UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Instituto de Física

TEORIA DE ONDAS EM TOKAMAKS

FABIO CAMILO DE SOUZA

Orientador: Dr. Artour Elfimov

Dissertação de mestrado apresentada ao
Instituto de Física para a obtenção do título de Mestre em Ciências

Banca Examinadora:

Dr. Artour Elfimov - IF/USP

Dra. Vera Jatenco Silva Pereira - IAG/USP

Dr. Francisco Eugênio Mendonça de Silveira - UFABC

SÃO PAULO

2016

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Souza, Fabio Camilo de

Teoria de ondas em Tokamaks. São Paulo, 2016.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Depto. Física Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Artour Elfimov

Área de Concentração: Física de Plasmas e Descargas Elétricas.

Unitermos: 1. Tokamaks; 2. Física de plasmas; 3. Ondas.

USP/IF/SBI-041/2016

UNIVERSITY DE SÃO PAULO

Physics Institute

THEORY OF WAVES IN TOKAMAKS

FABIO CAMILO DE SOUZA

Supervisor: Dr. Artour Elfimov

Master degree dissertation presented to
Physics Institute to obtain the title Master of Science

Examination Commission:

Dr. Artour Elfimov - IF/USP

Dra. Vera Jatenco Silva Pereira - IAG/USP

Dr. Francisco Eugênio Mendonça de Silveira - UFABC

SÃO PAULO

2016

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, prof. Dr. Artour Elfimov, por todo o auxílio prestado durante a execução dos trabalhos do curso de mestrado, fundamental para o desenvolvimento desta dissertação e todo conhecimento que adquiri neste período. Também ao grupo do TCABR e do IFUSP pela oportunidade de realizar este trabalho.

Também agradeço ao grupo do tokamak COMPASS por fornecerem e auxiliarem no tratamento dos dados da parte final desta dissertação.

Agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP, pelo financiamento deste trabalho.

E por fim, estendo meus agradecimentos a todas as pessoas que me apoiaram nos desafios acadêmicos e demais obstáculos superados durante este período, que me incentivaram e motivaram em todos os momentos tornando o mestrado uma experiência ainda mais rica, agradável e construtiva.

Resumo

Esta dissertação se propõe a uma investigação teórica sobre a propagação de ondas de Alfvén e geodésicas no plasma de um Tokamak, destacando suas funcionalidades na viabilidade da construção de um futuro reator de fusão nuclear para a produção de energia. O Tokamak se trata de uma câmara toroidal onde o plasma fica confinado sob efeitos de um forte campo magnético a fim de alcançar altas temperaturas, necessárias para atingir as condições necessárias para a fusão nuclear. Foram abordadas as ondas de Alfvén e mais profundamente os Modo Acústico Geodésicos.

Para ondas de Alfvén estão descritas, a sua natureza, uma onda comum a qualquer plasma sujeito a um campo magnético, quando devidamente perturbado ondas de Alfvén se propagam ao longo destas linhas de campo, também são relatadas suas possíveis aplicações. É descrito um estudo teórico onde se encontra os modos de Alfvén em coordenadas cilíndricas, uma aproximação para tokamaks com alta razão de aspecto.

No caso dos Modos Acústico Geodésicos, GAM, onde sua origem está na curvatura toroidal do Tokamak, se tratam de perturbação de pressão que se propaga poloidalmente, tendo configurações simétricas ao longo do toroide, possuindo número toroidal $N = 0$, e número poloidal $M = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. É abordado suas possíveis aplicações e também um efeito de natureza estranha onde modos de Alfvén interagem com GAM. Por fim, segue uma investigação teórica sobre os efeitos de rotação de elétrons e íons, na forma do fluxo de cada partícula ao longo das linhas de campo magnético, na relação de dispersão e instabilidades de GAM.

Em prosseguimento à investigação teórica sobre os efeitos de rotação, segue uma breve análise de dados fornecidos pelo Instituto de Física de Plasma da Academia Tcheca de Ciências, obtidos no COMPASS, onde é demonstrada uma possível correspondência qualitativa da dispersão e instabilidades de GAM com a teoria desenvolvida.

Palavras chave: Fusão nuclear; tokamak; ondas de Alfvén; modos acústico geodésicos.

Abstract

This work intends to present a theoretical treatment of Alfvén and geodesic wave behavior in tokamak plasma, showing their function on the viability study for the construction of a fusion reactor for energy production. The Tokamak is a toroidal chamber where the plasma stays confined under effects of a strong magnetic field where it can reach high temperature in necessary conditions for nuclear fusion. It is presented the behavior of Alfvén waves and deeper Geodesic Acoustic Modes.

For Alfvén waves, it is described its nature, a common wave in any plasma under magnetic field, when properly perturbed, Alfvén waves can propagate on the magnetic field line, also it is presented possible applications. It's presented a theoretical treatment where Alfvén modes in cylindrical coordinates, approximation for Tokamak with high aspect ratio.

In Geodesic Acoustic Mode, GAM, driven by the toroidal curvature and symmetry of Tokamak, it is showed possible applications and a interaction with Alfvén waves. A perturbation that propagate in poloidal direction, symmetrical in toroidal direction, with toroidal number $N = 0$ and poloidal number $M = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, a theoretical treatment on rotation effects of electrons and ions in form of flux along the magnetic field line, on dispersion relation and instability of GAM is presented.

In the end, it is presented a data analysis on COMPASS shoots, where is showed a possible qualitative correspondence between GAM dispersion and instabilities with the theory and experiment.

Keywords: Nuclear fusion; tokamak; Alfvén waves; geodesic acoustic modes.

Sumário

Agradecimentos	v
1 Introdução ao problema	1
1.1 A produção de energia atualmente	1
1.2 A fusão nuclear como forma de obtenção de energia	2
1.3 Tokamak	3
1.4 Métodos de aquecimento do plasma	4
1.4.1 Aquecimento Ôhmico	5
1.4.2 Aquecimento por indução de ondas	5
1.4.3 Injeção de partículas neutras de alta energia	6
2 Ondas de Alfvén	7
2.1 Descrição	7
2.2 Automodos de oscilação de ondas de Alfvén	8
3 Modos Acústico Geodésicos	12
3.1 Descrição	12
3.2 Interação de Modos Geodésicos e Ondas de Alfvén	14
4 Modelo de Deriva Cinética - Modos Geodésicos	16
4.1 Descrição da equação de deriva cinética	16
4.2 Estudos preliminares	17
4.3 Influência do fluxo de elétrons e íons na instabilidade por modos ge- odésicos	18
4.4 Discussão	22
4.5 Análise do balanço energético de GAM	24
5 Comparação com observações de GAM para disparos com injeção de partículas neutras no COMPASS	26
5.1 Descrição do Tokamak COMPASS	27
5.2 Observações	30
5.2.1 Estrutura de GAM	30
5.2.2 Frequência	32
5.2.3 Amplitude	34
5.3 Discussão	35
5.4 Observações finais	36

6	Conclusão	37
7	Trabalhos Futuros	38
A	Derivação do tensor dielétrico	39
B	Integral de Dawson	43
	Referências	45

Capítulo 1

Introdução ao problema

Esta dissertação se inicia com uma descrição sobre plasma aplicado à fusão nuclear, destacando sua importância o desenvolvimento da sociedade no que tange aos meios de produção sustentável de energia. Finalizando com uma breve descrição de alguns equipamentos e métodos conhecidos onde é procurado atingir este objetivo.

1.1 A produção de energia atualmente

Um dos grandes desafios da ciência e tecnologia atual é prover energia para atender às necessidades da população. Existem a disposição diversas formas de obter energia, cada uma com suas vantagens e desvantagens.

No último século, grande parte da geração de energia vem sendo obtida pela queima de combustíveis fósseis, petróleo, carvão e gás natural, este método está limitado pelas reservas desses elementos que ainda estão presentes na natureza, sendo fatalmente limitado a longo prazo. Além deste aspecto, é bastante nocivo à natureza, pois desprende toneladas de CO₂ na atmosfera, causando fortes impactos ambientais com a elevação da temperatura média global, sendo necessário diminuir sua participação na geração de energia o tão cedo quanto possível.

Uma alternativa em relação às termoeletricas se dá em aproveitar a energia potencial dos rios, através de usinas hidroelétrica, apesar de ser uma fonte limpa em termos de emissão de CO₂, depende da disponibilidade hídrica, alagam grandes porções de terra e alteram o curso natural dos rios em sua construção, causando também impactos ambientais localizados em suas respectivas bacias hídricas.

Outra fonte muito usada é a fissão nuclear, é um método perigoso, porém oferece danos mínimos ao meio ambiente se bem administrado, desde a extração do combustível nuclear, seu enriquecimento e o tratamento adequado dos rejeitos, sendo limitada pelas reservas naturais de elementos radioativos, porém possui histórico de acidentes como Chernobyl na Ucrânia, em 1986, e Fukushima no Japão, em 2011, que espalharam perigosos compostos radioativos na natureza.

Existem também outras fontes menos utilizadas como energia eólica e solar, que apesar de baixo impacto ambiental oferecem pouco em quantidade de energia, também os biocombustíveis, que reabsorvem todo o CO₂ nas lavouras de geração do próprio combustível, porém essas lavouras ocupam vastas áreas de terra impactando o meio ambiente.

Uma forma de obtenção de energia que seja capaz de gerar altas quantidades de energia, que não dependa de recursos limitados e com mínimos impactos ambientais é alvo de pesquisas em todo o mundo.

1.2 A fusão nuclear como forma de obtenção de energia

Alvo de pesquisas em todo o mundo, a fusão nuclear como forma de obtenção de energia resolveria a maior parte dos problemas da humanidade neste aspecto.

Trata-se de usar elementos leves como o hidrogênio, abundante na natureza, e através da fusão nuclear produzir uma reação exotérmica, fornecendo energia térmica a ser convertida para outras formas de energia, como a elétrica, tendo como resíduo apenas elementos mais pesados inertes, como o hélio e nêutrons.

A dificuldade em tornar possível a fusão nuclear para este propósito está no fato de ser necessário altas temperaturas para viabilizar a fusão dos elementos. A reação nuclear que gera energia a temperatura mais baixa é a fusão entre o Deutério e Trítio, que resulta em partícula alpha e nêutrons com alta energia, responsáveis pelo aquecimento, porém esta reação ocorre a temperaturas da ordem de $10^8 K$ [1].

O desafio então é manter o plasma estável durante o seu aquecimento e quando este atinge as condições para a fusão. Nestas temperaturas tão altas, se torna um trabalho difícil, não existindo elementos capazes de conter o plasma. Para tanto, é necessário se utilizar de outros meios. O Sol se mantém aquecido com base em reações de fusão nuclear em seu interior, mantendo os elementos contidos em sua grande força gravitacional.

Em altas temperaturas, os elementos se ionizam ficando na forma de plasma, com elétrons e íons separados e não na forma atômica eletricamente neutra, portanto podemos usar o confinamento magnético para aprisionar essas partículas. As duas grandes frentes em pesquisa em posição mais avançada no campo da fusão termonuclear se dá na forma dos reatores do tipo Tokamak e do Stellerator, ambos tratam-se de câmaras onde o plasma é contido através de um forte campo magnético.

1.3 Tokamak

Inicialmente idealizado pelos físicos Tamm e Sakharov em meados de 1950, na União Soviética [2], se iniciou a criação de um dos dispositivos que mais se aproximam de apresentar resultados positivos, relativos a prover as condições necessárias para a viabilidade da fusão nuclear como fonte de energia, o chamado Tokamak.

Trata-se de uma câmara toroidal, dotada de um sistema de bobinas, que geram um forte campo magnético capaz de manter o plasma confinado, mesmo nas altas temperaturas necessárias para fusão.

