Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Processos dinâmicos em sistemas de transparência eletromagneticamente induzida.

Klara Rhaissa Burlamaqui Theophilo

Orientador: Prof. Dr. Paulo A. Nussenzveig

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Física para
a obtenção do título de Doutor em Ciências

Banca examinadora:

Prof. Dr. Paulo Alberto Nussenzveig (IFUSP)

Prof. Dr. Arnaldo Gammal (IFUSP)

Prof. Dr. José Roberto Rios Leite (UFPE)

Prof. Dr. Niklaus Ursus Wetter (IPEN)

Prof. Dr. Luís Eduardo Evangelista de Araujo (UNICAMP)

São Paulo
Junho de 2015

Resumo

A transparência eletromagneticamente induzida (EIT) atraiu bastante atenção no campo da física atômica por suas possíveis aplicações em informação quântica. No entanto, processos transientes em condição de EIT não foram tão largamente estudados. Nesse trabalho, investigamos átomos frios de rubídio sob condição de EIT, num estado transiente. Utilizando espectroscopia de correlação de ruído, que é uma técnica mais sensível que uma espectroscopia de intensidade média, investigamos a resposta atômica assimétrica para uma varredura crescente ou decrescente na frequência do feixe de prova do sistema de Λ -EIT. A observação dessa assimetria, que não podia ser explicada pelas previsões teóricas baseadas nas equações de Bloch para o átomo de 3-níveis, modelo até então utilizado, nos lançou numa busca pelas possíveis causas desse efeito enigmático. Logo, várias hipóteses foram formuladas, acarretando uma larga exploração experimental, incluindo o ângulo entre os feixes de EIT, dessintonia, potência e direção de incidência do rebombeio. Além disso, espectros no domínio do tempo foram estudados, para entender a evolução temporal do sistema para o estado estacionário. Paralelamente ao experimento, desenvolvemos novos modelos teóricos. Nossa mais recente abordagem teórica modela o sistema como um átomo de 5-níveis, nos quais 3 níveis são referentes ao sistema Λ e os outros dois são os níveis acoplados pelo rebombeio. Ainda mais, consideramos também as forças óticas no sistema. Esse modelo obteve bom acordo com os dados experimentais, para espectroscopia de intensidade média.

Abstract

The electromagnetic induced transparency (EIT) has attracted a lot of attention since its applications in quantum information were discovered. However, transient dynamics in this context were not as well explored. Here, we present a study of a cold rubidium ensemble under electromagnetic induced transparency (EIT), during a transient interaction. Using noise correlation spectroscopy, which is a more sensitive technique than a mean intensity spectroscopy, we investigated an asymmetric atomic response to an increasing or decreasing frequency scanning of the probe beams in the Λ -EIT system. The observation of this asymmetry, which could not be explained by the theoretical predictions based on the Bloch equations for 3-level atom, the previously used model, launched us in a search for possible causes of this enigmatic effect. Straightforward, several hypotheses were formulated, resulting in a wide experimental exploration, including parameters as the angle between the EIT beams, detuning, power and direction of incidence of the repump beam. In addition, spectra in the time domain were studied in order to understand the evolution of the system to the steady-state. Parallel to the experiment, we developed new theoretical models. Our latest theoretical approach models the system as an atom of 5-levels in which 3 levels are related to the Λ system and the other two levels are coupled by the repump. Moreover, we also consider the optical forces in the system. This model has obtained good agreement with the experimental data, for mean intensity spectroscopy.

Alice riu. "Não adianta tentar", ela disse:

"Não se pode acreditar em coisas impossíveis"

-Eu ousei dizer que você não praticou o suficiente.

- disse a Rainha. - Quando eu tinha sua idade,

eu sempre tentava meia hora por dia. Motivo pelo qual,

às vezes eu acreditava em até seis coisas impossíveis

antes do café da manhã."

L. Carroll

Agradecimentos

Talvez, para alguns, os agradecimentos sejam mera formalidade. Eu, no entanto, sinto que tenho muito a agradecer, à muitos.

Ao meu orientador Paulo Nussenzveig, primeiramente por apostar em mim, vinda de outra área, para fazer um doutorado em física atômica. Por toda as discussões físicas valiosas, por todo o aprendizado e todas às lições. Em especial, uma das últimas, me fazendo entender para a vida algo que eu já sabia, na física, há muito tempo: Potencial, sem força, não gera movimento.

Ao meu orientador, não de papel, mas de laboratório (e coração) Marcelo Martinelli. Por quem, por mais anti-profissional que soe dizer, sempre nutri um carinho quase paternal. Cada tarde compartilhada no laboratório, buscando os mistérios da eletrônica, da ótica, da física, me enchiam de um contentamento quase pueril, quase como se aquilo tudo fosse uma grande brincadeira. Obrigada por ser essa referência, não só para a física, mas para a vida. Obrigada por quando foi professor, e também técnico de eletrônica. Por quando foi o cara chato que marcava reunião às nove, e também por quando foi a palavra de incentivo. Obrigada por ter dito, ainda no meu primeiro dia no laboratório: "Não é porque o seu coração foi quebrado que você não pode se apaixonar de novo.". Piegas, mas verdadeiro. Pois esses quatro anos, foram, sobretudo, um apaixonamento constante pela ciência.

Aos meus amigos Rayssa, Hermano, Túlio e Igor, com os quais não dividi diretamente mesas no laboratório, mas dividi muitas coisas da vida. Obrigada por tolerarem as minhas teorias sobre o universo que é tudo e nada, por entenderem meus dramas (quase) mexicanos, por entenderem que, mesmo que eu, às vezes, me mude temporariamente para o espaço de Hilbert, eu sou uma boa pessoa. Obrigada por tudo.

Aos meus parceiros da MOT, Hans e, mais recentemente, Ashok, por tantos momentos divididos. De alegrias e desesperos, mais de desesperos que de alegrias, para ser sincera. Obrigada por também embarcar nesse desafio de domar esse experimento.

À todos os outros do laboratório; Renné, e sua mania de ser sempre do contra, Carlos, pelos momentos engraçados e as todas as contas, Felipe, por sempre ter resposta para todas as perguntas, Antônio, por sempre animar todas as tardes, mesmo as mais nauseabundas, Paula, por me mostrar facetas da vida que eu não enchargava, Renato, por me fazer embarcar nas discussões mais inúteis só para irritá-lo, Luís, por ter sido o melhor técnico do laboratório! Ao meu time de Rugby, USP Rugby, por ter feito os momentos intoleráveis na ciência toleráveis na vida. Obrigada por todas as amizades vindas de lá.

Obrigada à todos os meus outros amigos, cujos os nomes, se fosse citar, dariam páginas numerosas. Obrigada por terem sido meus amigos, vocês foram melhores que dinheiro. Melhores que viagens, melhores jóias. Melhores que frango assa...não, melhores que frango assado não. Ao meu pai, que sempre foi meu maior incentivador. Que sempre me apoiou, mesmo quando eu decidi lutar kung fu, mesmo quando eu chegava em casa coberta de lama, mesmo quando eu decidi gostar de exatas, mesmo quando eu decidi encher a casa de meninos e fazer um clube de foguetes amadores. Obrigada por ser sempre meu porto seguro, meu abraço certo, uma das minhas razões de viver. Obrigada por escutar sobre a minha pesquisa, mesmo sendo publicitário. Obrigada por ter me mostrado, desde sempre, que não havia nenhum problema em ser diferente. Aliás, obrigada por ter sido um dos poucos que sempre me deixou patente, que amar, de tudo independe.

À minha Mãe, que preferia que eu tivesse feito engenharia, mas que já se conformou com a física. Obrigada por tudo que abdicou por mim, que eu nem mesmo posso imaginar. Em especial, obrigada por me estimular, por instaurar praticamente uma proibição ao contentamento. Por me incentivar a desafiar os meus limites e tentar ser melhor. Às vezes me entristecia não ser nunca suficiente. Hoje eu percebo que lidar com essas frustrações foi fundamental para minha carreira científica. Obrigada.

Aos meus irmãos, que sempre foram companheiros, independente da distância. Que sempre me apoiaram e sempre acreditaram em mim, muitas vezes, muito mais que eu mesma. Obrigado por desde minha mais tenra infância terem estabelecido ideais tão sólidos de como eu deveria ser. Obrigada.

E, por fim, obrigada ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), que financiou grande parte da minha trajetória acadêmica.

Sumário

1	Introdução e Motivação	1
2	Modelos clássicos para a interação do átomo com a luz.	6
2.1	O modelo de Lorentz para o átomo	6
2.2	Análogo clássico	9
3	Teoria da interação átomo-luz	13
3.1	Interação com o campo: Aproximação de dipolo	13
3.2	Hamiltoniano de Interação	17
3.3	Equação Mestra	19
3.4	Equações de Bloch	21
3.5	Estado escuro.	23
3.6	Luz Lenta	25
4	Técnicas Experimentais	29
4.1	Átomos frios	29
4.2	Tempo de voo: Medidas de temperatura	34
4.3	Bombeamento Ótico	35
4.4	Espectroscopia de Ruído	37
4.4.1	Espectro de ruído	42
5	Resultados Experimentais	47
5.1	Aparato experimental	47
5.1.1	Estrutura de níveis do ^{87}Rb	47
5.1.2	Sistema de três níveis	48
5.1.3	Aparato Experimental	49
5.1.4	Caracterização da nuvem e dos feixes do experimento	51
5.1.4.1	MOT	51
5.1.4.2	Feixes de EIT	51

5.2	Perfil de correlação	53
5.3	Medidas de correlação com perfil assimétrico para varredura	54
5.4	Medida com dessintonia no feixe de EIT	56
5.5	Medidas no regime contra-propagante para os feixes de EIT	57
5.5.1	Variando a dessintonia, potência e geometria do rebombeio	57
5.6	Medidas Regime Copropagante	59
5.6.1	Medidas variando parâmetros do rebombeio	60
5.6.2	Medidas variando a taxa de varredura	65
5.7	Medidas com variação da densidade ótica	65
5.7.1	Medidas com evolução temporal	67
5.7.2	Medidas com tempo de espera	67
5.7.3	Sumário de resultados	67
6	Considerações sobre aproximações feitas no sistema	70
6.1	Polarização da luz para ondas planas não-coplanares	70
6.2	Oscilações do campo	74
6.3	Modulação espacial	76
6.3.1	Modulação espacial nos campos	76
6.3.2	Modulação espacial das coerências	77
6.3.3	Escalas de tempo do sistema	79
7	Modelo teórico para dinâmica do átomo de 5-níveis	81
7.1	O átomo de 5-níveis	81
7.2	Ação das forças no sistema	85
7.3	Teoria $\times$ Experimento	87
8	Conclusões e Perspectivas	92
A	Definição da direção de polarização do campo.	94
B	Equações de Bloch para o sistema de 5-níveis.	97
	Referências Bibliográficas	100

Capítulo 1

Introdução e Motivação

Da etimologia, sabemos que a palavra comunicação se origina do verbo latino *communicare* [1], significando, essencialmente, dividir. Mais propriamente: dividir informação. Para que haja comunicação, são necessárias três etapas: o pensamento - criação ou reconhecimento da informação a ser dividida, codificação - tradução da informação para um meio (canal) de transmissão em que ela possa ser enviada e, por fim, recepção - processo em que o receptor decodifica e entende a mensagem. Esse processo é muito intuitivo e natural para o homem. Verbalizamos nossas emoções, escutamos ou lemos notícias diariamente, enfim, trocamos informação e nos comunicamos intensamente.

No entanto, quando pensamos na comunicação de um ponto de vista tecnológico, esses processos, apesar de serem exatamente os mesmos, nos soam muito mais complexos. A verdade é que, em qualquer âmbito, um processo de comunicação segue etapas similares. Por exemplo, quando pensamos em comunicação quântica, as etapas são as seguintes; primeiramente, a geração da informação, ou seja, a preparação de um estado quântico. Posteriormente, a informação a ser comunicada é codificada, tipicamente em feixes luminosos, para ser, em seguida, transmitida. Mais adiante, essa informação será recebida por outro meio, em geral meios materiais, onde será codificada e armazenada¹. O receptor da mensagem, então, tem a informação disponível para que seja extraída do meio, decodificada e analisada (compreendida).

Nesse trabalho, investigamos processos de interação da luz com um meio atômico em condição de transparência eletromagneticamente induzida (EIT) [2], pois esse tipo de interação pode ser utilizado como protocolo para comunicação quântica, dado que permite o mapeamento da informação contida nos estados quânticos da luz nos estados atômicos. Espera-se que a interação átomo-luz, em condição de EIT, funcione como uma das etapas de um sis-

¹A etapa de armazenamento não é impreterível, porém, é importante dado a dificuldade de confinar radiação eletromagnética

tema de comunicação, onde o objetivo de longo prazo é a criação de uma rede completa de comunicação quântica, tal qual proposta por Kimble *et. al* [3]. Essa proposta visa codificar a informação nos estados quânticos da luz e utilizar as propriedades da mecânica quântica para construir uma rede com todas as suas etapas: distribuição, manipulação e armazenamento de informação.

A grande vantagem de adotar um protocolo de comunicação baseado nas leis da mecânica quântica é que as propriedades dos sistemas quânticos permitem processamentos de dados com maior confiabilidade e maior eficiência. Por exemplo, o teorema da não-clonagem [4, 5] aumenta a confiabilidade da criptografia quântica, pois se houver um ataque aos canais de comunicação, é possível detectá-lo. Já pensando em velocidade de processamento, é interessante ressaltar que os sistemas quânticos podem existir em uma superposição de estados. Diferentemente de um sistema clássico, que possui dois “estados” possíveis, mutuamente exclusivos. Isso implica que cada bit de informação clássico precisa ser lido individualmente, enquanto que para um sistema quântico, os qubits podem ser lidos em conjunto. Isso porque, por exemplo, um conjunto de 2 bits clássico, que vamos representar pelo estado quântico análogo $|\Psi_i\rangle$, pode ser encontrado em um dos 4 estados: $|\Psi_1\rangle = |1\rangle|0\rangle$, $|\Psi_2\rangle = |0\rangle|1\rangle$, $|\Psi_3\rangle = |1\rangle|1\rangle$, $|\Psi_4\rangle = |0\rangle|0\rangle$. Os estados $|\Psi_i\rangle$ são estados separáveis, onde não existe correlação quântica entre o primeiro e o segundo bit. Destarte, para que se faça uma leitura, todos os bits do sistema terão que ser lidos, individualmente. Por outro lado, qubits podem estar em um estado emaranhado do tipo $|\Psi\rangle = a|1, 0\rangle + b|0, 1\rangle$, logo, uma vez feita uma leitura e obtido, com boa aproximação, os coeficientes a ou b , a informação terá sido lida em conjuntos. Vale salientar que o emaranhamento [6] é uma propriedade fundamental para a informação quântica, que também serviu de base para vários protocolos de comunicação e transmissão de informação a longas distâncias [7, 8, 9, 10, 11, 12].

Analizando os possíveis benefícios da mecânica quântica em termos de poderio computacional, é notável a possibilidade de miniaturização dos sistemas. Em um computador, o processamento de informação é usualmente feito em memórias de acesso aleatório (as memórias RAM) que são pequenos circuitos integrados compostos por transistores e outros elementos eletrônicos. Esses transistores vêm passando por um processo de miniaturização perene, com o objetivo de aumentar o número de transistors e, portanto, a capacidade de processamento em uma determinada máquina. Por exemplo, na Figura 1.0.1, vemos a comparação do tamanho do primeiro transistor inventado, em 1947, aos transistores lançados pela Intel em 2012. A diferença em tamanho é proporcional a um fator de 10^6 . No entanto, essa miniaturização chegará a um ponto onde os efeitos da mecânica quântica não poderão ser negligenciados. Dada essa inevitável previsão, surgiu a ideia de utilizar os próprios conceitos da mecânica quântica para desenvolver algoritmos de processamento de informação.

Essa ideia surgiu primeiramente com Feynman [13], majoritariamente como uma ideia de utilizar computadores quânticos para simular fenômenos físicos. As demandas de como essa máquina funcionaria e qual seria a relação dela com seu análogo clássico levaram David Deutsch, em 1985, a publicar um artigo onde está a definição do conceito de computador quântico moderno [14]. Posteriormente, foram desenvolvidos algoritmos [15], iniciou-se a busca por sistemas físicos [21, 22, 23, 24, 25] que pudessem servir para implementação de um *qubit*² e assim surgiu o campo da informação e computação quântica, que vem se desenvolvendo brutalmente nas últimas duas décadas.

A verdade é que, seja num processamento de informações computacional, ou na comunicação de longas distâncias, o intento é sempre codificar, transmitir e armazenar informações. Em mecânica quântica, essa troca de informação acontece através de uma operação quântica, que nada mais é do que um mapeamento de um espaço de Hilbert de dimensão finita H_1 em outro H_2 , obedecendo determinadas propriedades³. Para um estado quântico, isso significa um mapeamento da matriz densidade do estado inicial na matriz densidade do estado final. Logo, um Hamiltoniano⁴ pode ser visto como um mapeamento. Isso nos traz de volta ao assunto desse trabalho: a interação luz-matéria. Através de um Hamiltoniano de interação, geramos um mapeamento do estado da luz no meio atômico, ou seja, informação contida nos estados quânticos da luz é transferida para excitações atômicas. Como será discutido, em condição de EIT, temos exatamente um Hamiltoniano de interação⁵ que permite esse mapeamento. No entanto, para descrever essas dinâmicas de interação propriamente, precisamos conhecer a natureza da interação da radiação-matéria em seu nível mais fundamental. Nesse trabalho, utilizamos a técnica de espectroscopia de ruído e correlação, que é uma espectroscopia baseada nas flutuações de intensidade dos campos após interação com os átomos, para investigar as propriedades atômicas. Como a espectroscopia de ruído é uma forma mais sensível de sondar o sistema, permitindo, em determinadas condições, medidas mais precisas das larguras naturais dos efeitos coerentes, exploramos, com essa técnica, as fronteiras dos sistemas de Λ – EIT para descobrir novos fenômenos físicos. Em particular, nesse trabalho, investigamos as correlações de ruído em sistemas de EIT fora do estado estacionário. Procuramos entender as correlações de ruído que são induzidas devido a efeitos dinâmicos das coerências e populações atômicas. Como qualquer aplicação, seja ela de metrologia ou no âmbito da informação quântica, depende de um controle quântico eficiente, esse tipo de estudo nos fornece ferramentas para explorar futuras aplicações de sistemas atômicos.

Como já mencionamos anteriormente, fenômenos de ótica não-linear, como a EIT, podem

²Análogo quântico do bit de informação.

³Esse mapeamento é linear, completamente positivo e preserva o traço.[15]

⁴Que pode ser entendido como um operação quântica que mapeia $\rho_{inicial} \rightarrow \rho_{final}$.

⁵Porém outros Hamiltonianos de interação podem permitir esse mapeamento.

Figura 1.0.1: (esquerda) Réplica do primeiro transistor inventado em 1947 no Bell's lab. Não é conhecida a dimensão exata do primeiro transistor, porém os transistors produzidos em 1948 tinha dimensões da ordem de centímetros (altura de 6,3cm, largura de 5,7cm e espessura de 2.5cm) [18] e (direita) Nova geração de transistors lançados pela Intel em 2012, onde 22nm é a largura do substrato onde as 3 portas estão (ponta direita da figura). Imagens retiradas de [19, 20].

ser largamente aplicados em protocolos de comunicação e computação quântica, estando, por exemplo, associados com o desenvolvimento de processos de chaveamento [16] e armazenamento [17] quânticos. Como uma última, mas não menos importante, motivação temos, no nosso laboratório, o objetivo futuro de construir uma rede de comunicação quântica. Utilizaremos um meio atômico e um oscilador paramétrico ótico (OPO) triplamente ressonante, capaz de gerar três feixes emaranhados. Um dos feixes emaranhados, o bombeio (emitido em 780 nm), será enviado para os átomos, para que seja emaranhado com os estados atômicos, através de um processo não linear (EIT, Mistura de quatro ondas, etc.). Os outros dois feixes emitidos, os feixes gêmeos, serão emitidos no comprimento de onda próximo a 1550 nm, que está justamente em uma das janelas de transmissão em que as fibras óticas apresentam baixas perdas. Portanto, gera-se a possibilidade de emaranhamento com outros dispositivos diversos. Esse esquema nos permite ter estações de armazenamento de informação (meios atômicos, etc.) e também “linhas de transmissão” (Feixes luminosos, etc.), gerando assim uma rede de comunicação (Figura 1.0.2).

Figura 1.0.2: Representação esquemática de uma rede de comunicação quântica. Luz triplamente emaranhada emitida por um OPO interage com um sistema atômico e um outro sistema genérico. As interações luz-matéria acontecem em meios não-lineares ($\chi^{(2)}$ para o cristal e $\chi^{(3)}$ para o meio atômico) que possibilitam manipular a luz para gerar transmissão, armazenamento e manipulação de informação.

Capítulo 2

Modelos clássicos para a interação do átomo com a luz.

O conceito de transparência associado às nossas vivências num mundo macroscópico (clássico) é diretamente ligado às interações lineares da luz com os meios. Justamente porque quando a luz atravessa um meio transparente, e é essencialmente transmitida, esse processo é regido, majoritariamente, pela susceptibilidade de primeira ordem do meio, associada ao índice de refração. Na propagação em meios transparentes, a luz tem sua velocidade alterada porém não é absorvida, nem sofre alterações na sua frequência.

No entanto, quando pensamos em transparência eletromagneticamente induzida, entramos no domínio dos efeitos não lineares. Apesar desse fenômeno ser bem descrito por análogos clássicos [26], a transparência está relacionada com os níveis de energia quantizados dos átomos, sendo induzida através da interação de feixes luminosos com esses múltiplos níveis de energia atômicos. O meio torna-se transparente devido às não-linearidades dessa interação (as susceptibilidades de ordens maiores induzidas, $\chi^{(i)}$, $i > 1$). Portanto, transparência, nesse caso, é resultado da **interação** luz-matéria. Os fenômenos que se originam são de natureza intrinsecamente dependentes da presença de campos de excitação no meio.

Nesse capítulo, estudaremos sistemas atômicos em condição de transparência eletromagneticamente induzida. Nós o faremos do ponto de vista fenomenológico e conceitual, associando a modelos clássicos de fácil compreensão. Buscamos criar uma intuição relativa às interações átomo-luz para que o conhecimento não esteja apoiado apenas no formalismo matemático.

2.1 O modelo de Lorentz para o átomo

No modelo atômico proposto por Rutherford-Bohr, podemos imaginar o átomo como um núcleo pontual e positivo, cercado por elétrons em órbita, formando uma nuvem eletrônica.

Quando imersas em um campo externo $\vec{E}$, as cargas elétricas têm a tendência de orientar-se com o campo; cargas negativas se orientam na direção oposta ao campo, enquanto cargas positivas se orientam a favor do campo. Portanto, o átomo imerso em um campo elétrico tende a formar um dipolo [27]. Se o campo no qual esse átomo está imerso oscilar no tempo com uma determinada frequência, ou seja $\vec{E}(\omega)$, em regime estacionário, teremos um dipolo oscilando com essa mesma frequência.

Da mecânica clássica, sabemos que um processo oscilatório só ocorre quando há uma força restauradora agindo no sistema, portanto, podemos procurar por uma força desse tipo na descrição clássica do átomo. Primeiramente, vamos imaginar o átomo como um núcleo pontual positivo, envolvido por uma nuvem eletrônica esférica de densidade uniforme, portanto, podemos escrever:

$$\rho_{carga} = \frac{Carga\ total}{Volume}. \quad (2.1.1)$$

Logo:

$$e = \frac{4\pi}{3}\rho R^3 \rightarrow \rho = \frac{3e}{4\pi R^3}, \quad (2.1.2)$$

onde e é a carga do elétron e R é o raio da nuvem eletrônica. Agora, vamos calcular a força que essa distribuição de carga eletrônica gera na carga de prova, quando essa é deslocada do centro da nuvem. A força elétrica é:

$$\vec{F}_{at}(r) = q\vec{E}. \quad (2.1.3)$$

Onde q é a carga do núcleo e $\vec{E}$ é o campo elétrico gerado pela nuvem eletrônica. Usando a Lei de Gauss para calcular o campo gerado por uma distribuição de carga eletrônica de raio r , temos:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{A} = \frac{Q_n}{\varepsilon_0}, \quad (2.1.4)$$

$$\vec{E} \oint_S \vec{A} = \frac{Q_n}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{Q_n}{4\pi r^2 \varepsilon_0}, \quad (2.1.5)$$

onde a carga total Q_n envolvida pela superfície de raio r , para $r < R$, é dada por:

$$Q_n = \rho V \rightarrow \frac{3e}{4\pi R^3} \frac{4\pi r^3}{3} \rightarrow Q_n = \frac{er^3}{R^3}. \quad (2.1.6)$$

Portanto, substituindo em 2.1.4, teremos:

$$E(r) = \frac{er}{4\pi R^3 \varepsilon_0}. \quad (2.1.7)$$

Esse é o campo elétrico gerado em um ponto r por uma distribuição de carga esférica de raio R .

Portanto, a força será:

$$\vec{F}_{at}(r) = -q \frac{er}{4\pi R^3 \varepsilon_0} \hat{r}, \quad (2.1.8)$$

pois a força é atrativa, apontando para o centro da nuvem. Para simplificar a discussão, vamos fazer $q = e$, teremos, então:

$$\vec{F}_{at}(r) = -\frac{e^2 r}{4\pi R^3 \varepsilon_0} \hat{r} \rightarrow \vec{F}_{at}(r) = -m\omega_0^2 r \hat{r}, \quad (2.1.9)$$

Onde:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{e^2}{4m\pi R^3 \varepsilon_0}}. \quad (2.1.10)$$

Portanto, vemos que a força eletromagnética em um átomo tem a forma de uma força restauradora linear com a distância ao centro, gerando um movimento oscilatório harmônico sempre que o núcleo se desloca do centro da nuvem atômica.

Agora, vamos entender como o átomo responde a um campo de excitação. Primeiramente, vamos escrever a equação de movimento para um átomo que não está sujeito a um campo externo:

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -m\omega_0^2 \vec{r} \quad (2.1.11)$$

Na equação acima, m é a massa reduzida do sistema núcleo + nuvem eletrônica. Em nuvens de apenas um elétron, m , com uma boa aproximação, é a massa do núcleo. Agora vamos considerar a existência de um campo de excitação que contribuirá com uma força $\vec{F} = q \vec{E}(\omega, t)$. Essa força entrará na equação de movimento como uma força de bombeio do sistema, uma força externa, tal que:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}. \quad (2.1.12)$$

Logo reconhecemos essa equação como de um oscilador harmônico forçado. A descrição do átomo está quase completa, porém, é preciso atentar para o fato de que cargas elétricas oscilando irão emitir radiação, fazendo com que o sistema perca energia. Então, é necessário

adicionar um termo de amortecimento, dado por: $2\beta \frac{d\vec{r}}{dt}$, de forma que:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + 2\beta \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}. \quad (2.1.13)$$

Portanto, vemos que a resposta de um átomo excitado por um campo, no eletromagnetismo clássico, é simplesmente um oscilador harmônico forçado e amortecido.

