

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

Transporte Quântico em Poços Parabólicos Largos

Cássio Sanguini Sergio

TESE APRESENTADA AO
INSTITUTO DE FÍSICA DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE DOUTOR EM CIÊNCIAS

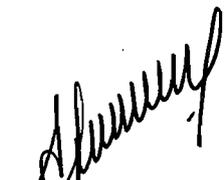
Orientador:
Prof. Dr. Guennadii Mikhailovich Gusev



Membros da Banca Examinadora:

Profa. Dra. Mônica Alonso Cotta (UNICAMP)
Prof. Dr. Fernando Iikawa (UNICAMP)
Profa. Dra. Euzi Conceição Fernandes da Silva (USP)
Prof. Dr. Valdir Bindilatti (USP)
Prof. Dr. Guennadii Mikhailovich Gusev (USP)

SÃO PAULO
2003


Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

INSTITUTO DE FÍSICA
Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: 3884 ex. 1



305M810T3884

537.622

S4847

D

ex. 1

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Sergio, Cássio Sanguini

Transporte Quântico em Poços Parabólicos Largos.
São Paulo, SP.

Tese (Doutoramento) Universidade de São Paulo
Instituto de Física. Departamento de Física dos Materiais
e Mecânica

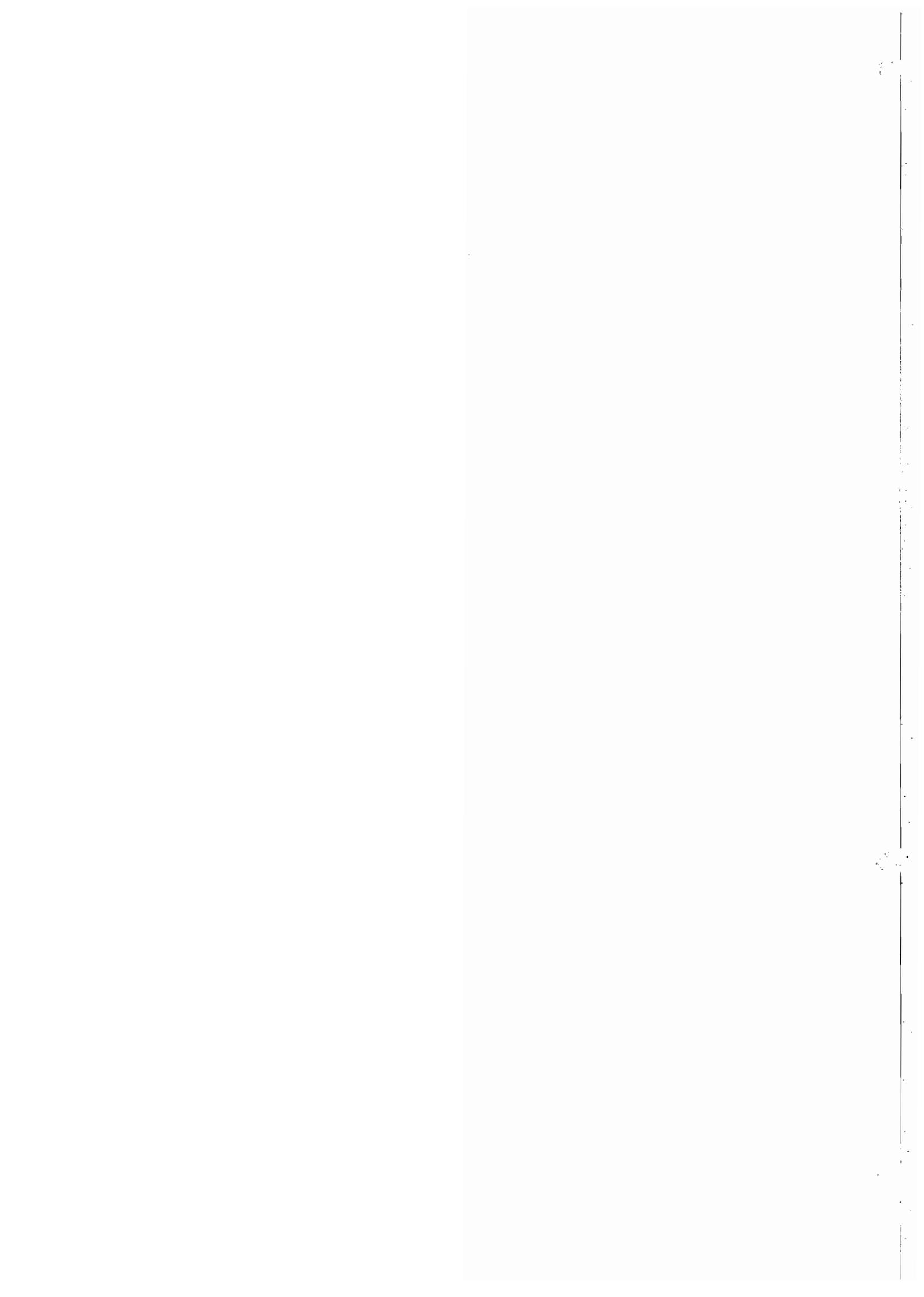
Orientador: Prof. Dr. Guennadii Michailovich Gusev
Área de Concentração: Física da Matéria Condensada

Unitermos:

1. Poço Quântico Parabólico Semicondutor;
2. Níveis de Landau;
3. Gás de Elétrons Bidimensional e Tridimensional;
4. Efeito Hall Quântico;
5. Efeito Shubnikov-de Haas.

USP/IF/SBI-045/2003

DEDICADO À SANDRA ,
À RAYLA,
E AO NENÊ, QUE VAI NASCER.



Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. José Roberto Leite, por dar condições adequadas ao Laboratório de Novos Materiais Semicondutores (LNMS) para se realizar pesquisas na fronteira do conhecimento.

Ao Prof. Dr. G. M. Gusev, pela excelente orientação. Sempre esteve disposto a discutir comigo a física envolvida no projeto e a compartilhar a sua profunda experiência na área de transporte. Em suma, foi um orientador presente na tese.

Aos Profs. Drs. Alain A. Quivy e A. I. Toropov por fornecerem amostras de excelente qualidade para o projeto.

