

**Universidade de São Paulo  
Instituto de Física**

**Estudo de Perfis de Pressão no Tokamak  
TCABR**

**Gilson Ronchi**

Orientador: Prof. Dr. José Helder Facundo Severo

Tese de doutorado apresentada ao Instituto  
de Física para a obtenção do título de Doutor  
em Ciências.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. José Helder Facundo Severo (IFUSP)  
Prof. Dr. Francisco E. Mendonça da Silveira (UFABC)  
Prof. Dr. Luiz Ângelo Berni (INPE)  
Prof. Dr. Munemasa Machida (UNICAMP)  
Prof. Dr. Zwinglio de Oliveira Guimarães Filho (IFUSP)

São Paulo  
2017

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação**  
**do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Ronchi, Gilson

Estudo de Perfis de Pressão no Tokamak TCABR. São Paulo, 2017.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Depto. de Física Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. José Helder Facundo Severo

Área de Concentração: Física de Plasmas.

Unitermos: 1. Física de plasmas; 2. Tokamaks; 3. Magnetohidrodinâmica; 4. Física

USP/IF/SBU-009/2017

*À minha mãe.*



# Agradecimentos

Agradeço à minha família e à Natasha pelo carinho e apoio ao longo dos anos.

Ao meu orientador, José Helder Facundo Severo, pela oportunidade e orientação nesse trabalho, bem como pela amizade durante esses anos.

Aos meus colegas do Laboratório de Plasmas, Vinícius, Paulo, e a todos aqueles que com o qual desenvolvi laços de amizade durante o período de pós-graduação.

Aos professores da USP, Ricardo Galvão, Zwinglio Guimarães e Artour Elfimov, e à toda equipe técnica do TCABR, pelo suporte em todos os momentos.

À banca examinadora pelos valiosos comentários e sugestões.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo auxílio financeiro a este projeto.



*“(...) intellectual freedom is essential to human society — freedom to obtain, and distribute information, freedom for open-minded and unfearing debate and freedom from pressure by officialdom and prejudices. Such a trinity of freedom of thought is the only guarantee against an infection of people by mass myths, which, in the hands of treacherous hypocrites and demagogues, can be transformed into bloody dictatorship.”*

**Andrei Sakharov**



# Resumo

O conhecimento dos parâmetros macroscópicos do plasma, tais como a densidade e temperatura, bem como sua evolução e dependência espacial são fundamentais para a compreensão e controle do plasma. Esses parâmetros são essenciais para descrição dos eventos associados a fenômenos de transporte, atividade MHD, estudos de regime de confinamento melhorado (modo H), entre outros. O perfil de temperatura e densidade de íons e elétrons caracteriza um parâmetro extremamente importante em plasmas termonucleares que é o perfil de pressão. Para obter esses perfis foram utilizados os principais diagnósticos disponíveis no tokamak TCABR: espalhamento Thomson, interferometria, reflectometria, ECE e diagnósticos espectroscópicos. O espalhamento Thomson é capaz de determinar o perfil de temperatura e densidade eletrônica durante o disparo; já o diagnóstico ECE é capaz de medir a temperatura eletrônica sob certas condições de descargas. Já os diagnósticos de interferometria e reflectometria medem a densidade eletrônica integrada e a densidade eletrônica local, respectivamente. Por fim, o perfil de temperatura iônica pode ser estimado através do alargamento Doppler das linhas de emissão de impurezas. Tais dados são usados para reconstrução do perfil de pressão, em diferentes tipos de descargas no tokamak, bem como possibilitar a reconstrução do equilíbrio. Não obstante, esses diagnósticos podem fornecer informações como estimativa do  $Z$  efetivo do plasma, da velocidade de rotação, e das condições que promovem disrupção no TCABR.

**Palavras-chaves:** perfil de pressão, espalhamento Thomson, equilíbrio MHD, rotação de plasma.



# Abstract

The knowledge of the plasma macroscopic parameters such as density and temperature as well as their temporal and spatial evolution are fundamental to the understanding and control of the plasma. These parameters are essential for description of events associated with transport phenomena, magnetohydrodynamics (MHD) activity, improved confinement studies (H mode), among others. The temperature and density profiles of electrons and ions define an extremely important parameter in thermonuclear plasmas that is the pressure profile. To measure these profiles we used all the main diagnostics available in the TCABR tokamak: Thomson scattering, interferometry, reflectometry, ECE and spectroscopic diagnostics. The Thomson scattering is able to determine the local electron temperature and density in the plasma discharge; ECE diagnostic is also able to measure the local electron temperature under certain plasma discharge conditions. And the interferometric and reflectometric diagnostics measure the line-integrated electronic density and the local electronic density, respectively. Finally, the ion temperature profile can be estimated by the Doppler broadening of the impurity line emissions. These data are used to reconstruct the pressure profile in different types of discharges in tokamak, and to enable the MHD equilibrium reconstruction. Nevertheless, these analyzes can provide information to estimate the plasma Z effective, plasma rotation velocity, and the conditions that promote the disruption in the TCABR.

**Keywords:** pressure profile, Thomson scattering, MHD equilibrium, plasma rotation



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Seção de choque em função da energia do projétil e taxa volumétrica de reação em função da temperatura do íons para algumas reações de fusão (calculadas a partir da parametrização de Bosch-Hale). . . . .	28
Figura 2 – Desenho esquemático de um tokamak. . . . .	29
Figura 3 – Visão esquemática das bobinas e do vaso de vácuo do tokamak TCABR. . . . .	30
Figura 4 – Sistema de coordenadas toroidal (simples) para o cálculo do equilíbrio MHD. . . . .	37
Figura 5 – Componentes toroidal ( $B_\varphi$ ) e poloidal ( $B_P$ ) do fluxo do campo magnético e as seções transversais $S_\Phi$ e $S_\Psi$ correspondentes ao fluxo $\Phi$ e $\Psi$ , respectivamente . . . . .	39
Figura 6 – Geometria das superfícies de fluxo obtidas com o método dos três momentos. . . . .	41
Figura 7 – Efeito da rotação toroidal no perfil de pressão de equilíbrio . . . . .	45
Figura 8 – Funcionamento global do CRONOS. . . . .	48
Figura 9 – Geometria do campo magnético e dos vetores de onda conforme sistema de coordenadas de Stix. . . . .	56
Figura 10 – Dependência espacial das frequências eletrônicas típicas no TCABR, para descargas com $n_{e0} = 1,5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , $B_0 = 1,07 \text{ T}$ . . . . .	57
Figura 11 – Esquema simplificado do sistema de interferometria utilizado no TCABR . . . . .	60
Figura 12 – Seção poloidal tokamak TCABR com suas dimensões em milímetros, e as cordas utilizadas para interferometria. . . . .	60
Figura 13 – Representação esquemática da propagação de ondas milimétricas em diferentes regiões do plasma. . . . .	61
Figura 14 – Representação esquemática do algoritmo de Bottollier-Curtet para reconstrução do perfil de densidade. . . . .	63
Figura 15 – Diagrama esquemático do sistema de detecção homodínea . . . . .	64
Figura 16 – Sinal de batimento medido na banda Ka medido e filtrado com passabanda, em função da frequência de sondagem. . . . .	65
Figura 17 – Frequência de batimento da banda Ka na ausência de plasma (reflexão na parede do plasma). . . . .	65
Figura 18 – Comparação dos diferentes ajustes da densidade de linha integrada. . . . .	67
Figura 19 – Corrente de plasma com seu valores médios, máximos e mínimos obtidos no conjunto de descargas analisadas, e as densidades de linhas integrada para análise estacionária com alta densidade ( $\bar{n}_{e,\text{central}} \sim 1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ). . . . .	68
Figura 20 – Ajuste da densidade média de linha para o interferômetro em quatro instantes temporais ( $\bar{n}_{e,\text{central}} \sim 1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ) . . . . .	69

Figura 21 – Valor dos parâmetros ajustados para a densidade do plasma ( $\bar{n}_{e,\text{central}} \sim 1 \times 10^{19} m^{-3}$ ) . . . . .	69
Figura 22 – Corrente de plasma com seus valores médios, máximos e mínimos obtidos no conjunto de descargas analisadas, e as densidades de linhas integrada para análise estacionária com alta densidade ( $\bar{n}_{e,\text{central}} \sim 2 \times 10^{19} m^{-3}$ ). . . . .	70
Figura 23 – Ajuste da densidade média de linha para o interferômetro em quatro instantes temporais ( $\bar{n}_{e,\text{central}} \sim 2 \times 10^{19} m^{-3}$ ) . . . . .	70
Figura 24 – Valor dos parâmetros ajustados para a densidade do plasma ( $\bar{n}_{e,\text{central}} \sim 2 \times 10^{19} m^{-3}$ ) . . . . .	71
Figura 25 – Relação entre o $\nu_n$ obtido por ajuste nos dois conjuntos de descargas, e a razão entre as densidades integradas do canal 2 (90 mm) e 0 (-12,5 mm) . . . . .	71
Figura 26 – Relação entre o $\nu_n$ obtido por ajuste nos dois conjuntos de descargas, e a densidade eletrônica central. . . . .	72
Figura 27 – Principais sinais do disparo #30407. . . . .	72
Figura 28 – Ajuste da densidade eletrônica para o reflectômetro em quatro instantes temporais . . . . .	73
Figura 29 – Diagrama do sistema de coordenadas indicando o espalhamento por um único elétron. . . . .	76
Figura 30 – Espalhamento de luz por um certo volume $V$ , de formato cilíndrico, com área $A$ e comprimento $L$ . A luz espalhada, é medida muito longe do centro espalhador, e compreende um ângulo sólido $\Delta\Omega$ . . . . .	83
Figura 31 – Distribuição espectral da potência da radiação espalhada à $90^\circ$ e $45^\circ$ para várias temperaturas eletrônicas . . . . .	84
Figura 32 – Seção de choque diferencial do espalhamento Raman para diferentes gases, incluindo o peso $F_J$ . . . . .	88
Figura 33 – Representação esquemática do diagnóstico de luz espalhada instalado no TCABR. . . . .	90
Figura 34 – Mesa ótica do laser de Nd:Vidro. . . . .	91
Figura 35 – Objetiva antiga e a nova do diagnóstico de espalhamento Thomson, instaladas no tokamak. . . . .	92
Figura 36 – Pontos de visada das fibras ópticas, no interior da câmara de vácuo, ao longo da linha do laser. . . . .	92
Figura 37 – Foto do policromador com três canais. . . . .	94
Figura 38 – Transmitância dos filtros disponíveis no policromador, relativos aos canais 1, 2 e 3 (CH1, CH2, e CH3, respectivamente), medidos individualmente com incidência normal. . . . .	94
Figura 39 – Sensitividade espectral e eficiência quântica típica do fotodiodo avalanche C30956E . . . . .	95

Figura 40 – Configuração experimental para calibração da resposta espectral do diagnóstico de espalhamento Thomson. . . . .	96
Figura 41 – Linhas de emissão de neônio em $\lambda = 953,4$ nm e $\lambda = 966,54$ nm medido com o monocromador, ilustrando a resolução espectral na calibração. . . . .	96
Figura 42 – Resposta relativa dos canais do policromador (filtros + APD). . . . .	97
Figura 43 – Resposta relativa dos canais do policromador e a razão entre os sinais dos canais, em função da temperatura eletrônica. . . . .	97
Figura 44 – Sinal dos canais do policromador e suas razões na região de interesse (próximo à região de máxima intensidade) tomados antes e depois da correção. . . . .	98
Figura 45 – Valor de $\chi^2$ para os dados de espalhamento da descarga #30169 em função da temperatura eletrônica e densidade do plasma. . . . .	100
Figura 46 – Ajuste múltiplo dos sinais do policromador . . . . .	101
Figura 47 – Perfil de temperatura eletrônica para a descarga 35017. . . . .	101
Figura 48 – Perfil de temperatura eletrônica na rampa de subida de corrente. . . . .	102
Figura 49 – Perfil de temperatura eletrônica durante o platô de corrente. . . . .	102
Figura 50 – Região onde o regime de elétrons supratérmicos são dominantes, e as regiões de corte em função do parâmetro parabólico da densidade, e da densidade de central do plasma, com $B = 1,14$ T e $B = 1,07$ T ( $\Delta_0 = 1,2$ cm em todos os casos) . . . . .	107
Figura 51 – Sinal do ECE em função da densidade média da corda central ( $B_0 = 1,07$ T). . . . .	107
Figura 52 – Sinal do ECE normalizado pela temperatura eletrônica do Thomson em função da densidade média da corda central. . . . .	108
Figura 53 – Principais sinais da descarga #23973. . . . .	108
Figura 54 – Curvas de nível da temperatura eletrônica ao longo do disparo #23973 . . . . .	109
Figura 55 – Evolução temporal do espectro de emissão do plasma, em particular da linha de C III (464,74 nm), sem Alfvén e com Alfvén . . . . .	110
Figura 56 – Temperatura eletrônica medida em quatro instantes temporais com o ECE: antes da aplicação de potência na antena de Alfvén, imediatamente depois, quando ela é desligada, e final do platô de corrente. . . . .	111
Figura 57 – Valor dos parâmetros ajustados para a temperatura do plasma em função do tempo. . . . .	111
Figura 58 – Comparação entre o deslocamento do centro geométrico do plasma ( $R_0 = 0,615$ cm) obtido pelo ajustes dos dados do ECE, e das medidas magnéticas. . . . .	112
Figura 59 – Relação entre a temperatura iônica e o alargamento Doppler, e da velocidade no deslocamento do pico de emissão para $\lambda_{\text{ref}} = 529,05$ nm emitida pelo C VI. . . . .	115

Figura 60 – Espectro de multipletto resolvido da transição do C VI ( $n = 8 \rightarrow 7$ ), para plasma com $B_0 = 1,4$ T, $n_e = 1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , $T_i = 300$ eV e $Z_{ef} = 2$ calculado pelo ADAS. . . . .	116
Figura 61 – Desenho esquemático do diagnóstico para medição de temperatura iônica.	119
Figura 62 – Objetiva instalada no tokamak para aquisição das 12 cordas do diagnóstico de temperatura iônica. . . . .	119
Figura 63 – Alargamento instrumental do espectrômetro THR1000 com o CCD Synapse para $\lambda = 546,075$ nm . . . . .	120
Figura 64 – Montagem das fibras ópticas e da lâmpada de neônio para calibração de comprimento de onda. . . . .	121
Figura 65 – Imagem dos espectro da lâmpada de neônio na matriz do CCD relativo a todas as fibras iluminadas e o espectro em detalhe de uma delas no processo de calibração de comprimento de onda. . . . .	121
Figura 66 – Representação esquemática das linhas de visada e as zonas de emissão.	122
Figura 67 – Perfil de temperatura iônica aparente e de temperatura iônica, após a inversão, para a descarga 35017. . . . .	124
Figura 68 – Velocidade toroidal do plasma na descarga 35017. . . . .	124
Figura 69 – Representação esquemática do diagnóstico de rotação no tokamak TCABR. . . . .	128
Figura 70 – Representação esquemática do sinal adquirido na fenda lateral e axial do monocromador. . . . .	128
Figura 71 – Resposta de frequência das fotomultiplicadoras R6060-2 em função da frequência do sinal luminoso para diferente resistores de carga. . . . .	129
Figura 72 – Curva de calibração para as impurezas C VI utilizando a razão ente os sinais e tomando a diferença pela soma dos sinais, para cada uma das 3 cordas disponíveis. . . . .	130
Figura 73 – Emissividade média de linha do C VI e a sua distribuição relativa obtida da inversão de Abel ao longo da coluna de plasma. . . . .	130
Figura 74 – Emissividade média de linha do C III e a sua distribuição relativa obtida da inversão de Abel ao longo da coluna de plasma. . . . .	131
Figura 75 – Abundância relativa dos diferentes íons de carbono em um plasma de hidrogênio com densidade de $1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , obtido utilizando modelo corona e desconsiderando efeitos de transporte . . . . .	131
Figura 76 – Velocidade poloidal média de linha para diferentes posições da coluna de plasma obtida com o carbono VI. . . . .	132
Figura 77 – Rotação toroidal em função da posição radial medida com carbono III e VI. . . . .	132
Figura 78 – Evolução da velocidade de rotação em duas descargas. . . . .	133
Figura 79 – Principais sinais da descarga 35017. . . . .	135

Figura 80 – Perfil de pressão eletrônica, iônica e total do plasma na descarga #35017, em 65 ms. . . . .	136
Figura 81 – Superfícies de fluxo do equilíbrio para a descarga #35017 em 65 ms calculadas pelo EFIT. . . . .	137
Figura 82 – Perfil de pressão experimental e o ajustado pelo EFIT. . . . .	137
Figura 83 – Campo magnético medido pelas bobinas de Mirnov e seus valores ajustados pelo EFIT. . . . .	138
Figura 84 – Perfil radial da densidade de corrente toroidal e pressão ajustado pelo EFIT. . . . .	138
Figura 85 – Perfil de temperatura eletrônica e iônica em função do raio poloidal normalizado. . . . .	139
Figura 86 – Perfil de velocidade toroidal em função do raio poloidal normalizado. . . . .	139
Figura 87 – Comparação do perfil de pressão normalizado do TCABR. . . . .	140
Figura 88 – Representação em corte da nova objetiva do diagnóstico de espalhamento Thomson. . . . .	155
Figura 89 – Representação em corte da nova objetiva do diagnóstico de espalhamento Thomson. . . . .	155
Figura 90 – Traçado de raios da objetiva do espalhamento Thomson. . . . .	156
Figura 91 – Diagrama de spots da objetiva do diagnóstico de espalhamento Thomson. . . . .	156
Figura 92 – Traçado de raios da objetiva do diagnóstico de temperatura iônica. . . . .	157
Figura 93 – Diagrama de spots da objetiva do diagnóstico de temperatura iônica. . . . .	157
Figura 94 – Campo magnético toroidal medido (com fonte de alimentação auxiliar) e o numérico, em função do raio (no plano equatorial do tokamak). . . . .	160
Figura 95 – Reconstrução do campo magnético toroidal ao longo do plano equatorial, visto de cima do tokamak. . . . .	160
Figura 96 – <i>Ripple</i> do campo toroidal em função da posição radial. . . . .	161
Figura 97 – Campo magnético devido ao OHT, por unidade de kA. . . . .	162
Figura 98 – Módulo do campo magnético ao longo do plano equatorial do plasma, por kA nas bobinas do OHT. . . . .	162
Figura 99 – Desenho das bobinas de campo vertical. . . . .	163
Figura 100 – Campo magnético devido às bobinas verticais, por unidade de kA que circulam nelas. . . . .	164
Figura 101 – Módulo do campo magnético ao longo do plano equatorial do plasma, por kA nas bobinas verticais. . . . .	164
Figura 102 – Disposição dos 9 laços de fluxo instalados no exterior da câmara de vácuo do TCABR. . . . .	165
Figura 103 – Validação das medidas de fluxo magnético com a flux loop #1 . . . . .	166
Figura 104 – Validação das medidas de campo magnético com as bobinas de Mirnov na presença apenas do campo vertical. . . . .	168



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Estimativa aproximada das fontes energéticas mundial . . . . .	27
Tabela 2 – Parâmetros do tokamak TCABR (2016) . . . . .	31
Tabela 3 – Posição das cordas de interferometria no TCABR . . . . .	61
Tabela 4 – Sistema de Espalhamento Thomson nos principais laboratórios europeus	85
Tabela 5 – Parâmetros do espalhamento Raman para diferentes gases . . . . .	87
Tabela 6 – Pontos de observação das fibras ópticas ao longo do caminho do laser .	93
Tabela 7 – Especificação dos filtros de interferências utilizados no policromador . .	94
Tabela 8 – Especificações do monocromador THR1000 . . . . .	118
Tabela 9 – Especificações do CCD Synapse . . . . .	118
Tabela 10 – Pontos de observação de luz . . . . .	120
Tabela 11 – Velocidade toroidal do plasma no centro da coluna em diferentes máquinas	127
Tabela 12 – Posição e tamanhos das bobinas de campo de aquecimento ôhmico . .	161
Tabela 13 – Posição e tamanhos das bobinas de campo vertical . . . . .	163
Tabela 14 – Posição dos centros e orientação das bobinas de Mirnov . . . . .	167



# Lista de símbolos

$a$	raio menor da coluna do plasma
$c$	velocidade da luz
$c_s$	velocidade íon-acústica
$f$	frequência
$k$	número de onda
$k_B$	constante de Boltzmann
$m$	número poloidal
$n$	número toroidal
$n_\alpha$	densidade das partículas do tipo $\alpha$
$p$	pressão
$r$	coordenada radial em relação ao centro da coluna de plasma
$R$	coordenada radial em relação ao toroide
$R_0$	raio maior do tokamak
$T$	temperatura
$u$	velocidade média do fluido MHD
$v$	velocidade
$\beta$	razão entre a velocidade de uma partícula e a velocidade da luz
$\beta_P$	beta poloidal
$\Delta_0$	deslocamento de Shafranov
$\epsilon$	permissividade elétrica
$\epsilon_0$	permissividade elétrica do vácuo
$\varepsilon$	inverso da razão de aspecto ( $a/R_0$ )
$\varepsilon$	emissividade
$\eta$	resistividade

$\vartheta$	ângulo de espalhamento
$\lambda$	comprimento de onda
$\mu$	mobilidade
$\rho$	raio menor da superfície de fluxo
$\rho_m$	densidade volumétrica de massa do fluido MHD
$\sigma$	condutividade
$\phi$	potencial elétrico
$\phi$	ângulo de fase
$\varphi$	ângulo toroidal
$\Phi$	fluxo magnético toroidal
$\Phi_B$	fluxo magnético
$\Psi$	fluxo magnético poloidal
$\omega$	frequência angular
$\omega_c$	frequência ciclotrônica
$\omega_p$	frequência de plasma

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>27</b>
1.1	Fusão	27
1.2	Tokamak TCABR	30
1.3	Motivação	31
1.4	Escopo do trabalho	32
<b>2</b>	<b>Magneto-hidrodinâmica e equilíbrio MHD</b>	<b>35</b>
2.1	Equilíbrio MHD	36
2.2	Equação de Grad-Shafranov	37
2.2.1	Solução para grande razão de aspecto	40
2.3	Influência da rotação de plasma no equilíbrio MHD	42
2.4	Reconstrução de equilíbrio	45
2.4.1	EFIT	46
2.4.2	CRONOS	47
2.4.3	HELENA	48
2.5	Perfis canônicos	49
<b>3</b>	<b>Reflectometria e interferometria</b>	<b>53</b>
3.1	Propagação de ondas eletromagnéticas em plasma	53
3.1.1	Relação de dispersão	54
3.1.2	Propagação em plasma não homogêneo	58
3.2	Interferometria	59
3.2.1	Interferometria no TCABR	59
3.3	Reflectometria	61
3.3.1	Ajuste polinomial do tempo de atraso	62
3.3.2	Método de Bottollier-Curtet	63
3.3.3	Reflectometria no TCABR	64
3.4	Resultados	66
3.4.1	Parametrização do perfil de densidade	66
3.4.2	Interferometria	67
3.4.3	Reflectômetro	72
<b>4</b>	<b>Diagnóstico de luz espalhada</b>	<b>75</b>
4.1	Teoria de espalhamento Thomson	76
4.1.1	Aceleração de um elétron pela radiação eletromagnética	78
4.1.2	Espalhamento por um conjunto de elétrons	80
4.1.3	Espectro de espalhamento Thomson	83
4.1.4	Efeito relativístico no espectro de espalhamento	84
4.2	Tipos de diagnósticos com espalhamento Thomson	85

4.3	Calibração absoluta do diagnóstico para medidas de densidade . . . . .	85
4.3.1	Espalhamento Raman . . . . .	85
4.3.2	Espalhamento Rayleigh . . . . .	88
4.3.3	Métodos indiretos . . . . .	88
4.4	Espalhamento Thomson no TCABR . . . . .	89
4.4.1	Laser . . . . .	90
4.4.2	Objetiva . . . . .	91
4.4.3	Policromador . . . . .	93
4.4.4	Calibração espectral . . . . .	95
4.5	Análise de dados do espalhamento Thomson . . . . .	97
4.5.1	Método da razão . . . . .	97
4.5.2	Método dos mínimos quadrados . . . . .	99
4.5.3	Configuração multiponto . . . . .	100
4.5.4	Evolução temporal . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Emissão eletrociclôtrônica . . . . .</b>	<b>105</b>
5.1	Diagnóstico ECE no TCABR . . . . .	105
5.1.1	Limitações . . . . .	106
5.2	Resultados . . . . .	108
<b>6</b>	<b>Perfil de temperatura iônica . . . . .</b>	<b>113</b>
6.1	Mecanismos de alargamento de linhas de emissão . . . . .	113
6.1.1	Alargamento Doppler . . . . .	113
6.1.2	Alargamento Zeeman e Stark . . . . .	115
6.1.3	Estrutura de múltiplos . . . . .	116
6.1.4	Turbulência . . . . .	117
6.1.5	Alargamento instrumental . . . . .	117
6.2	Fórmula de Artsimovich . . . . .	117
6.3	Diagnóstico de temperatura iônica . . . . .	118
6.3.1	Inversão matricial . . . . .	122
6.4	Resultados . . . . .	124
<b>7</b>	<b>Rotação intrínseca do plasma . . . . .</b>	<b>125</b>
7.1	Rotação na teoria neoclássica . . . . .	125
7.1.1	Rotação toroidal . . . . .	126
7.2	Relação da rotação com frequências MHD . . . . .	127
7.3	Diagnóstico de rotação . . . . .	127
7.3.1	Calibração . . . . .	129
7.3.2	Resultados . . . . .	131
<b>8</b>	<b>Perfis de pressão e reconstrução do equilíbrio . . . . .</b>	<b>135</b>
8.1	Autoconsistência dos perfis de pressão . . . . .	139
	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>141</b>

<b>Referências . . . . .</b>	<b>143</b>
<b>APÊNDICE A Perfis de Wesson . . . . .</b>	<b>153</b>
<b>APÊNDICE B Objetivas dos diagnósticos de espalhamento e espectroscopia . . . . .</b>	<b>155</b>
B.1 Objetiva do espalhamento Thomson . . . . .	155
B.2 Objetiva do diagnóstico de temperatura iônica . . . . .	156
<b>APÊNDICE C Sistema de Campo Magnético do TCABR . . . . .</b>	<b>159</b>
C.1 Bobinas de campo toroidal . . . . .	159
C.1.1 Ripple toroidal . . . . .	160
C.2 Bobinas de aquecimento ôhmico . . . . .	161
C.3 Bobinas de campo vertical . . . . .	162
<b>APÊNDICE D Diagnósticos auxiliares . . . . .</b>	<b>165</b>
D.1 Laços de fluxo poloidal . . . . .	165
D.2 Bobinas de Mirnov . . . . .	166
<b>APÊNDICE E Trabalhos publicados . . . . .</b>	<b>169</b>
E.1 Artigos publicados em periódicos revisados por pares . . . . .	169
E.2 Resumos publicados em anais de congressos . . . . .	170



# 1 Introdução

Em 2013, mais de 80% das formas de energia produzidas no mundo eram provenientes de combustíveis fósseis como carvão, gás e óleo, resultando na emissão de mais de  $32 \times 10^{12}$  kg de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) na atmosfera anualmente [1, 2]. Além de serem os principais responsáveis pelo aquecimento global [3], essas fontes devem se reduzir drasticamente nos próximos séculos. Acompanhado disso, projeções recentes indicam que o consumo de energia mundial tende a crescer por um fator 3 nos próximos 50 anos devido ao aumento populacional e à crescente demanda em países em desenvolvimento [4].

Na tabela 1 são apresentadas as reservas (que podem ser utilizadas economicamente) e recursos (cujo aproveitamento pode ser realizado, mas a um custo consideravelmente maior) das fontes energéticas.

**Tabela 1** – Estimativa aproximada das fontes energéticas mundial

Fonte	Reservas (ZJ)	Recursos (ZJ)
carvão e lignito	20	290-440
petróleo	9	17-23
gás natural	8	50-140
urânio	260	1300
Th-232	420	$\sim 3 \times$ urânio

**Nota** –  $1 \text{ ZJ} = 10^{21}$  joules. O potencial de energias renováveis é mais complicado de ser estimado, e por isso não consta aqui.

**Fonte** – IEA [5]

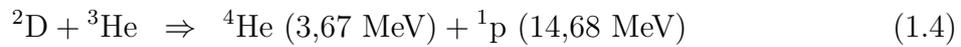
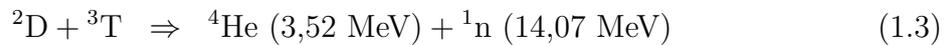
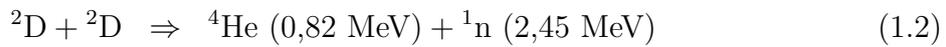
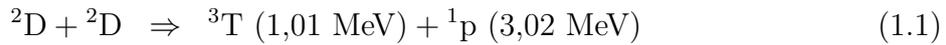
Apesar da abundante reserva de urânio e tório, que permitiriam a obtenção de energia a partir da fissão nuclear, questões como a produção de resíduo nuclear e segurança de operação em tais usinas põem em xeque a viabilidade da utilização de tais fontes energéticas.

## 1.1 Fusão

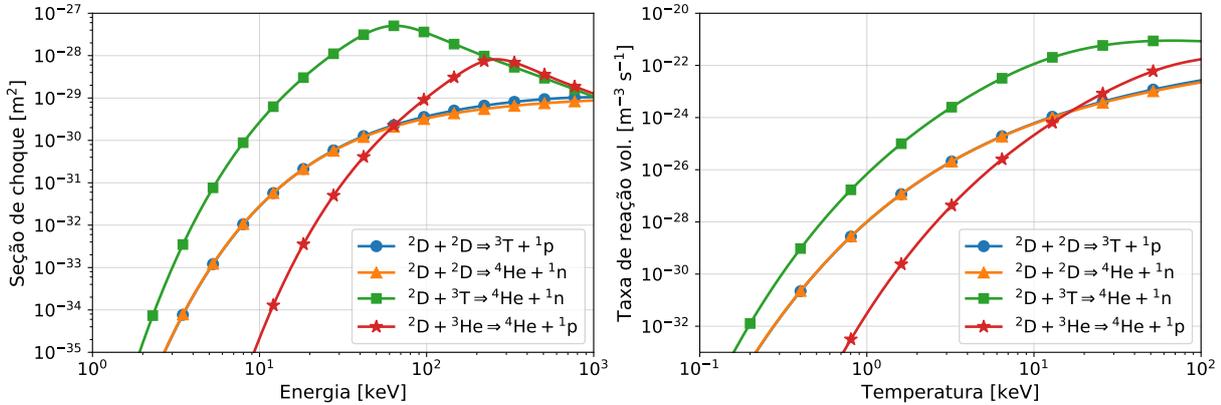
A fusão termonuclear controlada é considerada como uma possível solução, à longo prazo, para a questão energética mundial [6, 7]. A fusão nuclear é um processo onde dois núcleos atômicos se unem para dar origem a um novo núcleo. Quando esse processo é realizado com elementos leves, tais como o hidrogênio e seus isótopos, a massa do núcleo resultante é mais leve que soma das massa dos elementos que o deram origem, e essa diferença de massa é convertida na forma de energia cinética [8]. Para que ocorra esta

síntese, no entanto, é necessário fornecer a estes núcleos energia suficiente para que sejam capazes de superar a barreira coulombiana.

Em uma usina de fusão termonuclear, a energia cinética resultante da fusão deve então ser transformada em energia elétrica. Assim, a pesquisa em fusão termonuclear controlada tem como objetivo final prover conhecimento científico-tecnológico que possa viabilizar a produção comercial de energia elétrica à partir da fusão, de forma segura e a baixo custo. Possíveis candidatos para a fusão em reatores termonucleares são as seguintes reações nucleares [9]



onde  ${}^2\text{D}$ ,  ${}^3\text{T}$ ,  ${}^4\text{He}$  representam os núcleos de deutério, trítio e hélio, respectivamente,  ${}^1\text{p}$  representa próton e  ${}^1\text{n}$ , nêutron; entre parêntese, a energia liberada em cada reação. Dentre tais reações, a mais promissora é a de deutério-trítio, por ter elevada seção de choque e taxa de reação volumétrica quando comparada às demais reações (vide figura 1).



**Figura 1** – Seção de choque em função da energia do projétil, à esquerda, e taxa volumétrica de reação em função da temperatura dos íons, à direita, para algumas reações de fusão (calculadas a partir da parametrização de Bosch-Hale [10]).

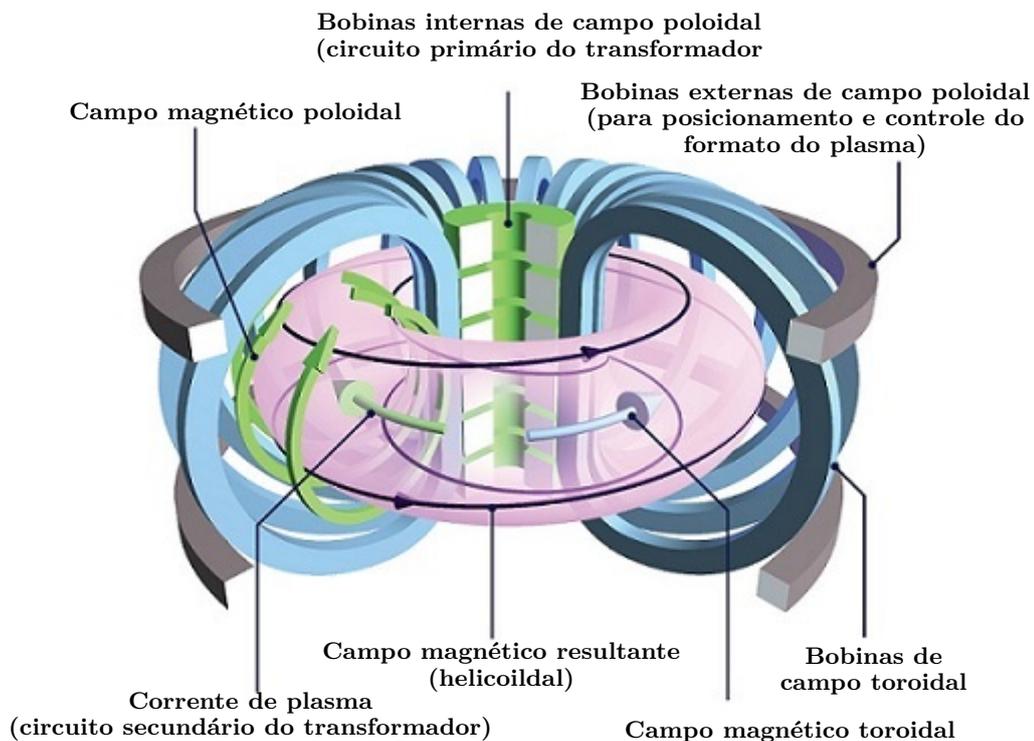
Todavia, para que a fusão ocorra de modo sustentável, a potência obtida pela fusão deve ser maior que a potência dissipada na forma de radiação e a energia fornecida ao plasma. Essa condição é chamada de critério de Lawson, tipicamente expressa em termos do produto triplo [11]

$$n_e T_e \tau_e \geq 5 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s} \quad (1.5)$$

onde  $n_e$  é a densidade de elétrons (número de elétrons por unidade de volume),  $T_e$  é a temperatura eletrônica e  $\tau_e$  é o tempo de confinamento de energia que é inverso da taxa com a qual o plasma perde energia.

Uma das possíveis formas de manter o confinamento de partículas carregadas consiste na utilização de campos magnéticos, de modo a fazer com que as partículas circulem em torno das linhas de campo magnético. Com esse propósito foram criados os *θ pinch*, *Z pinch*, tokamak e *stellarator*. Dentre estes dispositivos, o mais promissor tem sido o tokamak, cuja palavra é acrônimo do russo para “câmara toroidal com bobinas magnéticas”, idealizado por Igor Tamm e Andrei Sakharov (inspirados pela ideia original de Oleg Lavrentiev) [12].

O princípio de funcionamento do Tokamak se assemelha ao de um transformador onde um solenoide central induz uma alta corrente no plasma, que gera um campo poloidal. Além disso, bobinas distribuídas toroidalmente geram um campo magnético com geometria toroidal onde o plasma é confinado. A combinação do campo toroidal com o poloidal dá origem a um campo magnético resultante no formato de hélices [5, 13]. O desenho esquemático de um tokamak é apresentado na figura 2.

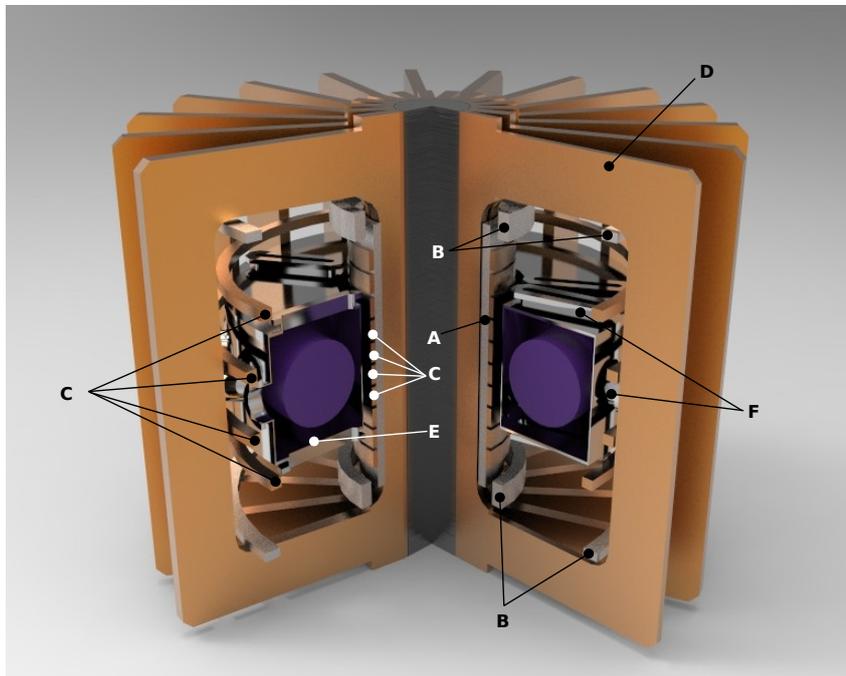


**Figura 2** – Desenho esquemático de um tokamak. As bobinas de campo toroidal criam o principal campo magnético que, associado com o campo poloidal gerado pela corrente de plasma, dá origem a um campo magnético em formato helicoidal. Há ainda as bobinas poloidais internas, responsável por gerar a corrente de plasma e aquecê-lo por meio do efeito Joule, e as bobinas poloidais externas para o controle de posição do plasma.

Fonte – EFDA-JET

## 1.2 Tokamak TCABR

O *Tokamak Chauffage Alfvén Brésilien* (em português, Tokamak de Aquecimento Alfvén Brasileiro — TCABR) é um tokamak de pequeno porte, construído originalmente na Suíça, onde operava sob os auspícios do *Centre des Recherches en Physique des Plasmas*, em Lausanne, com o nome *Tokamak Chauffage Alfvén* (TCA). O TCA foi doado para o Laboratório de Física de Plasmas do Instituto de Física da Universidade de São Paulo em 1994. Parte considerável de seu sistema de controle e aquisição dados, antenas de excitação Alfvén, além de diversos diagnósticos foram reconstruídos e instalados pela equipe do laboratório, de modo que o TCABR iniciou sua operação em outubro de 1999 [14]. Uma representação esquemática do TCABR é apresentada na figura 3.



**Figura 3** – Visão esquemática das bobinas e do vaso de vácuo do tokamak TCABR. A: bobina de aquecimento ôhmico; B: bobinas auxiliares para minimizar campo de erro; C: bobinas do campo vertical; D: bobinas do campo toroidal; E: câmara de vácuo, F: janelas ópticas para diagnósticos.

O tokamak TCABR tinha originalmente como foco principal o estudo de excitação e aquecimento de plasma por ondas Alfvén. Atualmente são desenvolvidos ainda no tokamak outros estudos importantes, que dificilmente poderiam ser realizados em tokamaks de grande porte. São eles:

- Estudos de física da borda do plasma, transporte anômalo, turbulência, oscilações magneto-hidrodinâmicas e confinamento melhorado com a inserção de um eletrodo eletricamente polarizado na coluna de plasma [15].
- Estudo de disrupção e *locking mode* [16]: devido ao menor tamanho do TCABR,

estudos de disrupção (grande perda do confinamento de partículas, que pode ser acompanhada pela extinção abrupta da descarga ou não) podem ser realizados sem grandes danos ao sistema de vácuo. As disrupções podem provocar grandes danos em tokamaks, tanto pela perda de confinamento de partículas energéticas, como pelas tensões mecânicas geradas em todo sistema devido às variações abruptas de corrente. Por isso é fundamental que se conheça as condições sobre as quais elas ocorrem e os métodos de mitigação.

- Estudo de elétrons fugitivos [17]: em baixas densidades, há a formação de elétrons supratérmicos; tais elétrons podem escapar do confinamento, podendo causar sérios danos no vaso de vácuo e diagnósticos internos. Normalmente estes elétrons surgem no início da descarga quando a densidade é baixa ou durante uma disruptura. Estes elétrons por possuírem uma energia inicial alta, tem baixa seção de choque e portanto são acelerados durante toda a descarga, podendo chegar a velocidades bem próximas à da luz. Por possuírem energia cinética alta podem causar sérios danos à máquina e aos diagnósticos no seu interior.
- Estudo de rotação de plasma [18]: As rotações poloidal e toroidal desempenham um importante papel no confinamento de energia e partículas, assim como no controle e supressão de instabilidades do tipo MHD.

Os principais parâmetros do TCABR são apresentados na tabela 2.

**Tabela 2** – Parâmetros do tokamak TCABR (2016)

Parâmetro	Símbolo	Valor
raio maior	$R_0$	0,615 m
raio menor	$a$	0,18 m
corrente de plasma	$I_p$	$\leq 100$ kA
campo magnético central	$B_0$	$\sim 1,07$ T
densidade eletrônica média de linha	$\bar{n}_{e0}$	$(0,9 \text{ a } 3) \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
temperatura eletrônica central	$T_{e0}$	$\sim 500$ eV
inverso da razão de aspecto ( $a/R_0$ )	$\varepsilon$	0,29
duração das descargas		$\sim 100$ ms
formato do plasma		circular

## 1.3 Motivação

O controle dos perfis cinéticos do plasma é uma das questões relevantes para o sucesso da fusão termonuclear controlada. Os modos de operação no tokamak ITER<sup>a</sup>,

<sup>a</sup> O *International Termonuclear Experimental Reactor* (ITER) é um consórcio que envolve os países da União Europeia, EUA, Rússia, Japão, China, Coreia de Sul e Índia. Este reator está sendo construído em Cadarache/França e deverá estabelecer os parâmetros definitivos para a utilização da fusão controlada como fonte alternativa de energia para a humanidade.

tanto em modo híbrido quando estacionário, requerem controle em tempo real dos perfis para atingir regimes avançados para operação sustentada.

O perfil de pressão do plasma ou, independentemente, os perfis de temperatura e densidade, determinam uma enorme gama de parâmetros do plasma, incluindo o equilíbrio magneto-hidrodinâmico, flutuações, transporte e velocidade de rotação do plasma. Assim, o conhecimento e controle de tais perfis é fundamental para toda e quaisquer pesquisa realizada no TCABR.

Uma propriedade marcante do plasma em tokamaks é a de que ele tenta manter seu perfil de pressão constante quando é submetido a ações externas. Essa característica é chamando “autoconsistência” ou “auto-organização do plasma” tem origem nas ideias de perfis canônicos (ou ótimos) sugerida por Bruno Coppi na década de 1980 [19, 20], e verificada experimental em tokamaks circulares soviéticos nos anos seguintes [21].

Não obstante, o perfil de pressão do plasma está diretamente ligado com o balanço global de energia

$$\frac{dW}{dt} = \underbrace{P_{ohm}}_{\text{aquecimento}} - \underbrace{\frac{W}{\tau_e}}_{\text{perdas energéticas}} \quad (1.6)$$

onde  $\tau_e$  é o tempo característico de confinamento de energia,  $P_{ohm}$  é a potência ôhmica aplicada o plasma e  $W$  é a energia total do plasma, que é dada em um instante  $t$  por

$$W(t) = \int \frac{3}{2} k_B (n_e T_e + n_i T_i) dV \quad (1.7)$$

$$= \int \frac{3}{2} (p_e + p_i) dV \quad (1.8)$$

sendo  $n$  a densidade e  $T$  a temperatura, para íons (i), elétrons (e) e  $p$  é a pressão associados respectivamente a essas partículas. A pressão devido à impurezas tipicamente é muito pequena e pode ser desprezada nesse cálculo.

## 1.4 Escopo do trabalho

Este trabalho tem por objetivo a reconstrução dos perfis de temperatura e densidade, de elétrons e íons no TCABR e, conseqüentemente, dos perfis de pressão e equilíbrio em diversas condições de operação. Em particularmente, trata-se aqui da propagação de ondas eletromagnéticas em plasma magnetizados e sua utilização como diagnóstico.

No capítulo 2 são apresentados a teoria do equilíbrio magneto-hidrodinâmico, sua aplicação em plasmas de baixo razão de aspecto, a influência da rotação do plasma e os códigos numéricos utilizados para reconstrução do equilíbrio.

Nos capítulos seguintes são apresentados os diagnósticos utilizados para a medição dos perfis: interferometria e reflectometria (capítulo 3) para a medição de densidade; diagnóstico de luz espalhada para medição de temperatura e densidade (capítulo 4); diagnóstico de emissão eletrociclôtrônica para medição de temperatura eletrônica (capítulo 5), e diagnóstico espectroscópico para medição de temperatura iônica (capítulo 6). Cada técnica possui limitações, que são abordadas em seus respectivos capítulos. Incluiu-se ainda, no capítulo 7, uma rápida abordagem do diagnóstico de rotação do plasma.

Por fim, no capítulo 8, os resultados individuais dos diagnósticos são combinados para a reconstrução do perfis de pressão, reconstrução do equilíbrio e análise da autoconsistência do plasma no TCABR.

Para execução da tese foram implementados um sistema de diagnóstico Thomson multi-ponto, um diagnóstico espectroscópico multi ponto, e um diagnóstico de espectroscopia Doppler para medição da velocidade do plasma. Não obstante, ao longo da tese foram desenvolvidos programas para análise para interpretação dos resultados.

Todas as equações e medidas são expressas em termos do sistema internacional de unidades (SI), exceto quando explicitado o contrário. Em particular, quando a temperatura estiver em unidade de elétrons-volt, entenda-se essa grandeza como o produto da constante de Boltzmann e a referida temperatura ( $k_B T$ ).



## 2 Magneto-hidrodinâmica e equilíbrio MHD

A teoria magneto-hidrodinâmica (MHD) trata do estudo das equações hidrodinâmicas em fluidos condutores como eletrólitos, metais líquidos e, em particular, em plasmas. Entre os principais interesses em MHD está o estudo do equilíbrio, transporte de partícula e energia e a interação de baixa frequência de campos eletromagnéticos com o fluido condutor.

As partículas constituintes do plasma podem ser descritas por funções distribuições que dependem do tempo em um espaço de fase 6-dimensional

$$f_\alpha = f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \quad (2.1)$$

de modo que o número partículas de espécie  $\alpha$  em um elemento de volume  $d^3r d^3v$  centrado no espaço de fase  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  é  $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3r d^3v$ . A evolução dessa função distribuição é determinada pela equação de Boltzmann

$$\frac{df_\alpha}{dt} \equiv \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} = \left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c \quad (2.2)$$

onde  $q_\alpha$  e  $m_\alpha$  são a carga e a massa das partículas, respectivamente,  $\mathbf{E}$  é o campo elétrico,  $\mathbf{B}$  é o campo magnético, e  $\left( \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \right)_c$  é o termo de colisão.

Calculando os momentos da equação de Boltzmann e fazendo simplificações, de modo a se obter respostas em grandes escalas espaciais e baixas frequências [22], é possível construir o modelo de um único fluido MHD, totalmente caracterizado por uma densidade volumétrica de massa  $\rho_m$  e uma velocidade de fluido  $\mathbf{u}$ . As equações desse modelo podem ser interpretadas como equações de conservação [23]:

- Conservação de massa

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}) \quad (2.3)$$

também chamada de equação da continuidade.

- Conservação do momento

$$\rho_m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho_m \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (2.4)$$

onde  $\nabla p$  é o gradiente da pressão  $p$ ,  $\mathbf{J}$  é o vetor densidade corrente e  $\mathbf{B}$  é o campo magnético. Por assumir quase neutralidade do plasma, despreza-se o termo de densidade de carga vezes o campo elétrico na expressão da força de Lorentz; além o tensor de pressão é assumido isotrópico (ausência de cisalhamento).

- Equação de estado

$$\frac{d}{dt} (p\rho_m^{-\gamma}) = 0 \quad (2.5)$$

onde  $\gamma = C_p/C_v$  é a razão dos calores específicos a pressão constante ( $C_p$ ) e a volume constante ( $C_v$ ). Essa equação descreve a evolução estado termodinâmico do plasma na aproximação adiabática.

Além disso, temos as equações de Maxwell que descrevem os campos elétrico  $\mathbf{E}$  e magnético  $\mathbf{B}$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.8)$$

onde a corrente de deslocamento  $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  é desprezada pois consideramos apenas o limite não relativístico. Inclui-se ainda a lei de Ohm generalizada

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \begin{cases} 0 & \text{MHD ideal} \\ \eta \mathbf{J} & \text{MHD resistiva} \end{cases} \quad (2.9)$$

onde  $\eta$  é a resistividade do plasma.

As equações (2.3)–(2.9) são chamadas de *equações MHD*.

Uma propriedade importante dos plasmas em MHD ideal é a de que o fluxo magnético através de qualquer superfície cujo contorno move-se com o fluido permanece constante ao longo do tempo. Tal propriedade é chamada de condição de fluxo congelado [24] e algumas vezes é referida em literatura como teorema de Alfvén [25], e ela é fundamental para a existência do equilíbrio MHD.

## 2.1 Equilíbrio MHD

Uma maior simplificação das equações MHD é obtida na descrição de equilíbrio de plasma magneticamente confinados, tratando-os em condição estacionária. Assim, todas as derivadas parciais relativas ao tempo são fixas em zero ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ). Além disso, plasmas quentes possuem baixa resistividade ( $\eta \propto T_e^{-3/2}$  segundo a fórmula de Spitzer) e baixa viscosidade, de modo que, em primeira aproximação, elas podem ser desconsideradas. Por fim, considerando o plasma como um fluido incompressível teremos  $\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = 0$ . Das equações MHD resultantes dessas hipóteses, as mais relevantes são

$$\nabla p = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.12)$$

onde a primeira equação acima trata do balanço de forças, que expressa relação entre o gradiente de pressão cinética e a força de Lorentz. Dela é possível notar que linhas de campo magnético e de corrente situam-se sobre superfícies de pressão constante

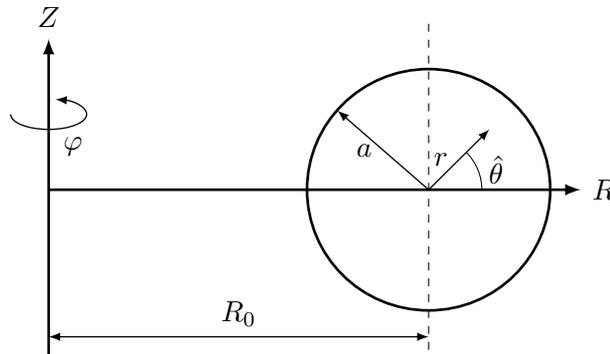
$$\mathbf{B} \cdot \nabla p = 0 \quad (2.13)$$

$$\mathbf{J} \cdot \nabla p = 0. \quad (2.14)$$

Tais superfícies de pressão constante também são superfícies de fluxo magnético poloidal constante, como será demonstrado na seção a seguir, e por isso são chamadas *superfícies de fluxo*. A geometria exata dessas superfícies de fluxo podem ser calculadas pela equação de Grad-Shafranov.

## 2.2 Equação de Grad-Shafranov

Para calcular a configuração magnética de equilíbrio em um tokamak, vamos utilizar um sistema de coordenadas cilíndricas  $(R, \varphi, Z)$ , conforme demonstrado na figura 4 Além disso, iremos procurar soluções com axissimetria, de modo que todas as derivadas em relação à  $\varphi$  sejam nulas.



**Figura 4** – Sistema de coordenadas toroidal (simples) para o cálculo do equilíbrio MHD.

O campo magnético  $\mathbf{B}$  pode ser escrito como o rotacional do potencial vetor  $\mathbf{A} = (A_R, A_\varphi, A_Z)$ , que no caso axissimétrico se escreve como

$$\mathbf{B} = \nabla \times (A_\varphi \mathbf{e}_\varphi) + \left( \frac{\partial A_R}{\partial Z} - \frac{\partial A_Z}{\partial R} \right) \mathbf{e}_\varphi \quad (2.15)$$

onde  $(\mathbf{e}_R, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_Z)$  são os vetores unitários das coordenadas cilíndricas.