2.2 Análogo clássico

A transparência eletromagneticamente induzida (EIT) em sistemas atômicos é originada através de uma interferência quântica entre as possíveis excitações de um átomo. Apesar de interferência entre caminhos de excitação atômicos ser algo corriqueiro na mecânica quântica, tal interferência está fora do contexto usual da mecânica clássica. Porém, quando tratamos de ondas eletromagnéticas, mesmo adotando um ponto de vista clássico, processos de interferências são ordinários. É possível, então, buscarmos traçar paralelos entre o sistema clássico e o quântico, construindo um modelo clássico análogo para a EIT, de forma que possamos entender melhor como ocorre essa interferência de caminhos de excitação.

Sabemos que um átomo sujeito a um campo eletromagnético oscilante polarizar-se-á de acordo com o campo, e portanto, oscilará. Logo, um modelo que representa o átomo como um oscilador harmônico é bem apropriado para descrever a interação da luz com a matéria, como mostramos na seção anterior. Então, vamos seguir um modelo [26] que representa o átomo e a excitação dos seus respectivos níveis de energia através de um conjunto de osciladores harmônicos acoplados, tais como o sistema massa-mola, mostrado na Figura 2.2.1. Vemos, na figura, uma massa ligada a duas molas, de constantes elásticas k_1 e K . A primeira mola está ligada a uma parede e a segunda a uma outra massa, respectivamente. A partícula também está sujeita a uma força harmônica $F_s(\omega, t) = F e^{i(\omega_s t + \phi_s)}$. Essa partícula de massa m sujeita a ação da força harmônica (equivalente a um campo externo) e das forças restauradoras das molas (equivalentes às forças restauradoras no átomo) será o análogo clássico do átomo. A presença de múltiplas forças harmônicas no sistema visa simular o efeito da excitação simultânea de duas transições atômicas.

Um átomo tenderá a oscilar de forma diferente, dependendo do campo que o excita. Portanto, é necessário que o análogo clássico responda a várias frequências de vibração para simular o efeito do átomo acoplado a diferentes radiações. Além disso, num processo de EIT, mais de uma transição atômica pode ser excitada. Como o mesmo átomo, excitado por dois campos, não pode oscilar independentemente, respondendo a cada uma de suas transições excitadas se houver um nível comum às duas transições, o efeito de dois campos excitando um único átomo será similar a oscilação de dois osciladores acoplados, cada um

Figura 2.2.1: Representação de um sistema análogo clássico da EIT. Dois osciladores acoplados.

representando uma transição atômica. No modelo aqui apresentado, esse efeito é simulado pelo acoplamento, através da mola de constante K , de uma segunda massa no sistema.

A oscilação da massa m (direita) acoplada à mola de constante k_2 representará um campo de bombeio agindo em uma transição atômica, enquanto que a força harmônica $F_s(\omega, t)$ agindo sobre a massa m (esquerda) representará o campo de prova no sistema.

Escrevendo as equações de movimento das partículas 1 (esquerda) e 2 (direita), na Figura 2.2.1, em relação as posições de equilíbrio x_1 e x_2 , respectivamente, temos:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \gamma_1 \frac{dx_1}{dt} + \omega^2 x_1 - \Omega_r^2 x_2 = \frac{F \exp(-i\omega_s t)}{m}, \quad (2.2.1)$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + \gamma_2 \frac{dx_2}{dt} + \omega^2 x_2 - \Omega_r^2 x_1 = 0, \quad (2.2.2)$$

onde fizemos $k_1 = k_2$, consideramos a fase $\phi_s = 0$ e definimos as frequências $\Omega_r^2 = \frac{K}{m}$ e $\omega = \frac{k}{m}$. Também vamos considerar γ_1 como a taxa de dissipação (que representará a emissão espontânea) agindo na partícula 1 e γ_2 como a taxa de dissipação na transição excitada pelo campo de bombeio.

Como estamos interessados na absorção ¹ do campo de prova pela partícula 1, procuramos a solução da equação para x_1 . Vamos supor soluções do tipo:

$$x_i(t) = N e^{-i\omega_s t}, \quad (2.2.3)$$

onde o índice $i = 1, 2$ e N é uma constante. Substituindo esses valores na equação 2.2.1, teremos a solução estacionária:

$$x_1(t) = \frac{(\omega^2 - \omega_s^2 - i\gamma_2\omega_s) F e^{-i\omega_s t}}{m[(\omega^2 - \omega_s^2 - i\gamma_1\omega_s)(\omega^2 - \omega_s^2 - i\gamma_2\omega_s) - \Omega_r^4]}, \quad (2.2.4)$$

A potência mecânica absorvida será equivalente à absorção do feixe pelo meio atômico. Portanto, calculando a potência mecânica absorvida pela partícula 1, temos:

¹Espectros de absorção de um feixe são uma boa ferramenta para investigar o comportamento de um átomo.

Figure 2.2.2: Parte real da potência mecânica absorvida, para $\Omega_r = a) 0, b) 10$. Dessintonia $\delta = \omega_s - \omega$ em unidades de frequência, tipicamente MHz. $\gamma_1 = 0.1$, $\gamma_2 = 4 \times 10^4$. $F = m = 1$.

$$P(t) = F e^{-i\omega_s t} \dot{x}_1(t). \quad (2.2.5)$$

Considerando apenas a média num ciclo:

$$P_s(\omega_s) = \frac{2\pi i F^2 (\omega^2 - \omega_s^2 - i\gamma_2 \omega_s)}{m[(\omega^2 - \omega_s^2 - i\gamma_1 \omega_s)(\omega^2 - \omega_s^2 - i\gamma_2 \omega_s) - \Omega_r^4]}. \quad (2.2.6)$$

Podemos agora utilizar essa analogia para fazer comparações diretas aos resultados experimentais de EIT. Quando $\Omega_r = 0$, a parte real de $P_s(\omega_s)$ nos fornece um típico perfil de absorção atômico, como podemos observar na Figura 2.2.2. À medida que Ω_r aumenta, começamos a ver um vale de transmissão no pico de absorção, evidenciando uma interferência destrutiva entre os modos normais de oscilação. Se o valor de Ω_r aumentar o suficiente, veremos dois picos de absorção separados. Esse efeito é conhecido como dubleto de Autler-Townes [29].

A largura natural de EIT será determinada pela largura, obtida com o menor valor de Ω_r , na qual conseguimos observar transparência perfeita. Ademais, vamos denominar esse valor de Ω_r como Ω_{crit} para que possamos ressaltar que para $\Omega_r > \Omega_{crit}$, observaremos alargamento por potência. Vale, também, salientar que $\gamma_2 \gg \gamma_1$ para que haja bombeio coerente da partícula 1 [26]. Ou seja, não deve haver aumento significativo da taxa de dissipação pela adição de um campo de bombeio. Num contexto de EIT isso significa que a transferência de população do nível $|1\rangle$ para o nível $|2\rangle$ (níveis fundamentais num sistema Λ) é muito pequena em comparação a transferência de população para o nível excitado. O aumento dessa taxa de dissipação degrada a transparência.

Se olharmos para a dependência em frequência da parte real da amplitude de oscilação de $x_1(t)$, dada pela Equação 2.2.4, veremos, na Figura 2.2.3, outro comportamento análogo

Figure 2.2.3: Parte real da amplitude de oscilação em unidades arbitrárias, para $\Omega_r = 10$. Dessintonia $\delta = \omega_s - \omega$ em unidades de frequência, tipicamente MHz. $\gamma_1 = 0.1$, $\gamma_2 = 0,7 \times 10^5$. $F = m = 1$.

ao observado para um sistema de EIT. Nesse gráfico, vemos o comportamento dispersivo do processo de interferência. É claramente observável um perfil de variação acentuada ao redor da ressonância. Esse mesmo tipo de perfil é observado na parte real da susceptibilidade para meios em condição de EIT. Se analisarmos essa característica associada a uma relação de dispersão, é possível mostrar que esse comportamento dispersivo é o responsável pela propagação lenta da luz nos meios de EIT, como veremos no próximo capítulo.

Esse análogo clássico reproduz o comportamento de um átomo excitado por um campo de bombeio e um campo de prova. O campo de bombeio está relacionado com uma visão de campo quantizado onde o átomo é vestido e, portanto, esse campo é representado, no sistema, por um oscilador harmônico onde os modos normais de oscilação serão equivalentes aos estados vestidos. Uma representação similar pode ser feita para dois campos clássicos, na qual teremos três osciladores acoplados [30]. Em todas as representações, fica claro que os fenômenos de transparência são resultado, no movimento da partícula, da interferência das forças que bombeiam o sistema, sejam elas campos eletromagnéticos ou forças mecânicas.

Capítulo 3

Teoria da interação átomo-luz

A interação da radiação eletromagnética com a matéria nem sempre precisa de um formalismo completamente quântico para ser analisada. Grande parte dos processos, incluindo os fenômenos de EIT aqui estudados, são mais convenientemente descritos em termos de uma abordagem semi-clássica. A abordagem semi-clássica considera o átomo com níveis de energia quantizados, obedecendo às leis da mecânica quântica, enquanto o campo eletromagnético, por ser intenso e composto de vários fótons (trabalhamos com campos intensos, com uma estatística poissoniana de fótons), é descrito de forma clássica [28].

Esse capítulo apresenta a trilha teórica para estudar os fenômenos de EIT, desde a construção de um operador que descreva a interação até os efeitos no índice de refração da luz, passando, obviamente, pelas equações de movimento que gerem o sistema.

3.1 Interação com o campo: Aproximação de dipolo

A interação de um átomo com um campo eletromagnético na descrição semi-clássica é uma aproximação em que o campo se comporta classicamente, obedecendo as leis do eletromagnetismo, e o átomo quanticamente, tendo níveis de energia discretos que podem ser populados por elétrons.

A interação do campo com o átomo será descrita através de um Hamiltoniano que representará a ação da radiação eletromagnética sobre uma partícula (elétron). O procedimento para definir esse Hamiltoniano é o usual da mecânica clássica: Primeiro, definir a força conservativa agindo no sistema. Depois escrever o Lagrangeano do sistema, definido como $\mathcal{L} = T - V$, onde T é a energia cinética e V a potencial e, por fim, definir os momentos canônicos conjugados, dados por $p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_i}$. Agora, é possível escrever o Hamiltoniano diretamente da sua definição:

$$\mathcal{H}(q_i, p_i, t) = \sum_i p_i \dot{q}_i - \mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t). \quad (3.1.1)$$

O tratamento mais detalhado foge ao escopo dessa análise e pode ser encontrado em [31, 32]. Feito o cálculo, chegaremos ao Hamiltoniano do sistema, definido como:

$$H = \frac{p^2}{2m_e} + e\phi(x) - \frac{e}{m_e} \vec{A} \cdot \vec{p} + \frac{e^2}{2m_e} \vec{A}^2. \quad (3.1.2)$$

Nessa equação, $\vec{A}$ é o potencial vetor magnético:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (3.1.3)$$

e $\phi(x)$ é o potencial escalar:

$$\vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \phi(x). \quad (3.1.4)$$

Além disso, e e m_e são a carga e a massa do elétron respectivamente.

Vemos, na expressão 3.1.2, que o primeiro e segundo termos são relativos à energia cinética e potencial do elétron livre. O último termo só envolve grandezas relativas ao campo e é geralmente pequeno e desprezível¹. Logo, apenas o termo $-\frac{e}{m_e} \vec{A} \cdot \vec{p}$ do H_{int} é suficiente para quantificar a interação do elétron com o campo eletromagnético e portanto iremos nos focar nele. Primeiramente, vamos definir e utilizar o calibre de Coulomb, onde $\nabla \cdot \vec{A} = 0$. Também vamos considerar o campo como uma onda plana monocromática, tal que:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \hat{e}, \quad (3.1.5)$$

de forma que o potencial vetor dessa onda poderá ser escrito² como:

$$\vec{A} = 2A_0 \hat{e} \cos\left(\frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} - \omega t\right), \quad (3.1.6)$$

onde $\hat{e}$ e $\hat{n}$ são a polarização e a direção de propagação dos campos. Expandindo o cosseno em exponenciais, podemos escrever:

$$\vec{A} = A_0 \hat{e} [e^{i(\frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} - \omega t)} + e^{-i(\frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} - \omega t)}], \quad (3.1.7)$$

Agora, se utilizarmos esse potencial vetor para calcular o terceiro termo da equação 3.1.2,

¹Esse termo é 10^{-19} vezes menor que o outro termo do Hamiltoniano de interação

²Através das equação de Maxwell $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ e identidade vetorial $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$, valida para coordenadas cartesianas [33].

temos:

$$-\frac{e}{m_e} A_0 \hat{\varepsilon} \cdot \vec{p} [e^{i(\frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} - \omega t')} + e^{-i(\frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} - \omega t')}] . \quad (3.1.8)$$

Com a teoria das perturbações [34, 35], podemos calcular a probabilidade que essa interação tem de induzir uma transição entre os níveis de energia atômicos. Para esse cálculo, vamos considerar a representação de interação. A representação de interação é uma representação intermediária entre a de Schrödinger, em que os estados evoluem, e a de Heisenberg, onde os operadores evoluem. Ela é particularmente útil para trabalhar com Hamiltonianos que possuam dependência temporal, pois será possível definir $H_{Total} = H_0 + H_{int}$, onde H_0 é a parte que pode ser resolvida de forma exata, em geral, independente do tempo e H_{int} traz interações de análise mais complexas. Essa separação é particularmente útil para utilizar teoria de perturbação. Assim, a evolução dos estados será dada por:

$$|\psi_I(t)\rangle = \exp\left(\frac{iH_{0,st}}{\hbar}\right) |\psi_S(t)\rangle, \quad (3.1.9)$$

enquanto que a evolução dos operadores será:

$$A_I(t) = \exp\left(\frac{iH_{0,st}}{\hbar}\right) A_S(t) \exp\left(\frac{-iH_{0,st}}{\hbar}\right), \quad (3.1.10)$$

onde os subscritos S e I se referem à representação de Schrödinger e de interação, respectivamente. O Hamiltoniano de interação pode ser tratado perturbativamente e sua evolução dada por:

$$H_{int,I}(t) = \exp\left(\frac{iH_{0,st}}{\hbar}\right) H_{int,S}(t) \exp\left(\frac{-iH_{0,st}}{\hbar}\right). \quad (3.1.11)$$

Se considerarmos que apenas os autoestados do Hamiltoniano não-perturbado são populados inicialmente, e que a perturbação é iniciada em um tempo $t = 0$, podemos escrever o coeficiente de transição dos estados, em primeira ordem, como [35]:

$$c_n^{(1)} = \frac{-i}{\hbar} \frac{e}{m_e} A_0 \int_0^t e^{i(\frac{E_n - E_i}{\hbar})t'} \langle n | (e^{i(\frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} - \omega t')} + e^{-i(\frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} - \omega t')}) \hat{\varepsilon} \cdot \vec{p} | i \rangle dt'. \quad (3.1.12)$$

Nessa expressão, E_j são as energias do estado $|j\rangle$. Vamos definir também $\omega_{jk} = E_j - E_k$. Calculando a integral em dt' , teremos:

$$c_n^{(1)} = \frac{-i}{\hbar} \frac{e}{m_e} A_0 \times \left\{ \langle n | \hat{\varepsilon} \cdot \vec{p} e^{i \frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c}} | i \rangle \frac{(e^{-i(\omega - \omega_{ni})t'} - 1)}{i(\omega_{ni} - \omega)} + \langle n | \hat{\varepsilon} \cdot \vec{p} e^{-i \frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c}} | i \rangle \frac{(e^{i(\omega + \omega_{ni})t'} - 1)}{i(\omega_{ni} + \omega)} \right\}. \quad (3.1.13)$$

Vamos analisar essa probabilidade de transição. Se fizermos $t \rightarrow \infty$, vemos que, com a passagem do tempo e a estabilização do sistema, as probabilidades de transição só serão não negligenciáveis, ou seja $c_n^{(1)} \neq 0$, se :

$$\begin{aligned} i(\omega_{ni} - \omega) \simeq 0 &\rightarrow E_n \simeq E_i + \hbar\omega \\ i(\omega_{ni} + \omega) \simeq 0 &\rightarrow E_n \simeq E_i - \hbar\omega \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

Essas duas equações nos mostram que a energia do sistema não se mantém constante, e apenas transições em que o sistema ganha $\hbar\omega$ do campo (absorção) ou perde $\hbar\omega$ para o campo (emissão) ocorrem. Além disso, esses dois processos competem, uma vez que os dois termos são negligenciáveis de forma mutuamente exclusiva .

Vamos agora considerar as aproximações que podem ser feitas nesse modelo. Primeiramente: sabemos que o comprimento de onda das radiações que excitam transições óticas deve ser da ordem de centenas de nanômetros, para que $\hbar\omega$ seja da mesma ordem de grandeza do espaçamento entre os níveis de energia atômicos, que são da ordem de $\frac{Z^2 e^2}{a_0} = \frac{Z e^2}{R_{atom}}$.³ Portanto, o termo $\frac{\omega x}{c} = \frac{2\pi x}{\lambda} \ll 1$. Logo, podemos fazer uma expansão em série de Taylor e aproximar a exponencial pelo termo de menor ordem na expansão:

$$e^{i \frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c}} = 1 + i \frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c} + O^n, \quad (3.1.15)$$

$$\langle n | \hat{\varepsilon} \cdot \vec{p} e^{i \frac{\omega \hat{n} \cdot \vec{x}}{c}} | i \rangle \rightarrow \langle n | \hat{\varepsilon} \cdot \vec{p} | i \rangle. \quad (3.1.16)$$

Para simplificar o tratamento, vamos considerar uma polarização linear no eixo x e o campo se propagando na direção z , de forma que apenas o elemento p_x sobrevive na Equação 3.1.16. Das regras de comutação da mecânica quântica⁴, temos:

$$[H_0, x] = \frac{-i\hbar p_x}{m}. \quad (3.1.17)$$

Onde H_0 é tipicamente o Hamiltoniano de partícula livre:

³Partindo do formalismo de Bohr para a separação dos níveis atômicos, onde a_0 é o Raio de Bohr.

⁴Na representação de interação, temos equações similares às de Heisenberg para a evolução dos operadores: $\frac{dA_I}{dt} = \frac{[H_0, A_I]}{i\hbar}$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2.$$

Logo, podemos substituir o comutador na Equação 3.1.16 e obteremos:

$$\frac{m}{i\hbar}\langle n|H_0x - xH_0|i\rangle \rightarrow -\frac{m}{i}(E_n - E_i)\langle n|x|i\rangle = im\omega_{ni}\langle n|x|i\rangle. \quad (3.1.18)$$

Por fim, substituindo o valor de 3.1.18 na Equação 3.1.13, temos:

$$c_n^{(1)} = \frac{e}{i\hbar}A_0 \left\{ \omega_{ni}\langle n|x|i\rangle \left[\frac{e^{-i(\omega-\omega_{ni})t'}}{(\omega_{ni}-\omega)} + \frac{e^{i(\omega+\omega_{ni})t'}}{(\omega_{ni}+\omega)} \right] \right\}. \quad (3.1.19)$$

Essa aproximação é conhecida como **aproximação de dipolo**, por fornecer um coeficiente $c_n^{(1)}$ proporcional ao momento de dipolo ótico associado à transição dos níveis $|n\rangle \rightarrow |i\rangle$ do átomo. Esse termo da Equação 3.1.18 vai governar as transições entre os níveis de energia atômicos, quando interagindo com a radiação eletromagnética. Portanto a probabilidade de um átomo, interagindo com um campo eletromagnético, absorver ou emitir um fóton de energia $\hbar\omega$ será sempre proporcional a $|\langle n|x|i\rangle|^2$. Vamos utilizar essa aproximação para escrever o operador dipolo de transição e assim construir o Hamiltoniano de interação luz-matéria.

3.2 Hamiltoniano de Interação

A dinâmica de um sistema quântico será tipicamente descrita por uma equação diferencial. Independente da representação escolhida, o resultado final da evolução do sistema deve ser equivalente nas três representações possíveis. Todas essas descrições têm, como peça fundamental, o Hamiltoniano do sistema. Vamos escrevê-lo como:

$$H = H_0 + H_{int}, \quad (3.2.1)$$

onde $H_0 = \sum_i \hbar\omega_i$ é o Hamiltoniano do átomo livre⁵ e H_{int} é o Hamiltoniano de interação. Como estamos interessados na interação átomo-luz, focaremos nossa atenção no Hamiltoniano de interação.

Sabemos que a radiação eletromagnética pode induzir mudanças nos estados de energia dos átomos. Da equação 3.1.14, vemos que o átomo ou ganha um fóton do campo, se excitando, ou perde um fóton para o campo, se desexcitando. Essa interação é mediada pelo termo de dipolo e os operadores projetores dos estados atômicos, como mostraremos a seguir.

⁵Como visto anteriormente, o átomo é modelado como um oscilador harmônico. Isso também vai valer num contexto quântico

O momento dipolo de um átomo, que possui uma carga positiva e outra negativa separada pela distância $\vec{r}$, é dado por $\vec{\mathcal{P}} = e\vec{r}$. Como o comprimento de onda da radiação incidente é bem maior que as dimensões interatômicas, é razoável assumir que o campo elétrico não varia significativamente nas dimensões internas do átomo, portanto, podemos escrever o campo $\vec{E}$ em termos de uma única coordenada $\vec{R}$ do centro de massa do dipolo. Logo, a energia potencial que o dipolo experimenta na presença de um campo elétrico $\vec{E}(\vec{R}, t)$ pode ser escrita como [32]:

$$H_{dip} = -\vec{\mathcal{P}} \cdot \vec{E}(\vec{R}, t) = e\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{R}, t). \quad (3.2.2)$$

Agora, vamos considerar que a base de estados $|\Theta_i\rangle$ e utilizar os operadores de projeção para escrever:

$$e\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{R}, t) = e\vec{E} \cdot \left(\sum_i |\Theta_i\rangle \langle \Theta_i| \vec{r} \sum_j |\Theta_j\rangle \langle \Theta_j| \right), \quad (3.2.3)$$

onde fizemos a expansão para uma única polarização do campo. Comparando os dois lados dessa equação, concluímos que:

$$H_{dip} = E \sum_{i,j} \mu_{ij} \hat{\sigma}_{ij}, \quad (3.2.4)$$

onde:

$$\mu_{ij} = \langle \Theta_i | e\vec{r} | \Theta_j \rangle, \quad \hat{\sigma}_{ij} = |\Theta_i\rangle \langle \Theta_j|. \quad (3.2.5)$$

Nas expressões 3.2.4 e 3.2.5 fica claro que o Hamiltoniano de interação é dependente apenas do momento dipolo, amplitude do campo e projetores atômicos.

Por conveniência, escrevemos o Hamiltoniano de interação do sistema em termos das frequências de Rabi⁶, daí:

$$H_{int} = -\frac{\hbar}{2} \sum_{ijk} \Omega_k(t) \cdot \hat{\sigma}_{ij} \exp(i\Delta_j t) + h.c., \quad (3.2.6)$$

onde h.c. é o hermitiano conjugado, Ω_k são as frequências de Rabi dos campos $\vec{E}_k(t)$ que acoplam um estado $|i\rangle$ a um estado $|j\rangle$, definidas como:

$$\Omega_k(t) = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{E}_k(t)}{\hbar}. \quad (3.2.7)$$

⁶Aqui estamos considerando qualquer polarização do campo.

O operador $\hat{\sigma}_{ij}$ representa as transições entre os níveis de energia atômicos, no qual i, j somam sobre os níveis atômicos envolvidos. Os $\Delta_j = \omega_{trans} - \omega_k$ são as dessintonias de um fóton do campo, onde ω_{trans} e ω_k são as frequências da transição e do laser de excitação, respectivamente. Vale ressaltar que esses termos oscilatórios são diretamente associados à oscilação do campo, quando vista na representação de interação. Também, é necessário mencionar que fizemos a aproximação de onda girante (RWA)⁷.

3.3 Equação Mestra

Dado o Hamiltoniano de interação, agora precisamos escrever a equação que regerá a dinâmica dos sistemas atômicos. Como trabalhamos na representação de interação, parte da evolução estará codificada nos estados e parte nos operadores, de forma que escreveremos uma equação semelhante à equação de Heisenberg para evolução dos operadores, porém parte da evolução temporal estará também presente nos estados.

Primeiramente, vamos atentar para o fato de que apesar de trabalharmos com estados de superposição do tipo $|\psi\rangle = C_1|1\rangle + C_2|2\rangle$, a dinâmica do sistema será melhor descrita em termos de um operador densidade $\hat{\rho}(t)$. Isso ocorre porque a dissipação presente no sistema o leva à uma mistura estatística. Logo, evolução temporal desse operador descreve a evolução do sistema.

O operador densidade será definido como:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_i p_i |\psi\rangle\langle\psi|. \quad (3.3.1)$$

Vamos considerar um estado puro. A equação de Schrödinger será então:

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = \frac{d|\psi\rangle}{dt}\langle\psi| + |\psi\rangle\frac{d\langle\psi|}{dt} = \frac{i}{\hbar} [|\psi\rangle\langle\psi|H - H|\psi\rangle\langle\psi|] = -\frac{i}{\hbar} [H, \hat{\rho}(t)] \quad (3.3.2)$$

A Equação 3.3.2 descreve a evolução temporal do sistema. Porém, essa equação supõe um sistema onde a coerência é preservada, o que implica um sistema fechado. Como bem sabemos, em geral, não é o que ocorre em sistemas atômicos susceptíveis à emissão espontânea. Os sistemas quânticos reais interagem com o ambiente e estão sujeitos a descoerência. Para adicionar as perdas dissipativas no sistema, introduzimos o operador de Lindblad [36, 37], que representa a interação com graus de liberdade externos ao sistema. Somando esses dois

⁷Para lasers de baixa intensidade sintonizados próximo a uma ressonância atômica, podemos utilizar a aproximação de onda girante para desconsiderar alguns termos do Hamiltoniano. Tipicamente, componentes do tipo $\delta_+ = \omega_t + \omega_L$ vão oscilar rapidamente em relação as $\delta_- = \omega_t - \omega_L$ e, portanto, podem ser negligenciadas. ω_t é a frequência da transição atômica e ω_L a frequência da radiação eletromagnética.

Figura 3.3.1: Átomo de três níveis em configuração de Λ -EIT. Os estados de momento angular serão posteriormente definidos como $|1, -1\rangle = |1\rangle$; $|1, 1\rangle = |2\rangle$; $|1, 0\rangle = |3\rangle$.

termos, obtemos a equação que rege a evolução do sistema. Essa equação é chamada de **Equação Mestra**.

Até aqui, fizemos considerações gerais sobre a interação do átomo com o campo, no entanto, agora iremos nos restringir ao sistema de interesse: O átomo que possui três níveis, em condição de EIT, numa configuração Λ , tal como apresentado na Figura 3.3.1.

