

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

ESTUDO DA DINÂMICA DE CAOS NO
GÁS TRIDIMENSIONAL DE ELÉTRONS
DE ALTA MOBILIDADE

Nilo Mauricio Sotomayor Choque

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: 3728
ex. 1

Tese apresentada ao Instituto de
Física da Universidade de São Paulo
para a obtenção do título de Doutor
em Ciências.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Caio Henrique Lewenkopf (UERJ)
Prof. Dr. Peter Alexander Bleinroth Schulz (UNICAMP)
Prof. Dr. Ibere Luiz Caldas (IFUSP)
Prof. Dr. Mario Jose de Oliveira (IFUSP)
Prof. Dr. Guennadii M. Goussev (IFUSP)-Orientador.

São Paulo
2002

SBI-IFUSP



Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

530.155352

S718

D

ex. 1

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Sotomayor Choque, Nilo Mauricio

Estudo da Dinâmica de Caos no Gás Tridimensional
de Elétrons de Alta Mobilidade.

São Paulo 2002.

Tese (Doutoramento) - Universidade de São Paulo
Instituto de Física – Departamento Física dos Materiais e
Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Guennadii M. Goussev

Área de Concentração: Física da Matéria Condensada

Unitermos: 1. Bilhares Eletrônicos;

2. Dinâmica Eletrônica Caótica;

3. Poços Quânticos Parabólicos;

4. Transporte Eletrônico;

5. Super-redes de Antipontos.

USP/IF/SBI-051/2002

Conteúdo

Agradecimentos	2
Resumo	3
Abstract	4
Introdução	5
1 Os gases bidimensionais e tridimensionais de elétrons	11
1.1 O gás bidimensional de elétrons	11
1.2 Espectro de energia do gás de elétrons 2D	12
1.3 Propriedades do gás bidimensional de elétrons na presença de campos magnéticos	14
1.3.1 Estrutura eletrônica em campo magnético perpendicular	14
1.3.2 Estrutura eletrônica em campo magnético paralelo	16
1.4 O gás tridimensional de elétrons	18
1.5 Espectro de energia do gás de elétrons 3D	19
1.6 Propriedades do gás tridimensional de elétrons na presença de campos magnéticos	21
1.6.1 Estrutura eletrônica em campo magnético perpendicular	21
1.7 Os poços quânticos parabólicos	22
1.7.1 Estrutura eletrônica	22
1.7.2 Cálculos da estrutura de sub-bandas dos poços parabólicos empre- gados no presente trabalho	29
1.8 Conclusões	38

2	Os fenômenos de transporte eletrônico em heteroestruturas semicondutoras cristalinas	39
2.1	Conceitos preliminares	39
2.2	Transporte eletrônico clássico	40
2.2.1	Equação de Boltzmann	40
2.3	Condutividade elétrica no modelo de Drude	41
2.4	Escalas relevantes no transporte de elétrons	42
2.4.1	O comprimento de onda de De Broglie, λ	43
2.4.2	O livre caminho médio, l	43
2.4.3	Comprimento de relaxação de fase, L_φ	44
2.4.4	Comprimento de defasagem térmico, L_T	44
2.5	O Transporte eletrônico em campo magnético	45
2.5.1	O efeito Hall ordinário	45
2.5.2	O efeito Shubnikov-de Haas	48
2.6	O efeito Hall quântico	50
2.6.1	Efeito Hall quântico integral	50
2.6.2	Efeito Hall quântico fracionário	53
2.7	Teoria de resposta linear	55
2.8	Distribuição de corrente em dispositivos de efeito Hall	56
2.8.1	Estados de borda no 2DEG	57
2.8.2	A fórmula de Landauer-Büttiker	59
2.9	Manifestações de coerência da função de onda do elétron	61
2.9.1	Localização fraca	61
2.9.2	O efeito do campo magnético na localização de elétrons	62
2.9.3	O efeito Aharonov-Bohm	64
3	Super-redes de antipontos quânticos	67
3.1	Antipontos em sistemas bidimensionais de elétrons	67
3.1.1	Descrição do sistema	70
3.2	Processo de fabricação das super-redes de antipontos 2D	72
3.2.1	Deposição da camada fotoresistiva	72
3.2.2	Gravação do padrão da super-rede de antipontos	76

3.2.3	Gravação da barra Hall	77
3.3	Amostras empregadas no presente estudo	77
3.3.1	Heteroestruturas contendo o gás bidimensional de elétrons	79
3.4	Caraterização das super-redes de antipontos 2D	81
3.4.1	Introdução	81
3.4.2	Equipamento utilizado	82
3.5	Medidas de magnetoresistência nas super-redes de antipontos 2D	87
3.6	Conclusões	93
4	Introdução ao caos nos sistemas dinâmicos	94
4.1	Sistemas dinâmicos não lineares	94
4.1.1	Sistemas dinâmicos caóticos	95
4.1.2	Sistemas dinâmicos conservativos ou Hamiltonianos	95
4.1.3	Sistemas integráveis	96
4.1.4	Sistemas não integráveis	97
4.1.5	Os expoentes de Lyapunov	98
4.2	Bilhares	99
4.3	Bilhares magnéticos	102
4.4	Mapas de Poincaré	103
4.5	Modelamento da dinâmica eletrônica clássica nas super-redes de antipontos na presença de campo magnético perpendicular	105
4.5.1	Antipontos em sistemas bidimensionais	105
4.5.2	Superfícies de Poincaré em sistemas de antipontos bidimensionais	107
4.6	Conclusões	112
5	Super-redes de antipontos 2D em campo magnético paralelo	113
5.1	Introdução	113
5.2	Estrutura de bandas em campo magnético paralelo	115
5.2.1	Modelamento da dinâmica eletrônica em super-redes de antipontos submetidos a ação de campo magnético paralelo	120
5.3	Discussão dos resultados	121
5.3.1	Superfícies de Poincaré	121

5.3.2	Cálculo da magnetoresistência	128
5.3.3	Caraterização experimental	135
5.4	Conclusões	145
6	A dinâmica eletrônica em sistemas de antipontos tridimensionais	146
6.1	Introdução	146
6.1.1	Descrição do bilhar tridimensional	148
6.1.2	Fabricação das amostras e gravação da super-rede de antipontos	151
6.1.3	Heteroestruturas contendo o gás tridimensional de elétrons	151
6.2	Resultados experimentais	154
6.3	Modelo teórico para um bilhar eletrônico tridimensional submetido à ação de campo magnético perpendicular	163
6.3.1	Superfícies de Poincaré	169
6.3.2	Cálculo da magnetoresistência	176
6.4	Conclusões	181
7	Ressonâncias geométricas em poços quânticos parabólicos	183
7.1	Introdução	183
7.2	Efeitos de tamanho galvano-magnéticos em filmes finos metálicos	184
7.3	Configuração de Sondheimer	185
7.4	Configuração Mac Donald	185
7.5	Efeitos de tamanho galvano-magnéticos em poços quânticos parabólicos	187
7.6	Efeitos geométricos em poços parabólicos largos	192
7.7	Resultados e discussões	194
7.8	Conclusões	201
	Apêndice	210
	Publicações	214
	Trabalhos apresentados em eventos	216

Lista de Figuras

1.1	<i>Representação esquemática da curvatura de banda de condução na interface de uma heteroestrutura de AlGaAs/GaAs.</i>	13
1.2	<i>Esquema que representa a relação de dispersão para um gás de elétrons bidimensional. k_x e k_y são os vetores de onda nas direções x e y, e E_F é a energia de Fermi do sistema.</i>	14
1.3	<i>Relação de dispersão para o 2DEG com uma única sub-banda ocupada e a evolução da densidade de estados na presença de campo magnético crescente.</i>	16
1.4	<i>Esquema que representa a relação de dispersão para um gás de elétrons tridimensional. k_x e k_y são os vetores de onda nas direções x e y, e E_F é a energia de Fermi do sistema.</i>	20
1.5	<i>Relação de dispersão para o 3DEG e a evolução da densidade de estados na presença de campo magnético.</i>	21
1.6	<i>Esquema que mostra os parâmetros de desenho de um poço quântico parabólico. Ilustra-se o caso particular de um poço com $W = 2000\text{Å}$.</i>	23
1.7	<i>Esquema que mostra o diagrama de fluxo empregado na construção do programa computacional para o cálculo da estrutura de sub-bandas de um poço quântico parabólico sem campo magnético.</i>	26
1.8	<i>(a) Funções de onda obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa deste estudo para um poço parabólico com $N_s = 2.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 2000 Å de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_{s,i}$ de cada uma das sub-bandas.</i>	27

1.9	<i>Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 2.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e 2000 Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.</i>	28
1.10	<i>Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e 4000 Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.</i>	29
1.11	<i>(a) Funções de onda, obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa do presente estudo para um poço parabólico com $N_s = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 4000 Å de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_{s,i}$ de cada uma das sub-bandas.</i>	30
1.12	<i>Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 2000 Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.</i>	31
1.13	<i>(a) Funções de onda obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa deste estudo, para um poço parabólico com $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 2000 Å de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_{s,i}$ de cada uma das sub-bandas.</i>	32
1.14	<i>Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e 4000 Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.</i>	34
1.15	<i>(a) Funções de onda obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa do presente estudo para um poço parabólico com $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 4000 Å de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_{s,i}$ de cada uma das cinco sub-bandas.</i>	36
1.16	<i>(a) Perfil de potencial autoconsistente; distribuição de densidade de cargas total e parciais obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa deste estudo para (a) $W = 4000 \text{ Å}$ e $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e (b) $W = 4000 \text{ Å}$ e $N_s = 3.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.</i>	37

2.1	<i>Esquema da configuração de uma medida de magnetotransporte. Uma corrente I é aplicada nos extremos do canal. Os números servem para identificar os contatos de tensão. Identifica-se por "W" a largura da barra, "T" a espessura e "L" a distância entre contatos longitudinais.</i>	47
2.2	<i>Oscilações de Shubnikov de Haas típicas da resistividade ρ_{xx} de uma heterojunção de GaAs/AlGaAs em temperatura de 1.5K</i>	49
2.3	<i>Medidas experimentais de resistividade longitudinal ρ_{xx} (linha vermelha), e resistência transversal ρ_{xy} (linha azul) para uma junção de GaAs/AlGaAs contendo o gás bidimensional de elétrons. As medidas foram realizadas em temperatura de 0.4K.</i>	50
2.4	<i>Diagrama esquemático da densidade de estados alongada de um gás bidimensional de elétrons na presença de campo magnético.</i>	52
2.5	<i>Demonstração do efeito Hall fracionário descoberto por Tsui and Störmer, pelo qual eles obtiveram o prêmio Nobel em Física em 1998. São mostradas a resistividade longitudinal ρ_{xx} e a resistência de Hall R_H de um gás bidimensional de elétrons na interface de dois semicondutores, como função do campo magnético aplicado normal ao plano da amostras. A linha diagonal pontilhada representa a resistência de Hall clássica e a linha sólida, os resultados experimentais. Os valores do campo magnético que produzem os platôs são indicados por setas em valores para os quais a resistividade é zero em temperatura absoluta nula. O platô indicado com 1/3 foi a primeira fração descoberta por Störmer and Tsui.</i>	54
2.6	<i>Distribuição de corrente em uma barra Hall; o campo magnético está orientado apontando para o interior da figura. As linhas indicam o padrão de fluxo dos elétrons para esta direção do campo.</i>	57

2.7	(a) Representação esquemática das energias dos autoestados permitidos ao longo de um dispositivo Hall de largura W e para um potencial de confinamento linear de extensão λ sem a aplicação de corrente. São mostrados somente alguns autoestados. O eixo x aponta na direção ao longo da linha central do dispositivo. Os autoestados do mais baixo nível de Landau 1 estão ocupados entre $y_{max} = -y_{min}$. Os círculos cinza representam estados ocupados os quais não contribuem à condução, os círculos pretos representam estados ocupados que contribuem à condução e os círculos brancos representam estados vazios. (b) Similar à figura (a), mas, desta vez com um pequeno valor da corrente aplicada I_{SD} ; o potencial químico é diferente nos dois extremos do dispositivo.	58
2.8	Um condutor com probabilidade de transmissão T é conectado com dois contactos macroscópicos através de dois canais condutores. Assume-se temperatura zero, de forma que a distribuição de energia dos portadores incidentes nos dois canais tenha uma forma de função escada.	60
2.9	(a) Representação de duas trajetórias eletrônicas possíveis A_i e A_j entre os pontos A e B . (b) Mecanismo de retroespalhamento coerente entre trajetórias horárias e anti-horárias para um trajeto fechado do ponto A para se mesmo.	63
2.10	Ilustração do efeito Aharonov-Bohm em uma geometria de anel. (a) Trajetórias responsáveis pela periodicidade h/e , (b) trajetórias pertencentes ao par de estados com simetria de reversão temporal conduzindo à periodicidade $h/2e$	65
3.1	Diagrama esquemático de uma heteroestrutura de AlGaAs-GaAs mostrando o detalhe da profundidade de penetração dos antipontos quânticos através do 2DEG.	71
3.2	Diagrama esquemático mostrando o efeito de modulação do potencial eletrostático devido à presença dos antipontos quânticos.	71

3.3	<i>Primeira parte do procedimento empregado para a gravação de barras de Hall nas amostras contendo 0 2DEG. As três etapas compreendem a deposição da camada de "photoresist" e o "baking" ou processo de fixação da resina sobre a superfície.</i>	74
3.4	<i>Processo de polimerização da região correspondente ao negativo do padrão da barra Hall.</i>	75
3.5	<i>Diagrama esquemático do processo de gravação das super-redes de antipontos em amostras contendo uma barra de Hall. (1) amostra sem tratamento, (2) gravação do formato da barra, (3) transferência do padrão da barra, obtida pelo "wet etching", (4) gravação da super-rede de antipontos por litografia de feixe eletrônico e "dry etching".</i>	78
3.6	<i>Representação esquemática da estrutura de camadas de uma junção AlGaAs/GaAs contendo o gás bidimensional de elétrons.</i>	80
3.7	<i>Representação esquemática do equipamento experimental empregado na caracterização experimental por magnetotransporte.</i>	83
3.8	<i>A fotografia mostra o extremo inferior do sistema de suporte rotatório para as amostras. Observa-se em primeiro plano a mesa de teflon, sobre a qual encontra-se uma heteroestrutura cristalina; observa-se também o diodo emissor de luz empregado para iluminação, os contatos elétricos e o sistema de engrenagens.</i>	85
3.9	<i>Detalhe da parte superior do sistema de suporte. Mostra-se a caixa de contatos e o parafuso com escala graduada para o controle do ângulo de giro.</i>	86
3.10	<i>Diagrama de fase de uma mistura líquida de hélio em baixas temperaturas.</i>	87
3.11	<i>A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 0.5 \mu\text{m}$.</i>	89
3.12	<i>A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 1.0 \mu\text{m}$.</i>	90

3.13	<i>A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 1.5 \mu\text{m}$.</i>	91
3.14	<i>A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 2.0 \mu\text{m}$.</i>	92
4.1	<i>Diagrama esquemático que mostra a restrição na topologia da superfície para um sistema com dois graus de liberdade $n = 2$, a linha contínua preta, indica a evolução de uma trajetória sobre o toroide T^2.</i>	97
4.2	<i>Evolução de duas trajetórias, inicialmente separadas por um diferencial de deslocamento $dy = 0.02a$, em um sistema de bilhares bidimensionais.</i>	100
4.3	<i>Curva de contorno $r(\varphi)$ de um bilhar circular. Mostra-se uma parte de uma trajetória, juntamente com as coordenadas $s(\varphi)$ (comprimento do arco), e $p\cos(\alpha)$ (α é o ângulo entre a trajetória e a tangente no ponto de impacto com o contorno).</i>	101
4.4	<i>Geometria e coordenadas para as órbitas de Larmor em um bilhar convexo.</i>	102
4.5	<i>Diagrama esquemático da construção de um mapa de Poincaré para um sistema conservativo ou Hamiltoniano a dois graus de liberdade.</i>	104
4.6	<i>(a) Potencial eletrostático suave calculado através da equação 4.19. (b) Potencial eletrostático de paredes impenetráveis (potencial duro).</i>	106
4.7	<i>(a) Órbitas caóticas não localizadas, (b) órbitas fugitivas, (c) órbitas localizadas.</i>	109
4.8	<i>Seções de Poincaré calculadas para $d/a = 0.25$, e diferentes valores do campo magnético normalizado B/B_0. As órbitas periódicas e quase-periódicas são representadas por curvas contínuas e fechadas.</i>	110
4.9	<i>Seções de Poincaré calculadas para $d/a = 0.25$ e $B/B_0 = 1.6$, e $B/B_0 = 1.6$. As dois mapas mostrados nesta figura continuam a seqüência mostrada na figura anterior, e representam a evolução de uma dinâmica caótica para outra regular.</i>	111

5.1	(a) Estrutura de banda de superfície ($i = 0, 1, 2$) no limite elétrico ($k_D l \gg 1$). A ressonância ciclotrônica é somente possível para centros de coordenadas positivos ($z_0/l \gtrsim +1$). (b) Estrutura de banda de superfície ($i = 0, 1$) no limite magnético ($k_D l \ll 1$). A figura no extremo superior direito representa o contorno de Fermi para $E_F = 1/4\hbar\omega_c$. A ressonância ciclotrônica é possível para a maior parte dos centros de coordenadas. Os dados pertencem à referência [14].	118
5.2	(a) Velocidade de Fermi do gás bidimensional de elétrons, no espaço real, e na presença de campo magnético perpendicular. (b), (c), (d), (e) e (f) mostram o efeito de distorção, produzida na velocidade de Fermi, pelo efeito do campo magnético paralelo crescente ($B_{//} = 5 T, 10 T, 15 T, 20 T,$ and $28 T$).	122
5.3	Superfícies de seção de Poincaré, calculadas para a super-rede retângular de antipontos em $y(\text{mod}1) = 0$ com $B/B_0 = 1$ e $d = 0.23a$, para (a) $B_{//} = 0 T$, (b) $B_{//} = 10 T$, e $B_{//} = 20 T$	124
5.4	Superfícies de seção de Poincaré, calculadas para a super-rede retângular de antipontos em $x(\text{mod}1) = 0$ com $B/B_0 = 1$ e $d = 0.23a$, para (a) $B_{//} = 0 T$, (b) $B_{//} = 10 T$, e $B_{//} = 20 T$	126
5.5	Trajetórias eletrônicas típicas, as quais evoluem no espaço de fases da dinâmica do 2DEG nas super-redes de antipontos, na presença de campo magnético perpendicular. Em (1) para $2R_c = a$, e em (2) para $2R_c < a$ e (3) $2R_c > a$	127
5.6	Algumas trajetórias regulares em campo magnético inclinado, para $B/B_0 = 1$ e (1) $B_{//} = 10 T$, (2) $B_{//} = 20 T$, e (3) $B_{//} = 28 T$	129

5.7	<i>a—</i> Curvas de magnetoresistência ρ_{xx}/ρ_{xx0} calculadas para o 2DEG se locomovendo nas super-redes de antipontos com razão $d/a = 0.23$. Mostra a evolução dos picos de comensurabilidade em função do incremento da componente no plano do campo magnético. A curva na parte mais inferior (linha sólida) corresponde à aplicação de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$ e a curva na parte superior corresponde à aplicação de uma componente paralela de $B_{//} \sim 28 T$ ($\Theta \sim 0.54^\circ$). As curvas para campo magnético inclinado foram deslocadas na direção superior para distinguir melhor a evolução em cada uma delas. <i>b—</i> Curvas de magnetoresistência calculadas para a razão $d/a = 0.1$ na configuração de campo magnético perpendicular e para $B_{//} \sim 28 T$	131
5.8	Superfícies de Poincaré calculadas para a super-rede retangular de antipontos em $y(\text{mod}1) = 0$ para $B/B_0 = 0.5$ e $d = 0.23a$; para (a) $B_{//} = 0 T$ e (b) $B_{//} = 28 T$	133
5.9	Algumas trajetórias regulares, em campo magnético paralelo, para $B/B_0 = 0.5$ e $B_{//} = 28 T$	134
5.10	Diagrama esquemático mostrando a configuração da barra de Hall e da super-rede de antipontos para cada uma das amostras deste estudo. É mostrada, também, a configuração para medidas em campo magnético inclinado. $\Theta = 90^\circ$ corresponde à configuração de campo perpendicular e $\Theta = 0^\circ$ corresponde à configuração de campo magnético paralelo à superfície das amostras e também à direção da corrente elétrica.	136
5.11	Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de $1.5K$, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ . O período da super-rede é $a = 0.5\mu m$	138
5.12	Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de $1.5K$, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ . O período da super-rede é $a = 1.0\mu m$	139

5.13	<i>Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de 1.5K, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ. O período da super-rede é $a = 1.5\mu\text{m}$.</i>	140
5.14	<i>Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de 1.5K, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ. O período da super-rede é $a = 2.0\mu\text{m}$.</i>	141
5.15	<i>Deslocamento máximo experimental (quadrados) e calculado (triângulos), em campo magnético paralelo $B_{\parallel} = 28\text{ T}$, do pico principal de comensurabilidade, em relação à posição do pico em campo magnético perpendicular e em função do período da rede de antipontos a.</i>	143
5.16	<i>Deslocamento da posição do pico principal de comensurabilidade B_p, de cada uma das amostras, em função da componente paralela do campo magnético B_{\parallel}.</i>	144
6.1	<i>Distribuição da densidade eletrônica obtida através de cálculos autoconsistentes para (a) um poço parabólico com $W = 2000\text{Å}$, e (b) para um poço com $W = 4000\text{Å}$.</i>	149
6.2	<i>Representação esquemática de uma heteroestrutura baseada nos semicondutores GaAs/AlGaAs, a qual contém um arranjo cilíndrico de buracos mecânicos, transferidos através das camadas das barreiras e o poço. a representa o período da super-rede e d o diâmetro dos antipontos em relação à energia de Fermi.</i>	150
6.3	<i>Região do espaço real, correspondente à camada do poço parabólico. Nessa região que ocorre a dinâmica eletrônica tridimensional.</i>	151
6.4	<i>Representação esquemática da estrutura de camadas de uma heteroestrutura de GaAs/Al_xGa_{1-x}As contendo um poço quântico parabólico.</i>	153

6.5	<i>Diagrama esquemático de uma amostra contendo um poço quântico parabólico em uma barra de Hall com 10 contactos. A barra mostra a super-rede de antipontos tridimensionais em um dos extremos do canal de corrente. Mostra-se também as configurações de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$ e de campo paralelo $\Theta = 0^\circ$.</i>	154
6.6	<i>Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx}, realizadas em temperatura de 1.4 K nas regiões, com e sem antipontos, da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de (a) $a = 0.6 \mu\text{m}$, e (b) $a = 0.8 \mu\text{m}$. A largura do poço em ambas as duas amostras é de $W = 2000 \text{ \AA}$.</i>	155
6.7	<i>Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx} realizadas em temperatura de 1.4 K nas regiões com e sem antipontos da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de $a = 0.7 \mu\text{m}$ e a largura do poço de $W = 2000 \text{ \AA}$.</i>	157
6.8	<i>(a) Medidas de magnetoresistência realizadas com uma variação sistemática do ângulo entre o vetor de campo magnético e o vetor perpendicular à superfície das amostras. O conjunto de medidas mostra a evolução das oscilações de comensurabilidade, desde a configuração de campo perpendicular até a configuração de campo paralelo. As medidas correspondem à amostra com periodicidade $a = 0.6 \mu\text{m}$ e largura $W = 2000 \text{ \AA}$. (b) Representação tridimensional das curvas mostradas na parte (a), o objetivo da figura é mostrar, com maior detalhe, a transformação dos picos de comensurabilidade em oscilações resultantes de efeitos de tamanho galvano-magnéticos.</i>	158
6.9	<i>Deslocamento do pico principal de comensurabilidade como função do ângulo Θ, entre o vetor de campo e o plano do gás de elétrons. Esses dados foram extraídos das medidas mostradas na figura 6.8. A linha sólida representa o comportamento $\sin(\Theta)^{-1}$ observado em sistemas de antipontos bidimensionais.</i>	159

- 6.10 *A parte superior mostra uma representação esquemática de um antiponto cilíndrico com as dimensões escaladas em termos do período da super-rede a , para uma amostra com um poço parabólico de 2000 Å de largura. A seqüência, na parte inferior, mostra a variação da forma da seção transversal do antiponto em relação à direção do vetor de campo magnético. 160*
- 6.11 *(a) Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx} realizadas em temperatura de 50 mK nas regiões com e sem antipontos da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de $a = 0.8 \mu\text{m}$ e a largura do poço é de $W = 4000 \text{ Å}$. (b) Resistividade transversal R_{xy} e longitudinal R_{xx} , também em $T = 50 \text{ mK}$ 162*
- 6.12 *(a) Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx} realizadas nas regiões com e sem antipontos da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de (a) $a = 0.6 \mu\text{m}$ e (b) $a = 0.6 \mu\text{m}$. A largura do poço é de $W = 4000 \text{ Å}$ em ambos os casos. 164*
- 6.13 *(a) Região do espaço real de uma super-rede de antipontos mostrando a projeção bidimensional de uma trajetória regular tridimensional. (b) Evolução da órbita anterior no espaço 3D, juntamente com a projeção 2D no plano do gás de elétrons. (c) projeções laterais da órbita. 168*
- 6.14 *(a) Projeção bidimensional de uma órbita "fugitiva" tridimensional. (b) evolução espacial da órbita através de múltiplas reflexões; somente alguns antipontos cilíndricos são mostrados, para uma melhor visualização 170*
- 6.15 *(a) Trajetória eletrônica tridimensional evoluindo em torno de um único antiponto localizado em $(x, y) = (1, 1)$; a órbita foi gerada por uma condição inicial particular, a qual inclui a velocidade ao longo da direção z . (b) Superfície invariante formada pela distribuição espacial dos "conseqüentes" formados pelo comportamento da órbita quase periódica mostrada na parte (a), após reflexões múltiplas com as interfaces do poço. 172*
- 6.16 *Projeção estereoscópica de um mapa espacial de Poincaré quadridimensional x, y, \dot{x}, \dot{y} , calculado para um valor de campo magnético normalizado $B/B_0 = 1$ e para uma razão $d/a = 0.24$ 173*
- 6.17 *Projeções bidimensionais do mapa estereoscópico mostrado na figura 6.16. . 175*

6.18	(a) <i>Evolução de uma trajetória regular, inicialmente bidimensional, para um comportamento tridimensional, através do incremento gradual da velocidade na direção z. (b) Evolução da ilha de estabilidade correspondente à órbita inicialmente bidimensional e planar da parte (a). (c) Projeção estereoscópica 3D da seção de Poincaré 4D correspondente à evolução da trajetória mostrada em (a).</i>	177
6.19	<i>Projeção bidimensional (x, \dot{x}), de uma seção de Poincaré 4D, calculada para diferentes condições iniciais escolhidas em forma quase aleatória.</i> . . .	178
6.20	(a) <i>magnetoresistência calculada para o gás 3D se locomovendo na super-rede de antipontos cilíndricos, com razão $d/a = 0.22$, na presença de campo magnético perpendicular. (b) Comparação entre diferentes curvas de magnetoresistência. A primeira curva identificada com linha sólida, foi calculada para $d/a = 0.2$, considerando apenas as reflexões especulares dos elétrons com as interfaces. As curvas tracejadas mostram os efeitos da inclusão das rugosidades interfaciais.</i>	180
7.1	<i>Na parte superior esquerda mostra-se a configuração da barra Hall empregada nos poços quânticos parabólicos, cujas medidas são mostradas na parte inferior. Na parte superior direita mostra-se a configuração das medidas em campo inclinado, e na parte inferior é mostrada a evolução da magnetoresistência, na região de campo fraco, para um poço quântico parabólico de 2000 Å de largura, desde a configuração em campo perpendicular até a configuração em campo magnético paralelo.</i>	188
7.2	<i>Evolução da magnetoresistência na região de campo fraco, para um outro poço quântico parabólico de largura de 2000 Å, desde a configuração em campo perpendicular até a configuração em campo magnético paralelo.</i> . . .	190
7.3	<i>Evolução da magnetoresistência na região de campo fraco para um poço quântico parabólico de largura de 2000 Å em função do ângulo de inclinação Θ entre o vetor de campo magnético e o vetor perpendicular à superfície da amostra. O período da super-rede é $a = 0.7 \mu\text{m}$ e as medidas foram realizadas em temperatura de 1.5 K.</i>	191

7.4	<i>(a) Diagrama tridimensional mostrando a evolução das curvas de magnetoresistência para o poço quântico parabólico de 2000 Å de largura, mostrado na figura anterior, em função do ângulo de inclinação Θ entre o vetor de campo magnético e o vetor perpendicular à superfície da amostra. (b) Diagrama de níveis das curvas mostradas na parte (a) mostrando a evolução do pico correspondente a $R_c = a/2$.</i>	193
7.5	<i>Magnetoresistência na região de campo baixo para um poço parabólico de 4000 Å de largura, realizadas em temperatura de 1.5 K, para diferentes concentrações eletrônicas (na configuração de campo magnético perpendicular). No requadro interior é mostrada a variação da largura da camada eletrônica efetiva em função de N_S.</i>	196
7.6	<i>Comparação entre a magnetoresistência normalizada da figura 7.5, representada como função da razão da largura do poço a_f, em relação ao raio do ciclotron R_c, e a resistividade calculada através da teoria de Sondheimer (configuração de campo magnético perpendicular).</i>	197
7.7	<i>Evolução dos picos anômalos da magnetoresistência em campo magnético inclinado e em temperatura de 1.5K, para o poço quântico parabólico de 4000 Å. Em todas as medidas a concentração eletrônica é de $2.6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.</i>	200

*A mis padres y hermanos. A la memoria
de mi madrina Leonor*

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Guennadii M. Gusev, pela orientação no trabalho científico, pelo ensino da técnica experimental e o apoio e amizade.

Ao Prof. Dr. José Roberto Leite, pela oportunidade de trabalhar no Laboratório de Novos Materiais Semicondutores (LNMS) e o apoio e incentivo constantes.

Ao Prof. Dr. A. I. Toropov do Institute of Semiconductor Physics de Novosibirsk, pelo crescimento das amostras empregadas neste trabalho.

Ao Prof. Dr. A. A. Bykov do Institute of Semiconductor Physics, pela realização dos processos de gravação por litografia eletrônica e pela amizade.

Ao Prof. Dr. J. C. Portal do High Magnetic Field Laboratory do CNRS de Grenoble, por ter fornecido as facilidades experimentais para a realização das medidas de caracterização por transporte eletrônico, em campos magnéticos intensos e em baixas temperaturas. Pela amizade, cordialidade e pelo apoio fornecido no decorrer do estágio realizado junto ao HMFL.

Aos Professores do LNMS: Luisa M. R. Scolfaro, Alain Quivy, Euzi C. da Silva, e Américo Tabata, pelo apoio, amizade e incentivo.

Aos Srs. O. Estivals e A. Gilbert, pela amizade, hospitalidade e o apoio no decorrer do meu estágio junto ao HMFL.

Aos Srs. Paulinho e Geraldo pelo apoio técnico na construção dos equipamentos.

A mis padres Nilo y Nora, a mi tio Adrian, a mis hermanos Freddy, Rosarela, Edgar, Mirtha, Yohonny, Marisol, Romulo, Isabel, Saby, a Yohonnito Jr., a mis sobrinos Isabel, Juana e Wilmer por el cariño y apoyo en la distancia.

A Liliana por el amor, cariño y comprensión através de todos estos años.

Aos colegas de sala Adriano, Marcelo e Rolando, pela convivência sempre agradável e pela colaboração e apoio nas horas difíceis. Ao colega Cassio, pela amizade, colaboração

e a companhia nas tarefas experimentais.

A todos os colegas do Departamento de Física dos Materiais, em especial ao Celso, Lara, Luís Eugênio, David, Angela, Marcia, Marcelo, Odille, Rafael, Sara, Sandro, Thomas, Virgilio, Julio, pelo companheirismo, amizade e hospitalidade.

À Enza e Mónica pelas múltiplas gentilezas prestadas.

À Maria e Sandra pelo apoio na revisão da minha tese.

À Fundação de Amparao à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo suporte financeiro fornecido ao projeto, no decorrer desses quatro anos.

Ao Laboratório de Novos Materiais Semicondutores do Instituto de Física da USP, por ter fornecido as facilidades necessárias para a conclusão deste trabalho.

Ao Brasil, pela hospitalidade.

Resumo

A dinâmica caótica, em arranjos de bilhares eletrônicos bidimensionais e tridimensionais, em heteroestruturas semicondutoras de $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ foi estudada tanto de forma experimental como através de simulações numéricas. Como primeira parte, a dinâmica eletrônica caótica em super-redes de antipontos bidimensionais foi tratada sob a influência de campo magnético uniforme aplicado de forma paralela ao plano do gás de elétrons. Nestas circunstâncias, a anisotropia do contorno de Fermi do gás bidimensional de elétrons produzida pelo campo magnético paralelo, distorce fortemente a forma das trajetórias eletrônicas induzindo mudanças drásticas nas oscilações de comensurabilidade da magnetoresistência na região de campo fraco, em temperaturas criogênicas. Como segunda parte, arranjos de bilhares eletrônicos tridimensionais foram realizados, pela primeira vez, através da gravação de super-redes retangulares de buracos mecânicos cilíndricos em poços quânticos parabólicos, os quais contêm o gás tridimensional de elétrons de alta mobilidade. Medidas de resistividade nestes sistemas revelam a presença de picos anômalos na região de campo fraco, em forma similar às medições em sistemas de antipontos bidimensionais. Foi calculada a dinâmica eletrônica do bilhar tridimensional analisando-se a evolução das trajetórias no espaço de fases através das seções espaciais de Poincaré. Calculou-se também a magnetoresistência ρ_{xx} do gás tridimensional através da teoria de resposta linear, encontrando-se que a presença de ressonâncias não lineares é refletida nos picos anômalos observados. A realização destes sistemas permitiu o estudo de fenômenos físicos novos como as oscilações de comensurabilidade em sistemas tridimensionais e os efeitos de tamanho galvano-magnéticos devidos às ressonâncias geométricas.

Abstract

The chaotic electron dynamics in two-dimensional and three-dimensional arrays of electron billiards in $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ semiconductor heterostructures has been studied in experimental way and also through numerical simulations. As a first part, the chaotic electron dynamics in two-dimensional antidot super-lattices has been studied under the influence of a uniform magnetic field applied in parallel configuration related to the plane of the electron gas. In this case, the Fermi contour anisotropy of the two-dimensional electron gas induced by the parallel field highly distorts the shape of the electron trajectories inducing pronounced changes in the commensurability peaks of the low field magnetoresistance, in cryogenic temperatures. In the second part, arrays of three dimensional electron billiards were obtained, by first time, through the patterning of rectangular super-lattices of cylindrical voids in $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ parabolic quantum wells containing a high mobility three-dimensional electron gas. Resistivity measurements in these systems reveal anomalous peaks in the low magnetic field region in similar way as measurements in two-dimensional antidots systems. The electron dynamics of the three-dimensional billiard was calculated, analyzing the evolution of trajectories in phase space by means of Poincaré space of sections. The magnetoresistance ρ_{xx} of the three-dimensional electron gas was calculated through linear response theory, being found that nonlinear resonances are reflected in the observed anomalous peaks. The accomplishment of these systems allowed the study of new physical phenomena such as the commensurability oscillations in three-dimensional systems and size-effects due to geometrical resonances.

Introdução

Os bilhares foram inicialmente introduzidos como modelos ideais para o estudo de certo tipo de sistemas dinâmicos no quais o padrão de movimento é determinado principalmente pela forma dos contornos do sistema [1]. Sistemas compostos de bilhares têm desenvolvido uma função muito importante na teoria ergódica dos sistemas dinâmicos pois esses modelos inspiraram a criação da teoria ergódica de Boltzmann e Gibbs. Por um lado, os bilhares fornecem o modelo mais visível de sistemas dinâmicos não uniformemente hiperbólicos. É conhecido que as propriedades caóticas de um sistema dinâmico de origem físico são geradas pela hiperbolicidade, termo o qual, refere-se a uma sensível dependência, na dinâmica de movimento, às condições iniciais. Foi Ya. G. Sinai [2], quem iniciou e desenvolveu a teoria dos bilhares hiperbólicos através da introdução de centros espalhadores com contornos convexos suaves. Uma das aplicações da teoria de Sinai foi a verificação da hipótese de Boltzmann para um gás composto unicamente de duas partículas; fato importante pois a ergodicidade de um sistema esteve sempre relacionada a um número muito grande de partículas.

Por um outro lado, os recentes notáveis progressos alcançados na área da Física de heteroestruturas semicondutoras cristalinas, quanto às técnicas de crescimento epitaxial por feixe molecular (MBE) [3], juntamente com os avanços na foto-litografia de alta resolução, e da litografia eletrônica, têm possibilitado a criação de dispositivos com tamanhos muito menores que o livre caminho médio balístico dos elétrons l . Esses dispositivos podem ser considerados como a realização experimental de sistemas compostos de bilhares eletrônicos, os quais permitem o estudo do regime balístico, onde a dinâmica de movimento é principalmente governado pela forma dos contornos das amostras. Para certas formas irregulares dos bilhares o movimento dos elétrons torna-se aparentemente imprevisível após umas poucas colisões, o qual é indicativo do desenvolvimento do caos no espaço de

fases (Γ).

No decorrer desses últimos anos têm sido estudados diversos tipos de sistemas que apresentam manifestações de dinâmica clássica caótica na Física da Matéria Condensada. Como exemplos podem ser citados os arranjos de antipontos bidimensionais [4], antipontos elípticos simples [5], pontos quânticos [6, 7] e diodos de tunelamento ressonante [8, 9]. Todos esses sistemas mostraram resultados experimentais importantes cuja interpretação poderá ajudar na compreensão das manifestações quânticas do caos clássico visando encontrar a interconexão entre o caos quântico e o caos clássico.

No caso das super-redes de antipontos bidimensionais, elas são construções experimentais análogas aos bilhares de Sinai. As oscilações de comensurabilidade presentes nas medidas de magnetoresistência, nestes sistemas, foram explicadas através de modelos quânticos e clássicos. Com referência a os pontos quânticos constatou-se que a estatística de níveis está de acordo com as predições da teoria da matriz aleatória, contudo, existem ainda resultados que não podem ser explicados com esse modelo. Nos dispositivos de tunelamento ressonante têm sido estudado o tunelamento emissor-coletor dos elétrons em poços quânticos. Todos esses sistemas mencionados estão baseados no gás bidimensional de elétrons (2DEG) de alta mobilidade, o qual é comumente obtido em camadas de inversão em junções de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$.

O gás tridimensional de elétrons (3DEG), também é um sistema interessante para o estudo de manifestações de caos na Física da Matéria Condensada. Devido ao fato de que a interação elétron-elétron é maior em três dimensões, este sistema poderia ajudar a compreender a função dessa interação em bilhares caóticos. O atual progresso alcançado nas técnicas de crescimento por epitaxia de feixe molecular têm possibilitado a construção experimental dos poços quânticos parabólicos (PQW) [10], nos quais é possível se obter um gás de elétrons quase-tridimensional, uniforme e com alta mobilidade.

A idéia básica por trás destas estruturas é a criação de um perfil de banda de condução E_z na direção do crescimento de heteroestruturas baseadas nas ligas $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, através da variação da fração molar de Al , de modo a simular o potencial parabólico de uma camada com distribuição uniforme da carga positiva. Esta é uma pseudo-carga, a qual tem uma densidade proporcional à curvatura do poço. A injeção remota de portadores de carga, provenientes das barreiras dopadas, produz a blindagem da pseudo-carga

no interior do poço formando uma camada eletrônica uniforme, e com alta mobilidade, ao longo da camada correspondente ao poço.

A presença de um gás eletrônico tridimensional e suficientemente diluído neste tipo de heteroestruturas possibilitaria a realização da gravação de uma super-rede de buracos mecânicos padronizados, através das múltiplas camadas da heteroestrutura, gerando um arranjo de pilhas ou cilindros de potencial. Neste meio, o gás eletrônico poderia evoluir, possibilitando o estudo experimental e teórico da sua dinâmica espacial.

A introdução de um arranjo artificial de buracos cilíndricos em uma amostra contendo um poço parabólico aproxima-se da realização de um sistema de bilhares eletrônicos tridimensionais, e pode ser considerado, como uma extensão natural do estudo da dinâmica caótica na Física da Matéria Condensada, a sistemas com maior dimensionalidade. Esta construção possibilitaria o estudo de fenômenos relacionados com o caos em bilhares tridimensionais, previstos teoricamente, como também de outros novos, tais como, a transição da dinâmica eletrônica de um sistema estritamente bidimensional (2D) para um sistema tridimensional (3D), a influência da interação elétron-elétron, a influência do espalhamento com as rugosidades interfaciais e, a eventual aplicação dessa construção na fabricação de novos dispositivos eletrônicos.

Até a atualidade a maior parte do trabalho experimental e teórico, relacionado com bilhares eletrônicos em heteroestruturas semicondutoras, foi desenvolvido em sistemas bidimensionais. Poucos trabalhos foram realizados com relação a bilhares tridimensionais, especialmente na parte experimental. Entretanto, existe na literatura trabalhos teóricos os quais reportavam resultados numéricos sobre a estabilidade de trajetórias clássicas em sistemas de bilhares tridimensionais totalmente ergódicos e caóticos.

Os resultados a serem apresentados nesta tese, são decorrentes de quatro anos de pesquisa, a qual surgiu como uma proposta apresentada à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), para o suporte de um projeto relacionado ao estudo experimental da dinâmica de caos no gás tridimensional de elétrons de alta mobilidade. Essa pesquisa foi baseada nos antecedentes acima explicados.

As facilidades presentes no Laboratório de Novos Materiais Semicondutores LNMS, do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, referentes ao crescimento e caracterização de heteroestruturas cristalinas semicondutoras, juntamente com o apoio e co-

laboração dos grupos de pesquisa do Institute of Semiconductor Physics, de Novosibirsk, Rússia, e do High Magnetic Field Laboratory, do Centre National de la Recherche Scientifique, de Grenoble, França, possibilitaram a realização e complementação do presente projeto.

A construção do arranjo de bilhares 3D é um trabalho inédito que permitiu a caracterização experimental desses novos sistemas, possibilitando o estudo de fenômenos físicos não reportados previamente na literatura científica. Efeitos, como o incremento da localização fraca [11], as ressonâncias geométricas [12] e as oscilações de comensurabilidade, foram estudados nos bilhares eletrônicos tridimensionais, de modo experimental e através de simulações numéricas.

Como tarefa complementar à construção do arranjo de bilhares tridimensionais foi proposto o estudo simultâneo da dinâmica de caos em super-redes de bilhares eletrônicos bidimensionais, quando, submetidos à influência da aplicação de um campo magnético paralelo ao plano do gás de elétrons. O comportamento do gás bidimensional de elétrons na presença de campo magnético aplicado em forma paralela ao plano do gás, foi estudado amplamente nos últimos anos devido ao aparecimento de fenômenos interessantes [13]. Um desses efeitos está relacionado ao desvio da forma circular dos contornos de Fermi, bidimensionais, devido à influência combinada do potencial de confinamento, de forma aproximadamente triangular, e do campo magnético paralelo. Este fenômeno desempenha uma função muito importante dentro do transporte eletrônico nas camadas de inversão bidimensionais nas interfaces das heteroestruturas de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ e, portanto, na dinâmica das super-redes de antipontos gravadas nesses sistemas.

Os antecedentes para a realização desse trabalho foram os estudos pioneiros realizados, independentemente, por W. Zawadski e U. Merkt [14], os quais estudaram os efeitos do campo magnético paralelo sobre a estrutura de bandas do gás bidimensional de elétrons. O trabalho desses pesquisadores demonstrou que o principal efeito da aplicação de um campo magnético paralelo sobre o 2DEG é a deformação do contorno de Fermi do gás de elétrons de circular para oval. Esta anisotropia induzida no contorno de Fermi influencia em forma direta no comportamento das órbitas eletrônicas nos sistemas contendo super-redes de antipontos bidimensionais. A alteração da forma das trajetórias eletrônicas conduz, eventualmente, a uma mudança da dinâmica de caos do sistema, influenciando a

forma, a amplitude e a posição das oscilações de comensurabilidade.

O estudo da dinâmica de caos em super-redes de antipontos bidimensionais, com padrão circular foi realizado tanto de modo experimental como através de simulações numéricas. Programas computacionais para o cálculo das trajetórias eletrônicas, mapas de Poincaré, expoentes de Lyapunov, e da magnetoresistência, foram realizados, para estes sistemas nas configurações de campo magnético perpendicular e paralelo. O desenvolvimento desses programas possibilitou a posterior extensão deles para o estudo da dinâmica caótica nos sistemas de antipontos tridimensionais.

Os resultados desta pesquisa, estão apresentados em sete capítulos. O primeiro capítulo descreve as propriedades dos gases bidimensionais e tridimensionais de elétrons submetidos, ou não, à aplicação de campo magnético uniforme. Resumidamente, explica-se, a obtenção experimental desses sistemas, e para o caso do gás tridimensional de elétrons, em poços quânticos parabólicos, é detalhado o desenvolvimento de um programa auto-consistente para o cálculo dos níveis de energia, mostrando-se também os resultados com ele obtidos.

O segundo capítulo apresenta uma breve revisão das propriedades de transporte dos sistemas eletrônicos submetidos, ou não, à ação de campos magnéticos. Os diversos fenômenos abordados neste capítulo irão nos permitir analisar o comportamento dos gases de elétrons em sistemas periódico de antipontos em baixas temperaturas. Esta introdução teórica aborda, em forma breve, numerosos aspectos os quais servirão de fundamento aos diferentes fenômenos que foram tratados na nossa pesquisa.

O terceiro capítulo descreve a origem, evolução, e importância, das super-redes de antipontos bidimensionais, como de seu processo de fabricação e de caracterização. É realizada também uma descrição do equipamento empregado na caracterização experimental por magnetotransporte.

O capítulo quarto introduz os conceitos envolvidos com o caos em sistemas dinâmicos não lineares, juntamente com a descrição das ferramentas empregadas na análise da dinâmica das trajetórias no espaço de fases. Neste mesmo capítulo estão descritos os modelos empregados para a simulação da dinâmica dos elétrons nas super-redes de antipontos bidimensionais e tridimensionais na presença de campo magnético uniforme aplicado em forma perpendicular ao plano do gás de elétrons.

No quinto capítulo estão apresentados os resultados do estudo da dinâmica eletrônica clássica em super-redes de antipontos bidimensionais, submetidos à ação de campo magnético uniforme, paralelo e crescente. A primeira parte deste capítulo está relacionada com a modelação da dinâmica eletrônica e, na segunda parte são mostrados os resultados experimentais, a análise, a discussão, a comparação dos resultados e, as conclusões.

O sexto capítulo descreve, na primeira parte, os resultados da construção , e da caracterização dos arranjos de bilhares eletrônicos tridimensionais, gravados em poços quânticos parabólicos. A segunda parte deste capítulo descreve os processos de modelamento da dinâmica eletrônica, das superfícies de Poincaré e, da magnetoresistência. Após a análise e, a discussão dos resultados são apresentadas as conclusões.

Finalmente o sétimo capítulo apresenta os resultados do estudo dos efeitos de tamanho galvano-magnéticos em poços quânticos parabólicos, com e sem super-redes de antipontos. A primeira parte deste capítulo descreve os resultados do estudo realizado em poços parabólicos com larguras de $W = 2000 \text{ \AA}$, e a segunda parte descreve os resultados obtidos em amostras com larguras de $W = 4000 \text{ \AA}$. Através de um modelo analítico simples é determinada a fração de espalhamento especular nestes sistemas. São apresentadas a discussão dos resultados e as conclusões.

Capítulo 1

Os gases bidimensionais e tridimensionais de elétrons

1.1 O gás bidimensional de elétrons

Existem diferentes sistemas nos quais um gás de elétrons ou de buracos pode apresentar comportamento bidimensional (2D). Os sistemas que apresentam maior mobilidade eletrônica são os obtidos na interface de uma junção formada por duas camadas de materiais semicondutores cristalinos, com parâmetros de rede a_0 semelhantes, e diferente energia de banda proibida E_g . A realização desse tipo de sistema tornou-se possível devido ao aperfeiçoamento das técnicas de crescimento epitaxial, tais como MBE (Molecular Beam Epitaxy), MOCVD (Metalorganic Chemical Vapor Deposition), dentre outras [3, 15, 16, 17, 18].

Um dos sistemas, desse tipo, o qual tem sido intensamente estudado, além de ser um dos mais empregados, é a heteroestrutura baseada na junção $GaAs/AlGaAs$. O gap de energia E_g da liga de $Al_xGa_{1-x}As$ é maior do que o correspondente ao $GaAs$, apresentando uma variação linear com a composição de Alumínio (x) na liga, o seu valor no ponto Γ , em temperatura de 300 K, e para valores de $x < 0.45$ é [19] é

$$E_g(Al_xGa_{1-x}As^\Gamma) = 1.424 + 1.247x \quad (eV). \quad (1.1)$$

O gap de energia para o $GaAs$ em temperatura de 300K é:

$$E_g(GaAs^\Gamma) = 1.424 \quad (eV), \quad (1.2)$$

no caso dos parâmetros de rede temos que para o $Al_xGa_{1-x}As$, ele é dado por:

$$a_o(Al_xGa_{1-x}As) = 5.6533 + 0.078x \quad (\text{Å}) \quad (1.3)$$

e para o $GaAs$ é:

$$a_o(GaAs) = 5.6533 \quad (\text{Å}). \quad (1.4)$$

A largura do gap do $Al_xGa_{1-x}As$ sendo maior do que a correspondente ao $GaAs$ produz a curvatura das bandas de condução e valência na interface entre os materiais, como é mostrado na Figura 1.1. Os portadores de carga na região dopada do $Al_xGa_{1-x}As$, migram para a região do $GaAs$ puro através do processo de tunelamento, de forma que o potencial químico fique igual em ambos os lados das barreiras. A transferência de carga gera um campo elétrico intenso ($E \approx 10^5 \text{ V/cm}$) na região da interface, o qual altera a forma das bandas de energia na região adjacente.

Essa deformação das bandas de energia origina um poço de potencial quase triangular na região correspondente ao $GaAs$, o que produz uma camada de portadores bidimensional de tipo n ou p , dependendo do tipo de dopante. As técnicas de epitaxia por feixe molecular em conjunto com aquelas de modulação da dopagem permitem a fabricação de heteroestruturas cristalinas com baixas concentrações de defeitos e impurezas, nas quais é possível de se obter interfaces abruptas com precisão de uma camada atômica.

A modulação da dopagem consiste em crescer uma camada espaçadora não dopada de $AlGaAs$ de aproximadamente 100 a 300 Å de espessura, entre a camada do $GaAs$ e a camada dopada do $AlGaAs$ permitindo, assim, a separação espacial dos portadores de carga em um canal, das impurezas ionizadas em uma região de depleção na liga do $Al_xGa_{1-x}As$. Desta forma podem ser obtidas mobilidades eletrônicas da ordem de $\mu = 1.0 * 10^6 \text{ cm}^2/Vs$, ou mobilidades muito maiores, em amostras de tipo n . Uma outra vantagem desse tipo de sistema é a possibilidade de se incrementar o valor da concentração N_s por um fator de duas a três vezes sob o efeito de iluminação, devido ao entortamento adicional das bandas, ocasionado pelo efeito fotocondutivo persistente [20].

1.2 Espectro de energia do gás de elétrons 2D

O poço de potencial com perfil quase triangular, gerado na região do $GaAs$ adjacente à interface da heteroestrutura, produz a quantização da energia dos elétrons na direção

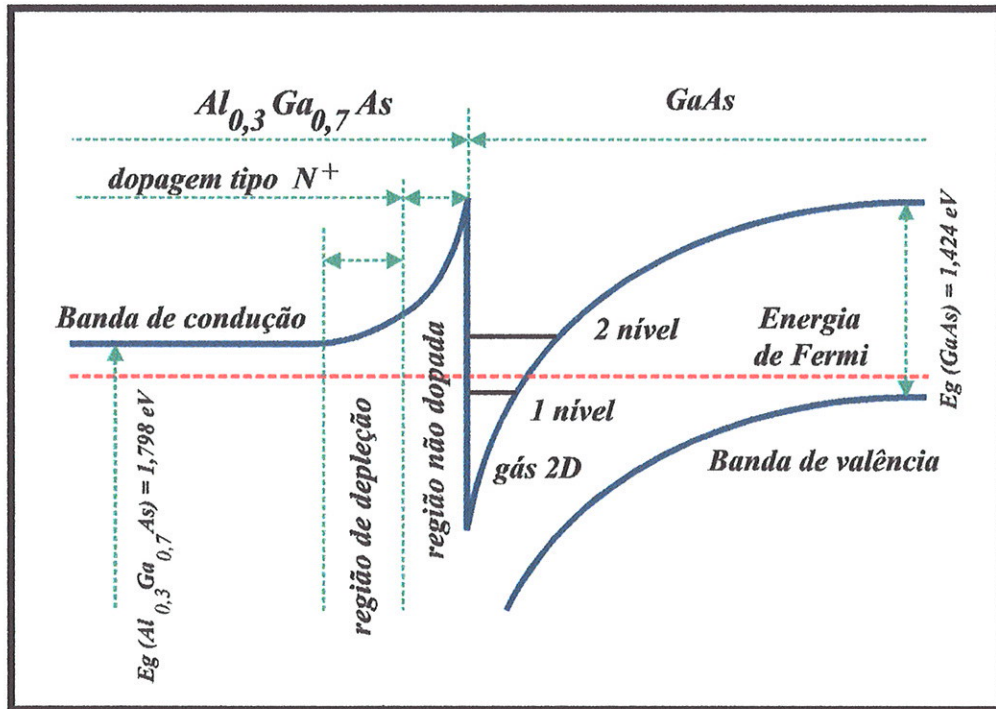


Figura 1.1: Representação esquemática da curvatura de banda de condução na interface de uma heteroestrutura de AlGaAs/GaAs.

perpendicular ao plano de crescimento das camadas (z). Mas, na direção paralela ao plano $x - y$ o movimento dos portadores de carga é, livre, portanto, a energia total do gás de elétrons bidimensional pode ser expressa pela relação :

$$E = E_n(\vec{k}_{//}) + E_n(z). \quad (1.5)$$

A dispersão de energia na região paralela à interface é expressa, para valores pequenos do vetor de onda \vec{k} , por:

$$E_n(\vec{k}_{//}) = E_n^0 + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2}{m_x^*} + \frac{k_y^2}{m_y^*} \right), \quad (1.6)$$

onde E_n^0 corresponde ao mínimo de energia de cada uma das correspondentes sub-bandas e m_x^* e m_y^* são as massas efetivas na direção x e y , respectivamente.

Quando a heteroestrutura apresenta mais de uma sub-banda ocupada, o sistema é chamado quase bidimensional, no entanto, quando existe somente uma única sub-banda ocupada, o sistema torna-se perfeitamente bidimensional. A densidade de estados por unidade de área de cada uma das sub-bandas ocupadas é constante e pode ser expressa

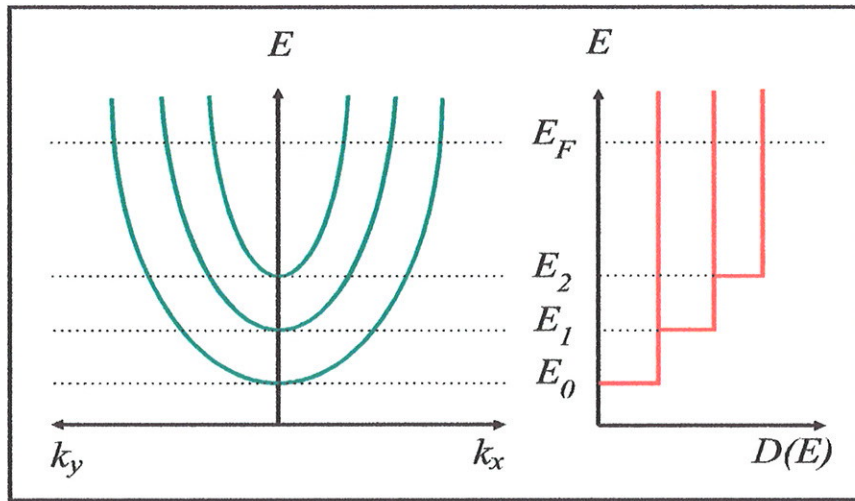


Figura 1.2: Esquema que representa a relação de dispersão para um gás de elétrons bidimensional. k_x e k_y são os vetores de onda nas direções x e y , e E_F é a energia de Fermi do sistema.

por:

$$\rho(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2}. \quad (1.7)$$

A densidade de estados total do sistema quase bidimensional de elétrons $D(E)$, é dada pela soma das densidades parciais de cada uma das sub-bandas ocupadas, o qual é expresso por:

$$D(E) = \sum_n \rho_n(E_n). \quad (1.8)$$

A figura 1.2 mostra a relação de dispersão para um gás eletrônico quase bidimensional e a densidade de estados (DOS) correspondente.

1.3 Propriedades do gás bidimensional de elétrons na presença de campos magnéticos

1.3.1 Estrutura eletrônica em campo magnético perpendicular

Quando uma heteroestrutura semicondutora de $AlGaAs/GaAs$ contendo o gás bidimensional de elétrons é colocada na presença de campo magnético intenso \vec{B} , cuja componente perpendicular é paralela à direção de crescimento das camadas (z), acontece uma alteração drástica na dinâmica das trajetórias eletrônicas. A energia dos elétrons no plano paralelo

à superfície da heteroestrutura não é mais contínua, pelo contrário, ela vai se dividir em níveis discretos, conhecidos na literatura como níveis de energia de Landau. A presença do campo magnético faz os elétrons se deslocarem no plano correspondente à interface da junção, descrevendo trajetórias ciclotrônicas com frequência angular:

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}. \quad (1.9)$$

O Hamiltoniano do sistema pode ser expressa por:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \{ \vec{p} - e\vec{A} \}^2 + U(z), \quad (1.10)$$

onde $\vec{A} = (0, Bx, 0)$ é o vetor potencial no gauge de Landau e $U(z)$ é o potencial de confinamento na direção z . A equação de Schrödinger do sistema é:

$$\frac{1}{2m^*} \{ p_x^2 + (p_y - eBx)^2 + p_z^2 \} \Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z), \quad (1.11)$$

ela pode ser separada em duas equações independentes, as quais são expressas por:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U(z) \right\} \Theta(z) = E_z \Theta(z), \quad (1.12)$$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c (x - x_0)^2 \right\} \Phi(x - x_0) = E_x \Phi(x - x_0), \quad (1.13)$$

onde:

$$\Psi(x, y, z) = \Theta(z) \Phi_n(x - x_0) e^{ik_y y} \quad (1.14)$$

é a função de onda total para o gás bidimensional de elétrons e,

$$\Phi_n(x - x_0) = N e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2l_B^2}} H_n\left(\frac{x-x_0}{l_B}\right). \quad (1.15)$$

N é uma constante de normalização, l_B é o comprimento magnético, $x_0 \equiv l_B^2 k_y$ é o centro da órbita ciclotrônica, $H_n(x)$ são as autofunções do oscilador harmônico e k_y é o momento na direção y .

A quantização orbital dos níveis de energia pode ser expressa como:

$$E_{n,k_z} = E_n(z) + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c + g \mu_B \vec{s} \cdot \vec{B}, \quad (1.16)$$

onde $n=0,1,2,\dots$, $\vec{s} = \pm 1/2$ é o número quântico de spin, g é o fator de Landé, e μ_B é o magneton de Bohr. A figura 1.3 mostra a relação de dispersão para o gás bidimensional

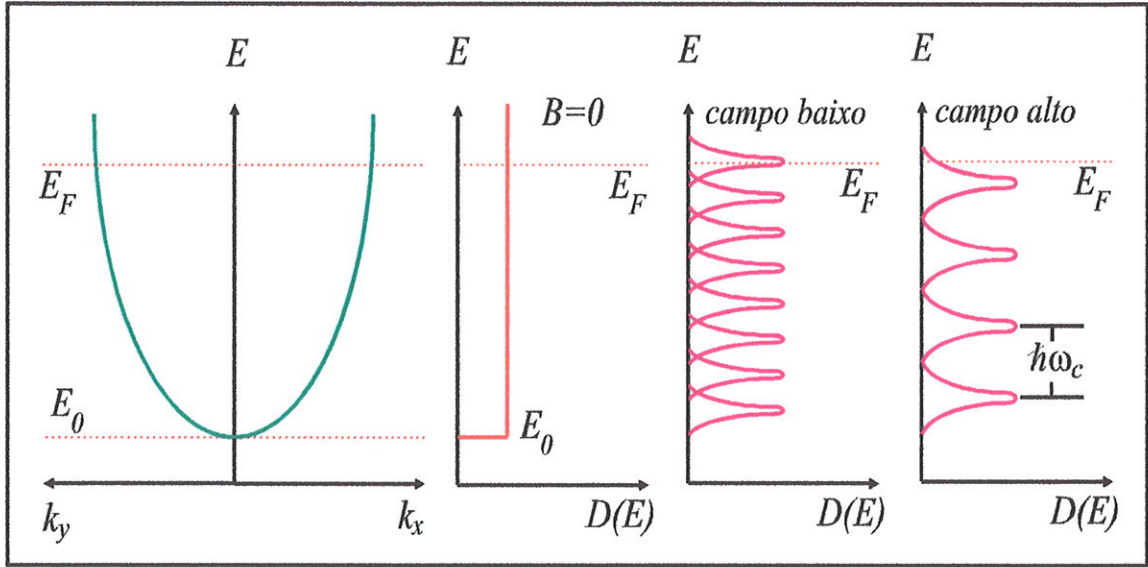


Figura 1.3: Relação de dispersão para o 2DEG com uma única sub-banda ocupada e a evolução da densidade de estados na presença de campo magnético crescente.

de elétrons com uma única sub-banda ocupada, a correspondente densidade de estados e, a evolução da *DOS* na presença de campo magnético crescente.

Cada órbita ciclotrônica ocupa uma área πl_B^2 , portanto, uma amostra com área $A = L_x L_y$ contém $A/\pi l_B^2$ órbitas e $A/2\pi l_B^2$ estados por nível de Landau (incluindo a degenerescência de spin). Portanto, a degenerescência da cada nível de Landau por unidade de superfície da amostra (ν) é,

$$\nu = \frac{eB}{\hbar} = \frac{B}{\phi_0}. \quad (1.17)$$

Esse fator de degenerescência para cada nível de Landau é independente dos parâmetros do semiconductor e cada estado ocupa uma área $S = h/eB$ correspondente à área de um quanto de fluxo magnético (ϕ_0).

1.3.2 Estrutura eletrônica em campo magnético paralelo

Novamente considerando uma heteroestrutura de *GaAs/AlGaAs*, a qual confina um gás bidimensional de elétrons a um plano perpendicular ao eixo z , se o campo magnético $B = B_z$ está orientado ao longo do eixo x , o Hamiltoniano de um elétron confinado ao plano $x - y$ por um potencial $V_c(z)$ é dado por

$$H = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} + q\vec{A})^2 + V_c(z), \quad (1.18)$$

onde m^* é a massa efetiva do elétron, \vec{p} é o operador momento, q é a carga do portador, e \vec{A} é o potencial vetor escolhido como sendo da forma

$$\vec{A} = (0, -B_x z, 0). \quad (1.19)$$

Em forma explícita o Hamiltoniano pode-se escrever como

$$H = \frac{1}{2m^*} (p_y - eB_x z)^2 + \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{p_z^2}{2m^*} + V_c(z). \quad (1.20)$$

O espectro de energia é formado por sub-bandas e as energias próprias $E_n(k_x, k_y)$, $n=0,1,\dots$ são funções dos vetores de onda quase-contínuos k_x e k_y . Para o caso particular de um poço parabólico $V_c(z) = \frac{1}{2}m^*\Omega^2 z^2$, as energias próprias podem ser encontradas, explicitamente, na forma analítica [21]

$$E_n(p_x, p_y) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\tilde{\omega} + \frac{1}{2m^*} p_x^2 + \frac{1}{2m_y^*} p_y^2, \quad (1.21)$$

onde $n=0,1,\dots$, $\tilde{\omega} = (\omega_x^2 + \Omega^2)^{\frac{1}{2}}$, $\omega_x = \frac{|e|B_x}{m^*}$ e $m_y^* = \frac{m^*\tilde{\omega}^2}{\Omega^2}$ é a nova massa efetiva induzida para a componente y do movimento eletrônico, a qual cresce com B_x .

O caso do espectro de energia de um gás bidimensional de elétrons em camadas de inversão semicondutoras, quando o campo magnético é exatamente paralelo à camada de carga espacial, foi tratado analiticamente na referência [14], onde foram obtidas expressões específicas para as sub-bandas elétricas-magnéticas híbridas resultantes. Foi introduzida a aproximação do poço triangular para o potencial eletrostático $U = F_s z$, onde F_s é o campo elétrico superficial, o qual foi introduzido junto com as condições $\vec{F}_s \parallel \vec{z}$ e $\vec{B} \parallel \vec{x}$. Partindo das equações 1.18 e 1.19 e introduzindo o “ansatz” $\Psi(x, y, z) = D(z) \exp(ik_x x + ik_y y)$, os autovalores de energia são expressos por:

$$\frac{E}{\hbar\omega_c} = \frac{k_x^2 l_B^2}{2} - \frac{k_D^2 l_B^2}{2} + \left(\nu_i + \frac{1}{2}\right) + (k_D l_B)(k_y l_B), \quad (1.22)$$

onde $D(z)$ descreve o movimento ao longo da direção z , k_x e k_y são os vetores de onda nas direções x e y , respectivamente, $z_0 = l_B^2(k_y - k_D)$ é o centro de coordenadas de movimento, $l_B = \left(\frac{\hbar}{eB}\right)^{\frac{1}{2}}$ é o raio do ciclotron, $k_D = \frac{mF}{\hbar B}$ é o vetor de onda da velocidade de arrastamento, ν_i é um índice, no caso geral é função do centro de coordenadas z_0/l_B e do índice da sub-banda i , \hbar é a constante reduzida de Planck e, finalmente, ω_c é a frequência do ciclotron.

O parâmetro $k_D l_B$ é introduzido como uma medida da razão da energia eletrostática $eF_s l_B$ à energia do ciclotron $\hbar\omega_c$. Esse parâmetro pode ser também expresso como função dos comprimentos característicos do sistema:

$$k_D l_B = \frac{eF_s l_B}{\hbar\omega_c} = \frac{1}{2} \left(\frac{l_B}{L} \right)^3, \quad (1.23)$$

onde $L = \left(\frac{\hbar^2}{2m^* eF_s} \right)^{\frac{1}{3}}$ é a largura média da camada eletrônica bidimensional.

1.4 O gás tridimensional de elétrons

O atual estado de aperfeiçoamento das técnicas de crescimento epitaxial em conjunto com as de modulação da dopagem (dopagem seletivo), tornaram possível a obtenção do gás de elétrons quase tridimensional, uniforme, de alta mobilidade e com baixa densidade em heteroestruturas semicondutoras cristalinas denominadas poços quânticos parabólicos (PQW) [22, 23]. Os PQW tornam possível a realização experimental do conceito do “Jellium”, um meio neutro consistente de um gás de elétrons se movendo num entorno de carga positiva uniforme. Esta construção hipotética, no passado, permitiu o cálculo de diferentes propriedades relacionadas à distribuição do gás eletrônico, sem ter que incluir os efeitos da distribuição discreta dos núcleos positivamente carregados ou da influência dos átomos dopantes em sólidos reais. Esses cálculos ajudaram na previsão de efeitos coletivos interessantes que poderiam acontecer em sistemas de elétrons livres tridimensionais (3D), sob condições de campos magnéticos muito intensos e baixas temperaturas. Tais fenômenos são: ondas de densidade de carga, ondas de densidade de spin, ondas de densidade de vales, e a cristalização de Wigner entre outros. Alguns desses efeitos permanecem ainda sem observações experimentais devido à dificuldade de se obter o “jellium” em sólidos reais.

Experimentalmente, foram obtidos sistemas suficientemente diluídos de elétrons em semicondutores degenerados, uniformemente dopados, porém, a interação dos elétrons com as impurezas nestes sistemas é bastante considerável, conduzindo a efeitos não desejados, como por exemplo, à localização das funções de onda eletrônicas na presença de campos magnéticos intensos. Esse efeito é conhecido na literatura como “congelamento magnético”. Portanto, a realização de um sistema de elétrons livres 3D, suficientemente

diluído e com pouco desordem nos PQWs é uma realização de grande interesse, especialmente para este estudo que está relacionado com a dinâmica dos elétrons em sistemas de redes de antipontos 2D e 3D.

Nos poços quânticos parabólicos a dopagem seletiva permite que os portadores de carga sejam separados espacialmente dos átomos dopantes para reduzir o espalhamento com as impurezas ionizadas, consegue-se, assim um baixo nível de desordem e espalhamento, o qual permite que este tipo de heteroestruturas sejam empregadas como sistemas quase ideais para o estudo de efeitos de muitos corpos. O PQW é um sistema com uma forte interação elétron-elétron que, colocado na presença de campos magnéticos intensos e em ultra baixas temperaturas, possibilita o estudo de importantes mudanças em suas propriedades de transporte. O perfil de potencial parabólico é obtido através de uma variação gradual da composição de um dos materiais que formam a liga do poço. Na ausência de portadores de carga, o perfil de potencial da banda de condução $E_c(z)$ gerado pelo crescimento com variação gradual da composição é semelhante àquele que seria gerado por uma distribuição uniforme de carga positiva ρ [24], onde

$$\frac{\partial^2 E_c(z)}{\partial z^2} = \frac{q\rho}{\varepsilon}. \quad (1.24)$$

Elétrons de condução podem ser introduzidos na região do poço parabólico, através da introdução de camadas de dopagem de tipo delta, no interior da região correspondente ao material das barreiras. A transferência de carga no interior do poço parabólico é distribuída de forma que consiga blindar o potencial do meio positivo, produzindo um potencial eletro-químico constante na heteroestrutura quando alcançado o equilíbrio térmico. Se a largura da distribuição de carga é suficientemente grande, as energias de confinamento quântico podem ser negligenciadas, obtendo-se o caso clássico de uma densidade de carga eletrônica uniforme ($\rho_e = -\rho$) através da região do poço parabólico ocupada pela carga.

1.5 Espectro de energia do gás de elétrons 3D

Considerando em conjunto um gás de elétrons uniforme confinado em um volume V e governado pela estatística de Fermi-Dirac; também a aproximação do elétron independente (sem interação Coulombiana entre as partículas). A esse conjunto de partículas que se

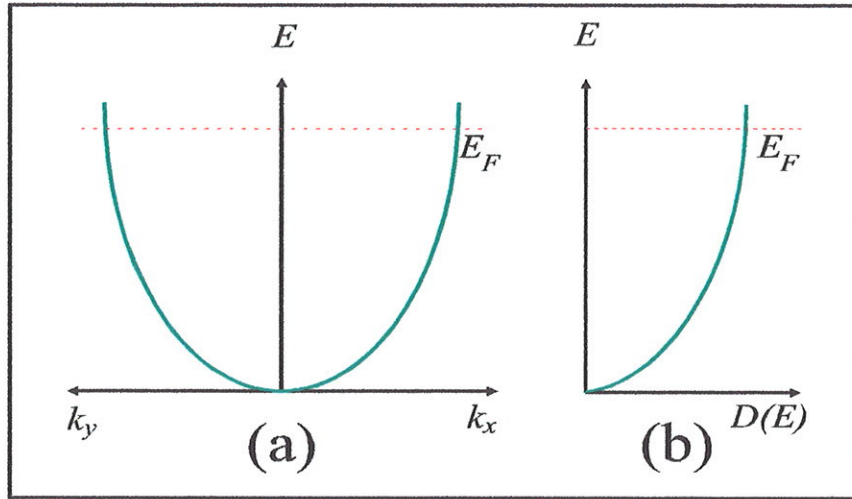


Figura 1.4: Esquema que representa a relação de dispersão para um gás de elétrons tridimensional. k_x e k_y são os vetores de onda nas direções x e y , e E_F é a energia de Fermi do sistema.

deslocam dentro de um material semiconductor ou metálico são associados estados de Bloch, livres de se propagar no espaço tridimensional (3D). Utilizando a aproximação da massa efetiva e as condições de contorno encontra-se as funções de onda eletrônicas $\Psi_{\vec{k}}$ escritas na forma seguinte:

$$\Psi_{\vec{k}} = \Theta_{\vec{k}}(\vec{r})u_0(\vec{r}), \quad (1.25)$$

onde:

$$\Theta_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}, \quad (1.26)$$

é a função de onda envelope, $u_0(\vec{r})$ é a função de Bloch que leva em conta o caráter periódico da onda e V é o volume do material. A energia $E(\vec{k})$ para uma banda isotrópica e parabólica de massa efetiva m^* é dada pela relação :

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (1.27)$$

com

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \quad (1.28)$$

A forma parabólica da relação de dispersão para a energia é mostrada na figura 1.4, a região embaixo do nível de Fermi E_F representa os estados ocupados da banda.

A densidade de estados do gás tridimensional de elétrons é dada por:

$$D_{3D}(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right) \sqrt{E}. \quad (1.29)$$

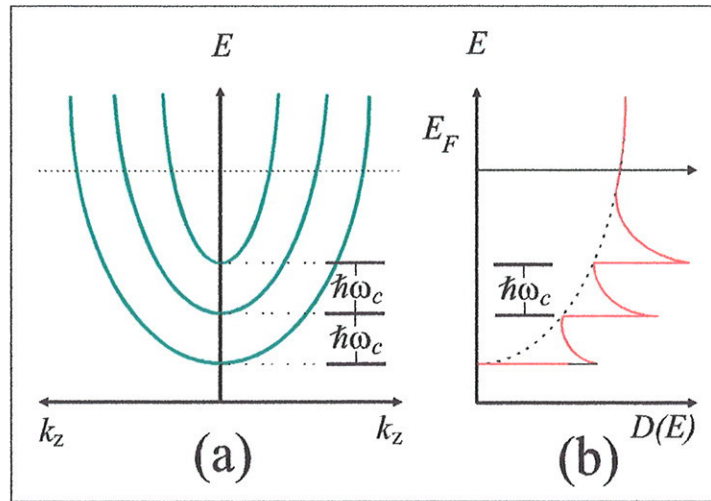


Figura 1.5: Relação de dispersão para o 3DEG e a evolução da densidade de estados na presença de campo magnético.