É útil introduzir duas novas variáveis: a *função de fluxo poloidal*

$$\Psi(R, Z) = -RA_\varphi \quad (2.16)$$

e a *função de campo toroidal*

$$F(R, Z) = RB_\varphi = R \left( \frac{\partial A_R}{\partial Z} - \frac{\partial A_Z}{\partial R} \right) \quad (2.17)$$

que são, em princípio, duas funções bidimensionais genéricas. Como o gradiente da coordenada  $\varphi$  é dada por

$$\nabla\varphi = \frac{1}{R}\mathbf{e}_\varphi, \quad (2.18)$$

podemos escrever o campo magnético na forma

$$\mathbf{B} = \nabla\Psi(R, Z) \times \nabla\varphi + F(R, Z)\nabla\varphi \quad (2.19)$$

ou, explicitamente

$$\mathbf{B} = \left(-\frac{1}{R}\frac{\partial\Psi}{\partial Z}\right)\mathbf{e}_R + F\mathbf{e}_\varphi + \left(\frac{1}{R}\frac{\partial\Psi}{\partial R}\right)\mathbf{e}_Z. \quad (2.20)$$

Este é um resultado geral para sistemas com axissimetria, no qual o campo magnético pode ser expresso em termos de duas funções escalares, mesmo que ele não seja um campo de equilíbrio. Pela lei de Ampère (eq. 2.7), a densidade de corrente pode ser obtida tomando o rotacional da equação 2.19

$$\mu_0\mathbf{J} = \Delta^*\Psi\nabla\varphi + \nabla F \times \nabla\varphi \quad (2.21)$$

onde definimos o operador toroidal elíptico como

$$\Delta^*\Psi \equiv R^2\nabla \cdot \frac{1}{R^2}\nabla\Psi = R\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial\Psi}{\partial R}\right) + \frac{\partial^2\Psi}{\partial Z^2}. \quad (2.22)$$

Substituindo  $\mathbf{B}$  (eq. 2.19) e  $\mathbf{J}$  (eq. 2.21) na equação de equilíbrio (eq. 2.10), e tomando o produto interno com  $\nabla\Psi$ , obtemos

$$\Delta^*\Psi = -\mu_0R^2\frac{dp}{d\Psi} - F\frac{dF}{d\Psi} = RJ_\varphi \quad (2.23)$$

que é conhecida como *equação de Grad-Shafranov-Schlüter* (GSS) ou, mais comumente, *equação de Grad-Shafranov* (GS) [26–28].

Além disso, aplicado produto interno da equação de equilíbrio com  $\nabla\varphi$  e  $\mathbf{B}$ , obtemos, respectivamente

$$F = F(\Psi) \quad (2.24)$$

$$p = p(\Psi) \quad (2.25)$$

que nos diz que  $F$  e a pressão são funções das superfícies de fluxo  $\Psi$ .

As regiões onde  $\Psi(R, Z)$  são constantes formam superfícies fechadas no interior do plasma, formando superfícies toroidais aninhadas, que também correspondem a regiões de pressão constante. Tanto as linhas de campo magnético quanto as de densidade de corrente situam-se sobre essas superfícies, visto que

$$\mathbf{B} \cdot \nabla\Psi = 0 \quad (2.26)$$

e

$$\mathbf{J} \cdot \nabla \Psi = 0. \quad (2.27)$$

Chegamos a uma significado físico de  $\Psi$  quando calculamos o fluxo do campo magnético através de um disco de raio  $R$  disposto sobre o plano  $Z = 0$

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{disco}} &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \int_0^R \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} R dR \\ &= 2\pi \Psi. \end{aligned} \quad (2.28)$$

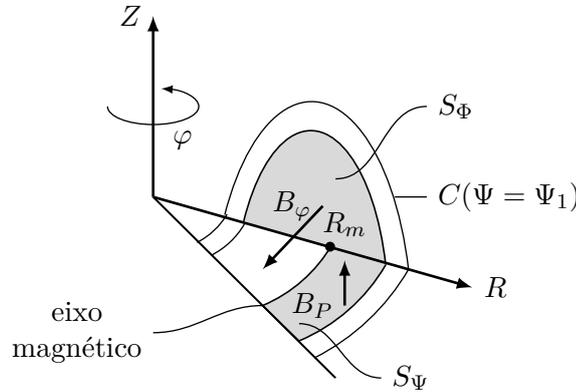
Ou seja,  $\Psi$  é igual ao fluxo magnético poloidal por radiano

$$\Psi \equiv \frac{1}{2\pi} \int B_P dS_\Psi. \quad (2.29)$$

É possível definir um fluxo toroidal (normalizado) que atravessa uma seção delimitada por pela superfície com  $\Psi$  constante,

$$\Phi \equiv \frac{1}{2\pi} \int B_\varphi dS_\Phi \quad (2.30)$$

que, por construção, deve ser uma função função do fluxo toroidal  $\Phi = \Phi(\Psi)$ . Esses dois fluxos são ilustrados na figura 5 .



**Figura 5** – Componentes toroidal ( $B_\varphi$ ) e poloidal ( $B_P$ ) do fluxo do campo magnético e as seções transversais  $S_\Phi$  e  $S_\Psi$  correspondentes ao fluxo  $\Phi$  e  $\Psi$ , respectivamente [29].

Uma consequência importante dessas duas funções de fluxo diz respeito a helicidade do campo magnético, expressa em termos da derivada do fluxo toroidal com respeito a fluxo poloidal. Essa quantidade é conhecida como fator de segurança ou inverso da transformada rotacional das linhas de campo

$$q(\Psi) \equiv \frac{d\Phi}{d\Psi} \quad (2.31)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \oint_\Psi \frac{B_\varphi}{R B_P} dl. \quad (2.32)$$

A equação de Grad-Shafranov com MHD ideal possui três variáveis,  $\Psi$ ,  $F$  e  $p$  – que correspondem a  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{J}$  e  $p$  – de modo que é necessário conhecer duas delas para poder resolver a equação. Na prática, estimativas iniciais são feitas para  $p$ ,  $\mathbf{J}$  e  $\mathbf{B}$ , baseadas em medidas de densidade, temperatura e campo magnético externo e de  $q$ . Então essas variáveis são resolvidas iterativamente até convergir em uma solução autoconsistente. Se a densidade de corrente pode ser descrita como uma constante ou uma função linear em  $\Psi$ , é possível obter soluções analíticas da equação de GS [30–32]. Do contrário, pode-se conseguir soluções aproximadas, obtidas a partir de algum tipo de expansão ou solução numérica [33].

### 2.2.1 Solução para grande razão de aspecto

Agora procuramos soluções para a equação de Grad-Shafranov por ordem do inverso da razão de aspecto, isto é, a razão entre o raio menor e o raio maior ( $\epsilon \equiv a/R_0$ ), com condições de contorno dadas por uma parede condutora circular. Em ordem mais baixa, as superfícies de fluxo são dadas por círculos concêntricos. Em segunda ordem, as superfícies de equilíbrio consistem de círculos deslocados, e em até terceira ordem, eles apresentam distorções elípticas e triangulares [34].

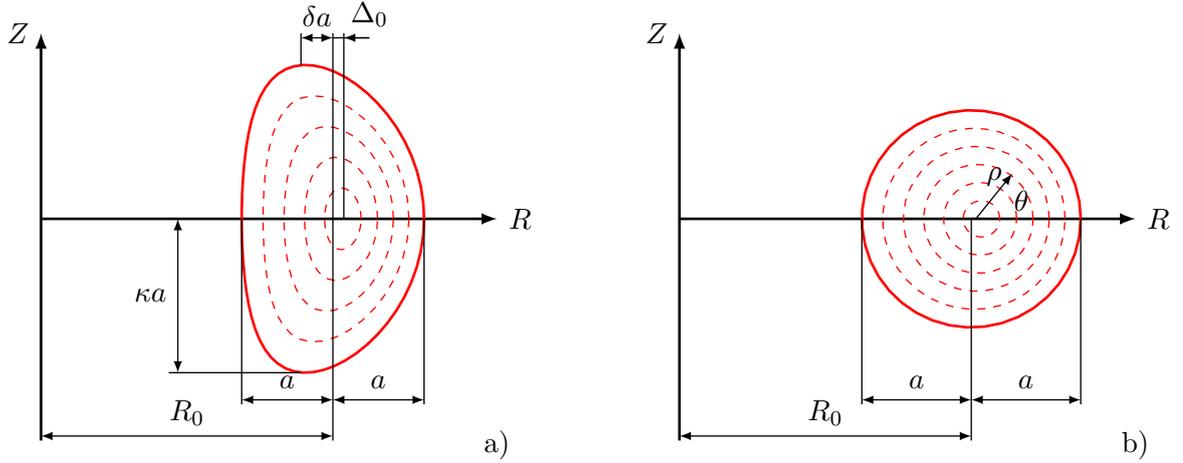
Nessa abordagem de três momentos, assumindo que a configuração do plasma é simétrica em relação ao eixo  $R$ , cada superfície magnética pode ser parametrizada como [35]

$$\begin{cases} R(\rho, \theta) &= R_0 + \Delta(\rho) + \rho(\cos \theta - \delta(\rho) \sin^2 \theta) \\ Z(\rho, \theta) &= Z_0 + \rho \kappa(\rho) \sin \theta \end{cases} \quad (2.33)$$

onde  $\rho$  é o raio menor de cada superfície magnética no plano equatorial,  $\Delta(\rho)$  é o deslocamento de Shafranov,  $\kappa(\rho)$  é a alongação, e  $\delta(\rho)$  é a triangularidade de cada superfície. Nesta representação, ilustrada pela figura 6, a superfície de fronteira é especificada por cinco parâmetros:  $R_0$ ,  $\rho_B$ ,  $\Delta(\rho_B)$ ,  $\kappa(\rho_B)$ ,  $\delta(\rho_B)$ . No TCABR, a seção circular possui triangularidade nula e alongação unitária ( $\delta(\rho) = 0$  e  $\kappa(\rho) = 1$ ), de modo que as equações 2.33 simplificam-se a

$$\begin{cases} R(\rho, \theta) &= R_0 + \Delta(\rho) + \rho \cos \theta \\ Z(\rho, \theta) &= Z_0 + \rho \sin \theta \end{cases} \quad (2.34)$$

que representam círculos concêntricos deslocados horizontalmente por  $\Delta(\rho)$ .



**Figura 6** – Geometria das superfícies de fluxo obtidas com o método dos três momentos: a) plasma com seção em “D” (com alongação e triangularidade) e b) plasma com seção circular – solução de círculos concêntricos deslocados.

Para grande razão de aspecto, e com a aproximação cilíndrica do plasma, o deslocamento de Shafranov pode ser calculado a partir da equação [36]

$$\frac{d\Delta}{dr} = \frac{1}{R_0 r B_P^2} \left[ \beta_P B_{Pa}^2 \int_0^a r^2 \frac{d}{dr} \frac{p}{\langle p \rangle} dr - \int_0^r B_P^2 dr \right] \quad (2.35)$$

onde  $B_P$  é a magnitude do campo poloidal em  $r$ ,  $B_{Pa}$  é a magnitude do campo poloidal em  $r = a$ ,  $\beta_p$  é o beta poloidal dado por

$$\beta_P = \frac{\langle p \rangle}{B_{Pa}^2 / 2\mu_0} \approx 2\mu_0 \left( \frac{2\pi a}{\mu_0 I_\varphi} \right)^2 \langle p \rangle \quad (2.36)$$

$$\approx \frac{8\pi a^2}{\mu_0 I_\varphi^2} \langle p \rangle, \quad (2.37)$$

$I_\varphi$  é a corrente de plasma e  $\langle p \rangle$  é a média volumétrica da pressão do plasma

$$\langle p \rangle = \frac{1}{V} \int p dV = \frac{2 \int_0^a p(r) r dr}{a^2}. \quad (2.38)$$

Na aproximação de plasma cilíndrico, quando o perfil de pressão é parabólico e o perfil de densidade de corrente é plano, o deslocamento de Shafranov é [36]

$$\Delta(r) = \frac{a}{2} \epsilon \left( \beta_P + \frac{1}{4} \right) \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \quad (2.39)$$

de modo que

$$\Delta_0 \equiv \Delta(r=0) = \frac{1}{2} \epsilon a \left( \beta_P + \frac{1}{4} \right). \quad (2.40)$$

Para o TCABR a aproximação de grande razão de aspecto funciona particularmente bem ( $\epsilon \approx 0,29$ ). Tendo em vista o resultado da eq. 2.39, é razoável tomar deslocamento

horizontal das superfícies de fluxos no TCABR, em primeira aproximação, pelo perfil parabólico

$$\Delta(\rho) = \Delta_0 \left(1 - \frac{\rho^2}{a^2}\right) \quad (2.41)$$

de modo que  $(\rho, \theta)$  podem ser escritos explicitamente em função de  $R$ ,  $R_0$ ,  $Z$  e  $a$  a partir da equação 2.34

$$\begin{cases} \rho(R, Z) = \sqrt{\frac{1+2\frac{\Delta_0}{a}\left(\frac{\Delta_0}{a} - \frac{R-R_0}{a}\right) - \sqrt{1-4\frac{\Delta_0}{a}\left\{\frac{R-R_0}{a} + \frac{\Delta_0}{a}\left[\left(\frac{Z-Z_0}{a}\right)^2 - 1\right]\right\}}}{2\Delta_0^2/a^2}} \\ \theta(R, Z) = \arctan\left(\frac{Z}{R-R_0-\Delta_0\left(1-\frac{\rho^2}{a^2}\right)}\right) \end{cases} \quad (2.42)$$

que é válida na região no interior no plasma ( $\rho \leq 1$ ). Essa parametrização é particularmente útil quando se deseja mapear as propriedades do plasma em outras posições, quando não se dispõe *a priori*, das superfícies de fluxo que descrevem o equilíbrio da descarga. Após a obtenção de  $\Psi$ , naturalmente, o resultado pode ser refinado iterativamente.

## 2.3 Influência da rotação de plasma no equilíbrio MHD

O equilíbrio MHD com a inclusão de um fluxo arbitrário de partículas na direção poloidal e toroidal tem sido formuladas recentemente [37–39]. Essas abordagens levam a um sistema não-linear de equações envolvendo cinco funções de fluxo, que envolvem a equação de Bernoulli e a uma generalização da equação de Grad-Shafranov. Todavia, em sistemas toroidais, a velocidade poloidal do fluido é fortemente amortecida [40, 41], de modo que complexidade adicional envolvida, e a ausência de intuição física na escolha das 5 funções de fluxo, não justificam sua utilização na maior parte das aplicações [42]. Nesta seção, é apresentada uma breve explicação da influência de fluxos de massa no equilíbrio MHD.

Originalmente, a equação de Grad-Shafranov não leva em conta a velocidade do fluido. Quando o plasma possui velocidade  $\mathbf{u}$ , a força centrípeta do fluido deve ser levada em consideração na expressão do balanço de forças [42, 43]

$$\rho_m \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (2.43)$$

Na condição de estado estacionário, e na ausência de fontes e sumidouros de plasma, o fluxo de massa  $\rho_m \mathbf{u}$  deve ter divergente nulo, e portanto, pode ser expresso na forma

$$\rho_m \mathbf{u} = \nabla \Theta(R, Z) \times \nabla \varphi + G(R, Z) \nabla \varphi \quad (2.44)$$

$$= \left(-\frac{1}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial Z}\right) \mathbf{e}_R + \rho_m u_\varphi \mathbf{e}_\varphi + \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial Z}\right) \mathbf{e}_Z \quad (2.45)$$

onde  $\Theta$  é uma função de corrente para o fluxo poloidal de massa,  $G(R, Z) = R\rho_m u_\varphi$  e  $u_\varphi$  é a velocidade toroidal do plasma.

A condição de estado estacionário exige que  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ , e portanto, existe uma função potencial  $\phi$  tal que  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ . Projetando a lei de Ohm ao longo de  $\nabla\varphi$  e de  $\mathbf{B}$  obtemos respectivamente

$$\nabla\varphi \cdot (\nabla\Theta \times \nabla\varphi) \times (\nabla\Psi \times \nabla\varphi) = 0 \quad (2.46)$$

e

$$\mathbf{B} \cdot \nabla\phi = 0. \quad (2.47)$$

Essas equações implicam que  $\Theta = \Theta(\Psi)$  e  $\phi = \phi(\Psi)$ , e portanto o campo elétrico é perpendicular à superfície de fluxo. Outras duas quantidades de fluxo podem ser encontradas a partir da componente perpendicular ao campo magnético da lei de Ohm [39]

$$\frac{d\phi}{d\Psi} \equiv \phi' = \frac{u_\varphi}{R} - \left(\frac{B_\varphi}{B_\theta}\right) \frac{u_\theta}{R} \quad (2.48)$$

e da componente de conservação de momento ao longo de  $\nabla\varphi$

$$f(\Psi) = RB_\varphi - \mu_0 R \frac{\rho_m u_\theta}{B_\theta} u_\varphi. \quad (2.49)$$

Segue que, ao contrário do equilíbrio estático,  $F$  não é uma função do fluxo. É possível obter uma expressão para a velocidade toroidal angular do plasma  $\Omega_\varphi \equiv u_\varphi/R$  como [39]

$$\Omega_\varphi = \frac{1}{1 - \frac{u_\theta^2}{c_{A\theta}^2}} \left[ \phi' + \frac{f}{R^2 \rho_m} \frac{d}{d\Psi} \left( \frac{\rho_m u_\theta}{B_\theta} \right) \right] \quad (2.50)$$

onde  $c_{A\theta}$  é a velocidade de Alfvén poloidal

$$c_{A\theta} = \frac{B_\theta}{\sqrt{\mu_0 \rho_m}}. \quad (2.51)$$

Essa expressão mostra explicitamente que no limite do MHD ideal, a velocidade toroidal angular pode variar ao longo da superfície de fluxo quando existe uma velocidade poloidal. Assim, na presença de rotação, a pressão do plasma não é mais apenas uma função do fluxo, mas sim do fluxo e de da posição  $R$  [43]. A temperatura, no entanto, permanecerá praticamente constante nas superfícies magnéticas, e com isso, próxima a uma função de  $\Psi$  haja visto a elevada condutividade paralela do plasma. Assim, é possível representar a pressão como um produto da densidade e temperatura

$$p(R, \Psi) = n_e(R, \Psi) k_B T(\Psi) = \frac{\rho_m(R, \Psi)}{m} k_B T(\Psi) \quad (2.52)$$

onde  $m$  é a massa do fluido MHD.

Assim, o balanço de momento na direção paralela a  $\mathbf{B}$  resulta em

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \left( \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{\nabla p}{\rho_m} \right) = 0 \quad (2.53)$$

que, usando a identidade

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = (\nabla \times \mathbf{u}) \times \mathbf{u} + \nabla \frac{\mathbf{u}^2}{2}, \quad (2.54)$$

pode ser reescrita como

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \left( \frac{u_\varphi^2}{2} + \frac{u_\theta^2}{2} - \phi' R u_\varphi + \frac{k_B T}{m} \ln \rho_m \right) = 0. \quad (2.55)$$

Então existe uma função de fluxo  $H(\Psi)$

$$\frac{u_\varphi^2}{2} + \frac{u_\theta^2}{2} - \phi' R u_\varphi + \frac{k_B T}{m} = H(\Psi). \quad (2.56)$$

Segue que a densidade de massa pode então ser expressa por

$$\rho_m = K(\Psi) \exp \left\{ -\frac{m(u_\varphi^2 + u_\theta^2 - 2\phi' R u_\varphi)}{2k_B T} \right\} \quad (2.57)$$

onde

$$K(\Psi) = \exp \left\{ \frac{mH}{k_B T} \right\} \quad (2.58)$$

é uma função de fluxo. Tomando o limite em que  $u_\theta \rightarrow 0$

$$\rho_m = K(\Psi) \exp \left\{ -\frac{mR^2 \Omega_\varphi^2}{2k_B T} \right\} \quad (2.59)$$

e conseqüentemente

$$p(R, \Psi) = K(\Psi) \exp \left\{ -\frac{mR^2 \Omega_\varphi^2}{2k_B T} \right\} \frac{k_B T}{m}. \quad (2.60)$$

O conjunto de equações descrevendo o equilíbrio passa a ser [42, 44]

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R^2 \frac{d}{d\Psi} p(R, \Psi) - g \frac{dg}{d\Psi} \quad (2.61)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial R} \right|_\Psi = \rho_m(R, \Psi) R \Omega^2(\Psi). \quad (2.62)$$

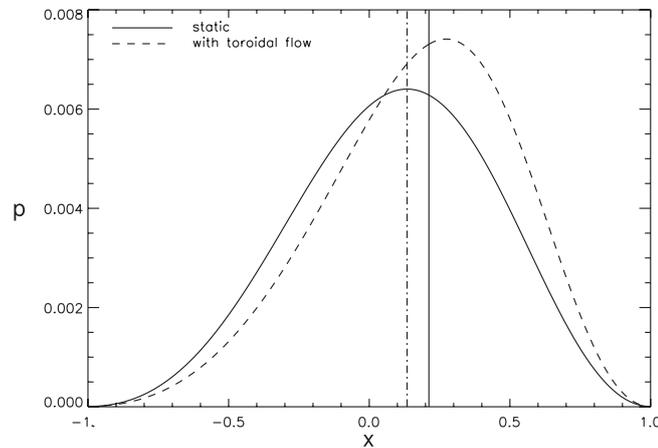
Alternativamente, a pressão pode ser resolvida assumindo-se que a entropia por unidade de massa é uma função de fluxo

$$S \equiv p\rho^{-\gamma} = S(\Psi), \quad (2.63)$$

que generaliza todos os equilíbrios estacionários MHD, uma vez que  $\mathbf{v} \cdot \nabla S = 0$ . Assim, a pressão passaria a ser escrita como [29]

$$p(R, \Psi) = \left[ R^2 \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\omega^2}{2S^{1/\gamma}} + F \right]^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (2.64)$$

Na figura 7 apresenta-se a influência da velocidade toroidal no perfil de pressão para um caso onde o número de March  $M = u_\varphi / \sqrt{\gamma p / \rho}$  é relativamente alto. Para velocidades subsônicas, todavia, é suficiente resolver a equação de Grad-Shafranov sem o termo de rotação [43].



**Figura 7** – Efeito da rotação toroidal no perfil de pressão de equilíbrio [29]. Na presença de rotação, o máximo da pressão magnética é deslocado para a região externa do plasma em relação a situação estática. Na figura, a velocidade de rotação máxima corresponderia ao número de Mach  $M = 1,06$ , que é relativamente alta.

**Fonte** – Goedbloed, 2010[29]

## 2.4 Reconstrução de equilíbrio

Os códigos de reconstrução de equilíbrio MHD costumam ser classificados em dois grupos principais, conforme as condições de contorno: fronteira fixa e fronteira livre.

Na condição de fronteira fixa, a forma e posição do plasma na região onde  $p(\Psi_B) = 0$  são impostas *a priori*, que corresponde a superfície de contorno formada por um condutor perfeito. A equação de Shafranov é então resolvida no interior da região de fronteira.

Já no caso de fronteira livre, o formato do plasma não é conhecido de antemão, e o equilíbrio é resolvido considerando os campos magnéticos gerados pelas bobinas externas e impondo restrições, como os pontos de contato do plasma com o limitador, por exemplo. Nessa abordagem, o equilíbrio costuma ser transformada em um problema de contorno de Dirichlet em um domínio retangular, utilizando funções de Green.

No TCABR, temos disponíveis os códigos de equilíbrio HELENA [45] (dentro do suíte de códigos CRONOS [46]), *Equilibrium and Stability Code* (ESC) [47], de fronteira fixa, e *Equilibrium Fit* (EFIT), de fronteira livre [48].

### 2.4.1 EFIT

Desenvolvido originalmente na década de 1980 em linguagem FORTRAN, o código EFIT tinha o propósito de realizar análises magnéticas e, opcionalmente, magneto-cinéticas para o tokamak Doublet III, nos Estados Unidos [48, 49]. Ele pode operar tanto em modo de equilíbrio, resolvendo o equilíbrio, quando em modo de ajuste equilíbrio, onde realiza o ajuste proveniente de outros diagnósticos.

A versão atual EFIT também pode conduzir análises do efeito de rotação toroidal do plasma, cujos valores devem ser fornecidos como dados de entrada. Em particular, os dados acerca a rotação no EFIT são tratados no limite em que a razão da velocidade toroidal pela velocidade íon acústica ( $c_s \equiv \sqrt{T/m_i}$ ) é menor que a unidade, de modo que se possa descrever  $J_\varphi$  como uma função linear das funções de fluxo. Ou seja, a pressão na presença de velocidade toroidal, pode ser expandida como

$$p(R, \Psi) = p_0(\Psi) \exp \left\{ \left( \frac{\Omega_\varphi(\Psi)}{c_s(\Psi)} \right)^2 \frac{R^2}{2} \right\} \quad (2.65)$$

$$\approx p_1(\Psi) + \left( \frac{R^2 - R_m^2}{R_m^2} \right) p_w(\Psi) \quad (2.66)$$

onde  $R_m = R_0 + \Delta_0$  é o raio do eixo magnético do plasma, e

$$p_w(\Psi) = \frac{R_m^2 p_0(\Psi)}{2} \left( \frac{\Omega_\varphi(\Psi)}{c_s(\Psi)} \right)^2 \quad (2.67)$$

e

$$p_1(\Psi) = p_0(\Psi) - p_w(\Psi), \quad (2.68)$$

de modo que o equilíbrio se resume a resolver

$$\Delta^* \Psi = R \mu_0 J_\varphi(R, Z) = f f'(\Psi) + R^2 p'(\Psi) + \left( \frac{R^2 - R_m^2}{R_m^2} \right) R^2 p'_w(\Psi). \quad (2.69)$$

O código resolve a equação 2.69 utilizando iterações de Picard, onde cada iteração são resolvidos dois problemas separados:

- Dados  $\Psi(R, Z)$ , obter  $FF', p', p'_w, I_{pf}$  (corrente de plasma em cada superfície de fluxo) e  $R_m$ : é realizado por minimização de  $\chi$ -quadrado do coeficientes de *splines* e correntes poloidais a partir das equações de restrições (dados de entrada, como o campo magnético, por exemplo).
- Dado  $FF', p', p'_w, I_{pf}$  e  $R_m$  obter  $\Psi(R, Z)$ ; é realizado resolvendo a equação de Grad-Shafranov linearizada usando diferenças finitas em uma malha de pontos com integrais de contorno para representar os campos externos.

Além das posições e correntes das bobinas poloidais, o EFIT aceita diversos parâmetros de entrada, como medições de campos magnéticos, de fluxo, de pressão, etc, que são fornecidos com uma incerteza experimental, e seu peso no ajuste pode ainda ser ponderado.

O EFIT, ao contrário do HELENA, nos permite reconstruir o equilíbrio MHD sem a necessidade de fixar a separatriz. Isto é, ele é um código de equilíbrio que resolve a equação de Grad-Shafranov com fronteira livre, utilizando também os dados fornecidos por sondas magnéticas, e as correntes e formatos das bobinas do tokamak.

### 2.4.2 CRONOS

O CRONOS é um suíte de códigos numéricos para simulação preditiva e/ou interpretativa de uma descarga completa de Tokamak[46]. Nele estão integrados modularmente um resolvidor 1D de transporte com equilíbrio magnético 2D, bem como diversos modelos de aquecimento, de transporte de partículas e impurezas e de fontes de calor, partículas e momentum. Seus módulos e o funcionamento global estão representados na figura 8.

O CRONOS permite tanto a simulação de descargas em tokamaks, bem como análise de dados. Os módulos que constituem o CRONOS, cuja visão geral é apresentada na figura 8, foram escritos em Fortran, C ou C++. Através do MATLAB foi possível montar uma estrutura modular de entrada de dados para os principais tokamaks existentes no mundo, tornando possível a comunicação com todos os códigos. Durante os 10 últimos anos o CRONOS tem tido a sua validade testada, com sucesso, com dados experimentais e tem sido também confrontado com códigos do mesmo tipo. Através de sua estrutura modular, os dados de entrada são fornecidos para um tokamak a ser escolhido (que pode ser um tokamak já existente ou um tokamak ainda a ser construído, tal como o ITER), as equações de transporte são resolvidas para as diversas partículas que constituem o plasma de fusão e as impurezas.

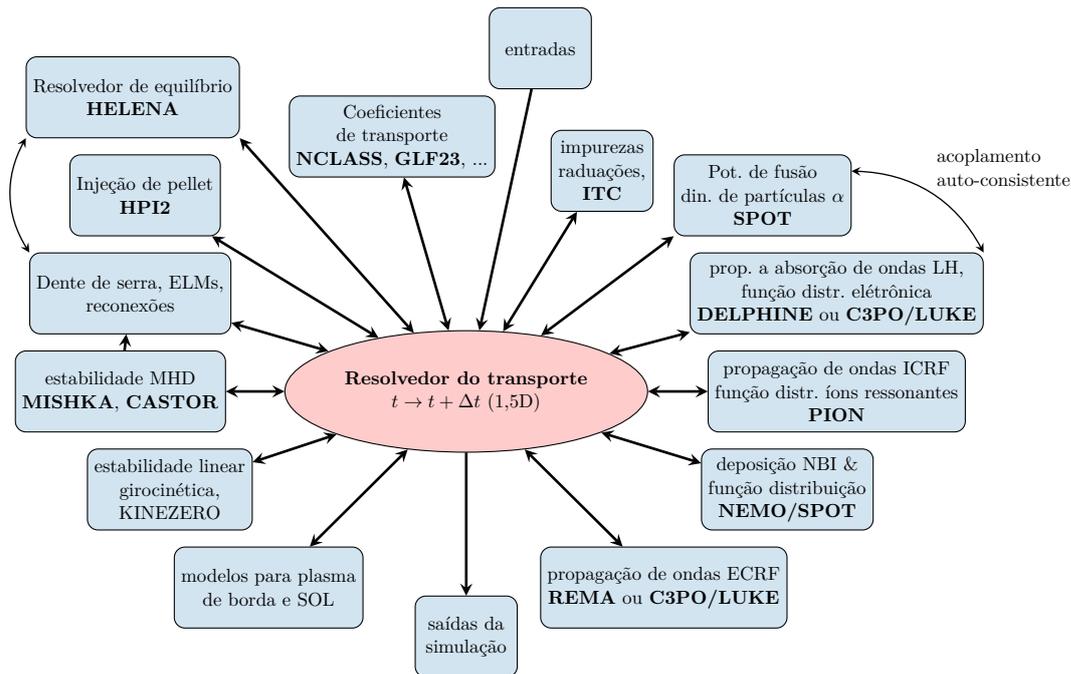


Figura 8 – Funcionamento global do CRONOS.

O código CRONOS pode ser executado usando como parâmetros de entrada perfis experimentais obtidos de máquinas tais como, Tora Supra, JET, DIII-D, JT60-U, ASDEX Upgrade, COMPASS, EAST, TCV, entre outros. Os resultados obtidos podem ser usados para prever cenários relevantes para o Tokamak ITER (em construção). O núcleo central do CRONOS consiste em resolver as equações de transporte para o fluxo de calor de elétrons e íons, com perfil de densidade de partículas conhecido. Estas equações são resolvidas somente na região onde há plasma, isto é, do eixo magnético até a última superfície fechada. Os resultados obtidos das equações de transporte poderão ser usados de forma autoconsistente no módulo de equilíbrio. Também é resolvida a equação de difusão para a corrente não indutiva que inclui contribuições de corrente de reforço, injeção de partículas neutras, de ondas híbridas inferiores e aquecimento iônico. Outras fontes de aquecimento podem ser adicionadas. Há módulos específicos para cada uma destas contribuições citadas.

### 2.4.3 HELENA

No CRONOS, o módulo padrão para o cálculo de equilíbrio MHD é código HELENA, que considera fixa a posição da separatriz para cada instante de tempo, sendo assim chamado de código de equilíbrio de fronteira fixa. Originalmente escrito em Fortran 77, ele resolve o equilíbrio MHD em plasma axissimétrico, com o uso de elementos finitos com curvas de Herminite bicúbicas isoparamétricas [50].

Após resolver a equação de Grad–Shafranov, o módulo HELENA implementando no CRONOS calcula e armazena na estrutura de dados do equilíbrio, uma série de variáveis

que são posteriormente utilizados em outros módulos do CRONOS, como o resolvidor da equação de transporte: média nas superfícies de fluxo, geometria e coordenada 2D das superfícies de fluxo, os mapas 2D das componentes do campo magnético e alguns critérios de estabilidade MHD [46].

## 2.5 Perfis canônicos

A notória propriedade de plasmas de tokamak na qual eles tendem a manter os perfis espaciais de temperatura e pressão quando sobre influências externas tem sido conhecidas à muito tempo. Chamada de *autoconsistência* ou *auto-organização do plasma*, a ideia foi formulada mais claramente no começo da década de 1980 por Bruno Coppi [19], com a introdução da ideia de perfis ótimos ou canônicos para os parâmetros do plasma. Em plasmas de seção circular, os perfis de diversos dispositivos foram estudados por vários anos por Yu.V. Esipchuk e K.A. Razumova, sendo posteriormente verificadas em tokamaks soviéticos [21].

Assumimos que os perfis canônicos são a meta para a relaxação dos parâmetros do plasma. O campo toroidal em um tokamak estabiliza as instabilidades MHD de larga escala, cujos tempos característicos são muitos menores que os tempos de relaxação. O plasma, por sua vez, tem pequeno efeito sobre o campo toroidal, de modo que esse campo pode ser removido do reservatório de energia que define o transporte no plasma.

Kadomtsev [51, 52] e outros autores [53, 54] propuseram perfis canônicos determinados por mínimo de um funcional de energia livre com condições adicionais de conservação da corrente total e do fluxo magnético poloidal. Nesse caso, tanto a função de campo magnético poloidal quanto de pressão de plasma seriam desconhecidos. Foi assumido também que o perfil de pressão canônico de corrente e pressão coincidem. Assim, para um plasma cilíndrico com seção circular, a equação de Euler para a função  $\xi = 1/q$  pode ser escrita como

$$\frac{d}{dr} \left( \xi^2 + \lambda \frac{d\xi}{d(r^2)} \right) = 0 \quad (2.70)$$

onde  $q$  é o fator de segurança e  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange. As soluções da equação 2.70 serão referidas como “perfis canônicos” e denotados por  $\xi_c$ . Tal expressão, e suas soluções apresentam a característica de não dependerem da densidade do plasma ou da potência depositada nele, e que a transformação de variável

$$r = x\sqrt{\lambda} \quad (2.71)$$

transforma eq. 2.70 na forma genérica

$$\frac{d}{dx} \left( \xi^2 + \frac{d\xi}{d(x^2)} \right) = 0, \quad (2.72)$$

de modo que  $x$  é uma variável auto-similar e não contém nenhum parâmetro. Uma solução particular dessa equação proposta por [51, 53, 54] é

$$\xi_c = \xi_0 \left(1 + r^2/a_j^2\right)^{-1} \quad (2.73)$$

que satisfizessem as condições de contorno

$$\xi_c(0) = \xi_0 \quad (2.74)$$

$$\xi_c(a) = \xi_a = R_0 I_p / (5a^2 B_\varphi) \quad (2.75)$$

$$\xi_c(r) \rightarrow 0 \quad \text{para } r \rightarrow \infty \quad (2.76)$$

onde  $R_0$  é o raio maior,  $a$  é o raio menor,  $I_p$  é a corrente de plasma e  $B$  é o campo magnético. Das equações de contorno, temos [55]

$$\lambda = a_j^2 = a^2 \xi_a / (\xi_0 - \xi_a) \approx \xi_a a^2 = a^2 / q_a$$

onde é assumido que  $\xi_a \ll \xi_0 \sim 1$ , de modo que a solução para a variável auto-similar tem a forma

$$x = \frac{r}{a} \sqrt{q_a} \quad (2.77)$$

E o perfil de corrente canônico  $J_c$  está associado às equações de Maxwell [55]

$$J_c = \frac{B}{\mu_0 R_0} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 \mu_c) \quad (2.78)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo. Assim, a solução da densidade de corrente resulta em

$$J_c = J_0 \left(1 + r^2/a_j^2\right)^{-2} \sim \mu_c^2 \quad (2.79)$$

E como  $p_c \sim J_c$ , a pressão canônica tem a forma universal

$$p_c = p_0 \left(1 + x^2\right)^{-2} \quad (2.80)$$

A escolha de  $x$  no entanto é ambígua; caso utilizássemos

$$y = \frac{r}{a} \sqrt{\frac{q_a}{\alpha}}$$

obteríamos

$$J_c \sim p_c = p_0 \left(1 + \alpha y^2\right)^{-2}.$$

A dedução da equação de Euler para o caso geral de plasma toroidal com seção transversal arbitrária pode ser encontrado em [55].

É possível obter perfis canônicos para a temperatura, levando em consideração que em descargas estacionárias em tokamaks, a densidade de corrente é proporcional a  $T^{3/2}$ , pois pela lei de Ohm,  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$  e a condutividade elétrica é  $\sigma \sim T_e^{3/2}$ , ou seja,

$$J(r) \propto T_e^{3/2}(r) \quad (2.81)$$

então

$$p_c(r) = n_c(r) k_B T_c(r) \propto J_c(r) \propto T_c^{3/2}(r) \quad (2.82)$$

e segue que

$$T_c \propto J_c^{3/2} \propto p_c^{2/3}, \quad n_c \propto T_c^{1/2} \propto J_c^{1/3}. \quad (2.83)$$

Assim o perfil canônico de temperatura para plasma circular seria da forma

$$T_c(\rho) = \frac{T_c(0)}{(1 + r^2/a_j)^{4/3}}. \quad (2.84)$$



## 3 Reflectometria e interferometria

Em plasma de fusão, a reflectometria e interferometria são duas técnicas de micro-ondas utilizadas para determinar a densidade do plasma [56–58].

A reflectometria é uma técnica de radar que se baseia no fato das ondas eletromagnéticas em um meio não homogêneo serem refletidas em alguma camada de densidade crítica, onde o índice de refração é igual a zero. Desse modo, a densidade eletrônica pode ser obtida diretamente da frequência da onda de sondagem, enquanto a posição associada a tal densidade pode ser estimada a partir do tempo de atraso entre a emissão e a recepção da onda [56, 57].

Já a técnica de interferometria utiliza-se de micro-ondas de comprimento relativamente menores (i.e., frequências mais elevadas) de modo que a onda eletromagnética seja capaz de atravessar toda a coluna de plasma. Assim, tal onda possuirá uma diferença de fase, relativa à onda original, devido ao índice de refração do plasma, sendo essa diferença de fase medida pelas franjas de interferência com o sinal original [56, 57]. E por meio da evolução dessa diferença de fase, é possível inferir a evolução da densidade de plasma integrada ao longo do plasma, em contraste com a técnica de reflectometria, no qual é possível medir localmente a densidade do plasma.

Neste capítulo incluímos a discussão da propagação de ondas eletromagnéticas, cuja base teórica é fundamental à todos os diagnósticos utilizados nesse trabalho.

### 3.1 Propagação de ondas eletromagnéticas em plasma

A propagação de ondas eletromagnéticas em plasmas é dada pela solução das equações de Maxwell. Utilizando a lei de Faraday para substituir o campo magnético na equação de Ampère-Maxwell, obtemos

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (3.1)$$

E, em geral, a densidade de corrente pode ser expressa por meio da lei de Ohm escrita na forma

$$\mathbf{J} = \underline{\sigma} \cdot \mathbf{E} \quad (3.2)$$

onde  $\underline{\sigma}$  é o tensor de condutividade que descreve as propriedades do plasma. Todavia, para que seja possível expressar esse tensor, é preciso tomar algumas aproximações [59].

### 3.1.1 Relação de dispersão

Estamos interessados em ondas características, isto é, ondas plasma que podem se propagar em um meio anisotrópico sem sofrer mudanças de polarização. Assumindo que o plasma é estacionário, se a potência da onda lançada ao plasma é muito baixa, podemos tomar a equação 3.1 em primeira ordem, de modo que qualquer combinação de ondas monocromáticas é solução dessa equação. Assim, para os campos de ondas plasmas,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} \exp \{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_{\omega, \mathbf{k}} \exp \{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \quad (3.4)$$

a relação entre a frequência  $\omega$  e o vetor de onda  $\mathbf{k}$  deve satisfazer a relação de dispersão 3.1 na forma

$$\mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \underline{\epsilon} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.5)$$

onde o tensor dielétrico  $\underline{\epsilon}$  se relaciona com o condutividade por

$$\underline{\epsilon} = \mathbb{1} + \frac{i}{\omega \epsilon_0} \underline{\sigma} \quad (3.6)$$

onde  $\mathbb{1}$  é a díada identidade.

Usando a identidade

$$\mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \mathbf{E} = (\mathbf{k}\mathbf{k} - k^2 \mathbb{1}) \cdot \mathbf{E}, \quad (3.7)$$

a equação de dispersão passa a ser escrita como

$$\left( N \left[ \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{k^2} - \mathbb{1} \right] + \underline{\epsilon} \right) \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.8)$$

com  $N$  sendo o índice de refração

$$N^2 \equiv \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = \frac{c^2}{v_{\text{fase}}^2} \quad (3.9)$$

e

$$v_{\text{fase}} = \frac{\omega}{k} \quad (3.10)$$

é a velocidade de fase. A condição para que a onda se propague é que a equação anterior tenha soluções não triviais, que são dadas pela relação de dispersão

$$D(\omega, \mathbf{k}) = \det \left( N \left[ \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{k^2} - \mathbb{1} \right] + \underline{\epsilon} \right) = 0$$

Os valores da componente do tensor dielétrico podem ser obtidos por meio da teoria cinética ou a de fluido, em ambos casos tomando-se a aproximação de plasma frio. Nessa abordagem, velocidade térmica das partículas do plasma são consideradas pequenas em relação a velocidade de fase da onda, de modo que os movimentos térmicos são desprezíveis

comparados com as oscilações induzidas pela onda eletromagnética. Essa aproximação, no entanto, não descreve a absorção da onda pelo plasma.

A equação de balanço de momento de um plasma descrito por um fluido de duas espécies (elétrons e íons) em equilíbrio estático ( $\mathbf{u}_{\alpha 0} = 0$ ) em um plasma espacialmente uniforme ( $n_{\alpha 0} = n_0$ ) com um campo magnético externo aplicado ao longo do eixo  $z$  ( $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ ), é dada por

$$m_\alpha \left[ \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + \mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla \mathbf{u}_\alpha \right] = q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) \quad (3.11)$$

cuja linearização, para os termos perturbados dos campos em primeira ordem resulta em

$$-i\omega m_\alpha \mathbf{u}_{\alpha 1} = q_\alpha \mathbf{E}_1 + q_\alpha \mathbf{u}_{\alpha 1} \times \mathbf{B}_0. \quad (3.12)$$

Essa expressão pode ser reescrita, introduzindo a notação de tensor de mobilidade  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_\alpha$ ,

$$\mathbf{u}_{\alpha 1} = \underline{\boldsymbol{\mu}}_\alpha \cdot \mathbf{E}_1 \quad (3.13)$$

Assim, a densidade de corrente pode ser escrita como

$$\mathbf{J} = \sum_\alpha q_\alpha n_{\alpha 0} \mathbf{u}_{\alpha 1} = \sum_\alpha q_\alpha n_{\alpha 0} \underline{\boldsymbol{\mu}}_\alpha \cdot \mathbf{E}_1 \quad (3.14)$$

$$\equiv \underline{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{E}_1 \quad (3.15)$$

de modo que o tensor dielétrico (eq. 3.6) na aproximação de plasma frio é então dado por

$$\underline{\boldsymbol{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

que são dois sistemas desacoplados, um para a componente perpendicular à  $\mathbf{B}_0$ , e a outra, paralela a esta componente. Os coeficientes são dados por

$$\epsilon_1 = 1 + \sum_\alpha \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}^2 - \omega^2}; \quad (3.17)$$

$$\epsilon_2 = - \sum_\alpha \frac{\omega_{ce}}{\omega} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}^2 - \omega^2} \quad (3.18)$$

$$\epsilon_3 = 1 - \sum_\alpha \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2} \quad (3.19)$$

onde  $\omega_{pe}$  é a frequência de plasma, e  $\omega_{c\alpha}$  é a frequência ciclotrônica,

$$\omega_{p\alpha} = \sqrt{\frac{n_\alpha^2 q_\alpha^2}{\epsilon_0 m_\alpha}} \quad (3.20)$$

$$\omega_{c\alpha} = \frac{|q_\alpha| B_0}{m_\alpha}, \quad (3.21)$$

onde  $n_e$  é a densidade eletrônica,  $m_e$  é a massa eletrônica,  $e$  é a carga fundamental. Note que na aproximação de plasma frio, o tensor dielétrico não depende do vetor de onda  $\mathbf{k}$ , e sim apenas da frequência  $\omega$ . No limite em que o campo magnético se anula, temos  $\epsilon_2 \rightarrow 0$  e  $\epsilon_1 \rightarrow \epsilon_3$ , e  $\underline{\epsilon}$  se torna uma matriz diagonal, isto é, sem direção privilegiada.

Tomando o vetor de onda  $\mathbf{k}$  no plano  $yz$ , e definindo um ângulo  $\theta$  com respeito ao eixo  $z$ , conforme ilustrado na figura 9, a relação de dispersão 3.8 se torna

$$N \left[ \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{k^2} - \mathbf{1} \right] + \underline{\epsilon} = \begin{pmatrix} -N^2 + \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & -N^2 \cos^2 \theta + \epsilon_1 & N^2 \sin^2 \theta \cos \theta \\ 0 & N^2 \sin^2 \theta \cos \theta & -N^2 \sin^2 \theta + \epsilon_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (3.22)$$

cujas soluções não triviais levam a relação de dispersão de Appleton-Hartree

$$AN^4 + BN^2 + C = 0 \quad (3.23)$$

onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  dependem do ângulo  $\theta$  entre  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{B}_0$

$$A = \epsilon_1 \sin^2 \theta + \epsilon_3 \cos^2 \theta \quad (3.24)$$

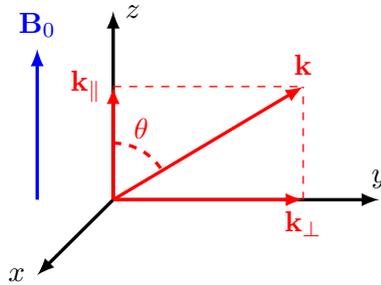
$$B = (\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 \sin^2 \theta + \epsilon_1 \epsilon_3 (1 + \cos^2 \theta) \quad (3.25)$$

$$C = \epsilon_3 (\epsilon_1 + \epsilon_2) (\epsilon_1 - \epsilon_2). \quad (3.26)$$

A onda será refletida (região de corte) quando o índice de refração se anular, que corresponde a uma divergência na velocidade de fase. Neste caso, a frequência da onda pode ser

$$\begin{cases} \omega_{pe} & \text{ou} \\ \omega_{R,L} & = \pm \frac{\omega_{ce}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_{ce}}{2}\right)^2 + \omega_{pe}^2 + \omega_{ce}\omega_{ci}} \end{cases} \quad (3.27)$$

que não dependem do ângulo  $\theta$ .



**Figura 9** – Geometria do campo magnético e dos vetores de onda conforme sistema de coordenadas de Stix.

Como não há expressão geral para as soluções de  $\omega(k, \theta)$ , tomaremos mais algumas aproximações. Consideraremos o limite de alta frequência: os íons e partículas neutras são consideradas em repouso devido às suas inércias, e apenas elétrons contribuirão para o

tensor de dielétrico. Assim, no caso particular da onda se propagando perpendicularmente ao campo magnético do plasma ( $\theta = \pi/2$ ), a relação de dispersão se reduz a duas soluções

$$N_O^2 = \epsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (3.28)$$

$$N_X^2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon}{\epsilon_1} = \frac{(\omega^2 - \omega_R^2)(\omega^2 - \omega_L^2)}{(\omega^2 - \omega_{UH}^2)(\omega^2 - \omega_{LH}^2)} \quad (3.29)$$

onde

$$\omega_{UH}^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2 \quad (3.30)$$

$$\omega_{LH}^2 = \omega_{ce}\omega_{ci} \frac{1 + \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_{pe}}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_{pe}}\right)^2} \quad (3.31)$$

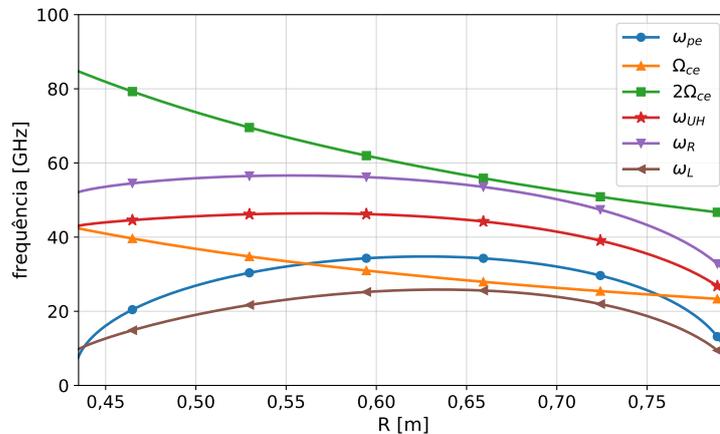
são as ondas híbridas superior e inferior respectivamente. Na figura 10 são apresentadas as dependências espaciais das frequências eletrônicas típicas no TCABR.

A primeira solução (equação 3.28) representa uma onda longitudinal, com  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}_0$ , linearmente polarizada, e é dito modo ordinário de propagação (modo O). Já a segunda solução, (equação 3.29) tem  $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}_0$ , e representa uma onda elipticamente polarizada no plano perpendicular ao campo magnético, com

$$\frac{E_x}{E_y} = i \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (3.32)$$

e é denominado modo extraordinário de propagação (modo X).

Além da região de corte, outra característica importante na propagação de ondas é a sua ressonância, que ocorre quando  $N \rightarrow \infty$ . A ressonância leva a absorção da onda pelo plasma. Para propagação perpendicular ao campo magnético no modo extraordinário, a onda entra em ressonância com  $\omega = \omega_{LH}$  ou  $\omega_{UH}$ . E, no caso mais geral, ela dependerá do ângulo de propagação  $\theta$ .



**Figura 10** – Dependência espacial das frequências eletrônicas típicas no TCABR, para descargas com  $n_{e0} = 1,5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ,  $B_0 = 1,07 \text{ T}$ . São apresentadas as duas primeiras harmônicas da radiação eletrociclôtrônica, a ressonância híbrida superior (modo X), e as frequências de corte: frequência de plasma  $\omega_{pe}$  (modo O),  $\omega_R$  e  $\omega_L$  (ambas em modo X).

### 3.1.2 Propagação em plasma não homogêneo

Quando estamos interessados no comportamento da fase da onda eletromagnética, que tem um papel importante nos diagnósticos de micro-ondas, é necessário levar em consideração a dependência espacial da densidade na derivação teórica. Considerando o plasma estacionário e com a densidade variando radialmente, a equação de onda é descrita pela equação de Helmholtz unidimensional

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} - k^2(r) \right] E(r) = 0 \quad (3.33)$$

onde  $k(r) = k_0 N(r)$ . Essa equação pode ser resolvida analiticamente se o meio variar lentamente com respeito ao comprimento de onda. Nessa condição, chamada de aproximação WKB, as soluções locais devem ter a mesma forma das soluções do meio homogêneo:

$$E(r) = E_0(r) e^{i\phi(r)} \quad (3.34)$$

que permite escrever a equação de Helmholtz como

$$\frac{d^2 E_0}{dr^2} + iE_0 \frac{d^2 \phi}{dr^2} + 2i \frac{dE_0}{dr} \frac{d\phi}{dr} + E_0 \left[ k^2 - \left( \frac{d\phi}{dr} \right)^2 \right] = 0 \quad (3.35)$$

Como o campo elétrico é assumido variar lentamente com respeito a fase, a segunda derivada espacial do campo elétrico pode ser ignorada. Assim, a equação é atendida quando a parte imaginária e real da equação se anulam. A solução  $k^2 - \left( \frac{d\phi}{dr} \right)^2 = 0$  resulta numa fase dada por

$$\phi(r) = \pm \int_{-\infty}^r k(r') dr'. \quad (3.36)$$

Já a solução para a parte imaginária rege a amplitude da onda, que tem a solução

$$E_0 = \frac{A}{\sqrt{d\phi/dr}} \quad (3.37)$$

onde  $A$  é uma constante de integração. Essa solução só é válida na região longe do corte, onde a densidade do meio varia lentamente.

Na região próxima ao corte, a aproximação WKB deixa de ser válida. Para incluir o efeito da região de corte na fase da onda, é suficiente impor a continuidade entre a onda se propagando no plasma e a onda evanescente. Isso resulta em uma fase descrita por

$$\phi(r_c) = 2 \int_{-\infty}^{r_c} k(r') dr' - \frac{\pi}{2} \quad (3.38)$$

onde  $r_c$  denota a posição de corte. Essa é praticamente a solução obtida com WKB com um termo aditivo. Essa expressão é válida desde que o comprimento de onda seja menor ou igual à escala de comprimento do gradiente de densidade [60].

