeman aparece em valores baixos do fator de preenchi-

mento dos LLs ou valores altos de campo magnético. O desdobramento do spin aparece quando $E_c^{intra} > E_c^{inter}$ (ou seja $d > \ell_B$) e os QWs se comportam de forma independente. Entretanto, em baixo campo magnético, $E_c^{intra} < E_c^{inter}$ ($d < \ell_B$) e, portanto, os efeitos de correlação entre os poços podem suprimir a energia de troca intracamadas, o que ocasiona novamente o colapso do gap de spin. Portanto, pode-se ver que a competição entre as energias intracamadas, E_c^{intra} , e intercamadas, E_c^{inter} , conduz a um colapso periódico do desdobramento do spin. Precisa-se de uma teoria mais completa, que inclua efeitos de correlação de muitos corpos, para explicar porque a competição entre as energias de Coulomb inter e intracamadas conduzem ao colapso do gap de spin.

Na Fig. 6.2 mostra-se medidas de magnetorresistência, a uma temperatura de 1,6 K, para diferentes tensões de porta, tanto para valores negativos como positivos, assim como também os gap de ciclotron e de Zeeman, os quais são assinalados pelas setas. Em (a) nota-se que a aplicação sucessiva de tensões de porta negativas destrói o efeito periódico do colapso do desdobramento do spin; isto acontece para uma tensão $V_g = -0,4$ V. Tal como será mostrado na próxima seção este efeito está relacionado com a depopulação do QW₂ (fator de Landé positivo), o que significa que a densidade de elétrons diminui, ocasionando um aumento da distância média (ℓ_B) entre elétrons. Por outro lado em (b) nota-se que quando são aplicadas tensões de porta positivas muda a posição dos picos críticos. Por exemplo, quando $V_g = 0,0$ V nota-se um pico crítico em $B = 1,8$ T, este mesmo pico muda para $B = 2,1$ T, quando $V_g = 0,6$ V, tal como é assinalado pelas setas pontilhadas. Esta situação é contrária à aquela quando se aplica tensões de porta negativas, uma vez que tensões de porta positivas aumentam levemente a densidade de elétrons, diminuindo ℓ_B .

6.2 Dependência das propriedades eletrônicas com a concentração de Al

Sabendo que a concentração e mobilidade dos portadores são dois parâmetros básicos para a caracterização quantitativa dos semicondutores, investigamos como estas propriedades variam com a concentração de Al.

Os primeiros estudos das propriedades de transporte em ligas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ mostraram que a mobilidade decresce com o aumento da concentração de Al. No intervalo $0,0 < x < 0,3$, valores típicos da mobilidade estão compreendidas no intervalo de $(3,0 - 5,0) \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ [95]. Para valores maiores de $x = 0,3$ a mobilidade diminui rapidamente com a concentração de Al até chegar a um mínimo quando $x = 0,45$ [95]. Portanto, considerando que uma das aplicações mais interessantes da variação da concentração de Al nas ligas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ é justamente a manipulação do sinal do fator g de Landé e com

isto o spin do elétron, nesta seção apresentaremos os nossos resultados correspondentes à influência da concentração de Al nas propriedades eletrônicas dos DQWs. Para esta finalidade medidas SdH e Hall foram realizadas, em temperaturas entre 100 mK e 1,6 mK. Mostraremos que tanto a mobilidade como a concentração de portadores decresce com o aumento da concentração de Al nos QWs.

6.2.1 DQWs

Fazendo uso das medidas SdH e Hall determinamos a concentração e mobilidade dos elétrons nas amostras 3242 (iluminada e não iluminada, a idéia de iluminar a amostra foi chegar até a situação de balanceamento), 3255 e 3230 em função das tensões de porta aplicadas. Estas duas últimas amostras não foram iluminadas pois em ambas ocorre o balanceamento em $V_g = 0,0$ V.

1. **Resultados para a amostra 3242 ($x = 8,2\%$, $14,2\%$) não iluminada.** As medidas SdH, na ausência de iluminação, foram feitas a uma temperatura de 1,6 K em campo magnético perpendicular de 0 T até 11 T, em função das tensões de porta $-1,0 < V_g < 0,6$ V, aplicadas entre o contato Schottky e o 2DEG. Na Fig. 6.3 mostra-se duas oscilações SdH para duas tensões de porta: (a) $V_g = 0,0$ V e (b) $V_g = -0,4$ V. Pode-se observar o desaparecimento dos batimentos para tensões negativas, o qual está relacionado com a depopulação dos QWs como será mostrado através da análise de Fourier (FFT). Lembrando que estes batimentos devem estar relacionados com o colapso do gap de spin, como foi discutido na seção anterior. Portanto, a campo baixo, ao calcular-se os espectros de FFT, as oscilações correspondentes ao colapso do gap de spin devem aparecer como sinais não periódicas e não como sinais correspondentes a uma segunda sub-banda. Esta dúvida será esclarecida depois que mostrarmos os dados da amostra exposta à iluminação. No momento assumiremos que os batimentos devem-se aos elétrons correspondentes a uma segunda sub-banda.

As oscilações SdH foram usadas para determinar a concentração e a mobilidade quântica dos elétrons de cada uma das sub-bandas ocupadas, tal como foi descrito na seção (5.5). Portanto, uma vez tendo os traços das oscilações SdH, o passo seguinte da análise foi efetuar as transformadas de Fourier dos gráficos $\rho'' \times 1/B$, sendo ρ'' a derivada segunda da magnetorresistividade com relação ao inverso do campo magnético (B). Todo este procedimento foi feito utilizando-se o algoritmo FFT disponibilizado pelo software de análise Origin 7.5 (maiores detalhes na ref. 40). Obtivemos os espectros de frequências ou concentrações, que estão mostradas na Fig. 6.4(a), as quais estão relacionadas pela equação $n_i = 0,04836 f_i$. O mesmo

Figura 6.3: Oscilações SdH da amostra 3242, a uma temperatura de 1,6 K, para duas tensões de porta aplicadas: (a) $V_g = 0,0$ V . As setas mostram a presença dos batimentos; (b) $V_g = -0,4$ V. Nota-se a desapareição dos batimentos mostrados em (a).

procedimento foi usado para obter os espectros de frequências quando a amostra foi iluminada.

Estes espectros foram obtidos com a maior largura da janela Haning, $\Delta = t_n - t_1 = 2,24 \text{ T}^{-1}$, onde $t_1 = 1/(3,8 \text{ T})$ e $t_n = 1/(0,4 \text{ T})$ são os limites inferior e superior da janela. O número de pontos utilizados na transformada discreta de Fourier (n) foi igual a $2^{10} = 1024$ [96, 97]. O valor do campo magnético para o limite superior da janela foi fixado em 0,4 T pois somente a partir deste valor de campo é que as oscilações SdH são observáveis. Entretanto que o valor de campo B, para o limite inferior da janela foi fixado em 3,8 T porque somente até este valor de campo é que observou-se o efeito SdH. Para maiores valores de campo manifesta-se o efeito Hall quântico inteiro (Fig. 6.3). A densidade total de elétrons foi determinada somando-se a densidade de cada uma das sub-bandas $n_T = \sum_i n_i$. A mobilidade quântica de cada sub-banda foi determinada, tal como descrita anteriormente, fazendo uso da relação $\alpha = -\pi/\mu_q$, onde α é o coeficiente linear da reta.

As medidas Hall foram usadas para determinar a mobilidade e a concentração Hall na região clássica, a qual pode ser comparada com a concentração total, considerando que a baixas temperaturas a concentração Hall representa o limite inferior da concentração total de portadores ($n_H \leq \sum_i n_i$).

Na Fig. 6.4(a) mostram-se as transformadas de Fourier das oscilações SdH medidas para várias tensões de porta. Quando $V_g < -0,1$ V, as oscilações SdH mostram

Figura 6.4: Em (a) mostra-se a transformada de Fourier das oscilações SdH da amostra 3242 (diferentes concentrações de Al dentro dos QWs), para tensões de porta: $V_g = 0,6$ V (no alto) até $V_g = -1,0$ V (em baixo). O pico n_1 é o pico correspondente à primeira sub-banda e o pico n'_1 é o harmônico de n_1 , entanto que n_2 é o pico correspondente à segunda sub-banda. Em (b) mostra-se a concentração de elétrons em cada QW e concentração Hall (n_H). (c) Mobilidade Hall e mobilidade quântica de cada sub-banda ou QW. Assume-se que a mobilidade da primeira sub-banda é maior que da segunda devido ao espalhamento pela desordem na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$.

uma única frequência (um pico nas FFTs) indicando que somente a primeira sub-banda n_1 está populada. Quando V_g encontra-se no intervalo $-0,1 < V_g < 0,6$ V, a segunda sub-banda n_2 está populada. Isto é avaliado pelo aparecimento do pico assinalado pela seta tracejada em n_2 (a densidade n_2 começa a aumentar levemente com o incremento de V_g). Quando o QW₂ está populado, o gás de elétrons deste QW blinda o campo elétrico da tensão de porta de maneira que a densidade de elétrons n_1 do QW₁ fica quase constante. O pico marcado com n'_1 corresponde ao harmônico de n_1 .

As concentrações de elétrons da primeira e segunda sub-bandas n_1 e n_2 e a concentração Hall em função das tensões de porta são mostradas na Fig. 6.4(b). Deve-se

ter presente que as oscilações *SdH* dão conta da densidade de elétrons de cada sub-banda, a qual nem sempre coincide com a densidade de elétrons de cada QW [98]. Mas, para os dados que se mostram na Fig. 6.4(b), onde a diferença entre as densidades de elétrons n_1 e n_2 é grande, assume-se que as funções de onda estão bem localizadas em cada QW. Portanto, podemos considerar n_1 como a densidade de elétrons no QW₁ e n_2 como a densidade de elétrons no QW₂ (perto da superfície). Assim sendo, daqui para frente, a primeira sub-banda será associada ao QW₁ e a segunda sub-banda ao QW₂, sem nenhuma distinção.

A densidade de elétrons de cada sub-banda foi extraída dos espectros FFT da Fig. 6.4(a). Pode-se observar que a densidade da sub-banda mais populada n_1 , a qual está localizada no QW₁, fica quase constante no intervalo $-0,3 < V_g < 0,6$ V, visto que, no mesmo intervalo de V_g , a densidade n_2 decresce levemente. Nota-se também que o pico correspondente à segunda sub-banda n_2 desaparece no espectro de FFT para $V_g < -0,1$ V¹ mostrando portanto, o esvaziamento do QW₂. Por outro lado, a densidade de elétrons do QW₁ começa a decrescer quando $V_g < -0,4$ V. Pode-se afirmar em boa aproximação que, quando os QWs estão ocupados, um decréscimo de V_g baixa somente a densidade de elétrons do QW mais perto da superfície (QW₂), deixando a densidade de elétrons do QW perto do substrato (QW₁) quase constante. Visto que a energia de Fermi é a mesma para as duas sub-bandas ou QWs, a diferença na densidade de elétrons entre as subbandas representa a diferença entre as energias de cada sub-banda. Assumindo que a massa efetiva dos elétrons no QW₁ e QW₂ é a mesma, encontra-se que a diferença de energia ($\Delta_{12} = E_2 - E_1$) entre as duas sub-bandas aumenta de $\Delta_{12} = 12,8$ meV para $V_g = 0,6$ V até $\Delta_{12} = 15,2$ meV para $V_g = -0,3$ V.

Com a finalidade de quantificar a mudança observada nas amplitudes dos picos de Fourier apresentados na figuras Figs. 6.4(a) e 6.5(a), determinamos a mobilidade quântica de cada sub-banda fazendo uso do procedimento descrito na seção (5.5). Na Fig. 6.4(c) mostra-se a mobilidade quântica de cada sub-banda ou QW e a mobilidade Hall em função das tensões aplicadas. Note-se que a mobilidade quântica dos elétrons localizados no QW₁ é maior que a mobilidade quântica dos elétrons localizados no QW₂. Vamos expor duas explicações possíveis para a diminuição da mobilidade quântica de cada sub-banda com o decréscimo das tensões de porta:

¹Os espectros da FFT para $V_g = -0,2$ V e $-0,3$ V foram amplificados para localizar a posição dos picos. os valores são mostrados na Fig. 6.4(b)

Primeira - Observa-se na Fig. 6.4(c) que a mobilidade quântica da primeira sub-banda é maior que a mobilidade quântica da segunda sub-banda em todo o intervalo de tensões de porta, onde as duas sub-bandas são observadas. Estudos realizados por vários grupos em poços quânticos simples e dopados com dopagem modulada, na ausência de tensões de porta, determinaram que a mobilidade quântica da primeira sub-banda (μ_{q1}) é maior que a mobilidade quântica da segunda sub-banda (μ_{q2}) [99, 100]. Estas observações podem ser explicadas em termos de: (i) a distância de separação entre a distribuição de elétrons do 2DEG e as impurezas ionizadas. Neste caso o espalhamento entre os elétrons e as impurezas ionizadas, na camada dopada, diminui à medida que aumenta a distância de separação entre eles. (ii) a velocidade de Fermi dos portadores a qual é mais baixa nas sub-bandas mais elevadas, dando como resultado um aumento do mecanismo de espalhamento, diminuindo desta maneira a mobilidade. Portanto, poder-ia-se afirmar que, a baixa mobilidade quântica da segunda sub-banda é porque o vetor de Fermi (k_{F2}) desta é menor em comparação com o vetor de Fermi (k_{F1}) da primeira sub-banda. Outra característica importante que pode-se notar é o comportamento semelhante entre a concentração e a mobilidade quântica de cada sub-banda, como nota-se nas Figs. 6.4(b) e (c). Por exemplo, a mobilidade quântica começa a decrescer quando a concentração n_1 começa a ser depletada ($V_g < -0,3$ V).

Usando a concentração Hall, a mobilidade Hall e a concentração de cada sub-banda é possível determinar as mobilidades de transporte de cada sub-banda (μ_{1t}, μ_{2t}) resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$\mu_H = \frac{n_1\mu_{1t}^2 + n_2\mu_{2t}^2}{n_1\mu_{1t} + n_2\mu_{2t}} \quad n_H = \frac{n_1\mu_{1t} + n_2\mu_{2t}}{\mu_H} \quad (6.1)$$

Verificamos que o valor da razão entre a mobilidade de transporte e quântica de cada sub-banda ($k = \mu_{it}/\mu_{iq}$) é próximo de 2,5 no intervalo $0,0 \leq V_g \leq 0,6$ V para as duas sub-bandas populadas, mas existe uma pequena diferença desta razão no intervalo $-0,3 \leq V_g \leq -0,1$ V. Obtivemos a razão $k = 2,7, 2,8$ e $3,0$, quando $V_g = -0,1, -0,2, -0,3$ V, respectivamente. Um trabalho teórico de Das Sarma e Stern [64] mostrou que para o espalhamento por impurezas ionizadas, em heteroestruturas de GaAs/AlGaAs sem camada espaçadora entre as impurezas e o 2DEG com uma densidade de $3,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (para uma sub-banda), a razão $k = 2,5$. Este valor é semelhante ao encontrado na amostra que está sendo analisada. Embora o sistema analisado seja diferente, o valor da razão entre a mobilidade de transporte e a mobilidade quântica nos leva a afirmar que o espalhamento por impurezas ionizadas é o principal mecanismo de espalhamento em nossas amostras. Antes de tomar

como verdadeira esta hipótese, cabe lembrar que as barreiras dos DQWs, que têm a função de camada espaçadora, são formadas por uma super-rede de AlAs/GaAs e têm a função de reduzir o espalhamento por impurezas ionizadas (ver ref. 23).