1.6 Propriedades do gás tridimensional de elétrons na presença de campos magnéticos

1.6.1 Estrutura eletrônica em campo magnético perpendicular

O movimento de um elétron no plano $x - y$ de um sistema tridimensional submetido a um campo magnético orientado na direção z é descrito pela Hamiltoniana,

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \{ \vec{p} - e\vec{A} \}^2 + U(z), \quad (1.30)$$

onde $\vec{A} = (0, Bx, 0)$ é o vetor potencial no gauge de Landau e $U(z)$ é o potencial de confinamento na direção z .

Em forma semelhante ao caso bidimensional, a dinâmica do sistema 3D, é também descrita pelos níveis de Landau. As energias próprias do sistema são expressos por:

$$E_{n,k_z} = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} + g\mu_B \vec{s} \cdot \vec{B}. \quad (1.31)$$

Em contraposição com o caso do sistema tridimensional na ausência de campo magnético, existe agora uma quantização orbital do movimento no plano $x - y$, isto é, os elétrons têm um movimento circular no plano do gás e simultaneamente acontece o movimento livre dos elétrons de modo paralelo ao eixo do campo magnético.

A densidade de estados para o gás tridimensional de elétrons é descrita pela relação

$$D(E) = \frac{e(2m^*)^{1/2}}{h^2} B \sum \frac{1}{[E - \hbar\omega_c(n + \frac{1}{2})]^{1/2}}. \quad (1.32)$$

Na equação anterior observa-se que no denominador acontecem singularidades quando a energia é igual à energia de um nível de Landau. A figura 1.5 mostra a evolução da relação de dispersão do 3DEG na presença de campo magnético e a correspondente mudança na densidade de estados.

1.7 Os poços quânticos parabólicos

1.7.1 Estrutura eletrônica

Para analisar detalhadamente a estrutura eletrônica de um PQW é necessária uma descrição dos parâmetros de desenho da heteroestrutura. O esquema de um poço quântico parabólico (truncado) é mostrado na figura, o qual é descrito na referência [25]. Os parâmetros de interesse também são mostrados:

- ▶ a a metade da largura do poço parabólico,
- ▶ b a largura de cada uma das camadas dopadas,
- ▶ n_d densidade eletrônica total nas camadas de dopagem,
- ▶ Δ_1 altura da parábola,
- ▶ Δ_2 altura do “band-offset”, ou descasamento de bandas de condução, entre o material da barreira e a liga do poço,
- ▶ N_s densidade eletrônica superficial no interior do poço,
- ▶ n_+ distribuição da densidade de carga positiva 3D gerada pelo poço parabólico,
- ▶ W_e largura da distribuição de densidade de carga eletrônica e,
- ▶ W largura do poço parabólico.

A variação parabólica da banda de condução provocada pelo crescimento em degraus pode ser expressa como

$$V_W(z) = \frac{4\Delta_1(z - \frac{\omega}{2})^2}{\omega^2}. \quad (1.33)$$

Essa variação parabólica simula uma distribuição de densidade de carga positiva tridimensional

$$n_+ = \frac{2\Delta_1\varepsilon}{\pi e^2 \omega^2}, \quad (1.34)$$

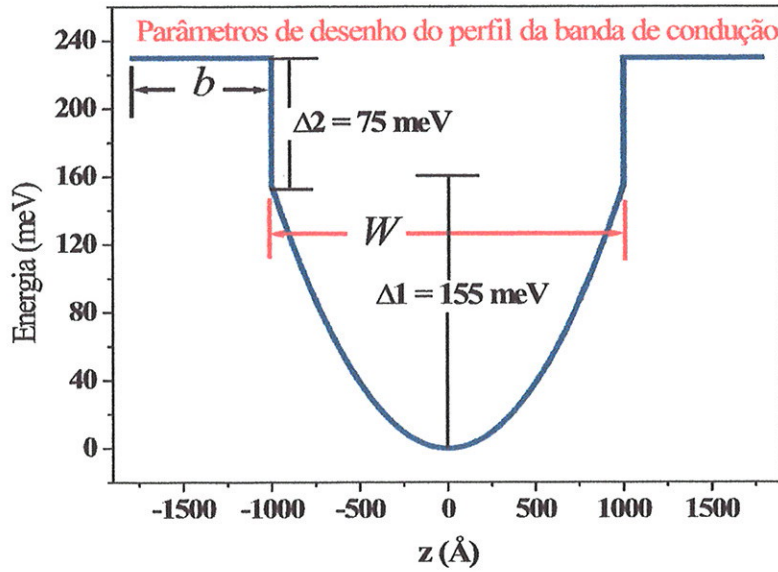


Figura 1.6: Esquema que mostra os parâmetros de desenho de um poço quântico parabólico. Ilustra-se o caso particular de um poço com $W = 2000\text{Å}$.

onde ϵ é a constante dielétrica estática. Essa densidade de carga positiva será blindada de forma parcial ou total pelos elétrons provenientes das camadas dopadas nas barreiras. O conceito de parabolicidade do ponto de vista semiclassico, é baseado na equação de Poisson:

$$\frac{d\Phi(z)}{dz^2} = \frac{4\pi n(z)e}{\epsilon}, \tag{1.35}$$

onde $\Phi(z)$ é o potencial eletrostático, $n(z)$ é a densidade eletrônica tridimensional no poço parabólico e e é a carga do elétron. O poço é considerado totalmente cheio quando a densidade eletrônica superficial N_s é suficiente para blindar totalmente a carga positiva fictícia ($N_s = n_+\omega$). Espera-se um poço parcialmente cheio quando a ocupação fracionária f , definida como

$$f = \frac{N_s}{n_+\omega}, \tag{1.36}$$

for menor do que 1, e possuir um perfil de densidade eletrônica $n(z)$ aproximadamente constante e perto do valor de n_+ , sobre uma largura aproximada $W_e = fw$ entorno do centro do poço. Do ponto de vista mecânico quântico a largura finita do poço conduz à quantização da energia do gás na direção z . A estrutura de sub-bandas do sistema é

determinada através da solução autoconsistente das equações de Poisson e Schrödinger. A energia do gás de elétrons em uma determinada sub-banda i é a soma da energia do movimento na direção do plano $x - y$ e a energia autoconsistente E_i . A densidade de carga $-en(z)$ é construída a partir da superposição de funções de onda das diferentes sub-bandas eletrônicas do poço. Os níveis de energia E_i são semelhantes àqueles do sistema do oscilador harmônico bidimensional, quando $f \ll 1$, aproximando-se ao comportamento daqueles do poço quadrado quando $f \sim 1$. A função de onda envelope dos elétrons na i -ésima sub-banda satisfaz a equação de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \Xi_i(z) + V(z) \Xi_i(z) = E_i \Xi_i(z), \quad (1.37)$$

onde E_i é a energia do fundo da i -ésima sub-banda e $V(z)$ é o potencial autoconsistente total. O potencial total é expresso como

$$V(z) = V_W(z) + V_C(z) + V_{XC}(z), \quad (1.38)$$

onde $V_W(z)$ é o potencial parabólico da banda de condução (dado pela equação 1.39) $V_C(z)$ é o potencial eletrostático do gás de elétrons, e $V_{XC}(z)$ é o potencial de troca e correlação na aproximação de funcional de densidade local. O potencial eletrostático é escrito como

$$V_C(z) = -\frac{2\pi e^2}{\epsilon} \int_0^W n(z') |z - z'| dz', \quad (1.39)$$

com

$$n(z) = \sum_i n_i |\Xi_i(z)|^2, \quad (1.40)$$

onde a densidade da i -ésima sub-banda é dada por:

$$n_i = \frac{m^*(E_F - E_i)}{\pi \hbar^2}. \quad (1.41)$$

A forma do potencial de troca e correlação foi sugerido nas referências [26, 27] e é dado por

$$V_{XC}(z) = -[1 + 0.7734x \ln(1 + \frac{1}{x})] (\frac{2}{\pi \alpha r_s}) Ry^*, \quad (1.42)$$

com

$$\alpha = (\frac{4}{9\pi})^{\frac{1}{3}}. \quad (1.43)$$

A unidade de energia é o Rydberg efetivo definido por

$$1Ry^* \equiv \frac{e^2}{2\epsilon a^*}, \quad (1.44)$$

onde a^* é o raio de Bohr no PQW, sendo expresso por:

$$a^* = \frac{\epsilon \hbar^2}{m^* e^2}, \quad (1.45)$$

a dependência do potencial de troca e correlação em relação à variável z está em $x = r_s/21$, por que $r_s \equiv r_s(z)$, a dependência em z de r_s é dada por:

$$r_s(z) = \left[\frac{4}{3} \pi (a^*)^3 n(z) \right]^{-\frac{1}{3}}. \quad (1.46)$$

Seguindo a formulação teórica precedente, realizou-se um programa computacional para o cálculo da estrutura de sub-bandas dos poços quânticos parabólicos. A figura 1.7 mostra o fluxograma do algoritmo empregado na elaboração do programa. O processo do cálculo autoconsistente pode ser resumido da forma seguinte: primeiro, calcula-se um potencial inicial de prova para a densidade de carga eletrônica total, o qual é somado ao potencial externo e ao potencial de troca. Com este potencial inicial resolve-se a equação de Schrödinger, através da qual são obtidos os níveis de energia, logo, as densidades de cada sub-banda, e a densidade de carga total. Com os resultados obtidos na primeira iteração resolve-se a equação de Poisson para a densidade de carga, e determina-se um novo perfil de potencial. A seguir testa-se se a convergência foi atingida, através da comparação dos perfis de potencial inicial e após uma iteração. Se a convergência não foi atingida na primeira iteração o processo é repetido. Foi incluída uma função para mistura de potenciais consecutivos, se em uma determinada iteração não foi atingida a convergência, então, o próximo potencial será uma mistura dos dois potenciais anteriores consecutivos. Após a mistura de potenciais, resolve-se novamente a equação de Schrödinger, repetindo-se novamente o ciclo até atingir a convergência final. A seguir são mostrados os resultados da estrutura de sub-bandas de um poço parabólico com 2000 Å de largura, concentração eletrônica $N_s = 2,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e parâmetros $\Delta_1 = 155 \text{ meV}$ e $\Delta_2 = 75 \text{ meV}$. Os resultados obtidos através deste programa estão de acordo com aqueles obtidos por T. Sajoto e colaboradores [23]. A figura 1.8(a) mostra as funções de onda do poço quântico parabólico após ser atingida uma convergência total e a figura 1.8(b) mostra as densidades de carga eletrônica de cada uma das sub-bandas. A figura 1.9 mostra a densidade de carga total do sistema, simultaneamente com o potencial final convergido. A tabela 1.7.1, mostra uma comparação dos valores das energias das sub-bandas obtidas pela comparação dos métodos.

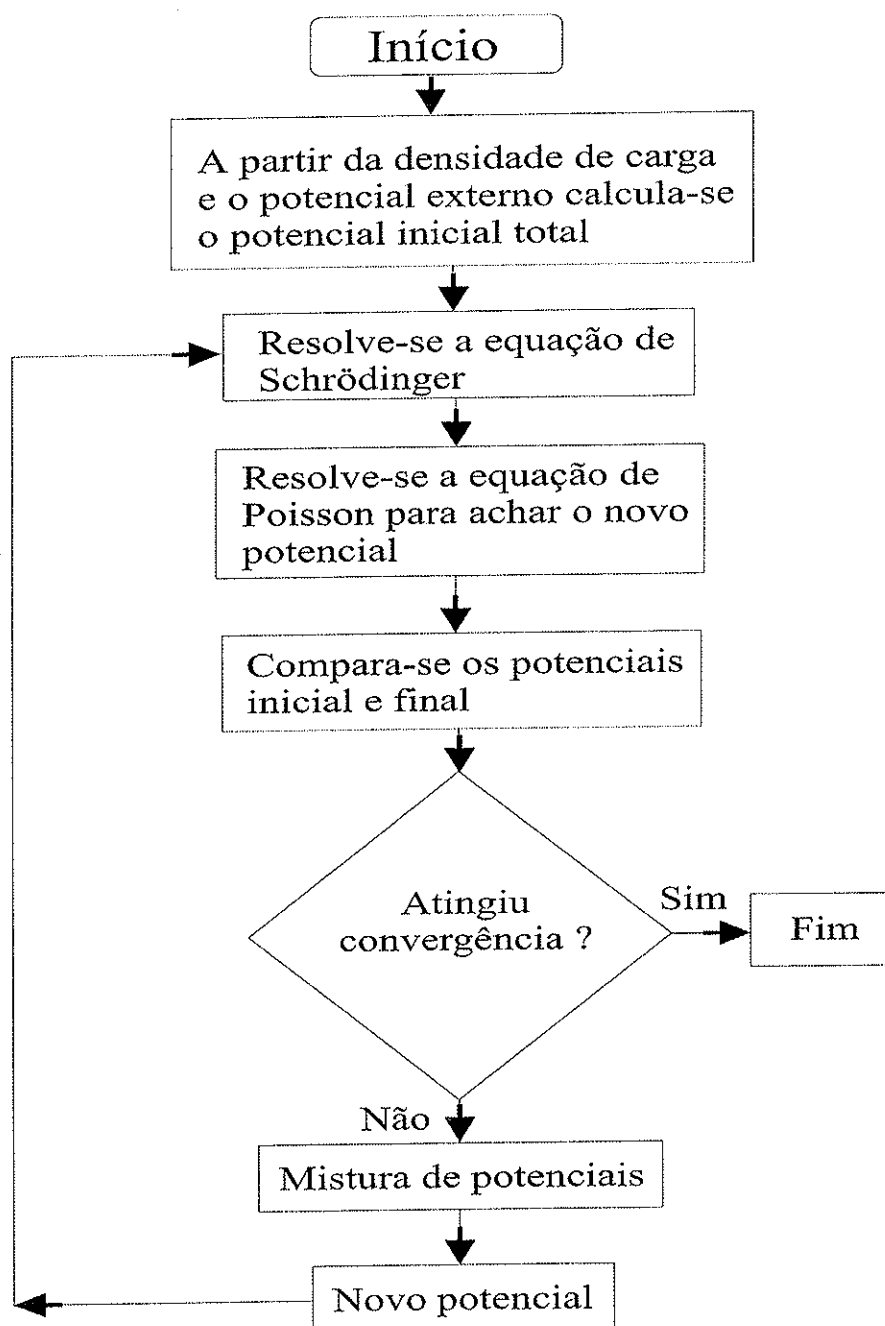


Figura 1.7: Esquema que mostra o diagrama de fluxo empregado na construção do programa computacional para o cálculo da estrutura de sub-bandas de um poço quântico parabólico sem campo magnético.

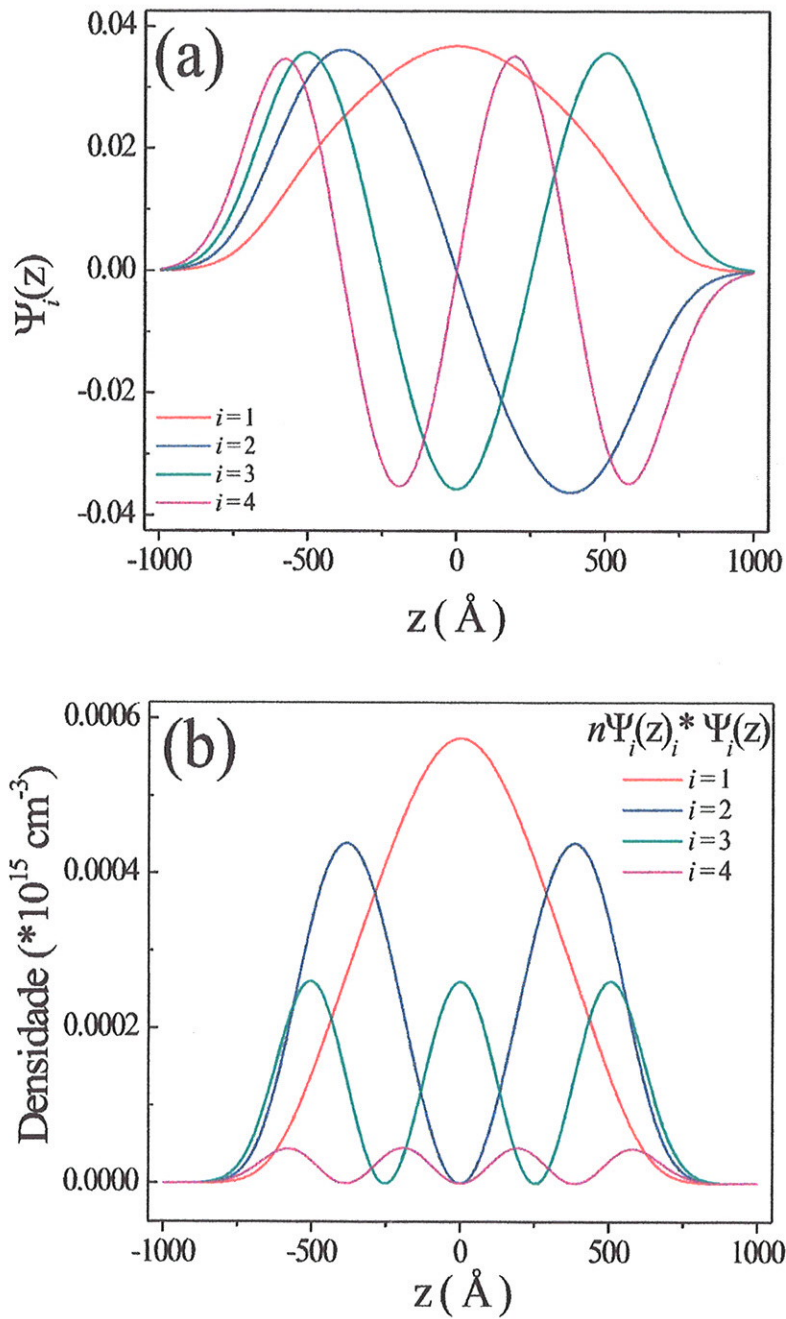


Figura 1.8: (a) Funções de onda obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa deste estudo para um poço parabólico com $N_s = 2.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 2000 \AA de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_{s,i}$ de cada uma das sub-bandas.

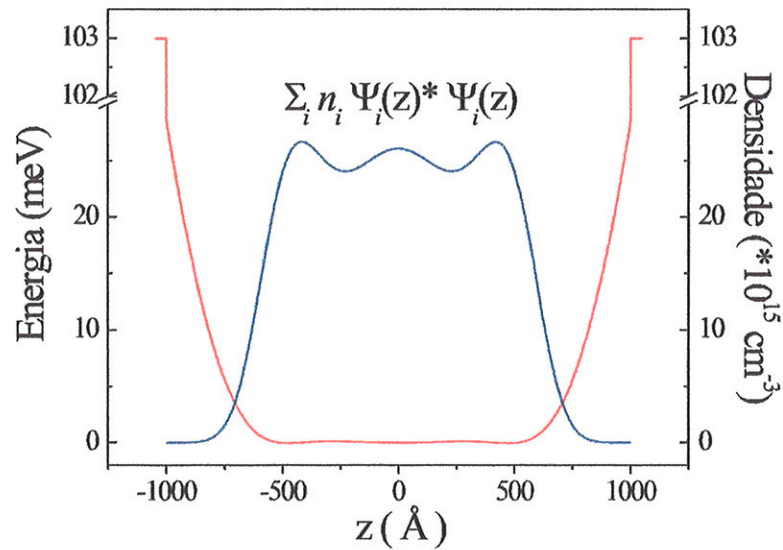


Figura 1.9: Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 2.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e 2000 Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.

Tabela 1.7.1. Comparação entre os autovalores de energia de um PQW com $N_s = 2.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e largura de 2000 Å obtidos pelo programa deste estudo com os resultados obtidos na referência [23], para um poço semelhante.

Sub – banda	Energia (meV) ^[23]	Energia (meV)
1	0.30	0.30
2	1.09	1.04
3	2.26	2.20
4	3.75	3.82

Também, foram realizados cálculos da estrutura de sub-bandas para poços parabólicos mais largos, desta vez, para $W = 4000 \text{ Å}$ e $N_s = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, com parâmetros $\Delta_1 = 155 \text{ meV}$ e $\Delta_2 = 75 \text{ meV}$. A figura 1.10 mostra a densidade de carga total do sistema, simultaneamente, com o potencial final convergido, entretanto, a figura 1.11(a) mostra as funções de onda do poço quântico parabólico, após ser atingida uma convergência total e a figura 1.11(b) mostra as distribuições de densidade de carga eletrônica de cada uma das sub-bandas. A tabela 1.7.1 mostra uma comparação dos valores das energias das sub-bandas obtidas pela comparação dos métodos.

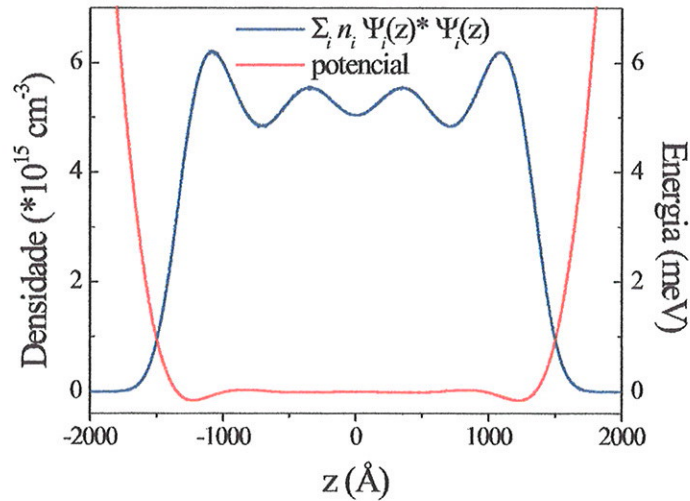


Figura 1.10: Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e 4000 Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.

Tabela 1.7.1. Resultados obtidos pelo programa deste estudo para as energias de um poço parabólico com $N_s = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 4000 Å de largura, os quais reproduzem os resultados obtidos na referência [24].

Sub – banda	Energia (meV)
1	0.0378
2	0.1683
3	0.3855
4	0.7035

1.7.2 Cálculos da estrutura de sub–bandas dos poços parabólicos empregados no presente trabalho

Poços com $W = 2000 \text{ Å}$

Para o estudo da dinâmica dos gás tridimensional de elétrons se locomovendo em super–redes de antipontos foram crescidas várias amostras contendo poços quânticos parabólicos com larguras $W = 2000 \text{ Å}$ e $W = 4000 \text{ Å}$. A descrição detalhada da estrutura de camadas das amostras e do processo de crescimento será feita no capítulo 3. A seguir é realizada a

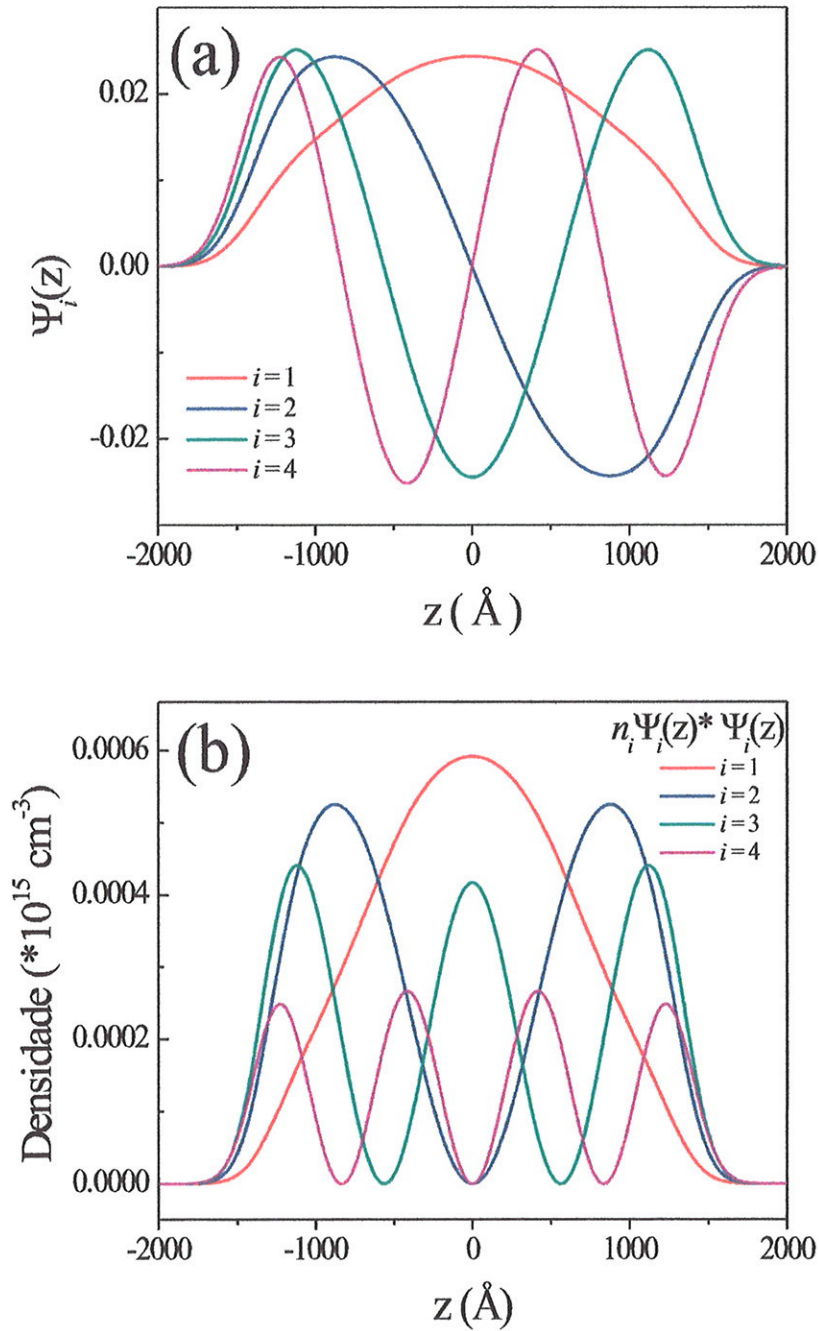


Figura 1.11: (a) Funções de onda, obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa do presente estudo para um poço parabólico com $N_s = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 4000 \AA de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_s i$ de cada uma das subbandas.

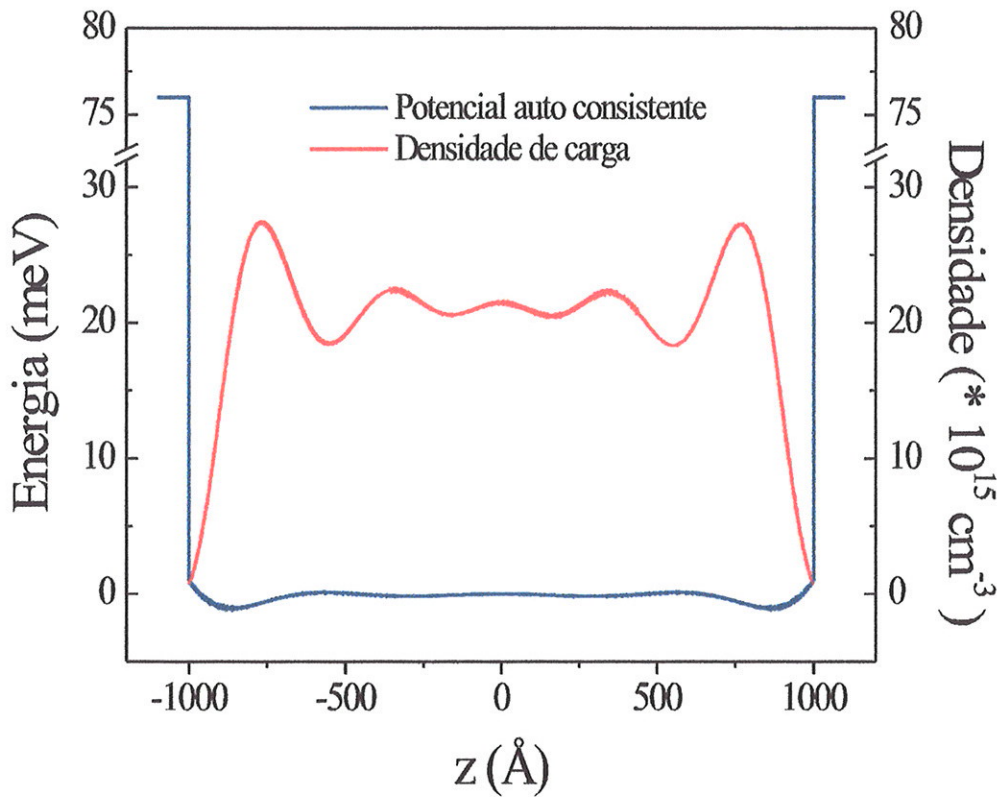


Figura 1.12: Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 2000 Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.

determinação da estrutura de sub-bandas dessas amostras empregando os valores medidos da concentração eletrônica. Primeiramente mostra-se o caso das amostras com largura de poço de $W = 2000 \text{ Å}$. A partir das medidas de magnetotransporte, sem iluminação, determinou-se que a concentração eletrônica no interior desses poços parabólicos varia entorno de $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Considerando os valores dos parâmetros $\Delta_1 = 155 \text{ meV}$, $\Delta_2 = 75 \text{ meV}$, $m^* = 0.0753m_e$ e $\varepsilon = 12.87$, conjuntamente com o valor medido da concentração eletrônica determinou-se que o poço possui cinco sub-bandas ocupadas. A figura 1.12 mostra o perfil de potencial autoconsistente, para o poço descrito, após convergido, juntamente com a distribuição de densidade de carga eletrônica total.

Observa-se que para o valor da concentração eletrônica $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, a largura efetiva da distribuição de carga eletrônica W_e no interior do poço é de 1900 Å. A tabela 1.7.2 mostra os cinco autovalores de energia obtidos através dos cálculos autoconsistentes.

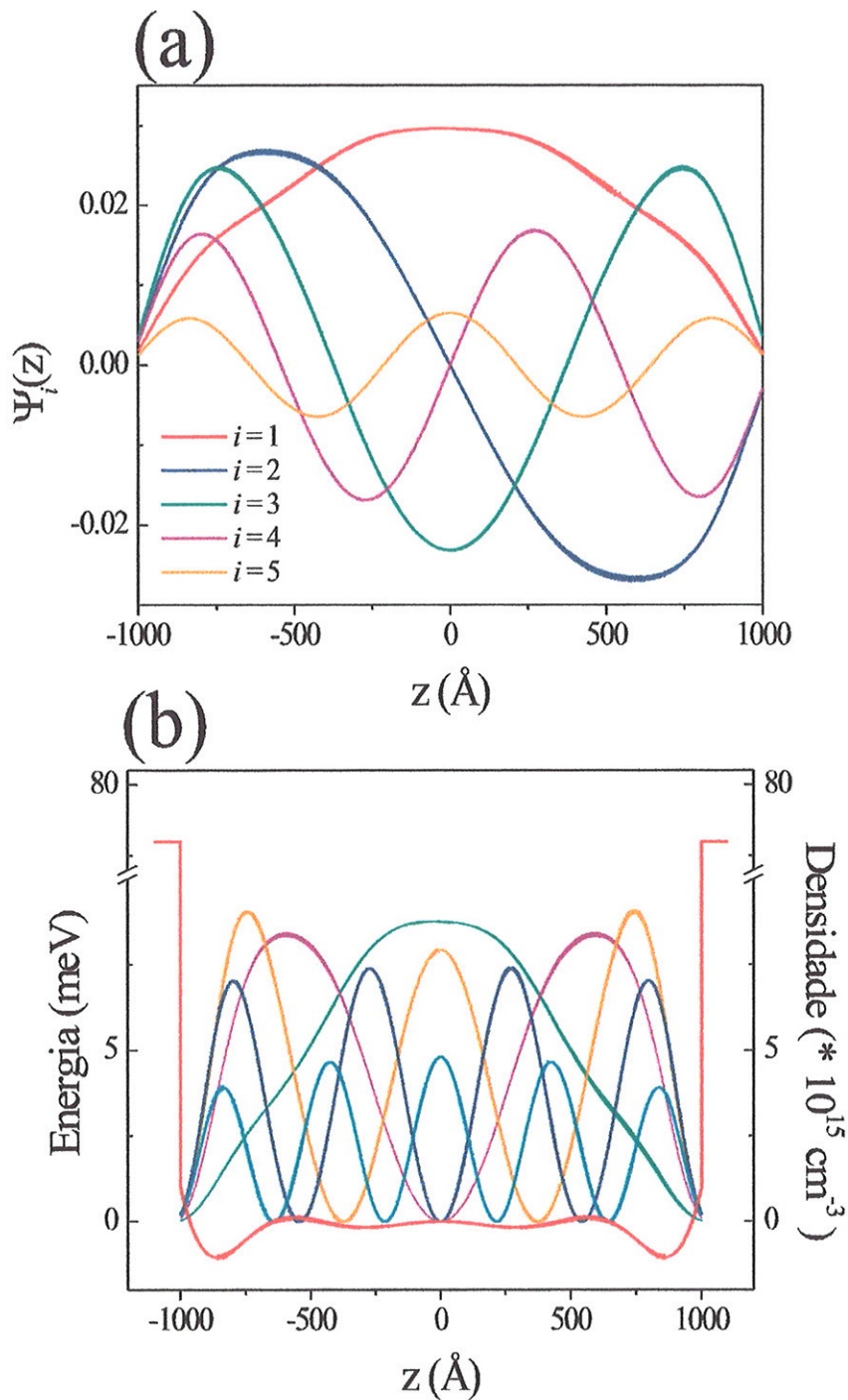


Figura 1.13: (a) Funções de onda obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa deste estudo, para um poço parabólico com $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 2000 Å de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_{s,i}$ de cada uma das sub-bandas.

Tabela 1.7.2. Resultados obtidos pelo programa deste estudo para as energias de um poço parabólico com $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 2000 \AA de largura.

<i>Sub – banda</i>	<i>Energia (meV)</i>
1	0.0354
2	0.3671
3	0.9430
4	1.7734
5	3.0089

Para o caso de um poço parabólico largo, totalmente preenchido, a largura da camada eletrônica W_e alcança o valor geométrico da espessura do poço W , portanto, os autovalores de energia do poço podem ser a grosso modo aproximados pela expressão para os autovalores de um poço quadrado sem carga;

$$E_i = \frac{i^2}{8m^*} \left(\frac{h}{W_e} \right)^2. \quad (1.47)$$

A figura 1.13(a) mostra as funções de onda para cada uma das cinco sub-bandas correspondentes à $W = 2000 \text{ \AA}$ e $N_s = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Na figura 1.13(b) é mostrada a distribuição de densidade de carga de cada uma das cinco sub-bandas.

Poços com $W = 4000 \text{ \AA}$

Também foi realizada a determinação da estrutura de sub-bandas das amostras com largura de poço de $W = 4000 \text{ \AA}$. A partir das medidas de magnetotransporte sem iluminação, determinou-se que a concentração eletrônica no interior desses poços parabólicos aproximava-se do valor $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Considerando os valores dos parâmetros $\Delta_1 = 155 \text{ meV}$, $\Delta_2 = 75 \text{ meV}$, $m^* = 0.0753m_e$ e $\epsilon = 12.87$, conjuntamente com o valor medido da concentração eletrônica obteve-se que, para essa concentração, o poço possui cinco sub-bandas ocupadas. Na figura 1.14 mostra-se o perfil de potencial auto-consistente, após atingida a convergência, para o poço parabólico com $W = 4000 \text{ \AA}$ e $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Mostra-se também a distribuição de densidade de carga eletrônica total.

No decorrer das medidas experimentais foi necessário incrementar a concentração eletrônica no interior dos poços parabólicos com $W = 4000 \text{ \AA}$. O processo foi realizado através da iluminação gradual e sistemática das amostras com um diodo emissor

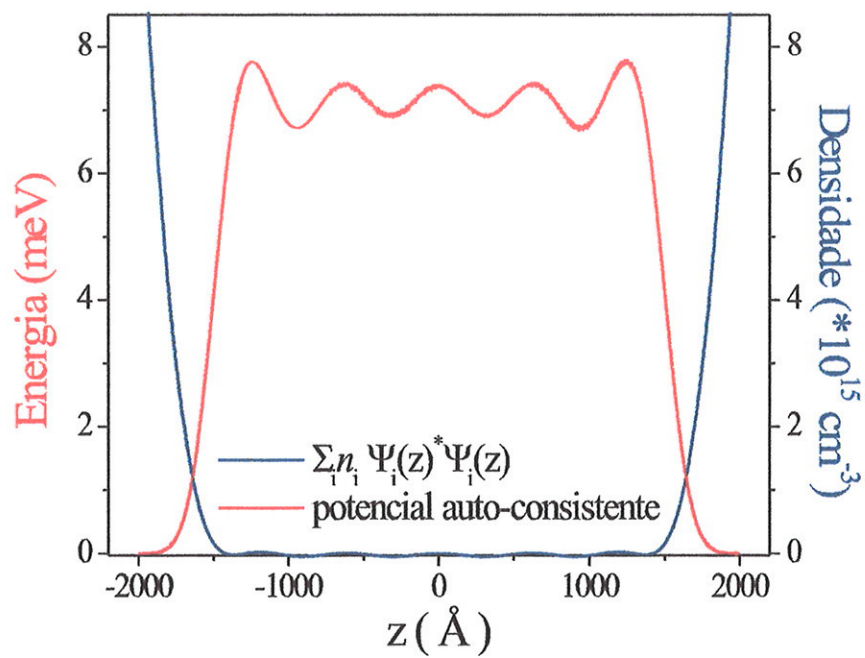


Figura 1.14: Distribuição da densidade de carga total N_s para o gás tridimensional de elétrons no poço parabólico com $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e 4000Å de largura. Mostra-se também o potencial autoconsistente convergido.

de luz, quando elas estavam dentro do sistema magnético, em temperatura de 1.5 K. O fenômeno físico responsável pelo incremento da concentração através da iluminação é o efeito fotocondutivo persistente [28]. Segundo este fenômeno a condutividade de um material incrementa-se quando iluminado com luz de uma determinada frequência. O termo persistente refere-se ao fato de que a condutividade induzida pela iluminação não desaparece quando a iluminação cessa.

A tabela 1.7.2 mostra os autovalores de energia obtidos através dos cálculos auto-consistentes para as amostras com $W = 4000 \text{ \AA}$ sem iluminação e após receber iluminação até a condição de saturação. Antes do processo de iluminação a concentração era $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, sendo obtidas cinco sub-bandas. Após a iluminação essa concentração aumenta para $N_s = 3.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e neste caso, são obtidas oito sub-bandas. O processo de iluminação até a condição de saturação foi realizado em vários estágios. Após cada um desses estágios, as amostras foram deixadas em repouso por algumas horas, até se atingir o equilíbrio.

Tabela 1.7.2: Autovalores de energia calculados para o poço parabólico de 4000 \AA , sem iluminação, quando $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e, após receber iluminação até a saturação, quando $N_s = 3.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

Sub – banda	Energia(meV)	
	sem luz	com luz
1	0.022	0.029
2	0.151	0.112
3	0.358	0.250
4	0.644	0.444
5	1.007	0.698
6	-	1.012
7	-	1.384
8	-	1.824

A figura 1.15(a) mostra as funções de onda obtidas através desses cálculos para cada uma das sub-bandas. A figura 1.15(b) mostra as densidades parciais de cada uma das cinco sub-bandas.

Finalmente, na figura 1.16 mostra-se os resultados comparativos para o perfil de po-

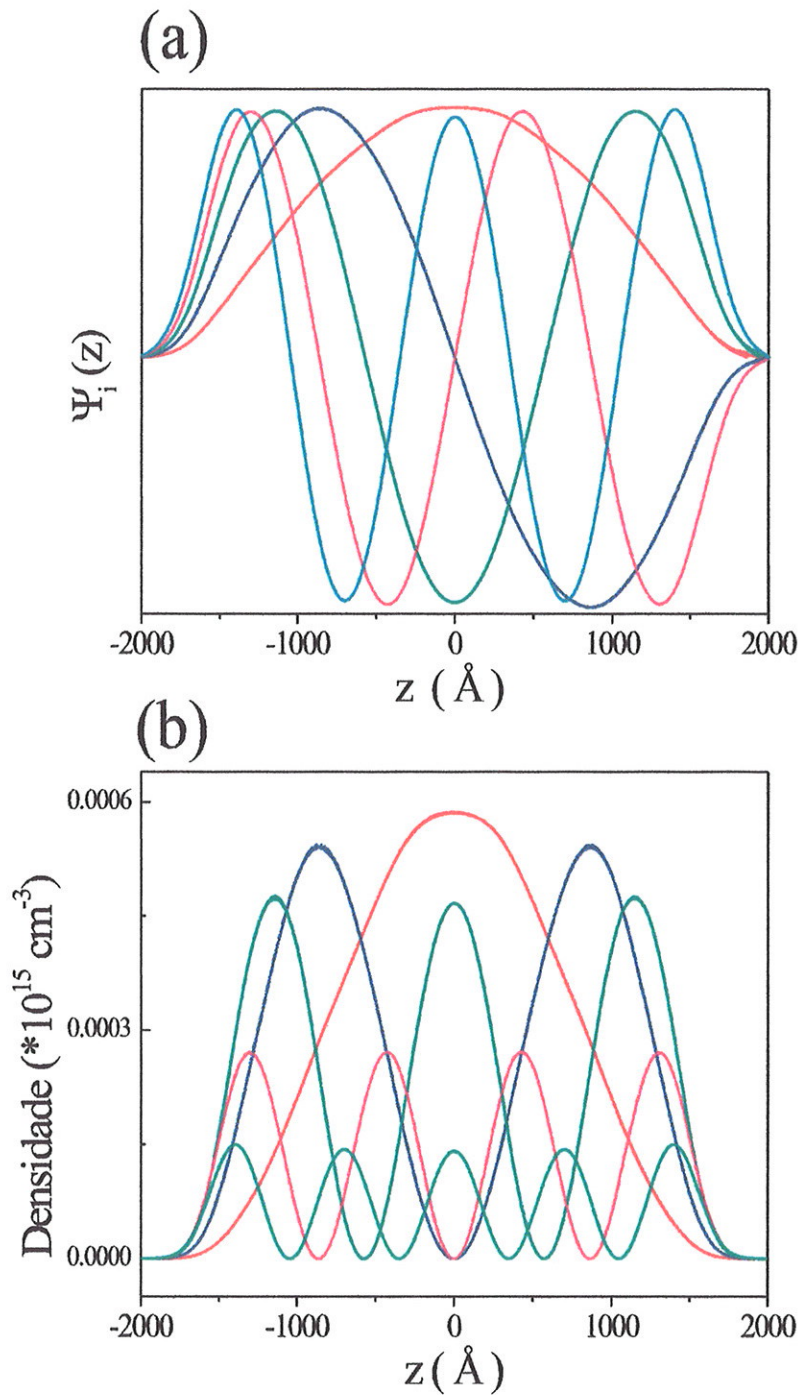


Figura 1.15: (a) Funções de onda obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa do presente estudo para um poço parabólico com $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e 4000 \AA de largura. (b) Distribuição da densidade de carga $N_{s,i}$ de cada uma das cinco sub-bandas.

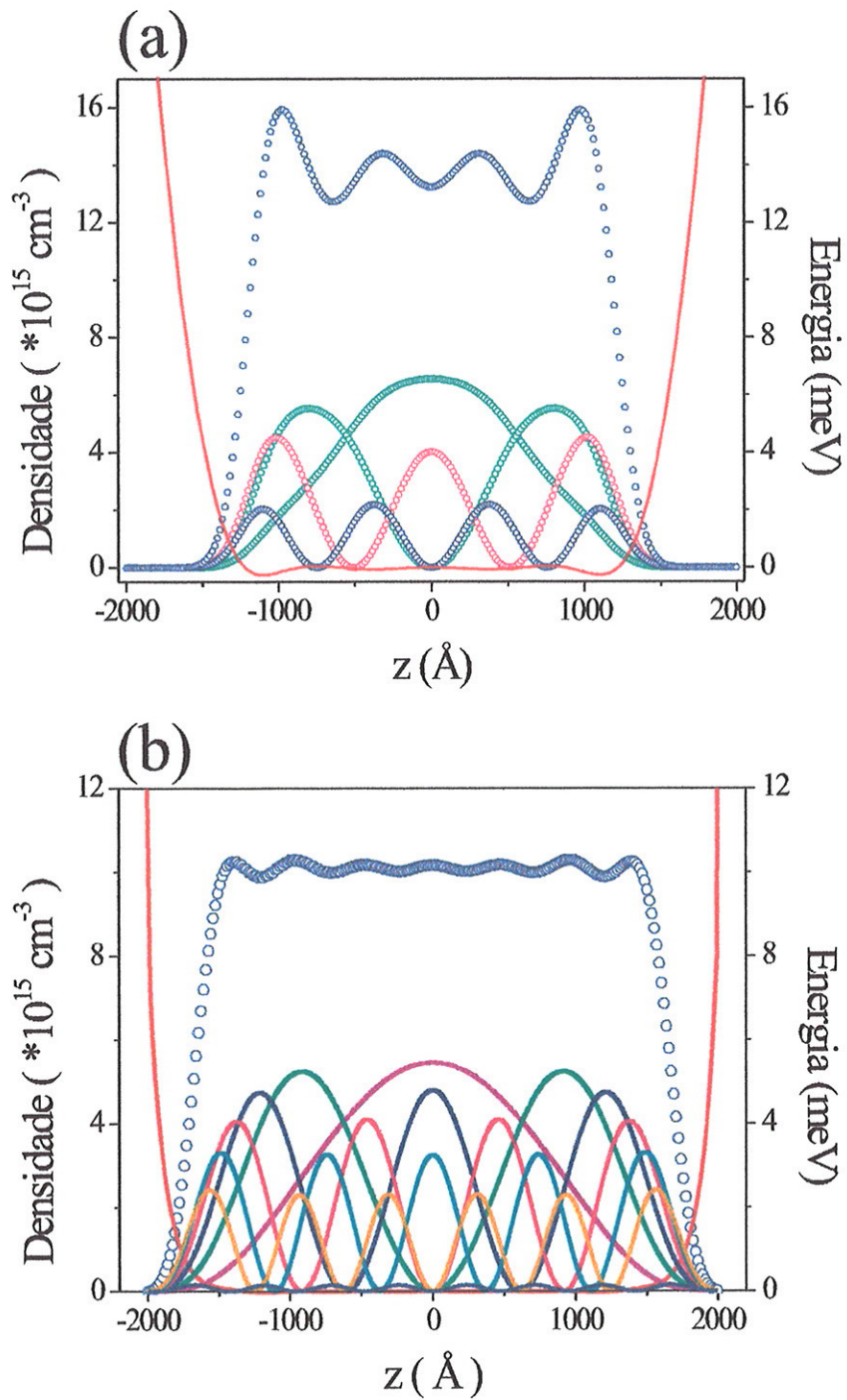


Figura 1.16: (a) Perfil de potencial autoconsistente; distribuição de densidade de cargas total e parciais obtidas a partir dos cálculos autoconsistentes realizados com o programa deste estudo para (a) $W = 4000 \text{ \AA}$ e $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, e (b) $W = 4000 \text{ \AA}$ e $N_s = 3.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

tencial autoconsistente total, a distribuição de carga, de cada uma das sub-bandas, juntamente com a distribuição de carga total para (a) o poço parabólico com $W = 4000 \text{ \AA}$ e $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ quando a amostra está sem iluminação, e em (b) para o caso do poço com $W = 4000 \text{ \AA}$ e $N_s = 3.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, o qual corresponde ao caso de máxima concentração alcançada através da iluminação da amostra até a saturação.

1.8 Conclusões

- Foi realizada uma descrição das propriedades físicas apresentadas por sistemas cristalinos semicondutores, com base nos materiais $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, os quais contêm os gases bidimensionais e tridimensionais de elétrons.
- Também foram descritas as propriedades desses sistemas, quando submetidos à ação de campo magnético uniforme.
- Descrevemos, por um lado, o modelo teórico empregado para o cálculo da estrutura de sub-bandas, em poços quânticos parabólicos largos, e por outro, o algoritmo do programa computacional realizado com este propósito.
- Mostrou-se os resultados de cálculos autoconsistentes da estrutura de sub-bandas de PQW e, foi realizada uma comparação com resultados da literatura.
- Foram apresentados os resultados do perfil de potencial, a distribuição de densidade de carga eletrônica total, e os autovalores de energia, obtidos através do programa descrito, para os poços parabólicos com larguras de 2000 \AA e 4000 \AA , empregados neste estudo.

Capítulo 2

Os fenômenos de transporte eletrônico em heteroestruturas semicondutoras cristalinas

2.1 Conceitos preliminares

No desenvolvimento desta pesquisa serão tratados os diferentes fenômenos físicos relacionados com o transporte de elétrons em heteroestruturas compostas por materiais semicondutores cristalinos pertencentes ao grupo III-V da tabela periódica dos elementos químicos. As heteroestruturas estudadas são por um lado as super-redes de antipontos quânticos em junções contendo o gás bidimensional de elétrons (2DEG), e por outro lado sistemas conhecidos como poços quânticos parabólicos (PQW), os quais contêm o gás quase tridimensional de elétrons (3DEG). O transporte eletrônico nesses materiais é estudado na presença de campo magnético perpendicular e paralelo ao plano do gás de elétrons. Do mesmo modo foi estudado o regime correspondente à transição entre essas duas configurações sendo denominada como configuração de campo magnético inclinado. Desta forma, o presente capítulo tem por objetivo fazer uma introdução resumida dos conceitos básicos relacionados com os diversos fenômenos físicos envolvidos com esta pesquisa.

2.2 Transporte eletrônico clássico

2.2.1 Equação de Boltzmann

A teoria de transporte semi-clássica standar é baseada na equação de Boltzmann [29]. Pode-se definir a equação de Boltzmann como uma equação para a evolução da densidade de probabilidade no decorrer do tempo, a qual requer de condições iniciais. Isso significa que existem equações de Boltzmann para problemas com estados discretos e estados contínuos, permitindo, portanto, uma evolução temporal desses estados discretos e contínuos.

Uma função de distribuição de portadores de carga $f_p(\mathbf{r}, t)$ pode ser definida como a probabilidade de o estado de uma banda com energia E_p ser ocupada por esse portador à temperatura do portador T . Assume-se que, na ausência de campos externos os portadores estão em equilíbrio térmico, de modo que, f_p^0 é função de distribuição de Fermi-Dirac:

$$f_p^0 = \frac{1}{1 + \exp[(E_p - \mu_F)/(k_B T)]}, \quad (2.1)$$

onde μ_F é a energia de Fermi e K_B é a constante de Boltzmann.

A equação de Boltzmann governa a variação da função de $f_p(\mathbf{r}, t)$ na presença de perturbações externas, sendo expressa por:

$$\frac{df_p(\mathbf{r}, t)}{dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \frac{d\mathbf{p}}{dt} + I_{coll}, \quad (2.2)$$

$$\frac{df_p(\mathbf{r}, t)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{F} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + I_{coll} = 0, \quad (2.3)$$

onde

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{H})) \quad (2.4)$$

é a força atuando sobre os elétrons, $\mathbf{v} \equiv \partial \epsilon_p / \partial \mathbf{p}$ é a velocidade de grupo dos elétrons e I_{coll} é o operador colisão, que expressa as mudanças no estado devido às colisões e pode ser expresso através da probabilidade de transição W_{if} entre o estado inicial i e o estado final f .

A equação 2.2 inclui os efeitos sobre $f_p(\mathbf{r}, t)$, devido ao campo aplicado, a difusão de portadores e o espalhamento por fônons, impurezas etc. A partir da equação de

Boltzmann pode ser obtida uma expressão geral para a densidade de corrente como função da distribuição de não equilíbrio, a qual é dada por:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e \int f_p(\mathbf{r}, t) \mathbf{v} d\mathbf{p}, \quad (2.5)$$

onde $d\mathbf{p} \equiv d^d p / (2\pi\hbar)^d$.

2.3 Condutividade elétrica no modelo de Drude

De acordo com a lei de Ohm, a corrente I fluindo através de um material condutor é proporcional à queda de potencial V ao longo do condutor $V = IR$, onde R , a resistência do material, depende das dimensões próprias, mas, é independente do tamanho da corrente ou da queda do potencial. Em 1900, Paul Drude (1863-1906) formulou um modelo que prevê esse comportamento, fornecendo também uma estimativa do tamanho da resistência. Dentro de esse modelo os elétrons são considerados como partículas carregadas se locomovendo livremente através da matéria. A presença da interação dos elétrons com os defeitos e impurezas inerentes aos diferentes tipos de materiais tem que ser considerada por que, do ponto de vista macroscópico, é semelhante ao efeito de uma força de atrito, a qual dificulta o movimento das partículas. Considerando a força elétrica como $\mathbf{F}_e = e\mathbf{E}$, a dinâmica das partículas é descrita pela relação :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\mathbf{E}. \quad (2.6)$$

De acordo com essa equação, a velocidade eletrônica média ou velocidade de arrastamento \mathbf{v} é dada por:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(0) - \frac{et}{m} \mathbf{E}. \quad (2.7)$$

O modelo não está interessado no comportamento individual dos elétrons, mas, no promédio sobre um número muito grande deles, por este motivo, a quantidade de interesse é o valor médio da velocidade. Considerando um elétron típico em tempo zero, com t sendo o tempo transcorrido desde a sua última colisão, a velocidade do elétron em tempo zero será $\mathbf{v}(0)$ imediatamente após a última colisão mais a velocidade adicional $-et\mathbf{E}/m$, que posteriormente alcançou. Ao definir que o elétron emerge de uma colisão em uma direção aleatória, não existe contribuição de $\mathbf{v}(0)$ à velocidade eletrônica média, a qual estará,

portanto, dada inteiramente por $-et\mathbf{E}/m$. No entanto, o valor médio de t é o tempo de relaxação τ . Portanto,

$$\mathbf{v} = -\frac{e\tau}{m}\mathbf{E}. \quad (2.8)$$

O deslocamento dos elétrons no material condutor produz uma corrente devido à velocidade de arrastamento e, portanto, de uma densidade de corrente \mathbf{J} igual a:

$$\mathbf{J} = -en\mathbf{v}. \quad (2.9)$$

Comparando com a expressão geral para a lei de Ohm, a partir das equações 2.8 e 2.9 obtêm-se uma relação simples para a condutividade elétrica:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}. \quad (2.10)$$

Este é um resultado semi clássico baseado na estatística de Fermi-Dirac.

A descrição do modelo de Drude considera uma contribuição uniforme dos elétrons através da velocidade de arrastamento à condutividade do material, no entanto, esse modelo justifica-se somente quando as energias dos elétrons sejam próximas à energia de Fermi.

A partir do modelo de Drude pode-se obter também uma expressão para a condutividade elétrica em função do coeficiente de difusão. Para isso, considera-se que o deslocamento de carga resultante da velocidade de arrastamento é compensado por uma corrente de difusão proporcional ao gradiente de carga,

$$\mathbf{J} = -D\vec{\nabla}n, \quad (2.11)$$

onde D é a constante de difusão avaliada no nível de Fermi. Através de uma comparação das relações 2.10 e 2.11 obtém-se a condutividade em função do coeficiente de difusão:

$$\sigma = e^2DOS(E_F)D, \quad (2.12)$$

onde $DOS(E_F)$ é a densidade de estados ao nível de Fermi.

2.4 Escalas relevantes no transporte de elétrons

No estudo do transporte eletrônico existem regimes bem diferenciados, os quais estão baseados na comparação das dimensões próprias do sistema com o seu tamanho real, o

qual será por L para o comprimento e W para a largura.

As dimensões próprias do sistema são diferentes magnitudes empregadas para escalar comprimentos caraterísticos de cada sistema. Apresenta-se à seguir uma descrição resumida de cada um deles.

2.4.1 O comprimento de onda de De Broglie, λ

Essa unidade de comprimento caraterística é definida por:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi}{k}, \quad (2.13)$$

onde $p(k)$ é o momento do elétron e k o vetor de onda. Para o caso do gás de Fermi, o momento caraterístico é o momento de Fermi, portanto, no caso de um gás bidimensional de elétrons com uma única sub-banda ocupada,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k_F} = \sqrt{\frac{2\pi}{N_s}}, \quad (2.14)$$

onde N_s é a densidade bidimensional de elétrons. Para o caso do gás de Boltzmann, $p \approx \sqrt{2mkT}$, é

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mkT}}. \quad (2.15)$$

2.4.2 O livre caminho médio, l

O livre caminho médio de uma partícula é a medida da probabilidade dela sofrer uma interação de algum tipo e está diretamente relacionada com a seção de choque correspondente ao tipo específico de interação. Nas heteroestruturas semicondutoras é um comprimento caraterístico entre as colisões dos elétrons com impurezas ou fônons. Ela é definida por

$$l = v\tau_{tr}, \quad (2.16)$$

onde v é a velocidade típica e τ_{tr} é o tempo de relaxação de transporte, o qual está definido por

$$\frac{1}{\tau_{tr}} \propto \int d\theta \sin\theta W(\theta)(1 - \cos\theta), \quad (2.17)$$

onde θ é o ângulo de espalhamento e $W(\theta)$ é a probabilidade de espalhamento. De modo geral o transporte de elétrons é caraterizado pela mobilidade, a qual é definida por

$$\mu_e = \frac{e\tau_{tr}}{m}. \quad (2.18)$$

A mobilidade é a constante de proporcionalidade entre a velocidade de arrastamento alcançada por um elétron, quando, colocado na presença de um campo elétrico externo E ,

$$v_d = \mu_e E. \quad (2.19)$$

O livre caminho médio pode ser elástico l_e ou inelástico l_{in} . O livre caminho médio elástico caracteriza o comprimento médio percorrido pelo elétron entre duas colisões elásticas sucessivas com os defeitos, imperfeições ou impurezas do sistema, no entanto, que o livre caminho médio inelástico caracteriza o comprimento médio percorrido pelo elétron entre duas colisões inelásticas sucessivas.

2.4.3 Comprimento de relaxação de fase, L_φ

Na descrição quântica do transporte eletrônico, um estado é caracterizado pela função de onda, a qual possui uma fase inerente. O conceito de fase torna-se importante quando acontecem fenômenos de interferência. Isso acontece quando funções de onda eletrônicas com histórias diferentes são convergidas num mesmo ponto. Se as fases das duas ondas não são destruídas, poderá ser observado um fenômeno de interferência específico. O tempo de relaxação de fase, τ_φ , descreve a relaxação de memória de fase. Os processos de espalhamento responsáveis pela relaxação de fase são aqueles que produzem a quebra de simetria em relação à reversão-temporal. Dentre eles, pode-se destacar processos inelásticos por fônons da rede, colisões elétron-elétron etc. Uma característica importante desses processos é que os elétrons sofrem muitas colisões elásticas durante um tempo τ_φ . Para o movimento difusivo pode ser estimado o valor relevante de L_φ através da relação :

$$L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}, \quad (2.20)$$

onde $D = (1/d)lv$ é a constante de difusão (d é a dimensionalidade do gás de elétrons).

2.4.4 Comprimento de defasagem térmico, L_T

O processo de relaxação anterior é relevante para a interferência de funções de onda pertencentes a um estado uni-eletrônico. Porém, a interferência também pode ser importante para a interação de dois elétrons com energias próximas. Se, a diferença de energia entre

os elétrons é kT , eles viajam quase coerentemente no decorrer do tempo $\frac{\hbar}{kT}$. Portanto, o comprimento característico de propagação coerente pode ser estimado por

$$L_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{kT}}. \quad (2.21)$$

Os diversos tipos de colisões que acontecem dentro das heteroestruturas semicondutoras são decorrentes de mecanismos específicos de interação, tais como as interações elétron-fônon, elétron-elétron e elétron-defeitos.

A interação elétron-fônon, predominante em altas temperaturas, deve-se aos modos de vibração em fase (fônons ópticos) e em oposição de fase (fônons acústicos) dos átomos vizinhos da rede cristalina. A interação elétron-elétron é intermediada pelo potencial coulombiano, podendo modificar severamente as propriedades de transporte, especialmente, quando a concentração de portadores é elevada. A interação dos elétrons com defeitos da rede envolve as colisões dos elétrons com átomos doadores não ionizados, impurezas ionizadas e rugosidades das interfaces dentre outros.

A partir da comparação do livre caminho médio l com as dimensões próprias do sistema (L and W) discriminam-se transporte eletrônico difusivo $l \ll L, W$, transporte quase-balístico $W < l < L$ e transporte balístico $l > L, W$.

2.5 O Transporte eletrônico em campo magnético

2.5.1 O efeito Hall ordinário

Na teoria de Drude da condutividade elétrica de um metal um elétron é acelerado pelo campo elétrico durante um tempo médio τ , tempo de relaxação ou tempo livre médio, antes de ser espalhado por colisões com impurezas, imperfeições da rede e fônons até um estado que possui velocidade média zero. A velocidade média de arrastamento dos elétrons é

$$v_d = -\frac{eE\tau}{m}, \quad (2.22)$$

onde E é o campo elétrico e m é a massa do elétron. Portanto, a densidade de corrente é

$$J = -nev_d = \sigma_0 E, \quad (2.23)$$

onde $\sigma_0 = ne^2\tau/m$, e n é a densidade eletrônica.

Na presença de um campo magnético as trajetórias eletrônicas são curvadas por efeito da força de Lorentz, mas, admitindo que o tempo de relaxação seja τ , a força de Lorentz tem que ser adicionada à força elétrica, tendo como resultado:

$$v_d = -e \left(E + [v_d \times B] \right) \frac{\tau}{m}. \quad (2.24)$$

Em estado estacionário, $J = -nev_d$. Assumindo que o campo magnético está na direção z , a equação vetorial anterior, pode ser resolvida, obtendo-se os seguintes resultados:

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{\sigma_0} \quad (2.25)$$

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{\omega_c \tau}{\sigma_0} \quad (2.26)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \quad (2.27)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{-\sigma_0 \omega_c \tau}{1 + (\omega_c \tau)^2}, \quad (2.28)$$

onde $\omega_c = eB/m$ é a frequência do ciclotron. A partir dessas equações podem ser obtidas as seguintes relações entre a condutividade e a resistividade:

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \quad (2.29)$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}. \quad (2.30)$$

Experimentalmente, para a caracterização de heteroestruturas cristalinas semicondutoras através de medidas de magnetotransporte, o tensor de resistividade é medido através da preparação de uma amostra com formato de barra retangular (barra ou ponte de Hall) e espessura muito fina. A figura 2.1 mostra um esquema de um desses dispositivos empregados usualmente.

Para a realização das medidas é aplicada uma corrente nos extremos do canal, ao longo da direção x , e, são medidas a queda de potencial longitudinal ($V_1 - V_2$) e a queda de potencial transversal ($V_3 - V_4$). O coeficiente de Hall R_H é dado por:

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z}, \quad (2.31)$$

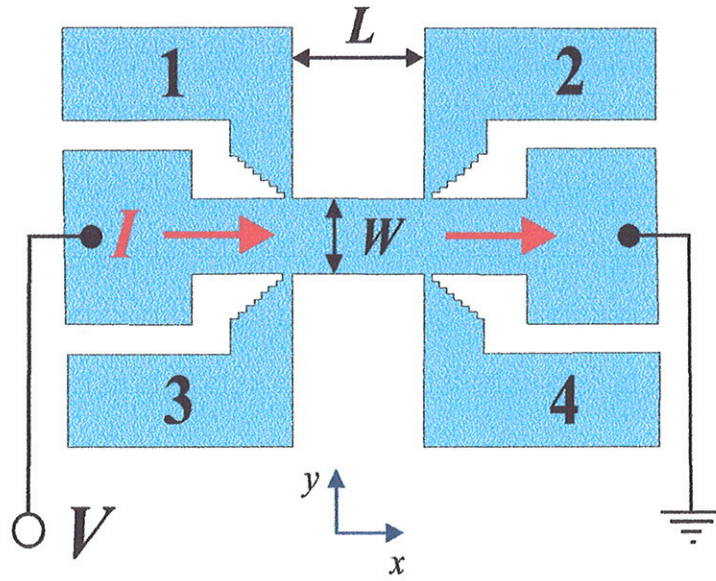


Figura 2.1: Esquema da configuração de uma medida de magnetotransporte. Uma corrente I é aplicada nos extremos do canal. Os números servem para identificar os contatos de tensão. Identifica-se por " W " a largura da barra, " T " a espessura e " L " a distância entre contatos longitudinais.

onde B_z é o campo magnético aplicado na direção z , é:

$$E_y = \frac{\text{vtagem entre contatos } 2-4}{\text{comprimento entre contatos } 1-2} \left(\frac{V}{m} \right), \quad (2.32)$$

$$J_x = \frac{\text{corrente na barra Hall } (I)}{\text{area transversal } (WT)} \left(\frac{A}{m^2} \right). \quad (2.33)$$

De forma explícita, o coeficiente de Hall pode ser expresso por:

$$R_H \equiv \frac{WT}{L} \frac{V_{2-4}}{IB}. \quad (2.34)$$

A partir do coeficiente de Hall, pode-se obter a concentração n

$$n = -\frac{1}{eR_H}, \quad (2.35)$$

onde e é a carga do elétron.

A resistência longitudinal ρ_{xx} é obtida através da relação

$$\rho_{xx} = \frac{E_x}{J_x}, \quad (2.36)$$

$$E_x = \frac{\text{vtagem entre contatos } 3-4}{\text{comprimento entre contatos } 3-4} \left(\frac{V}{m} \right). \quad (2.37)$$

De forma explícita, a resistividade longitudinal é expressa por:

$$\rho_{xx} = \frac{WT}{L} \frac{V_{3-A}}{I}. \quad (2.38)$$

A mobilidade de Hall μ_H é obtida da relação

$$\mu_H = \frac{R_H}{\rho_{xx}}. \quad (2.39)$$

Nas medidas de magnetotransporte em heteroestruturas semicondutoras a voltagem longitudinal na região de campo fraco é quase constante, no entanto, a voltagem de Hall cresce linearmente conforme com o modelo semiclássico de Drude. Porém, para valores de campo magnéticos altos, a resistividade longitudinal mostra um comportamento oscilatório acentuado, entretanto, a resistência de Hall apresenta platôs correspondentes com os mínimos da resistividade longitudinal. Essas estruturas, geralmente, não aparecem em temperatura ambiente ou em temperatura do nitrogênio líquido (77 K), contudo, elas são visíveis em temperaturas criogênicas menores de 4 K. A origem dessas estruturas é de natureza mecânico quântica e será explicada, posteriormente.

2.5.2 O efeito Shubnikov–de Haas

O Efeito Shubnikov–de Haas (SDH) [30] é um fenômeno de magnetotransporte observado em metais, semicondutores dopados e outros materiais submetidos à ação de campos magnéticos intensos e ultra baixas temperaturas. O fenômeno, caracterizado por oscilações da resistividade longitudinal (ρ_{xx}) em função do campo magnético B , leva o nome de seus descobridores, os quais observaram esse efeito pela primeira vez no ano de 1930. Pouco tempo depois da descoberta, de Haas e Van Alphen, observaram um comportamento semelhante nas medidas de magnetização M em função do campo magnético. O efeito Shubnikov–de Haas e o efeito de Haas–Van Alphen, são ambos, manifestações macroscópicas da natureza quântica da matéria a nível microscópico.

Uma descrição do efeito SDH pode ser realizada empregando-se o caso particular de um sistema contendo o gás bidimensional de elétrons. Quando o 2DEG esta submetido à ação de um campo magnético, a energia é quântizada em níveis de Landau com separação $\hbar\omega_c$. Cada nível de Landau é desdobrado pela energia de Zeeman ($= g\mu_B \vec{s} \cdot \vec{B}$). Tanto as energias do ciclotron e Zeeman como o número de estados eletrônicos para cada nível

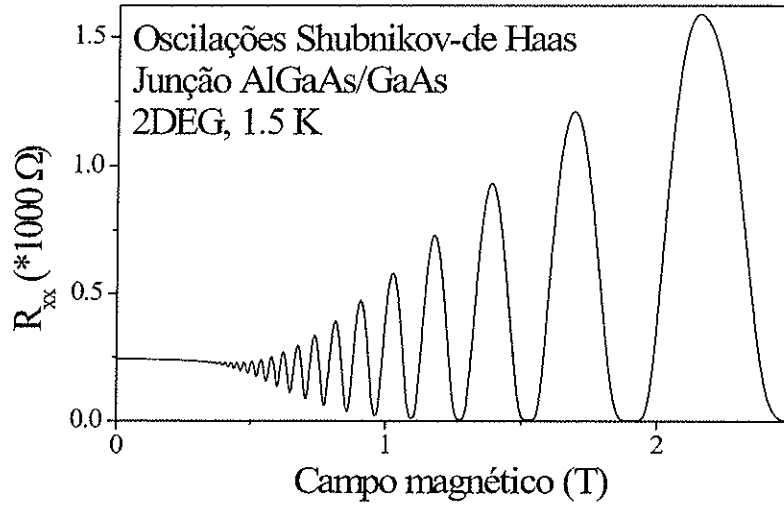


Figura 2.2: Oscilações de Shubnikov de Haas típicas da resistividade ρ_{xx} de uma heterojunção de GaAs/AlGaAs em temperatura de 1.5K .

de Landau aumentam de forma linear com o incremento do campo magnético. Em temperaturas da ordem de 1 K, a população de elétrons encontra-se em estados quânticos de Landau até a energia de Fermi, que se admitiu ser independente do campo magnético. Para um valor de campo magnético crescente, o número de níveis de Landau ocupados decresce a cada vez que a energia de um nível se tornar superior à energia de Fermi. Portanto, cada vez que se realize a condição $E_F = (n + 1/2)\hbar\omega_c$ ocorrerá a depopulação de um novo nível, provocando as oscilações no transporte e nas propriedades termodinâmicas, segundo a lei $1/B$, no período. O período de depopulação $\Delta(1/B)$ pode ser calculado através da relação :

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{1}{B_n} - \frac{1}{B_{n-1}} = \frac{\hbar e}{m^* E_F}. \quad (2.40)$$

A partir da medida do período das oscilações Shubnikov-de Haas obtém-se a densidade de portadores do material N_s ,

$$N_s = \frac{e}{\pi\hbar} \Delta\left(\frac{1}{B}\right). \quad (2.41)$$

A aplicação de um campo magnético homogêneo em materiais condutores ocasiona a sobreposição do espectro de energia de níveis de Landau sobre a estrutura de bandas do material. Portanto, o período das oscilações quânticas observadas é proporcional à área de seção transversal da superfície de Fermi em um plano perpendicular ao campo magnético aplicado. A dependência das oscilações quânticas com a temperatura e o campo

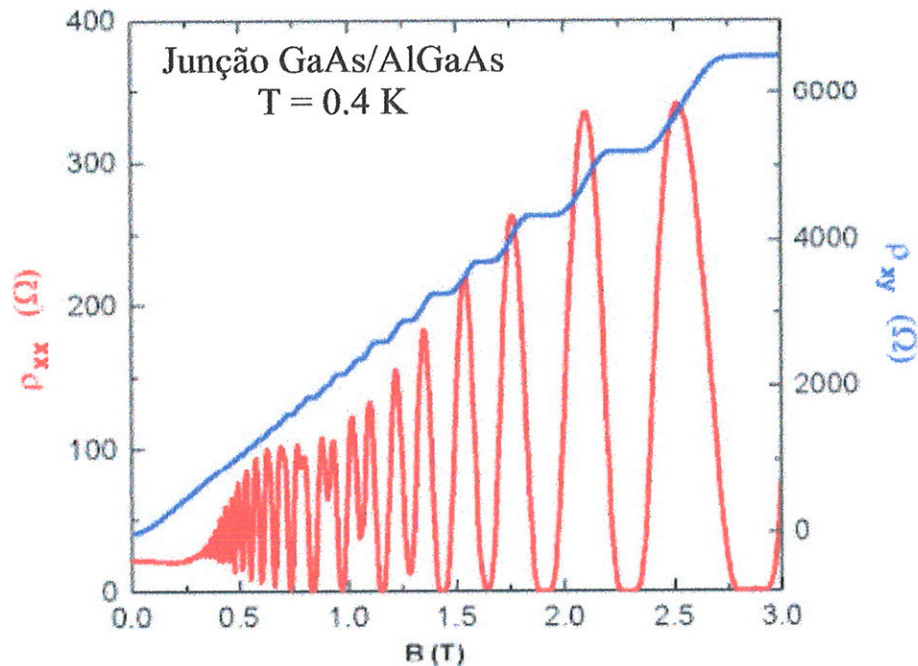


Figura 2.3: Medidas experimentais de resistividade longitudinal ρ_{xx} (linha vermelha), e resistência transversal ρ_{xy} (linha azul) para uma junção de GaAs/AlGaAs contendo o gás bidimensional de elétrons. As medidas foram realizadas em temperatura de 0.4K.

magnético revelam a massa efetiva m^* e o tempo de relaxação τ [30]. É por esses motivos que o efeito SDH e o efeito de Haas-van Alphen são empregados como ferramentas para analisar a estrutura eletrônica como a dinâmica dos materiais condutores.

2.6 O efeito Hall quântico

2.6.1 Efeito Hall quântico integral

Um dos eventos mais importantes na Física de semicondutores foi a descoberta da quantização da resistência de Hall por K. von Klitzing, G. Dorda e M. Pepper, em 1980 [31]. Dois anos após essa descoberta, D. Tsui, H. Stormer e A. Gossard descobriram o efeito Hall fracionário [32]. A partir de então a descoberta de Von Klitzing e colaboradores ficou conhecida como efeito Hall ordinário ou integral.