Portanto, faremos as seguintes considerações para nos restringirmos a um sistema de Λ -EIT:

- Conjunto de átomos idênticos no qual a dinâmica pode ser descrita considerando apenas 3 de seus auto-estados (Átomo de 3 níveis).
- Na ausência de campos, os átomos se encontram no estado fundamental $|1\rangle$.
- O estado $|2\rangle$ tem a mesma paridade de $|1\rangle$ e um tempo de coerência muito longo⁸. O estado $|2\rangle$ é metaestável.
- O estado $|3\rangle$ tem paridade oposta a $|1\rangle$ e $|2\rangle$ e tem momento de dipolo elétrico de acoplamento diferente de zero para ambos os estados fundamentais (Os átomos podem ser excitados dos dois estados fundamentais para o estado excitado pelos campos de acoplamento).
- Um campo quase-ressonante não-perturbativo, de frequência ω_c , é aplicado à transição $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ e um de frequência ω_p é aplicado a transição $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$.

Dadas essas condições, definimos os estados do sistema em relação aos níveis de energia do átomo de Rubídio como $|Estado\rangle = |F, m\rangle$, onde F é o momento angular total $\vec{F} = \vec{I} + \vec{L} + \vec{S}$ (I é o momento angular nuclear, L é o momento angular orbital e S o spin.) e m é o número quântico magnético, que varia de acordo com a relação $m = -F, -F + 1, \dots, 0, \dots, F - 1, F$. Quando nos referimos a estados excitados utilizamos a notação F' . Para simplificar a notação, os estados atômicos utilizados no nosso experimento serão definidos como: $|1\rangle = |1, +1\rangle$, $|2\rangle = |1, -1\rangle$, $|3\rangle = |1, 0\rangle$. O Hamiltoniano de interação átomo-fóton da Equação 3.2.6, para um

⁸O tempo de coerência (Δt_c) é o intervalo de tempo no qual uma onda não apresenta deslocamentos significativos de fase, e portanto é capaz de preservar sua coerência. Detro do Δt_c , a onda é capaz de interferir consigo mesma em dois instantes de tempo t_0 e t_1 . Num contexto de física atômica, isso representa que o estado dos átomos mantém uma relação de fase entre si, depois de vários ciclos de excitações e desexcitação.

átomo de três níveis, se resumirá, portanto, a:

$$H_{int} = -\frac{\hbar}{2}[\Omega_1(t) \cdot \hat{\sigma}_{31} \exp(i\Delta_1 t) + \Omega_2(t) \cdot \hat{\sigma}_{32} \exp(i\Delta_2 t) + h.c.], \quad (3.3.3)$$

onde i, j somam sobre os três níveis envolvidos e $\hat{\sigma} = |i\rangle\langle j|$ representam os operadores de projeção atômicos. O primeiro e o segundo termo estão relacionados com o acoplamento do nível $|3\rangle$ aos níveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$ respectivamente.

Conhecendo o Hamiltoniano do sistema, podemos escrever a equação mestra [38]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & \frac{1}{i\hbar}[H_{int}, \rho] + \frac{\Gamma_{31}}{2}(2\hat{\sigma}_{13}\rho\hat{\sigma}_{31} - \hat{\sigma}_{33}\rho - \rho\hat{\sigma}_{33}) + \frac{\Gamma_{32}}{2}(2\hat{\sigma}_{23}\rho\hat{\sigma}_{32} - \hat{\sigma}_{33}\rho - \rho\hat{\sigma}_{33}) \\ & + \frac{\gamma_{2def}}{2}(2\hat{\sigma}_{22}\rho\hat{\sigma}_{22} - \hat{\sigma}_{22}\rho - \rho\hat{\sigma}_{22}) \\ & + \frac{\gamma_{3def}}{2}(2\hat{\sigma}_{33}\rho\hat{\sigma}_{33} - \hat{\sigma}_{33}\rho - \rho\hat{\sigma}_{33}). \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Termos associados a Γ_{31} e Γ_{32} descrevem a emissão espontânea para $|1\rangle$ e $|2\rangle$, obtidos através da aproximação de Weisskopf-Wigner[32], enquanto os termos associados a γ_{2def} e γ_{3def} descrevem os processos de descoerência dos níveis $|2\rangle$ e $|3\rangle$, respectivamente, e são introduzidos fenomenologicamente⁹. A equação mestra nos fornece a dinâmica das populações, coerências e, também, as escalas de tempo dos processos relevantes. Uma descrição detalhada, incluindo uma discussão sobre a validade das aproximações pode ser encontrada em [38].

3.4 Equações de Bloch

A equação mestra nos fornece um tratamento abrangente das interações átomo-campo. No entanto, quando a radiação eletromagnética ocupa um determinado modo do campo capaz de induzir processos coerentes, o sistema pode ser descrito, satisfatoriamente, em termos das equações de Bloch [39]. Para nos restringirmos às equações de Bloch, calculamos os elementos $\rho_{ij} = \langle i | \hat{\rho} | j \rangle$ através da equação mestra, de onde obtemos n^2 equações diferenciais que descrevem o sistema. A variável n representa o número de níveis atômicos envolvidos. Vamos desprezar γ_{3def} ¹⁰, pois o estado $|3\rangle$ é um estado excitado no qual o tempo de vida $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ é

⁹Quando escrevemos a matriz densidade, consideramos um sistema fechado com três níveis. No entanto, esse sistema está interagindo com o ambiente, e isso gera descoerência. Essa descoerência é representada matematicamente pelo operador de Lindblad [36] e representa a) No caso de emissão espontânea (termos de Γ) os átomos excitados que decaem para o estado fundamental devido à interação com os modos de vácuo e b) Nos demais casos (termos de γ), os átomos que saem do sistema por motivos diversos (saem da região de interação, colisões, etc.).

¹⁰Portanto $\gamma_{def2} = \gamma$ nas próximas equações.

curto comparado as taxas de descoerência. Também, consideraremos $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = \Gamma$. Então, podemos escrever as equações de Bloch, para um sistema de três níveis, como:

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = i\Omega_p\rho_{13}e^{-i(\omega_pt+\phi_p)} - i\Omega_p\rho_{31}e^{i(\omega_pt+\phi_p)} + \Gamma\rho_{33}, \quad (3.4.1)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = i\Omega_c\rho_{23}e^{-i(\omega_ct+\phi_c)} - i\Omega_c\rho_{32}e^{i(\omega_ct+\phi_c)} + \Gamma\rho_{33}, \quad (3.4.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{33}}{dt} = & -i\Omega_p\rho_{13}e^{-i(\omega_pt+\phi_p)} + i\Omega_p\rho_{31}e^{i(\omega_pt+\phi_p)} + \\ & i\Omega_c\rho_{32}e^{i(\omega_ct+\phi_c)} - i\Omega_c\rho_{23}e^{-i(\omega_ct+\phi_c)} - 2\Gamma\rho_{33}, \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

$$\frac{d\rho_{13}}{dt} = -i\omega_{31}\rho_{13} - i\Omega_p(\rho_{33} - \rho_{11})e^{i(\omega_pt+\phi_p)} + i\Omega_c\rho_{12}e^{i(\omega_ct+\phi_c)} - \Gamma\rho_{13}, \quad (3.4.4)$$

$$\frac{d\rho_{23}}{dt} = -i\omega_{32}\rho_{23} - i\Omega_c(\rho_{33} - \rho_{22})e^{i(\omega_ct+\phi_c)} + i\Omega_p\rho_{21}e^{i(\omega_pt+\phi_p)} - \Gamma\rho_{23}, \quad (3.4.5)$$

$$\frac{d\rho_{12}}{dt} = -i(\omega_{31} - \omega_{32})\rho_{12} - i\Omega_p\rho_{32}e^{i(\omega_pt+\phi_p)} + i\Omega_c\rho_{13}e^{-i(\omega_ct+\phi_c)} - \gamma_{21}\rho_{12}. \quad (3.4.6)$$

Para retirar a dependência temporal relativa às oscilações dos campos, iremos utilizar uma transformação para um referencial girante, tal que:

$$\rho_{11} \rightarrow \rho_{11}, \quad (3.4.7)$$

$$\rho_{13} \rightarrow e^{-i(\omega_pt+\phi_p)}\tilde{\rho}_{13}, \quad (3.4.8)$$

$$\rho_{23} \rightarrow e^{-i(\omega_ct+\phi_c)}\tilde{\rho}_{23}, \quad (3.4.9)$$

$$\rho_{12} \rightarrow e^{i[(\omega_c-\omega_p)t+(\phi_p-\phi_c)]}\tilde{\rho}_{12}. \quad (3.4.10)$$

Portanto, podemos escrever as equações de Bloch como:

$$\frac{d\tilde{\rho}_{11}}{dt} = i\Omega_p(\tilde{\rho}_{13} - \tilde{\rho}_{31}) + \Gamma\tilde{\rho}_{33}, \quad (3.4.11)$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{22}}{dt} = i\Omega_c(\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{32}) + \Gamma\tilde{\rho}_{33}, \quad (3.4.12)$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{33}}{dt} = -i\Omega_p(\tilde{\rho}_{13} - \tilde{\rho}_{31}) - i\Omega_c(\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{32}) + 2\Gamma\tilde{\rho}_{33}, \quad (3.4.13)$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{13}}{dt} = -(i\Delta_1 + \Gamma)\tilde{\rho}_{13} - i\Omega_p(\tilde{\rho}_{33} - \tilde{\rho}_{11}) + i\Omega_c\tilde{\rho}_{12}, \quad (3.4.14)$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{32}}{dt} = -(i\Delta_2 + \Gamma)\tilde{\rho}_{32} - i\Omega_c(\tilde{\rho}_{33} - \tilde{\rho}_{22}) - i\Omega_p\tilde{\rho}_{12}, \quad (3.4.15)$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{12}}{dt} = -(i\delta + \gamma_{21})\tilde{\rho}_{12} - i\Omega_p\tilde{\rho}_{32} + i\Omega_c\tilde{\rho}_{13}. \quad (3.4.16)$$

As equações de Bloch contêm informações sobre a evolução temporal das populações e coerências do sistema atômico. Utilizaremos essas equações para calcular as polarizações induzidas no meio atômico e, através disso, obter a resposta atômica à excitação dos campos. Dessas equações, podemos, também, calcular perfis de dispersão e absorção, obtendo curvas que podem ser comparadas diretamente aos resultados experimentais.

3.5 Estado escuro.

Dos capítulos anteriores, já temos uma noção fenomenológica de como são estabelecidas as transparências em meios atômicos e, também, já conhecemos as equações de movimento que governam o sistema. Agora, estamos prontos para explorar, matematicamente, como surgem os estados escuros, que exploraremos nessa seção.

Considerando a representação de interação, escrevemos o Hamiltoniano do sistema como:

$$H = H_0 + H_{int}, \quad (3.5.1)$$

para o Hamiltoniano de interação, utilizamos a aproximação de dipolo;

$$H_{int} = \vec{\mu} \cdot \vec{E}, \quad (3.5.2)$$

que pode ser relacionada com a frequência de Rabi na Equação 3.2.7, onde $\vec{E}_0$ é a amplitude do campo elétrico $\vec{E}$ e $\vec{\mu}$ é o momento de dipolo de transição. Além disso, adotamos a aproximação de onda girante. Para escrever o Hamiltoniano na forma matricial, vamos utilizar a base de estados $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$. Para o caso de um átomo de três níveis acoplado por um laser de frequência de Rabi Ω_i , onde $i = p, c^{11}$, temos, portanto [2]:

¹¹Embora no tratamento teórico trabalhem com nomeclaturas que indiquem campos de prova e acoplamento, nossos campos, experimentalmente, terão intensidades similares.

$$H_{int} = -\frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega_p \\ 0 & -2(\Delta_1 - \Delta_2) & \Omega_c \\ \Omega_p & \Omega_c & -2(\Delta_1) \end{bmatrix}, \quad (3.5.3)$$

onde $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_p$ e $\Delta_2 = \omega_{32} - \omega_c$ são as dessintonias dos laser de prova com frequências ω_p e ω_c em relação as transições atômicas, respectivamente¹². Definimos $\Delta = \Delta_1$ como a dessintonia de um fóton e $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$ como a dessintonia de dois fótons. A EIT ocorre na condição de ressonância de dois fótons ($\delta = 0$). Nesse caso, a diagonalização da matriz na Equação 3.5.3 nos fornece os auto estados do Hamiltoniano de interação. Temos então [2]:

$$|a^+\rangle = \sin \theta \sin \varphi |1\rangle + \cos \varphi |3\rangle + \cos \theta \sin \varphi |2\rangle, \quad (3.5.4)$$

$$|a^0\rangle = \cos \theta |1\rangle - \sin \theta |2\rangle, \quad (3.5.5)$$

$$|a^-\rangle = \sin \theta \cos \varphi |1\rangle - \sin \varphi |3\rangle + \cos \theta \cos \varphi |2\rangle. \quad (3.5.6)$$

Nesses estados, θ e ϕ são definidos pelas expressões:

$$\tan \theta = \frac{\Omega_p}{\Omega_c}, \quad (3.5.7)$$

e

$$\tan 2\varphi = \frac{\sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_c^2}}{\Delta}. \quad (3.5.8)$$

Dessa descrição, podemos facilmente visualizar que o estado $|a^0\rangle$ não possui contribuição do estado $|3\rangle$, portanto, uma vez que o átomo atinge esse estado, não há acoplamento com o nível excitado e, conseqüentemente, não há possibilidade de excitação e emissão espontânea, como mencionamos anteriormente. Esses estados são conhecidos como **estados escuros** [40].

O estado escuro sempre será um dos auto-estados desses sistemas quando descritos com o formalismo de átomo vestido¹³. No entanto, apenas com detalhes da evolução dos campos podemos obter informações sobre a evolução e estado final dos átomos. O estado escuro é o que possibilita a existência do fenômeno de CPT (*coherent population trapping*), ou aprisionamento coerente de populações [41], que ocorre quando os átomos são preparados em um determinado estado e não conseguem deixá-lo. Esse fenômeno é fundamental para a existência de EIT, pois os átomos precisam está aprisionados numa superposição de estados

¹²Eventualmente, poderemos utilizar metonimicamente ω_p e ω_c para nos referirmos aos campos de acoplamento.

¹³No formalismo de átomo vestido o átomo e o fóton estão emaranhados numa superposição de estados da forma: $|\text{átomo, fótons}\rangle = C_{norm}(|\text{excitado}, n\rangle + |\text{desexcitado}, n+1\rangle)$.

fundamentais.

Se pensarmos em conexão com o análogo clássico, vemos que, similarmente ao que ocorre em um sistema de osciladores acoplados clássicos, o sistema tende a relaxar para o modo normal de oscilação em que não há dissipação de energia. Em um sistema atômico, esse modo normal de oscilação seria o que não permite emissão espontânea, ou seja, o estado em que todos os átomos estão aprisionados no estado escuro.

3.6 Luz Lenta

O fenômeno de EIT recebeu bastante atenção nas últimas décadas devido às consequências dessa interação coerente com a matéria, que permitiam uma gama de aplicações. Dentre esses efeitos, destaca-se o de “aprisionamento” e diminuição da velocidade de propagação da luz no meio. Isso ocorre porque a parte real da susceptibilidade, em um meio em condição de EIT, sofre uma mudança abrupta ao redor da ressonância, fazendo com que a velocidade de grupo da onda que está se propagando seja modificada. Logo, essa mudança na velocidade de grupo pode dar origem aos efeitos de luz lenta e luz rápida (variação positiva ou negativa da susceptibilidade.).

Vamos nos concentrar nos processos de luz lenta, que são os que permitem o armazenamento de informação no meio. Nesses processos, há uma redução na velocidade de grupo v_g , portanto a luz fica retida no meio e seu estado quântico é mapeado nas excitações de spin dos átomos, gerando uma interface para a codificação e armazenamento de informação entre luz e átomos. Nesse processo, a luz perde energia para o meio, de modo reversível.

Para entender como ocorre essa redução em v_g precisamos observar o comportamento da susceptibilidade $\chi(\omega)$. Matematicamente, a susceptibilidade de um meio pode ser calculada através da polarização. Vamos considerar N átomos contidos num volume V que se acoplam igualmente ao campo de excitação. Pela definição, a polarização induzida no meio, pelos campos, é:

$$\vec{P}(t) = \frac{-\sum_i \langle e \vec{r}_i \rangle}{V} = \frac{N_{atom}}{V} (\vec{\mu}_{13} \tilde{\rho}_{31} + \vec{\mu}_{23} \tilde{\rho}_{32}). \quad (3.6.1)$$

Onde o termo entre colchetes angulares $e \vec{r}_i$ representa um valor esperado. Como só existem campos acoplando as transições $|i\rangle \rightarrow |3\rangle$; $i = 1, 2$, apenas dois termos do somatório sobrevivem. Considerando que os momentos de dipolo¹⁴ das transições envolvidas são $\vec{\mu}_{13} = \mu_{13}\hat{z}$ e $\vec{\mu}_{23} = \mu_{23}\hat{z}$, temos então $P_z(t) = P(t)$, portanto:

¹⁴A definição do momento de dipolo para um par de cargas opostas q é $\vec{\mu} = q\vec{d}$, onde d é a distância entre as cargas.

$$\vec{P}(t) = \frac{N_{atom}}{V} [\mu_{13}\tilde{\rho}_{31} + \mu_{23}\tilde{\rho}_{32}]\hat{z}. \quad (3.6.2)$$

Dada essa expressão, precisamos calcular as componentes da matriz densidade envolvidas. No limite perturbativo, onde $|\Omega_2| \gg |\Omega_1|$, consideraremos $\rho_{11} \approx 1$, pois é razoável assumir que a população ficará no nível $|1\rangle$ e, conseqüentemente, $\rho_{22} \approx \rho_{33} \approx 0$ ¹⁵. Daí, podemos calcular as coerências, de forma que, no regime estacionário, teremos:

$$\tilde{\rho}_{32} = \frac{-i\Omega_1}{\Gamma + i\Delta_2} \tilde{\rho}_{12}, \quad (3.6.3)$$

$$\tilde{\rho}_{12} = \frac{i\Omega_2(i\Delta_2 + \Gamma)}{(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_1^2} \tilde{\rho}_{13}. \quad (3.6.4)$$

Daí, podemos escrever a componente $\tilde{\rho}_{13}$ como:

$$\tilde{\rho}_{31} = i \left[\frac{(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_1^2}{(i\Delta_1 + \Gamma)(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_2^2(i\Delta_2 + \Gamma)} \right] \Omega_1, \quad (3.6.5)$$

e, conseqüentemente:

$$\tilde{\rho}_{12} = \frac{i\Omega_2(i\Delta_2 + \Gamma)}{(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_1^2} \left[\frac{(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_1^2}{(i\Delta_1 + \Gamma)(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_2^2(i\Delta_2 + \Gamma)} \right] i\Omega_1; \quad (3.6.6)$$

$$\tilde{\rho}_{32} = \frac{i\Omega_2}{(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_1^2} \left[\frac{(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_1^2}{(i\Delta_1 + \Gamma)(i\delta + \gamma)(i\Delta_2 + \Gamma) + \Omega_2^2(i\Delta_2 + \Gamma)} \right] \Omega_1^2. \quad (3.6.7)$$

Como $\vec{P}^{(1)} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \epsilon_0 \chi^{(1)} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$, podemos escrever a susceptibilidade analisando somente a componente de polarização referente a um dos campos ($\vec{E}_1$, por exemplo). Para tanto, utilizaremos a definição da frequência de Rabi¹⁶ e levaremos em consideração que as polarizações induzidas pelos campos são independentes entre si. Logo:

¹⁵Na configuração Λ que trabalhamos, a taxa com que a população será bombeada para fora do nível $|2\rangle$, proporcional a Ω_2 , é muito maior que a taxa com que esse nível recebe população, proporcional a $\frac{\Gamma}{2}$. O nível $|3\rangle$ tem um tempo de vida muito curto, proporcional a $\tau = \frac{1}{\Gamma}$. O nível $|1\rangle$ recebe população com uma taxa proporcional a $\frac{\Gamma}{2}$, que é muito maior do que a taxa na qual a população é bombeada para fora desse nível, proporcional a Ω_1 .

¹⁶para substituir a dependência em $\vec{E}_i$

$$\chi(\omega_p) = \frac{N_{atom}|\mu_{13}|^2}{V\epsilon_0\hbar} i \left[\frac{(i\delta+\gamma)(i\Delta_2+\Gamma)+\Omega_1^2}{(i\Delta_1+\Gamma)(i\delta+\gamma)(i\Delta_2+\Gamma)+\Omega_2^2(i\Delta_2+\Gamma)} \right]; \quad (3.6.8)$$

$$\chi^{(1)}(\omega_p) = \frac{N_{atom}|\mu_{13}|^2}{V\epsilon_0\hbar} i \left[\frac{(i\delta+\gamma)}{(i\Delta_1+\Gamma)(i\delta+\gamma)+\Omega_2^2} \right].$$

Vamos nos concentrar apenas no termo linear $\chi^{(1)}(\omega_p)$. Podemos analisar separadamente a parte real e imaginária, e vemos que, para $\delta = 0$, no caso ideal de $\gamma = 0$, ambas são nulas. Tanto a absorção (parte imaginária) como a dispersão (parte real) linear vão a zero em condição de EIT, independente das intensidades dos campos. Aliás, o fato de que toda a luz é transmitida é exatamente o que dá origem à transparência.

Vamos agora analisar mais cautelosamente a parte real da susceptibilidade (fazendo $\gamma = 0$):

$$\Re[\chi^{(1)}(\omega_p)] = \frac{N_{atom}|\mu_{13}|^2}{V\epsilon_0\hbar} \left[\frac{\delta(\Delta_1\delta + \Omega_2^2)}{(\Gamma\delta^2 + (-\delta\Delta_1 + \Omega_2^2)^2)} \right]. \quad (3.6.9)$$

Representando graficamente essa função, observamos, na Figura 3.6.1, que o comportamento em torno da ressonância é fortemente dispersivo. Esse comportamento é o que possibilita a desaceleração da luz no meio, como mencionado anteriormente, pois o índice de refração está ligado a susceptibilidade por:

$$n = \sqrt{1 + \Re[\chi]}, \quad (3.6.10)$$

e a velocidade de grupo é definida como:

$$v_{gr} = \frac{d\omega_p}{dk_p} = \frac{c}{n + \omega_p \frac{dn_p}{d\omega_p}}. \quad (3.6.11)$$

Como sabemos que o termo $\frac{dn_p}{d\omega_p}$ é positivo e grande (variação acentuada), a velocidade de grupo será reduzida, dando origem aos processos de luz lenta.

Fisicamente, a explicação para os processos de luz lenta é: durante o tempo em que o pulso de luz está no meio, ocorre uma transferência das excitações do campo para os átomos. Esse fenômeno pode ser descrito por meio de uma quasi-partícula, denominada poláriton, que representará o forte acoplamento entre o átomo e o campo [42]. Supondo um átomo de três níveis acoplado apenas por um campo intenso (primeira situação, Figura 3.6.2), o estado escuro será o estado $|1\rangle$, pois uma vez que todos os átomos sejam bombeados para esse estado, eles não conseguirão se acoplar ao nível excitado através do campo de bombeio. Já quando o pulso de prova adentra o meio, parte dos átomos é transferida para o estado $|2\rangle$, absorvendo fótons do pulso de prova. Nessa condição, o estado escuro será uma superposição dos dois estados fundamentais e, portanto, haverá um mapeamento do estado dos campos

Figure 3.6.1: Dispersão em função da dessintonia de dois fótons em condição de EIT. Todas as constantes foram consideradas unitárias, com exceção de $\Gamma = 6$, $\Omega_2 = 2$. A abscissa é representada em unidades arbitrárias de frequência.

nas coerências atômicas. Logo, a informação contida nos feixes estará armazenada no meio (segunda situação, Figura 3.6.2). Quando o pulso deixa o meio, os átomos são devolvidos ao estado inicial $|1\rangle$ e os fótons que foram absorvidos do campo de prova serão reemitidos nesse processo (terceira situação, Figura 3.6.2). O pulso finalmente deixa o meio e o sistema volta a sua condição inicial. Essa dinâmica de transferência de excitação permite que haja codificação de informação entre os átomos e os estados quânticos da luz.

Figura 3.6.2: Dinâmica de interação átomos e luz. Os átomos inicialmente no estado $|1\rangle$ são transferidos para uma superposição dos estados $|1\rangle, |2\rangle$ absorvendo energia do feixe de prova. Ao final do ciclo, os átomos retornam ao estado inicial e a energia é devolvida ao feixe de prova.

Capítulo 4

Técnicas Experimentais

Esse trabalho é fundamentado em três técnicas experimentais: Átomos frios, espectroscopia de ruído e aprisionamento coerente de população (CPT). Para que essas três condições sejam reunidas em laboratório, precisamos de habilidades experimentais específicas. Nesse capítulo, faremos uma breve introdução desses tópicos. Como o capítulo anterior foi inteiramente dedicado a EIT e CPT, nesse capítulo apenas explicaremos como uma amostra atômica é preparada em um determinado estado quântico, ou seja, como ocorrem os processos de bombeamento ótico, necessários para gerar EIT. Não nos deteremos à explicação detalhada de como ocorre o resfriamento dos átomos, mas faremos um sumário dos pontos importantes do aprisionamento e resfriamento de átomos. Por fim, passearemos um pouco pela história, aplicações e teoria da espectroscopia de ruído e correlação, ressaltando suas vantagens em relação às espectroscopia de intensidade média.

4.1 Átomos frios

Os átomos que compõem um gás estão em movimento constante, sendo seu comportamento descrito, com boa aproximação, pela teoria cinética dos gases [43]. Por causa desse movimento, os átomos estão sujeitos a vários efeitos decorrentes das suas velocidades (temperatura) não nulas, tais como largura Doppler e tempo de trânsito na região de interação. Esses efeitos podem “borrar” os espectros de absorção e dificultar a análise das propriedades atômicas em um nível mais fundamental. Portanto, faz-se interessante resfriar e aprisionar átomos para processos espectroscópicos. Algumas técnicas de resfriamento foram estudadas [39, 44] até que se chegasse ao modelo robusto e mais amplamente utilizado da armadilha magneto-óptica (MOT) para átomos neutros¹. Na MOT temos três pares de feixes contrapropagantes,

¹Íons são aprisionados de forma diferente. Como são partículas carregadas, podem ser aprisionados utilizando campos elétricos. Em geral, esse aprisionamento ocorre em armadilhas de Radiofrequência (RF) [47].

Figura 4.1.1: a) Representação esquemática da armadilha magneto ótica (MOT). b) Linhas de campo magnético entre as bobinas anti-Helmholtz.

provenientes de lasers com polarizações circulares opostas, conforme vemos na Figura 4.1.1, a). Para o aprisionamento, temos bobinas em configuração Anti-Helmholtz que geram um campo magnético inhomogêneo capaz de confinar os átomos em uma determinada região do espaço.