Segunda - Como uma segunda possibilidade de explicar porque a mobilidade quântica da primeira sub-banda é maior que a segunda, pode-se supor que se deve ao mecanismo de espalhamento pela desordem na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Devemos considerar que a concentração de Al dentro de cada QW é diferente e para demonstrar esta possibilidade mostraremos as propriedades de transporte de nossas amostras que têm diferentes concentrações de Al dentro dos QWs.

2. **Amostra 3242 iluminada** - Com a finalidade de ter uma maior resolução e mais informações sobre o pico relacionado à segunda sub-banda, localizada no QW_2 , iluminamos a amostra. Portanto, na continuação serão apresentados os resultados correspondentes à amostra 3242 após da iluminação. As condições para as medidas experimentais, assim como o procedimento para encontrar a concentração e mobilidades, foram as mesmas que para a amostra não iluminada: medida com campo de 0 T – 11 T; mesmo intervalo de campo magnético para os limites inferior e superior da janela, $t_1 = 1/(3,8 \text{ T})$ e $t_n = 1/(0,4 \text{ T})$.

Na Fig. 6.5(a) mostra-se as transformadas de Fourier das oscilações SdH medidas para tensões de porta no intervalo $-1,2 < V_g < 0,7 \text{ V}$. Podemos observar que a iluminação aumentou a amplitude do pico correspondente à segunda sub-banda. Sabe-se que um aumento na amplitude da FFT significa um aumento na mobilidade quântica. Devido ao comportamento monotônico do pico correspondente à segunda sub-banda à medida que diminuem as tensões de porta, pode-se afirmar que **o pico n_2 na FFT corresponde à segunda sub-banda, localizada no QW_2 , e não a um sinal não periodico introduzido pelo colapso do gap de spin.**

Da mesma maneira que na Fig. 6.4, na Fig. 6.5(b) mostra-se a densidade de elétrons de cada sub-banda extraídas dos espectros FFT da Fig. 6.5(a). A densidade de elétrons da primeira sub-banda diminui levemente de $6,31 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ até $5,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ no intervalo $0,7 > V_g > -1,2 \text{ V}$; a densidade da segunda sub-banda diminui levemente de $2,43 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ até $1,27 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ no intervalo $0,7 > V_g > -0,6 \text{ V}$. Finalmente na Fig. 6.5(c) mostram-se a mobilidade da primeira e segunda sub-bandas e a mobilidade Hall. Pode-se apreciar que a mobilidade da primeira sub-banda é levemente maior que a da segunda sub-banda.

Comparando as propriedades eletrônicas na ausência e presença da iluminação quando

Figura 6.5: Amostra 3242 iluminada. Em (a) mostra-se a transformada de Fourier das oscilações SdH para diferentes valores de tensões de porta de $V_g = 0,7 \text{ V}$ (curva superior) até $V_g = -1,2 \text{ V}$ (curva inferior). (b) Densidade de elétrons em cada QW e concentração Hall n_H . (c) Mobilidade Hall e mobilidade quântica de cada sub-banda. Nota-se que a mobilidade do QW_1 é um pouco maior que a mobilidade do QW_2 .

$V_g = 0,0 \text{ V}$, nota-se que além do aumento da amplitude do pico correspondente à segunda sub-banda, a concentração Hall aumenta de $7,4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (não iluminada) até $10,4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (iluminada) enquanto que a mobilidade Hall aumenta de $50 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ (não iluminada) até $140 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ (iluminada). Por outro lado, a razão entre a mobilidade de transporte e a mobilidade quântica aumenta de 2,5 até 12,7, para as sub-bandas populadas, no intervalo de tensões de porta $-0,3 < V_g < 0,7 \text{ V}$. Observe que a razão μ_{it}/μ_{iq} teve um aumento de 5 vezes.

De modo geral podemos dizer que tanto a concentração como a mobilidade aumentaram na presença da iluminação. Este fato é atribuído à presença de armadilhas profundas (*deep traps*, centros DX) [64]² Pode-se afirmar a presença dos centros

²Centro DX é um tipo de defeito que pode alterar as características elétricas de um semicondutor. Ele é um centro complexo que envolve a ligação química de um átomo doador (D) e um

DX devido ao aumento da mobilidade Hall com o aumento da concentração. Este efeito é conhecido como fotocondutividade persistente (*Persistent Photoconductivity effect*, PPC).

3. **Amostra 3255 (x=10%)** - Apresentaremos agora os resultados correspondentes às medidas SdH da amostra 3255, onde a concentração de Al dentro dos QWs são iguais ($x = 10\%$), o que faz que os QWs sejam completamente simétricos. Neste caso aparecem os estados simétricos e anti-simétricos (funções de onda delocalizadas através dos QWs). Estas medidas foram feitas a uma temperatura de 1,6 K. Na Fig. 6.6(a) mostra-se as FFTs das oscilações SdH medidas para tensões de porta no intervalo $-1,6 < V_g < 0,6$ V sendo que os limites inferior e superior da janela foram tomados com ($t_1 = 1/(2,0$ T) e $t_n = 1/(0,4$ T) com a finalidade de aproveitar a informação dos dados correspondentes à segunda sub-banda. Nos espectros FFT da Fig. 6.6(a) nota-se que os picos correspondentes às sub-bandas simétrica e anti-simétrica estão sobrepostos devido à proximidade entre as energias das sub-bandas (diferença mínima na concentração de elétrons de cada sub-banda), impedindo a localização correta dos valores de concentração através dos picos na FFT correspondentes a cada sub-banda. Mas, seguindo o comportamento dos picos n'_1 e n'_2 , os quais são os harmônicos dos picos correspondentes à primeira e segunda sub-banda, é possível estimar os valores de concentração da primeira e segunda sub-bandas, sabendo que $n'_1 = 2n_1$ e $n'_2 = 2n_2$.

Para verificar que os valores estimados de n_s de cada sub-banda, seguindo o comportamento dos harmônicos, são corretos, fizemos um ajuste da curva experimental usando a fórmula de Lifshits-Kosevich (eq. (5.32)) na ausência de tensão de porta ($V_g = 0,0$ V). Os resultados deste ajuste são mostrados na Fig. 6.7, para as amostras 3255 e 3242. A Fig. 6.7(a) mostra o ajuste da curva experimental da amostra 3255, a qual tem duas sub-bandas populadas. Observa-se um comportamento semelhante na região da primeira sub-banda ($B = 0,0$ T até 0,38 T) onde aparece o batimento. Do batimento para frente, aparece uma defasagem devido ao aparecimento do desdobramento de spin, o qual não é levado em conta na fórmula de Lifshits-Kosevich, mas existe uma boa concordância na frequência das oscilações, a qual está relacionada com a concentração de elétrons, que é o parâmetro de interesse para nós.

Os valores das concentrações obtidas deste ajuste para a primeira e segunda sub-banda foram de: $n_1 = 3,84 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e $n_2 = 3,46 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, que estão em

defeito não conhecido da rede cristalina (X)). Visto que, as armadilhas profundas estão localizadas abaixo do nível de Fermi na ausência de iluminação. Quando a amostra é iluminada, os elétrons localizados nestas armadilhas são transferidos à banda de condução, aumentando desta maneira a concentração do gás de elétrons.

Figura 6.6: Resultados para a amostra 3255 ($x = 10\%$ dentro dos QWs): (a) transformada de Fourier das oscilações SdH, para diferentes valores de tensões de porta, de $V_g = 0,6$ V (curva superior) até $V_g = -1,3$ V (curva inferior); (b) concentração de elétrons de cada sub-banda e concentração Hall; (c) mobilidade Hall.

concordância com os resultados obtidos dos cálculos autoconsistentes. Por outro lado, os valores obtidos das medidas experimentais (seguindo o comportamento dos harmônicos) são: $n_1 = 3,71 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ para a primeira sub-banda e $n_2 = 3,06 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ para a segunda sub-banda. Se comparamos os valores do ajuste com os valores do experimento obtemos um erro de 3,4% e de 11% para a primeira e segunda sub-bandas, respectivamente. Esta diferença pode ser atribuída a um erro de visualização devido à sobreposição dos picos.

Outro fato que garante que os picos correspondentes à primeira e segunda sub-bandas estão sobrepostos é o valor dos tempos quânticos obtidos do ajuste do termo exponencial da equação de Lifshits-Kosevich, correspondentes à primeira e segunda sub-banda. Estes valores obtidos do ajuste são: $\tau_{q1} = 1,18$ ps para a primeira sub-banda, e $\tau_{q2} = 1,25$ ps para a segunda sub-banda. Note-se que estes valores estão muito próximos entre si o que significa que as mobilidades quânticas são quase iguais,

Figura 6.7: Esta figura mostra o ajuste do tempo quântico, fazendo uso da equação de Lifshits-Kosevich duas amostras. (a) Na amostra 3255, com duas sub-bandas populadas, obteve-se um tempo quântico $\tau_{q1} = 1,18$ ps para a primeira sub-banda e $\tau_{q2} = 1,25$ ps para a segunda sub-banda. A proximidade destes valores garante a sobreposição dos picos de FFT correspondentes às sub-bandas (ver texto). (b) Para a amostra 3242, região de baixo campo com uma sub-banda populada, nota-se uma boa concordância entre a curva ajustada e a experimental. Obtivemos $\tau_{q1} = 1,31$ ps para a primeira sub-banda.

visto que o tempo quântico é diretamente proporcional à mobilidade quântica. Além disso, sabe-se que a amplitude do pico na FFT é também diretamente proporcional ao quadrado da mobilidade quântica [102]. Afirma-se, portanto, que as amplitudes dos picos da primeira e segunda sub-banda estão sobrepostos.

O procedimento aplicado para o ajuste da amostra 3255, foi também aplicado para o ajuste da amostra 3242 (Fig. 6.7(b)), para $V_g = 0,0$ V. O ajuste foi feito na região de baixo campo magnético, obtendo-se um tempo quântico $\tau_{q1} = 1,31$ ps, para a primeira sub-banda. Nota-se uma boa concordância entre as curvas ajustada e experimental. As densidades de elétrons das sub-bandas, extraídas dos espectros de FFT da Fig. 6.6(a), são mostrados na Fig. 6.6(b). Da mesma forma que para a amostra 3242, a ocupação da segunda sub-banda decresce continuamente com o decréscimo das tensões de porta, a diferença com a amostra 3242 é que em

$V_g = 0,0$ V, a densidade de elétrons n_1 refere-se à densidade do estado simétrico e n_2 ao estado anti-simétrico. O pico n'_2 , relacionado ao harmônico da segunda sub-banda, desaparece no espectro de FFT para $V_g < -0,6$ V. Note que para tensões de porta mais negativas, aumenta progressivamente a diferença de energia entre as sub-bandas, razão pela qual os picos n_1 e n_2 correspondentes à primeira e segunda sub-banda podem ser observados quando $V_g = -0,4$ V, $-0,6$ V. Estimamos que o gap de tunelamento para tensões positivas toma um valor igual a $\Delta_{SAS} = 2$ meV e para tensões de porta negativas aumenta até 6,0 meV quando $V_g = -0,4$ V. Além disso, à medida que a tensão diminui, a energia do QW perto da superfície é aumentada (diminuição na densidade de elétrons) e os elétrons são transferidos do QW₂ para o QW₁ como é observado para $V_g < -0,4$ V, quando observa-se um pequeno incremento de n_1 . Finalmente na Fig. 6.7(c) mostra-se que a mobilidade Hall decresce rapidamente quando $V_g < -0,8$ V.

4. **Amostra 3230** ($x = 0,0\%$) - Apresentaremos agora os resultados correspondentes às medidas SdH da amostra 3230. A diferença entre esta amostra e as amostras 3242 e 3255 é que os QWs são de GaAs. Portanto, espera-se que as propriedades eletrônicas sejam melhores que as propriedades eletrônicas das amostras 3242 e 3255, devido à ausência do mecanismo de espalhamento de liga ($x = 0,0\%$). Na Fig. 6.8 apresentamos um conjunto de transformadas de Fourier das medidas de SdH desta amostra. Estas medidas de SdH foram feitas num intervalo de tensões de porta $-1,5 < V_g < 1,0$ V, com um passo constante entre uma medida e outra de 0,02 V (este tipo de medida foi feita com a finalidade de estudar os diagramas de fase $n_s - B_\perp$, que serão apresentados na próxima seção. Para as FFTs, intervalos de campo magnético de 1,0 T, 2,0 T, 2,9 T e 3,8 T foram testados para a escolha do limite inferior da janela Hanning. Constatamos o mesmo comportamento em todos estes intervalos. Mas, obteve-se uma maior resolução das sub-bandas em 2,9 T, assim como os harmônicos destas, sem ter nenhuma influência de sinais correspondentes ao spin. Verifica-se que existe uma boa concordância entre os picos correspondentes à primeira e segunda sub-bandas com os seus respectivos harmônicos. Pode-se ver que os picos n'_2 e n_2 , correspondentes à segunda sub-banda, têm o mesmo comportamento. O mesmo acontece com os picos correspondentes à primeira sub-banda. Este fato garante a validade de nossos resultados obtidos para as FFTs das amostras anteriores, visto que o procedimento empregado foi o mesmo.

Na Fig. 6.9(a) mostra-se a densidade de elétrons de cada sub-banda, extraídas dos espectros FFT da Fig. 6.8, e a concentração Hall extraída das medidas Hall a baixo campo magnético. Os valores de n_s foram extraídos considerando um intervalo de 0,1 V, com a finalidade de ter os mesmos intervalos para todas as amostras anali-

Figura 6.8: Transformadas de Fourier de um conjunto de medidas SdH, da amostra 3230, compreendidas no intervalo de tensões de porta $-1,5 < V_g < 1,0$ V, com passo constante de $0,02$ V entre cada medida. Nota-se que os harmônicos têm o mesmo comportamento que os picos principais, validando nossas conclusões para as amostras anteriores.

zadas. Podemos ver que a densidade de elétrons, da primeira sub-banda fica quase constante no intervalo de tensões de porta $-0,8V < V_g < 1,0$ V até quando o QW_2 é depopulado por completo. Já na Fig. 6.9(b) observamos que a mobilidade Hall diminui monotonicamente à medida que as tensões de porta se fazem mais negativas. Se observamos os espectros FFT (Fig. 6.8) podemos ver que as amplitudes dos picos correspondentes à primeira e segunda sub-bandas são quase iguais em todo o intervalo de tensões de porta, o que significa que as mobilidades são iguais em todo este intervalo. Portanto, podemos inferir que as mobilidades quânticas das duas sub-bandas são iguais, visto que os QWs são simétricos e de GaAs. Podemos notar também que o valor da mobilidade Hall da amostra 3230 é maior que as mobilidades das amostras 3242 e 3255.