Esse efeito é caracterizado pelo aparecimento de uma seqüência de platôs nas medidas de resistência transversal (R_H) ou condutividade de Hall (σ_H) de um gás de elétrons

bidimensional (2DEG) em função do campo magnético (B) aplicado ou da concentração eletrônica bidimensional (N_s). Os valores dos platôs nas medidas de resistência de Hall em função do campo aplicado podem ser expressos por:

$$R_H = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} = \frac{1}{\nu} 25.8128 \text{ k}\Omega, \quad (2.42)$$

onde h é a constante de Planck, e é a carga do elétron e ν é o fator de ocupação ou preenchimento.

Os experimentos de magnetotransporte mostraram que entre dois níveis de Landau adjacentes a resistência de Hall tem valores fixos, no entanto, a resistência longitudinal R_{xx} tem valor nulo. O fenômeno implica na existência de estados localizados nessa região. Devido a presença de impurezas e defeitos que produzem diferentes mecanismos de interação com os elétrons, o perfil da densidade de estados de um sistema bidimensional evolui de um sistema de níveis de Landau estreitos e finos para um espectro de níveis mais alargados, como pode ser observado na figura 2.4. Nesse novo espectro de níveis existem estados localizados e estados estendidos. Os estados estendidos ou deslocalizados encontram-se muito perto do entorno do nível de Landau original, mas, os estados localizados estão um pouco mais espalhados em energia, ocupando a região da cauda do nível. Somente os estados estendidos podem contribuir para a corrente elétrica em temperatura zero.

A existência de estados localizados explica o aparecimento dos platôs na resistência de Hall. Se não existissem estados eletrônicos possíveis entre os dois níveis de Landau adjacentes, o nível de Fermi poderia pular do último nível ocupado para o nível seguinte, sem a possibilidade de existência entre os dois. Assim sendo, quando o nível de Fermi se encontra dentro de uma região de existência de estados localizados, ocorre a aparição de um mínimo nas oscilações de Shubnikov-de Haas e a existência de um platô quântico na resistência de Hall. A passagem pela região de estados deslocalizados produz a depopulação de um novo nível de Landau, aumentando, assim, a resistência de Hall e originando um pico nas oscilações de Shubnikov-de Haas. Em temperaturas finitas observa-se uma resistência longitudinal finita na passagem pela região de estados localizados, cuja ocorrência deve-se a processos de espalhamento "hopping" entre estados localizados no nível de Fermi.

Experimentalmente, observa-se uma precisão extrema obtida sobre os valores dos

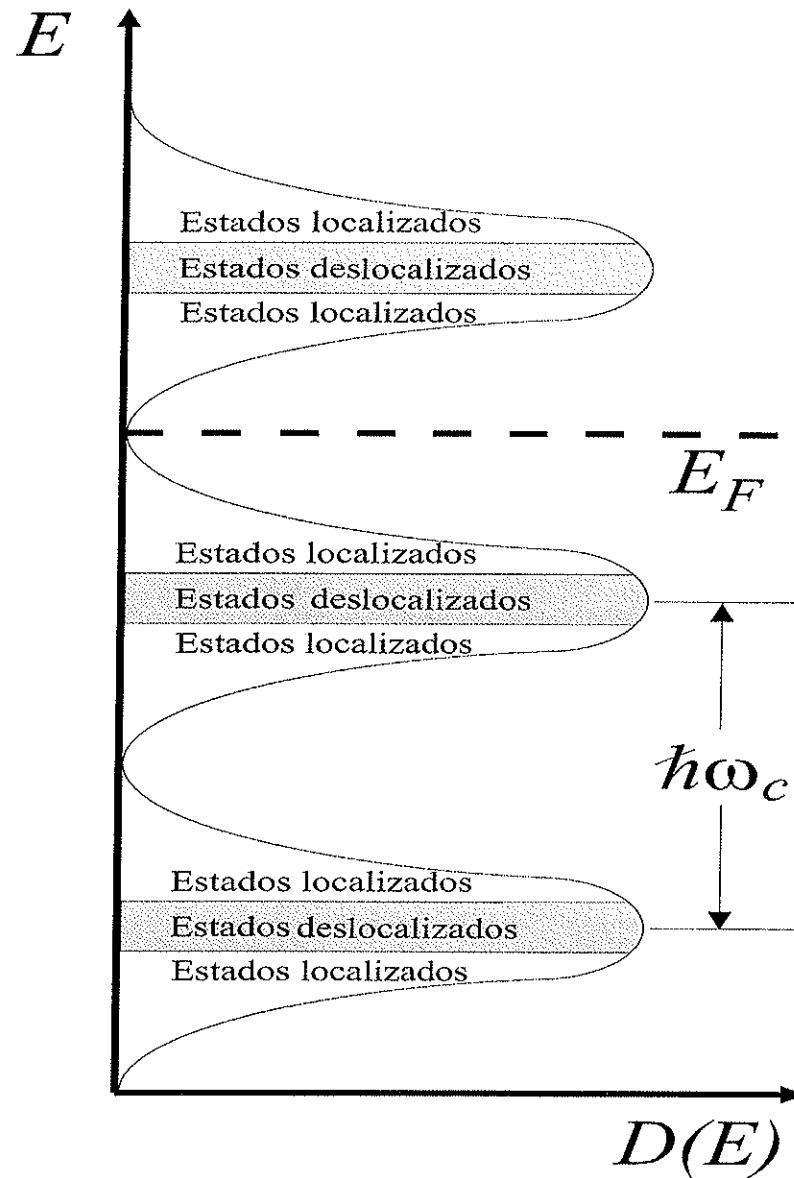


Figura 2.4: Diagrama esquemático da densidade de estados alongada de um gás bidimensional de elétrons na presença de campo magnético.

platôs de uma amostra a outra (menor a $5 \cdot 10^{-8}$ de incerteza relativa). Esse é um fato surpreendente, se temos em conta que *a priori* a fração de elétrons nos estados deslocalizados e, portanto, a concentração de estados condutores dependem do desordem da amostra.

2.6.2 Efeito Hall quântico fracionário

Horst Störmer e Daniel C. Tsui em 1982, fizeram estudos refinados do efeito Hall quântico usando, entre outras coisas, temperaturas mais baixas e campos magnéticos mais intensos. Para grande surpresa, descobriram novos platôs na resistência Hall para valores fracionários do fator de preenchimento ν . Cada platô é unicamente determinado por constantes fundamentais da natureza (a constante de Planck \hbar e a carga do elétron e) e um número racional $\nu = p/q$. Para cada platô de Hall aparece uma banda proibida (gap) no espectro de estados eletrônicos bidimensionais. Quando ν é um número inteiro, esses "gaps" provêm da quantização de órbitas circulares ciclotrônicas, nas quais os elétrons se locomovem. Por outro lado quando ν é uma fração, e, em alguns casos um inteiro ímpar, não existe mais um modelo de partícula simples para explicar a origem dos "gaps". Desta forma pode-se argumentar que essas novas estruturas são manifestações espectaculares de complexos estados de muitos corpos cuja existência está totalmente baseada na interação coulombiana entre elétrons.

Um ano após a descoberta do efeito Hall quântico fracionário, Robert B. Laughlin, em 1983, apresentou uma explicação teórica para a interpretação dos resultados experimentais. De acordo com sua interpretação, em baixas temperaturas e para valores determinados do campo magnético, o gás de elétron condensa-se em um estado notável com propriedades de um fluido quântico. Devido ao fato de que os elétrons são fermions, eles são muito relutantes para se condensar, mas, em forma notável eles se combinam com o fluxo do campo magnético. Particularmente, para os primeiros platôs descobertos por Störmer e Tsui, os elétrons capturam três quantos de fluxo, formando uma espécie de partícula composta que não possui objeção à condensação, e desse modo eles se transformam em bósons.

Fluídos quânticos foram observados em hélio líquido em temperaturas muito baixas e também em supercondutores. Além da propriedade de superfluidez que explica o desa-

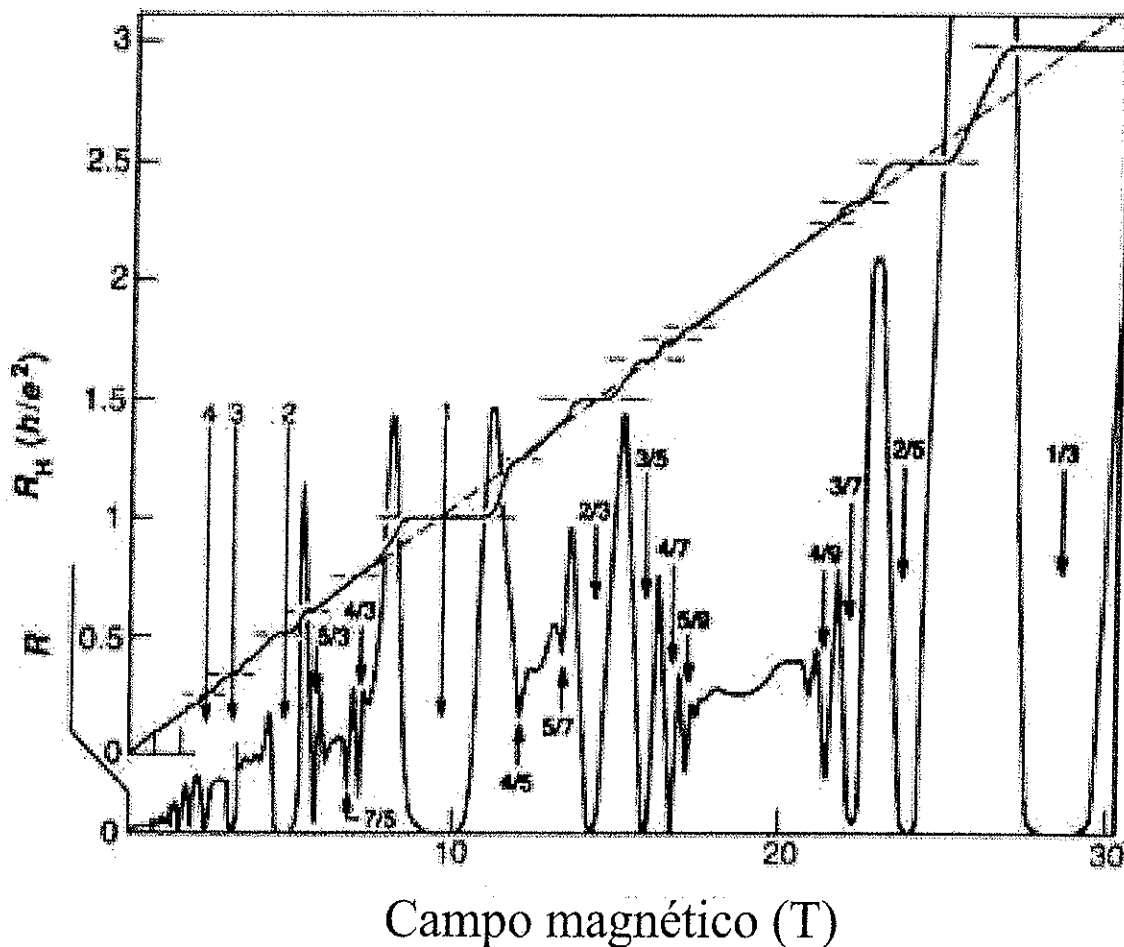


Figura 2.5: Demonstração do efeito Hall fracionário descoberto por Tsui and Störmer, pelo qual eles obtiveram o prêmio Nobel em Física em 1998. São mostradas a resistividade longitudinal ρ_{xx} e a resistência de Hall R_H de um gás bidimensional de elétrons na interface de dois semicondutores, como função do campo magnético aplicado normal ao plano da amostras. A linha diagonal pontilhada representa a resistência de Hall clássica e a linha sólida, os resultados experimentais. Os valores do campo magnético que produzem os platôs são indicados por setas em valores para os quais a resistividade é zero em temperatura absoluta nula. O platô indicado com $1/3$ foi a primeira fração descoberta por Störmer and Tsui.

parecimento da resistência ôhmica nos platôs da resistência de Hall, o novo fluido quântico, proposto por Laughlin, possui muitas propriedades incomuns. Uma das propriedades mais notáveis é que se um elétron for adicionado, o fluido será afetado pelo surgimento de um número determinado de "quasi-partículas", com cargas fracionárias. Estas quasi-partículas não são partículas no sentido comum, mas o resultado da dança conjunta de elétrons no fluido quântico. Laughlin foi o primeiro a demonstrar que as quasi-partículas tem precisamente a carga fracional correta para explicar os resultados de Störmer e Tsui. Medidas subseqüentes demonstraram mais e mais platôs fracionais no efeito Hall e o fluido quântico de Laughlin provou ser capaz de explicar todos os platôs encontrados experimentalmente.

A descoberta e a explicação do efeito Hall quântico fracionário em 1982 – 1983 pode ser considerada como uma demonstração indireta de um novo fluido quântico e de suas quasi-partículas carregadas fracionalmente. Recentemente, vários grupos de pesquisa conseguiram observar estas novas partículas diretamente. Isto ocorreu, por exemplo, em experiências onde variações infinitesimais na corrente foram relacionadas à quasi-partículas individuais escoando no fluido através do circuito. Estas medidas são comparadas à distinção do som de uma pedra de granizo durante uma chuva de granizo, determinando a partir deste som, se essas pedras são apenas uma fração do seu tamanho normal. A realização dessas medidas tornou-se possível devido ao desenvolvimento notável da microeletrônica, desencadeado a partir das contribuições pioneiras dos pesquisadores premiados com os prêmios Nobel de 1998. As medidas podem ser vistas como uma prova conclusiva das suas descobertas.

2.7 Teoria de resposta linear

A teoria de resposta linear descreve as mudanças que a aplicação de um campo elétrico externo de baixa intensidade induz nas propriedades macroscópicas de um sistema em equilíbrio. Inicialmente supõe-se que o campo elétrico é ligado em algum momento inicial, quando o sistema está em equilíbrio, e, logo ele é tratado como uma perturbação. Assim sendo, é possível obter uma expressão de função de correlação temporal para a condutividade elétrica de um sistema composto por partículas carregadas. Se o campo

elétrico aplicado é suficientemente pequeno, de forma que os efeitos de aquecimento possam ser ignorados, a lei de Ohm pode ser expressa por $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$. A fórmula de correlação temporal é um exemplo de um conjunto de equações que relacionam os coeficientes de transporte em um fluido com integrais temporais de funções de correlação temporal. Desta forma, obtém-se para a condutividade:

$$\sigma_{i,j} = \frac{e^2}{KT} \int_0^\infty e^{-i\omega t} \langle v_i(t) v_j(0) \rangle d\tau, \quad (2.43)$$

onde e é a carga do elétron, K é a constante de Boltzmann, T é a temperatura e $\langle v_i(t) v_j(0) \rangle_\Gamma$ é a função de correlação velocidade-velocidade duplamente promediada no espaço de fases Γ e os índices i e j indicam as direções x e y , respectivamente. A presença de espalhamento com impurezas é incluída através do tempo médio de espalhamento eletrônico τ , onde a probabilidade de um elétron não sofrer uma colisão no intervalo $[0,t]$ é dada por $e^{-t/\tau}$. Esta fórmula, também conhecida como equação de Green-Kubo, está de acordo com a experiência e também com os resultados de simulações para campos elétricos fracos.

2.8 Distribuição de corrente em dispositivos de efeito Hall

Os dispositivos de Efeito Hall, conhecidos também como barras ou pontes de Hall, são usualmente gravados em diferentes tipos de amostras, as quais deverão ser caracterizadas através de medidas de magnetotransporte. Até hoje ainda não é muito bem compreendido o modo como a corrente elétrica distribue-se nesse tipo de dispositivos. Geralmente são aceitos três modelos: o primeiro admite que a corrente é confinada a órbitas fugitivas ao longo da periferia do dispositivo; o segundo indica que as órbitas estão confinadas em estreitos canais de estados de borda ao longo dos contornos do dispositivo e o terceiro modelo, assume que a corrente está distribuída através do interior do dispositivo [33, 34].

A figura 2.6 mostra o esquema de uma barra Hall, na qual é aplicada uma corrente (I_{SD}) nos extremos do canal longitudinal, orientado ao longo da direção x . O campo magnético está orientado na direção negativa do eixo z apontando em direção ao interior da figura. Supondo que as cargas de condução são elétrons, a força de Lorentz $F_L = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

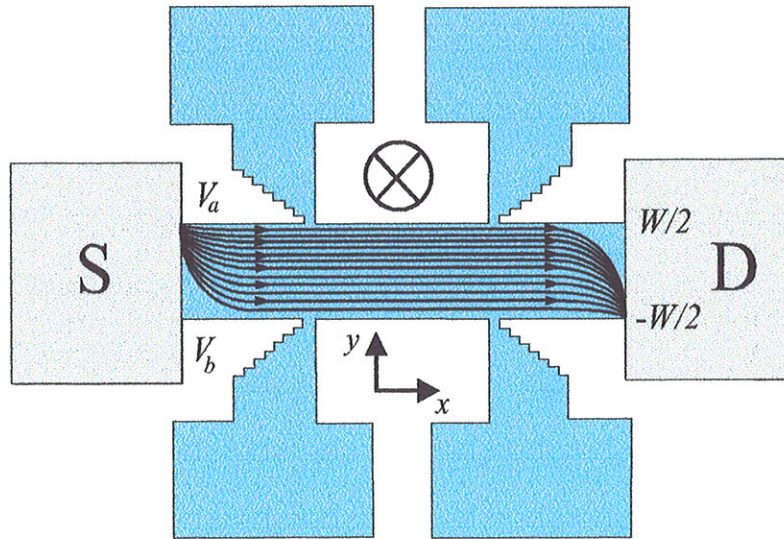


Figura 2.6: Distribuição de corrente em uma barra Hall; o campo magnético está orientado apontando para o interior da figura. As linhas indicam o padrão de fluxo dos elétrons para esta direção do campo.

desvia os elétrons para o extremo direito até ser compensada pela força repulsiva de Coulomb $F_C = -eE$. A re-distribuição de carga do gás eletrônico resulta desse desvio. É, também, devido à ação dessas forças que os elétrons penetram no canal através da fonte em $y = -W/2$ e deixam o canal em $y = W/2$, de acordo com experimentos reportados na referência [35]. Outros experimentos citados na referência [36] mostraram que os elétrons são distribuídos através do canal de condução como está demonstrado na figura 2.6.

2.8.1 Estados de borda no 2DEG

O potencial de confinamento em uma heteroestrutura a qual contém o 2DEG ocorre por efeito de estados eletrônicos superficiais nos extremos das amostras, e pela presença de uma região de depleção de carga perto das bordas do dispositivo. Esse potencial é negativo, portanto, pode-se assumir um potencial de confinamento negativo V_c de extensão espacial finita λ em ambos os extremos das amostras. A figura 2.7(a) é um diagrama esquemático das energias eletrônicas representadas em função da coordenada y , através do dispositivo com largura w para um potencial de confinamento de extensão espacial λ . A corrente no interior do dispositivo é zero por que o gradiente de potencial entre $-\lambda$ e λ é nulo. A figura 2.7(b) é similar à figura 2.7(a), mas, nesse caso, como há dois níveis de Landau preenchidos, haverá dois valores de y_{max} e dois valores de $y_{min} = -y_{max}$.

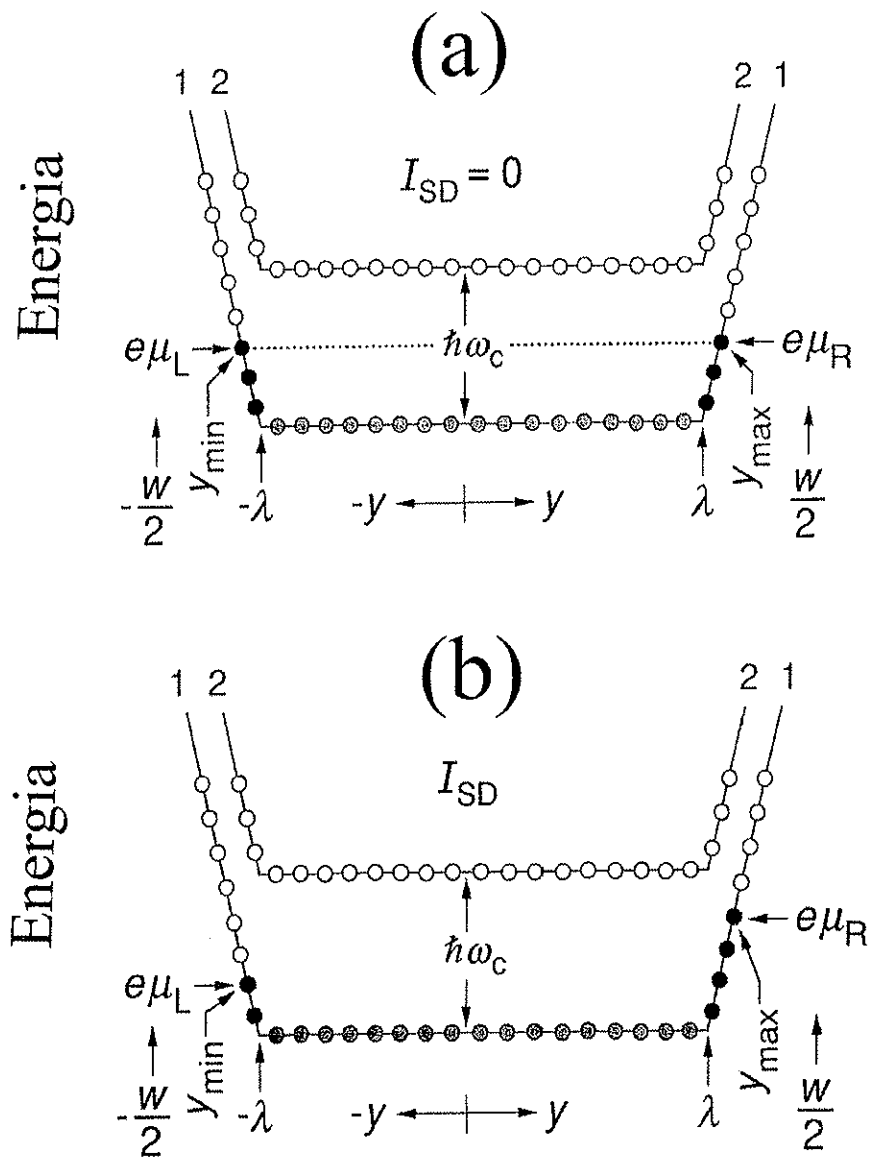


Figura 2.7: (a) Representação esquemática das energias dos autoestados permitidos ao longo de um dispositivo Hall de largura W e para um potencial de confinamento linear de extensão λ sem a aplicação de corrente. São mostrados somente alguns autoestados. O eixo x aponta na direção ao longo da linha central do dispositivo. Os autoestados do mais baixo nível de Landau 1 estão ocupados entre $y_{max} = -y_{min}$. Os círculos cinza representam estados ocupados os quais não contribuem à condução, os círculos pretos representam estados ocupados que contribuem à condução e os círculos brancos representam estados vazios. (b) Similar à figura (a), mas, desta vez com um pequeno valor da corrente aplicada I_{SD} ; o potencial químico é diferente nos dois extremos do dispositivo.

A figura 2.7(c) mostra uma situação em que se aplica uma corrente I_{SD} , da ordem de μA , considerando-se que toda a corrente está dentro das regiões do potencial de confinamento entre λ a y_{max} e $-\lambda$ a y_{min} . O valor de y_{max} aumenta com o incremento de I_{SD} , fazendo com que sejam ocupados autoestados adicionais no extremo direito do dispositivo. Alguns poucos autoestados ficam ocupados no extremo esquerdo e $|y_{min}|$ decresce. O potencial químico é diferente nos dois extremos do dispositivo e a Voltagem de Hall é expressa por: $V_H = R_H I_{SD} = (\mu_L - \mu_R)$.

2.8.2 A fórmula de Landauer–Büttiker

A condutância de uma amostra macroscópica segue uma lei de escalamento Ohmico, $G = \sigma W/L$. Quando as dimensões das amostras são reduzidas, aparecem correções a esta lei. Primeiramente, existe uma resistência da interface independente do comprimento da amostra L . Em segundo lugar, a condutância não decresce mais em forma linear com a largura W . Ao contrário, ela depende do número de modos transversais no condutor e, portanto, decresce em saltos discretos. A fórmula de Landauer descreve esse comportamento [37].

Para obter a fórmula de Landauer, considerou-se um condutor conectado a dois contatos macroscópicos através de dois condutores, como mostra a figura 2.8. Assumindo-se que os condutores são do tipo balístico, cada um com M modos transversais, o fator T representa a probabilidade média de um elétron injetado em um dos extremos do condutor (1) ser transmitido para o outro extremo (2). Assumindo-se também que os elétrons podem sair do condutor e atravessar à região dos contatos sem sofrer reflexões, seguidamente, os estados $+k_x$ no condutor 1 são ocupados unicamente por elétrons provenientes do contacto esquerdo e, portanto, esses estados deverão possuir um potencial eletroquímico μ_1 .

Em forma similar, pode-se dizer que os estados $-k_x$ no condutor 2 são ocupados unicamente por elétrons provenientes do contacto direito, e esses estados deverão ter um potencial eletroquímico μ_2 . Assumindo temperatura zero, o fluxo de corrente acontece unicamente no intervalo em energia entre μ_1 e μ_2 . O fluxo de elétrons proveniente do condutor 1 é dado por:

$$I_1^+ = \frac{2e}{h} M [\mu_1 - \mu_2] \quad (2.44)$$

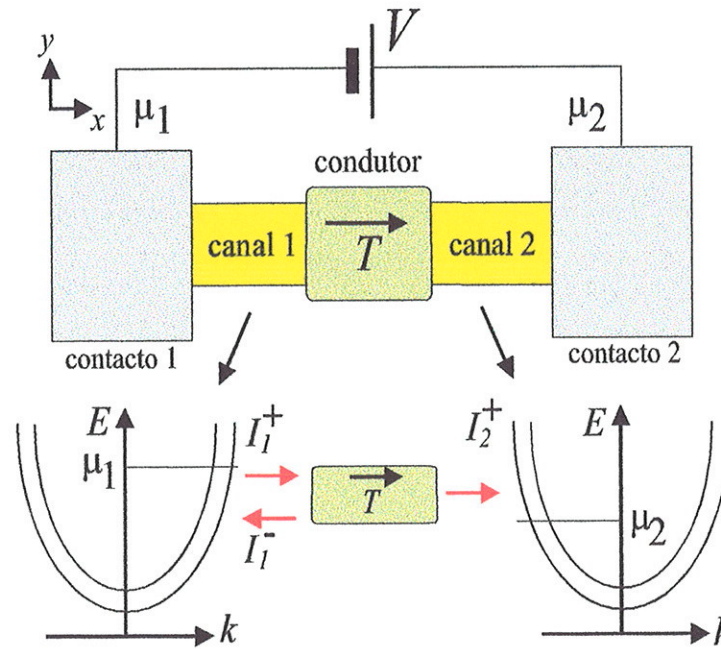


Figura 2.8: Um condutor com probabilidade de transmissão T é conectado com dois contactos macroscópicos através de dois canais condutores. Assume-se temperatura zero, de forma que a distribuição de energia dos portadores incidentes nos dois canais tenha uma forma de função escada.

O fluxo de elétrons que atravessa para o condutor 2 é igual ao fluxo 1 multiplicado pela probabilidade de transmissão T :

$$I_2^+ = \frac{2e}{h} MT[\mu_1 - \mu_2]. \quad (2.45)$$

O restante do fluxo é refletido na direção do contacto 1:

$$I_1^- = \frac{2e}{h} M(1 - T)[\mu_1 - \mu_2]. \quad (2.46)$$

A corrente total I que flue em qualquer parte do dispositivo é dada por:

$$I = I_1^+ - I_1^- = I_2^+ = \frac{2e}{h} MT[\mu_1 - \mu_2]. \quad (2.47)$$

Portanto, a condutância é igual a

$$G = \frac{I}{[\mu_1 - \mu_2]/|e|} = \frac{2e^2}{h} MT. \quad (2.48)$$

2.9 Manifestações de coerência da função de onda do elétron

2.9.1 Localização fraca

O conceito de localização de Anderson [38] está relacionado com a ausência de difusão em materiais que apresentam certo grau de desordem, como resultado da interferência de todas as ondas eletrônicas espalhadas. De acordo com Anderson, a função de onda do elétron pode ser severamente alterada se o grau de desordem é suficientemente forte. A causa do fenômeno deve-se ao fato de que o espalhamento devido ao potencial aleatório faz com que os elétrons de Bloch percam a coerência de fase em uma escala de comprimento comparável com o livre caminho médio dos elétrons. Porém, a função de onda permanece estendida através da amostra. Se o grau de desordem for muito forte, a função de onda torna-se localizada no sentido em que o envelope do pacote de onda decai exponencialmente a partir de um ponto no espaço [39], de forma que:

$$|\Psi(\mathbf{r})| \approx \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{\xi}\right), \quad (2.49)$$

onde ξ é o comprimento de localização.

Um outro fenômeno estreitamente relacionado com a localização de Anderson, envolvendo um incremento do retro-espalhamento coerente em um meio com um forte grau de espalhamento aleatório, é a localização fraca de ondas eletrônicas. Esse fenômeno foi tratado pela primeira vez por Abrahams e colaboradores [40], tendo sido observado posteriormente em diversos sistemas, com diferentes dimensionalidades e grau de desordem.

Considerando alguns elétrons não interagentes com $p_F l \gg \hbar$ se locomovendo entre os pontos A e B, através de um meio que apresenta certo grau de espalhamento, a probabilidade de transição de A para B é expressa por:

$$W = \left| \sum_i A_i \right|^2 = \sum_i |A_i|^2 + \sum_{i \neq j} A_i A_j^*, \quad (2.50)$$

onde A_i é a amplitude de propagação ao longo do passo i . O primeiro termo é a probabilidade clássica e o segundo é o termo de interferência.

Para a maioria das trajetórias o ganho de fase,

$$\Delta\phi = \frac{1}{\hbar} \int_A^B p dl \gg 1, \quad (2.51)$$

e o termo de interferência desaparecem. Mas, para o caso de trajetórias com auto cruzamentos, trocando-se $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ e $d\mathbf{l} \rightarrow -d\mathbf{l}$, o ganho de fase é o mesmo e, portanto,

$$|A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2A_1A_2^* = 4A_1^2. \quad (2.52)$$

As trajetórias com auto cruzamentos referem-se a trajetórias reversíveis no tempo. A invariância da simetria de reversão temporal garante $A_1 = A_2 = A$, onde A_1 e A_2 descrevem as amplitudes nos sentidos horário e anti-horário da trajetória fechada, como mostra a figura 2.9. Portanto, o resultado mostrado na equação 2.52 indica que a probabilidade de retroespalhamento coerente é o dobro do valor do seu análogo clássico. Este é o princípio fundamental do fenômeno da localização .

Em temperaturas criogênicas, o transporte eletrônico pode tornar-se coerente e, portanto, a probabilidade de retrodifusão tende a aumentar incrementando-se o efeito de localização , o qual conduz a uma diminuição da condutividade. Para um sistema estritamente bidimensional as correções feitas à condutividade de Drude são proporcionais à probabilidade de retrodifusão podendo ser expressas por: [41]:

$$\Delta\sigma_{2D} = -2\frac{e^2}{4\pi^2\hbar}Ln\left(1 + \frac{\tau_\phi}{\tau}\right), \quad (2.53)$$

onde τ é o tempo de colisão, e τ_ϕ é o tempo de coerência $\Delta\sigma_{2D} = 0$.

2.9.2 O efeito do campo magnético na localização de elétrons

No caso dos metais e algumas heteroestruturas semicondutoras, a magnetoresistência apresenta, um comportamento crescente positivo e quadrático com o campo magnético aplicado. Isso geralmente é produzido por ressonâncias geométricas resultantes da comensurabilidade entre o raio das órbitas ciclotrônicas e as dimensões do espécime, o qual permite maior espalhamento incrementando a difusão. Em sistemas eletrônicos que apresentam um regime de espalhamento inelástico, a condutividade incrementa-se com o campo magnético. Esse efeito ocorre devido à interferência construtiva entre trajetórias fechadas, horárias e anti-horárias, resultantes do retro espalhamento coerente dos elétrons com as impurezas do material, o qual produz o incremento da probabilidade de retorno através de difusão clássica, ocasionando correções quânticas à condutividade elétrica.

Sob a influência da aplicação de um campo magnético fraco (da ordem de mili Teslas) em forma perpendicular à superfície das amostras, a coerência de fase dessas trajetórias

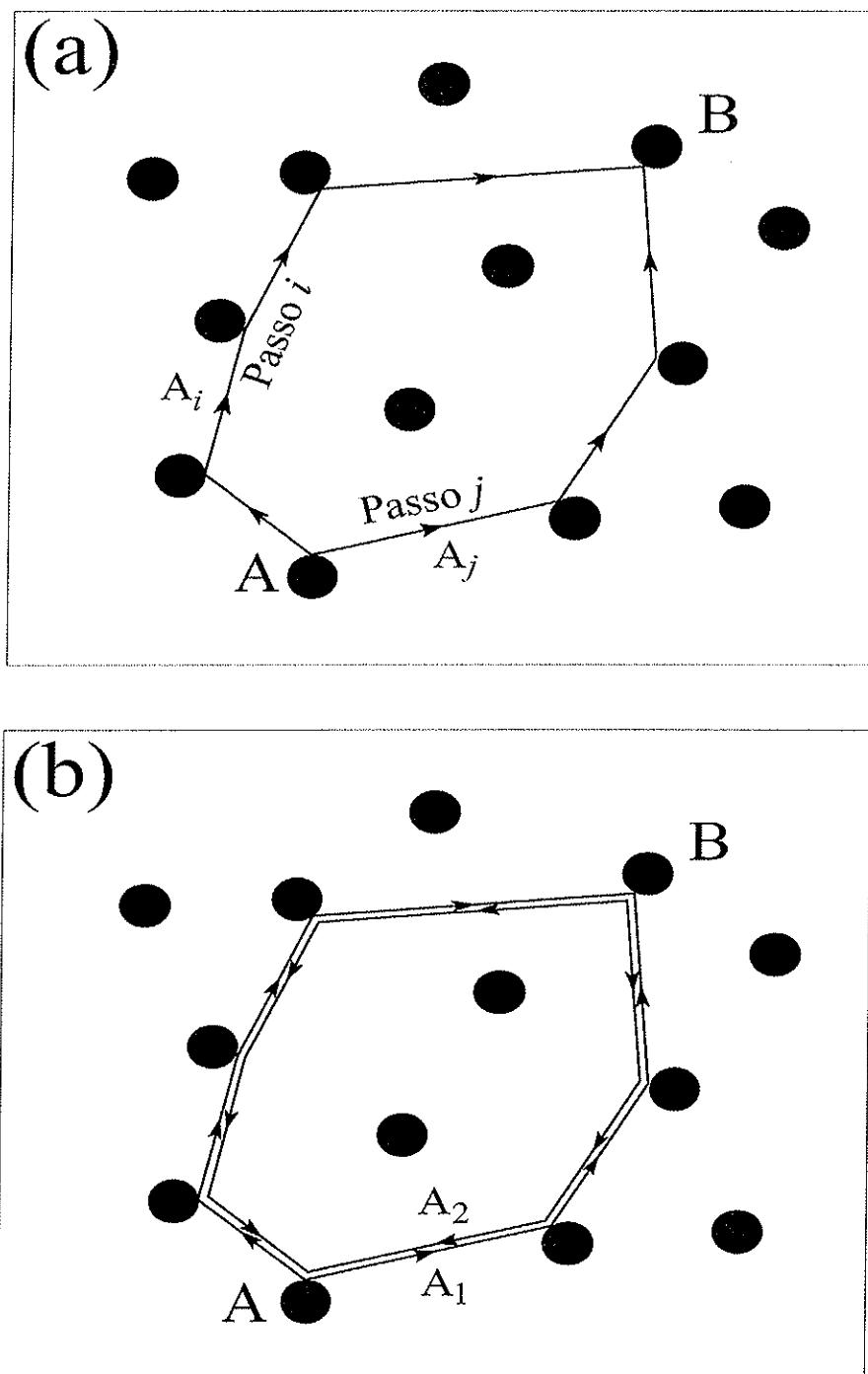


Figura 2.9: (a) Representação de duas trajetórias eletrônicas possíveis A_i e A_j entre os pontos A e B. (b) Mecanismo de retroespalhamento coerente entre trajetórias horárias e anti-horárias para um trajeto fechado do ponto A para se mesmo.

fechadas é destruída. Esse efeito perturbativo suprime as correções quânticas, produzindo um incremento da condutividade ou, alternativamente, uma magnetoresistência negativa anômala. Essa magnetoresistência negativa é um fenômeno muito difundido em sólidos com certo grau de desordem, particularmente em sistemas bidimensionais. O estudo deste fenômeno permite obter o comprimento de relaxação de fase L_φ e a sua mudança com a temperatura. Uma expressão analítica para a magnetoresistência negativa foi obtida na referência [42], na aproximação de difusão, sendo expressa por:

$$\Delta\sigma(B) = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left[\varphi\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma}{b}\right) - \varphi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{b}\right) - Ln\gamma \right], \quad (2.54)$$

onde $\gamma = \tau/\tau_\phi$, $b = B/((1 + \gamma)^2 B_{tr})$, $B_{tr} = \hbar/(2el^2)$ e $\varphi(x)$ é a função digamma definida por $\varphi(x) = d[Ln\Gamma(x)]/dx$ com $\Gamma(x)$ sendo a função Gamma.

2.9.3 O efeito Aharonov–Bohm

O efeito Aharonov-Bohm (AB) em anéis metálicos está relacionado ao trabalho inicial apresentado por Y. Aharonov e D. Bohm [43]. Eles previram que uma partícula carregada se locomovendo ao longo de um circuito fechado, o qual encerra um fluxo magnético não nulo, poderá experimentar uma mudança de fase em sua função de onda. Eles sugeriram um experimento de interferência através do qual o efeito poderia ser medido.

O efeito AB foi observado pela primeira vez em anéis metálicos por Sharvin e Sharvin [44] e, depois foi observado em anéis semicondutores por G. Timp *et al* [107]. Os anéis de AB são de importância fundamental como ferramentas para provar a coerência de fase eletrônica; ou como dispositivos de teste para o conceito de canais unidimensionais como guias de ondas eletrônicas.

Experimentalmente, foi observado que a condutância de um anel oscila como função do fluxo encerrado pelo anel:

$$G = G_0 + \hat{G} \cos\left(\frac{|e|BS}{\hbar} + \bar{\varphi}\right), \quad (2.55)$$

onde S é a área encerrada pelo anel. O período ΔB das oscilações é obtido colocando-se a diferença de fase igual a 2π de forma que:

$$\frac{|e|\Delta BS}{\hbar} = 2\pi \Rightarrow \Delta.BS = \frac{\hbar}{|e|} \quad (2.56)$$

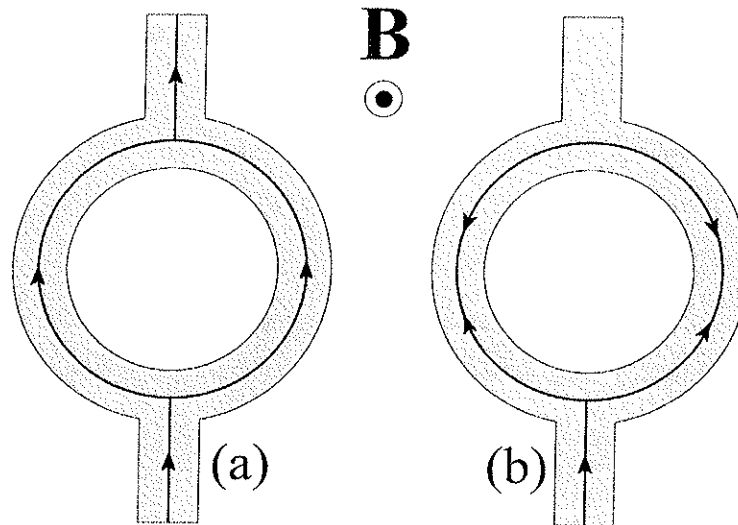


Figura 2.10: Ilustração do efeito Aharonov-Bohm em uma geometria de anel. (a) Trajetórias responsáveis pela periodicidade h/e , (b) trajetórias pertencentes ao par de estados com simetria de reversão temporal conduzindo à periodicidade $h/2e$.

Este fenômeno foi denominado o efeito h/e porque o período corresponde a uma mudança do fluxo limitado pelo anel. O termo oscilatório surge da interferência entre as ondas que atravessam os dois extremos do anel, como mostra a figura 2.10. As correções na condutividade elétrica referentes aos efeitos de interferência, usualmente, não possuem uma periodicidade com o campo magnético, porquanto, existe um intervalo contínuo de valores de fluxo de campo magnético atravessando os diferentes passos de interferência. Ao contrário da situação anterior, uma geometria de anel confina um fluxo contínuo bem definido Φ , impondo uma periodicidade fundamental.

No caso de amostras cilíndricas, todos os passos possíveis deverão confinar aproximadamente a mesma área e, portanto, possuir o mesmo período. Desta forma a resistência da amostra deverá oscilar na forma:

$$R(B) \approx \cos^2\left(\frac{2\pi B}{B_0}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{4\pi B}{B_0}\right)\right) \quad (2.57)$$

onde r é o rádio do cilindro. O período ΔB das oscilações é igual a metade de B_0 :

$$\Delta B = \frac{B_0}{2} = \frac{h}{2|e|\pi r^2}. \quad (2.58)$$

Existe uma diferença importante entre as oscilações do tipo h/e e $h/2e$. O primeiro tipo de oscilações (h/e), são dependentes das amostras e possuem fases aleatórias. Então, se a amostra têm muitos anéis em serial ou paralelo, o efeito é geralmente suprimido.

Contrariamente, o segundo tipo de oscilações ($h/2e$) origina-se de trajetórias com reversão temporal. A contribuição própria conduz a condutância mínima em $B = 0$, de modo que as oscilações têm a mesma fase. Essa é a razão por que as oscilações $h/2e$ permanecem em cilindros compridos. A sua origem é resultante da modulação periódica do efeito de localização fraca por causa do retro-espalhamento coerente. O aparecimento das oscilações de Aharonov-Bohm em cilindros compridos foi prevista por Al'tshuler, Aronov e Spivak [46] e observada experimentalmente por Sharvin e colaboradores [47].

O efeito Al'tshuler Aronov Spivak (AAS) [46] foi observado em muitos sistemas que apresentam um alto grau de desordem tais como cilindros metálicos, super-redes de anéis metálicos, anéis metálicos simples e mais recentemente, em super-redes de antipontos com transporte balístico. A teoria AAS prevê o aparecimento de oscilações com período $\phi_0/2$, onde ϕ é o quanta de fluxo magnético, com base na teoria de perturbações da localização fraca da magnetocondutividade do ensemble médio em metais, cilindros e anéis com alto grau de desordem.

Capítulo 3

Super-redes de antipontos quânticos

3.1 Antipontos em sistemas bidimensionais de elétrons

Em meados da década de 1950 se iniciou o interesse pelo estudo teórico do movimento dos elétrons de condução sob a influência combinada de um potencial periódico bidimensional e um campo magnético perpendicular B . O que motivou o interesse deste estudo foi o surgimento de problemas de comensurabilidade, devido à presença de duas grandezas que escalam o comprimento, o período do potencial a e o comprimento magnético $l = (h/2\pi eB)^{1/2}$. Esperava-se que, se l e a fossem aproximadamente da mesma ordem de grandeza, mudanças drásticas seriam produzidas nas quantidades mensuráveis das propriedades de magnetotransporte do gás quase bidimensional de elétrons. Essencialmente, os fenômenos de transporte dos elétrons ocorrem devido à energia de Fermi, portanto, o comprimento de onda de Fermi $\lambda_F = 2\pi/k_F$, o qual está relacionado com a densidade $N_S = k_F^2/2\pi$ do gás bidimensional, torna-se importante como uma terceira unidade para escalar o comprimento, o que faz o problema ficar ainda mais complexo.

Em 1976, foram publicados os resultados dos cálculos para o espectro de energia e de funções de onda dos elétrons de Bloch de um cristal submetido a um campo magnético uniforme e muito intenso. Os cálculos realizados por Douglas R. Hofstadter [48] mostraram que os estados quânticos podem exibir uma estrutura de bandas fractal, dependendo da comensurabilidade entre o fluxo magnético por célula unitária da rede (p) e o quanto de fluxo magnético (q). Se existem p/q quantos de fluxo magnético por célula unitária, as sub-bandas de Landau dividem-se em p novas sub-bandas formando um espectro de

energia autosimilar.

Percebeu-se então a impossibilidade da realização de uma observação experimental desses espectros de energia em sólidos convencionais principalmente devido à necessidade da aplicação de campos magnéticos da ordem de grandeza de aproximadamente 10000 Teslas, para se obter um quanto de fluxo magnético por célula unitária da rede. Para superar essa dificuldade, Hofstadter [48], com base nas sugestões de D. Lowndes (e outros), propôs a possibilidade da fabricação de super-redes bidimensionais artificiais com períodos de rede consideravelmente maiores do que aqueles característicos dos cristais reais, com o objetivo de se evitar a aplicação de campos magnéticos inacessíveis na prática.

O então avanço das modernas técnicas de crescimento epitaxial permitiu a fabricação de diversos tipos de super-redes de superfície lateral, entre as quais sobressairam as heteroestruturas baseadas nas junções $GaAs/AlGaAs$, as quais contém o gás bidimensional de elétrons na interface se locomovendo à energia de Fermi, através do potencial eletrostático modulado artificialmente pela periodicidade da rede. Inicialmente foram realizados estudos teóricos [49], e experimentais [50] [51] [52] em sistemas com modulação unidimensional. As primeiras notícias da fabricação e caracterização de super-redes de antipontos foram realizadas por M. L. Roukes e A. Scherer em 1989 [53] e independentemente por K. Ensslin e P. M. Petroff em 1990 [54]. Paralelamente, outros grupos [55] [56] [57], também de modo independente, relataram o estudo experimental desses sistemas.

Assim sendo, nos primeiros anos da década de 1990 iniciou-se a pesquisa experimental dos sistemas de super-redes de antipontos quânticos em heteroestruturas contendo o gás bidimensional de elétrons (2DEG). Os trabalhos iniciais buscavam na observação experimental possíveis manifestações de autosimilaridade na estrutura de bandas de energia exibida pelos estados quânticos desses sistemas. O modelamento era baseado na dinâmica de partículas carregadas, se locomovendo através de potenciais periódicos bidimensionais, gerados artificialmente na prática, na presença de campos magnéticos muito intensos, aplicados de modo perpendicular ao plano do gás bidimensional. Os primeiros resultados não permitiram uma observação tangível da autosimilaridade apresentada pela estrutura de bandas desses sistemas. No entanto, essas pesquisas iniciais propiciaram a observação de outros fenômenos, não menos importantes, tais como um aumento apreciável da resistência longitudinal na região de campo magnético fraco [54], o aparecimento de

oscilações ou picos nas medidas de magnetoresistência, o surgimento de resistência longitudinal negativa para determinados valores do campo magnético aplicado e o abafamento ou “quenching” do efeito Hall [56].

A observação desses novos fenômenos tornou ainda mais propício o desenvolvimento das pesquisas. Assim, em 1991 J. Wagenhuber e colaboradores [58] apresentaram um estudo complementar àquele realizado por D. Hofstadter. De acordo com esse estudo nas super-redes de antipontos, o período era muito maior do que o comprimento de onda de Fermi dos elétrons do gás 2D, portanto, a dinâmica do pacote de onda aproximava-se do limite clássico. Nessa situação, o sistema exibe um comportamento caótico provocado pelo acoplamento não integrável entre o campo magnético e os dois graus de liberdade. Os pesquisadores também sugeriram a relevância de aplicar a teoria de Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM), para a explicação dos fenômenos observados. Desta forma as super-redes de antipontos, com períodos de rede muito maiores do que o comprimento de onda de Fermi dos elétrons, passaram a ser considerados como cristais bidimensionais artificiais com dinâmica semi clássica, onde os elétrons são considerados como bilhares magnéticos com movimento clássico e caótico.

O comportamento dos elétrons neste tipo de super-redes de antipontos está estreitamente relacionado com o movimento de partículas em um sistema conhecido na literatura científica como o bilhar de Sinai [59]. O bilhar de Sinai é um modelo teórico proposto por Ya. G. Sinai em 1987, para o estudo da dinâmica clássica caótica e suas manifestações nos espectros quânticos.

Os sistemas de super-redes de antipontos têm sido objeto de intensivos estudos nos últimos dez anos [60, 61, 62, 63, 64, 65, 66]. Esses estudos tem propiciado a explicação de muitos fenômenos observados na experiência, no entanto, alguns deles não foram totalmente entendidos. Do ponto de vista teórico, foram realizadas tanto simulações computacionais para o caso semi clássico, incluindo o complexo movimento caótico, e como cálculos mecânico quânticos. Essas duas aproximações teóricas reproduzem as características básicas observados nos resultados experimentais, no entanto, permanece a incerteza sobre como as trajetórias clássicas, as quais servem de base à descrição semi clássica, se encaixam na descrição quântica.

3.1.1 Descrição do sistema

As super-redes de antipontos são encontradas na literatura científica com o nome de super-redes ou redes de “antidots”. Elas são, essencialmente, um arranjo periódico e padronizado de buracos mecânicos com forma aproximadamente cilíndrica e diâmetro microscópico, realizados por processos combinados de litografia eletrônica e ataque químico (“etching”). O padrão de forma dos antipontos é transferido de modo transversal à superfície das heteroestruturas compostas de múltiplas camadas de materiais semicondutores cristalinos, as quais contém o gás bidimensional de elétrons (2DEG) em uma de suas interfaces.

O processo de gravação dos antipontos é realizado até uma profundidade determinada, a qual permita alcançar a interface, onde está o 2DEG. A gravação dos buracos retira o material das diferentes camadas semicondutoras, gerando estados superficiais carregados negativamente. A presença desses estados superficiais eleva o perfil da banda de condução entorno de cada um dos antipontos, produzindo um potencial espalhador rodeado por uma região de depleção a qual pode ser reduzida por iluminação. Esse fato, além de motivar o nome de antipontos, produz também uma modulação periódica do potencial eletrostático através do qual estão se locomovendo os elétrons da banda de condução à energia de Fermi.

Dependendo da profundidade de gravação, a modulação do potencial eletrostático pode ser fraca ou forte. A modulação fraca acontece quando a profundidade de penetração do ataque químico atinge levemente a camada do gás bidimensional de elétrons sem atravessá-lo já, no caso da modulação forte a profundidade de penetração dos antidots ultrapassa amplamente a região do gás bidimensional de elétrons penetrando bem no interior da camada do *GaAs*.

As redes periódicas de antipontos são a realização experimental na Física do Estado Sólido, do modelo teórico do bilhar de Sinai, o qual, possivelmente, é o sistema, estritamente mecânico, mais simples com resistência ôhmica finita não nula. Os elétrons são considerados como partículas mecânicas pontuais, que estão se deslocando em uma rede periódica de centros espalhadores com formas de discos estritamente bidimensionais. As trajetórias de cada uma das partículas espalhadas assemelha-se (em um sentido estatístico) ao fenômeno do caminho aleatório.

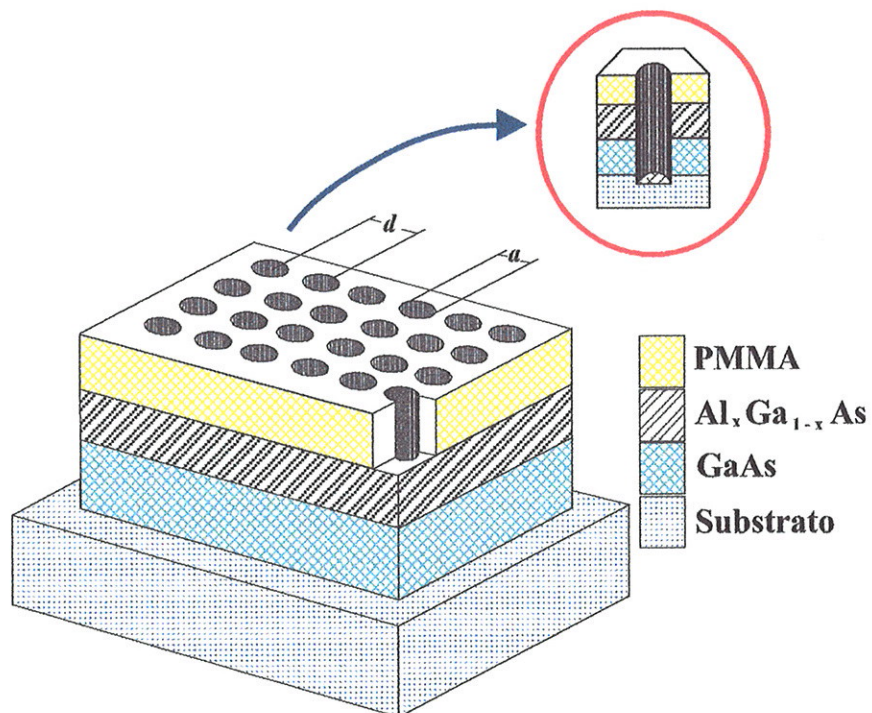


Figura 3.1: Diagrama esquemático de uma heteroestrutura de AlGaAs-GaAs mostrando o detalhe da profundidade de penetração dos antipontos quânticos através do 2DEG.

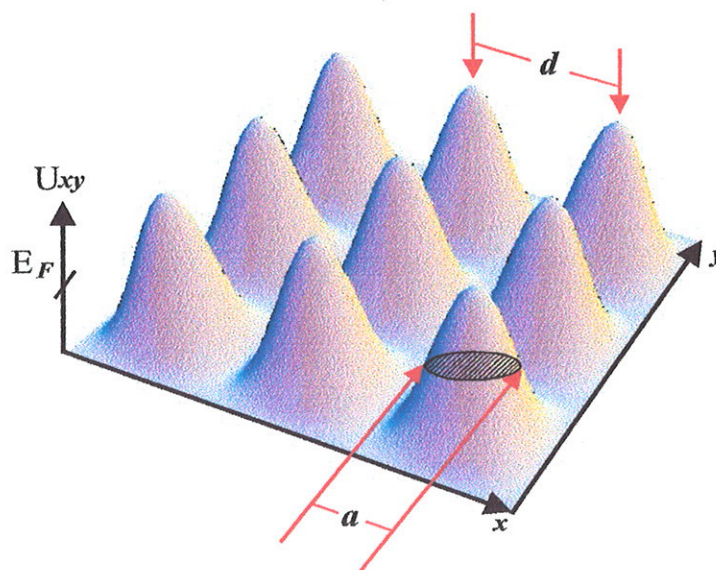


Figura 3.2: Diagrama esquemático mostrando o efeito de modulação do potencial eletrostático devido à presença dos antipontos quânticos.

Nas redes de antipontos a dinâmica dos elétrons é bidimensional, independente e clássica, quando a constante de rede (a), é maior do que o comprimento de onda de Fermi dos elétrons (λ_F). A dinâmica destes sistemas é conservativa ou Hamiltoniana, com manifestações de alta sensibilidade às condições iniciais, podendo o sistema apresentar a coexistência de trajetórias regulares e caóticas. A evolução das modernas técnicas de crescimento epitaxial permitem que o transporte dos elétrons nestes sistemas seja estudado dentro do regimen do transporte balístico. Isso implica que o livre caminho médio dos elétrons (λ_e) é muito maior ($\approx 2 - 20\mu m$) quando comparado com o período entre antipontos (a). A estrutura de bandas destes sistemas está diretamente relacionada com a dinâmica das trajetórias eletrônicas, podendo eventualmente apresentar auto similaridade. Porém, para constantes de rede significativamente maiores do que o comprimento de onda de Fermi, a estrutura de bandas do sistema, que está estreitamente ligada ao movimento dos elétrons no potencial periódico, não pode ser resolvida na experiência [4].

3.2 Processo de fabricação das super-redes de antipontos 2D

O primeiro passo para a realização de uma rede artificial de antipontos é o crescimento das amostras. Heteroestruturas semicondutoras cristalinas contendo o 2DEG confinado em camadas de inversão, poços quadrados ou parabólicos, podem ser empregadas. O procedimento de fabricação das super-redes de antipontos pode ser descrito nas seguintes etapas:

3.2.1 Deposição da camada fotoresistiva

Após o crescimento das amostras, é necessária a elaboração de uma barra Hall em cada uma de elas para otimizar as medidas de magnetotransporte. Para isso, é necessária a deposição de uma camada muito fina de uma resina fotoresistiva sobre a superfície das amostras. Antes da deposição é realizada uma limpeza apropriada das amostras para retirar possíveis resíduos de gordura e outras impurezas provenientes do meio externo. A limpeza é realizada colocando as amostras em um vaso de precipitado contendo acetona sobre um aquecedor elétrico. Com o aquecimento lento a acetona começa a evaporar,

arrastando os resíduos de gordura.

Após o processo de aquecimento, as mostras são colocadas em um outro vaso de precipitado contendo álcool isopropílico e, finalmente, as amostras são retiradas e secadas com um jato leve de gás nitrogênio. Após o processo de limpeza, a amostra está pronta para a gravação da barra Hall. A primeira parte desse processo consiste na deposição uniforme de uma camada de resina fotosensível (“Photoresist” AZ1350J-KODAK “diazquinone/phenol”) sobre a superfície da amostra. O “Photoresist” é uma resina que perde a sua resistência ao ataque químico (“etching”) quando é exposta à radiação eletromagnética de comprimento de onda curto UV (ultra violeta). Para a deposição da camada de “Photoresist”, empregam-se um equipamento chamado de “spinner”, o qual é basicamente um suporte giratório (com velocidade de rotação de até 6000 rpm) onde são colocadas as amostras. Elas ficam presas na superfície do suporte, devido à sucção provocada por uma bomba de vácuo através de um capilar, como está mostrado na parte 1 e 2 da figura 3.3. Quando a amostra está girando a resina fotosensível é espalhada sobre a amostra com um conta gotas. O efeito de rotação rápida realiza uma distribuição uniforme sobre a superfície obtendo-se camadas da ordem de $100\ \mu\text{m}$ de espessura. Como alternativa, é possível empregar o polímero polimetil-metacrilato (PMMA) como resina fotosensível.

Após o processo de deposição do “Photoresist”, a amostra é colocada em um forno elétrico por aproximadamente 15 minutos em temperatura de 80°C , para fixar a resina sobre a superfície da amostra (parte 3 da figura 3.3). Depois a amostra é retirada do forno e colocada em um suporte apropriado para o processo de gravação da máscara. A máscara é um filme opaco que contém na parte central o desenho transparente e em tamanho real do negativo do formato da barra Hall (o entorno do desenho é totalmente opaco à radiação). Esta máscara é colocada diretamente sobre a superfície da amostra e fixada cuidadosamente para evitar possíveis vibrações. Logo após a fixação da máscara sobre a amostra, é o momento de incidir-lhe uma radiação eletromagnética com frequência no ultravioleta, com uma potência de aproximadamente $9.0\ \text{mW}/\text{cm}^2$. Desta forma a luz penetrará na máscara através do padrão transparente da barra de Hall e atingirá a camada fotosensível, fazendo com que a parte irradiada perca a suas propriedades de resistência ao ataque químico. O processo de exposição é realizado por 1 minuto, e produz a polimerização das regiões expostas.

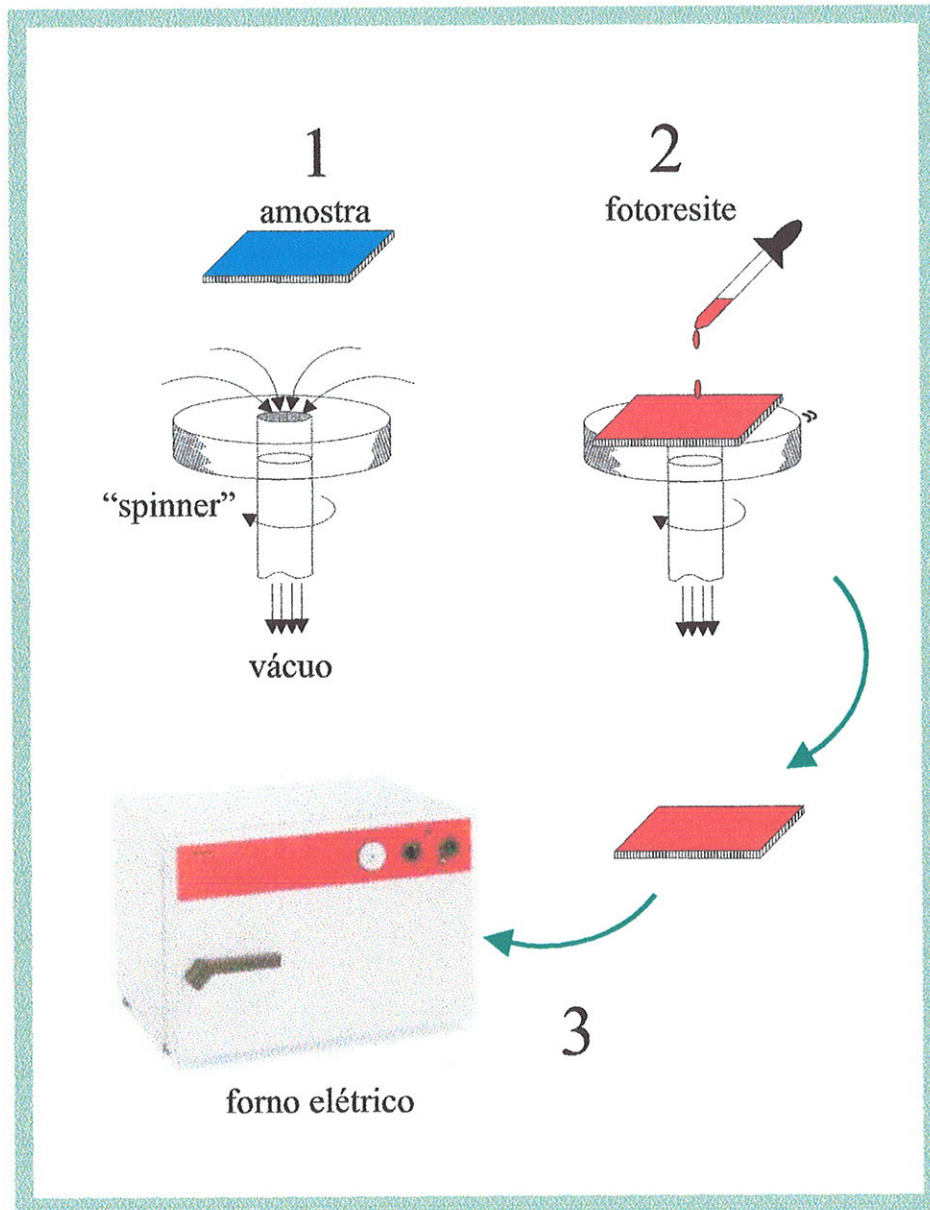


Figura 3.3: Primeira parte do procedimento empregado para a gravação de barras de Hall nas amostras contendo $0\ 2\text{DEG}$. As três etapas compreendem a deposição da camada de "photoresist" e o "baking" ou processo de fixação da resina sobre a superfície.

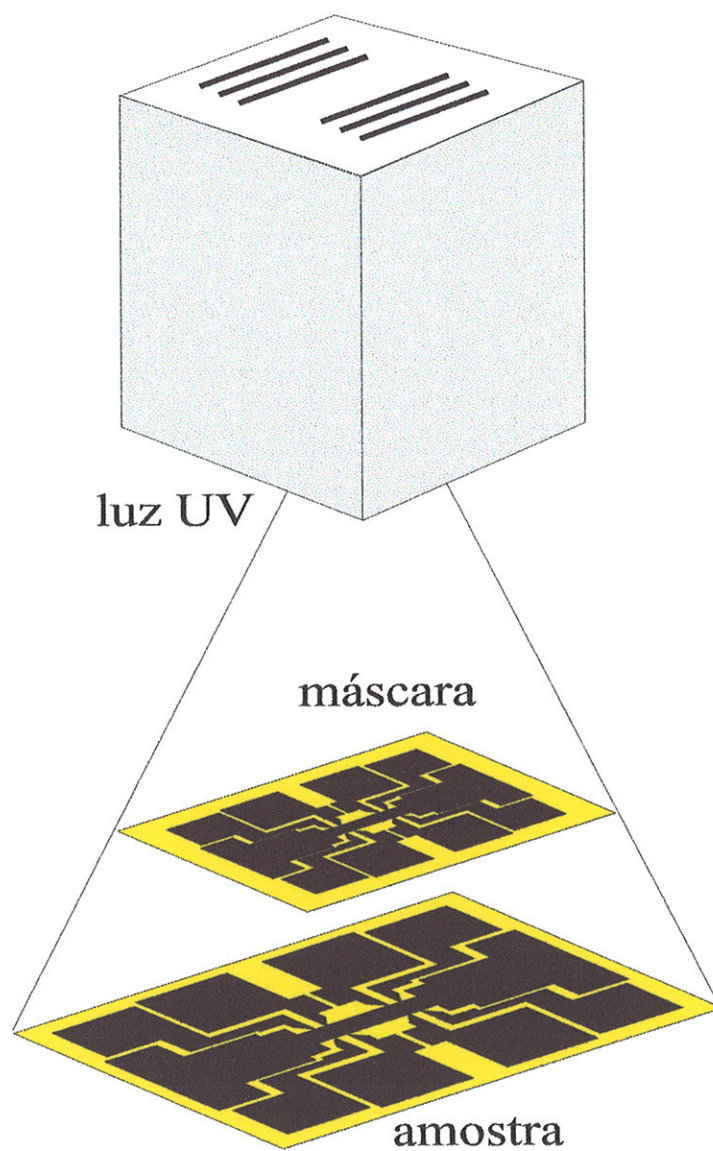


Figura 3.4: Processo de polimerização da região correspondente ao negativo do padrão da barra Hall.

3.2.2 Gravação do padrão da super-rede de antipontos

Após da gravação do formato da barra Hall procede-se à gravação do padrão da super-rede de antipontos. O arranjo de antipontos pode ser retângular ou quadrado e deverá estar localizado em um dos extremos do canal de corrente na barra Hall. Para a gravação do padrão da rede de antipontos, sobre a superfície da camada fotosensível comumente, emprega-se a litografia por feixe eletrônico. O processo consiste na aplicação de um feixe de elétrons de alta resolução o qual pode definir qualquer tipo de formato de antiponto sobre a superfície da camada fotosensível. A energia dos elétrons é aproximadamente da ordem de 50 keV concentrados em um feixe de aproximadamente 150 \AA de diâmetro, o que torna possível a gravação de motivos com tamanhos da ordem de $\sim 0.02 \mu\text{m}$ [56].

Para este estudo foram empregados antipontos com forte modulação eletrostática, portanto, para a elaboração de super-redes com essas características é necessário gravar o padrão da rede através da camada fotosensível, até o nível do gás de elétrons. Para este processo são, empregados comumente dois métodos de gravação : o “wet etching” e o “dry etching”.

O “wet etching”

Esta é uma técnica simples que consiste na gravação das camadas de $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}$ através da camada fotosensível por processo de ataque químico, portanto, são necessários um contenedor para a solução líquida e o material a ser dissolvido. As soluções empregadas são escolhidas de acordo com as velocidades de ataque e dos materiais a serem atacados. Para o GaAs pode ser empregada a solução de hidróxido de amônia em peróxido de hidrogênio e água ($\text{NH}_4\text{OH}/\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$) na proporção 1:1:100, de acordo com a referência [67]. A técnica do “wet etching” tem algumas desvantagens em materiais que apresentam certa anisotropia ao ataque químico, evitando um controle preciso do processo.

O “dry etching”

Com este tipo de processo é possível obter tanto um baixo índice de corrosão nas amostras como um controle preciso da profundidade do ataque. São utilizadas as propriedades reativas de fases gasosas em plasmas para a realização da gravação do padrão dos antipontos; normalmente esse plasma contém o tetracloreto de silício SiCl_4 como elemento

base. O ataque por plasma é alternativamente composto por um processo de “sputtering”, uma reação química ou uma combinação das duas. O processo do “sputtering” é dominado pela aceleração de íons energéticos formados no plasma contra a superfície das amostras. As energias típicas dos íons são aproximadamente $> 200\text{eV}$. Parte do material é ejetado da superfície devido à transferência de energia e momento à superfície.

3.2.3 Gravação da barra Hall

Após o processo de iluminação com luz ultravioleta, retira-se a máscara e coloca-se a amostra em um vaso de precipitado (“becker”) com uma solução de monocloro-benzeno, material que realiza a fixação dos contornos do padrão gravado na resina fotosensível (definição das bordas). Logo após esse processo, que leva aproximadamente 3 minutos, retira-se a amostra e secando-a com um jato leve de gás nitrogênio. Em seguida, a amostra é introduzida a amostra em um outro vaso com o líquido revelador. A amostra é pressa em uma pinça apropriada para ser deslocada suavemente dentro do vaso, até visualizar-se, com boa definição, o padrão da barra de Hall. Finalmente, a amostra é colocada em um terceiro vaso contendo água para neutralização da solução reveladora, secando-a com gás nitrogênio.

A figura 3.5 mostra um esquema resumido em quatro passos do processo de gravação da barra Hall e da super-rede de antipontos em uma amostra semicondutora cristalina. Na parte (1) está a amostra coberta com uma fina camada de resina fotosensível. Na parte (2), a parte amarela representa o padrão da barra Hall na parte da amostra que não perdeu as propriedades de resistência ao ataque químico. A parte (3) mostra o padrão da barra Hall transferido através das camadas da heteroestrutura pelo ataque químico. Finalmente, na parte (4) mostra-se a super-rede de antipontos gravada por litografia de feixe eletrônico.

3.3 Amostras empregadas no presente estudo

Para este estudo da dinâmica eletrônica em sistemas contendo super-redes de antipontos foram fabricadas amostras cristalinas semicondutoras contendo gases bidimensionais e tridimensionais de elétrons. Todas as amostras empregadas neste presente trabalho foram

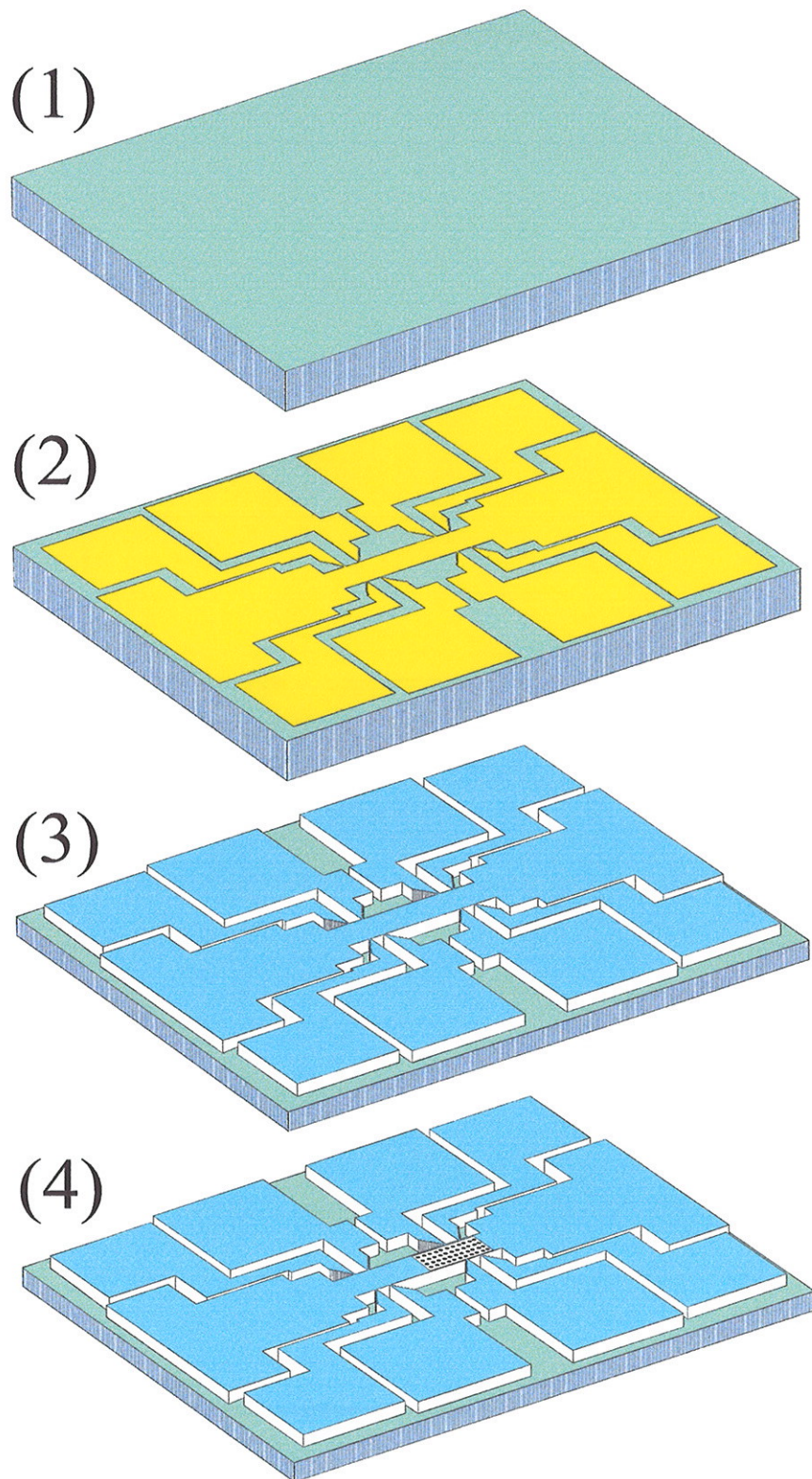


Figura 3.5: Diagrama esquemático do processo de gravação das super-redes de antipontos em amostras contendo uma barra de Hall. (1) amostra sem tratamento, (2) gravação do formato da barra, (3) transferência do padrão da barra, obtida pelo “wet etching”, (4) gravação da super-rede de antipontos por litografia de feixe eletrônico e “dry etching”.

crescidas nos laboratórios do Institute of Semiconductor Physics, Novosibirsk, Russia, através da colaboração do Prof. A. I. Toropov.