## 3.2 Interferometria

Em interferometria, o diagnóstico de micro-ondas opera em uma frequência cuja onda seja capaz de atravessar o plasma, e da defasagem de sua fase, seja possível estimar a densidade de linha integrada. De modo a evitar a dependência do índice de refração em função do campo local  $\mathbf{B}_0$ , o modo O é usado preferencialmente. O esquema mais simples de interferometria em plasmas é mostrado na figura 11

Escolhendo a frequência de sondagem muito maior do que a frequência de plasma, o que corresponde a densidade crítica muito maior do que a densidade eletrônica, o índice de refração do plasma pode ser aproximado por

$$N_O = \sqrt{1 - \frac{f_{pe}}{f}} \approx 1 - \frac{f_{pe}}{2f^2}. \quad (3.39)$$

Como a densidade eletrônica varia ao longo da direção do feixe na coluna de plasma, a diferença de fase é dada por

$$\frac{\phi(r)}{2\pi} = \frac{\Delta L_{opt}}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \int_{r_1}^{r_2} N_O(r') dr' \quad (3.40)$$

$$\approx \frac{1}{2\lambda n_c} \int n_e(r') dr' \quad (3.41)$$

$$= 4.48 \times 10^{-16} \left( \frac{\lambda}{\text{m}} \right) \int_0^r \left( \frac{n_e(r')}{\text{m}^{-3}} \right) \left( \frac{dx'}{\text{m}} \right) \quad (3.42)$$

onde consideramos que a variação da densidade é suave ao longo da trajetória da micro-ondas, no sentido da aproximação WKB. Este método de interferometria é um dos diagnósticos de micro-ondas mais antigos, bem como um dos mais utilizados [57].

### 3.2.1 Interferometria no TCABR

No TCABR, a densidade é medida registrando a defasagem do sinal de micro-ondas ao longo do tempo: quando não há plasma, a diferença de fase é constante, e a medida que a densidade do plasma aumenta ou diminui, essa diferença de fase se altera ao longo do tempo. O registro dessa diferença de fase permite reconstruir a densidade integrada de linha, uma vez que, para nossa fonte de micro-ondas de 140 GHz, temos

$$n_{e,int}(t) = \frac{\Delta\phi}{2,82 \times 10^{-15} \lambda}. \quad (3.43)$$

Caso o plasma tenha uma seção circular de raio  $a$ , é também possível descrever a densidade média de linha, bastando dividir a densidade integrada pelo tamanho da respectiva corda de visada

$$\bar{n}_{e,r_l}(t) = \frac{1}{2\sqrt{a^2 - r_l^2}} \frac{\Delta\phi}{2,82 \times 10^{-15} \lambda} \quad (3.44)$$

onde  $r_l$  é menor distância da corda até o centro do plasma (apótema), e  $2\sqrt{a^2 - r_l^2}$  é o comprimento dessa corda. No TCABR, os  $r_l$  correspondem aos tamanhos das cordas para interferometria especificados na tabela representadas na figura 12 e listadas na figura 3. No total, há sete cordas disponíveis, mas atualmente, estão instalados apenas 2 fontes de micro-ondas para interferometria.

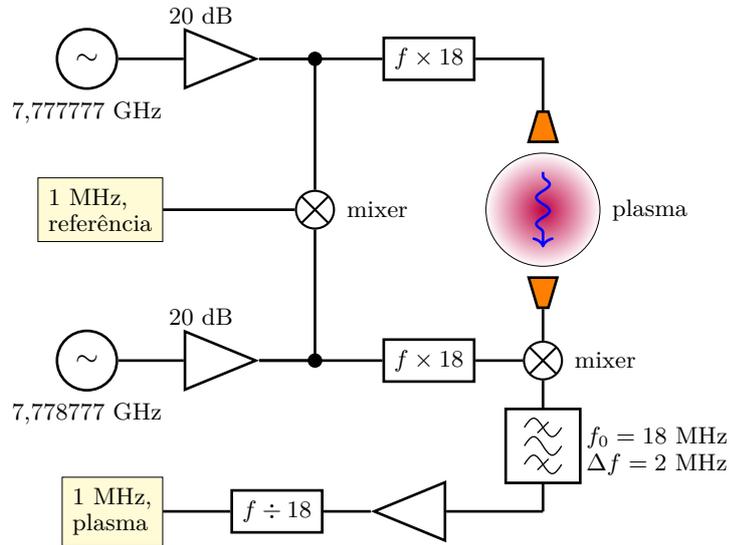


Figura 11 – Esquema simplificado do sistema de interferometria utilizado no TCABR. [61].

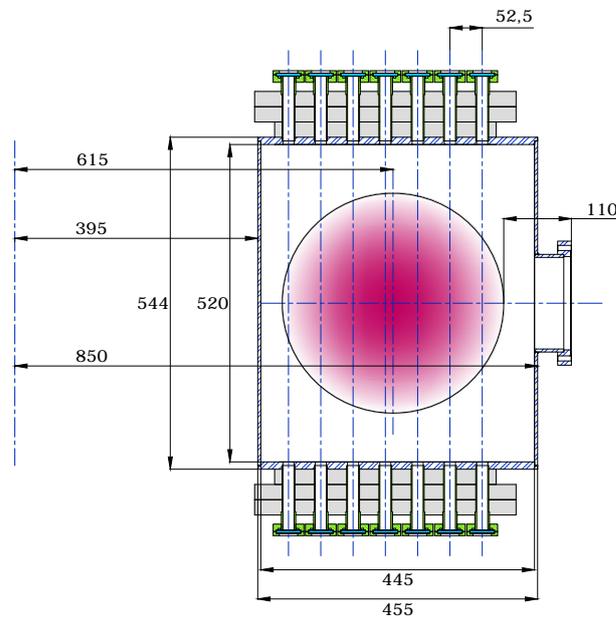


Figura 12 – Seção poloidal tokamak TCABR com suas dimensões em milímetros, e as cordas utilizadas para interferometria.

**Tabela 3** – Posição das cordas de interferometria no TCABR

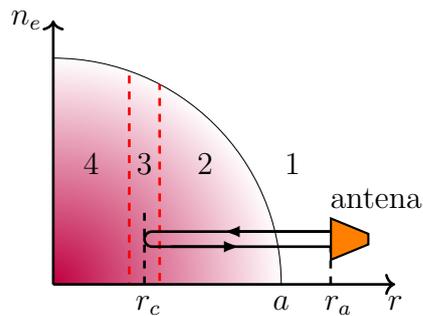
Corda #	Posição radial [m]	Distância do centro do plasma [m]
-3	0,445	-0,170
-2	0,4975	-0,1175
-1	0,55	-0,065
0 (central)	0,6025	-0,0125
1	0,655	0,040
2	0,7075	0,0925
3	0,76	0,145

**Nota** – \* Considerando  $a = 18$  cm.

### 3.3 Reflectometria

Em reflectometria de micro-ondas, a informação básica para inferir a densidade é o atraso de fase da onda refletida. Em geral, a trajetória da onda lançada no plasma permanece praticamente paralela ao gradiente de densidade, e, portanto, praticamente perpendicular ao campo magnético [58]. Essa condição, embora não necessária, simplifica a análise dos dados.

Em modo de reflectometria, a onda eletromagnética lançada ao plasma atravessa 4 regiões, devido à não homogeneidade do plasma, apresentadas na figura 13:



**Figura 13** – Representação esquemática da propagação de ondas milimétricas em diferentes regiões do plasma.

- **Região 1:** fora da coluna do plasma ( $a \leq r \leq r_a$ ) o plasma é muito rarefeito, e a onda eletromagnética se propaga como se estivesse no vácuo
- **Região 2:** a frequência da onda de sondagem é menor que a frequência do plasma, de modo que a mesma pode se propagar livremente nessa região. A velocidade de propagação, no entanto, dependerá do índice de refração em cada posição.

- **Região 3:** é a região do corte, onde o índice de refração vai rapidamente à zero, e a onda é refletida em  $r_c$ .
- **Região 4:** a frequência de sondagem é sempre menor que a frequência do plasma; nessa região o índice de refração é imaginário, o que implica em apenas ondas evanescentes.

Assim, para o caso de propagação em modo ordinário, o atraso de fase  $\phi$  é dado por

$$\phi(f) = \frac{4\pi f(t)}{c} \int_{r_c}^{r_a} \sqrt{1 - \frac{f_{pe}^2(r)}{f^2}} dr - \frac{\pi}{2} \quad (3.45)$$

onde a frequência de plasma  $f_{pe}$  em hertz pode ser escrita diretamente como

$$f_{pe}(R) = \frac{\omega_{pe}}{2\pi} = 8,978663\sqrt{n_e(r)} \quad \text{hertz}. \quad (3.46)$$

O tempo de atraso de grupo  $\tau$  pode ser obtido por

$$\tau(f) = \frac{\partial\phi}{\partial\omega} = \frac{2f}{c} \int_{r_c}^{r_a} \frac{1}{\sqrt{f^2 - f_{pe}^2(r)}} dr \quad (3.47)$$

onde  $r_c$  é o raio associado onde ocorre a reflexão da onda de frequência  $f$ . Note que a quantidade

$$\frac{1}{v_g} \equiv \frac{f}{c} \frac{1}{\sqrt{f^2 - f_{pe}^2(r)}} \quad (3.48)$$

equivale ao inverso da velocidade de grupo da onda eletromagnética com frequência  $f$  na posição  $r$  do plasma.

Para recuperar a posição da camada de reflexão, a integral acima deve ser invertida. Neste caso, usando a inversão de Abel,

$$r_c(f_c) = r_a - \frac{c}{\pi} \int_0^{f_c} \frac{\tau}{\sqrt{f_c^2 - f^2}} df. \quad (3.49)$$

### 3.3.1 Ajuste polinomial do tempo de atraso

Para reconstrução de perfil podemos supor que o tempo de atraso de grupo possa ser descrita em termos de polinômio de grau  $n$

$$\tau(f) \approx \sum_{k=1}^n a_k f^k \quad (3.50)$$

o que nos permite reescrever a inversão de Abel como

$$\begin{aligned} r_c(f_c) &= r_a - \frac{c}{\pi} \int_0^{f_c} \frac{\sum_{k=1}^n a_k f^k}{\sqrt{f_c^2 - f^2}} df \\ &= r_a - \frac{c}{\pi} \sum_{k=1}^n a_k (f_c)^k \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1+k}{2}\right)}{2\Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Caso a integral seja dividida em duas partes sucessivas, de modo a estimar o começo da borda do plasma, teremos,

$$\tau(f) \approx \begin{cases} \sum_{k=1}^n a_k f^k & 0 \leq f \leq f_1 \\ \sum_{k=1}^n b_k f^k & f_1 \leq f \leq f_c \end{cases} \quad (3.52)$$

e, por sua vez,

$$\int_0^{f_1} \frac{a_k f^k}{\sqrt{f_c^2 - f^2}} df = a_k \frac{f_1^{k+1}}{f_c} \frac{{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{k+1}{2}, \frac{k+3}{2}, \frac{f_1^2}{f_c^2}\right)}{k+1} \quad (3.53)$$

$$\int_{f_1}^{f_c} \frac{b_k f^k}{\sqrt{f_c^2 - f^2}} df = b_k \left[ (f_c)^k \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1+k}{2}\right)}{2\Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)} - \frac{f_1^{k+1}}{f_c} \frac{{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{k+1}{2}, \frac{k+3}{2}, \frac{f_1^2}{f_c^2}\right)}{k+1} \right] \quad (3.54)$$

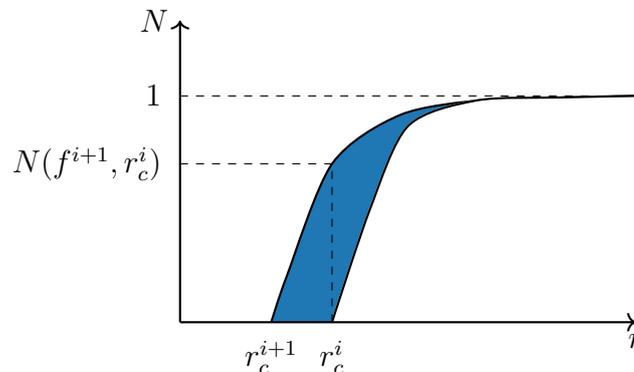
onde  ${}_2F_1$  é a função hipergeométrica.

### 3.3.2 Método de Bottollier-Curtet

Outra técnica para reconstrução do perfil de densidade, chamada de método de Bottollier-Curtet (B-C), se baseia na monotonicidade do índice de refração. Sua descrição detalhada é apresentada em [62, 63]. Considerando que, na aproximação WKB, a fase da onda é uma integral do número de onda local entre a posição de referência ( $r_a$ ) e a camada de corte na posição  $r_c(f)$

$$\phi(f) = 2 \frac{2\pi f}{c} \int_a^{r_c(f)} N(f, n_e(R), B(R)) dr - \frac{\pi}{2}$$

onde deixamos explícita a dependência do índice de refração em função da frequência de sondagem  $f$ , da densidade e do campo magnético. Dessa expressão, nota-se que a diferença de fase medida por duas frequências de sondagem adjacentes,  $f^i$  e  $f^{i+1}$ , é equivalente à área hachurada na figura 14.



**Figura 14** – Representação esquemática do algoritmo de Bottollier-Curtet para reconstrução do perfil de densidade.

A área hachurada é proporcional ao triângulo de base  $r_c^{i+1} - r_c^i$  e altura  $N(f^{i+1}, r_c^i)$

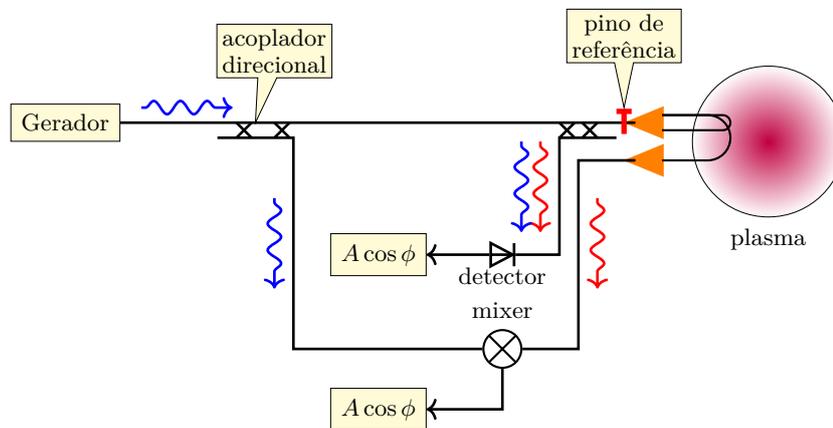
$$\frac{\phi(f^{i+1})}{2\pi f^{i+1}/c} - \frac{\phi(f^i)}{2\pi f^i/c} \propto \frac{4}{3} (r_c^{i+1} - r_c^i) N(f^{i+1}, r_c^i). \quad (3.55)$$

Assim, se é conhecido o perfil de densidade até a posição de corte  $r_c^i$ , então o termo  $N(f^{i+1}, r_c^i)$  pode ser explicitamente calculado assumindo que ele pode ser linearizado (algoritmo original de BC) ou assumindo que a permissividade dielétrica possa ser linearizada nessa região. A diferença entre as duas técnicas é um fator multiplicativo que se altera na integral, e que acelera a convergência.

### 3.3.3 Reflectometria no TCABR

A técnica de reflectometria utilizada no TCABR é a de modulação de frequência de onda contínua (FM-CW), que se baseia em fazer uma varredura linear das frequências de micro-ondas lançadas no plasma. Ao retornar no detector, é realizado o batimento entre a onda refletida e a onda do gerador, por meio de um misturador de frequências (*mixer*). Como a frequência da onda refletida é ligeiramente menor do que a do gerador, o tempo de atraso de grupo pode ser estimado a partir da frequência de batimento.

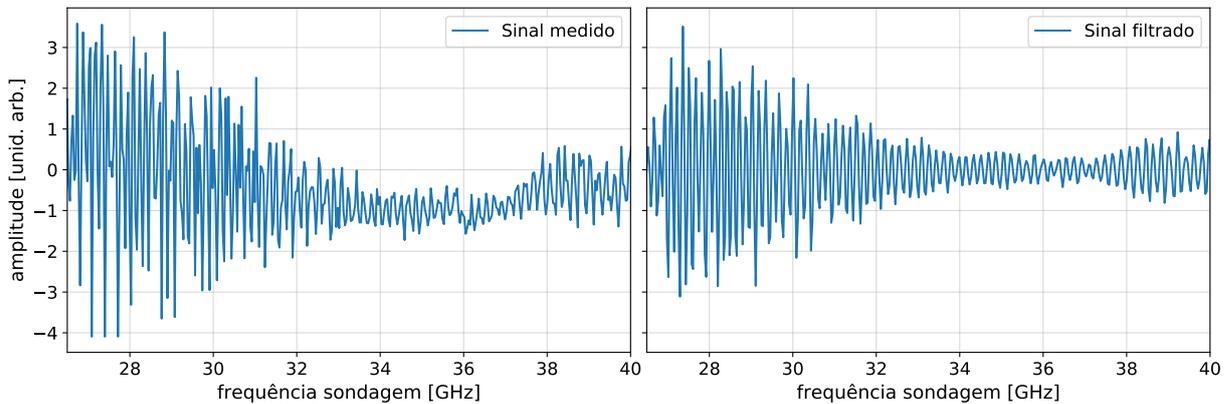
Tipicamente os sistemas de detecção de FM-CW podem operar com duas antenas e um *mixer*, ou antena simples e um pino de referência, que são apresentados na figura 15.



**Figura 15** – Diagrama esquemático do sistema de detecção homodínea. Quando da utilização de uma única antena, o pino de referência é responsável por misturar o sinal emitido e o recebido, que é levado a um detector. Quando da utilização de duas antenas, os sinais são misturados em um *mixer*. Em ambos casos, o sinal misturado passa por um filtro de baixa frequência para obtenção do sinal de batimento.

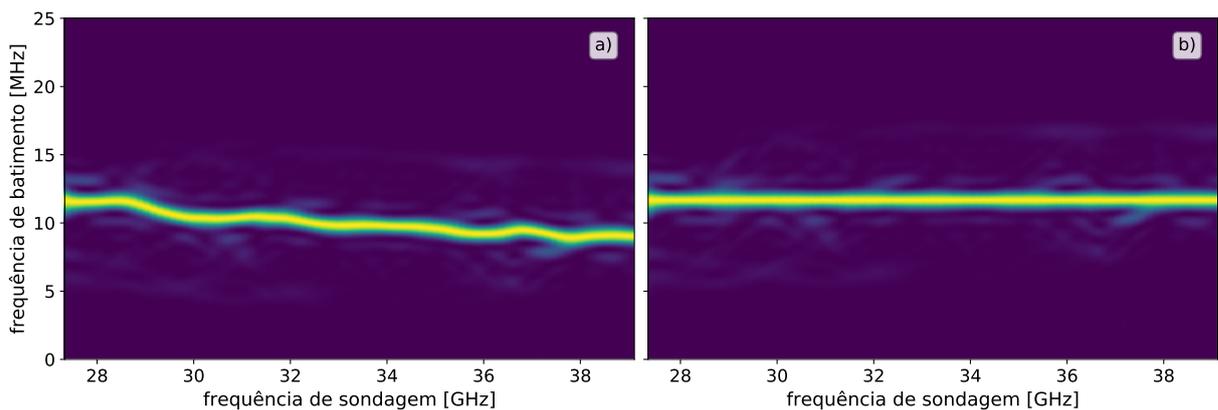
O diagnóstico de reflectometria disponível no TCABR foi desenvolvido em colaboração com o Instituto Superior Técnico, e faz uso de 2 antenas. O oscilador do gerador de micro-ondas, um oscilador controlado por tensão (VCO), opera em frequências de 8,2 GHz à 16 GHz. Esse sinal é enviado por um duplicador e a um triplicador de frequências, tornando possível a injeção de ondas em duas bandas de frequências 16,2 GHz a 20 GHz

(banda K) e de 20 GHz a 40 GHz (banda Ka). O sinal dessas duas bandas passam por um combinador, para que sejam levadas até à câmara de vácuo por meio de guias de onda e antena. O sinal refletido captado pela segunda antena, passa então por um separador de bandas, e cada uma delas é misturada num mixer com um sinal de referência. O Sinal de batimento dessa mistura, é apresentado na figura 16.



**Figura 16** – Sinal de batimento medido na banda Ka medido (à esquerda) e filtrado com passa-banda (à direita), em função da frequência de sondagem.

A frequência de batimento, como pode ser visto no espectrograma desse sinal (figura 17) não é constante: ela cai aproximadamente com o quadrado da frequência de sondagem devido a dispersão nos guias de ondas. Essa variação, assim como flutuações na frequência de batimento, devem ser levados em consideração para obter corretamente o atraso de grupo do sinal de reflectometria.



**Figura 17** – Frequência de batimento da banda Ka na ausência de plasma (reflexão na parede do plasma). a) Sinal medido, b) Sinal corrigido com os efeitos de dispersão no guia de onda e oscilações da rampa de varredura.

## 3.4 Resultados

### 3.4.1 Parametrização do perfil de densidade

Quando da utilização de quantidades integradas ao longo de um caminho no plasma, é comum fazer uma inversão dos dados para obter o perfil da propriedade de interesse, como é o caso na interferometria ou medidas ópticas. Esse problema, no entanto, geralmente é mal condicionado do ponto de vista matemático, o que significa dizer que os resultados obtidos com a inversão são extremamente dependentes das incertezas nas grandezas medidas. Uma alternativa mais robusta, que utilizaremos com os dados de interferometria, é parametrizar o perfil de densidade, e ajustar seus parâmetros com respeito aos dados medidos.

A abordagem mais simples é parametrizar a quantidade de interesse como uma função parabólica do raio, a saber

$$n_e(r) = n_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{\nu_n} \quad (3.56)$$

onde  $n_0$  (densidade no centro do plasma),  $a$  é o raio menor do plasma e  $r$  é o raio nas coordenadas pseudo-toroidais  $(r, \theta, \varphi)$ , isto é, o raio é medido a partir do centro geométrico do plasma  $R_0$

$$r = \sqrt{(R - R_0)^2 - (Z - Z_0)^2}. \quad (3.57)$$

Essa parametrização tem como propriedade que seu valor integrado ao longo de uma corda do plasma é uma função analítica

$$n_{e,int} = n_0 \sqrt{\pi} \sqrt{a^2 - r_d^2} \left(1 - \frac{r_d^2}{a^2}\right)^{\nu_n} \frac{\Gamma(1 + \nu_n)}{\Gamma\left(\frac{3}{2} + \nu_n\right)} \quad (3.58)$$

onde  $\Gamma$  é a função gama, e  $r_d$  é a distância mínima da corda até o centro do plasma. Apesar da praticidade dessa parametrização, devido ao deslocamento de Shafranov, a densidade ajustada é geralmente sobre-estimada na região de campo alto (HFS) e subestima na região do campo baixo (LFS) — vide figura 18. Isso poderia ser melhorado considerando  $r$  a partir do centro magnético do plasma ao invés do centro geométrico. Nesse caso, no entanto, o ajuste não seria capaz de descrever adequadamente regiões próximas as bordas do plasma. Além disso, em ambos casos a densidade se anula na borda, e experimentalmente, a densidade tende a decair exponencialmente ao longo do raio maior do plasma. Outras abordagens para inclusão do deslocamento de Shafranov na equação 3.56 foram utilizadas anteriormente [64], todavia sua aplicação se limita apenas ao longo do eixo meridional do plasma.

Por isso, escolhemos parametrizar a densidade com uma função ligeiramente mais complicada, mas com fortes motivações físicas, a saber

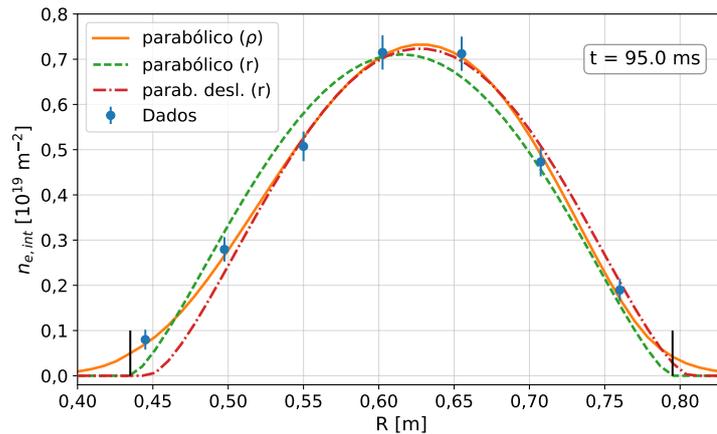
$$n_e(R, Z) = \begin{cases} (n_0 - n_a) (1 - \rho^2)^{\nu_n} + n_a & 0 \leq \rho \leq 1 \\ n_a \exp\left\{-\frac{\sqrt{(R-R_0)^2 + (Z-Z_0)^2 - a^2}}{d}\right\} & \rho > 1 \end{cases} \quad (3.59)$$

onde  $\rho = \rho(R, Z)$  é a coordenada de raio menor da superfície de fluxo do equilíbrio de círculos concêntricos deslocados (equação 2.42),  $n_0$  é a densidade no centro do plasma,  $n_a$  é a densidade na última superfície de fluxo fechado, e  $d$  é um comprimento característico com o qual a densidade decai fora da última superfície magnética fechada.

Obviamente, nem todos esses parâmetros são deixados livres. Os centro geométrico do plasma  $(R_0, Z_0)$ , que podem variar ao longo do tempo (em particular na rampa de subida e descida do plasma), são obtidos a partir de medidas magnéticas. E, devido aos limitadores poloidais do TCABR, o raio menor do plasma para cada instante de tempo é

$$a = 0,18 - \sqrt{(0,615 - R_0)^2 + Z_0^2} \quad \text{m} \quad (3.60)$$

Além disso, optou-se por manter fixo  $n_a = 0,1 \times n_0$  e  $d = 2$  cm, que são consistente com medidas de densidade obtidas por sonda eletrostáticas na borda do plasma do TCABR [65]. De modo que os parâmetros livres para ajuste reduzem se  $n_0$ ,  $\nu_n$  e  $\Delta_0$  (que se encontra implícito na definição de  $\rho$ ). E para o deslocamento de Shafranov, limitamos apenas para valores positivos.



**Figura 18** – Comparação dos diferentes ajustes da densidade de linha integrada: ajuste parabólico em função de  $\rho$  (eq. 3.59), ajuste parabólico em função de  $r$  (eq. 3.56), e o ajuste parabólico deslocado, tomando o centro magnético  $R_m$  ao invés do geométrico  $R_0$  para o cálculo de  $r$ . As linhas verticais em preto representam as posições dos limitadores poloidais.

### 3.4.2 Interferometria

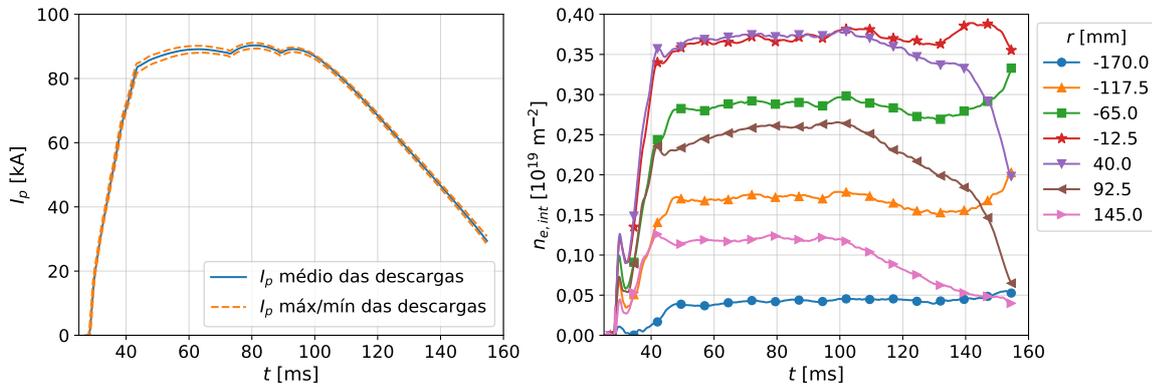
Para o interferômetro, separamos a análise para densidades baixa, com a densidade média de linha da corda central em torno de  $1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , e para densidade mais elevada, com  $\bar{n}_{e,\text{central}} \sim 2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ .

Os dados foram tomados em descargas semelhantes obtidas num único dia, mantendo-se a corda central do interferômetro fixa e variando de posição o outro interferômetro disponível. Apesar de as condições de plasma serem muito parecidas, há pequenas variações na corrente de plasma e na densidade medida. Para minimizar essas flutuações, supomos que o perfil de densidade não se altera significativamente, e que, para um conjunto de

descargas semelhantes, o perfil de densidade simplesmente aumenta ou diminui por um fator de proporcionalidade. Isso nos permite normalizar as densidade medidas para as diferentes cordas tomando como referência a densidade de linha medida na corda central de cada descarga.

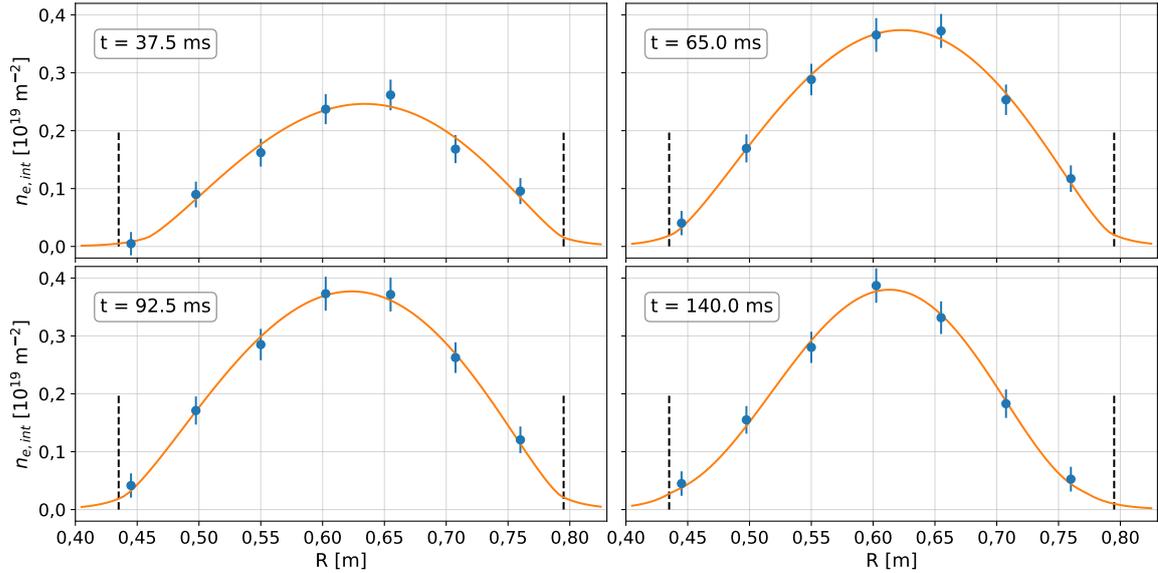
Além disso, trabalhamos apenas com a densidade de linha integrada, por ser a quantidade de fato medida, e que não requer que se assuma um formato do plasma *a priori*. Essa abordagem é particularmente importante quando a coluna de plasma encontra-se deslocada em relação ao centro geométrico esperado (0,615 m), como é o caso na subida e descida de corrente de plasma.

Para o conjunto de descargas em baixa densidade, os sinais da corrente de plasma e das densidades eletrônicas integradas são apresentadas na figura 19. Para cada posição especial, foram tomados tipicamente 2 descargas.

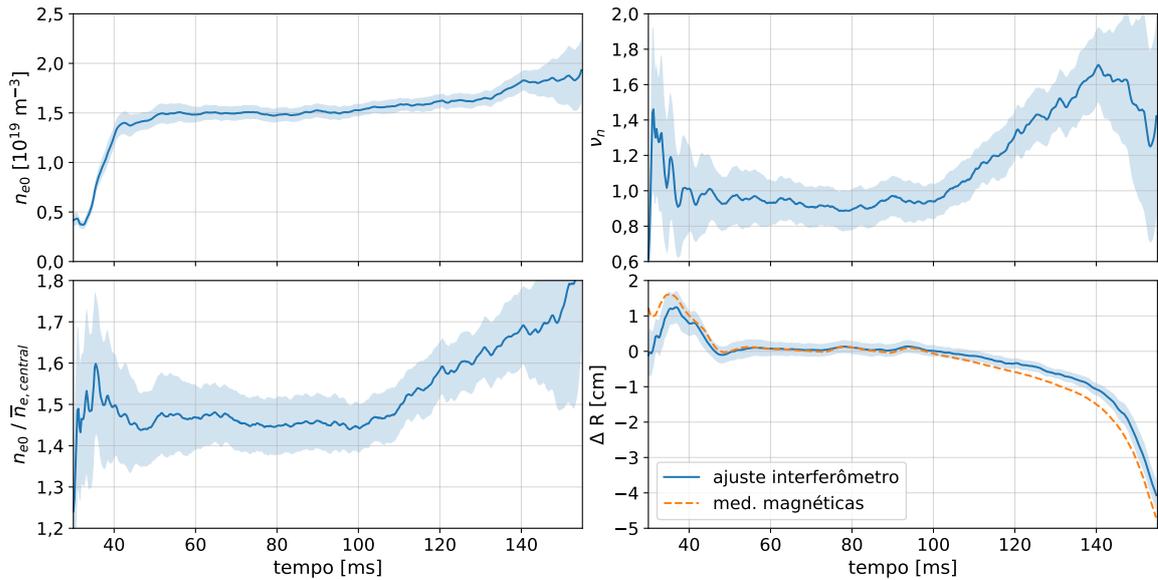


**Figura 19** – À esquerda, a corrente de plasma com seu valores médios, máximos e mínimos obtidos no conjunto de descargas analisadas, e as densidades de linhas integrada (à direita) para análise estacionária com baixa densidade ( $\bar{n}_{e,central} \sim 1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ).

O ajuste da densidade é feito minimizando a diferença entre os dados experimentais e a integral de linha da equação 3.59 (mínimos quadrados). A princípio deixamos livre os parâmetros  $n_0$ ,  $\nu_n$  e  $R_0$ ; para posição de  $Z_0$ , assumimos os valores obtidos a partir de medidas magnéticas, e fixamos  $\Delta_0 = 1,2$  cm. O ajuste para alguns instantes de tempos e os coeficientes obtidos de ajustes são apresentados nas figuras 20 e 21, respectivamente.



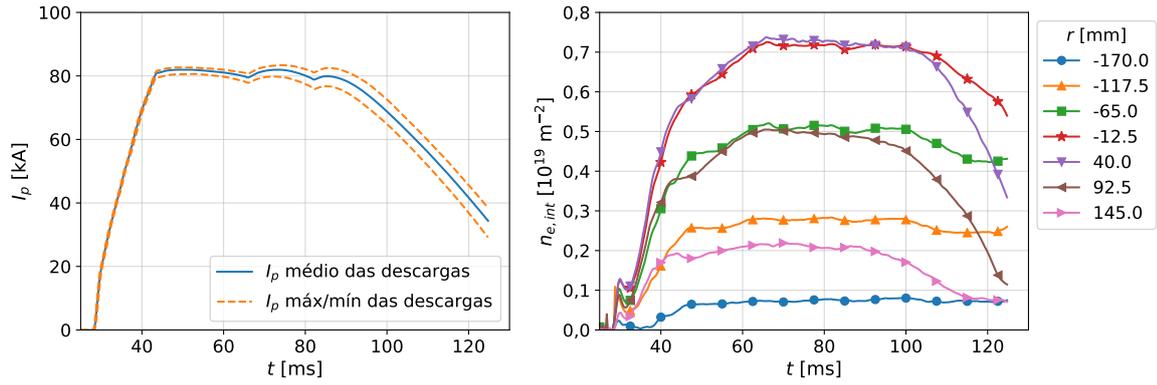
**Figura 20** – Ajuste da densidade média de linha para o interferômetro em quatro instantes temporais ( $\bar{n}_{e,central} \sim 1 \times 10^{19} m^{-3}$ ). Em tracejado, as posições dos limitadores.



**Figura 21** – Valor dos parâmetros ajustados para a densidade do plasma ( $\bar{n}_{e,central} \sim 1 \times 10^{19} m^{-3}$ ). A área hachurada corresponde ao intervalo de confiança de um desvio padrão.

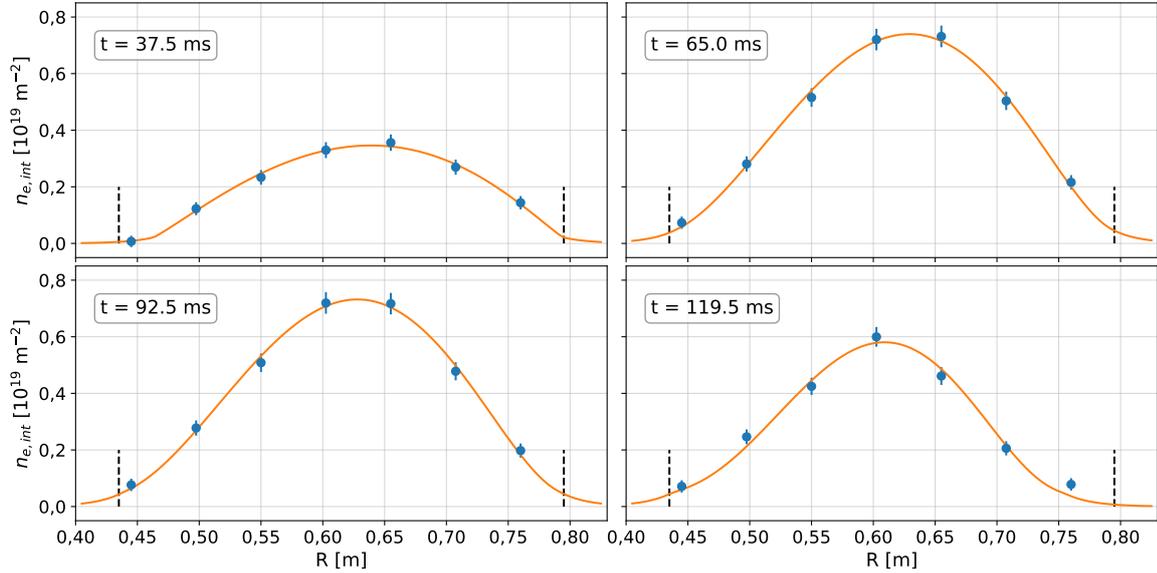
Nota-se que o valor de  $R_0$  obtido pelo ajuste da densidade é muito próximo ao medido com sondas magnética. Fixar  $R_0$  com o valor obtido pelas sondas magnéticas e reproduzir os ajustes deixando  $\Delta_0$  livre, resulta tipicamente em  $\Delta_0 = 1,5 \pm 0,5$ , e os demais parâmetros não são afetados significativamente. Aqui, é conveniente destacar que a densidade de plasma central é de aproximadamente  $1,45 \pm 0,05$  vezes  $\bar{n}_{e,central}$ , e  $\nu_n \approx 0,9 \pm 0,1$  na região de platô do plasma nessas descargas.

Repetiu-se o mesmo procedimento para as descargas com  $\bar{n}_{e,central} \sim 2 \times 10^{19} m^{-3}$ . A corrente de plasma é relativamente reprodutiva ao longo de sua região de platô, mas passa a divergir para  $t > 90$  ms (figura 22)

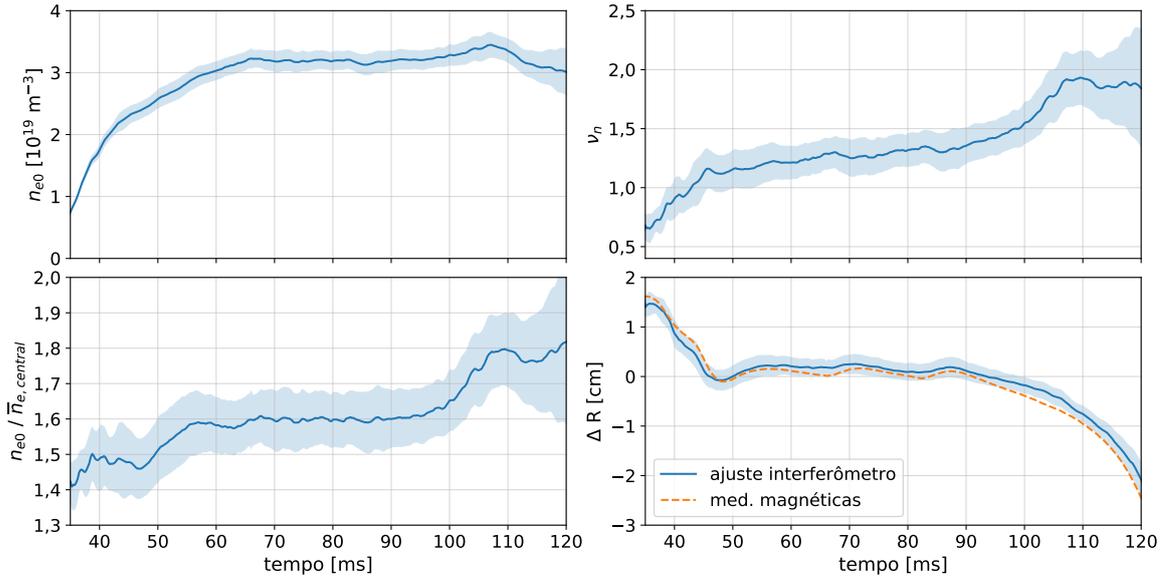


**Figura 22** – À esquerda, a corrente de plasma com seus valores médios, máximos e mínimos obtidos no conjunto de descargas analisadas, e as densidades de linhas integrada (à direita) para análise estacionária com alta densidade ( $\bar{n}_{e,central} \sim 2 \times 10^{19} m^{-3}$ ).

Os ajustes para alguns instantes de tempos são apresentados na figura 23 e os coeficientes obtidos do ajustes são apresentados na figura 24. Nesse caso, fixando-se  $R_0$  com o valor obtido pelas medidas magnéticas resulta em  $\Delta_0 = 2 \pm 0,5$ , e os demais parâmetros, novamente, não são afetados significativamente. A densidade de plasma central agora é de aproximadamente  $1,6 \pm 0,1$  vezes  $\bar{n}_{e,central}$ , e  $\nu_n \approx 1,25 \pm 0,15$  na região de platô do plasma nessas descargas.

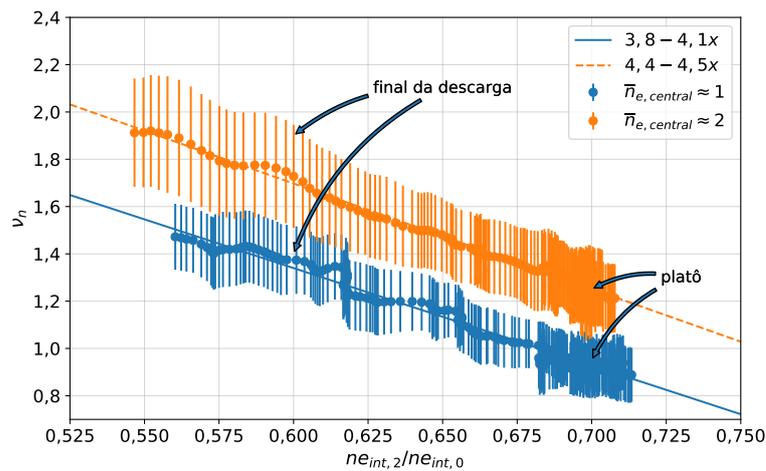


**Figura 23** – Ajuste da densidade média de linha para o interferômetro em quatro instantes temporais ( $\bar{n}_{e,central} \sim 2 \times 10^{19} m^{-3}$ ). Em tracejado, as posições dos limitadores



**Figura 24** – Valor dos parâmetros ajustados para a densidade do plasma ( $\bar{n}_{e,central} \sim 2 \times 10^{19} m^{-3}$ ). A área hachurada corresponde ao intervalo de confiança de um desvio padrão.

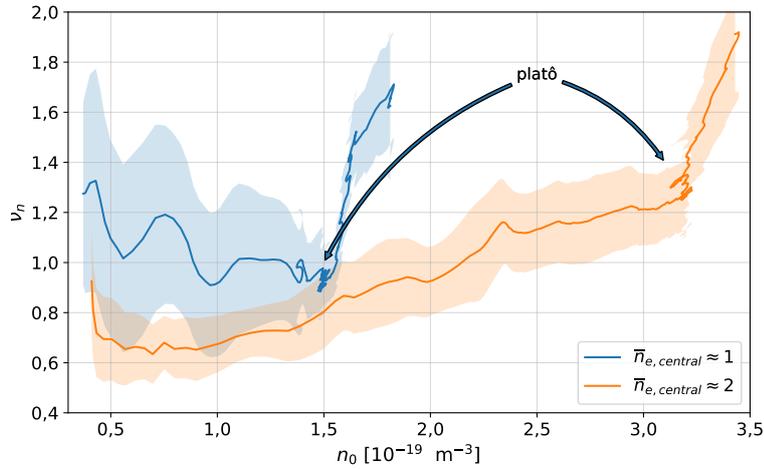
Em condições usuais de descargas, apenas 2 cordas de interferometria são medidas, então é conveniente verificar se é possível encontrar alguma relação entre o sinal medido nelas e o perfil ajustado. Os dados da relação de  $\nu_n$  em relação a razão das densidades integradas de linha são apresentadas na figura 25. Em ambos casos, na região do platô, a razão entre as duas cordas é de aproximadamente 0,7, e ao final da descarga, o perfil de densidade se torna mais picado e a razão dos canais diminui em ambos casos, mas em nenhum ponto as curvas tendem a convergir. Por outro lado, o potencia do ajuste da densidade apresenta um comportamento linear com relação a razão dessas densidades.



**Figura 25** – Relação entre o  $\nu_n$  obtido por ajuste nos dois conjuntos de descargas, e a razão entre as densidades integradas do canal 2 (90 mm) e 0 (-12,5 mm). Dados considerados a partir de 55 ms, até 110 ms.

Outra análise passível de ser feita é graficar  $\nu_n$  em função da densidade central, tal como apresentado na figura 26. A condição de platô das descargas de baixa densidade se

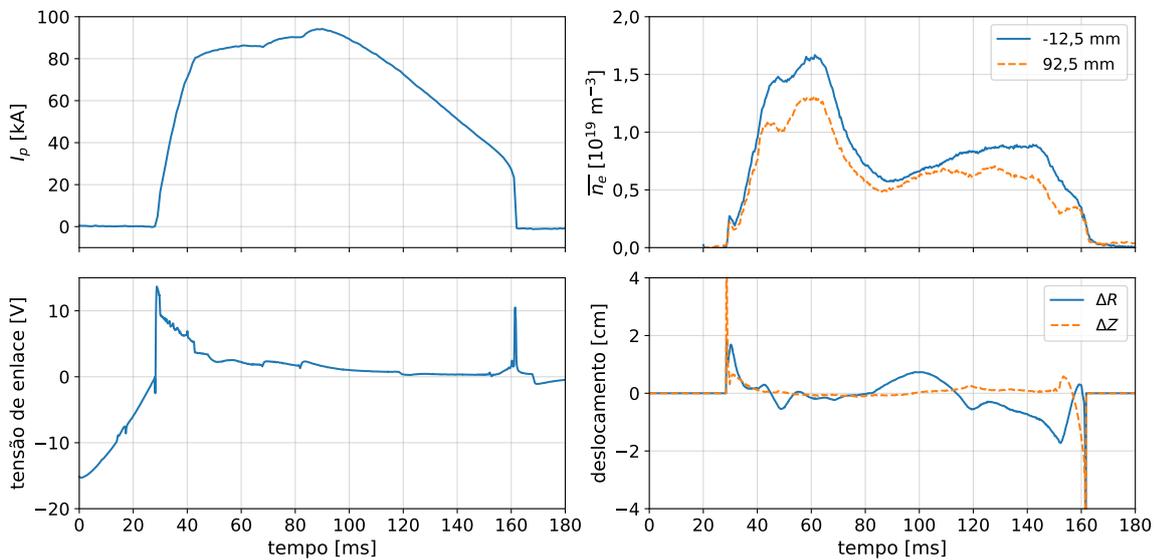
aproximam a um estado intermediário das descargas de densidade elevada.



**Figura 26** – Relação entre o  $\nu_n$  obtido por ajuste nos dois conjuntos de descargas, e a densidade eletrônica central.

### 3.4.3 Reflectômetro

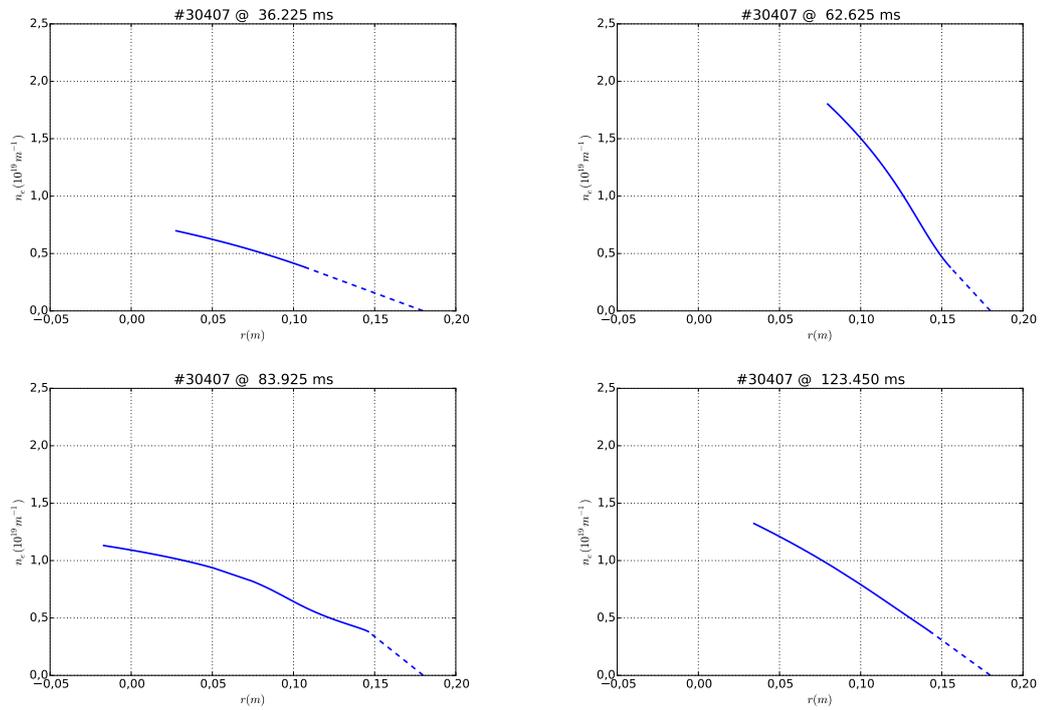
Para o reflectômetro, tomamos como exemplo a descarga #30407, cujos principais sinais são apresentados na figura 27.



**Figura 27** – Principais sinais do disparo #30407. Da esquerda para a direita e de cima para baixo temos corrente de plasma, densidade eletrônica, tensão de enlace e deslocamento horizontal ( $\Delta R$ ) e vertical ( $\Delta Z$ ) da coluna.

Esse disparo apresenta todas as condições possíveis na qual o reflectômetro poderia operar: densidade elevada (no início da descarga), onde a frequência de sondagem máxima é menor que a máxima frequência de plasma, e densidade baixa, onde existe uma frequência de sondagem que é igual a máxima frequência de plasma (e para as frequências acima desse valor, o reflectômetro se comportaria como um interferômetro). O valor de densidade

reconstruído usando a abordagem polinomial de grau quatro, em alguns instantes de tempo, é apresentado na figura 28.



**Figura 28** – Ajuste da densidade eletrônica para o reflectômetro em quatro instantes temporais. A linha tracejada corresponde a inicialização suposta para o perfil de densidade, uma vez que o reflectômetro não é capaz de medi-la no modo O.



## 4 Diagnóstico de luz espalhada

Experimentos com o espalhamento de luz em plasmas podem fornecer informações consideráveis, como a densidade eletrônica  $n_e$ , a temperatura eletrônica  $T_e$  e até mesmo a densidade de partículas neutras (do gás)  $n_g$  [66–68]. Em geral esse método é relativamente não intrusivo, comparado a medidas de sonda de Langmuir, e a interpretação dos resultados é tipicamente direta em condições usuais; e como não requer suposições sobre os parâmetros do plasma, ou sobre a condição de equilíbrio, o faz um diagnóstico muito atrativo para a medição dos parâmetros de plasma citados.

Ao fazer um laser atravessar um plasma, os elétrons do plasma passam a oscilar devido ao campo elétrico do laser. Esses elétrons, por sua vez, emitem radiação eletromagnética que pode ser interpretada como espalhamento da radiação incidente. Quando o espalhamento é devido aos elétrons livres no plasma, esse espalhamento elástico é chamado de espalhamento Thomson, que é o um caso limite do espalhamento Compton para fótons de baixa energia (isto é, fótons com energia muito menor que a energia de repouso dos elétrons). Quando o espalhamento é devido à elétrons em nuvens eletrônicas de átomos, íons ou moléculas, o processo é chamado de espalhamento Rayleigh. Além disso, o espalhamento por moléculas, pode induzir transições vibracionais ou rotacionais; nesse caso, o espalhamento é inelástico e é chamado de espalhamento Raman.

O espalhamento Thomson é um diagnóstico não perturbativo muito importante na pesquisa em física de plasmas capaz de fornecer informações detalhadas sobre a densidade de elétrons e sobre sua distribuição de velocidades (e, portanto, de sua temperatura) em posições específicas do plasma. A técnica consiste em atravessar o plasma com uma fonte de luz monocromática de alta intensidade, tipicamente um feixe de laser chaveado, fazendo com que os elétrons oscilem na frequência dessa luz incidente; com isso, a radiação de dipolo emitido por essas cargas é detectada e registrada. A intensidade do sinal detectado, integrando sobre todos os comprimentos de luz espalhados, é proporcional a densidade eletrônica, e o alargamento do espectro espalhado (devido ao efeito Doppler) proporciona informação sobre a temperatura eletrônica [69].