Ao Doutorando Tomas E. Lamas, pelo crescimento de parte das amostras da tese.

Ao Dr. Nilo Mauricio S. Choque, por fornecer informações significativas sobre o procedimento experimental empregado em medidas de transporte.

Ao Prof. Dr. J. C. Portal, por fornecer as facilidades experimentais do *Grenoble High Magnetic Field Laboratory* (GHMFL) para a realização de parte das medidas de transporte.

Aos companheiros do LNMS: Américo, Sandro, Marcelo e Celso, que contribuem para o espírito científico do grupo ser elevado.

Aos técnicos Geraldo e Paulinho, pela mão nos consertos dos equipamentos.

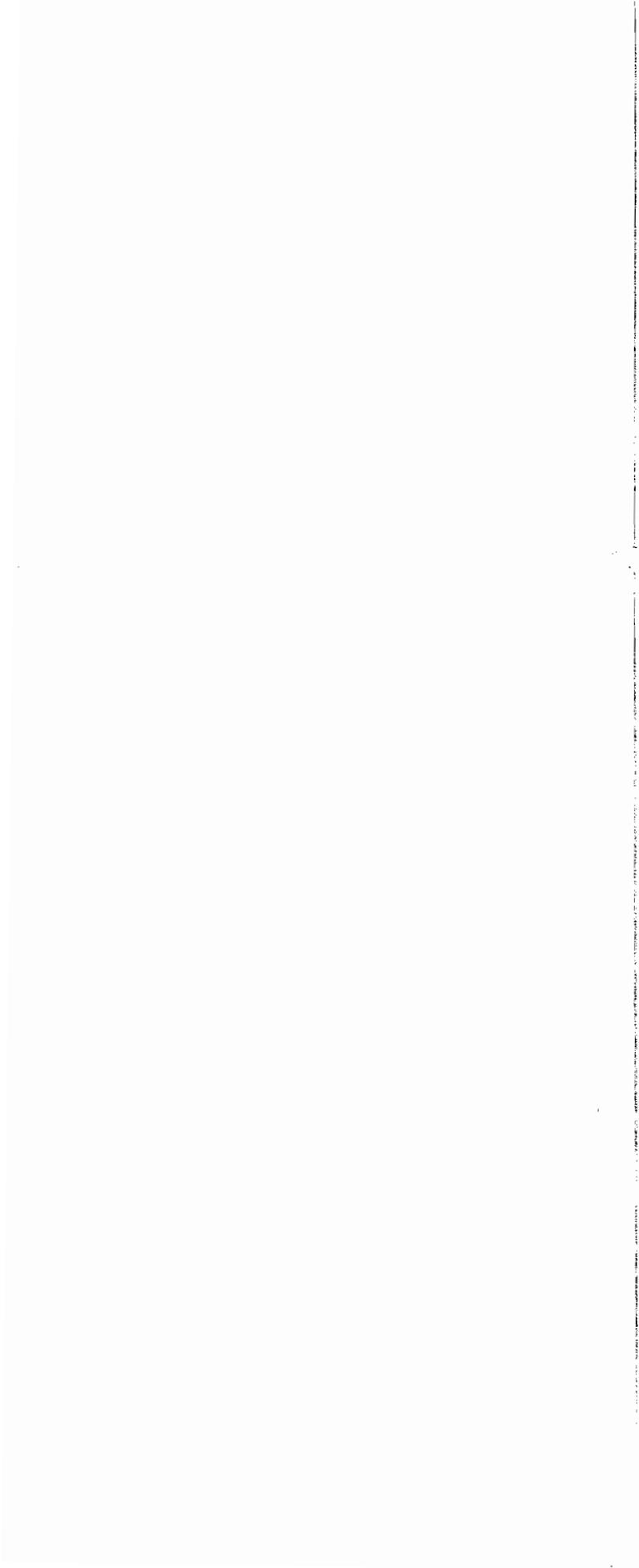
E à *FAPESP*, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo apoio financeiro.

Resumo

A PASSAGEM PROGRESSIVA de estados de Landau bidimensional (2D) para estados tridimensional (3D) foi estudada em Poços Quânticos Parabólicos (PQW) largos ($W = 1000 - 6000 \text{ \AA}$). Utilizou-se como técnica de transporte medidas da magnetoresistência em campo magnético intenso ($B = 0 \rightarrow 15 \text{ T}$) e inclinado ($\theta = 0 \rightarrow 90^\circ$; perpendicular \rightarrow paralelo), a baixas temperaturas ($T = 50 \text{ mK}$).

Observou-se, através da dependência angular das oscilações de Shubnikov - de Haas ($\theta = 0 \rightarrow 90^\circ$), em PQWs cheios, várias sub-bandas ocupadas (5 a 8), a coexistência de estados de Landau 2D e 3D, sendo o gás 3D formado pelo colapso das sub-bandas elevadas, e o gás 2D pertencendo à primeira sub-banda. Através de cálculos do alargamento dos níveis de Landau devido ao espalhamento elástico ($\Gamma = \hbar/2\tau$, onde τ é o tempo quântico) e de cálculos auto-consistentes da energia de separação entre sub-bandas do PQW ($\Delta_{ij} = E_j - E_i$; e $\delta_{12} = \Delta_{12}/2$), obtiveram-se as condições $\Gamma_2 < \delta_{12}$ e $\Gamma_j > \delta_{j-1,j}$ para as sub-bandas elevadas $j = 3, 4, \dots$, corroborando com as observações experimentais da coexistência de estados de Landau 2D e 3D no poço.

Em PQWs parcialmente cheios, com apenas 2 sub-bandas ocupadas, observou-se, através do efeito do anticruzamento de níveis de Landau, de medidas da dependência angular da energia de ativação no regime de efeito Hall quântico, e de comparações com resultados de cálculos da estrutura eletrônica de PQWs em campo magnético inclinado, a coexistência de estados de Landau 2D e 3D, ocorrendo *somente* em campos intensos e com inclinação acentuada ($\theta = 80 \rightarrow 90^\circ$). Esta coexistência é diferente da mencionada anteriormente, quando os estados de Landau 3D são observados já em campo perpendicular.