O crescimento das amostras contendo o gás bidimensional de elétrons de alta mobilidade teve por objetivo a posterior fabricação de super-redes de antipontos com padrão circular, com diferentes períodos, para o estudo dos efeitos do campo magnético paralelo sobre as estruturas da magnetoresistência observadas nesses sistemas, na presença de campo magnético perpendicular.

Nesta proposta, o objetivo do crescimento das heteroestruturas semicondutoras contendo poços quânticos parabólicos foi a posterior fabricação de super-redes de antipontos tridimensionais, também com diferentes períodos, para o estudo da dinâmica eletrônica em nesses sistemas.

Neste capítulo, apenas será realizada a descrição das heteroestruturas cristalinas semicondutoras baseadas na junção $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, as quais contêm o gás bidimensional de elétrons. A descrição dos poços quânticos parabólicos será feita no capítulo cinco.

3.3.1 Heteroestruturas contendo o gás bidimensional de elétrons

Para a posterior construção das super-redes de antipontos bidimensionais foram crescidas quatro heteroestruturas cristalinas semicondutoras com a seguinte configuração : sobre um substrato semi-isolante de $GaAs$ foi depositada uma camada "buffer" de 1000 Å de $GaAs$, seguida por uma super-rede com 20 períodos de $(AlAs)_5(GaAs)_{10}$, onde 5 e 10 indicam o número de mono camadas de cada semicondutor, logo, foi novamente crescida uma camada de 9000 Å de $GaAs$ seguida por 3 mono camadas de $AlAs$, e 800 Å de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ dopado com Si . Finalmente foi crescida uma camada de 100 Å de $GaAs$ dopada com Si .

Em cada uma dessas quatro amostras foram gravadas barras de Hall com dez contactos cada. A largura do canal de corrente é de 50 μm , o espaçamento entre contatos de voltagem é de 100 μm , a superfície de cada amostra ocupa uma área de aproximadamente 9 mm^2 . Em cada barra Hall foi gravada uma super-rede retangular de antipontos de 50 Å \times 100 Å com padrão circular. As periodicidades escolhidas para cada uma das amostras deste estudo são: $a = 0.5 \mu m$, 1.0 μm , 1.5 μm e 2.0 μm .

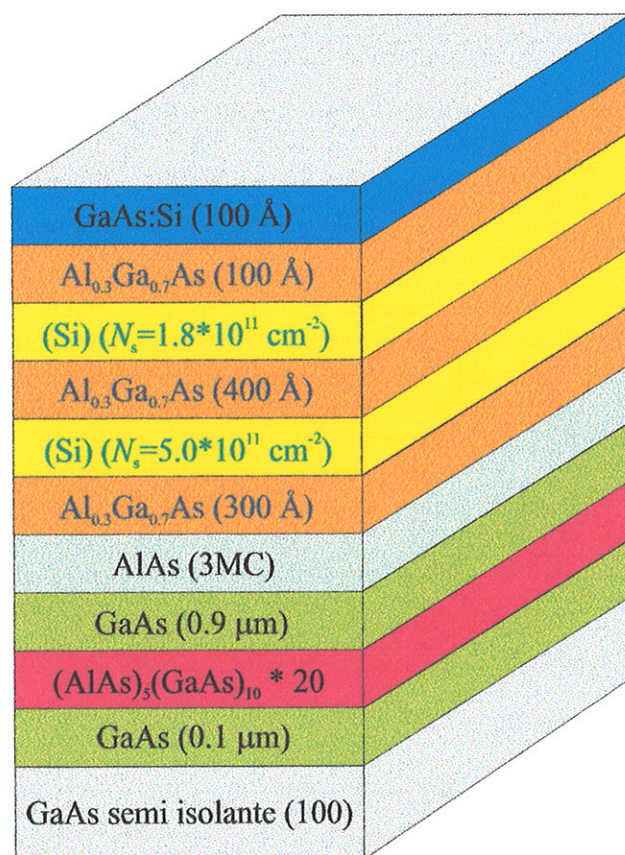


Figura 3.6: Representação esquemática da estrutura de camadas de uma junção AlGaAs/GaAs contendo o gás bidimensional de elétrons.

3.4 Caraterização das super-redes de antipontos 2D

3.4.1 Introdução

Experimentalmente, o transporte nas super-redes de antipontos é caracterizado através das medidas de magnetoresistência ρ_{xx} (resistência longitudinal) e resistência de Hall ρ_{xy} (resistência transversal). As medidas de magnetotransporte em redes de antipontos envolvem a presença de um campo magnético uniforme perpendicular ao plano de movimento dos elétrons, o que se apresenta como uma modificação geométrica natural ao modelo do “billiard” de Sinai. Desta forma os elétrons, ao invés de se moverem em trajetórias retas entre duas colisões, vão se mover em círculos de raio $R_c = m^* v_F / eB$, onde m^* é a massa efetiva, e a carga do elétron, v_F a velocidade de Fermi destas partículas e B o módulo do campo magnético.

As medidas de magnetoresistência, realizadas em temperaturas menores à do hélio líquido (4.2 K) nas super-redes de antipontos bidimensionais, com forma circular, apresentam um aumento considerável da resistividade em relação à região da amostra sem antipontos; além das oscilações perfeitamente definidas da amplitude na região de campos baixos ($B < 1 T$). Estas estruturas são conhecidas na literatura científica como oscilações de comensurabilidade e o seu surgimento é atribuído ao fato de que, em relação a determinados valores do campo magnético, os elétrons estão se locomovendo em órbitas clássicas comensuráveis circundando um número específico de antipontos (órbitas localizadas), esperando-se um aumento da resistividade longitudinal em relação a estes valores do campo magnético.

Numa outra interpretação, as oscilações de comensurabilidade são provocadas por trajetórias fugitivas que pulam de antiponto em antiponto sob uma condição de ressonância que acontece quando o diâmetro do ciclotron é comensurável com o período da super-rede, produzindo um aumento da condutividade longitudinal e, portanto, da magnetoresistência, pois ambas são proporcionais. Fleischmann, Geisel, e Ketzmerick [68], através da realização de simulações computacionais, demonstraram que as oscilações de comensurabilidade são principalmente produzidas pela função de correlação de movimento caótico não perturbado, o qual reflete a presença de ressonâncias não lineares. De acordo com esta teoria, as trajetórias caóticas presas temporariamente na vizinhança das ilhas de es-

tabilidade, em valores comensuráveis de B , são as responsáveis pela contribuição principal aos picos de comensurabilidade.

Além das oscilações de comensurabilidade nas medidas experimentais de magnetoresistência, é também observada uma região com uma forte diminuição na resistência longitudinal. Este fenômeno também conhecido como magnetoresistência negativa, é causado pelo incremento do número de órbitas localizadas com o aumento da intensidade do campo magnético. O fenômeno de localização retira do transporte uma quantidade considerável de elétrons, provocando a diminuição na resistividade longitudinal.

3.4.2 Equipamento utilizado

Facilidades do LNMS

Para a realização das medidas de caracterização por magnetotransporte foram empregadas as facilidades presentes no LNMS. O equipamento principal consiste nos seguintes elementos:

- Um pre-amplificador da voltagem diferencial modelo *EGG* 5186 Princeton Applied Research. Este equipamento é utilizado para realizar o primeiro estágio de amplificação dos sinais de tensão provenientes dos contatos de voltagem longitudinal V_{xx} e transversal V_{xy} .
- Um amplificador "lock-in" modelo *EGG* 5210 Princeton Applied Research. Este equipamento recebe o sinal do pre-amplificador e continua o processo de amplificação e rejeição de ruídos eletromagnéticos indesejados. Simultaneamente também é utilizado para aplicar uma corrente I_{SD} alternada da ordem de 1 V às amostras.
- Um multímetro programable modelo Hewlett Packard 34401A. Envia o sinal de voltagem amplificado ao computador.
- Uma fonte de corrente programable modelo Keithley 224. Está conectada a um diodo emissor de luz para a iluminação das amostras.
- Um sistema magnético supercondutor modelo Oxford com sistema VTI (Variable Temperatura Insert). Fornece campos magnéticos de até 17 T em temperaturas da ordem de 1.5 K .

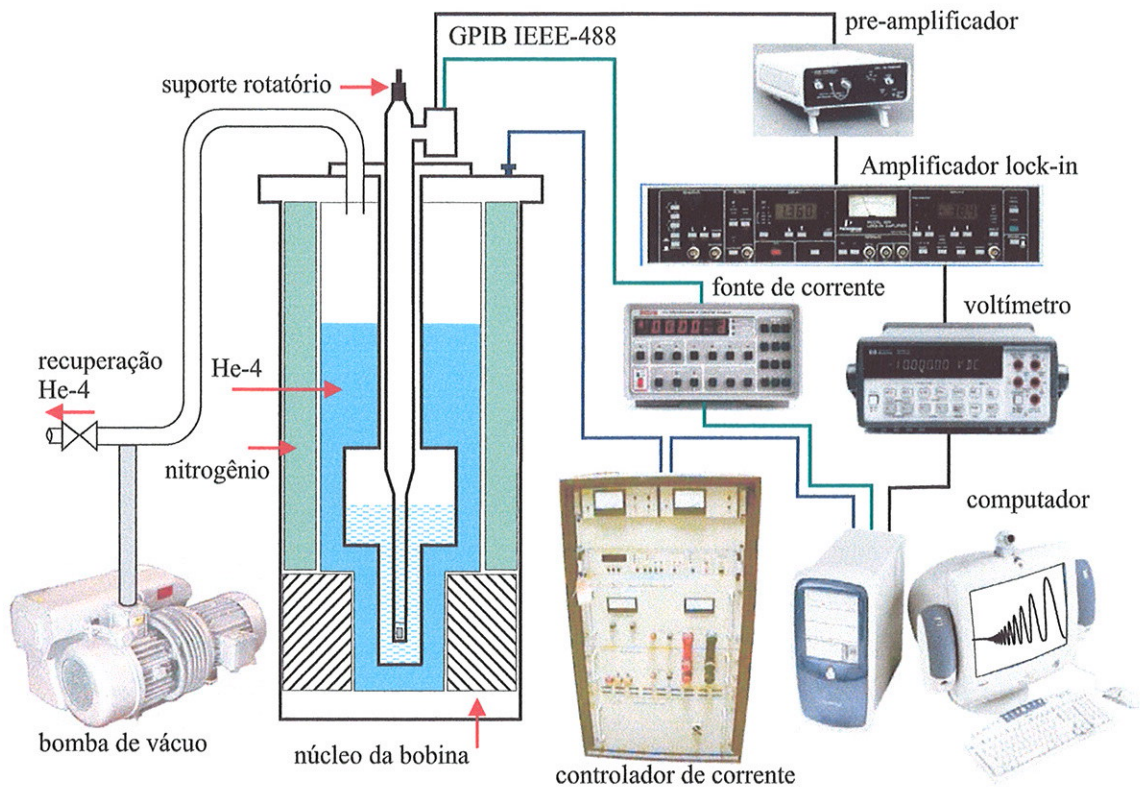


Figura 3.7: Representação esquemática do equipamento experimental empregado na caracterização experimental por magnetotransporte.

- Uma fonte de corrente programável para a bobina supercondutora modelo Oxford IPS120-10.
- Um controlador de temperatura programável para o sistema VTI modelo Oxford ITC-503.
- Um controlador de nível de hélio-4 e nitrogênio modelo Oxford ILM-211.
- Um computador para controle de processos e aquisição de dados.

O sistema magnético supercondutor possibilita a obtenção de campos magnéticos da ordem de 17 Teslas em temperaturas da ordem de 1.5 K. A figura 3.7 mostra um esquema com a disposição dos principais instrumentos e equipamentos empregados no processo de caracterização .

O processo de controle automático dos equipamentos e a aquisição numérica de dados experimentais foi realizado através de um programa computacional e de um computa-

dor. Para a comunicação digital entre os instrumentos e equipamentos foi empregado o "bus" GPIB-IEEE-488.

Para a realização das medidas de magnetotransporte em campo magnético inclinado foi realizada a construção de um porta amostras com suporte rotatório. O aparelho desenhado para esta pesquisa foi fabricado com o apoio dos técnicos do LNMS. A construção permitiu a realização de medidas com diferentes ângulos de inclinação entre o campo magnético e a normal à superfície das amostras. A figura 3.8 mostra na parte superior um diagrama esquemático do sistema de engrenagens acoplados à mesa giratória sobre a qual são colocadas as amostras. Na parte inferior da figura 3.8 é mostrada uma fotografia do sistema incluindo uma amostra e o diodo emissor de luz empregado para iluminar as amostras no interior do sistema magnético supercondutor.

O suporte rotatório, é constituído basicamente de uma plataforma de teflon de 10 x 13 cm de superfície. Esta plataforma serve de base para colocar as amostras e está atravessada por um eixo metálico que contém uma engrenagem num dos extremos. Essa engrenagem está acoplada a um parafuso sem fim, o qual vai permitir o controle remoto do ângulo de giro da plataforma de teflon. O controle remoto é importante porque o movimento da plataforma será controlado mecanicamente, desde o exterior do sistema magnético supercondutor.

O suporte rotatório está conectado com o exterior do sistema magnético supercondutor através de um tubo de PVC (poli-cloreto de vinila) de 2.5 cm de diâmetro. No interior do tubo encontra-se um arame metálico não magnético unido com o parafuso sem fim, o qual é controlado com um outro parafuso unido a uma escala graduada. O sistema de suporte para permite variar o ângulo de inclinação das amostras com uma precisão de 2.0 graus. A fiação elétrica permite também a iluminação das amostras no hélio líquido através do diodo emissor de luz.

Facilidades do GHMFL-CNRS

É importante salientar que uma parte importante das medidas de magnetotransporte descritas nesta tese foram realizadas através das facilidades fornecidas pelo High Magnetic Field Laboratory, Grenoble, França. No capítulo cinco serão mostrados os resultados de medidas experimentais relacionadas com o estudo da influência do campo magnético

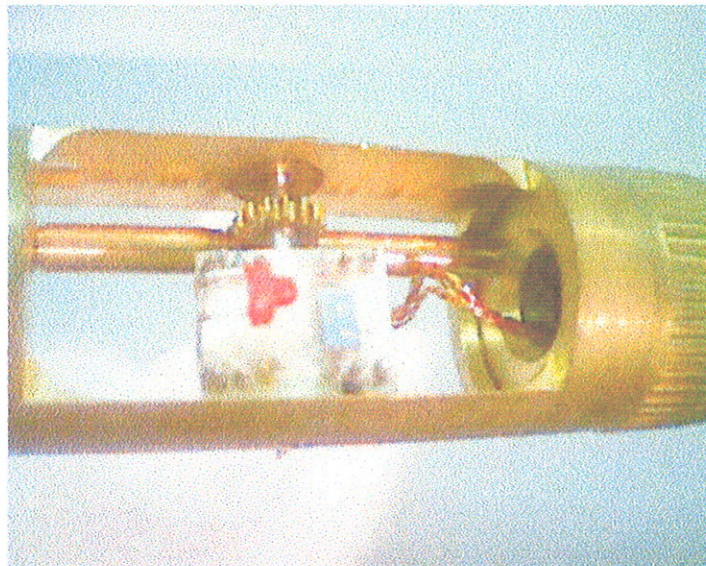
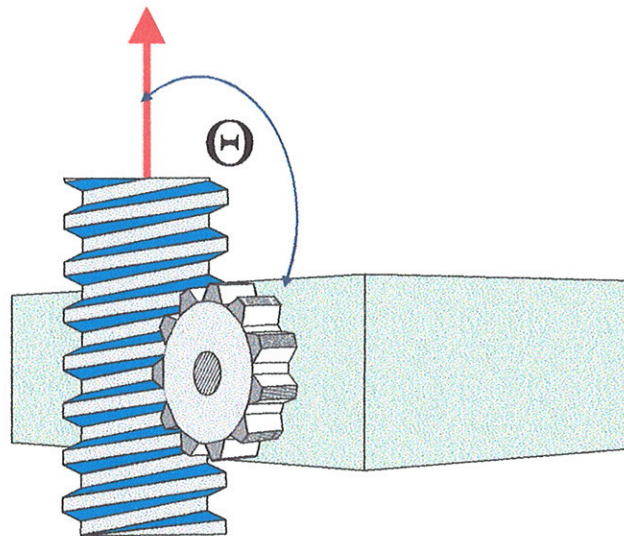


Figura 3.8: A fotografia mostra o extremo inferior do sistema de suporte rotatório para as amostras. Observa-se em primeiro plano a mesa de teflon, sobre a qual encontra-se uma heteroestrutura cristalina; observa-se também o diodo emissor de luz empregado para iluminação, os contatos elétricos e o sistema de engrenagens.

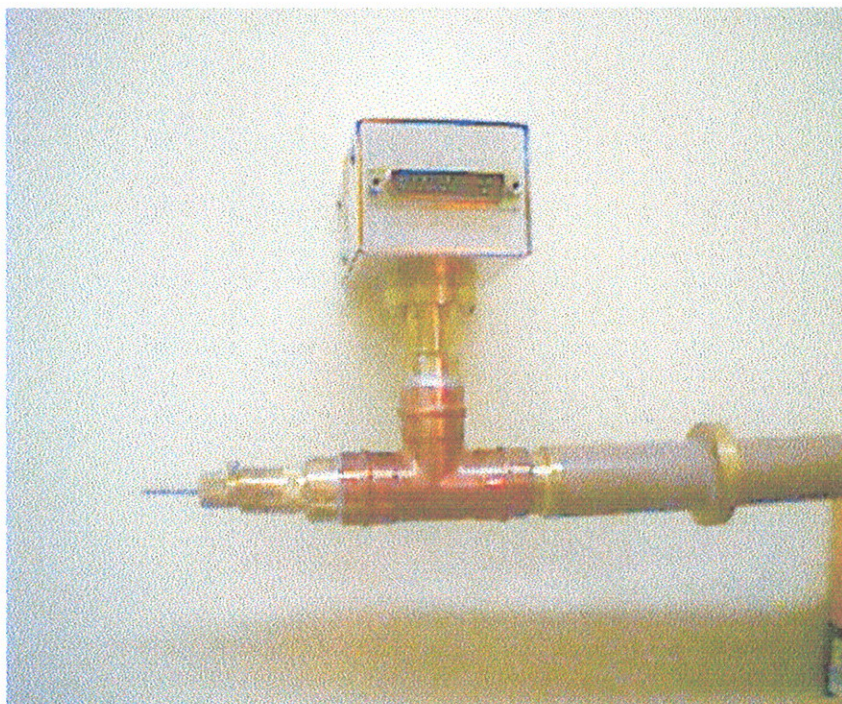


Figura 3.9: Detalhe da parte superior do sistema de suporte. Mostra-se a caixa de contatos e o parafuso com escala graduada para o controle do ângulo de giro.

paralelo, sob as oscilações de comensurabilidade em super-redes de antipontos bidimensionais. Para a realização, dessas medidas foi necessária a aplicação de campos magnéticos com intensidades de até 30 T.

Esse tipo de experimento foi possível através do emprego de magnetos resistivos. Esses magnetos resistivos são fabricados com solenoides de cobre em diferentes formatos polihelicoidais. Para a realização das medidas de transporte com campo magnético da ordem de 30 T, em uma bobina de 12 MW, é fornecida uma tensão da ordem de 400 V, com correntes da ordem de 30000 A. Esta corrente é fornecida às bobinas através de retificadores de potência com estabilidade da ordem de 10 ppm em um período de tempo de aproximadamente 10 minutos. A refrigeração dos magnetos é realizada através da circulação de água desionizada e desoxigenada com fluxos da ordem de $1000 \text{ m}^3/\text{h}$ em uma bobina de 20 MW.

Também foram realizadas algumas medidas com o sistema de refrigeração por diluição do GHMFL. O refrigerador por diluição pode atingir temperaturas da ordem de alguns mK acima do zero da escala de temperatura absoluta. O princípio desse sistema foi

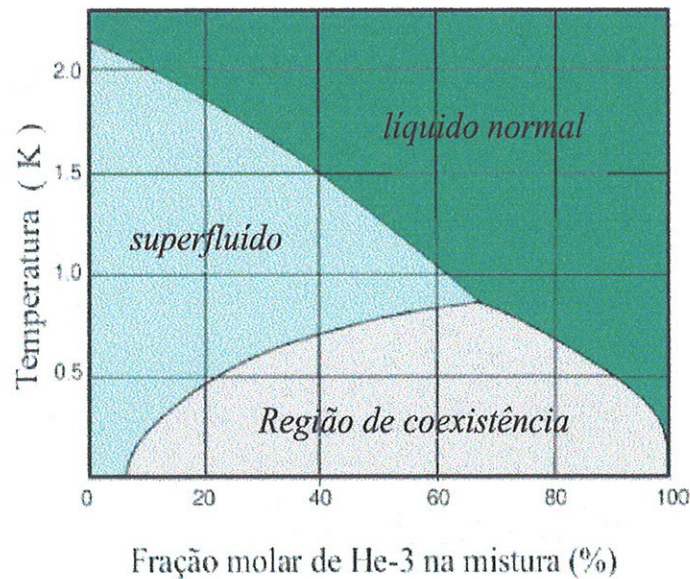


Figura 3.10: Diagrama de fase de uma mistura líquida de hélio em baixas temperaturas.

sugerido por F. London, em 1950, quando ficou evidente que a mistura líquida de dois isótopos de hélio ^3He e ^4He sofre uma transição de fase em temperaturas menores de 1K. A figura 3.10 mostra o diagrama de fase de uma mistura de hélio líquido. Demonstra-se que o esfriamento por diluição somente pode acontecer embaixo da mais alta temperatura da composição instável, o ponto tricrítico. A mistura pode tornar-se, um líquido normal, um líquido de Fermi, um superfluido ou uma combinação dos dois, dependendo da concentração média e da temperatura.

3.5 Medidas de magnetoresistência nas super-redes de antipontos 2D

Como foi explicado no início deste capítulo, foram fabricadas amostras contendo super-redes de antipontos bidimensionais com quatro periodicidades, $a = 0.5, 1.0, 1.5\mu\text{m}$, e $2.0\mu\text{m}$. Agora, serão apresentados as medidas de magnetoresistência comparativa das quatro amostras empregadas no estudo da influência do campo magnético paralelo sobre as super-redes de antipontos 2D.

As figuras 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14 mostram os resultados das medidas de magnetoresistência ρ_{xx} , realizadas na configuração de campo magnético perpendicular, em temperaturas entre 1.4 e 1.5 K, para as quatro amostras contendo super-redes de antipontos bidimensionais com diferentes periodicidades. Todas as quatro amostras são baseadas em junções de *AlGaAs/GaAs*. A figura 3.11 mostra duas medidas de magnetoresistência realizadas na mesma amostra em temperatura de 1.4 K. A linha azul indica o resultado da resistividade longitudinal ρ_{xx} realizada na região da amostra sem antipontos. Na região de campo baixo a curva apresenta um comportamento linear e logo em seguida aparecem as oscilações de Shubnikov-de Haas designadas por SdH. A linha vermelha representa a medida de magnetoresistência na região da amostra que contém a super-rede de antipontos circulares com periodicidade $a = 0.5 \mu m$.

Da comparação de ambas as figuras observa-se o aumento considerável da resistência longitudinal na região da amostra com antipontos em relação à região da amostra sem antipontos. Observa-se também o aparecimento de dois picos bastante proeminentes, sendo que o maior corresponde à condição de comensurabilidade $R_c = a/2$ e o outro à $R_c = 1.7a$. Para valores do campo magnético B maiores do que 1.5 T, as oscilações SdH apresentam uma coincidência de período e amplitude, indicando que, para valores grandes do campo magnético, a mobilidade intrínseca da amostra é preservada na região entre antipontos. O mesmo fenômeno pode ser observado em todas as amostras.

As figuras 3.12, 3.13 e 3.14 representam a mesma comparação de medidas descritas para a figura anterior mas, desta vez para as amostras com períodos $a = 1.0 \mu m$, $a = 1.5 \mu m$, e $a = 2.0 \mu m$, respectivamente. As amostras com períodos $a = 0.5 \mu m$ e $a = 1.0 \mu m$ apresentam somente dois picos de comensurabilidade, no entanto, as amostras com períodos maiores, $a = 1.5 \mu m$ e $a = 2.0 \mu m$, apresentam até quatro picos cada uma. Esse fenômeno está de acordo com o observado por outros pesquisadores [56] e deve-se ao fato de que, para maiores valores da razão do diâmetro dos antipontos à energia de Fermi, em relação ao período da super-rede d/a , o número de trajetórias regulares e localizadas é fortemente incrementado. No capítulo cinco, referente ao estudo da dinâmica do elétrons neste tipo de super-redes e sob a ação de campo magnético paralelo, serão apresentadas as posições dos picos e os parâmetros de transporte obtidos das medidas experimentais.

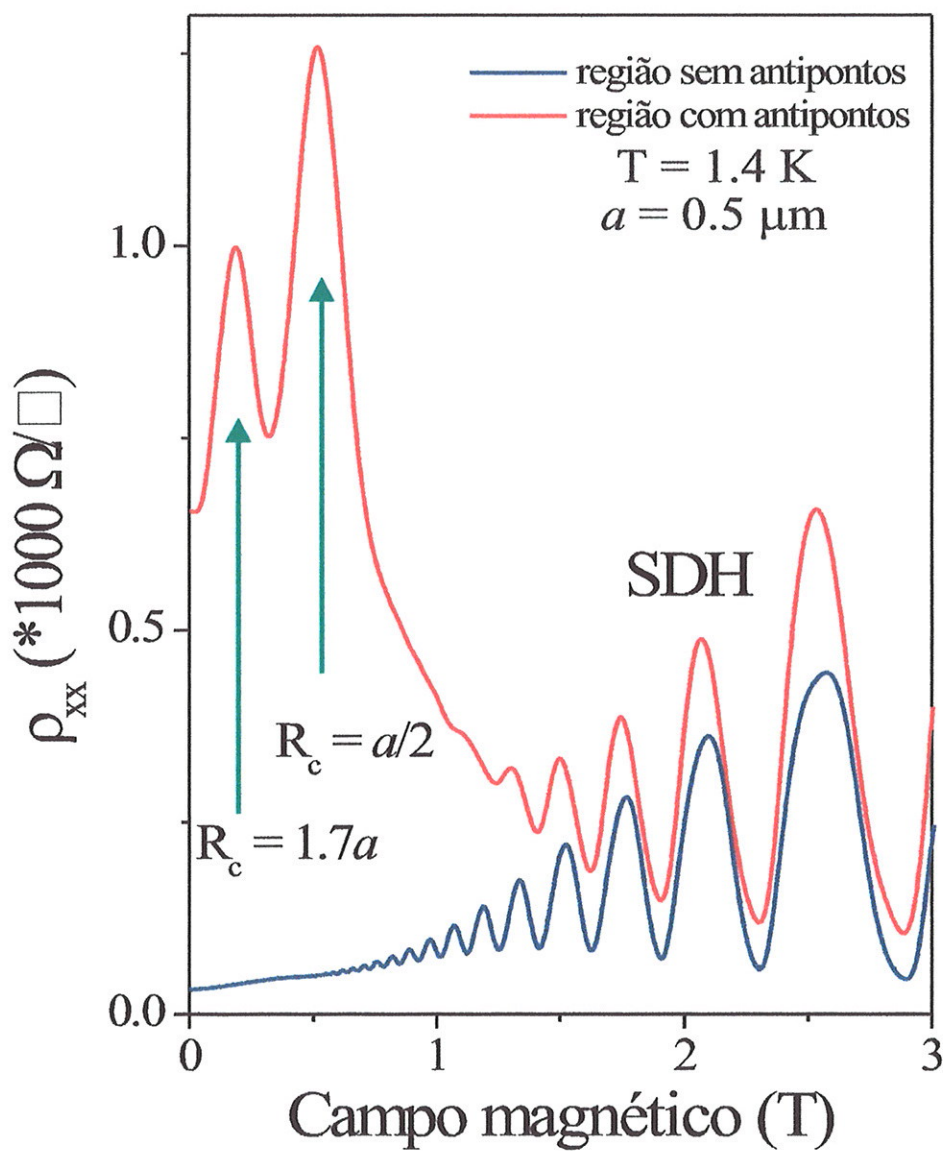


Figura 3.11: A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 0.5 \mu\text{m}$.

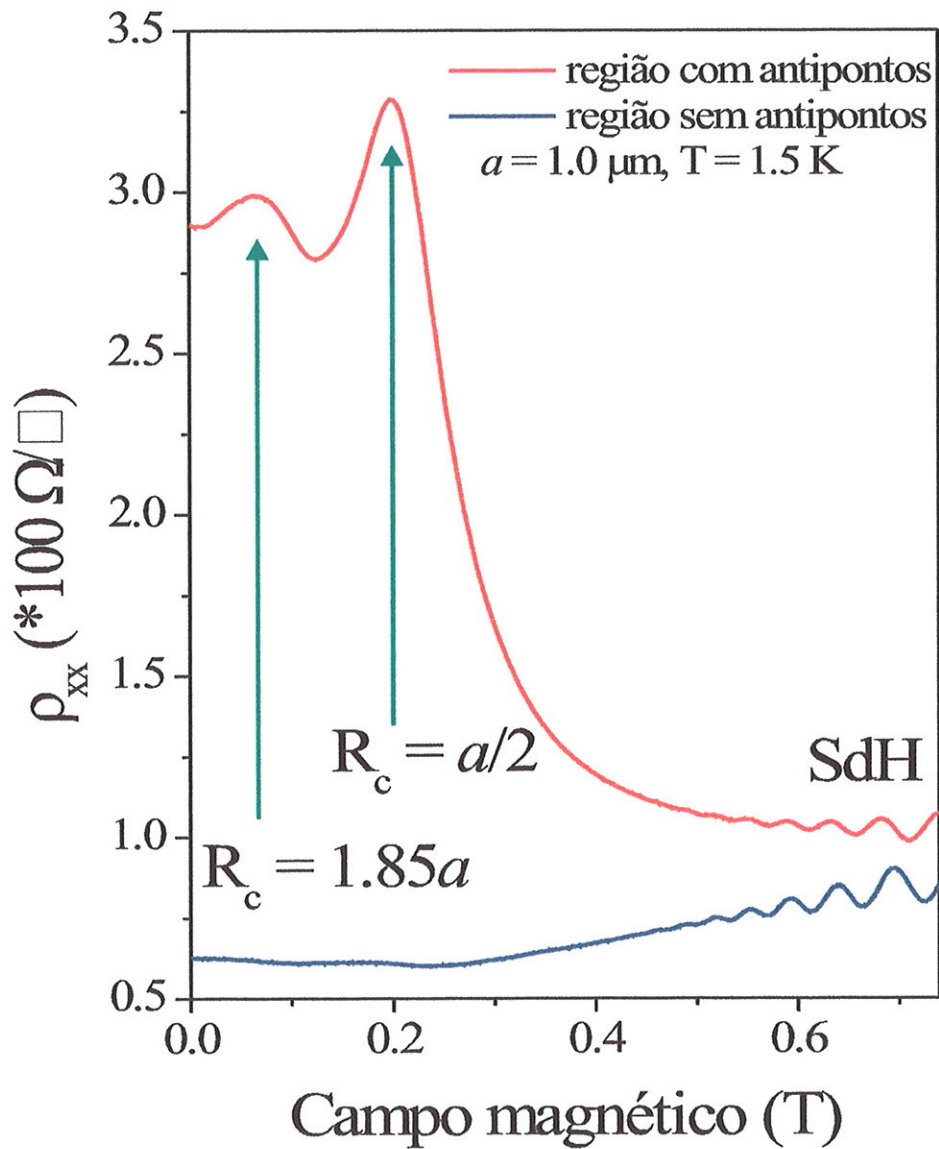


Figura 3.12: A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 1.0 \mu\text{m}$.

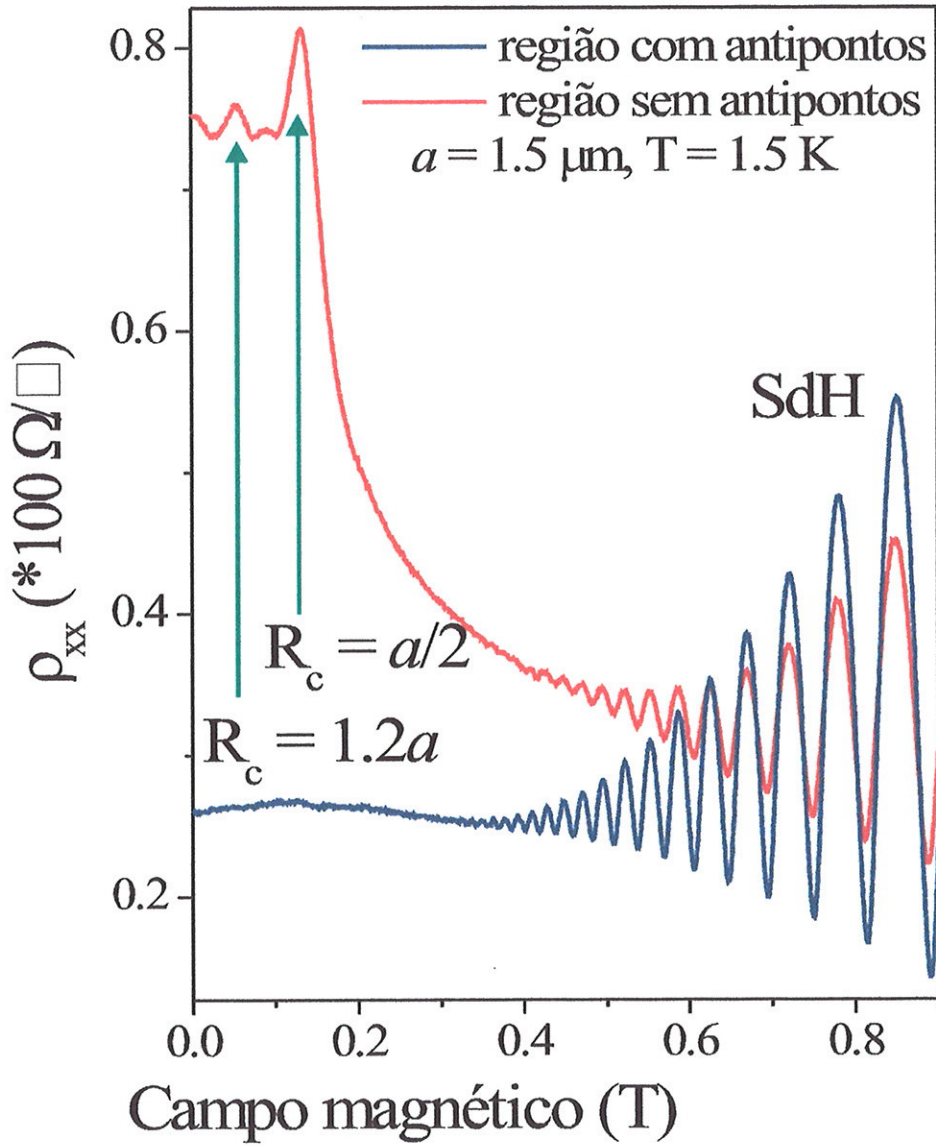


Figura 3.13: A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 1.5 \mu\text{m}$.

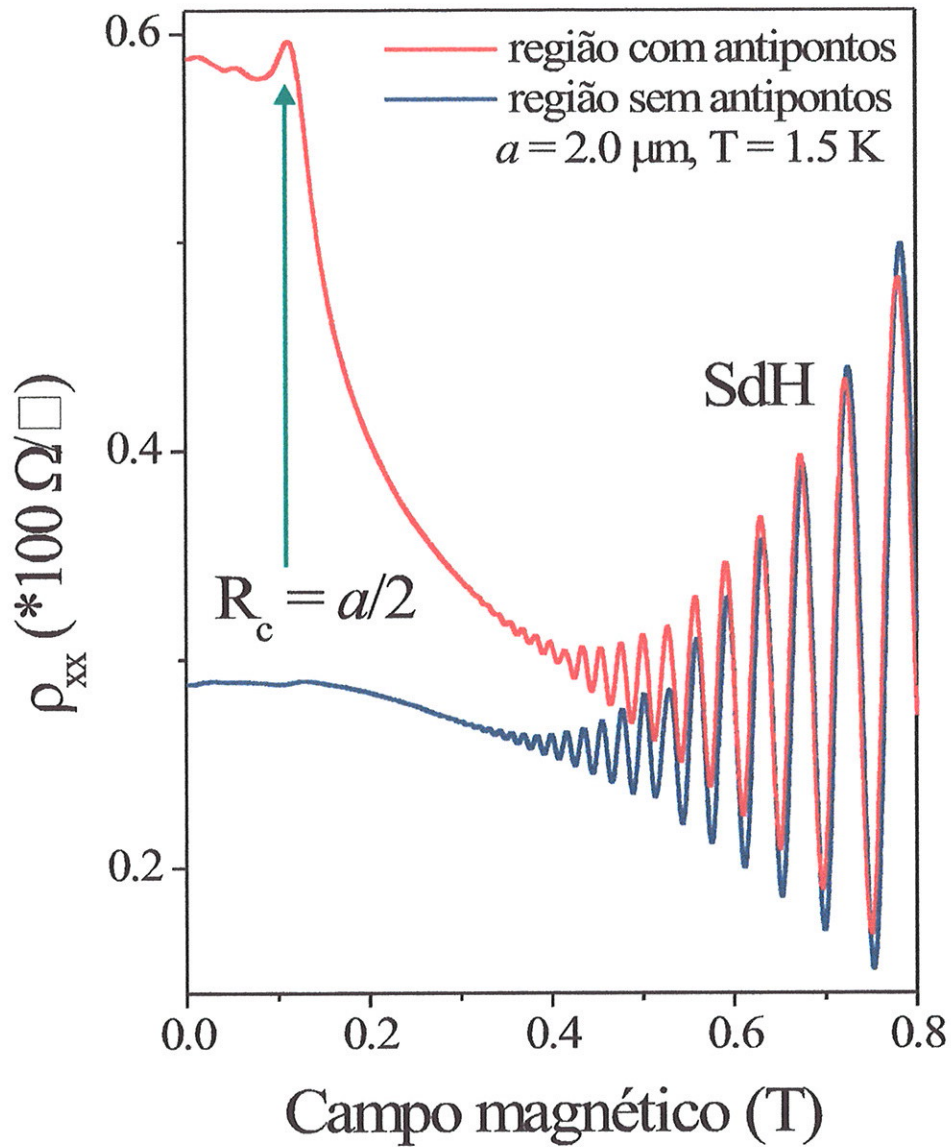


Figura 3.14: A figura mostra os resultados de duas medidas de resistência longitudinal em campo magnético perpendicular realizadas em temperatura de 1.5 K, para uma amostra de antipontos bidimensionais de período $a = 2.0 \mu\text{m}$.

3.6 Conclusões

Foi realizada uma descrição das propriedades físicas das super-redes de antipontos em sistemas cristalinos semicondutores contendo o gás bidimensional de elétrons. Dentro desta descrição foi realizada uma revisão resumida sobre os fatos que marcaram a descoberta desses sistemas, e sobre o atual estágio alcançado nas pesquisas. Também realizou-se a descrição detalhada dos processos de construção e caracterização das super-redes de antipontos bidimensionais utilizadas neste estudo da dinâmica eletrônica, quando submetidas a ação de campo magnético paralelo muito intenso. Os resultados desse estudo estão detalhados no capítulo cinco.

Capítulo 4

Introdução ao caos nos sistemas dinâmicos

4.1 Sistemas dinâmicos não lineares

A proposta deste capítulo é apresentar uma descrição resumida acerca do formalismo matemático aplicado no estudo dos sistemas dinâmicos não lineares, com o objetivo de fazer uma exposição sucinta da teoria clássica de sistemas Hamiltonianos integráveis e não integráveis, onde existe coexistência de movimentos caóticos e regulares os quais se misturam de forma complexa e fascinante. O formalismo descrito neste capítulo é a base para melhor compreender os mecanismos de transporte que acontecem nas heteroestruturas semicondutoras contendo super-redes de antipontos quânticos.

A ciência não linear compreende o estudo de sistemas físicos e matemáticos que apresentam comportamento não linear. Os sistemas físicos lineares apresentam, de modo geral, movimentos com caráter regular na dimensão espaço-tempo. Tais movimentos podem ser descritos totalmente através de funções bem comportadas, no entanto, os sistemas físicos não lineares frequentemente apresentam transições que vão de movimentos muito regulares a comportamentos altamente complexos ou de caráter aleatório. Se um sistema não linear é caótico, então, pequenas mudanças nas condições iniciais podem conduzir a severas alterações do seu comportamento posterior. Os sistemas dinâmicos em geral podem ser classificados através da consideração da sua evolução energética temporal. Quando a energia de um sistema físico evolui no decorrer do tempo o sistema é denomi-

nado dissipativo, mas, se a energia do sistema permanece constante através do tempo, ele é denominado sistema conservativo ou Hamiltoniano. Na análise da dinâmica do gás bidimensional de elétrons se locomovendo nas super-redes de antipontos, considera-se que não existe dissipação de energia [69], portanto, o sistema é tratado como conservativo.

4.1.1 Sistemas dinâmicos caóticos

Do ponto de vista da matemática, o termo caos refere-se ao estudo qualitativo do comportamento instável e aperiódico mostrado por diferentes tipos de sistemas dinâmicos determinísticos não lineares. O caos é definido como qualitativo no sentido de que porque ele procura pelo caráter geral dos sistemas de comportamento a longo prazo, ao invés de procurar por previsões numéricas sobre um estado futuro. Os sistemas caóticos são instáveis a ponto que eles tendem a não resistir a qualquer perturbação externa, no entanto, eles reagem em modos muito significativos. Esses tipos de sistemas são determinísticos porque estão compostos de umas poucas equações diferenciais e não fazem referência a mecanismos implícitos de aleatoriedade.

Um sistema dinâmico é aquele que possui uma evolução determinística, no sentido em que seu movimento futuro é determinado pelo seu estado atual e a sua história passada. Um sistema dinâmico que exhibe comportamento caótico é caracterizado principalmente por uma alta sensibilidade a pequenas diferenças nas condições iniciais. De modo conceitual, pode-se dizer que as manifestações de caos nos sistemas físicos compreendem a sobreposição de um número muito grande (infinito) de movimentos periódicos. Isso quer dizer que um sistema caótico pode passar um período de tempo muito curto num movimento quase periódico e logo pode evoluir a um outro movimento periódico com período diferente do anterior, e assim por diante. Essa transição entre movimentos periódicos instáveis produz a sensação de aleatoriedade total, porém, existe ordem, já que o caos na natureza é determinístico e não aleatório.

4.1.2 Sistemas dinâmicos conservativos ou Hamiltonianos

A evolução de um sistema conservativo, no decorrer do tempo, é completamente especificada por uma simples função, o Hamiltoniano $H(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)$. O estado do sistema é especificado pelo momento \mathbf{p} e a posição \mathbf{q} . Os vetores \mathbf{p} e \mathbf{q} possuem a mesma dimensionalidade,

a qual será denotada por n , e indicará o número de graus de liberdade do sistema. A partir do Hamiltoniano do sistema, o qual representa a energia total, são obtidas $2n$ equações diferenciais que descrevem a evolução temporal dessas variáveis:

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} = v_i = \frac{\partial H(p_1, p_2 \dots p_n, q_1, q_2 \dots q_n)}{\partial p_i}, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = \dot{p}_i = -\frac{\partial H(p_1, p_2 \dots p_n, q_1, q_2 \dots q_n)}{\partial q_i}. \quad (4.2)$$

A descrição completa da dinâmica clássica do sistema é obtida através da resolução desse conjunto de equações. No caso em que o Hamiltoniano não tem dependência temporal explícita $H = H(p, q)$, as equações de Hamilton implicam que a energia total do sistema $E = H(p, q)$ é uma grandeza conservada e, portanto, as órbitas de uma determinada energia E são obrigadas a permanecer sobre uma superfície de energia $(2n - 1)$ -dimensional $E = H(p, q)$. Para um sistema com Hamiltoniano H , uma função $f(p, q)$ é definida como uma constante de movimento se a medida que $p(t)$ e $q(t)$ evoluem no tempo de acordo com as equações de Hamilton, o valor da função f não muda ($f(p, q) = cte$), de modo geral a dependência temporal de f é expressa por:

$$\frac{df}{dt} = \frac{dp}{dt} \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{dq}{dt} \frac{\partial f}{\partial q} = \frac{\partial H}{\partial p} \frac{\partial f}{\partial q} - \frac{\partial H}{\partial q} \frac{\partial f}{\partial p} = [f, H], \quad (4.3)$$

a expressão $[f, H]$, denota o “bracket” de Poisson de f em H . A condição de que f seja uma constante de movimento para um Hamiltoniano independente do tempo é:

$$[f, H] = 0. \quad (4.4)$$

4.1.3 Sistemas integráveis

Um sistema Hamiltoniano independente do tempo é integrável se ele possui n constantes de movimento globais independentes $f_i(\mathbf{p}, \mathbf{q})$, $i = 1, 2, \dots, n$ (uma dessas constantes é o mesmo Hamiltoniano, o qual foi selecionado como a constante com $i = 1$, de tal forma que $f_1(p, q) \equiv H(p, q)$), além disso:

$$[f_i, f_j] = 0, \quad (4.5)$$

para todo i e j .

De acordo com a equação 4.4, o “bracket” de Poisson de f_i com f_1 é zero para todo $i = 1, 2, \dots, N$, pois os f_i são constantes de movimento. As constantes de movimento f_i são

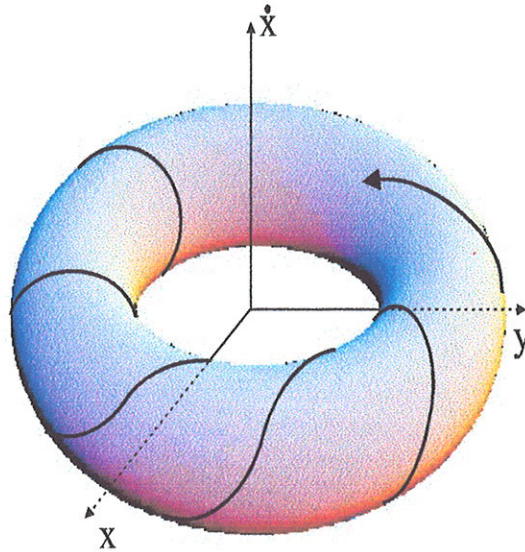


Figura 4.1: Diagrama esquemático que mostra a restrição na topologia da superfície para um sistema com dois graus de liberdade $n = 2$, a linha contínua preta, indica a evolução de uma trajetória sobre o toroide T^2 .

independentes se nenhuma delas pode ser expressa em função das outras $n - 1$ constantes. A condição de integrabilidade implica que as trajetórias do sistema no espaço de fases estejam restritas ao deslocar sobre uma superfície toroidal n -dimensional:

$$f_i(p, q) = k_i, \quad (4.6)$$

onde $i = 1, 2, \dots, n$, e k_i são n constantes. No caso particular de um sistema a dois graus de liberdade ($n = 2$), a topologia da superfície é um toroide do tipo mostrado na figura 4.1. Uma das propriedades mais importantes dos sistemas integráveis é que não apresentam a componente caótica. O comportamento do sistema é perfeitamente previsível e regular.

4.1.4 Sistemas não integráveis

Ao contrário dos sistemas integráveis, nos sistemas Hamiltonianos não integráveis o número de constantes de movimento é inferior ao número de graus de liberdade, portanto, eles podem apresentar, simultaneamente, as componentes regular e caótica, sendo a proporção de cada uma delas determinada pela dinâmica do sistema. Neste caso as

trajetórias podem evoluir para o exterior das superfícies que as restringem. À medida que o grau de não integrabilidade aumenta os toros são deformados podendo eventualmente ser destruídos.

4.1.5 Os expoentes de Lyapunov

Dentro dos sistemas dinâmicos é possível obter uma medida da sensibilidade às condições iniciais através do cálculo do expoente de Lyapunov λ_0 . O expoente fornece uma medida quantitativa da razão de divergência (ou convergência) de duas trajetórias vizinhas ou estados iniciais, x e $x + \varepsilon$, após um número n de iterações. A divergência dessas trajetórias pode ser caracterizada aproximadamente por:

$$\varepsilon_n \approx \varepsilon e^{\lambda_0 n}, \quad (4.7)$$

onde o expoente de Lyapunov fornece a taxa média de divergência (ou convergência) promediada sobre um número razoável de condições iniciais espalhadas ao longo da trajetória. Quando λ_0 é negativo, duas trajetórias afastadas por um diferencial de deslocamento tenderão a convergir no decorrer da evolução do tempo e o sistema é considerado não caótico. Se λ_0 é positivo, duas trajetórias muito próximas irão divergir após um número de iterações; e essa evolução sensível às condições iniciais é considerada caótica.

Considerando um sistema específico dado por $x_{n+1} = f(x_n)$, a diferença entre dois estados iniciais muito próximos, após o n -ésimo passo de iteração, é escrito como:

$$f^n(x + \varepsilon) - f^n(x) \approx \varepsilon e^{\lambda_0 n}, \quad (4.8)$$

ou pela expressão,

$$\text{Ln}\left[\frac{f^n(x + \varepsilon) - f^n(x)}{\varepsilon}\right] \approx \lambda_0 n, \quad (4.9)$$

para valores infinitesimais de ε , a expressão 4.9 é dada por:

$$\lambda_0 = \frac{1}{n} \text{Ln}\left[\frac{df^n}{dx}\right]. \quad (4.10)$$

Finalmente, através da aplicação da regra da cadeia para a avaliação da derivada da n -ésima iteração, e tomando o limite quando n tende ao infinito, obtém-se:

$$\lambda_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \text{Ln}|f'(x_i)|, \quad (4.11)$$

portanto, o expoente de Lyapunov fornece a taxa de alargamento ou contração, por iteração, promediada ao longo da trajetória. Para mapas n -dimensionais existem n expoentes de Lyapunov porque a evolução do sistema ocorre em cada eixo, e, para sistemas caóticos pelo menos um dos expoentes é positivo.

Um exemplo particular de um sistema no qual duas trajetórias, inicialmente muito próximas podem apresentar divergência exponencial no decorrer do tempo são as super-redes de antipontos bidimensionais. A figura 4.2 mostra as trajetórias de duas partículas partindo do ponto inicial $(x_1, y_1) = (0.5, 0.3)$ e $(x_2, y_2) = (0.5, 0.301)$, após 2000 passos de iteração, quando foi aplicado um campo magnético que produz um rádio do ciclotron igual à metade do período da rede $R_c = a/2$.

4.2 Bilhares

O termo bilhar surgiu como um modelo no qual considerava-se os movimentos livres e clássico de uma partícula em um domínio planar, através de colisões múltiplas com os contornos do meio. Esta é a definição mais simples do modelo do “problema da bola de bilhar” considerado por G. D. Birkhoff [1] no trabalho relacionado com a teoria dos sistemas dinâmicos. Um bilhar pode ser descrito por um mapa de deslocamentos (“bouncing map”), o qual especifica a evolução da posição e da velocidade entre as sucessivas colisões. Dependendo das formas e dos contornos do sistema, esse modelo simples pode exibir diferentes comportamentos. Por exemplo, quando os contornos de um bilhar possuem forma circular o sistema é integrável, porém, quando o bilhar tem a forma de um estádio, o sistema é ergódico. Portanto, é esperado, que para uma categoria genérica de formato de contorno ocorra a coexistência de órbitas periódicas, quase-periódicas e caóticas.

Sistemas compostos de bilhares têm desenvolvido um rol muito importante na teoria ergódica dos sistemas dinâmicos. Por um lado, os bilhares correspondem aos primeiros modelos que inspiraram a criação da teoria ergódica de Boltzmann e Gibbs, por outro lado, os bilhares fornecem o modelo mais visível de sistemas dinâmicos não uniformemente hiperbólicos. As propriedades caóticas de um sistema dinâmico de origem físico são geradas pela hiperbolicidade. Algumas vezes a hiperbolicidade refere-se a uma sensível dependência às condições iniciais. Isso implica que, duas trajetórias inicialmente

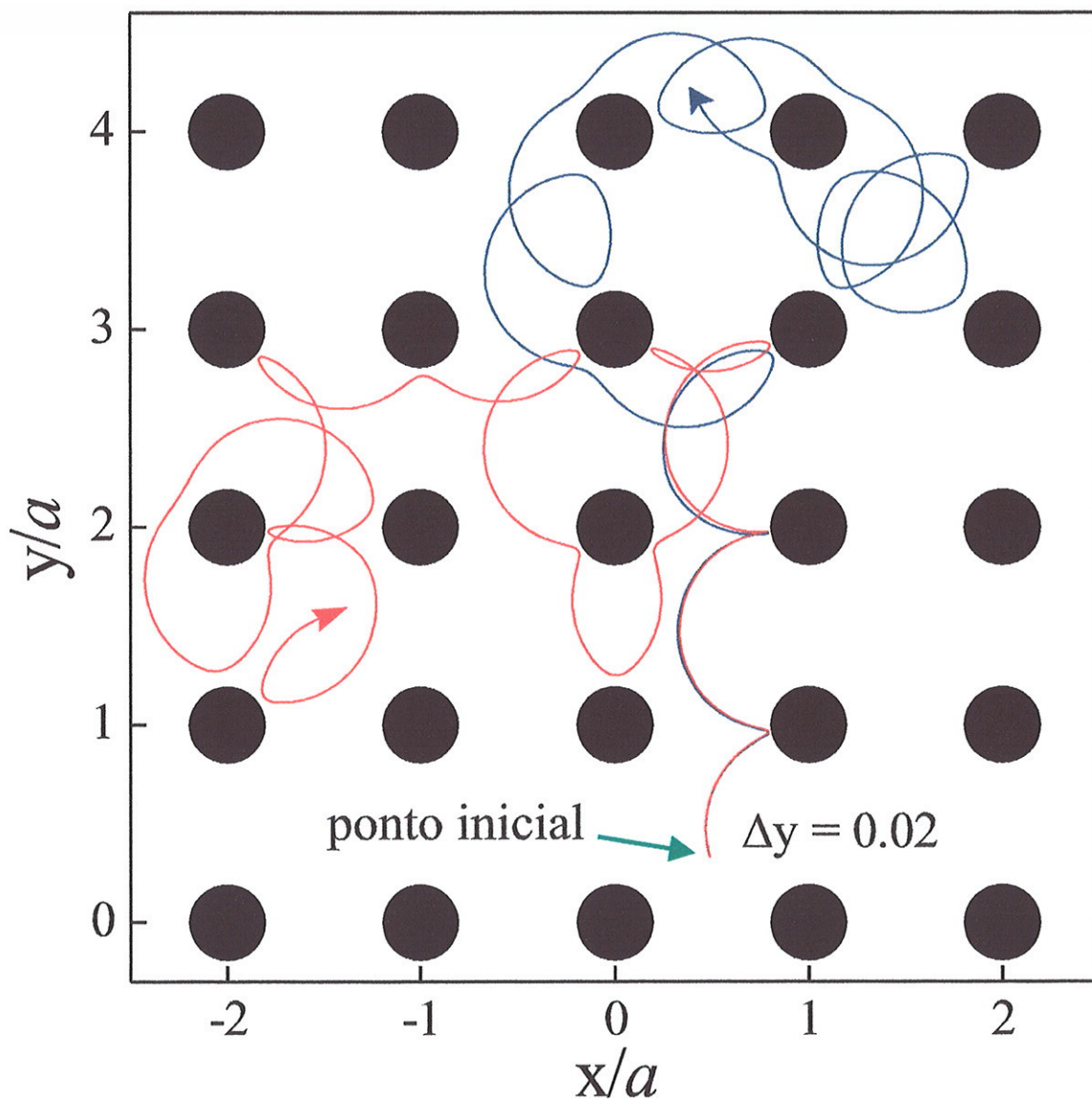


Figura 4.2: Evolução de duas trajetórias, inicialmente separadas por um diferencial de deslocamento $dy = 0.02a$, em um sistema de bilhares bidimensionais.

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: 37 28

ex. 1

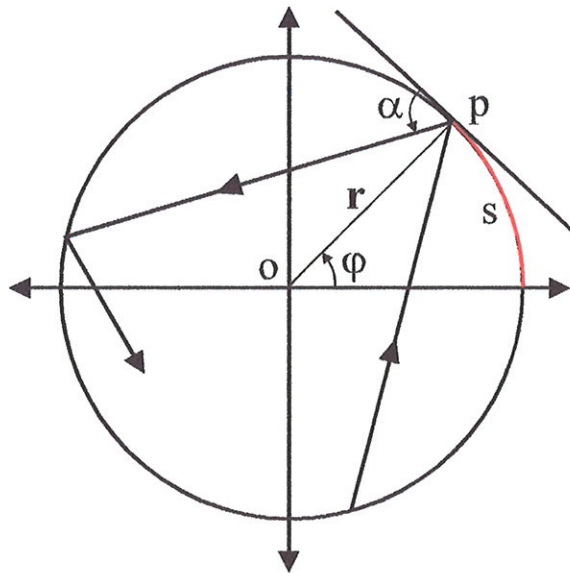


Figura 4.3: Curva de contorno $r(\varphi)$ de um bilhar circular. Mostra-se uma parte de uma trajetória, juntamente com as coordenadas $s(\varphi)$ (comprimento do arco), e $p\cos(\alpha)$ (α é o ângulo entre a trajetória e a tangente no ponto de impacto com o contorno).

muito próximas divergem exponencialmente no espaço de fases no decorrer do tempo.

O exemplo mostrado na figura 4.3 descreve uma partícula pontual se deslocando sem atrito em um bilhar planar confinado por um contorno circular $r(\varphi)$. Entre sucessivas colisões com os contornos do meio, a partícula se locomove ao longo de linhas retas, com velocidade constante. Em cada uma das colisões o ângulo de incidência é sempre igual ao ângulo de reflexão. Nos sistemas de bilhares aplica-se a técnica de mapeamento de Poincaré para representar os pontos de cada colisão entre a partícula e os contornos, através dos valores da projeção da trajetória $p = \cos(\alpha)$ sobre a tangente ao ponto de colisão, e o comprimento de arco:

$$s(\varphi) = \frac{1}{L} \int_0^\varphi \sqrt{r^2(\varphi) + (dr/d\varphi)^2} d\varphi, \tag{4.12}$$

dividido pelo comprimento total L do curva do contorno.

Desta forma a dinâmica temporal, inicialmente contínua, é substituída por uma dinâmica discreta. O mapeamento relaciona os dados da n -ésima colisão $P_n = (s_n, p_n)$ com aqueles da próxima colisão $P_{n+1} = (s_{n+1}, p_{n+1})$ através da equação :

$$\begin{pmatrix} s_{n+1} \\ p_{n+1} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} s_n \\ p_n \end{pmatrix}, \tag{4.13}$$

preservando a área, quando são empregadas as variáveis (s, p) . A forma do termo T pode

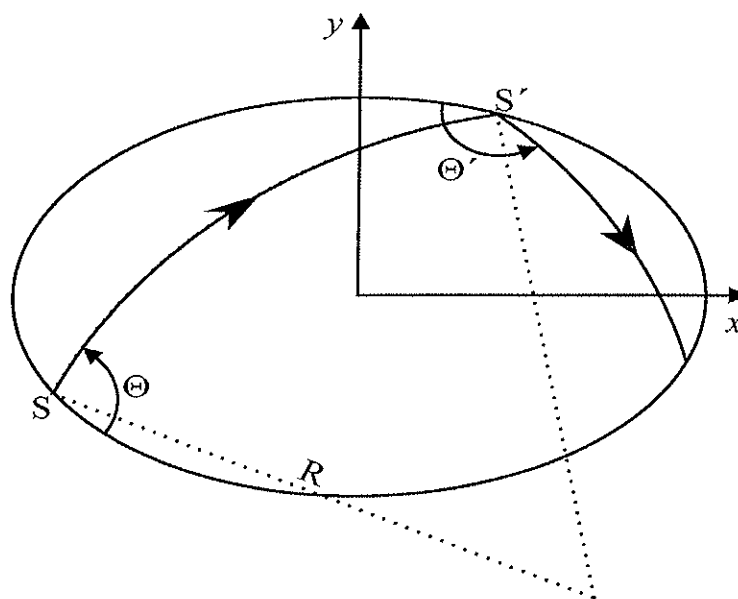


Figura 4.4: Geometria e coordenadas para as órbitas de Larmor em um bilhar convexo.

variar em complexidade, em função da forma específica do bilhar.

4.3 Bilhares magnéticos

Os bilhares foram inicialmente introduzidos pelos matemáticos como modelos ideais, os quais, posteriormente, ao serem realizados em forma experimental pelos Físicos do Estado Sólido, ficaram conhecidos como bilhares eletrônicos ou bilhares magnéticos. A realização experimental dos bilhares em sistemas cristalinos semicondutores possibilita a consideração dos aspectos clássicos, semi-clássicos ou quânticos da mecânica do sistema. O atual estado de aperfeiçoamento alcançado nas técnicas de litografia eletrônica tem permitido a redução das dimensões dos bilhares eletrônicos, possibilitando a observação da evolução da dinâmica, desses sistemas em diferentes escalas de tamanho.

Uma das categorias de bilhares, a qual tem propiciado o estudo e compreensão do caos, são os bilhares magnéticos. Neste tipo de sistemas a simplicidade na formulação e modelamento da dinâmica permite o estudo de bilhares com diferentes geometrias, podendo passar, gradualmente, de um sistema totalmente integrável para um sistema completamente caótico, e desta forma pode-se analisar o comportamento desses sistemas à medida que o grau de não integrabilidade aumenta.

Um bilhar magnético pode ser descrito como composto por uma partícula clássica

(“bola de bilhar”) com massa m e carga q se locomovendo com velocidade v em uma região planar com contornos convexos, suaves perfeitamente refletores. Um campo magnético com intensidade B é aplicado de forma perpendicular à região planar, fazendo com que as órbitas resultantes sejam formadas por arcos de circunferências com raio de Larmor $R = mv/qB$ conectados por reflexões especulares nos contornos do sistema. Esse tipo de sistema permite analisar a geometria das órbitas e a dependência da regularidade ou caoticidade que elas apresentam, em função do raio R , para uma forma particular de contorno [70, 71].

A figura 4.4 mostra a geometria e as coordenadas para as órbitas de Larmor em um bilhar com contornos convexos. As órbitas são arcos de círculos com raio R girando em sentido horário. A direção de emergência após uma colisão é designada pelo ângulo Θ medido entre a tangente à órbita e ao contorno, de forma que $0 \leq \Theta \leq \pi$. A característica principal dos bilhares magnéticos é que o padrão de movimento depende do valor do raio R em relação ao raio de curvatura do contorno. Para um R determinado, o espaço de fases é dominado pelas órbitas fechadas mais curtas. Levando em consideração, o regime limite de campo magnético forte $R \rightarrow 0$, o movimento consiste de pequenos pulos o qual implica um espaçamento muito curto entre reflexões sucessivas, fazendo o movimento se tornar quase integrável.

4.4 Mapas de Poincaré

Uma ferramenta muito eficaz para examinar o movimento dos sistemas dinâmicos são os mapas de Poincaré, também conhecidos na literatura como superfícies de seção. Um mapa de Poincaré para um sistema dinâmico composto por equações diferenciais, é o mapeamento determinado pela interseção de todas as possíveis trajetórias do sistema no espaço de fases Γ com um outro sub espaço de mais baixa dimensão, onde os sucessivos pontos no mapeamento são determinados pelas sucessivas interseções das trajetórias individuais.

Considerando S como uma superfície $n - 1$ -dimensional transversal às trajetórias de um sistema dinâmico, considerando também, um ponto x_0 , em S , em $t = 0$, à medida que a trajetória inicializada em x_0 evolue no tempo, eventualmente, ela retornará a S , em x_1 , após um certo período. Considerando todos os pontos iniciais sobre S , pode-se definir

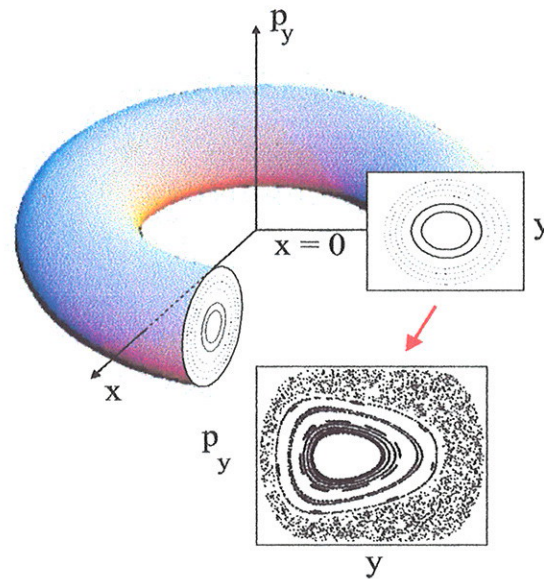


Figura 4.5: Diagrama esquemático da construção de um mapa de Poincaré para um sistema conservativo ou Hamiltoniano a dois graus de liberdade.

um mapeamento P a partir de S sobre si mesma de modo que:

$$x_1 = P(x_0), \quad (4.14)$$

em modo geral, após $k + 1$ iterações :

$$x_{k+1} = P(x_k), \quad (4.15)$$

onde P é chamado o mapa de retorno ou mapa de Poincaré do sistema dinâmico.

Como exemplo da aplicação dos mapas, há o caso dos bilhares eletrônicos bidimensionais. Eles são sistemas a dois graus de liberdade $n = 2$, onde quatro variáveis dinâmicas, q_x, q_y, p_x, p_y , descrevem o movimento do sistema no espaço de fases. Como este é um sistema sem dissipação de energia o número de variáveis pode ser reduzido a três através da aplicação do princípio de conservação da energia, sendo, portanto, necessária uma representação tridimensional para analisar a evolução de todas as trajetórias no espaço de fases Γ . Mas, se a técnica do mapeamento de Poincaré for utilizada, essa representação tridimensional poderá ser reduzida a uma representação num espaço bidimensional, facilitando a análise e interpretação das trajetórias.

4.5 Modelamento da dinâmica eletrônica clássica nas super-redes de antipontos na presença de campo magnético perpendicular

4.5.1 Antipontos em sistemas bidimensionais

Para estudar o comportamento dos elétrons nas super-redes de antipontos e na presença de um campo magnético aplicado em forma perpendicular à interface do gás bidimensional de elétrons, considerar-se que o comprimento de onda dos elétrons à energia de Fermi (λ_F) é muito maior quando comparado com o período (a) entre antipontos. Desta forma o elétrons serão tratados como partículas clássicas pontuais se locomovendo através do potencial eletrostático modulado, à velocidade de Fermi. Neste tipo de sistema não existe dissipação de energia, portanto, trata-se essencialmente de um sistema conservativo ou Hamiltoniano. A descrição da dinâmica do sistema é feita através do modelo proposto por Fleischmann e colaboradores [68], onde a energia total do sistema é expressa através do Hamiltoniano de partícula simples:

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 + U(x, y), \quad (4.16)$$

onde \mathbf{p} é o momento da partícula, $-e$ é a carga do elétron, $U(x, y)$ é o potencial eletrostático e o potencial vetor é expresso por:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{By}{2} \\ \frac{Bx}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Em termos do potencial vetor, a energia total do sistema é expressa por:

$$H = \frac{1}{2m^*} \left(p_x + \frac{eBy}{2} \right)^2 + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{eBx}{2} \right)^2 + U(x, y). \quad (4.18)$$

onde a modulação do potencial eletrostático gerado pela rede de antidots é modelado através da expressão:

$$U(x, y) = U_0 \left[\cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) * \cos\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \right]^\beta, \quad (4.19)$$

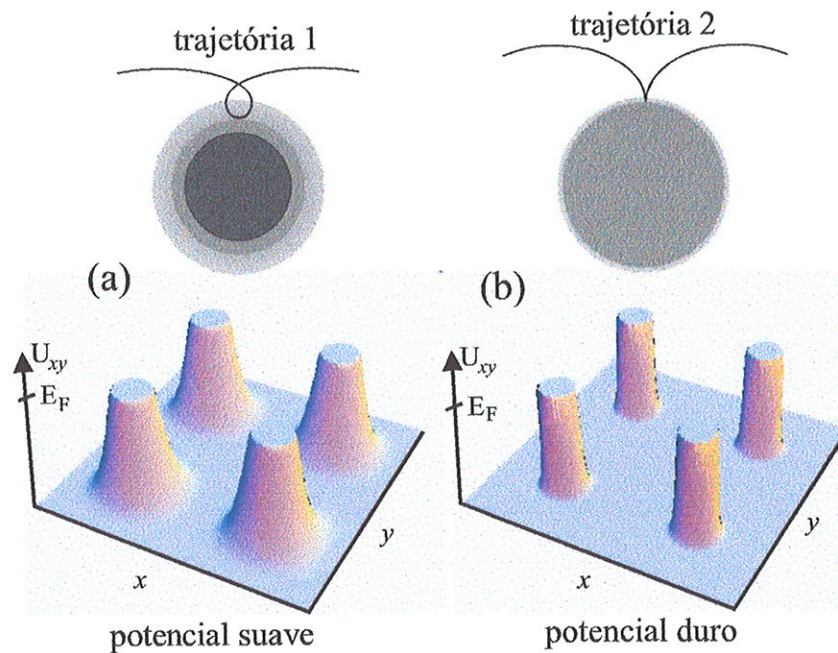


Figura 4.6: (a) Potencial eletrostático suave calculado através da equação 4.19. (b) Potencial eletrostático de paredes impenetráveis (potencial duro).

sendo U_0 o fator de amplitude do potencial eletrostático, a é o período entre antidots e o expoente β controla o grau de dureza do potencial. A figura 4.6 mostra a topologia do potencial eletrostático calculado através do emprego da equação 4.19 para dois valores diferentes da amplitude máxima do potencial e do parâmetro β ; mostra somente o potencial até a energia de Fermi. A parte (a) da figura 4.6 mostra o potencial eletrostático calculado para um valor de $U_0 = 1.8E_F$ e $\beta = 6$. Este tipo de potencial é suave e, portanto, os elétrons conseguem penetrar levemente na região dos antipontos. A parte (b) da figura 4.6 mostra o potencial eletrostático calculado para $U_0 = 100.0E_F$ e $\beta = 50$. Este é um modelo de potencial duro, onde os elétrons realizam colisões totalmente elásticas sem penetrar na região dos antipontos. Ambos os potenciais foram calculados, aproximadamente, para uma mesma razão d/a à energia de Fermi.

Para a realização das simulações computacionais foi conveniente trabalhar com o Hamiltoniano adimensional. Portanto, foram empregadas as seguintes substituições:

$$\tilde{x} = \frac{x}{a}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{a}, \quad (4.20)$$

a , o período entre antipontos, é empregado para escalar as coordenadas de posição,

$$\tilde{H} = \frac{H}{E_F}, \quad \tilde{U} = \frac{U}{E_F}, \quad (4.21)$$

a energia de Fermi é empregada como unidade natural de energia,

$$\tilde{t} = \frac{t}{\tau_0}, \quad (4.22)$$

o tempo é escalado por τ_0 , que é o tempo que um elétron gasta para percorrer o período da rede a viajando à velocidade de Fermi (E_F),

$$\tau_0 = \left(\frac{ma^2}{2E_F} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.23)$$

para o campo magnético, realizamos a substituição:

$$\tilde{B} = \frac{B}{B_0}, \quad (4.24)$$

onde B_0 é o valor de campo magnético, para o qual o valor raio do ciclotron R_c é a metade do valor do período da rede de antipontos ($a/2$).

$$B_0 = \frac{2(2mE_F)^{\frac{1}{2}}}{ea}. \quad (4.25)$$

Em termos destas novas unidades o Hamiltoniano do sistema transforma-se da forma seguinte:

$$\tilde{H} = \left(\tilde{p}_{\tilde{x}} + \frac{B}{B_0} \tilde{y} \right)^2 + \left(\tilde{p}_{\tilde{y}} - \frac{B}{B_0} \tilde{x} \right)^2 + \tilde{U}(\tilde{x}, \tilde{y}). \quad (4.26)$$

A dependência temporal das variáveis pode ser deduzida das quatro equações de Hamilton para um sistema com quatro grados de liberdade:

$$v_{\tilde{x}} = 2 \left(\tilde{p}_{\tilde{x}} + \frac{B}{B_0} \tilde{y} \right), \quad (4.27)$$

$$v_{\tilde{y}} = 2 \left(\tilde{p}_{\tilde{y}} - \frac{B}{B_0} \tilde{x} \right), \quad (4.28)$$

$$\dot{\tilde{p}}_{\tilde{x}} = \frac{B}{B_0} v_{\tilde{y}} - \frac{\partial \tilde{U}(\tilde{x}, \tilde{y})}{\partial \tilde{y}}, \quad (4.29)$$

$$\dot{\tilde{p}}_{\tilde{y}} = \frac{B}{B_0} v_{\tilde{x}} - \frac{\partial \tilde{U}(\tilde{x}, \tilde{y})}{\partial \tilde{x}}. \quad (4.30)$$

4.5.2 Superfícies de Poincaré em sistemas de antipontos bidimensionais

Através do emprego do modelo explicado na seção anterior 4.5.1, foi realizado um programa computacional para a integração das equações de movimento, utilizando o método

de Runge Kutta–Verner de sexta ordem. A figura 4.7 mostra três tipos de órbitas cujas características são correspondentes à evolução do gás bidimensional de elétrons em uma super-rede de antipontos. Na parte (a) da figura 4.7 é mostrada uma trajetória caótica evoluindo no espaço real $x - y$ escalado em termos do período da super-rede. Os círculos escuros representam o diâmetro dos antipontos à energia de Fermi. Na parte (b) da figura 4.7 mostra-se três tipos de trajetórias fugitivas, conhecidas na literatura como “skipping-orbits” ou “run-away orbits”. Estas trajetórias correspondem a reflexões periódicas, quando o diâmetro do ciclotron é comensurável com o período da super-rede. Na parte (c) da figura 4.7 são mostrados alguns tipos de órbitas localizadas (“rossete-like”), as quais permanecem aprisionadas girando em torno de um ou vários antipontos.