O espalhamento da luz por um conjunto de elétrons foi originalmente estudado por J. J. Thomson em 1906 [70, 71]. Porém sua verificação experimental levou aproximadamente cinco décadas, até o final da década de 1950, devido à indisponibilidade de uma fonte de elétrons livre suficientemente densa que tornasse prática a detecção desse tipo de espalhamento apenas com arco de carbono como fonte luminosa, disponível até então. A técnica tornou-se efetivamente viável com a invenção de laser chaveados de alta energia, no começo da década de 1960.

Notavelmente, em 1968 uma equipe do laboratório de Culham (Inglaterra), liderada por N. Peacock, foi convidada à União Soviética para medição da temperatura eletrônica usando espalhamento Thomson, no tokamak T-3, que havia sido recentemente desenvolvido no instituto Kurchatov em Moscou. Esse empreendimento registrou os maiores valores, até então, de temperatura eletrônica em laboratório [72], confirmando as estimativas soviéticas, e teve um importante papel em estabelecer o tokamak como principal configuração em confinamento magnético e na pesquisa de fusão [73].

## 4.1 Teoria de espalhamento Thomson

Apresenta-se, nas subseções a seguir, a dedução do espectro de espalhamento dos elétrons por uma fonte de luz monocromática. Os cálculos são desenvolvidos para um elétron único, e em seguida, expandido para um conjunto de elétrons, tomando-se uma função distribuição de velocidades adequada. O formalismo aqui utilizado segue, principalmente, de [66] e [73].

Precisamos inicialmente resolver a radiação emitida por um elétron em movimento. Esse problema consiste em resolver

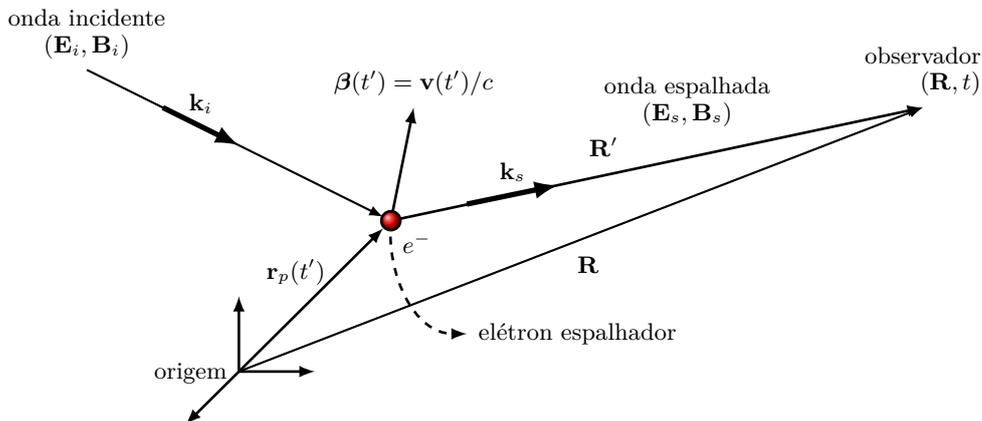
$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (4.1)$$

onde, para o elétron que tem carga  $-e$ , a densidade de corrente é descrita como

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t') = -e\mathbf{v}(t') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')). \quad (4.2)$$

Note que o campo elétrico a uma distância  $R'$  da carga (tal como ilustrado na figura 29) medida em um tempo  $t$  está relacionado ao comportamento da carga em um tempo anterior  $t'$  chamado de tempo retardado:

$$t' = t - \frac{R'}{c}. \quad (4.3)$$



**Figura 29** – Diagrama do sistema de coordenadas indicando o espalhamento por um único elétron.

A solução da equação 4.1, que pode ser também obtida a partir dos potenciais de Liénard-Wiechert, é [74]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, t) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 R'^2} \left[ \frac{(\hat{\mathbf{s}} - \boldsymbol{\beta})(1 - \beta^2)}{(1 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{\beta})^3} \right]_{ret} - \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R'c} \left[ \frac{\hat{\mathbf{s}} \times [(\hat{\mathbf{s}} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{\beta})^3} \right]_{ret} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{R}, t) = \frac{n}{c} (\hat{\mathbf{s}} \times \mathbf{E}) \quad (4.5)$$

onde  $n = ck/\omega$  é o índice de refração (que consideraremos unitário),  $\hat{\mathbf{s}} \equiv \mathbf{R}'/R'$  é o versor unitário na direção do vetor de onda espalhado, e

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c} \quad (4.6)$$

é a razão da velocidade  $\mathbf{v}$  do elétron dividido pela velocidade da luz  $c$ . Os campos são calculados no tempo retardado. Note que o primeiro termo varia inversamente com o quadrado da distância, enquanto o segundo varia inversamente com a distância  $R'$ . Além disso, o segundo termo depende da aceleração da carga, e por isso constitui o campo de radiação ou campo espalhado, que é dado então por

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{R}, t) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 R'c} \left[ \frac{\hat{\mathbf{s}} \times [(\hat{\mathbf{s}} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{\beta})^3} \right]_{ret}. \quad (4.7)$$

Onde tomamos a aproximação  $R \approx R'$ , exceto para o tempo retardado, que pode ser escrito como

$$t' = t - \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_p(t')|}{c}. \quad (4.8)$$

A quantidade medida experimentalmente é a potência espalhada, e a potência espalhada por unidade de ângulo sólido, dada por

$$\frac{dP_s}{d\Omega} = R^2 \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{s}} \quad (4.9)$$

onde o vetor de Poynting,  $\mathbf{S}$ , é definido por

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}. \quad (4.10)$$

E, no caso para uma única carga, substituindo, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{dP_s}{d\Omega} &= R^2 \frac{c\epsilon_0}{2} |\mathbf{E}_s(\mathbf{R}, t)|^2 \\ &= \frac{e^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c} \left[ \frac{\left\{ \hat{\mathbf{s}} \times [(\hat{\mathbf{s}} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}] \right\}^2}{(1 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{\beta})^6} \right]_{ret}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Agora necessitamos encontrar a aceleração, ou mais especificamente,  $\dot{\boldsymbol{\beta}}$  associado ao espalhamento da radiação pelo elétron e, utilizando a função distribuição de velocidades, somar a contribuição de todos os elétrons relevantes dentro do volume de espalhamento.

### 4.1.1 Aceleração de um elétron pela radiação eletromagnética

A equação de movimento para um elétron livre sob a influência de uma onda eletromagnética plana incidente, com campo elétrico  $\mathbf{E}_i$  e campo magnético  $\mathbf{B}_i$ , é dado pela taxa de variação do momentum relativístico (segunda lei de Newton), que deve ser igual a força de Lorentz

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\} = -e (\mathbf{E}_i + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_i) \quad (4.12)$$

onde a parte direita da equação acima é a força de Lorentz. Conforme a derivação em [75], obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right\} &= m_0 c \frac{d}{dt} \frac{\boldsymbol{\beta}}{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}} = -e (\mathbf{E}_i + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_i) \\ \rightarrow m_0 c \frac{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \dot{\boldsymbol{\beta}} - \frac{1}{2} (-2\boldsymbol{\beta} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}) \boldsymbol{\beta} (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}}{1 - \beta^2} &= -e (\mathbf{E}_i + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_i) \\ \rightarrow m_0 c (1 - \beta^2) (\gamma^{-1} \dot{\boldsymbol{\beta}} + (\boldsymbol{\beta} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\beta} \gamma)) &= -e (\mathbf{E}_i + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_i) \\ \rightarrow (1 - \beta^2)^{-1/2} \dot{\boldsymbol{\beta}} + (\boldsymbol{\beta} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\beta} \gamma^3) &= -e (\mathbf{E}_i + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_i). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Realizando o produto escalar com  $\boldsymbol{\beta} \cdot$  em cada lado da equação, e substituindo no resultado, obtemos a equação para aceleração de um elétron por uma campo eletromagnético incidente

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = -\frac{e}{m_0 c} [1 - \beta^2] (\mathbf{E}_i - (\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{E}_i) \boldsymbol{\beta} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_i). \quad (4.14)$$

Como os campos da onda plana podem ser escritos como

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t') = \mathbf{E}_{i0} \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t'), \quad \mathbf{B}_i(\mathbf{r}, t') = n (\hat{\mathbf{i}} \times \mathbf{E}_i), \quad (4.15)$$

a taxa de variação de velocidade pode ser reescrita como<sup>a</sup>

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = -\frac{e}{m_0 c} (1 - \beta^2) (\mathbf{E}_i - (\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{E}_i) \boldsymbol{\beta} + \hat{\mathbf{i}} (\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{E}_i) - \mathbf{E}_i (\boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{i}})). \quad (4.16)$$

De modo que o campo de espalhamento (eq. 4.7) possa ser escrito como

$$E_s(\mathbf{R}, t) = \frac{e^2}{4\pi m_0 c^2} \left[ (1 - \beta^2) \frac{E_i}{(1 - \beta_s)^3 R} \left\{ (1 - \beta_i)(1 - \beta_s) - \beta_E^2 (1 - \cos \vartheta) \right\} \right]_{ret} \quad (4.17)$$

<sup>a</sup> Quando o elétron está sujeito a um campo magnético externo  $\mathbf{B}_0$ , como é o caso do Tokamak, apareceria, na equação da aceleração, o termo adicional de força

$$\frac{-e}{m_0} (1 - \beta^2) (\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}_0)$$

Esse termo, que será desconsiderado nos cálculos a seguir, levaria a radiação de emissão ciclôtrônica, cujo comprimento de onda é muito maior do que o comprimento de onda do laser de interesse e de espalhamento.

onde  $\vartheta$  é o ângulo de espalhamento (ângulo entre o vetor de onda incidente e o vetor de onda espalhado),  $\beta_i = \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{i}}$ ,  $\beta_s = \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{s}}$  e  $\beta_E = \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{e}}$ , e

$$\hat{\mathbf{i}} \equiv \frac{\mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_i|} \quad \hat{\mathbf{e}} \equiv \frac{\mathbf{E}}{|\mathbf{E}|}$$

são, respectivamente, os vetores unitários na direção do vetor de onda incidente, e o versor unitário na direção do campo elétrico. Note que a quantidade multiplicando os colchetes na equação 4.17 é comumente denominada de raio clássico do elétron:

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} = 2,82 \times 10^{-15} \text{ m}. \quad (4.18)$$

O campo elétrico incidente que aparece na expressão do campo elétrico espalhado é aquele calculado no tempo  $t'$  na posição  $\mathbf{r}_p(t')$  do elétron espalhador:

$$E_i = E_{i0} \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_p(t') - \omega_i t'). \quad (4.19)$$

Na ausência de forças externas, e desprezando a influência da onda eletromagnética na trajetória do elétron, a mesma passa a ser dada por

$$\mathbf{r}_p(t') = \mathbf{r}_{p0} + \mathbf{v}t' \quad (4.20)$$

onde  $\mathbf{v}$  é a velocidade do elétron. O tempo retardado é dado por

$$\begin{aligned} t' &= t - \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_p(t')|}{c} \\ &= t - \frac{1}{c} \sqrt{R^2 + r_p^2(t') - 2R\hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{r}_p(t')} \\ &\approx t - \frac{1}{c} [R - \hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{r}_p(t')]. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Substituindo a equação 4.20 na expressão acima, chegamos

$$t' = \frac{t - \frac{R}{c} + \frac{\hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{r}_{p0}}{c}}{1 - \hat{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{\beta}}. \quad (4.22)$$

Com isso, o argumento do cosseno na equação 4.19 pode ser escrito como

$$\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_p(t') - \omega_i t' = k_i R \left( \frac{1 - \beta_i}{1 - \beta_s} \right) - \omega_i \left( \frac{1 - \beta_i}{1 - \beta_s} \right) t - k_i \hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{r}_{p0} \left( \frac{1 - \beta_i}{1 - \beta_s} \right) + \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_{p0}. \quad (4.23)$$

De modo que o campo elétrico espalhado se torna

$$\begin{aligned} E_s(\mathbf{R}, t) &= r_e \left[ (1 - \beta^2) \frac{E_i}{(1 - \beta_s)^3 R} \left\{ (1 - \beta_i)(1 - \beta_s) - \beta_E^2 (1 - \cos \vartheta) \right\} \right] \\ &\quad \times \cos(k_s R - \omega_d t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{p0}) \end{aligned} \quad (4.24)$$

onde

$$k_s \equiv k_i \left( \frac{1 - \beta_i}{1 - \beta_s} \right) \quad (4.25)$$

e

$$\omega_d \equiv \omega_i \left( \frac{1 - \beta_i}{1 - \beta_s} \right)$$

são o número de onda e a frequência angular deslocada pelo efeito Doppler, respectivamente, e  $\mathbf{k}_s = \omega_d \hat{\mathbf{s}}/c$  tal que

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i \quad (4.26)$$

Note que quando  $\omega_d \approx \omega_i$ ,

$$\begin{aligned} k &= |\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i| = \sqrt{k_s^2 + k_i^2 - 2k_s k_i \cos \vartheta} \\ &\approx \frac{4\pi}{\lambda_i} \sin \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

onde  $\lambda_i = 2\pi/k_i$  é o comprimento de onda da radiação incidente.

A potência média espalhada por esse elétron sozinho é dado por

$$\frac{dP_0}{d\Omega_s} = \frac{c\epsilon_0 R^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |E_s(R, t)|^2 dt \right\} \quad (4.28)$$

onde  $T \rightarrow \infty$  implica que  $T$  é o tempo de integração da medida, ou a resposta temporal do detector, onde  $T \gg 2\pi/\omega_s$ . Utilizando o teorema de Parseval, e utilizando a transformada de Fourier do campo elétrico  $E_s(\omega_s)$ , podemos escrever

$$\frac{d^2 P_0}{d\Omega_s d\omega_s} = r_e^2 \left[ \langle S_i \rangle \frac{(1 - \beta_i^2)}{(1 - \beta_s)^6} \left\{ (1 - \beta_i)(1 - \beta_s) - \beta_E^2 (1 - \cos \vartheta) \right\}^2 \right] (1 - \beta_s) \delta(\omega_s - \omega_d) \quad (4.29)$$

onde  $\delta(\omega_s - \omega_d)$  representa a função delta de Dirac e  $\langle S_i \rangle = c\epsilon_0 E_{i0}^2/2$  é a média temporal do vetor de Poynting do campo incidente. Essa expressão dá a energia por unidade de tempo no observador. Todavia, é a energia por unidade de tempo no elétron, isto é, a taxa com o qual o elétron irradia energia é que a quantidade importante [73]. Assim, o lado direito dessa equação deve ser multiplicada por  $1 - \beta_s$  para se obter a taxa com a qual o elétron irradia.

### 4.1.2 Espalhamento por um conjunto de elétrons

Precisamos agora levar em consideração o conjunto de elétrons que dão origem a radiação espalhada. Considerando um volume de espalhamento contendo  $N$  elétrons, o campo elétrico total espalhado é dado pela soma vetorial dos campos elétricos espalhados por cada elétron

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^N \mathbf{E}_{s,j}(\mathbf{r}, t) \quad (4.30)$$

onde  $\mathbf{E}_{s,j}$  é o campo elétrico espalhado devido ao  $j$ -ésimo elétron na posição que está na posição  $\mathbf{r}_{p0,j}$ . Esse campo é dado por uma equação semelhante a 4.24, de modo que

$\mathbf{E}_{s,j} \propto \mathbf{E}_{i0} \exp(i\phi_j)$ , isto é, os campos elétricos são idênticos exceto por uma fase  $\phi_j$ . A potência total espalhada é proporcional ao quadrado do módulo do campo elétrico total

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\Omega} \propto |\mathbf{E}_s|^2 &= \sum_j \mathbf{E}_{s,j} \cdot \sum_l \mathbf{E}_{s,l}^* \\ &\propto \sum_j |\mathbf{E}_{i0}|^2 + \sum_j \sum_{j \neq l} |\mathbf{E}_{i0}|^2 \cos(\phi_j - \phi_l) \\ &= \underbrace{N |\mathbf{E}_{i0}|^2}_{\text{termo incoerente}} + \underbrace{N(N-1) |\mathbf{E}_{i0}|^2 \langle \cos(\phi_j - \phi_l) \rangle}_{\text{termo coerente}} \end{aligned} \quad (4.31)$$

onde o asterisco denota o complexo conjugado, e  $\langle \cos(\phi_j - \phi_l) \rangle$  representa o valor médio de  $\cos(\phi_j - \phi_l)$ . O primeiro termo é a soma da potência espalhada, independentemente por cada elétron, enquanto o segundo representa a contribuição da potência espalhada devido a correlação entre as posições dos elétrons. Em plasmas, todavia, o menor comprimento de correlação é o comprimento de Debye,  $\lambda_D$ , dado por [8]

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}} \approx 2,35 \times 10^{-5} \sqrt{\frac{T_e [\text{keV}]}{n_e [10^{20} \text{m}^{-3}]}} \text{ m}. \quad (4.32)$$

Assim, como o comprimento de onda incidente e espalhado são muito menores que o comprimento de Debye, as posições individuais dos elétrons podem ser consideradas como distribuídas aleatoriamente, de modo que nenhuma correlação exista entre as posições. Assim, o segundo termo da potência espalhada é nulo. O espalhamento nessas condições é chamado de *espalhamento não coletivo* ou *espalhamento incoerente*.

Para derivar o espectro do espalhamento Thomson, é necessário utilizar a função distribuição de velocidade de elétrons. No caso de um gás ideal, com partículas com velocidade  $v$ , massa  $m$  e temperatura  $T$ , a distribuição de Maxwell-Boltzman é dada por:

$$f(v) d^3v = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv \quad (4.33)$$

Todavia, os elétrons em plasma de alta temperatura, podem adquirir velocidades que sejam uma proporção significativa da velocidade da luz  $c$ , e por isso correções relativísticas devem ser consideradas na função distribuição, que passa a ser descrita como

$$f(\beta) = \frac{c^2/v_{t,e}^2}{2\pi K_2(2c^2/v_{t,e}^2)} (1 - \beta^2)^{-\frac{5}{2}} \exp\left(-\frac{2c^2/v_{t,e}^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) \quad (4.34)$$

conhecida como *função distribuição de velocidades de Maxwell-Jüttner*, onde

$$\frac{c^2}{v_{t,e}^2} = \frac{m_0 c^2}{2k_B T_e} \approx \frac{255,5}{T_e [\text{KeV}]} \quad (4.35)$$

para um elétron de massa de repouso  $m_0$  onde

$$K_2(2c^2/v_{t,e}^2) \approx \left( \frac{\pi}{4c^2/v_{t,e}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \exp(-2c^2/v_{t,e}^2) \quad (4.36)$$

é a função de Bessel modificada de segundo tipo e segunda ordem. Quando expandida em termos de potência de  $\beta$ , recuperamos em primeira ordem de  $\beta$  a função distribuição maxwelliana.

Assim, o espalhamento incoerente por um conjunto de elétrons, com densidade numérica  $n_e$  e função distribuição de velocidades  $f(\boldsymbol{\beta})$ , resultará numa potência espalhada por unidade de ângulo sólido por unidade de frequência angular

$$\frac{dP}{d\Omega_s d\omega_s} = r_e^2 \int_{vol} \langle S_i \rangle n_e dV \int_{vel} \frac{(1 - \beta_i^2)}{(1 - \beta_s)^6} \left\{ (1 - \beta_i)(1 - \beta_s) - \beta_E^2 (1 - \cos \vartheta) \right\}^2 \times (1 - \beta_s) f(\boldsymbol{\beta}) \delta(\omega_s - \omega_d) d^3\boldsymbol{\beta} \quad (4.37)$$

Usando as propriedades da delta de Dirac, mais especificamente  $\delta(ax) = \frac{1}{|a|}\delta(x)$ , e notando que a quantidade  $\frac{(1 - \beta_i)^2}{(1 - \beta_s)^2} = \left(\frac{\omega_d}{\omega_i}\right)^2$ , podemos reescrever a equação acima como

$$\frac{dP}{d\Omega_s d\omega_s} = r_e^2 \int_{vol} \langle S_i \rangle n_e dV \int_{vel} \left(\frac{\omega_d}{\omega_i}\right)^2 \left\{ 1 - \frac{\beta_E^2 (1 - \cos \vartheta)}{(1 - \beta_i)(1 - \beta_s)} \right\}^2 \times (1 - \beta^2) f(\boldsymbol{\beta}) \delta(\omega_s - \omega_d) d^3\boldsymbol{\beta}. \quad (4.38)$$

O primeiro termo na integral de velocidade, a saber  $(\omega_d/\omega_i)^2$ , implica no deslocamento para o azul do espectro espalhado, sendo independente da velocidade, podendo, portanto, ser retirado da integral. Já o segundo termo, entre chaves, é o termo de despolarização, que representa a mudança na orientação da componente paralela ao campo elétrico incidente visto pela carga.

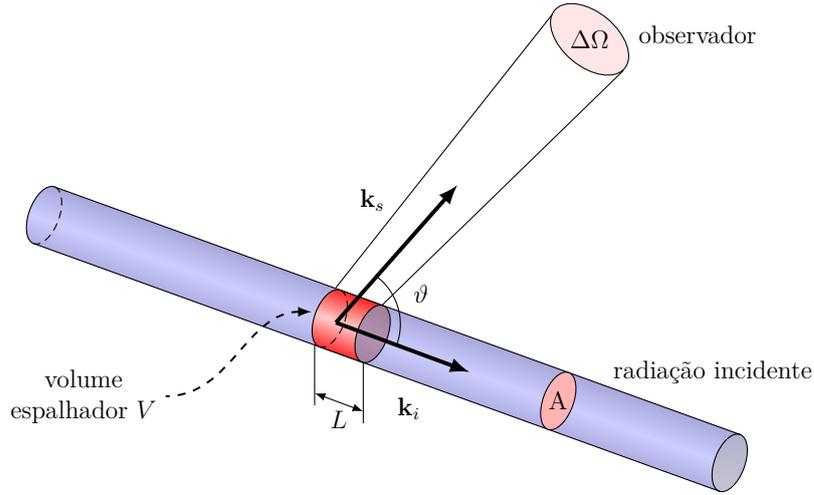
O termo de polarização tem um efeito muito pequeno sobre o perfil do espectro, mas pode reduzir significativamente a potência espalhada para plasmas com temperaturas muito elevadas. Para plasmas com temperaturas menores que 2 keV, como é o caso do TCABR, a despolarização pode ser desconsiderada.

Já a primeira integral, se considerarmos que o espalhamento provém de um volume espalhador  $V$  de um cilindro de comprimento  $L$  e secção transversal de área  $A$ , conforme ilustrado na figura 30, podemos reescrever a integral no volume da equação 4.38 como

$$\int_{vol} \langle S_i \rangle n_e = \frac{P_i}{A} N \quad (4.39)$$

onde  $N$  é o número total de elétrons espalhadores no volume  $V$ . Se a densidade for praticamente constante ao longo do volume esperado,

$$\frac{P_i}{A} N \approx P_i n_e L \quad (4.40)$$



**Figura 30** – Espalhamento de luz por um certo volume  $V$ , de formato cilíndrico, com área  $A$  e comprimento  $L$ . A luz espalhada, é medida muito longe do centro espalhador, e compreende um ângulo sólido  $\Delta\Omega$ .

### 4.1.3 Espectro de espalhamento Thomson

É conveniente expressar a potência média medida em termos da densidade espectral, ou seja, da distribuição espectral da radiação espalhada por intervalo de unidade de frequência (ou por unidade de comprimento de onda),  $S$ :

$$P(\mathbf{R}, \omega_s) d\omega_s = P_i n_e L r_e^2 \Delta\Omega S(\omega, T_e, \vartheta) d\omega_s \quad (4.41)$$

onde

$$S(\omega, T_e, \vartheta) = \iiint_{-1}^1 \left(\frac{\omega_s}{\omega_i}\right)^2 \left\{1 - \frac{\beta_E^2 (1 - \cos \vartheta)}{(1 - \beta_i)(1 - \beta_s)}\right\}^2 (1 - \beta^2) f(\boldsymbol{\beta}) \delta(\omega_s - \omega_d) d^3\boldsymbol{\beta} \quad (4.42)$$

ou, no caso de desconsiderarmos o termo de despolarização

$$S(\omega, T_e, \vartheta) = \iiint_{-1}^1 \left(\frac{\omega_s}{\omega_i}\right)^2 (1 - \beta^2) f(\boldsymbol{\beta}) \delta(\omega_s - \omega_d) d^3\boldsymbol{\beta}. \quad (4.43)$$

Sabendo que a relação entre a frequência angular e o comprimento de onda espalhado é

$$d\omega_s = -\frac{2\pi c}{\lambda_s^2} d\lambda_s = -\frac{\omega_i}{\left(1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_i}\right)^2} d\left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right). \quad (4.44)$$

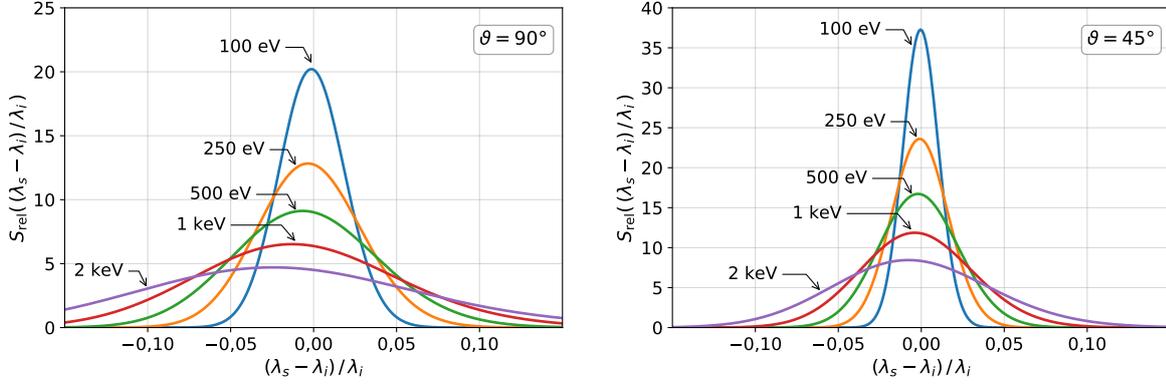
E resolvendo a integral para a densidade espectral não relativística  $S_N\left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right)$  é

$$S_N\left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{c}{v_{t,e}} \frac{1}{2 \sin(\vartheta/2)} \exp\left\{-\frac{\frac{c^2}{v_{t,e}^2}}{4 \sin^2(\vartheta/2)} \left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right)^2\right\}. \quad (4.45)$$

Já a solução relativística em primeira ordem de  $\beta$ , é

$$S_R\left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right) = S_N\left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right) \left\{1 - \frac{7}{2} \left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right) + \frac{\frac{c^2}{v_{t,e}^2}}{2 \sin(\vartheta/2)} \left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right)^3\right\}. \quad (4.46)$$

Correções relativísticas em segunda ordem de  $\beta$  foram deduzidas por Matoba *et al.* em [76]. A distribuição espectral de potência da luz espalhada dada pela equação acima pode ser observada nos gráficos da figura 31.



**Figura 31** – Distribuição espectral da potência da radiação espalhada à  $90^\circ$  (esquerda) e  $45^\circ$  (direita) para várias temperaturas eletrônicas. Nota-se que devido às correções relativísticas das energias cinéticas dos elétrons, o pico de distribuição se desloca para um comprimento de onda menor do que o do laser (deslocamento para o azul).

Experimentalmente, a potência espectral medida equivale ao produto de convolução do espectro espalhado com a resposta espectral do instrumento de medida  $f(\lambda)$  [66, 67]

$$P_{TS}(\lambda) = P_i r_0^2 n_e L \Delta\Omega \int_0^\infty S(\lambda', T_e, \vartheta) f(\lambda' - \lambda) d\lambda' \quad (4.47)$$

onde  $f(\lambda)$  é determinada principalmente pela eficiência quântica dos detetores e coeficiente de transmissão dos filtros e lentes utilizados. No caso de detetores com fotodiodos, o sinal medido  $d_i$  corresponde a somas da resposta dos vários comprimentos de ondas que chegam, de modo que

$$d_i = \int_0^\infty P_{TS}(\lambda) d\lambda \quad (4.48)$$

$$= P_i r_e^2 n_e L \Delta\Omega \int_0^\infty \left[ \int_0^\infty S(\lambda', T_e, \vartheta) f_i(\lambda' - \lambda) d\lambda' \right] d\lambda \quad (4.49)$$

$$\equiv P_i r_e^2 n_e L \Delta\Omega \int_0^\infty S(\lambda, T_e, \vartheta) g_i(\lambda) d\lambda \quad (4.50)$$

onde a função  $g(\lambda)$  é dada pela integral da resposta instrumental

$$g_i(\lambda) = \int_0^\infty f_i(\lambda' - \lambda) d\lambda. \quad (4.51)$$

#### 4.1.4 Efeito relativístico no espectro de espalhamento

A correção relativística no espectro espalhado implica que o pico do sinal espalhado é deslocado, na direção do azul, em relação ao comprimento de onda do laser. Diferenciando a

equação (4.46) com relação a  $\lambda_s - \lambda_i$  e igualando a zero nos permite calcular o comprimento de onda de máxima intensidade espalhada  $\Delta\lambda_m$ . No limite de  $\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i} \ll 1$ , encontramos que

$$\left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right)_{\text{máx}} = -7 \frac{v_{t,e}^2}{c^2} \sin^2(\vartheta/2) \quad (4.52)$$

e como

$$\frac{v_{t,e}^2}{c^2} \approx 3,9 \times 10^{-6} T_e [\text{eV}] \quad (4.53)$$

temos

$$\left(\frac{\lambda_s - \lambda_i}{\lambda_i}\right)_{\text{máx}} = -2,73 \times 10^{-5} T_e [\text{eV}] \sin^2(\vartheta/2). \quad (4.54)$$

## 4.2 Tipos de diagnósticos com espalhamento Thomson

A construção do diagnóstico Thomson, para medição da potência espalhada depende significativamente do tipo de laser utilizado, sendo os laser neodímio-YAG e rubi os mais comuns, e que podem ser combinados com diferentes sistemas de detecção. O fotodiodo avalanche (APD) com policromador ou CCDs com espectrômetros são utilizados para detecção da luz espalhada. A tabela 4 sumariza os sistemas Thomson nos principais experimentos europeus em fusão nuclear.

**Tabela 4** – Sistema de Espalhamento Thomson nos principais laboratórios europeus

Instalação	Laser (energia e comprimento de onda)	Detecção
ASDEX-Upgrade	Nd:Yag (1064nm, 2J)	APD
JET	Nd:Yag (1064nm, 5J), Rubi (694nm, 3J)	APD
MAST	Nd:Yag (1064nm, 1,2J)	APD
COMPASS	Nd:Yag (1064nm, 1,2J)	APD
RFX	Nd:Yag, Rubi (694nm, 15J)	APD
TCV	Nd:Yag (1064nm, 1,8J)	APD
TEXTOR	Nd:Yag, Rubi (694nm, 10-12J)	CCD
TJ-II	Rubi (694nm, 10J)	CCD

## 4.3 Calibração absoluta do diagnóstico para medidas de densidade

### 4.3.1 Espalhamento Raman

O espalhamento Raman ocorre em um número discreto em torno do comprimentos de onda do laser incidente  $\lambda_i$ . Tanto o valor desses comprimentos de onda como da intensidade da luz espalhada em cada um deles depende dos níveis rotacionais e vibracionais

da molécula que realiza o espalhamento. Aqui consideraremos apenas o espalhamento Raman por moléculas lineares simples, como é o caso do  $N_2$ , e, em aproximação, do  $O_2$  e  $CO_2$  [77], e assumimos que todas as moléculas estejam no estado vibracional fundamental, o que é uma boa aproximação em baixas temperaturas ( $<1000K$ ) [78].

Em geral, o deslocamento do comprimento de onda devido a mudança do estado vibracional da molécula é muito grande de modo que apenas as contribuições devido a seção de choque Raman rotacional é considerada. A potência emitida, devido ao espalhamento Raman associado a uma transição do estado rotacional  $J$  para o  $J'$

$$P_{J \rightarrow J'} = P_0 \Delta L \Delta \Omega n_{\text{gás}} F_J \frac{d\sigma_{J \rightarrow J'}}{d\Omega} \quad (4.55)$$

onde  $P_0$  é a potência do feixe incidente,  $\Delta L$  é o comprimento do feixe no qual se observa o espalhamento,  $\Delta \Omega$  é o ângulo sólido observado do espalhamento,  $n_{\text{gás}}$ , a densidade numérica do gás molecular,  $F_J$  é a fração de moléculas no estado rotacional  $J$ , e  $\frac{d\sigma_{J \rightarrow J'}}{d\Omega}$  é a seção de choque diferencial.

Para um gás em equilíbrio térmico a temperatura  $T_{\text{gás}}$ ,

$$F_J = \frac{1}{Z} g_J (2J + 1) \exp\left(-\frac{E_J}{k_B T_{\text{gás}}}\right) \quad (4.56)$$

onde  $g_J$  é o peso estatístico, que depende do spin nuclear, e  $Z$  é a função partição rotacional, que é determinado pela normalização

$$\sum_{J=0}^{\infty} F_J = 1,$$

$E_J$  é a energia rotacional do estado  $J$ , dada aproximadamente por

$$E_J \approx J(J + 1) hcB_0 \quad (4.57)$$

onde  $h$  é a constante de Planck,  $c$  é a velocidade da luz e  $B_0$  é a contante rotacional associada ao gás. Uma aproximação para a função partição para moléculas homonucleares nos estados  $\Sigma$  é [78]

$$Z = \sum_J g_J (2J + 1) \exp\left(-\frac{E_J}{k_B T_{\text{gás}}}\right) \approx \frac{(2I + 1)^2 k_B T_{\text{gás}}}{2hcB_0} \quad (4.58)$$

onde  $I$  é o número quântico spin-nuclear.

Para moléculas lineares simples, as transições permitidas no espalhamento Raman rotacional são  $J \rightarrow J \pm 2$  o comprimento de onda  $\lambda_J$ , no qual a luz do laser é espalhada, pode ser obtida por

$$\lambda_{J \rightarrow J+2} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_i} - B_0(4J + 6)} \approx \lambda_i + \lambda_i^2 B_0 (4J + 6) \quad (4.59)$$

$$\lambda_{J \rightarrow J-2} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_i} + B_0(4J - 2)} \approx \lambda_i - \lambda_i^2 B_0 (4J - 2) \quad (4.60)$$

onde as linhas com comprimento de onda maior do que o incidência são chamadas de linhas Stokes, e as com comprimento de onda menor, anti-Stokes [78].

A seção de choque diferencial do espalhamento é dada por

$$\frac{d\sigma_{J \rightarrow J'}}{d\Omega} = \sigma_{J \rightarrow J'} [(1 - \rho) \cos^2 \psi + \rho] \quad (4.61)$$

onde  $\rho$  é o fator de despolarização, cujo valor teórico é  $3/4$ , e  $\psi$  é o ângulo entre a direção de polarização do laser incidente e a direção da luz espalhada (em nosso experimento,  $\psi = 90$  graus). Por fim, a seção de choque Raman pode ser expressada como

$$\sigma_{J \rightarrow J'} = \frac{64\pi^4}{45} b_{J \rightarrow J'} \frac{\gamma^2}{\lambda_{J \rightarrow J'}^4} \quad (4.62)$$

onde os fatores  $\gamma$  é a anisotropia do tensor de polarizabilidade, e  $b_{J \rightarrow J'}$  são conhecidos como *coeficientes de Placzek-Teller*, e dados por

$$b_{J \rightarrow J-2} = \frac{3J(J-1)}{2(2J+1)(2J-1)} \quad (4.63)$$

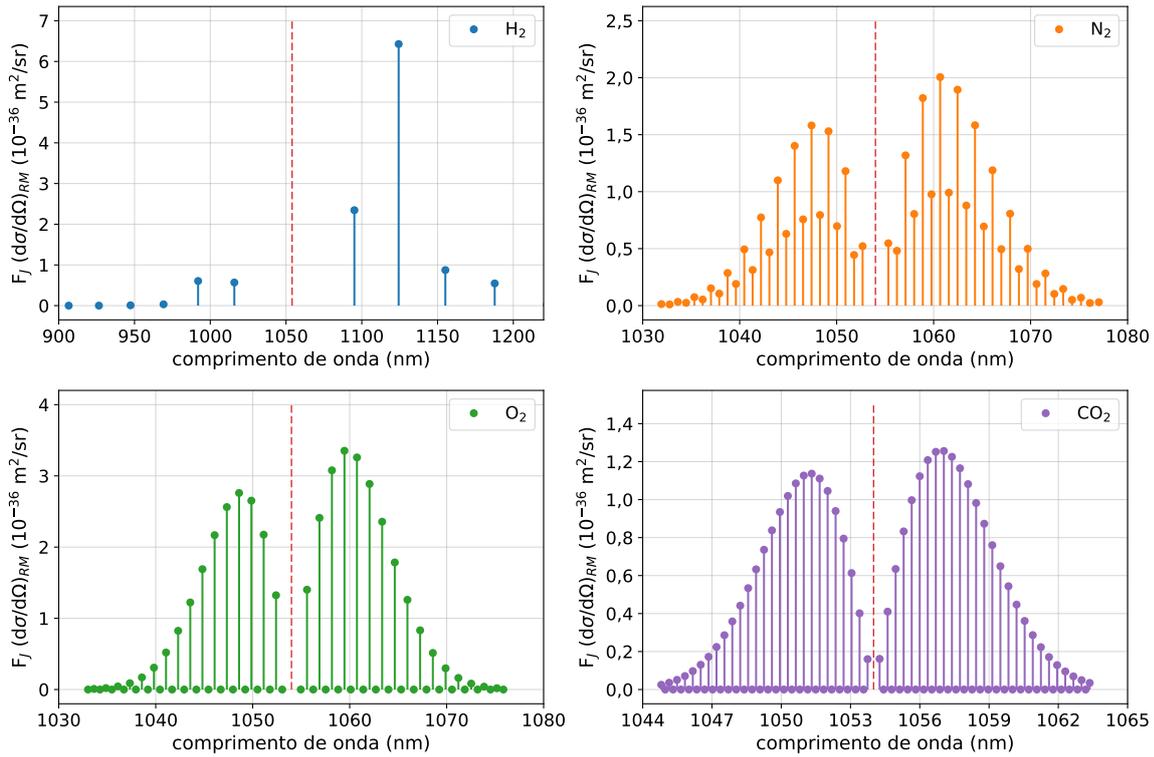
$$b_{J \rightarrow J+2} = \frac{3(J+1)(J+2)}{2(2J+1)(2J+3)}. \quad (4.64)$$

Os valores típicos de  $B_0$ ,  $g_J$  e  $\gamma$  são apresentados na tabela 5 para vários gases, e as seções de choque Raman para um laser de 1054 nm são apresentados na figura 32.

**Tabela 5** – Parâmetros do espalhamento Raman para diferentes gases

gás	$B_0(\text{m}^{-1})$	I	$g_J$	$\gamma^2 (\text{m}^6)$
H <sub>2</sub>	5933,9	1	$1 + 2(J \bmod 2)$	0,51
N <sub>2</sub>	198,96	1	$6 - 3(J \bmod 2)$	0,51
O <sub>2</sub>	143,8	0	$J \bmod 2$	0,51
CO <sub>2</sub>	39,02	0	$1 - 1(J \bmod 2)$	0,51

**Nota** – A função mod refere-se a função módulo (resto da divisão).



**Figura 32** – Seção de choque diferencial do espalhamento Raman para diferentes gases, incluindo o peso  $F_J$ . Em vermelho tracejado, o comprimento de onda do laser do diagnóstico de luz espalhada do TCABR (1054 nm).

### 4.3.2 Espalhamento Rayleigh

A potência total do espalhamento Rayleigh pode ser expressa por

$$P_R = P_i n_{\text{gás}} \Delta L \Delta \Omega \frac{d\sigma_R}{d\Omega} \quad (4.65)$$

onde a seção de choque diferencial Rayleigh é determinada pela polarizabilidade  $\alpha$  dos átomos:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{\pi^2 \alpha^2}{\epsilon_0^2 \lambda_i^4} (1 - \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi) \quad (4.66)$$

cujos valores de  $\alpha$  encontra-se tabelado conforme o gás utilizado.

E de modo análogo ao que acontece na calibração com espalhamento Raman, conhecemos de antemão a seção de choque diferencial  $\frac{d\sigma_R}{d\Omega}$  para os gases de interesse, e controlando a densidade do gás, a potência da luz incidente, podemos estimar o produto dos coeficientes geométricos e a resposta do canal do policromador (que esteja na faixa do comprimento de onda da luz espalhada)

### 4.3.3 Métodos indiretos

Outros métodos indiretos podem ser utilizados para calibração absoluta do diagnóstico de densidade no espalhamento Thomson, utilizando os demais diagnósticos já

instalados na tokamak. Embora a calibração independente seja importante para minimizar as incertezas experimentais e aumentar a acurácia das medições utilizando diagnósticos distintos, a utilização de métodos indiretos para a calibração é a alternativa viável para estender a aplicabilidade dos diagnósticos da máquina para que seja possível obter medições de densidade em outras configurações de descargas cujos métodos originais não são capazes.

Um desses métodos é a utilização de densidade de corte da detecção de ondas eletrociclônicas (ECE). Esse diagnóstico, descrito no capítulo 5, é capaz de estimar a temperatura dos elétrons dentro de uma faixa específica da densidade, para um dado campo toroidal. Quando a densidade ultrapassa um dado valor específico, a radiação ciclônica dos elétrons não é capaz de chegar ao radiômetro do ECE, e o sinal medido cai abruptamente. Como o valor dessa densidade é bem conhecida, para um dado valor de campo toroidal, caso o Thomson seja disparado exatamente no momento do corte do ECE, é possível estimar os coeficientes ópticos do Thomson. A dificuldade experimental jaz apenas em conseguir obter essa sincronia, o que na prática reflete na necessidade de vários descargas do tokamak para se atingir essa condição.

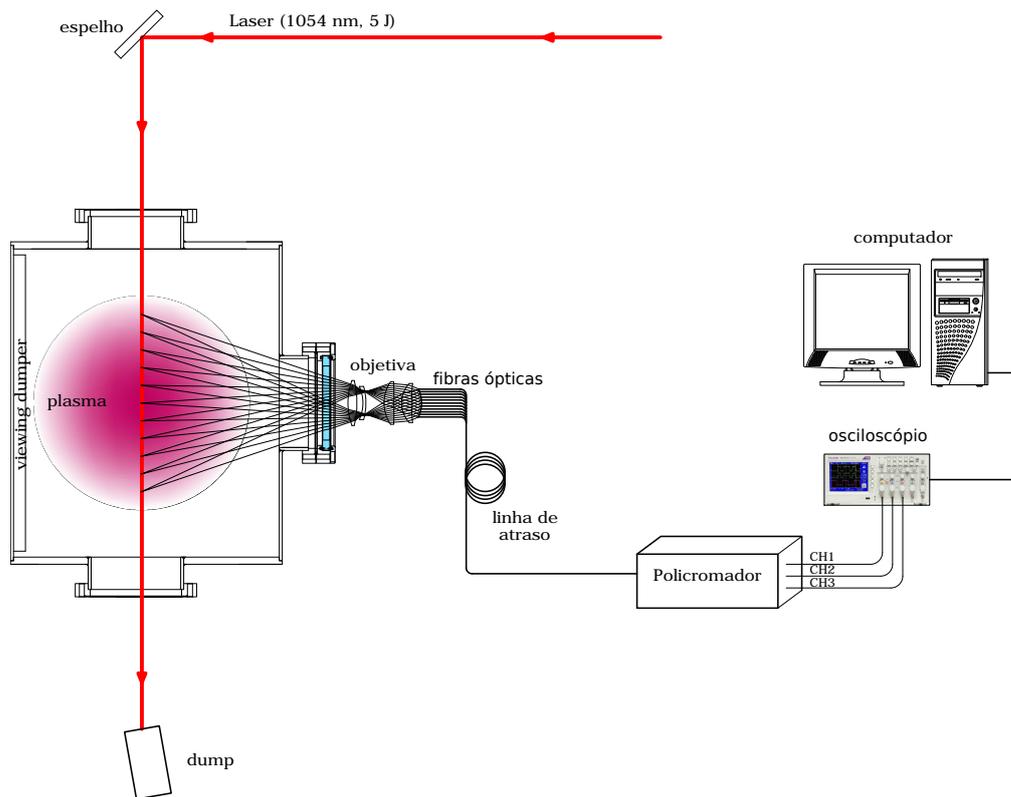
Alternativamente, é possível calibrar a densidade utilizando o diagnóstico de reflectometria e interferometria (capítulo 3), que é o adotado nessa tese, devido à falta de filtros de interferência na faixa de comprimento de onda de espalhamento Raman.

## 4.4 Espalhamento Thomson no TCABR

O diagnóstico de espalhamento Thomson do TCABR é resultado de uma parceria com o Instituto de Plasmas e Fusão Nuclear (IPFN) de Portugal, com o Laboratório de Física de Plasma da USP e o Laboratório de Física de Plasma do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). O laser, bem como os detectores utilizados foram doados de Portugal ao laboratório.

O laser utilizado é um neodímio-vidro (Nd:vidro), de comprimento de onda de 1054 nm, e com até três estágios de amplificação, podendo gerar pulsos de até 30 joules. Devido à dificuldade de detecção de luz nessa faixa de comprimento de onda, a detecção do sinal é realizada com fotodiodos avalanche. Esses fotodiodos são combinados com filtros de interferência (de resposta distinta para cada detector), num conjunto óptico denominado policromador, que possibilita assim, a medição experimental do sinal luminoso.

O desenho esquemático dos experimentos com espalhamento Thomson em nosso laboratório é apresentado a seguir.



**Figura 33** – Representação esquemática do diagnóstico de luz espalhada instalado no TCABR. O laser, que se encontra em uma sala climatizada, tem seu feixe direcionado até a posição superior do tokamak entrando na câmara de vácuo através das janelas de vidros, atravessando o plasma, e finalmente sendo absorvido por um *dump* na saída da máquina. A luz espalhada pelo plasma é medida na janela lateral através de uma objetiva e é transmitida por fibra óptica até um policromador, cujo sinal é registrado por um osciloscópio e armazenado em um computador.

Atualmente, o policromador disponível no laboratório é composto de três filtros de interferência e três fotodiodos avalanche que convertem o pulso de luz em sinal elétrico. Para a obtenção do perfil de temperatura com o espalhamento Thomson, usando apenas 1 policromador, utilizaremos a técnica de atraso de sinal com fibras ópticas de diferentes tamanhos: 20 m, 45 m, 60 m, 75 m, 90 m, 105 m, 120 m, 135 m e 150 m, de modo que os sinais das fibras consecutivas possuem uma diferença de aproximadamente 75 ns. As fibras utilizadas são de baixo hidroxila para melhor transmissão no infravermelho próximo, abertura numérica (NA) de 0,22 e 1 mm de diâmetro. Apesar do NA dessa fibra ser pequeno, e conseqüentemente, menor é a quantidade de luz espalhada medida, a influência da luz espúria foi significativamente reduzida, de modo que, com essa fibra, o sinal espúrio não é distinguível da flutuação natural do sistema de medição.

#### 4.4.1 Laser

Da fabricante francesa Quantel, o laser de neodímeo-vidro (Nd-vidro) modelo PG 38 é capaz de fornecer pulsos de até 25 joules de energia, com taxa de repetição de 0,1

Hz, quando operado em capacidade plena (figura 34). O laser se encontra montado sobre uma mesa de granito, de 2 metros de comprimento e 0,8 metros de largura, numa sala reservada próximo ao tokamak.

O oscilador trabalha em modo de chaveamento Q (*Q-switched*). A chave óptica, que consiste de células Pockels e de uma lâmina de um quarto de onda, fazem a cavidade do laser se abrir em um determinado tempo, quando uma tensão entre 3,8 kV e 4,2 kV são abruptamente aplicados à célula Pockel, que abre por cerca de 200  $\mu$ s após o início dos flashes, quando a energia luminosa armazenada na barra de Nd:Vidro é máxima.

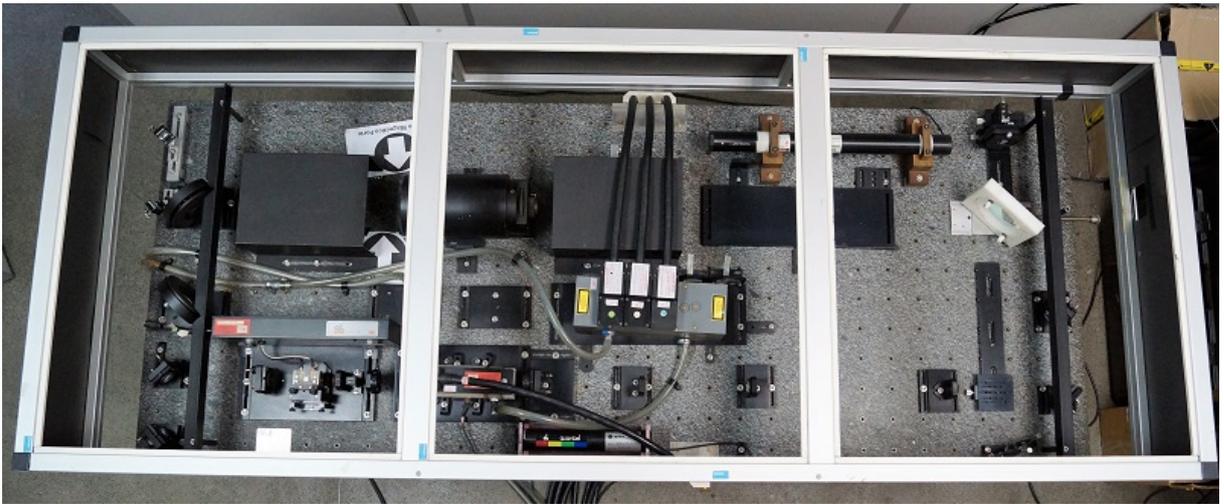
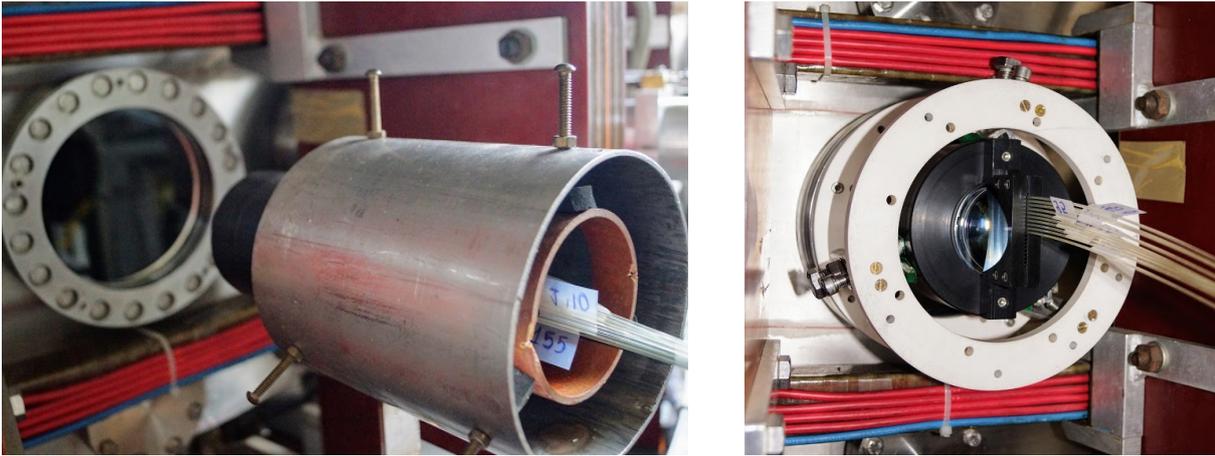


Figura 34 – Mesa ótica do laser de Nd:Vidro.

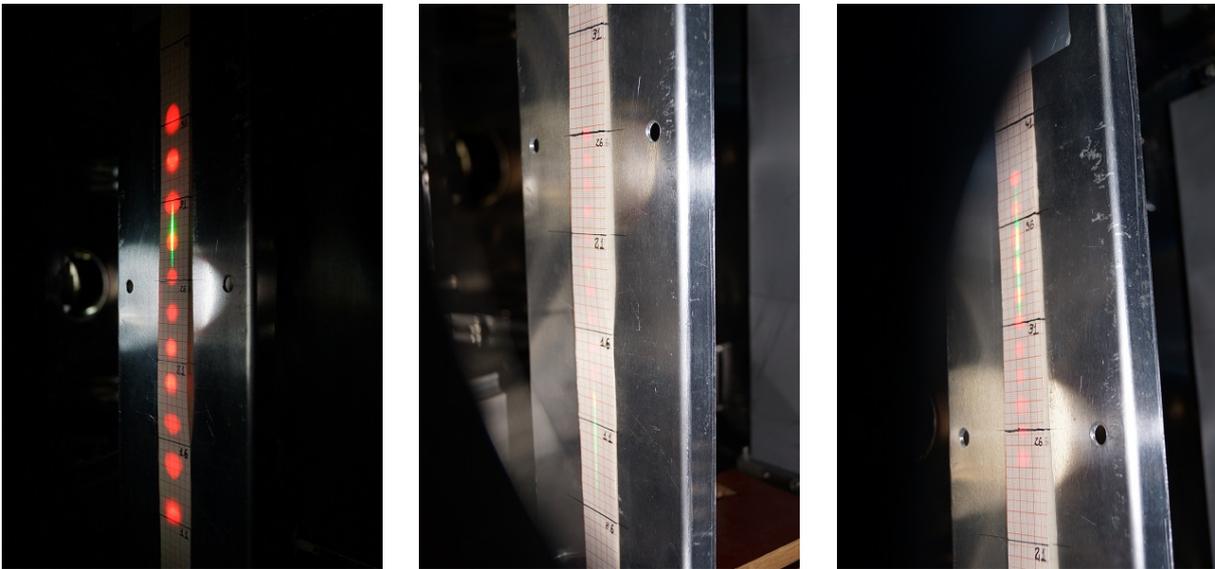
#### 4.4.2 Objetiva

Duas objetivas distintas estão disponíveis para o diagnóstico. A objetiva original, vinda de Portugal possui distância focal de 500 mm e é composta por um duplete, uma lente plano-convexa e, a outra, convexa asférica, ambas de 31,5 mm de diâmetro. Essa objetiva, no entanto sofre consideravelmente com as aberrações esféricas e coma quando a luz passa fora do eixo da objetiva, o que dificulta a sua utilização para medição da luz espalhado em várias posições espaciais.