O confinamento do plasma se dá pelos campos magnéticos na direção toroidal e poloidal. O campo toroidal é criado pela corrente inserida nas bobinas ao longo do toroide, quanto mais bobinas toroidais há no tokamak, mais uniforme é o campo magnético do mesmo. À primeira vista, somente este campo é necessário para conter o plasma, porém devido a curvatura do campo magnético e dos campos elétricos que surgem na dinâmica do tokamak, caso funcionasse somente com ele, a coluna de plasma tem o seu raio maior, ver figura (1.1), distância entre o centro do tokamak e o centro da coluna de plasma, aumentos consideráveis, perdendo o confinamento. Para tanto, o campo poloidal é criado inicialmente pelo transformador primário, que induz a corrente de plasma do sentido toroidal.

O campo poloidal é tão importante quanto o toroidal para o confinamento plasma, mesmo possuindo muito menor intensidade, a combinação destas duas direções dá a forma do campo magnético total, o qual possui forma helicoidal, com seu traçado principalmente ao longo do toroide porém com uma leve inclinação poloidal.

Além das bobinas descritas anteriormente, há um conjunto de bobinas que são responsáveis por consertar pequenos desvios da coluna de plasma, que são acionadas de acordo com a posição da coluna de plasma dentro do toroide a fim de manter a coluna de plasma na região central, longe das paredes metálicas do tokamak. Para um entendimento mais completo da estrutura dos campos magnéticos e das posições das bobinas, encontra-se a ilustração do sistema na figura (1.1).

Figura 1.1: Estrutura de campos magnéticos e bobinas de um Tokamak, com raio maior R_0 e menor r_0 . Figura adaptada de [3]

1.4 Métodos de aquecimento do plasma

Para se atingir as altas temperaturas de fusão, são utilizadas diversas técnicas para o aquecimento do plasma, onde cada um possui vantagens e desvantagens uma sobre as outras, que variam de preço de implementação a eficiência do aquecimento dependendo das condições do plasma.

Será especificado três das principais técnicas utilizadas, aquecimento ôhmico, indução de ondas e injeção de partículas neutras energéticas, ilustradas na figura (1.2).

É válido dizer que o plasma possui diferentes temperaturas a depender de sua região, sendo mais quente no centro da coluna de plasma e mais frio na borda. A borda é mais sensível a turbulências e instabilidades além do que a fusão propriamente dita acontece no centro da coluna, com temperaturas e densidades maiores. Aquecimentos na borda além de pouco ajudar no processo de fusão, podem comprometer o confinamento, sendo interessante dedicar o aquecimento principalmente nas regiões mais centrais. Também há diferentes temperaturas para elétrons e para íons.

Figura 1.2: Ilustração dos métodos de aquecimento do plasma. [4]

1.4.1 Aquecimento Ôhmico

O aquecimento ôhmico acontece naturalmente em todos os disparos de um tokamak, quando se forma a corrente de plasma, como visto antes, imprescindível para o confinamento. O aquecimento ocorre devido a resistividade do plasma em conjunto com a corrente, figura (1.2), onde através do efeito Joule libera energia na forma de calor elevando a temperatura do plasma. A resistividade do plasma [27] se comporta da seguinte maneira:

$$\eta = 0,51 \frac{e^2 \ln \Lambda}{3\epsilon_0^2} \sqrt{\frac{m_e}{(2\pi T_e)^3}}, \quad (1.4.1)$$

onde e é a carga do elétron, m_e sua massa, T_e a temperatura, $\Lambda = 12\pi n \lambda_D^3$ com n a densidade e λ_D o comprimento de Debye.

É bastante utilizado principalmente como aquecimento inicial do plasma [5], não requer nenhum aparelho a mais do que as bobinas já mencionadas, porém, acontece que a resistividade (1.4.1) é proporcional a $T_e^{-3/2}$, fazendo com que o método perca sua eficiência rapidamente para altas temperaturas, portanto a partir de uma certa temperatura se faz necessário métodos complementares para o aquecimento do plasma.

1.4.2 Aquecimento por indução de ondas

Outra forma de aquecimento é através da indução de ondas em frequências específicas, as quais entram em ressonância com o plasma [6], aumentando a energia das partículas, as quais espalham essa energia para todo o plasma elevando a temperatura.

Dentre os tipos de ondas utilizados para aquecer o plasma estão as ondas de

Alfvén. Este método é utilizado e estudado no TCABR, tokamak do Instituto de Física da USP. A indução de ondas de Alfvén aquece o plasma como um todo, com a escolha certa de frequência o aquecimento se dá principalmente em sua região central se espalhando para outras regiões posteriormente. São ondas de frequências relativamente baixas e facilmente se montam equipamentos para excitá-las.

Outra alternativa é a excitação dos elétrons e íons em suas respectivas frequências ciclotrônicas:

$$\omega_{c\alpha} = \frac{e_{\alpha}B}{m_{\alpha}c}, \quad (1.4.2)$$

onde e_{α} e m_{α} são carga e massa da partícula de espécie α , B o campo magnético e c a velocidade da luz.

No caso da frequência íon-ciclotrônicas, com a frequência certa se excita diretamente os íons na posição determinada, passando lentamente a temperatura para o resto do plasma, causando superaquecimento nos íons, o que pode gerar instabilidades, ocorrem na faixa de aproximadamente 10 a 50MHz. Para as frequências elétron-ciclotrônicas, estas excitam os elétrons e através de colisões estes transmitem a energia para os íons por colisões, a faixa de frequência está entre 100 a 200GHz, bastante altas e demandando equipamentos bastante especializados.

1.4.3 Injeção de partículas neutras de alta energia

O último método de aquecimento de plasma a ser comentado neste trabalho, mas que merece atenção especial, pois será dedicado mais a frente um capítulo especial sobre efeitos que estas injeções causam no plasma.

Através da injeção de um feixe de átomos neutros altamente energéticos dentro da coluna de plasma, este interagindo com o feixe através de colisões, que por fim aquecem o plasma, primeiramente aquecendo os elétrons, e posteriormente este transfere a energia aos íons. Este é um método de difícil aplicação, bastante caro pois necessita de uma máquina altamente especializada, também não se tem muito controle sobre a região do plasma onde haverá maior aquecimento.

O feixe externo ao plasma também adiciona rotação no plasma, sendo os íons os principalmente afetados, por questão de suas massas serem bastante superiores à do elétron, é fácil verificar pela figura (1.2), sendo que é normalmente inserido tangencialmente na coluna de plasma, a rotação é transferida por conservação de momento. Há outras configurações utilizando 2 injetores de partículas em sentidos opostos.

Capítulo 2

Ondas de Alfvén

Neste capítulo está uma breve descrição sobre as ondas de Alfvén e um método de se obter a equação de dispersão e os automodos através de um problema de auto valores.

2.1 Descrição

Em magnetohidrodinâmica, além de todas as propriedades típicas de um fluido comum, há uma distinta característica que é analisada, trata-se dos efeitos causados pelas forças eletromagnéticas atuantes no plasma magnetizado de um tokamak, um fluido composto por elétrons e íons sujeitos a um forte campo magnético. Dentro dessas características, perturbações sobre a coluna de plasma podem gerar ondas com propriedades típicas que se propagarão ao longo das linhas de campo magnético no plasma, trata-se das ondas de Alfvén.

Proposta pelo físico suéco Hannes Alfvén em 1942, para aplicação em plasma na astronomia, em especial na física solar [7], trabalho que lhe rendeu o prêmio Nobel. Esse tipo de onda não é caracterizado pela alteração de pressão do plasma, mas sim pela oscilação do campo magnético.

Essas ondas são de fundamental importancia na física de plasma, tanto no aquecimento como abordado anteriormente, como também pode ser utilizado como ferramenta diagnóstica de propriedades do plasma, determinando o fator de segurança em tokamaks como o JET, conforme [8].

Quando as linhas de campo magnético sofrem uma perturbação, as partículas carregadas do plasma e as linhas de campo magnético criam uma força restauradora afim de retornar o sistema para a situação inicial, num efeito análogo ao pinçar de uma corda de violão, se inicia então a propagação de uma onda por estas linhas de campo magnético.

São ondas transversais, o movimento das linhas de campo magnético se dá na direção perpendicular a direção de propagação da onda, que por sua

vez acompanha a direção do campo magnético de equilíbrio. A pressão do plasma não é afetada pelas ondas de Alfvén, há outro tipo de onda semelhante de onda a qual se propaga em situação semelhante, porém com alteração de pressão no plasma, a qual é chamada magnetossônica, a qual é longitudinal, cujo o movimento ondulatório se dá no mesmo sentido de propagação.

Figura 2.1: Ilustração da deformação no campo magnético de equilíbrio B_0 , a força de restauração F e a direção de propagação dada pelo vetor de onda k , formando o campo magnético B oscilante.

Do equilíbrio da densidade de energia cinética e potencial, a partir das equações de Maxwell, é possível derivar a relação de dispersão, dada por:

$$\frac{\omega}{k} = V_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho}}, \quad (2.1.1)$$

onde ω é a frequência, V_A a velocidade de Alfvén, k o número de onda, B_0 o valor do campo magnético de equilíbrio e ρ a densidade de plasma.

Para o tokamak, as ondas de Alfvén podem se tornar ondas estacionárias perante a sua geometria toroidal, gerando modos de vibração, a frequência desses modos, em aproximação cilíndrica, com raio maior muito maior que raio menor ($R_0 \gg r$) é dada por:

$$\omega_A = \frac{V_A}{R_0} \left(N - \frac{M}{q} \right), \quad (2.1.2)$$

onde R_0 é o raio maior, N e M os números toroidais e poloidais, respectivamente e q o parâmetro de segurança, definido por uma combinação de componentes do campo magnético, da forma:

$$q = \frac{rB_0}{RB_\theta}, \quad (2.1.3)$$

onde B_0 é o campo magnético toroidal, B_θ campo magnético poloidal, r e R as coordenadas radiais relativas respectivamente à distância do ponto observado ao centro da coluna de plasma e ao centro do toroide.

2.2 Automodos de oscilação de ondas de Alfvén

Uma maneira mais detalhada [9] de como obter os automodos para ondas de Alfvén em um plasma homogêneo para coordenadas cilíndricas, funcionando como

uma aproximação para tokamak com alta razão de aspecto, conforme [9] está descrito a seguir.

Primeiro buscamos a equação de onda para o campo magnético.

A partir das equações de Maxwell, é possível escrever:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} \mathbf{E}. \quad (2.2.1)$$

Usando um sistema de coordenadas com base no campo magnético em aproximação cilíndrica:

$$\mathbf{e}_r = \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_\theta - \frac{B_\theta}{B_0} \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_\parallel = \frac{B_\theta}{B_0} \mathbf{e}_\theta + \mathbf{e}_z. \quad (2.2.2)$$

Os termos de (2.2.1) na direção paralela ao campo magnético são muito pequenas, temos então que a parte paralela e perpendicular fica:

$$(\nabla \times \nabla \times \mathbf{E})_r = (k_\perp^2 + k_\parallel^2) E_r + \frac{ik_\perp}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\perp) - ik_\parallel r E_\perp \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{B_{0\theta}}{B_0} \right), \quad (2.2.3)$$

$$(\nabla \times \nabla \times \mathbf{E})_\parallel = k_\parallel^2 E_r - \frac{\partial}{\partial r} \left(ik_\perp E_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\perp) \right) + ik_\parallel r E_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{B_{0\theta}}{B_0} \right), \quad (2.2.4)$$

de onde obtemos as equações:

$$\frac{A}{r} \frac{d}{dr} (r E_\perp) = k_\perp G E_\perp + \frac{i\omega}{c} (A - k_\perp^2) B_\parallel, \quad (2.2.5)$$

$$\frac{i\omega}{c} A \frac{dB_\parallel}{dr} = (G^2 - A^2) E_\perp - \frac{i\omega}{c} k_\perp G B_\parallel. \quad (2.2.6)$$

Para as componentes A e G, é utilizado uma aproximação para alta frequência $\omega \gg \mathbf{v}_0 \mathbf{k}_\parallel$ quando utilizando as componentes do tensor dielétrico ϵ_{ij} descrito no apêndice A, obtendo então:

$$A = \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\omega^2}{v_A^2} \sum \frac{f_i}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2}} - k_\parallel^2, \quad (2.2.7)$$

$$G = \frac{\omega^2}{v_A^2} \sum \frac{f_i \frac{\omega}{\omega_{ci}}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2}} - \frac{2k_\parallel}{r} \frac{B_{0\theta}}{B_0}. \quad (2.2.8)$$

sendo a função distribuição local f_i , velocidade de Alfvén v_A e a frequência ciclotrônica ω_{ci} .