A obtenção das trajetórias dos elétrons possibilita a análise das trajetórias no espaço de fases Γ através dos mapas de Poincaré. As figuras 4.8 e 4.9 mostram cinco seções de Poincaré calculadas em $[y(mod1) = 0]$ para diferentes valores do campo magnético normalizado B/B_0 . Uma superfície de Poincaré em $y = y_0$ é a interseção de uma superfície de energia com o plano $y = y_0$. Cada uma desses mapas foi calculado através de 40 condições iniciais, nas quais manteve-se fixo o valor da coordenada x , sendo que a coordenada y foi variada, gradualmente, em passos de $dx = 0.0125a$, desde 0 até $0.5a$.

A figura 4.8 mostra os três primeiros mapas calculados para uma razão $d/a = 0.25$. Na parte (a) da figura 4.8 o valor do campo magnético normalizado é $B/B_0 = 0.8$, em (b) $B/B_0 = 1.0$ e na parte (c) da mesma figura $B/B_0 = 1.3$. As regiões ocupadas por ilhas de regularidade correspondem a trajetórias periódicas e quase-periódicas, no entanto, as regiões caóticas são representadas pela distribuição, que não está correlacionada de pontos, a qual envolve as ilhas de estabilidade. Na figura 4.9 mostra-se outras duas seções de Poincaré correspondentes à os valores de (a) $B/B_0 = 1.6$, e (b) $B/B_0 = 2.0$. A seqüência mostrada nas duas figuras 4.8 e 4.9 ilustra a transição de um regime quase-caótico para um outro totalmente regular através da variação gradual do valor do campo normalizado B/B_0 . Uma evolução semelhante pode ser obtida através de uma variação sistemática do diâmetro dos antipontos para algum valor fixo do campo magnético normalizado.

A estrutura do espaço de fases Γ para um sistema de antipontos no gás bidimensional de elétrons, na presença de campo magnético perpendicular ao plano do gás de eletrônico, foi estudada através da análise das superfícies de Poincaré nas referências [68, 69, 89].

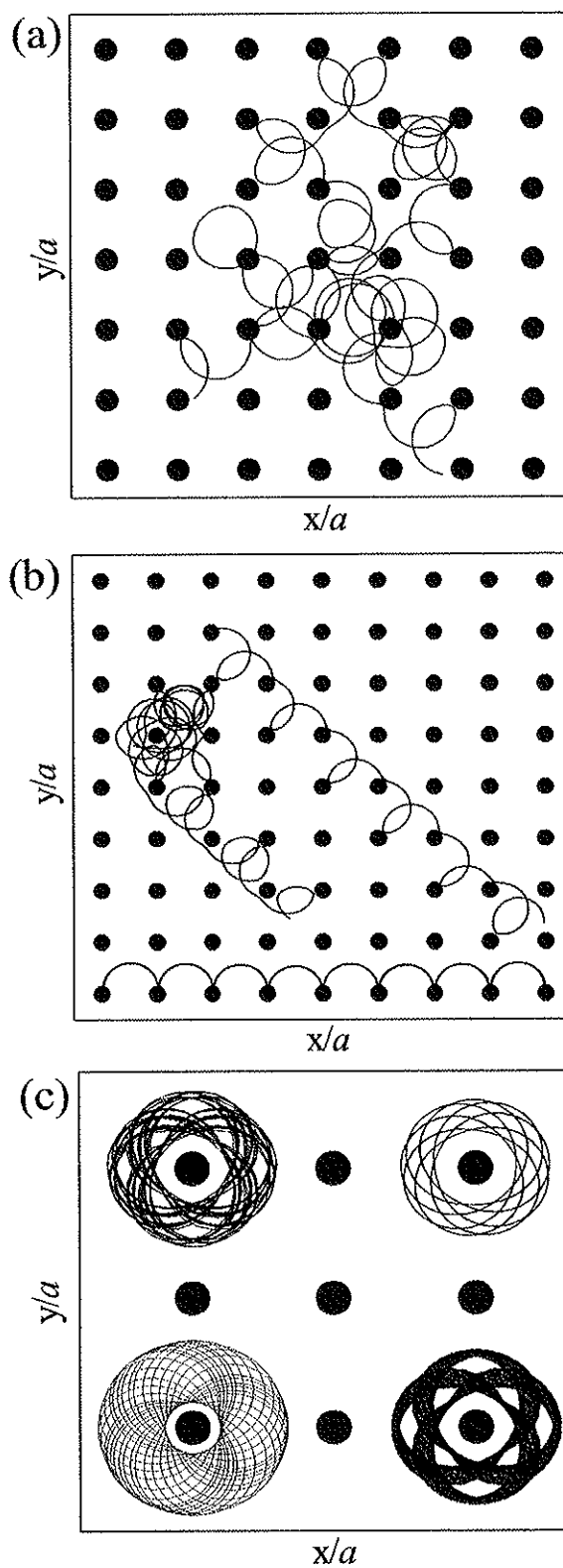


Figura 4.7: (a) Órbitas caóticas não localizadas, (b) órbitas fugitivas, (c) órbitas localizadas.

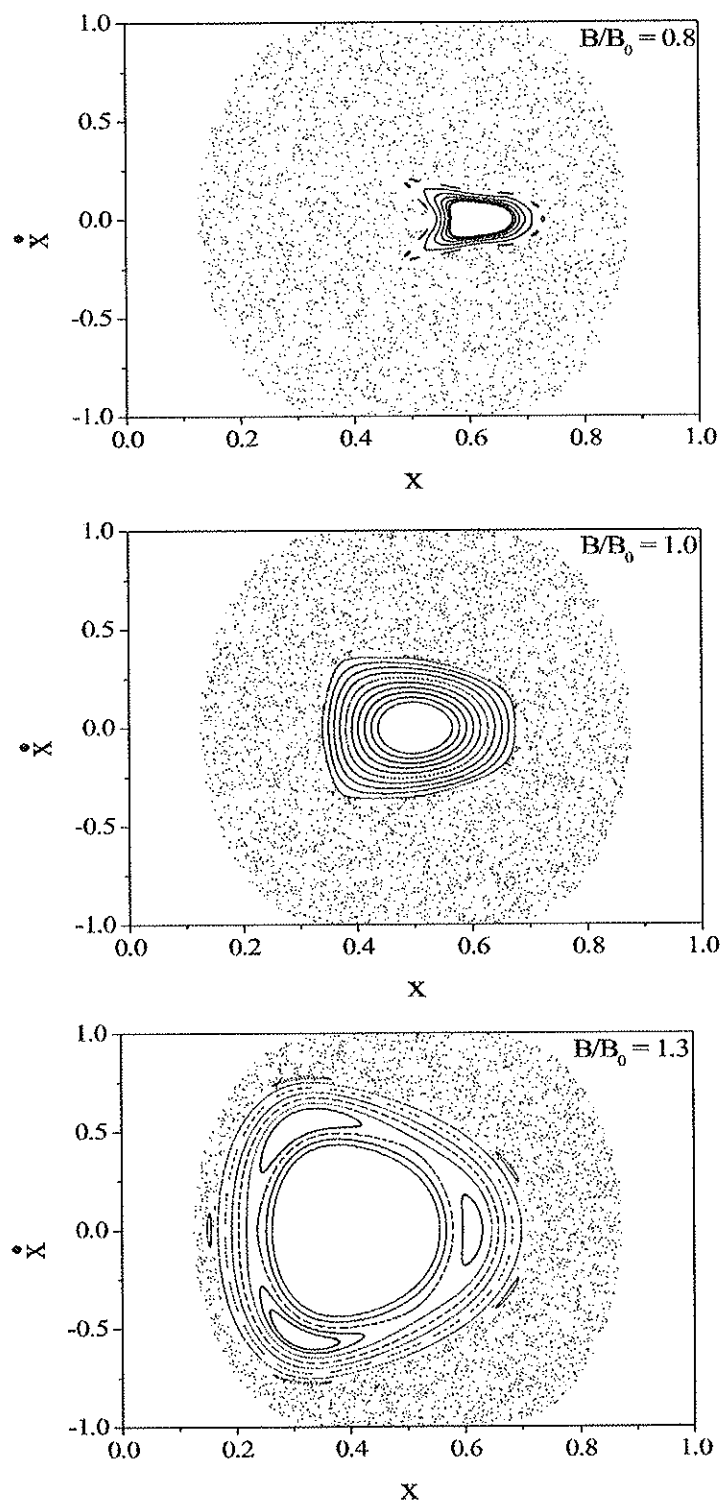


Figura 4.8: Seções de Poincaré calculadas para $d/a = 0.25$, e diferentes valores do campo magnético normalizado B/B_0 . As órbitas periódicas e quase-periódicas são representadas por curvas contínuas e fechadas.

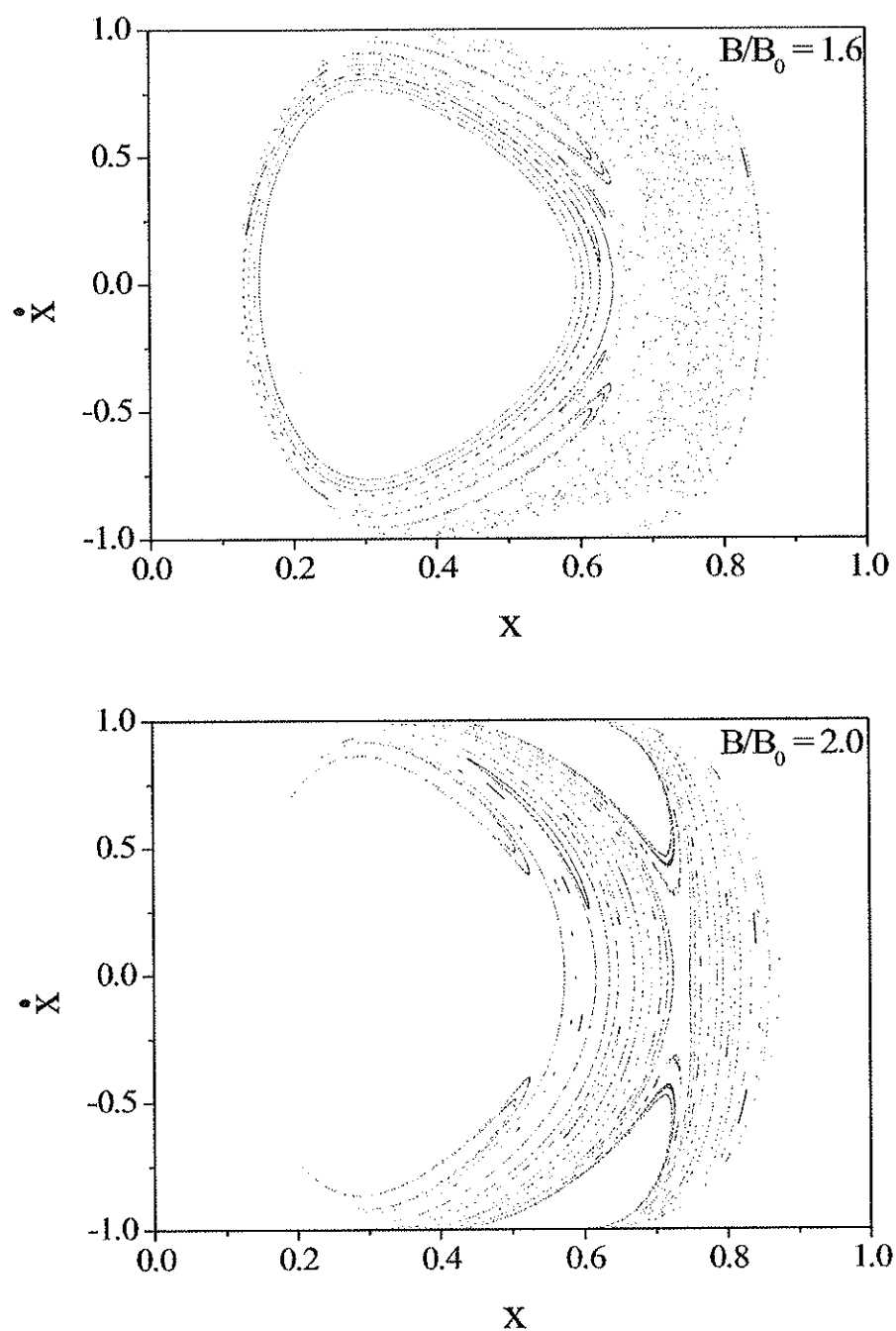


Figura 4.9: Seções de Poincaré calculadas para $d/a = 0.25$ e $B/B_0 = 1.6$, e $B/B_0 = 1.6$. As dois mapas mostrados nesta figura continuam a seqüência mostrada na figura anterior, e representam a evolução de uma dinâmica caótica para outra regular.

Nesses trabalhos foi demonstrado que para valores de $R_c < 1/2 - d/2$ a dinâmica do bilhar 2D é completamente integrável e as órbitas podem ser círculos fechados girando em torno de nada, círculos fechados girando em torno de um antiponto, ou também trajetórias em forma de rosas girando em torno de um único antiponto. Para valores do rádio do ciclotron suficientemente grandes o sistema é totalmente caótico, no entanto, para valores intermediários de R_c a fração do espaço de fases ocupada por trajetórias caóticas Γ_c coexiste com a região ocupada pelas trajetórias regulares $\Gamma_r = \Gamma_c$. Esses resultados estão em acordo com aqueles obtidos pelo programa especialmente criado para esta pesquisa.

4.6 Conclusões

Uma breve introdução foi realizada sobre os conceitos da teoria relacionada com a dinâmica clássica caótica dos bilhares em sistemas estritamente bidimensionais, e também das ferramentas empregadas na análise desses sistemas. Também foi realizada a descrição do modelo teórico empregado na simulação da dinâmica eletrônica em super-redes de antipontos 2D, na presença de campo magnético perpendicular. Os resultados dos cálculos de seções de Poincaré, foram obtidos através da simulação .

Capítulo 5

Super-redes de antipontos 2D em campo magnético paralelo

5.1 Introdução

O comportamento do gás quase-bidimensional de elétrons na presença de campo magnético, aplicado em forma paralela em relação ao plano do gás, tem sido estudado amplamente nos últimos anos devido ao aparecimento de fenômenos interessantes [72, 73, 74, 75]. Um dos efeitos está relacionado ao desvio da forma circular dos contornos de Fermi, bidimensionais, devido à influência combinada do potencial de confinamento, de forma aproximadamente triangular, e do campo magnético paralelo. Esse fenômeno desenvolve uma função muito importante tanto dentro do transporte eletrônico nas camadas de inversão bidimensionais nas interfaces das heteroestruturas de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, como nas super-redes de antipontos gravadas nesses sistemas.

A estrutura de níveis de energia do sistema pode ser encontrada analiticamente para o caso particular de poços quânticos parabólicos [76, 77]. Uma aproximação mais real para o caso geral de poços quânticos quadrados é realizada através da teoria de perturbações [78]. Zawadzki e colaboradores [13] realizaram um estudo teórico dos contornos de Fermi em semicondutores do tipo $InSb$, com base no modelo de potencial de confinamento $V_{conf}(z)$ triangular com paredes impenetráveis, obtendo os contornos de Fermi em forma de ovo. Jungwirth e Smrcka [79] foram além da aproximação triangular ou perturbativa, através da realização de cálculos numéricos autoconsistentes para considerar os efeitos

da penetração dos elétrons na camada de $Al_xGa_{1-x}As$ devido ao potencial de confinamento suave resultante do estreito descasamento das bandas de condução nas junções do tipo $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. Os resultados, por eles obtidos, mostraram que os efeitos da deformação do contorno de Fermi são menores devido à maior massa efetiva dos elétrons nesse tipo de materiais.

Esses estudos demonstraram que o contorno de Fermi, originalmente isotrópico em campo magnético perpendicular, pode ser severamente distorcido pelo campo magnético paralelo, conseqüentemente, a separação das sub-bandas de energia, a densidade de estados bidimensional e a forma das órbitas são severamente influenciados.

Com base em resultados fornecidos pela teoria semiclássica, as trajetórias no espaço k possuem formas idênticas às trajetórias no espaço real, sendo que estão unicamente diferenciadas pelo fator de escala \hbar/eB_z , e uma rotação de $\pi/2$. Portanto, a anisotropia do contorno de Fermi, produzida pela ação do campo magnético paralelo, faz com que as trajetórias eletrônicas sejam desviadas de sua forma circular original. A distorção da superfície Fermi no gás bidimensional de elétrons têm sido estudada, de modo experimental, através da ressonância ciclotrônica na região do infravermelho do espectro óptico [80], também através do abafamento das oscilações de Shubnikov-de Haas com a temperatura [81] e finalmente através do efeito de focalização magnética [82].

Esses estudos permitiram a possibilidade de demonstrar que a assimetria do potencial de confinamento do gás 2D, combinado com a ação do campo magnético inclinado conduzem a um contorno de Fermi com forma oval devido ao incremento da massa efetiva eletrônica m^* . Esses estudos tornaram possível a utilização de uma técnica empregando as super-redes de antipontos para a determinação da anisotropia do contorno de Fermi do gás bidimensional de elétrons submetido a ação de um campo magnético paralelo. Espera-se que na presença do campo paralelo a dinâmica eletrônica seja severamente alterada. Trajetórias regulares transformar-se-iam em caóticas ou viceversa, conseqüentemente, influenciariam as estruturas anômalas na magnetoresistência na região de campo fraco.

Neste capítulo estão apresentados os resultados sobre o estudo da evolução da dinâmica eletrônica em arranjos de antipontos em heteroestruras semicondutoras cristalinas contendo o gás bidimensional de elétrons, submetidos a ação de um campo magnético com componente paralela ao plano do gás. Primeiramente uma breve descrição da estrutura

eletrônica do gás bidimensional de elétrons na presença de campo magnético paralelo. Após, uma descrição do modelo teórico empregado na simulação da dinâmica eletrônica, também em campo magnético paralelo. Em seguida os resultados dos cálculos dos mapas de Poincaré em campo magnético perpendicular e em campo magnético paralelo. Após a discussão dos mapas de Poincaré, estão os resultados dos cálculos da magnetoresistência em campo magnético paralelo. Finalmente os resultados das medidas experimentais e a comparação entre os resultados.

Através da análise das superfícies de Poincaré, calculadas para diferentes valores da componente paralela do campo, uma forte transformação da dinâmica eletrônica foi encontrada, cuja manifestação deu-se através de mudanças nos picos de comensurabilidade presentes na magnetoresistência em campo baixo. Surgiram várias trajetórias eletrônicas regulares, não observadas anteriormente em super-redes de antipontos submetidas a ação de campo magnético perpendicular, as quais conduzem a um aumento da difusão na direção longitudinal.

Os resultados dos cálculos realizados foram comparados com os resultados das medidas de magnetotransporte realizadas em temperatura do hélio líquido. As amostras foram submetidas a ação de um campo paralelo crescente de até 28 T, o qual provocou um deslocamento dos picos de comensurabilidade para regiões de maior campo, além de um alargamento de cada um dos picos. Surpreendentemente, também foi observado o aparecimento de um novo pico localizado na condição $R_c = a$ na amostra com a super-rede de antipontos de menor período. Os fenômenos observados foram atribuídos à distorção do contorno de Fermi do gás bidimensional de elétrons por causa do campo magnético paralelo.

5.2 Estrutura de bandas em campo magnético paralelo

Considerando uma camada de inversão típica de uma heterojunção de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, a qual confina um gás bidimensional de elétrons em um plano perpendicular ao eixo z . Se o campo magnético $B = B_x$ está orientado ao longo da direção x , o Hamiltoniano de

um elétron confinado no plano $x - y$ por um potencial $V_c(z)$ é expresso por:

$$H = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + V_c(z), \quad (5.1)$$

onde m^* é a massa efetiva eletrônica, \vec{p} é o operador momento, e é a carga do elétron, e \vec{A} é o potencial vetor, o qual pode ser expresso na forma:

$$\vec{A} = (0, -B_x z, 0), \quad (5.2)$$

em forma explícita o Hamiltoniano do sistema pode-se escrever como:

$$H = \frac{1}{2m^*} (p_y - eB_x z)^2 + \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{p_z^2}{2m^*} + V_c(z) \quad (5.3)$$

O espectro de energia é formado por sub-bandas e os autovalores de energia $E_n(k_x, k_y)$, $n = 0, 1, \dots$ são funções do vetor de onda quase-contínuo k_x e k_y . As superfícies de Fermi bidimensionais são definidas separadamente para cada sub-banda. O campo magnético paralelo não influencia o movimento dos elétrons na direção y , no entanto, na direção x os elétrons são acelerados ou desacelerados pela ação combinada dos campos cruzados B_y e $E_z = -dV_{conf}(z)/dz$, dependendo da forma do potencial de confinamento. Para o caso particular de um poço parabólico, submetido a ação de campo magnético paralelo, os autovalores de energia podem ser achados em forma analítica [21],

$$E_n(p_x, p_y) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\tilde{\omega} + \frac{1}{2m^*} p_x^2 + \frac{1}{2m_y^*} p_y^2, \quad (5.4)$$

onde $n=0,1,\dots$, $\tilde{\omega} = (\omega_x^2 + \Omega^2)^{\frac{1}{2}}$, $\omega_x = \frac{|e|B_x}{m^*}$, e $m_y^* = \frac{m^*\tilde{\omega}^2}{\Omega^2}$, é a nova massa efetiva induzida para a componente y do movimento eletrônico, a qual cresce com B_x . No caso particular das amostras sendo analisadas existe somente uma única sub-banda ocupada de forma que $n = 0$.

O campo magnético paralelo influencia o movimento dos elétrons nas direções x e z , mas não muda o movimento na direção y . Na direção z o autovalor de energia do oscilador harmônico em campo zero $\frac{1}{2}\hbar\Omega$ é mudado para $\frac{1}{2}\hbar\tilde{\omega}$. No plano $x - y$ o campo magnético paralelo induz uma nova massa efetiva m_y^* para a componente y do movimento eletrônico. Portanto, o contorno de Fermi se transforma de circular em elíptico, devido ao incremento da massa efetiva ciclotrônica em comparação com a forma circular original, razão pela qual a massa ciclotrônica é determinada, na aproximação semiclássica, pela superfície

de Fermi A_F limitada pelo contorno de Fermi $m_c = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{dA_F}{dE}$. As trajetórias eletrônicas correspondentes, em campo magnético paralelo deverão ter também a forma elíptica. Porém, em heterojunções reais de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ o potencial de confinamento não é harmônico e, o espectro de energia precisa ser obtido através de cálculos autoconsistentes [21, 83].

O caso do espectro de energia de um gás bidimensional de elétrons em camadas de inversão semicondutoras, quando o campo magnético está orientado de forma paralela à camada de carga espacial, foi tratado em detalhe na referência [14]. O trabalho forneceu expressões específicas para as sub-bandas magnéticas-elétricas híbridas resultantes. Nesse trabalho foi introduzida a aproximação do potencial eletrostático $U = F_s z$, onde F_s é o campo elétrico superficial junto com as condições $\vec{F}_s \parallel \vec{z}$, e $\vec{B} \parallel \vec{x}$, partindo das equações 1.18 e 1.19 e, através da introdução do ansatz $\Psi(x, y, z) = D(z) \exp(ik_x x + ik_y y)$, mostrou-se que os autovalores de energia estão dados por:

$$\frac{E}{\hbar\omega_c} = \frac{k_x^2 l_B^2}{2} - \frac{k_D^2 l_B^2}{2} + \left(\nu_i + \frac{1}{2} \right) + (k_D l_B)(k_y l_B), \quad (5.5)$$

onde $D(z)$ descreve o movimento ao longo da direção z ; k_x e k_y são os vetores de onda ao longo das direções x e y , respetivamente; $z_0 = l_B^2(k_y - k_D)$ é o centro de coordenadas do movimento, $l_B = \left(\frac{\hbar}{eB}\right)^{\frac{1}{2}}$ é o raio do ciclotron; $k_D = \frac{mF}{\hbar B}$ é o vetor de onda da velocidade de arrastamento; ν_i é um índice que, no caso geral, é uma função do centro de coordenadas z_0/l_B e do índice da sub-banda i ; \hbar é a constante reduzida de Planck e ω_c é a frequência do ciclotron.

O parâmetro $k_D l_B$ é introduzido como uma medida da razão da energia eletrostática $eF_s l_B$ com relação à energia do ciclotron $\hbar\omega_c$. Este parâmetro também pode ser expresso como função dos comprimentos característicos do sistema:

$$k_D l_B = \frac{eF_s l_B}{\hbar\omega_c} = \frac{1}{2} \left(\frac{l_B}{L} \right)^3 \quad (5.6)$$

onde, $L = \left(\frac{\hbar^2}{2m^* eF_s}\right)^{\frac{1}{3}}$ é o valor médio da largura da camada eletrônica bidimensional. A figura 5.1, obtida da referência [14], mostra a estrutura de bandas superficiais híbridas, elétricas e magnéticas para uma camada de inversão em um semiconductor, nos limites (a) elétrico e (b) magnético, na presença de campo magnético aplicado em forma paralela à camada de inversão espacial.

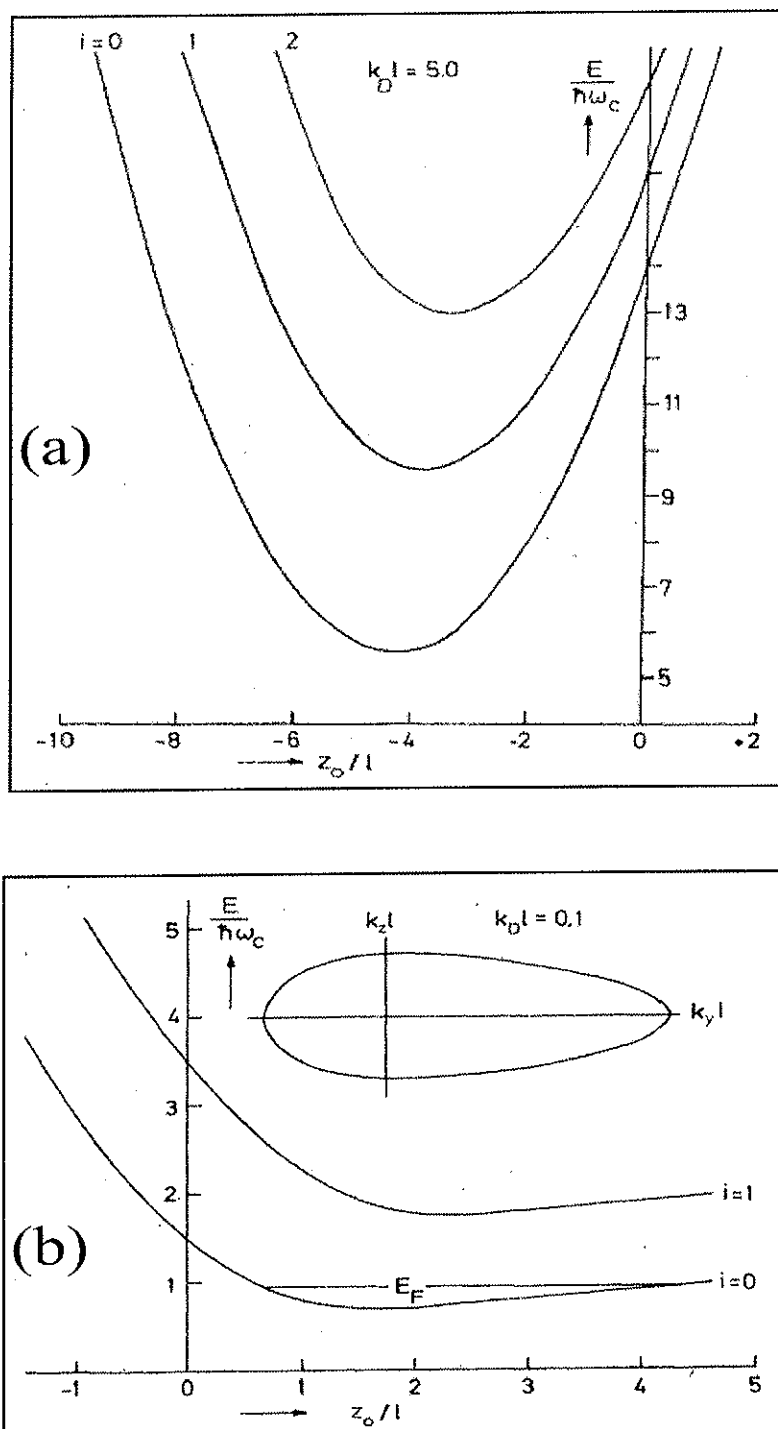


Figura 5.1: (a) Estrutura de banda de superfície ($i = 0, 1, 2$) no limite elétrico ($k_D l \gg 1$). A ressonância ciclotrônica é somente possível para centros de coordenadas positivos ($z_0/l \gtrsim +1$). (b) Estrutura de banda de superfície ($i = 0, 1$) no limite magnético ($k_D l \ll 1$). A figura no extremo superior direito representa o contorno de Fermi para $E_F = 1/4\hbar\omega_c$. A ressonância ciclotrônica é possível para a maior parte dos centros de coordenadas. Os dados pertencem à referência [14].

Devido ao fato de que as amostras deste estudo apresentam apenas uma sub-banda ocupada, o espectro de energia pode ser considerado somente para as sub-bandas híbridas mais baixas e $i = 0$. Quando $k_D l_B \gg +1$ a quantização elétrica é o efeito predominante, e o campo magnético conduz tanto a uma pequena anisotropia como a um deslocamento diamagnético do espectro. No caso do limite magnético, definido pela condição $k_D l_B \ll +1$, quando a energia magnética é muito maior do que a energia eletrostática, ou seja, quando a espessura da camada bidimensional é maior do que o comprimento magnético, o espectro de energia torna-se fortemente anisotrópico e o contorno de Fermi tem uma forma oval. Uma estimativa aproximada do parâmetro $k_D l_B$ para heteroestruturas reais de *GaAs*, é obtida a partir dos valores $L = 41 \text{ \AA}$, e $l_B = 49 \text{ \AA}$ para $B = 28 \text{ T}$, o qual fornece o valor $k_D l_B = 0.8$. Isso implica que as quantizações eletrostática e magnética são igualmente importantes em nossas amostras quando submetidas a um campo magnético de $B = 28 \text{ T}$.

Uma estimativa pode ser feita para a condição de limite magnético $k_D l_B \ll +1$ através do valor $k_D l_B = 0.1$, o qual pode ser alcançado somente quando o campo magnético aplicado é da ordem de $B = 112 \text{ T}$ que é muito maior do que aqueles utilizados neste experimento. A partir dos argumentos apresentados, podemos concluir que a aplicação de um campo magnético paralelo de até 28 T , na direção x , não conduz a quantização total das componentes y e z do momento. Portanto, o movimento no plano $x - y$ permanece contínuo, o contorno de Fermi é ligeiramente anisotrópico, sendo ainda possível tratar a dinâmica eletrônica classicamente.

Os resultados dos cálculos autoconsistentes confirmam a existência de diferenças significativas entre os resultados obtidos para potenciais de confinamento parabólicos e heterojunções realísticas de *GaAs/Al_xGa_{1-x}As* [84], porém, trajetórias elípticas e ovais deverão conduzir a uma dinâmica caótica totalmente diferente em billares eletrônicos bidimensionais.

5.2.1 Modelamento da dinâmica eletrônica em super-redes de antipontos submetidos a ação de campo magnético paralelo

Para levar em conta os efeitos do campo magnético paralelo sobre a dinâmica dos gás bidimensional de elétrons é necessária a aplicação de um processo autoconsistente para a determinação das mudanças do contorno de Fermi. Neste trabalho foram empregados os resultados autoconsistentes, obtidos na referência [21], para as variações do contorno de Fermi de um gás bidimensional de elétrons, em amostras com as mesmas características que as empregadas neste estudo, e na presença de campo paralelo crescente. Através de interpolação e extrapolação linear de dados foram introduzidos os efeitos da distorção do contorno de Fermi como uma variação sistemática da massa efetiva eletrônica nas direções x e y . Desta forma a equação pode ser reescrita como sendo:

$$\frac{1}{2m_x^*} \left\{ p_x + \frac{eBy}{2} \right\}^2 + \frac{1}{2m_y^*} \left\{ p_y - \frac{eBx}{2} \right\}^2 + U_{2D}(x, y), \quad (5.7)$$

onde m_x^* e m_y^* são as componentes do tensor de massa efetiva nas direções x and y .

A energia de Fermi é dada por:

$$\frac{1}{2} m^* \{ \alpha V_{Fx}^2 + \beta V_{Fy}^2 \}, \quad (5.8)$$

onde α e β são dois parâmetros introduzidos com o objetivo de fitar os dados do contorno de Fermi da referência [21]. V_{Fx} e V_{Fy} são as componentes da velocidade de Fermi ao longo das direções x e y respectivamente. Utilizando as mesmas unidades adimensionais empregadas no final do capítulo 4, na explicação do modelo empregado para simular a dinâmica eletrônica em super-redes de antipontos 2D, o Hamiltoniano do sistema pode ser escrito assim

$$\frac{1}{\alpha} \left\{ \alpha \frac{dx}{dt} + \frac{B}{B_0} y \right\}^2 + \frac{1}{\beta} \left\{ \beta \frac{dy}{dt} - \frac{B}{B_0} x \right\}^2 + U_{2D}(x, y), \quad (5.9)$$

esta equação fornece um contorno de Fermi de forma elíptica, o qual não acontece no caso em estudo. Portanto, para obter a forma oval própria foi adicionado um termo perturbativo (γ) ao Hamiltoniano,

$$\gamma = \eta \frac{1}{\alpha} \left\{ \alpha \frac{dx}{dt} + \frac{B}{B_0} y \right\}^4, \quad (5.10)$$

onde η é um outro parâmetro escolhido suficientemente pequeno e aplicado somente para valores positivos e predeterminados de \dot{x} . A introdução deste termo, em conjunto com os parâmetros α e β permite a extrapolação dos dados da referência [21] para a forma oval real do contorno de Fermi.

Assim as equações de movimento estão dadas por:

$$\dot{x} = \left(\alpha p_x + \frac{B}{B_0} y \right) + \gamma, \quad (5.11)$$

$$\dot{y} = 2 \left(\beta p_y - \frac{B}{B_0} x \right), \quad (5.12)$$

$$\dot{p}_x = \frac{B}{B_0 \beta} \dot{y} - \frac{\partial U}{\partial x}, \quad (5.13)$$

$$\dot{p}_y = -\frac{B}{B_0 \alpha} \dot{x} - \frac{\partial U}{\partial y}. \quad (5.14)$$

A integração desse sistema de equações, geradas pelo contorno de Fermi apropriado, coerente com o perfil de sub-banda obtido através de cálculos autoconsistentes, permite a obtenção da condutividade dos gás eletrônico se locomovendo na super-rede de antipontos na presença de campo magnético quase-paralelo. A figura 5.2 mostra seis curvas correspondentes à velocidade de Fermi, no espaço real, para o gás 2D na presença de campo paralelo crescente desde $0 T$ até $28 T$, cujas curvas foram obtidas através do processo de interpolação explicado no parágrafo anterior.

5.3 Discussão dos resultados

5.3.1 Superfícies de Poincaré

Seguindo o modelo da dinâmica eletrônica em campo magnético perpendicular e a aproximação para o caso de campo magnético inclinado realizado nesta pesquisa, os mapas de Poincaré foram calculados para o caso particular de um valor de diâmetro de antiponto à energia de Fermi de $d = 0.23a$, o qual corresponde aproximadamente ao caso experimental da amostra com $a = 0.5 \mu m$. Uma superfície de Poincaré em $y = y_0$ é a interseção de uma superfície de energia com o plano $y = y_0$. A figura 5.3 mostra três mapas de Poincaré em

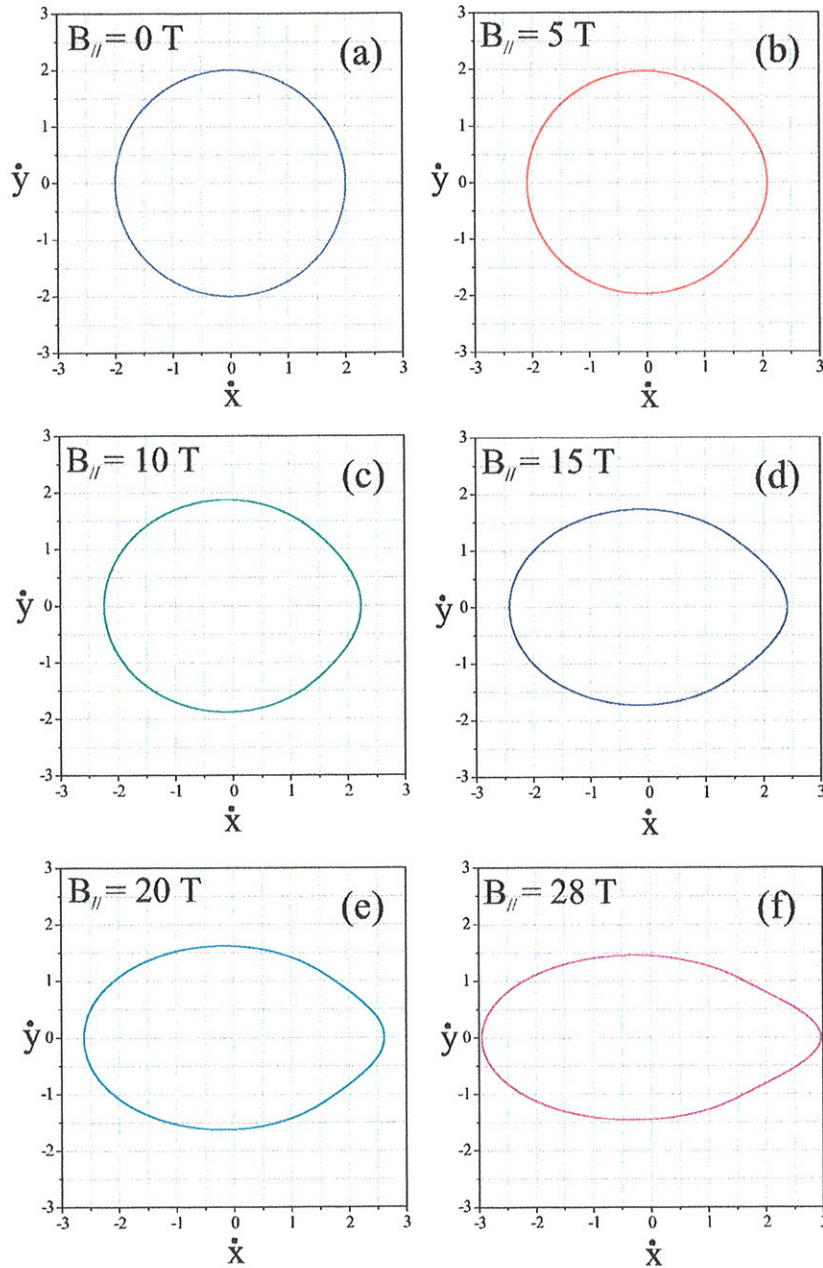


Figura 5.2: (a) Velocidade de Fermi do gás bidimensional de elétrons, no espaço real, e na presença de campo magnético perpendicular. (b), (c), (d), (e) e (f) mostram o efeito de distorção, produzida na velocidade de Fermi, pelo efeito do campo magnético paralelo crescente ($B_{\parallel} = 5 \text{ T}$, 10 T , 15 T , 20 T , and 28 T).

$[y(mod1) = 0]$ para um valor de $B/B_0 = 1.0$ calculados através de 30 condições iniciais escolhidas aleatoriamente. A parte (a) da figura 5.3, é uma superfície de seção, para o caso da aplicação de campo magnético perpendicular. Nesta figura é possível observar várias ilhas de estabilidade em torno de $x = 0.5$, rodeadas por um mar de caoticidade. As ilhas correspondem a movimento regular e, de acordo com o teorema de “KAM” (Kolmogorov–Arnold–Moser) [85], representam a interseção de toros invariantes de órbitas ciclotrônicas com $(R_c = a/2)$ girando em torno de um simples antiponto localizado em $(x, y) = (0, 0)$. Essas órbitas são conhecidas na literatura como órbitas do tipo rosa (“rossete-like”), as quais podem ser do tipo periódico ou quase-periódico [68].

A parte (b) da figura 5.3, corresponde a uma superfície de seção em $[y(mod1) = 0]$, calculada com as mesmas condições iniciais que a figura anterior. Desta vez trata-se de uma componente paralela do campo magnético $B_{//}$ da ordem de $10 T$ aplicada no gás bidimensional de elétrons. É possível observar uma transformação severa da dinâmica eletrônica quando o campo magnético paralelo é aplicado. Devido à distorção da forma das órbitas ciclotrônicas aparece um incremento no grau de caoticidade do sistema; isso origina a destruição da maior parte das ilhas de estabilidade.

A parte (c) da figura 5.3 mostra uma superfície de seção em $[y(mod1) = 0]$ com as mesmas condições iniciais das partes (a) e (b) da mesma figura. Temos agora uma componente paralela do campo magnético de $20 T$. A intensidade do campo paralelo produz uma maior distorção das trajetórias eletrônicas nas direções x e y , incrementando o tamanho da região caótica no espaço de fases. A maior parte das ilhas de estabilidade foram destruídas, porém, apareceram algumas outras, com formas diferentes, as quais pertencem à interseção de alguns toros invariantes com $[y(mod1) = 0]$ os quais pode ser observados no lado esquerdo da parte (c) da figura 5.3. Também é observado um incremento no número de trajetórias difusivas, o qual se distinguem nos mapas de Poincaré como curvas não fechadas ou ilhas rodeadas por uma hierarquia autosimilar de toros de KAM [86, 69]. O efeito de encolhimento da área correspondente ao movimento estável deve-se ao incremento do diâmetro do ciclotron na direção x . Na medida em que a condição $2R_c = a$ desaparece, algumas órbitas regulares inevitavelmente se transformam em caóticas devido ao retroespalhamento com antipontos vizinhos. Esses dois efeitos, o incremento no número de órbitas difusivas e o incremento do caos no espaço de fases,

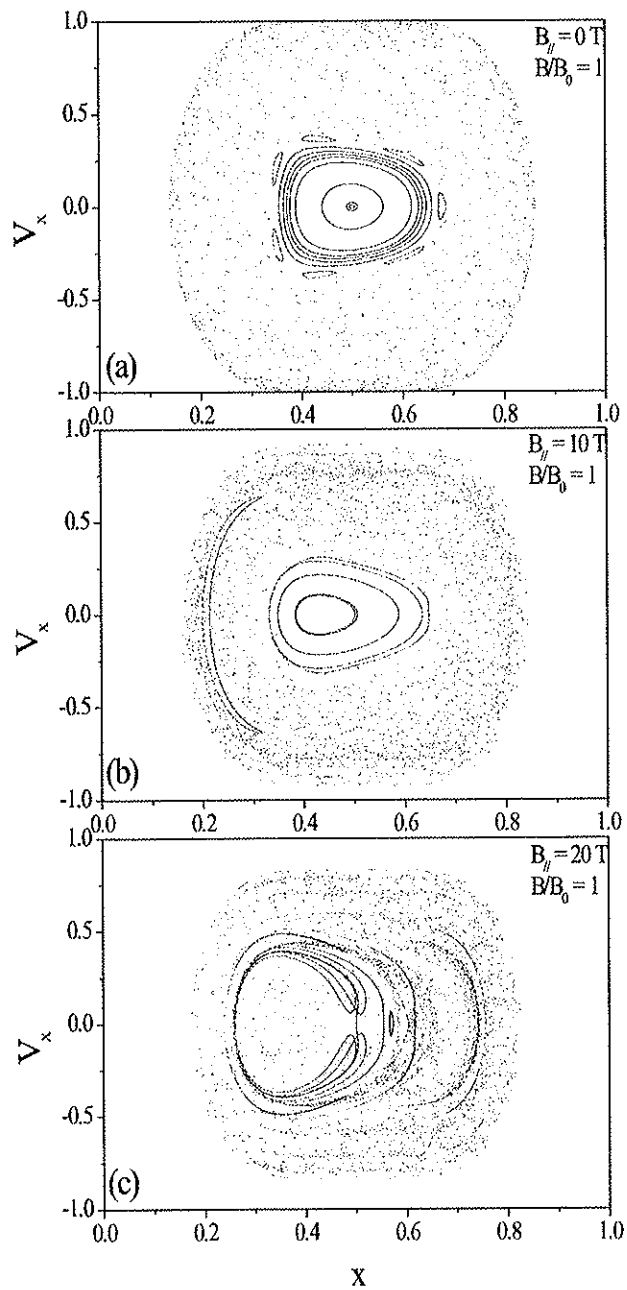


Figura 5.3: Superfícies de seção de Poincaré, calculadas para a super-rede retângular de antipontos em $y(\text{mod}1) = 0$ com $B/B_0 = 1$ e $d = 0.23a$, para (a) $B_{\parallel} = 0$ T, (b) $B_{\parallel} = 10$ T, e $B_{\parallel} = 20$ T.

podem ser responsáveis pelo alargamento dos picos de comensurabilidade quando o gás bidimensional de elétrons encontra-se submetido à ação de um campo magnético paralelo.

Devido à anisotropia do contorno de Fermi nas direções x and y , também é necessária a observação da dinâmica eletrônica na direção y , por isso, na figura 5.4 estão representados três mapas de Poincaré em $[x(mod1) = 0]$, para $B/B_0 = 1.0$ e o mesmo valor do diâmetro do antiponto à energia de Fermi, que o resultado dos três mapas mostrados na figuras 5.3. A parte (a) da figura 5.4 também é uma superfície de seção para o gás bidimensional em campo perpendicular. Comparando as figuras 5.3(a) e 5.4(a) nota-se que não existem diferenças significativas entre esses dois mapas devido à isotropia da difusão nas direções longitudinal e transversal. Na parte (b) e (c) da figura 5.4 aparece novamente o incremento de trajetórias caóticas no sistema, quando aplicada a componente paralela do campo magnético, algumas órbitas regulares são destruídas, no entanto, outras novas aparecem. Quando $B_{//} = 10 T$, por exemplo, a principal diferença é que a região de estabilidade rodeada pela interseção de toros invariantes difere significativamente da figura 5.3(b) devido ao encolhimento da região de estabilidade ao longo da direção y . A partir da comparação entre as figuras 5.3 e 5.4 é possível observar que devido à distorção da velocidade de Fermi dos elétrons, ao longo das direções x e y , é também introduzida uma anisotropia na difusão nas direções longitudinal e transversal, o que manifesta-se através de uma dinâmica eletrônica diferente.

A figura 5.5, mostra algumas trajetórias periódicas e quase-periódicas típicas, calculadas através do modelo da dinâmica em campo magnético perpendicular para diferentes valores do campo magnético normalizado B/B_0 e uma razão do diâmetro dos antipontos à energia de Fermi em relação ao período artificial da rede de $d/a = 0.23$. Esse tipo de órbitas são o resultado de uma velocidade de Fermi isotrópica ao longo das direções x e y .

Com o objetivo de comparar, de modo esquemático, a evolução da dinâmica eletrônica nas super-redes de antipontos submetidas à ação de campo magnético paralelo, a figura 5.6 mostra algumas trajetórias eletrônicas que aparecem quando a componente paralela do campo magnético e aumentada. As trajetórias designadas pelos números 1, 2, e 3 correspondem à condição $B/B_0 = 1$ para um razão $d = 0.23a$. Especificamente, as trajetórias designadas pelo número 1 correspondem a um valor de $B_{//}$ de $10 T$, aquelas

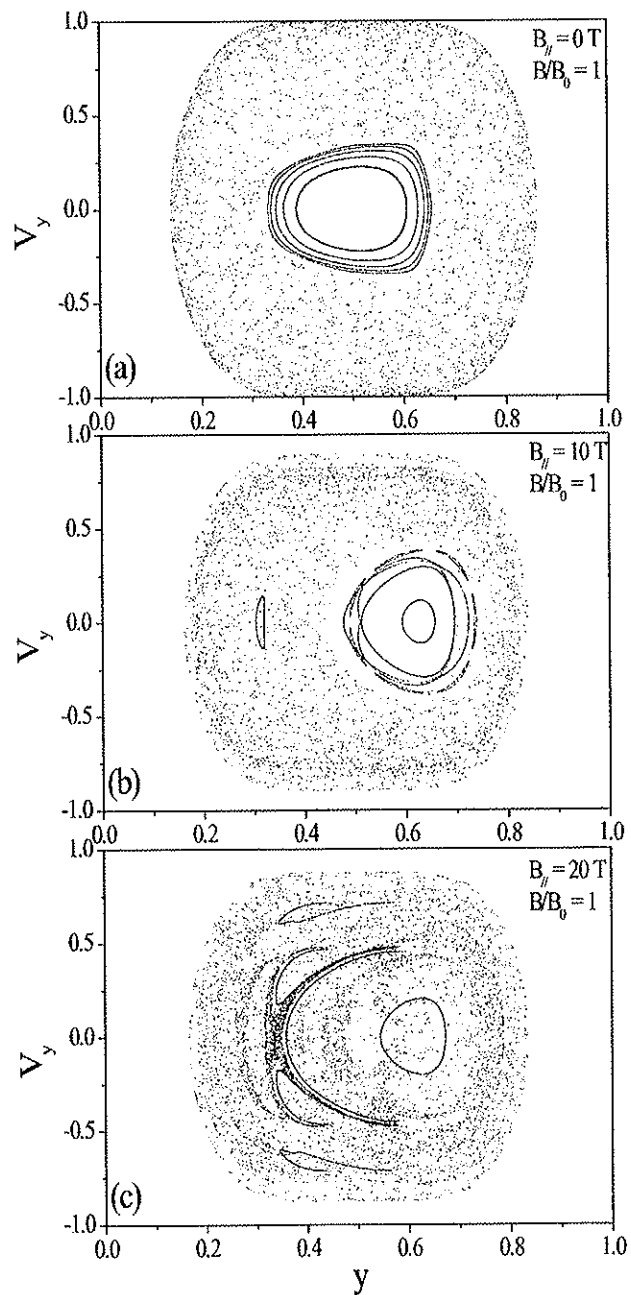


Figura 5.4: Superfícies de seção de Poincaré, calculadas para a super-rede retângular de antipontos em $x(\text{mod}1) = 0$ com $B/B_0 = 1$ e $d = 0.23a$, para (a) $B_{||} = 0$ T, (b) $B_{||} = 10$ T, e $B_{||} = 20$ T.

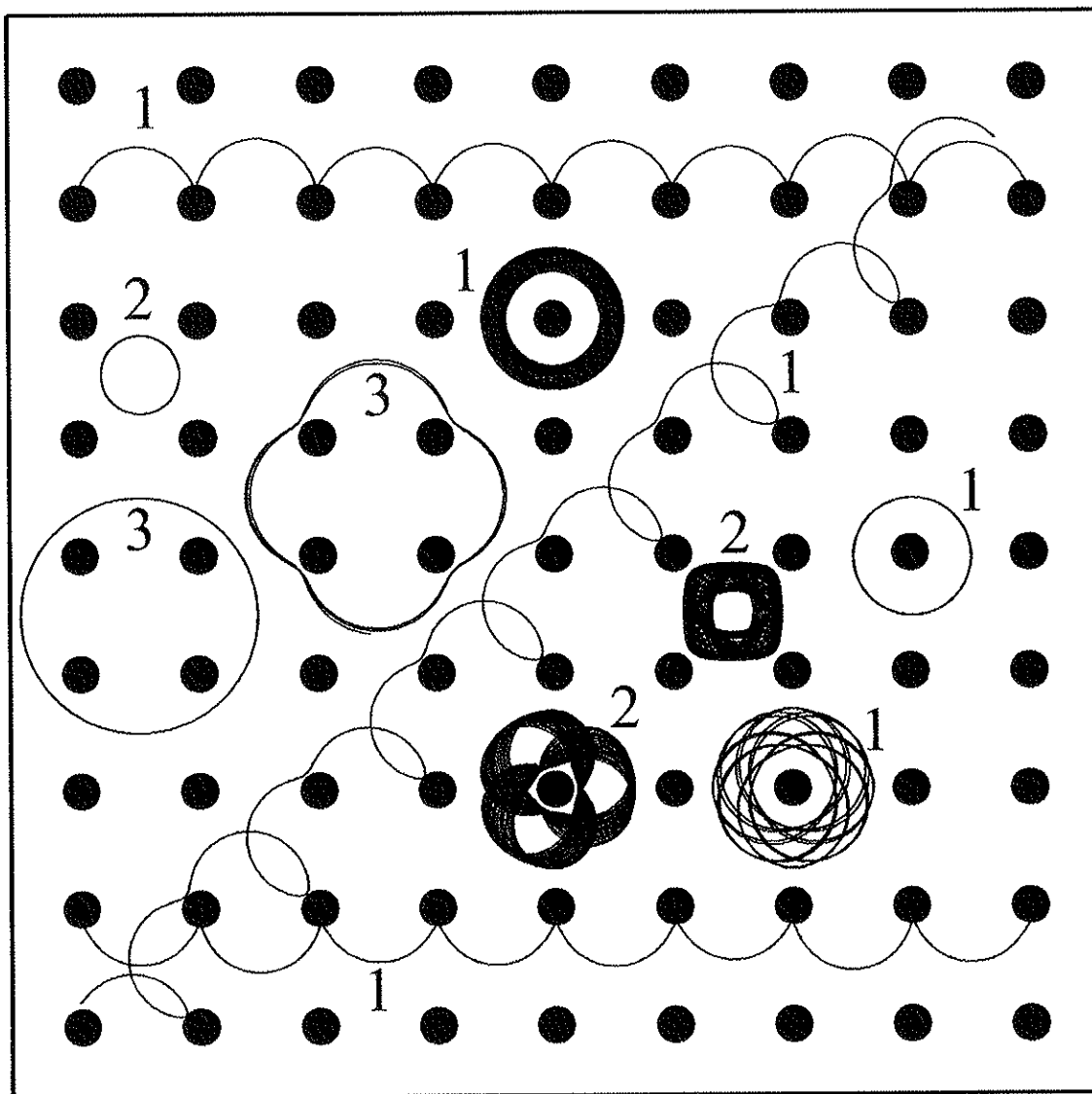


Figura 5.5: Trajetórias eletrônicas típicas, as quais evoluem no espaço de fases da dinâmica do 2DEG nas super-redes de antipontos, na presença de campo magnético perpendicular. Em (1) para $2R_c = a$, e em (2) para $2R_c < a$ e (3) $2R_c > a$.

designadas pelo número 2 correspondem a $B_{//} = 20 T$ e, finalmente, aquelas designadas pelo número 3 correspondem a $B_{//} = 28 T$. Além das trajetórias localizadas pelos antipontos, há, diferentes tipos de trajetórias “fugitivas” as quais evoluem regularmente entre antipontos vizinhos, incrementando a difusão na direção longitudinal. Esse novo tipo de trajetórias difusivas torna-se possível por causa da forma assimétrica do contorno de Fermi oval.

5.3.2 Cálculo da magnetoresistência

A magnetoresistência do gás bidimensional de elétrons se locomovendo nas super-redes de antipontos bidimensionais, na presença de campo magnético perpendicular, foi obtida a partir do cálculo do tensor de condutividade, através da fórmula de resposta linear de Kubo [87], em temperatura $T=0 K$, e para frequência nula. De acordo com esta teoria, a seguir será explicada no apêndice A, a condutividade Ohmica σ_{ij} é proporcional à difusão sendo expressa pela equação :

$$\sigma_{ij} = \frac{m^* e^2}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \langle v_i(t) v_j(t=0) \rangle_\Gamma e^{-\frac{t}{\tau}} dt, \quad (5.15)$$

onde m^* é a massa efetiva eletrônica; \hbar é a constante reduzida de Planck; e $\langle v_i(t) v_j(0) \rangle_\Gamma$ é a função de correlação velocidade-velocidade duplamente promediada no espaço de fases Γ ; os índices i e j indicam as direções x e y , respectivamente. A presença de espalhamento com impurezas é incluída através do tempo médio de espalhamento eletrônico τ , onde a probabilidade de um elétron não sofrer uma colisão no intervalo $[0,t]$ é dada por $e^{-t/\tau}$.

A partir do cálculo numérico dos tensores de condutividade σ_{xx} e σ_{xy} , como função do campo magnético perpendicular, pode-se determinar a resistividade longitudinal ρ_{xx} e transversal ρ_{xy} através das expressões:

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad (5.16)$$

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}. \quad (5.17)$$

Para a realização do cálculo da condutividade foi gerado um conjunto de trajetórias eletrônicas uniformemente distribuídas no interior de uma região quadrada correspondente a uma célula unitária (distribuição de pontos de partida dentro da célula unitária), a qual

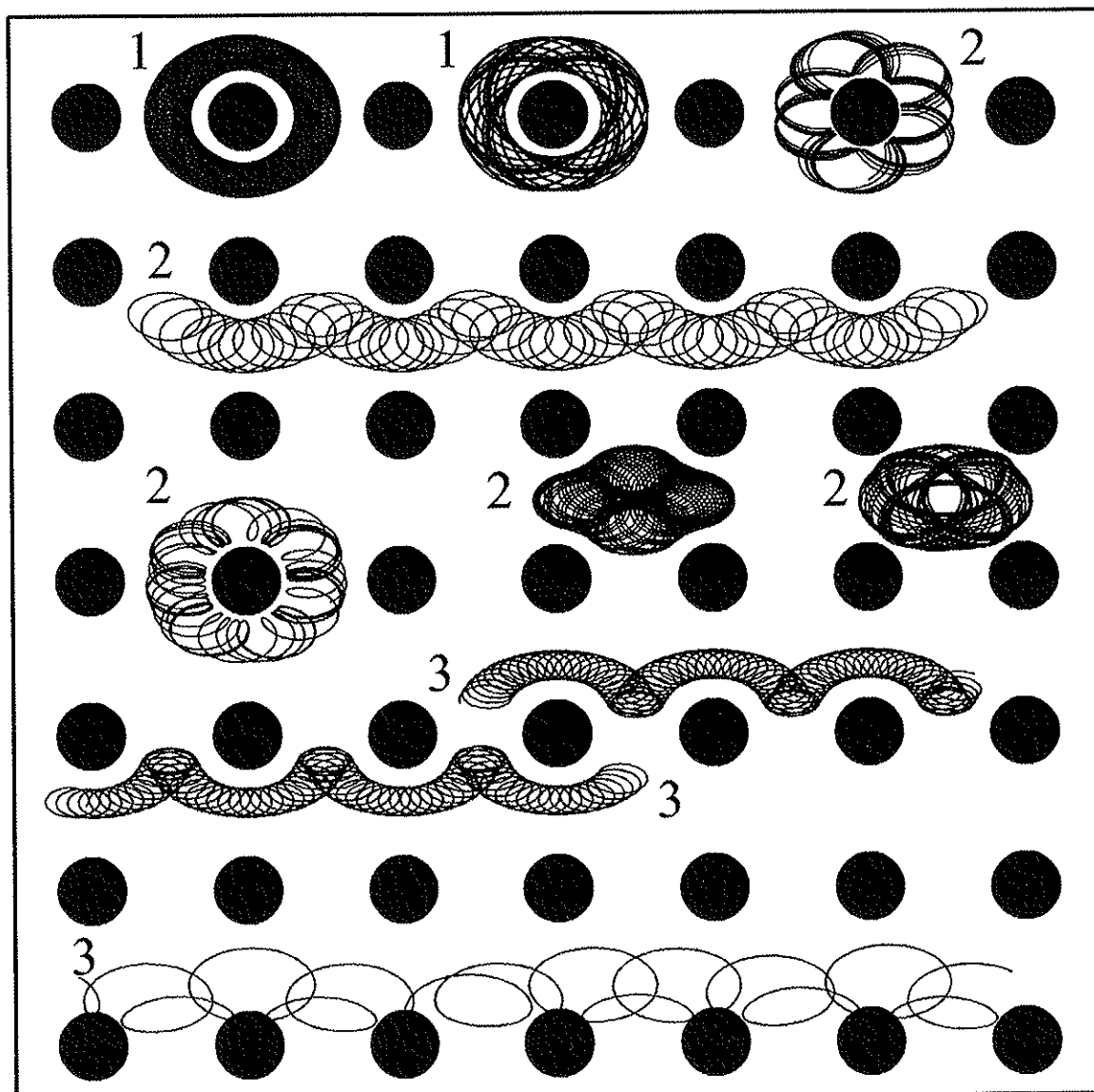


Figura 5.6: Algumas trajetórias regulares em campo magnético inclinado, para $B/B_0 = 1$ e (1) $B_{||} = 10 T$, (2) $B_{||} = 20 T$, e (3) $B_{||} = 28 T$.

contém um antiponto localizado na origem do sistema de coordenadas. Para cada ponto desta região foram geradas em torno de 1000 órbitas em forma quase aleatória (distribuição angular entorno de cada ponto de partida).

Seguindo o modelo analítico explicado, foi calculado a magnetoresistência do gás bidimensional de elétrons na presença de campo magnético perpendicular e o posterior comportamento quando submetido à ação do campo paralelo. A figura 5.7 mostra os resultados desses cálculos. A parte (a) desta figura mostra a magnetoresistência normalizada ρ_{xx}/ρ_{xx0} em função do campo magnético normalizado. A primeira curva na parte inferior corresponde à aplicação de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$ e as curvas seguintes, em ordem consecutiva na direção superior, correspondem à aplicação de campo magnético paralelo crescente. Todas as curvas em campo paralelo foram deslocadas para a direção superior do eixo da resistividade com o propósito de mostrar em detalhe a evolução do deslocamento e o alargamento dos picos de comensurabilidade juntamente com o aparecimento da nova estrutura. Os cálculos correspondem a um diâmetro de antiponto à energia de Fermi de $d = 0.23a$, o qual corresponde a situação experimental da amostra com $a = 0.5 \mu m$.

Na parte (b) da figura 5.7 há duas curvas de magnetoresistência calculadas para uma seção transversal à energia de Fermi, de $d = 0.1a$. Isto corresponde à situação experimental da amostra em estudo com período $a = 1.0 \mu m$. A curva na parte inferior corresponde à aplicação de campo magnético perpendicular e a outra, na parte superior, corresponde à aplicação de campo magnético paralelo igual a $28 T$.

A partir dos cálculos mostrados na figura 5.7 pode-se observar o efeito de alargamento e deslocamento dos picos de comensurabilidade. A anisotropia da focalização eletrônica devido ao campo magnético paralelo [88] poderá ser responsável pelo aparecimento desses efeitos. De acordo com este fenômeno, a separação entre antipontos vizinhos atua como injetor/receptor de elétrons e os picos na resistividade resultam da comensurabilidade entre o diâmetro do ciclotron e a constante da super-rede artificial de antipontos a . Na medida em que a componente paralela do campo magnético é incrementada, a condição de casamento é severamente modificada nas direções x e y e, como conseqüência, é também incrementado o grau de caos no sistema, produzindo o alargamento e deslocamento dos picos de comensurabilidade. Este fenômeno torna-se maior quando a razão d/a decresce.

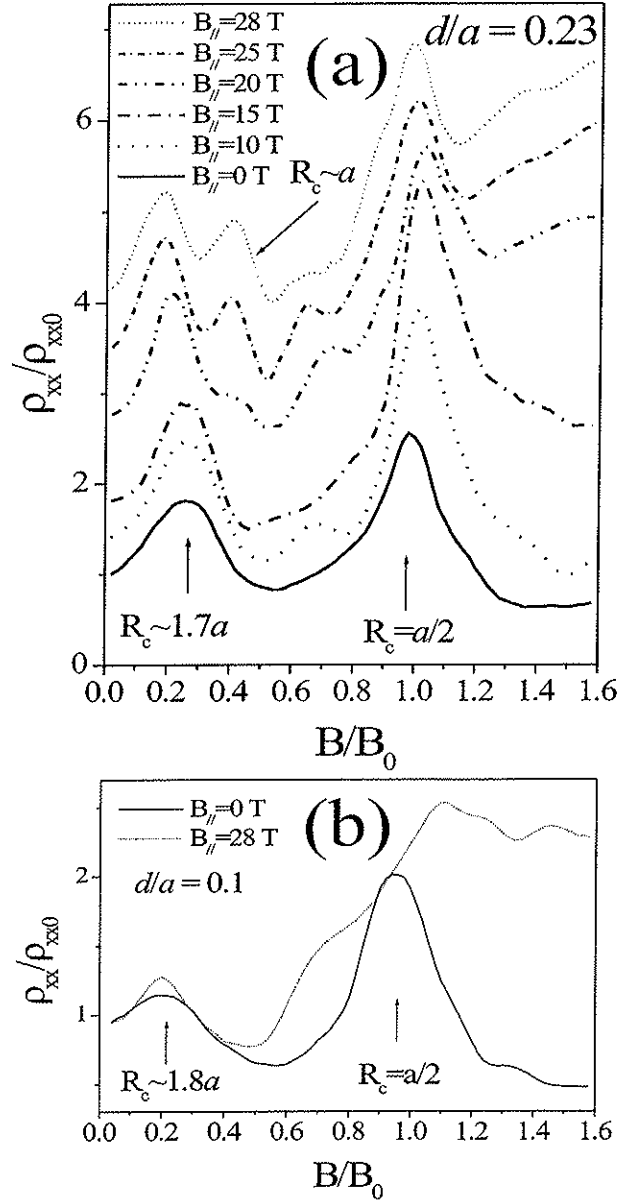


Figura 5.7: a— Curvas de magnetoresistência ρ_{xx}/ρ_{xx0} calculadas para o 2DEG se locomovendo nas super-redes de antipontos com razão $d/a = 0.23$. Mostra a evolução dos picos de comensurabilidade em função do incremento da componente no plano do campo magnético. A curva na parte mais inferior (linha sólida) corresponde à aplicação de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$ e a curva na parte superior corresponde à aplicação de uma componente paralela de $B_{||} \sim 28$ T ($\Theta \sim 0.54^\circ$). As curvas para campo magnético inclinado foram deslocadas na direção superior para distinguir melhor a evolução em cada uma delas. b— Curvas de magnetoresistência calculadas para a razão $d/a = 0.1$ na configuração de campo magnético perpendicular e para $B_{||} \sim 28$ T.

Também através do emprego das superfícies de Poincaré, foi analisado o efeito relacionado ao aparecimento de um novo pico de comensurabilidade. Para realizar uma comparação foram calculadas duas superfícies de seção em $[y(mod1) = 0]$ para a razão $d = 0.23a$, a qual corresponde à situação experimental da amostra com periodicidade $a = 0.5\mu m$. A figura 5.8 mostra esses resultados. Na parte (a) mostra-se uma seção de Poincaré calculada para um valor do campo magnético normalizado $B/B_0 = 0.5$ quando a rede de antipontos está na configuração de campo perpendicular, o valor $B/B_0 = 0.5$ corresponde aproximadamente à condição de comensurabilidade $R_c = a$. Na parte (b) mostra-se a mesma superfície de Poincaré, porém, desta vez o mapa corresponde à aplicação de uma componente paralela do campo de $\sim 28 T$.

No caso da aplicação de campo magnético perpendicular, a maior parte da superfície de seção corresponde a movimento caótico. Isso está de acordo com os cálculos realizados por M. Flieber *et al* [69] para o volume do espaço de fases das trajetórias ciclotrônicas com razão d/a semelhante àqueles das amostras deste estudo e para a condição de comensurabilidade $R_c = a$. No mapa (b) da figura 5.8, também existem duas ilhas de movimento regular correspondentes a trajetórias presas entre quatro antipontos, o qual corresponde a um ponto fixo do tipo hiperbólico [85]. Estas trajetórias são instáveis sob a aplicação de um campo magnético fraco podendo evoluir eventualmente para trajetórias caóticas ou “fugitivas”. Quando uma forte componente paralela do campo magnético, é aplicada, a superfície de Poincaré, em $[y(mod1) = 0]$, é fortemente alterada. Como pode ser observado na figura 5.8, uma fração apreciável do espaço de fases é agora ocupada por órbitas periódicas e quase-periódicas; também existe um incremento das trajetórias “fugitivas” em comparação com o caso da superfície de Poincaré em campo magnético perpendicular. Estas órbitas deverão ser responsáveis pelo incremento da difusão na região de campo baixo e também pelo aparecimento do novo pico de comensurabilidade. Vários toros invariantes também foram observados, mas eles correspondem à trajetórias que não contribuem para a condutividade, pois elas estão presas devido aos antipontos e não conseguem ser liberadas por campos magnéticos fracos [89]. A figura 5.9 mostra algumas trajetórias regulares calculadas para $B/B_0 = 0.5$ e $B_{//} = 28 T$, as quais evoluem no espaço de fases sob essas condições .

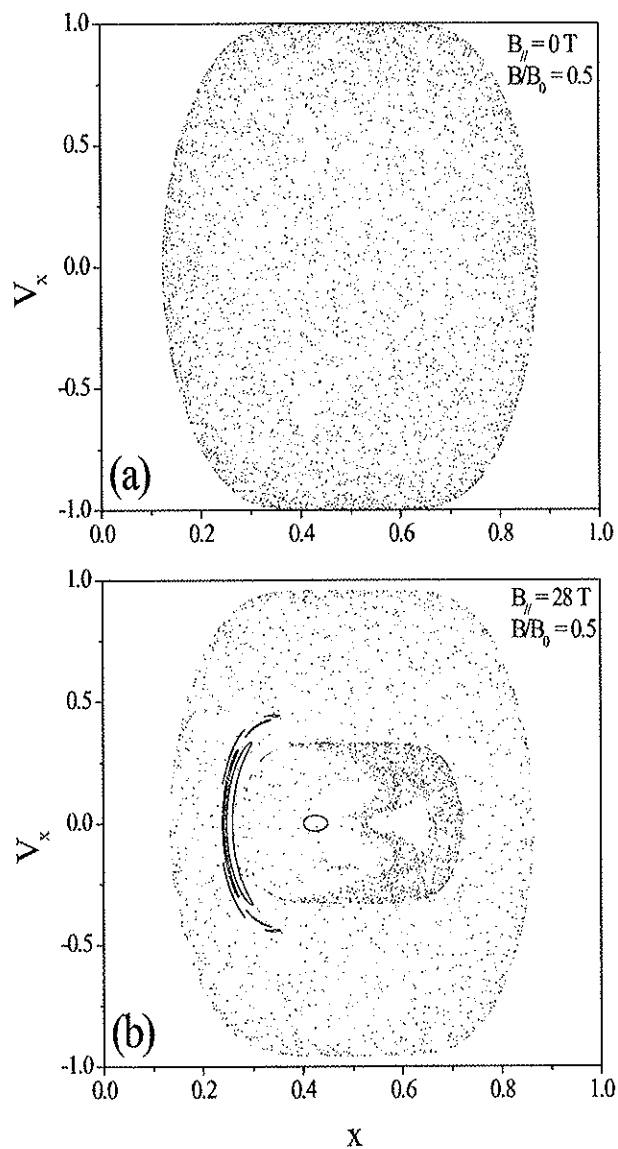


Figura 5.8: Superfícies de Poincaré calculadas para a super-rede retangular de antipontos em $y(\text{mod}1) = 0$ para $B/B_0 = 0.5$ e $d = 0.23a$; para (a) $B_{\parallel} = 0 \text{ T}$ e (b) $B_{\parallel} = 28 \text{ T}$.

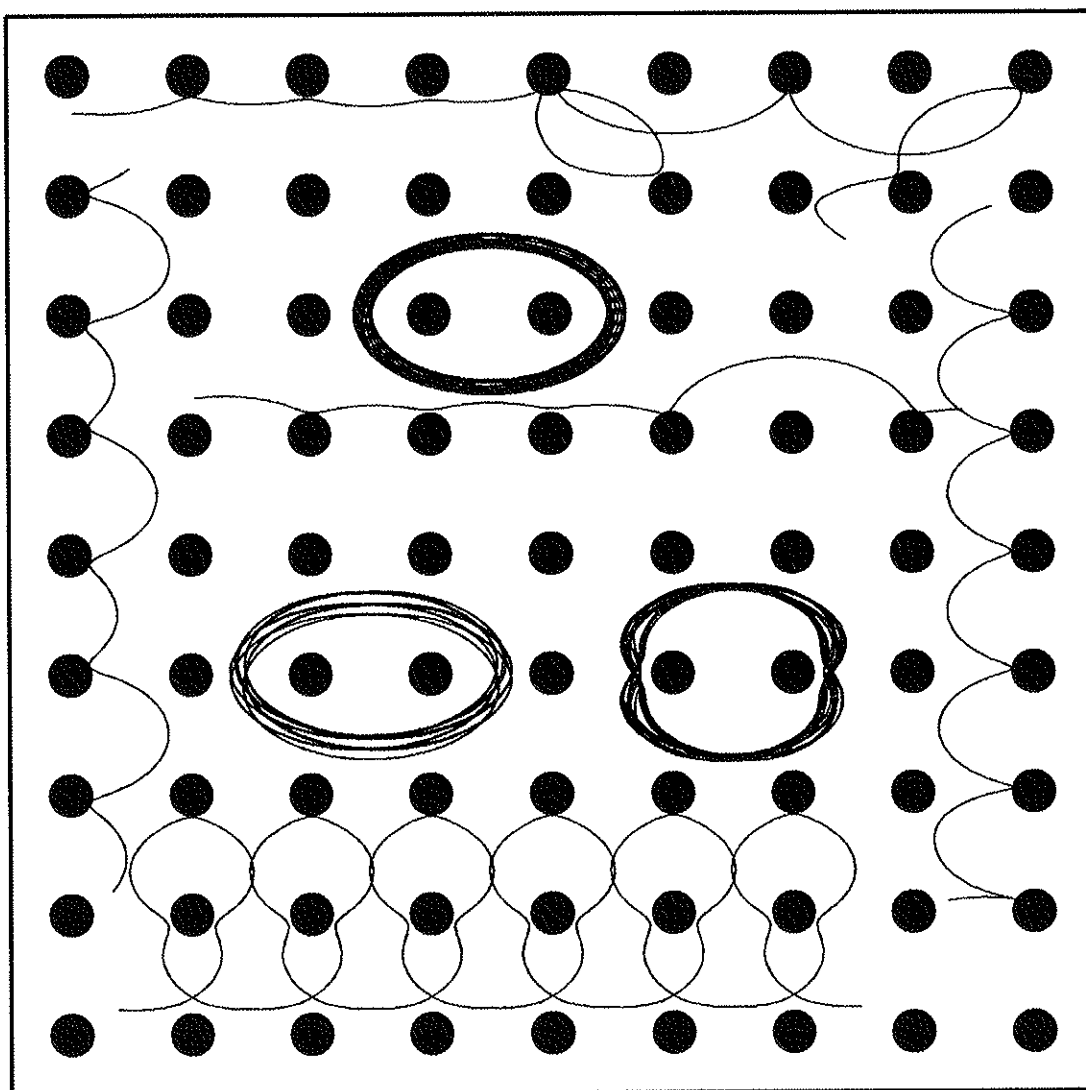


Figura 5.9: Algumas trajetórias regulares, em campo magnético paralelo, para $B/B_0 = 0.5$ e $B_{//} = 28 T$.