Abstract

THE GRADUAL PROGRESS, or evolution, of the two-dimensional (2D) towards three-dimensional (3D) Landau states was studied in wide parabolic quantum wells ($W = 1000 - 6000 \text{ \AA}$).

As transport technique, we used measurements of the magnetoresistance in intense ($B = 0 \rightarrow 15 \text{ T}$) and tilted ($\theta = 0 \rightarrow 90^\circ$; perpendicular \rightarrow parallel) magnetic field at low temperature ($T = 50 \text{ mK}$).

We observed in PQWs with five to eight sub-bands occupied – full well – the coexistence of the 2D and 3D Landau states, through the angular dependence of the Shubnikov – de Haas oscillation ($\theta = 0 \rightarrow 90^\circ$), where the 2D states belong to the lowest sub-band and the 3D states are formed by overlap of the other sub-bands. We calculated the level broadening due to the elastic scattering rate ($\Gamma = \hbar/2\tau$, where τ is the quantum time), and the energy separation between sub-bands ($\Delta_{ij} = E_j - E_i$; and $\delta_{12} = \Delta_{12}/2$). We obtained $\Gamma_2 < \delta_{12}$ and $\Gamma_j > \delta_{j-1,j}$ to $j = 3, 4, \dots$. This confirms the experimental observations of the the coexistence of the 2D and 3D states in the well.

We also measured PQWs partially full – 2 sub-bands occupied. Experiments reveal anticrossing of the Landau level (LL) belonging to the lowest sub-band and the last LL belonging to the second sub-band. Such anticrossing occurs due to a decrease of the energy of the LL with tilt angle. This observation was supported by measurements of the angular dependence of the activation energy in the quantum Hall regime. In these measurements, we also observed the coexistence of the 2D and 3D Landau states. However, the coexistence only occurs at large tilt angles ($\theta = 80 \rightarrow 90^\circ$). Thus, it is different from the coexistence above mentioned, when 3D Landau states are observed already in the perpendicular magnetic field.



Sumário

1	Introdução	13
2	Poços Quânticos Parabólicos	17
2.1	Introdução	17
2.2	Solução Auto-Consistente da Equação de Schrödinger	21
2.3	Resultados de Cálculos Auto-Consistentes	26
3	Os Efeitos Hall e Shubnikov-de Haas	29
3.1	Introdução	29
3.2	O Efeito Hall Quântico	31
3.3	O Efeito Hall Quântico Fracionário	35
3.4	O Efeito Shubnikov-de Haas	37
4	Estrutura Eletrônica em Campo Magnético	39
4.1	Introdução	39
4.2	Campo Perpendicular	41
4.3	Campo Paralelo	42
4.4	Campo Inclinado	44
5	Descrição das Amostras	47
6	A Barra Hall e os Contatos	57
7	Caracterização por meio de Transporte	63
7.1	Introdução	63
7.2	Os Equipamentos do LNMS	64

7.3	Técnicas de Caracterização de Amostras	66
8	Anticruzamento de Níveis de Landau	69
8.1	Introdução	69
8.2	Caracterização das Amostras	69
8.3	Magnetoresistência em Função do Ângulo	73
8.4	Cálculo Auto-Consistente da Magnetoresistência	76
9	A Energia de Ativação	81
9.1	Introdução	81
9.2	A Energia de Ativação em Função do Ângulo	83
9.3	A Energia de Ativação em Função da Densidade	85
10	Evolução de Estados de Landau 2D para 3D	87
10.1	Introdução	87
10.2	Resultados Experimentais e Discussão	89
11	As Mobilidades Quântica e de Transporte	93
11.1	Introdução	93
11.2	Comprimentos Característicos	95
11.3	O Cálculo do Tempo Quântico	97
11.4	O Cálculo do Tempo de Transporte	100
11.5	Resultados de Cálculos	103
11.6	Mobilidade Quântica em Função da Largura	106
12	Coexistência de Níveis de Landau 2D e 3D	109
12.1	Introdução	109
12.2	Resultados Experimentais	112
12.3	Tempo de Espalhamento e Discussão	115
12.4	Estados de Landau 3D	117
13	Conclusão	121

Capítulo 1

Introdução

COM O AVANÇO TECNOLÓGICO e com o controle em escala atômica do crescimento de materiais, foi possível produzir sistemas eletrônicos que confinam o movimento dos portadores em certas direções. Por exemplo, é comum hoje em dia trabalhos que exploram o caráter bidimensional (2D) de um gás de elétrons confinado em um poço de potencial eletrostático criado pela diferença da composição química dos semicondutores das camadas das barreiras em relação à camada ativa do poço da heteroestrutura. Isso proporcionou a descoberta de fenômenos quânticos notáveis, como o Efeito Hall Quântico Inteiro e, posteriormente, o Efeito Hall Quântico Fracionário.

Antes do grande interesse em sistemas 2D, a física de semicondutores empenhava-se em explorar os sistemas 3D. Os materiais naturais (*bulk*) como não possuem potencial de confinamento, permitem o movimento livre dos elétrons nas três direções do espaço. Todavia, com o desenvolvimento das técnicas de crescimento, conseqüentemente, com a excelente qualidade obtida em sistemas 2D e com os intrigantes efeitos quânticos que eles manifestam, uma migração para a pesquisa em tais sistemas ocorreu a partir da década de 1980.

Entretanto, uma questão vital ficou em aberto. Como um sistema que possui um caráter 3D passa a manifestar um comportamento 2D? O causador sabemos: um potencial de confinamento. Todavia, a passagem, ou a

evolução, progressiva de estados 2D para estados 3D até o momento é pouco entendida e estudada. Esta tese pretende cooperar no esclarecimento desta questão e dar novas bases para se preencher esta lacuna do conhecimento.