Assumindo que todas as quantidades de encontram em equilíbrio, e a corrente de equilíbrio seja nula, o campo magnético se aproxima da direção do eixo axial, $\mathbf{e}_\parallel = \mathbf{e}_z$, teremos a equação de onda do plasma na forma:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{dB_z}{dr} + \left(k_r^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) B_z = 0, \quad (2.2.9)$$

com $k_r^2 = (A^2 - G^2) / A$.

A equação (2.2.9) é a equação de Bessel ordinária para $k_r^2 > 0$ e a equação de Bessel modificada para $k_r^2 < 0$.

A solução de (2.2.9) é dada por:

$$B_z(r) = C_1 Z_m(|k_r|r), \quad (2.2.10)$$

sendo C_1 constante, e:

$$Z_m(|k_r|r) = J_m(|k_r|r) \dots k_r^2 > 0,$$

$$Z_m(|k_r|r) = I_m(|k_r|r) \dots k_r^2 < 0.$$

Como não há antena entre r_p (interface plasma - vácuo) e r_s (concha condutora) $r_p < r < r_s$, havendo somente os efeitos das perturbações internas do problema, a solução da equação de onda no vácuo é dada por:

$$B_z(r) = C_2 I_m(|k_r|r) + C_3 K_m(|k_r|r), \quad (2.2.11)$$

onde C_2 e C_3 são constantes, tendo as relações:

$$C_2/C_3 = -D_m(kr_s),$$

obedecendo $dB_z/dr = 0$ na concha condutora em $r = r_s$,

$$C_3/C_1 = Z_m(|k_r|) / (-D_m(kr_s)I_m(kr_s) + K_m(k)),$$

fazendo B_z contínuo na interface plasma - vácuo em $r = r_p = 1$,

$$D_m(kr_s) = K'_m(kr_s) / I'_m(kr_s).$$

E com $\nabla \times \mathbf{E} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{B}$, onde a dependência dos campos em t se dá com $\exp(-i\omega t)$, após uma série de cálculos é possível chegar a:

$$-\frac{k_r^2}{k^2} \frac{dB_z}{dr}(r = r_p + 0) = \frac{dB_z}{dr}(r = r_p - 0) + m \frac{G}{A} B_z(r = r_p - 0). \quad (2.2.12)$$

Conseguimos a relação de dispersão:

$$\frac{Z'_m(|k_r|)}{Z_m(|k_r|)} + \frac{|m|}{|k_r|} \frac{G}{A} + \sin a l(k_r^2) \frac{|k_r|}{k} F_m(k, r_s) = 0, \quad (2.2.13)$$

onde

$$F_m(k, r_s) = \frac{D_m(kr_s)I'_m(k) - K'_m(k)}{D_m(kr_s)I_m(k) - K_m(k)}$$

Uma solução analítica é obtida no limite de $k \ll 1$, com $x = \omega/\omega_{ci}$, onde temos $x \ll 1$, $I_0(x) \approx 1$, $I'_0(x) \approx x/2$, $K_0(x) \approx -\log x$, $K'_0(x) \approx -1/x$, $I_m(x) \approx x^\nu/(2^\nu \nu!)$, com $\nu = |m| \neq 0$, $I'_m(x) \approx I_m(x)\nu/x$, $K_m(x) \approx (\nu - 1)! 2^{\nu-1}/x^\nu$ e $K'_m(x) \approx -K_m(x)\nu/x$, seguindo-se então $D_m(kr_s) \approx \nu! (\nu - 1)! 2^{2\nu-1}/(kr_s)^{2\nu}$, chegando a:

$$F_m(k, r_s) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{k}{2}(r_s^2 - 1) & m = 0 \\ -\frac{\nu}{k} \frac{r_s^{2\nu} - 1}{r_s^{2\nu} + 1} & \nu = |m| = 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\}, \quad (2.2.14)$$

com $k_r > 0$, $Z_m(|k_r|)$ uma função de Bessel ordinária, e obtemos para (2.2.7) e (2.2.8):

$$A = \frac{\omega_{ci}^2}{c^2} \frac{x^2}{1 - x^2} - k^2, \quad (2.2.15)$$

$$G = \frac{\omega_{ci}^2}{c^2} \frac{x^3}{1 - x^2}. \quad (2.2.16)$$

Tendo uma solução para a relação de dispersão (2.2.13) em uma forma para $m = 0$ e outra forma para $|m| = 1, 2, 3, \dots$

Capítulo 3

Modos Acústico Geodésicos

Neste capítulo consta uma explicação sobre modos acústico geodésicos [15], suas principais funções dentro do estudo de plasma de um tokamak e uma breve explicação sobre sua interação com as ondas de Alfvén, anteriormente descritas. Nos próximos capítulos está detalhada uma investigação sobre um caso especial de modos geodésicos.

3.1 Descrição

Inicialmente estudados pelo modelo MHD [10], os modos acústicos geodésicos (Acoustic Geodesic Mode, GAM), são modos de vibração acústica excitadas devido a perturbações de pressão anisotrópicas de elétrons e íons, que afetam principalmente os íons em um tokamak. Possui número toroidal nulo, $N = 0$, sendo completamente simétrico na direção toroidal, já o número poloidal normalmente é dado por: $M = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Esse tipo de onda ocorre somente em tokamas, devido a sua estrutura toroidal.

A partir do modelo MHD, a frequência típica para tokamak com alta razão de aspecto ($R \gg r$), para um plasma isento de rotação, em regime de alta frequência é dada por:

$$\omega_{GAM}^2 = \omega_s^2 \left(2 + \frac{1}{q^2} \right), \quad (3.1.1)$$

onde a frequência sonora é $\omega_s = \gamma P / (\rho R_0^2)$, o fator de segurança $q = r h_\zeta / h_\vartheta R_0$, com h_ζ e h_ϑ a inclinação do campo toroidal e poloidal, R_0 o raio maior do tokamak, P a pressão, ρ a densidade de massa, γ o índice adiabático.

Modos geodésicos tem sido frequentemente detectados em diversos tokamaks em uma ampla variedade de condições, se excitam principalmente durante o aquecimento do plasma, mais precisamente na transição de confinamento baixo (low-mode, L-mode) para alto (high-mode, H-mode), [11], regimes caracterizados principalmente por alterações de pressão na borda do plasma. São observados seja durante o aquecimento ôhmico ou por ressonância em frequência íon ciclotrônica e é um fenômeno típico durante o aquecimento do plasma por injeção de partículas neutras [12,13,14].

Outra propriedade dos modos geodésicos é formação de escoamentos zonais na direção poloidal que destroem células de convecção. As células de convecção são turbulências do plasma que formam grandes vórtices entre o centro e a borda do plasma, tais células são responsáveis por acelerar a troca de calor entre o centro e a borda. Como visto anteriormente, é importante que se aqueça o centro do plasma, portanto os escoamentos zonais ajudam com o confinamento do plasma quebrando as células de convecção e mantendo o centro do plasma aquecido e a borda menos aquecida.

O escoamento zonal não necessariamente acaba com as células de convecção, nem é necessário, basta que essa célula seja quebrada em várias células menores, diminuindo o poder de convecção total pois o percurso que pode ir do centro até a borda do plasma agora é menor, ficando então as trocas de temperatura dadas por estas células em ambientes mais compactos, e dificilmente indo do centro até a borda. Na figura 3.1 está ilustrado o efeito descrito acima.

Figura 3.1: Ilustração dos fluxos zonais partindo as células de convecção, a esquerda o perfil de temperatura, a direita a ilustração das células de convecção, acima com rotação e abaixo sem a rotação dos escoamentos zonais. Importante notar que as temperaturas mais altas, tons de vermelho, se encontram mais concentradas com rotação, e as células de convecção são menores. [26]

Esses modos também são largamente investigados pois servem de ferramenta diagnóstica sobre os parâmetros do plasma, através da observação de sua frequência, a profundidade onde acontece, é possível inferir medidas mais confiáveis para o fator de segurança q de um tokamak. Portanto modos geodésicos também podem contribuir indiretamente para o confinamento do plasma e fornecer uma ferramenta diagnóstica sobre os seus parâmetros.

3.2 Interação de Modos Geodésicos e Ondas de Alfvén

Conforme [15,16], as ondas acústicas geodésicas e Alfvénicas, de natureza e comportamentos distintos, interagem entre si quando atingem uma frequência próxima.

Em geral, as frequências ω_A para ondas de Alfvén (2.1.2) são bastante altas antes em comparação com as frequências ω_g dos modos acústicos geodésicos (3.1.1). Porém analisando a expressão para ω_A , é fácil notar que ela vai para zero conforme o parâmetro de segurança q se aproxima da razão dos números poloidais e toroidais M/N , conforme o gráfico abaixo:

Figura 3.2: Ilustração das frequências para os modos de Alfvén (vermelho) com $M/N = 2$ e modo acústico geodésico (azul), normalizados pela frequência de ondas sonoras ω_s , na região onde ocorre cruzamento, neste pedaço, é aproximadamente proporcional a $1/q^2$

Por [18] esse cruzamento não pode acontecer, foram investigados em [15,16] o comportamento dos modos geodésicos nessa região, através de modelos de plasma em rotação e este fenômeno é identificado nos cálculos.

Na figura (3.2) de [15], essa interação aparece no estudo de modos geodésicos para plasma em rotação descrita pelo modelo MHD, a banda de Alfvén não atravessa o contínuo do modo acústico geodésico, enquanto o contínuo do modo acústico geodésico é forçado para um valor abaixo de seu patamar originalmente calculado pela teoria sem considerar efeitos de onda de Alfvén.

Figura 3.3: Contínuo geodésico associado ao modo de Alfvén [15]

Capítulo 4

Modelo de Deriva Cinética - Modos Geodésicos

Neste capítulo consta detalhadamente uma análise teórica baseada no modelo cinético. É encontrado os efeitos do fluxo de elétrons e íons ao longo das linhas de campo magnético helicoidais na estrutura da dispersão a instabilidade de modos geodésicos, através da equação de deriva cinética. Este conteúdo foi publicado em [17].

4.1 Descrição da equação de deriva cinética

A equação de deriva cinética, trata-se de uma aproximação cinética que leva em conta as oscilações de potenciais elétricos. A partir da equação de Vlasov, reduzida a uma equação simplificada chamada de equação de deriva cinética, a qual pode ser utilizada para encontrar a função distribuição e a partir da mesma, obter diversos parâmetros do plasma. Este método foi utilizado para estudar o comportamento de modos geodésicos perante um fluxo de plasma na direção toroidal.

A equação de deriva cinética, descrita em [18] é dada por:

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial t} + \left[(v_{\parallel} + v_p) \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{v}_d \right] \cdot \nabla_{\mu} \bar{f} + \left[\frac{e\mathbf{E}}{m} \left[(v_{\parallel} + v_p) \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{v}_d \right] + \mu \frac{\partial B}{\partial t} \right] \frac{\partial \bar{f}}{\partial \epsilon} = St[F_{\alpha}] \quad (4.1.1)$$

com $v_p \equiv (\mu B / \Omega)(\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \times \hat{\mathbf{b}})$, $\mathbf{v}_d = \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_M$ e $\nabla_{\mu} = \nabla - \nabla \mu (\partial / \partial \mu)$.