Na Fig. 6.10, mostra-se a densidade de elétrons da cada sub-banda e a diferença de energia entre as sub-bandas, em função da densidade total. Quando $n_T = 9,28 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, a diferença entre a densidade de elétrons é mínima. Esta situação corresponde ao estado de balanceamento, aparecendo o gap Δ_{SAS} devido à diferença mínima entre as energias dos estados simétrico e antisimétrico. Mas, à medida que aumenta a diferença entre as densidades de elétrons das duas sub-bandas, aumenta também

Figura 6.9: Densidade de elétrons de cada sub-banda (n_1 e n_2) obtidas dos espectros de FFT da Fig. 6.8 e a concentração Hall. Em (b) mostra-se a mobilidade Hall, obtida do efeito Hall, e com um valor maior que as mobilidades das amostras 3242 e 3255.

a diferença entre as energias que correspondem ao estado de desbalanceamento.

Depois de apresentar os resultados sobre as propriedades eletrônicas de cada uma das amostras de DQWs, e tendo em consideração que estas amostras têm diferentes concentrações de Al nos QWs, o próximo passo será fazer uma comparação das propriedades eletrônicas destas amostras, como a finalidade de analisá-las em função da concentração de Al.

Observa-se na Fig. 6.11(a) e (b) que tanto a concentração Hall quanto a mobilidade Hall seguem o mesmo comportamento em função das tensões de porta para as três amostras de DQWs, com diferentes concentrações de Al dentro dos QWs. Nota-se que a concentração Hall da amostra 3230 é maior que a concentração Hall das amostras 3242 e 3255. Devemos lembrar que na amostra 3230 os QWs são de GaAs ($x = 0\%$), na amostra 3242 se tem $x = 8,2\%$ no QW_1 e $x = 14,2\%$ no QW_2 , enquanto que na amostra 3255, $x = 10\%$ em ambos os QWs. Como vemos, a amostra 3242 em média tem maior quantidade de Al nos QWs que a amostra 3255. Portanto, esperar-se-ia que tanto a concentração como a mobilidade Hall fossem menor nesta amostra que na amostra 3255. Mas a Fig. 6.11 mostra uma situação oposta, ou seja, a amostra 3242 com maior concentração de elétrons

Figura 6.10: Densidade de elétrons de cada sub-banda e diferença de energia entre as sub-bandas, em função da densidade total de elétrons. Quando a diferença entre as densidades das sub-bandas é mínima, o sistema encontra-se no estado de balanceamento. Por outro lado, à medida que aumenta a diferença entre as energias o sistema estará em um estado de desbalanceamento.

e mobilidade Hall.

Para explicar esta situação analisemos os QWs da amostra 3242 de forma independente: Se observarmos a Fig. 6.4 notaremos que a maioria dos elétrons está localizada no QW₁ em quase todo o intervalo de tensões de porta. Isto também é confirmado pelos cálculos autoconsistentes da Fig 4.2. Por exemplo, em $V_g = 0,0$ V temos $n_1 = 6,1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, a qual é muito próxima ao valor da concentração Hall, e $\mu_H = 53,7 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Outro fato que devemos considerar é a razão entre a mobilidade de transporte e a mobilidade quântica da primeira sub-banda em $V_g = 0,0$ V que tem o valor de 2,5. Além disso deve-se lembrar que os elétrons da primeira sub-banda são elétrons localizados no QW₁. Disto deduz-se que a mobilidade de transporte dos elétrons localizados no QW₁ é $\mu_{t1} = 2,5 \times \mu_{q1} = 53,0 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, que como vemos é muito próxima da mobilidade Hall. Portanto, podemos inferir que a contribuição principal para a concentração e a mobilidade Hall deve-se aos elétrons localizados no QW₁, onde a concentração de Al é $x = 8,2\%$, razão pela qual a mobilidade Hall é maior na amostra 3242 que na amostra 3255, onde $x = 10\%$. Uma situação semelhante foi observada em bicamadas de AlAs/Al_{0.1}Ga_{0.9}As [103], em função de tensões de porta inferior e superior. Ou seja, ajustando-se as tensões de porta pode-se ter medidas de magnetorresistência em forma independente de uma ou outra camada.

Observa-se na Fig. 6.11(b) que a mobilidade da amostra 3230 é maior que a mobilidade das amostras 3242 e 3255. Atribui-se que isto é devido à diferença na concentração de Al nos QWs, como explicaremos a seguir. Lembremos que a mobilidade da amostra 3242 é maior que a da amostra 3255 pelo fato dos elétrons estarem localizados no QW₁ ($x = 8,2\%$), o que resulta em uma maior contribuição às propriedades eletrônicas, tal

Figura 6.11: Comparação entre a concentração e mobilidade Hall em função das tensões de porta, para cada uma das amostras de DQWs com diferente concentração de Al, dentro dos QWs: 3230 ($x = 0\%$); 3242 ($x = 8, 2\%$, $14, 2\%$); 3255 ($x = 10\%$). Em (a) mostramos a concentração Hall e em (b) a mobilidade Hall. Observa-se que a amostra com menor concentração de Al dentro dos QWs tem maior concentração e melhor mobilidade Hall. Atribui-se que isto é devido ao espalhamento pela liga de AlGaAs.

como foi explicado.

Visto que estamos lidando com ligas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ deve-se ter em conta para a análise das propriedades eletrônicas que, para todos os valores de x ($0, 0 < x < 1, 0$), os gaps de energia nos pontos Γ , X e L da zona de Brillouin devem ser considerados, de acordo com o modelo proposto por Saxena [104–106]. Casey e Panish [107] mostraram que em ligas onde a composição de Al está no intervalo $0 < x < 0,32$, o ponto Γ da banda de condução é onde ocorre a energia mais baixa e o efeito dos elétrons localizados nas bandas L ou X sobre a mobilidade Hall podem ser desprezados em boa aproximação. Por outro lado, em ligas onde a composição de Al está no intervalo $0,6 < x < 1,0$, a banda X é a banda de energia mais baixa na banda de condução e a contribuição dos elétrons da banda Γ e L são desprezíveis. Mas, quando a composição de Al está no intervalo $0,32 < x < 0,6$ as três bandas de energia devem ser consideradas, visto que estão muito próximas entre si [104].

Considerando que em nossas amostras a concentração de Al está no intervalo $0,0 < x < 0,32$, podemos considerar que a banda mais baixa de energia é a banda Γ . Portanto, a variação da mobilidade com o aumento da concentração de Al pode ser explicado da seguinte maneira: Sabe-se que a mobilidade μ_{Γ} no mínimo da banda de condução no GaAs está limitada pelo espalhamento óptico polar [108] e varia inversamente com $m_{\Gamma}^{*3/2}$, onde m_{Γ}^* é a massa efetiva no ponto Γ , mínimo da banda de condução. Com o incremento da composição de Al ($0 < x < 0,3$), aumenta-se a energia do ponto Γ assim como também a massa efetiva m_{Γ}^* , reduzindo desta maneira μ_{Γ} e portanto a mobilidade Hall μ_H [104]. Um decréscimo na mobilidade Hall também tem sido encontrado em ligas ternárias de $\text{GaAs}_{1-x}\text{P}_x$ [111] e $\text{Ga}_{1-x}\text{In}_x\text{As}$ [110].

Figura 6.12: Mobilidade quântica em função da concentração de Al, para as amostras DQWs, para tensão de porta $V_g = 0,0$ V. Nota-se que à medida que a concentração de Al aumenta, a mobilidade quântica tende a diminuir devido ao espalhamento pela desordem na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$.

Finalmente na Fig. 6.12 mostra-se a mobilidade quântica da primeira sub-banda, de todas as amostras, em função da concentração de Al, para a tensão de porta de $V_g = 0,0$ V. Para determinar as mobilidades quânticas das amostras 3242 e 3230 foi usado o procedimento descrito anteriormente. Observa-se que a mobilidade decresce à medida que a concentração de Al aumenta. Com base em nossas análises podemos inferir que o mecanismo de espalhamento pela desordem nas ligas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ tem um papel importante na diminuição das mobilidade Hall e quântica.

6.2.2 Propriedades eletrônicas em TQWs

Com a finalidade de encontrar as densidades de elétrons nas sub-bandas das amostras de TQWs R120 e R121, fizemos uma análise detalhada das transformadas de Fourier das oscilações de SdH para cada uma das amostras. Utilizamos diferentes intervalos de campo magnético (janela Haning) seguindo o mesmo procedimento que utilizamos para as amostras de DQWs. Do mesmo modo foi determinada a concentração Hall, das medidas Hall a baixo campo ou região clássica.

Inicialmente foi considerada uma região de baixo campo magnético de 0,0 T a 0,9 T para ambas as amostras (resultados mostrados somente para a amostra R121 na Fig. 6.13(a)). As FFTs da amostra R120 têm um comportamento semelhante. Considerando que, na região de baixo campo, nas FFTs observa-se somente os picos correspondentes à primeira e à terceira sub-bandas, assim como uma diminuição da amplitude do pico da primeira sub-banda (assinalado pelo círculo em vermelho da Fig. 6.13(a)) passou-se a aumentar o intervalo de campo magnético para a determinação das FFTs, como o objetivo de se encontrar a frequência correspondente à segunda sub-banda. Primeiro de 0,0 T a 2,0 T e depois de 0,0 T a 4,0 T.

No primeiro caso (Fig. 6.13(b)) apareceu uma primeira sobreposição dos picos correspondentes à primeira e à segunda sub-bandas, assinalado pelo círculo vermelho superior; depois estes picos se bifurcam em dois, para depois sofrerem um novo colapso em um pico só, assinalada pelo círculo azul inferior. Neste mesmo gráfico nota-se uma separação entre os picos da primeira e da segunda sub-bandas, devido à depopulação do QW₃. Finalmente, para o segundo caso, na Figs. 6.13(c)-(d) mostra-se uma comparação entre as FFTs das amostras R121 e R120, de 0,0 T a 4,0 T. Para a amostra R121 aparece novamente, duas vezes, a sobreposição dos picos da primeira e segunda sub-bandas (círculos pequenos vermelho e azul). O círculo vermelho inferior de tamanho maior denota a separação dos picos da primeira e segunda sub-bandas relacionados com a depopulação do QW perto da superfície. Em d) nota-se uma maior resolução das FFTs para a amostra R120. Isto deve-se à diferença na largura da barreira de cada amostra, a qual tem influência nos diagramas de fase. Deve-se lembrar que para a determinação das FFTs em todos os intervalos de campo magnético foram sempre omitidas regiões de IQHE e zeros das medidas de magnetorresistência.

Na continuação serão apresentados os resultados correspondentes à densidade de elétrons de cada uma das sub-bandas, das amostras de TQWs, extraídas dos espectros FFT. As tensões de porta aplicadas em todas as medidas de magnetorresistência foram feitas com um passo constante de 0,02 V. As medidas para a amostra R120 estão compreendidas no intervalo $-2,5 < V_g < -0,76$ V. Para a amostra R121 estão no intervalo $-2,0 < V_g < 0,8$ V. Os espectros de FFT de todas as medidas de magnetorresistência foram apresentados na Fig. 6.13. Os valores de concentração da Fig. 6.14 foram tomados em um intervalo cons-

Figura 6.13: Transformadas de Fourier de um conjunto de medidas SdH, obtidas na temperatura de 50 mK, das amostras TQWs R120 e R121. Em (a) mostra-se as FFTs da amostra R121 no intervalo de campo magnético de 0,0 T - 0,9 T mostrando os picos correspondentes à primeira e terceira sub-bandas. Em (b) mostra-se as FFTs da amostra R121 no intervalo de campo magnético de 0,0 T - 2,0 T, onde se observa o colapso da primeira e segunda sub-bandas (círculo vermelho). Nos gráficos (c-d) mostra-se uma comparação das FFTs da amostra R121 (c) e R120 (d), no intervalo de campo magnético 0,0 T - 4,0 T. Os círculos pequenos em vermelho e azul denotam a sobreposição dos picos correspondentes à primeira e à segunda sub-bandas. Em tanto que o círculo maior denota a depopulação da segunda sub-banda. As setas à direita de a) e d) denota o intervalo de tensões de porta nas quais foram realizadas as medidas de magnetorresistência.

Figura 6.14: Densidade de elétrons das sub-bandas eletrônicas para as amostras de TQWs: R120 (a) e R121 (b). Na amostra R121 nota-se uma igualdade nas densidades da primeira e segunda sub-bandas em certos intervalos de tensões de porta. Cabe lembrar que QW_1 refere-se ao poço quântico perto do substrato, QW_3 ao poço perto da superfície e QW_2 ao poço do meio. As linhas tracejadas denotam o começo da depopulação do QW do meio.

tante de tensões de porta de 0,1 V, entre uma medida e outra. A densidade de elétrons da primeira sub-banda está relacionada ao QW mais próximo do substrato (QW_1). A densidade da segunda sub-banda está relacionada ao QW perto da superfície (QW_3), entanto que, a terceira sub-banda estará relacionada ao QW do meio (QW_2).

Tal como foi mostrado no Cap.4, a diferença na estrutura das amostras R120 e R121 está na largura da barreira entre os QWs, sendo de 14 Å na amostra R120 e 20 Å na amostra R121. Embora o intervalo de tensões de porta aplicadas na amostra R120 seja maior que para a amostra R121, nota-se um comportamento semelhante entre as densidades de elétrons de cada uma das sub-bandas em ambas amostras.

A característica mais importante está na Fig. 6.14(b), para a amostra R121, onde nota-se uma quase igualdade entre as densidades de elétrons da primeira e segunda sub-bandas nos intervalos de V_g de $0,7 < V_g < 0,78$ V; $-0,02 < V_g < 0,04$ V e para $-0,78 < V_g < -0,38$ V. Essa quase igualdade se deve ao fato de $\Delta_{12} \ll E_F$, a qual terá influencia no diagrama de fases $n_s - B_{\perp}$. Estes intervalos estão destacados na Fig.

Figura 6.15: Densidade de elétrons da amostra TWQ 173. A densidade de elétrons de cada uma das sub-bandas é mais susceptível às tensões de porta quando comparadas com as densidades das amostras R120 e R121. Por exemplo, a densidade da terceira sub-banda (n_3) das amostras R120 e R121 são quase constantes em todo o intervalo de tensões de porta, entanto que para a amostra 173 a densidade de elétrons da primeira (n_1) sub-banda é a qual fica quase constante em todo o intervalo de tensões de porta.