A escolha do Poço Quântico Parabólico (PQW) dopado remotamente como heteroestrutura de estudo para o transporte quântico veio do fato do PQW ser um sistema promissor para a formação de um gás de elétrons 3D de alta mobilidade. Oscilações de Shubnikov-de Haas em *bulk* de GaAs tipo-*n* são reportadas desde a década de 1970. [PRB 1, 658 (1970)] Devido ao forte espalhamento dos elétrons de condução pela dopagem homogênea, semicondutores *bulk* apresentam baixa mobilidade. Por exemplo, a referência acima citada estuda quatro amostras com mobilidades no intervalo de 1070 – 2400 cm²/Vs. Recentemente, a mobilidade de amostras *bulk* de GaAs crescidas por MBE não ultrapassou o valor de 2600 cm²/Vs. [PRB 59, 7330 (1999)] Para contornar este problema e produzir amostras com alta mobilidade, necessita-se deslocar da região ativa de condução os centros espalhadores relacionados com a dopagem. O objetivo é atingido utilizando-se o processo da dopagem remota. Nesta, a dopagem é realizada distante (100 – 400 Å) da região ativa. Poços quânticos dopados remotamente podem atingir mobilidades 200 – 400 vezes maiores que as acima citadas. Todavia, dois gases de elétrons 2D se formam em suas interfaces.

A grande vantagem dos PQWs dopados remotamente é que combinam uma baixa densidade residual homogênea com a possibilidade de capturarem, no poço, um gás de elétrons de alta mobilidade com caráter 3D.

O primeiro trabalho com PQW dopado remotamente apresentou mobilidades da ordem de 200×10^3 cm²/Vs. [Superlattices and Microstructures 4, 683 (1988)] Esta tese também apresenta PQWs com alta mobilidades.

Quando imerso em um campo magnético intenso, as propriedades de transporte de um gás de elétrons 3D devem mudar. Nestas condições, Halperin [Japanese Journal of Applied Physics 26, 1913 (1987)] menciona possíveis

fenômenos que podem ocorrer em semicondutores *bulk* de alta mobilidade. Assim, a produção de um gás de elétrons 3D de alta mobilidade é de grande interesse para a Física atual.

Produzir um gás de elétrons 3D de alta mobilidade em PQWs dopados remotamente e verificar experimentalmente alguns dos fenômenos propostos para ocorrer em tais sistemas e, adicionalmente, estudar a passagem progressiva de sistemas com caráter 2D em direção a sistemas que manifestam um comportamento 3D, por produzir PQWs com incremento na largura do poço, foram os temas que motivaram este trabalho.

Durante a execução das atividades relacionadas com esta tese, os seguintes trabalhos foram publicados:

Coexistence of a two- and three-dimensional Landau states in a wide parabolic quantum well

Physical Review B **64** (11): 115314, SEP 15 2001.

Landau levels in two and three-dimensional electron gases in a wide parabolic quantum well.

Braz. J. Phys. **32** (2): 347-349, JUN 2002.

Evolution of the two-dimensional towards three-dimensional Landau states in wide parabolic quantum well

Microelectronics Jornal **34** (5-8): 763-766, MAY-AUG 2003.

A tese é apresentada da seguinte maneira:

Inicialmente, descrevemos e caracterizamos o Poço Quântico Parabólico (PQW) — capítulo 2. Em seguida, faz-se uma breve explanação dos efeitos Hall quântico e Shubnikov-de Haas — capítulo 3. Como várias medidas foram realizadas em campo magnético inclinado, dedicamos um capítulo ao estudo da estrutura eletrônica de PQW em campo magnético inclinado — capítulo 4. A seguir, passamos a abordar aspectos experimentais do trabalho. Sendo assim, iniciamos descrevendo em detalhes as amostras de PQW estudadas nesta tese — capítulo 5. O próximo capítulo (6), descreve o processo litográfico utilizado para a fabricação de barras Hall em amostras. Daí, apresentamos os métodos utilizados neste trabalho para caracterizar os PQWs por meio de transporte — capítulo 7. Em seguida, abordamos o efeito do anticruzamento de níveis de Landau em campo magnético inclinado quando duas sub-bandas do PQW são ocupadas — capítulo 8. A energia de ativação em função do campo magnético inclinado e em função da densidade de carga capturada no poço foi motivo de estudo do capítulo 9. A seguir, passamos a discorrer sobre a passagem progressiva de estados de Landau 2D para estados 3D em PQWs imersos em campo magnético intenso e inclinado — capítulo 10. O próximo capítulo (11), apresenta os fundamentos teóricos e cálculos das mobilidades quântica e de transporte como base para o entendimento da coexistência de estados de Landau 2D e 3D em PQW largo — capítulo 12. E finalmente, no capítulo 13, apresentamos as conclusões do estudo do Transporte Quântico em Poços Parabólicos Largos realizado nesta tese.

Capítulo 2

Poços Quânticos Parabólicos

2.1 Introdução

O INTERESSE nas propriedades do gás de elétrons tridimensional (3D) em campo magnético intenso levou ao desenvolvimento do Poço Quântico Parabólico (PQW), dopado remotamente. [1, 2] Este, quando largo, tem provido em semicondutores o primeiro sistema de elétrons com caráter quase 3D, e que não é dominado predominantemente por interação elétron-impureza. [3, 4]

Para a produção de um PQW, intercalam-se potenciais tipo retangular, de composição gradual e controlada convenientemente, que se compõem para formar um potencial líquido com vários degraus e perfil parabólico e, adicionalmente, de regiões remotas e dopadas são introduzidos os elétrons de condução. Assim, consegue-se com bom êxito uma distribuição uniforme de elétrons envolvida em um meio com baixo poder espalhador via centro de carga iônico – consequentemente, com alta mobilidade.