Na expressão (4.1.1) acima temos que $\bar{f}$ é a função distribuição para partícula de uma espécie, sendo $\bar{f} = F + f$, F a função de equilíbrio e f a parte perturbada, $\mathbf{v}_d$ a velocidade de deriva diamagnética da partícula, sendo a soma de sua porção elétrica e magnética, $\mathbf{E}$ o campo elétrico, B o campo magnético, e_{α} , m_{α} e μ a carga, massa e momento magnético da partícula, respectivamente. O parâmetro de colisões $St[F_{\alpha}]$ é considerado nulo no caso de um plasma acolisional, como será o caso apresentado neste trabalho.

O modelo cinético apresenta basicamente dois casos de modos geodésicos em tokamaks de alta razão de aspecto, $\epsilon = r/R \ll 1$. Os resultados embora semelhantes,

diferem do modelo MHD. Temos para alta frequência:

$$\omega_g \approx \left(\frac{7}{2} + 2\tau_e + O(q^{-2}) \right) \frac{T_i}{R_o^2 m_i}, \quad (4.1.2)$$

com $\tau_e = T_e/T_i$, $T_{e,i}$ temperatura de elétron e íon, R_o o raio maior do tokamak e m_i a massa dos íons, $O(q^{-2})$ são termos de ordem de q^{-2} .

também a frequência de íon-sonoro:

$$\omega_{l,is} \approx l \sqrt{T_e/R_o^2 q^2 m_i}, \quad (4.1.3)$$

onde q é o parâmetro de segurança e $l=1, 2, \dots$ o número harmônico.

4.2 Estudos preliminares

É esperado que estes modos interajam com a rotação de plasma estacionário [16], afetando os regimes de turbulência e transporte, como observado experimentalmente [19] e em simulações [20].

Recentemente, foi mostrado que os modos geodésicos podem ser excitados pela corrente de elétrons ao longo das linhas de campo magnético em conjunto com a deriva diamagnética [21,22]. A instabilidade ocorre somente quando a velocidade dos elétrons responsáveis por esta corrente é muito maior que a velocidade de fase dos modos geodésicos, dada por $Rq\omega$, onde R é a distância do centro do tokamak ao ponto de observação, q é o fator de segurança, e ω a frequência do modo. Também é necessário que a temperatura de elétrons seja suficientemente maior que a temperatura de íons ($T_e \gg T_i$). É comum que uma alta corrente de elétrons apareça durante o aquecimento do plasma, seja por aquecimento ôhmico [12] ou durante injeção de partículas neutras [14], como dito anteriormente, estes regimes apresentam a formação de modos geodésicos.

Através do modelo cinético, já foi anteriormente visto influências do fluxo de plasma ao longo das linhas de campo afetam modos geodésicos [22,23]. Será abordado a seguir um caso onde é levado em conta as correntes de elétrons e também íons, combinado com a deriva diamagnética e analisado a dispersão e instabilidade de modos geodésicos, os resultados foram publicados em [17].

4.3 Influência do fluxo de elétrons e íons na instabilidade por modos geodésicos

Será utilizado o sistema quasi-toroidal de coordenadas (r, ϑ, ζ) , com as superfícies circulares ($R = R_0 + r \cos \vartheta, z = r \sin \vartheta$) formadas pelas linhas de campo magnético helicoidais ao longo do toróide. R e z são a distância do eixo central do toróide ao ponto de observação e a altura desse ponto, respectivamente. Já r , é a distância do centro da coluna de plasma ao ponto observado, R_0 o raio maior, distância do centro do tokamak ao centro da coluna de plasma. A coordenada angular ϑ é o ângulo poloidal. Para uma melhor compreensão, segue a figura 4.1 ilustrando as coordenadas adotadas.

Figura 4.1: Ilustração das coordenadas adotadas

Adotada alta razão de aspecto, raio maior muito maior do que o raio menor, $\epsilon = r_0/R_0 \ll 1$, afim de diminuir influências de uma forte curvatura do campo magnético.

O campo magnético total possui formato helicoidal e magnitude B_0 , nas suas componentes toroidal e poloidal, $B_\zeta = B_0 R_0/R$ e $B_\vartheta = r B_\zeta / q R_0$, com $B_\vartheta \gg B_\zeta$.

Por fim, adotado então um sistema cilíndrico de variáveis no espaço de velocidades, $(v_\perp, \sigma, v_\parallel)$ sendo, respectivamente, a velocidade perpendicular, sua variável angular e a velocidade paralela ao campo magnético, onde fica fácil discernir as correntes paralelas as linhas de campo.

A função distribuição de equilíbrio é dada pela distribuição gaussiana no espaço de velocidades, deslocada pela velocidade paralela ao campo magnético:

$$F_\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{n_0 e^{-[(w-v_{0\alpha})^2 + u^2]/2}}{\pi^{3/2} v_{T\alpha}^3}, \quad (4.3.1)$$

onde n_0 é uma constante de normalização, $w = v_{\parallel}/v_T$ e $u = v_{\perp}/v_T$ representam respectivamente a velocidade paralela e perpendicular normalizadas em relação a velocidade térmica, $v_{T\alpha} = \sqrt{T_{\alpha}/m_{\alpha}}$ a velocidade térmica da partícula do tipo α , $v_{0\alpha}$ a velocidade da partícula no sentido paralelo ao campo magnético que causa o deslocamento da gaussiana, também normalizada pela velocidade térmica.

Ignorando efeitos de deriva magnética, posta em sistema quasi-toroidal em aproximação para pequeno raio de Larmor, a equação drift-cinética obtida a partir de (4.1.1) é dada por:

$$\frac{\partial f}{\partial \vartheta} - \frac{i\Omega f}{w} = \frac{eF}{mw} \left[\frac{(w - v_0)E_3}{k_0 v_T^2} + \frac{2 + \eta(w^2 + u^2 - 3)}{2k_0 v_T \omega_c d_r} E_2 - \frac{(2w^2 + u^2)}{2v_T \omega_c k_0 R} E_1 \sin \vartheta \right], \quad (4.3.2)$$

sendo f a função distribuição perturbada, E_i as componentes do campo elétrico potencial gerado pelo modo, com E_1 a componente radial, a parte paralela E_3 e perpendicular E_2 com a relação $E_3 = h_{\vartheta} E_2$. A inclinação do campo magnético é dada por $h_{\vartheta} = B_{\vartheta}/B_0$, o vetor de onda paralelo $k_0 = h_{\vartheta}/r$, o gradiente de densidade $\partial n_0/\partial r = -n_0/d_r$, o parâmetro $\eta_{\alpha} = \partial \ln T_{\alpha}/\partial \ln n_0$. Para o caso onde o número toroidal é nulo, $N = 0$, temos para o vetor de onda paralelo $k_0 = 1/qR$. Usando as aproximações potenciais do campo elétrico ignorando as pequenas perturbações magnéticas discutidas em [24].

São considerados os números poloidais de primeira ordem, $M = \pm 1$, portanto é expandindo em série de fourier a componente do campo elétrico $E_3 = E_s \sin \vartheta + E_c \cos \vartheta$ e a função para perturbação de distribuição para partículas de espécie α , $f_{\alpha} = f_{\alpha s} \sin \vartheta + f_{\alpha c} \cos \vartheta$, resolvendo a equação (4.3.2) para a parte senoidal e cossenoidal obtemos as componentes da função distribuição perturbada para elétrons e íons:

$$f_s = -\frac{ie_{\alpha}\Omega q(2w^2 + u^2)FE_1}{2\omega_{c\alpha}m_{\alpha}v_{T\alpha}(\Omega^2 - w^2)} + \frac{e_{\alpha}qRF(i\Omega E_s - wE_c)}{T_{\alpha}(\Omega^2 - w^2)} \left(w - v_0 + \rho + \rho\eta_{\alpha} \frac{w^2 + u^2 - 3}{2} \right), \quad (4.3.3)$$

$$f_s = -\frac{ie_{\alpha}qw(2w^2 + u^2)FE_1}{2\omega_{c\alpha}m_{\alpha}v_{T\alpha}(\Omega^2 - w^2)} + \frac{e_{\alpha}qRF(i\Omega E_c + wE_s)}{T_{\alpha}(\Omega^2 - w^2)} \left(w - v_0 + \rho + \rho\eta_{\alpha} \frac{w^2 + u^2 - 3}{2} \right). \quad (4.3.4)$$

Tendo então as componentes seno e cossenoidais das funções de distribuição perturbadas, podemos utilizar (4.3.3) e (4.3.4) para encontrar a densidade para cada partícula conforme a definição de densidade dada por:

$$n = 2\pi v_{T\alpha}^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} u f dw du. \quad (4.3.5)$$

Obtendo, portanto, as componentes seno e cossenoidal:

$$\begin{aligned}
n_{s\alpha} = & \frac{e_\alpha n_0 R_0 q}{2m_\alpha v_{T\alpha}^2} \left[\frac{i2v_{T\alpha}}{\omega_{c\alpha} R_0} [\sqrt{2}(\Omega^2 + 1)Z + v_{0\alpha}^2(\Omega^2 - 1)Z/2 + \Omega(2 + v_{0\alpha}^2 + v_{0\alpha}^2 \Omega^2)] E_1 \right. \\
& - i\sqrt{2}[(2 + \Omega^2 \eta - \eta)Z/2 + \Omega \eta] \rho + v_{0\alpha}((\Omega^2 - 1)Z + \sqrt{2}\Omega)] E_s \\
& \left. + [2 + \sqrt{2}\Omega Z + v_{0\alpha} \rho(2 + \Omega^2 \eta + \sqrt{2}(\Omega^2 \eta + 2 - \eta)\Omega Z/2)] E_c \right], \tag{4.3.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{c\alpha} = & \frac{e_\alpha n_0 R_0 q}{2m_\alpha v_{T\alpha}^2} \left[\frac{v_{0\alpha} v_{T\alpha}}{\omega_{c\alpha} R_0} [2\Omega^2 + 4 + \sqrt{2}(\Omega^2 + 1)\Omega Z] E_1 - [\sqrt{2}(2 - 3v_{0\alpha}^2 + \Omega^2 v_{0\alpha}^2)\Omega Z/2 \right. \\
& + \sqrt{2}v_{0\alpha} \rho(2 + \Omega^2 \eta - \eta)\Omega Z/2 + 2 - 2v_{0\alpha}^2 + \Omega^2 v_{0\alpha}^2 + v_{0\alpha}(\Omega^2 \eta + 2)\rho] E_s \\
& \left. - i[\sqrt{2}(\Omega^2 - 1)v_{0\alpha} Z + 2\Omega v_{0\alpha} + (\sqrt{2}(2 + \Omega^2 \eta - \eta)Z/2 + \Omega \eta)\rho] E_c \right]. \tag{4.3.7}
\end{aligned}$$

onde $Z = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-t^2)/(x-t) dt$ é a função de plasma, também conhecida como integral de Dawson, com $x = \Omega/\sqrt{2}$. O parâmetro Z será aproximado adequadamente para cada espécie de partícula, conforme o apêndice B.

Já a média sobre ângulo todo o poloidal ϑ da corrente radial perturbada é obtida a partir da relação:

$$\langle j_r^\alpha \rangle = e \frac{v_{T\alpha}^3}{2} \int_0^\infty y dy \int_{-\pi}^\pi d\vartheta \int_{-\infty}^\infty dw V_{r\alpha} f, \tag{4.3.8}$$

sendo $V_{r\alpha} = -(2w^2 + y^2)v_{T\alpha}^2 \sin \vartheta / 2R\omega_{c\alpha}$.