O resfriamento ocorre através da troca de momento entre os fótons absorvidos dos lasers e os átomos. Como os fótons dos feixes têm momento $\vec{p}_f = \hbar \vec{k}$, os átomos, ao absorver esses fótons, adquirem momento de recuo no sentido oposto à direção de propagação dos feixes ($-\vec{k}$), pois o momento precisa ser conservado. Quando o átomo se desexcita e emite um fóton, em um processo de emissão espontânea, o fóton tem probabilidade igual de ser emitido em qualquer direção e, portanto, após um determinado período de tempo (alguns ciclos de absorção/emissão), a variação média de momento devido à emissão espontânea será nulo, mesmo que em cada processo de emissão o átomo ganhe momento de recuo em alguma direção arbitrária. Esse processo é ilustrado na figura 4.1.2. Devido ao efeito Doppler, apenas um par de feixes² monocromático levemente dessintonizado (abaixo) da ressonância consegue resfriar continuamente os átomos, pois a absorção é maior para átomos que se movem na direção do feixe com uma determinada velocidade $\vec{v}_i$. Porém, à medida que a velocidade vai diminuindo, espera-se que os átomos saiam da ressonância e absorvam cada vez menos fótons. Como os átomos tem uma determinada largura de transição atômica Γ , ainda haverá absorção mesmo que $\vec{v} \neq \vec{v}_i$.

Em mais detalhes: átomos absorvem radiação com um perfil gaussiano centrado na frequência de ressonância ω_t . Definimos ω_L como a frequência do laser e a dessintonia como $\delta = \omega_L - \omega_t$. Logo, átomos com velocidades $|kv| = \delta$ terão maior probabilidade de absorver fótons do feixe (que se opõe ao seu movimento) em comparação às outras classes de velocidades, pois sua interação será ressonante devido ao efeito Doppler. A dessintonia ideal para

²Em um processo unidimensional. Para o resfriamento tridimensional, é necessário 3 pares de feixes.

Figura 4.1.2: Processo de resfriamento atômico mediante laser. O átomo absorve um fóton do laser, sempre na mesma direção e vai para um estado excitado. A reemissão desse fóton pode ocorrer em qualquer direção. Após alguns ciclos, o átomo terá perdido momento com recuo sempre na mesma direção, porém o momento adquirido com a reemissão é, em média, zero, e portanto o átomo é resfriado.

o feixe de resfriamento é $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$. Dada a importância do efeito Doppler nesse processo de resfriamento, ele é denominado Resfriamento Doppler [45, 46].

Para calcular a força viscosa gerada por um campo ótico em um átomo de dois níveis, utilizamos o teorema de Ehrenfest [35] para definir $F = \frac{d\langle p \rangle}{dt}$, e também, a Equação $\frac{dp}{dt} = \frac{[H_{int}, p]}{i\hbar}$, onde H_{int} é o Hamiltoniano de interação descrito pela aproximação de dipolo para um átomo de dois níveis. Obtemos:

$$F = \hbar \left(\frac{\partial \Omega}{\partial t} \rho_{fe} + \frac{\partial \Omega^*}{\partial t} \rho_{ef} \right), \quad (4.1.1)$$

onde Ω é a frequência de Rabi referente ao campo de excitação e ρ_{ef} e ρ_{fe} são as coerências entre os estados fundamental e excitado.

Considerando o campo de excitação como a soma de duas ondas contrapropagantes de polarizações opostas, teremos uma onda estacionária descrita pela equação:

$$E(z) = E_0 \cos(kz) (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}). \quad (4.1.2)$$

Portanto, átomos que se movem nessa onda estacionária sofrerão ação de uma força dissipativa, obtida através da Equação 4.1.1, substituindo as coerências pelas soluções das equações de Bloch estacionárias e fazendo um tratamento perturbativo para incluir o efeito da velocidade dos átomos. Seguindo o tratamento apresentado na referência [39], encontramos a expressão para a força:

$$F = \hbar k \tan(kz) \frac{s\delta}{1+s} \left(1 + vk \tan(kz) \frac{(1-s)\Gamma^2 - 2s^2(\delta^2 + \Gamma^2/4)}{(\delta^2 + \Gamma^2/4)(1+s)^2\Gamma} \right), \quad (4.1.3)$$

onde δ é a dessintonia, Γ é a taxa de decaimento do estado excitado e s é o parâmetro de saturação, dado por:

$$s = \frac{s_0}{1 + (2\delta/\Gamma)^2}, \quad (4.1.4)$$

onde s_0 é o parâmetro de saturação em ressonância definido por $s_0 = \frac{I}{I_s}$, no qual I_s ($I_s = \frac{\pi\hbar c}{3\lambda^3\tau}$, onde λ é o comprimento de onda e τ é o tempo de vida da transição.) e I são as intensidades de saturação e intensidade do feixe.

Para simplificar a análise, vamos considerar o caso em que $s \ll 1$.³ Nessa situação, a força da Equação 4.1.3 possui componentes oscilatórias que vão a zero, devido à simetria espacial, se reduzindo a:

$$F = \hbar k^2 \frac{8s_0(\delta/\Gamma)v}{(1 + (2\delta/\Gamma^2))^2} = -\beta v. \quad (4.1.5)$$

Na expressão acima, vemos que para $\delta < 0$ essa força F se opõe à velocidade, logo fica claro que a força exercida nos átomos pelos feixes de laser é uma força dissipativa que gerará resfriamento. Pelo caráter viscoso dessa força, o processo de resfriamento associado a ela foi batizado de melaço ótico.

Se apenas esse processo ocorresse, a temperatura atômica iria diminuir até atingir o zero absoluto. No entanto, como as trocas de momento são quantizadas, cada processo de emissão ou absorção gera, pelo menos, uma mudança de momento de $\hbar k$, implicando em uma mudança de energia cinética $E_c = \hbar^2 k^2 / 2M = \hbar\omega_r$. Num processo de absorção, a energia absorvida é $\hbar\omega_{ab} = \hbar\omega_a + \hbar\omega_r$ e, num processo de emissão a energia perdida é $\hbar\omega_{em} = \hbar\omega_a - \hbar\omega_r$, onde ω_a é a frequência relativa à transição atômica. Logo⁴, a cada par emissão-absorção, o campo perde uma energia $E_{rec} = 2\hbar\omega_r$, que é justamente a energia cinética ganha pelo átomo nos recuos do processo. Como numa escala atômica energia cinética está relacionada com temperatura, esse fenômeno dá origem a um aquecimento e portanto impõe um limite inferior à temperatura do resfriamento. Dessa análise, concluímos que a temperatura limite seria a temperatura de recuo $T_{rec} = \frac{(\hbar k)^2}{2mk_B}$, onde m é a massa do átomo. No entanto, a potência de aquecimento é proporcional a energia dos fótons e inversamente proporcional ao tempo de vida das transições atômicas, enquanto que a potência da força de resfriamento é proporcional à velocidade ao quadrado, logo, a temperatura limite acaba sendo maior que a temperatura de recuo, pois esses dois fluxos de energia precisam atingir o equilíbrio. Levando esses fatores em consideração, chegamos à expressão:

³Essa aproximação é razoável dado que usualmente trabalhamos abaixo da intensidade de saturação da transição excitada.

⁴Estamos considerando processos em que ocorrem emissão espontânea, logo a emissão e a absorção ocorrem em diferentes direções na maior parte do tempo. Para situações como emissão estimulada, esse raciocínio não se aplica.

$$T_{Doppler} = \frac{h\Gamma}{2k_B}, \quad (4.1.6)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann e h a constante de Planck. A descrição completa das forças óticas agindo sobre um átomo e dos processos de aprisionamento pode ser encontrada nos capítulos 3 e 7 da referência [39]. Apesar de não ser o caso no nosso experimento, processos de resfriamento que atingem temperaturas mais baixas que a temperatura Doppler podem ocorrer. O mais conhecido deles é denominado resfriamento Sísifo [39].

Como vimos anteriormente, existe um grupo de velocidades atômicas para o qual o resfriamento é mais eficiente. Logo, átomos que se movimentam muito rapidamente não são capturados pelos feixes. Um outro fator que precisamos levar em conta é a pressão. Para diminuir o número de colisões durante o processo de resfriamento, a amostra atômica precisa ser um vapor de baixa pressão. Tipicamente, em uma câmara de vácuo a $p \leq 10^{-8}$ Torr.

Mesmo depois de resfriados e à baixa pressão, os átomos em um melaço ótico continuam sujeitos a colisões que podem tirá-los da região de interação com os lasers. Para evitar que isso ocorra, é necessário também aprisionar os átomos. O aprisionamento é feito com a força que um átomo de momento magnético $\vec{\mu}_m$ experimenta quando imerso em um campo magnético inhomogêneo. Essa força está relacionada com a energia potencial magnética $U_{mag} = -\vec{\mu}_m \cdot \vec{B}$, de forma que:

$$\vec{F}_{mag} = -\vec{\nabla}(U_{mag}) = \vec{\nabla}(\vec{\mu}_m \cdot \vec{B}). \quad (4.1.7)$$

O campo $\vec{B}$, no nosso experimento (e nas MOT's em geral), é gerado por bobinas em configuração anti-Helmholtz. Para simplificar a discussão, vamos nos restringir ao campo no eixo z , que é perpendicular às bobinas. A descrição completa dos campos de aprisionamento magnetostáticos pode ser encontrada na referência [61]. A expressão para o campo magnético das bobinas em configuração anti-Helmholtz no eixo z é:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \left[\frac{1}{((R/2 + z)^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{((R/2 - z)^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \right], \quad (4.1.8)$$

onde I é a corrente aplicada nas bobinas, R é o raio das bobinas e, também, a separação entre as duas bobinas. Conseguimos ver na Equação 4.1.8 que o campo magnético é zero no plano xy em $z = 0$, mas cresce rapidamente para qualquer outra direção do eixo cartesiano z , como podemos observar pelas linhas de campo na Figura 4.1.1 b), e pela medida direta do campo no nosso experimento, mostrada na Figura 4.1.3. Um comportamento similar ocorre na direção radial [61], logo, a força $\vec{F}_{mag}$ tende a confinar os átomos no centro da armadilha.

Figura 4.1.3: Gradiente da componente z campo magnético medido diretamente no exterior da câmara de vácuo da MOT, com uma corrente de $I = 2A$ nas bobinas. O comprimento da câmara é de 10 centímetros, por isso a ausência de pontos experimentais nessa região. A linha pontilhada não representa um ajuste, é apenas um guia para a visualização.

4.2 Tempo de voo: Medidas de temperatura

Como trabalhamos com átomos frios, a medida de temperatura é necessária para caracterizar a amostra atômica. A técnica mais utilizada é a de tempo de voo. Essa medida consiste, basicamente, em deixar a armadilha seguir sua expansão balística e observar quanto tempo ela demora para atingir uma determinada região. Nas primeiras experiências utilizando essa técnica, os átomos caíam da armadilha livremente até alcançar um feixe de laser abaixo da armadilha. Ao alcançar o feixe, os átomos fluoreciam e então uma medida do tempo de voo era feita [44, 62].

No nosso experimento, desligamos os campos magnético e óticos de resfriamento e aprisionamento e observamos a expansão da nuvem. Utilizamos imagens capturadas através de uma câmera CCD (*Charged-Coupled Device*) para estimar o perfil de intensidade da fluorescência dos átomos. Iluminamos a nuvem e tomamos imagens com os tempos de expansão $t = 1, 2, \dots, 10\text{ms}$, conforme mostrado na Figura 4.2.1. Uma rotina em Labview é utilizada para analisar o mapa de pixels e obter o perfil de intensidade. Se não houver saturação da CCD, obtemos um perfil de intensidade gaussiano⁵ para cada uma das imagens gravadas,

⁵Na verdade, para cada imagem, teremos um perfil de intensidade Gaussiano na coordenada x , e outro na y . As duas diferem, normalmente, em dezenas de μK . As velocidades são calculadas separadamente para cada eixo e depois uma média é feita. Anisotropias no processo de medida podem ser as principais causas da diferença de temperatura entre os eixos.

Figura 4.2.1: Sequência de imagens para medida de temperatura da nuvem de átomos frios. Apesar da diferença de densidade não ser evidente nessa sequência de imagens, o perfil de intensidade da fluorescência é diferente. As linhas observadas na imagem são geradas no processo de captura de imagem da CCD, no qual o circuito eletrônico não lê simultaneamente todos os pixels da imagem. Isso faz com que alguns pixels sejam capturados num instante posterior, no qual a nuvem já teve tempo de expandir balisticamente, e portanto apresenta uma fluorescência reduzida em relação a um instante anterior.

dos quais podemos extrair uma largura à meia altura (FWHM), que, convertida em milímetros⁶, nos fornece o deslocamento médio Δx dos átomos. Com isso, conseguimos determinar a velocidade dos átomos através de um ajuste linear para os pontos Δx em função de Δt , tal qual exemplificado na Figura 4.2.2. Com o teorema da equipartição da energia em duas dimensões, calculamos a temperatura da nuvem, segundo a Equação 4.2.1.

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \quad (4.2.1)$$

4.3 Bombeamento Ótico

O bombeamento ótico é um fenômeno físico utilizado para preparar amostras atômicas em um determinado estado quântico [48]. Através da interação dos átomos com um campo ótico (laser), é possível transferir a população atômica, majoritariamente, para um único estado quântico. Para que haja bombeamento ótico, faz-se necessário pelo menos três níveis de energia, dentre os quais um deve ser um estado fundamental (ou pelo menos meta-estáveis) e outro um estado excitado. Além disso, deve haver um laser acoplando uma determinada transição atômica.

O caso mais simples possível é o bombeamento ótico de um átomo de três níveis, no qual teremos dois níveis fundamentais e um excitado. Essa é a configuração de interesse para os processos de Λ -EIT, e portanto, vamos nos ater apenas a ela.

Vamos considerar que inicialmente todos os átomos estejam em um determinado nível de energia (estado), por exemplo $|2\rangle$. Ao acoplar um laser de bombeio à transição $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$, os átomos serão excitados para o nível $|3\rangle$. Porém, nesse nível ($|3\rangle$), os átomos estão sujeitos à

⁶Calculamos uma razão entre o número de pixels e o tamanho, em milímetros, do sensor da CCD.

Figura 4.2.2: Ajuste linear para obtenção da velocidade média dos átomos, na coordenada x. A equação é $(\Delta x)^2 = v^2(\Delta t)^2 + v_0^2$. Os parâmetros livres são v^2 e v_0^2 . As constantes utilizadas para o cálculo da temperatura são a massa do rubídio e a constante de Boltzmann. A temperatura obtida é de aproximadamente $500 \mu K$. Os valores dos parâmetros de ajuste podem ser lidos diretamente no gráfico.

emissão espontânea. Logo, haverá um decaimento da população para os níveis fundamentais, proporcional à taxa de decaimento $\Gamma_D = \frac{1}{\tau_v}$, que é inversamente proporcional ao tempo de vida do estado excitado. Nesse processo de decaimento, parte dos átomos irá para o nível $|1\rangle$ e parte dos átomos retornará ao nível $|2\rangle$, a razão sendo definida pela força de oscilador das respectivas transições [39]. Os átomos que retornam para o nível $|2\rangle$ serão bombeados novamente para o estado excitado, iniciando um novo ciclo de absorção e emissão. Como os átomos no estado $|1\rangle$ não interagem com a radiação, nem estão sujeitos à emissão espontânea por se tratar de um estado fundamental, depois de um número finito de ciclos de absorção e emissão todos os átomos estarão acumulados no estado $|1\rangle$. Uma representação desse processo pode ser visualizada na Figura 4.3.1.

Vale salientar que o tempo de vida do estado excitado, num átomo de rubídio, é da ordem de dezenas de nanossegundos, portanto, os processos de bombeamento ótico são extremamente rápidos, aproximadamente centenas de nanossegundos.

Figura 4.3.1: Dinâmica de bombeamento ótico. Os átomos inicialmente no estado $|2\rangle$ são transferidos para o estado excitado $|3\rangle$; através da emissão espontânea, os átomos são devolvidos para os estados $|1\rangle$ ou $|2\rangle$. Os átomos no estado $|1\rangle$ não mais interagem com o laser de bombeio e permanecem nesse estado (fundamental). Os demais átomos repetem o ciclo até que todos estejam no estado $|1\rangle$.

4.4 Espectroscopia de Ruído

Espectroscopia é uma técnica de medida que propicia a avaliação das propriedades de um material baseada em um espectro, seja ele de emissão ou absorção. Para sistemas atômicos, com frequências de transição óticas, essa medida, em geral, é feita mediante detecção de variações de intensidade de um feixe luminoso (tipicamente um laser), após interagir com o meio atômico. Aplica-se uma modulação ou varredura na frequência do laser para que se

Figura 4.4.1: Ilustração do processo de conversão de ruído de fase em ruído de amplitude. Representação da interação do laser com os átomos.

obtenha o espectro. Como a variação de intensidade detectada na espectroscopia depende dos processos de interação que ocorrem no meio atômico (absorção e emissão), os perfis de intensidade revelam em que frequência e que tipo de interação ocorre⁷. Experimentalmente, os espectros são obtidos através de um fotodiodo que converte a intensidade detectada em corrente elétrica, através de um circuito eletrônico.

No entanto, esse tipo de espectroscopia está sujeita a alguns problemas, como por exemplo, alargamento por potência. A largura de linha da absorção de um átomo é alargada com o aumento da potência do laser de excitação [53]. Isso pode ser notado diretamente pela dependência da frequência de Rabi nas equações de Bloch (ou no Hamiltoniano de interação).

A espectroscopia de ruído é uma técnica experimental de alta resolução [49] que utiliza as flutuações de intensidade dos campos, após a interação com o meio atômico, como fonte de informação sobre a dinâmica de excitação dos átomos. Essa espectroscopia aparece como uma alternativa frente às espectroscopias usuais, por apresentar maior acurácia, nos possibilitando, por exemplo, medir a largura de EIT livre de alargamento por potência [50], já que o sinal detectado é proveniente da conversão de ruído de fase em ruído de amplitude, sendo independente da intensidade dos lasers.

Essa técnica foi desenvolvida baseada no próprio espectro de emissão dos lasers de diodo. Como é sabido, os lasers de diodo possuem intensidade estável, porém estão sujeitos a uma flutuação de frequência randômica, que é associada a um intrínseco excesso de ruído de fase [49, 51, 52]. Ao interagir com os átomos, através de processos de espalhamento, absorção e emissão, as flutuações de fase sofrem uma conversão em flutuação de intensidade, processo formalmente denominado conversão de ruído de fase em ruído de amplitude (*PN-AN con-*

⁷Redução de intensidade indica absorção e aumento de intensidade indica emissão, por exemplo. Além disso, informações mais específicas do sistema podem ser obtidas, dependendo do fenômeno investigado e do aparato de detecção utilizado.

Figura 4.4.2: Ilustração do processo de conversão de ruído de fase em ruído de amplitude. Representação espectral da intensidade, mostrando como o ruído de amplitude é maior à medida que a frequência dos lasers se aproxima das frequências de ressonâncias atômicas.

version). Esse processo pode ser visualizado nas Figuras 4.4.1 e 4.4.2. Logo, as flutuações de intensidade observadas contêm informação da interação luz-átomos num largo intervalo de frequência. Uma das principais novidades da técnica de espectroscopia de ruído é a possibilidade de obter um espectro de absorção dos átomos sem varrer ou modular a frequência do lasers [49]. Experimentalmente, a medida da flutuação de intensidade é feita através da separação do sinal de flutuação, num processo de filtragem da parte de baixa frequência do sinal obtido no fotodiodo.

Uma década depois, a espectroscopia de ruído se mostrou uma poderosa ferramenta para investigar interações não-lineares em meios atômicos. Observou-se que após a interação com o meio atômico, as flutuações dos campos de saída podiam apresentar perfis temporalmente correlacionados ou anti-correlacionados [56]. Posteriormente, a espectroscopia de ruído (e correlação) foi amplamente utilizada para investigar as interações não lineares de átomos e luz, especialmente em condição de EIT [50, 52, 55, 57] pois, a partir do tipo de correlação observado entre os campos, obtemos informações sobre os processos não lineares (ou lineares) que ocorrem no meio atômico. Nesse trabalho, em particular, observamos efeitos não-estacionários através das correlações de ruído de intensidade.

Antes de discutir as interações atômicas, vamos definir como analisamos matematicamente as correlações: as correlações dos campos são estudadas através da função de correlação de segunda ordem definida na Equação 4.4.1, escrita em função das flutuações individuais dos lasers (δI_1 e δI_2):

$$G^{(2)}(t, \tau) = \frac{\langle \delta I_1(t) \delta I_2(t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle [\delta I_1(t)]^2 \rangle \langle [\delta I_2(t + \tau)]^2 \rangle}}, \quad (4.4.1)$$

onde $\delta I_i(t)$ para $i = 1, 2$ representa as flutuações de intensidade dos campos 1 e 2. Para $G^{(2)}(t) > 0$, observamos correlações positivas entre os campos, para $G^{(2)}(t) < 0$, observamos anti-correlação (correlações negativas) e para $G^{(2)}(t) = 0$ os campos estão completamente não-correlacionados.

No entanto, a Equação 4.4.1 é definida em função do tempo, e, para se obter um espectro em frequência, é necessário fazer uma transformada de Fourier com intervalo de tempo finito. Teoricamente, esse procedimento é feito utilizando o teorema de Weiner-Khintchine [58]. Experimentalmente, isso envolve um processo de demodulação através de um circuito eletrônico que nos fornece o espectro de ruído individual dos lasers. Ademais, é necessário calibrar o ruído eletrônico, que não é constante em todo o espectro, dificultando sua subtração dos espectros de frequência.

A espectroscopia de correlação de ruído que utilizamos nesse trabalho é feita através da medida das flutuações de intensidade dos lasers no domínio da frequência. Através da medida dos espectros de potência de ruído individuais S_{ii} de cada laser, e dos espectros de potência de ruído cruzados S_{ij} , definidos por [59]:

$$S_{ij}(\omega) = \frac{1}{2} \langle \delta I_i(\omega) \delta I_j(\omega)^* + \delta I_j(\omega) \delta I_i(\omega)^* \rangle, \quad (4.4.2)$$

podemos calcular a correlação normalizada:

$$C(\omega) = \frac{S_{12}(\omega)}{\sqrt{S_{11}(\omega) S_{22}(\omega)}}. \quad (4.4.3)$$

Essa correlação normalizada terá propriedades similares à função de correlação da Equação 4.4.1, porém é definida no domínio da frequência. Uma das vantagens dessa abordagem é que é possível conhecer o ruído eletrônico para cada frequência em particular, e, assim, neutralizar seu efeito na medida mais facilmente. Ademais, como o sinal de alta-frequência passará por um processo de demodulação em uma frequência determinada, esse tipo de medida gerará informações sobre as bandas laterais do espectro [60].

Apesar de mencionarmos anteriormente que a espectroscopia de ruído é uma poderosa ferramenta para analisar as interações átomos-luz, até então, nenhuma inferência sobre o comportamento dos átomos foi feita. Vamos, agora, discutir uma interpretação desse espectro de correlação relacionado às polarizações induzidas no meio atômico. Consequentemente, o espectro também estará relacionado às partes dispersivas e absorptivas das interações atômicas. Essa análise é discutida em [59]. A função $G^2(0)$ estará, portanto, relacionada às polarizações

atômicas tal que:

$$G^{(2)}(0) = \frac{\langle \delta I_1(t) \delta I_2(t) \rangle}{\sqrt{\langle [\delta I_1(t)]^2 \rangle \langle [\delta I_2(t)]^2 \rangle}} = \frac{\langle \delta \Im\{p_1(t)\} \delta \Im\{p_2(t)\} \rangle}{\sqrt{\langle [\delta \Im\{p_1(t)\}]^2 \rangle \langle [\delta \Im\{p_2(t)\}]^2 \rangle}}, \quad (4.4.4)$$

onde p_i para $i = 1, 2$ são as polarizações induzidas pelo campo 1 e 2, respectivamente. A parte imaginária é indicada por $\Im\{\}$ e a real será indicada por $\Re\{\}$, quando necessário. A Equação 4.4.4 apenas infere que as flutuações de intensidade dos campos estão relacionadas às flutuações na absorção dos átomos, o que é razoável. Para calcular as flutuações nas absorções, utilizamos a definição:

$$\delta \Im\{p_i(t)\} = \Im\{p_i(t)\} - \Im\{\langle p_i(t) \rangle\}. \quad (4.4.5)$$

Quando consideramos um feixe que possui difusão de fase, teremos uma amplitude complexa para o campo do tipo $E \exp(i\phi)$, onde ϕ representa a fase. Vamos lembrar que as polarizações induzidas no meio são descritas pela Equações 3.6.2, com as coerências definidas por 3.6.7 e 3.6.5, para que possamos calcular a média de $p_i^\phi(t)$ ⁸. É fácil perceber que $\langle p_i^\phi(t) \rangle$ será afetada pelas flutuações de fase apenas porque as polarizações dependem das frequências de Rabi linearmente⁹. Logo, podemos escrever:

$$\langle p_i^\phi(t) \rangle = \langle p_i(t) \rangle \exp(i\phi). \quad (4.4.6)$$

Então, quando escrevermos as partes imaginárias das flutuações de $p_i^\phi(t)$ temos:

$$\delta \Im\{p_i^\phi(t)\} = \Im\{p_i(t)\} \cos(\phi) + \Re\{p_i(t)\} \sin(\phi), \quad (4.4.7)$$

Substituindo na Equação 4.4.4, teremos:

$$G^{(2)}(0) = \frac{\Im\{\langle p_1(t) \rangle\} \Im\{\langle p_2(t) \rangle\} + \Re\{\langle p_1(t) \rangle\} \Re\{\langle p_2(t) \rangle\}}{\sqrt{\langle \Im\{p_1(t)\}^2 + \Re\{p_1(t)\}^2 \rangle \langle \Im\{p_2(t)\}^2 + \Re\{p_2(t)\}^2 \rangle}}. \quad (4.4.8)$$

A Equação 4.4.8 nos diz que há uma mistura das partes reais e imaginárias da polarização, ou seja, uma mistura das respostas dispersivas e absorptivas nos átomos, e que o balanço entre as partes absorptivas e dispersivas da resposta atômica é o que vai determinar os comportamentos de correlação ou anticorrelação. Dado que as partes imaginárias sempre têm o mesmo sinal e, portanto, sempre estão correlacionadas, as anti-correlações surgem induzidas pelas partes reais. Na figura 4.4.3 podemos observar o comportamento das partes real (a) e imaginária (b) dos dois campos, onde notamos diretamente que as partes imaginárias

⁸A função $p_i^\phi(t)$ é a polarização incluindo a difusão de fase.

⁹Se p_i depender de $|\Omega_i|^2$, a parte imaginária na exponencial se cancela. Se a dependência for apenas em $\Omega = \frac{\mu E \exp(i\phi)}{\hbar}$, esse fator $\exp(i\phi)$ é carregado na média. Os demais termos de ordem ímpar são desprezíveis.

variam de forma simétrica, enquanto as partes reais variam de forma anti-simétrica, como mencionamos anteriormente.