6.13(c) assinalados pelos círculos em vermelho e azul. Em princípio, poder-ia-se pensar que a sobreposição dos picos e, portanto, a quase igualdade entre as sub-bandas dever-ia-se à sobreposição dos picos correspondentes ao desdobramento de spin ou sinais espúrios, que não têm nada a ver com as oscilações SdH. Uma análise um pouco mais detalhada da contribuição dos diferentes mecanismos oscilatórios aos picos das FFTs é mostrado em [111]. Podemos descartar estas hipóteses visto que a concentração Hall é aproximadamente igual à concentração total em todo o intervalo de tensões de porta, para ambas as amostras. Este é um resultado ainda não encontrado na literatura neste tipo de amostra de TQWs. Podemos inferir que esta situação é devida a alguma interação entre as oscilações SdH da primeira e segunda sub-bandas no intervalo de campo magnético $0,1 < B < 4,0$ T, razão pela qual a segunda sub-banda não aparece nos espectros de FFTs da Fig. 6.13(a).

Na Fig. 6.15 mostra-se a densidade de elétrons de cada uma das sub-bandas da amostra 173 onde vemos que o comportamento da concentração de cada uma das sub-bandas, à medida que diminui-se a tensão de porta, é diferente que nas amostras R120 e R121 (lembrese que as faixas de tensão de porta são diferentes para a amostra 173 e R120 e R121, veja as figuras (6.14) e (6.15)). Isto deve-se à diferença nas larguras dos QWs das duas amostras, assim como também na diferença das concentrações em cada QW, lembrando que os poços laterais da amostra 173 têm uma largura de $100 \text{ \AA}$ e o poço central uma largura de $230 \text{ \AA}$ com uma largura de barreira que os separa de $14 \text{ \AA}$. Por

outro lado, as amostras R120 e R121 têm poços laterais de 120 Å e central de 140 Å, razão pela qual a densidade de elétrons da terceira sub-banda localizada no QW₂ é maior na amostra 173 ($2,12 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$) que nas amostras R120 e R121 ($0,59$ e $0,67 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$). A diferença na largura dos poços laterais tem muita influência na concentração de elétrons dentro de cada QW [112–114]. Por exemplo, os poços laterais da amostra 173 têm menor quantidade de elétrons ($\approx 3,25 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$) que os poços laterais das amostras R120 e R121 ($\approx 4,0 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$). Pode-se notar que a amostra 173 está mais perto da situação de balanceamento (ou seja, os três QWs com a mesma densidade de elétrons. Cabe aclarar que a estrutura da amostra 173 foi planejada para ter balanceamento) que as amostras R120 e R121, posto que, n_s do poço central é de aproximadamente $2,4 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$, em comparação com as amostras R120 e R121, as quais têm uma concentração de $\approx 0,95 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$. O ideal seria uma situação de balanceamento nas três amostras em estudo, semelhante ao exposto em [38]. Esta diferença nas propriedades eletrônicas das amostras de TQWs, com QWs de diferentes larguras, terá influência nos diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$, os quais ainda serão apresentados neste trabalho.

De acordo com os resultados experimentais apresentados podemos dizer que a ação combinada entre os efeitos de confinamento e de repulsão eletrônica fazem com que a função de onda e, portanto, a densidade de elétrons se concentrem principalmente nos poços laterais ou no poço central. No caso de TQWs idênticos, quando a densidade de elétrons é baixa, predomina o efeito de confinamento e os elétrons são concentrados no poço central (veja a Fig.(4.6)). Por outro lado, quando a densidade de elétrons é alta predomina o efeito de repulsão eletrônica e os elétrons estarão concentrados nos poços laterais. Tal como é nosso caso.

De nossas amostras de DQWs pode-se afirmar, com boa aproximação, que quando os QWs estão ocupados, um decréscimo de V_g ocasiona um decréscimo somente na densidade de elétrons do QW mais perto da superfície (QW₂), deixando a densidade de elétrons do QW perto do substrato (QW₁) quase constante. Em amostras de TQWs em desbalanceamento, como é nosso caso, a situação é um pouco diferente pois com o decréscimo de V_g ocorre uma diminuição na densidade de elétrons do QW₃ e também na densidade de elétrons do QW central (por causa da menor concentração dentro deste), tal como é notado nas Figs. 6.14 e 6.15. Esta situação é mostrada na Fig. 6.16(a) para a amostra R120. Vemos nesta figura que em $V_g = -1,0$ V começa a diminuir a densidade de elétrons da segunda sub-banda, aumentando portanto o gap de energia Δ_{12} entre a primeira e segunda sub-banda. Além disso, ao diminuir-se o valor de n_s da segunda sub-banda, com o decréscimo de V_g , este valor vai se aproximando do valor de n_s da terceira sub-banda, reduzindo portanto o gap de energia Δ_{23} entre a segunda e terceira sub-banda. A mesma situação acontece para a amostra R121 (6.16(b)): o aumento do gap Δ_{12} e a diminuição do gap Δ_{23} acontece em $V_g = -1,0$ V. Os saltos nos gaps deve-se à quase igualdade (so-

Figura 6.16: Diferença entre as energias da primeira e segunda sub-banda, Δ_{12} , e segunda e terceira sub-banda, Δ_{23} , da amostra R120 (a) e R121 (b). Os saltos nos gaps de energia indicam a igualdade entre as densidades de elétrons das sub-bandas. A linha tracejada denota o decréscimo do valor de n_s da terceira sub-banda.

Figura 6.17: Diferença entre as energias da primeira e segunda sub-banda, Δ_{12} , segunda e terceira sub-banda, Δ_{23} , da amostra de TQW 173. Observamos um aumento dos gaps de energia com o decréscimo de V_g , devido ao decréscimo das densidades eletrônicas das três sub-bandas, de forma igual para as três sub-bandas. Note-se a diferença com as amostras R120 e R121.

breposição dos picos de FFT na fig. 6.13 (c)) entre a densidades da primeira e segunda sub-bandas. A linha tracejada denota o ponto onde começa a diminuir o valor de n_s da terceira sub-banda. Finalmente, na Fig. 6.17 mostra-se os gaps de energia entre a primeira e segunda sub-banda, Δ_{12} , assim como o gap de energia entre a segunda e terceira sub-banda, Δ_{23} para a amostra 173. Nota-se que o comportamento é totalmente diferente em comparação com os gaps de energia das amostras R120 e R121. Isto é atribuído à pouca diferença na concentração de elétrons entre o poço central e os poços laterais (na amostra 173 $\Delta n_s = 0,85 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ e nas amostras R120 e R121 de $\Delta n_s \approx 3,05 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$. Em outras palavras, com o decréscimo de V_g decrescem igualmente as densidades das três sub-bandas como nota-se na Fig. 6.15.

6.3 Diagramas de fase $n_s - B$ em DQWs e TQWs em campo magnético perpendicular e inclinado.

Nesta parte de nosso trabalho serão apresentadas comparações entre os diagramas de fase, $n_s - B$, experimentais e teóricos (obtidos usando o modelo de partícula única) para DQWs e TQWs em campo magnético perpendicular e inclinado.

6.3.1 Diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ em DQWs e TQWs em campo magnético perpendicular

Nesta seção apresentaremos os resultados correspondentes às estruturas topológicas ou diagramas de fase da densidade de elétrons em função do campo magnético perpendicular em DQWs e TQWs, obtidos da justaposição dos espectros experimentais de magnetorresistência. Estes diagramas experimentais serão comparados com espectros teóricos de magnetorresistência obtidos usando o modelo de partícula única. A motivação para este estudo surgiu de alguns trabalhos em que mapas de magnetorresistência R_{xx} e da densidade eletrônica em função do campo magnético, ou seja, diagramas de fase no plano $n_s - B_{\perp}$, apresentavam uma série de anéis [115]. Foi sugerido que essa estrutura de anéis tinha origem nas interações de muitos corpos. Num estudo anterior foi mostrado também a formação de estruturas retangulares [116]. Foi mostrado que a estrutura de anéis correspondia ao cruzamento de níveis de Landau, enquanto que efeitos de anticruzamento inter sub-bandas, devido a uma transição ferromagnética, seriam os responsáveis pelo aparecimento das estruturas retangulares [116]. Foi mostrado também que um modelo simples, sem a inclusão de termos de interação, como o descrito no capítulo anterior, é capaz de explicar o aparecimento dos anéis, cuja origem tem relação com o comportamento não monotônico da energia de Fermi com respeito ao campo magnético [117].

Quando existe um cruzamento de LLs da primeira e segunda sub-bandas, no fator de preenchimento $\nu = 2$, existe uma transição de um estado de spin polarizado (ferromagnético, F) para um estado de spin não polarizado ou singleto de spin (antiferromagnético, SS), passando por um estado intermediário conhecido como estado de *canted antiferromagnético* (CAF), que surgiria devido à interação inter e intracamadas com a energia de Zeeman [118]. É este efeito que será abordado em seguida.

Figura 6.18: (a) Diagrama de energia em função do campo magnético para o sistema de DQWs. As linhas coloridas grossas correspondem a níveis de Landau da primeira sub-banda, e as linhas coloridas finas correspondem a níveis de Landau da segunda sub-banda. As vermelhas a níveis de Landau com $N=0$ e as azuis a níveis de Landau com $N=1$; (b) Resistência longitudinal (R_{xx}) em DQW em função do inverso do fator de preenchimento (campo magnético). Mostra-se os mínimos com os gaps correspondentes.

6.3.2 Diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ e efeito ferromagneto de Hall quântico em DQWs com fator g de Landé nulo

Apresentaremos agora uma comparação entre resultados experimentais e teóricos dos diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ das amostras com fator g de Landé nulo (amostra 3255) e $g = -0,44$ (amostra 3230). Lembrando que o termo ferromagneto de Hall quântico (*quantum Hall ferromagnet*) surge quando o pseudospin está completamente alinhando, ou seja, quando todos os elétrons, de um LL, têm os mesmos números quânticos. Na seção anterior foi descrito que, quando a espessura da barreira que separa os DQWs é pequena, aparecerão propriedades interessantes na presença de altos campos magnéticos devido à interação entre as interações de troca inter e intracamadas, as quais são controladas pela razão entre as energias intracamada e intercamada [9], situação que se apresenta na amostra 3255.

O cruzamento dos LLs no diagrama de energias da Fig. 6.18(a) está em correspondência com o diagrama de fases das Figs. 6.20 e 6.21 para os sistema de DQWs, em estudo, com duas sub-bandas ocupadas. Observando a Fig. 6.18 notamos que espera-se o cruzamento dos LLs no fator de preenchimento $\nu = 2$ (assinalado pela seta vermelha na fig. 6.18(a)) por causa da competição entre a energia do gap de tunelamento Δ_{SAS} e a energia de Zeeman ΔE_Z . Como resultado desta competição, considerando o **mo-**

Figura 6.19: Representação do cruzamento dos LLs no fator de preenchimento, $\nu = 2$, no modelo de partícula única. Em cinza (preto) a primeira (segunda) sub-banda: (a) estado ferromagnético (F); (b) cruzamento dos LLs; (c) estado antiferromagnético ou singleto de spin (SS).

delo de partícula única, ocorre uma transição de fase de primeira ordem no fator de preenchimento $\nu = 2$ quando $\Delta_{SAS} = \Delta E_Z$, do estado com spin polarizado ou estado ferromagnético ($\Delta_{SAS} < \Delta E_Z$) para um estado de spin não polarizado ou estado antiferromagnético singleto de spin ($\Delta_{SAS} > \Delta E_Z$).

Na Fig. 6.19 mostra-se uma melhor visualização deste cruzamento dos LLs nas três situações citadas. Por outro lado, quando se tem em conta as **interações de muitos corpos** [119], os estados F e SS são fortemente modificados. Por exemplo, o estado F consiste de estados de spin polarizados, mesmo quando, o fator g de Landé é nulo, outro exemplo, do efeito de muitos corpos é o estado SS que tem uma coerência de fase intercamadas quando a separação entre as camadas (ou QWs) é pequena, a qual existe no limite quando o gap de tunelamento tende a zero. Além disso, entre as fases de muitos corpos F e SS, tem sido previsto o aparecimento do estado canted antiferromagnético [119]. Neste estado CAF a média dos momentos de spin nos QWs têm uma correlação antiferromagnética no plano perpendicular ao campo magnético e uma correlação ferromagnética paralela ao campo magnético. Portanto, o estado canted antiferromagnético existe quando ($\Delta_{SAS} > \Delta E_Z$), num intervalo pequeno de distância de separação entre as camadas. Estudos sistemáticos do diagrama de fase perto do ponto de cruzamento $\Delta_{SAS} = \Delta E_Z$ podem

dar alguma evidência experimental da existência do estado canted antiferromagnético em DQWs, para isto deve-se lembrar que o estado F é favorecido quando aumenta-se o gap ΔE_Z , o estado SS é favorecido quando aumenta o gap Δ_{SAS} e o estado CAF se vê favorecido no limite quando o fator g de Landé e a amplitude do gap de tunelamento são nulos.

6.3.3 Discussão sobre os diagramas de fase

Nas Figuras 6.20 e 6.21 mostra-se a comparação entre os diagramas de fase $n_s - B_\perp$ experimental e teórico das amostras com fator g de Landé nulo e $g = -0,44$. Estes diagramas de fase são construídos através da justaposição de um conjunto de espectros SdH para cada valor da densidade eletrônica n_s . Observa-se um cruzamento dos LLs no fator de preenchimento $\nu = 2$ (Fig. 6.21) quando $\Delta_{SAS} = \Delta E_Z$. Por outro lado, este cruzamento não é visível no diagrama de fase experimental da amostra com $g = -0,44$ (Fig. 6.20(a)). Entretanto, nota-se uma boa semelhança nos diagramas de fase $n_s - B_\perp$ experimental e teórico. Por outro lado, na Fig. 6.21 nota-se uma diferença bem acentuada nos diagramas de fase, experimental e teórico, da amostra de DQW com fator g de Landé nulo.

Na Fig. 6.18(b) observam-se traços típicos da magnetorresistência longitudinal R_{xx} em amostras de DQWs com barreiras de diferentes larguras, em função do inverso do fator do preenchimento dos LLs ou campo magnético perpendicular. A hierarquia dos gaps de energia tendo em conta a Fig. 6.18(a) é dada por: $\Delta_{SAS} < \Delta E_Z < \hbar\omega_c$, onde Δ_{SAS} é o gap de tunelamento, ΔE_Z é o gap de Zeeman e $\hbar\omega_c$ o gap de ciclotron sendo $\omega_c = eB/m^*$ a frequência de ciclotron. O mínimo no fator de preenchimento $\nu = 4N$ pode ser identificado como o gap de ciclotron, o mínimo em $\nu = 4N + 2$ com o gap de Zeeman e o mínimo em $\nu = 4N + 1(3)$ relacionado ao gap de tunelamento (diferença de energia entre as sub-bandas). Podemos ver que o mínimo no fator de preenchimento $\nu = 4N$ é mais profundo sendo 4 vezes degenerado. Na amostra 3255, onde o fator $g \approx 0$, os gaps nos fatores de preenchimento $\nu = 4N + 2$ correspondentes ao desdobramento de spin são resolvidos devido ao efeito “*ferromagnetismo de Hall quântico*”.