Usando novamente as expressões (4.3.3) e (4.3.4) é então encontrada a média sobre o ângulo poloidal da corrente radial perturbada para partículas de espécie α :

$$\begin{aligned}
\langle j_r^\alpha \rangle = & \frac{e_\alpha^2 n_0 q}{4m_\alpha \omega_{c\alpha}} \left[i\rho [\sqrt{2}(\eta_\alpha \Omega^4 + 2\Omega^2 + 2 + \eta_\alpha)Z/2 + \eta_\alpha \Omega^3 + \Omega(2 + \eta_\alpha) + ((\Omega^4 - 1)Z \right. \\
& + \sqrt{2}\Omega(\Omega^2 + 1))v_{\alpha 0}/\rho] E_s \\
& - [\sqrt{2}\Omega(\Omega^2 + 1)Z + 2\Omega^2 + 4 + \rho_\alpha v_{\alpha 0}(\eta_\alpha \Omega^4 + \eta_\alpha \Omega^2 + 4\eta_\alpha + 2\Omega^2 \\
& \left. + \rho_\alpha v_{\alpha 0}(\eta_\alpha \Omega^4 + 2\Omega^2 + 2 + \eta_\alpha)Z/2] E_c - \frac{i2v_{T\alpha}}{\omega_{c\alpha} R_0} [(\Omega^4 + 2\Omega^2 + 2)Z + 2\Omega(\Omega^2 + 3)] E_1 \right]. \tag{4.3.9}
\end{aligned}$$

A partir das expressões gerais para densidade, (4.3.6) e (4.3.7), tomando baixa frequência para elétrons e $(V_{e0}/v_{Te})^2 = \mu v_{e0}^2/\tau_e$ chegamos à expressão para perturbação da densidade eletrônica:

$$n_{es} = \frac{e_i n_0 R_0 q}{T_e} \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\mu}{\tau_e}} v_{e0} E_s - E_c \right], \tag{4.3.10}$$

$$n_{es} = \frac{e_i n_0 R_0 q}{T_e} \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\mu}{\tau_e}} v_{e0} E_c + E_s \right]. \tag{4.3.11}$$

Procedendo da mesma maneira para a média da corrente radial perturbada (4.3.9), também considerando $v_{e0}q > \sqrt{\epsilon}v_{Te}/v_{Ti} \gg \Omega \gg 1$, obtemos a perturbação para corrente radial para elétrons:

$$\langle \tilde{j}_r^e \rangle = \frac{e_i^2 q n_0}{m_i \omega_{ci}} \left[E_c - \sqrt{\frac{\pi}{8}} \sqrt{\frac{\mu}{\tau_e}} v_{e0} E_s \right]. \quad (4.3.12)$$

Também uma expressão um pouco mais complexa para íons:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{j}_r^i \rangle = & \frac{e_i^2 q n_0}{m_i \omega_{ci}} \left[-i \left[\rho(1 + \eta) + v_{i0} \right] \frac{E_s}{\Omega} + \left[8 + 8\rho(1 + 2\eta) v_{i0} \right. \right. \\ & + 6v_{i0}^2 - i\sqrt{2\pi}\Omega^3 (\Omega^2 + 1) \exp(-\Omega^2/2) \left. \right] \frac{E_c}{4\Omega^2} \\ & + \frac{v_{Ti}}{2R_0\omega_{ci}} \left[i \left(7 + \frac{23}{\Omega^2} + 8v_{i0}^2 \right) + \left[\sqrt{2\pi} \left(\frac{\Omega^2}{2} + \Omega^2 + 1 \right) \Omega^3 \exp(-\Omega^2/2) \right] \frac{E_1}{\Omega} \right]. \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

Através da propriedade de quasineutralidade do plasma, ou seja, localmente a carga total em um determinado volume é nula, obtemos isso simplesmente tomando $n_i + n_e = 0$, encontramos as componentes das perturbações seno e cossenoidal do campo elétrico:

$$E_s = -4 \frac{v_{i0}\tau_e v_{Ti} E_1}{\omega_{ci} R_0 D_s} + \frac{i E_c}{2D_s} \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\mu}{\tau_e}} v_{e0} \Omega^2 + \tau_e (\Omega^2 + 1 + \eta_i) \frac{\rho}{\Omega} + 2 \frac{v_{i0}\tau_e}{\Omega} \right], \quad (4.3.14)$$

$$\begin{aligned} E_c = & \frac{\tau_e v_{Ti}}{\omega_{ci} R_0 D_c} + \left[\sqrt{2\pi} \left(\frac{D_s}{2} \Omega^2 (\Omega^2 + 1) \exp(-\Omega^2/2) - 2 \sqrt{\frac{\mu}{\tau_e}} v_{i0} v_{e0} \Omega^2 \right) \right. \\ & + i \left(2(\Omega^2 + 2) \frac{D_s}{\Omega} + (8\tau_e + D_s \Omega^2 + 7D_s) \frac{v_{i0}^2}{\Omega} + 4\tau_e \rho (\Omega^2 + 1 + \eta_i) \frac{v_{i0}}{\Omega} \right) \left. \right], \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

onde:

$$D_s = \Omega^2 - \tau_e \left[1 + (1 + \eta_i) \rho v_{i0} + i \sqrt{\pi/2} \Omega^3 \exp(-\Omega^2/2) \right],$$

$$D_c = D_s^2 - \left[\tau_e (\Omega^2 + 1 + \eta_i) \frac{\rho}{\Omega} + 2 \frac{v_{i0}\tau_e}{\Omega} + i \sqrt{\frac{\pi\mu}{2\tau_e}} (v_{e0} + \tau_e \rho (1 - \eta_e/2)) \Omega^2 \right]^2.$$

Também aparece o termo correspondente a razão entre as temperaturas eletrônicas e iônicas $\tau_e = T_e/T_i$.

Agora, usando essas expressões para as componentes do campo elétrico nas expressões para corrente, através da condição para a corrente radial $\langle \tilde{j}_r^e + \tilde{j}_r^i \rangle + j_p = 0$, onde $j_p = -i\omega c^2 E_1/4\pi c_A^2$, sendo a velocidade de Alfvén $c_A = B/\sqrt{4\pi n_0 m_i}$, podemos encontrar a seguinte expressão:

$$\frac{\Omega^2}{q^2} = \frac{7}{2} + \tau_e \frac{(2\Omega^2 + \Omega^2 v_{i0}^2 + 8)(\Omega^2 - \tau_e) + 12\Omega^2 v_{i0}^2 + 8}{(\Omega^2 - \tau_e)^2 - v_{i0}^2 \tau_e^2 / \Omega^2} + \left(4 + \frac{4\tau_e}{\Omega^2 - \tau_e} \right) v_{i0}^2 + \frac{23}{2\Omega^2}. \quad (4.3.16)$$

Esta é a parte real da equação de dispersão para modos geodésicos no contínuo.

4.4 Discussão

No limite $\Omega \gg \tau_e$, e assumindo que a parte imaginária da frequência geodésica γ é muito menor que a parte real da frequência geodésica Ω_G , $\gamma \ll \Omega_G$, obtemos a relação de dispersão para os modos geodésicos:

$$\frac{\Omega_G^2}{q^2} = \left(\frac{\omega_G^2 R_0^2}{v_{Ti}^2} \right) \approx \frac{7}{2} + 2\tau_e + (4 + \tau_e)v_{i0}^2 + \frac{23 + 4\tau_e(4 + \tau_e)}{q^2(7 + 4\tau_e)}. \quad (4.4.1)$$

Esta é então a expressão encontrada para a frequência dos modos geodésicos, onde podemos observar a influência do fluxo e íons ao longo das linhas de campo magnético helicoidais de um tokamak. Note que esta é uma expressão semelhante a anteriormente citada para dispersão de modos geodésicos (4.1.2), com a diferença de que agora conta com o termo de correção para rotação de íons no plasma aparecendo na forma do quadrado de sua velocidade ao longo do campo magnético normalizada, além de outro termo que leva em conta também o fator de segurança q suprimidos em (4.1.2) por uma questão de aproximação.

É importante notar que o desvio devido a influência de rotação de elétrons não aparece nesta expressão, de fato há influência, porém muito pequena, facilmente descartada por aproximação. É válido afirmar que em um tokamak, a rotação de elétrons já é bastante alta, este termo se torna pequeno pois é normalizado pela velocidade térmica que também naturalmente é ser bastante alta. Caso a influência da porção eletrônica neste termo fosse alta, notadamente as expressões anteriores como (4.1.2) para o modelo cinético e (3.1.1) para o modelo MHD não seriam válidas pois levam em conta principalmente apenas a temperatura de elétrons e íons.

Prosseguindo, assumindo $\omega^2 = \omega_G^2 + 2i\omega\gamma$, é encontrado a parte imaginária da frequência dos modos geodésicos, através da parte real, tendo:

$$\gamma \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{v_{Ti}\tau_e q}{2R_0\Omega_G^2} \left[\left(\frac{\rho_{Li}v_{e0}}{d_i h_\vartheta} (2 + 2\eta_i + 3\tau_e) + 4v_{i0}v_{e0} \right) - \left(\Omega_G^2 \left(\frac{\Omega_G^4}{2} + (1 + 2\tau_e)\Omega_G^2 + 4\tau_e + 3\tau_e^2 \right) \exp(-\Omega_G^2/2) \right) \right]. \quad (4.4.2)$$

onde $\rho_{Li} = v_{Ti}/\omega_{ci}$ é o raio de Larmor para íons.

Esta expressão diz respeito a intensidade dos modos geodésicos para a determinada frequência Ω_G . Caso tenhamos uma determinada razão de temperatura de elétrons e íons τ_e , fluxo de íons v_{i0} e fator de segurança q que nos dê uma frequência, esta não necessariamente será observada ou mesmo excitada no plasma de tokamak a depender de outras condições que dizem respeito a sua intensidade.

Vemos em (4.4.2), que a intensidade é dada por uma expressão mais complexa e possui uma porção de incremento com os dois primeiros termos, um levando em conta o termo cruzado incluindo a velocidade diamagnética $\rho_{Li}/d_i h_\vartheta$ com eletrônica v_{e0} outro levando em conta o termo cruzado das velocidades eletrônicas e iônicas v_{e0}

e v_{i0} , o último termo age na forma de atenuar o modo dependendo principalmente da frequência Ω_G .

Podemos estimar uma condição simples onde tais modos seriam excitados. Para modos geodésicos padrões no contínuo, ignorando o efeito de órbita finita $k_r^2 \rho_{Li}^2 \approx 0$ e o amortecimento de Landau pequeno para $\omega_G \geq 4v_{Ti}/qR_0$, o critério de instabilidade fica:

$$\frac{\rho_{Li} v_{e0}}{4d_i h_\vartheta} (2 + 2\eta_i + 3\tau_e) + \frac{V_{i0} V_{e0}}{v_{Ti} v_{Te}} \geq 0.03 \exp(2 - q^2/2). \quad (4.4.3)$$

De início vemos que a instabilidade só pode ocorrer para o caso em que $q \geq 2$, é sabido que próximo ao centro da coluna de plasma temos $q = 1$, portanto pelas condições acima não devem ser observados modos geodésicos, sendo então que quanto mais próximo a borda da coluna de plasma, onde naturalmente q assume valores maiores, temos maiores possibilidades de observar tais modos.

Um caso de provável observação, é estimando $h_\vartheta \approx 0.01 - 0.1$, $\tau_e \approx 1 - 3$, $\rho_{Li}/d_i > 10^{-3}$, $V_{e0}/v_{Te} \approx 0.07 - 0.1$ e $V_{i0}/v_{Ti} \approx 0.02 - 0.4$ que podem acontecer durante o aquecimento do plasma onde rotações podem ser estimuladas, como tal para aquecimento ôhmico ou por injeção de partículas neutras, a instabilidade ocorre para o gradiente $\partial n_0/\partial r < 0$ com o fluxo de plasma na direção do fluxo de elétrons, típico em injeção de partículas neutras. De acordo com a propriedade de onda estacionária ($M = 0, \pm 1$) .