4.4.1 Espectro de ruído

Agora que já apresentamos a espectroscopia de ruído, vamos descrever como os espectros de ruído são calculados. Como esse cálculo depende da aproximação para estado estacionário, iremos discutir, também, as escalas de tempo do sistema e a validade dessa aproximação. Demonstraremos que, caso o sistema se encontre fora do estado estacionário, teremos um espectro de ruído diferente do encontrado para o estado estacionário.

Para definir o ruído, primeiramente, vamos definir o campo de saída como os campos de entrada mais um termo de polarização induzida nos átomos, tal como na expressão [59]:

$$\vec{E}_{out} = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) + i\frac{\beta}{2c\epsilon_0} \vec{P}(t), \quad (4.4.9)$$

onde a polarização é definida como:

$$P(t) = p_1(t, \omega_1) \exp[i(\omega_1 t + \phi_1)] \hat{\epsilon}_1 + p_2(t, \omega_2) \exp[i(\omega_2 t + \phi_2)] \hat{\epsilon}_2. \quad (4.4.10)$$

Novamente, $\hat{\epsilon}_i$ é o vetor de polarização do campo i . A frequência ω_1 é função do tempo (varredura em frequência). Dada a definição da polarização, podemos escrever o campo total como:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{out} = & [E_{1,\epsilon_1} + i\frac{\beta}{2c\epsilon_0} p_1(t, \omega_1)] \exp[i((\omega_1 t + \phi_1))] \hat{\epsilon}_1 \\ & + [E_{2,\epsilon_2} + i\frac{\beta}{2c\epsilon_0} p_2(t, \omega_2)] \exp[i(\omega_2 t + \phi_2)] \hat{\epsilon}_2. \end{aligned} \quad (4.4.11)$$

A intensidade I_q transmitida em uma certa polarização $\vec{q}$ ($q = \hat{\epsilon}_1, q' = \hat{\epsilon}_2$) é dada por:

$$I_q(t) = 2c\epsilon_0 |\vec{q} \cdot \vec{E}_{qout}(t)|^2 = 2c\epsilon_0 \left| \left(E_q + i\frac{\beta}{2c\epsilon_0} p_q(t, \omega_q) e^{i(\omega_q(t)t + \phi_q)} \right) \right|^2, \quad (4.4.12)$$

Sendo a intensidade do feixe antes da amostra definida como $I_q^0 = 2c\epsilon_0 |\epsilon_q|^2$, podemos escrever as correlações de intensidade entre os campos de polarização q e q' como:

Figura 4.4.3: (acima) Parte imaginária e (abaixo) Parte real da susceptibilidade para os dois campos envolvidos num átomo de 3 níveis em condição de Λ -EIT. Nessa figura, utilizamos a Equação 4.4.8 com $\Gamma = 6\text{Mhz}$, $\Omega_1 = 0,5\Gamma$ (curva vermelha), $\Omega_1 = 0,45\Gamma$ (curva azul), $\gamma_{21} = 0,30\Gamma$. A frequência da abscissa representa a dessintonia de dois fótons $\Delta = \delta_1 - \delta_2$, onde os δ_i são as dessintonias de um fóton referente a cada campo.

$$\begin{aligned}
\langle I_q(t + \tau) I_{q'}(t) \rangle &= I_q^0 I_{q'}^0 + I_q^0 [\varepsilon_{q'}^* i \beta \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&\quad + I_{q'}^0 [\varepsilon_q^* i \beta \langle p_{q'}(t + \tau, \omega_q) \rangle + c.c.] \\
&\quad + I_q^0 \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0} [\langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&\quad + I_{q'}^0 \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0} [\langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_q^*(t + \tau, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&\quad - \beta^2 [\varepsilon_q^* \varepsilon_{q'}^* \langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&\quad - \beta^2 [\varepsilon_q^* \varepsilon_{q'} \langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] + O(\beta^3),
\end{aligned} \tag{4.4.13}$$

e as médias individuais dos campos de polarização q e q' como:

$$\langle I_q(t + \tau) \rangle = I_q^0 + i\beta [\varepsilon_q^* \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle + c.c.] + \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0} \langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_q^*(t + \tau, \omega_q) \rangle \tag{4.4.14}$$

$$\langle I_{q'}(t) \rangle = I_{q'}^0 + i\beta [\varepsilon_{q'}^* \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] + \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0} \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle \tag{4.4.15}$$

Logo:

$$\begin{aligned}
\langle I_q(t + \tau) \rangle \langle I_{q'}(t) \rangle &= I_q^0 I_{q'}^0 + I_q^0 i\beta [\varepsilon_{q'}^* \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&\quad + I_{q'}^0 \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0} \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle \langle p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle \\
&\quad + I_{q'}^0 i\beta [\varepsilon_q^* \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle + c.c.] \\
&\quad - \beta^2 [\varepsilon_q^* \varepsilon_{q'}^* \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&\quad + \beta^2 [\varepsilon_q^* \varepsilon_{q'} \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&\quad + \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0} I_{q'}^0 \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_q^*(t + \tau, \omega_q) \rangle + O(\beta^3).
\end{aligned} \tag{4.4.16}$$

Sabemos que uma flutuação de intensidade pode ser definida como [63]:

$$\langle \delta I^2(\tau) \rangle = \langle I(t + \tau) I(t) \rangle - \langle I(t + \tau) \rangle \langle I(t) \rangle. \tag{4.4.17}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}
\langle \delta I^2(\tau) \rangle &= \frac{I_q^0 \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0}}{\quad} [\langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle + c.c.] \\
&+ \frac{I_{q'}^0 \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0}}{\quad} [\langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_q^*(t + \tau, \omega_q) \rangle + c.c.] \\
&- \frac{I_q^0 \frac{\beta^2}{2c\epsilon_0}}{\quad} \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle \langle p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle \\
&- \frac{\frac{\beta^2}{2c\epsilon_0} I_{q'}^0}{\quad} \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_q^*(t + \tau, \omega_q) \rangle \\
&- \beta^2 [\varepsilon_q^* \varepsilon_{q'}^* (\langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle - \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle) + c.c.] \\
&\beta^2 [\varepsilon_q^* \varepsilon_{q'} (\langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle - \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle) + c.c.].
\end{aligned} \tag{4.4.18}$$

O espectro de ruído é definido como uma transformada de Fourier das flutuações de intensidade no tempo, como na Equação 4.4.19.

$$S_{qq'}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp(i\omega\tau) \langle \delta I^2(\tau) \rangle. \tag{4.4.19}$$

Para uma situação estacionária, $\langle p(t + \tau) \rangle = \langle p(t) \rangle$ e $\langle p(t + \tau) p^*(t + \tau) \rangle = \langle p(t) p^*(t) \rangle$, portanto, podemos escrever o ruído como:

$$\begin{aligned}
S_{qq'}(\omega) &= \\
&- \beta^2 \varepsilon_q \varepsilon_{q'} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp(i\omega\tau) \{ [\langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle - \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_{q'}(t, \omega_{q'}) \rangle] \\
&- [\langle p_q(t + \tau, \omega_q) p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle - \langle p_q(t + \tau, \omega_q) \rangle \langle p_{q'}^*(t, \omega_{q'}) \rangle] + c.c. \}.
\end{aligned} \tag{4.4.20}$$

Em ambos os casos, os termos de ordem $\beta > 2$ foram negligenciados. Também, os termos que não dependem de τ foram desconsiderados.

Comparando a Equação 4.4.18 com o núcleo de integração na Equação 4.4.20, observamos que o espectro de ruído em torno do estado estacionário será essencialmente diferente do espectro de ruído não-estacionário. Isso ocorre porque como o sistema está evoluindo temporalmente, a polarização induzida no meio no tempo t será diferente da polarização induzida em um tempo $t + \tau$ e portanto precisamos reter os quatro primeiros termos da Equação 4.4.18, os quais cancelam-se mutuamente na condição estacionária.

Dada essa condição, é necessário nos assegurarmos que nossas medidas são feitas nas

escalas de tempo para as quais o sistema se encontra no estado estacionário. Porém, nesse experimento, existem dinâmicas referentes às variáveis internas (populações e coerências) e externas (movimento dos átomos) do sistema atômico. Essas dinâmicas geram diferentes escalas de tempo para o relaxamento do sistema, o que implica que, dependendo da medida a ser efetuada, a dinâmica interna ou externa pode ser a mais relevante. A discussão sobre as escalas de tempo será apresentada no Capítulo 6.

Capítulo 5

Resultados Experimentais

5.1 Aparato experimental

5.1.1 Estrutura de níveis do ^{87}Rb

Nesse trabalho, utilizamos o isótopo do rubídio de massa atômica 87 u.a., que representa $\frac{1}{4}$ da abundância natural de átomos de rubídio. Por ter um spin nuclear de $\frac{3}{2}$, menor que o do ^{85}Rb , temos a possibilidade de acessar desdobramentos hiperfinos com um número menor de níveis no ^{87}Rb . Existem duas linhas possíveis para excitação: A D_1 ($5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$), onde existe um número menor de níveis de excitações e uma maior separação entre eles¹, sendo bastante utilizada para experiências em vapor de rubídio; e a D_2 ($5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$) onde há um maior número de níveis excitados, que estão mais próximos entre si. Logo, átomos frios são mais apropriados para investigações na linha D_2 , pois possibilitam uma melhor resolução das excitações hiperfinas (Átomos frios estão menos susceptíveis à alargamento Doppler, pois possuem uma distribuição de velocidades mais estreita). Trabalharemos na linha D_2 .

A estrutura de níveis é apresentada na Figura 5.1.1.

As setas coloridas representam as transições que são excitadas por lasers, tanto os de resfriamento da armadilha magneto-ótica (MOT) como os de espectroscopia de EIT. Também são indicados na figura os respectivos rebombeios. Os lasers de rebombeio são necessários sempre que a população atômica se encontra em um nível de energia diferente do que se deseja para efetuar o experimento. O laser de rebombeio da MOT traz os átomos que decaíram para $F = 1$, durante o processo de resfriamento, de volta para $F = 2$, onde os lasers de resfriamento estão acoplados. O rebombeio da EIT manda os átomos do nível $F = 2$, onde eles são preparados pelo resfriamento, para o nível $F = 1$, onde os lasers de espectroscopia

¹A separação entre os níveis hiperfinos é dada pelo desdobramento hiperfino de energia, e pode ser encontrado na referência [39].

Figura 5.1.1: Estrutura de Níveis do rubídio 87, indicando todas as transições excitadas. As separações em frequência dos níveis são indicadas ao lado das setas cinzas.

estão acoplados.

Os lasers de resfriamento agem na transição $F = 2 \rightarrow F' = 3$, o rebombeio da MOT está acoplado na transição $F = 1 \rightarrow F' = 2$. Os lasers de EIT estão acoplados na transição $F = 1 \rightarrow F' = 1$, e o rebombeio da EIT está acoplado em $F = 2 \rightarrow F' = 2$.

5.1.2 Sistema de três níveis

Para compor o esquema de EIT em configuração Λ , utilizamos a transição $F = 1 \rightarrow F' = 1$. Existem três níveis Zeeman degenerados para cada um dos níveis hiperfinos, onde $m = \pm 1, 0$. Como utilizamos luz circularmente polarizada, pelas regras de seleção, apenas conseguimos excitar transições do tipo $\Delta m = \pm 1$, portanto só um sistema de Λ -EIT é formado. A vantagem desse sistema não degenerado é que não é necessário, ao desenvolver a teoria, definir uma frequência de Rabi efetiva, decorrente da distribuição da potência pelos vários sistemas de Λ -EIT, como é o caso do ^{85}Rb . A comparação com os resultados experimentais é, portanto, mais direta.

Uma figura esquemática do sistema de Λ -EIT utilizado é apresentado na Figura 5.1.2.

²O travamento dos lasers é feito utilizando um sistema de absorção saturada [65] e um travamento por modulação (*dither-locking*). Os lasers não são travados diretamente na transições. O travamento é feito nos *crossovers* [64] mais intensos e deslocados com ajuda de moduladores acusto-óticos (AOM).

É interessante observar que a transição de $|1,0\rangle \rightarrow |1,0\rangle$ não é permitida pela nulidade do coeficiente de Clebsh-Gordon para essa transição.

5.1.3 Aparato Experimental

Nesse experimento, utilizamos átomos de frios de ^{87}Rb , aprisionados em uma armadilha magneto-ótica (MOT). Uma figura esquemática do experimento é apresentada na Figura 5.1.3. Todos os lasers utilizados são lasers de diodo. As transições utilizadas para o aprisionamento e detalhes dos níveis atômicos excitados foram descritos na seção acima, e estão representados na Figura 5.1.2. Os lasers utilizados para gerar EIT são provenientes de um mesmo laser e separados em componentes de polarização σ_+ e σ_- . Cada componente passa independentemente por um modulador acusto-ótico (AOM) para que suas frequências possam ser controladas independentemente. Os AOM's são controlados por osciladores controlados por voltagem (VCO) que recebem comandos de um computador através de uma interface programada em Labview.

Figura 5.1.2: Esquema de níveis excitados para geração de EIT.

Os feixes que geram EIT podem ser arranjados em configuração copropagante e contra-propagante. A separação angular entre os feixes de EIT é de aproximadamente 2° , quando em geometria copropagante, e 178° quando em geometria contra-propagante. Um laser independente é utilizado como rebombeio auxiliar da EIT, rebombeando os átomos novamente para o nível $F = 1$. Esse feixe de laser pode ser arranjado em duas configurações: anti-paralelo a um dos feixes da EIT, ou ortogonal aos lasers de EIT³.

Após a interação com o meio atômico, os feixes seguem para um esquema de detecção balanceada. Os feixes são detectados por fotodiodos. Posteriormente, com a ajuda de um circuito eletrônico, o sinal proveniente dos fotodiodos é separado em intensidade média (DC)

³A maior parte dos experimentos é feita em geometria copropagante com rebombeio da EIT anti-paralelo.

Figura 5.1.3: Esquema simplificado da montagem experimental, onde os feixes de EIT estão em geometria copropagante e o rebombeio anti-paralelo.

e flutuações de intensidade (HF). A parte HF passa por uma demodulação de 2MHz⁴. Posteriormente, as duas componentes seguem para uma placa de aquisição, onde os dados são adquiridos.

Os dados brutos obtidos nesses processos de medida são tratados através de um programa em labview que efetua o cálculo das correlações.

As potências e dessintonias (δ_2 , δ_R na Figura 5.1.2) dos feixes de EIT e rebombeio são parâmetros variáveis do experimento.

Uma representação esquemática da sequência temporal do experimento é mostrada na Figura 5.1.4. Nessa figura, estão indicados os pulsos de voltagem enviados ao experimento através de uma interface de Labview. A partir dessa interface, controlamos o envio de pulsos de voltagem para os VCO's, de forma que podemos ligar, desligar e varrer⁵ os campos óticos e magnéticos, quando necessário. Os tempos característicos do sistema estão indicados na figura. O tempo de carga da MOT é de 9ms⁶; posteriormente, desliga-se o campo magnético e aguarda-se 3ms para garantir que nenhum campo magnético espúrio influenciará a medida. Após esse tempo, o rebombeio da MOT é desligado e o rebombeio da EIT ligado. Os dois rebombeios competem em termos de bombeamento ótico e não podem funcionar simultaneamente. Os feixes de EIT e aprisionamento permanecem ligados durante todo o experimento.

Ao mesmo tempo que o rebombeio de EIT é ligado, os feixes de EIT dão início à varredura. Os dados são adquiridos por 0,5ms, quando é enviada uma rampa de varredura para os VCO's (indicada em linhas pontilhadas na Figura 5.1.4). Nesse intervalo de tempo, um dos feixes

⁴Essa frequência de demodulação pode ser diferente. No entanto, para nosso aparato experimental, 2MHz é a frequência que apresenta melhor relação entre sinal e ruído (indesejável).

⁵Quando mencionamos "varrer os campos" estamos nos referindo, metonimicamente, a varrer a frequência dos campos.

⁶O tempo de carga é o tempo de espera necessário, após ligados os feixes de resfriamento e os campos magnéticos de aprisionamento, para obter uma número suficiente (da ordem de 10^7) de átomos frios na região de interação.

de EIT varre um intervalo⁷ de $\delta_2 = 15\text{MHz}$ (valores maiores ou menores de varredura são explicitamente indicados), enquanto o outro é mantido em ressonância. A frequência de nenhum outro feixe é alterada durante o processo de varredura.

Figura 5.1.4: Esquema temporal das medidas.

5.1.4 Caracterização da nuvem e dos feixes do experimento

5.1.4.1 MOT

Nossa armadilha magneto-ótica, após carregada, tem aproximadamente 10^7 átomos de rubídio a uma temperatura de $800\mu\text{K}$. A temperatura do sistema é medida pelo método de tempo de voo descrito anteriormente. A nuvem tem um diâmetro médio de 2mm e é levemente elíptica. O vácuo dentro da câmara é de aproximadamente 10^{-8}Torr . A câmara da armadilha é feita de inox, ocasionando longos tempos de desligamento (da ordem de milissegundos) para os campos magnéticos.

5.1.4.2 Feixes de EIT

Para a espectroscopia em condição de EIT, utilizamos lasers de diodo de cavidade externa de fabricação própria. Esses lasers passaram por três processos de caracterização principais: ruído, perfil e tamanho.

Como o método de espectroscopia de ruído se baseia no excesso de ruído de fase dos lasers de diodo, efetuamos uma medida do ruído dos lasers nas frequências de demodulação utilizadas no experimento. Utilizamos uma cavidade de análise, aplicando o método de rotação de elipse de ruído [66] para efetuar essa medida. Nesse método, a rotação da elipse de ruído no espaço de fase permite a conversão de ruído de fase em ruído de amplitude, podendo então ser medido por um fotodiodo. Podemos observar na Figura 5.1.5 um excesso

⁷Esse intervalo é centrado na ressonância atômica, de forma que $-7,5\text{MHz} \leq \delta_2 \leq 7,5\text{MHz}$.

de ruído em relação ao limite quântico padrão (*standard quantum limit-SQL*), para uma frequência de análise de 2MHz, em todas as potências medidas, evidenciando que os lasers de diodo que utilizamos realmente têm um excesso de ruído. Essa mesma medida foi efetuada para frequências de análises maiores (3MHz e 4MHz), produzindo resultados similares, porém, como não iremos utilizar essas frequências de análises, não apresentaremos aqui os resultados.

Figura 5.1.5: a) Espectro de soma dos ruídos de um feixe dos lasers de diodo para uma frequência de análise de 2MHz, para várias potências. O SQL é indicado pela linha preta. b) Para que se possa calibrar o SQL, o feixe é dividido em um separador de feixes (BS) e dois detectores são utilizados para medir a intensidade de saída em cada porta do BS, logo, a "soma dos ruídos" se refere a soma dos ruídos detectados na saída do BS.

Investigamos também, através de imagens adquiridas por uma *Charged-coupled devices* (CCD), o perfil de intensidade dos feixes de EIT. Podemos observar na Figura 5.1.6 que os feixes têm um formato aproximadamente circular, onde o centro apresenta maior intensidade que as bordas, porém, pela saturação da CCD, essas imagens não nos permitem afirmar que temos um feixe com perfil gaussiano⁸. Apesar de não fornecer precisamente o perfil de intensidade dos feixes, as imagens são úteis, do ponto de vista experimental, para observar se há deformações significativas nos feixes, que possam vir a reduzir ou deformar a região de interação da luz com os átomos (regiões de bloqueios do feixe, por exemplo).

Para caracterizar os feixes mais precisamente, é necessário medir o tamanho⁹ do feixe. Isso

⁸Uma opção seria atenuar a intensidade do feixe com filtros, mas, nesse caso, as fontes externas de luz do próprio experimento acabam ofuscando a medida. Como dominamos uma técnica para realizar essa medida com maior precisão, não investimos maiores esforços para obter a medida com a CCD.

⁹ $2w_0$, onde w_0 é a cintura do feixe na região de interação.

porque essa medida é utilizada para a determinação das frequências de Rabi que permitem a comparação do experimento com a teoria. Para tanto, utilizamos a técnica de *Knife-edge* [67] para medir a cintura dos feixes de EIT. Esse método de medida consiste, basicamente, em medir a variação de potência do feixe ao bloqueá-lo parcial e progressivamente (na região do foco) até seu bloqueio completo. Utilizamos um *chopper* para fazer o bloqueio de forma contínua e a função de potência $P(t)$ que obtivermos deve possuir derivada gaussiana, para que possamos extrair um valor para a cintura do feixe. As dimensões obtidas através desse método de medida para os feixes que acoplam o sistema Λ (feixes de espectroscopia) foram:

Feixe fixo copropagante: 1,82 mm, Feixe fixo contrapropagante: 1,62 mm, Feixe de prova: 1,61 mm.

Figura 5.1.6: Imagem obtida através de CCD dos feixes de espectroscopia utilizados no experimento.

Os feixes denominados “feixes fixos” são os que são mantidos com dessintonia fixa (nula) em relação à transição atômica e o “feixe de prova” é o feixe que varre em frequência. Devido ao caminho ótico percorrido e o conjunto de lentes utilizado serem diferentes para o feixe fixo em geometria contra e co-propagante, medimos as cinturas nas duas situações.

5.2 Perfil de correlação

Em trabalhos anteriores do grupo, os espectros de correlação foram estudados e discutidos [50, 59]. O perfil típico dos espectros de correlação é apresentado na Figura 5.2.1. As principais características são; pico estreito de correlação na ressonância de dois fótons (que não sofre alargamento por potência) e vale de anti-correlação ao redor da ressonância (que sofre alargamento por potência). O espectro apresenta transições de correlação para anti-correlação, sendo essas transições regidas pela competição entre as partes reais e imaginárias da susceptibilidade atômica [59].

Figura 5.2.1: Perfis de correlação típicos obtidos nas medidas anteriores a esse trabalho. Nessa medida, exploramos uma configuração Λ -EIT de $F = 1 \rightarrow F' = 1$ do ^{87}Rb , para várias potências dos feixes de prova.

5.3 Medidas de correlação com perfil assimétrico para varredura

O ponto inicial desse trabalho foi a observação de uma assimetria nos perfis de correlação quando invertido o sentido (crescente ou decrescente) de varredura em frequência. Teoricamente, não deveria haver influência do sentido de varredura aplicado ao laser de espectroscopia, pois efetuamos uma medida em que varremos aproximadamente 340 pontos (o equivalente a 15 MHz) em 0,5 ms. Isso implica que o intervalo de tempo entre um ponto e outro da curva é de aproximadamente $1,4 \mu\text{s}$, o que é muito maior que os tempos típicos de decaimento das excitações atômicas, que são da ordem de nanossegundos. Esse intervalo de tempo é, também, maior que os tempos de evolução do sistema para o estado estacionário [68], pois considerando as previsões teóricas, a relaxação deveria ocorrer em frações de microsegundos. Portanto, os átomos não deveriam ser capazes de identificar se o ponto anterior (posterior) de uma medida é $\omega + \delta\omega$ ou $\omega - \delta\omega$, ou seja, não deveriam apresentar “memória”. Entretanto, não é o que observamos experimentalmente.

Na Figura 5.3.1 observamos os espectros de correlação para varredura positiva ($\frac{d\omega}{dt} > 0$), negativa ($\frac{d\omega}{dt} < 0$), e por passos ($\frac{d\omega}{dt}$ discreto). Existe uma clara assimetria entre a varredura positiva e a negativa. Na região onde o efeito coerente (EIT) é dominante, $\Delta = \pm 2 \text{ MHz}$, vemos uma sobreposição das duas curvas, no entanto, na região das asas ($\Delta > \pm 2 \text{ MHz}$), as curvas positiva e negativa divergem fortemente. A varredura por passo apresenta o perfil

mais peculiar de todos. Segue o espectro positivo para dessintonias negativas e o espectro negativo para dessintonias positivas.

Esse espectro é uma indicação de que o sistema não atinge o estado estacionário antes dos dados serem coletados. O sistema evolui temporalmente enquanto a medida é feita. O espectro por passos destaca esse fato, pois é justamente na curva de correlação medida discretamente que o comportamento para dessintonias abaixo da ressonância e acima da ressonância é mais claramente divergente. Isso ocorre porque, para cada ponto dessa curva, o sistema é recarregado, o que não ocorre para as varreduras positivas e negativas, nas quais, nos últimos pontos do espectro, o sistema já teve tempo de evoluir e se aproximar de um estado estacionário. Concluimos, portanto, que qualquer que seja a causa dessa assimetria, deve estar relacionada com a evolução do estado inicial para um estado estacionário, já que se a assimetria fosse um efeito da velocidade da varredura em frequência¹⁰, não apareceria no espectro por passos. Além disso, a variação da taxa de varredura $\frac{d\omega}{dt}$ foi realizada experimentalmente, e os resultados apontaram que esse não era um parâmetro crítico do sistema.

Apesar disso, os motivos para o aparecimento dessa assimetria não são claros, pois não temos indicação teórica nem experimental de suas causas. Para tanto, nas próximas seções, apresentamos uma bateria de medidas feitas na intenção de elucidar esse fenômeno.

Figura 5.3.1: Espectro de Correlação em geometria copropagante dos feixes de EIT e Rebombio anti-paralelo. As curvas representam a varredura positiva (vermelha), negativa (preta) e por passos (pontos azuis). As setas indicam a direção, em frequência da varredura.

¹⁰Como por exemplo os efeitos observados em ressonâncias induzidas por recuo.[70]

5.4 Medida com dessintonia no feixe de EIT

Nesse trabalho, não serão consideradas medidas não ressonantes de EIT, ou seja, um feixe de prova sempre estará em ressonância, enquanto o outro feixe varre ao redor da ressonância. Medidas referentes a essa configuração foram feitas e serão apresentadas em outras publicações [60], porém, com outro enfoque, já que a assimetria não é observada em condição não ressonante.

Apenas para poder afirmar que os efeitos são essencialmente ressonantes, comparamos dois espectros não ressonantes de varredura positiva e negativa na Figura 5.4.1. Apesar da dessintonia não ser a mesma (as medidas foram efetuadas em baterias diferentes), elas mostram que o comportamento para sistemas de EIT não ressonante são qualitativamente similares, não sendo possível identificar uma clara assimetria entre as duas.

Figura 5.4.1: Espectro de correlação em geometria copropagante dos feixes de EIT e rebombeio anti-paralelo, para o caso de EIT não ressonante. Varredura negativa é apresentada em preto, varredura positiva é apresentada em vermelho. As setas indicam a direção da varredura.

Figura 5.5.1: Configurações experimentais exploradas nessa bateria de medidas. a)(Esquerda) Feixes de EIT contrapropagantes com rebombeio anti-paralelo e b)(Direita) Feixes de EIT contrapropagantes com rebombeio ortogonal.

5.5 Medidas no regime contra-propagante para os feixes de EIT

A primeira explicação aventada para o perfil de correlação observado foi o acoplamento de graus de liberdade internos e externos do sistema. A ideia é que a troca de momento entre o átomo e o fóton absorvido teria um papel fundamental na dinâmica do sistema. Portanto, para investigar essa possibilidade, rearranjamos o sistema em geometria contra-propagante para os feixes de EIT. Nessa bateria de medidas, exploramos duas configurações do sistema, apresentadas na Figura 5.5.1. Em ambas, os feixes da EIT são contra-propagantes e o rebombeio é anti-paralelo ou ortogonal aos feixes de EIT.