Surpreendentemente, pode-se ver na Fig. 6.18(b) um mínimo no fator de preenchimento $\nu = 3$, correspondente ao gap de tunelamento de uma amostra DQWs com uma barreira cuja largura é de 31 Å (não estudada neste trabalho). Os valores dos gaps simétrico e anti-simétrico foram calculados de forma autoconsistente resolvendo-se as equações de Schrodinger e Poisson. Os cálculos deram um valor do gap $\Delta_{SAS} = 0,3$ meV, o qual é pequeno comparado com o valor encontrado das oscilações SdH (1,7 meV). Por outro lado, não é possível ver o gap de tunelamento em amostras de DQWs convencionais de GaAs, com uma largura na barreira de 50 Å e com alta mobilidade.

Figura 6.20: Comparação dos diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ experimental (a) e teórico (b) da amostra 3230 ($g = -0,44$), cuja barreira tem uma largura de $14 \text{ \AA}$. Observa-se uma boa concordância entre o valor experimental e o teórico, o qual é obtido mediante o modelo de partícula única. Os algarismos em branco denotam os fatores de preenchimento dos LLs, obtidos da medida Hall. Fatores de preenchimento $\nu = 4N$ correspondem ao gap de ciclotron, $\nu = 4N + 2$ ao gap de Zeeman e $\nu = 4N + 1(3)$ ao gap de tunelamento. Regiões em preto denotam mínimos da magnetorresistência e regiões em vermelho máximos da magnetorresistência.

Figura 6.21: Comparação dos diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ experimental (a) e teórico (b) da amostra 3255 ($g \approx 0$), com largura na barreira de AlAs com espessura de 14 Å. As setas em branco mostram o ponto de transição quando $\Delta_{SAS} = \Delta E_Z$. Regiões em preto denotam mínimos da magnetorresistência e regiões em vermelho máximos da magnetorresistência.

As Figuras 6.20 e 6.21 mostram o resultado dos diagramas de fase ou diagramas topológicos no plano $n_s - B_{\perp}$ das amostras de DQWs, onde os QWs são de GaAs (3230) e $\text{Al}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ (3255). Estes diagramas topológicos, em geral, têm correspondência com o diagrama dos LLs da Fig. 6.18(a). Mas, várias características são diferentes entre estes diagramas. Por exemplo, em torno do ponto do cruzamento, ao invés de aparecerem estruturas retangulares, semelhantes às das figuras 6.11 e 6.13(a), aparecem estruturas em forma de anéis, as quais têm sido observadas previamente em amostras de poços quânticos quadrados e parabólicos com duas sub-bandas ocupadas [115, 117]. Estas características, em princípio, podem ser explicadas em termos do comportamento não monotônico da energia de Fermi no ponto de cruzamento dos LLs, fazendo uso do modelo de partícula única [117]. De fato, a energia de Fermi apresenta um comportamento oscilatório em função do campo magnético, fixada a densidade eletrônica n_s , refletindo-se isto na impossibilidade de se

fazer uma relação de equivalência entre o diagrama dos níveis de Landau e diagramas topológicos obtidos a partir da justaposição das medidas de magnetorresistência [117, 120].

Na Fig. 6.20 mostra-se os diagramas de fase da amostra de DQW de GaAs, onde se nota uma boa semelhança entre os diagramas teórico e experimental desta amostra. Deve ser ressaltado que a forma linear dos LLs de cada uma das sub-bandas é devido à dependência aproximadamente linear da energia Δ_{12} com a concentração, dada pela seguinte relação:

$$\Delta_{12} = \Delta_{12i} + \frac{n_s - n_{s1}}{n_{s2} - n_{s1}} \times (\Delta_{12f} - \Delta_{12i}) \quad (6.2)$$

Onde n_{s1} é a concentração total relacionada com a tensão de porta mais negativa e n_{s2} concentração total relacionada com a tensão de porta mais positiva. Por outro lado, Δ_{12i} relacionada com n_{s1} e Δ_{12f} com n_{s2} , estas podem ser obtidas através da relação (4.7). Esta dependência linear foi a que mais se ajustou a nossos resultados experimentais, em especial a posição do cruzamento dos LLs tal como mostrado na fig. 6.20. Um fato importante com respeito ao cruzamento dos LLs é que da posição dos centros dos anéis é possível obter a diferença de energia ($E_2 - E_1$) entre as sub-bandas. Note-se que na expressão para a energia de Zeeman dada pela equação (5.35) $\Delta_s = g_o \mu_B B + E_{tr}$, com seus termos descritos no capítulo anterior, na seção (5.6), o parâmetro mais relevante nesta equação é o parâmetro $\alpha = \ln(2k_F a_B) / \pi k_F a_B$, onde k_F é o vetor de Fermi e a_B é o raio de Bohr. Da equação citada pode-se ver que o desdobramento Zeeman aparece além do caso em que o fator g de Landé de banda (g_o) é nulo. Neste caso, a energia de troca é comparável com o alargamento dos LLs, afetados pelo potencial de desordem. Outro fato importante associado com o cruzamento dos LLs é que da comparação do tamanho dos anéis é possível calcular a energia de troca e correlação E_{tr} e com esta o parâmetro α . Em nossos cálculos $\alpha \approx 0,2$, valor que está em concordância com aquele encontrado em amostras de poços quânticos parabólicos e quadrados com duas sub-bandas ocupadas [86].

Finalmente na Fig. 6.21 mostra-se os diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ experimental e teórico da amostra de DQW com fator g de Landé nulo ($Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ dentro dos QWs). Note-se a grande diferença com os diagramas de fase da amostra de DQW com $g = -0,44$ nos QWs (Fig. 6.20). Primeiramente, a estrutura tipo anel não está resolvida na amostra com $g \approx 0$ devido à baixa mobilidade; em segundo lugar, vemos o ponto de cruzamento dos LLs em $\Delta_{SAS} = \Delta E_Z$ indicado pelas setas brancas, na amostra com fator g de Landé nulo. Situação que não é observada na amostra com $g = -0,44$. Portanto, não é possível ver uma semelhança entre os diagramas de fase experimental e teórico, a diferença de estruturas DQWs convencionais de GaAs (Fig. 6.20). Por exemplo, o máximo da magnetorresistência depois do ponto de cruzamento em $\nu = 2$ desvia-se da linha reta (para cima), o que é esperado em LLs de partícula única. Realizamos diversos cálculos numéricos variando os parâmetros de ajuste como α e as energias de separação entre as sub-bandas. Embora

- tenhamos verificado que o modelo de partícula única não dê uma descrição teórica de todas as características topológicas, em particular o incremento do mínimo em $\nu = 2$ e o colapso dos mínimos $\nu = 3$ e $\nu = 5$, pode-se inferir destes cálculos que o estado CAF surge em $\nu = 2$ quando $\Delta_{SAS} > \Delta E_Z$ e que ele é responsável pelas estruturas topológicas nos diagramas de fase $n_s - B_\perp$.

6.3.4 Diagramas de fase $n_s - B_\perp$ em TQWs com diferentes larguras

Em continuidade, apresentaremos os resultados correspondentes aos diagramas de fase $n_s - B_\perp$ das amostras de TQWs R120, R121 e 173. Como já foi dito na seção anterior, a diferença entre as duas primeiras amostras está na largura da barreira, a qual exerce uma leve influência nas propriedades eletrônicas destes sistemas. Na Fig. 6.22 mostra-se uma comparação entre os diagramas de fase $n_s - B_\perp$, obtidos experimentalmente, para as amostras R120 e R121. As cores verde e vermelha representam máximos e mínimos de magnetorresistência, respectivamente. Note que em ambas os gráficos estão presentes mapas de estruturas complexas. Quando a densidade total de elétrons está compreendida no intervalo $6,0 \times 10^{11} < n_s < 8,62 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, ou em termos de tensões de porta $-1,6 < V_g < 0,0 \text{ V}$ para a amostra R120 e $-1,7 < V_g < 0,8 \text{ V}$ para a amostra R121 ocorre a população da terceira sub-banda (veja a Fig. 6.14). Os algarismos em branco denotam alguns fatores de preenchimento dos LLs, obtidos de medidas de Hall e seguem o mesmo comportamento que para as amostras de DQWs, ou seja, $\nu = 4N$ corresponde ao gap de ciclotron, $\nu = 4N + 2$ ao gap de Zeeman e $\nu = 4N + 1(3)$ ao gap de tunelamento. Mas, isto é somente válido para a amostra R120 em baixos fatores de preenchimento, $\nu \leq 7$, uma vez que depois aparecem cruzamentos adicionais nos LLs, assinalados pelas setas em branco. Estes cruzamentos adicionais ocorrem no pseudospin $|2, 2 \uparrow \downarrow\rangle$ na amostra R120 e $|2, 1, \uparrow \downarrow\rangle$ para a amostra R121. Outro fato importante de se notar nestes cruzamentos assinalados pelas setas brancas é que desaparecem quando a terceira sub-banda começa a ser depopulada. Isto ocorre quando $n_s = 7,45 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (seta branca na Fig. 6.22(a)) e $n_s = 7,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (seta branca na Fig. 6.22(b)) ou em $V_g = -1,42 \text{ V}$ para ambas as amostras assinaladas pelas linhas tracejadas na Fig. 6.14, além das características mencionadas nestes cruzamentos. Nota-se na Fig. 6.22(a)-(b) que quando $n_s < 6,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, os diagramas de fase assemelham-se aos diagramas de fase de DQWs convencionais mostrados na Fig. 6.20(a), o que revela que nessa região há ocupação de no máximo duas sub-bandas de energia.

Com a finalidade de ter uma melhor visualização dos cruzamentos adicionais assinalados pelas setas em branco, se fez um diagrama de fase $n_s - B_\perp$ em campo magnético baixo para a amostra R120, o qual é mostrado na Fig.6.23. Nesta figura observa-se que o cruza-

Figura 6.22: Comparação dos diagrama de fase $n_s - B_{\perp}$ obtidos experimentalmente das amostras R120 (a) e R121 (b). A cor verde (vermelha) representa máximos (mínimos) da magnetorresistência. Alguns fatores de preenchimento ν são assinalados em branco em ambas as figuras. Estruturas com cruzamentos de LLs adicionais estão presentes em ambas as amostras quando a densidade total de elétrons está no intervalo de $6,0 \times 10^{11} < n_s < 8,62 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ou em termos das tensões de porta $-1,6 < V_g < 0,0 \text{ V}$ para a amostra R120 e $-1,7 < V_g < 0,8 \text{ V}$ para a amostra R121 (ver Fig. 6.14). Na região $n_s < 6,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ temos a ocupação de duas sub-bandas de energia, de modo similar ao caso dos poços duplos convecionais de GaAs (Fig. 6.20(a)).

mento ocorre quando a terceira sub-banda começa a ser populada. Situação semelhante acontece para a amostra R121.

Figura 6.23: Detalhamento da região de campo baixo da Fig. 6.22(a) (0 T – 5 T). Na região $n_s > 6,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ temos a ocupação das três sub-bandas de energia. O valor de $n_s < 6,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ assinalado pela seta em branco denota a depopulação da terceira sub-banda (ver texto). Por outro lado, o entrelaçamento de níveis gera figuras mais complexas do que os anéis característicos da ocupação de duas sub-bandas de energia como em DQWs convencionais.

Com a finalidade de dar uma interpretação teórica para os resultados experimentais das amostras de TQWs com três sub-bandas ocupadas, realizou-se cálculos para determinar os diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$, considerando o modelo de partícula única com três sub-bandas ocupadas. Mas-não foi possível obter uma semelhança entre os resultados calculados e experimentais. Numa segunda tentativa os cálculos foram repetidos considerando somente duas sub-bandas ocupadas, obtendo-se resultados mais consistentes com os experimentais, tal como mostra-se na Fig. 6.24. Podemos inferir que isto é atribuído à baixa concentração da terceira sub-banda, tanto na amostra R120 ($0,59 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) como na R121 ($0,67 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$). Além disso no mapa experimental, na região das 3 sub-bandas não há uma área suficientemente grande para aparecerem estruturas de cruzamentos para ver quantos anéis aparecem, onde ficam etc. Além do mais, eles aparecem um tanto sobrepostos e misturados. Devido à baixa concentração da terceira sub-banda, a diferença entre as energias da segunda e terceira sub-bandas será maior que entre a primeira e segunda sub-banda. Por exemplo, quando $V_g = 0,0 \text{ V}$, estes gaps de energia são dados por: $\Delta_{12} = 1,92 \text{ meV}$ e $\Delta_{23} = 10,3 \text{ meV}$ para a amostra R120 e $\Delta_{12} = 0,03 \text{ meV}$ e $\Delta_{23} = 11,3 \text{ meV}$ para a amostra R121. Como pode ser observado, para a amostra R120, a diferença entre

as energias da primeira e segunda sub-bandas é aproximadamente 5 vezes menor que a diferença entre as energias da segunda e terceira sub-bandas. Para a amostra R121, esta diferença é muito pequena, razão pela qual os LLs da segunda sub-banda estão quase colapsados com os LLs da primeira sub-banda. Estes valores dos gaps de energia obtidos dos dados experimentais, através da formula (4.7), são muito próximos dos valores obtidos pelos cálculos autoconsistentes (veja a tabela 4.2). Portanto, podemos inferir que estas amostras de TQWs têm um comportamento semelhante a um sistema de DQWs.

Apresentados os resultados correspondentes às amostras de TQWs R120 e R121, passaremos a apresentar os resultados correspondentes à amostra de TQW 173, onde a diferença com as primeiras está na largura dos poços laterais e do poço central como já explicado no Cap.4. Portanto, espera-se um diagrama de fase diferente do que das amostras anteriores. A Fig. 6.25(a) apresenta o diagrama de energia em função do campo magnético da amostra 173. Neste diagrama nota-se que o gap de energia de ciclotron têm uma maior separação que os gaps de energia de Zeeman, e este é maior que o gap de tunelamento. Observa-se também que os três níveis de Ladau, com spin para cima, das três sub-bandas estão separados pelos gaps de energia simétrico anti-simétrico, Δ_{SAS} , das sub-bandas. Na Fig. 6.25(b) mostra-se o diagrama de energias correspondentes à Fig. 6.25(a) onde observa-se a seguinte hierarquia $\Delta_{SAS} < \Delta E_Z < \hbar\omega_c$.