5.3.3 Caraterização experimental

A caraterização por magnetotransporte foi realizada através do emprego de uma bobina resistiva e as medidas foram realizadas em temperatura de 1.5 K. Devido à geometria de desenho da barra Hall, mostrada na figura 5.10, com 10 contatos, e ao emprego simultâneo de dois dispositivos de amplificação foram realizadas medidas simultâneas de magnetoresistência tanto nas regiões com antipontos como nas sem antipontos de cada uma das amostras na presença de campo magnético perpendicular. Os resultados dessas medidas são mostrados nas figuras 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14. Após cada medida em campo perpendicular foi realizada a rotação das amostras em relação à direção do vetor de campo magnético. Para a realização dessas medidas, em um amplificador medimos a voltagem longitudinal V_{xx} na região com antipontos, em outro amplificador foi realizada a medição da voltagem de Hall V_{xy} (voltagem transversal) na região sem antipontos. O ângulo entre o vetor de campo magnético e a superfície das amostras é indicado por Θ , quando o vetor de campo magnético é perpendicular à superfície das amostras $\Theta = 90^\circ$, e quando o campo é paralelo à superfície das amostras $\Theta = 0^\circ$.

Na medida em que a componente paralela do campo magnético é incrementada, os picos de comensurabilidade são deslocados para maiores valores do campo, seguindo uma lei $\text{sen}(\Theta)^{-1}$, isso por que a componente perpendicular, responsável pela dinâmica no plano, decresce gradualmente. Desta forma foi possível estudar a transformação das estruturas anômalas até valores de $B = 28 T$, quando o ângulo Θ era de aproximadamente uma fração de grau.

A figura 5.11 mostra as medidas de magnetoresistência, para as amostras com períodos $a = 0.5 \mu m$ e a figura 5.12 para as amostras com $a = 1.0 \mu m$. Nas figuras 5.13 e 5.14 mostra-se as medidas de magnetoresistência, para as amostras com períodos $a = 1.5 \mu m$ e $a = 2.0 \mu m$ respectivamente. As medidas foram realizadas em temperatura de 1.5 K, após uma breve iluminação, e como função da componente paralela do campo magnético.

Para efeito de comparação, normalizamos cada uma das curvas de magnetoresistência, primeiramente, em relação à componente perpendicular do campo magnético $B \text{sen}(\Theta)$, auxiliados pelas medidas de resistividade transversal ρ_{xy} e, em segundo lugar, em relação à resistividade em campo magnético nulo $B = 0 T$. A partir das figuras 5.11 e 5.12 pode-se observar que na presença de campo magnético perpendicular ($\Theta = 90^\circ$) distinguem-se dois

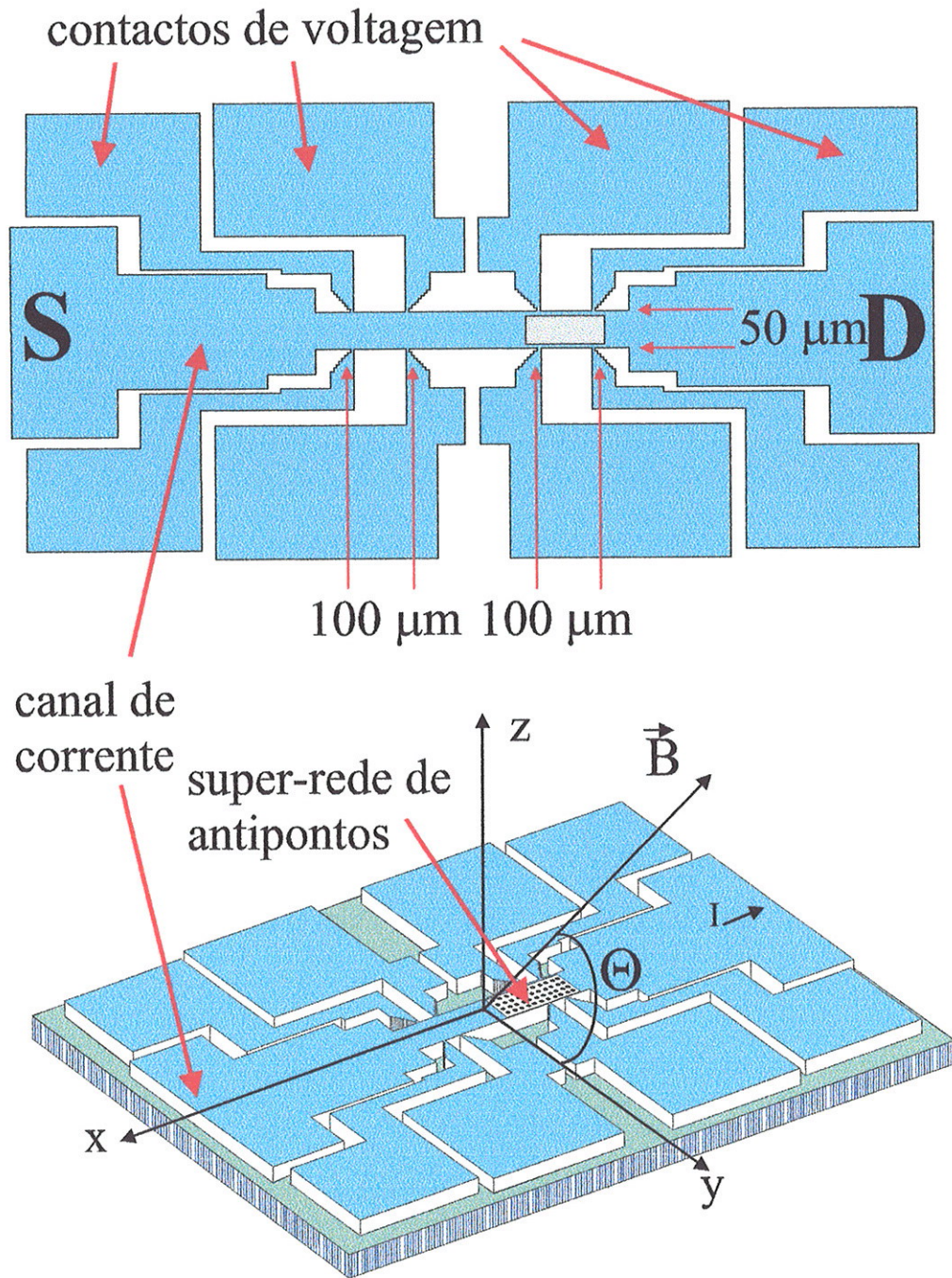


Figura 5.10: Diagrama esquemático mostrando a configuração da barra de Hall e da super-rede de antipontos para cada uma das amostras deste estudo. É mostrada, também, a configuração para medidas em campo magnético inclinado. $\Theta = 90^\circ$ corresponde à configuração de campo perpendicular e $\Theta = 0^\circ$ corresponde à configuração de campo magnético paralelo à superfície das amostras e também à direção da corrente elétrica.

picos de comensurabilidade bastante pronunciados e superpostos em uma região com um notável aumento da resistividade. O pico com maior altura, em cada uma das amostras, corresponde à condição de comensurabilidade entre o raio do ciclotron e a metade do período da rede artificial de antipontos $2R_c = a$; o outro pico corresponde às condições $R_c \cong 1.8a$, para a amostra com $a = 1.0 \mu m$, e $R_c \cong 1.7a$, para a amostra com $a = 0.5 \mu m$. R_c representa o raio do ciclotron clássico à energia de Fermi sendo é representado por $R_c = \hbar\sqrt{2\pi N_s}/eB$. A energia de Fermi bidimensional, dada por $E_F = (eBR_c)^2/2m^*$, é $\approx 12.0 meV$ e $\approx 16.6 meV$ para as amostras com $a = 1.0 \mu m$ e $a = 0.5 \mu m$, respetivamente. A tabela 5.3.3, resume esses dados, para todas as amostras juntamente com a densidade da camada eletrônica bidimensional N_s e a mobilidade eletrônica μ_e , após o processo de gravação dos antipontos.

A partir da análise das medidas experimentais determinou-se que existe um acentuado alargamento e um deslocamento de todos os picos de comensurabilidade correspondentes à condição $2R_c = a$, em todas as amostras, à medida em que a componente paralela do campo magnético é incrementada gradualmente. Também determinou-se que o efeito de alargamento dos picos é maior para o caso das amostras com maior período de antipontos, como mostrado nas figuras 5.13 e 5.14.

Além do efeito de alargamento e deslocamento dos picos de comensurabilidade, também observou-se, na amostra com período $a = 0.5 \mu m$, o surgimento de uma nova estrutura, a qual está localizada em uma posição correspondente à condição de comensurabilidade $R_c = a$; Apenas a amostra com o menor período e maior razão d/a apresentou o surgimento dessa nova estrutura. O aparecimento de esse novo pico de comensurabilidade está de acordo com os resultados dos cálculos da resistividade ρ_{xx} na presença de campo magnético paralelo; Por isso esse fenômeno foi atribuído ao incremento da difusão devido ao aparecimento de novas trajetórias regulares na região de campo baixo, como foi observado na análise das superfícies de Poincaré. Esse novo pico de comensurabilidade não é possível de acontecer na presença de campo magnético perpendicular, para o caso particular da razão d/a correspondente a essa amostra. No entanto, o surgimento do pico torna-se possível devido a uma variação sistemática da forma das trajetórias eletrônicas, de circular para ovais, por causa da distorção do contorno de Fermi por efeito do campo paralelo.

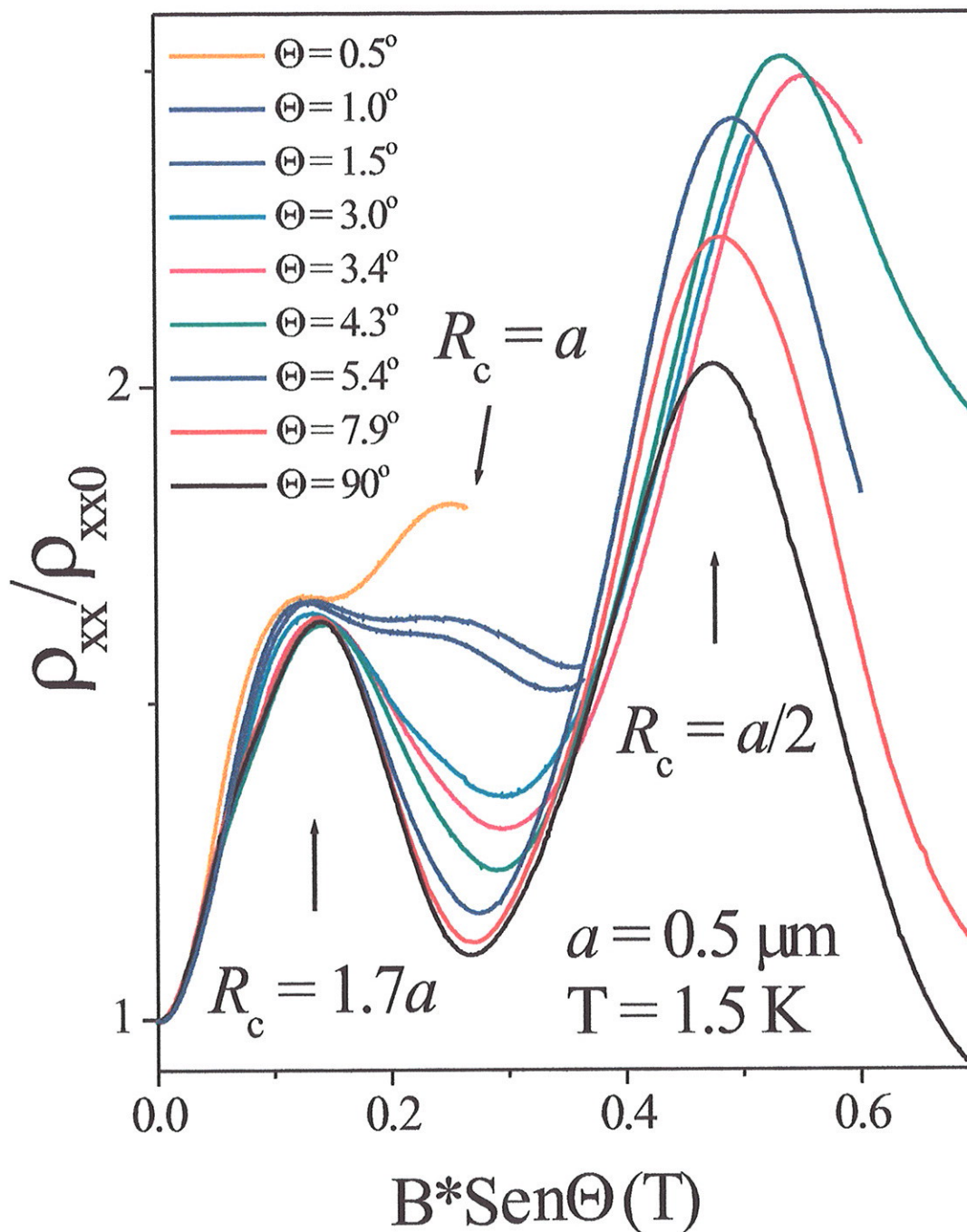


Figura 5.11: Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de 1.5K, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ . O período da super-rede é $a = 0.5 \mu\text{m}$.

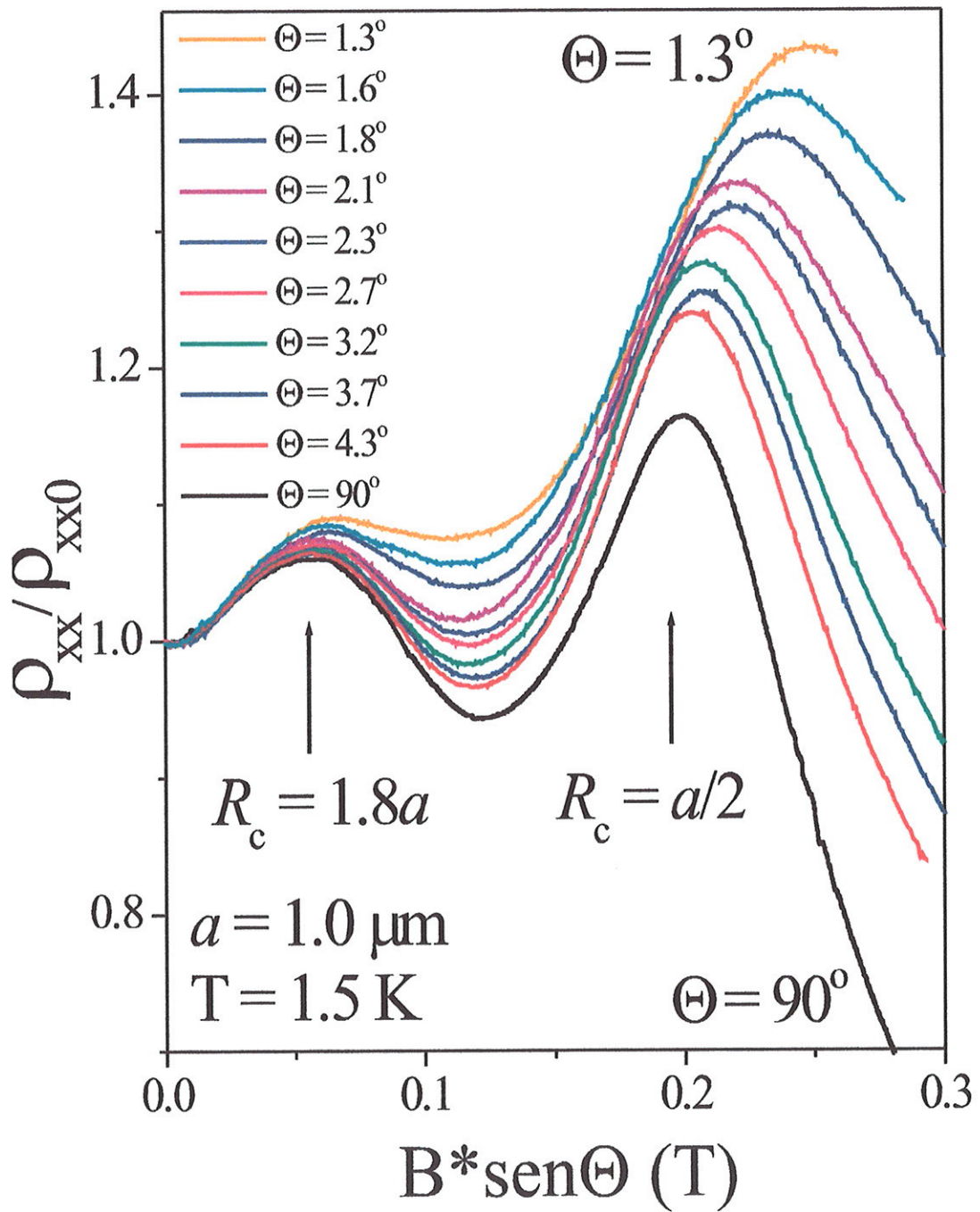


Figura 5.12: Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de 1.5K, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ . O período da super-rede é $a = 1.0\mu\text{m}$.

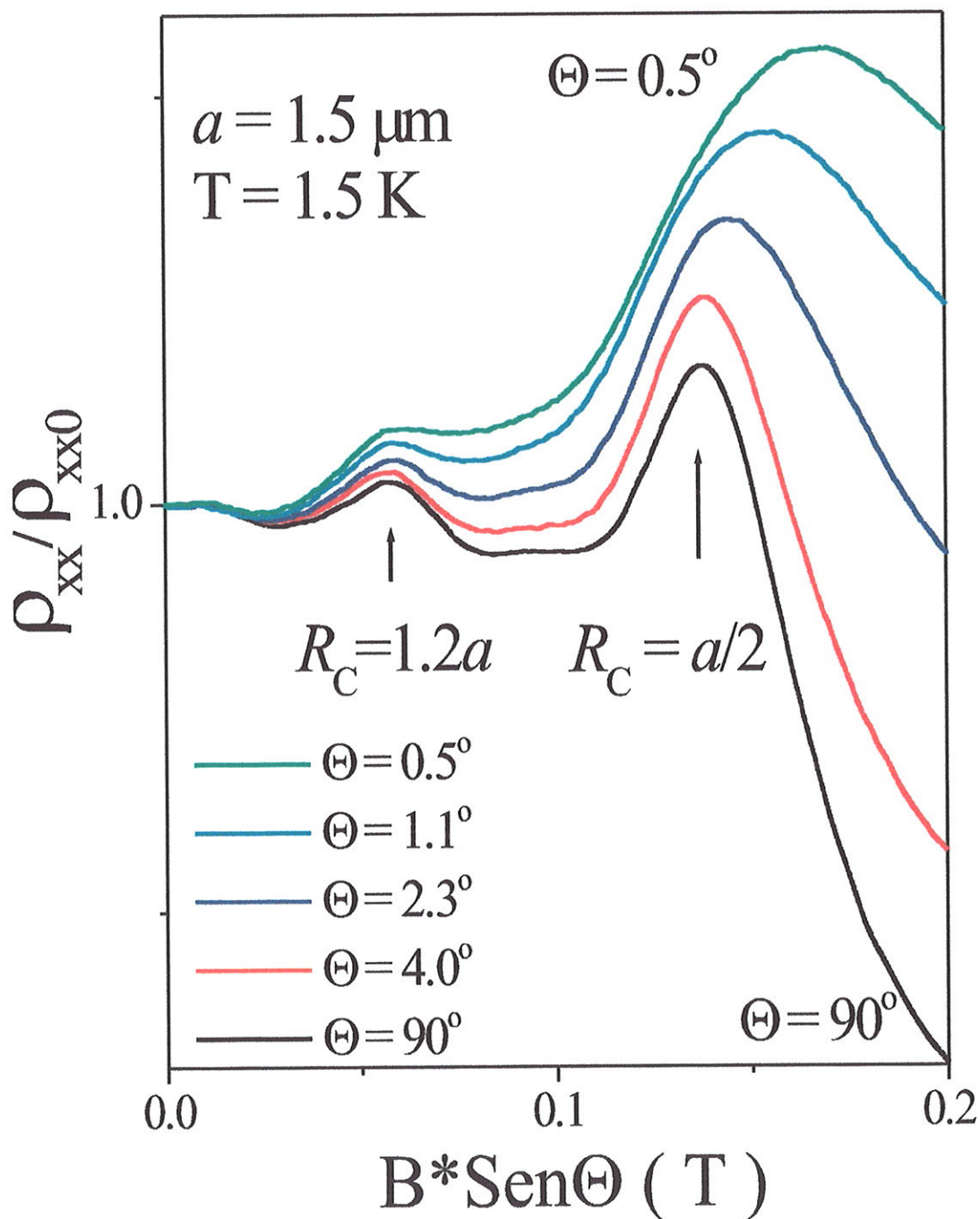


Figura 5.13: Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de 1.5K, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ . O período da super-rede é $a = 1.5\mu\text{m}$.

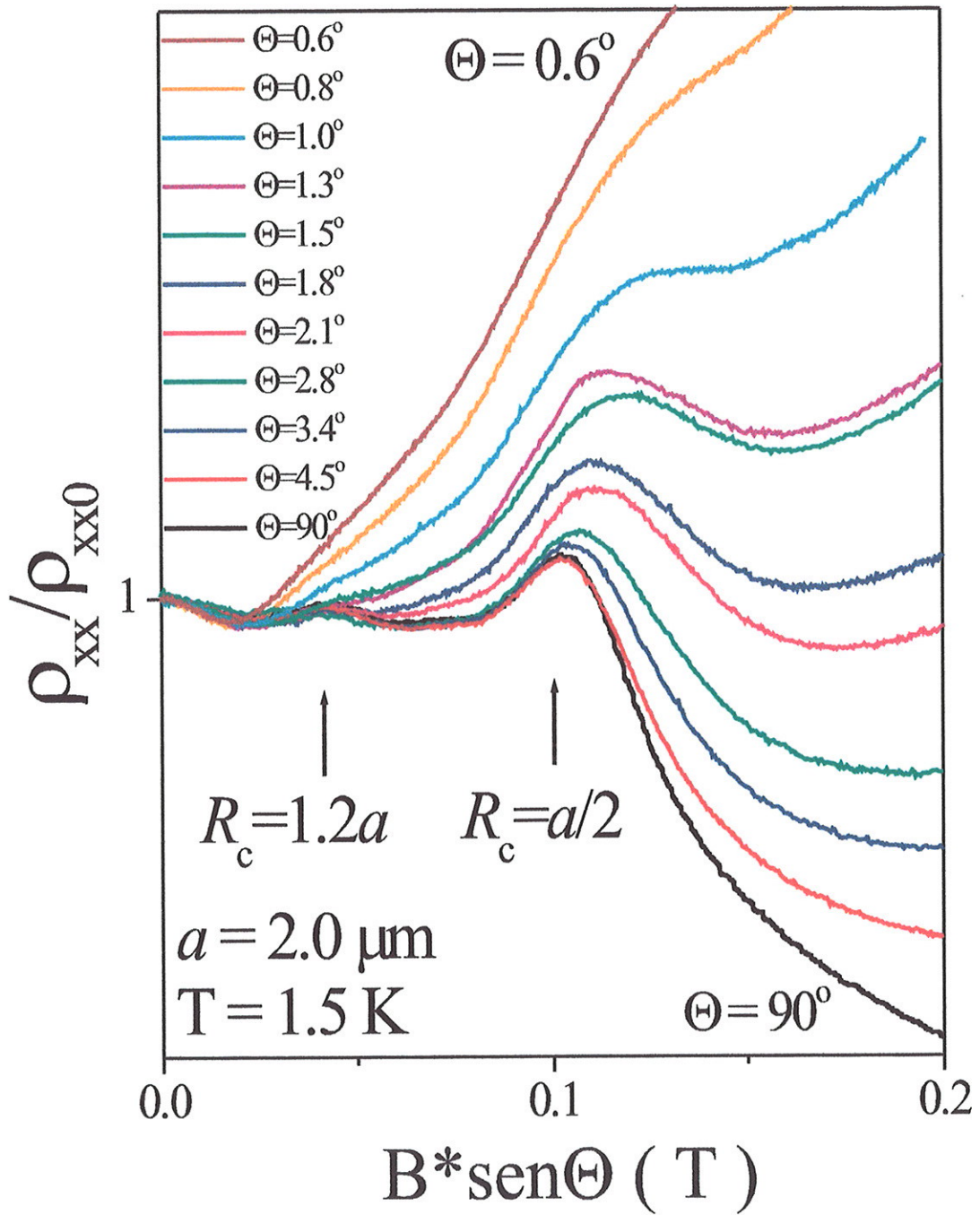


Figura 5.14: Curvas de magnetoresistência experimental normalizada (ρ_{xx}/ρ_{xx0}), realizadas em temperatura de 1.5K, para a super-redes de antipontos no 2DEG, como função do campo magnético perpendicular normalizado (B/B_0), e também do ângulo Θ . O período da super-rede é $a = 2.0\mu\text{m}$.

Tabela 5.3.3. Posição dos picos de comensurabilidade em campo magnético perpendicular (o pico 1 corresponde a $2R_c = a$), concentração eletrônica, mobilidade eletrônica, e energia de Fermi 2D, para cada uma das periodicidades das nossas amostras.

a (μm)	pico 1 (T)	pico 2 (T)	pico 2 (R_c/a)	N_s ($\cdot 10^{11} cm^{-2}$)	μ_e ($\cdot 10^5 cm^2/Vs$)	E_F (meV)
0.5	0.48	0.14	1.70	5.20	4.40	16.60
1.0	0.20	0.05	1.80	3.70	3.60	12.00
1.5	0.13	0.06	1.20	3.60	2.90	11.50
2.0	0.10	0.05	1.17	3.90	4.00	12.50

O efeito de deslocamento dos picos de comensurabilidade pode ser explicado pela forma elíptica das trajetórias eletrônicas produzidas pela anisotropia do contorno de Fermi nas direções x e y . Esse fenômeno pode ser entendido como um incremento ou decréscimo da massa efetiva eletrônica (m_x^*, m_y^*), ao longo dessas direções, como foi mostrado nos cálculos. Muito recentes são os relatos de A. G. Pogosov *et al* [90], sobre o deslocamento dos picos de comensurabilidade em super-redes de antipontos 2D para menores valores do campo magnético. Esses autores explicam que o fenômeno deve-se à mudança da massa efetiva do elétron ao longo da direção y devido a aplicação de um campo paralelo intenso.

Nos também argumentamos que o forte alargamento dos picos de comensurabilidade, o qual é observado para períodos maiores que $a > 1\mu m$, pode ser explicado de modo apropriado, por um contorno de Fermi com forma de ovo. A forma de ovo do contorno de Fermi gera trajetórias eletrônicas com formas diferentes daquelas produzidas por um contorno isotrópico. Como consequência, o efeito de focalização magnética, principal responsável pelo surgimento de trajetórias regulares nas super-redes de antipontos [82], altera-se. Portanto, esses experimentos fornecem a informação relacionada com a forma real do contorno de Fermi, o qual não poderia ser obtido através das medidas da massa efetiva ciclotrônica [83].

A figura 5.15 mostra a comparação entre os resultados calculados e experimentais para o deslocamento máximo do pico de comensurabilidade correspondente a $2R_c = a$, em relação à posição do mesmo pico na presença de campo magnético perpendicular, tendo $B_{//} = 28 T$ como função do período da super-rede a , e para cada uma das amostras. A

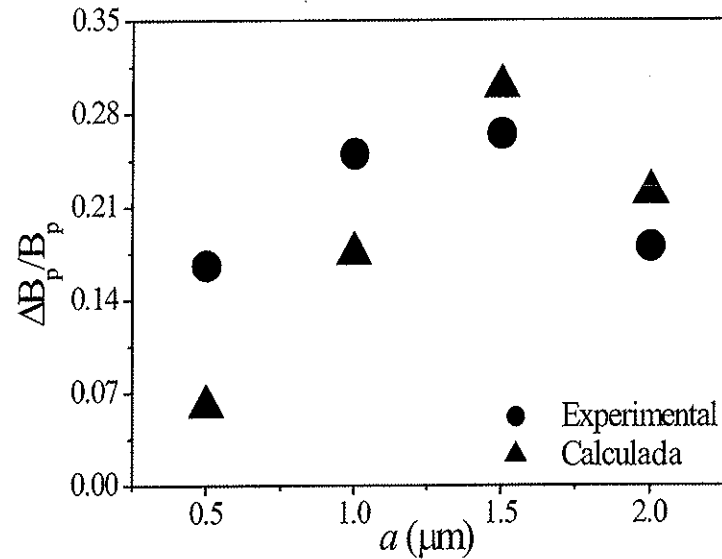


Figura 5.15: Deslocamento máximo experimental (quadrados) e calculado (triângulos), em campo magnético paralelo $B_{\parallel} = 28$ T, do pico principal de comensurabilidade, em relação à posição do pico em campo magnético perpendicular e em função do período da rede de antipontos a .

figura 5.16 mostra o deslocamento do pico principal de comensurabilidade B_p de cada uma das amostras, em função do valor da componente paralela do campo magnético. O deslocamento relativo mostra um comportamento crescente de $0.5 \mu\text{m}$ até $1.5 \mu\text{m}$, atingindo seu maior valor e depois decrescendo rapidamente para $a = 2.0 \mu\text{m}$. O deslocamento dos picos pode ser atribuído a um incremento do diâmetro das trajetórias eletrônicas ao longo da direção x , quando a componente no plano do campo magnético é incrementada. Esse efeito muda sistematicamente a condição de comensurabilidade $R_c/2 = a$ para os valores mais altos do campo magnético. Como pode ser observado na figura 5.15, o deslocamento relativo cresce para a amostra com $a = 1.5 \mu\text{m}$ e logo decresce para períodos menores. Como foi explicado por T. Ando e colaboradores [91], para super-redes de antipontos com uma razão d/a maior, a correlação entre o movimento eletrônico antes e após uma colisão com um antiponto torna-se mais apreciável, de modo que, a uma maior razão d/a corresponde um menor período de antipontos a e, por conseguinte, um menor espaçamento entre antipontos vizinhos. Essa poderia ser a natureza do decréscimo do deslocamento relativo dos picos, para períodos menores.

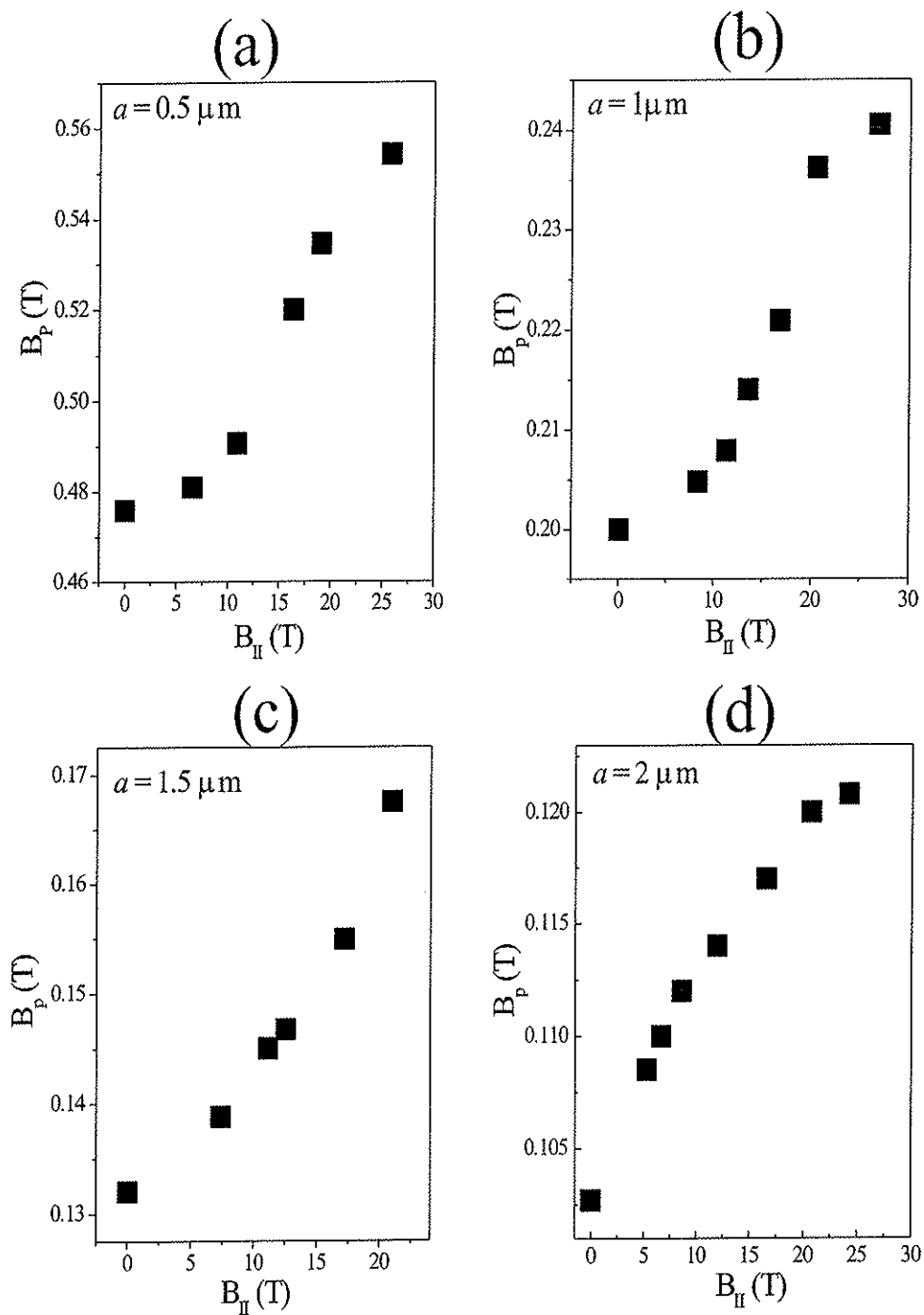


Figura 5.16: Deslocamento da posição do pico principal de comensurabilidade B_p , de cada uma das amostras, em função da componente paralela do campo magnético $B_{||}$.

5.4 Conclusões

- Através de simulações computacionais, conjuntamente com medidas experimentais, estudou-se a dinâmica eletrônica caótica em super-redes de antipontos, gravadas em heteroestruturas de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, contendo o gás bidimensional de elétrons, submetidas a um campo magnético paralelo, intenso e crescente.
- A assimetria do potencial de confinamento do gás 2D, combinado com a ação do campo magnético paralelo conduzem a um contorno de Fermi bidimensional com forma oval, devido às mudanças da massa efetiva eletrônica m^* ao longo das direções x e y .
- Na presença do campo paralelo, a dinâmica eletrônica bidimensional é severamente alterada. Trajetórias regulares são transformadas em caóticas e vice-versa, devido à distorção do efeito de focalização magnética. Devido a este fenômeno, as oscilações de comensurabilidade na magnetoresistência em campo baixo são influenciadas.
- Os efeitos de alargamento e deslocamento dos picos de comensurabilidade foram explicados em função da distorção do efeito de focalização magnética e da forma oval das trajetórias eletrônicas.
- A forte distorção das trajetórias eletrônicas em campo paralelo intenso conduz ao aparecimento de trajetórias regulares, não observadas anteriormente na presença de campo magnético perpendicular, as quais são responsáveis pelo aparecimento do novo pico de comensurabilidade.
- A partir do cálculo da dinâmica do sistema, junto com a análise dos mapas de Poincaré e a comparação entre a magnetoresistência medida e calculada, todos os fenômenos observados nos experimentos desta pesquisa foram atribuídos à distorção do contorno de Fermi induzido pelo intenso campo magnético paralelo.

Capítulo 6

A dinâmica eletrônica em sistemas de antipontos tridimensionais

6.1 Introdução

Recentes avanços quanto ao crescimento epitaxial e os processos de litografia possibilitaram a fabricação de dispositivos semicondutores com tamanhos menores do que o livre caminho médio balístico l dos elétrons. Esses dispositivos, chamados de bilhares eletrônicos, permitem o estudo do transporte no regime balístico, onde o movimento dos elétrons é principalmente governado pela forma dos contornos das amostras. Para certas formas particulares dos bilhares o movimento dos elétrons torna-se completamente imprevisível após umas poucas colisões, conduzindo ao desenvolvimento de caos no espaço de fases.

Bilhares eletrônicos desse tipo podem ser considerados como realizações experimentais de sistemas dinâmicos ergódicos, onde as propriedades caóticas são geradas pela hiperbolicidade, termo matemático para designar uma extrema sensibilidade, do sistema em relação às mudanças nas condições iniciais [92]. Nos bilhares em sistemas semicondutores interessa o estudo das manifestações quânticas do caos clássico, o qual poderia ajudar a encontrar a interconexão entre o caos quântico e o caos clássico.

Como foi salientado no capítulo 4 os arranjos de antipontos em estruturas semicondutoras contendo o gás bidimensional de elétrons, são bilhares com dinâmica mista, quando submetidos à ação de um campo magnético uniforme e perpendicular ao plano do gás

eletrônico. O movimento complexo nesses sistemas conduz ao aparecimento de estruturas anômalas nas medidas de magnetoresistência ρ_{xx} na região de campo fraco. Essas estruturas são conhecidas como oscilações de comensurabilidade [54, 56, 5, 4, 91].

Em concordância com os resultados da referência [68], as oscilações de comensurabilidade são produzidas, principalmente, pela função de correlação de movimento caótico não perturbado, o qual reflete a presença de ressonâncias não lineares.

Até o momento a maior parte do trabalho experimental e teórico referente aos bilhares eletrônicos em heteroestruturas semicondutoras, foi desenvolvido em sistemas bidimensionais. Muito pouco trabalho foi realizado em relação à bilhares tridimensionais, especialmente na parte experimental, de forma que até a realização deste trabalho, não existia notícia alguma da construção experimental desse tipo de sistemas. Mas, na literatura existiam já trabalhos teóricos apresentando resultados numéricos sobre a estabilidade de trajetórias clássicas em sistemas de bilhares tridimensionais totalmente ergódicos e caóticos [93, 94, 95].

O gás tridimensional de elétrons (3DEG) [96, 97] é um outro sistema físico interessante, o qual também pode ser empregado no estudo das manifestações de caos na Física da Matéria Condensada. Recentemente, a sua realização experimental foi alcançada através dos poços quânticos parabólicos (PQW) [25, 23, 22]. Este tipo de sistemas contém uma camada grossa, uniforme e suficientemente diluída de portadores de carga com alta mobilidade.

A introdução de um arranjo artificial de buracos cilíndricos em uma amostra contendo um poço parabólico aproxima-se da realização de um bilhar eletrônico tridimensional, podendo ser considerado como uma extensão natural do estudo da dinâmica caótica na Física da Matéria Condensada. Através dessa construção seria possível estudar a transição da dinâmica eletrônica de um sistema estritamente 2D para um sistema 3D. Outros fenômenos interessantes que poderiam ser estudados são, a influência da interação elétron-elétron, e do espalhamento com as rugosidades das interfaces.

Este capítulo detalha o processo, pela primeira vez realizados, de fabricação e caracterização, de um arranjo retangular de antipontos cilíndricos, gravados em poços quânticos parabólicos com larguras de $W = 2000 \text{ \AA}$ e $W = 4000 \text{ \AA}$, e diferentes periodicidades a . De modo similar ao caso das super-redes de antipontos em sistemas bidimensionais observou-

se, através de simulações numéricas, o desenvolvimento de uma dinâmica eletrônica mista. As simulações computacionais possibilitaram também o estudo da influência do espalhamento com as rugosidades interfaciais. Na parte experimental do trabalho as amostras foram caracterizadas através de medidas de magnetotransporte em baixa temperatura ($T < 1.5 K$). As medidas de magnetoresistência mostraram um incremento da resistividade na região de campo baixo juntamente com a presença de picos anômalos, sendo o maior correspondente à condição de comensurabilidade $R_c = a/2$, onde R_c é o radio do ciclotron. Medidas de transporte realizadas na presença de campo magnético inclinado revelam que estas oscilações não são deslocadas continuamente para os maiores valores do campo, como no caso das super-redes de antipontos em sistemas bidimensionais.

Através das simulações da dinâmica eletrônica clássica tridimensional e com a ajuda da técnica de mapeamento de Poincaré foi analisada a transformação de um sistema 2D para um sistema 3D. O cálculo da magnetoresistência através da teoria da resposta linear revelou que as ressonâncias não lineares são influenciadas pelo espalhamento com as rugosidades interfaciais.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: inicialmente, a descrição do sistema composto por um arranjo de bilhares tridimensionais, seguida pelo detalhamento do processo de fabricação das amostras e a descrição da técnica de caracterização experimental. Depois, a apresentação dos resultados das medidas experimentais realizadas em temperaturas do hélio líquido e a discussão dos resultados. Na seção seguinte é descrito o modelo analítico empregado na simulação da dinâmica eletrônica tridimensional, nas super-redes de antipontos, na presença de campo magnético perpendicular. A seguir mostramos os resultados dos cálculos das superfícies de Poincaré e, finalmente os resultados dos cálculos da magnetoresistência e as conclusões.

6.1.1 Descrição do bilhar tridimensional

Para a realização deste estudo foi projetado o crescimento de poços parabólicos com larguras de $W = 2000 \text{ \AA}$, e $W = 4000 \text{ \AA}$, com base nos materiais $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. A realização de cálculos autoconsistentes, para a estrutura de sub-bandas destas heteroestruturas, mostram que para o caso das amostras com largura de 2000 \AA existem 5 sub-bandas ocupadas e no caso da amostra com largura de 4000 \AA existem até 8 sub-

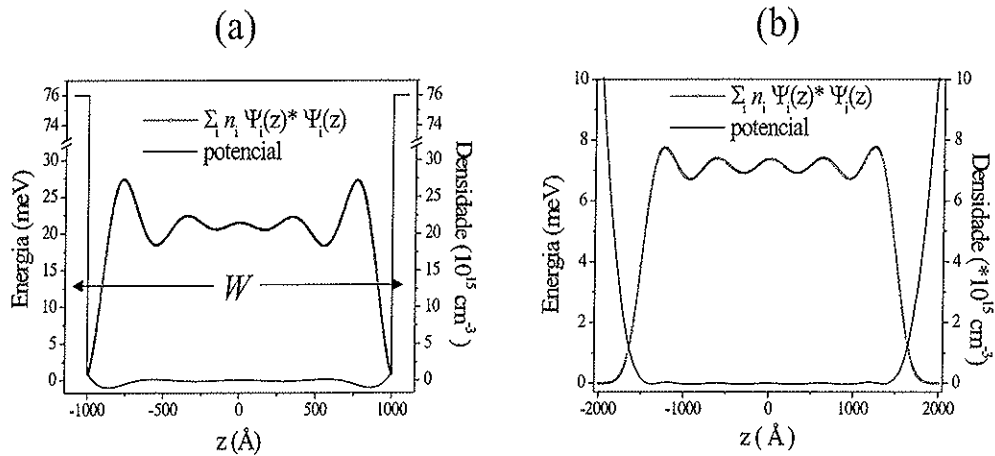


Figura 6.1: Distribuição da densidade eletrônica obtida através de cálculos autoconsistentes para (a) um poço parabólico com $W = 2000 \text{ \AA}$, e (b) para um poço com $W = 4000 \text{ \AA}$.

bandas ocupadas. A figura 6.1 mostra o perfil de potencial eletrostático e a distribuição de densidade eletrônica total para ambos os tipos de amostras obtidos através desses cálculos autoconsistentes.

Um tipo particular de bilhar eletrônico tridimensional pode ser obtido ao gravar um arranjo retângular de buracos mecânicos cilíndricos em poços quânticos parabólicos de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. Um buraco cilíndrico atua como um centro espalhador com contornos convexos onde as trajetórias muito próximas divergem exponencialmente após umas poucas colisões. De forma semelhante ao caso dos bilhares eletrônicos bidimensionais, na presença de campo magnético perpendicular, se pode esperar a coexistência de trajetórias regulares e caóticas, devido principalmente à presença do campo magnético.

A influência do espalhamento dos elétrons com as interfaces do poço pode ser controlada com a finalidade de se estudar o efeito das rugosidades interfaciais na estabilidade das órbitas. Se definimos z como sendo a direção perpendicular ao plano da superfície das amostras, os elétrons são confinados pelo potencial parabólico ao longo dessa direção ficando livres para se locomover no plano $x - y$. A figura 6.2 mostra um diagrama esquemático de uma estrutura semicondutora multicamadas contendo um poço quântico parabólico com uma super-rede de antipontos cilíndricos superimpostos (é mostrada somente a região da super-rede de antipontos). Nessa figura, d representa o diâmetro litográfico dos antipontos, a é o período artificial da super-rede e W representa a largura da camada correspondente ao poço.

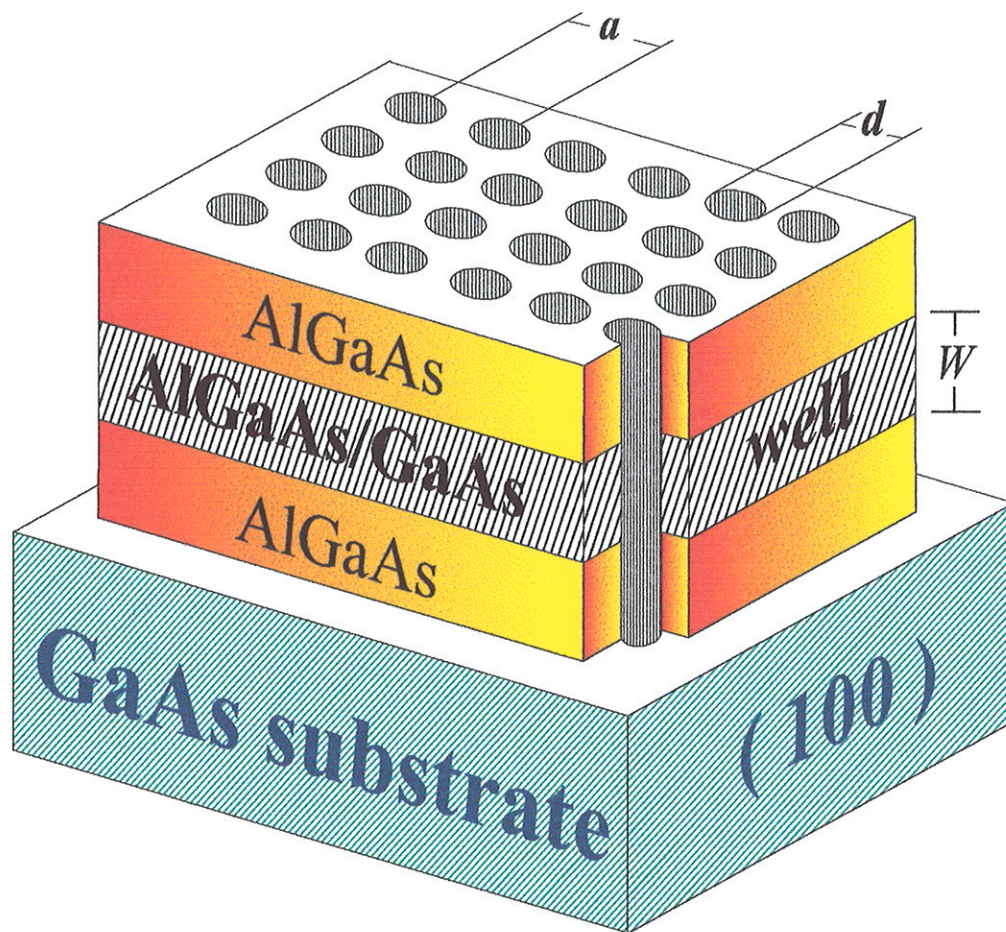


Figura 6.2: Representação esquemática de uma heteroestrutura baseada nos semicondutores GaAs/AlGaAs, a qual contém um arranjo cilíndrico de buracos mecânicos, transferidos através das camadas das barreiras e o poço. a representa o período da super-rede e d o diâmetro dos antipontos em relação à energia de Fermi.

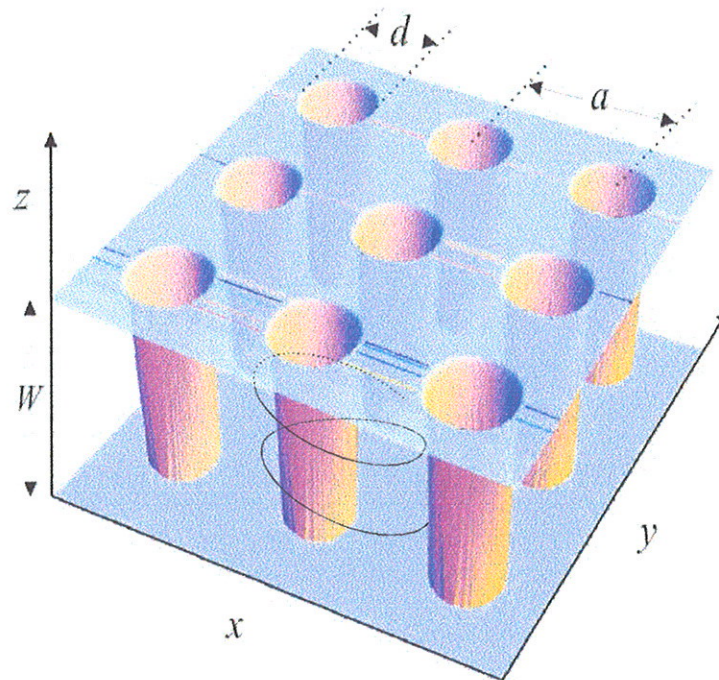


Figura 6.3: Região do espaço real, correspondente à camada do poço parabólico. Nessa região que ocorre a dinâmica eletrônica tridimensional.

A figura 6.3 representa a região do espaço real 3D da amostra, onde os elétrons podem se locomover livremente. Esta região está limitada pelas interfaces correspondentes às barreiras do poço parabólico e os buracos cilíndricos, formando o arranjo de “pilhas” de potencial. O movimento dos elétrons é livre ao longo do plano $x - y$ e parcialmente confinado ao longo da direção de crescimento z . O movimento ao longo da direção z pode se tornar não confinado através de uma variação sistemática da largura W .

6.1.2 Fabricação das amostras e gravação da super-rede de antipontos

6.1.3 Heteroestruturas contendo o gás tridimensional de elétrons

Os arranjos de bilhares eletrônicos tridimensionais foram fabricados sobre poços quânticos parabólicos de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ com alta mobilidade. As heteroestruturas foram crescidas por epitaxia por feixe molecular com a seguinte configuração : sobre o substrato semi isolante de $GaAs$, orientado na direção (100), foi depositada uma camada “buffer” de $1 \mu m$ de $GaAs$, seguido por uma super-rede com 20 períodos de $(AlAs)_5(GaAs)_{10}$, onde 5 e 10

indicam o número de mono camadas de cada semiconductor; logo, foi novamente crescida uma camada de $GaAs$ de 8000 \AA , seguida por 500 \AA de $Al_xGa_{1-x}As$ com x variando de 0.07 a 0.27. Após a crescida de uma camada de 1000 \AA de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$, seguida por uma camada delta de Si , segue uma camada espaçadora de 100 \AA de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$. A seguir foi crescido o poço quântico parabólico de $Al_xGa_{1-x}As$ com x variando de 0 a 0.19. Logo, seguem novamente a camada espaçadora e a camada de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ dopada com Si . Finalmente foi depositado um “cap layer” de $GaAs$ de 100 \AA sobre a superfície das amostras. A figura 6.4 mostra a estrutura de camadas dos poços parabólicos crescidos para este estudo.

Após o crescimento foi realizada a deposição de uma camada do polímero fotosensível, poli-metil-metacrilato (PMMA), e sobre essa camada foi realizada a gravação do padrão de uma barra de Hall com um canal de $50 \mu m$ de largura. No meio do canal foi gravado, através de litografia por feixe eletrônico, o padrão de uma super-rede retangular ($100 \times 50 \mu m$) de antipontos circulares. Um dos extremos do canal foi deixado livre para a realização de medidas comparativas. Para este estudo foram escolhidas as periodicidades $a = 0.6, 0.7$ e $0.8 \mu m$, uma para cada amostra. O padrão da super-rede de antipontos foi transferido através das camadas da heteroestrutura por meio de “plasma etching”. O diâmetro físico dos antipontos d_{lith} foi escolhido como sendo $0.1 \mu m$.

Tabela 6.1.3. Posição dos picos de comensurabilidade em campo magnético perpendicular, concentração eletrônica, mobilidade eletrônica, livre caminho médio e energia de Fermi 3D para a periodicidade de cada amostra.

a (μm)	pico 1 (T)	pico 2 (R_c/a)	n^+ ($\cdot 10^{16} cm^{-3}$)	μ_e ($\cdot 10^4 cm^2/Vs$)	E_F (meV)	l (μm)
0.6	0.18	1.8	2.2	5.8	4.3	0.3
0.7	0.15	1.9	2.3	4.3	4.4	0.2
0.8	0.15	2.4	2.5	5.0	4.7	0.3

As medidas de magnetotransporte foram realizadas em temperatura de 1.4 K, empregando-se o arranjo experimental mostrado no capítulo 3. Para a realização das medidas aplicamos uma corrente alternada da ordem de $1.0 \cdot 10^{-6} A$, e para a detecção dos sinais foram empregadas uma etapa de pre-amplificação e uma outra de amplificação complementar

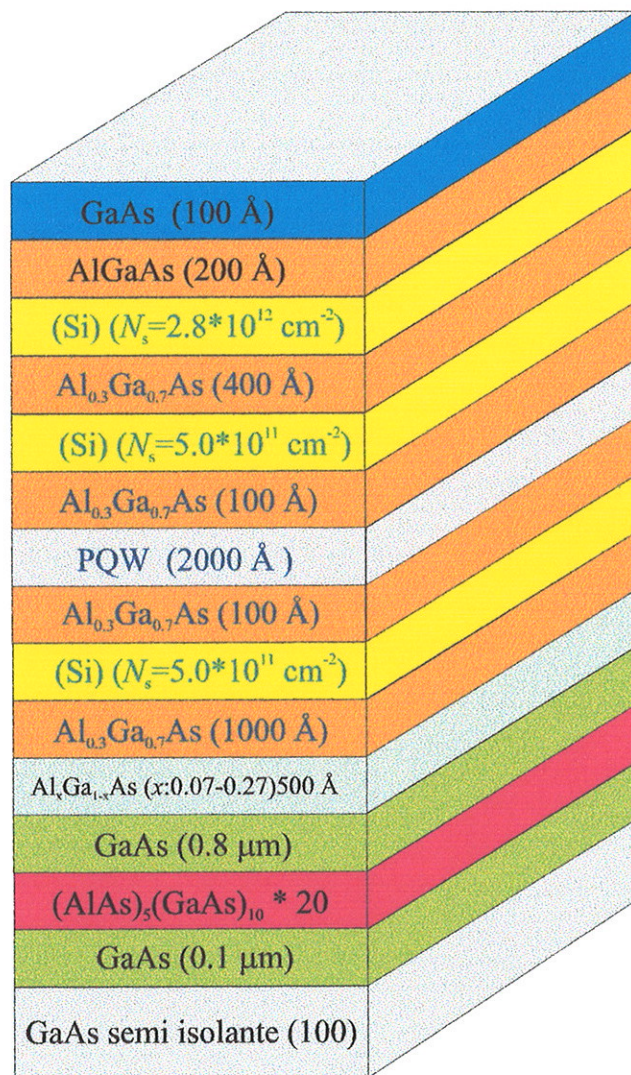


Figura 6.4: Representação esquemática da estrutura de camadas de uma heteroestrutura de GaAs/Al_xGa_{1-x}As contendo um poço quântico parabólico.

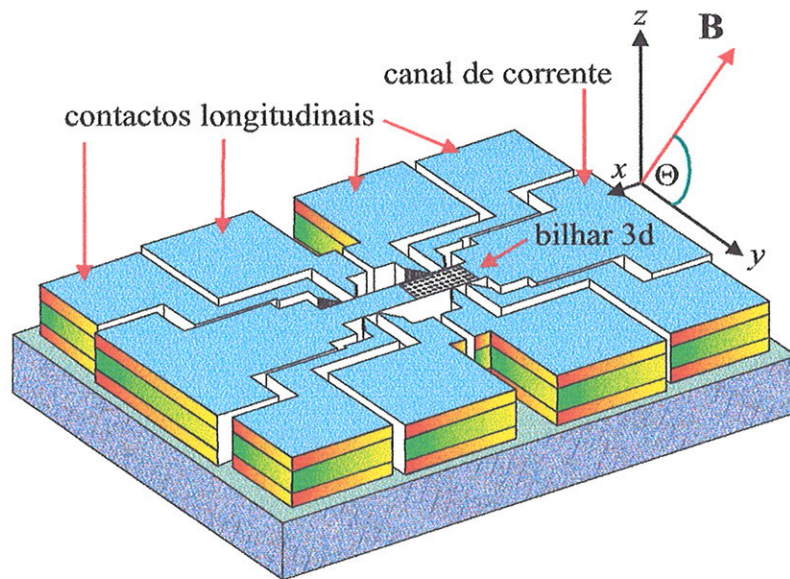


Figura 6.5: Diagrama esquemático de uma amostra contendo um poço quântico parabólico em uma barra de Hall com 10 contactos. A barra mostra a super-rede de antipontos tridimensionais em um dos extremos do canal de corrente. Mostra-se também as configurações de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$ e de campo paralelo $\Theta = 0^\circ$.

através da técnica “lock-in”. A distância entre contatos longitudinais é de $100 \mu\text{m}$. O emprego de dois sistemas de detecção, junto com a geometria da barra Hall, permitem a realização simultânea de medidas de transporte nas regiões da amostra, com antipontos e sem antipontos. Para a realização de medidas em campo magnético inclinado foi construído um suporte com sistema de rotação (mostrado no capítulo 3), no qual a amostra pode variar, de modo gradual, desde a configuração de campo magnético perpendicular até a configuração de campo paralelo.

6.2 Resultados experimentais

A pseudo-carga tridimensional de desenho $n^+ = n_{3D}$ do poço parabólico com 2000 \AA é $2.1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, o qual corresponde à largura clássica da camada tridimensional de elétrons de $W_e = N_s/n_{3D} = 1900 \text{ \AA}$. A geometria do dispositivo Hall com 10 contatos permite a realização simultânea das medidas de resistência longitudinal ρ_{xx} nas partes com e sem antipontos das amostras, permitindo a comparação direta, como mostra a figura 6.5. A mobilidade eletrônica μ_e na região das amostras sem antipontos varia entre $4.3 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ e $5.8 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{Vs}$; o livre caminho médio l varia entre $0.2 \mu\text{m}$ e $0.3 \mu\text{m}$. De acordo com

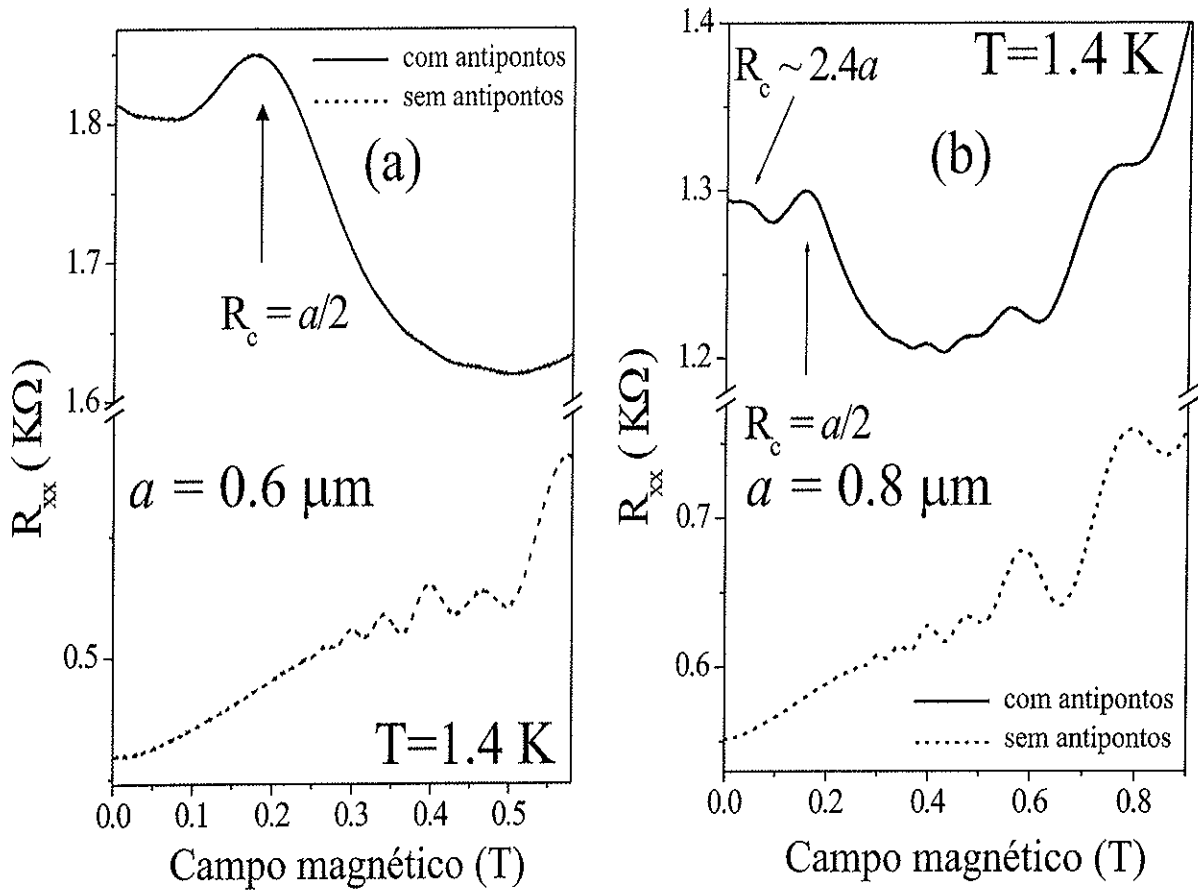


Figura 6.6: Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx} , realizadas em temperatura de 1.4 K nas regiões, com e sem antipontos, da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de (a) $a = 0.6 \mu\text{m}$, e (b) $a = 0.8 \mu\text{m}$. A largura do poço em ambas as duas amostras é de $W = 2000 \text{ \AA}$.

esses dados o transporte eletrônico em nossas amostras pode ser considerado dentro do regime quase-balístico $W < l < L$, onde L é a largura do canal do dispositivo Hall. A tabela 6.1.3 resume os dados da posição dos picos, da concentração eletrônica, da energia de Fermi e do livre caminho médio para cada uma das nossas amostras.

Quando as amostras são submetidas a campo magnético perpendicular ($\Theta = 90^\circ$), a resistividade na região das amostras com antipontos mostra um incremento na região de campo baixo, em relação a mesma medida na região sem antipontos. Também na região com antipontos observa-se o aparecimento de dois picos bastante largos e após uma região com magnetoresistência negativa. A figura 6.6(a) mostra a resistividade longitudinal R_{xx} em temperatura de 1.4 K nas duas regiões da amostra com periodicidade $a = 0.6 \mu\text{m}$; o pico está localizado em $R_c = a/2$.

A figura 6.6(b) mostra a resistividade longitudinal R_{xx} em temperatura de $1.4 K$, nas duas regiões da amostra com periodicidade $a = 0.8 \mu m$. Os dois picos de comensurabilidade estão localizados em posições correspondentes às condições $R_c = a/2$ (ao qual vamos nos referir como o pico principal) e $R_c \approx 2.4a$. Partindo da condição $R_c = a/2$ foi obtida a velocidade de Fermi dos elétrons que contribuem para os picos de resistividade. Da comparação dos picos nas amostras com diferentes períodos resultou $E_F \approx 4.5 meV$, o qual está de acordo com a energia de Fermi tridimensional dos elétrons no poço.

A figura 6.7(a) mostra a resistividade para a amostra com período $a = 0.7 \mu m$; os picos de comensurabilidade correspondem à condição $R_c = a/2$ e $R_c \approx 1.9a$. O incremento da resistividade reduz a mobilidade eletrônica a $\mu_e \approx 2.3 \cdot 10^3 cm^2/Vs$. Comparando as medidas de resistividade na região das amostras sem antipontos observa-se que as estruturas, devido à comensurabilidade entre o radio do ciclotron e o período da rede, não existem na ausência dos antipontos cilíndricos. A figura 6.7(b) mostra a magnetoresistência normalizada tanto em relação ao seu valor em $B = 0 T$ como também em relação ao valor de campo magnético que produz um diâmetro do ciclotron comensurável com o período da rede artificial. Para essa medida foi aplicada uma pequena corrente contínua adicional para suprimir o pico de localização fraca, em torno de $B = 0 T$, procedimento que possibilitou determinar a exata posição dos picos. Através de cálculos autoconsistentes chegou-se a conclusão que as amostras deste estudo possuem 5 sub-bandas ocupadas para a densidade medida, assim, para diferentes sub-bandas bidimensionais independentes seria possível a observação de vários picos de comensurabilidade. Porém, o forte espalhamento entre sub-bandas poderia resultar em um único pico de comensurabilidade. Para estudar o comportamento das estruturas anômalas da magnetoresistência na presença de campo paralelo ao plano do gás eletrônico, foram realizadas medidas de transporte em campo magnético inclinado.

A figura 6.8(a) mostra as medidas de magnetoresistência em temperatura de $1.4 K$ para diferentes ângulos Θ , entre o campo magnético e o plano do substrato, para a região com antipontos da amostra com periodicidade $a = 0.6 \mu m$. Na presença de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$ também foram observados dois picos de comensurabilidade: um pico principal, correspondente a $R_c = a/2$, e outro, localizado em $R_c \approx 1.8a$. Devido ao alargamento destes picos de comensurabilidade, existe uma superposição entre

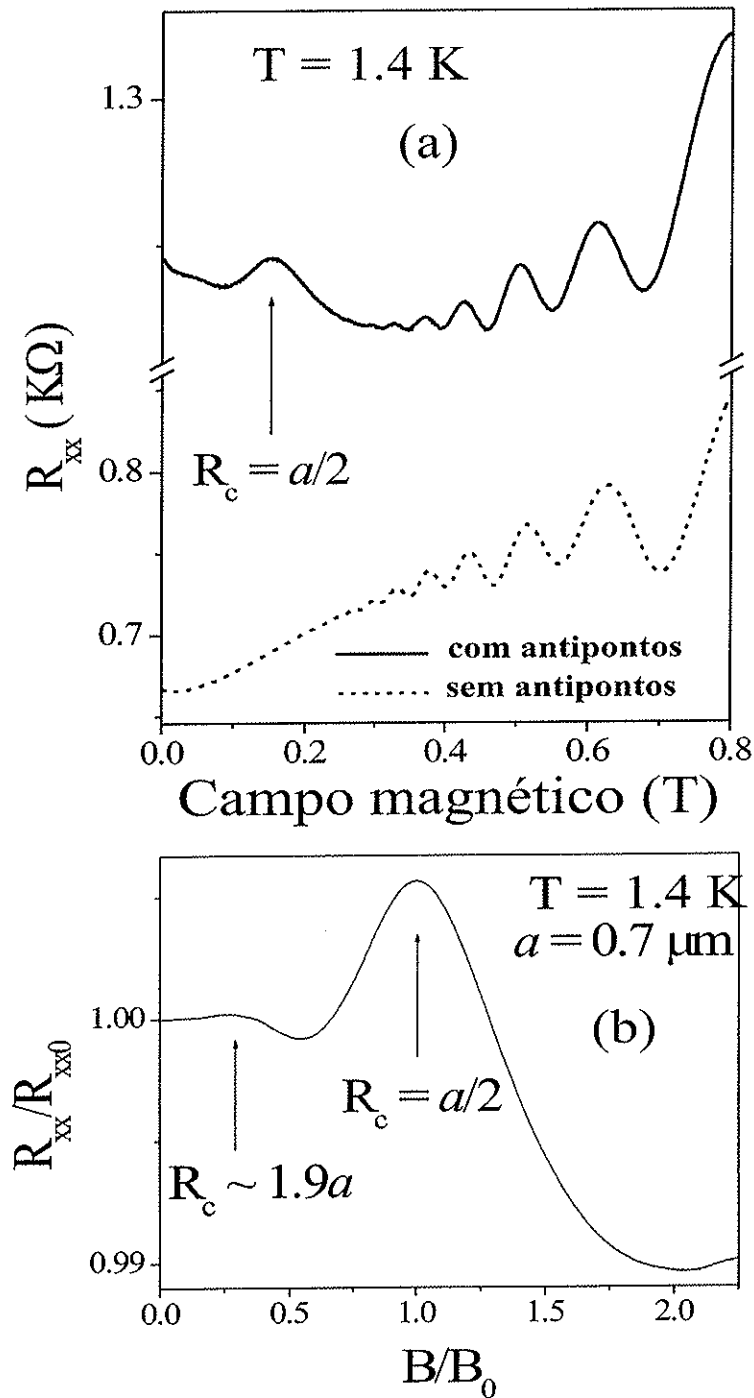


Figura 6.7: Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx} realizadas em temperatura de 1.4 K nas regiões com e sem antipontos da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de $a = 0.7 \mu\text{m}$ e a largura do poço de $W = 2000 \text{ \AA}$.

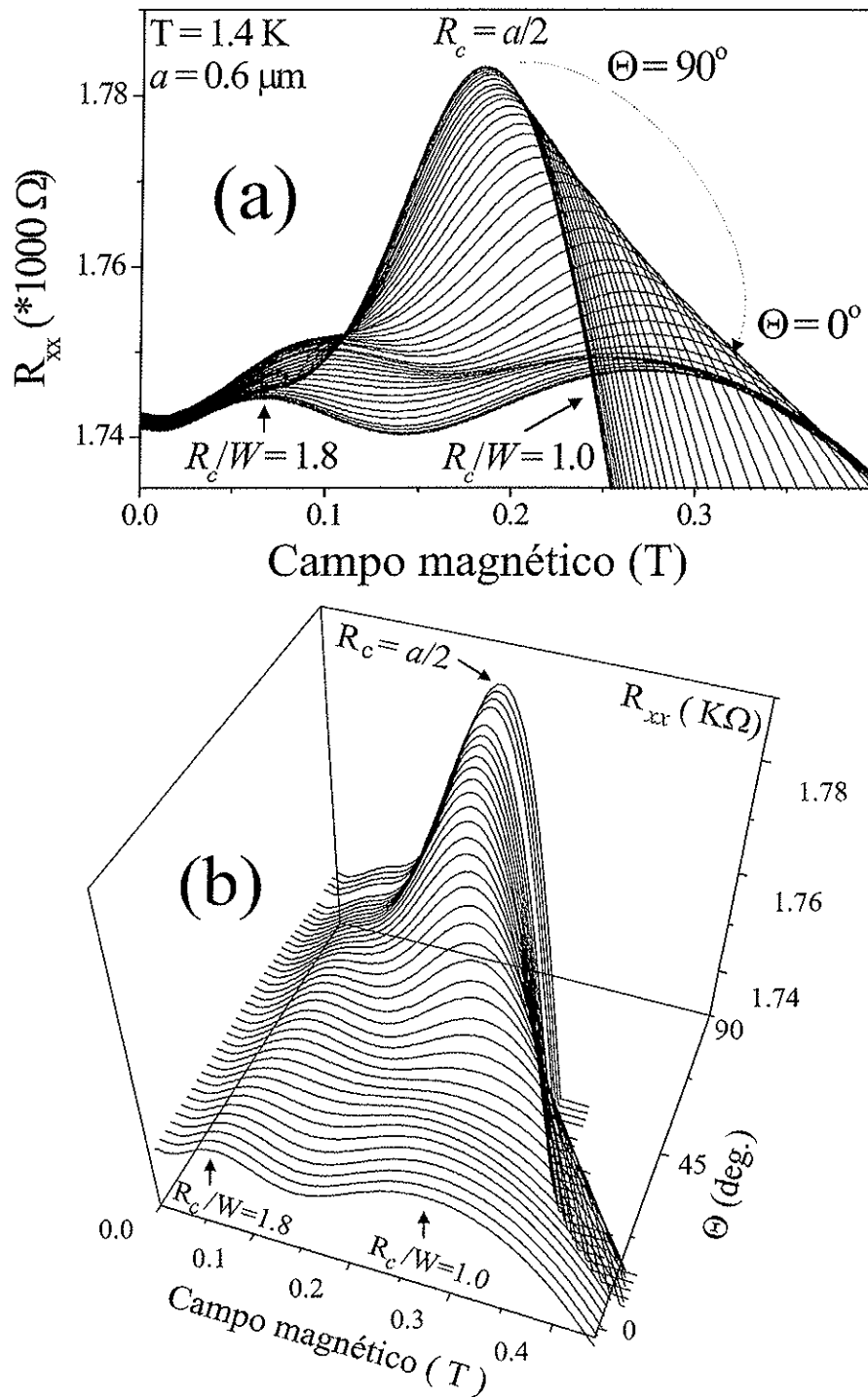


Figura 6.8: (a) Medidas de magnetoresistência realizadas com uma variação sistemática do ângulo entre o vetor de campo magnético e o vetor perpendicular à superfície das amostras. O conjunto de medidas mostra a evolução das oscilações de comensurabilidade, desde a configuração de campo perpendicular até a configuração de campo paralelo. As medidas correspondem à amostra com periodicidade $a = 0.6 \mu\text{m}$ e largura $W = 2000 \text{ \AA}$. (b) Representação tridimensional das curvas mostradas na parte (a), o objetivo da figura é mostrar, com maior detalhe, a transformação dos picos de comensurabilidade em oscilações resultantes de efeitos de tamanho galvano-magnéticos.