A Fig. 2.1 ilustra o perfil do potencial da banda de condução *versus* a posição, z , para um PQW vazio (linha pontilhada) e outro parcialmente cheio (linha sólida). Para o caso vazio, um potencial parabólico de profundidade Δ_1 e largura W é complementado por barreiras de altura Δ_2 . O poço parabólico é criado variando-se quadraticamente a fração molar x da liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ durante o crescimento. [5] Segundo a nomenclatura da figura, o

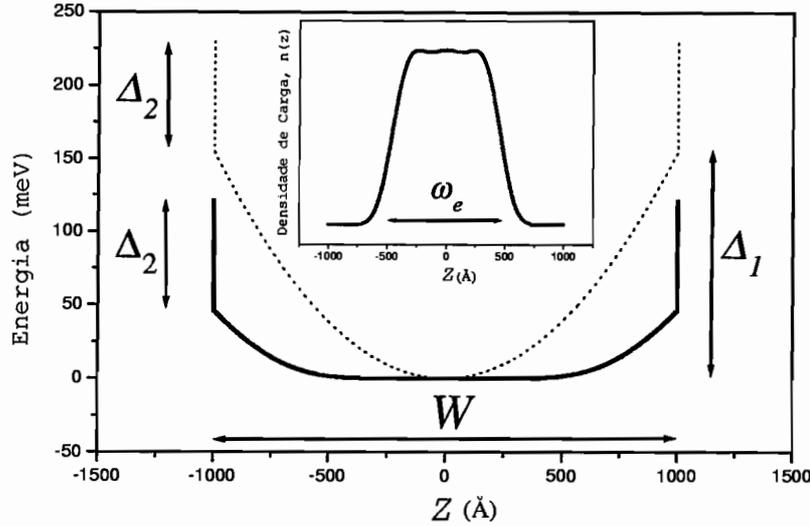


Fig. 2.1: Perfil de potencial da banda de condução para PQW vazio (linha pontilhada) e parcialmente cheio (linha sólida); a caixa ilustra o perfil da distribuição total de carga no poço.

perfil parabólico é escrito como

$$V_P = 4 \Delta_1 \left(\frac{z}{W} \right)^2 \quad (2.1)$$

Substituindo a Eq. (2.1) na equação de Poisson

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} = \frac{4 \pi e^2}{\epsilon} \cdot n(z) \quad (2.2)$$

– onde $V(z)$ é a energia potencial eletrostática; e a carga do elétron ($e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ esu); ϵ a constante dielétrica; e $n(z)$ a densidade de carga 3D – resulta em:

$$n(z) = \frac{2 \Delta_1 \epsilon}{\pi e^2 W^2} \quad (2.3)$$

Portanto, o perfil parabólico é equivalente a um potencial eletrostático criado por uma distribuição uniforme 3D de cargas positivas de densidade n_+ , dada pela Eq. (2.3). [5] Utilizando os parâmetros do PQW # 1¹ ($\Delta_1 = 155$ meV, $W = 2000$ Å, e $\epsilon = 12,6$), obtém-se $n_+ = 21,5 \times 10^{15}$ cm⁻³.

¹Para não se tornar repetitivo, exemplificaremos com os parâmetros desta amostra.

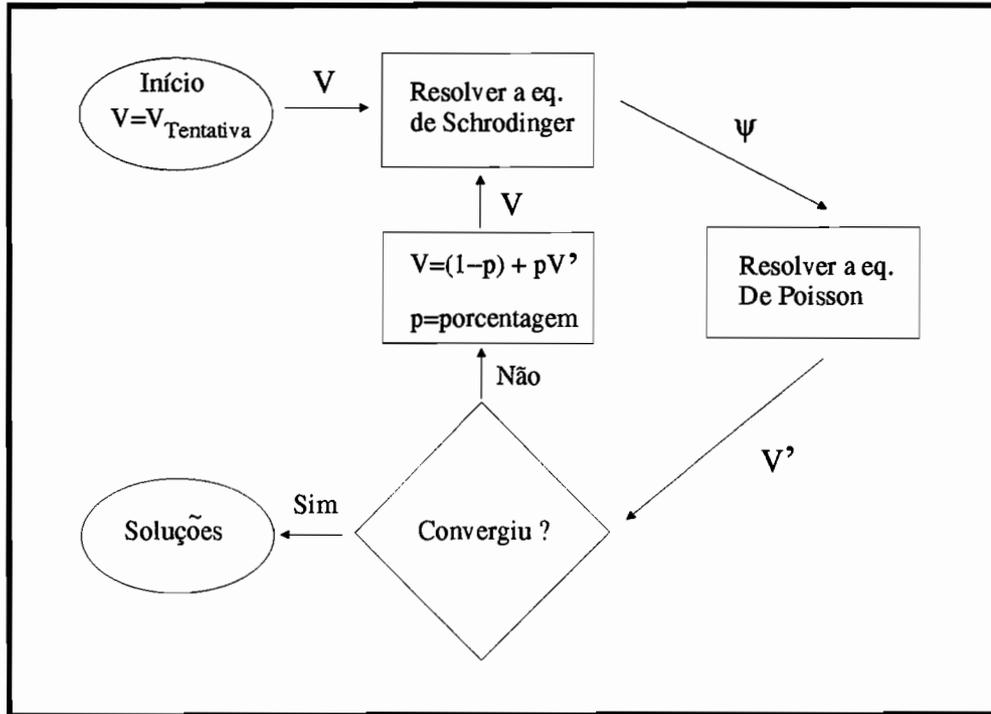


Fig. 2.2: Fluxograma do procedimento para a execução de cálculos auto-consistentes.

Os níveis de energia para o PQW vazio expressam-se como os de um oscilador harmônico simples, $E_i = (i-1/2)\hbar\Omega$, com frequência $\Omega^2 = 4\pi n_+ e^2 / \epsilon m$; onde m é a massa efetiva do elétron. [5] Utilizando $m = 0,067 m_0$ e a n_+ acima, $\hbar\Omega = 5,9$ meV.

Barreiras dopadas em ambos os lados do poço são utilizadas para enchê-lo com elétrons. Quando entram no poço, os elétrons ocultam a carga fictícia n_+ . [6] Diz-se que o poço está totalmente cheio quando a densidade areal total dos elétrons, n_s , é suficiente para ocultar completamente a n_+ , ou seja, $n_s = n_+ \cdot W$ (com os dados acima, $n_s^{(\text{cheio})} = 4,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$). [2] Nestas condições, o potencial total auto-consistente converge para um potencial quadrado de largura W , profundidade Δ_2 e níveis de energia

$$E_i = \frac{i^2}{8m} \left(\frac{\hbar}{W} \right)^2 \quad (2.4)$$

onde \hbar é a constante de Plank. [6]