5.5.1 Variando a dessintonia, potência e geometria do rebombeio

A primeira medida feita nessa geometria foi variando a dessintonia do rebombeio, onde a condição ressonante ($\delta_{Rp} = 0\text{MHz}$) é similar à condição da Figura 5.3.1, na qual os feixes estão em geometria co-propagante. As imagens são apresentadas na Figura 5.5.2.

Observamos que quando o rebombeio é ressonante (ou quasi-ressonante), não é possível identificar um perfil bem resolvido de EIT. Para dessintonias maiores, é possível observar o perfil de EIT mas não há assimetria entre a varredura positiva e negativa nos espectros de correlação. Dado que o rebombeio nessa condição é paralelo a um dos feixes de EIT, e que os espectros perdem a resolução na ressonância, consideramos a possibilidade de que os átomos estivessem sendo empurrados para fora da região de interação pelo feixe de rebombeio da EIT. Portanto, repetimos essa série de medidas com o rebombeio ortogonal aos feixes de EIT. Os resultados são apresentados na Figura 5.5.3.

Na configuração em que o rebombeio é ortogonal, embora os perfis de EIT também não sejam bem resolvidos, é possível observá-los. Não há assimetria entre as varreduras positiva e negativa, porém não podemos fazer afirmações concretas sobre essa observação, pois os feixes de EIT são contrapropagantes, o que implica que apenas uma classe de velocidades é

selecionada, devido ao efeito Doppler. Portanto, o sinal é bem menos intenso e tem baixa resolução¹¹, o que pode vir a mascarar outros efeitos no sinal.

Ainda em configuração contrapropagante, investigamos o efeito da variação de potência do rebombeio no sistema, tanto para a geometria anti-paralela (Figura 5.5.4), como para geometria ortogonal (Figura 5.5.5) do rebombeio. Em ambos os casos, a potência do rebombeio não é um fator determinante para a dinâmica do sistema. Os perfis de correlação e intensidade são similares para varreduras positivas e negativas, para qualquer intensidade do rebombeio e, também, qualquer configuração geométrica do mesmo (anti-paralela ou ortogonal).

Figura 5.5.2: Espectro de Correlação em geometria contra-propagante dos feixes de EIT e Rebombeio paralelo. As curvas representam a varredura positiva (vermelha) e negativa (preto), para várias dessintonias. A coluna da esquerda apresenta as curvas de correlação e as da direita a média de intensidade (Sinal DC). O sinal DC apresentado é uma média do sinal DC obtido para os dois campos.

¹¹Como trabalhamos com átomos frios, a largura Doppler deveria ser irrelevante, no entanto, dependendo do desacordo dos vetores de onda, o coeficiente de absorção pode variar, tornando-se sensível a velocidade atômica [69].

Figura 5.5.3: Espectro de correlação em geometria contra-propagante dos feixes de EIT e rebombeio ortogonal. As curvas representam a varredura positiva (vermelha) e negativa (preto), para várias dessintonias. A coluna da esquerda apresenta as curvas de correlação e as da direita a média de intensidade (Sinal DC). O sinal DC apresentado é uma média do sinal DC obtido para os dois campos.

5.6 Medidas Regime Copropagante

As medidas no regime contrapropagante não foram suficientemente conclusivas, pois os perfis assimétricos não foram observados, no entanto, essas medidas indicaram que o rebombeio tinha um papel fundamental no efeito observado, pois tirá-lo de ressonância provocava mudanças claras nos perfis de EIT. As medidas da seção anterior sugerem que o processo de bombeamento ótico está diretamente envolvido nas assimetrias observadas e que a influência do rebombeio nas dinâmicas do sistema precisa ser melhor compreendida. Devido a baixa resolução das medidas em configuração contrapropagante, retornamos o sistema para configuração copropagante e decimos focar nossa investigação nessa geometria. As geometrias exploradas nessa configuração são apresentadas na Figura 5.6.1.

Figura 5.5.4: a) Espectro de correlação em geometria contra-propagante dos feixes de EIT e rebombeio paralelo, para várias potências. A linha superior apresenta as curvas de correlação e a linha inferior a média de intensidade (sinal DC médio). Varredura positiva é apresentada à esquerda (tons de vermelho), varredura negativa é apresentada à direita (tons de cinza).

5.6.1 Medidas variando parâmetros do rebombeio

Das medidas apresentadas anteriormente, sabemos que o bombeamento ótico que é utilizado para popular o nível $F = 1$ antes de iniciar a espectroscopia, não está completamente isolado do processo que ocorre no sistema de $\Lambda - EIT$. Portanto, é necessário examinar como esse bombeamento ótico influencia a dinâmica do sistema. Para tanto, variamos três parâmetros do rebombeio, sendo estes: geometria, potência e dessintonia, reproduzindo as baterias de medidas da configuração contrapropagante.

Primeiramente, para descartar a influência da configuração geométrica do rebombeio na configuração copropagante, fizemos uma medida comparativa entre o rebombeio posicionado anti-paralelamente e ortogonalmente aos feixes de EIT. Os resultados são apresentados na Figura 5.6.2. Vemos que não há mudanças significativas entre os dois posicionamentos do rebombeio para essa configuração, portanto, para as próximas medidas, consideraremos apenas o rebombeio em configuração anti-Paralela.

A variação de potência também não apresentou resultados significativos para a configu-

Figura 5.5.5: Espectro de correlação em geometria contra-propagante dos feixes de EIT e rebombeio ortogonal, para várias potências. A coluna da esquerda apresenta as curvas de correlação e a da direita a média de intensidade (sinal DC médio). Varredura negativa é apresentada na linha superior (tons de cinza), varredura positiva é apresentada na linha inferior (tons de vermelho).

ração copropagante. Os resultados são apresentados na Figura 5.6.3. É possível observar uma diminuição do nível de correlação para potências maiores que 1,8mW, para a varredura positiva e dessintonias negativas. O mesmo comportamento também é percebido no espectro DC. Esse tipo de “afundamento de correlação”, embora não muito evidente nessa medida em particular, pode estar relacionado com o fato de os átomos obedecerem verdadeiramente a uma dinâmica de cinco níveis, onde a frequência de Rabi do rebombeio (que acopla os níveis $F = 2 \rightarrow F' = 2$) é fundamental.

A força de acoplamento de uma transição atômica não depende somente da potência, mas também da dessintonia do feixe de acoplamento. Portanto, as próximas medidas discutidas serão com aplicação de uma dessintonia no rebombeio. Na Figura 5.6.4 vemos os espectros de correlação com a variação da dessintonia. Na Figura 5.6.5 apresentamos o espectro de intensidade. Podemos extrair, dessa bateria de medidas, que a dessintonia do rebombeio é um fator crítico para a observação da assimetria. Podemos também obter a largura do efeito de assimetria, que é aproximadamente 24MHz. Efeitos com bandas tão largas não

Figura 5.6.1: Configurações experimentais exploradas na bateria de medidas da seção 5.5.1. a) (Esquerda) Feixes de EIT copropagantes com rebombeio anti-paralelo e b) (Direita) Feixes de EIT copropagantes com rebombeio ortogonal.

Figura 5.6.2: Espectro de correlação em geometria copropagante dos feixes de EIT. Comparação entre a geometria do rebombeio ortogonal e anti-paralela aos feixes de EIT. O quadro superior apresenta a média de intensidade (sinal DC médio) e o inferior apresenta as curvas de correlação. Varreduras negativas são apresentadas em tons de cinza e varreduras positivas são apresentadas em tons de vermelho.

podem estar relacionados com efeitos coerentes, pois são maiores que a largura da transição atômica, e possivelmente estão relacionados apenas com processos de bombeamentos óticos ou dinâmicas dos graus de liberdades externos.

As medidas de variação de potência e dessintonia para o rebombeio nos sugerem que no limite em que o bombeamento ótico ocorre de forma eficiente, força-se uma dinâmica diferente para varreduras positivas e negativas dos feixes de EIT. Como sabemos que essa assimetria está ligada ao fato do sistema não estar no estado estacionário durante as medidas, podemos

Figura 5.6.3: Espectro de correlação em geometria copropagante dos feixes de EIT e rebombeio anti-paralelo. As curvas representam a varredura positiva (vermelha) e negativa (preta), para várias potências. A coluna da esquerda apresenta as curvas de correlação e as da direita a média de intensidade (sinal DC médio).

levantar duas hipóteses: a primeira que o processo de bombeamento ótico em si é muito mais lento que o previsto teoricamente, modificando a dinâmica do sistema, e a segunda que a dinâmica lenta ocorre uma vez que o sistema é bombeado para o sistema Λ .

Dentro das possibilidades de efeitos envolvendo bombeamento ótico, foi considerada a possibilidade de distribuição não homogênea entre os níveis Zeeman do Nível $F = 1$; porém essa hipótese foi desconsiderada pois a redistribuição homogênea da população deveria ocorrer dentro de alguns ciclos de rebombeio. Também foi considerada a possibilidade de um processo similar a STIRAP (*Stimulated Raman adiabatic passage*) [75], porém logo foram descartados, dado que nossas configurações experimentais não são adequadas para esse tipo de processo¹².

¹²Um processo de STIRAP basicamente é um arranjo contra-intuitivo de pulsos que favorece o bombeamento de população para um determinado nível. No nosso experimento, a hipótese seria que a interação entre o feixe de rebombeio e os feixes de EIT ocasionassem isso, no entanto, os feixes de EIT não são pulsados, tornando a hipótese implausível.

Figura 5.6.4: Espectro de correlação em geometria copropagante dos feixes de EIT e rebombeio anti-paralelo. As curvas representam a varredura positiva (vermelha) e negativa (preta), para várias dessintonias.

Figura 5.6.5: Espectro de intensidade (sinal DC médio) em geometria copropagante dos feixes de EIT e rebombeio anti-paralelo. As curvas representam a varredura positiva (vermelha) e negativa (preta), para várias dessintonias.

5.6.2 Medidas variando a taxa de varredura

Baseado nos experimentos de ressonância induzida por recuo [70], nos quais a partir de uma determinada taxa de varredura começamos a observar uma diferença entre a varredura positiva e negativa, questionamos o papel da taxa de varredura no nosso experimento. Mesmo que já houvesse indicativos de que esse parâmetro não é determinante na observação da assimetria (espectro por passos), realizamos medidas variando a taxa de varredura para entender sua influência nos espectros. Os resultados são exibidos na Figura 5.6.6. As taxas de varredura são: 60MHz/ms (0, 25ms), 30MHz/ms (0, 5ms), 15MHz/ms (1ms), 10MHz/ms (1, 5ms). Tanto para varreduras positivas, como para varreduras negativas, não é visível uma alteração significativa do espectro de correlação. Existe uma discrepância, mas apenas no final da varredura ($\delta = -8\text{Mhz}$ negativa, $\delta = 8\text{Mhz}$ positiva), região onde, para as medidas mais longas, a perda de átomos é não negligenciável. Essa perda de átomos está relacionada com a expansão balística da nuvem durante a medida. Como o campo magnético é desligado antes de iniciar a varredura, a nuvem sofre um processo de expansão, que começa a não ser desprezível para tempos de expansão maiores ou iguais a 1ms. Vemos claramente no espectro de intensidade a diminuição da absorção ao longo da medida (tanto a varredura positiva como negativa apresentam níveis DC maiores no final da medida). Portanto, as alterações no espectro de correlação podem ser devidas à diminuição do número de átomos e não a uma dinâmica atômica específica.

5.7 Medidas com variação da densidade ótica

Para nos certificarmos de que as alterações nos espectros de correlação com variação da taxa de varredura são devidas à diminuição do número de átomos na região de interação, investigamos o efeito da redução da densidade ótica nos espectros de correlação. Para tanto, reduzimos a potência dos lasers de aprisionamento. Na Figura 5.7.1 apresentamos os resultados. É possível observar que a redução da densidade ótica não ocasiona mudanças no perfil de EIT, tanto para a correlação, quanto para a intensidade. Não observamos alterações no sinal DC referentes à perda do número de átomos, como nos espectros de longas taxas de varredura. No entanto, esse caso é levemente diferente da nuvem em expansão, onde os átomos adquirem velocidade durante a expansão. A velocidade dos átomos em expansão é de aproximadamente 3cm/s, o que implica que para tempos da ordem de 1ms, os átomos percorrem $3\mu\text{m}$, sendo desprezível frente ao tamanho da região de interação, tipicamente milimétrica. Portanto, a expansão balística da nuvem não deve ser suficiente para expelir os átomos da região de interação, quando o campo magnético é desligado e eles não mais estão confinados.

Figura 5.6.6: Espectro de correlação (esquerda) e de intensidade DC média (direita) em geometria copropagante dos feixes de EIT e rebombeio anti-paralelo. As curvas representam a varredura positiva (tons de vermelho) e negativa (tons de cinza), para várias taxas de varredura.

Figura 5.7.1: Espectro de correlação (acima) e intensidade média (abaixo) em geometria copropagante dos feixes de EIT e rebombeio anti-paralelo. As curvas representam a varredura positiva (tons de vermelho) e negativa (tons de cinza), para várias potências dos feixes de resfriamento.

5.7.1 Medidas com evolução temporal

Observamos que a assimetria é um efeito ocasionado por termos um sistema fora do equilíbrio. Por conseguinte, medimos a evolução temporal do sistema com o objetivo de identificar se ele atingiria um estado estacionário e, em caso afirmativo, se seria possível identificar o tempo que o sistema levava para atingir o equilíbrio.

Durante 0,5ms, gravamos a evolução temporal do sistema em três valores de dessintonia. Dessintonizado para o vermelho ($-7,66\text{MHz}$), dessintonizado para o azul ($7,66\text{MHz}$) e em ressonância (0MHz). Os resultados são apresentados na Figura 5.7.2. Podemos observar várias características nessa medida. Primeiramente, observamos que, no caso ressonante, o nível de correlação é constante. Nessa situação, o sistema evolui muito rápido para o estado estacionário, em acordo com as previsões teóricas obtidas através da solução das equações de Bloch, que prevêem um tempo de evolução de aproximadamente $3\mu\text{s}$. Isso ocorre porque nessa região os átomos são aprisionados no estado escuro e não há evolução temporal, pois o sistema permanece no estado escuro.

Já para os casos fora da ressonância, observamos que os níveis de correlação no estado estacionário são diferentes para dessintonias acima e abaixo da ressonância e que os sistemas demoram aproximadamente 0,3ms para atingir a situação de equilíbrio, duas ordens de grandeza a mais que o previsto. Como mencionamos anteriormente, estados transientes tão longos não são esperados para dinâmicas de graus de liberdade internos de sistemas atômicos e esse resultado é surpreendente.

5.7.2 Medidas com tempo de espera

Dado que o sistema demora 0,3ms para atingir a condição de equilíbrio, decidimos fazer uma medida aguardando 0,3ms para iniciar a varredura dos feixes de espectroscopia. O resultado é mostrado na Figura 5.7.3. Podemos observar que a assimetria é drasticamente reduzida e as três curvas são similares. Essa medida nos confirma que qualquer que seja a causa dessa assimetria, ela está relacionada com a dinâmica transiente do sistema e que, após o sistema relaxar para o estado estacionário, ela é eliminada.

5.7.3 Sumário de resultados

Como observamos em várias das medidas, temos um efeito diretamente relacionado com a dinâmica transiente do sistema. O sistema leva um tempo muito maior do que o esperado para atingir o estado estacionário e isso implica que as medidas são feitas fora do equilíbrio. Sabemos que as causas desse fenômeno podem ser duas: bombeamento ótico lento para o nível $F = 1$, ou uma dinâmica lenta, uma vez que os átomos entram no sistema Λ . Como vimos que

Figura 5.7.2: Espectro de correlação (linha superior) e intensidade média (linha inferior) em geometria copropagante dos feixes de EIT e rebombeio anti-paralelo. As curvas representam a evolução temporal do sistema para várias dessintonias, dessintonizado para o vermelho (vermelha), em ressonância (verde) e dessintonizado para o azul (azul). Cada medida foi feita para duas potências diferentes. O espectro de correlação indica os valores de dessintonia tomados.

as assimetrias **não sofrem alterações significativas com a potência do rebombeio**, fica difícil relacionar diretamente esse efeito com um processo de bombeamento ótico, que deveria ser fortemente dependente das frequências de Rabi envolvidas.

Nos resta, portanto, acreditar que essa dinâmica lenta ocorre dentro/está envolvida com os parâmetros do sistema Λ . Como as soluções das equações de Bloch não nos fornecem escalas de tempo tão longas como as observadas experimentalmente, é bem provável que o sistema sofra algum tipo de ação nos graus de liberdade externos do sistema (movimento dos átomos). Logo, associamos o fenômeno observado ao resultado da ação de forças óticas no sistema, mais propriamente, às forças aplicadas pelos lasers de EIT. Isso é razoável, apesar dos nossos resultados experimentais não indicarem que os átomos estão sendo empurrados para fora da armadilha durante o processo de medida. O que acontece é que as forças geradas por campos óticos estão diretamente ligadas à dessintonia efetiva entre os campos e transições atômicas, uma vez que ao ganhar velocidade, os átomos estarão sujeitos ao efeito Doppler. Portanto, mesmo que a velocidade dos átomos não seja suficiente para tirá-los da região

Figura 5.7.3: Espectro de Correlação em geometria copropagante dos feixes de EIT e Rebombeio anti-paralelo, e tempo de espera de 0.3ms após o acionamento do rebombeio da EIT. As curvas representam a varredura positiva (vermelha), negativa (preta) e por passos (pontos azuis).

de interação, ela pode ser suficiente para gerar uma dessintonia extra entre as transições atômicas e os campos de excitação.

Capítulo 6

Considerações sobre aproximações feitas no sistema

O foco desse trabalho é discutir assimetrias presentes no espectro de correlação observadas em medidas feitas fora do estado estacionário. Analisando o sistema através das equações de Bloch, mesmo considerando um sistema Λ aberto, ou um sistema de cinco níveis, não foi possível explicar os espectros observados experimentalmente. Portanto, nesse capítulo, analisaremos todas as aproximações feitas na descrição teórica de EIT e suas respectivas consequências. Em suma, analisaremos todas as hipóteses levantadas para a explicação do fenômeno.

6.1 Polarização da luz para ondas planas não-coplanares

Vimos que a dinâmica atômica é descrita por um Hamiltoniano de interação que é, essencialmente, governado pelo operador momento dipolar. Devido a paridade desse operador, algumas transições serão permitidas, enquanto outras serão proibidas. Portanto, existem regras de seleção para a excitação atômica [71, 72], calculadas através dos coeficientes de Clebsch-Gordan [34]. Campos com polarização circular só conseguem excitar transições do tipo $\Delta m = \pm 1$, enquanto campos com polarizações lineares excitarão transições $\Delta m = 0$.

No entanto, a polarização é definida em relação a um eixo. A escolha desse eixo é arbitrária, mas em geral escolhe-se o eixo na direção de propagação da onda (eixo z). No arranjo experimental que utilizamos, temos duas ondas circularmente polarizadas, que se propagam paralelamente ao eixo z com um pequeno ângulo uma em relação à outra, como mostrado na Figura 6.1.1.

Essas ondas são definidas como circularmente polarizadas, mas em relação a dois eixos diferentes: seus respectivos eixos de propagação. Para entender o papel desse ângulo na

Figura 6.1.1: Representação do ângulo de incidência dos lasers na nuvem atômica

polarização e intensidade total que excita os átomos, nesse seção, vamos calcular a polarização dos campos na direção de $\vec{k}_1$ (direção de propagação de $\vec{E}_1$) e comparar com o caso em que elas são definidas como circularmente polarizadas em relação aos seus respectivos eixos.

Para tanto, escreveremos os campos $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ e $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ como ¹:

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(\vec{r}, t) &= E_1 e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t + \phi_1)} \hat{\epsilon}_1(\alpha_1, \eta_1) \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= E_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t + \phi_2)} R_x(\theta) \hat{\epsilon}_2(\alpha_2, \eta_2)\end{aligned}\quad (6.1.1)$$

onde k_i é o vetor de propagação, ϕ_i é a fase dos campos e $\hat{\epsilon}_i(\alpha_i, \eta_i)$ são vetores unitários dos estados de polarização dos campos, definidos como:

$$\hat{\epsilon}_i(\alpha_i, \eta_i) = \cos(\alpha_i) \hat{x} + e^{i\eta_i} \sin(\alpha_i) \hat{y} + 0 \hat{z}. \quad (6.1.2)$$

A matriz $R_x(\theta)$ representa uma rotação em torno do eixo x ² sobre o estado de polarização do campo $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$, e é definida como:

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad (6.1.3)$$

onde $\theta = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$. A função dessa rotação é definir a polarização σ_- (que é definida em relação a $\vec{k}_2$) em relação a $\vec{k}_1$, ou seja, em relação ao mesmo eixo de quantização utilizado para $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$.

Aplicando essa rotação, temos:

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = E_1 e^{i(k_1 z - \omega_1 t + \phi_1)} [\cos(\alpha_1) \hat{x} + e^{i\eta_1} \sin(\alpha_1) \hat{y} + 0 \hat{z}], \quad (6.1.4)$$

e

¹É interessante ressaltar que nas situações em que o vetor $\hat{\epsilon}_2$ aparecer multiplicando a matriz $R_x(\theta)$, estamos, implicitamente, o representando como uma matriz coluna para efetuar o produto.

²Essa rotação também pode ser no eixo y, dependendo de como for definido o sistema de coordenadas.

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = E_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t + \phi_2)} [\cos(\alpha_2) \hat{x} + \cos(\theta) e^{i\eta_2} \sin(\alpha_2) \hat{y} + \sin(\theta) e^{i\eta_2} \sin(\alpha_2) \hat{z}]. \quad (6.1.5)$$

Considerando os estados de polarização $\hat{\epsilon}_i(\alpha_i, \eta_i)$ como circularmente polarizados em seus respectivos eixos, os ângulos são definidos como: $\alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = 45^\circ, \eta_1 = \frac{\pi}{2}, \eta_2 = -\frac{\pi}{2}$. Daí obtemos os vetores unitários nas polarizações de $\vec{E}_1, \vec{E}_2$:

$$\hat{\epsilon}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{x} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{y}, \quad (6.1.6)$$

$$\hat{\epsilon}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{x} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\theta) \hat{y} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\theta) \hat{z}. \quad (6.1.7)$$

Portanto, podemos escrever os campos como:

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = E_1 e^{i(k_1 z - \omega_1 t + \phi_1)} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{x} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{y} \right], \quad (6.1.8)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_2(\vec{r}, t) = E_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t + \phi_2)} & \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{x} \right. \\ & \left. - i \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\theta) \hat{y} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\theta) \hat{z} \right]. \end{aligned} \quad (6.1.9)$$

Como temos duas ondas que se propagam com vetores de onda não colineares, é um pouco mais complicado para definir a polarização da excitação resultante. No entanto, vamos definir um vetor de propagação $\vec{K}_T(x, y, z)$ ³ que represente a mudança na direção de propagação devido à soma dessas duas ondas. Ele será apenas uma média, ponderada pela amplitude, da direção de propagação dos campos⁴. O método para definir esse campo $\vec{E}_T(\vec{r}, t)$ está descrito no Apêndice A. Assim, podemos escrever o campo resultante que incide no sistema como:

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)} \left[\begin{pmatrix} E_{Tx} \\ E_{Txy} \\ 0 \end{pmatrix} + E_{Tz} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \quad (6.1.10)$$

³Esse vetor de onda é uma ferramenta matemática para simplificar a interpretação da polarização. Num contexto fotônico, ele **não** representa a existência de fótons de momento $p = \hbar K_t$

⁴Esse processo é análogo a redefinir um referencial girante que mantenha a polarização "fixa" para o átomo. Porém, como não temos ondas perfeitamente circulares, não é possível definir esse referencial apenas como uma rotação, como na referência [73].

As amplitudes serão:

$$E_{Tx}^2 = \frac{1}{2} \{ E_1^2 + E_2^2 + 2E_2E_1 \cos[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - (\omega_2 - \omega_1)t + \phi_2 - \phi_1] \} \quad (6.1.11)$$

$$E_{Ty}^2 = \frac{1}{2} \{ E_1^2 + E_2^2 \cos^2(\theta) - 2E_2E_1 \cos[\cos(\theta)((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - (\omega_2 - \omega_1)t + \phi_2 - \phi_1)] \} \quad (6.1.12)$$

$$E_{Tz}^2 = \frac{1}{2} E_2^2 \sin^2(\theta) \quad (6.1.13)$$

Da equação 6.1.10, podemos observar que, devido ao pequeno ângulo entre as duas ondas, existe uma componente na direção de propagação, com polarização linear. Além disso, as componentes perpendiculares à direção de propagação geraram uma polarização linear rotacionada de um ângulo $\beta = \arctan\left(\frac{E_{Tx}}{E_{Ty}}\right)$ em relação ao eixo x , com direção de propagação definida por k_{Tx}, k_{Ty}, k_{Tz} ⁵, cuja expressões explícitas estão definidas no Apêndice A. A condição para que tenhamos uma polarização linear está na Equação 6.1.14, logo abaixo. Caso ela não seja válida, teremos uma componente de fase e portanto uma polarização elíptica. Se tivéssemos duas polarizações perfeitamente circulares, teríamos uma polarização linear horizontal [73].

$$E_1^2 + E_2^2 \cos^2(\theta) \geq 2E_2E_1 \cos(\theta). \quad (6.1.14)$$

Definida a polarização, o próximo passo é calcular a intensidade total recebida pelos átomos. Utilizando que a intensidade é o módulo quadrado da amplitude do campo⁶, temos:

$$\begin{aligned} E_T^2(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} \{ 2E_1^2 + (1 + \cos^2(\theta))E_2^2 \\ &+ [E_2^*E_1 e^{-i[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - (\omega_2 - \omega_1)t + \phi_2 - \phi_1]} \\ &+ E_2E_1^* e^{i[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - (\omega_2 - \omega_1)t + \phi_2 - \phi_1]}] (1 - \cos(\theta)) \\ &+ E_2 \sin^2(\theta) \} \end{aligned} \quad (6.1.15)$$

Como nenhum processo de absorção ou amortecimento está sendo considerado, é razoável

⁵Esses vetores de onda definem o eixo girante para um referencial em que o átomo sempre observa uma polarização linear.

⁶Deixamos as constantes implícitas para não carregar a notação.

dizer que as amplitudes desses campos são reais e portanto:

$$E_T^2(\vec{r}, t) = E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2(1 + \cos^2(\theta)) + 2E_2E_1 \cos((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - (\omega_2 - \omega_1)t + \phi_2 - \phi_1)(1 - \cos(\theta)) \quad (6.1.16)$$

Essa é a intensidade total recebida pelos átomos. É interessante notar que essa intensidade sofre uma modulação espacial relativa à diferença entre os vetores de propagação das ondas, além da modulação temporal ocasionada pelo batimento de frequências.