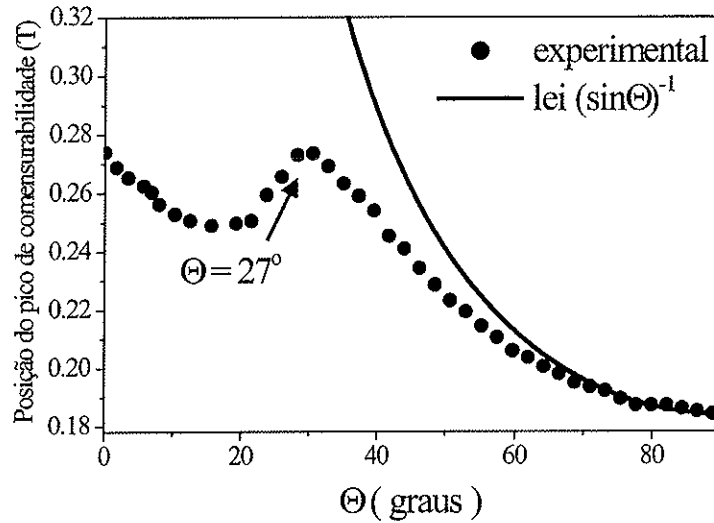


Figura 6.9: Deslocamento do pico principal de comensurabilidade como função do ângulo Θ , entre o vetor de campo e o plano do gás de elétrons. Esses dados foram extraídos das medidas mostradas na figura 6.8. A linha sólida representa o comportamento $\sin(\Theta)^{-1}$ observado em sistemas de antipontos bidimensionais.

eles, dificultando a localização exata da posição do pico $R_c \approx 1.8a$. A figura 6.8(b) mostra a representação tridimensional das curvas mostradas na parte (a), da mesma figura, observando-se com maior detalhe a evolução do pico principal de comensurabilidade em função do ângulo de inclinação Θ .

A partir da análise das duas figuras anteriores observa-se que, quando a componente paralela do campo magnético é incrementada, os picos de comensurabilidade são continuamente deslocados para maiores valores do campo magnético. Este resultado é previsto para experimentos em sistemas de antipontos bidimensionais na presença de campo magnético inclinado, porém, para certos valores do ângulo Θ , os picos são desviados da dependência $(\sin(\Theta))^{-1}$ dos sistemas bidimensionais, e continuamente, transformados em um novo tipo de estruturas (figura 6.9). Este processo de criação de novos tipos de estruturas foi atribuído à comensurabilidade entre o raio do ciclotron e a largura do poço. É esse comportamento que fundamenta a principal diferença entre os sistemas de antipontos em sistemas bidimensionais e tridimensionais de elétrons.

Esse comportamento anômalo pode ser explicado com base em um modelo geométrico simples, o qual pode ajudar a confirmar a existência do gás tridimensional de elétrons. A figura 6.10, na parte superior, mostra um esquema de um antiponto cilíndrico escalado

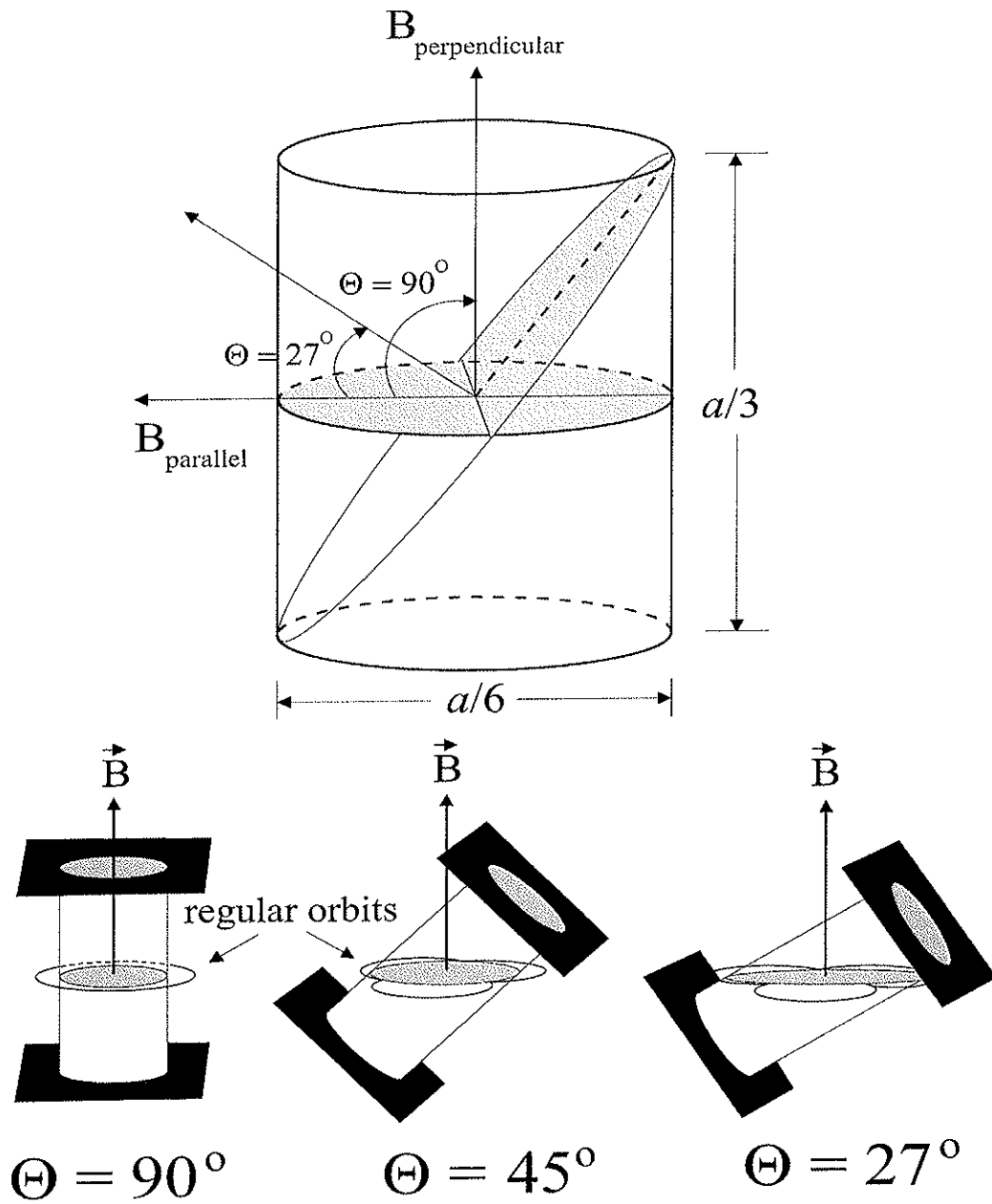


Figura 6.10: A parte superior mostra uma representação esquemática de um antiponto cilíndrico com as dimensões escaladas em termos do período da super-rede a , para uma amostra com um poço parabólico de 2000 Å de largura. A seqüência, na parte inferior, mostra a variação da forma da seção transversal do antiponto em relação à direção do vetor de campo magnético.

em relação ao período da rede artificial; as dimensões correspondem a uma super-rede com período $a = 0.6 \mu m$ no poço quântico parabólico com $W = 2000 \text{ \AA}$. Fisicamente, os dois extremos do cilindro estão limitados pelas interfaces entre o poço e as barreiras. Quando o campo magnético é aplicado de forma perpendicular à superfície das amostras, pode-se afirmar que, desconsiderando as imperfeições, a seção transversal do antiponto é exatamente um círculo. Quando a amostra inteira é inclinada em relação ao vetor de campo magnético, a seção transversal do antiponto cilíndrico, perpendicular ao campo, muda continuamente de circular para elíptica até uma determinada posição, na qual a seção transversal atinge a diagonal do cilindro. Nessa posição a seção transversal faz um ângulo de $\Theta \approx 27^\circ$ com o vetor de campo magnético, como mostrado na seqüência, na parte inferior da figura 6.10. Essa construção sugere que a variação da seção no plano do antiponto cilíndrico, de circular para elíptico, deverá ser responsável pelo deslocamento contínuo da posição do pico principal de comensurabilidade até certos valores do ângulo Θ . Da análise da figura é possível deduzir que, quando Θ é $\approx 27^\circ$, as órbitas eletrônicas regulares localizadas pelo antiponto não podem mais formar-se e, portanto, a dinâmica eletrônica é dominada pelas ressonâncias geométricas entre o radio do ciclotron e a largura do poço. É importante notar que, na região entre $\Theta = 27^\circ$ e $\Theta = 0^\circ$, embora as oscilações de comensurabilidade entre o radio do ciclotron e a seção transversal do antiponto cilíndrico estejam destruídas, as ressonâncias geométricas entre o radio do ciclotron e a largura do poço incrementam-se substancialmente, atingindo o seu maior valor quando o campo magnético está completamente paralelo ao plano do gás tridimensional de elétrons.

As super-redes de antipontos tridimensionais gravadas em poços parabólicos de largura 4000 \AA também apresentam oscilações de comensurabilidade. A figura 6.11 (a) mostra a resistividade longitudinal R_{xx} em temperatura de 50 mK e na presença de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$, para as duas regiões da amostra com periodicidade $a = 0.8 \mu m$. O pico de comensurabilidade está localizado na posição correspondente à condição $R_c = a/2$. Na parte (b) são mostradas as medidas de resistividade longitudinal R_{xx} (na região da amostra com antipontos) e resistividade transversal R_{xy} , até valores de 8 T .

Para concluir a parte de medidas experimentais desta seção, a figura 6.12 mostra as

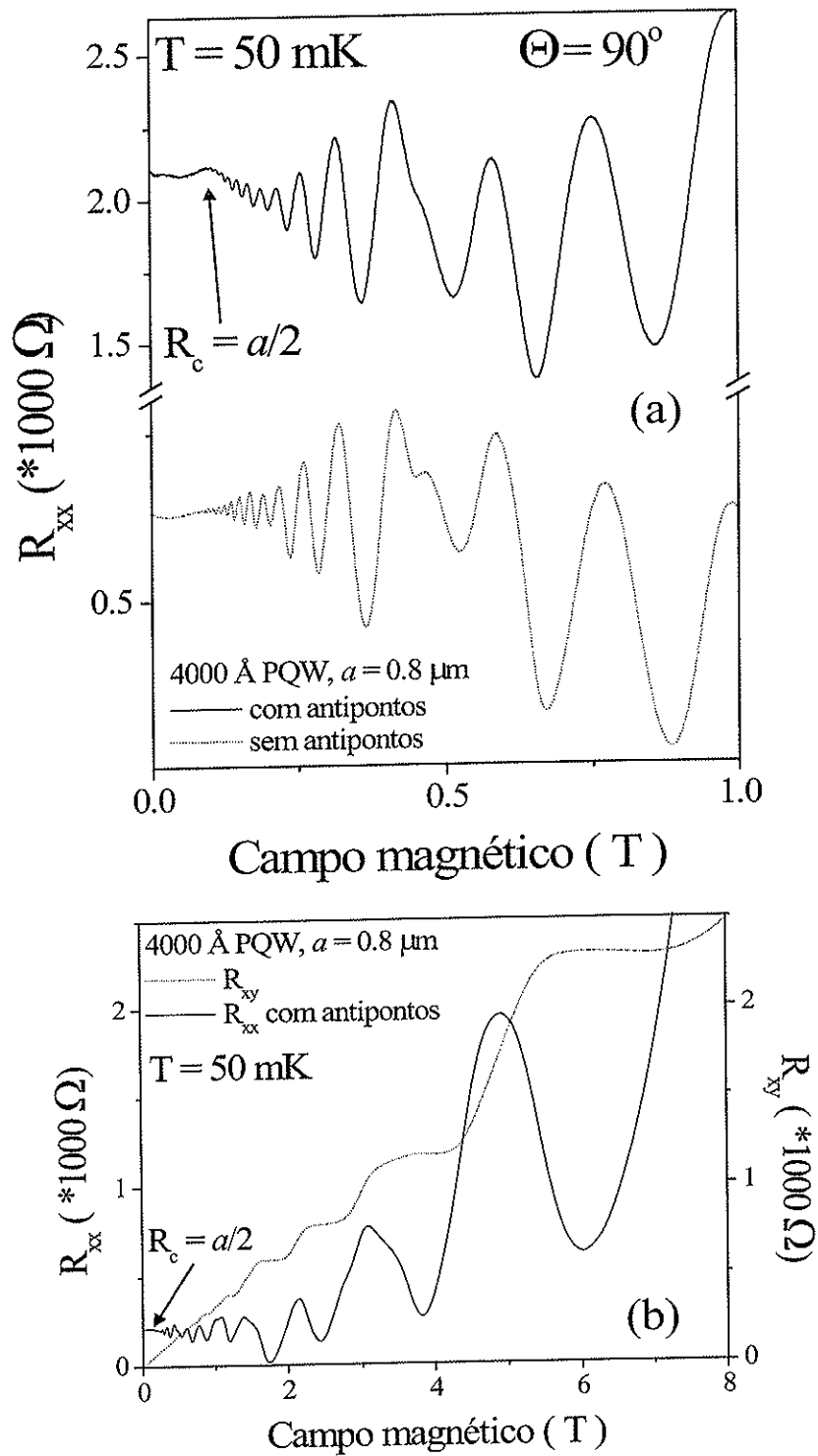


Figura 6.11: (a) Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx} realizadas em temperatura de 50 mK nas regiões com e sem antipontos da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de $a = 0.8 \mu\text{m}$ e a largura do poço é de $W = 4000 \text{ \AA}$. (b) Resistividade transversal R_{xy} e longitudinal R_{xx} , também em $T = 50 \text{ mK}$.

curvas de magnetoresistência para as amostras com períodos $a = 0.6 \mu m$ e $a = 0.7 \mu m$. A parte (a) desta figura mostra as medidas para a primeira periodicidade, desta vez em temperatura de $1.5 K$. Análogas ao caso das amostras com largura de 2000 \AA , as oscilações de comensurabilidade são maiores para o menor período. A parte (b) da figura 6.12, mostra a comparação de medidas para a amostra com $a = 0.7 \mu m$; neste caso as medidas foram realizadas em temperatura de $40 mK$. A estrutura etiquetada por WL, em torno de $B = 0 T$, indica o pico correspondente á destruição dos efeitos de localização pelo efeito da aplicação do campo magnético (“weak localization”). As amostras com largura $W = 4000 \text{ \AA}$ serão analisadas detalhadamente no capítulo 7.

6.3 Modelo teórico para um bilhar eletrônico tridimensional submetido à ação de campo magnético perpendicular

Para realizar a modelação da dinâmica eletrônica no bilhar tridimensional na presença de campo magnético perpendicular, foi utilizada a aproximação clássica. Para a descrição dos resultados experimentais desta pesquisa, o tratamento da dinâmica no bilhar tridimensional *strictu sensu*, teria que incluir cálculos mecânico quânticos do espectro de energia e das condutividades. Porém, acredita-se, que a realização de cálculos clássicos pode reproduzir as curvas de magnetoresistência, incluindo a posição dos picos das oscilações de comensurabilidade. Esta suposição justifica-se pela comparação entre os resultados clássicos [68], os semi clássicos [101], e os mecânico quânticos [100] em sistemas de antipontos bidimensionais. Todos esses métodos mostraram resultados semelhantes, exceto para as oscilações quânticas de Aharonov-Bohm, pois resultam de efeitos de interferência [100].

Os cálculos mecânico quânticos fornecem resultados mais aproximados, quando é necessária a comparação das amplitudes dos picos de comensurabilidade com as curvas experimentais. No entanto, em contraste com as simulações clássicas e semi clássicas, nem sempre é possível visualizar as densidades de corrente mecânico quânticas nos bilhares, o que dificulta as discussões acerca das contribuições dos tipos particulares de

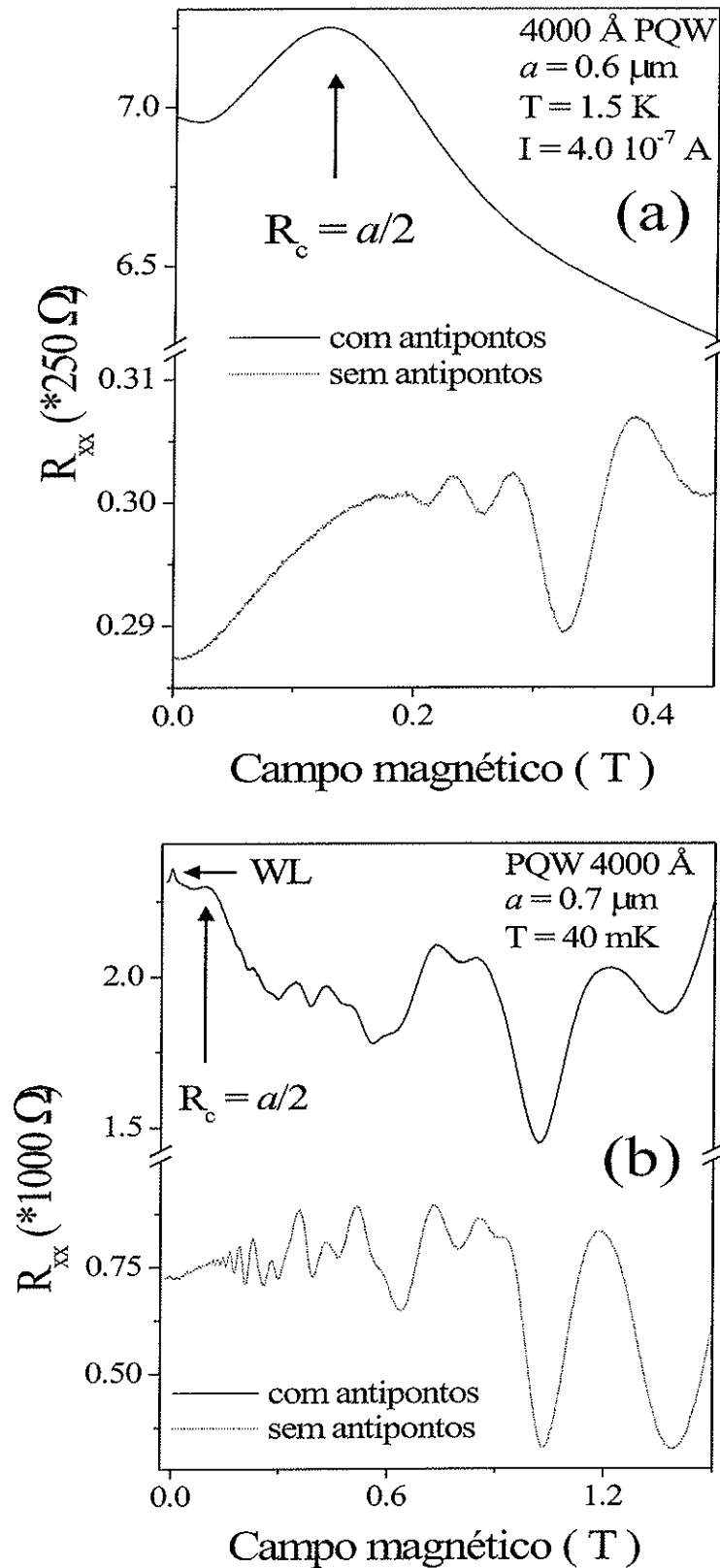


Figura 6.12: (a) Curvas de magnetoresistência experimental R_{xx} realizadas nas regiões com e sem antipontos da mesma amostra. A periodicidade da super-rede de antipontos, neste caso, é de (a) $a = 0.6 \mu\text{m}$ e (b) $a = 0.6 \mu\text{m}$. A largura do poço é de $W = 4000 \text{ \AA}$ em ambos os casos.

trajetórias na dinâmica eletrônica. Este trabalho realiza especificamente, a comparação entre a posição dos picos da magnetoresistência e as curvas experimentais, considerando tanto os diferentes tipos de trajetórias regulares tridimensionais como a contribuição que as mesmas fornecem à condutividade. E para esse propósito os métodos clássicos são considerados apropriados.

Como foi mencionado no início deste capítulo, nos poços quânticos parabólicos desta pesquisa existem cinco modos quantizados ao longo da direção z . Geralmente nem todas as sub-bandas ficam superpostas, portanto, o movimento ao longo da direção z não é clássico. Os elétrons das sub-bandas de energia mais altas possuem uma distribuição de densidade maior em relação às sub-bandas mais baixas, resultando no incremento da taxa de espalhamento, por causa das impurezas. O alargamento, devido ao tempo de espalhamento quântico, é menor do que a separação de energia das sub-bandas, contudo, o movimento dos elétrons na direção z é possível, devido ao rápido espalhamento intersub-banda. As sub-bandas com maior energia se superpõem e formam um gás de elétrons quase tridimensional, no entanto, as sub-bandas inferiores mantêm uma densidade de estados bidimensional (2D).

Entretanto, de modo semelhante ao movimento no plano $x - y$, a aproximação clássica para o movimento na direção z deverá ser apropriadamente realizada. Esta consideração justifica-se pela comparação dos cálculos clássicos da magnetoresistência [109] com os cálculos mecânico quânticos [114] em fios quânticos. Quando várias sub-bandas unidimensionais estão ocupadas, ambos os modelos reproduzem os picos de magnetoresistência associados com ressonâncias geométricas entre o radio do ciclotron e a largura do fio $R_c \approx W$.

Com base nestes argumentos elaborou-se um modelo para a dinâmica eletrônica do gás tridimensional de elétrons, que se locomove nas super-redes de antipontos cilíndricos, na presença de campo magnético perpendicular. Parte-se do Hamiltoniano de partícula simples:

$$H = \frac{1}{2m^*}(\vec{p} - e\vec{A})^2 + U_{AD}(x, y) + U_w(z), \quad (6.1)$$

onde, $\vec{A} = (-\frac{By}{2}, \frac{Bx}{2}, 0)$ é o vetor potencial no "gauge" simétrico, e é a carga do elétron, e m^* é a massa efetiva do elétron.

O sistema apresenta três graus de liberdade e seis variáveis dinâmicas (x, y, z, p_x, p_y, p_z) .

As trajetórias dos elétrons no espaço de fases estão confinadas a uma superfície de energia constante de dimensão cinco. A modulação do potencial eletrostático independe da coordenada z . Este potencial é aproximado pela expressão:

$$U_{AD}(x, y) = U_0 \left\{ \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \cos \left(\frac{2\pi y}{a} \right) \right\}^\beta, \quad (6.2)$$

a qual foi introduzida inicialmente por R. Fleischmann e colaboradores [68] para sistemas de antipontos bidimensionais. Nesta expressão β é um inteiro par, o qual controla a dureza do potencial dos antipontos; U_0 é a amplitude máxima e a é o período da super-rede de antipontos. Para os cálculos desta pesquisa foram empregados os valores de $\beta = 4 - 6$, os quais indicam um modelo de potencial suave. Nesta pesquisa também ficou definido que a máxima altura do potencial é 1.6 vezes o valor da energia de Fermi normalizada.

O confinamento ao longo da direção z , devido ao potencial do poço e das barreiras, é introduzido através da expressão:

$$U_w(z) = \frac{1}{2m^*} \Omega^\gamma z^\gamma, \quad (6.3)$$

onde Ω e γ são os parâmetros empregados para ajustar o perfil apropriado do poço. Para os cálculos desta pesquisa ajustou-se Ω de forma que o valor do potencial nos extremos do poço é igual à energia de Fermi. A figura 6.1 mostra que o perfil de potencial dos poços desvia-se do comportamento parabólico, por este motivo foi utilizado $\gamma = 30 - 34$.

Unidades adimensionais foram utilizadas, definidas do modo seguinte:

$$\tilde{x} = \frac{x}{a}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{a}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{a}, \quad \tilde{t} = \frac{t}{\tau_0}, \quad \tilde{H} = \frac{H}{E_F}, \quad \tilde{U} = \frac{U}{E_F}, \quad (6.4)$$

onde E_F é a energia de Fermi tridimensional.

O tempo é escalado por:

$$\tilde{\tau}_0 = \left(\frac{m^* a^2}{2E_F} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6.5)$$

onde τ_0 é o tempo que um elétron gasta para percorrer uma distância equivalente a a , deslocando-se à velocidade de Fermi.

O campo magnético é escalado por:

$$B_0 = \frac{2(2m^* E_F)^{\frac{1}{2}}}{ea}, \quad (6.6)$$

onde B_0 é o valor do campo magnético correspondente a um radio do ciclotron equivalente à metade do período da super-rede de antipontos ($R_c = a/2$).

Realizando estas substituições e omitindo os tils, o Hamiltoniano adimensional é expresso por:

$$\left(\frac{dx}{dt} + \frac{By}{B_0}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} - \frac{Bx}{B_0}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + (\Omega\tau_0 z)^2 + U_{AD} \quad (6.7)$$

e as equações de movimento do sistema são:

$$v_x = \dot{x} = 2\left(\frac{dx}{dt} + \frac{B}{B_0}y\right), \quad (6.8)$$

$$v_y = \dot{y} = 2\left(\frac{dy}{dt} - \frac{B}{B_0}x\right), \quad (6.9)$$

$$v_z = \dot{z} = 2\frac{dz}{dt}, \quad (6.10)$$

$$\dot{v}_x = \frac{B}{B_0}v_y - \frac{\partial U_{AD}}{\partial x}, \quad (6.11)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{B}{B_0}v_x - \frac{\partial U_{AD}}{\partial y}, \quad (6.12)$$

$$\dot{v}_z = -2(\Omega\tau_0)^2 z. \quad (6.13)$$

Para a integração numérica dessas equações de movimento foi empregado o método de Runge-Kutta-Verner de quinta e sexta ordem. O estudo das trajetórias eletrônicas no espaço de fases foi realizado através da aplicação da técnica do mapeamento das superfícies de seção de Poincaré. A dinâmica dos elétrons é calculada dentro da aproximação de colisões completamente elásticas com os contornos do sistema. Também introduzimos espalhamento difusivo, em virtude da presença de rugosidades nas interfaces do poço como das barreiras, através da equação :

$$U(z, y) = A_1 \cos[k_1(z + A_2 \cos k_2 y)], \quad (6.14)$$

onde A_1 e A_2 modulam a amplitude das rugosidades nas direções z e y ; $k_1 = n_1\pi$ e $k_2 = n_2\pi$, onde n_1 e n_2 são inteiros.

Como o movimento dos elétrons não está confinado no plano $x - y$, a dinâmica eletrônica, na presença de campo magnético perpendicular, preservou características essenciais semelhantes à dinâmica em sistemas de bilhares bidimensionais. Assim sendo observa-se uma dinâmica mista, isto é, a coexistência de trajetórias regulares e de trajetórias caóticas. O caos é introduzido por causa da seção convexa dos antipontos e é incrementado pela presença das rugosidades interfaciais. contrário ao fato mostrado através de

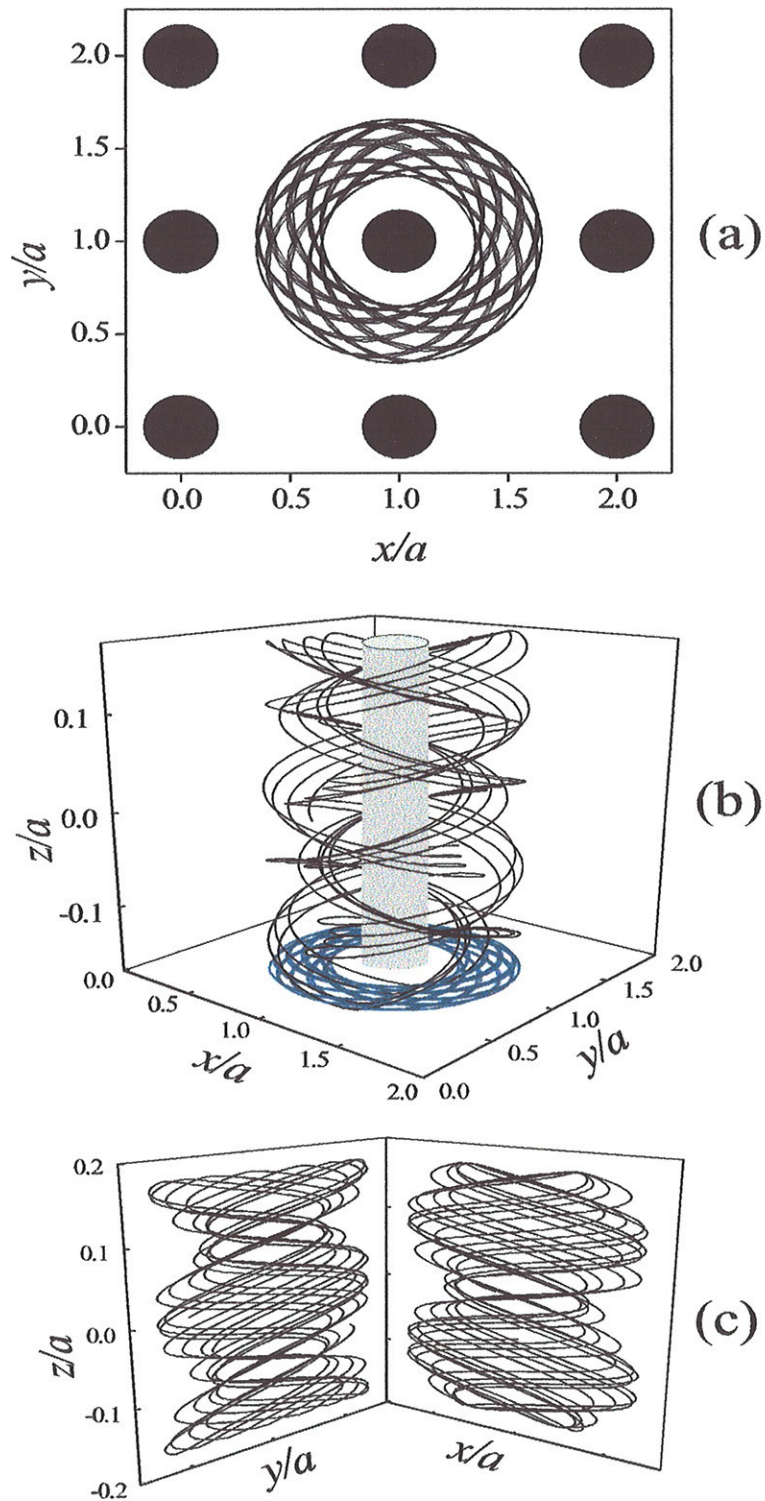


Figura 6.13: (a) Região do espaço real de uma super-rede de antipontos mostrando a projeção bidimensional de uma trajetória regular tridimensional. (b) Evolução da órbita anterior no espaço 3D, juntamente com a projeção 2D no plano do gás de elétrons. (c) projeções laterais da órbita.

resultados numéricos em que os bilhares tridimensionais, na ausência de campos externos apresentam comportamento caótico absoluto, a hiperbolicidade é reduzida na presença de campo magnético, como será mostrado no decorrer da análise dos resultados desta pesquisa. Para os cálculos deste estudo foram considerados a largura dos poços parabólicos igual a $W = a/3$, $W = 2a/7$, e $W = a/4$, correspondendo à razão experimental W/a para as três amostras.

A figura 6.13(a) mostra o cálculo da projeção bidimensional de uma trajetória tridimensional, que descreve o movimento de um elétron em torno de um simples antiponto. Essa trajetória é mostrada no espaço real, onde os círculos pretos representam o diâmetro do antiponto em relação à energia de Fermi. Na parte (b) da figura 6.13 está a representação tridimensional, dessa trajetória, também no espaço real, juntamente com o antiponto cilíndrico localizado em $(x, y) = (0, 0)$. O campo magnético está direcionado ao longo do eixo z/a . Na parte (c) da figura 6.13 estão as projeções laterais da órbita. A partir dessas figuras é possível observar que o efeito de aprisionamento do elétron pelo antiponto não é destruído pelas colisões elásticas com as interfaces do poço localizadas em $z/a = \pm 0.15$. A realização de outros cálculos mostrou que esta condição de ressonância acontece também no caso de trajetórias “fugitivas”.

Na figura 6.14(a) mostra-se a projeção bidimensional de uma trajetória tridimensional do tipo “fugitiva”, cuja representação também é possível em três dimensões. A parte (b) da figura 6.14 mostra uma seção da evolução tridimensional dessa trajetória no espaço real que pode continuar até o infinito, através de múltiplas colisões entre antipontos vizinhos e as interfaces do poço. Esses dois exemplos foram selecionados para ilustrar o fato de que a dinâmica clássica dos elétrons em arranjos de bilhares cilíndricos tridimensionais, exhibe a presença tanto de trajetórias localizadas pelos antipontos, como de trajetórias “fugitivas”, além das caóticas. As trajetórias regulares deverão ser responsáveis pelo aparecimento dos picos anômalos observados nas medidas experimentais de magnetoresistência.

6.3.1 Superfícies de Poincaré

O bilhar eletrônico tridimensional é um sistema conservativo com $n = 3$ graus de liberdade e $2n = 6$ variáveis dinâmicas. Na teoria dos sistemas dinâmicos, em sistemas Hamiltonianos deste tipo, as trajetórias no espaço de fases evoluem em um sistema de dimensão

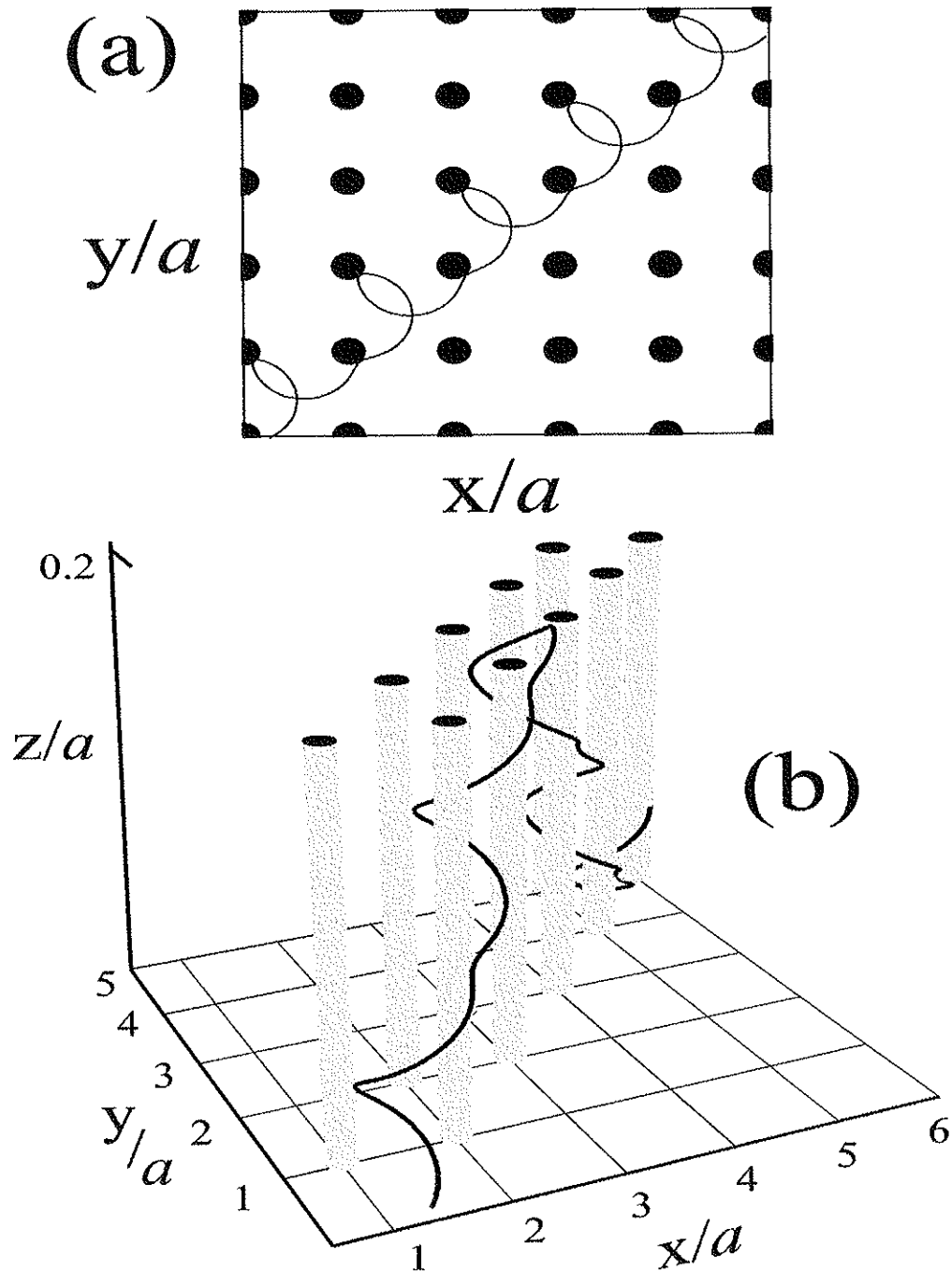


Figura 6.14: (a) *Projeção bidimensional de uma órbita “fugitiva” tridimensional.* (b) *evolução espacial da órbita através de múltiplas reflexões; somente alguns antipontos cilíndricos são mostrados, para uma melhor visualização.*

$2n - 1 = 5$. Nesse espaço, uma seção de Poincaré pode ser definida como a interseção das órbitas com um subespaço de dimensão $2n - 2 = 4$, em correspondência com o mapeamento em sistemas bidimensionais [102]. Mas, como tem sido enfatizado em diferentes trabalhos relacionados à teoria dos sistemas dinâmicos, a visualização da dinâmica em dimensão quatro é a principal dificuldade [103]. Neste caso, busca pelas integrais de movimento além da energia pode ajudar a reduzir a dimensão do espaço de fases.

Em um espaço de fases bidimensional $2n$, uma integral de movimento define uma hiper-superfície de dimensão $2n - 1$. A existência de N integrais de movimento indica que cada órbita é confinada a um subespaço de dimensão $2n - N$. Por esta razão, na ausência de integrais de movimento, além da energia, a distribuição de pontos no espaço, os chamados “conseqüentes” [104], preenchem densamente o espaço de fases quadridimensional. A existência de uma integral de movimento adicional àquela da energia fará com que os “conseqüentes” sejam distribuídos dentro do volume do espaço quadridimensional, tornando possível a obtenção de seções adicionais que podem ser superfícies. Finalmente, caso existam duas integrais de movimento, cada órbita será confinada a um subespaço tridimensional com duas superfícies invariantes.

Para um sistema Hamiltoniano integrável, com três graus de liberdade e com um espaço de fases de dimensão cinco, as superfícies integráveis são tridimensionais e os pontos que pertencem ao mapeamento quadridimensional evoluirão sobre toros invariantes bidimensionais. Se o sistema torna-se gradualmente não integrável, mas, dentro da validade do teorema de Kolmogorov–Arnold–Moser (KAM) [85], então, as superfícies integráveis são tridimensionais e os toros bidimensionais evoluem no espaço de fases quadridimensional.

Seguindo o modelo da dinâmica eletrônica tridimensional em campo magnético perpendicular e uniforme algumas “superfícies” de Poincaré foram calculadas para o caso particular de um diâmetro de antiponto em relação à energia de Fermi de $d = 0.15a - 0.22a$, o qual corresponde aproximadamente, à situação experimental das amostras deste estudo com $W = 2000 \text{ \AA}$ e $a = 0.6 - 0.8 \text{ \mu m}$. A figura 6.15(a), mostra uma trajetória eletrônica tridimensional particular evoluindo em torno de um antiponto localizado em $(x, y) = (1, 1)$, cuja órbita está aprisionada pelo antiponto cilíndrico, essa trajetória foi gerada através de uma condição inicial particular inicializada em $(x = 0, y = 0.4, z = 0.05)$ com $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ mantidos fixo. O valor do campo magnético normalizado é $B/B_0 = 1$ e a razão

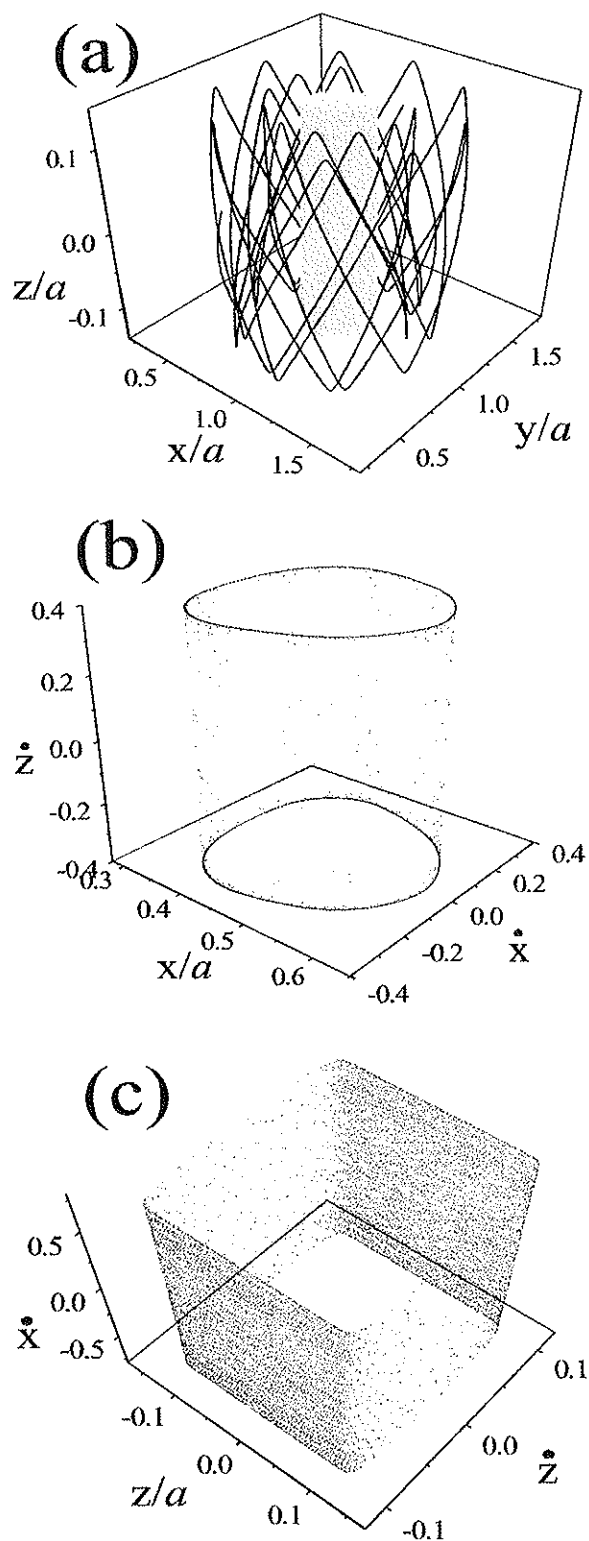


Figura 6.15: (a) Trajetória eletrônica tridimensional evoluindo em torno de um único antiponto localizado em $(x, y) = (1, 1)$; a órbita foi gerada por uma condição inicial particular, a qual inclui a velocidade ao longo da direção z . (b) Superfície invariante formada pela distribuição espacial dos “conseqüentes” formados pelo comportamento da órbita quase periódica mostrada na parte (a), após reflexões múltiplas com as interfaces do poço.

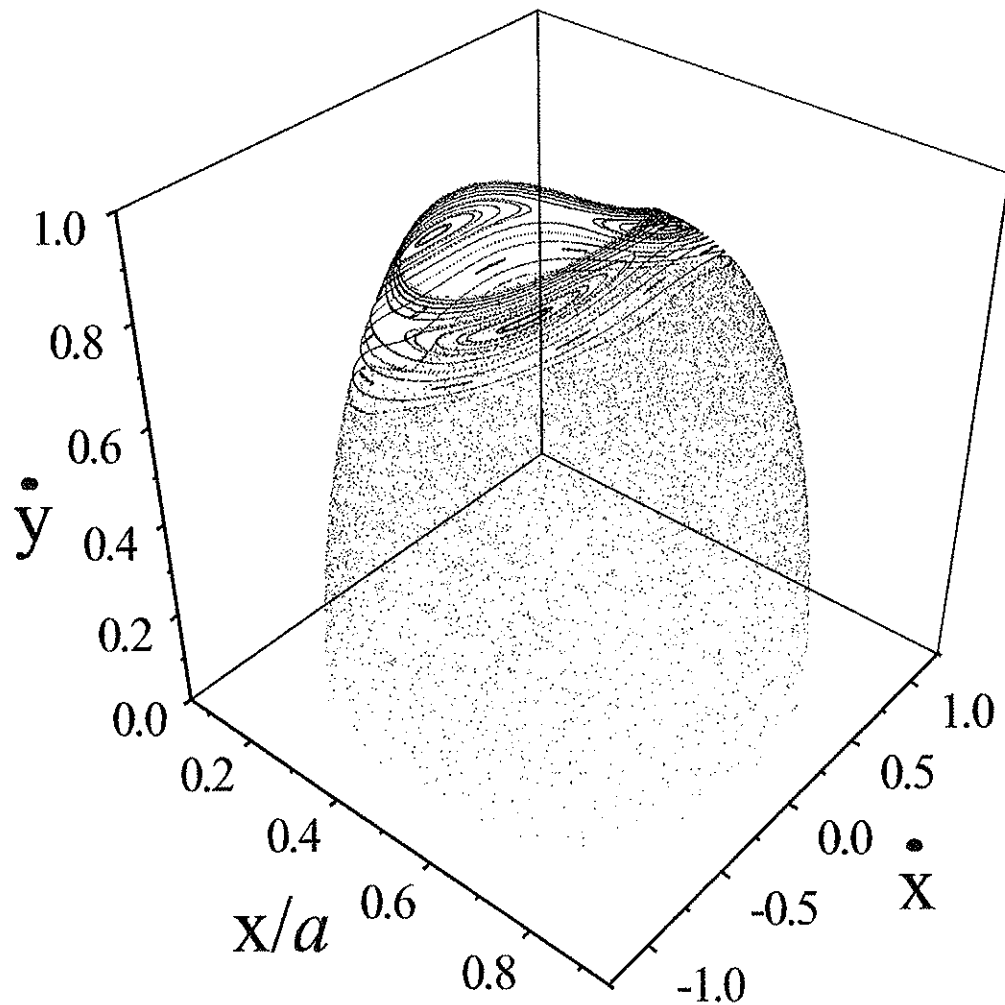


Figura 6.16: *Projeção estereoscópica de um mapa espacial de Poincaré quadridimensional x, y, \dot{x}, \dot{y} , calculado para um valor de campo magnético normalizado $B/B_0 = 1$ e para uma razão $d/a = 0.24$.*

$d/a = 0.22$. A figura 6.15(b) mostra o mapeamento dos “conseqüentes” (x, \dot{x}, \dot{y}) gerados pelo comportamento orbital da órbita quase-periódica mostrada na figura 6.15(a). Todos os pontos estão distribuídos em uma superfície invariante, na qual a projeção da órbita no plano $x - \dot{x}$ mostra a interseção com o plano $y = 0$. Os dois anéis fechados localizados em $\dot{z} = \pm 0.4$ indicam que a velocidade ao longo da direção z permanece constante na maior parte do percurso da trajetória. A distribuição de pontos entre esses dois anéis representa a diminuição da velocidade na direção z quando a trajetória atinge as interfaces do poço. Esse quadro pode ser melhor observado na figura 6.15(c), na qual foi representada uma outra superfície invariante (z, \dot{z}, \dot{x}) . A projeção desta superfície no plano (z, \dot{z}) ilustra o comportamento de \dot{z} entre sucessivas colisões com as barreiras do poço.

A figura 6.16 mostra a projeção tridimensional (x, \dot{x}, \dot{y}) de uma seção de Poincaré quadridimensional (x, y, \dot{x}, \dot{y}) para um conjunto de trajetórias geradas por um conjunto particular de condições iniciais. Este mapeamento foi calculado para $B/B_0 = 1.3$ com uma razão $d/a = 0.24$. Para a realização dos cálculos foram mantidos constantes a posição inicial das coordenadas x, z , e de todas as velocidades. Então, foi variada a posição inicial da coordenada y em passos de $0.01a$ ao longo de um dos lados da célula unitária definida pela período da super-rede de antipontos a .

A região tridimensional contém um conjunto de superfícies invariantes concêntricas correspondentes ao movimento regular. Fora dessa região de estabilidade, os “conseqüentes” que representam ao movimento caótico preenchem uniformemente o volume tridimensional. Porém, as trajetórias estocásticas em um sistema tridimensional não estão restritas, e as regiões caóticas no espaço de fases estão interconectadas. Desta forma abre-se a possibilidade para qualquer órbita estocástica atingir, praticamente, todas as regiões do espaço de fases após um determinado período de tempo. Este fenômeno é conhecido como difusão de Arnold [105]. A difusão de Arnold e as mudanças na estabilidade das trajetórias são fenômenos que podem ser amplamente estudados neste tipo de bilhares eletrônicos tridimensionais, mas, este estudo não foi realizado no presente trabalho.

As figuras 6.17 (a), (b), e (c) mostram as projeções bidimensionais do mapeamento tridimensional da figura 6.16. A parte (a) da figura 6.17 corresponde ao caso bidimensional de uma seção de Poincaré em $y = y_0$ que é a interseção da superfície de energia com o plano $y = y_0$ sendo representada por $[y(mod1) = 0]$. As ilhas correspondem às

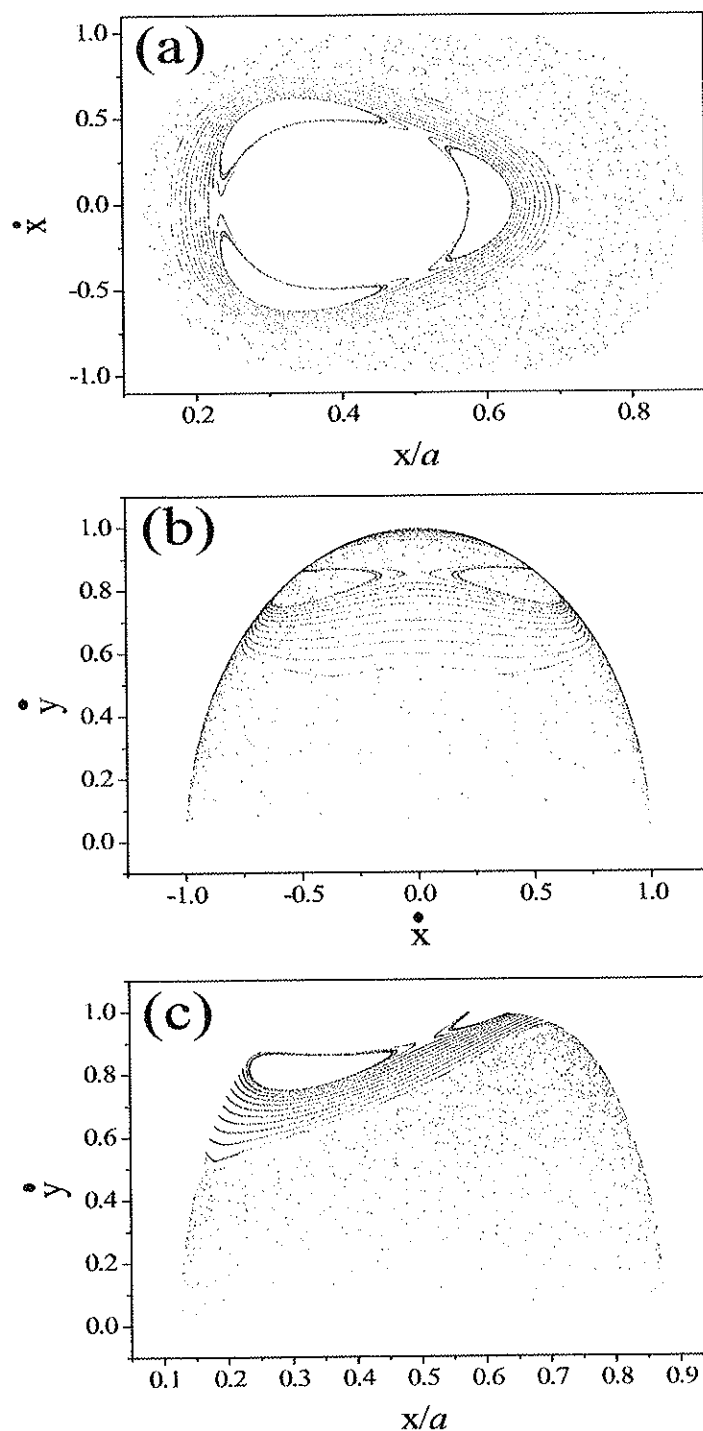


Figura 6.17: Projeções bidimensionais do mapa estereoscópico mostrado na figura 6.16.

órbitas regulares evoluindo em torno de um antiponto e, após múltiplas reflexões com as interfaces do poço, permanecem aprisionadas pelo antiponto. O grupo de ilhas pequenas localizadas entre as ilhas mais externas e internas correspondem a uma trajetória quase periódica, podendo eventualmente, ser destruída por colisões com defeitos ou rugosidades interfaciais. Semelhante ao caso dos antipontos em sistemas bidimensionais, quando a razão d/a decresce o sistema torna-se integrável e a maior parte do espaço de fases é dominada por trajetórias regulares localizadas.

Através da análise das superfícies de Poincaré é também possível compreender os aspectos qualitativos da transição da dinâmica de um sistema estritamente bidimensional para a dinâmica de um sistema tridimensional. Para mostrar esta transição foi selecionada uma órbita com condição inicial particular partindo do plano $z = 0$. A dinâmica do sistema foi calculada a partir da análise do comportamento posterior da órbita, quando a velocidade ao longo da direção z , é gradualmente incrementada. O efeito é mostrado na figura 6.18(a).

A figura 6.18(b), mostra uma das duas projeções bidimensionais (x, \dot{x}) da superfície de seção quadridimensional. A ilha de estabilidade mais interna corresponde à órbita quase periódica localizada no plano $z = 0$, a qual está girando em torno de um antiponto; neste caso $\dot{z}_0 = 0$. Quando a velocidade da partícula ao longo da direção z é gradualmente incrementada, o efeito de aprisionamento do elétron é sistematicamente destruído e a órbita torna-se caótica. Esse fenômeno pode ser melhor observado na figura 6.18(c).

A presença de órbitas eletrônicas com diferentes velocidades ao longo da direção z em um bilhar tridimensional origina uma sobreposição das ilhas de estabilidade correspondentes às trajetórias com diferentes condições iniciais. Também ocorre a introdução dos “conseqüentes” correspondentes a movimento caótico dentro da região ocupada pelas ilhas de estabilidade. Isto pode ser observado na figura 6.19, onde foram representadas várias trajetórias regulares e caóticas correspondentes a diferentes condições iniciais no espaço tridimensional.

6.3.2 Cálculo da magnetoresistência

Para a realização do cálculo da magnetoresistência utilizamos a teoria de resposta linear clássica porque o bilhar tridimensional é um sistema conservativo. Neste sistema

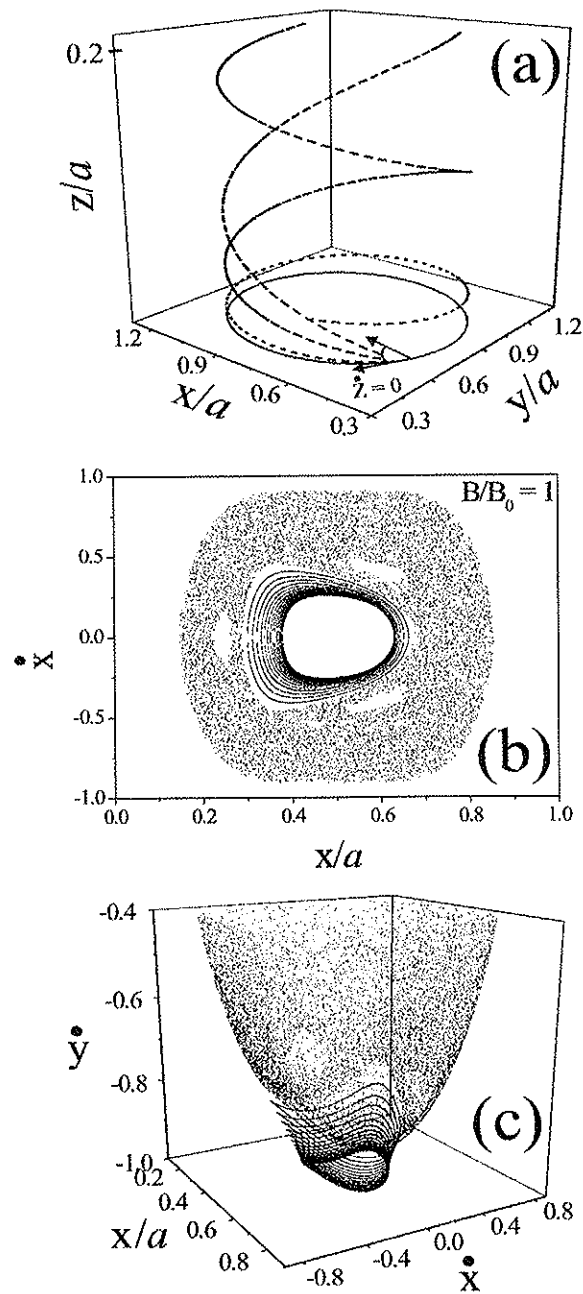


Figura 6.18: (a) Evolução de uma trajetória regular, inicialmente bidimensional, para um comportamento tridimensional, através do incremento gradual da velocidade na direção z . (b) Evolução da ilha de estabilidade correspondente à órbita inicialmente bidimensional e planar da parte (a). (c) Projeção estereoscópica 3D da seção de Poincaré 4D correspondente à evolução da trajetória mostrada em (a).

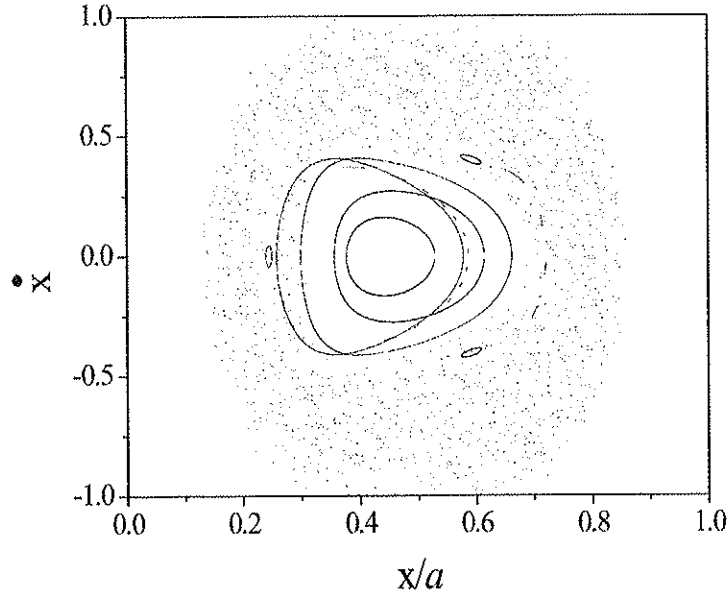


Figura 6.19: *Projeção bidimensional (x, \dot{x}) , de uma seção de Poincaré 4D, calculada para diferentes condições iniciais escolhidas em forma quase aleatória.*

a aplicação de um campo elétrico externo pequeno produz um aquecimento, que é um termo quadrático no campo elétrico, evitando a eventual formação de correntes em estado estacionário [69]. Desta forma, a condutividade Ohmica σ_{ij} é proporcional à difusão, sendo expressa pela equação [106]:

$$\sigma_{ij} = \frac{m^* e^2}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \langle v_i(t) v_j(t=0) \rangle_\Gamma e^{-\frac{t}{\tau}} dt, \quad (6.15)$$

onde m^* é a massa efetiva eletrônica, \hbar é a constante reduzida de Planck e $\langle v_i(t) v_j(0) \rangle_\Gamma$ é a função de correlação velocidade-velocidade duplamente promediada no espaço de fases Γ ; os índices i e j indicam as direções x e y , respectivamente. A presença de espalhamento com impurezas é incluída através do tempo médio de espalhamento eletrônico τ , onde a probabilidade de um elétron não sofrer uma colisão no intervalo $[0, t]$ é dada por $e^{-t/\tau}$.

A partir do cálculo numérico dos tensores de condutividade σ_{xx} e σ_{xy} , em função do campo magnético perpendicular, pode-se determinar a resistividade longitudinal ρ_{xx} e transversal ρ_{xy} através das expressões:

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad (6.16)$$

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}. \quad (6.17)$$

Para a realização do cálculo da condutividade foi gerado um conjunto de trajetórias eletrônicas uniformemente distribuídas no interior de uma região espacial correspondente a uma célula unitária (distribuição de pontos de partida dentro da célula unitária), a qual contém um antiponto localizado na origem do sistema de coordenadas. Para cada ponto desta região foram calculadas, em torno de 1000 órbitas geradas em forma quase aleatória (distribuição angular em torno de cada ponto de partida).

Seguindo o modelo analítico descrito anteriormente calculou-se a magnetoresistência tanto para o gas tridimensional de elétrons, ao longo da direção de transporte, na presença de campo magnético perpendicular, como para as periodicidades correspondentes às amostras desta pesquisa. A figura 6.20(a) mostra a magnetoresistência calculada para uma razão $d/a = 0.22$, a qual corresponde à situação experimental da amostra com $a = 0.6 \mu m$ incluindo, em forma aproximada, o incremento no diâmetro do antiponto cilíndrico, devido ao comprimento de depleção na ausência de iluminação .

Dos resultados dos cálculos, obteve-se o incremento da resistividade e a presença de dois picos de comensurabilidade bem definidos. Esses picos correspondem às condições $R_c = a/2$ and $R_c \approx 2.0a$ correspondendo ao observado nos experimentos. De acordo com esses resultados, nos arranjos de bilhares eletrônicos tridimensionais desta pesquisa a presença de ressonâncias não lineares refletida na função de correlação de movimento eletrônico caótico não perturbado é responsável pelo aparecimento dos picos de comensurabilidade, de modo similar ao caso da dinâmica em bilhares eletrônicos bidimensionais [68]. Para este cálculo definiu-se uma distribuição uniforme de velocidades ao longo da direção z .

A figura 6.20(b) mostra os resultados da introdução do espalhamento com as rugosidades interfaciais nos cálculos da magnetoresistência. A curva em linha sólida mostra a resistividade para uma razão $d/a = 0.24$, considerando apenas reflexões especulares entre os elétrons e as interfaces do poço. Os dois picos correspondem às condições $R_c = a/2$, e $R_c \approx 2.2a$. As outras duas curvas correspondem às mesmas condições , mas, desta vez foram incluídos os efeitos das rugosidades interfaciais introduzidas através da equação 6.14. As alturas médias das rugosidades são $\overline{\delta E} = 0.035 E_F$ e $\overline{\delta E} = 0.055 E_F$.

A partir da análise das trajetórias eletrônicas, dos mapas de Poincaré e das curvas de magnetoresistência concluiu-se que as rugosidades interfaciais destroem a estabilidade

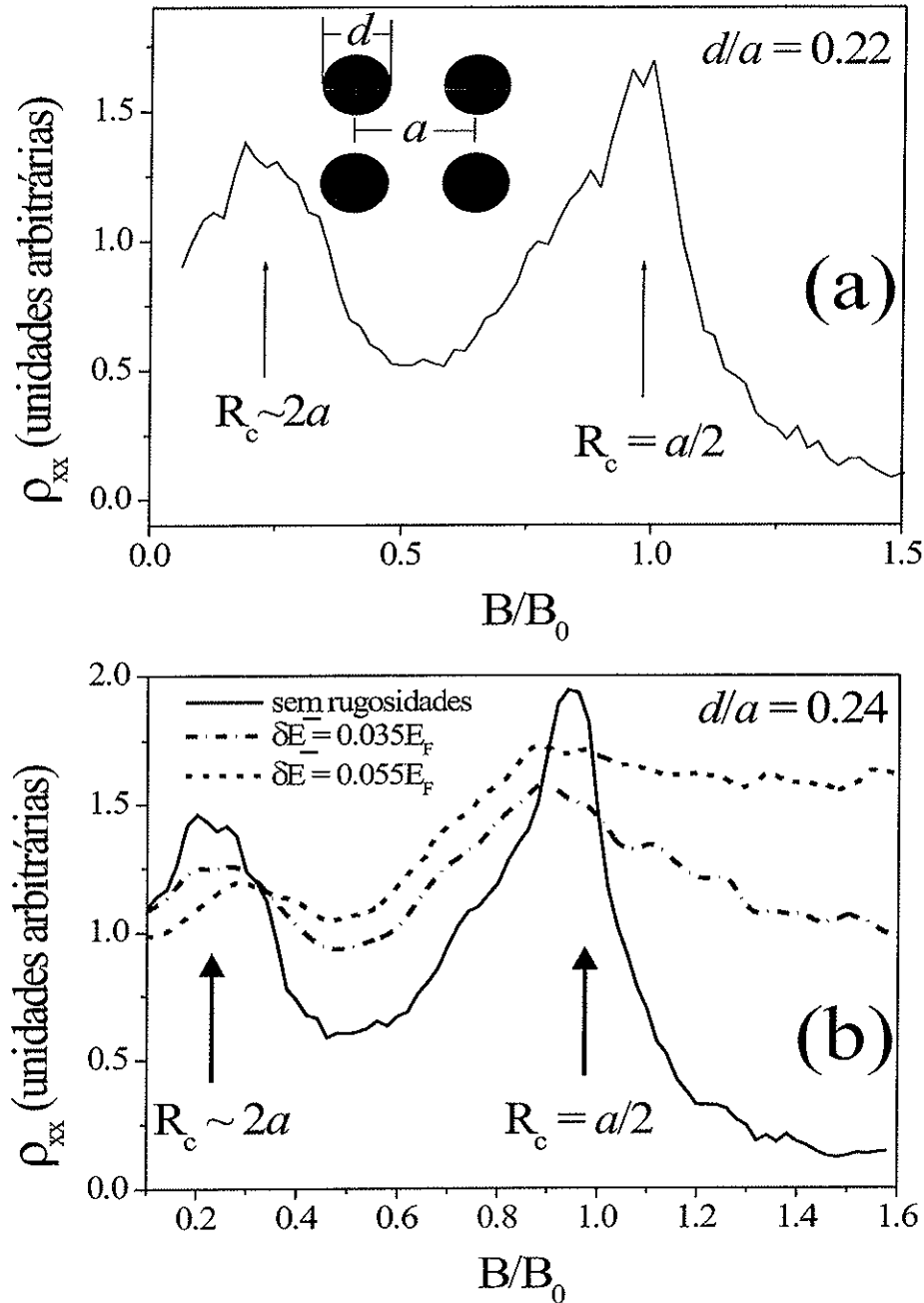


Figura 6.20: (a) magnetoresistência calculada para o gás 3D se locomovendo na super-rede de antipontos cilíndricos, com razão $d/a = 0.22$, na presença de campo magnético perpendicular. (b) Comparação entre diferentes curvas de magnetoresistência. A primeira curva identificada com linha sólida, foi calculada para $d/a = 0.2$, considerando apenas as reflexões especulares dos elétrons com as interfaces. As curvas tracejadas mostram os efeitos da inclusão das rugosidades interfaciais.

das órbitas regulares, produzindo o incremento do grau de caos no sistema. Este incremento do número de trajetórias caóticas é refletido tanto no alargamento dos picos de comensurabilidade como na diminuição da amplitude. Este fato é importante porque possibilita a realização do crescimento de amostras com diferentes graus de rugosidades para o posterior estudo da influência que exercem sobre as ressonâncias não lineares.

6.4 Conclusões

- Pela primeira vez foi realizada a construção experimental de um arranjo de bilhares eletrônicos com dinâmica tridimensional através da gravação padronizada de uma super-rede de buracos mecânicos cilíndricos em heteroestruturas semicondutoras contendo poços parabólicos largos de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, com alta mobilidade eletrônica.
- A caracterização experimental dos arranjos de bilhares eletrônicos tridimensionais foi realizada através de medidas de magnetotransporte. Os resultados das medidas evidenciam a presença de picos de comensurabilidade nas medidas de magnetoresistência, no campo magnético perpendicular e na região de campo fraco.
- Medidas de magnetoresistência em campo magnético inclinado mostraram que as oscilações de comensurabilidade observadas na presença de campo magnético perpendicular são continuamente transformadas em oscilações , devido a efeitos de tamanho galvano-magnéticos, quando colocadas na presença de campo magnético paralelo.
- Através do cálculo da dinâmica eletrônica 3D e da análise das superfícies de Poincaré foi determinado o desenvolvimento de uma dinâmica mista no espaço de fases.
- Através das simulações numéricas foi determinada a presença de órbitas tridimensionais caóticas e regulares dos tipos localizadas e difusivas as quais influenciam as propriedades de transporte.
- Os cálculos da magnetoresistência ao longo da direção de transporte mostram que ressonâncias não lineares são responsáveis pelo aparecimento dos picos de com-

surabilidade. Os cálculos também mostraram que a estabilidade das órbitas 3D é severamente alterada pela presença de rugosidades interfaciais.

- Esta nova construção pode ser introduzida, na Física da Matéria Condensada, como uma nova ferramenta para estender o estudo da dinâmica eletrônica caótica a sistemas com maior dimensionalidade.

Capítulo 7

Ressonâncias geométricas em poços quânticos parabólicos

7.1 Introdução

Os avanços alcançados pelas tecnologias de microfabricação, na área de dispositivos semicondutores, possibilitaram a fabricação de fios quânticos muito estreitos, através da introdução de um potencial de confinamento adicional a um sistema contendo o gás bidimensional de elétrons. As heterojunções de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ explicadas no capítulo 1, constituem um dos exemplos mais significativos dessas novas tecnologias. As altas mobilidades eletrônicas obtidas nessas heteroestruturas, possibilitam que o livre caminho médio l seja muito maior, quando comparado com a largura do fio. Sob essas condições surgiram uma variedade significativa de novos fenômenos relacionados com o transporte eletrônico nesses sistemas: anomalias nas medidas de efeito Hall em campo baixo [107], magnetoresistência negativa [108] e magnetoresistência positiva [109]. O incremento de magnetoresistência foi atribuído a efeitos de espalhamento dos elétrons, com as rugosidades interfaciais presentes nos fios. Efeitos similares foram observados anteriormente, em diversos tipos de filmes finos metálicos, cuja análise foi realizada através de modelos baseados em trajetórias clássicas. Este capítulo descreve a observação de estruturas anômalas semelhantes nas medidas de magnetoresistência de poços quânticos parabólicos largos, na região de campo magnético fraco. Com base na análise das medidas experimentais, realizadas em esta pesquisa e através da comparação destes resultados com os resultados

da literatura para filmes finos metálicos e fios quânticos, a presença de oscilações nas medidas de magnetoresistência de poços parabólicos na região de campo fraco, foi atribuída à ressonâncias geométricas entre o radio do ciclotron e a espessura do poço parabólico. Este capítulo apresenta uma breve introdução à teoria dos efeitos galvano-magnéticos em filmes finos e fios quânticos, os resultados das medidas de magnetotransporte, a discussão dos resultados e as conclusões.

7.2 Efeitos de tamanho galvano-magnéticos em filmes finos metálicos

No modelo de transporte do elétron livre, em metais [29], assume-se que os elétrons de condução podem ser tratados como livres de se locomover, sendo que a energia do sistema é proporcional ao quadrado do vetor de onda (k). Esse modelo simples consegue explicar a maior parte dos fenômenos de condução, mas, conduz a uma variação nula da magnetoresistência na presença de campo magnético. Utilizando modelos mais elaborados pode-se provar que não existe efeito magnetoresistivo para o modelo de elétrons livres, assumindo tacitamente que todas as dimensões do espécime considerado são muito maiores quando comparadas com o livre caminho médio dos elétrons de condução.

No caso de fios, ou filmes finos em baixas temperaturas, a situação é totalmente diferente. Sob essas condições o espalhamento dos elétrons com os contornos do material determina, em grande parte o valor da resistência. A alteração das trajetórias dos elétrons livres conduz a um efeito magneto-resistivo finito. Ou seja, esse é um efeito “geométrico” totalmente diferente daquele do incremento ordinário da resistência observado em metais volumétricos “bulk”.

De acordo com os estudos de E. H. Sondheimer entre outros [110, 111], trata-se de um efeito essencialmente clássico que depende especificamente da forma e das configurações do espécime, da corrente elétrica aplicada e do campo magnético. Esses fenômenos são chamados de efeitos de tamanho galvano-magnéticos (“galvanomagnetic size-effects”).

7.3 Configuração de Sondheimer

Para o caso de filmes finos com caráter metálico, E. H. Sondheimer estudou a influência de um campo magnético perpendicular ao plano do filme, obtendo expressões matemáticas analíticas para as mudanças na condutividade. Com base num estudo previamente realizado por K. Fusch [111], Sondheimer obteve fórmulas gerais para a condutividade elétrica e o coeficiente de Hall em campos magnéticos de valor arbitrário, tanto para os casos em que os elétrons sofrem reflexão difusa com a superfície do filme, como para o caso mais geral de espalhamento elástico parcial com a superfície. Também foram consideradas as mudanças com o campo dos efeitos magnéticos, concluindo-se, que para aqueles filmes nos quais a espessura W é menor quanto comparada com o livre caminho médio dos elétrons l , a resistência oscila em função da intensidade do campo magnético aplicado, apresentando máximos sucessivos localizados em $R_c = nW$, onde R_c é o radio do ciclotron, W é a espessura do filme e n é um número inteiro que pode tomar os valores 1, 7, 13, 19,

7.4 Configuração Mac Donald

Em 1950 D. K. Mac Donald e K. Sarginson [112], calcularam a resistividade de um filme fino em função da intensidade do campo magnético aplicado, quando o campo é aplicado de forma transversal à corrente elétrica aplicada e direcionado no plano do filme (geometria Mac Donald). Os resultados dos cálculos mostraram que, no caso dos filmes metálicos colocados na presença de campo magnético paralelo a resistividade do filme passa por um único máximo localizado em uma posição correspondente a $R_c/W \approx 1.8$, para logo decrescer ate o valor caraterístico do “bulk”.