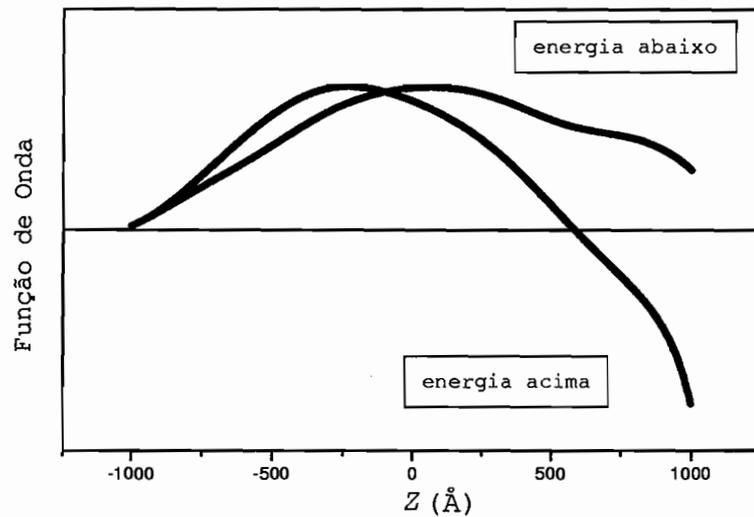


Fig. 2.3: Aspectos das funções de onda para a energia tentativa acima e abaixo da energia correta.

Quando o poço está parcialmente cheio, os elétrons criam uma distribuição total de carga com perfil semelhante ao da caixa da Fig. 2.1, e com largura efetiva $w_e = n_s/n_+$ ao redor do poço ($w_e = 1815 \text{ \AA}$, para a $n_s = 3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ determinada por medida Hall). [2] Neste caso, o espectro de energia pode ser aproximado ao do poço quadrado, porém com w_e substituindo W na Eq. (2.4). Assim, para $w_e = 1815 \text{ \AA}$ espera-se que os cinco primeiros níveis do PQW estejam ao redor dos seguintes valores:

$$\begin{aligned}
 E_1 &\approx 0,17 \text{ meV} \\
 E_2 &\approx 0,68 \text{ meV} \\
 E_3 &\approx 1,53 \text{ meV} \\
 E_4 &\approx 2,72 \text{ meV} \\
 E_5 &\approx 4,25 \text{ meV}
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

2.2 Solução Auto-Consistente da Equação de Schrödinger

Parte desta tese baseia-se em cálculos teóricos do perfil de potencial da banda de condução de estruturas parabólica. Estes envolvem a solução numérica auto-consistente das equações de Schrödinger e Poisson.

A equação de Schrödinger para a função de onda envelope dos elétrons na i -ésima sub-banda do poço, $\Psi_e^{(i)}(z)$, é dada por

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right] \Psi_e^{(i)}(z) = E_i \Psi_e^{(i)}(z) \quad (2.6)$$

onde E_i é a energia de confinamento do elétron na i -ésima sub-banda e $V(z)$ é o potencial total auto-consistente, expresso como:

$$V(z) = V_P(z) + V_e(z) + V_{XC}(z) \quad (2.7)$$

aqui, $V_P(z)$ é o potencial parabólico descrito anteriormente; $V_e(z)$ o potencial eletrostático do gás de elétrons; e $V_{XC}(z)$ o potencial de troca. [2]

A equação de Poisson é dada pela Eq. (2.2) com

$$n(z) = \sum_i n_s^{(i)} |\Psi_e^{(i)}(z)|^2 \quad (2.8)$$

onde $n_s^{(i)}$ a densidade areal de carga da i -ésima sub-banda. Seu valor, escrito em função da energia de Fermi renormalizada

$$E_F = \left[\sum_i^{N_{\text{sub}}} (E_i - E_1) + E_{F(2D)} \right] / N_{\text{sub}} \quad (2.9)$$

é:

$$n_s^{(i)} = \frac{m}{\pi \hbar^2} \cdot (E_F - E_i) \quad (2.10)$$

onde N_{sub} é o número total de sub-bandas e $E_{F(2D)}$ a energia de Fermi 2D.

Para a realização do cálculo auto-consistente, um potencial inicial é escolhido com característica similar à da solução final esperada. Este potencial é utilizado na equação de Schrödinger que, quando resolvida, gera as funções

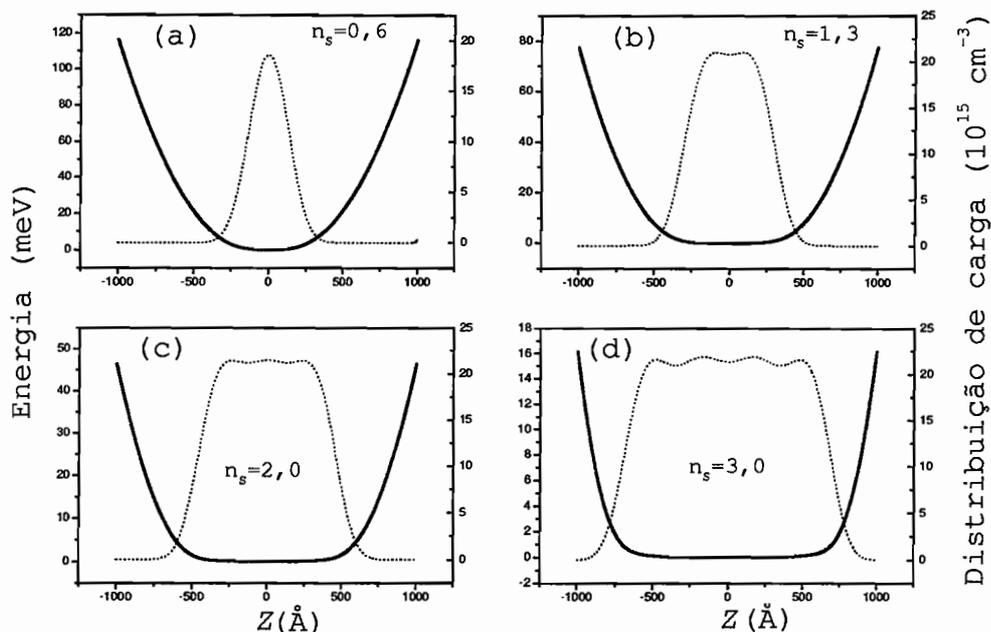


Fig. 2.4: Potencial auto-consistente (curva sólida) e distribuição total de carga (curva pontilhada) para diferentes valores de densidade de carga no poço, n_s (em 10^{11} cm^{-2}). [Nota: As barreiras Δ_2 não estão visíveis.]

de onda e as respectivas energias de confinamento dos portadores. O próximo passo é resolver a equação de Poisson usando as funções de onda produzidas no primeiro estágio do cálculo.