Por isso, uma nova objetiva foi desenvolvida no grupo, sendo composta de 2 lentes N-BK7 e 2 lentes FS5. Os detalhes da sua construção são apresentados no apêndice B.



**Figura 35** – Objetiva antiga (à esquerda) e a nova (à direita) do diagnóstico de espalhamento Thomson, instaladas no tokamak.



**Figura 36** – Pontos de visada das fibras ópticas (spots em vermelho), no interior da câmara de vácuo, ao longo da linha do laser (laser verde de guia). À direita, com a objetiva antiga, e no centro e à direita, com a objetiva nova.

**Tabela 6** – Pontos de observação das fibras ópticas ao longo do caminho do laser

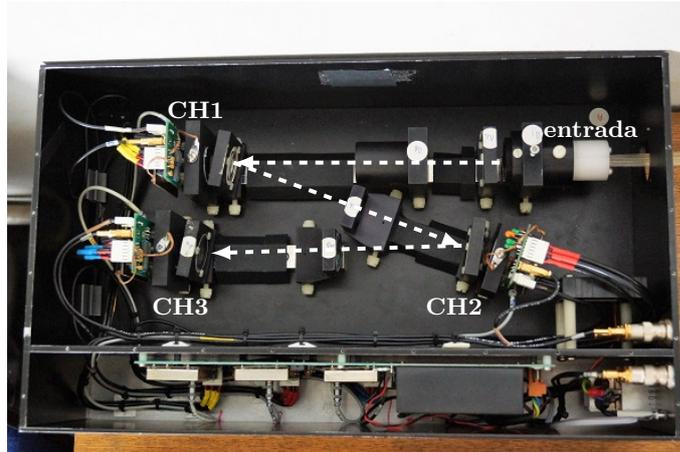
posição	Z [cm] (objetiva antiga)	Z [cm] (objetiva nova)
-10		-13,5
-9		-12
-8		-10,7
-7		-9,2
-6		-7,7
-5	-14,2	-6,3
-4	-11,1	-5
-3	-8,5	-3,7
-2	-6	-2,3
-1	-3,8	-1,1
0	0,5	0
1	2,8	1,1
2	5,1	2,5
3	7,9	3,7
4	10,4	5
5		6,3
6		7,7
7		9,1
8		10,6
9		12

**Nota** – Em todos os casos,  $R = 0,615$  m. Para a objetiva antiga, a incerteza na posição é de 6 mm, e para objetiva nova, 5 mm ( $\approx 34\%$  do diâmetro do spot de luz medido com laser de HeNe).

### 4.4.3 Policromador

O policromador consiste de um conjunto óptico formado por filtros de interferência com comprimentos de onda e largura de banda distintos, e fotodiodos avalanches como detectores. Eles são montados com um ângulo de 9,9 graus em relação ao feixe de incidência, de modo que o espectro que não seja transmitido ao primeiro detector, seja refletido na direção do segundo, e assim por diante. Desenvolvido pela Agência de Energia Atômica do Reino Unido (UKEA), utilizam-se de filtros de interferência da Barr Associates <sup>b</sup>.

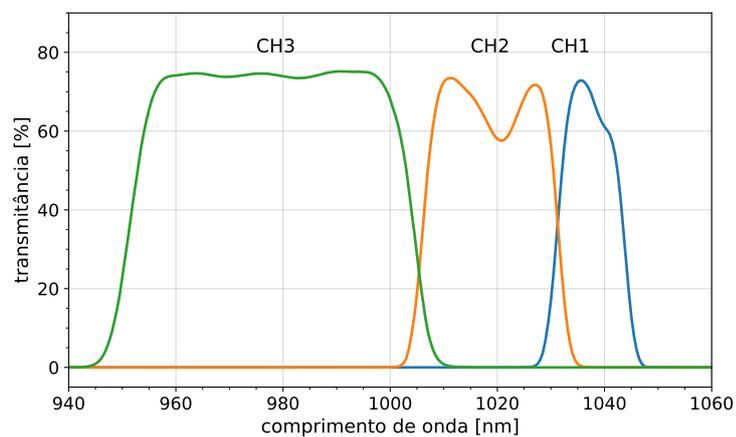
<sup>b</sup> Atualmente Materion Barr Precision Optics & Thin Film Coatings (<<https://materion.com/PrecisionOptics>>)



**Figura 37** – Foto do policromador com três canais. No canto superior direito, a entrada das fibras ópticas, que cujo sinal óptico é acoplado internamente com algumas lentes, seguindo em direção ao CH1, CH2 e CH3. Na parte inferior, as fontes de alta-tensão utilizados com os APDs. O sinal elétrico é medido por cabos coaxiais (canto inferior direito).

**Tabela 7** – Especificação dos filtros de interferências utilizados no policromador

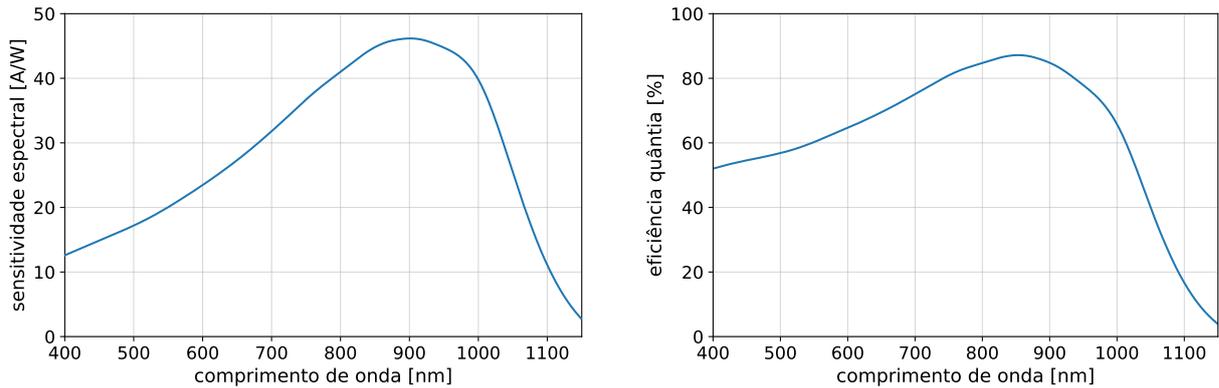
canal	comprimento de onda central [nm]	banda passante [nm]
CH1	1032	15
CH2	1012	25
CH3	995	50



**Figura 38** – Transmissância dos filtros disponíveis no policromador, relativos aos canais 1, 2 e 3 (CH1, CH2, e CH3, respectivamente), medidos individualmente com incidência normal.

O detector de cada canal é um fotodiodo avalanche, modelo C30956E, com  $7 \text{ mm}^2$  de área efetiva e fabricado pela EG&G<sup>c</sup>. Possui um pico de sensibilidade de aproximadamente  $45 \text{ A/W}$  em  $900 \text{ nm}$ , e elevada sensibilidade no infravermelho próximo. A curva de sensibilidade e eficiência quântica do detector são apresentados na figura 39.

<sup>c</sup> Comercializado atualmente pela Excelitas Technologies (<<http://www.excelitas.com>>)



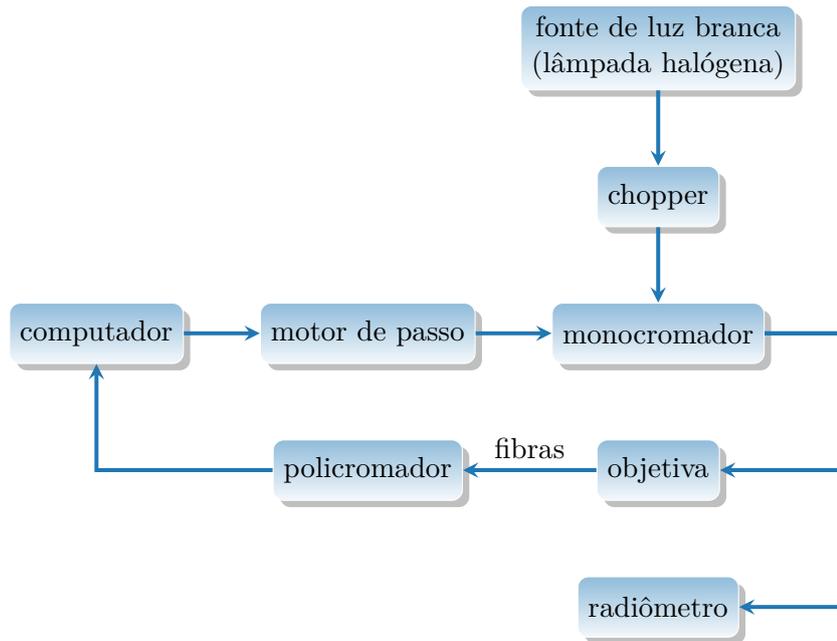
**Figura 39** – Sensitividade espectral (à esquerda) e eficiência quântica (à direita) típica do fotodiodo avalanche C30956E em condições de  $V_{bias} = 400$  V e  $22^{\circ}\text{C}$  (fornecido pelo fabricante).

#### 4.4.4 Calibração espectral

Para obtenção da resposta espectral dos canais do policromador é necessário realizar a calibração com uma fonte de luz monocromática e de comprimento de onda ajustável ao longo da faixa de interesse. Para produzir essas condições, utilizamos a luz da saída de um monocromador proveniente de uma lâmpada de halogênio de alta potência instalado na entrada deste equipamento. A lâmpada de halogênio possui espectro muito amplo. Assim, essa fonte de luz é coletada pela óptica (objetiva e fibras ópticas) e levada até o policromador, para que, variando o comprimento de onda, se possa obter a resposta espectral de cada canal. Além disso, o sinal de saída do monocromador precisa ser medido por um radiômetro, de modo que se possa eliminar os efeitos da resposta espectral da lâmpada e do monocromador. A configuração experimental do processo de calibração é ilustrado na figura 40.

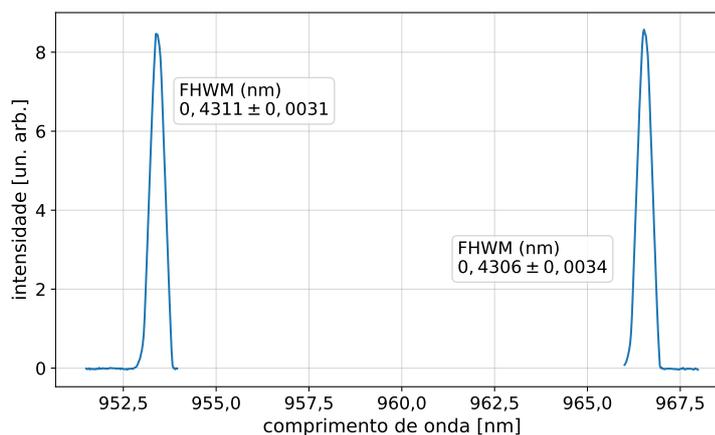
O monocromador utilizado é um McPherson 207, de 0.67 metros de distância focal, com rede de difração de 1200 ranhuras e *blaze* em 500 nm. As fendas de entrada e saída do monocromador foram ajustadas em 300  $\mu\text{m}$ , de modo a garantir uma boa resolução espectral ( largura à meia altura do alargamento instrumental de 0,43 nm aproximadamente, conforme ilustrado na figura 41), e boa intensidade de sinal nos APDs do policromador. Um motor de passos programado pelo computador faz o controle do comprimento de onda do monocromador, que é onde os sinais medidos são registrados.

Como fonte luminosa, utilizou-se uma lâmpada halógena com rastreabilidade NIST, modelo EN-66, 790 W fabricado pela da Eppley Laboratory. A mesma era alimentada por uma fonte de alimentação contínua de baixo *ripple*. O radiômetro utilizado é o modelo PM16-130, da ThorLabs, cujo sensor é um fotodiodo de silício calibrado para a faixa de 400 - 1100 nm e potência luminosa de 500 pW a 5 mW (ou até 500 mW quando se utilizado com filtro). Esse medidor de potência possui uma abertura de 9,5 mm de diâmetro, e sua interface é feita por USB com o computador, onde os valores são adquiridos.



**Figura 40** – Configuração experimental para calibração da resposta espectral do diagnóstico de espalhamento Thomson. O sinal na saída do policromador é medido independentemente com um radiômetro para medição da resposta espectral da luz branca com o monocromador.

Como o circuito amplificador dos APDs só possui resposta para sinais luminosos pulsado, faz-se necessário o uso do *chopper*. A frequência máxima do *chopper* utilizado é de 2 kHz. Originalmente o circuito de amplificação dos detectores possuía uma frequência de corte mais elevada, mas o mesmo foi modificado no laboratório para reduzi-la, permitindo que a tal frequência seja adequada para a calibração.



**Figura 41** – Linhas de emissão de neônio em  $\lambda = 953,4$  nm e  $\lambda = 966,54$  nm medido com o monocromador, ilustrando a resolução espectral na calibração. Em ambos casos, a largura a meia altura do sinal é de aproximadamente 0,43 nm.

A resposta espectral do policromador obtida com a calibração é apresentado na figura 42.

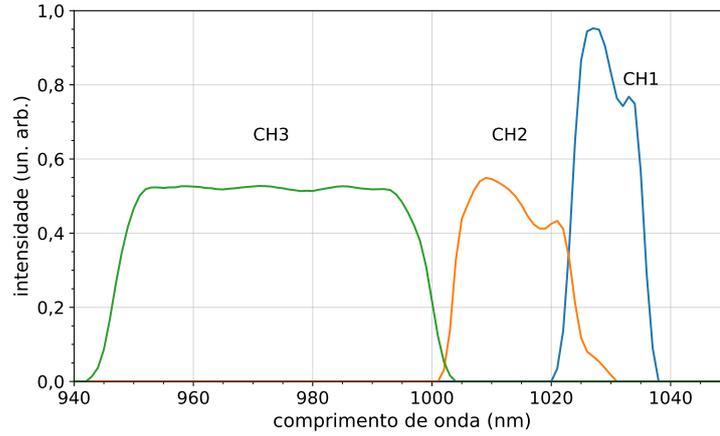


Figura 42 – Resposta relativa dos canais do policromador (filtros + APD).

## 4.5 Análise de dados do espalhamento Thomson

### 4.5.1 Método da razão

O método da razão é a abordagem mais direta para a medição da temperatura eletrônica usando o espalhamento Thomson. Ele é particularmente útil quando não é possível fazer a calibração de densidade para o sistema Thomson e/ou não se conhece o fator geométrico e a potência do laser. A razão dos sinais é dada diretamente por:

$$R_{ij}(T_e) = \frac{d_i}{d_j} = \frac{\int_0^\infty g_i(\lambda) S(\lambda, T_e, \vartheta) d\lambda}{\int_0^\infty g_j(\lambda) S(\lambda, T_e, \vartheta) d\lambda} \quad (4.67)$$

onde  $d_i$  é o sinal medido no  $i$ -ésimo canal do policromador. Os gráficos das razões de sinais em função da temperatura são apresentados abaixo.

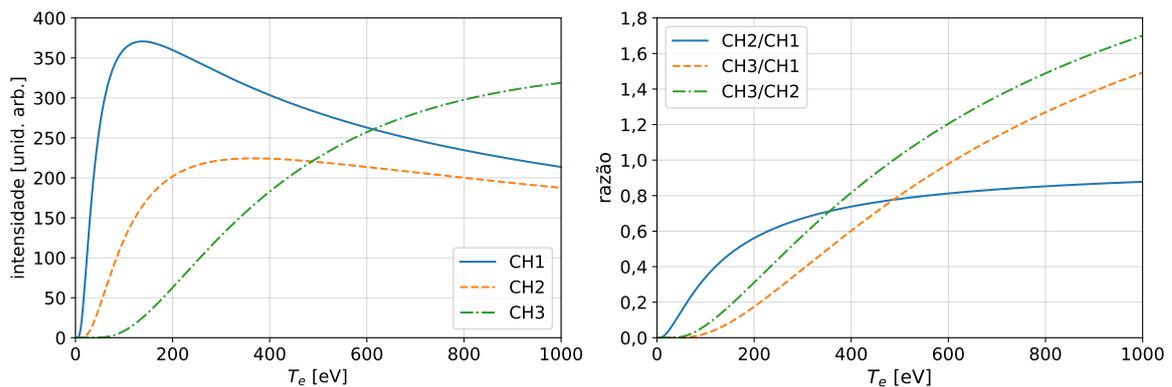


Figura 43 – Resposta relativa dos canais do policromador (à esquerda) e a razão entre os sinais dos canais (à direita), em função da temperatura eletrônica.

Do ponto de vista computacional, queremos na verdade é a função inversa: do experimento obtemos a razão e queremos estimar a temperatura. Como todas as razões tem relação unívoca com a temperatura, a inversa pode ser obtida facilmente da interpolação polinomial dos pares de dados (razão, temperatura):

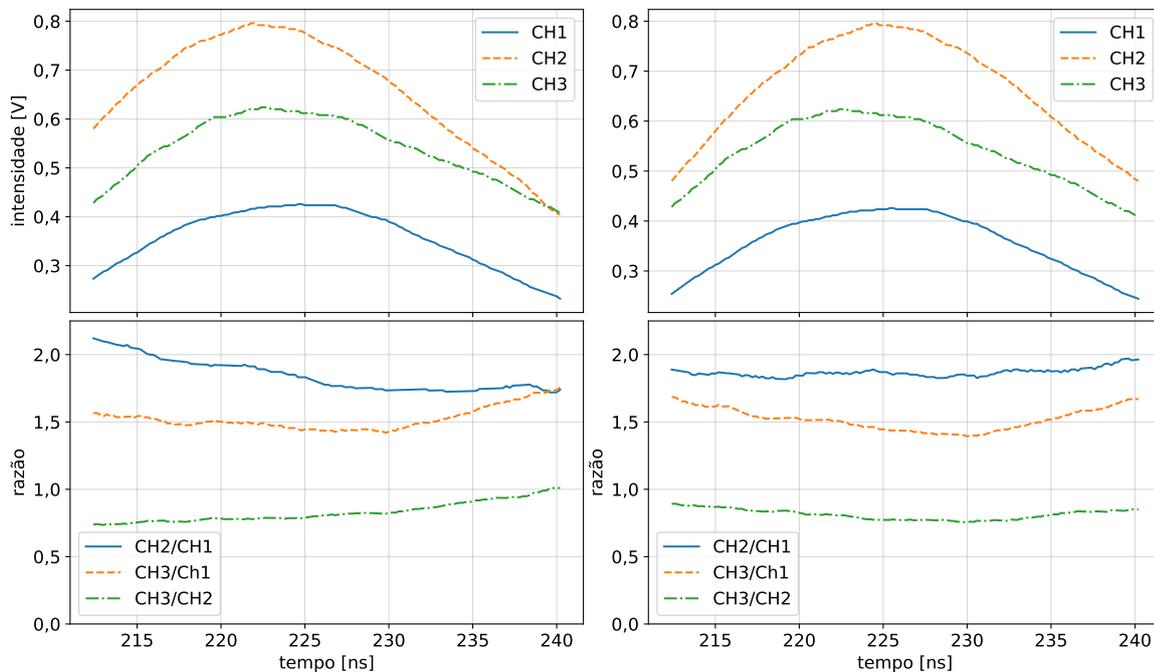
$$T_{e(ij)} = h_{ij}(R_{ij})$$

A incerteza dessa medida pode, em uma primeira abordagem, ser estimada por meio de propagação de incertezas:

$$\sigma_{T_e} = \left| \frac{\partial h}{\partial R} \right|_R \sigma_R \quad (4.68)$$

O método da razão pode ser aplicado para o valor máximo medido em cada canal, para um conjunto de pontos desse sinal (se a eletrônica de todos amplificadores possuírem respostas semelhantes), ou para o sinal integrado ao longo do tempo. Alternativamente, pode-se ajustar o sinal medido com alguma função capaz de descrever o comportamento do circuito de detecção e, dos parâmetros ajustados, se obter um valor que melhor descreva a medida. Essa abordagem será detalhada nas seções mais adiante.

Um dos problemas da aplicação do método de razão utilizando vários pontos da resposta temporal dos detectores está na defasagem temporal entre os diferentes canais (geralmente associados à diferentes tamanhos de cabos). Para estimar essa defasagem de tempo entre os canais e aplicar a correção temporal, utilizou-se a correlação cruzada dos sinais tomando um dos canais como referências. Os sinais originais e corrigidos são apresentados na figura 44.



**Figura 44** – Sinal dos canais do policromador e suas razões na região de interesse (próximo à região de máxima intensidade) tomados antes (à esquerda) e depois da correção (à direita). Nota-se uma assincronia dos sinais, refletindo em valores incorretos e variáveis pouco constantes para as razões.

Sincronizando os sinais, e utilizando o método da razão para os dados do disparo #30169 do Tokamak TCABR, obtemos os seguintes resultados para temperatura

$$T_{21} = 463 \pm 29 \text{ eV} \quad (4.69)$$

$$T_{31} = 465 \pm 20 \text{ eV} \quad (4.70)$$

$$T_{32} = 466 \pm 21 \text{ eV}. \quad (4.71)$$

Utilizando o diagnóstico de interferometria, que permite medir a densidade eletrônica integrada ao longo da corda central do plasma é possível estimar o fator geométrico do diagnóstico. Uma vez conhecida a temperatura e o fator geométrico obtido anteriormente é possível obter a densidade de plasma em cada disparo tokamak

$$n_{21} = (3,27 \pm 0,09) \times 10^{19} m^{-3} \quad (4.72)$$

$$n_{31} = (3,20 \pm 0,03) \times 10^{19} m^{-3} \quad (4.73)$$

$$n_{32} = (3,29 \pm 0,04) \times 10^{19} m^{-3}. \quad (4.74)$$

## 4.5.2 Método dos mínimos quadrados

Outra abordagem é o ajuste simultâneo dos sinais dos três canais através de mínimos quadrados. Isto é, sendo onde  $d_i$  é o valor medido experimentalmente no  $i$ -ésimo,  $D_i(n_e, T_e)$  o sinal teórico esperado em para o plasma com densidade eletrônica  $n_e$  e temperatura  $T_e$  nesse mesmo canal, e  $\sigma_i^2$  a incerteza da medida nesse canal, podemos estimar a densidade e temperatura minimizando  $\chi_{th}^2$

$$\chi_{th}^2 = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{d_i - D_i(n_e, T_e)}{\sigma_i} \right)^2. \quad (4.75)$$

Para a descarga #30169, com o laser acionado em 65 ms, reconstruímos a função verosimilhança com os sinais medidos de espalhamento, que está apresentada na figura 45. A partir do método de mínimos quadrados obtemos os seguintes estimadores

$$T_e = 468 \pm 22 \text{ eV}$$

$$n_e = (3,25 \pm 0,12) \times 10^{19} m^{-3}$$

que é consiste com os valores obtidos pelo método da razão, bem como a densidade é próxima ao valor de  $3,3 \times 10^{19} m^{-3}$  obtido com as medidas de interferometria.

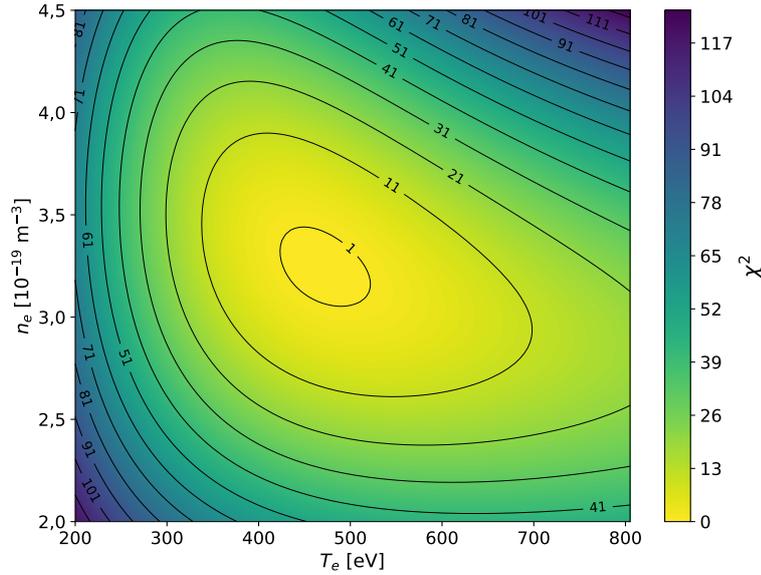
Uma característica marcante que se torna evidente no gráfico de mínimos quadrados é que os valores estimados de temperatura e densidade possuem correlação negativa. Isto é, caso a temperatura seja sobre-estimada, a densidade será subestimada. De modo que a pressão eletrônica, o produto da densidade pela temperatura terá uma incerteza menor do que se os dados fossem medidos independentemente. Assim, sendo  $\sigma_T$  a incerteza

na temperatura  $T_e$ ,  $\sigma_n$  a incerteza na densidade  $n_e$  e  $\sigma_{nT}$  a covariância entre os valores estimados de temperatura e variância, a incerteza na pressão

$$p_e = n_e k_B T_e \quad (4.76)$$

seria

$$\sigma_p \approx p_e \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{n_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T_e}\right)^2 + 2\frac{\sigma_{nT}}{n_e T_e}} \quad (4.77)$$



**Figura 45** – Valor de  $\chi^2$  para os dados de espalhamento da descarga #30169 em função da temperatura eletrônica e densidade do plasma.

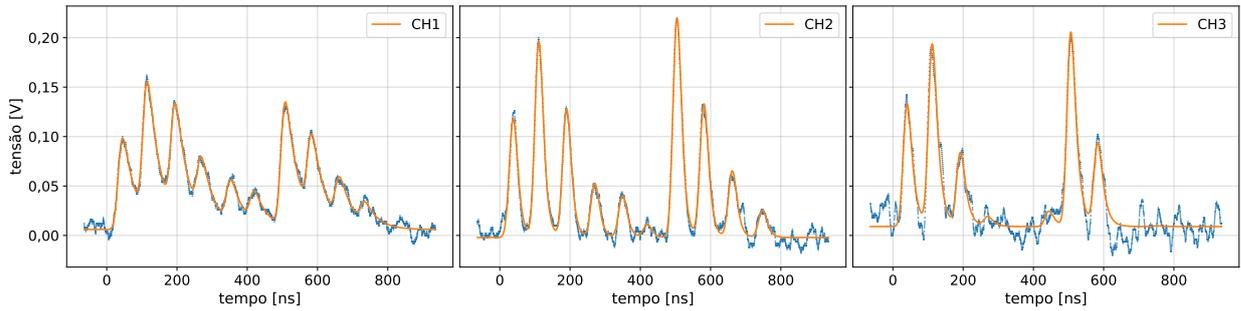
### 4.5.3 Configuração multiponto

Para maior confiabilidade nos valores de temperatura eletrônica, ao invés de serem tomados a razão ou os valores máximos registrados no fotodiodo avalanche, resolveu-se fazer um ajuste multi-pico simultâneo onde o formato de cada pico é dado por uma distribuição gaussiana modificada exponencialmente

$$f(t; A, t_0, \sigma, \tau) = A \frac{\sigma}{\tau} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\tau}\right)^2 - \frac{t - t_0}{\tau}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sigma}{\tau} - \frac{t - t_0}{\sigma}\right)\right) \quad (4.78)$$

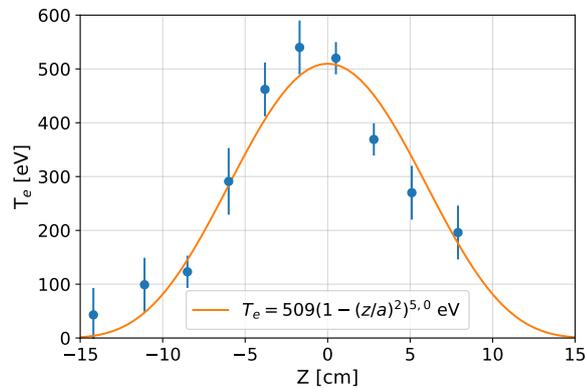
onde  $\operatorname{erfc}(x)$  é a função erro complementar. Essa distribuição é o resultado da convolução de uma distribuição gaussiana de área  $A$ , pico em  $t_0$  e desvio padrão  $\sigma$  com uma distribuição exponencial com tempo de relaxação  $\tau$ . Como o tempo de relaxação e o desvio padrão devem ser intrínsecos das características do pulso de laser e do detector, foi ajustado apenas um valor para todos os picos medidos em cada canal do policromador. Além disso, o tempo  $t_0$  foi deixado como parâmetro livre do ajuste, mas a diferença entre dois picos consecutivos é aproximadamente 75 ns (que é o atraso esperado por uma fibra de sílica com 15 metros de diferença de caminho óptico).

Abaixo o ajuste do sinal em cada um dos três canais do policromador.



**Figura 46** – Ajuste múltiplo dos sinais do policromador

Dele obtemos o seguinte perfil de temperatura eletrônica:



**Figura 47** – Perfil de temperatura eletrônica para a descarga 35017. A temperatura eletrônica medida em 65 ms do início da descarga.

#### 4.5.4 Evolução temporal

É importante verificar a evolução do perfil de temperatura ao longo da descarga. Para tanto, tomamos algumas descargas semelhantes, com corrente de plasma entre 83 e 86 kA, e densidades média de linha entre  $1,8$  e  $2,3 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ .

Os dados de temperatura ao final da rampa de subida (figura 48), mostra que o perfil tende a ser bem mais picado. Isso pode-se dar pela posição do plasma ainda não está totalmente estabilizada, bem como pela difusão reduzida pelas instabilidades magnéticas no começo da descarga. Não menos importante, com o deslocamento do plasma em direção ao limitador, aumenta-se a concentração de impurezas no plasma, que podem ocasionar um resfriamento da periferia do plasma.

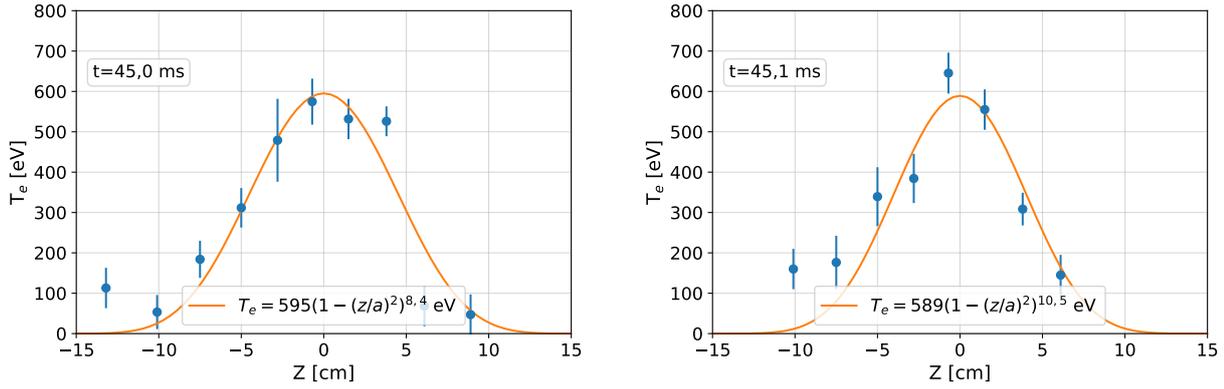


Figura 48 – Perfil de temperatura eletrônica na rampa de subida de corrente.

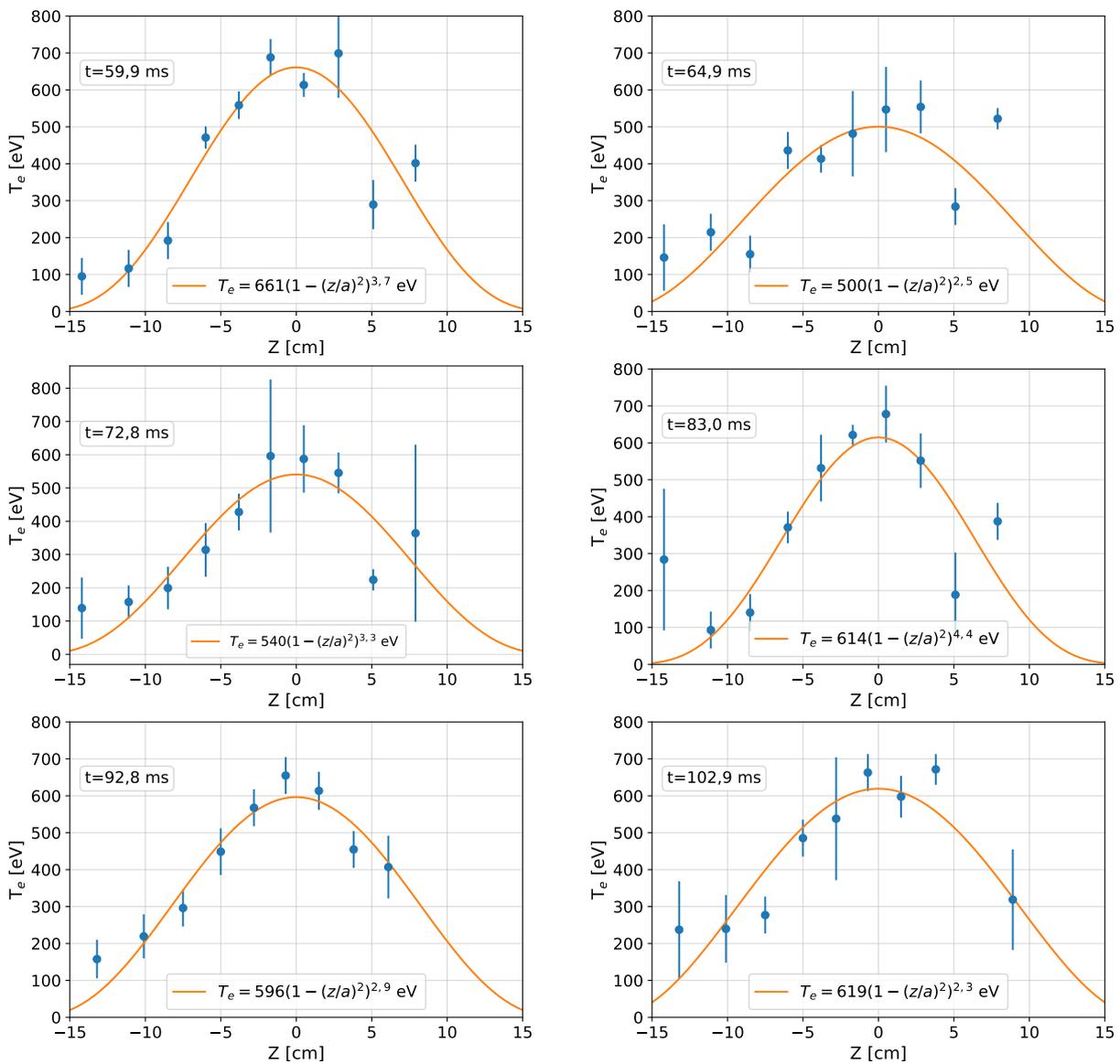


Figura 49 – Perfil de temperatura eletrônica durante o platô de corrente.

Já durante o platô da descarga (figura 49), onde o controle de posição está mais estabilizado, e a quantidade de impurezas que entra e sai do plasma entra em um regime

relativamente estacionário, o perfil de temperatura se torna mais achatado, de modo que a potência parabólica do ajuste se encontra em torno de 3,3, semelhante ao registrado com o diagnóstico de ECE, que será apresentado no capítulo a seguir.



## 5 Emissão eletrociclôtrônica

Outro diagnóstico importante, desenvolvido originalmente na década de 1970 e muito utilizado nos dias de hoje em plasmas termonucleares, é de emissão eletrociclôtrônica (ECE) para medição do perfil de temperatura eletrônica [75]. O princípio de funcionamento deste diagnóstico baseia-se nas medições da radiação eletromagnética emitida pelos elétrons livres em suas trajetórias helicoidais em torno das linhas de campo. Em tokamaks, o campo magnético depende do raio, logo, tanto a frequência ciclôtrônica dos elétrons em torno das linhas como a radiação ciclôtrônica serão dependentes do raio.

Se um corpo é um absorvedor e radiador perfeito em equilíbrio térmico, a radiação emitida por ele é a de corpo negro

$$I_B(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{8\pi^3c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \quad (5.1)$$

onde  $\hbar$  é a constante de Planck reduzida. Para o limite de baixa frequência ( $\hbar\omega \ll k_B T$ ), essa radiação se encontra no limite clássico de Rayleigh-Jeans, podendo ser descrita por

$$I_B(\omega) = \frac{\omega^2 k_B T}{8\pi^3 c^2} \quad (5.2)$$

Para a radiação eletrociclôtrônica opticamente espessa, de modo que ocorra uma absorção substancial pelo plasma, a potência irradiada em uma posição do espaço é dada pelo limite clássico de Rayleigh-Jeans da radiação de corpo negro [79]

$$I(\omega) = \frac{\omega^2 k_B T_e}{8\pi^3 c^2} \quad (5.3)$$

de modo que, medindo essa radiação, é possível estimar a temperatura com resolução espacial, visto que a emissão é relativamente localizada nessas condições. A relação entre a frequência ECE  $f_m$  e a posição radial  $R$  de onde ela é emitida é

$$f_m = m \frac{e}{2\pi m_e \gamma} \frac{B_0 R_0}{R} \quad (5.4)$$

onde  $m$  é o número do harmônico dessa emissão,  $e$  é a carga elementar,  $m_e$  é a massa do elétron,  $\gamma$  é o fator relativístico, que é aproximadamente unitário em plasma não relativísticos.

### 5.1 Diagnóstico ECE no TCABR

Para a detecção da radiação ECE no tokamak TCABR utiliza-se um radiômetro heteródino de varredura operando de 50 a 85 GHz, na segunda harmônica modo extraor-

dinário (modo X). Mas devido a sobreposição da segunda com a terceira harmônica, a região útil limita-se aproximadamente até 75 GHz [80].

Invertendo a equação 5.4, podemos descobrir a posição de uma certa emissão ciclôtrônica no TCABR

$$R = \frac{e}{\pi m_e} \frac{B_0 R_0}{f} \approx \frac{34,15}{f [\text{GHz}]} B_0 [\text{T}] \quad m. \quad (5.5)$$

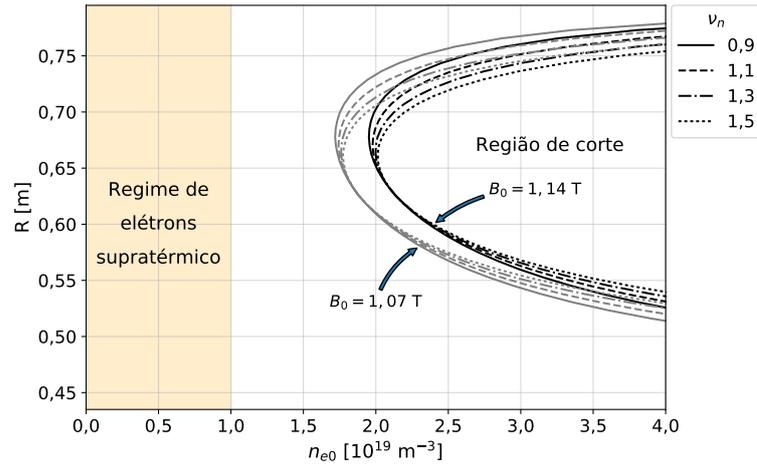
O diagnóstico de radiometria de radiação eletrociclôtrônica pode ser calibrado utilizando ao menos dois corpos emissores sob duas temperaturas distintas. Tipicamente, é feita com dois corpos, um imerso em nitrogênio líquido (a 77 K) e um tijolo refratário dentro de um forno elétrico. Assim, para cada frequência, como sabemos a priori as curvas de emissão dos dois corpos negros, podemos estimar a relação entre tensão medida no radiômetro e a temperatura equivalente em elétrons-volts. [80]

### 5.1.1 Limitações

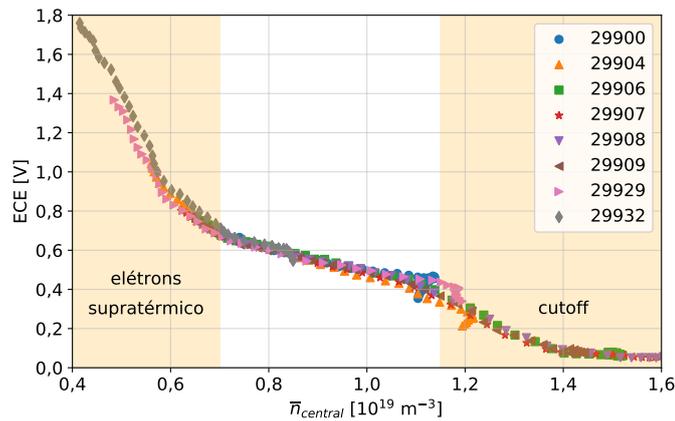
O diagnóstico ECE possui duas limitações principais que restringem seus regimes de operação: regime de elétrons supratérmicos e regime de corte. O regime de elétrons supratérmicos ocorre quando parte considerável da população dos elétrons adquirem velocidades muito maiores do que as esperadas por uma distribuição maxwelliana. Nesse caso, as radiações eletrociclôtrônicas medidas pelo ECE são dominadas pela radiação dos elétrons supratérmicos, o que impossibilita determinar a temperatura do plasma.

A radiação medida pelo ECE é circularmente polarizada e de modo X, que só se propaga em plasma acima do *right-hand cutoff* ( $\omega_R$ ) e abaixo da densidade da ressonância híbrida superior ( $\omega_{UH}$ ), ambas dadas pela equação 3.27. No caso do TCABR, não há sobreposição entre as frequência do primeiro e segundo harmônico da radiação eletrociclôtrônica ao longo da coluna de plasma.

Para os casos com campo toroidal de 1,14 T (descargas anteriores ao #25032) e 1,07 T (descargas posteriores ao #25032), os regimes de corte e de elétrons supratérmicos para o centro do plasma podem ser observados na figura 50.

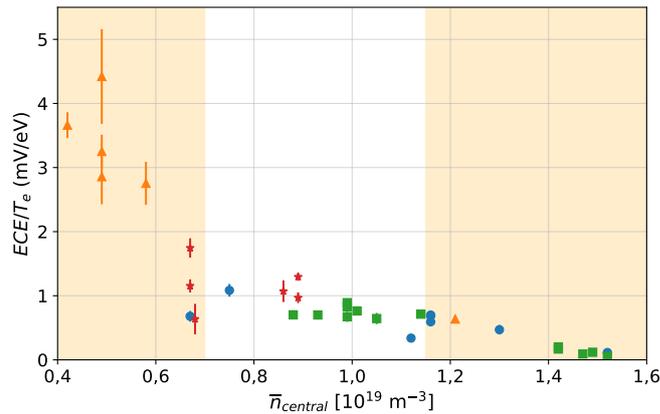


**Figura 50** – Região onde o regime de elétrons supratérmicos são dominantes, e a as regiões de corte em função do parâmetro parabólico da densidade, e da densidade de central do plasma, com  $B = 1,14 \text{ T}$  e  $B = 1,07 \text{ T}$  ( $\Delta_0 = 1,2 \text{ cm}$  em todos os casos)



**Figura 51** – Sinal do ECE em função da densidade média da corda central ( $B_0 = 1,07 \text{ T}$ ). Quando a densidade de linha central abaixa de  $0,7 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , a radiação eletrociclôtrônica dos elétrons supratérmicos dominam sobre a radiação do plasma. Já quando a densidade média central supera  $1,15 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , o ECE passa a operar em regime de corte, e o sinal medido cai drasticamente. As medidas realizadas foram tomadas na região do platô do plasma (entre 50 ms e 73 ms)

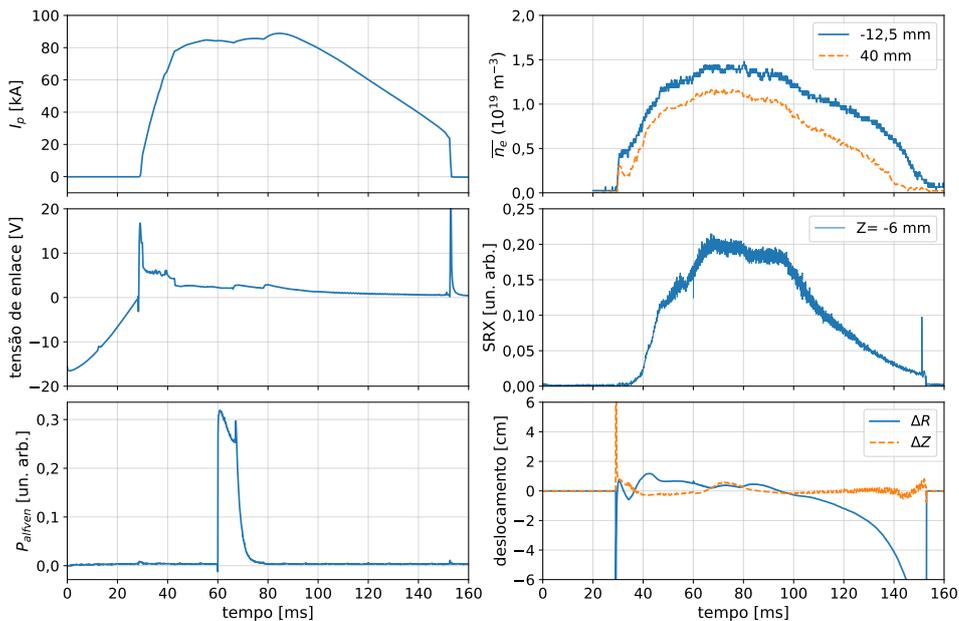
Os valores de temperaturas obtidas com o diagnóstico de espalhamento Thomson não são significativamente afetadas pelos elétrons supratérmico, ao contrário do ECE, tal como ilustrado na figura 52. De fato, espera-se que os elétrons supratérmicos influenciem as medidas do Thomson quando sua população for uma fração significativa do plasma.



**Figura 52** – Sinal do ECE normalizado pela temperatura eletrônica do Thomson em função da densidade média da corda central. As medidas realizadas foram tomadas na região do platô do plasma (entre 50 ms e 80 ms). Os diferentes símbolos indicam diferentes dias de descargas.

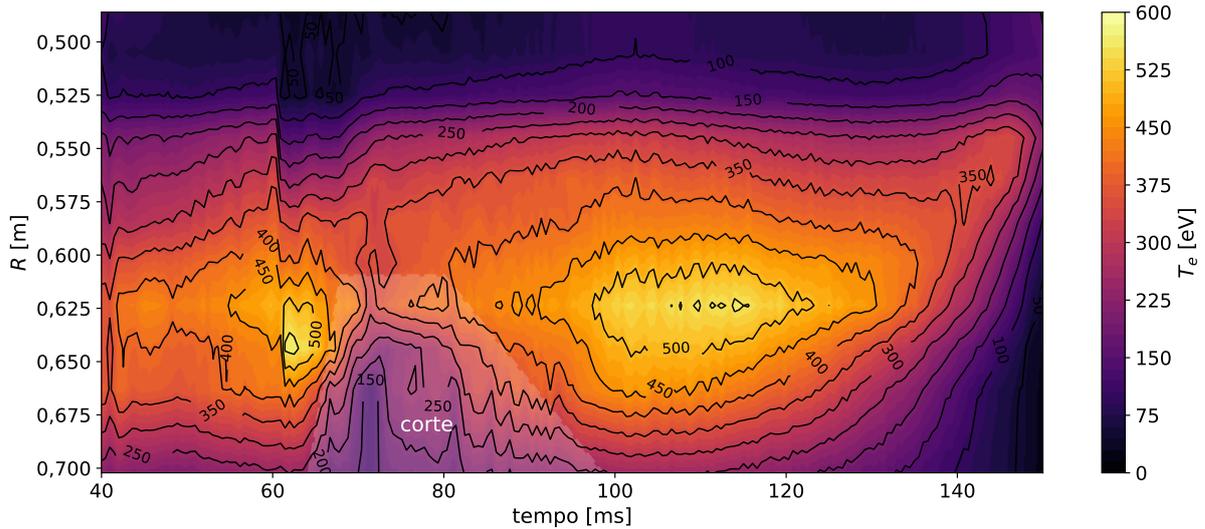
## 5.2 Resultados

Para exemplificar as medidas de temperatura com o ECE, apresentamos os resultados do disparo #23973, cujos principais sinais são apresentados na figura 53. Trata-se de uma descarga com densidade média de linha de  $1,4 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , corrente de plasma acima de 80 kA e campo toroidal de 1,1 T. Nesse disparo em particular, foi aplicado sinal de radiofrequência de potência das antenas do tokamak, de modo a aquecer o plasma por meio de ondas de Alfvén. Tal sinal das antenas é aplicado entre 60 ms e 70 ms.



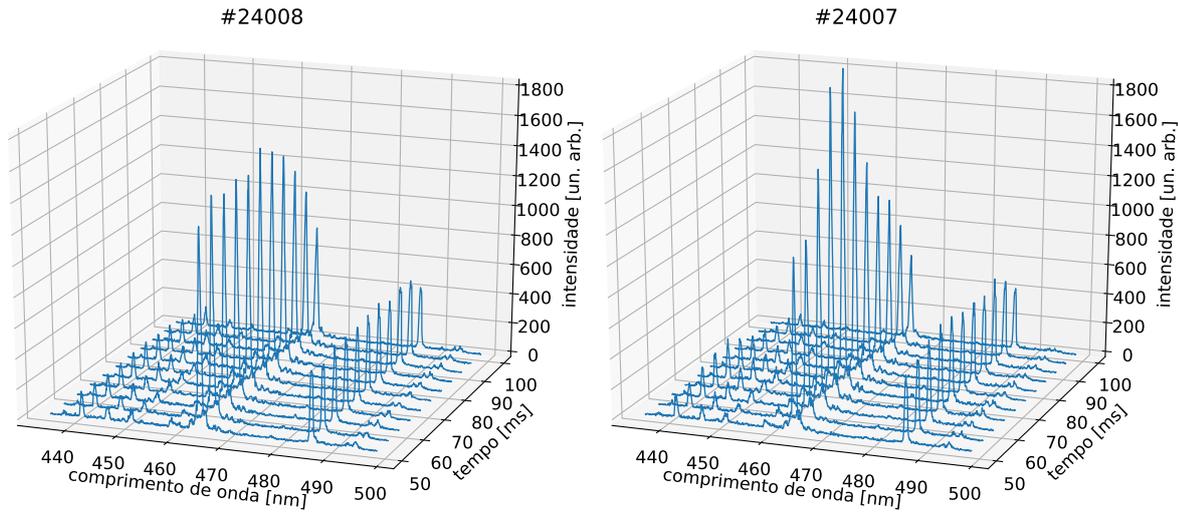
**Figura 53** – Principais sinais da descarga #23973. Da esquerda para à direita e de cima para baixo: corrente de plasma; densidade média de linha; tensão de enlace, raio X mole, potência nas antenas de radiofrequência e raio X mole.

Nessa descarga, o diagnóstico ECE mediu a temperatura eletrônica em 11 posições radiais, sendo que cada perfil era obtido em intervalos de aproximadamente 0,5 ms. Como a base de tempo deste diagnóstico é diferente do sistema de controle e aquisição do TCABR, a escala de tempo foi ajustada considerando o início e fim da descarga. Os dados adquiridos nos permite construir uma curva de nível da temperatura ao longo do tempo conforme tal como apresentado na figura 54.



**Figura 54** – Curvas de nível da temperatura eletrônica ao longo do disparo #23973. A região esbranquiçada refere-se a região onde as medidas do ECE se encontram na região do corte.

Nela é possível ver que há um ligeiro aumento de temperatura na região de campo baixo (LFS), em torno de  $r \approx 3$  cm imediatamente quando a antena é ligada. Nesse momento é possível ver que as superfícies de temperatura constante se deslocam rapidamente para região de campo baixo (LFS), ocasionado pela movimentação da coluna do plasma. Como consequência, nota-se uma redução abrupta na temperatura na região de campo alto (HFS). Já a redução no LFS a partir de 65 ms que pode ser entendido como o diagnóstico entrando na região de corte devido ao aumento da densidade, fato que persiste até 100 ms, quando a densidade volta ao patamar inicial (anterior a utilização da antena). No HFS, onde a densidade é menor e não há problema com corte, a temperatura diminui ligeiramente a partir de 70 ms, possivelmente pelo aumento da concentração de impurezas; essa interpretação é corroborada por medidas espectroscópicas (figura 55), onde observa-se que a emissão de de C III aumentam muito mais do que a densidade, o que só pode ser provocado por um aumento da concentração de impurezas e/ou diminuição da temperatura no tokamak.