Embora essa seja a descrição completa da intensidade total que excita os átomos e do estado de polarização criado pela interferência das duas ondas, vale salientar, também, que os vetores unitários de polarização definidos por:

$$\hat{\varepsilon}_1(45^\circ, \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y} + 0\hat{z}, \quad (6.1.17)$$

$$\hat{\varepsilon}_2(45^\circ, -\frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} - i\cos(\theta)\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y} - i\sin(\theta)\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{z}, \quad (6.1.18)$$

são quase colineares nas condições experimentais que adotamos. Podemos demonstrar isso tomando o produto escalar desses dois vetores:

$$\hat{\varepsilon}_1(45^\circ, \frac{\pi}{2}) \cdot \hat{\varepsilon}_2(45^\circ, -\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\theta) = \frac{1}{2}[1 + \cos(\theta)] \quad (6.1.19)$$

Como só trabalhamos com ângulos que terão $\cos(\theta) = +0,9994^7$, é razoável assumir que esses vetores são paralelos (ou anti-paralelos) e não há problema em definir um único eixo de quantização e tratar essas polarizações como σ_+ e σ_- relativas a esse eixo de quantização comum.

6.2 Oscilações do campo

Vamos analisar como a intensidade total do campo de excitação varia em função do tempo. Para isso, vamos considerar a intensidade total do campo definida em 6.1.16. Também, vamos acrescentar uma dependência temporal na frequência dos campos. Essa será uma dependência linear da frequência com a taxa de varredura v . Portanto, podemos escrever:

⁷Para o caso contrapropagante em que $\cos(\theta) = -0,9994$, o vetor $\hat{\varepsilon}_2$ é definido como $\hat{\varepsilon}_2(45^\circ, \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} + i\cos(\theta)\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y} - i\sin(\theta)\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{z}$, para que mesmo com a rotação de 180° , a helicidade se mantenha oposta nas duas polarizações.

$$E_T^2(\vec{r}, t) = E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2(1 + \cos^2(\theta)) + 2E_2E_1 \cos((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - (\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi)(1 - \cos(\theta)), \quad (6.2.1)$$

onde:

$$\omega_1(t) = \omega_1 + vt, \quad (6.2.2)$$

e $\phi_2 - \phi_1 = \phi$, para simplificar a notação.

Para analisar diretamente a dependência temporal, iremos expandir o cosseno e isolar os termos que apresentam dependência temporal. Isso porque a média de todos os outros termos e funções serão apenas constantes somando (no caso das amplitudes $E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2(1 + \cos^2(\theta))$, ou multiplicando, nos casos do termo $2E_2E_1(1 - \cos(\theta))$).

Portanto, podemos expandir o cosseno que apresenta as dependências temporais como:

$$\begin{aligned} & \cos((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - (\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) = \\ & \cos((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r}) \cos((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \\ & - \sin((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r}) \sin((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi). \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

Tirando a média temporal desses termos oscilatórios, vemos que ela não vai a zero, conforme esperamos para uma função oscilatória de frequência constante:

$$\langle \cos((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \rangle = \frac{\int_0^t \cos((\omega_2 - \omega_1(t'))t' + \phi) dt'}{2 \int_0^\pi \cos((\omega_2 - \omega_1(t'))t' + \phi) dt'}. \quad (6.2.4)$$

Para resolver essa integral, fazemos substituição de variável, chamando $u = (\omega_2 - \omega_1(t'))t' + \phi$ e $du = -v dt'$, onde v é a taxa de varredura da frequência $\omega_1(t')$, temos portanto;

$$\langle \cos((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \rangle = \frac{\int_0^t \cos((\omega_2 - \omega_1(t'))t' + \phi) dt'}{2 \int_0^\pi \cos((\omega_2 - \omega_1(t'))t' + \phi) dt'}, \quad (6.2.5)$$

$$\langle \cos((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \rangle = \frac{\frac{-1}{v} \int_\phi^{(\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi} \cos(u) du}{2 \frac{-1}{v} \int_0^{(\omega_2 - \omega_1(t))\pi + \phi} \cos(u) du}, \quad (6.2.6)$$

$$\langle \cos((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \rangle = \frac{-\sin((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) + \sin(\phi)}{-2[\sin((\omega_2 - \omega_1(t))\pi) \cos(\phi) + \sin(\phi) \cos((\omega_2 - \omega_1(t))\pi)]}. \quad (6.2.7)$$

Fazendo o mesmo procedimento para os termos em seno:

$$\langle \sin((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \rangle = \frac{\int_0^t \sin((\omega_2 - \omega_1(t'))t' + \phi) dt'}{2 \int_0^\pi \sin((\omega_2 - \omega_1(t'))t' + \phi) dt'}, \quad (6.2.8)$$

$$\langle \sin((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \rangle = \frac{\frac{-1}{v} \int_\phi^{(\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi} \sin(u) du}{2 \frac{-1}{v} \int_0^{(\omega_2 - \omega_1(t))\pi + \phi} \sin(u) du}, \quad (6.2.9)$$

$$\langle \sin((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) \rangle = \frac{\cos((\omega_2 - \omega_1(t))t + \phi) + \cos(\phi)}{2[\cos((\omega_2 - \omega_1(t))\pi) \cos(\phi) + \sin(\phi) \sin((\omega_2 - \omega_1(t))\pi)]}. \quad (6.2.10)$$

Os termos de seno terão contribuições menores, dado que o termo multiplicativo $-\sin((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r})$ é sempre muito pequeno, pois $\vec{k}_2$, $\vec{k}_1$ são aproximadamente colineares (copropagantes ou contrapropagantes). Os termos de cosseno, no entanto, podem apresentar uma contribuição não negligenciável. Como vimos que essas oscilações não convergem, em média, para zero, precisamos de um argumento mais sólido para desprezá-las. Na Figura 6.2.1, mostramos as oscilações dos campos, referentes aos cossenos. Podemos observar que os campos passam por um período transiente, de aproximadamente $70\mu s$, e posteriormente as oscilações tornam-se muito rápidas em relação às medidas. Após $190\mu s$ as oscilações já são da ordem de $0,01\mu s$, que é uma ordem de grandeza mais rápido que nossas medidas, nas quais o tempo para ir de um ponto e seu consecutivo é de $0,1\mu s$. Nossas medidas são feitas num intervalo de $500\mu s$ e só observamos o sistema atingir o estado estacionário após $300\mu s$, aproximadamente.

6.3 Modulação espacial

6.3.1 Modulação espacial nos campos

Quando escrevemos a intensidade total dos campos na Equação 6.1.15, percebemos que existe uma modulação espacial proporcional ao cosseno da diferença entre os vetores de onda. Termos como essa modulação irão aparecer, também, como um fator multiplicativo na média temporal dos campos, como podemos observar ainda na Equação 6.1.15. Na figura 6.3.1, vemos o valor dessa oscilação espacial, em função do tempo. Consideramos o intervalo de tempo da nossa medida (meio milissegundo). Para escrever a distância em função do tempo, substituímos $r = vt$, onde v é a velocidade atômica média, igual a 3cm/s , e projetamos o vetor $\vec{k}_2$ na direção de $\vec{k}_1$.

Figure 6.2.1: (acima) Oscilação temporal dos termos de cossenos da equação 6.2.3 para varredura positiva (vermelho) e negativa (preto). (abaixo) Recorte de um período menor.

Figure 6.3.1: Oscilação dos termos de cosseno da equação 6.2.3 para o termo de modulação espacial. A linha azul é referente a configuração co-propagante, a linha vermelha em relação a configuração contra-propagante.

6.3.2 Modulação espacial das coerências

Quando escolhemos o eixo de quantização para definir as polarizações dos feixes, assumimos que, ainda que os feixes sejam levemente não-colineares ao eixo de quantização, podemos

utilizar as bases de polarização definidas para feixes colineares ao eixo de quantização. Essa aproximação foi discutida no início do capítulo, e mostramos que para os ângulos utilizados experimentalmente, ela é válida. Porém, mesmo que a polarização não sofra mudanças significativas, o mesmo não ocorre para as coerências. Se os vetores de propagação dos campos que excitam o sistema apresentarem um ângulo entre si (forem não colineares), essa diferença gerará uma modulação nas coerências dos sistema. Nessa seção, vamos discutir como essa modulação espacial aparece nas equações de Bloch.

Vamos considerar os campos:

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(\vec{r}, t) &= E_1 e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t)} \hat{\sigma}_- \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= E_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t)} \hat{\sigma}_+\end{aligned}\tag{6.3.1}$$

Escrevendo as frequências de Rabi para esses dois campos, de acordo com a equação 3.2.7, teremos:

$$\Omega_i = -\frac{\vec{\mu}_{ij} \cdot \vec{E}}{\hbar} = -\frac{|\mu_{ij}| |E_i| \exp(ikz)}{\hbar}\tag{6.3.2}$$

Substituindo esse valor nas expressões para as coerências das Equações 3.6.6 (ou 3.6.7), vemos o aparecimento um termo de modulação espacial, tal qual apresentado na Equação 6.3.3:

$$\tilde{\rho}_{12} = \frac{E_1 E_2 \exp(i(k_{1z} - k_{2z})z) \mathcal{F}(\Omega_1^2, \Omega_2^2, \gamma, \Gamma, \Delta, \delta_2, \mu_{13}, \mu_{23})}{\hbar}\tag{6.3.3}$$

onde $\mathcal{F}(\Omega_1^2, \Omega_2^2, \gamma, \Gamma, \Delta, \delta_2, \mu_{13}, \mu_{23})$ é uma função que representa a dependência de todos os outros parâmetros além do espacial. Essa modulação espacial na coerência significa que em diferentes regiões da nuvem há probabilidade dos átomos serem encontrados em diferentes superposições de estados. Isso ocorre porque a radiação que excita os átomos interfere, fazendo com que cada região da nuvem perceba uma excitação diferente.

A periodicidade dessa modulação é calculada tomando um plano $k_x k_y$ qualquer na amostra e calculando a diferença entre os vetores de onda, quando propagados até um outro plano arbitrário da amostra, onde eles interferem. A diferença $\Delta \vec{k}$ será proporcional à separação entre os dois feixes, dada pela diferença entre as componentes do vetor de onda no eixo y , k_{1y} , k_{2y} , e pelo ângulo, que será metade do ângulo entre os feixes, tal qual definido na figura 6.3.2. Portanto, $\Delta \vec{k}$ só tem componentes no eixo y é dado por:

$$\Delta k = \Delta k_y \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\tag{6.3.4}$$

Figura 6.3.2: Vetores de propagação das ondas do campo e respectivo padrão de interferência entre eles.

Sabemos que um máximo de interferência aparecerá sempre que a condição $m\lambda = \Delta \vec{k}$, onde m é um número inteiro. Dessa forma, podemos definir o período da grade como:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\Delta k_y \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (6.3.5)$$

A equação 6.3.5 nos mostra que a periodicidade da grade pode mudar até três ordens de grandeza do regime copropagante para o contrapropagante, pois o termo de seno de θ varia nessa ordem de grandeza, para feixes paraxiais.

6.3.3 Escalas de tempo do sistema

Conforme vimos nas seções anteriores, dada as oscilações rápidas do campo (e consequentemente das coerências e populações), as variáveis internas do sistema obedecem a uma escala de tempo rápida, da ordem de frações de microssegundos. Os pontos experimentais das medidas, como discutido no capítulo 5 (Resultados Experimentais), apresentam uma separação temporal maior que $1\mu s$. Logo, para as variáveis internas do sistema, sempre teremos estado estacionário. Isso implica que a aproximação de estado estacionário feita para a medida espectral de ruído é válida.

No entanto, nos espectros de correlação, observamos uma escala de tempo mais demorada, da ordem de frações de milissegundo. Associamos essa escala de tempo com a dinâmica referente às variáveis externas do sistema. Como veremos no próximo capítulo, o modelo teórico que considera as forças óticas agindo no sistema nos fornece escalas de tempo longas (0,3ms), de forma que é possível observar a evolução do sistema para o estado estacionário durante o processo de medida.

Os efeitos observados nesse trabalho só são perceptíveis porque utilizamos átomos frios. Caso o experimento utilizasse átomos quentes, tais alterações, causadas pelas forças de pressão de radiação (e consequentemente pelas velocidade adquirida pelos átomos no processo),

não seriam notadas, pois dada a existência de uma distribuição de velocidades atômicas, os espectros estariam sujeitos ao alargamento Doppler, mascarando efeitos mais sutis do movimento dos átomos.

Capítulo 7

Modelo teórico para dinâmica do átomo de 5-níveis

7.1 O átomo de 5-níveis

Nosso modelo teórico para explicar nossos resultados experimentais, diferente do modelo utilizado nos trabalhos anteriores [50, 59], será focado apenas na solução das Equações de Bloch, no domínio do tempo, para o sistema de cinco níveis. O Hamiltoniano do sistema é escrito na Equação 7.1.1 é baseado na Equação 3.2.6, considerando os 3 níveis do sistema Λ mais os 2 níveis do rebombeio. Os coeficientes g_i representam os acomplamentos fracos das transições altamente dessintonizadas¹, de acordo com o apresentado na Figura 7.1.1. Essas transições seriam: $|3\rangle \rightarrow |5\rangle$, $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$ e $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$. Logo, o Hamiltoniano de interação é:

$$\begin{aligned} H_{int} = & -\frac{\hbar}{2}[\Omega_1 \exp(-i\Delta_{13}t)|1\rangle\langle 3| + \Omega_2 \exp(-i\Delta_{23}t)|2\rangle\langle 3| \\ & + \Omega_R \exp(-i\Delta_{45}t)|4\rangle\langle 5| + g_R\Omega_R \exp(-i\Delta_{53}t)|3\rangle\langle 5| \\ & + g_1\Omega_1 \exp(-i\Delta_{41}t)|1\rangle\langle 4| + g_2\Omega_2 \exp(-i\Delta_{42}t)|2\rangle\langle 4|] + h.c. \end{aligned} \quad (7.1.1)$$

Utilizando esse Hamiltoniano de interação, podemos escrever as equações de Bloch para o sistema de cinco níveis. Como são 25 equações diferenciais acopladas, elas estão escritas no Apêndice B. A solução desse sistema de equações será dada por:

¹A força de oscilador das transições, ou seja, a probabilidade de ocorrer uma transição dado que um átomo seja excitado com uma determinada radiação, é dada pelos coeficientes de Clebsch-Gordon, que dependem da dessintonia δ e das frequências de Rabi Ω . Lasers com uma dessintonia muito grande, $\delta \gg \Omega$, acoplam fracamente as transições.[39]

Figura 7.1.1: Representação do sistema de cinco níveis, com os lasers acoplados às transições e, também, às transições com grandes dessintonias.

$$\frac{dX}{dt} = MX + B, \quad (7.1.2)$$

onde:

$$X^T = (\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33}, \rho_{44}, \rho_{13}, \rho_{31}, \rho_{23}, \rho_{32}, \rho_{14}, \rho_{41}, \rho_{24}, \rho_{42}, \rho_{45}, \rho_{54}, \rho_{12}, \rho_{21}, \rho_{15}, \rho_{51}, \rho_{25}, \rho_{52}, \rho_{34}, \rho_{43}, \rho_{53}, \rho_{35}) \quad (7.1.3)$$

e B e M são matrizes 24×24 obtidas diretamente das equações de Bloch. Utilizamos a conservação de população para eliminar ρ_{55} , pois:

$$\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} + \rho_{55} = 1 \quad (7.1.4)$$

A solução² de $X(t)$ será dada a partir da solução estacionária $X(0)$:

$$X(0) = -M^{-1}B, \quad (7.1.5)$$

de tal forma que:

$$X(t) = \exp(\Xi t) + X(0), \quad (7.1.6)$$

para $\Xi = B - X(0)$.

A partir da solução de $X(t)$, podemos calcular todas as propriedades dos feixes, considerando os elementos de matriz de $X(t)$.

²A Equação 7.1.2 é uma equação diferencial matricial. Para resolvê-la, utilizaremos o formalismo de exponenciais matriciais, apresentado no capítulo 3 da referência [74].

$$S_{11} = \Re[X_{31}(t)]^2 + \Im[X_{31}(t)]^2 \quad (7.1.7)$$

$$S_{22} = \Re[X_{32}(t)]^2 + \Im[X_{32}(t)]^2 \quad (7.1.8)$$

$$G^{(2)}(t) = \frac{\langle \Re[X_{31}(t)]\Re[X_{32}(t)] + \Im[X_{31}(t)]\Im[X_{32}(t)] \rangle}{\sqrt{\langle \{\Re[X_{31}(t)]^2 + \Im[X_{31}(t)]^2\} \rangle \langle \{\Re[X_{32}(t)]^2 + \Im[X_{32}(t)]^2\} \rangle}} \quad (7.1.9)$$

Essa função de correlação é exatamente a mesma da Equação 4.4.1.

Esse sistema de cinco níveis sozinho não consegue explicar as assimetrias observadas nos espectros de correlação, pois não reproduz as escalas de tempo experimentais. No entanto, ele descreve a dinâmica dos graus de liberdade internos do sistema. A inclusão de mais níveis (os outros níveis Zeeman dos níveis $F = 1$, $F' = 1$, por exemplo) não altera as conclusões. A inclusão dos níveis do rebombeio é necessária, dado que o sistema só pode evoluir para o estado escuro uma vez que seja bombeado para o nível $F = 1$, e que alguns efeitos apenas podem ser reproduzidos considerando o sistema de cinco níveis. Por exemplo, comparamos na Figura 7.1.2 e Figura 7.1.3 os espectros teóricos e experimentais. Os espectros teóricos são obtidos através da equação 7.1.9. Não consideramos, na teoria, a posição geométrica dos feixes, nem a direção de varredura. Os únicos parâmetros considerados nos cálculos teóricos são a potência e dessintonias dos feixes. Para gerar o espectro 7.1.2, consideramos todos os feixes sintonizados na ressonância das respectivas transições atômicas, com exceção do feixe que está varrendo em frequência. A potência dos feixes de EIT é de $P = 115\mu\text{W}$, e a potência do feixe de rebombeio é variável, indicado pela frequência de Rabi no gráfico. Já o espectro experimental foi obtido em configuração copropagante com rebombeio anti-paralelo. Apenas para varredura negativa, com tempo de espera de 3ms. Também, temos todos os feixes sintonizados na ressonância das respectivas transições atômicas, com exceção do feixe que está varrendo em frequência. A potência dos feixes de EIT é de $P = 115\mu\text{W}$ ($\approx 0,3\Gamma$), e a potência do feixe de rebombeio é variável, indicado pela potência no gráfico. Para efeito de comparação, ressaltamos que $750\mu\text{W} \simeq 0,79\Gamma$.

Nessas condições, vemos que os espectros teóricos e experimentais estão em bom acordo. Ambos mostram diferentes comportamentos para diferentes potências do rebombeio, indicando que a taxa com que a população entra no sistema Λ é um fator importante, e que deve ser considerado no modelo teórico para reproduzir os resultados experimentais.

Figura 7.1.2: Espectro teórico extraído do cálculo da função 7.1.9, em condição estacionária, para diferentes potências do rebombeio. No modelo teórico, não são consideradas a geometria dos feixes (tanto de EIT como de rebombeio de EIT) nem a direção de varredura.

Figura 7.1.3: a) Espectro experimental de correlação para diferentes potências do rebombeio. Para feixes de EIT em configuração copropagante e rebombeio anti-paralelo. Apenas para varredura negativa, com tempo de espera de 3ms.

7.2 Ação das forças no sistema

Como discutido anteriormente, a evolução das variáveis internas do sistema (coerências e populações) ocorre numa escala de tempo da ordem de frações de microssegundos, sendo muito mais rápida que a evolução para o estado estacionário observada experimentalmente. Portanto, isso nos leva a crer que essa dinâmica lenta do sistema deve estar relacionada com os graus de liberdade externos ou, mais diretamente, as forças óticas agindo no sistema.

Em um processo similar ao que ocorre no melaço ótico, um laser sintonizado próximo à ressonância vai exercer uma força viscosa sobre os átomos que alterará a velocidade do movimento atômico. Devido ao efeito Doppler, a mudança de velocidade dá origem a uma dessintonia adicional dos lasers em relação às frequências das transições atômicas. Como a velocidade variará no tempo, essa dessintonia também variará no tempo. Portanto, no nosso sistema experimental, temos duas dessintonias que variam com o tempo, uma relativa à varredura aplicada pelos AOM's, que chamaremos de $\delta_{varredura}$, e outra relativa à força ótica, que chamaremos de $\delta_{força}$.

Quando o feixe no qual aplicamos a varredura em frequência está dessintonizado para o vermelho, a força gera uma dessintonia $\delta_{força}$ de mesmo sinal que a dessintonia aplicada pela varredura $\delta_{varredura}$, porém quando esse mesmo feixe está dessintonizado para o azul, $\delta_{força}$ tem sinal oposto a $\delta_{varredura}$, conforme podemos observar na Figura 7.3.1.

Para incluir essa força no nosso modelo teórico, precisamos encontrar uma expressão matemática que a descreva. Pelo teorema de Ehrenfest [35], o valor esperado de um operador deve corresponder ao seu equivalente clássico. Dessa forma, definimos a força F que age sobre um átomo como:

$$F = \frac{d\langle p \rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} \langle [H, p] \rangle \quad (7.2.1)$$

Como $p = -i\hbar \frac{d}{dz}$, podemos reescrever o comutador na Equação 7.2.1 acima como:

$$[H, p] = i\hbar \frac{dH}{dz}, \quad (7.2.2)$$

logo a força no átomo é descrita como:

$$F = -\left\langle \frac{\partial H}{\partial z} \right\rangle \quad (7.2.3)$$

Portanto, coerentemente com o teorema de Ehrenfest, a força exercida no sistema quântico corresponde ao análogo clássico no qual a força é menos o gradiente do potencial.

Como estamos interessados na força ótica exercida nos átomos, vamos considerar a parte do hamiltoniano relevante, o hamiltoniano de interação átomo-luz, definido na Equação 7.1.1,

logo:

$$F = -\left\langle \frac{\partial H_{int}}{\partial z} \right\rangle; \quad (7.2.4)$$

como consideramos que o campo não varia consideravelmente nas dimensões do dipolo, podemos fazer a derivada e posteriormente obter o valor esperado, de forma que:

$$F = -\frac{\partial}{\partial z} \langle H_{int} \rangle. \quad (7.2.5)$$

Utilizando que o valor esperado de um operador é $\langle A \rangle = Tr(\rho A)$, podemos escrever:

$$F = -\frac{\partial}{\partial z} Tr(\rho H_{int}), \quad (7.2.6)$$

logo:

$$\begin{aligned} F = & -\frac{\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial z} \{ [\Omega_1 \exp(-i\Delta_{13}t) \rho_{31} + \Omega_2 \exp(-i\Delta_{23}t) \rho_{32} \\ & + \Omega_R \exp(-i\Delta_{45}t) \rho_{54} + g_R \Omega_R \exp(-i\Delta_{43}t) \rho_{34} \\ & + g_1 \Omega_1 \exp(-i\Delta_{35}t) \rho_{53} + g_2 \Omega_2 \exp(-i\Delta_{25}t) \rho_{52}] + h.c. \}. \end{aligned} \quad (7.2.7)$$

Como nem as frequências de Rabi Ω e nem os parâmetros g dependem do parâmetro z , as derivadas aparecerão diretamente nas coerências:

$$\begin{aligned} F = & -\frac{\hbar}{2} \{ [\Omega_1 \exp(-i\Delta_{13}t) \frac{\partial \rho_{31}}{\partial z} + \Omega_2 \exp(-i\Delta_{23}t) \frac{\partial \rho_{32}}{\partial z} \\ & + \Omega_R \exp(-i\Delta_{45}t) \frac{\partial \rho_{54}}{\partial z} + g_R \Omega_R \exp(-i\Delta_{43}t) \frac{\partial \rho_{34}}{\partial z} \\ & + g_1 \Omega_1 \exp(-i\Delta_{35}t) \frac{\partial \rho_{51}}{\partial z} + g_2 \Omega_2 \exp(-i\Delta_{25}t) \frac{\partial \rho_{52}}{\partial z}] + h.c. \} \end{aligned} \quad (7.2.8)$$

Juntamente com as 25 equações de Bloch mencionadas anteriormente, essa força compõe um sistema de 26 equações diferenciais acopladas, que descrevem um átomo de 5-níveis sujeito a forças óticas. Como temos um conjunto complexo de equações acopladas, é inviável uma solução analítica e apenas soluções numéricas são consideradas.

7.3 Teoria $\times$ Experimento

Primeiramente, vamos comparar nossos resultados experimentais com os resultados obtidos através do modelo teórico considerando a força para o espectro de intensidade média. Essa comparação é exibida nas Figuras 7.3.2 e 7.3.3. Nelas podemos observar um bom acordo entre os espectros obtidos experimentalmente e teoricamente. É importante notar que os espectros experimentais são de transmissão, enquanto os espectros teóricos são de absorção, e, conseqüentemente, terão perfis invertidos em relação ao eixo y .

É interessante observar que as curvas de absorção (transmissão) apresentam inclinações diferentes para feixes dessintonizados para o azul e para o vermelho, e que esse comportamento é reproduzido teoricamente. As escalas de tempo para a relaxação para o estado estacionário também são reproduzidas pelo modelo, incluindo a evolução rápida observada para o caso em que os feixes de EIT se encontram em ressonância com as transições atômicas do sistema Λ .

Para as curvas de correlação, um bom acordo entre os resultados teóricos e experimentais só foi obtido quando as medidas foram efetuadas desligando os feixes de resfriamento e esperando 0,5ms para que o sistema evoluísse para o estado estacionário.

Observamos que no espectro de correlação, o ruído de amplitude dos feixes de aprisionamento estava contaminando o ruído dos feixes de EIT e, portanto, não conseguíamos observar os níveis de correlação teóricos e experimentais em bom acordo. Só foi possível identificar esse comportamento quando observamos um excesso de ruído ao efetuarmos medidas de EIT com um laser de Ti:Safira. Ao notar que o ruído dos feixes de aprisionamento estava contaminando o ruído do laser de Ti:Safira, cogitamos que o mesmo poderia acontecer para espectroscopia com lasers de diodo. Repetimos as medidas de EIT com lasers de diodo desligando os feixes de aprisionamento. A comparação entre os resultados teóricos e experimentais é mostrada nas Figuras 7.3.4 e 7.3.5. Observamos um bom acordo entre teoria e experimento, quando consideramos os espectros tomados 0,5ms após os feixes de aprisionamento serem desligados. Observamos perfis de correlação que condizem com as previsões teóricas para quando um dos feixes do sistema Λ -EIT está dessintonizado para o vermelho ou para o azul (enquanto o outro é mantido em ressonância). Além disso, os tempos característicos para a evolução para o estado estacionário também são reproduzidos pelo modelo teórico.