Da mesma maneira que nas gráficos anteriores, a cor vermelha (preta) representa máximos (mínimos) da magnetorresistência. Na Fig. 6.26 mostra-se a comparação entre os diagramas de fase $n_s - B_\perp$ experimental (a) é teórico (b), da amostra 173, onde observa-se que eles mostram uma boa concordância entre si. Cabe lembrar que, a diferença que na amostra DQW da fig. 6.20, os valores Δ_{12} e Δ_{23} foram obtidas diretamente dos dados experimentais através da formula (4.7), e foi a que mais se ajustou a os resultados experimentais como mostrado na fig.6.26 ³. De maneira semelhante que nas amostras de DQWs, o diagrama de fase experimental foi construído através da justaposição de um conjunto de espectros SdH para cada valor de densidade eletrônica n_s . O diagrama de fase teórico foi construído usando o modelo de partícula única, considerando a ocupação das três primeiras sub-bandas. Os fatores de preenchimento, assinalados pelos algarismos em branco, nos diagramas de fase teórico e experimental estão em correspondência e denotam os diferentes gaps de energia. Por exemplo, $\nu = 6N$ corresponde ao gap de ciclotron; $\nu = 6N + 1$, $\nu = 6N + 2$, $\nu = 6N + 4$ e $\nu = 6N + 5$ correspondem ao gap de tunelamento e finalmente $\nu = 6N + 3$ ao gap de Zeeman.

Os diagramas de fase experimental e teórico da Fig. 6.26 estão em correspondência com o diagrama de energia da Fig. 6.25(a). Isto significa que os LLs à esquerda do fator de preenchimento $\nu = 6$ correspondem a os LLs de cor azul na Fig. 6.25 e os máximos (cor vermelha) entre os níveis de Landau $\nu = 3$ e $\nu = 6$, da fig. 6.26, correspondem a os

³lembre que, para cada valor de tensão um valor de n_1, n_2 e n_3 .

Figura 6.24: Comparação dos diagramas de fase $n_s - B_{\perp}$ experimental (a) e teórico (b) da amostra R120 com largura da barreira de $14 \text{ \AA}$. Quando $n_s < 6,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ o sistema de TQWs se comporta como um sistema de DQWs, mostrando uma boa concordância entre o valor experimental e o teórico. Os algarismos em branco denotam os fatores de preenchimento dos LLs obtidos da medida Hall. Regiões em vermelho denotam mínimos de magnetorresistência e regiões em verde indicam máximos de magnetorresistência.

Figura 6.25: Em (a) mostra-se o diagrama de energia ou LLs em função do campo magnético para a amostra de TQW 173. Em (b) mostra-se a hierarquia dos LLs de (a), onde vemos que o gap de ciclotron prevalece sobre o gap de Zeeman e tunelamento.

LLs com spin para baixo (cor vermelho) de cada uma das três sub-bandas na fig. 6.25.

Para entender melhor a relação entre os diagramas de fase teórico e experimental da Fig. 6.26, traçou-se círculos em branco em (a) e (b), que são correspondentes entre si, ou seja, o círculo superior de (a) é equivalente ao círculo superior de (b); o mesmo para o círculo inferior. Na região do círculo superior da Fig. 6.26(b) observa-se um pequeno anel quase colapsado, semelhante ao anel observado na figura Fig. 6.20(b). O anel quase colapsado, superior, corresponde ao cruzamento dos seguintes LLs: $|2, 0, \downarrow\rangle$ e $|3, 0, \downarrow\rangle$, entre os quais encontra-se o fator de preenchimento $\nu = 5$; os LLs $|1, 1, \uparrow\rangle$ e $|2, 1, \uparrow\rangle$ para o fator de preenchimento $\nu = 7$ (não mostrado). Por outro lado, o anel quase colapsado, inferior, é produto do cruzamento dos LLs: $|3, 0, \uparrow\rangle$ e $|1, 0, \downarrow\rangle$, entre os quais encontra-se o fator de preenchimento $\nu = 3$; os LLs $|1, 1, \uparrow\rangle$ e $|2, 1, \uparrow\rangle$ entre estes se encontra o fator de preenchimento $\nu = 7$. Estes cruzamentos descritos têm correspondência com o cruzamento dos LLs da Fig. 6.25. Note-se que os anéis são gerados devido ao cruzamento de LLs de diferentes sub-bandas, situação oposta ao que acontece em DQWs, onde os anéis são gerados por LLs das mesmas sub-bandas, com spin opostos.

Embora a amostra descrita seja um sistema de TQW não balanceado (diferentes densidade de elétrons nos QWs), podemos observar que o modelo de partícula única descreve em boa aproximação o sistema de TQWs com três sub-bandas populadas, quando a concentração do poço central é comparável com a concentração dos poços laterais.

6.4 Efeito do campo magnético inclinado nos diagramas de fase $n_s - B$ em DQWs com fator g de Landé nulo

Motivados pelo possível aparecimento do estado *canted* antiferromagnético no diagrama de fase $n_s - B_\perp$ na amostra de DQW com fator g de Landé nulo (3255), perto do ponto de cruzamento dos LLs no fator de preenchimento $\nu = 2$, quando $\Delta_{SAS} = \Delta E_Z$, realizou-se medidas de magnetorresistência em função do campo magnético, com aplicação de tensões de porta, para diferentes valores fixos de campo magnético inclinado⁴: $\theta = 0^\circ$ (já apresentado), $\theta = 38^\circ$, $\theta = 50^\circ$, $\theta = 59^\circ$ e $\theta = 66^\circ$. Estes diagramas de fase são apresentados na Fig. 6.27.

Estudos sistemáticos do diagrama de fase perto do ponto de cruzamento em $\nu = 2$, podem dar alguma evidência experimental da existência do estado *canted* antiferromagnético em DQWs. Por exemplo, foi observado experimentalmente que a transição ao estado *canted* ocorre quando o gap de Zeeman é significativamente menor que o gap de tunelamento ($\Delta E_Z < \Delta_{SAS}$) [121, 122]. Do mesmo modo, foi predita a existência do estado *canted* antiferromagnético em DQWs, com uma distribuição eletrônica assimétrica nos QWs, através da modulação do fator de preenchimento $\nu = 2$ mediante a aplicação de tensões de porta [123]. Também, através de medidas de magnetocapacitância em campo magnético inclinado, foi estudada a mudança do fator de preenchimento $\nu = 2$ em poços quânticos parabólicos [124].

Na Fig. 6.27 mostra-se a evolução do cruzamento dos LLs, em torno do fator de preenchimento $\nu = 2$, para vários valores fixos de campo magnético inclinado: a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 38^\circ$, c) $\theta = 50^\circ$, d) $\theta = 59^\circ$ e e) $\theta = 66^\circ$. Observa-se que à medida que aumenta a componente paralela do campo magnético (aumento dos valores fixos do campo magnético inclinado), o cruzamento torna-se mais pronunciado tal como é assinalado pelas setas em branco, até que finalmente em $\theta = 66^\circ$, este cruzamento deixa de ser observado. Outra característica que pode ser ressaltada é o aumento do valor do campo magnético, assim como a pequena diminuição na densidade de elétrons, no ponto de cruzamento, à medida que se aumenta o campo magnético inclinado. Por exemplo, em $\theta = 0^\circ$ o cruzamento ocorre em $B = 8,7$ T e $n_s = 4,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, em $\theta = 38^\circ$ o cruzamento ocorre em $B = 10$ T e $n_s = 3,7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, em $\theta = 50^\circ$ o cruzamento ocorre em $B = 12,3$ T e $n_s = 4,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, em $\theta = 59^\circ$ o cruzamento se dá em $B = 14,4$ T e $n_s = 4,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e, finalmente, em $\theta = 66^\circ$ o cruzamento já não é visível. Seriam necessárias medidas de

⁴Deve-se ter presente que: em $\theta = 0^\circ$ a direção do campo magnético será perpendicular à superfície da amostra, por outro lado em $\theta = 90^\circ$ a direção do campo magnético será paralela à superfície da amostra. En outras palavras as medidas de inclinação do campo magnético são feitas em relação ao eixo z (campo magnético perpendicular à superfície da amostra)

magnetorresistência em campo magnético mais alto para ser observado o cruzamento.

Visto que não existe uma teoria bem detalhada das transições de fase do estado SS ao estado *canted* antiferromagnético e ferromagnético para medidas de transporte em campo magnético inclinado [124], não foi possível proporcionar uma explicação consistente de nossos resultados experimentais, apresentados na Fig. 6.27, usando o modelo de partícula única. Mas, estamos trabalhando neste assunto considerando interações de muitos corpos, com a finalidade de dar uma descrição teórica em acordo com nossos resultados experimentais.

Figura 6.26: Comparação entre os diagramas de fase experimental (a) e teórico (b) da amostra TQW 173. Existe uma correspondência entre os fatores de preenchimento (algarismos em branco) presentes nos diagramas de fase teórico e experimental e denotam os diferentes gaps de energia. Por exemplo, $\nu = 6N$ corresponde ao gap de cíclotron; $\nu = 6N + 1$, $\nu = 6N + 2$, $\nu = 6N + 4$ e $\nu = 6N + 5$ correspondem ao gap de tunelamento. Finalmente, $\nu = 6N + 3$ corresponde ao gap de Zeeman.

Figura 6.27: Evolução do cruzamento dos LLs no fator de preenchimento $\nu = 2$ nos diagramas de fase $n_s - B$ da amostra 3255, para vários valores do campo magnético inclinado: a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 38^\circ$, c) $\theta = 50^\circ$, d) $\theta = 59^\circ$ e e) $\theta = 66^\circ$. Notamos que à medida que aumenta o valor fixo do campo magnético inclinado, aumenta também o valor de campo magnético onde ocorre o cruzamento dos LLs. A seta em branco denota a evolução do fator de preenchimento em $\Delta_{SAS} = \Delta_Z$.

Capítulo 7

Conclusões

1. A competição entre as energias de troca, intracamadas e intercamadas conduz a um colapso periódico do gap de spin, com o incremento do campo magnético, na amostra DQW com diferentes valores do fator g de Landé nos QWs.
2. As propriedades eletrônicas foram determinadas com boa aproximação, fazendo uso do método da transformada de Fourier, nas amostras de DQWs e TQWs. Estes resultados são garantidos pela análise das FFTs da amostra 3230 devido a sua maior resolução.
3. Análises das oscilações SdH, através da transformada de Fourier, demonstram que nas amostras de DQWs, a **concentração e mobilidade dos portadores decrescem** com o aumento da concentração de Al. Atribui-se que isto é devido ao mecanismo de espalhamento pela desordem na liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$.
4. Podemos concluir que, nas amostras de DQWs com diferentes valores do fator g de Landé nos QWs, a concentração de Al além de ter influência nas propriedades eletrônicas, também tem influência nos diagramas topológicos ou de fase uma vez que as comparações entre os diagramas de fase $n_s - B_\perp$, teórico e experimental, demonstram que o modelo de uma partícula única reproduz em boa aproximação os diagramas de fase das amostras DQWs com fator de Landé $g = -0,44$. Entretanto que, para as amostras de DQWs com fator g de Landé nulo apresentam uma grande diferença. Portanto, para explicar os diagramas de fase da amostra com fator g de Landé nulo precisa-se de uma teoria que inclua termos de interação de muitos corpos.
5. O cruzamento dos LLs no fator de preenchimento $\nu = 2$ na amostra com fator g de Landé nulo prediz a existência de um estado canted antiferromagnético, quando $\Delta_{SAS} > E_Z$, o qual é o responsável pelas estruturas topológicas no diagrama de fase.

6. Em amostras de TQWs, onde a largura do poço central é comparável com a dos poços laterais e a densidade total de elétrons é alta, como o caso das amostras R120 e R121, a maioria dos elétrons concentra-se nos poços laterais, devido aos efeitos da repulsão eletrônica.
7. De maneira semelhante que nas amostras DQWs com fator $g = -0,44$, o modelo de partícula única reproduz em boa aproximação os diagramas de fase experimentais das amostras de TQWs, quando a densidade de elétrons das sub-bandas são comparáveis entre si, tal como é o caso da amostra 173. Entretanto que, quando a densidade de elétrons da terceira sub-banda é baixa o modelo não reproduz os diagramas de fase, visto que o sistema de TQWs se comportam como um sistema de DQWs.

Apêndice A

Dedução dos níveis de energia

Neste apêndice faremos uma simple dedução das equações correspondentes a os níveis de energia usadas no modelo de partícula única, definidas no cap.5. Para esta finalidade deve-se ter presente se os dados que serão analisados são em campo magnético inclinado ou perpendicular. Mas uma definição geral pode ser dada pela seguintes relações:

$$E_{N,1,s} = (N + \frac{1}{2})E_\alpha + \frac{s}{2}g^*\mu_B B \quad (\text{A.1})$$

$$E_{N,2,s} = (N + \frac{1}{2})E_\alpha + E_\beta + \frac{s}{2}g^*\mu_B B \quad (\text{A.2})$$

$$E_{N,3,s} = (N + \frac{1}{2})E_\alpha + E_\beta + E_\gamma + \frac{s}{2}g^*\mu_B B \quad (\text{A.3})$$

Estas equações correspondem a os níveis de energia da primeira, segunda e terceira sub-bandas envolvidas em nossos sistemas de DQWs e TQWs. onde E_α , E_β e E_γ são os níveis de energia híbridos de cada sub-banda em campo magnético inclinado. Em seguida serão analisados as duas situações:

1. **Campo magnético inclinado** O formalismo descrito em [92] foi usado para analisar nossos resultados. Neste formalismo, os autovalores de energia do Hamiltoniano de um potencial harmônico em um campo magnético inclinado têm sido derivados analiticamente. Como resultado as auto-energias são dadas por $(n_\alpha + 1/2)E_\alpha + (n_\beta + 1/2)E_\beta$ em termos dos números quânticos n_α e n_β , e as auto-energias E_α e E_β são dadas por:

$$E_\alpha(B) = \hbar(\omega_c^2 \cos^2(\phi) + \Omega_{23}^2 \sin^2(\phi) - \omega_c \Omega_{23} \sin(2\phi) \sin(\theta))^{1/2} \quad (\text{A.4})$$

$$E_\beta(B) = \hbar(\omega_c^2 \sin^2(\phi) + \Omega_{12}^2 \cos^2(\phi) - \omega_c \Omega_{12} \sin(2\phi) \sin(\theta))^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

$$E_\gamma(B) = \hbar(\omega_c^2 \sin^2(\phi) + \Omega_{23}^2 \cos^2(\phi) - \omega_c \Omega_{23} \sin(2\phi) \sin(\theta))^{1/2} \quad (\text{A.6})$$

devido à presença da terceira sub-banda foi introduzido o parâmetro Ω_{23} , θ é o ângulo de inclinação com respeito ao eixo z , enquanto que, ϕ é um ângulo definido pela seguinte expressão:

$$\tan(2\phi) = \frac{2\omega_c\Omega_{23}\sin(\theta)}{(\Omega_{23}^2 - \omega_c^2)} \quad (\text{A.7})$$

O parâmetro Ω_{23} está associado ao potencial parabólico da banda de condução ao longo do eixo z , o qual é dado por $(1/2)m^*\Omega_{23}^2z^2$. Vale a pena dizer que embora o formalismo seja baseado em potenciais parabólicos, ele é usado em boa aproximação para os potenciais quadrados como é o caso de nossas amostras de DQWs e TQWs.