**Figura 55** – Evolução temporal do espectro de emissão do plasma, em particular da linha de C III (464,74 nm), sem Alfvén (à esquerda) e com Alfvén (à direita). Nota-se que a quantidade de impurezas cresce consideravelmente à partir de 60 ms quando a potência é aplicada à antena de aquecimento.

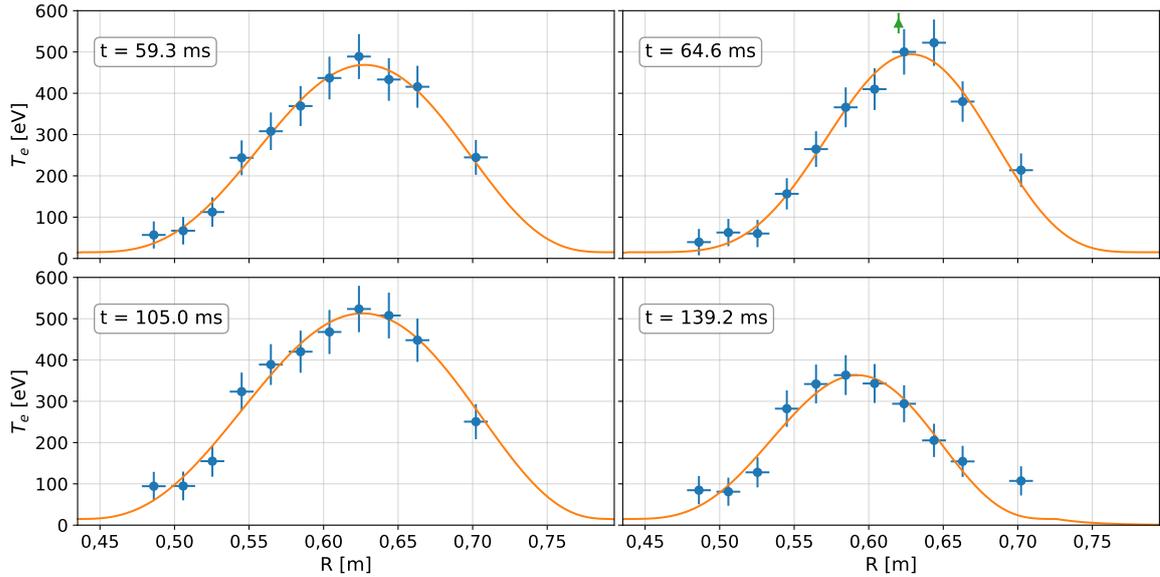
Para tentar modelar a evolução temporal do perfil de temperatura ao longo do raio maior, é conveniente parametrizar a temperatura do plasma, de modo semelhante ao feito com a densidade

$$T_e(\rho) = (T_{e0} - T_{ea}) (1 - \rho^2)^{\nu_T} + T_{ea} \quad (5.6)$$

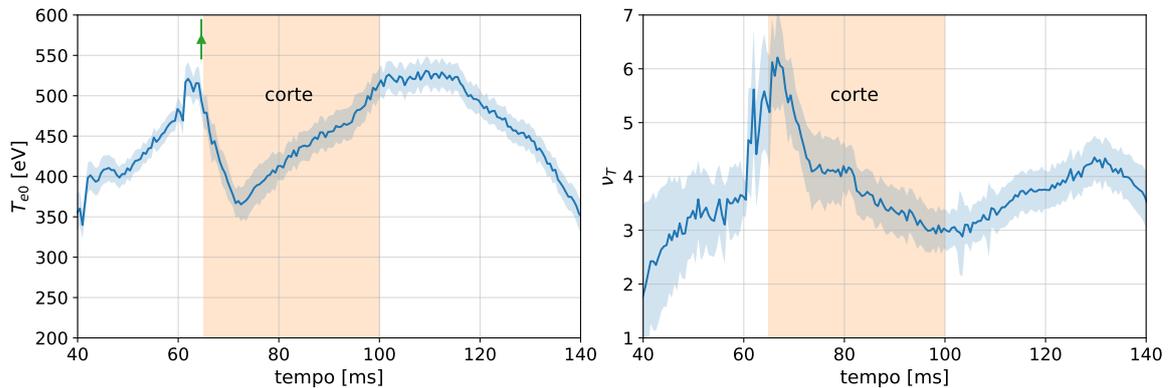
para a região dentro do plasma, onde  $T_{e0}$  é a temperatura eletrônica no centro do plasma,  $T_{ea}$  é a temperatura eletrônica na borda do plasma,  $\rho$  é a coordenada radial (equação 2.42). De modo análogo, fora a última superfície fechada, uma aproximação razoável da temperatura é dada por

$$T_e(R, Z) = T_{ea} \exp \left\{ - \frac{\sqrt{(R - R_0)^2 + (Z - Z_0)^2} - a}{d_T} \right\} \quad (5.7)$$

onde  $a$  é o raio menor do plasma,  $d_T$  é uma distância característica com o qual decai a temperatura. Tipicamente, segundo medidas obtidas por sondas eletrostáticas na borda do plasma [65], temos  $d_T$  entre 1 e 2,5 cm e  $T_{ea} \sim 15$  eV. O resultado do ajuste da temperatura eletrônica em quatro instantes de tempo é apresentado na figura 56; já a evolução temporal dos parâmetros de ajuste, nessa mesma descarga, são apresentados na figura 57.

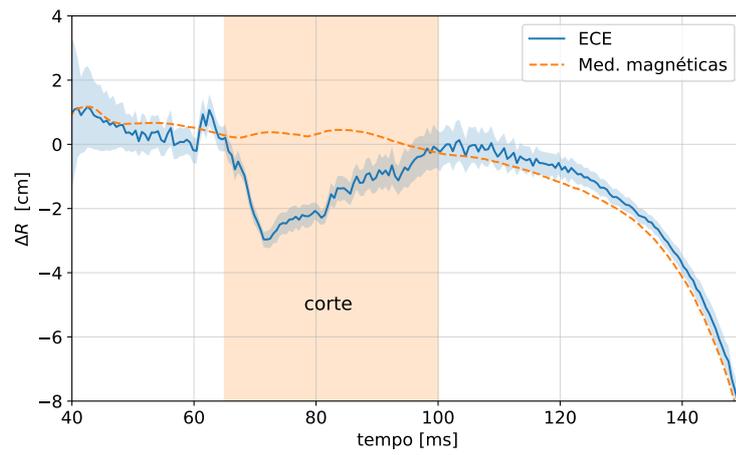


**Figura 56** – Temperatura eletrônica medida em quatro instantes temporais com o ECE: antes da aplicação de potência na antena de Alfvén, imediatamente depois, quando ela é desligada, e final do platô de corrente. No instante  $t = 64,6$  ms, o valor de temperatura medida com espalhamento Thomson (em triângulo verde).



**Figura 57** – Valor dos parâmetros ajustados para a temperatura do plasma em função do tempo. A área hachurada em torno da linhas ajustada corresponde ao intervalo de confiança de um desvio padrão. A região hachurada verticalmente indica a faixa de tempo em algum dos canais do ECE estavam na região de corte, e conseqüentemente, onde o ajuste tem menor confiabilidade.

Do ajuste dos parâmetros é possível notar que a função adotada descreve relativamente bem a temperatura eletrônica. Nota-se que o perfil de temperatura é significativamente mais íngreme ( $\nu_T \sim 3,5$ ), isto é, menos plano, do que o perfil de densidade ( $\nu_n \sim 1,2$ ). Devido ao aumento da densidade, e o ECE entrando em regime de corte para as posições no LFS, entre 65 e 100 ms, os valores obtidos pelo ajuste nessa faixa temporal não são confiáveis.



**Figura 58** – Comparação entre o deslocamento do centro geométrico do plasma ( $R_0 - 0,615$  cm) obtido pelo ajustes dos dados do ECE, e das medidas magnéticas.

## 6 Perfil de temperatura iônica

O parâmetro do plasma faltante para reconstrução dos perfis de pressão é a temperatura iônica. Uma das técnicas empregadas na obtenção dos perfis de temperatura iônica é por meio de medidas do alargamento Doppler de linhas emissões de átomos ou íons [67, 81, 82]. No TCABR, essa técnica é empregada em linhas de emissão no visível, em especial, do carbono, por sua abundância e peso atômico.<sup>a</sup> Já em tokamaks onde a temperatura iônica é muito elevada, essa abordagem pode ser aplicada em linhas espectrais do ultravioleta ou de raio X [83].

### 6.1 Mecanismos de alargamento de linhas de emissão

Diversos mecanismos são responsáveis pelo alargamento das linhas de emissão espectral [84]:

- Alargamento natural, devido ao tempo de vida finito do estado excitado;
- Alargamento Doppler, devido ao deslocamento Doppler médio da função distribuição de velocidades. No caso de plasmas com distribuição Maxwelliana, o perfil de emissão resultando é gaussiano.
- Estrutura fina de subníveis de energia das transições, isto é, a emissão observada é na realidade composta por um multipletto de diferentes transições. Se a separação dos comprimentos de onda do multipletto for pequena comparada ao alargamento Doppler, por exemplo, ela aparecerá como uma linha mais larga.
- Efeitos Zeeman e Stark que altera a separação dos subníveis de energias, e resulta num alargamento aparente da linha de emissão espectral.

O alargamento Doppler é dominantes nas linhas de emissão de interesse deste trabalho.

#### 6.1.1 Alargamento Doppler

Um fóton de comprimento de onda  $\lambda_0$  emitido por um íon (ou átomo átomo neutro) que possua velocidade  $v$  paralela em relação ao detector, é medido com um comprimento de onda diferente em relação ao referencial do íon devido ao efeito Doppler. A diferença

<sup>a</sup> O TCABR possui 4 seções semicirculares que atuam como limitador poloidal do plasma, evitando que o plasma atinja a câmara de vácuo. Esses limitadores são feitos de grafite, e são responsáveis pela fonte de impureza de carbono nas descargas de plasma.

entre o comprimento de onda emitido e medido, considerando que a velocidade do íon não é relativística, será

$$\lambda - \lambda_0 = \lambda_0 \frac{v}{c} \quad (6.1)$$

onde  $\lambda_0$  é o comprimento de onda emitido no referencial do elétron,  $c$  é a velocidade da luz. Para contabilizar a contribuição dos diversos íons no plasma, que estão com diferentes velocidades, precisamos utilizar a função distribuição. Assim, o número de fótons emitidos com comprimentos de onda entre  $\lambda$  e  $\lambda + d\lambda$  é proporcional ao número de íons com velocidade entre  $v$  e  $v + dv$

$$f_v(\lambda) d\lambda = f_v(v) dv = f_v(v) \frac{dv}{d\lambda} d\lambda \quad (6.2)$$

Como  $v = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} c$ , temos

$$f_v(\lambda) d\lambda = \frac{c}{\lambda_D} f_v\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} c\right) d\lambda. \quad (6.3)$$

Se esses íons tiverem uma distribuição aleatória de velocidade,  $f_v$  será uma distribuição maxwelliana

$$f_v(v) dv = n_C \sqrt{\frac{m_i}{2\pi k_B T_i}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T_i}\right) dv \quad (6.4)$$

de modo que

$$f_v(\lambda) = n_C \sqrt{\frac{m_i c^2}{2\pi k_B T_i \lambda_0^2}} \exp\left[-\frac{m_i c^2}{2k_B T_i} \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}\right)^2\right] \quad (6.5)$$

onde  $n_C$  é a densidade volumétrica, em uma certa região do espaço, de íons que realizam a transição eletrônica emitindo um fóton de comprimento  $\lambda$ .

A intensidade da linha espectral, com um certo deslocamento  $\Delta\lambda$  é proporcional ao número de partículas com velocidade paralela  $v$ . Assim, a emissividade espectral do plasma, i.e., o número de fótons por unidade de comprimento de onda emitidos com comprimento de onda entre  $\lambda$  e  $\lambda + d\lambda$  originários na posição  $\mathbf{r}$  será

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \lambda) = \frac{\epsilon(\mathbf{r})}{\Delta\lambda_D \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{\Delta\lambda_D^2}\right] \quad (6.6)$$

onde  $\epsilon(\mathbf{r})$  é a intensidade máxima da linha espectral, e  $\Delta\lambda_D$  é o alargamento Doppler. O alargamento Doppler tipicamente é expresso em termos da largura a meia altura da linha de emissão, dada por

$$\Delta\lambda_{D,1/2} = 2\sqrt{2 \ln 2} \Delta\lambda_D \approx 2,355 \Delta\lambda_D \quad (6.7)$$

e cuja relação com a temperatura iônica é dada por

$$T_i = \frac{m_i c^2}{8k_B \ln 2} \left(\frac{\Delta\lambda_{D,1/2}}{\lambda_0}\right)^2 \quad (6.8)$$

onde  $m_i$  é a massa do íon. Substituindo as constantes por valores numéricos chegamos a

$$T_i = 1,69 \times 10^8 M_i \left( \frac{\Delta\lambda_{D,1/2}}{\lambda_0} \right)^2 \text{ eV} \quad (6.9)$$

onde  $M_i$  é a massa atômica da impureza observada.

Caso os íons tenham uma velocidade média  $\mathbf{u}$  em um pequeno volume, a sua população é descrita por uma maxwelliana deslocada

$$f_v(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = n_C \left( \frac{m_i}{2\pi k_B T_i} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{m_i (\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{2k_B T_i} \right) \quad (6.10)$$

que resultará no mesmo perfil de emissão da equação 6.6 ,

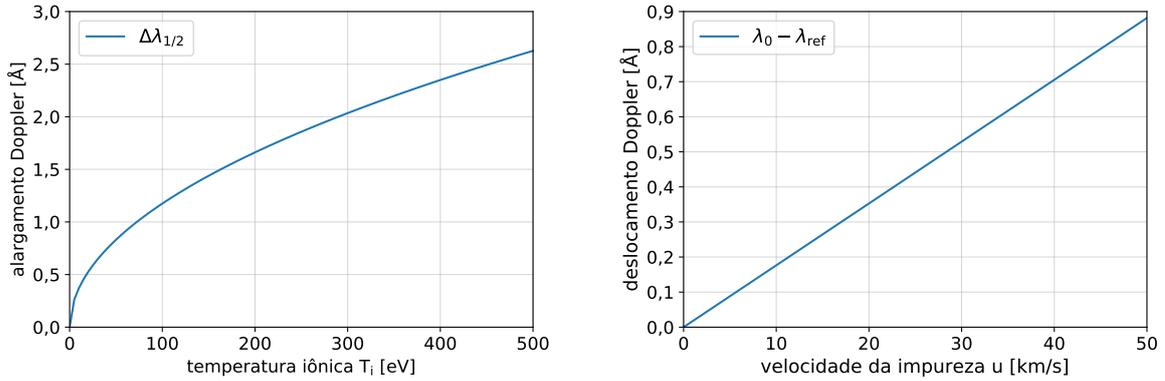
$$\varepsilon(\mathbf{r}, \lambda) = \frac{\epsilon(\mathbf{r})}{\Delta\lambda_D \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(\lambda - \lambda_{\text{ref}})^2}{\Delta\lambda_D^2} \right] \quad (6.11)$$

mas com  $\lambda_{\text{ref}}$  sendo o comprimento de onda de emissão associado ao pico de intensidade, relacionado ao comprimento de onda de repouso por

$$\lambda_{\text{ref}} = \lambda_0 \left( 1 + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_l}{c} \right) \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_l = \frac{\lambda_{\text{ref}} - \lambda_0}{\lambda_0} \quad (6.12)$$

e  $\mathbf{e}_l$  é o vetor unitário na direção de observação desse espectro.

Na figura 59, é apresentado a relação do alargamento espectral em função da temperatura iônica, e o deslocamento doppler devido ao movimento do fluido para a linha de impureza de C VI ( $n = 8 \rightarrow 7$ ).



**Figura 59** – Relação entre a temperatura iônica e o alargamento Doppler, e da velocidade no deslocamento do pico de emissão para  $\lambda_{\text{ref}} = 529,05$  nm emitida pelo C VI.

## 6.1.2 Alargamento Zeeman e Stark

Na presença de campos magnéticos e elétricos intensos, ocorre o desdobramento das linhas de multipletto devido aos efeitos Zeeman e Stark, respectivamente, que removem a degenerescências dos subníveis atômicos. No caso do efeito Zeeman, é possível estimar o deslocamento máximo entre as linhas de emissão como [85]

$$\Delta\lambda_{\text{Zeeman},1/2} = 4,7 \times 10^{-10} \lambda_0^2 B [T] \quad \text{nm}$$

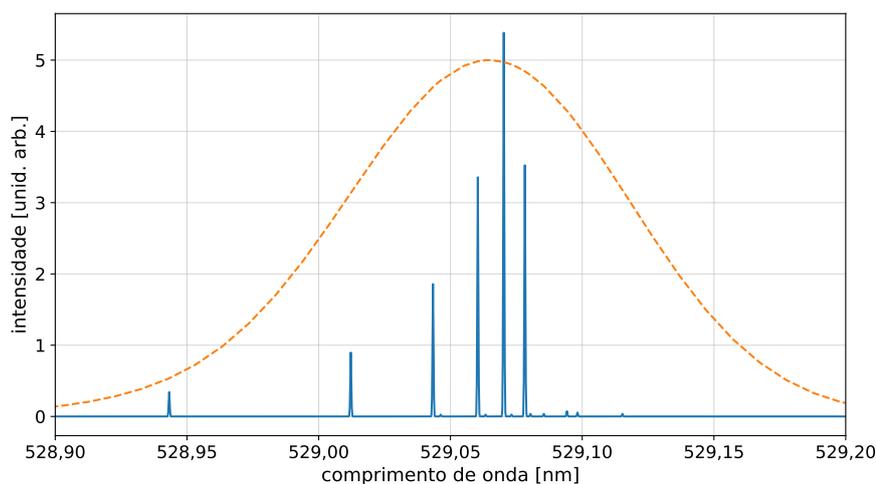
onde  $\Delta\lambda_{\text{Zeeman}}$  e  $\lambda_0$  são expressos em nanômetros. Para o TCABR,  $B \approx 1,07$  T e para C VI ( $n = 8 \rightarrow 7$ ), obtemos  $\Delta\lambda_{\text{Zeeman}} \approx 0,014$  nm.

A temperatura iônica medida, todavia não é local, visto que a óptica adquire o sinal ao longo de uma corda do plasma. Caso a impureza seja relativamente concentrada em uma dada posição radial, é possível assumir que a temperatura medida seja aproximadamente a temperatura iônica na região de maior emissão daquela impureza.

### 6.1.3 Estrutura de multipletos

A estrutura fina dos níveis de energia implica que uma transição entre dois números quânticos principais é composto por diversas transições entre diferentes números quânticos angulares, com comprimentos de onda e intensidades diferentes. A estrutura do espectro de multipletos depende da população de cada subnível  $n, l$  e suas probabilidades de transição. Como as subpopulações são influenciadas por excitação de impacto eletrônico e iônico, em princípio um modelo totalmente colisional é necessário para modelar o espectro resultante.

Todavia, em certas condições de plasma, as colisões podem resultar em uma mistura completa dos níveis de estrutura fina, de modo que os níveis de população podem ser descritos pelos pesos estatísticos. Para os plasmas típicos do TCABR, os estados  $n \geq 7$  podem ser considerados totalmente misturados. Isso implica que todas as transições entre  $n = 8 \rightarrow 7$  permitidas são presentes e podem ser calculadas. Na figura 60 é apresentado o espectro de multipletos resolvido e a intensidade de cada transição, para uma condição específica do plasma, considerando mistura completa e desprezando efeito de distribuição térmica de velocidade dos íons.



**Figura 60** – Espectro de multipletos resolvido da transição do C VI ( $n = 8 \rightarrow 7$ ), para plasma com  $B_0 = 1,4$  T,  $n_e = 1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ,  $T_i = 300$  eV e  $Z_{ef} = 2$  calculado pelo ADAS [86]. Em tracejado, o espectro resultante, devido ao efeito Doppler, para um plasma com  $T_i = 100$  eV; note que as linhas não podem mais ser resolvidas experimentalmente e o perfil de emissão resultante é muito próxima ao de uma única gaussiana.

### 6.1.4 Turbulência

Na borda de plasma, a turbulência eletrostática pode ser grande suficiente para criar flutuações que contribuam para o alargamento da linha de emissão [87, 88]. A linha será a convolução da distribuição térmica e da distribuição turbulenta, que no caso de assumirmos as duas gaussianas, teremos

$$\Delta\lambda_{\text{obs},1/2}^2 = \Delta\lambda_{\text{térmico},1/2}^2 + \Delta\lambda_{\text{turbulento},1/2}^2. \quad (6.13)$$

De modo que a largura a meia altura resultante será dada por

$$\Delta\lambda_{\text{obs},1/2} = 1,664 \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2k_B T_i}{m_i} + \xi^2} \quad (6.14)$$

onde  $\xi$  é a dispersão da distribuição turbulenta de velocidade.

### 6.1.5 Alargamento instrumental

Ao contrário dos mecanismos descritos nas seções anteriores, que são naturais a característica do plasma, o alargamento instrumental se deve às características não ideais do sistema de medição. Experimentalmente, o sinal medido é o produto de convolução do sinal real com função instrumental do aparato utilizado. No caso particular onde tanto o sinal real quanto a resposta instrumental possuem perfis gaussianos, o sinal medido também será gaussiano e sua largura a meia altura ao quadrado será a soma dos quadrados das larguras a meia altura do sinal real e da função instrumental

$$\Delta\lambda_{\text{exp},1/2}^2 = \Delta\lambda_{\text{real},1/2}^2 + \Delta\lambda_{\text{instrumental},1/2}^2 \quad (6.15)$$

onde  $\Delta\lambda_{\text{exp}}$  é a largura a meia altura efetivamente medida,  $\Delta\lambda_{\text{real}}$  é a largura a meia altura da linha associado às propriedades do plasma, e  $\Delta\lambda_{\text{instrumental}}$  é o alargamento devido ao aparato de medida.

## 6.2 Fórmula de Artsimovich

Um método de se estimar a temperatura no centro da coluna de plasma é através da *lei de escalas de Artsimovich* ou *fórmula de Artsimovich* [13, 89]

$$T_{i0}^A = 2,8 \times 10^{-6} \frac{(I_p B_0 R_0^2 \bar{n}_e)^{1/3}}{A_i^{1/2}} \text{ eV} \quad (6.16)$$

onde  $I_p$  é a corrente de plasma,  $B_0$  é o campo magnético toroidal,  $R_0$  é o raio maior do tokamak e  $\bar{n}_e$  é a densidade média de linha central, e  $A_i$  é a massa atômica do gás da descarga. Essa fórmula, aplicável a tokamaks de seção circular, foi extensivamente verificada no tokamak russo T10, e é capaz de estimar a temperatura iônica no centro da coluna com uma incerteza inferior a 10% [13, 90].

### 6.3 Diagnóstico de temperatura iônica

No TCABR, o diagnóstico de temperatura iônica faz uso do espectrômetro THR1000, de fabricação da Jobin Yvon (atual Horiba-Jobin Yvon) e uma câmara do CCD, modelo Synapse 1024x256-FIVS-SYN, do mesmo fabricante. As especificações do monocromador e do CCD são apresentados nas tabelas 8 e 9 respectivamente.

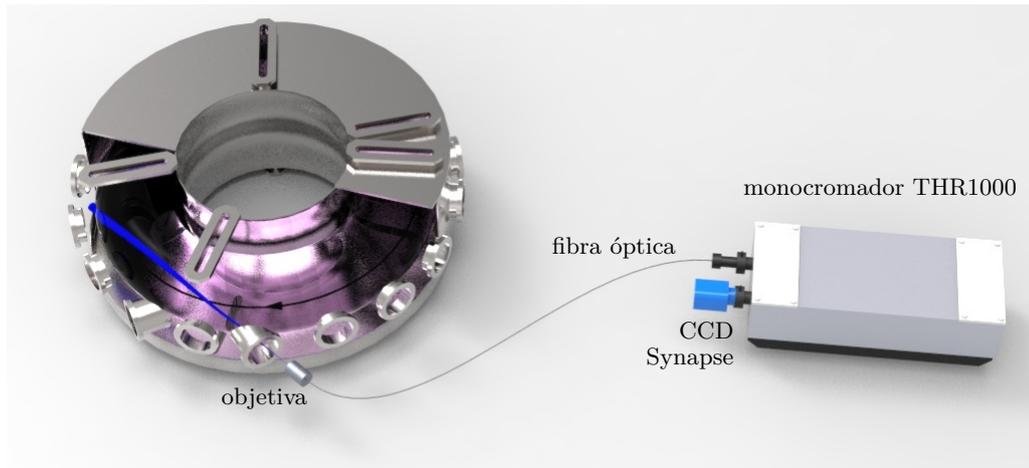
**Tabela 8** – Especificações do monocromador THR1000

Configuração	Czerny-Turner assimétrico
Distância focal	1000 mm
Abertura	f/8.4
Dispersão	0.8 nm/mm
Rede de difração	1200 ranhuras/mm
Blaze da rede	500 nm

**Tabela 9** – Especificações do CCD Synapse

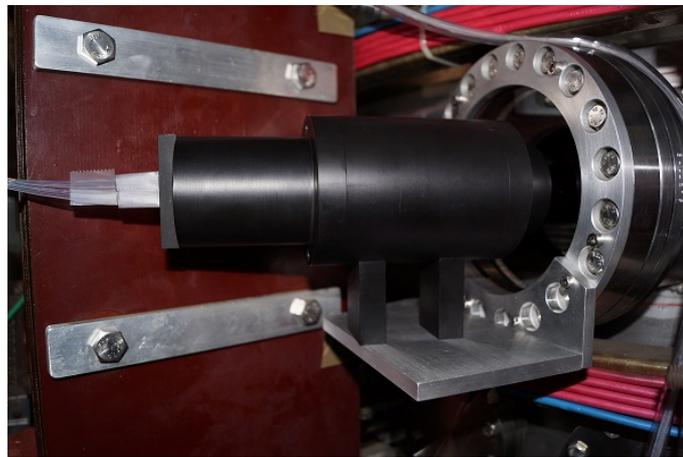
Formato	1024×256 pixels
Tamanho dos pixels	26 $\mu\text{m}$ ×26 $\mu\text{m}$
Área da imagem	26,6 mm × 6,7 mm
Não-linearidade	< 0,4% @ 20kHz < 1% @ 1MHz
Velocidade de conversão ADC	20kHz e 1MHz (selec.)
Precisão do ADC	16 bits
Tempo de exposição	0,001 s a 49,71 dias

Originalmente, apenas uma corda era medido por descarga, e a luz era coletada no plano equatorial do plasma, sendo enviada até uma objetiva por um conjunto de espelhos. E utilizando-se várias descargas, era possível fazer a varredura das posições radiais ajustando-se o ângulo de um espelho posicionado sobre um goniômetro. O esquema simplificado desse diagnóstico é apresentado na figura 61.



**Figura 61** – Desenho esquemático do diagnóstico para medição de temperatura iônica.

Posteriormente, o diagnóstico foi modificado para que várias cordas sejam medidas simultaneamente numa mesma descarga. Para isso, foi construído uma nova objetiva (figura 62, descrita no apêndice B) ao qual estão conectadas várias fibras óticas, e com isso, é possível observar a coluna de plasma tangencialmente ao raio maior  $R_0$  e ao longo do eixo Z. As várias posições de observação das fibras óticas são listadas na tabela 10.



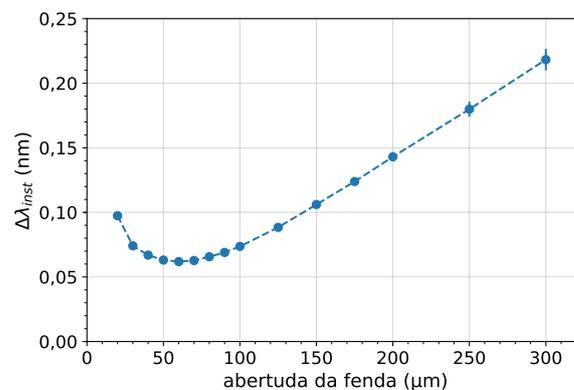
**Figura 62** – Objetiva instalada no tokamak para aquisição das 12 cordas do diagnóstico de temperatura iônica.

**Tabela 10** – Pontos de observação de luz

posição	Z [cm]
-6	-13,0
-5	-10,5
-4	-8,5
-3	-6,3
-2	-4,0
-1	-2,0
0	-0,0
1	2,4
2	4,5
3	6,5
4	8,6
5	11,0
6	13,3

**Nota** – Incerteza na posição: 5 mm.

Para calcular o efeito instrumental das medidas, foi levantado o alargamento instrumental para várias aberturas de fenda de entrada com o THR1000 e CCD Synapse, que é apresentado na figura 64. Tipicamente trabalhamos com aberturas entre 100 e 150  $\mu\text{m}$ .

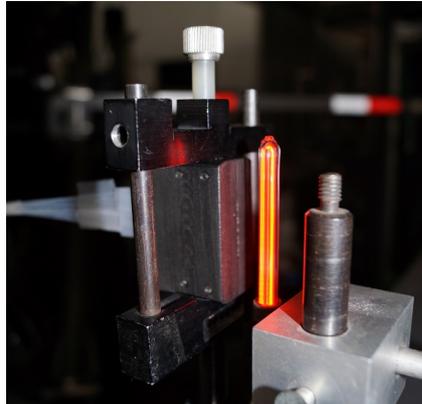


**Figura 63** – Alargamento instrumental do espectrômetro THR1000 com o CCD Synapse para  $\lambda = 546,075$  nm. Essa curva de calibração é consistente com aquela feita com laser de He-Ne, bem como de outras linhas de emissão de lâmpadas de calibração. Para abertura de fendas menores que 50  $\mu\text{m}$ , o perfil de emissão aparece bastante distorcido no CCD, fazendo que o alargamento instrumental ajustado aumente, ao invés de se manter constante.

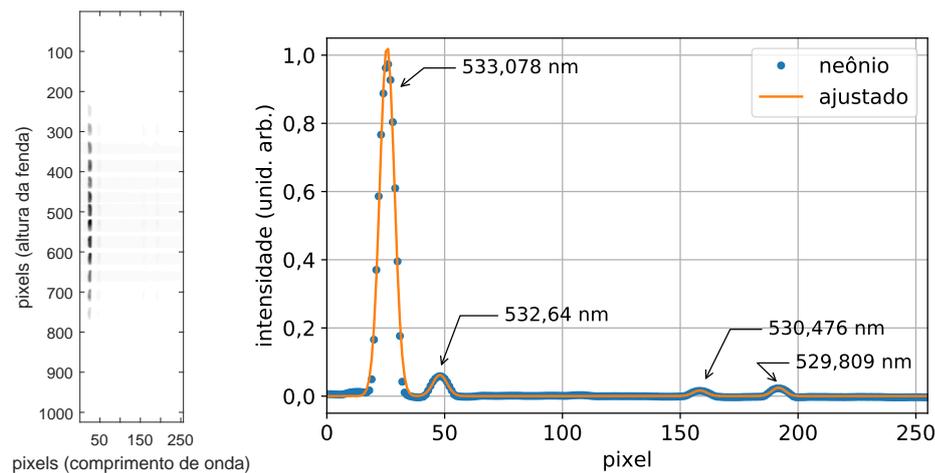
A principal linha de emissão utilizada é do C VI ( $n = 8 \rightarrow 7$ ) = 529,07 nm, originário principalmente da reação de troca de cargas entre um carbono totalmente ionizado (C VII) e hidrogênio neutro, dando origem ao C VI em estado excitado e um hidrogênio ionizado.

A calibração de comprimento de onda, e verificação de alargamento instrumental, é realizado periodicamente utilizando uma lâmpada de calibração espectral de neônio

alimentada em corrente contínua e iluminando as fibras, tal como ilustrado na figura 64 e 65.



**Figura 64** – Montagem das fibras ópticas e da lâmpada de neônio para calibração de comprimento de onda.



**Figura 65** – Imagem dos espectro da lâmpada de neônio na matriz do CCD relativo a todas as fibras iluminadas (à esquerda) e o espectro em detalhe de uma delas no processo de calibração de comprimento de onda (à direita).

Nesse tipo de abordagem, é importante levar em conta que as medidas são integrais ao longo da linha de visada da objetiva. Ou seja, o que efetivamente é medido num plasma opticamente fino é

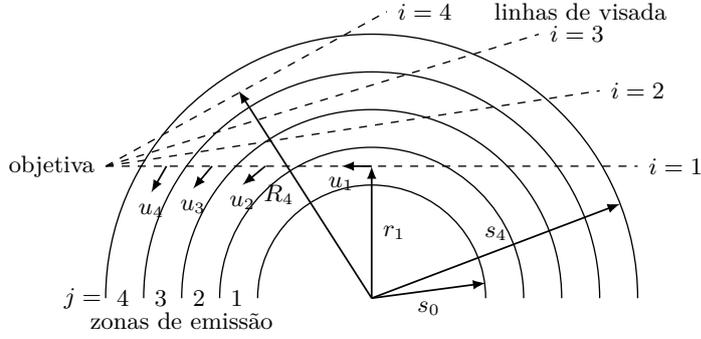
$$I(\lambda) = \int_{\text{corda}} \varepsilon(\mathbf{r}, \lambda) dr \quad (6.17)$$

$$= \int_{\text{corda}} \frac{\varepsilon(\mathbf{r})}{\Delta\lambda_D \sqrt{\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{\lambda - \lambda_0 - \frac{\lambda_0}{c} \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_l}{\Delta\lambda_D(\mathbf{r})} \right)^2 \right] dr. \quad (6.18)$$

Assim, é necessário fazer a inversão dos dados para recuperar os perfis radiais de temperatura, velocidade e emissividade. Para a inversão, adotamos a abordagem matricial desenvolvida em [91–93], explicada a seguir.

### 6.3.1 Inversão matricial

O plasma é particionado em zonas radiais com emissividade  $\varepsilon_j$ , velocidade toroidal  $u_j$  e temperatura  $T_j$  constantes. Aqui, os índices  $i$  serão utilizados para designar a linha de visada, e os índices  $j$  indicam as zonas de emissão, tal como representados na figura 66.



**Figura 66** – Representação esquemática das linhas de visada e as zonas de emissão.

O comprimento do caminho óptico da  $i$ -ésima corda pela  $j$ -ésima zona de emissão é denotada por  $L_{ij}$ . O raio externo da zona de emissão  $s_i$  é colocada na região intermediária entre duas cordas adjacentes de raio  $r_i$ , ou seja, para  $k$  cordas,  $s_i = (r_i + r_{i+1})/2$ , com  $s_0 = r_{\text{mín}}$  e  $s_k = r_{\text{máx}}$ . Assim, a matriz de comprimentos é uma matriz diagonal com os elementos dados por

$$L_{ij} = \begin{cases} 2\sqrt{s_j^2 - r_i^2} & s_j > R_i, \quad i = j \\ 2\sqrt{s_j^2 - r_i^2} - 2\sqrt{s_{j-1}^2 - r_i^2} & s_j > R_i, \quad i \neq j \\ 0 & s_j < R_i \end{cases} \quad (6.19)$$

O perfil espectral do brilho observado pela corda de visada pode ser considerada, em primeira aproximação, como sendo gaussiana, de modo que é possível estimar valores de velocidade de rotação e temperatura “aparentes”, aqui denotados por  $\tilde{u}_i$  e  $\tilde{T}_i$ . O brilho é a integral da emissividade espectral ao longo da linha de visada,

$$B_i = \sum_j L_{ij} \int \varepsilon_{ij}(\lambda) d\lambda = \int \sum_j L_{ij} \varepsilon_{ij}(\lambda) d\lambda. \quad (6.20)$$

Assim, o vetor de brilho  $B_i$  está relacionado ao vetor de emissividade  $\varepsilon_j$  pela multiplicação matricial

$$B_i = \sum_j L_{ij} \varepsilon_j \quad \text{e} \quad \varepsilon_j = \sum_i L_{ji}^{-1} B_i \quad (6.21)$$

O deslocamento em comprimento de onda  $\delta\lambda_{ij}$  pode ser obtido integrando sobre o primeiro momento da emissividade espectral normalizada pela emissividade total

$$\delta\lambda_{ij} = \frac{\int \varepsilon_{ij}(\lambda) (\lambda - \lambda_0) d\lambda}{\int \varepsilon_{ij}(\lambda) d\lambda} = \frac{\lambda_0}{c} \mathbf{u}_j \cdot \mathbf{e}_{l,i} = \frac{\lambda_0}{c} u_j \cos \theta_{ij} \quad (6.22)$$

onde  $u_j = |\mathbf{u}_j|$  é a velocidade toroidal na zona  $j$ ,  $\mathbf{e}_{l,i}$  é o vetor unitário na direção de observação da  $i$ -ésima corda, e  $\theta_{ij}$  é o ângulo entre a direção da linha de visada e a velocidade toroidal, tal que

$$\cos \theta_{ij} = \frac{R_i}{R_j}$$

e que  $\theta_{ii} = 0$  e  $\theta_{ij} = -\theta_{ji}$ .

O brilho medido ao longo da linha de visada dada um brilho espectral  $B(\lambda)$  é

$$B_i = \int B_i(\lambda) d\lambda = \int \sum_j L_{ij} \varepsilon_{ij}(\lambda) d\lambda \quad (6.23)$$

que nos permite escrever o deslocamento do centroide do comprimento de onda medido como

$$\delta\lambda_i^B = \frac{\int B_i(\lambda) (\lambda - \lambda_0) d\lambda}{\int B_i(\lambda) d\lambda} \quad (6.24)$$

resultando em uma velocidade aparente  $\tilde{u}_i$

$$\tilde{u}_i = \frac{c}{\lambda_0} \delta\lambda_i^B. \quad (6.25)$$

O produto do brilho pela velocidade aparente é

$$B_i \tilde{u}_i = \sum_j L_{ij} \varepsilon_j u_j \cos \theta_{ij} \quad (6.26)$$

Definindo a matriz  $M_{ij} = L_{ij} \cos \theta_{ij}$ , a velocidade local  $u_j$  pode ser computado invertendo a matriz  $M_{ij}$  e  $L_{ij}$

$$u_j = \frac{\varepsilon_j u_j}{\varepsilon_j} = \frac{\sum_i M_{ji}^{-1} B_i \tilde{u}_i}{\sum_i L_{ji}^{-1} B_i} \quad (6.27)$$

Já o desvio padrão do sinal do comprimento de onda medido em cada corda pode ser obtido através do segundo momento

$$\begin{aligned} \left\langle (\delta\lambda_i^B)^2 \right\rangle &= \frac{\int B_i(\lambda) (\lambda - \lambda_0)^2 d\lambda}{\int B_i(\lambda) d\lambda} = \frac{\int \sum_j L_{ij} \varepsilon_{ij}(\lambda) (\lambda - \lambda_0)^2 d\lambda}{\int B_i(\lambda) d\lambda} \\ &= \frac{\sum_j L_{ij} \left( \Delta\lambda_{D,j} + \frac{\lambda_0^2}{c^2} u_j \cos \theta_{ij} \right) \varepsilon_{ij}}{\int B_i(\lambda) d\lambda}. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Assim, o produto entre o brilho, e a temperatura aparente em uma dada corda é

$$\begin{aligned} B_i \tilde{T}_i &= \frac{mc^2}{8k_B \lambda_0^2 \ln 2} \sum_j L_{ij} \Delta\lambda_{D,j} \varepsilon_j + \frac{m}{k_B} \sum_j L_{ij} u_j^2 \cos \theta_{ij} \varepsilon_j \\ &= \sum_j L_{ij} T_j \varepsilon_j + \frac{m}{k_B} \sum_j L_{ij} u_j^2 \cos \theta_{ij} \varepsilon_j \end{aligned} \quad (6.29)$$

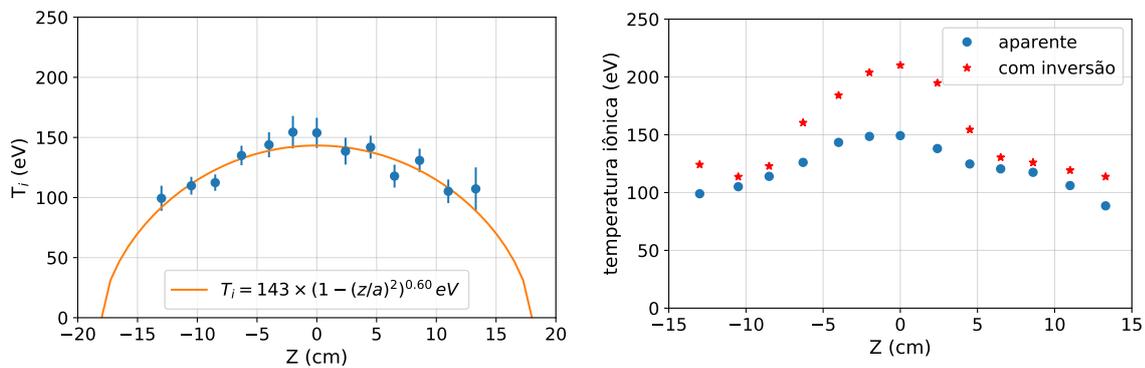
De modo que a temperatura local pode ser calculada invertendo a matriz de comprimentos e do quadrado das velocidades locais

$$\tilde{T}_j = \frac{\sum_i L_{ji}^{-1} B_i T_i}{\sum_i L_{ji}^{-1} B_i} + \frac{m}{k_B} \frac{\sum_i L_{ji}^{-1} \sum_j L_{ij} u_j^2 \cos \theta_{ij} \varepsilon_j}{\sum_i L_{ji}^{-1} B_i} \quad (6.30)$$

Tipicamente para o caso do TCABR  $u < 50$  km/s, de modo que a contribuição do segundo termo é insignificante.

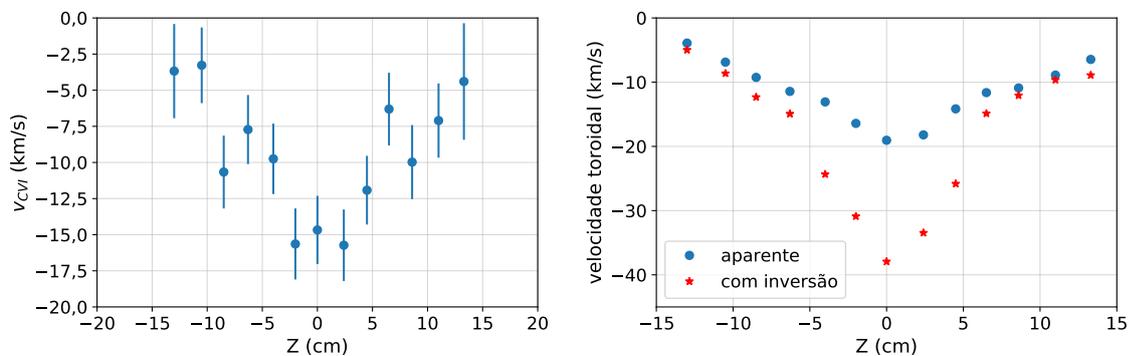
## 6.4 Resultados

Os valores de temperatura iônica aparente e seu valor invertido são apresentados na figura 67. Esse perfil de temperatura é consideravelmente mais achatado do que o de temperatura eletrônica.



**Figura 67** – Perfil de temperatura iônica aparente (à esquerda) e de temperatura iônica, após a inversão (à direita), para a descarga 35017.

Nessa mesma descarga, foi possível reconstruir o perfil de rotação toroidal, apresentado a seguir.



**Figura 68** – Velocidade toroidal do plasma na descarga 35017.

## 7 Rotação intrínseca do plasma

A velocidade de rotação do plasma, tanto na direção toroidal quanto poloidal, possuem um papel muito importante no transporte em experimentos de confinamento magnético, podendo estabilizar instabilidades MHD de larga escala e melhorar o confinamento, reduzindo o transporte turbulento de partícula e energia [94–96]. A supressão e, consequentemente, o melhoramento do transporte de calor e partículas geralmente aparece na presença de um cisalhamento  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  da rotação poloidal. Já a rotação toroidal, por sua vez, pode contribuir na estabilização MHD no caso de modos resistivos de parede ou modos *tearing* neoclássicos quando um valor apreciável de rotação é atingido.

Para se obter uma estimativa da rotação espontânea, tomaremos a descrição de fluido para os íons, considerando as equações de conservação de massa e momento no caso estacionário

$$\nabla p_i = en_i(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) \quad (7.1)$$

Usando coordenadas pseudo-toroidais  $(r, \theta, \varphi)$ , podemos estimar a componente radial do campo elétrico

$$E_r = u_{i\varphi} B_\theta + \frac{\nabla p_i}{n_i e} - u_\theta B_\varphi \quad (7.2)$$

que revela a relação entre a rotação, gradiente de pressão e campo eletromagnético. Para uma descrição mais adequada da rotação do plasma, é preciso incluir os termos de cisalhamento do tensor de pressão, uma vez que os principais mecanismos que dão origem a rotação do plasma são as forças de deriva, i.e., termo-forças e campo elétrico radial, e o amortecimento devido a viscosidade.

Uma breve descrição da teoria de rotação de plasma é apresentado nas seções a seguir. Uma abordagem mais aprofundada pode ser encontrada em [18, 97].

### 7.1 Rotação na teoria neoclássica

A formalização do transporte de momento tem sido apresentada no contexto de teoria neoclássica, que descreve transporte de partículas, momentum e energia em um plasma magneticamente confinado, levando em consideração as colisões.

Na ausência de fontes externas, a velocidade de rotação, tanto toroidal quanto poloidal, podem ser deduzidas pelo balanço de momento paralelo ao campo magnético, tomando-se os fluxos de massa perpendiculares e paralelos em primeira ordem. Essa solução apresentada por [98] e explicitada para o caso de íons e impureza por [99]. O valor previsto

para a rotação poloidal pela teoria neoclássica é

$$u_{i\theta} = \frac{K}{m_i \omega_{ci}} \frac{\partial T_i}{\partial r} \quad (7.3)$$

onde  $K$  depende do regime de colisionalidade. Essa expressão, obtida pela primeira vez por Rosenbluth e Hazeltine [100] demonstra o papel fundamental da viscosidade. Os regimes de colisionalidade são tipicamente divididos em três:  $K = 0,5$  no regime banana  $K \approx -1,17$  no platô e  $K = -1,83$  no regime colisional (Pfirsch-Schlüter) [97, 99, 101].

A frequência de colisão entre os íons de impurezas e os do gás base é geralmente grande o suficiente para assumir que a temperatura dessas duas componentes são iguais dentro do tempo de confinamento. Todavia, a velocidade de rotação das impurezas e a do plasma não é necessariamente a mesma. Quando há uma diferença no gradiente de pressão  $\nabla p/Z_I$ , onde  $Z_I$  é a carga nuclear das impurezas, então haverá uma diferença nas velocidades de rotações — situação típica com injeção de partículas neutras (NBI). A abordagem de momentos neoclássica de Hirshman e Sigmar [98, 99] fornecem expressões para a diferenças entre as velocidades de rotação. Em [99], a diferença na rotação  $v = v_i - v_I$  é dada por

$$\Delta u_\theta \approx \frac{1}{2eB_\varphi} \frac{dT}{dr} \left[ -3K_2 + 2 \frac{L_T}{L_{p,i}} \left( 1 - \frac{Z_i L_{p,i}}{Z_I L_{p,I}} \right) \right] \quad (7.4)$$

$$\Delta u_\varphi \approx -\frac{3}{2eB_\theta} \frac{dT}{dr} K_2 \quad (7.5)$$

onde  $L_T$  é o comprimento característico do gradiente de temperatura e  $L_{p,i}$  e  $L_{p,I}$  são os comprimentos do gradiente de pressão dos íons e impurezas, respectivamente;  $K_2$  é uma função que depende do regime de colisionalidade do plasma. Nota-se que a diferença da rotação poloidal depende da pressão das impurezas e dos íons principais, enquanto a diferença na rotação toroidal depende apenas do gradiente de temperatura. Nota-se ainda que a diferença na rotação toroidal será grande para plasmas com perfil de temperaturas íngremes (i.e., gradientes elevados de temperatura) e baixa corrente de plasma (campo poloidal  $B_\theta$  baixo) .

### 7.1.1 Rotação toroidal

Experimentalmente, a rotação poloidal é bem descrita pela teoria neoclássica em descargas de regime ôhmico, no entanto o mesmo não acontece para a rotação toroidal, seja em módulo ou sentido de rotação. A tabela 11 apresenta o valor da rotação toroidal no centro da coluna de plasma para diversas máquinas.

**Tabela 11** – Velocidade toroidal do plasma no centro da coluna em diferentes máquinas

Máquina	$R_0$ (m)	$a$ (m)	$B_\phi$	$I_p$ (kA)	$u_\varphi$ (km/s)
Torus II	0,3	0,2	0,67	250	+16
LT-3	0,4	0,1	1	33	5
TM-4	0,53	0,085	1,5	25	-7
TCA	0,61	0,18	1,5	100	$\pm 25$
TCABR	0,61	0,18	1,1	100	-20
JFT-2	0,90	0,25	1,8	230	-13
ISX	0,92	0,26	1,8	220	$\approx 0$
PLT	1,32	0,4	3	600	-15
PDX	1,4	0,45	2,5	600	$\leq 3, 1$
DIII-D	1,6	0,56	2,2	2000	-25
JET	2,96	1,25	2,7	2500	$\leq -24$

**Nota** – A velocidade é positiva quando ela é na mesma direção da corrente de plasma.

## 7.2 Relação da rotação com frequências MHD

Quando os números poloidal e toroidal são conhecidos, pode-se encontrar uma relação entre a velocidade do plasma e a deriva diamagnética dos elétrons com a frequência MHD

$$\begin{aligned}
 f_{MHD} &= n \frac{v_{\varphi, MHD}}{2\pi R_0} + m \frac{v_{\theta, MHD}}{2\pi r} \\
 &\approx n \frac{v_\varphi}{2\pi R_0} + m \frac{v_\theta}{2\pi r} + m \frac{v_{\theta, e}^*}{2\pi r} \quad \text{visto que } n \frac{v_{\varphi, e}^*}{2\pi R_0} \ll m \frac{v_{\theta, e}^*}{2\pi r} \\
 &\approx n \frac{v_\varphi}{2\pi R_0} + m \frac{v_\theta}{2\pi r} + f_e^*
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

onde a frequência diamagnética eletrônica é dada por

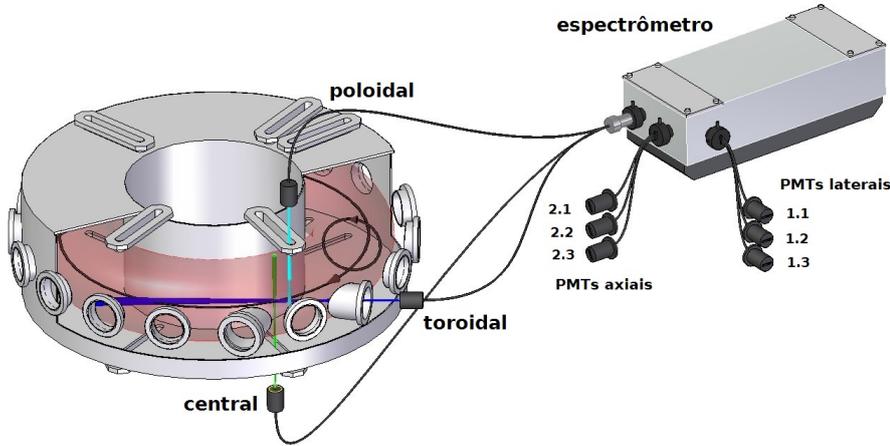
$$f_e^* = \frac{m}{2\pi r} \frac{B_\varphi}{n_e e B^2} \frac{dp_e}{dr} \approx \frac{m}{2\pi r} \frac{1}{n_e e B_\varphi} \frac{dp_e}{dr}. \tag{7.7}$$

## 7.3 Diagnóstico de rotação

As medidas de rotação do plasma são estimadas a partir do deslocamento Doppler das linhas de emissão de impurezas, tipicamente C III (464,7 nm), que se encontra majoritariamente na periferia do plasma, e do C VI (529,05 nm). O sistema atual permite a medição simultânea, com resolução temporal, de três linhas de visada ao longo do plasma, sendo duas poloidais e uma toroidal, assim nomeadas:

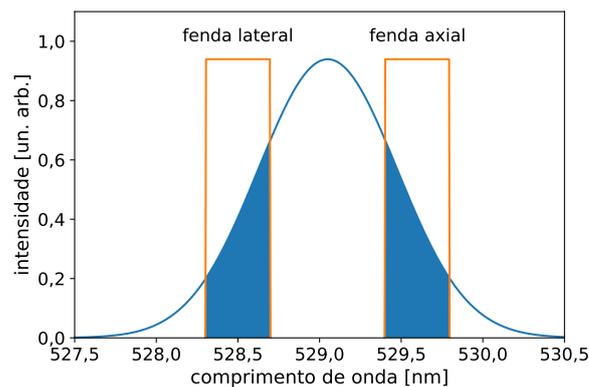
- toroidal: coleta a luz na direção toroidal, no sentido da corrente de plasma, e com sentido oposta ao do campo toroidal.
- poloidal: coleta a luz no sentido poloidal, na parte superior do tokamak.

- central : coleta a luz no sentido poloidal, pela janela inferior do tokamak; tipicamente é mantida fixa, observando o centro magnético da coluna de plasma, para fins de aferição da calibração.