Por fim, através do modelo cinético, foi encontrada a equação de dispersão de modos geodésicos através do resultado da média das correntes eletrônicas e iônicas $\langle \tilde{j}_r^{i,e} \rangle$ sobre o ângulo poloidal ϑ , utilizando também as densidades $n_{e,i}$, levando em conta os efeitos da corrente de ambas as partículas, assim como deriva diamagnética ao longo das linhas de campo magnético helicoidais de um plasma de tokamak .

Estes resultados reforçam o que foi previamente discutido em [21,22] sobre a instabilidade de modos geodésicos com frequência entre 15 e 19kHz a qual aparece devido ao aumento da corrente de plasma no tokamak JT-60 [23], onde os modos geodésicos foram observados junto com a injeção de partículas neutras em modo contra corrente, ou seja, a injeção de partículas é colocada na direção contrária da corrente de plasma, ou seja, na mesma direção da velocidade dos elétrons. Neste caso, a instabilidade deve ser causada por uma combinação entre a velocidade de elétrons e íons e deriva diamagnética.

Para clarificar um pouco as razões físicas de como os modos são excitados, podemos investigar o comportamento de GAM através de uma análise equivalente a anterior, pois toma como princípio as mesmas condições, porém didaticamente mais simples de compreender o efeito estudado.

4.5 Análise do balanço energético de GAM

Tendo o campo elétrico oscilante na forma senoidal (4.3.14) e cossenoidal (4.3.15) e a corrente radial na forma (4.3.9), a variação da energia pode ser obtido através da relação de Poyting:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = - \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle,$$

onde W é o valor da energia, $\mathbf{j}$ a corrente e $\mathbf{E}$ o campo elétrico. O sinal negativa implica em transferência da energia da onda para aquecimento e caso se torne positivo, o positivo aumento da energia de onda.

A média da corrente radial total ao longo do ângulo poloidal é obtida através de:

$$j_{rt} = \langle j_r^e \rangle + \langle j_r^i \rangle + j_p, \quad (4.5.1)$$

onde a corrente iônica de polarização j_p é dada por: $j_p = -i\omega c^2 E_1 / 4\pi c_A^2$, sendo a velocidade de Alfvén $c_A = B / \sqrt{4\pi n_0 m_i}$.

Através das expressões para os campos elétricos oscilantes (4.3.14) e (4.3.15) podemos encontrar uma expressão proporcional ao campo elétrico radial E_1 , que juntamente com a média da corrente radial eletrônica (4.3.12) e iônica (4.3.13) nos dá a variação de energia de energia.

Separamos a parte real e imaginária desta grandeza, normalizada com o campo elétrico radial E_1 , e plotamos nos dois gráficos da figura (4.2) abaixo.

Figura 4.2: Porção real e imaginária da média da corrente radial total ao longo do ângulo poloidal normalizada pelo campo elétrico radial em função da frequência Ω , com $\mu = 0.023$, $h_\vartheta = 0.1$, $\eta_i = 1$, $q = 3$, $\tau_e = 2$, $\rho_{Li}/d_i = 2.10^{-3} = 0.1$, $V_{e0}/v_{Te} = 0.07$ e $V_{i0}/v_{Ti} = 0, 0.15$ e 0.3 .

Pelo fato do campo elétrico radial ser uma grandeza imaginária, as instabilidades ocorrem para quando a corrente vai a zero, região onde há ressonância e há a formação do modo acústico geodésico, e a parte imaginária então é positiva, onde a energia do modo aumenta sendo o mesmo excitado.

Nota-se que ocorrerá instabilidade de modos geodésicos nas frequências na região de Ω entre 8 e 9, região de ganho de energia quando se analisa a parte imaginária sendo positiva, portanto é esperado que os modos geodésicos sejam excitados nessa região.

No próximo capítulo desta dissertação, será abordado uma análise experimental onde vemos uma possível influência do fluxo de elétrons e íons ao longo das linhas de campo magnético agindo sobre a formação de GAM, na forma de uma análise qualitativa ainda superficial, porém que corrobora com estes resultados.

Capítulo 5

Comparação com observações de GAM para disparos com injeção de partículas neutras no COMPASS

Em prosseguimento a análise anterior foi observada uma relação qualitativa que justifica a teoria, analisando disparos do tokamak COMPASS é visto uma possível observação dos efeitos descritos no capítulo anterior. Esta seção foi desenvolvida sobre dados fornecidos pela equipe do tokamak COMPASS [28].

5.1 Descrição do Tokamak COMPASS

COMPASS é um tokamak com configuração de plasma com divertor, assim como ITER, diferente do abordado anteriormente, as superfícies magnéticas não são circulares. Sondas diagnósticas são usadas para medir a flutuação de campo magnético poloidal com 2MHz de taxa de amostragem [29], através de bobinas do tipo Mirnov distribuídas pelo tokamak. Assim como sensor do tipo "Thompson scattering" de alta resolução para medir densidade e temperatura do plasma. Oscilações do tipo GAM com ($N = 0, M = 0 - 3$) foram detectadas com frequências $f = 25 - 37kHz$, coerente com (4.1.2), nas posições de 1 a 2cm da última superfície magnética em disparos com aquecimento ôhmico [29].

Tabela 5.1: Parametros do COMPASS nos disparos analisados

Raio maior	0.56m
Raio menor	0.2 m
Corrente de plasma	200 kA
Campo magnético toroidal	1.15 T
Alongamento do plasma	1.8
Gás de trabalho	Deuterio

A injeção de partículas neutras (neutral beam injection, NBI) é usado para aquecer o plasma, onde as partículas neutras com alta energia transferem esta energia para o plasma por colisão. O aparelho que insere o feixe de NBI é fixo, quando se altera entre a injeção no mesmo sentido da corrente (co NBI) e contrário ao sentido da corrente (counter NBI), é alterada o sentido da corrente toroidal, co NBI em vermelho, counter NBI em azul, conforme figura (5.1).

Para analisar os modos geodésicos, são analisadas oscilações de campo magnético na borda do plasma, utilizando para tal bobinas Mirnov, localizadas em diversas posições no tokamak conforme figura (5.2). As bobinas Mirnov são pequenas bobinas que penetram na borda do plasma até 1 cm e fazem medições sobre oscilação do campo magnético no local. Os modos geodésicos embora sejam de natureza acústica e possam estar em camadas mais profundas do plasma, não necessariamente na borda, geram oscilações no campo magnético que se propagam para as camadas exteriores da coluna de plasma e são captadas pelas bobinas Mirnov.

A análise consiste primeiramente em reconhecer um modo geodésico, para isso se verifica para uma certa instabilidade com frequências características são encontrada diferenças de fase e amplitude em diversas bobinas Mirnov variando poloidalmente e toroidalmente. Para modos cujo $N=0$, as oscilações devem estar com fase e amplitude idêntica ao se analisar na mesma posição toroidalmente, por exemplo, MC-A-10 e MC-B-10. Diferenças são esperadas apenas poloidalmente.

Figura 5.1: Ilustração do tokamak com injetor de partículas neutras, as setas vermelha e azul dizem respeito a duas possibilidades de se direcionar a corrente de plasma, o feixe em amarelo representa o disparo das partículas neutras

Figura 5.2: Distribuição das bobinas Mirnov (Mirnov Coil, MC) no COMPASS, à esquerda a distribuição ao longo do ângulo toroidal contando com 3 posições MC-A, MC-B e MC-C, à direita a distribuição ao longo do eixo poloidal contando com bobinas numeradas de 1 a 24, em vermelho.

Tabela 5.2: Parâmetros dos disparos analisados

Número	I_P (A)	$B_\zeta(T)$	n_0 ($10^{-19}m^{-3}$)
Co NBI	-	-	-
10962	200.24	1.15	5.1
10997	199.01	1.15	4.98
11035	197.85	1.15	5.47
Counter NBI	-	-	-
11495	-194.17	-1.15	5.62
11497	-198.3	-1.15	6.02
11502	-200.25	-1.15	5.46

Foram analisados 3 disparos com injeção de partículas neutras na direção da corrente de plasma (co NBI) e 3 disparos semelhantes na direção contrária da corrente de plasma (counter NBI), para todos os disparos, o campo magnético toroidal se dá no mesmo sentido da corrente de plasma. De resto, todos os parâmetros setados são iguais, densidade pretendida em $n_0 = 4.10^{-19}m^{-3}$, campo magnético toroidal sendo $B_\zeta = \pm 1,15T$, corrente de plasma sendo $I_P = \pm 200kA$, na tabela 5.2 constam os parâmetros dos disparos. Vale salientar que não foram disparos feitos especificamente para procurar esses efeitos, tão pouco para estudos sobre modos geodésicos, então algumas diferenças imprevistas podem acontecer.

É esperado efeito diferente na velocidade de elétrons e íons a depender da direção de NBI. Não haviam dados para disparos com seção de plasma limitada circular, apenas com perfil alongado, é assumido que a proposição do capítulo 4 seja coerente sendo o perfil circular uma aproximação.

5.2 Observações

5.2.1 Estrutura de GAM

Para iniciar, foi feito uma análise da estrutura de GAM ao longo do ângulo poloidal e construído o seguinte diagrama, mostrando a intensidade de GAM para cada bobina (exceto a bobina 5 que estava desativada) ao longo do eixo poloidal na posição de MC-A (toroidal).

Figura 5.3: Amplitude de GAM ao longo do ângulo poloidal para o disparo counter NBI de corrente 12A, em verde antes do início de NBI ($\approx 1070\text{ms}$) e em vermelho durante NBI ($\approx 1135\text{ms}$).

É visto em 5.3 que para as bobinas entre 17 e 20, GAM se apresenta com maior intensidade, facilitando as análises.

Foram utilizadas as bobinas número 20 no ângulo poloidal, em MC-A (toroidal), onde os GAM eram observados mais facilmente.

NBI começa em $t=1090\text{ms}$ dos disparos, o momento é sinalizado com uma reta verde nos gráficos abaixo.

Também segue o perfil de temperatura radial, obtido a partir de um sensor Thompson scattering, que mede densidades e temperatura de elétrons de temperatura de elétrons em vários canais no sentido vertical, partindo do centro do plasma para baixo.

Figura 5.4: Perfil de temperatura para o disparo de maior intensidade de counter NBI antes, 1080s, e após ligar NBI em 1100s (próximo ao pico de frequência) e 1140s (após um tempo quando alcançado equilíbrio), extraída por sensor Thompson scattering, a posição 'radial' se trata da coordenada z , distância do centro da coluna ao ponto de observação em seção vertical até a parte inferior da coluna de plasma, um parâmetro na direção 'radial' que fica fixa nas superfícies magnéticas durante o disparo. O perfil é constante na superfície magnética, porém não radialmente

O perfil de temperatura está na figura (5.4), mostrando um leve aumento da mesma enquanto se tem a injeção de partículas neutras. Para todos os disparos, o incremento de temperatura não tem grandes diferenças, especialmente se tratando das regiões mais próximas a borda, com $q > 2$.

5.2.2 Frequência

A partir dos dados da bobina MC-A-20, foi obtida a frequência para os modos geodésicos, após eliminar parcialmente os ruídos através da média entre o ponto analisado e os pontos adjacentes, é exposta as frequências na figura (5.5):

Figura 5.5: Evolução temporal da frequência de GAM para os disparos analisados, co NBI acima, counter NBI abaixo

Nas figura 5.5, podemos ver que as frequências se iniciam em 35kHz, seguem em queda até 1070s, este é um período de transiente, durante o plasma estabilizado em 1070s e início de NBI em 1090s é verificado o disparo apenas com aquecimento ôhmico, após 1090s se inicia NBI, onde começa a incrementar a frequência com o início da injeção de partículas. Para co NBI, todos se comportam da mesma maneira, já para counter NBI quanto maior a corrente de NBI maior é o incremento observado em uma diferença bastante sutil. Após o desligamento do injetor, é observado queda

da frequência novamente em co NBI, pouco se pode afirmar em relação ao counter NBI após o desligamento pois o disparo é interrompido de maneira precoce.