O potencial produzido pela equação de Poisson é misturado com o potencial inicial e então utilizado para resolver a equação de Schrödinger novamente. Este processo é repetido até soluções estáveis – que satisfazem algum critério de convergência – serem encontradas, conforme mostra a Fig. 2.2. O potencial produzido pela equação de Poisson, “novo”, não é diretamente introduzido na equação de Schrödinger, pois isto geralmente leva a soluções divergentes e, portanto, a solução nunca seria encontrada. Assim, o potencial “novo” e o inicial são misturados. Se uma grande parcela do potencial inicial é misturada com uma pequena parcela do potencial “novo”, é improvável que o sistema divirja, mas um elevado número de interações serão necessárias para se produzirem soluções finais estáveis. Por outro lado, se uma grande

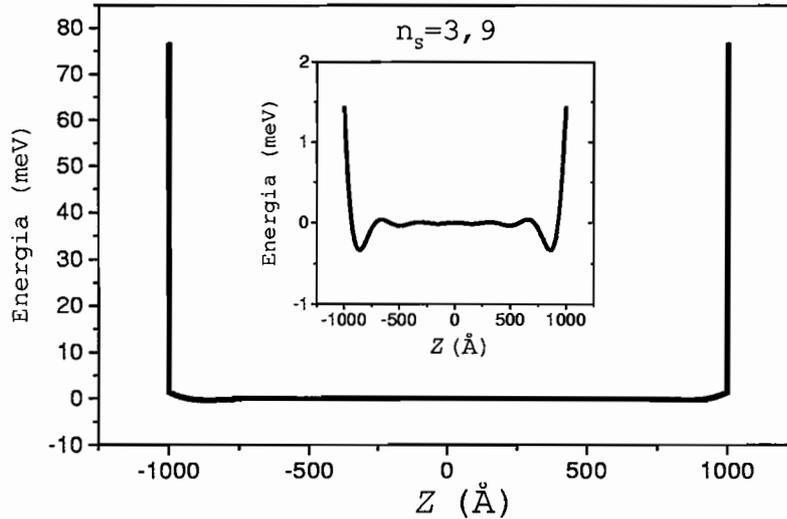


Fig. 2.5: Potencial auto-consistente referente à amostra # 1. A caixa apresenta o mesmo potencial sem a visão das barreiras $\Delta_2 = 75$ meV. Unidade de n_s : 10^{11} cm^{-2} .

porcentagem do potencial “novo” é utilizada, então, se a convergência ocorrer, ela necessitará de poucas interações.

Resolução da Equação de Schrödinger: Para resolver a equação de Schrödinger lançou-se mão do método de predição-correção de Milne de quarta ordem. Este é um método tradicional para resolver equações diferenciais. [7] As expressões para o par previsor-corretor são dadas por:

$$\begin{aligned}
 F_1(i) &= F_1(i-4) + \frac{4h}{3} \cdot [2 \cdot F_2(i-1) - F_2(i-2) \\
 &\quad + 2 \cdot F_2(i-3)] \quad \text{(previsor)} \\
 F_0(i) &= F_0(i-2) + \frac{h}{3} \cdot [F_1(i-2) + 4 \cdot F_1(i-1) \\
 &\quad + F_1(i)] \quad \text{(corretor)}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

onde F_0 , F_1 e F_2 são a função de onda, suas derivadas primeira e segunda, respectivamente, e h o passo.

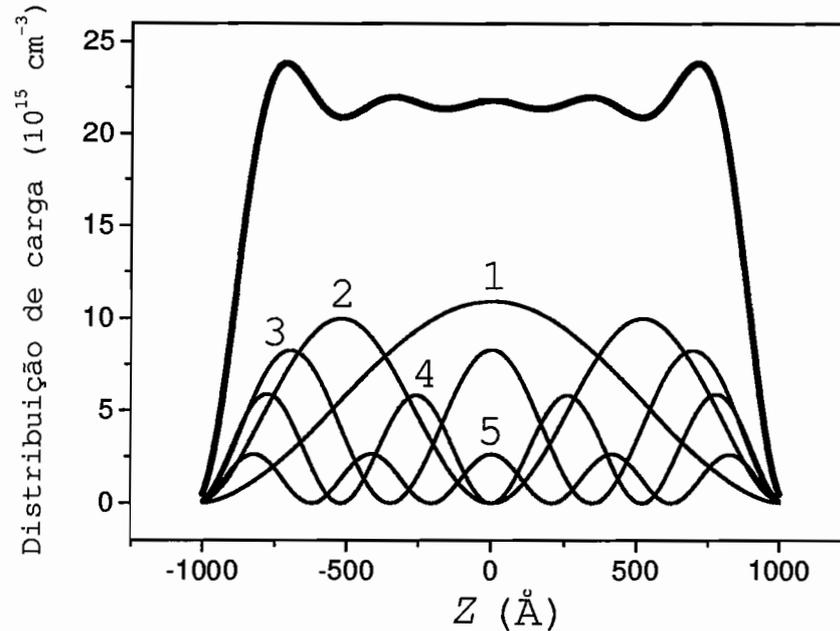


Fig. 2.6: Referente ao PQW # 1, distribuições de carga total para as cinco primeiras sub-bandas.

Achando a energia de confinamento: Para obtermos as funções de onda, a equação de Schrödinger somente poderá ser resolvida se a energia de confinamento E_i for computada. Para isso, requer-se uma energia inicial tentativa. Para o estado fundamental, se gerarmos funções de onda usando uma energia tentativa *abaixo* da energia correta, então, a função de onda produzida não retorna zero do outro lado do poço, mas sim em algum valor posterior W . Por outro lado, se a energia tentativa estiver *acima* da energia correta, a função de onda gerada corta o zero em valores dentro do poço. Em ambos os casos as soluções não satisfazem as corretas condições de contorno – veja a Fig. 2.3.