Figura 7.3.1: Esquema do sistema Λ -EIT onde as dessintonias geradas pela varredura e aceleração dos átomos são mostradas. a) Na situação em que o feixe inicia dessintonizado para o vermelho (esquerda), as duas dessintonias variam no mesmo sentido, ao passo que b) na situação em que o feixe inicia dessintonizado para o azul (direita), as duas dessintonias variam em sentidos opostos.

Figura 7.3.2: Evolução temporal do espectro de intensidade DC (transmissão) para um feixe do sistema Λ fixo na ressonância e o outro feixe em vários valores de dessintonia δ , indicados na figura. Os parâmetros do rebombeio são $P = 750\mu\text{W}$ e dessintonia de 0MHz. Dados experimentais normalizados pelo valor máximo.

Figura 7.3.3: Previsões teóricas para a evolução temporal do espectro de intensidade DC (transmissão) para um feixe do sistema Λ fixo na ressonância e o outro feixe em vários valores de dessintonia δ , indicados na figura. Nesses gráficos, observamos absorção $\times$ tempo. Os parâmetros do rebombio são $P = 0,79\Gamma$ e dessintonia de $0MHz$.

Figura 7.3.4: Resultados experimentais para a evolução temporal da correlação (e espectro DC para referência), para dessintonias para o vermelho e para o azul de um dos feixes do sistema Λ , indicadas na figura. O outro feixe do sistema Λ é mantido em ressonância. Uma comparação entre desligar os feixes de aprisionamento simultaneamente ao início da varredura em frequência e 0,5ms depois também é apresentada. Os parâmetros do rebombeio são $P = 750\mu\text{W}$ e dessintonia de 0MHz.

Figura 7.3.5: Previsões teóricas para a evolução temporal do espectro de correlação, para a condição a) dessintonizada para o azul, b) em ressonância e c) dessintonizada para o vermelho de um dos feixes do sistema Λ . O outro feixe do sistema Λ é mantido em ressonância. Os parâmetros do rebombeio são $P = 0,79\Gamma$ e dessintonia de 0 MHz .

Capítulo 8

Conclusões e Perspectivas

Estudamos um fenômeno dinâmico em condição de transparência eletromagneticamente induzida em átomos frios, caracterizando o sistema experimentalmente e identificando os parâmetros relevantes para o processo. Ao longo desse trabalho, obtivemos uma compreensão mais abrangente do nosso experimento, descobrindo que fatores anteriormente desprezados, como o fato do sistema Λ ser um sistema quântico aberto, eram relevantes. Aproximações foram analisadas e uma descrição teórica proposta. Entretanto, a descrição teórica considerando apenas as equações de Bloch não foi suficiente para explicar completamente os resultados experimentais.

Um modelo em que as forças geradas pelos feixes de EIT são consideradas foi elaborado para explicar nossos resultados experimentais. Como as forças óticas dependem diretamente das coerências estabelecidas entre os níveis atômicos, nesse modelo, além das 25 equações de Bloch acopladas, introduzimos mais uma equação relativa a força exercida pelos feixes de EIT. Os resultados obtidos para os espectros de intensidade média e correlação estão de acordo com as observações experimentais. No entanto, os espectros de correlação se mostraram bem mais sensíveis que os espectros de intensidade média e foram de fundamental importância para a observação e compreensão do fenômeno descrito nesse trabalho, reforçando que a espectroscopia de ruído é uma ótima ferramenta espectroscópica para investigação de sistemas atômicos.

Um fenômeno relativo às dessintonias criadas por efeito Doppler em condição de EIT foi observado e descrito. Os longos tempos de relaxação observados foram associados a esse fenômeno, dado que ele está relacionado com os graus de liberdade externos do sistema, sendo normalmente mais lentos que a evolução das coerências atômicas. É interessante apontar que esse tipo de fenômeno revela um acoplamento entre os graus de liberdade internos e externos do sistema, que só é possível de ser observado em átomos frios.

O estudo das propriedades de sistemas atômicos descrito nesse trabalho é de fundamental

importância para futuras aplicações, por exemplo, em metrologia ou informação quântica. Esse tipo de aplicação demanda controle quântico eficiente, o que implica diretamente na necessidade de conhecer os parâmetros relevantes (e característicos) dos sistemas explorados.

Apêndice A

Definição da direção de polarização do campo.

No capítulo 4 afirmamos que utilizamos um referencial onde a polarização seria fixa no referencial do átomo. Esse referencial não pode ser simplesmente um referencial girante, pois as polarizações não são exatamente circulares. Nesse apêndice, definimos como obter os vetores de onda desse referencial girante.

Para escrever a soma total [76]:

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}[E_1 e^{i(\phi_1)}] \\ + \frac{i\sqrt{2}}{2}[E_1 e^{i(\phi_1)}] \\ 0 \end{pmatrix} + e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t)} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}E_2 e^{i(-\delta\omega(t) + \phi_2)} \\ + \frac{i\sqrt{2}}{2}[-E_2 e^{i(-\delta\omega(t) + \phi_2)} \cos(\theta)] \\ - \frac{i\sqrt{2}}{2}E_2 e^{i(-\delta\omega(t) + \phi_2)} \sin(\theta) \end{pmatrix}.$$

Na forma matricial:

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)} \left[\begin{pmatrix} E_{Tx} \\ E_{Txy} \\ 0 \end{pmatrix} + E_{Tz} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \quad (\text{A.0.1})$$

precisamos determinar o vetor $\vec{k}_T$. Para determiná-lo, vamos resolver a equação de onda:

$$\nabla^2 \vec{U}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{U}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{A.0.2})$$

Supondo uma solução do tipo $U(\vec{r}, t) = E(\vec{r})u(t)$ podemos separar a parte espacial da parte temporal:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r})u(t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r})u(t)}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{A.0.3})$$

$$\frac{1}{E(\vec{r})} \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{u(t)c^2} \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2}. \quad (\text{A.0.4})$$

Como temos uma igualdade de derivadas em que a esquerda depende apenas de $\vec{r}$ e a direita depende apenas de t , temos:

$$\frac{1}{E(\vec{r})} \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) = -K^2 \quad (\text{A.0.5})$$

$$-K^2 = \frac{1}{u(t)c^2} \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.0.6})$$

Para definir o vetor de onda $\vec{k}_T$, vamos resolver a parte espacial da equação de onda, conhecida como equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 E(x, y, z) + K^2 E(x, y, z) = 0 \quad (\text{A.0.7})$$

A solução dessa equação é encontrada por separação de variáveis. Ela nos fornece as componentes do vetor de onda, tal que (expresso em x , similar para y e z):

Vamos considerar a solução por separação de variáveis $E(x, y, z) = E(x)E(y)E(z)$:

$$E(y)E(z) \frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x) + E(x)E(z) \frac{\partial^2}{\partial y^2} E(y) + E(x)E(z) \frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z) + K^2 E(x)E(y)E(z) = 0 \quad (\text{A.0.8})$$

$$\frac{1}{E(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x) + \frac{1}{E(y)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} E(y) + \frac{1}{E(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z) + K^2 = 0 \quad (\text{A.0.9})$$

$$\frac{1}{E(y)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} E(y) + \frac{1}{E(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z) + K^2 = k_x^2 \quad (\text{A.0.10})$$

Daí:

$$\frac{1}{E(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x) + k_x^2 = 0 \quad (\text{A.0.11})$$

Da mesma forma, podemos escrever para os outros eixos:

$$\frac{1}{E(y)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} E(y) + k_y^2 = 0 \quad (\text{A.0.12})$$

As soluções dessas equações são diretas e nos fornecem:

$$E(x) = E_x \exp(ik_x x) \quad (\text{A.0.13})$$

$$E(y) = E_y \exp(ik_y y) \quad (\text{A.0.14})$$

$$E(z) = E_z \exp(ik_z z) \quad (\text{A.0.15})$$

Onde, $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = K_T^2$.

Agora vamos supor que $E(x) = E_1(x) + E_2(x)$:

$$0 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} [E_1(x) + E_2(x)] + k_x^2 [E_1(x) + E_2(x)] \quad (\text{A.0.16})$$

$$0 = -k_{1x}^2 E_1(x) - k_{2x}^2 E_2(x) + k_x^2 [E_1(x) + E_2(x)] \quad (\text{A.0.17})$$

$$\frac{k_{1x}^2 E_1(x) + k_{2x}^2 E_2(x)}{[E_1(x) + E_2(x)]} = k_{Tx}^2. \quad (\text{A.0.18})$$

O cálculo dos vetores dessas componentes nos permite definir o vetor de onda $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_T^2$, que utilizamos para caracterizar a polarização total dos campos.

Como mencionamos anteriormente, calcular esses vetores de onda é necessário pela complexidade da polarização, que não é exatamente circular para os dois feixes. Isso dificulta a determinação intuitiva de um referencial móvel para o qual o átomo “enxerga” a polarização dos campos como fixa.

Apêndice B

Equações de Bloch para o sistema de 5-níveis.

As equações utilizadas para simular o sistema são:

$$\dot{\rho}_{11} = \frac{\Gamma_1}{4}\rho_{33} + \frac{\Gamma_2}{4}\rho_{44} - i\Omega_1\rho_{13} + i\Omega_1^*\rho_{31} - ig_1\Omega_1\rho_{14} + ig_1\Omega_1^*\rho_{41} \quad (\text{B.0.1})$$

$$\dot{\rho}_{22} = \frac{\Gamma_1}{4}\rho_{33} + \frac{\Gamma_2}{4}\rho_{44} - i\Omega_2\rho_{23} + i\Omega_2^*\rho_{23} - ig_2\Omega_2\rho_{24} + ig_2\Omega_2^*\rho_{42} \quad (\text{B.0.2})$$

$$\dot{\rho}_{33} = -\Gamma_1\rho_{33} + i\Omega_1\rho_{13} - i\Omega_1^*\rho_{31} - i\Omega_2^*\rho_{32} + i\Omega_2\rho_{23} + ig_r\Omega_r\rho_{53} - ig_r\Omega_r^*\rho_{35} \quad (\text{B.0.3})$$

$$\dot{\rho}_{44} = -\Gamma_2\rho_{44} - ig_1\Omega_1\rho_{14} - ig_1\Omega_1^*\rho_{41} + ig_2\Omega_2\rho_{24} - ig_2\Omega_2^*\rho_{42} + i\Omega_r\rho_{54} - i\Omega_r^*\rho_{45} \quad (\text{B.0.4})$$

$$\dot{\rho}_{13} = -i\Omega_1^*\rho_{11} + i\Omega_1^*\rho_{33} + \left(-\frac{\Gamma_1}{2} + i\delta_{13}\right)\rho_{13} - i\Omega_2^*\rho_{12} - ig_r\Omega_r^*\rho_{15} + ig_1\Omega_1^*\rho_{43} \quad (\text{B.0.5})$$

$$\dot{\rho}_{31} = i\Omega_1\rho_{11} - i\Omega_1\rho_{33} - \left(\frac{\Gamma_1}{2} + i\delta_{13}\right)\rho_{31} + i\Omega_2\rho_{21} - ig_r\Omega_r\rho_{51} - ig_1\Omega_1\rho_{34} \quad (\text{B.0.6})$$

$$\dot{\rho}_{23} = -i\Omega_2^*\rho_{22} + i\Omega_2^*\rho_{33} + \left(-\frac{\Gamma_1}{2} + i\delta_{23}\right)\rho_{23} - i\Omega_1\rho_{21} - ig_r\Omega_r^*\rho_{25} + ig_2\Omega_2\rho_{43} \quad (\text{B.0.7})$$

$$\dot{\rho}_{32} = i\Omega_2\rho_{22} - i\Omega\rho_{33} - \left(\frac{\Gamma_1}{2} + i\delta_{23}\right)\rho_{32} + i\Omega_1\rho_{12} + ig_r\Omega_r\rho_{52} - ig_2\Omega_2^*\rho_{34} \quad (\text{B.0.8})$$

$$\dot{\rho}_{14} = -ig_1\Omega_1^*\rho_{11} + ig_1\Omega_1^*\rho_{44} + \left(-\frac{\Gamma_2}{2} + i\delta_{14}\right)\rho_{14} - ig_2\Omega_2^*\rho_{12} - i\Omega_r^*\rho_{15} \quad (\text{B.0.9})$$

$$\dot{\rho}_{41} = -ig_1\Omega_1\rho_{11} + ig_1\Omega_1\rho_{44} - \left(\frac{\Gamma_2}{2} + i\delta_{14}\right)\rho_{41} - ig_2\Omega_2\rho_{21} + i\Omega_r\rho_{51} \quad (\text{B.0.10})$$

$$\dot{\rho}_{24} = -ig_2\Omega_2^*\rho_{22} + ig_2\Omega_2^*\rho_{44} + \left(-\frac{\Gamma_2}{2} + i\delta_{24}\right)\rho_{24} - ig_1\Omega_1^*\rho_{21} - i\Omega_r^*\rho_{25} + i\Omega_2\rho_{34} \quad (\text{B.0.11})$$

$$\dot{\rho}_{42} = ig_2\Omega_2\rho_{22} - ig_2\Omega_2\rho_{44} - \left(\frac{\Gamma_2}{2} + i\delta_{24}\right)\rho_{42} + ig_1\Omega_1\rho_{21} + i\Omega_r\rho_{52} - i\Omega_2^*\rho_{43} \quad (\text{B.0.12})$$

$$\dot{\rho}_{54} = i\Omega_r(\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44}) + \left(-\frac{\Gamma_2}{2} + i\delta_r\right)\rho_{54} - ig_1\Omega_1^*\rho_{51} - ig_2\Omega_2^*\rho_{52} + ig_r\Omega_r\rho_{34} - i\Omega_r^* \quad (\text{B.0.13})$$

$$\dot{\rho}_{45} = -i\Omega_r^*(\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44}) - \left(\frac{\Gamma_2}{2} + i\delta_r\right)\rho_{45} + ig_1\Omega_1\rho_{15} + ig_2\Omega_2\rho_{25} - ig_r\Omega_r^*\rho_{43} + i\Omega_r \quad (\text{B.0.14})$$

$$\dot{\rho}_{12} = -i\Omega_2\rho_{13} + i\Omega_1\rho_{32} - ig_2\Omega_2\rho_{14} + ig_1\Omega_1^*\rho_{42} - [\gamma_{12} + i(\delta_{13} - \delta_{23})]\rho_{12} \quad (\text{B.0.15})$$

$$\dot{\rho}_{21} = i\Omega_2^*\rho_{31} - i\Omega_1\rho_{23} + ig_2\Omega_2^*\rho_{41} - ig_1\Omega_1\rho_{24} - [\gamma_{12} - i(\delta_{13} + \delta_{23})]\rho_{21} \quad (\text{B.0.16})$$

$$\dot{\rho}_{15} = -ig_r\Omega_r\rho_{13} - i\Omega_r\rho_{14} + ig_1\Omega_1^*\rho_{45} + i\Omega_1^*\rho_{35} - [\gamma_{15} + i(\delta_{14} - \delta_r)]\rho_{15} \quad (\text{B.0.17})$$

$$\dot{\rho}_{51} = ig_r \Omega_r^* \rho_{31} + i\Omega_r \rho_{41} - ig_1 \Omega_1 \rho_{54} - i\Omega_1 \rho_{53} - [\gamma_{15} - i(\delta_{14} - \delta_r)] \rho_{51} \quad (\text{B.0.18})$$

$$\dot{\rho}_{25} = -ig_r \Omega_r \rho_{23} - i\Omega_r \rho_{24} + ig_2 \Omega_2^* \rho_{45} + i\Omega_2^* \rho_{35} - [\gamma_{15} - i(\delta_{24} - \delta_r)] \rho_{25} \quad (\text{B.0.19})$$

$$\dot{\rho}_{52} = +ig_r \Omega_r^* \rho_{32} + i\Omega_r^* \rho_{42} - ig_2 \Omega_2 \rho_{54} - i\Omega_2 \rho_{53} - [\gamma_{25} + i(\delta_{24} - \delta_r)] \rho_{52} \quad (\text{B.0.20})$$

$$\dot{\rho}_{34} = -ig_1 \Omega_1^* \rho_{31} - ig_2 \Omega_2^* \rho_{32} + i\Omega_1 \rho_{14} + i\Omega_2 \rho_{24} + ig_r \Omega_r \rho_{54} + (-\gamma_{34} + i\omega_{43}) \rho_{34} - i\Omega_r^* \rho_{35} \quad (\text{B.0.21})$$

$$\dot{\rho}_{43} = ig_1 \Omega_1 \rho_{13} + ig_2 \Omega_2 \rho_{23} - i\Omega_1^* \rho_{41} - i\Omega_2^* \rho_{42} - ig_r \Omega_r^* \rho_{45} + (-\gamma_{34} - i\omega_{43}) \rho_{43} + i\Omega_r \rho_{53} \quad (\text{B.0.22})$$

$$\dot{\rho}_{53} = ig_r \Omega_r^* (\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{33} + \rho_{44}) - i\Omega_1^* \rho_{51} - i\Omega_2^* \rho_{52} + i\Omega_r^* \rho_{54} + \left[-\frac{\Gamma_1}{2} + i(-\omega_{43} + \delta_r) \right] \rho_{53} - ig_r \Omega_r \quad (\text{B.0.23})$$

$$\dot{\rho}_{35} = -ig_r \Omega_r (\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{33} + \rho_{44}) + i\Omega_1 \rho_{15} + i\Omega_2 \rho_{25} - i\Omega_r^* \rho_{45} - \left[\frac{\Gamma_1}{2} + i(-\omega_{43} + \delta_r) \right] \rho_{35} + ig_r \Omega_r^* \quad (\text{B.0.24})$$

Referências Bibliográficas

- [1] A. Hohlfeldt, V.V. França, L.C. Martino, Teorias da comunicação: conceitos, escolas e tendências, Vozes (2001).
- [2] M. Fleischhauer, A. Imamoglu and J. P. Marangos, Rev. Mod. Phys. **77**, 633 (2005).
- [3] H.J. Kimble, Nature **453**, 10231030 (2008).
- [4] W. K. Wootters and W. H. Zurek, Nature **299**, 802 (1982).
- [5] D. Dieks, Phys. Letters **92A**, 271 (1982).
- [6] E. Schrödinger, Math. Proc. Cambridge, **31**, 555 (1935).
- [7] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres and W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993).
- [8] L. M. Duan, J. I. Cirac, P. Zoller and E. Polzik, Phys. Rev. Lett. **85**, 5643 (2000).
- [9] L. M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac, P. Zoller, **414**, 413 (2001).
- [10] M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri and D. J. Wineland, Nature **429**, 737 (2004).
- [11] R. Ursin, F. Tiefenbacher, T. Schmitt-Manderbach, H. Weier, T. Scheidl, M. Lindenthal, B. Blauensteiner, T. Jennewein, J. Perdigues, P. Trojek, B. Ömer, M. Fürst, M. Meyenburg, J. Rarity, Z. Sodnik, C. Barbieri, H. Weinfurter, A. Zeilinger, Nature Phys. **3**, 481 (2007).
- [12] W. Pfaff, B. J. Hensen, H. Bernien, S. B. van Dam, M. S. Blok, T. H. Taminiau, M. J. Tiggelman, R. N. Schouten, M. Markham, D. J. Twitchen, R. Hanson, Science **345** 6196, 532-535 (2014).
- [13] R. P. Feynman, Int. J. Theor. Physics **21** 6/7 (1982).

- [14] D. Deutsch, Proc. R. Soc. A **400**, 97 (1985).
- [15] M. Nielsen and I. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press (2000).
- [16] T. Peyronel, O. Firstenberg, Qi-Yu Liang, S. Hofferberth, A. V. Gorshkov, T. Pohl, M. D. Lukin and V. Vuletić, Nature **488**, 57 (2012).
- [17] G. Heinze, C. Hubrich, and T. Halfmann, Phys. Rev. Lett. **111**, 033601 (2013).
- [18] Dado extraído do Museu Nacional de História Americana, <http://americanhistory.si.edu/collections>
- [19] <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Replica-of-first-transistor.jpg>
- [20] <http://www.intel.com/content/www/us/en/silicon-innovations/standards-22nm-3d-tri-gate-transistors-presentation.html>
- [21] D. P. DiVincenzo, D. Loss., Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
- [22] I. H. Deutsch, P. S. Jessen, and R. Stock, Quant. Inf. Proc. **3**, 15 (2004).
- [23] R. Blatt, H. Haffner, C. F. Roos, Phys. Rep. **469**, 155 (2008).
- [24] M. Saffman, T. G. Walker, and K. Mølmer, Rev. Mod. Phys. **82**, 2313 (2010).
- [25] T. E. Northup, R. Blatt, Nature Photonics **8**, 356 (2014).
- [26] C. L. Garrido Alzar, M. A. G. Martinez and P. Nussenzeig, Am. J. Phys. **70**, 37 (2002).
- [27] J.D. Griffiths, Eletrodinâmica, Pearson Education (2011).
- [28] M. Fox, Quantum Optics, Oxford University Press (2006).
- [29] S. H. Autler and C. H. Townes, Phys. Rev. **100(2)**, 703 (1955).
- [30] P. R. Hemmer and M. G. Prentiss, J. Opt. Soc. Am. B **5**, 1613 (1988).
- [31] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, Classical Mechanics, Addison Wesley (2001).
- [32] M. O. Scully, M. S. Zubairy, Quantum Optics, Cambridge University Press (1997).
- [33] Mathematical Methods for Physicists, Sixth Edition: A Comprehensive Guide, G. B. Arfken and H. J. Weber, Academic Press (2005).
- [34] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloe, Quantum Mechanics Vol. 1, Wiley (1991).

- [35] J. J. Sakurai, Modern Quantum Mechanics, Addison Wesley (1993).
- [36] G. Lindblad, Commun. Math. Phys. **48**, 119 (1976).
- [37] C. Gardiner, P. Zoller, Quantum Noise: A Handbook of Markovian and Non-Markovian Quantum Stochastic Methods with Applications to Quantum Optics, Springer Science and Business Media (2004).
- [38] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. and Grynberg, Atom-photon interactions: basic processes and applications, J. Wiley (1992).
- [39] H.J. Metcalf and P. van der Straten, Laser Cooling and Trapping, Springer New York (1999).
- [40] E. Arimondo, G. Orriols, Lett. Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis. **17**, 333 (1976).
- [41] E. Arimondo, Coherent population trapping in laser spectroscopy - Progress in Optics XXXV, Elsevier (1996).
- [42] M. Fleischhauer e M. D. Lukin, Phys. Rev. Lett. **84**, 5094 (2000).
- [43] H. M. Nussenzveig, Curso de Física Básica **2**, Edgar Blucher (1996).
- [44] W. D. Phillips, Rev. Mod. Phys., **70** 3, 721 (1998).
- [45] T. Hänsch, A. Schawlow, Opt. Commun. **13**, 68 (1975).
- [46] D. Wineland, and H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 637 (1975).
- [47] F. G. Major, Viorica N. Gheorghe, Günther Werth, Charged Particle Traps: Physics and Techniques of Charged Particle Field Confinement, Springer(2006).
- [48] W. Happer. Optical pumping. Rev. Mod. Phys, **44**, 169 (1972).
- [49] T. Yabuzaki, T. Mitsui, U. Tanaka, Phys. rev. lett., **67** 18, 2453 (1991).
- [50] H. M. Florez, L. S. Cruz, M. H. G. de Miranda, R. A. de Oliveira, J. W. R. Tabosa, M. Martinelli, and D. Felinto, Phys. Rev. A **88**, 033812 (2013).
- [51] R. Walser and P. Zoller, Phys. Rev. A **49**, 5067 (1994).
- [52] L. S. Cruz, D. Felinto, J. G. Aguirre Gómez, M. Martinelli, P. Valente, A. Lezama and P. Nussenzveig, Eur. Phys. J. D **41**, 531 (2007).

- [53] L. Allen, J. H. Eberly, Optical Resonance and Two-Level Atoms, Dover Books on Physics (1987).
- [54] R. Walser, J. Cooper, and P. Zoller, Phys. Rev. A **50**, 4303 (1994).
- [55] M. Martinelli, P. Valente, H. Failache, D. Felinto, L. S. Cruz, P. Nussenzveig, and A. Lezama, Phys. Rev. A **69**, 043809 (2004).
- [56] V. A. Sautenkov, Y. V. Rostovtsev, and M. O. Scully, Phys. Rev. A **72**, 065801 (2005).
- [57] Yanhong Xiao, Tun Wang, Maria Baryakhtar, Mackenzie Van Camp, Michael Cresci-manno, Michael Hohensee, Liang Jiang, David F. Phillips, Mikhail D. Lukin, Susanne F. Yelin, and Ronald L. Walsworth, Phys. Rev. A **80**, 041805(R) (2009).
- [58] D.C. Champeney, A Handbook of Fourier Theorems, Cambridge University Press (1987).
- [59] D. Felinto, L. S. Cruz, R. A. de Oliveira, H. M. Florez, M. H. G. de Miranda, P. Nussenzveig, M. Martinelli, and J. W. R. Tabosa, Optics Express, **21**, 1512 (2013).
- [60] H. M. Florez, K. Theophilo, A. Kumar, P. Nussenzveig, P. Martinelli, em preparação.
- [61] T. Bergeman, Gidon Erez, and Harold J. Metcalf, Phys. Rev. A **35**, 1535 (1987).
- [62] Paul D. Lett, Richard N. Watts, Christoph I. Westbrook, William D. Phillips, Phillip L. Gould, and Harold J. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988).
- [63] C. Gardiner, P. Zoller, Quantum Noise - A Handbook of Markovian and Non-Markovian Quantum Stochastic Methods with Applications to Quantum Optics, Springer (2004).
- [64] C. Wieman and T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **36**, 1170 (1976).
- [65] D. W. Preston, Am. Jour. of Phys. **64**, 1432 (1996).
- [66] A. S. Villar, Am. J. Phys. **76**, 922 (2008).
- [67] J. Magnes, D. Odera, J. Hartke, M. Fountain, L. Florence, V. Davis, ar-Xiv:physics/0605102 (2006).
- [68] A. D. Greentree, T. B. Smith, S. R. de Echaniz, A. V. Durrant, J. P. Marangos, D. M. Segal, and J. A. Vaccaro, Phys. Rev. A **65**, 053802 (2002).
- [69] T. Peters, B. Wittrock, F. Blatt, T. Halfmann, and L. P. Yatsenko, Phys. Rev. A **85** 063416 (2012).

- [70] J. A. Greenberg and D. J. Gauthier, *Phys. Rev. A* **79**, 033414 (2009).
- [71] C. J. Foot, *Atomic Physics*, Oxford University Press (2005).
- [72] D.C. Harris, M. D. Bertolucci, *Symmetry and Spectroscopy*, Oxford University Press (1978).
- [73] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 11, 2023 (1989).
- [74] H. Moya-Cessa, F. Soto-Eguibar, *Differential equations: an operational approach*, Rinton Press, New Jersey (2011).
- [75] J. R. Kuklinski, U. Gaubatz, F. T. Hioe, and K. Bergmann, *Phys. Rev. A* **40**, 6744 (1989).
- [76] D. H. Goldstein, *Polarized Light*, CRC Press (2010).