2. Campo magnético perpendicular

O número quântico n_α , em campo magnético perpendicular, é idêntico ao número quântico de Landau N , e n_β está associado ao índice de cada sub-banda. De maneira que, nas equações anteriores (A.4)-(A.6), fazendo $\theta = 0$ (B paralelo ao eixo z) se deduz a separação de energia entre as sub-bandas:

$$E_\alpha(B) = \hbar\omega_c \quad (\text{A.8})$$

$$E_\beta(B) = \hbar\Omega_{12} = E_2 - E_1 = \Delta_{12} \quad (\text{A.9})$$

$$E_\gamma(B) = \hbar\Omega_{23} = E_3 - E_2 = \Delta_{23} \quad (\text{A.10})$$

Considerando estes valores de energia podemos reescrever as equações (A.1) - (A.3) como:

$$E_{N,1,s} = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{s}{2}g^*\mu_B B \quad (\text{A.11})$$

$$E_{N,2,s} = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{s}{2}g^*\mu_B B + \Delta_{12}. \quad (\text{A.12})$$

$$E_{N,3,s} = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \Delta_{12} + \Delta_{23} + \frac{s}{2}g^*\mu_B B \quad (\text{A.13})$$

Estas equações correspondem às energias da primeira, segunda e terceira sub-bandas, respectivamente, e foram usados em nossos cálculos.

Apêndice B

Lista de símbolos

g	Fator g de Landé;
x	Concentração de Al;
g_{ef}	Fator g de Landé efetivo;
$g_{\vec{k},\vec{p}}$	Fator g de Landé descrito pela teoria $\vec{k} \cdot \vec{p}$;
C_1	Termo oriundo da contribuição de bandas distantes;
Δ	Interação spin orbita;
P_0, P_1	Elementos de matriz do momento inter-sub-bandas;
E_{P0}, E_{P1}	Energias em função dos elementos de matriz do momento inter-sub-bandas;
$G_0, G_1, E_0, E_1, \Delta_0, \Delta_1$	Parâmetros da estrutura de bandas do material;
g_{WH}	Fator g de Landé obtido por Weisbuch e Hermann;
QW_1	Poço quântico perto do substrato nos poços duplos;
QW_2	Poço quântico perto da superfície nos poços duplos;
E	Campo elétrico;
$\langle g^* \rangle$	Fator g de Landé medio;
n_s	Densidade eletrônica total;
n_i	Densidade eletrônica da i -ésima sub-banda;
ν_1, ν_2	Fator de preenchimento de cada poço quântico;
V_e/V_a	Interação entre os poços/dentro da cada poço (intercamadas/intracamadas);
d/r	Distância de separação entre os poços/entre elétrons;
Δ_{SAS}	Parâmetro que representa o gap de tunelamento dos elétrons, entre os estados simétrico e anti-simétrico, quando $\sigma = 0$;
Ψ_1/Ψ_2	Estado de um elétron no poço 1/no poço 2;

E_1/E_2	Energia de um elétron no poço 1/no poço 2;
t	Integral de sobreposição entre os estados simétrico e anti-simétrico;
Ψ_S/Ψ_{AS}	Estados simétrico/anti-simétrico;
$B_{ }$	Componente paralela do campo magnético;
n_B/n_{AB}	Densidade de elétrons do estado ligado/antiligado, quando $\sigma \neq 0$;
n_S/n_{AS}	Densidade de elétrons do estado simétrico/anti-simétrico, quando $\sigma = 0$;
n_1/n_2	Densidade de elétrons do poço quântico 1/2 ou da primeira/segunda sub-banda;
σ	Parâmetro de balanceamento;
Δ_{BAB}	Diferença de energia entre as sub-bandas ligada/antiligada quando $\sigma \neq 0$;
V_{fg}/V_{bg}	Tensões de porta superior/inferior (front/back gate);
V_g	Tensão de porta;
E_F	Energia de Fermi;
E_i	Energia da i-ésima sub-banda;
Δ_{12}	Diferença de energia entre a primeira e segunda sub-banda ($E_2 - E_1$);
Δ_{23}	Diferença de energia entre a segunda e terceira sub-banda ($E_3 - E_2$);
AlAs/GaAs - SR	Super-rede;
δ -Si	Camada de dopagem planar;
N_{2D}	Concentração de dopantes;
GaAs/Al _x Ga _{1-x} As	Liga semicondutora binária/ternária;
Φ_m	Função de trabalho do metal;
χ_s	Eletroafinidade do semicondutor;
Φ_B	Barreira Schottky;
J/J_0	Densidade de corrente/ corrente de saturação;
B_C/B_V	Banda de condução/de valência;
E_{Fm}	Energia de Fermi do metal;
V_d	Tensão de polarização;
P_d/P_r	Polarização direta/reversa;
V_H	Tensão Hall (medida perpendicularmente a I);
E_y ou E_H	Campo elétrico perpendicular a I (efeito Hall);
E_x	Campo elétrico paralelo a I (dá origem a I);
$ \mathbf{F} $	Força de Lorentz;
$\vec{v}$	Velocidade de arrasto dos elétrons;
$B = \vec{B} $	Campo magnético aplicado na direção z ;

I	Corrente elétrica que percorre a amostra;
$\mathbf{j}$	Densidade de corrente;
l_x, l_y, l_z	Dimensões da região de interesse nas direções x , y e z , respectivamente;
n, e	concentração de portadores, carga do elétron;
$R = \frac{1}{ne(p)}$	Coefficiente Hall;
n_H	Concentração Hall;
μ_H	Mobilidade Hall;
V_0	Tensão em campo magnético nulo;
R_0	Resistência em campo magnético nulo;
ρ_0	Resistividade em campo magnético nulo;
$\lambda = l_x/l_y$	Fator de forma (relaciona a resistência com a resistividade);
μ_{ti}	Mobilidade de transporte da i -ésima sub-banda;
R_H	Resistência Hall;
N	Número quântico orbital do nível de Landau ou, equivalentemente, índice de identificação do N -ésimo nível de Landau;
ν	Fator de preenchimento (quantidade de níveis de Landau preenchidos (abaixo do nível de Fermi));
LL/LLs	Landau level/Landau levels, (nível de Landau/níveis de Landau);
E_N	Energia do i -ésimo nível de Landau;
D_{LL}	Degenerescência dos níveis de Landau;
$D(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2}$	Densidade de estados em campo magnético zero;
Γ_N	Largura natural do nível de Landau N ;
R_{xx}/ρ_{xx}	Resistência/resistividade longitudinal;
ρ_{xy}	Resistividade Hall;
R_H	Resistência Hall;
ΔE_Z	Energia ou gap de Zeeman;
$\hbar\omega_c$	Energia de ciclotron;
$m_o = 9,109 \times 10^{-31}$ Kg	Massa em repouso do elétron;
m^*	Massa efetiva do elétron;
$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_o}$	Magneton de Bohr;
$s = \pm\frac{1}{2} = \uparrow\downarrow$	Número quântico de spin;
k_B	Constante de Boltzmann ($1,381 \times 10^{-23}$ J.K);
E_{F0}	Energia de Fermi em campo nulo;
$\Delta(1/B)$	Período das oscilações de magnetorresistência (efeito Shubnikov-de Haas);

$\rho_{xx}(0)$	Resistividade em campo nulo;
$\frac{\zeta}{\sinh(\zeta)}$, ($\zeta = 2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c$)	Fator que representa a influência da temperatura na equação de Lifshits - Kosevich;
A / φ	Amplitude/fase na equação de Lifshits-Kosevich;
f_i	Frequência do i-ésimo pico na curva da transformada de Fourier, relacionada com a concentração da i-ésima sub-banda;
n_{SDH}	Concentração obtida usando o espectro Shubnikov-de Haas;
μ_t / μ_q	Mobilidade de transporte/quantica;
τ_t / τ_q	Tempo de transporte/quântico
t_1 e t_n	Límite inferior e superior da janela Hanning;
Δ_s	Energia de Zeeman ou gap de spin incluindo termos de interação de muitos corpos;
E_{tr}	Energia de troca e correlação;
$\ell_B \equiv \sqrt{(\hbar / eB)}$	Comprimento magnético;
k_F	Vetor de onda de Fermi;
a_B	Raio de Bohr;
$\delta\nu$	Distância entre dois níveis de Landau consecutivos;
ν_c	Fator de preenchimento crítico;
N_c	Número crítico de Landau;
ν_T	Fator de preenchimento total;
$E_c^{intra} / E_c^{inter}$	Energia de coulomb intracamadas/intercamadas;
d / ℓ_B	Parâmetro que caracteriza a razão entre as energias de coulomb intra e intercamadas;
E_F^{10} / E_F^{20}	Energia de Fermi da primeira/segunda sub-banda em campo nulo;
$ i, N, s\rangle$	Números quânticos usados para a descrição de um nível de Landau ou pseudospin;
$n_s - B$	Diagrama de fase concentração versus campo magnético;
$E \times B$	Diagrama de energia versus campo;
$D(E, B)$	Densidade de estados com dependência do campo magnético;
$\sigma_{xx} / \sigma_{xy}$	Condutividade longitudinal/Hall;
$E_F(B)$	Energia de Fermi dependente do campo magnético;
$E_{1,N,s} / E_{2,N,s} / E_{3,N,s}$	Energia da primeira/segunda/terceira sub-banda;
f_o	Frequência principal;
μ_1 / μ_2	mobilidade quântica da primeira/segunda sub-banda;

$n_1/n_2/n_3$	Densidade de elétrons da primeira/segunda/terceira sub-banda;
Γ	Ponto $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ da primeira zona de Brillouin;
X, L	Ponto X e L da Zona de Brillouin;
F	Estado de spin polarizado (ferromagnético);
SS	Estado de spin não polarizado (antiferromagnético);
CAF	Estado canted antiferromagnético.
PPC	fotocondutividade persistente

Apêndice C

Lista de siglas

GMR	Giant MagnetoResistance (magnetorresistência gigante);
DMS	Diluted Magnetic Semiconductor (semicondutores magnéticos diluídos);
DQWs/DQW	Double quantum wells/Double quantum well (poços quânticos duplos/poço quântico duplo);
TQWs/TQW	Triple quantum wells/Triple quantum well (poços quânticos triplos/poço quântico triplo);
QWs/QW	Quantum wells/quantum well (poços quânticos/poço quântico);
2DES/2DEG	Two-dimensional electron system/gas (sistema/gás bidimensional de elétrons);
B/AB	Bound/Antibound (estados ligado/antiligado);
FQHE	Fractional quantum Hall effect (efeito Hall quântico fraccionário);
SdH	efeito Shubnikov-de Haas;
MBE	Molecular beam epitaxy (epitaxia por feixe molecular);
LNMS	Laboratório de Novos Materiais Semicondutores;
LSI	Laboratório de Sistemas Integrados;
UNICAMP	Universidade de Campinas;
LPD	Laboratório de pesquisa de dispositivos;
IF-USP/SP	Instituto de Física da Universidade de São Paulo (campus capital);
GHMF	Grenoble High Magnetic Field (Grenoble, França);
IQHE	Integer quantum Hall effect (efeito Hall quântico inteiro);
DOS	Density of states (densidade de estados);
FFT	Fast Fourier transform (transformada rápida de Fourier);
MOS	Metal oxide semiconductor (Metal oxido semiconductor);
DX	deep traps (centros profundos);

Apêndice D

Súmula curricular

Artigos

- L. E. G. Armas, G. M. Gusev, A. K. Bakarov, N. F. Oliveira Jr e J. C. Portal, *Shuvnikov-de Haas oscillations in double Wells with opposite signs of the electronic g -factor*, Physica E **40**, 1560 (2008).
- L. E. G. Armas, G. M. Gusev, T. E. Lamas, A. K. Bakarov e J. C. Portal, *quantum Hall ferromagnet in a double well with vanishing g -factor*, International Journal of modern physics B **23**, 2933 (2008)

Eventos

- 18th International Conference in Semiconductor Physics and Nanotechnology, *Quantum Hall ferromagnet in a double well with vanishing electronic g factor*, São Pedro (2008);
- NANO 2008 9th International Conference on Nanostructured Materials, *Landau level crossing in double quantum wells*, Rio de Janeiro (2008);
- 17th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems, EPD2DS-17, *Landau level crossing in a double well with vanishing electronic g factor*, Genova - Italia (2007);
- Workshop on Advances in Physics and Applications of Low dimensional systems, *Canted antiferromagnetic state in double layer systems with vanishing g factor*, Brasília (2007);
- 13th Brazilian Workshop on Semiconductor Physics - BWSP-13, *Transport in bilayer systems with vanishing electronic g factor*, São Paulo (2007);

Referências Bibliográficas

- [1] C. P. Wiliam, e S. H. Clearwater, *Explorations in quantum computing*, Springer-Verlag, New York (1998).
- [2] M. I. Dyakonov, [http : //arxiv.org/PS_cache/cond – mat/pdf/0401/0401369.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0401/0401369.pdf) (2004).
- [3] A. Mauger e C. Godart, Physics Reports 141, 51 (1986).
- [4] Ely Yablonovitch, H. W. Jiang, Hi. deo Kosaka, Hans D. Robinson, Deepak Sethu Proceedings of the IEEE, Vol. 91, No 5, May 2003.
- [5] E. L. Ivchenko, A. A. Kiselev e M. Willander, Solid State Comm. **102**, 375 (1997).
- [6] H. S. Fresser, H. Frey, F. E. Prins, D. A. Wharam, D. P. Kern, J. B. Ottcher e H. Kunzel, Semicond. Sci. Technol. 15, 242 (2000).
- [7] Y. W. Suen, Phys. Rev. Lett. **68**, 1379 (1992).
- [8] J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, K. W. West e Song He, Phys. Rev. Lett. **68**, 1383 (1992).
- [9] S. Das Sarma e A. Pinczuck, *Perspectives in Quantum Hall Effects*, (Wiley, New York, 1997).
- [10] S. J. Geer, A. G. Davies, C. H. W. Barnes e K. R. Zolleis, Phys. Rev. B **66**, 045318 (2002).
- [11] X. C. Zhang, I. Martin e H. W. Jiang, Phys. Rev. Lett. **74**, 073301 (2006).