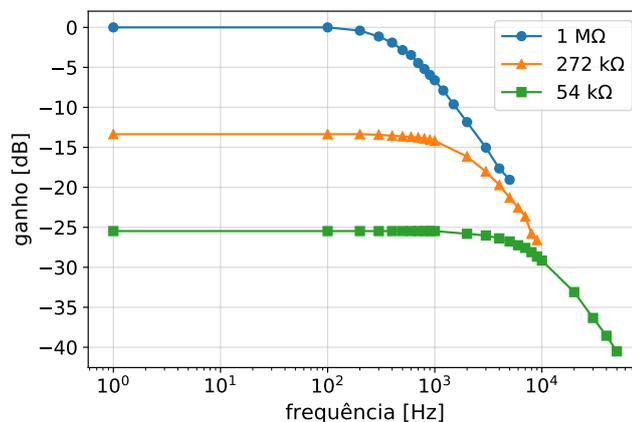
**Figura 69** – Representação esquemática do diagnóstico de rotação no tokamak TCABR. A luz que é coletada pelas janelas poloidal e toroidal, é enviada até o monocromador por fibras ópticas. No interior do monocromador, cada um dos três feixes de luz é dividido em duas partes por um semiespelho e estes seis feixes vão incidir sobre seis PMTs que encontram-se instaladas nas fendas de saída.

O deslocamento Doppler nas medidas de rotação é obtido a partir da relação dos sinais fornecidos pelos fotomultiplicadores de elétrons (PMT) que observam o mesmo volume de plasma porém em comprimentos ligeiramente diferentes da linha de emissão espectral da impureza. A luz oriunda da coluna de plasma, que transmitida para o monocromador através de fibras ópticas, é dividida em duas partes por um semiespelho e direcionada para os fotomultiplicadores que estão instalados nas fendas de saída (figura 70). A fenda de saída lateral integra a parte esquerda (área  $A_E$ ) da linha espectral, enquanto que a fenda axial integra a parte direita  $A_D$ . Quando o plasma começa a movimentar-se, o centro da linha espectral movimenta-se na direção de menores (*blueshift*) ou maiores (*redshift*) comprimentos de onda, dependendo do sentido de rotação, mudando a razão  $R(\lambda) = A_E/A_D$ .



**Figura 70** – Representação esquemática do sinal adquirido na fenda lateral e axial do monocromador.

A luz coletada dessas três ópticas é enviada por fibra óptica até um monocromador (McPherson 207 Czerny-Turner, distância focal de 0,67m, f/4,7, rede de difração de 1200 ranhuras/mm) configurado para a linha de emissão desejada. Na saída do monocromador está um divisor de feixe dividindo o sinal para a saída lateral e outra axial do monocromador. Esse divisor de feixe é ajustado de modo que a saída lateral e axial observem comprimento de ondas ligeiramente diferentes. E, das saídas do monocromador, a luz é detectada em 2 conjuntos de 3 fotomultiplicadoras (Hamamatsu, modelo R6060-02) conectadas a suas respectivas fontes de alta tensão (Hamamatsu, modelo C9525). A figura 71 mostra a resposta em frequência do detetor R6060-2 para diferentes resistores de carga.



**Figura 71** – Resposta de frequência das fotomultiplicadoras R6060-2 em função da frequência do sinal luminoso para diferentes resistores de carga. O sinal de referência (0 dB de ganho) é definido como o sinal medido para uma luz contínua, com a saída da fotomultiplicadora conectada diretamente ao sistema de aquisição (impedância de 1 MΩ).

Assim, a partir da relação entre o sinal medido a partir da saída axial e da saída lateral do monocromador é possível medir o deslocamento Doppler para cada entrada óptica.

### 7.3.1 Calibração

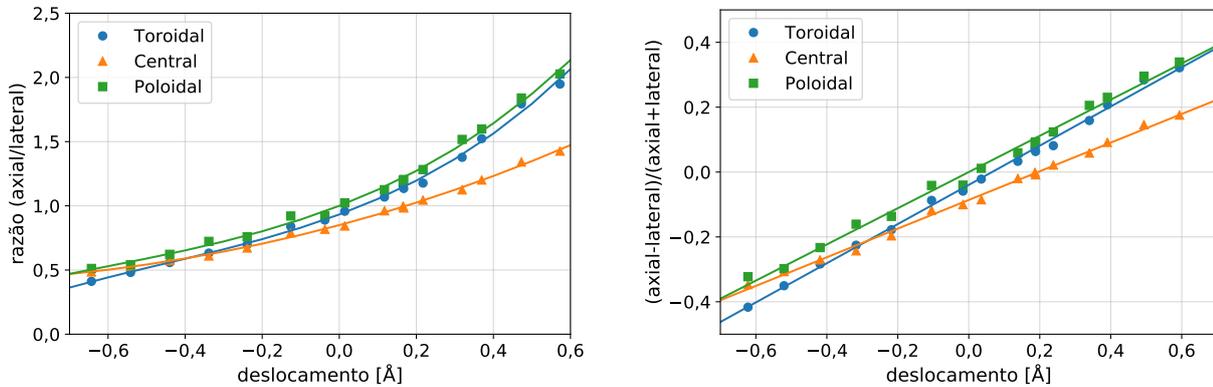
Para a calibração, os canais poloidal e central são posicionados de modo a observar o centro do plasma ( $r = 0$ ), enquanto o canal toroidal é ajustado para o ângulo de  $45^\circ$  na janela toroidal. Nessas condições, a radiação observada praticamente não possui deslocamento Doppler, visto que a velocidade de rotação é aproximadamente nula em  $r = 0$ . Assim, variando o comprimento de onda no monocromador e registrando a razão dos sinais axial e lateral é possível construir a curva de calibração para determinada impureza.

Os sinais são registrados para disparos semelhantes, com densidade praticamente constante ao longo de cada descarga.

$$u_{\text{rotação}}^i = (\text{shift}_i - \text{shift}_{\text{central}}) \frac{c}{\lambda_0} \quad (7.8)$$

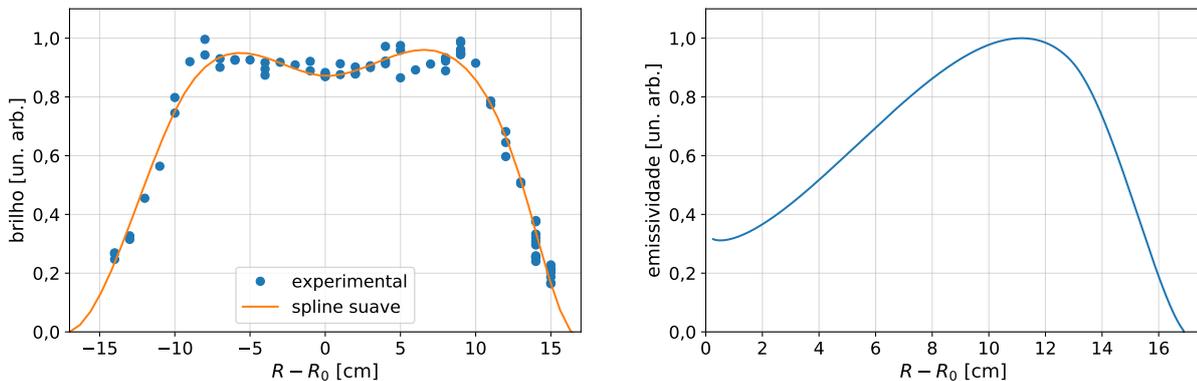
onde  $u_{\text{rotação}}^i$  é a velocidade de rotação medida no canal  $i$ ,  $c$  é a velocidade da luz  $\lambda_0$  é o comprimento de onda da impureza.

A figura 72 mostra as curvas de calibração para as impurezas de C VI para os canais central, poloidal e toroidal utilizando duas metodologias: a razão do canal axial pelo lateral, e a razão da diferença pela soma dos canais. No primeiro caso, é necessário ajustar um polinômio de terceira ordem para obter a relação entre a razão e o ponto de referência na curva de calibração, enquanto o método da diferença pela soma, uma reta, que é consideravelmente mais simples, ajusta bem a curva de calibração. Em ambos casos, os valores de rotação são consistentes, independentemente do método utilizado. Assim, uma vez conhecida a relação dos sinais de cada canal é possível, a partir das curvas de calibrações, determinar o quando a linha de emissão se deslocou em relação a referência original, e com isso, é possível estimar a velocidade de rotação.

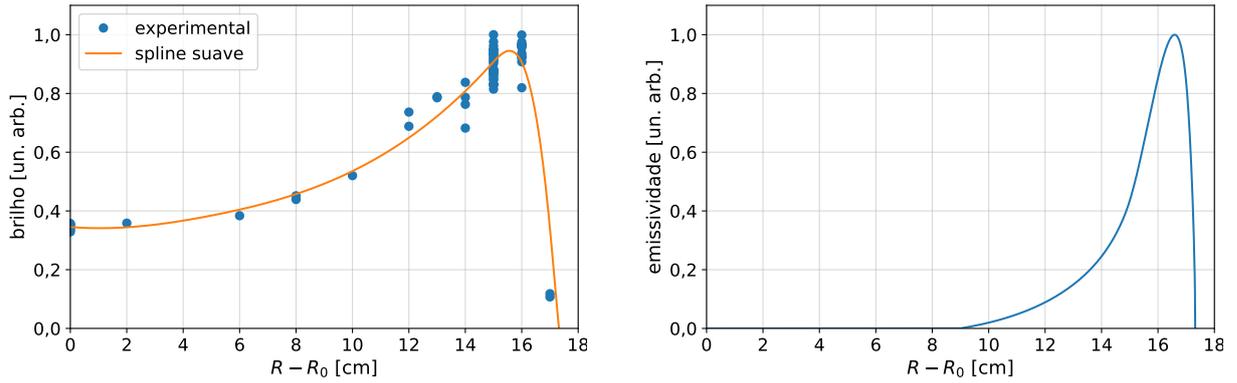


**Figura 72** – Curva de calibração para as impurezas C VI utilizando a razão entre os sinais (à esquerda) e tomando a diferença pela soma dos sinais (à direita), para cada uma das 3 cordas disponíveis.

Para isso é necessário que se meça a emissividade média de linha dessa impureza ao longo de toda a coluna de plasma, de modo que seja possível fazer a inversão da emissividade. No caso do carbono C VI, com comprimento de onda de 529,05 nm, os valores medidos e a inversão são apresentados na figura 73. O mesmo procedimento é adotado para o carbono III, cujos dados são apresentados na figura 74.

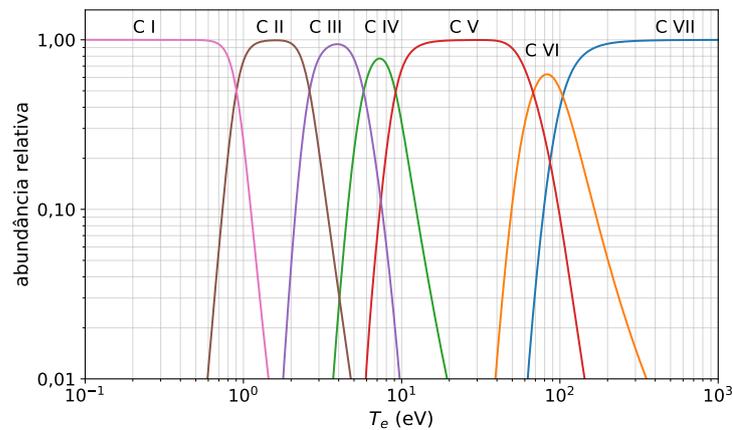


**Figura 73** – Emissividade média de linha do C VI (à esquerda) e a sua distribuição relativa obtida da inversão de Abel (à direita) ao longo da coluna de plasma.



**Figura 74** – Emissividade média de linha do C III (à esquerda) e a sua distribuição relativa obtida da inversão de Abel (à direita) ao longo da coluna de plasma.

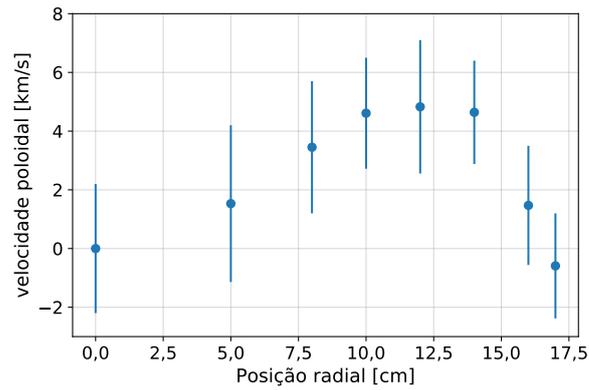
Essa distribuição radial de impurezas é esperada no TCABR, pois nas regiões onde a temperatura é maior (centro do plasma), as impurezas serão mais facilmente ionizadas, e, conseqüentemente, maior o grau de ionização delas. Já na borda, onde a temperatura é mais baixa, será maior a concentração de impurezas com um grau de ionização menor. No caso onde o transporte é desconsiderado, é esperado que a abundância relativa dos íons de carbono seja semelhante ao da figura 75.



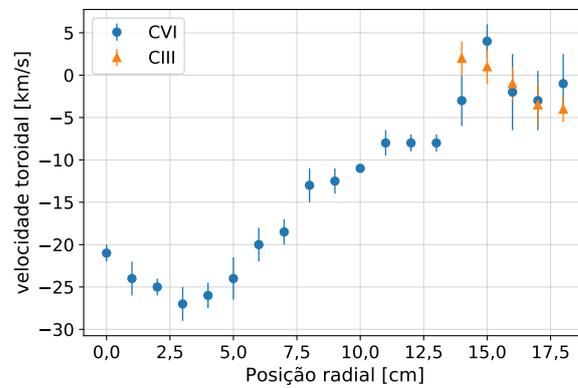
**Figura 75** – Abundância relativa dos diferentes íons de carbono em um plasma de hidrogênio com densidade de  $1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , obtido utilizando modelo corona e desconsiderando efeitos de transporte[86].

### 7.3.2 Resultados

Os resultados preliminares da rotação de plasma, tanto toroidal quanto poloidal são apresentados a seguir. A rotação poloidal segue relativamente bem a teoria neoclássica [18], exceto na região próxima a borda, onde os efeitos não considerados pela teoria neoclássica podem se tornar relevantes (como a presença de limitador e perda de partículas devido ao raio de Larmor finito). Além disso, a velocidade poloidal aparente obtém seu valor máximo em  $r = 12 \text{ cm}$  (figura 76), enquanto a velocidade toroidal aparente tem seu valor máximo (em módulo) em torno de  $r = 3 \text{ cm}$ , (figura 77).

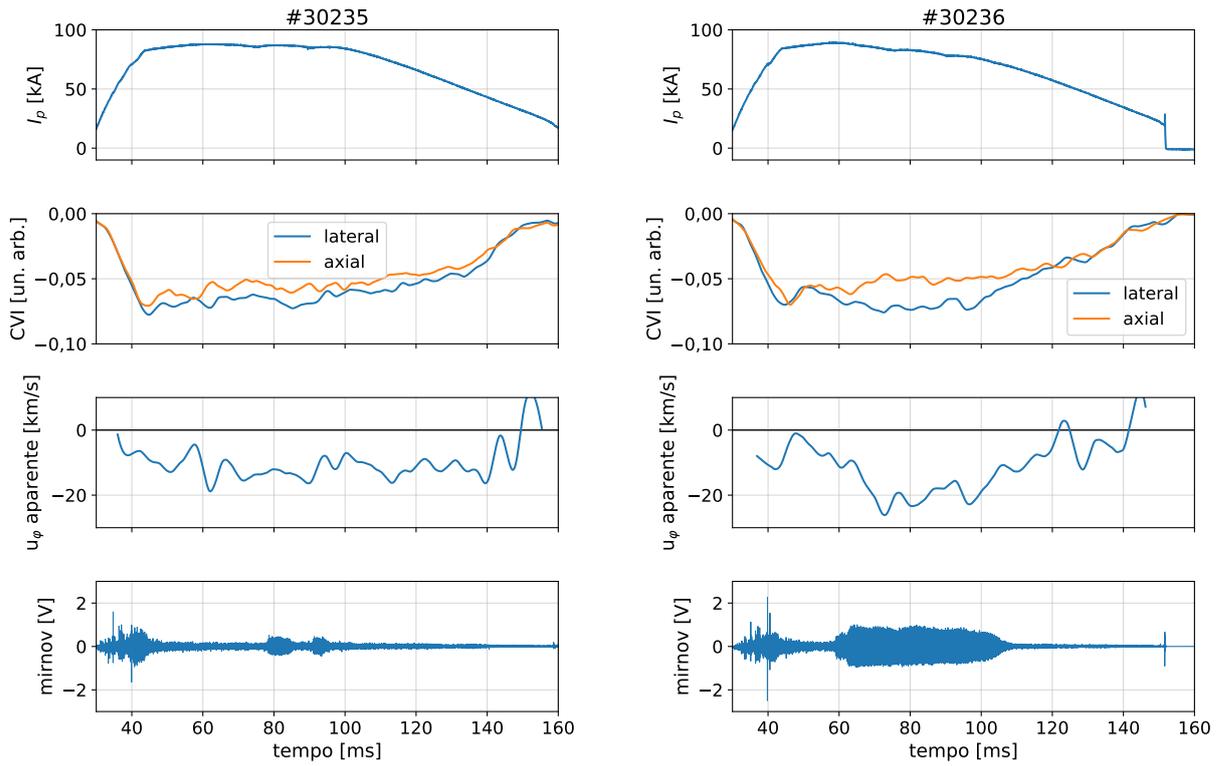


**Figura 76** – Velocidade poloidal média de linha para diferentes posições da coluna de plasma obtida com o carbono VI.



**Figura 77** – Rotação toroidal em função da posição radial medida com carbono III e VI.

Todavia, a grande vantagem desse diagnóstico é medição da rotação com resolução temporal. Na figura 78, por exemplo, apresenta-se a evolução temporal da rotação em duas descargas: uma em descarga normal, e outra na qual a coluna de plasma foi deslocada para o centro do tokamak.



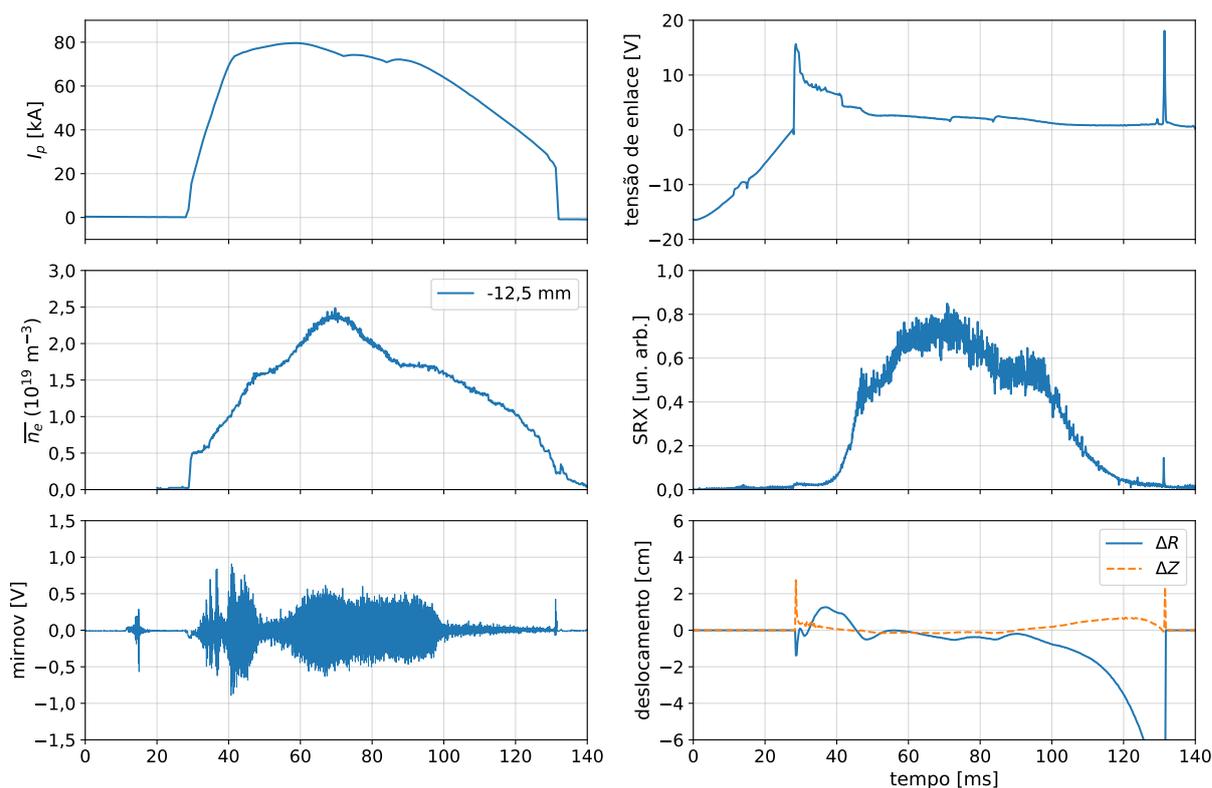
**Figura 78** – Evolução da velocidade de rotação em duas descargas. Na descarga #30235 (à esquerda), a velocidade de rotação praticamente permanece constante ao longo de toda a descarga que não registra nenhuma atividade MHD. Já no disparo #30236 (à direita), devido ao deslocamento da coluna de plasma no meio da descarga, e conseqüentemente aumento de impurezas e crescimento da atividade MHD, nota-se um crescimento da velocidade toroidal (mesmo antes da queda do valor da corrente de plasma).



## 8 Perfis de pressão e reconstrução do equilíbrio

Tendo os diagnósticos a serem usados detalhados nos capítulos anteriores, e seus resultados parciais explicitados, faz-se necessário combiná-los adequadamente para a reconstrução do perfil de pressão. Em descarga ôhmicas, sem aquecimento externo, a pressão eletrônica é o termo com maior peso, enquanto a pressão iônica é tipicamente da ordem de 1/3 da eletrônica. Apesar das medidas de temperatura iônica serem integradas ao longo de toda a descarga, consideraremos que o valor obtido por elas não é significativamente menor do que os nos tempos onde o laser do espalhamento Thomson foi considerado.

Inicialmente, tomamos a descarga #35017 para cálculo da pressão e equilíbrio, onde os sinais característicos da descarga são apresentados abaixo.

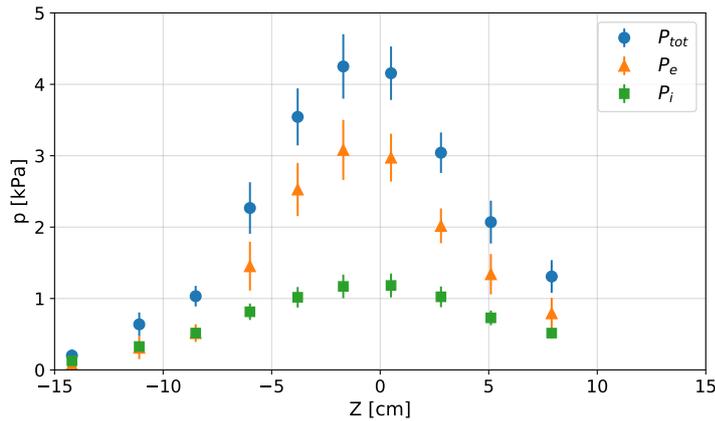


**Figura 79** – Principais sinais da descarga 35017.

Como o perfil de temperatura eletrônica é o que tem maior peso no perfil de pressão, os dados de temperatura eletrônica e densidade são mapeados nas mesmas posições onde foram tomadas as medidas de espalhamento Thomson. Como os perfis de temperatura, tanto eletrônica quanto iônica, são obtidos ao longo do eixo  $Z$  do tokamak, com  $R = 0,615$  m

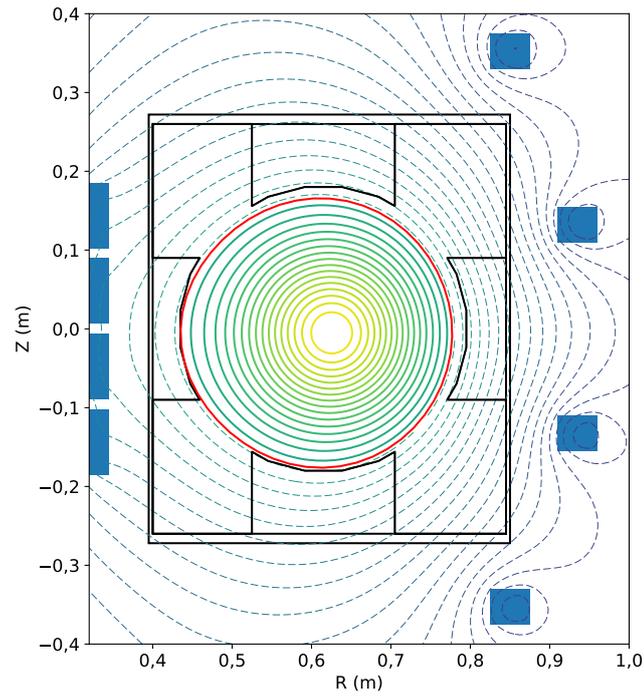
para todos os pontos, o mapeamento é simples, podendo-se utilizar de interpolação. Para os dados de densidade com reflectometria, que são tomados ao longo do raio maior, a densidade é mapeada utilizando a parametrização para densidade dada pela equação 3.59.

Os dados da temperatura eletrônica e iônica dessa descarga já foram apresentadas nos capítulos anteriores. O perfil de pressão, bem como a pressão devido aos elétrons e íons para a descarga em questão, são apresentados na figura 80.



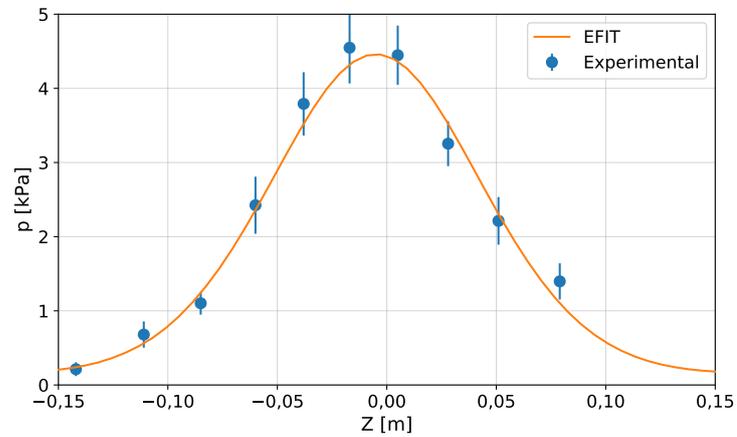
**Figura 80** – Perfil de pressão eletrônica, iônica e total do plasma na descarga #35017, em 65 ms. Os dados de pressão iônica foram mapeados nas mesmas posições medidas pela espalhamento Thomson.

Utilizando-se o dado de pressão, juntamente com os valores de correntes nas bobinas do tokamak (vertical e ôhmico), e com as medidas magnéticas das bobinas de Mirnov, como entrada para o EFIT, conseguimos reconstruir o equilíbrio apresentado pelas superfícies de fluxo da figura 81.

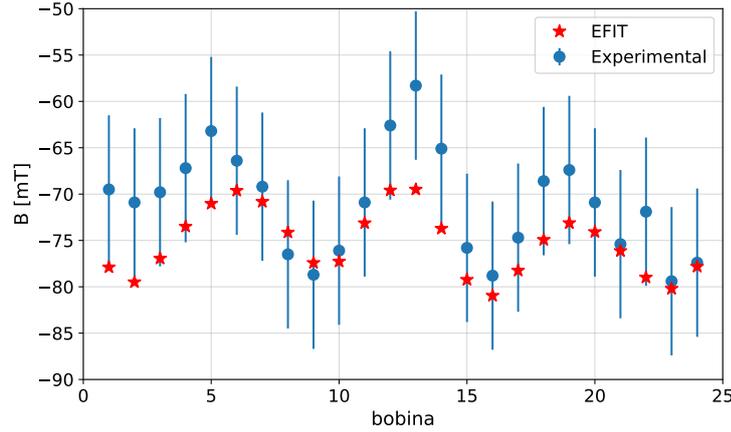


**Figura 81** – Superfícies de fluxo do equilíbrio para a descarga #35017 em 65 ms calculadas pelo EFIT.

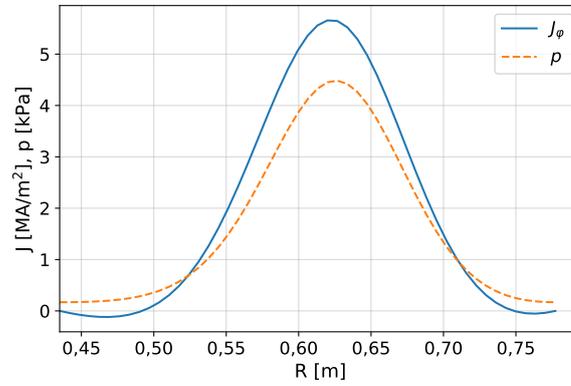
O valor ajustado pelo EFIT para a pressão, sinais magnéticos e a densidade de corrente são apresentados nas figuras 82, 83 e 84, respectivamente.



**Figura 82** – Perfil de pressão experimental e o ajustado pelo EFIT.



**Figura 83** – Campo magnético medido pelas bobinas de Mirnov e seus valores ajustados pelo EFIT.



**Figura 84** – Perfil radial da densidade de corrente toroidal e pressão ajustado pelo EFIT.

A inclusão dos dados de rotação no cálculo de equilíbrio não alteram significativamente as superfícies de fluxo. A pressão rotacional na descarga em questão

$$\frac{p_{\text{rotacional}}}{p_{\text{cinético}}} = \frac{\frac{1}{2}\rho_m R^2 \Omega_\varphi^2}{nk_B T} < 2\% \quad (8.1)$$

de modo que ela foi desprezada para o cálculo de equilíbrio.

É conveniente reproduzir algumas quantidades físicas medidas em termos da coordenada de raio poloidal normalizado, definida como

$$\rho_{\text{pol}} = \sqrt{\frac{\Psi - \Psi_{\text{ma}}}{\Psi_{\text{sep}} - \Psi_{\text{ma}}}} \quad (8.2)$$

onde o índice  $\Psi_{\text{sep}}$  é o fluxo poloidal na separatriz (última superfície de fluxo fechada), e  $\Psi_{\text{ma}}$  é o fluxo poloidal sobre o eixo magnético. Por definição  $\rho_{\text{pol}}$  é 0 no eixo magnético e 1 na separatriz. Assim, nas figuras 85 e 86 apresentamos, respectivamente, os gráficos dos perfis de temperatura eletrônica e iônica, e a velocidade toroidal em termos do raio poloidal normalizado.

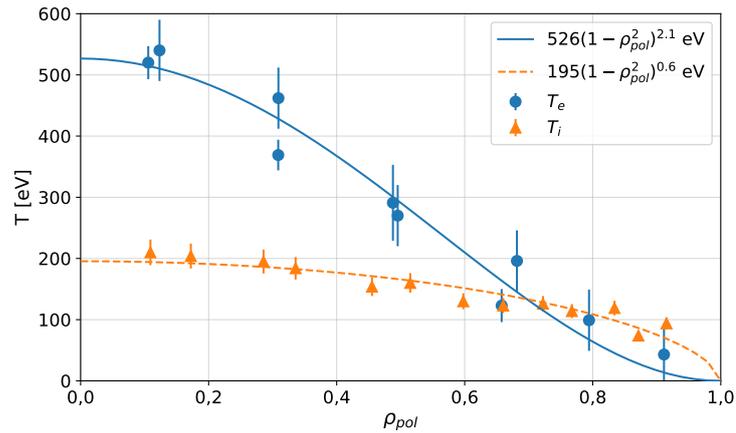


Figura 85 – Perfil de temperatura eletrônica e iônica em função do raio poloidal normalizado.

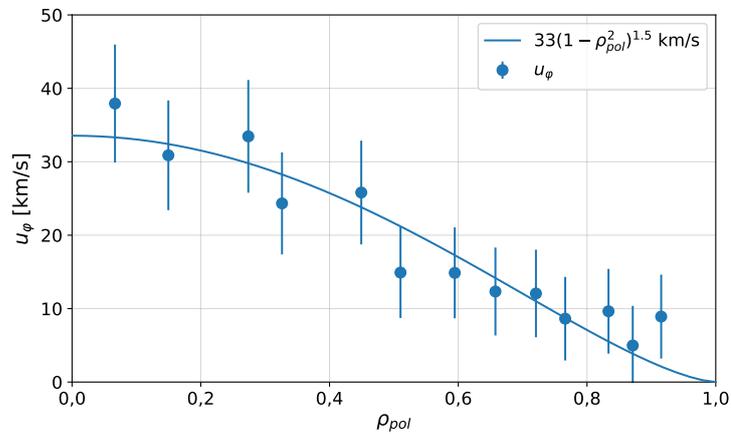


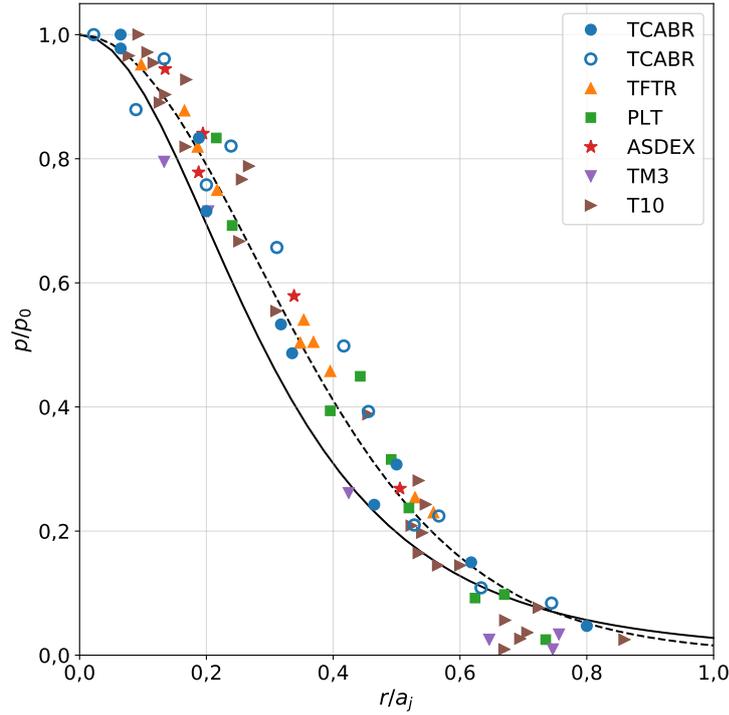
Figura 86 – Perfil de velocidade toroidal em função do raio poloidal normalizado.

## 8.1 Autoconsistência dos perfis de pressão

Com os perfis de pressão obtidos, podemos verificar a validade da autoconsistência de perfis de pressão no TCABR. Para o nosso caso, tomamos a distância característica dos perfis canônicos como

$$a_j = a \sqrt{\frac{5}{q_a}} \quad (8.3)$$

onde  $a$  é o raio menor do plasma e  $q_a$  é o fator de segurança na borda do plasma. O resultado do perfil de pressão normalizado  $p/p_0$  no TCABR e em alguns outros tokamaks é apresentado na figura 87.



**Figura 87** – Comparação do perfil de pressão normalizado do TCABR em duas situações: ● #35017 ( $\bar{n}_{e0} \approx 2,4 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ,  $T_{e0} \approx 530 \text{ eV}$ ); e ○ #23973 ( $\bar{n}_{e0} \approx 1,5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ,  $T_{e0} \approx 500 \text{ eV}$ ). Em linha contínua,  $p/p_0 = (1 + (r/a_j)^2)^{-2}$ , e em linha tracejada,  $p/p_0 = (1 + (r/a_j)^2)^{-6}$ .

Nota-se que o perfil de pressão no TCABR, mesmo em descargas diferentes (e medidas com diagnósticos distintos), mostram a autoconsistência do perfil de pressão nas descargas ôhmicas do TCABR. Mesmo para as demais experiências de confinamento magnético, como é apontado pelo próprio Kadomtsev [52], o perfil canônico  $p/p_0 = (1 + (r/a_j)^2)^{-2}$  obtido na última seção do capítulo 2 não descreve com detalhe o perfil de pressão, em particular na região de borda cuja comportamento é mais abrupto. Seguindo também a proposta por ele, incluímos o perfil 'canônico' empírico  $p/p_0 = (1 + (r/a_j)^2)^{-6}$  que se adéqua melhor aos dados em todas as máquinas apresentadas, incluindo os dados do TCABR.

# Conclusão

Neste trabalho medimos os perfis de pressão no TCABR utilizando vários diagnósticos disponíveis, em particular, implementando o diagnóstico de espalhamento Thomson multiponto. Foi possível verificar que o perfil de densidade tem um comportamento parabólico com potência  $\nu_n$  entre 0,9 e 1,5, sendo tipicamente maior quanto maior a densidade no centro plasma, e que a densidade do centro do plasma é tipicamente  $(1,45-1,6) \times \bar{n}_{e,central}$ , quando o plasma ocupa todo o espaço disponível na câmara. Já a temperatura pode ser também modelada de modo similar, mas com potência  $\nu_T$  tipicamente entre 3 e 4 na região de platô da descarga, quando ocupa toda a coluna. Particularmente, nota-se que  $n_e \propto T_e^{1/2}$  como seria esperado da autoconsistência do perfil do plasma.

Os perfis de temperatura iônica utilizando o alargamento das linhas de emissão forneceram resultados satisfatório, mas ligeiramente abaixo do que seria esperado pela fórmula de Artsimovich, o que pode ser explicado pelo fato do sinal ser integrado ao longo de toda a descarga do plasma. É recomendável, futuramente, a utilização de um *shutter* na entrada do espectrômetro para viabilizar medidas com resolução temporal, e aquisição de um detector mais rápido, para obtenção de vários perfis ao longo da mesma descarga.

Confrontando os perfis normalizados, as descargas do TCABR também são compatíveis com autoconsistência de perfis de pressão verificadas em outras máquinas de confinamento magnético.

Pela primeira vez desde a instalação do TCABR, reconstruímos os perfis de equilíbrio usando dados magnéticos e de pressão medidos experimentalmente. Apesar do sistema de controle vertical do plasma ser efetivo em descargas com baixas densidade, em algumas situações, como na fase de subida e descida da corrente de plasma, ou na região de platô da corrente com densidades elevadas, ele não é capaz de posicionar o plasma de modo a ocupar toda a coluna do plasma. Fomos capazes de reconstruir os perfis de temperatura e pressão, em particular para descargas de baixa densidade onde o diagnóstico ECE opera fora da região de corte. A nova objetiva do diagnóstico Thomson, apesar da limitação temporal de um único disparo ao longo da descarga, permitiu estimar a temperatura (e a densidade, de modo independente) em descargas com densidades mais elevadas. A reconstrução das superfícies de equilíbrio usando os perfis como pressão apresentam dados satisfatórios, mas que devem ainda passar por um refinamento e checagem mais detalhada nos próximos meses. Em particular, como o CRONOS fornece mais informações que apenas o equilíbrio, é desejável que seja aprofundado mais nas capacidades de modelagem de descargas com o software.

Não obstante, medimos a rotação do plasma com 2 técnicas diferentes, com todas

as cordas simultaneamente, mas sem resolução temporal, e uma corda toroidal, sendo no centro a velocidade toroidal aparente de  $\approx 20$  km/s (cerca de 40 km/s, após a inversão).

Agora, de posse de dados de perfis de densidade e temperatura, abre-se um grande leque de estudos mais detalhados no TCABR, como o cálculo de coeficientes de transporte e do transporte de impurezas (tipicamente carbono), sua relação e influência com o equilíbrio e com as instabilidades MHD.

# Referências

- 1 INTERNATIONAL Energy Agency. **Key world energy statistics Tech. rep.** Paris: IEA, 2013. 81 p. Disponível em: <[https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/KeyWorld\\_Statistics\\_2015.pdf](https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/KeyWorld_Statistics_2015.pdf)>. Citado na página 27.
- 2 U.S. Energy Information Administration. **International Energy Outlook 2016.** Washington: U.S. Energy Information Administration, 2016. 290 p. Disponível em: <[http://www.eia.gov/forecasts/ieo/pdf/0484\(2016\).pdf](http://www.eia.gov/forecasts/ieo/pdf/0484(2016).pdf)>. Citado na página 27.
- 3 CHEN, F. F. **An Indispensable Truth: How Fusion Power Can Save the Planet.** Nova Iorque: Springer, 2011. 433 p. Citado na página 27.
- 4 INTERNATIONAL Energy Agency. **World Energy Outlook 2014.** Paris: IEA, 2014. 748 p. Citado na página 27.
- 5 DOLAN, T. J. **Fusion Plasma Physics.** Londres: Springer, 2013. 826 p. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-5556-0>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.
- 6 COWLEY, S. C. The quest for fusion power. **Nature Physics**, Nature Publishing Group, v. 12, n. 5, p. 384–386, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/nphys3719>>. Citado na página 27.
- 7 ONGENA, J. et al. Magnetic-confinement fusion. **Nature Physics**, Nature Publishing Group, p. 398–410, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/nphys3745>>. Citado na página 27.
- 8 FREIDBERG, J. P. **Plasma Physics and Fusion Energy.** Cambridge: Cambridge University Press, 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511755705>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 81.
- 9 CHADWICK, M. et al. ENDF/b-VII.0: Next generation evaluated nuclear data library for nuclear science and technology. **Nuclear Data Sheets**, Elsevier, v. 107, n. 12, p. 2931–3060, 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.nds.2006.11.001>>. Citado na página 28.
- 10 BOSCH, H.-S.; HALE, G. Improved formulas for fusion cross-sections and thermal reactivities. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 33, n. 12, p. 1919–1919, 1993. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/33/12/513>>. Citado na página 28.
- 11 LAWSON, J. D. Some criteria for a power producing thermonuclear reactor. **Proceedings of the Physical Society B**, IOP Publishing, v. 70, n. 1, p. 6–10, 1957. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0370-1301/70/1/303>>. Citado na página 28.
- 12 BONDARENKO, B. D. Role played by O A Lavrent'ev in the formulation of the problem and the initiation of research into controlled nuclear fusion in the USSR.

- Physics-Uspekhi**, Uspekhi Fizicheskikh Nauk (UFN) Journal, v. 44, n. 8, p. 844–851, 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1070/PU2001v044n08ABEH000910>>. Citado na página 29.
- 13 WESSON, J. **Tokamaks**. Oxford: Oxford University Press, 2004. ISBN 0198509227. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 117.
- 14 MARQUES, G. da C. **IFUSP – Passado, Presente e Futuro**. São Paulo: Livraria da Física, 2005. 228 p. Citado na página 30.
- 15 NASCIMENTO, I. et al. Plasma confinement using biased electrode in the TCABR tokamak. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 45, n. 8, p. 796–803, 2005. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/45/8/005>>. Citado na página 30.
- 16 SEMENOV, I. et al. High precision pick-up (mirnov) coils for disruption studies in the T-11M and TCABR tokamaks. **Review of Scientific Instruments**, AIP Publishing, v. 70, n. 1, p. 449, 1999. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1149375>>. Citado na página 30.
- 17 KUZNETSOV, Y. et al. Runaway discharges in TCABR. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 44, n. 5, p. 631–644, 2004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/44/5/007>>. Citado na página 31.
- 18 SEVERO, J. H. F. **Estudo da rotação de plasma no tokamak TCABR**. 120 p. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 31, 125 e 131.
- 19 COPPI, B. Nonclassical transport and the principle of profile consistency. **Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion**, Gordon & Breach, v. 5, n. 6, p. 261–270, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 49.
- 20 DNESTROVSKIY, Y. **Self-Organization of Hot Plasmas**. Cham: Springer International Publishing, 2014. 134 p. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-06802-2>>. Citado na página 32.
- 21 ESIPTCHUK, Y. V.; RAZUMOVA, K. A. Investigation of plasma confinement on Soviet tokamaks. **Plasma Physics and Controlled Fusion**, IOP Publishing, v. 28, n. 9A, p. 1253–1261, 1986. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0741-3335/28/9A/005>>. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 49.
- 22 FREIDBERG, J. P. **Ideal MHD**. Cambridge: Cambridge University Press, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511795046>>. Citado na página 35.
- 23 GOEDBLOED, J.; POEDTS, S. **Principles of magnetohydrodynamics: with applications to laboratory and astrophysical plasmas**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. ISBN 0521623472. Citado na página 35.
- 24 SCHNACK, D. D. **Lectures in Magnetohydrodynamics**. Berlim: Springer, 2009. 323 p. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00688-3>>. Citado na página 36.

- 25 DAVIDSON, P. A. **An Introduction to Magnetohydrodynamics**. Cambridge University Press, 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511626333>>. Citado na página 36.
- 26 LÜST, R.; SCHLÜTER, A. Axialsymmetrische magnetohydrodynamische gleichgewichtskonfigurationen. **Zeitschrift für Naturforschung A**, Walter de Gruyter GmbH, v. 12, n. 10, 1957. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1515/zna-1957-1014>>. Citado na página 38.
- 27 SHAFRANOV, V. D. On magnetohydrodynamical equilibrium configurations. **Soviet Physics JETP**, v. 6, 1958. Citado na página 38.
- 28 GRAD, H.; RUBIN, H. Hydromagnetic equilibria and force-free fields. In: **Proceedings of the 2nd UN Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy**. Gênova: IAEA, 1958. v. 31. Disponível em: <[http://www-naweb.iaea.org/napc/physics/2ndngenconf/data/Proceedings%201958/papers%20Vol31/Paper25\\_Vol31.pdf](http://www-naweb.iaea.org/napc/physics/2ndngenconf/data/Proceedings%201958/papers%20Vol31/Paper25_Vol31.pdf)>. Citado na página 38.
- 29 GOEDBLOED, J.; KEPPENS, R.; POEDTS, S. **Advanced Magnetohydrodynamics: With Applications to Laboratory and Astrophysical Plasmas**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. ISBN 9781139487283. Citado 3 vezes nas páginas 39, 44 e 45.
- 30 SOLOV'EV, L. S. The theory of hydromagnetic stability of toroidal plasma configurations. **Soviet Physics JETP**, v. 26, n. 2, p. 400–407, 1968. Disponível em: <[http://jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e\\_026\\_02\\_0400.pdf](http://jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_026_02_0400.pdf)>. Citado na página 40.
- 31 LAING, E. W.; ROBERTS, S. J.; WHIPPLE, R. T. P. Equilibrium configurations of a toroidal plasma. **Journal of Nuclear Energy. Part C, Plasma Physics, Accelerators, Thermonuclear Research**, v. 1, n. 1, p. 49, 1959. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0368-3281/1/i=1/a=308>>. Citado na página 40.
- 32 MAZZUCATO, E. Exact equilibria of axisymmetric magnetic configurations. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 18, n. 5, p. 536, 1975. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.861186>>. Citado na página 40.
- 33 TAKEDA, T.; TOKUDA, S. Computation of MHD equilibrium of tokamak plasma. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 93, n. 1, p. 1–107, 1991. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(91\)90074-U](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(91)90074-U)>. Citado na página 40.
- 34 GREENE, J. M.; JOHNSON, J. L.; WEIMER, K. E. Tokamak equilibrium. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 14, n. 3, p. 671, 1971. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1693488>>. Citado na página 40.
- 35 LAO, L. L. Variational moment solutions to the Grad–Shafranov equation. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 24, n. 8, p. 1431, 1981. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.863562>>. Citado na página 40.
- 36 MIYAMOTO, K. **Controlled Fusion and Plasma Physics (Series in Plasma Physics)**. Nova Iorque: Taylor & Francis, 2006. 393 p. Citado na página 41.

- 37 SEMENZATO, S.; GRUBER, R.; ZEHRFELD, H. Computation of symmetric ideal MHD flow equilibria. **Computer Physics Reports**, Elsevier BV, v. 1, n. 7-8, p. 389–425, aug 1984. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0167-7977\(84\)90011-X](http://dx.doi.org/10.1016/0167-7977(84)90011-X)>. Citado na página 42.
- 38 GUAZZOTTO, L.; BETTI, R. Magnetohydrodynamics equilibria with toroidal and poloidal flow. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 12, n. 5, p. 056107, 2005. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1869502>>. Citado na página 42.
- 39 THYAGARAJA, A.; MCCLEMENTS, K. G. Toroidal and poloidal flows in single-fluid and two-fluid tokamak equilibria. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 13, n. 6, p. 062502, 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.2205189>>. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.
- 40 STIX, T. H. Decay of poloidal rotation in a tokamak plasma. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 16, n. 8, p. 1260, 1973. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1694506>>. Citado na página 42.
- 41 HASSAM, A. B.; KULSRUD, R. M. Time evolution of mass flows in a collisional tokamak. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 21, n. 12, p. 2271, 1978. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.862166>>. Citado na página 42.
- 42 JARDIN, S. **Computational Methods in Plasma Physics**. Boca Raton: CRC Press, 2010. 372 p. ISBN 1439810214. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 44.
- 43 BLOKLAND, J. W. S.; KEPPENS, R.; GOEDBLOED, J. P. MHD equilibrium reconstruction for TEXTOR: from static to stationary equilibria. In: 32ND EPS CONFERENCE ON PLASMA PHYSICS, 32., 2005, Tarragona. **Resumos...** Tarragona: European Physical Society, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 42, 43 e 45.
- 44 HOLST, B. van der; BELIËN, A. J. C.; GOEDBLOED, J. P. Low frequency Alfvén waves induced by toroidal flows. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 7, n. 10, p. 4208, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1308084>>. Citado na página 44.
- 45 HUYSMANS, G.; GOEDBLOED, J.; KERNER, W. Isoparametric bicubic Hermite elements for solution of the Grad-Shafranov equation. **International Journal of Modern Physics C**, World Scientific, v. 02, n. 01, p. 371–376, 1991. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1142/S0129183191000512>>. Citado na página 45.
- 46 ARTAUD, J. et al. The CRONOS suite of codes for integrated tokamak modelling. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 50, n. 4, p. 043001, 2010. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/50/4/043001>>. Citado 3 vezes nas páginas 45, 47 e 49.
- 47 ZAKHAROV, L. E.; PLETZER, A. Theory of perturbed equilibria for solving the Grad-Shafranov equation. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 6, n. 12, p. 4693, 1999. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.873756>>. Citado na página 45.
- 48 LAO, L. et al. Reconstruction of current profile parameters and plasma shapes in tokamaks. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 25, n. 11, p. 1611–1622, 1985.

- Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/25/11/007>>. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- 49 EFIT Equilibrium and Reconstruction Fitting Code. General Atomics, 2016. Disponível em: <<https://fusion.gat.com/theory/Efit>>. Acesso em: 12 nov. 2014. Citado na página 46.
- 50 POEDTS, S. et al. **HELENA Installation and User Guide**. Nieuwegein, Países Baixos, 1996. 22 p. Citado na página 48.
- 51 KADOMTSEV, B. B. Self-organization in a tokamak plasma. **Radiophysics and Quantum Electronics**, Springer Nature, v. 29, n. 9, p. 781–787, sep 1986. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01034474>>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- 52 KADOMTSEV, B. B. (Ed.). **Tokamak Plasma: A Complex Physical System**. Bristol: IOP Publishing, 1992. 208 p. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 140.
- 53 BISKAMP, D. Natural current profiles in tokamaks. **Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion**, v. 10, n. 4, p. 165–172, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- 54 HSU, J. Y.; CHU, M. S. The tokamak equilibrium profile. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 30, n. 4, p. 1221, 1987. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.866273>>. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- 55 DNESTROVSKIJ, Y. et al. Self-consistency of pressure profiles in tokamaks. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 46, n. 11, p. 953–965, oct 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/46/11/009>>. Citado na página 50.
- 56 MAZZUCATO, E. **Electromagnetic Waves for Thermonuclear Fusion Research**. New Jersey: World Scientific Publishing, 2014. 204 p. Citado na página 53.
- 57 HARTFUSS, H.-J.; GEIST, T. **Fusion plasma diagnostics with mm-waves: an introduction**. Hoboken, NJ: Wiley, 2013. 408 p. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 59.
- 58 MAZZUCATO, E. Microwave reflectometry for magnetically confined plasmas. **Review of Scientific Instruments**, AIP Publishing, v. 69, n. 6, p. 2201, 1998. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1149121>>. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 61.
- 59 SILVA, A. G. P. E. G. **The ASDEX Upgrade broadband microwave reflectometry system**. 178 p. Tese (Doutorado) — Instituto Superior Técnico, 2006. Citado na página 53.
- 60 STIX, T. H. **Waves in Plasmas**. Nova Iorque: American Institute of Physics, 1992. 566 p. Citado na página 58.
- 61 ELIZONDO, J. et al. TCABR interferometer. **Brazilian Journal of Physics**, SciELO Brasil, v. 32, n. 1, p. 123–130, 2002. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0103-97332002000100023>>. Citado na página 60.