A geometria do sistema estudado por Mac Donald tem similaridade com o caso de fios quânticos estreitos colocados na presença de campo magnético perpendicular. essa semelhança é fundamentada em que ambos os casos possuem comprimentos elásticos maiores (livre caminho médio) do que a menor dimensão do espécime, de modo que os elétrons interagem com as paredes antes de sofrer colisões internas. Essa similaridade é importante para este estudo por que que os poços quânticos parabólicos podem ser considerados como filmes finos. E com esses filmes finos é possível realizar medidas de magnetoresistência na presença de campo magnético paralelo á superfície do filme.

A similaridade dos filmes finos em campo paralelo com os fios quânticos estreitos em campo perpendicular permite fazer uma comparação entre os resultados das mudanças da resistividade decorrentes de efeitos de tamanho nesses sistemas. De acordo com o trabalho de E. Ditlefsen [113], mostra-se que um modelo simples baseado em trajetórias clássicas dos elétrons, considerando espalhamento difusivo total, foi capaz de reproduzir a magnetoresistência positiva observada em fios quânticos de alumínio.

Neste trabalho foram considerados dois regimes, nos quais o espalhamento com os contornos do material não contribuía significativamente para a resistividade. Em campo baixo as trajetórias dos elétrons diferem muito pouco daquelas nas quais $B = 0$, conseqüentemente, a condutividade é dominada por elétrons com grande momento longitudinal, os quais são espalhados por colisões internas, antes de interagir com os contornos do material. No caso de campos magnéticos mais intensos a órbita ciclotrônica é menor do que a espessura do fio e , portanto, um elétron que deixou um contorno somente poderá alcançar o outro contorno através de uma colisão interna, fazendo com que novamente a resistividade seja dominada pelo espalhamento no interior do fio.

De acordo com os resultados das medidas de magnetoresistência em fios quânticos estreitos mostrados no trabalho de T. J. Thornton e colaboradores [109], observa-se o surgimento de um único pico localizado em uma posição correspondente a $R_c/W \approx 1.8$, onde R_c é o radio do ciclotron e W é a espessura do filme. Neste caso, considerou-se que, em campos magnéticos de mediana intensidade existe uma grande quantidade de trajetórias com uma curvatura apropriada a qual condiciona ao elétron a interagir com os contornos do material, antes de sofrer alguma colisão interna. Assim sendo, para uma quantidade arbitrariamente pequena de espalhamento difusivo, a resistência irá aumentar até alcançar um valor máximo, em função da razão do radio do ciclotron à espessura do fio.

Estudos mais recentes reportados na referência [114], mostram resultados de cálculos mecânico quânticos para a resistência de fios na presença de espalhamento com as rugosidades da interface, quando a espessura do fio é comparável com comprimento de onda de Fermi dos elétrons. Nesta pesquisa mostrou-se que em adição ao pico localizado em $R_c/W \approx 1.8$, o qual foi observado em medidas experimentais [109], foi prevista a existência de um outro pico localizado em $R_c/W \approx 0.9$, correspondente a uma espessura do

fio de $W/\lambda_F = 5.5$, onde λ_F é o comprimento de onda de Fermi dos elétrons. Quando a espessura do fio e conseqüentemente o número de sub-bandas é diminuído até um, os picos de magnetoresistência desaparecem, e a resistência decresce em forma monotónica devido á formação de estados de contorno.

7.5 Efeitos de tamanho galvano–magnéticos em poços quânticos parabólicos

Os poços quânticos parabólicos de *AlGaAs/GaAs* possibilitam o estudo da evolução entre estados eletrônicos bidimensionais e tridimensionais. Quando o poço está parcialmente cheio, os elétrons blindam a pseudocarga positiva resultante do perfil de crescimento parabólico gerando uma camada de densidade comparável sobre parte da largura do poço. Com o incremento da largura do poço cresce também a largura da camada eletrônica e o gás bidimensional de elétrons transforma-se em um gás tridimensional. Quando o campo magnético é direccionado de modo paralelo ao plano do gás bidimensional de elétrons é provável que apareçam efeitos de tamanho finito nas medidas de magnetoresistência semelhantes àqueles observados em filmes finos metálicos e fios quânticos.

A figura 7.1 mostra um conjunto de medidas de magnetoresistência R_{xx} , realizadas na região de campo fraco ($B < 0.6 T$), para uma amostra contendo um poço quântico parabólico de 2000 \AA de largura submetido a ação de campo magnético uniforme B em temperatura de $1.5 K$. A seqüência de medidas mostra a evolução sistemática da magnetoresistência desde a configuração de campo perpendicular $\Theta = 90^\circ$ até a configuração de campo magnético paralelo $\Theta = 0^\circ$.

Ainda na figura 7.1 nota-se que na presença de campo magnético perpendicular a curva de magnetoresistência apresenta um pico bastante alargado em torno de $B = 0.35 T$. A observação dessa estrutura é dificultada pela presença das oscilações de Shubnikov–de Haas, que se sobrepõem à estrutura, porém, em poços parabólicos com maior largura, essa estrutura é bem mais definida. Quando iniciamos a rotação da amostra em direção à configuração de campo paralelo, observa-se que a estrutura analisada em campo perpendicular desdobra-se em dois picos, os quais estão localizados em posições de campo correspondentes a $R_c = W$ e $R_c \approx 2.2W_e$, onde W_e é a largura efetiva da camada eletrônica

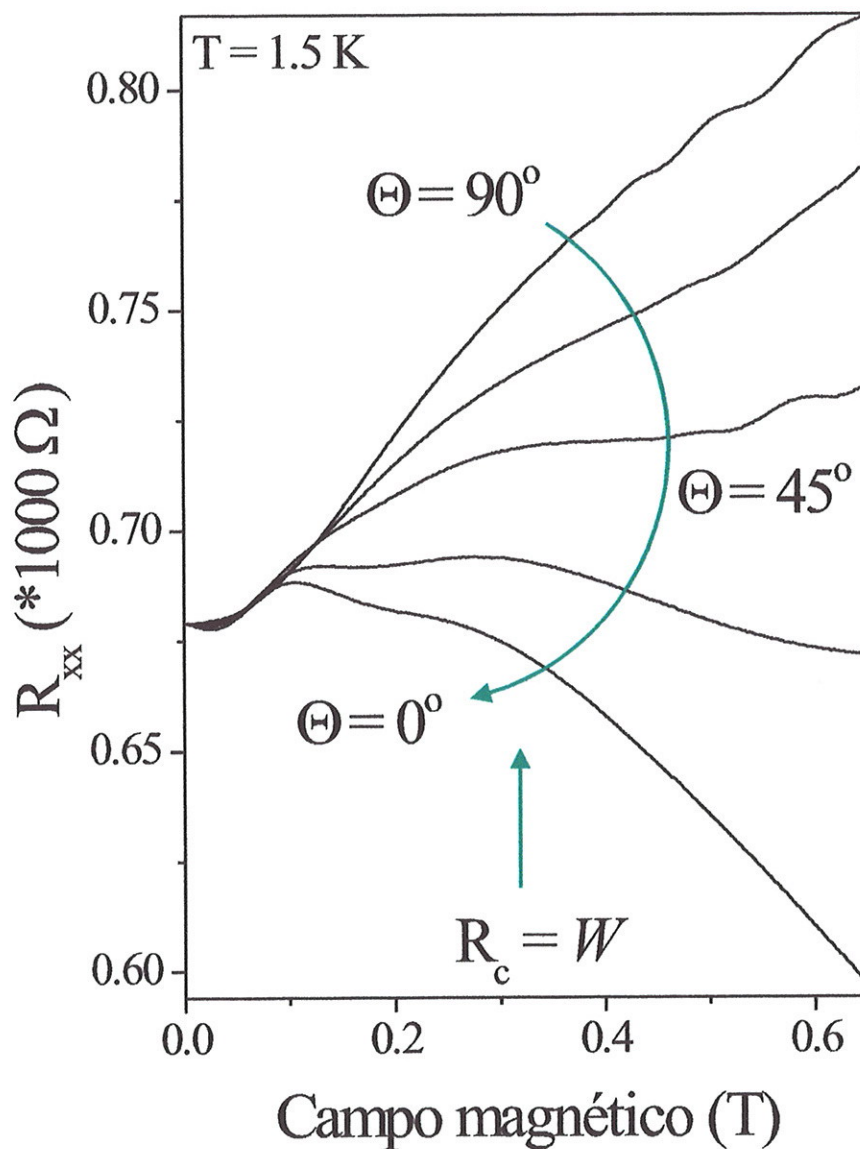


Figura 7.1: Na parte superior esquerda mostra-se a configuração da barra Hall empregada nos poços quânticos parabólicos, cujas medidas são mostradas na parte inferior. Na parte superior direita mostra-se a configuração das medidas em campo inclinado, e na parte inferior é mostrada a evolução da magnetoresistência, na região de campo fraco, para um poço quântico parabólico de 2000 \AA de largura, desde a configuração em campo perpendicular até a configuração em campo magnético paralelo.

no PQW. A figura 7.2 mostra uma outra evolução sistemática entre a configuração perpendicular e paralela do campo magnético para um outro poço parabólico de 2000 Å de largura, desta vez em amostras com diferente configuração de barra Hall (largura de canal 50 μm).

De acordo com os resultados mostrados nas figuras 7.1 e 7.2, neste estudo da dinâmica eletrônica em sistemas tridimensionais, observa-se a ocorrência desses efeitos de tamanho galvano-magnéticos em amostras contendo poços parabólicos de 2000 Å de largura em ambas as duas configurações. Para comprovar se essas oscilações em campo magnético paralelo ocorrem devido a efeitos de tamanho, decorrentes de ressonâncias geométricas entre o radio do ciclotron e a largura do poço, mediu-se os efeitos de comensurabilidade em amostras do mesmo tipo, desta vez contendo super-redes de antipontos.

Como foi visto no capítulo 6, nas super-redes de antipontos em poços quânticos parabólicos de largura de 2000 Å, a magnetoresistência em campo perpendicular apresenta dois picos de comensurabilidade, sendo que o maior corresponde à condição $R_c = a/2$, onde R_c é o radio do ciclotron e a é o período da rede. Para atender ao propósito desta pesquisa, foram realizadas medidas de magnetoresistência variando o ângulo de inclinação da amostra em relação ao vetor de campo magnético. Inicialmente foi realizada uma medida em campo magnético perpendicular, depois, uma rotação da amostra aumentando sucessivamente a componente paralela do campo até a amostra ficar em campo magnético totalmente paralelo.

Essas medidas foram realizadas em poços parabólicos de 2000 Å com super-redes de antipontos de periodicidades $a = 0.6 \mu m$, $a = 0.7 \mu m$, e $a = 0.8 \mu m$. A partir das medidas experimentais realizadas em temperatura de 1.5K ficou constatado que as oscilações de comensurabilidade entre o radio do ciclotron e o período da super-rede da antipontos são transformadas continuamente em oscilações devido à comensurabilidade entre o radio do ciclotron e a largura do poço parabólico W , as quais são observadas em amostras sem antipontos.

A figura 7.3 mostra as medidas de magnetoresistência para diferentes valores do ângulo Θ entre o campo magnético e o plano do substrato. Em campo magnético perpendicular quando $\Theta = 90^\circ$, são observadas duas oscilações de comensurabilidade para a amostra com período $a = 0.7 \mu m$; a primeira delas corresponde à condição $2R_c = a$ e a segunda

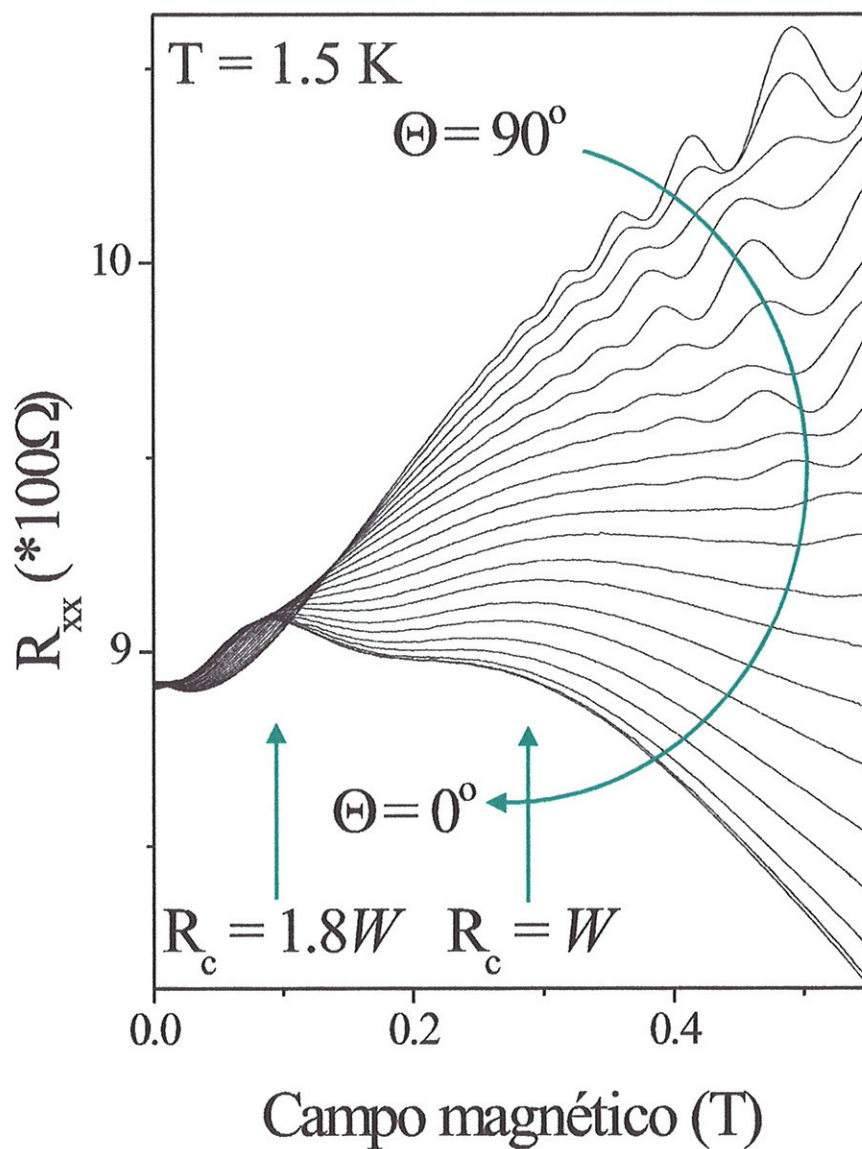


Figura 7.2: Evolução da magnetoresistência na região de campo fraco, para um outro poço quântico parabólico de largura de 2000 \AA , desde a configuração em campo perpendicular até a configuração em campo magnético paralelo.

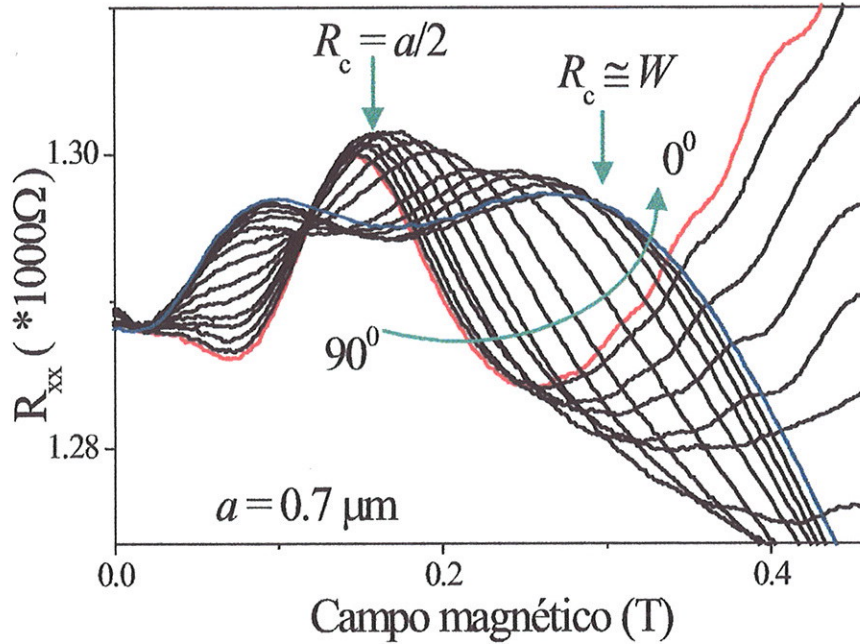


Figura 7.3: Evolução da magnetoresistência na região de campo fraco para um poço quântico parabólico de largura de 2000 \AA em função do ângulo de inclinação Θ entre o vetor de campo magnético e o vetor perpendicular à superfície da amostra. O período da super-rede é $a = 0.7 \mu\text{m}$ e as medidas foram realizadas em temperatura de 1.5 K .

à condição $R_c = 2.4a$, de acordo com medições em super-redes de antipontos no gás bidimensional de elétrons com uma única sub-banda ocupada. Em poços parabólicos sem antipontos não foram observadas oscilações de comensurabilidade em campo magnético perpendicular, no entanto, na presença de campo paralelo são observados dois picos, os quais foram associados à ressonâncias geométricas, quando $R_c = W_e$ e $R_c/W \approx 1.8$ em concordância com cálculos mecânicos quânticos de efeitos de tamanho em fios quânticos estreitos.

A transformação dos picos de comensurabilidade acontece de modo contínuo até um valor do ângulo $\Theta = 30^\circ$. Para valores menores do que $\approx 30^\circ$ os picos deixam de evoluir com o ângulo e coincidem com as oscilações da magnetoresistência em campo paralelo em amostras sem antipontos.

A figura 7.3 mostra a dependência do pico correspondente a $2R_c = a$ em função do incremento do campo magnético paralelo. A condição de comensurabilidade $2R_c = a$ fornece a informação da velocidade de Fermi, e portanto, da energia de Fermi dos elétrons que contribuem para os picos de comensurabilidade. A comparação da posição dos picos

em amostras com diferentes períodos resultou em $E_F = 4meV$ o qual está de acordo com o valor da energia de Fermi tridimensional dos elétrons no poço.

Os cálculos autoconsistentes realizados nesta pesquisa para um poço parabólico de largura de 2000 \AA indicam cinco sub-bandas ocupadas. No caso de considerar somente estas cinco sub-bandas bidimensionais independentes, implicaria na observação de vários picos de comensurabilidade. Entretanto, o forte espalhamento entre sub-bandas poderia resultar em um só pico de comensurabilidade. O caráter tridimensional do movimento dos elétrons nos poços parabólicos largos também poderia ser responsável pelas oscilações anômalas na presença de campo magnético inclinado, porém, a teoria baseada em trajetórias eletrônicas clássicas e em espalhamento difusivo em filmes finos metálicos foi capaz de reproduzir apenas um pico na magnetoresistência em $R_c/W \approx 1.8$.

7.6 Efeitos geométricos em poços parabólicos largos

Os resultados descritos nesta segunda parte são decorrentes do estudo dos efeitos das ressonâncias geométricas em poços parabólicos largos, através de medidas de magneto-transporte na região de campo magnético baixo, nas configurações de campo magnético perpendicular e paralelo. Também foi estudado a evolução das oscilações da resistividade em função da densidade da camada eletrônica N_s , através da iluminação *in-situ* das amostras em temperatura de 1.5 K. observou-se o máximo da resistividade na presença de campo magnético perpendicular quando o radio do ciclotron ficou igual à largura da camada eletrônica $R_c = W$. Esses resultados possibilitam a determinação de W_e como função da densidade eletrônica. Observou-se que a amplitude da oscilação decresce com o aumento de N_s , o que pode ser atribuído ao incremento da probabilidade de que os elétrons sejam refletidos em forma especular pelas interfaces, na medida em que incrementa-se a largura da camada eletrônica. Em campo magnético paralelo nos também observamos oscilações correspondentes a condição $R_c \approx W_e$ e $R_c/W_e \approx 2.2$ em acordo com resultados de cálculos mecânicos quânticos dos efeitos geométricos em fios quânticos estreitos.

Nesta fase do estudo dos efeitos geométricos foram empregados poços quânticos parabólicos de *GaAs/AlGaAs* contendo o gás quase-tridimensional de elétrons com alta mobilidade e baixa densidade. O poço é caracterizado pelos parâmetros $\Delta_1 \cong 200meV$, a

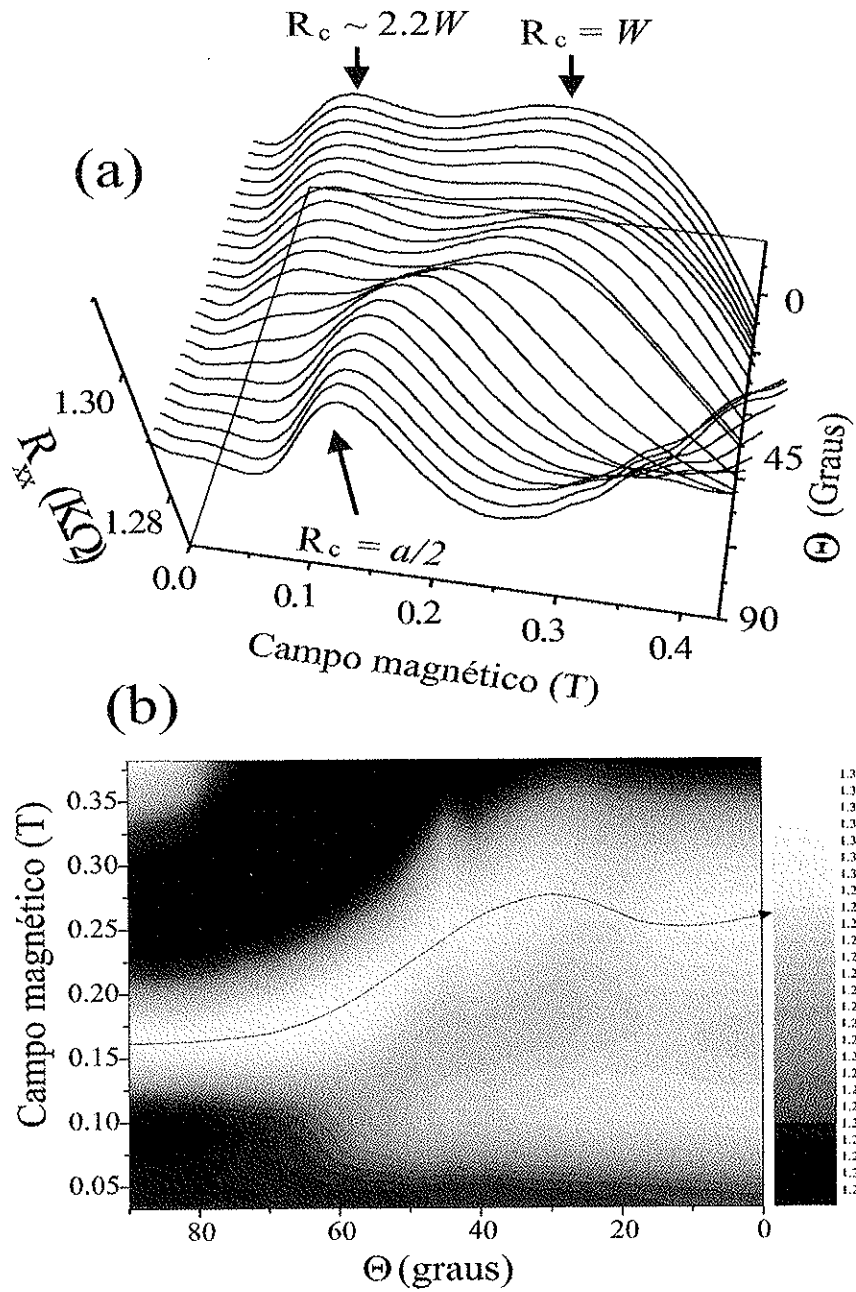


Figura 7.4: (a) Diagrama tridimensional mostrando a evolução das curvas de magnetoresistência para o poço quântico parabólico de 2000 Å de largura, mostrado na figura anterior, em função do ângulo de inclinação Θ entre o vetor de campo magnético e o vetor perpendicular à superfície da amostra. (b) Diagrama de níveis das curvas mostradas na parte (a) mostrando a evolução do pico correspondente a $R_c = a/2$.

altura da parábola, $W = 4000 \text{ \AA}$; a largura do poço e $\Delta_2 \cong 22 \text{ meV}$, a altura da barreira de *AlGaAs*. A energia de Fermi de um poço parabólico de 4000 \AA é menor do que a energia de Fermi dos metais, o que possibilita o estudo de efeitos de correlação elétron-elétron em sistemas tridimensionais. A dopagem seletiva nas amostras deste estudo reduz substancialmente o espalhamento com impurezas ionizadas, gerando um meio quase ideal, com baixo nível de desordem, para o estudo de efeitos de tamanho em estes tipos de sistemas. Assim sendo, está previsto a ocorrência de manifestações acentuadas desses fenômenos, devido principalmente ao tamanho do livre caminho médio dos elétrons, os quais podem gerar ressonâncias geométricas pela interação dos portadores com os contornos das amostras, antes mesmo de sofrerem colisões internas.

7.7 Resultados e discussões

O estudo dos efeitos geométricos em poços parabólicos largos foi realizado através de medidas de magnetotransporte em temperatura do helio líquido. As medidas foram realizadas através de uma variação sistemática do ângulo de inclinação Θ entre o vetor de campo magnético e o vetor perpendicular ao plano do gás de elétrons. Iniciando com a configuração de campo magnético perpendicular $\Theta = 90^\circ$, as amostras foram giradas gradualmente até atingirem a configuração de campo magnético paralelo $\Theta = 0^\circ$. Também foi variada a concentração eletrônica das amostras através de iluminação *in-situ* com um diodo emissor de luz. Após a iluminação as amostras foram deixadas em repouso por um tempo determinado, em seguida, novamente foram realizadas as medidas com rotação da amostras, repetindo-se esse processo a cada vez que a amostra recebeu iluminação.

Para o caso das medidas de magnetotransporte realizadas no poço parabólico de 4000 \AA , com o campo magnético transversal tanto à superfície das amostras como à corrente elétrica, constatou-se manifestações acentuadas dos efeitos de tamanho. Para essa amostra, a pseudo-carga positiva tridimensional n^+ é de $7.1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. A concentração eletrônica do poço parabólico de 4000 \AA , sem iluminação, é de $N_s = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e a mobilidade eletrônica é de $\mu_e = 1.08 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Através de uma iluminação gradual, a concentração eletrônica é incrementada pelo processo fotocondutivo persistente, até que o poço parabólico esteja preenchido completamente. Neste caso, a mobilidade eletrônica

é $\mu_e = 1.2 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/Vs$ e a concentração eletrônica é de $N_s = 3.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, o que corresponde a uma largura efetiva da camada eletrônica W_e de $\approx 4000 \text{ \AA}$.

A figura 7.5, mostra os resultados das medidas de magnetoresistência no PQW de 4000 \AA para diferentes valores da concentração eletrônica na configuração de campo magnético perpendicular. Nesse caso, observou-se que um máximo na resistividade foi alcançado quando o radio do ciclotron é comensurável com a largura da camada eletrônica $R_c = W_e$. Para a apresentação dos resultados desta pesquisa, todas as curvas foram normalizadas em relação à resistividade longitudinal em campo zero. A curva na parte superior da figura 7.5 corresponde ao resultado da medida experimental com a amostra antes de receber iluminação, cada uma das curvas seguintes corresponde a um processo de iluminação. A curva da parte inferior corresponde ao caso em que o poço está totalmente cheio.

Na figura 7.5 a amplitude da oscilação decresce com o incremento de N_s , o que permite a determinação de largura W_e como função da densidade eletrônica, como demonstra o requadro da figura 7.5. Esse efeito pode ser atribuído ao incremento da probabilidade dos elétrons sofrerem reflexões especulares pelos contornos das amostras à medida em que cresce a largura da camada eletrônica. Para provar esses argumentos realizou-se cálculos numéricos das oscilações galvanomagnéticas com base na teoria proposta por Sondheimer. De acordo com essa teoria, quando um filme fino é colocado na configuração de campo magnético perpendicular tanto ao plano do filme, como à direção da corrente elétrica, a razão da resistividade $1/\rho$ daquela da amostra "bulk" $1/\rho_0$ é dada por:

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{Re\{\phi(s)\}}{k}, \quad (7.1)$$

com,

$$\frac{1}{\phi(s)} = \frac{1}{s} - \frac{3}{2s^2}(1-p) \int_1^\infty \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \frac{1 - e^{-st}}{1 - pe^{-st}} dt, \quad (7.2)$$

onde $s \equiv k + i\beta$, $k \equiv a_f/l$, e $\beta \equiv a_f/R_c$. $Re\{\phi_s\}$ indica a parte real de ϕ_s , a_f é a espessura do filme, l é o livre caminho médio dos elétrons, R_c é o radio clássico do ciclotron, e p é o parâmetro especular o qual é zero para o caso de espalhamento difusivo total. Nos cálculos desta pesquisa o parâmetro a_f foi substituído pela largura da camada eletrônica efetiva W_e .

Na figura 7.6, foi realizada a comparação entre as curvas de magnetoresistência mostradas na figura 7.5, desta vez normalizadas em relação ao valor do campo magnético

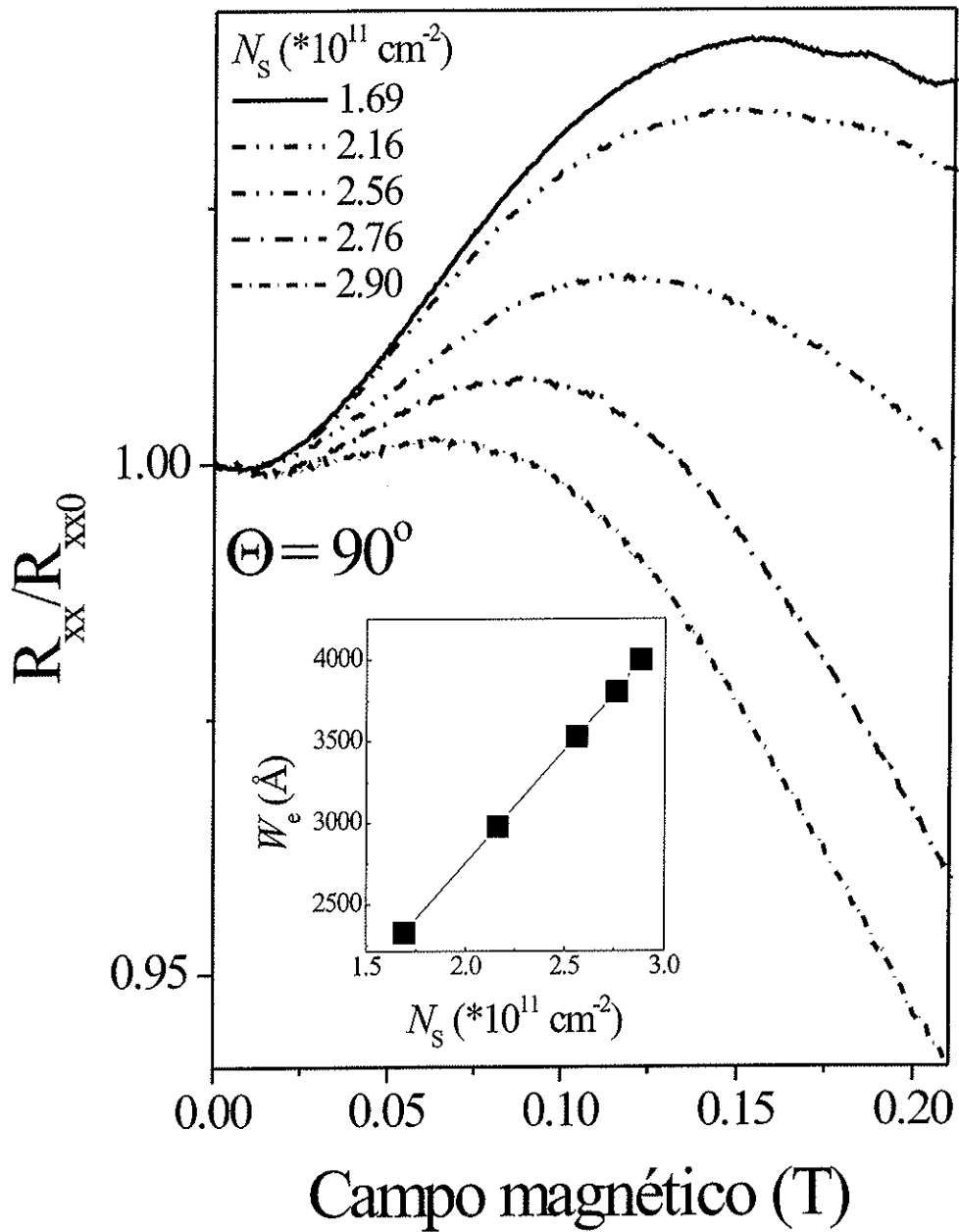


Figura 7.5: Magnetoresistência na região de campo baixo para um poço parabólico de 4000Å de largura, realizadas em temperatura de 1.5 K, para diferentes concentrações eletrônicas (na configuração de campo magnético perpendicular). No requadro interior é mostrada a variação da largura da camada eletrônica efetiva em função de N_s .

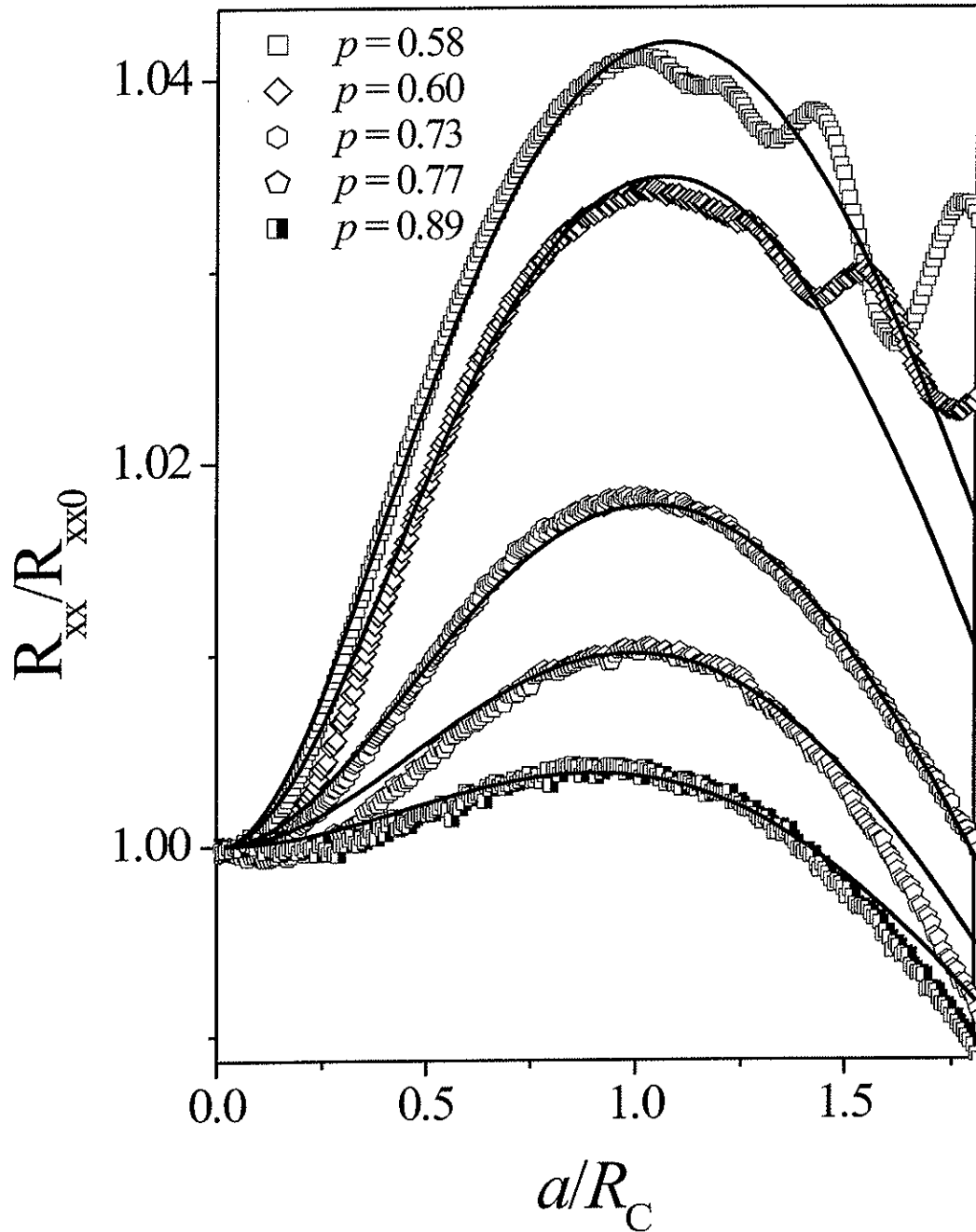


Figura 7.6: Comparação entre a magnetoresistância normalizada da figura 7.5, representada como função da razão da largura do poço a_f , em relação ao radio do ciclotron R_C , e a resistividade calculada através da teoria de Sondheimer (configuração de campo magnético perpendicular).

que produz um radio do ciclotron igual à largura da camada eletrônica, e aquelas obtidas através da aplicação do modelo de Sondheimer. Com os dados experimentais da figura 7.5 obteve-se a energia de Fermi e o livre caminho médio dos elétrons para cada estágio de iluminação, o que vai permitir a obtenção dos valores experimentais do parâmetro k . Com os valores experimentais de k , calculou-se a resistividade longitudinal para cada valor da concentração eletrônica, usando p como parâmetro. Os resultados são mostrados na tabela 7.7.

Tabela 7.7. Parâmetros obtidos através dos dados experimentais, juntamente com o parâmetro p obtido pelo ajuste das curvas experimentais.

N_s (cm^{-2})	W_e (Å)	l (m)	k ($exp.$)	p
$1.69 \cdot 10^{11}$	2330	$7.2 \cdot 10^{-7}$	0.32	0.58
$2.16 \cdot 10^{11}$	2979	$7.4 \cdot 10^{-7}$	0.40	0.50
$2.56 \cdot 10^{11}$	3531	$8.1 \cdot 10^{-7}$	0.43	0.63
$2.76 \cdot 10^{11}$	3807	$9.8 \cdot 10^{-7}$	0.40	0.77
$2.90 \cdot 10^{11}$	4000	$12.7 \cdot 10^{-7}$	0.31	0.89

No decorrer da análise dos resultados desta pesquisa, constatou-se o aumento da probabilidade dos elétrons sofrerem reflexão especular com as interfaces do poço na medida em que ele é preenchido. Para uma concentração $N_s = 1.69 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, tem-se 42% de espalhamento difusivo, à medida em que a largura da camada eletrônica aumenta, essa quantidade decresce até alcançar o valor de 10 %, quando o poço está cheio. Cálculos autoconsistentes realizados para as amostras deste estudo demonstraram que quando o poço está cheio, a camada de elétrons tem uma distribuição uniforme ao longo da maior parte da espessura do poço quântico. Essa condição, junto com a baixa probabilidade dos elétrons sofrerem colisões internas com as impurezas ionizadas, aumenta grandemente a quantidade de retro-espalhamento especular. Isso mostra que o espalhamento com os contornos em poços quânticos largos de *AlGaAs/GaAs* tem um caráter predominantemente especular devido à conservação do momento longitudinal do elétron ainda após o acontecimento de várias colisões com as interfaces do poço. Isso está em acordo com experiências recentes realizadas na referência [88].

Também foram realizadas medidas de magnetoresistência na configuração de campo magnético com componente paralela à superfície das amostras. Para isso efetuou-se uma

gradual variação da componente no plano do campo magnético desde a configuração Sondheimer até a configuração MacDonald, a figura 7.7 mostra os resultados dessas medidas para o caso em que a concentração eletrônica é $N_s = 2.16 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Como foi mostrado na figura 7.5, existe um único pico de ressonância localizado em $R_c/W_e = 1.0$ na configuração de campo magnético perpendicular. Quando é aumentada gradualmente, a componente paralela do campo magnético, observa-se um desdobramento do único pico em outros dois, aproximadamente quando $\Theta \approx 45^\circ$, porém, a posição do primeiro pico é mantida. A partir de então, para valores menores do ângulo Θ , os picos não mudam mais e, quando a amostra está na configuração de campo magnético paralelo, os dois picos permanecem localizados em $R_c/W_e = 1.0$, e $R_c/W_e \approx 2.2$. Esses dois picos também foram observados em poços quânticos parabólicos com largura de $W = 2000 \text{ \AA}$.

Cálculos mecânicos quânticos da resistividade de filmes finos foram reportados tanto para o caso de ausência de campo magnético como para a presença de campo magnético perpendicular. No entanto, de acordo com a similaridade analisada no início deste capítulo, os filmes finos metálicos na presença de campo magnético paralelo têm semelhança com fios quânticos estreitos na presença de campo magnético perpendicular, portanto, pode-se usar os resultados obtidos na literatura sobre o cálculo da resistividade de fios quânticos para a interpretação dos dados desta pesquisa.

O ingrediente principal do modelo é o espalhamento com imperfeições ou defeitos dos contornos. Nos poços parabólicos esse espalhamento acontece com as rugosidades das interfaces, as quais resultam de flutuações aleatórias da concentração, de impurezas ionizadas remotamente e, da composição da liga dos materiais do poço. O modelo mecânico quântico de fios com espalhamento por rugosidades, e com largura efetiva de $W/\lambda_F = 3$ reproduz um único pico na magnetoresistência localizado em $W/R_c \approx 0.55$. Além disso, para fios com maior largura e $W/\lambda_F = 5.5$ foi previsto teóricamente um outro pico, localizado em $W/R_c \approx 1.1$, o qual não foi observado nitidamente em experimentos. Esse segundo pico é provavelmente mais sensível à forma do potencial de confinamento e tende a desaparecer quando o potencial de confinamento torna-se muito suave.

Nos poços quânticos parabólicos desta pesquisa observou-se os dois picos previstos para os fios quânticos, mas, a posição exata dos picos corresponde a $W_e/R_c \approx 0.45$ e $W_e/R_c = 1$ respectivamente, sendo 10 – 20% menor do que o previsto para os fios quânticos. Para

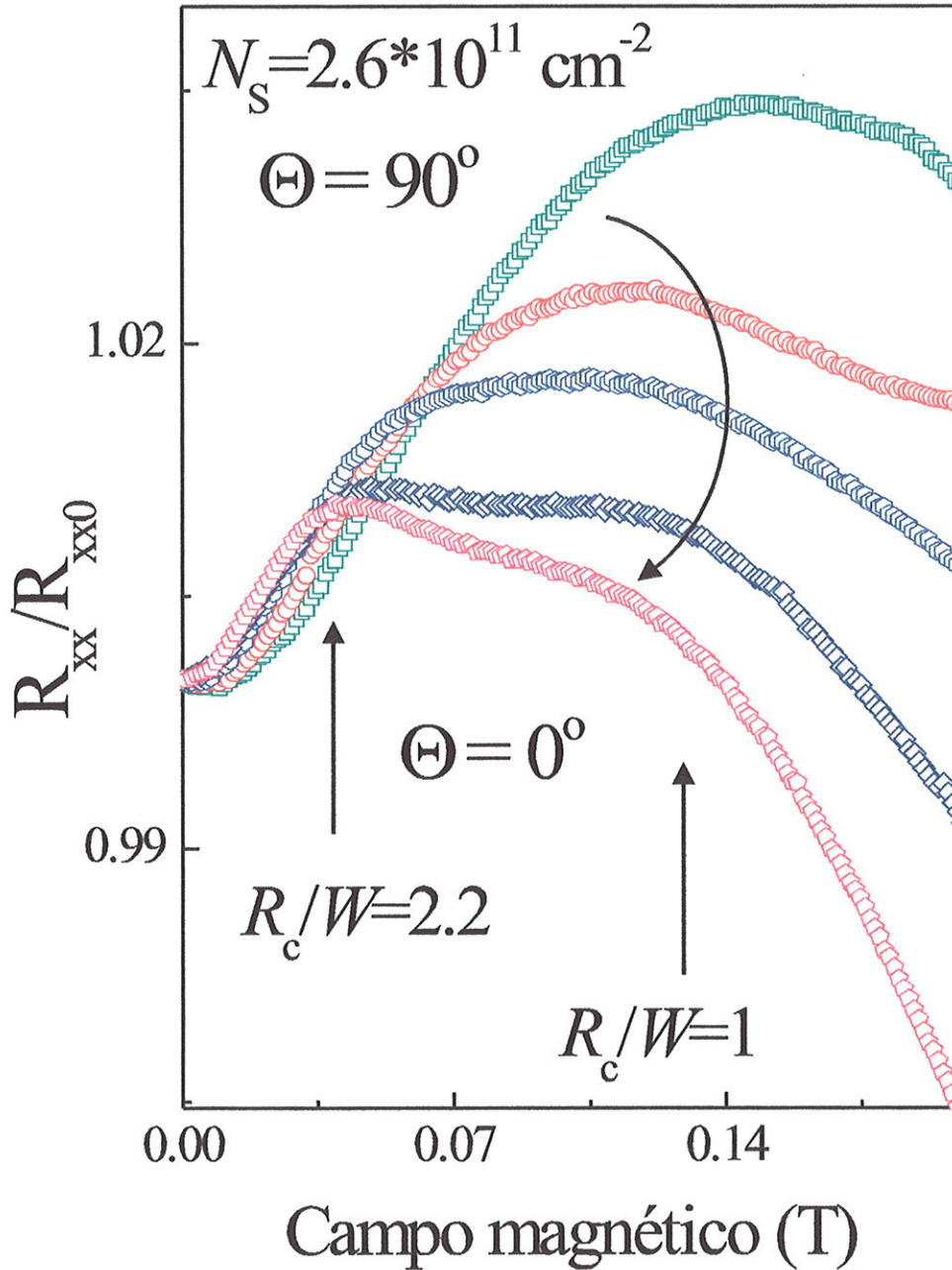


Figura 7.7: Evolução dos picos anômalos da magnetoresistência em campo magnético inclinado e em temperatura de 1.5K, para o poço quântico parabólico de 4000 Å. Em todas as medidas a concentração eletrônica é de $2.6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

esclarecer essas discrepâncias serão necessário a realização de novos cálculos mecânicos quânticos da resistividade de poços parabólicos na presença de campo magnético paralelo.

7.8 Conclusões

As oscilações anômalas da magnetoresistência em campo baixo, em poços quânticos parabólicos largos submetidos a ação de campo magnético perpendicular e paralelo ao plano do gás de elétrons foram estudadas. A presença dessas oscilações foi atribuída aos efeitos de tamanho galvano-magnéticos, decorrentes da comensurabilidade entre o radio do ciclotron e a largura do poço parabólico. Para comprovar a hipótese formulada nesta pesquisa estudou-se um outro tipo de oscilações de comensurabilidade também presentes na magnetoresistência de filmes finos, na região de campo fraco e na presença de campo magnético perpendicular, porém, em super-redes de antipontos. Encontrou-se que as oscilações de comensurabilidade entre o radio do ciclotron e o período dos antipontos, são continuamente transformadas em oscilações devido às ressonâncias geométricas entre o radio do ciclotron e a largura do poço parabólico, quando a amostra gira desde a configuração de campo perpendicular até a configuração de campo magnético paralelo.

Bibliografia

- [1] G. Birkhoff, *Acta Math*, 50, 359 (1927).
- [2] Ya. G. Sinai, *Introduction to ergodic theory*, Princeton University Press (1977).
- [3] A. Y. Cho, *Jour. Appl. Phys.* **42**, 2074 (1971).
- [4] Dieter Weiss, Gerd Lutjering and Klaus Richter, *Chaos Solitons and Fractals* **8**, 1337 (1997).
- [5] X. Kleber, G. M. Gusev, U. Gennser, D. K. Maude, J. C. Portal, D. I. Lubyshev, P. Basmaji, M. de P. A. Silva, J. C. Rossi, Y. V. Nastaushev, *Phys. Rev. B* **54**, 13859 (1996).
- [6] C. M. Marcus, A. J. Rimberg, R. M. Westervelt, P. F. Hopkins, A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 506 (1992).
- [7] F. Simmel, T. Heizel and D. A. Wharam, *Europhys. Lett.* **38**, 123 (1997).
- [8] T. M. Fromhold, L. Eaves, F. M. Sheard, M. L. Leadbeater, T. J. Foster, P. C. Main, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2608 (1994).
- [9] G. Muller, G. S. Boebinger, H. Manthur, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2875 (1995).
- [10] E. G. Gwinn, R. M. Westervelt, P. F. Hopkins, A. J. Rimberg, M. Sundaram, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. B* **39**, 6260 (1989).
- [11] A. M. Chang, H. U. Baranger, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2111 (1994).
- [12] K. L. Chopra *Phys. Rev.* **155**, 660 (1967).

- [13] W. Zawadzki, S. Klahn, and U. Merkt, *Phys. Rev. B* **33**, 6916 (1986).
- [14] U. Merkt, *Phys. Rev. B.* **32**, 6699 (1985).
- [15] A. Cho, *Jour. Vac. Sci. Tech.* **8**, s31 (1971).
- [16] A. Cho and J. Arthur, *Prog. Solid-State Chem.* **10**, 157 (1975).
- [17] M. A. Hermman and H. Sitter, *Molecular beam epitaxy fundamentals and current status*, Springer 1971.
- [18] R. Dupuis, *J. Cryst. Growth* **178**, 56 (1997).
- [19] Salvador Adachi, *Physical Review B* **14**, 2239 (1995).
- [20] A. Hoffmann, D. Reznik and I. K. Schuller, *Adv. Mater.* **9**, 271 (1997).
- [21] L. Smrcka and T. Jungwirth, *J. Phys. Condens. Matter.* **6**, 55 (1994).
- [22] M. Shayegan, T. Sajoto, J. Jo, M. Santos, and H. D. Drew, *Phys. Rev. B.* **40**, 3476 (1989).
- [23] T. Sajoto, J. Jo, L. Engel, M. Santos, and M. Shayegan, *Superlattices and Microstruct.* **39**, 10464 (1989).
- [24] A. J. Rimberg and R. M. Westervel, *Phys. Rev. B.* **40**, 3970 (1989).
- [25] M. Sundaram, A. C. Gossard, J. H. English and R. M. Westervelt, *Superlattices and Microstruct.* **4**, 683 (1988).
- [26] M. P. Stopa and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B.* **40**, 10048 (1989).
- [27] M. P. Stopa and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B.* **47**, 4 (1993).
- [28] Khokhlov D. R., Volkov B. A., *Proc. 23rd Int. Conf. Phys. Semicond.* **4**, Ed. M Scheffler, Singapore (World Scientific) Berlin, (1996)
- [29] Neil W. Ashcroft and N. David Mermin, *Solid State Physics*, Ed. Saunders College Publishing 1976.
- [30] L. Shubnikov and W. J. de Haas, *Leid. Comm.* **a, c, d**, 210a (1940).

- [31] K. von Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
- [32] D. C. Tsui, H. L. Stormer and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982).
- [33] M. E. Cage and C. F. Lavine, *Jour. of Res. of the Nat. Inst. of Standards and Tech.* **100**, 529 (1995).
- [34] M. E. Cage, *Jour. of Res. of the Nat. Inst. of Standards and Tech.* **102**, 677 (1997).
- [35] U. Klass, W. Dietsche, K. von Klitzing, and K. Ploog, *Surf. Sci.* **263**, 97 (1992).
- [36] P. F. Fontein, P. Hendriks, F. A. P. Blom, J. H. Wolter, L. J. Giling, and C.W. J. Beenakker, *Surf. Sci.* **263**, 91 (1992).
- [37] Supriyo Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge University Press (1997).
- [38] P. W. Anderson, *Phys. Rev. B* **109**, 1492 (1958).
- [39] Patrick. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287 (1985).
- [40] E. Abrahams and P. W. licciardello and T. V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1984).
- [41] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, *Quantum transport in semiconductor nanostructures*, Solid State Physics, Academic Press (1991).
- [42] I. V. Gornyi, A. P. Dmitriev and V. Yu. Kachorovskii, *Phys. Rev. B* **56**, 9910 (1997).
- [43] Y. Aharonov and D. Bohm, *Phys. Rev.* **115**, 485 (1959).
- [44] D. Yu. Sharvin and Yu. V. Sharvin, *JETP Lett.* **34**, 272 (1981).
- [45] G. Timp, A. M. Chang, J. E. Cunningham, T. Y. Chang, P. Mankiewich, R. Behringer, and R. E. Howard, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2814 (1987).
- [46] B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov and B. Z. Spivak, *JETP Lett.* **33**, 94 (1981).
- [47] B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov and B. Z. Spivak, D. Yu. Sharvin and Yu. V. Sharvin, *JETP Lett.* **35**, 588 (1982).

- [48] Douglas R. Hofstadter, *Phys. Rev. B* **14**, 2239 (1976).
- [49] E. S. Alves, P. H. Beton, M. Henini, L. Eaves, P. C. Main, O. H. Hughes, G. A. Toombs, S. P. Beaumont, C. D. W. Wilkinson, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 8257 (1989).
- [50] D. Weiss and K. v. Klitzing and K. Ploog and G. Weimann, *Europhys. Lett.* **8**, 179 (1989).
- [51] R. W. Winkler and J. P. Kotthaus and K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1177 (1989).
- [52] R. R. Gerhardts and D. Weiss and K. v. Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1173 (1989).
- [53] M. L. Roukes and A. Scherer, *Bull. Am. Phys. Soc.* **34**, 633 (1989).
- [54] K. Ensslin and P. M. Petroff, *Phys. Rev. B* **41**, 12307 (1990).
- [55] H. Fang and P. J. Stiles, *Phys. Rev. B* **41**, 10171 (1990).
- [56] D. Weiss, M. L. Roukes, A. Menschig, P. Grambow, K. v. Klitzing and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2790 (1991).
- [57] G. M. Gusev, Z. D. Kvon, L. V. Litvin, Yu V. Nastaushev, A. K. Kalagin and A. I. Toropov, *J. Phys.: Condens. Matter* **4**, L269 (1992).
- [58] J. Wagenhuber and T. Geisel and P. Niebauer and G. Obermair, *Phys. Rev. B* **45**, 4372 (1992).
- [59] Y. G. Sinai and Ni Chernov, *Russian Mathematical Surveys* **42**, 181 (1987).
- [60] Axel Lorke, Jörg P. Kotthaus and Klaus Ploog, *Phys. Rev. B* **44**, 3447 (1991).
- [61] G. M. Gusev, P. Basmaji, D. I. Lubyshev, L. V. Litvin, Yu. V. Nastaushev, and V. V. Preobrazhenskii, *Phys. Rev. B* **47**, 9928 (1993).
- [62] R. W. Tank and R. B. Stinchcombe, *J. Phys.: Condens. Matter* **5**, 5623 (1993).
- [63] G. M. Gusev, P. Basmaji, Z. D. Kvon, L. V. Litvin, Yu. V. Nastaushev, and A. I. Toropov, *J. Phys.: Condens. Matter* **6**, 73 (1994).

- [64] S. Lüthi, T. Vancura, K. Ensslin, R. Schuster, G. Böhm, and W. Klein, *Phys. Rev. B* **55**, 13088 (1997).
- [65] R. Schuster, K. Ensslin, J. P. Kottaus, G. Böhm, and W. Klein, *Phys. Rev. B* **55**, 2237 (1997).
- [66] J. Rychen, T. Vancura, T. Heinzel, R. Schuster, and K. Ensslin, *Phys. Rev. B* **58**, 3568 (1998).
- [67] J. Blanchet, *Transport balistique et effets quantiques dans des nanostructures unidimensionnelles de semi-conducteurs*, Thèse, Université Paris-Sud (1994).
- [68] R. Fleischmann, T. Geisel, and R. Ketzmerick, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1367 (1992).
- [69] M. Flieber, G. J. O. Schmidt, and H. Spohm, *Phys. Rev. E* **53**, 5690 (1996).
- [70] M. Robnik and M. V. Berry, *J. Phys. A: Math. Gen.* **18**, 1361 (1985).
- [71] N. Berglund, H. Kunz, *J. Stat. Phys.* **83**, 126 (1996).
- [72] P. Streda, P. Vasek, and M. Curk, *Phys. Rev. B* **51**, 11144 (1995).
- [73] P. Streda, P. Vasek, and M. Curk, *Surface Science* **361**, 533 (1996).
- [74] J. M. Heisz and E. Zaremba, *Phys. Rev. B* **53**, 13594 (1996).
- [75] M. P. Lilly, K. B. Cooper, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 824 (1999).
- [76] J. C. Maan, *Two-Dimensional Systems, Heterostructures and Superlattices* **53**, Solid-State Sciences ed. G. Bauer, F. Kuchar and H. Heinrich, Berlin Springer (1984).
- [77] R. Merlin, *Solid State Communications* **64**, 99 (1987).
- [78] G. Bastard, *Wave Mechanic Applied to Semiconductor Heterostructures*, Editions de Physique, Paris (1990).
- [79] T. Jungwirth and L. Smrčka, *J. Phys. Condens. Matter* **15**, L217 (1993).

- [80] Warburton R. J., Watts M., Nicholas R. J., Harris J. J., Foxon C. T, *Semicond. Sci. Technol.* **7**, 787 (1992).
- [81] de Lange W., Blom F. A. P., Wolter J. H., *Semicond. Sci. Technol.* **8**, 341 (1993).
- [82] K. Ohtsuka, S. Takaoka, K. Oto, K. Murase, K. Gamo, *Physica B* **249**, 780 (1998).
- [83] L. Smrčka, P. Vašek, J. Koláček, T. Jungwirth, and M. Curk, *Surface Science* **361**, 509 (1996).
- [84] J. M. Heisz and E. Zaremba, *Semicond. Sci. Technol.* **8**, 575 (1993).
- [85] M. V. Berry, *Topics in Nonlinear Dynamics*, edited by S. Jorna AIP Conference Proc. **46**, American Institute of Physics, New York, (1978).
- [86] T. Geisel, A. Zacherl, G. Radons, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2503 (1987).
- [87] R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **12**, 570 (1957).
- [88] H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, M. E. I. Broekaart, P. H. M. van Loosdrecht, B. J. van Wees, J. E. Mooij, C. T. Foxon, and J. J. Harris, *Phys. Rev. B* **39**, 8556 (1989).
- [89] Wenchang Lu, *Phys. Rev. B* **54**, 8049 (1996).
- [90] A. G. Pogosov, M. V. Budantsev, A. Pouydebasque, M. V. Entin, D. K. Maude, J. C. Portal, A. E. Plotnikov, A. I. Toropov, A. K. Bakarov, *Physica B* **298**, 291 (2001).
- [91] Tsuneya Ando, Seiri Uryu, Satoshi Ishizaka, Takeshi Nakanishi, *Chaos Solitons and Fractals* **8**, 1057 (1997).
- [92] L. A. Bunimovich, Y. G. Sinai, N. I. Chernov, *Russ. Math. Surv.* **46**, 47 (1991).
- [93] T. Papenbrock, *Phys. Rev. E* **61**, 4626 (2000).
- [94] H. Primack and U. Smilansky, *Phys. Rep.* **327**, 1 (2000).
- [95] M. Sieber, *Nonlinearity* **11**, 1607 (1998).

- [96] V. Celli and N. D. Mermin, *Phys. Rev. B* **140**, A839 (1992).
- [97] B. Halperin, *Jap. Jour. of App. Phys.* **26**, 1913 (1987).
- [98] C. S. Sergio, G. M. Gusev, J. R. Leite, E. B. Olshanetskii, A. A. Bykov, N. T. Moshegov, A. K. Bakarov, A. I. Toropov, D. K. Maude, O. Estibals, J. C. Portal, *Phys. Rev. B* **64**, 115314 (2001).
- [99] N. M. Sotomayor Choque, G. M. Gusev, J. R. Leite, A. A. Bykov, L. V. Litvin, N. T. Moshegov, A. I. Toropov, *Physica B* **298**, 302 (2001).
- [100] Seiji Uryu and Tsuneya Ando, *Phys. Rev. B* **53**, 13613 (1996).
- [101] H. Silberbauer and U. Rössler, *Phys. Rev. B* **50**, 11911 (1994).
- [102] P. A. Patsis and L. Zachilas, *Int. Jour. of Bifurcation and chaos* **4**, 1399 (1994).
- [103] C. Froeschlé, *Astron. & Astrophys.* **4**, 115 (1970).
- [104] L. Martinet and P. Magnenat, *Astron. & Astrophys.* **96**, 68 (1981).
- [105] V. I. Arnold, *Russian Math. Surveys* **18**, 85 (1963).
- [106] R. Kubo, M. Toda, and N. Hashitsime, *Statistical Physics II*, Springer-Verlag, Berlin, (1985).
- [107] G. Timp, A. M. Chang, P. M. Mankiewich, R. E. Behringer, J. E. Cunningham, T. Y. Chang, and, R. E. Howard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 732 (1987).
- [108] Y. Takagaki, K. Gamo, S. Nambu, S. Takaoka, K. Murase, S. Ishida, K. Ishibashi, and Y. Aoyagi, *Solid State Commun.* **68**, 1051 (1988).
- [109] T. J. Thornton, M. L. Roukes, A. Scherer and B. P. Van de Gaag, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2128 (1989).
- [110] E. H. Sondheimer, *Phys. Rev.* **80**, 401 (1950).
- [111] K. Fuchs, *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **34**, 100 (1938).
- [112] D. K. Mac-Donald and K. Sarginson, *Proc. Roy. Soc.* **203A**, 223 (1950).

[113] E. Ditlefsen and J. Lothe, *Philos. Mag.* **14**, 759 (1966).

[114] H. Akera and T. Ando, *Phys. Rev. B* **43**, 11676 (1991).

Apêndice

Derivação da formula de resposta linear de Kubo

Considerando que um campo elétrico de intensidade baixa é aplicado a um sistema de partículas em $t = 0$. A equação de Liouville pode ser escrita da forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\} = 0, \quad (7.3)$$

onde $\{\rho, H\}$ denota o “bracket” de Poisson de ρ em H .

O Hamiltoniano, H , depende do tempo e consiste de duas partes $H = H_0 + H_1$; o Hamiltoniano livre de campo com as energias cinética e potencial das partículas,

$$H_0 = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i < j} \phi_{ij} \quad (7.4)$$

e o termo de interação das partículas com o campo elétrico,

$$H_1 = - \sum_i q_i(\vec{r}_i \cdot \vec{E}(t)) \quad (7.5)$$

onde q_i é a carga da i -ésima partícula. Como o campo elétrico é fraco uma expansão da densidade do espaço de fases ρ pode ser obtida como uma expansão em serie de potências do campo elétrico:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \dots \quad (7.6)$$

Substituindo esta expansão na equação de Liouville e examinando cada potência de \vec{E} , obtem-se a equação de ordem zero:

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \{\rho_0, H_0\} = 0. \quad (7.7)$$

Os termos de primeira ordem resultam em

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \{\rho_0, H_1\} + \{\rho_1, H_0\} = 0, \quad (7.8)$$

e assim por diante. A seguir serão feitas as seguintes considerações :

1. ρ_0 é a distribuição de equilíbrio do sistema sem a presença do campo elétrico. É tomado o ensemble canônico

$$\rho_0 = \frac{1}{Z} e^{-\beta H_0}, \quad (7.9)$$

onde o fator de normalização, Z , é a função de partição.

Como a equação de ordem zero (5) pode ser resolvida, o termo não homogêneo, na equação de primeira ordem (6) é conhecido, deste modo a equação (6) pode ser escrita como

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + L\rho_1 = -\{\rho_0, H_1\} \quad (7.10)$$

onde L é um operador linear, chamado o operador de Liouville definido pelo "bracket" de Poisson, $L\rho_1 = \{\rho_1, H_0\}$.

2. A equação (6) pode ser integrada

$$\rho_1(t) = e^{-(t-t_0)L} \rho_1(t_0) - \int_{t_0}^t e^{-(t-\tau)L} \{\rho_0, H_1(\tau)\} d\tau \quad (7.11)$$

3. Em $t = t_0$ o campo elétrico é ligado, $t < t_0 : \vec{E}(t) = 0, \rho_1(t_0) = 0$

Logo, em primeira ordem no campo elétrico, a densidade do espaço de fases ρ é dada por

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 = \rho_0 - \int_{t_0}^t e^{-(t-\tau)L} \left\{ \frac{1}{Z} e^{-\beta H_0}, - \sum_i q_i (\vec{r}_i \cdot \vec{E}(\tau)) \right\} d\tau \quad (7.12)$$

$$\rho = \rho_0 - \int_{t_0}^t e^{-(t-\tau)L} \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \frac{1}{Z} e^{-\beta H_0} \frac{\partial H_1}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial H_1}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \frac{1}{Z} e^{-\beta H_0} \right) d\tau \quad (7.13)$$

O primeiro termo entre parênteses, no lado direito, é zero, devido a que H_1 não depende de p_i , mas, o segundo termo fornece:

$$\rho = \rho_0 - \int_{t_0}^t e^{-(t-\tau)L} \left(- \sum_i -q_i \vec{E}_i(\tau) \cdot \left(-\frac{\beta \vec{p}_i}{m} \right) \rho_0 \right) d\tau \quad (7.14)$$

A forma microscópica da corrente elétrica total \vec{j} é definida por $\vec{j} = \sum_i q_i \vec{v}_i$, portanto,

$$\rho = \rho_0 + \beta \int_{t_0}^t e^{-(t-\tau)L} \rho_0 \vec{j} \cdot \vec{E}(\tau) d\tau \quad (7.15)$$

Considerando também alguma função no espaço de fases que não possua dependência temporal explícita, $A = A(r_i, p_i)$. Logo A sofrerá ainda mudanças no tempo devido a que é também função das coordenadas de posição e momento, e essas quantidades mudam

com o tempo ao longo de uma trajetória no espaço de fases. Portanto, a dependência temporal de A é determinada por:

$$\frac{dA}{dt} = \sum_i \frac{\vec{p}_i}{m} \cdot \frac{\partial A}{\partial \vec{r}_i} + \sum_i \vec{p}_i \cdot \frac{\partial A}{\partial \vec{p}_i} = LA, \quad (7.16)$$

de forma que

$$A(\Gamma_t) = e^{tL} A(\Gamma). \quad (7.17)$$

O operador e^{tL} é um operador de deslocamento temporal o qual desloca um ponto de fase através do tempo. Isto pode ser empregado para poder escrever a equação (12) como:

$$\rho = \rho_0 + \beta \int_{t_0}^t d\tau \vec{j}(-(t-\tau)) \cdot \vec{E}(\tau) \rho_0(-(t-\tau)), \quad (7.18)$$

Onde foi empregada a notação $A(\Gamma_{-(t-\tau)}) \equiv A(-(t-\tau))$. Devido a que $H_0(\Gamma)$ é constante no tempo e de acordo com a primeira consideração, de que $\rho_0(\Gamma)$ é independente do tempo e pode ser tirada da integral de forma que

$$\rho(\Gamma, t) = \rho_0(\Gamma) (1 + \beta \int_{t_0}^t d\tau \vec{E}(\tau) \cdot \vec{j}(\Gamma(-(t-\tau))) \quad (7.19)$$

Com este resultado para a função de distribuição do espaço de fases, nos podemos expressar o ensemble médio de \vec{j} no tempo t em primeira ordem no campo elétrico como:

$$\langle \vec{j} \rangle_t = \int d\Gamma \vec{j}(\Gamma) \rho(\Gamma, t) = \int d\Gamma \vec{j}(\Gamma) \rho_0 (1 + \beta \int_{t_0}^t d\tau e^{-(t-\tau)L} (\vec{E}(\tau) \cdot \vec{j}(\Gamma))). \quad (7.20)$$

O primeiro termo é a corrente elétrica média na ausência de campo elétrico. Escrita em forma extensa este termo é da forma:

$$\int d\vec{r}_1 d\vec{p}_1 \dots d\vec{r}_n d\vec{p}_n \left(\sum_j q_j \vec{v}_j \right) \frac{1}{Z} e^{-\beta(\sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \Phi)} = 0, \quad (7.21)$$

devido a que cada termo no integrando é impar quando $\vec{v}_i \rightarrow -\vec{v}_i$. Em equilíbrio não há corrente.

No segundo termo, pose-se fazer a substituição de variáveis $\tau' = t - \tau$ de forma que a equação 7.17 possa ser empregada para se obter

$$\langle \vec{j} \rangle_t = \beta \int d\Gamma \rho_0(\Gamma) \vec{j}(\Gamma) \int_0^{t-t_0} d\tau' e^{-\tau' L} (\vec{E}(t-\tau') \cdot \vec{j}(\Gamma)) \quad (7.22)$$

$$\langle \vec{j} \rangle_t = \beta \int_0^{t-t_0} d\tau \langle \vec{j}(\Gamma) \vec{j}(\Gamma_{-\tau}) \rangle \cdot \vec{E}(t-\tau). \quad (7.23)$$

$\langle \rangle$ denota a média de ensemble canônico de equilíbrio. Nos assumimos que $\vec{E}(t)$ é da forma oscilatória, $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$, com $t > 0$, de forma que

$$\langle \vec{j} \rangle_t = \beta \int_0^{t-t_0} d\tau e^{i\omega\tau} \langle \vec{j}(\Gamma) \vec{j}(\Gamma_{-\tau}) \rangle \cdot \vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (7.24)$$

Seja $t_0 = 0$ e $t \rightarrow \infty$. Logo pode-se obter a lei de Ohm para $\vec{J}_e = \langle \vec{j} \rangle_t / V$:

$$\vec{J}_e = \sigma(\omega) \cdot \vec{E}(t), \quad (7.25)$$

onde $\sigma(\omega)$ é um tensor de "rank" 2

$$\sigma(\omega) = \beta \frac{1}{V} \int_0^\infty d\tau e^{i\omega\tau} \langle \vec{j}(\Gamma) \vec{j}(\Gamma_{-\tau}) \rangle. \quad (7.26)$$

Esta relação é também conhecida como a formula de Green-Kubo para a condutividade elétrica de um sistema de partículas carregadas.

Publicações

1. “Stochastic dynamics of 2D electrons in antidot lattice in the presence of an in-plane magnetic field”, N. M. Sotomayor Choque, M. T. dos Santos, G. M. Gusev, J. R. Leite, *Brazilian Journal of Physics* **29**, 4 (1999).
2. “Theoretical analysis of magnetoresistance commensurability oscillations of 2-D electrons in antidot lattice in the presence of in-plane magnetic field”, N. M. Sotomayor, G. M. Gusev, J. R. Leite, V. A. Chitta, *Microelectronic Engineering* **51-52**, 111 (2000).
3. “Commensurability oscillations in a wide parabolic well in the presence of an in-plane magnetic field”, N. M. Sotomayor Choque, G. M. Gusev, J. R. Leite, A. A. Bykov, L. V. Litvin, N. T. Moshegov, A. I. Toropov, *Physica B* **298**, 302 (2001).
4. “Geometrical resonances in the resistivity of wide quantum wells”, N. M. Sotomayor Choque, G. M. Gusev, J. R. Leite, A. A. Bykov, A. K. Bakarov, A. I. Toropov, *Physica E* **13**, 777 (2002).
5. “Chaotic electron dynamics in antidot lattice subjected to strong in-plane magnetic field”, N. M. Sotomayor Choque, G. M. Gusev, J. R. Leite, A. A. Bykov, L. V. Litvin, N. T. Moshegov, A. I. Toropov, D. K. Maude, J. C. Portal, *Phys. Rev. B* **66**, 035324 (2002).
6. “Commensurability oscillations in antidot lattice in a quasi-three-dimensional electron gas”, submetida a *Physical Review B* (2002).
7. “Weak localization effects in a wide parabolic quantum well”, Proceedings of the 24th International Conference on the Physics of Semiconductors”, (Osaka, Japan,

September 2000), Springer Proceedings in Physics (Springer, Berlin), N. Miura, T. Ando, eds. (2001).

Trabalhos apresentados em eventos

1. "9th Brazilian Workshop on Semiconductor Physics", "Stochastic dynamics on 2D electrons in antidot lattice in the presence of an in-plane magnetic field", Belo Horizonte, MG, Brazil (1998).
2. "XXII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada", "Stochastic dynamics of 2D electrons in antidot lattice in the presence of an in-plane magnetic field", São Lorenzo, MG, Brasil (Junho 1999).
3. "3rd "International Conference of Low Dimensional Structures and Devices", "Theoretical Analysis of Magnetoresistance Commensurability oscillations of 2-D electrons in antidot lattice in the presence of in-plane magnetic field", Antalya, Turkey (September 1999).
4. "XXIII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada", "Commensurability oscillations in antidot lattice in a quasi three-dimensional electron gas", São Lorenzo, MG, Brasil (Maio 2000).
5. "XXIII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada", "Commensurability oscillations in antidot lattice subjected to in-plane magnetic field", São Lorenzo, MG, Brasil (Maio 2000).
6. "XXIV International Conference on the Physics of Semiconductors", "Weak localization effects in a wide parabolic quantum well", Osaka, Japan, (September 2000).
7. "14th International Conference on High Magnetic Fields in Semiconductor Physics, SEMIMAG 2000", "Commensurability oscillations in wide parabolic well in the presence of an in-plane magnetic field", Matsue, Japan (September 2000).

8. "10th Brazilian Workshop on Semiconductor Physics", "Weak Localization Effects in a Quasi-Three-Dimensional Electron Gas", Guarujá, São Paulo, Brasil (Maio 2001).
9. "10th International Conference On Modulated Semiconductor Structures", "Sondheimer oscillations in a wide parabolic quantum well", Linz, Austria, (july 2001).
10. "XXV Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada", "Chaotic electron dynamics in a quase quasithree-dimensional billiard", Caxambu, MG, Brasil (Maio 2002).
11. "XXV Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada", "Evolution of commensurability oscillations as a function of electric field in arrays of antidots", Caxambu, MG, Brasil (Maio 2002).
12. "XXV Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada", "Boundary roughness scattering in the resistivity of wide quantum wells", Caxambu, MG, Brasil (Maio 2002).
13. "XXV International Conference on the Physics of Semiconductors", "Electron dynamics in a quasi-three-dimensional electron billiard system", Edimburg, England, (September 2002).
14. "1º Encontro de nanodispositivos semicondutores e materiais nanoestruturados (Rede Nanoseminat - 1)", "Non-linear resonances in a quasi-three-dimensional electron billiard system", Recife, PE, Brasil, (Março 2002).