- [12] J. Ye, Phys. Rev. B **71**, 125314 (2005).
- [13] A. D. Mac Donald, Surf. Sci. **229**, 1 (1990).
- [14] I. A. Yukova, A. Grelich, D. R. Yakovlev, A. A. Kiselev e M. Bayer, Phys. Rev. B **75**, 245302 (2007).
- [15] H. Malissa, W. Jantsch, M. Muhlberger, F. Schaffler, Z. Wilamowski, M. Draxler e P. Bauer, Appl. Phys. Lett. **85**, 1739 (2004).
- [16] G. Salis, Y. Kato, K. Ensslin, D. C. Driscoll, A. C. Gossard e D. D. Awschalom, Nature **414**, 619 (2001).
- [17] P. Pfeffer e W. Zawadzki, Phys. Rev. B **72**, 035325 (2005).
- [18] M. J. Snelling, G.P. Flinn, A.S. Plaut, R.T. Harley e A. C. Tropper Phys. Rev. B **44**, 11345 (1991).
- [19] C. A. Duarte, G. M. Gusev, A. A. Quivy, T. E. Lamas e J. C. Portal. Physica E **34**, 329 (2006).
- [20] D. Gruber, D. Pachinger, H. Malissa, M. Muhlberger, H. Lichtenberger, W. Jantsch e F. Shaffler, Physica E **32**, 254 (2006).
- [21] H. Malissa, D. Gruber, D. Pachinger, F. Schaffler, W. Jantsch e Z. Wilamowski, Superlattices and Microstructures, **39**, 414 (2006).
- [22] V. H. Rushell, S. N. Holmes e P. Atkinson Semicond. Sci. Technol. **22**, 722 (2007).
- [23] K. J. Friedland, R. Hey, H. Kostial, R. Klan, e K. Ploog, Phys. Rev. Lett, **77**, 4716 (1996).
- [24] K. Susuki, K. Saito, T. Saku, A. Sugimura, Y. Horikoshi, e S. Yamada, J. Cryst, Growth **150**, 1266 (1995); T. Saku, Y. Horikoshi e S. Tarusha, Jpn. J. Appl. Phys.**33**, 4837 (1994).
- [25] M. Holtz, R. Cingolani, K. Reimann, R. Muralidharan, K. Syassen e K. Ploog, Phys. Rev. B **41**, 3641 (1990).

- [26] E. H. Rhoderick e R. H. Williams, **Metal-Semiconductor Contacts** (Oxford, Cambridge) 1988.
- [27] S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, John Wiley, 1981, New York.
- [28] A. Elci e D. Depatie, *Semicond. Sci. Technol.* **9**, 163 (1994).
- [29] Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos, M. Shayegan e D. C. Tsui, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1379 (1992).
- [30] L. Zhang e A. H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **49**, 5522 (1994).
- [31] F. T. Vasko, *Sov. Phys. Semicond.* **26**, 464 (1992).
- [32] F. T. Vasko, O. G. Balev, e P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. B* **47** 16433 (1993).
- [33] L. W. Hoppel, *Phase transitions in single layer e bilayer Quantum Hall Ferromagnets*, tese de doutoramento apresentada no Max Planck Institute, Stuttgart, (2004).
- [34] D. Yoshioka, *The Quantum Hall Effect*, Springer, Berlin (2002).
- [35] K. Muraki, Norio Kumada, Tadashi Saku, e Yoshiro Hirayama, *Jpn. J. Appl. Phys.* **39**, 2444 (2000).
- [36] G.-Q. Hai, N. Studart, F. M. Peeters, P. M. Koenraad, e J. H. Wolter, *J. Appl. Phys.* **80**, 5809 (1996).
- [37] S. P. Shukla, Y. W. Suen, e M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 693 (1998).
- [38] J. Jo, Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos, e M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **46**, 9776 (1992).
- [39] Sandia National Laboratories, **Electron transport in coupled double quantum wells and wires**, Sandia Report (1997).
- [40] I. R. Pagnossin, *Propriedades de transporte elétrico de gases bidimensionais de elétrons nas proximidades de pontos-quânticos de InAs*, tese de mestrado apresentada no IFUSP (2004).

- [41] K. N. Shrivastava. *Introduction to Quantum Hall Effect*, Nova Science Publishers, New York, 2002.
- [42] B. Laikhtman e E. L. Altshuler, *Annals of Phys.* **232** 332 (1994).
- [43] Celso de Araújo Duarte, *Propriedades magnéticas e de spin em semicondutores do grupo III-V*. Tese de doutorado apresentada no IFUSP (2006).
- [44] J. P. Eisenstein, *Physica Scripta* **14**, 42 (1986).
- [45] L. J. van der Pauw, *Phil. Res. Rep.* **13**, 1 (1958).
- [46] *Determination of Electrical Transport Properties Using a Novel Magnetic Field-Dependent Hall Technique*, W. A. Beck e J. R. Anderson, *J. Appl. Phys.* **62**, 541 (1987).
- [47] Ademir Cavalcheiro, *O Efeito da Fotocondutividade e a Estrutura Eletrônica de Poços Quânticos de GaAs/InGaAs/GaAs com Dopagem Planar do Tipo n na Barreira*, tese de Doutorado apresentada no IFUSP (2001).
- [48] R. E. Prange, S. M. Girvin, *The quantum Hall effect* (Springer-Verlag, 1990).
- [49] T. Ando e Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Jpn.* **36**, 959 (1974).
- [50] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **37**, 622-630 (1974).
- [51] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **36**, 1521-1529, (1974)
- [52] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **37**, 1233-1237, (1974)
- [53] T. Ando, Y. Matsumoto e Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Jpn.* **39**, 279 (1975).
- [54] H. Aoki e T. Ando, *Solid State Commun.* **38** (11), 1079 (1981).
- [55] I. R. Pagnossin, *Pontos quânticos: fotodetectores, localização-fraca e estados de borda contra-rotativos*, tese de doutorado apresentada no IFUSP (2008).
- [56] K. Ensslin, *Phys. Rev. B* **47**, 1366 (1993).

- [57] Y. W. Suen, J. Jo, M. B. Santos, L. W. Engel e S. W. Hwang, Phys. Rev. B **44**, 5947 (1995).
- [58] C. S. Sergio, *Transporte quântico em poços parabólicos largos*, tese de doutoramento apresentada no IFUSP (2003).
- [59] M. E. Raikh e T. V. Shahbazyan, Phys. Rev. B **47**, 1522 (1993).
- [60] G. M. Gusev, A. A. Quivy, J. R. Leite, A. A. Bykov, N. T. Moshegov, V. M. Kudryashev e A. I. Yu. V. Nastaushev, Semic. Sci. Technology **14**, 1114 (1999).
- [61] D. R. Leadley, R. J. Nicholas, J. J. Harris e C. T. Foxon, Phys. Rev. B **58**, 13036 (1998).
- [62] A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals* (North-Holland, Amsterdam, 1988).
- [63] M. Ahoujja, S. Elhamri, R. S. Newrock, D. B. Mast, W. C. Mitchel, I. Lo e A. Faithmulla, J. Appl. Phys **525**, 1609 (1997).
- [64] S. Das Sarma e Frank Stern, Phys. Rev. B **32**, 8442 (1995).
- [65] A. Gold, Phys. Rev. B **38**, 10798 (1988).
- [66] M. A. Paalanen, D. C. Tsui e J. C. M. Hwang, Phys. Rev. Lett. **51**, 2226 (1993).
- [67] T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn, **51**, 3900 (1982).
- [68] P. K. Basu e B. R. Nag. Appl. Phys. Lett. **43**, 689 (1983).
- [69] J. A. Brum e G. Bastard, Solid State Commun. **53**, 727 (1985).
- [70] J. F. Janak, Phys. Rev. **178**, 1416 (1969).
- [71] T. Ando, Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn. **37**, 1044 (1973).
- [72] R. J. Nicholas, R. J. Haug, K. V. Klitzing, G. Weimann, Phys. Rev. B **37**, 1294 (1988); A Usher, R. J. Nicholas, J. J. Harris, C. T. Foxton, Phys. Rev. B **41**, 1129 (1990).

- [73] I. L. Aleiner e L. I. Glazmann, Phys. Rev. B **52**, 11296 (1995).
- [74] M. M. Fogler e B. I. Shklovskii, Phys. Rev. B **52**, 17366 (1995).
- [75] L. W. Wong, H. W. Jiang, E. Palm e W. J. Schaff, Phys. Rev. B **55**, R7343 (1997).
- [76] J. K. Jain. Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).
- [77] G.S. Boebinger, H.W. Jiang, L.N. Pfeiffer e K.W. West, Phys. Rev. Lett. **64**, 1793 (1990).
- [78] J. P. Eisenstein, G.S. Boebinger, L.N. Pfeiffer, K.W. West e S. He, Phys. Rev. Lett. **68**, 1383 (1992).
- [79] A.H. MacDonald, P.M. Platzman e G.S. Boebinger, Phys. Rev. Lett. **65**, 775 (1990).
- [80] I. Ussishkin e A. Stern, Phys. Rev. B **56**, 4013 (1997).
- [81] S. Sakhi, Phys. Rev. B **56**, 4098 (1997).
- [82] K. Ensslin, A. Wixforth, M. Sundaram, P. F. Hopkins, J. H. English e A. C. Gossard, Phys. Rev. B **47**, 1366 (1993).
- [83] G. Gobsch, D. Schulze e G. Paash, Phys. Rev. B **38**, 10943 (1988).
- [84] I. S. Millard, N. K. Patel, C. L. Foden, A. R. Hamilton, M. Y. Simmons, G. A. C. Jones e M. Pepper, Journal of Physics: Condensed Matter **11**, 3711 (1999).
- [85] M. Jane Kellog, **Evidence for Excitonic Superfluidity in a Bilayer Two Dimensional Electron System**, Teses de doutoramento apresentada no California Institute of Technology (2004).
- [86] C. A. Duarte, G. M. Gusev, A. A. Quivy, T. E. Lamas, A. K. Bakarov e J. C. Portal, Phys. Rev. B **76**, 075346 (2007).
- [87] H. Aoki e T. Ando, Solid State Commu. **38**, 1079 (1981).

- [88] T. Ando, J. Phys. Soc. Japan: **36**, 1521(1974); 622 (1974); 1233 (1974); T. Ando e Y. Uemura, J. Phys. Soc. Japan **36**, 959 (1974).
- [89] R. Kubo, S. J. Miyaki e N. Hashitsume, Solid State Phys. **17**, 269 (1965).
- [90] T. Ando, Y. Matsumoto, Y. Uemura, Mineo Kobayashi e K. F. Komatsubara, J. Phys. Soc. Jpn. **32**, 859 (1972).
- [91] R. R. Gerhardts, Z. Phys. B **21**, 275 (1975); Surf. Sci. **58**, 227 (1975).
- [92] R. Merlin, Solid State Commun. **64**, 99 (1987).
- [93] D.-W. Wang, Phys. Rev. B **68**, 165303 (2003).
- [94] T. Jungwirth e A. H. Macdonald, Phys. Rev. B **63**, 035305 (2000).
- [95] J. C. M. Hwang, A. Kastalsky, H. L. Stormer e V. G. Keramidas, Appl. Phys. Lett. **44**, 802 (1984).
- [96] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling e B. P. Flanner, *Numerical recipes in Fortran*, Cambridge University Press, 1992.
- [97] S. W. Smith, *The Scientist and engineers's guide to digital signal processing*, California Technical, Publishing 1999.
- [98] X. Ying, S. R. Parihar, H. C. Manoharan e M. Shayegan, Phys. Rev. B **52**, R11611 (1995).
- [99] E. Skuras, R. Kumar, R. L. Williams, R. A. Stradling, J. E. Dmochowski, E. A. Johnson, A. Mackinnon, e J. J. Harris, Semicond. Sci. Technol. **6**, 535 (1991).
- [100] J. J. Harris, R. Murray e C. T. Foxon, Semicond. Sci. Technol. **8**, 31 (1993).
- [101] A. Cavaleiro, E. C. F. da Silva, E. K. Takahashi, A. A. Quivy, J. R. Leite e E. A. Meneses, Phys. Rev. B **65**, 075320 (2002).
- [102] E. Skurast, R. Kumart, R. L. Williams, R. A. Stradlingt, T. Dmochowskit, E. A. Johnson, A. Mackinnon, J. J. Harris, R. B. Beall, C. Skierbeszewskir, J. Singleton, P. J. van der Wel e P. Wisniewskiy, Semicond. Sci. Technol. **6**, 535 (1991).

- [103] E. P. De Poortere e M. Shayegan, Appl. Phys. Lett. **84**, 3832 (2004).
- [104] A. K. Saxena, Phys. Status Solid B **96**, K77 (1979).
- [105] A. K. Saxena, Appl. Phys. Lett. **36**, 79 (1979).
- [106] A. K. Saxena, J. Phys. C **13**, 4323 (1980).
- [107] H. C. Casey e M. B. Panish, J. Appl. Phys. **40**, 4919 (1969).
- [108] A. Fortini, J. Appl. Phys. **41**, 3121 (1970).
- [109] M. G. Craford e W. O Groves, Proc. IEEE **61**, 862 (1973)
- [110] R. W. Conard, P. L. Hoyt e D. D. Martin, J. Electrochem. Soc. **114**, 164 (1966).
- [111] W.Z. Zhoua, Z.M. Huang, Z.J. Qiu, T. Lina, L. Y. Shanga, D. L. Lic, H. L. Gaoc, L. J. Cuic, Y.P. Zengc, S. L. Guoa, Y. S. Guia, N. Daia e J. H. Chua, Solid State Commun. **142**, 393 (2007).
- [112] N. K. Patel, I. S. Millard, E. H. Linfield, P. D. Rose, M. P. Grimshaw, D. A. Ritchie, G. A. C. Jones e M. Pepper, Phys. Rev. B **53**, 15443 (1996).
- [113] S. Fukutani, Hideo Gotot, Nobuhiko Sawakit, Takamasa Suzukit, Hiroshi It08 e Kunihiro Harat, Semicond. Sci. Technol. **8**, 1881 (1993).
- [114] T. S. Lay, S. P. Shulda, J. Jo, X. Ying e M. Shayegan, Surface Science, **361/362**, 171 (1996).
- [115] X. C. Zhang, D. R. Faulhaber e H. W. Jiang, Phys. Rev. Lett. **95**, 216801 (2005).
- [116] K. Muraki, T. Saku, Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. **87** 196801 (2001).
- [117] C. Ellenberger, B. Simovic, R. Letourcq, T. Ihn, S. E. Ulloa, K. Ensslin, D. C. Driscoll, A. C. Gossard, Phys. Rev. B **74**, 195313 (2006).
- [118] N. Kumada, K. Muraki e Yoshiro Hirayama, Science **313**, 329 (2006).

- [119] S. Das Sarma, S. Sachdev, L. Zheng, Phys. Rev. Lett. **58**, 4672 (1998).
- [120] A. G. Davies, C. H. W. Barnes, K. R. Zolleis, J. T. Nicholls, M. Y. Simmons e D. A. Ritchie, Phys. Rev. B **54**, R17331 (1996).
- [121] G. S. Boebinger, H. W. Jiang, L. N. Pfeiffer e W. West, Phys. Rev. Lett. **64**, 1793 (1990).
- [122] A. Sawada, Z. F. Ezawa, H. Ohno, Y. Horikoshi, Y. Ohno, S. Kishimoto, F. Matsukura, M. Yasumoto e A. Urayama Phys. Rev. Lett. **80**, 4534 (1998).
- [123] L. Brey, E. Demler e S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **83** 168 (1999).
- [124] V. S. Khrapai, E. V. Deviatov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, F. Hastreiter, A. Wixforth, K. L. Campman e A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **84**, 725 (2000).