Como visto pelo perfil de temperatura anteriormente, na figura 5.4, o incremento de temperatura com injeção de partículas neutras é pequeno para explicar sozinho o aumento de frequência observado. Sugerindo alguma contribuição da rotação devido a diferenças de v_{i0} durante NBI na relação de dispersão de (4.4.1).

5.2.3 Amplitude

Para os mesmo disparos, as amplitudes de GAM observadas estão na figura (5.6):

Figura 5.6: Amplitude de GAM para os disparos analisados, co NBI acima, counter NBI abaixo

Para co NBI, é visto que a amplitude é diferente antes do início de NBI, o que é totalmente imprevisível. Para counter NBI não é observado esta diferença, aqui é visto que os disparos não são tão idênticos como gostaríamos, na tabela 5.2 podemos ver que tais disparos seguem uma ordem, e as amplitudes maiores provavelmente estão ligadas ao conteúdo de hélio que se acumulou entre um disparo e outro, note que o primeiro disparo em co NBI é o de número 10962 e o último 11035, já para counter NBI os disparos são bastante próximos. Os níveis de hélio certamente são diferentes, porém não é necessário analisar tais níveis para a conclusão.

É fácil ver quando se inicia a injeção de partículas em co NBI, as amplitudes ficam muito baixas, praticamente extinguindo o modo, voltando a crescer após o final de

NBI, enquanto para counter NBI há leve incremento, mais visível em t 1140s onde quanto maior a corrente de NBI levemente maior é o incremento. Essa diferença mostra que o comportamento dos modos é bastante distinto em relação ao sentido em que NBI é colocada, onde é previsto que a adição de rotação ao plasma se dará de maneiras distintas dependendo do sentido adotado, interferindo no termo v_{i0} de (4.4.2).

5.3 Discussão

As figuras (5.5) e (5.6), reforçam o previsto em nas expressões (4.4.1) e (4.4.2) descrito no capítulo anterior. Uma maior frequência está ligada a uma maior temperatura de elétrons e alguma contribuição da rotação observadas quando ligado o NBI, conforme figura (5.5), independente da direção de NBI.

Já para as amplitudes é quase completa a dissipação quando co NBI. Em co NBI as partículas neutras são injetadas no sentido contrário ao movimento de elétrons e íons em rotação no tokamak, já que a corrente no plasma é dada pelo movimento dos elétrons, e a rotação pelos íons, devido a grande diferença do valor da massa de cada partícula.

Uma provável inversão do sentido de rotação dos íons, que inicialmente é bastante baixa e o momento adicionado o injetor de partículas seria capaz de alterar de sinal de v_{i0} e portanto o sinal do termo $4v_{i0}v_{e0}$ de (4.4.2), fazendo com que um termo que agia excitando o modo trate agora de dissipá-lo.

Para counter NBI as partículas neutras são injetadas no mesmo sentido da corrente de elétrons e rotação de íons acelerando os mesmos, explicando o comportamento distinto.

5.4 Observações finais

Uma relação qualitativa entre teoria e experimento foi observada, porém para uma relação quantitativa serão necessários dados extras de outros canais diagnósticos (ex: bolômetro, raio-x mole) afim de saber a que profundidade na coluna de plasma os modos estão sendo gerados, medidas sobre as velocidades iônicas e eletrônicas ou ao menos um perfil calculado confiável obtido através de dados de canais diagnósticos. Também é importante um perfil de dissipação do feixe de NBI para analisar mais detalhadamente como a energia se transfere para elétrons e íons.

A possibilidade de futuros disparos seção de plasma limitada na forma circular, onde a aproximação da teoria foi construída, também auxilia em se obter uma análise quantitativa confiável.

Capítulo 6

Conclusão

Foi demonstrado os princípios do funcionamento de um Tokamak, uma câmara toroidal onde o plasma fica confinado sob efeitos de um forte campo magnético a fim de atingir altas temperaturas necessárias para atingir as condições necessárias para a fusão nuclear.

Foi abordado uma descrição das ondas magnéticas de Alfvén e suas funções em um tokamak. Encontrado a partir das equações de Maxwell, uma forma de expressar os modos de Alfvén em coordenadas cilíndricas, com possível aplicação para plasmas de tokamak.

Foi introduzido o problema de Modo Acústico Geodésico e suas relações com as ondas de Alfvén, e demonstrado através da teoria cinética, propriedades da relação de dispersão e instabilidades, levando em conta os efeitos de rotação de elétrons e íons, na forma do fluxo de cada partícula ao longo das linhas de campo magnético, com $N = 0$, e número poloidal $M = 0, \pm 1$. Mostrando como pequenas rotações podem gerar modos geodésicos no plasma de um tokamak. Proposta compatível com o aparecimento de GAM principalmente entre os regimes L e H através do aquecimento ôhmico ou por injeção de partículas neutras. Resultado com possíveis aplicações na operação e desenvolvimento de novos tokamaks.

E por fim, foi encontrada uma correspondência qualitativa da dispersão e instabilidade, entre dados do COMPASS e a teoria desenvolvida. Observada através da comparação de disparos invertendo a direção e modificando a intensidade da injeção de partículas neutras na coluna de plasma.

Capítulo 7

Trabalhos Futuros

Como extensão desse trabalho, é proposto uma investigação em aproximação da teoria cinética dos efeitos de rotação sobre a instabilidade do plasma no que diz respeito a modos geodésicos e de Alfvén em um tokamak. Também com possibilidade de utilizar cálculos numéricos em complemento ao tratamento analítico. Será utilizada a equação de deriva cinética usada neste trabalho, assim como outro modelo, chamado giro-cinético, onde é facilitado a análise de perturbações nos potenciais magnéticos, o trabalho apenas considera perturbações em potenciais elétricos, afim de buscar por um modelo distinto um resultado que corrobore com os resultados do modelo utilizado neste trabalho e analisar eventuais discrepâncias.

Posteriormente, também é proposto análise de dados experimentais em diferentes tokamaks (incluindo o TCABR do laboratório de física de plasma do instituto de física da USP) onde são observadas estas instabilidades. Experimentos mais detalhados e com mais canais diagnósticos podem aferir com maiores detalhes a precisão do modelo teórico desenvolvido. A observação desses modos é importante por razões diagnósticas e a influência deles sobre transporte anômalo. Visando um maior entendimento dos efeitos dos tokamaks em operação, com possível aplicação futura na viabilidade e construção de um reator termonuclear como o ITER.

Apêndice A

Derivação do tensor dielétrico

Nesta parte foi desenvolvido com detalhes os cálculos para encontrar o tensor dielétrico, que diz respeito a resposta do plasma a modificação do campo eletromagnético, em coordenadas cilíndricas, como em [25]:

Sendo o campo na direção toroidal $\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z$, utilizando a equação de Vlasov:

$$\frac{\partial F_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r F_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left[\mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \right] \cdot \nabla_v F_\alpha = St[F_\alpha], \quad (\text{A.0.1})$$

onde α denota a espécie da partícula, $F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ a função de distribuição, e a carga elétrica, m a massa e $St[F_\alpha]$ o operador de colisão.

Reescrita em coordenadas cilíndricas, com a velocidade transformada em $v_{\parallel, \perp}$ em relação ao campo magnético $B_z \mathbf{e}_z$, sendo σ o ângulo em que $v_\perp$ faz com v_r , obtemos:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F_\alpha}{\partial t} + v_\perp \cos \sigma \frac{\partial F_\alpha}{\partial r} + \frac{v_\perp}{r} \sin \sigma \frac{\partial F_\alpha}{\partial \theta} + v_\parallel \frac{\partial F_\alpha}{\partial z} - \left(\omega_{c\alpha} + \frac{v_\perp}{r} \sin \sigma \right) \frac{\partial F_\alpha}{\partial \sigma} \\ & + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left[\left[\left(E_r - \frac{v_\parallel}{c} B_\theta \right) \cos \sigma + \left(E_\theta + \frac{v_\parallel}{c} B_r \right) \sin \sigma \right] \frac{\partial F_\alpha}{\partial v_\perp} + \left[\frac{v_\perp}{c} (B_\theta \cos \sigma - B_r \sin \sigma) + E_z \right] \frac{\partial F_\alpha}{\partial v_\parallel} \right] \\ & + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left[\left(E_\theta + \frac{v_\parallel}{c} B_r \cos \sigma \right) - \left(E_r - \frac{v_\parallel}{c} B_\theta \right) \sin \sigma \right] \frac{1}{v_\perp} \frac{\partial F_\alpha}{\partial \sigma} = St[F_\alpha], \quad (\text{A.0.2}) \end{aligned}$$

onde a frequência ciclotrônica, $\omega_{c\alpha} \approx \frac{e_\alpha}{m_\alpha c} B_\parallel$.

Utilizando a expansão em série de fourier:

$$\bar{f} = \left[f_0 + \sum_{l \neq 0} (f_{r,l} \cos(l\sigma)) + (f_{\theta,l} \sin(l\sigma)) \right] \exp[i(m\theta + kz - \Omega t)]. \quad (\text{A.0.3})$$

A expansão em série de Fourier para a função de distribuição, até primeira ordem é dada por:

$$F = F_M + F_b \sin \sigma + F_r \cos \sigma + ((f_0 + f_r \cos \sigma + f_b \sin \sigma) \exp[i(m\theta + k_z - \Omega t)]). \quad (\text{A.0.4})$$

Num primeiro passo, para a expansão independente do tempo e sem os termos também de primeira ordem, chegamos a:

$$v_{\perp} \frac{\partial F_M}{\partial r} = \omega_c F_b.$$

Para ordem zero, e uma dada partícula α temos então:

$$F_{0\alpha} = F_{M\alpha} + F_{b\alpha} \sin \sigma.$$

Fazendo as seguintes hipóteses:

$$F_{M\alpha} = \frac{N_{0\alpha}}{(2\pi v_{T\alpha}^2)^{3/2}} \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2 + (v_{\parallel} - v_{0\alpha})^2}{2v_{T\alpha}^2} \right],$$

$$F_{b\alpha} = \frac{v_{\perp}}{\omega_{c\alpha}} \frac{dF_{M\alpha}}{dr},$$

e também a hipótese de Krook:

$$St[F_{\alpha}] = \nu_{\alpha} F_{\alpha}.$$

a relação de identidade:

$$v_{\perp} \frac{\partial F_b}{\partial v_{\parallel}} = v_{\parallel} \frac{\partial F_b}{\partial v_{\perp}},$$

chega-se a seguinte expressão:

$$i \left(k_{\parallel} v_{\parallel} - \Omega + i\nu_e \right) f_0 + \frac{v_{\perp}}{2r} \left(\frac{d(r f_r)}{dr} + i m f_b \right) + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left[\frac{E_{\theta}}{2} \frac{\partial F_b}{\partial v_{\perp}} + E_z \frac{\partial F_M}{\partial v_{\parallel}} + \left(E_{\theta} + \frac{v_{\parallel}}{c} B_r \right) \frac{F_b}{2v_{\perp}} \right] = 0. \quad (\text{A.0.5})$$

Fazemos a transformação $\omega \rightarrow \Omega - i\nu_{ef}$, e realizando os cálculos de modo análogo para os termos proporcionais a $\sin \sigma$ e $\cos \sigma$, tendo as 3 equações das quantidades perturbadas a seguir:

$$i \left(k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega \right) f_0 + \frac{v_{\perp}}{2} \left(\frac{df_r}{dr} + \frac{f_r}{r} + i \frac{m}{r} f_b \right) = -\frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left[E_3 \frac{\partial F_{M\alpha}}{\partial v_{\parallel}} + \frac{E_2}{\omega_c} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{F_{M\alpha}}{2} + \frac{v_{\parallel}}{2} \frac{\partial F_{M\alpha}}{\partial v_{\perp}} \right) + \frac{v_{\parallel}}{2c v_{\perp}} B_1 F_b \right], \quad (\text{A.0.6})$$

$$\omega_c f_b = -i \left(k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega \right) f_r + v_{\perp} \frac{\partial f_0}{\partial r} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left[E_r \frac{\partial F_{M\alpha}}{\partial v_{\perp}} - \frac{B_z}{c} F_b \right], \quad (\text{A.0.7})$$

$$\omega_c f_r = i \left(k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega \right) f_b + i k_b v_{\perp} f_0 - \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left[E_{\theta} \frac{\partial F_{M\alpha}}{\partial v_{\perp}} + \frac{E_z}{c} \frac{\partial F_b}{\partial v_{\perp}} \right]. \quad (\text{A.0.8})$$

Podemos combinar as equações (A.0.6),(A.0.7) e (A.0.8), inserimos nas equações de densidade de corrente perturbada abaixo, tendo então as correntes perturbadas:

$$\begin{aligned} j_1 &= \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int_0^{\infty} d\sigma \cos\sigma \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp}^2 \bar{f}_{\alpha} dv_{\perp}, \\ j_2 &= \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int_0^{\infty} d\sigma \sin\sigma \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp}^2 \bar{f}_{\alpha} dv_{\perp}, \\ j_3 &= \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int_0^{\infty} d\sigma v_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp}^2 \bar{f}_{\alpha} dv_{\perp}, \end{aligned}$$

para junto das equações de Maxwell compor as expressões do tensor dielétrico ϵ_{ij} , empregando a relação entre corrente oscilatória e o campo elétrico:

$$4\pi j_i = -i\Omega (\delta_{ij} - \epsilon_{ij}) E_j,$$

onde δ_{ij} é o delta de Kroeneker.