- 62 BOTTOLLIÉ-CURTET, H. **Réfléctométrie hyperfréquence pour la détermination de la densité électronique et de ses fluctuations sur le tokamak Pétula B.** 172 p. Tese (Doutorado) — Université Paris-XI, 1986. Citado na página 63.
- 63 BOTTOLLIÉ-CURTET, H.; ICHTCHENKO, G. Microwave reflectometry with the extraordinary mode on tokamaks: Determination of the electron density profile of petula-b. **Review of Scientific Instruments**, AIP Publishing, v. 58, n. 4, p. 539, 1987. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1139266>>. Citado na página 63.
- 64 PUGLIA, P. G. P. **Identificação e localização de ondas de Alfvén excitadas no plasma de um tokamak.** 152 p. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.11606/T.43.2015.tde-24092015-141928>>. Acesso em: 5 nov. 2015. Citado na página 66.
- 65 GRENFELL, G. G. **Estudo de efeitos da polarização eletrostática periférica no Tokamak TCABR.** 134 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2016. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/43/43134/tde-03062016-110840>>. Acesso em: 7 set. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 110.
- 66 SHEFFIELD, J. et al. **Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation: Theory and Measurement Techniques.** Amsterdã: Academic Press, 2010. 520 p. ISBN 9780080952031. Citado 3 vezes nas páginas 75, 76 e 84.
- 67 MURAOKA, K.; MAEDA, M. **Laser-Aided Diagnostics of Plasmas and Gases.** Bristol: Taylor & Francis, 2001. (Series in Plasma Physics). ISBN 9781420034066. Citado 3 vezes nas páginas 75, 84 e 113.
- 68 KEMPKENS, H.; UHLENBUSCH, J. Scattering diagnostics of low-temperature plasmas (rayleigh scattering, thomson scattering, CARS). **Plasma Sources Science and Technology**, IOP Publishing, v. 9, n. 4, p. 492–506, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0963-0252/9/4/305>>. Citado na página 75.
- 69 DESILVA, A. The evolution of light scattering as a plasma diagnostic. **Contributions to Plasma Physics**, WILEY-VCH Verlag Berlin GmbH, v. 40, n. 1-2, p. 23–35, 2000. ISSN 1521-3986. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1521-3986\(200004\)40:1/2<23::AID-CTPP23>3.0.CO;2-7](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1521-3986(200004)40:1/2<23::AID-CTPP23>3.0.CO;2-7)>. Citado na página 75.
- 70 THOMSON, J. J. On the number of corpuscles in an atom. **Philosophical Magazine Series 6**, Informa UK Limited, v. 11, n. 66, p. 769–781, 1906. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/14786440609463496>>. Citado na página 75.
- 71 THOMSON, J. **The corpuscular theory of matter.** Londres: Archibald Constable, 1907. 172 p. Citado na página 75.
- 72 PEACOCK, N. J. et al. Measurement of the electron temperature by thomson scattering in tokamak t3. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 224, n. 5218, p. 488–490, 1969. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/224488a0>>. Citado na página 76.

- 73 PRUNTY, S. L. A primer on the theory of thomson scattering for high-temperature fusion plasmas. **Physica Scripta**, IOP Publishing, v. 89, n. 12, p. 128001, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0031-8949/89/12/128001>>. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 80.
- 74 JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics**. 3rd. ed. [S.l.]: Wiley, 1998. Citado na página 77.
- 75 HUTCHINSON, I. **Principles of Plasma Diagnostics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 440 p. ISBN 9780521675741. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 105.
- 76 MATOBA, T. et al. Analytical approximations in the theory of relativistic thomson scattering for high temperature fusion plasma. **Japanese Journal of Applied Physics**, Japan Society of Applied Physics, v. 18, n. 6, p. 1127–1133, 1979. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1143/JJAP.18.1127>>. Citado na página 84.
- 77 PENNEY, C. M.; PETERS, R. L. S.; LAPP, M. Absolute rotational raman cross sections for N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, and CO<sub>2</sub>. **Journal of the Optical Society of America**, Optical Society of America, v. 64, n. 5, p. 712, 1974. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1364/JOSA.64.000712>>. Citado na página 86.
- 78 HERZBERG, G. **Molecular Spectra and Molecular Structure I. Spectra of Diatomic Molecules**. Princeton: Van Nostrand, 1950. 658 p. Citado 2 vezes nas páginas 86 e 87.
- 79 SILVA, R. P. da et al. ECE radiometry in the TCABR tokamak. **Brazilian Journal of Physics**, SciELO, v. 34, n. 4b, p. 1771–1779, 2004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0103-97332004000800048>>. Citado na página 105.
- 80 FONSECA, A. M. M. **Emissão Eletrociclôtrônica no Tokamak TCABR: Um Estudo Experimental**. 211 p. Tese (Doutorado) — Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.11606/T.43.2005.tde-29092005-132047>>. Acesso em: 5 nov. 2013. Citado na página 106.
- 81 ORLINSKIJ, D.; MAGYAR, G. Plasma diagnostics on large tokamaks. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 28, n. 4, p. 611–697, 1988. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/28/4/007>>. Citado na página 113.
- 82 FUJIMOTO, T. **Plasma Spectroscopy**. Oxford: Oxford University Press, 2004. 287 p. ISBN 0198530285. Citado na página 113.
- 83 REINKE, M. L. et al. X-ray imaging crystal spectroscopy for use in plasma transport research. **Review of Scientific Instruments**, AIP Publishing, v. 83, n. 11, p. 113504, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.4758281>>. Citado na página 113.
- 84 KUNZE, H.-J. **Introduction to Plasma Spectroscopy**. Springer, 2009. 242 p. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-02233-3>>. Citado na página 113.

- 85 ISLER, R. C. An overview of charge-exchange spectroscopy as a plasma diagnostic. **Plasma Physics and Controlled Fusion**, IOP Publishing, v. 36, n. 2, p. 171–208, 1994. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0741-3335/36/2/001>>. Citado na página 115.
- 86 SUMMERS, H. P. **Atomic data and analysis structure user manual**. JET Joint Undertaking, 1994. Disponível em: <<http://www.adas.ac.uk>>. Citado 2 vezes nas páginas 116 e 131.
- 87 ZURRO, B. et al. Role of nonthermal velocity fluctuations on anomalous impurity heating in the TJ-i tokamak. **Physical Review Letters**, American Physical Society (APS), v. 69, n. 20, p. 2919–2922, 1992. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.69.2919>>. Citado na página 117.
- 88 HUBER, A. et al. Spectroscopic measurements of the ion temperature profile in front of a limiter in TEXTOR-94. **Plasma Phys. Control. Fusion**, IOP Publishing, v. 42, n. 5, p. 569–578, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0741-3335/42/5/307>>. Citado na página 117.
- 89 ARTSIMOVICH, L. Tokamak devices. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 12, n. 2, p. 215–252, 1972. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/12/2/012>>. Citado na página 117.
- 90 GOTT, Y. V. On artsimovich's formula. **Plasma Physics Reports**, Pleiades Publishing Ltd, v. 33, n. 10, p. 880–880, 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S1063780X07100091>>. Citado na página 117.
- 91 BELL, R. E. Inversion technique to obtain an emissivity profile from tangential line-integrated hard x-ray measurements. **Review of Scientific Instruments**, AIP Publishing, v. 66, n. 1, p. 558, 1995. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1146350>>. Citado na página 121.
- 92 BELL, R. E. An inversion technique to obtain full poloidal velocity profiles in a tokamak plasma. **Review of Scientific Instruments**, AIP Publishing, v. 68, n. 2, p. 1273, 1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1147885>>. Citado na página 121.
- 93 CONDREA, I. et al. Local poloidal and toroidal plasma rotation velocities and ion temperature in a tokamak plasma obtained with a matrix inversion method considering asymmetries. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 7, n. 9, p. 3641, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1287417>>. Citado na página 121.
- 94 DOYLE, E. et al. Chapter 2: Plasma confinement and transport. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 47, n. 6, p. S18–S127, jun 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/47/6/S02>>. Citado na página 125.
- 95 HENDER, T. et al. Chapter 3: MHD stability, operational limits and disruptions. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 47, n. 6, p. S128–S202, jun 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/47/6/S03>>. Citado na página 125.

- 96 PARRA, F. I. et al. Scaling of spontaneous rotation with temperature and plasma current in tokamaks. **Physical Review Letters**, American Physical Society, v. 108, p. 095001, 2012. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.095001>>. Citado na página 125.
- 97 HAZELTINE, R. D. Rotation of a toroidally confined, collisional plasma. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 17, n. 5, p. 961, 1974. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1694838>>. Citado 2 vezes nas páginas 125 e 126.
- 98 HIRSHMAN, S.; SIGMAR, D. Neoclassical transport of impurities in tokamak plasmas. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 21, n. 9, p. 1079–1201, 1981. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/21/9/003>>. Citado 2 vezes nas páginas 125 e 126.
- 99 KIM, Y. B.; DIAMOND, P. H.; GROEBNER, R. J. Neoclassical poloidal and toroidal rotation in tokamaks. **Physics of Fluids B: Plasma Physics**, AIP Publishing, v. 3, n. 8, p. 2050, 1991. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.859671>>. Citado 2 vezes nas páginas 125 e 126.
- 100 ROSENBLUTH, M. N. Plasma transport in toroidal confinement systems. **Physics of Fluids**, AIP Publishing, v. 15, n. 1, p. 116, 1972. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1693728>>. Citado na página 126.
- 101 CLAASSEN, H. A. et al. Neoclassical theory of rotation and electric field in high collisionality plasmas with steep gradients. **Physics of Plasmas**, AIP Publishing, v. 7, n. 9, p. 3699, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1287830>>. Citado na página 126.
- 102 WESSON, J. Hydromagnetic stability of tokamaks. **Nuclear Fusion**, IOP Publishing, v. 18, n. 1, p. 87–132, 1978. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/18/1/010>>. Citado na página 153.



# APÊNDICE A – Perfis de Wesson

Com o intuito de estudar a estabilidade MHD de “tokamaks retos”, Wesson parametrizou o perfis de densidade de corrente e de pressão de tokamaks utilizando a aproximação cilíndrica [102]. Esses perfis, atualmente chamados de *perfis de Wesson*, são da forma

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \quad (\text{A.1})$$

$$j_\varphi = j_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^\nu \quad (\text{A.2})$$

que servem como base para as modelagens utilizadas nesse trabalho.

Para o vaso do perfil de densidade de corrente parabólica ( $\nu=1$ ),

$$B_P = \frac{I_\varphi}{2\pi a} r \left(2 - \frac{r^2}{a^2}\right) \quad (\text{A.3})$$

$$I_\varphi = \frac{1}{2}\pi a^2 j_0 \quad (\text{A.4})$$

$$\beta_P = \left(\frac{2\pi a}{I_\varphi}\right) p_0 \quad (\text{A.5})$$

$$\ell_i = \frac{11}{12} \approx 0,917. \quad (\text{A.6})$$

De modo que o deslocamento de Shafranov, resolvendo a equação 2.35, é

$$\Delta_0 = \frac{1}{3}\epsilon \left(\beta_P + \frac{5}{12} + \frac{1}{3} \ln 2\right). \quad (\text{A.7})$$



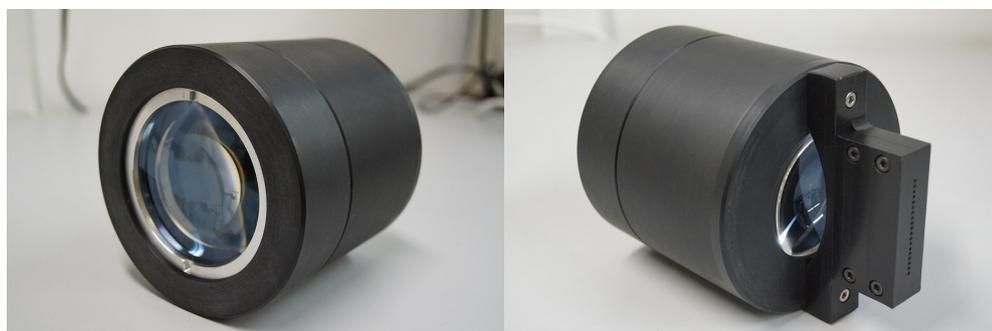
# APÊNDICE B – Objetivas dos diagnósticos de espalhamento e espectroscopia

## B.1 Objetiva do espalhamento Thomson

O projeto óptico da nova objetiva do diagnóstico de espalhamento Thomson foi projetada pelo Dr. Luiz Ângelo Berni, cujo detalhamento das principais características são explicitadas a seguir.



**Figura 88** – Representação em corte da nova objetiva do diagnóstico de espalhamento Thomson.



**Figura 89** – Representação em corte da nova objetiva do diagnóstico de espalhamento Thomson.

O traçado de raios (*ray tracing*) e o diagrama de spots são apresentados nas figuras 90 e 91, respectivamente.

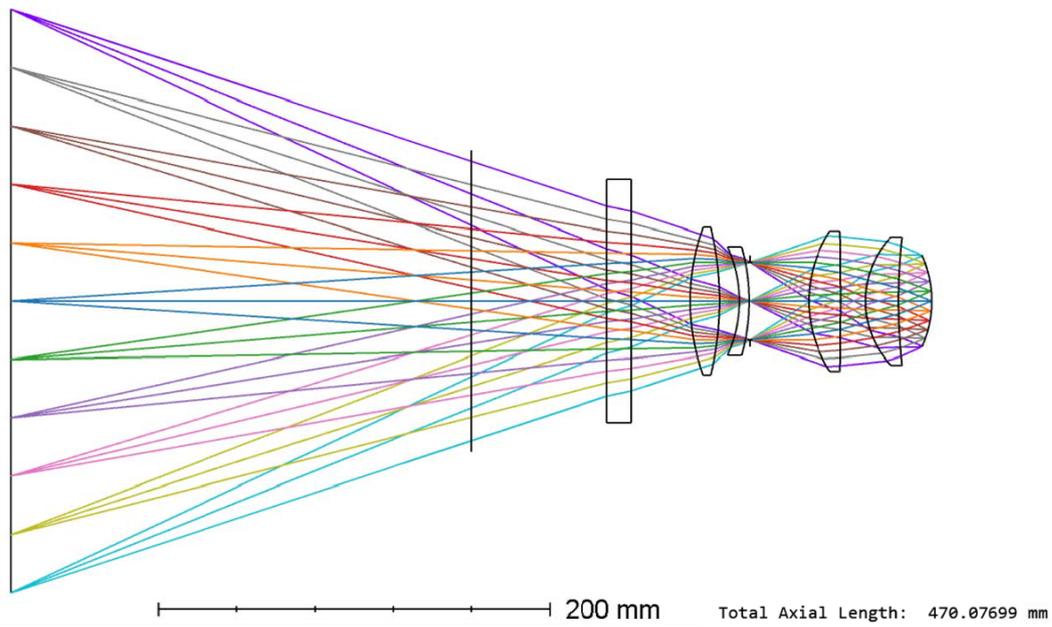


Figura 90 – Traçado de raios da objetiva do espalhamento Thomson.

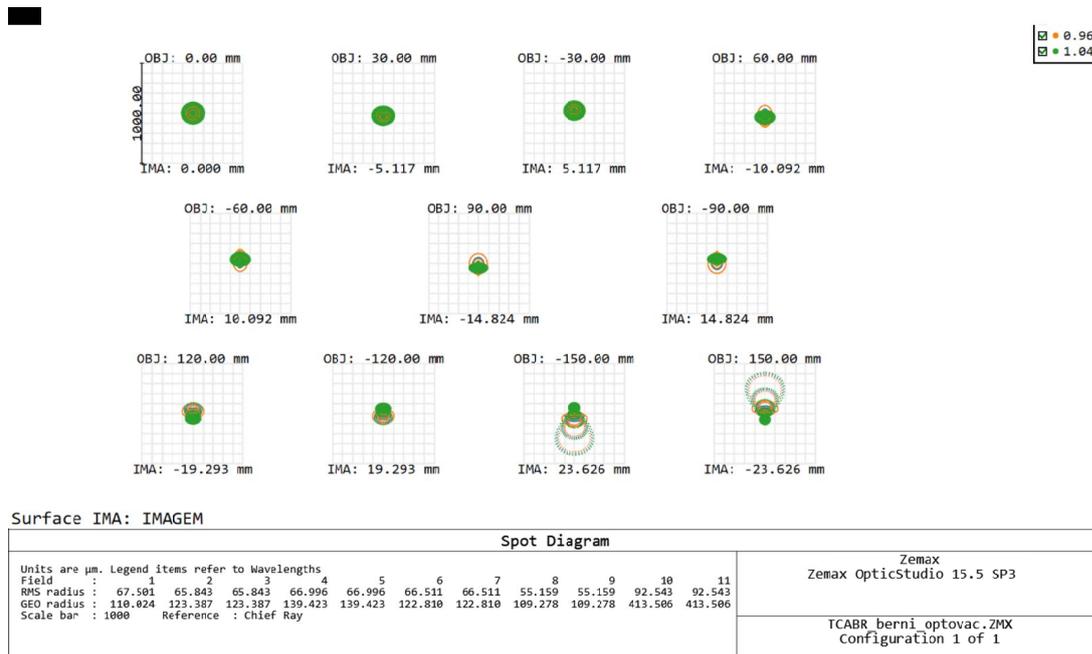


Figura 91 – Diagrama de spots da objetiva do diagnóstico de espalhamento Thomson.

## B.2 Objetiva do diagnóstico de temperatura iônica

Foi necessário desenvolver também uma objetiva para o diagnóstico de espectroscopia, utilizado para medição dos perfis de temperatura iônica por meio do alargamento

Doppler. O traçado de raios (*ray tracing*) e o diagrama de spots dessa objetiva são apresentados nas figuras 90 e 93, respectivamente.

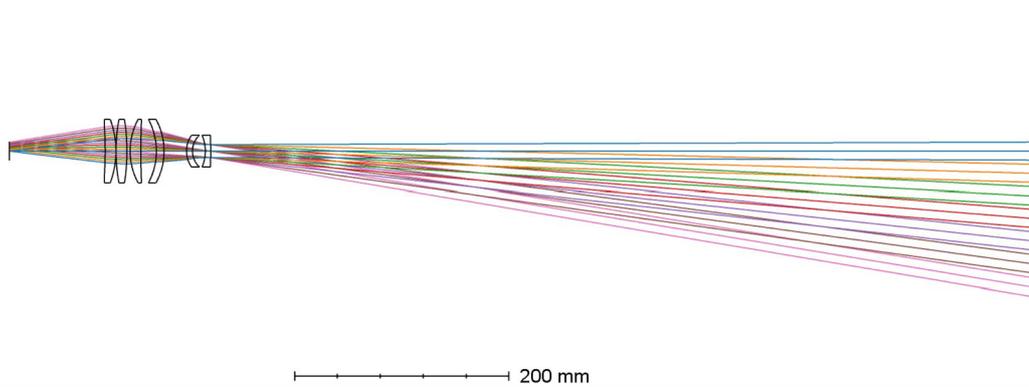


Figura 92 – Traçado de raios da objetiva do diagnóstico de temperatura iônica.

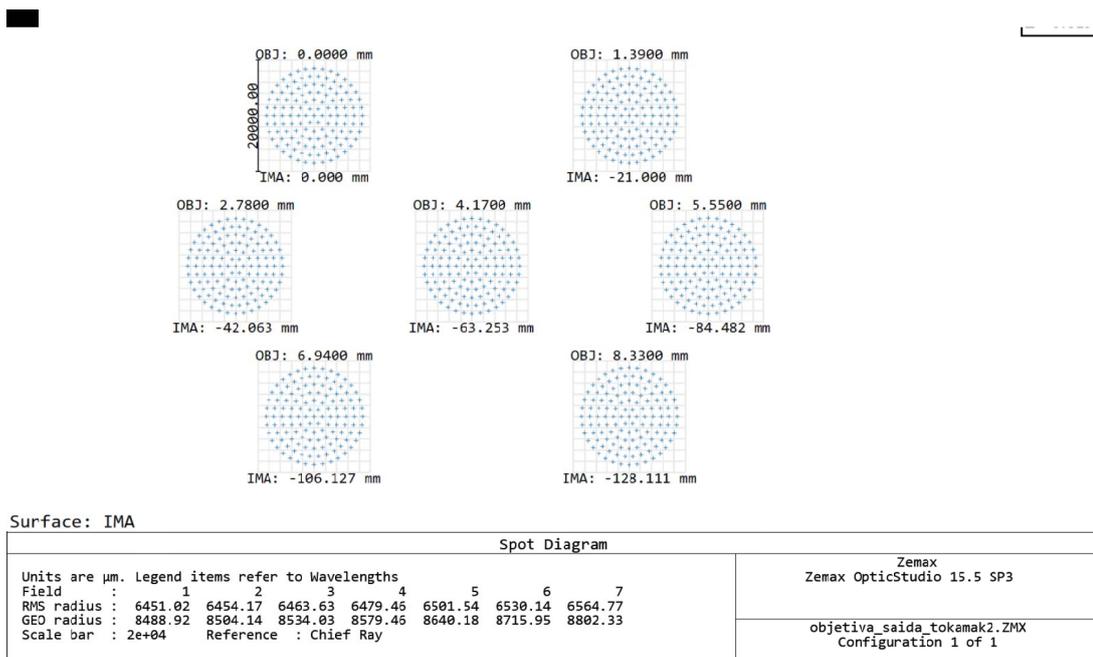


Figura 93 – Diagrama de spots da objetiva do diagnóstico de temperatura iônica.



# APÊNDICE C – Sistema de Campo Magnético do TCABR

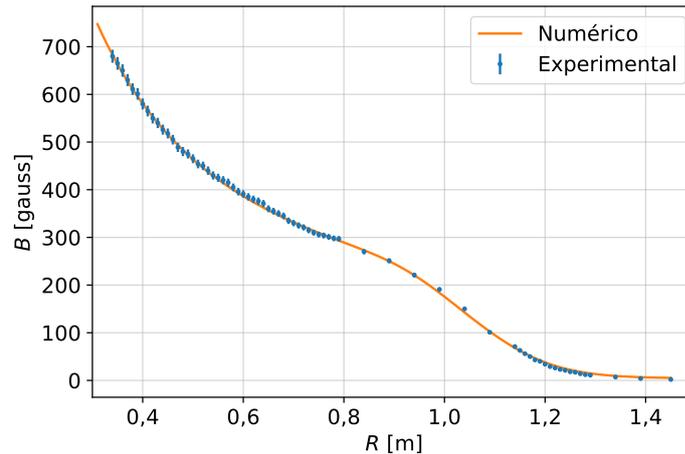
Nesse apêndice apresentamos a configuração de bobinas e dos campos magnéticos do TCABR.

Cabe aqui uma nota a respeito do efeito da magnetização dos materiais do qual são constituídos o TCABR. A câmara de vácuo é feita de aço inoxidável 316 LN, que possui permeabilidade magnética relativa entre 1,002 a 1,005 aproximadamente. As bobinas (toroidais, ôhmico e vertical) são feitas de cobre que possuem susceptibilidade magnética aproximada de  $9,2 \times 10^{-4}$ , de modo que, à princípio, tanto o efeito do material da câmara quanto das bobinas podem ser desconsiderados no cálculo do campo magnético.

## C.1 Bobinas de campo toroidal

As bobinas toroidais do TCABR são construídas de barras de cobre retangulares, com espessura de 15 mm, num total de 72 espiras, agrupadas em 18 grupos de 4 espiras cada uma. A corrente máxima de operação nessas bobinas é de 66 kA, que produziria um campo magnético de 1,56 tesla em  $R = 0,615$  m. Todavia, o tokamak tem operado nominalmente com aproximadamente 46 kA, gerando um campo de 1,07 tesla nessa mesma posição radial.

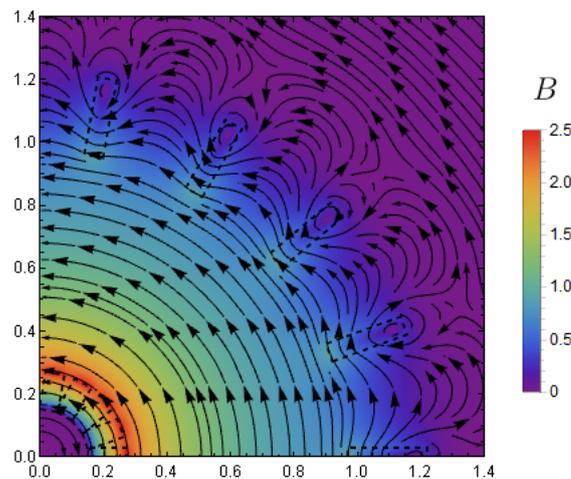
O campo toroidal em função da posição radial do TCABR foi originalmente mapeado em 1999 utilizando o gaussímetro BELL 640, e alimentando-se as bobinas toroidais com uma fonte auxiliar de  $I = 1750$  A (i.e., aproximadamente 400 gauss no centro da coluna de plasma). O resultado, juntamente com a previsão numérica, é apresentada na figura 94.



**Figura 94** – Campo magnético toroidal medido (com fonte de alimentação auxiliar) e o numérico, em função do raio (no plano equatorial do tokamak).

Os resultados numéricos foram obtidos através do software RADIA<sup>a</sup>, que resolve problemas de magnetostática através de um método de elemento de contorno. Seus resultados são consistentes com aqueles obtidos pelo método de elementos finitos.

O perfil do campo magnético toroidal ao longo do plano equatorial, calculado numericamente, é apresentado na figura 95.



**Figura 95** – Reconstrução do campo magnético toroidal ao longo do plano equatorial, visto de cima do tokamak.

### C.1.1 Ripple toroidal

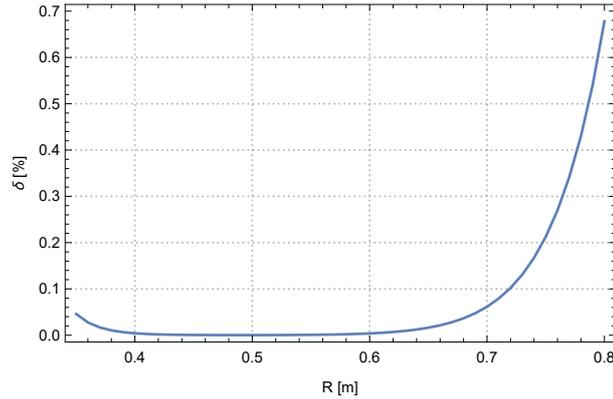
Devido ao número discreto de bobinas toroidais, há uma certa variação do campo magnético ao longo do ângulo toroidal quando se mantém a posição radial constante. Esse efeito tem influência no armadilhamento de partículas carregadas, bem como na rotação

<sup>a</sup> European Synchrotron Radiation Facility: <<http://www.esrf.eu/Accelerators/Groups/InsertionDevices/Software/Radia>>

do plasma. Essa flutuação é tipicamente descrita em termos do *ripple* do campo toroidal

$$\delta = \frac{\delta B}{\langle B(R) \rangle_\varphi} \approx \frac{B_{máx}(R) - B_{nin}(R)}{B_{máx}(R) + B_{nin}(R)} \quad (\text{C.1})$$

Como a altura das bobinas toroidais é consideravelmente maior que o raio menor do plasma, dentro da câmara o *ripple* praticamente não depende da altura  $Z$ , como ilustrado na figura abaixo.



**Figura 96** – *Ripple* do campo toroidal em função da posição radial.

## C.2 Bobinas de aquecimento ôhmico

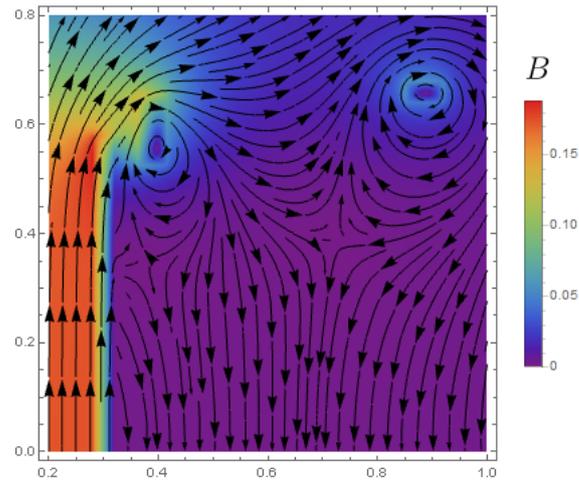
Responsáveis por gerar a corrente de plasma e o aquecimento ôhmico; atua como o enrolamento primário em transformador de núcleo de ar. O circuito ôhmico consiste de uma enrolamento principal e 4 auxiliares para minimizar o campo magnético gerado pelo sistema ôhmico no interior da câmara de vácuo. As posições dos centros das bobinas ( $R, Z$ ) e seus tamanhos ( $\Delta R, \Delta Z$ ) são apresentados na tabela 12.

**Tabela 12** – Posição e tamanhos das bobinas de campo de aquecimento ôhmico

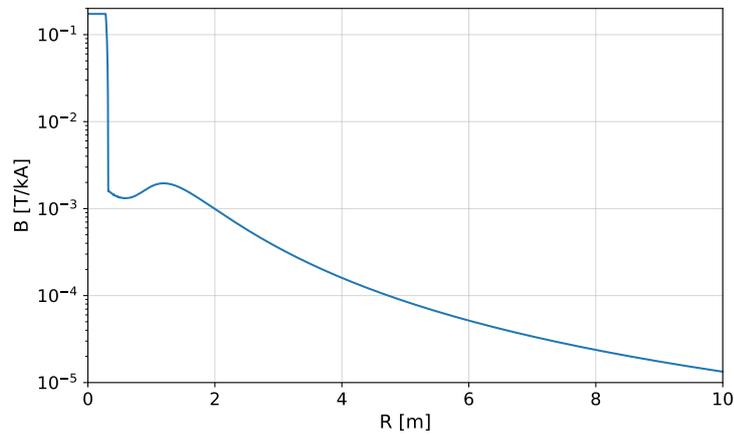
Bobina	$R$ [m]	$Z$ [m]	$\Delta R$ [m]	$\Delta Z$ [m]	espiras
1	0,3	0	0,04	1,156	162
2	0,389	0,59	0,054	0,045	21
3	0,389	-0,59	0,054	0,045	21
4	0,885	0,66	0,07	0,039	8
5	0,885	-0,66	0,07	0,039	8

**Nota** – Todas as bobinas estão ligadas em série, e conduzem uma corrente  $I_{\text{OHT}}$ . As bobinas 2 a 5 são dispostas de modo a minimizar o campo devido ao OHT no interior da câmara de vácuo.

O campo gerado pelas bobinas de campo vertical, nessa condição, é apresentado na figura 97. E a intensidade do campo magnético no plano equatorial, ao longo do eixo radial, é apresentado na figura 98.



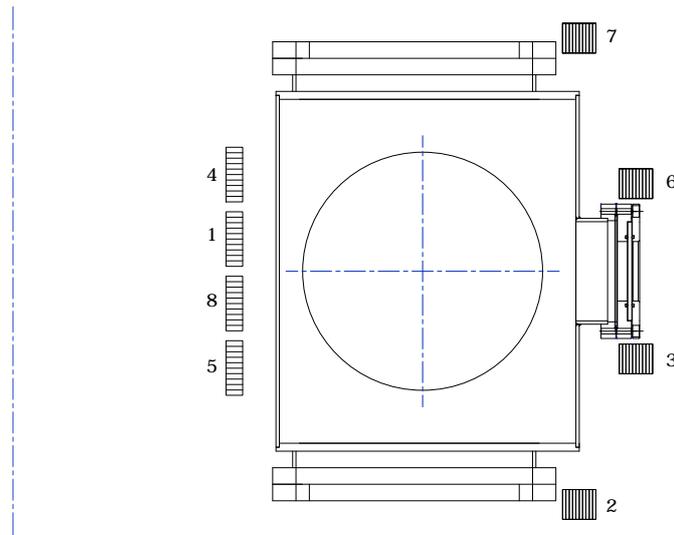
**Figura 97** – Campo magnético devido ao OHT, por unidade de kA.



**Figura 98** – Módulo do campo magnético ao longo do plano equatorial do plasma, por kA nas bobinas do OHT.

### C.3 Bobinas de campo vertical

O campo vertical, para posicionamento do plasma, é gerado por 8 bobinas, sendo 4 no LFS e 4 no HFS, tal como representada na figura 99. Cada uma das bobinas é composta por 10 espiras na direção toroidal.



**Figura 99** – Desenho das bobinas de campo vertical.

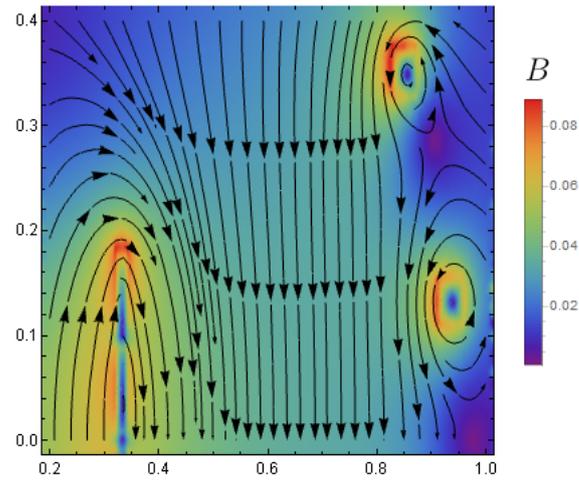
A posição dos centros das bobinas e seus tamanhos são apresentados na tabela 13.

**Tabela 13** – Posição e tamanhos das bobinas de campo vertical

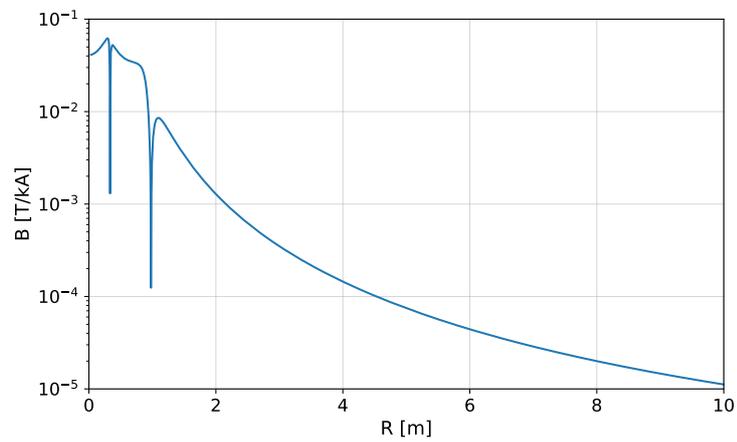
Bobina	$R$ [m]	$Z$ [m]	$\Delta R$ [m]	$\Delta Z$ [m]	corrente
1	0,3325	0,048	0,025	0,0825	$I_{V2}$
2	0,850	-0,3525	0,05	0,045	$-I_{V2}$
3	0,935	-0,1325	0,05	0,045	$-I_{V2}$
4	0,3325	0,144	0,025	0,0825	$I_{V2}$
5	0,3325	-0,144	0,025	0,0825	$I_{V1}$
6	0,935	0,1325	0,05	0,045	$-I_{V1}$
7	0,850	0,3525	0,05	0,045	$-I_{V1}$
8	0,3325	-0,048	0,025	0,0825	$I_{V1}$

**Nota** – Todas as bobinas são compostas por 10 espiras.

Tipicamente  $I_{V1} \approx I_{V2}$ , todavia essas correntes costumam ser ligeiramente diferentes para garantir o posicionamento vertical do plasma. Quando os dois circuitos alimentam as bobinas com as mesmas correntes ( $I_V \equiv I_{V1} = I_{V2}$ ), o campo gerado é antissimétrico em torno do plano equatorial. O campo gerado pelas bobinas de campo vertical, nessa condição, é apresentado na figura 100. Já o módulo do campo magnético ao longo do eixo radial no plano equatorial é apresentado na figura 101.



**Figura 100** – Campo magnético devido às bobinas verticais, por unidade de kA que circulam nelas.



**Figura 101** – Módulo do campo magnético ao longo do plano equatorial do plasma, por kA nas bobinas verticais.

O campo gerado no centro da coluna de plasma por kA é aproximadamente

$$\frac{B_V}{I_V} = 36,06 \times 10^{-3} \text{ T/kA} \quad (\text{C.2})$$

# APÊNDICE D – Diagnósticos auxiliares

Para a reconstrução de equilíbrio foram utilizados alguns diagnósticos auxiliares, como o laço de fluxo poloidal (*flux loop* em inglês) e bobinas de fluxo magnético (bobinas de Mirnov).

## D.1 Laços de fluxo poloidal

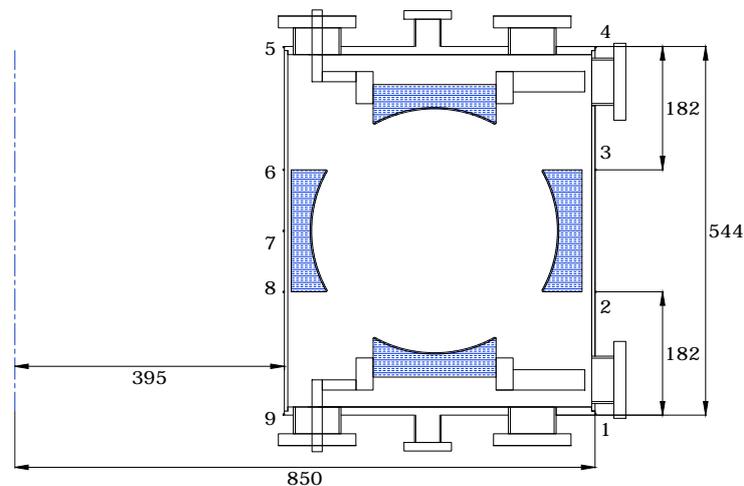
Os laços de fluxo poloidal consistem de um fio circulando o tokamak com coordenadas  $R$  e  $Z$  constantes. O sinal medidos por ele é chamado de *tensão de enlace* que é igual ao negativo da derivada temporal do fluxo magnético poloidal calculado no disco delimitado por esse laço

$$V_{\text{enlace}} = -\frac{d}{dt}\Phi_{\text{disco}} = -2\pi \left. \frac{d\Psi}{dt} \right|_{R,Z}. \quad (\text{D.1})$$

Como entrada, o EFIT pode receber o fluxo magnético em webers, ou seja, é necessário fornecer como entrada

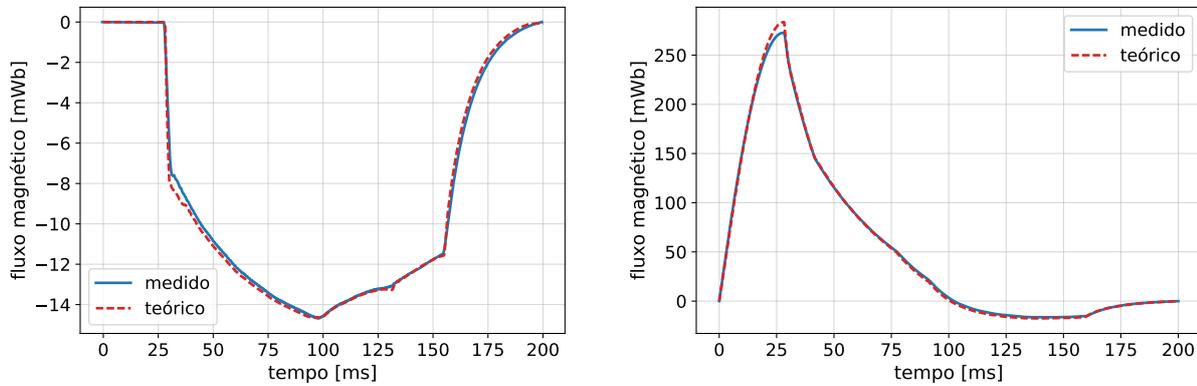
$$\Phi_{\text{disco}}(t) = -\int_0^t V_{\text{enlace}}(t') dt'. \quad (\text{D.2})$$

No TCABR, estão instaladas 9 laços de fluxo poloidal, sendo 4 deles na HFS e 5 no LFS, todos imediatamente fora da câmara de vácuo, tal como ilustrado na figura 102.



**Figura 102** – Disposição dos 9 laços de fluxo instalados no exterior da câmara de vácuo do TCABR. No interior da câmara, hachurado, os quatro limitadores poloidais do tokamak.

Abaixo fazemos a validação do sinal medido nesse laço, comparando seu valor teórico esperado e o medido experimentalmente em descargas sem plasma. Nesses casos, o fluxo poloidal teórico depende apenas pelas correntes das bobinas de campo vertical e da corrente na bobina de aquecimento ôhmico.



**Figura 103** – Validação das medidas de fluxo magnético com a *flux loop* #1: à esquerda, com apenas as bobinas poloidais ligada, à direita, com as bobinas poloidais e aquecimento ôhmico ligados.

## D.2 Bobinas de Mirnov

As *bobinas de Mirnov* são pequenas bobinas de fluxo magnético instaladas no interior do tokamak que medem a flutuação do campo magnético normal à superfície da bobina. Ou seja, a diferença de potencial medida nos terminais da bobina é

$$U_{\text{Mirnov}} = -N A \frac{dB_{\perp}}{dt} \quad (\text{D.3})$$

onde  $N$  é o número de espiras da bobinas,  $A$  é a área efetiva da bobinas e  $B_{\perp}$  é a componente do campo magnético na direção perpendicular à seção circular da bobina. No TCABR há 24 bobinas de Mirnov distribuídas circularmente a 0,2015 m do centro geométrico do plasma, e envoltas por um tubo de aço inox de 0,2 mm de espessura e 13 mm de diâmetro para evitar danos devido ao plasma. Com uma possui formato cilíndrico com 21,5 mm de um comprimento,  $A \approx 6,615 \times 10^{-5} \text{ m}^2$  de área efetiva e  $N = 117$  espiras. As posições dessas bobinas são apresentadas na tabela 14.

**Tabela 14** – Posição dos centros e orientação das bobinas de Mirnov

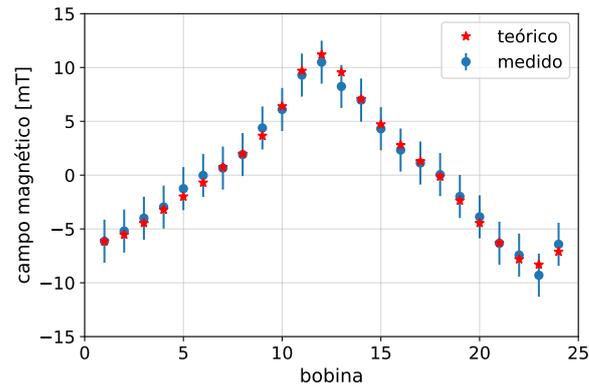
#	$R$ [m]	$Z$ [m]	Orient. poloidal (graus)
1	0,815	0,028	97,9
2	0,801	0,078	112,73
3	0,775	0,123	127,55
4	0,738	0,160	142,38
5	0,695	0,185	156,63
6	0,646	0,199	171,18
7	0,586	0,199	188,25
8	0,536	0,185	203,08
9	0,492	0,160	217,62
10	0,456	0,124	232,16
11	0,430	0,080	246,70
12	0,416	0,033	260,67
13	0,415	-0,022	276,18
14	0,427	-0,073	291,30
15	0,452	-0,118	305,84
16	0,486	-0,155	320,38
17	0,531	-0,183	335,50
18	0,580	-0,198	350,04
19	0,646	-0,199	8,82
20	0,698	-0,183	24,23
21	0,744	-0,155	39,63
22	0,780	-0,118	54,74
23	0,804	-0,071	69,28
24	0,816	-0,020	84,39

**Nota** – Orientação poloidal refere-se ao ângulo entre o vetor de área orientada da bobina e o versor unitário da direção na direção radial ( $\hat{e}_R$ ). Em todas as bobinas, a orientação toroidal é de  $90^\circ$ , isto é, o vetor de área orientada das bobinas é perpendicular à direção toroidal.

O campo magnético perpendicular às bobinas pode ser estimado fazendo a integração numérica do sinal medido

$$B_{\perp}(t) = -N A \int_0^t U_{\text{Mirnov}}(t') dt' - B_{\perp}(t=0). \quad (\text{D.4})$$

A validação das medidas de campo magnético com as bobinas de Mirnov é apresentada na figura 104. Nela toma-se as medidas das correntes nas bobinas de campo vertical para o cálculo numérico teórico do valor do campo magnético medido em cada bobinas.



**Figura 104** – Validação das medidas de campo magnético com as bobinas de Mirnov na presença apenas do campo vertical.

Quando a quantidade de amostras é suficientemente grande (i.e., taxa de amostragens elevadas, maiores que 50 kHz), o processo de integração numérica é robusto, sendo pouco afetado pela flutuação estatística do sinal medido. Por outro lado, ele é muito sensível à pequenos valores de *offset* no sinal medido, sendo necessário que esse valor seja subtraído antes da integração. Tipicamente no TCABR, o campo magnético poloidal no tempo  $t = 0$  s (imediatamente antes do descarregamento do banco de capacitores o circuito ôhmico) é nulo, e no final da descarga ele é muito pequeno. Desse modo, uma solução para remoção do *offset* do sinal é subtrair o valor médio do sinal registrado ao longo de todo o disparo.

# APÊNDICE E – Trabalhos publicados

Abaixo segue a lista de trabalhos publicados como consequência direta ou indireta dessa tese.

## E.1 Artigos publicados em periódicos revisados por pares

- Ronchi, G.; Severo, J.H.F.; Salzedas, F.; Galvão, R. M. O.; Sanada, E.. Interplay between intrinsic plasma rotation and magnetic island evolution in disruptive discharges. *Plasma Physics Reports*, v. 42, p. 465-471, 2016
- Sá, W.P.; Ronchi, G.. MDSplus integration at TCABR tokamak: Current status. *Fusion Engineering and Design*, v. 112, p. 1034-1037, 2016.
- Puglia, P.G.P.; Elfimov, A.G.; Andriati, A.V.; Galvão, R.M.O.; Guimarães-Filho, Z.O.; Ronchi, G.; Ruchko, L.F.. Mass number identification by Alfvén wave diagnostics in hydrogen and helium plasmas in TCABR. *Physics Letters A*, p. 1189-1192, 2016.
- Galvão, R. M. O. Amador et al.; Report on recent results obtained in TCABR. *Journal of Physics. Conference Series*, v. 591, p. 012001, 2015.
- Puglia, P G P *et al* . Excitation of Global Alfvén Waves by Low RF Power on TCABR. *Journal of Physics. Conference Series*, v. 591, p. 012002, 2015.
- Severo, J.H.F.; Ronchi, G.; Galvão, R. M. O.; Nascimento, I.C.; Guimarães-Filho, Z.O.; KUZNETSOV, YU K ; Nave, M.F.F.; Oliveira, A.M.; do Nascimento, F.; Tendler, M.. Investigation of rotation at the plasma edge in TCABR. *Nuclear Fusion*, v. 55, p. 093001, 2015.
- Ronchi, G; Severo, J.H.F.; Sá, W.P.; Galvão, R. M. O.. Data Acquisition and Automation for Plasma Rotation Diagnostic in the TCABR Tokamak. *Journal of Physics. Conference Series*, v. 591, p. 012007, 2015.
- Puglia, P. G. P. P.; Elfimov, A. G.; Ruchko, L.F.; Galvão, R. M. O.; Guimarães-Filho, Z.O.; Ronchi, G.. Externally driven global Alfvén eigenmodes applied for effective mass number measurement on TCABR. *Physics of Plasmas*, v. 21, p. 122509, 2014.

## E.2 Resumos publicados em anais de congressos

- Ronchi, G.; Severo, J.H.F.; Galvão, R. M. O.. Determination of plasma velocities in TCABR using spectroscopic methods. In: *12th International Colloquium on Atomic Spectra and Oscillator Strengths for Astrophysical and Laboratory Plasmas*, 2016, São Paulo. 12th International Colloquium on Atomic Spectra and Oscillator Strengths for Astrophysical and Laboratory Plasmas. São Paulo, 2016.
- Sá, W.P.; Ronchi, G.. MDSplus Integration at TCABR Tokamak: Current Status. In: *10th IAEA Technical Meeting on Control, Data Acquisition and Remote Participation for Fusion Research*, 2015, Ahmedabad. 10th IAEA Technical Meeting on Control, Data Acquisition and Remote Participation for Fusion Research - Abstracts, 2015.
- Ronchi, G.; Severo, J.H.F.; Salzedas, F.; Galvão, R. M. O.. Characterization of toroidal intrinsic rotation with MHD activity in the TCABR tokamak. In: *42nd EPS Conference on Plasma Physics*, 2015, Lisboa. 42nd EPS Conference on Plasma Physics, 2015.
- Salzedas, F.; Ronchi, G.; Severo, J.H.F.; Galvão, R. M. O.; Sanada, E.. Measurements of the natural plasma flow during the precursor of TCABR density limit disruptions. In: *42nd EPS Conference on Plasma Physics*, 2015, Lisboa. 42nd EPS Conference on Plasma Physics, 2015.
- Ronchi, G.; Severo, J.H.F.; Sá, W.P.; Galvão, R. M. O.. Data acquisition and automation for plasma rotation diagnostics in the TCABR Tokamak. In: *15th Latin American Workshop on Plasma Physics*, 2014, San José. 15th Latin American Workshop on Plasma Physics, 2014.
- Jeronimo, L.; Borges, F. O.; Galvão, R. M. O.; Severo, J.H.F.; Ronchi, G.; Sanada, E.; Alonso, M. P.. Calibration of the TCABR Thomson Scattering System for Density Measurements. In: *15th Latin American Workshop on Plasma Physics*, 2014, San José. 15th Latin American Workshop on Plasma Physics, 2014.
- Galvão, R. M. O.; *et al.* Report on recent results obtained in TCABR. In: *15th Latin American Workshop on Plasma Physics*, 2014, San José. 15th Latin American Workshop on Plasma Physics, 2014.
- Theodoro, H. C.; *et al.* Comparison between PMT and APD detectors for spectral lines monitoring in plasma fusion. In: *15th Latin American Workshop on Plasma Physics*, 2014, San José. 15th Latin American Workshop on Plasma Physics, 2014.
- Severo, J.H.F.; Ronchi, G.; Galvão, R. M. O.; Nascimento, I.C.; Guimarães-Filho, Z.O.; Kuznetsov, Yu. K.; Nave, M.F.F.; Nascimento, F.; Tendler, M.. Investigation of

- co-Current Rotation at Plasma Edge in the TCABR. In: *25th IAEA Fusion Energy Conference*, 2014, São Petersburgo. 25th IAEA Fusion Energy Conference - Book of Abstracts, 2014.
- Fonseca, A.M.M.; et al . Density profile reconstruction in the TCABR Tokamak. In: *17th International Congress on Plasma Physics*, 2014, Lisboa. 17th International Congress on Plasma Physics - Book of Abstracts, 2014.
  - Puglia, P. G. P. P.; *et al.* Excitation Of GAW in TCABR With Low RF Power And Parity Selection. In: *17th International Congress on Plasma Physics*, 2014, Lisboa. 17th International Congress on Plasma Physics - Book of Abstracts, 2014.
  - Guimarães-Filho, Z.O.; *et al.* Characterization of MHD Instabilities in TCABR Tokamak. In: *17th International Congress on Plasma Physics*, 2014, Lisboa. 17th International Congress on Plasma Physics - Book of Abstracts, 2014.
  - Theodoro, V. C.; Severo, J.H.F.; Guimarães-Filho, Z.O.; Bellintani, V.; Germano, T.M.; Ronchi, G.; Galvão, R. M. O.. Spatial characterization of the MHD instabilities in the TCABR tokamak. In: *12th Brazilian Meeting on Plasma Physics*, 2013, Brasília. 12th Brazilian Meeting on Plasma Physics, 2013.
  - Ronchi, G.; Severo, J.H.F.; Jeronimo, L.; Galvão, R. M. O.; Sanada, E.. Bayesian analysis applied to Thomson Scattering in the TCABR Tokamak. In: *12th Brazilian Meeting on Plasma Physics*, 2013, Brasília. 12th Brazilian Meeting on Plasma Physics, 2013.
  - Severo, J.H.F.; Ronchi, G.; Galvão, R. M. O.; Nascimento, I.C.; Theodoro, V. C.; Fonseca, A.M.M.; Guimarães-Filho, Z.O.; Sanada, E.. Temporal behavior of poloidal and toroidal plasma rotations in the TCABR tokamak. In: *12th Brazilian Meeting on Plasma Physics*, 2013, Brasília. 12th Brazilian Meeting on Plasma Physics, 2013.
  - Borges, F. O.; Alonso, M. P.; Galvão, R. M. O.; Ronchi, G.; Sanada, E.; Severo, J.H.F.. Calibration of the TCABR Thomson Scattering System for Density Measurements. In: *12th Brazilian Meeting on Plasma Physics*, 2013, Brasília. 12th Brazilian Meeting on Plasma Physics, 2013.
  - Puglia, P. G. P. P.; Elfimov, A. G.; Ruchko, L.F.; Galvão, R. M. O.; Guimarães-Filho, Z.O.; Ronchi, G.; Fonseca, A.M.M.; Kuznetsov, Yu. K.; Nascimento, I.C.; Reis, A.P.; Sá, W.P.; Sanada, E.; Severo, J.H.F.; Theodoro, V. C.; Elizondo, J.I.. Excitation and identification of Alfvén waves on TCABR. In: *12th Brazilian Meeting on Plasma Physics*, 2013, Brasília. 12th Brazilian Meeting on Plasma Physics, 2013.

- Elizondo, J. I. *et al.* Plasma edge turbulence and L-H transition studies in the TCABR tokamak. In: *12th Brazilian Meeting on Plasma Physics*, 2013, Brasília. 12th Brazilian Meeting on Plasma Physics, 2013.
- Guimarães-Filho, Z.O. *et al.* Characterization of MHD instabilities in TCABR tokamak. In: *12th Brazilian Meeting on Plasma Physics*, 2013, Brasília. 12th Brazilian Meeting on Plasma Physics, 2013.
- Pires, C. J. A. *et al.* Resultados recentes e plano de pesquisa no tokamak TCABR. In: *2ª Conferência de Física da Comunidade de Países de Língua Portuguesa*, 2012. 2ª Conferência de Física da Comunidade de Países de Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: CBPF, 2012.