Definindo a frequência de plasma como:

$$\omega_{P\alpha}^2 = 4\pi N_{0\alpha} e_{\alpha}^2 / M_{\alpha},$$

a função de dispersão do plasma como:

$$W(Z_{\alpha}) = e^{-Z_{\alpha}} \left[1 + \frac{2i}{\sqrt{p!}} \int_0^{Z_{\alpha}} e^{t^2} dt \right],$$

onde $Z_{\alpha} = \frac{\omega - k_{\parallel} v_{0\alpha}}{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{T\alpha}}$, e também os parâmetros de inomogeniedade radial $\chi_N = \frac{\partial}{\partial r} \ln N_0$ e $\chi_T = \frac{\partial}{\partial r} \ln T_{\alpha}$.

Tendo, após uma série de cálculos, as componentes do tensor dielétrico ϵ_{ij} :

$$\epsilon_{11} = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}^2} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{c\alpha}^2} \right)^{-1} + 2 \frac{k_b^2 v_{T\alpha}^2}{\omega^2} (\Lambda_{\alpha} - 1) \right],$$

$$\epsilon_{12} = \sum_{\alpha} \frac{i\omega_{P\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}^2} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{c\alpha}^2} \right)^{-1} - \frac{(\chi_N + \chi_T) k_b v_{T\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} (\Lambda_{\alpha} - 1) \frac{\partial}{\partial r} (r \dots) \right],$$

$$\epsilon_{13} = -i \frac{k_b}{k_{\parallel}} \sum_{\alpha} \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} \left[\Lambda_{\alpha} - \frac{k_b v_{T\alpha}^2}{2\omega\omega_{c\alpha}} \left[\chi_T + 2\chi_N \Lambda_{\alpha} + \chi_T (1 + 2Z_{\alpha}^2) \Lambda_{\alpha} \right] \right],$$

$$\epsilon_{21} = -\epsilon_{12} - i \sum_{\alpha} \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega^2} \frac{k_b v_{T\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}^2} \left[\frac{4}{r} (\Lambda_{\alpha} - 1) - 2\chi_N \Lambda_{\alpha} - \chi_T \left[(1 + 2Z_{\alpha}^2) \Lambda_{\alpha} - 1 \right] \right],$$

$$\epsilon_{22} = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}^2} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{c\alpha}^2} \right)^{-1} + 2 \frac{k_b^2 v_{T\alpha}^2}{\omega^2} (\Lambda_{\alpha} - 1) \frac{\partial}{\partial r} r \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \dots \right) \right] \right],$$

$$\left[-\frac{\chi_N v_{T\alpha}^2}{r\omega^w} \left[1 + 2(\Lambda_\alpha - 1) \frac{\partial}{\partial r}(r\ldots) \right] - \frac{\chi_T v_{T\alpha}^2}{r\omega^2} \left[1 - \left[1 - (1 + 2Z_\alpha^2) \Lambda_\alpha \right] \frac{\partial}{\partial r}(r\ldots) \right] \right],$$

$$\epsilon_{23} = \sum_\alpha \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} \left[\Lambda_\alpha \frac{1}{k_\parallel} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\chi_N}{k_\parallel} \Lambda_\alpha + \frac{\chi_T}{2k_\parallel} \left[1 - (1 - 2Z_\alpha^2) \Lambda_\alpha \right] \right],$$

$$\epsilon_{31} = -\epsilon_{13} + i \frac{k_b}{k_\parallel} \sum_\alpha \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} \left[(1 - \Lambda_\alpha) \frac{k_\parallel v_{0\alpha}}{\omega} \right],$$

$$\epsilon_{32} = -\frac{1}{k_\parallel r} \sum_\alpha \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} \left[\Lambda_\alpha - \frac{k_b v_{T\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} \left[\chi_N \Lambda_\alpha + \frac{\chi_T}{2} \left[1 + (1 + 2Z_\alpha^2) \Lambda \right] \right] \right] \frac{\partial}{\partial r}(r\ldots),$$

$$\epsilon_{33} = \sum_\alpha \frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} \left[\Lambda_\alpha - \frac{\chi_N k_b v_{T\alpha}^2}{\omega\omega_{c\alpha}} \Lambda_\alpha - \frac{\chi_T k_b v_{T\alpha}^2}{2\omega\omega_{c\alpha}} \left[1 - (1 - 2Z_\alpha^2) \Lambda_\alpha \right] \right],$$

$$\text{com } \Lambda_\alpha = 1 + i\sqrt{\pi} Z_\alpha W(Z_\alpha).$$

Apêndice B

Integral de Dawson

Seja definida a seguinte integral:

$$Z(\zeta) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{e^{-t^2}}{t - \zeta},$$

com $\zeta = x + iy$

Esta integral não possui solução exata sendo útil utilizar os seus resultados aproximados:

Série de potências ($|\zeta| \ll 1$),

$$Z(\zeta) = i\pi^{1/2}e^{-\zeta^2} - 2\zeta(1 - 2\zeta^2/3 + 4\zeta^4/15 - 8\zeta^6/105 + \dots).$$

Série assintótica ($|\zeta| \gg 1$),

$$Z(\zeta) = i\pi^{1/2}\sigma e^{-\zeta^2} - \zeta^{-1}(1 + 1/2\zeta^2 + 3/4\zeta^4 + 15/8\zeta^6 + \dots).$$

com:

$$\begin{aligned}\sigma &= 0, y > |x|^{-1}, \\ \sigma &= 1, |y| < |x|^{-1}, \\ \sigma &= 2, y < -|x|^{-1}.\end{aligned}$$

Referências

- [1] - J. Wesson. Tokamaks. Claredon Press, Oxford, (2004)
- [2] - I. E. Tamm , A. D. Sakharov. Theory of magnetic thermonuclear reactor. Plasma physics and the problem of controlled thermonuclear reaction, v.1 , (1961)
- [3] - <https://www.euro-fusion.org/2011/09/tokamak-principle-2/> (visitada 11/05/2016)
- [4] - <https://www.euro-fusion.org/wpcms/wp-content/uploads/2011/07/jg03-483-1c2.jpg> (visitada 11/05/2016)
- [5] - F. F. Chen. Introduction to plasma physics and controlled fusion. Springer, (1984).
- [6] - R. Koch. The Ion Cyclotron, Lower Hybrid and Alfvén Wave Heating Methods. Transactions of Fusion Technology. v.37, (2000).
- [7] - H. Alfvén. Nature, v.150, p.450F
- [8] - A. G. Elfimov, R. M. O. Galvão, S. E. Sharapov, Determination of the minimum value of the safety factor from geodesic Alfvén eigenmodes in Joint European Torus, Physics of Plasmas 17, (2010)
- [9] - k. Appert, J. Vaclavik, and L. Villard, An introduction to the theory of Alfvén Wave Heating, Lecture notes, (1984)
- [10] - P. H. Rutherford and E. A. Frieman, Physics of Fluids 11, 569, (1968)
- [11] - McKee G R et al, Nucl. Fusion 49 115016 (2009)
- [12] - W. W. Heidbrink, E. Ruskov, E. M. Carolipio, J. Fang, M. A. van Zeeland, and R. A. James, Phys. Plasmas 6, 1147, (1999)
- [13] - A. V. Melnikov, V. A. Vershkov, L. G. Eliseev, S. A. Grashin, A. V. Gudozhnik, L. I. Krupnik, S. E. Lysenko, V. A. Mavrin, S. V. Perfilov, D. A. Shelukhin, S. V. Soldatov, M. V. Ufimtsev, and A. O. Urazbaev, Czech. J. Phys. 55, 349, (2005)
- [14] - G. R. McKee, R. J. Fonck, M. Jakubowski, K. H. Burrell, K. Hallatschek, R. A. Moyer, D. L. Rudakov, W. Nevins, G. D. Porter, P. Schoch, and X. Xu, Nucl. Fusion 49, 115016 (2009)
- [15] - N. Winsor, J. L. Jonson, and J. M. Dowson, Phys. Fluids 11, 2448 (1968)
- [16] - K. Hallatschek and D. Biskamp, Phys. Rev. Lett. 86, 1223 (2001)
- [17] - A. G. Elfimov, F. Camilo de Souza, and R. M. O. Galvão, Physics of Plasmas 22, 114503 (2015)
- [18] - RD Hazeline, JD Meis Plasma confinement , Addison-Wesley, Redford Sity, CA, (1991)
- [19] - G. R. McKee, R. J. Fonck, M. Jakubowski, K. H. Burrell, K. Hallatschek,

- R. A. Moyer, D. L. Rudakov, W. Nevins, G. D. Porter, P. Schoch, and X. Xu, Nucl. Fusion 49, 115016 (2009)
- [20] - C. Wahlberg, Phys. Rev. Lett. 101(101), 115003 (2008)
- [21] - A. G. Elfimov, R. M. O. Galv ao, and A. I. Smolyakov, Phys. Lett. A 378, 800 (2014)
- [22] - A. G. Elfimov, Phys. Lett. A 378, 3533 (2014)
- [23] - G. Matsunaga, K. Kamiya, K. Shinohara, N. Miyato, A. Kojima, and A. Bierwage, in Proceedings of 39th EPS Conference and 16th International Congress on Plasma Physics, July 2012, Stockholm/Sweden, EPS Abstract Series Stockholm/Sweden (2012), p. 2.062
- [24] - M. F. Bashir, A. I. Smolyakov, A. G. Elfimov, A. V. Melnikov, and G. Murtaza, Phys. Plasmas 21, 082507 (2014)
- [25] - Gesil Sampaio Amarante Segundo, Análise numérica do aquecimento de plasma, geração de corrente e fluxo por ondas de Alfvén no tokamak TCABR,tese de doutoramento, Instituto de física da universidade de São Paulo, (1999)
- [26] - Burrell KH, Phys. Plasmas, 1499 (1997)
- [27] - L. Spitzer, Physics of Fully Ionized Gases, (1956)
- [28] - Private communication of Drs J. Seidl, J. Stöckel and J. Krbec about results of preprocessed database of COMPASS from Institute of Plasma Physics of the CAS, Prague, Czech Republic
- [29] - J. Seidl et al 42nd EPS Conference on Plasma Physics, P4.103, June 2015, Lisbon, Portugal