Inicialmente, duas energias são escolhidas, E_i e E_f ; espera-se que a energia correta esteja neste intervalo. O intervalo de energia é então dividido em partes iguais (passo), h_1 . A energia tentativa é escolhida como sendo $E_i + h_1$, e a função de onda é computada. Caso o valor da energia tentativa estiver

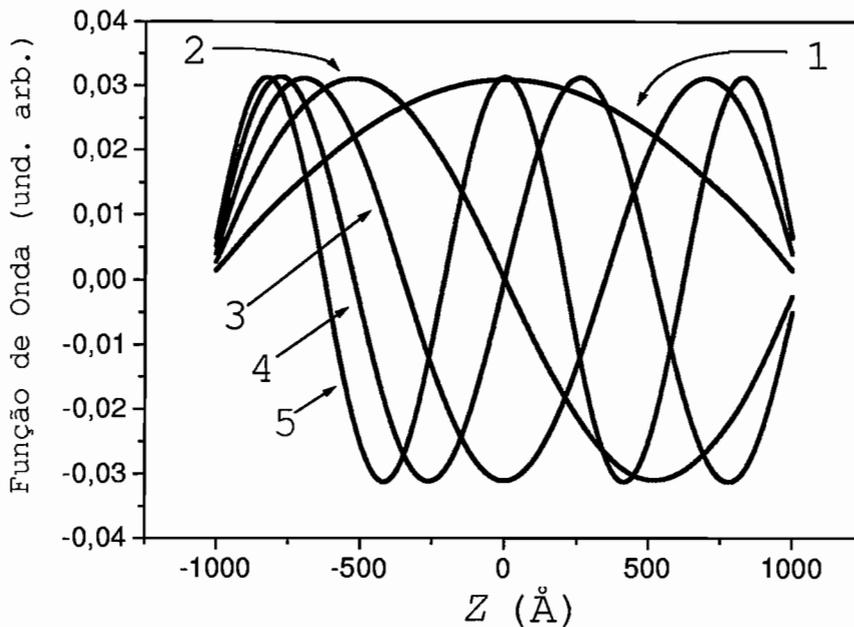


Fig. 2.7: Referente à amostra # 1, funções de onda envelope dos elétrons para as cinco primeiras sub-bandas.

abaixo da energia correta – conforme parágrafo anterior – soma-se um passo h_1 na energia tentativa, e gera-se outra função de onda. Os passos na energia cessarão quando ela mostrar estar acima da energia correta. Neste caso, divide-se o passo inicial, por exemplo $h_2 = h_1/10$, e refina-se o processo com o novo passo h_2 ; sendo que, agora, a energia tentativa inicial será a última energia tentativa utilizada com valor abaixo da energia correta. O processo é repetido até a energia de confinamento ser encontrada – satisfazendo algum critério de precisão. Adicionalmente, as funções de onda calculadas usando a energia de confinamento correta são normalizadas.

Resolvendo a Equação de Poisson: As funções de onda normalizadas produzidas pela equação de Schrödinger são utilizadas para encontrar o perfil da distribuição total das cargas no poço, $n(z)$. Integrando-se esta distribuição através do poço e multiplicando por constantes apropriadas, tem-se o campo

Tabela 2.1: Para os parâmetros e perfis das Figs. 2.5 e 2.4, resultados dos cálculos das energias de confinamento (E_i , em meV) e das densidades de carga nas sub-bandas ($n_s^{(i)}$, em 10^{11} cm^{-2}); um traço na densidade significa que a sub-banda não foi ocupada.

Sub-banda	Fig. 2.4(a)		Fig. 2.4(b)		Fig. 2.4(c)		Fig. 2.4(d)		Fig.2.5	
	E_i	$n_s^{(i)}$								
1	1,57	0,60	0,79	0,93	0,46	1,05	0,24	1,11	0,12	1,14
2	5,17	—	2,76	0,37	1,64	0,71	0,89	0,93	0,50	1,04
3	9,38	—	5,42	—	3,33	0,24	1,87	0,66	1,15	0,85
4	13,86	—	8,52	—	5,45	—	3,15	0,30	2,06	0,60
5	18,51	—	11,90	—	7,89	—	4,69	—	3,24	0,27
	$n_s = 0,6$		$n_s = 1,3$		$n_s = 2,0$		$n_s = 3,0$		$n_s = 3,9$	

elétrico em cada ponto do poço. Integrando-se pela segunda vez, obtém-se o perfil do potencial eletrostático no poço.

2.3 Resultados de Cálculos Auto-Consistentes de Estruturas Parabólicas

Esta seção apresenta a estrutura eletrônica auto-consistente do PQW # 1. Para os cálculos, os parâmetros fornecidos pelas condições de crescimento são: $W = 2000 \text{ \AA}$, $\Delta_1 = 155 \text{ meV}$ e $\Delta_2 = 75 \text{ meV}$. Em sistemas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, a massa efetiva e a constante dielétrica são funções de z através da concentração da liga. [1] Porém, para simplificar os cálculos utilizaram-se valores constantes, $0,075 m_0$ e $12,6$, respectivamente. O valor da densidade areal de carga, $n_s = 3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, foi determinado por medida Hall. Visto que esta densidade é oriunda de um PQW quase cheio ($n_s^{\text{(cheio)}} = 4,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$), o potencial inicial tentativo, que proporcionou a convergência dos cálculos, foi obtido progressivamente, isto é, primeiro efetuaram-se cálculos para valores incrementais de n_s , conforme a sequência da Fig. 2.4. Os resultados dos cálculos preliminares estão listados na Tabela 2.1. Também, na Tabela 2.1

Tabela 2.2: Comparação entre resultados de cálculos apresentados na Ref. [8] e obtidos nesta tese. Espaçamento em energia ($E_F - E_i$) em meV.

Sub-banda	$E_F - E_i$ cal [tese]	$E_F - E_i$ exp [8]	$E_F - E_i$ cal [8]	Δ_{exp}	Δ_{cal}
1	3,57	4,18	4,18	15%	15%
2	2,58	2,90	2,99	11%	14%
3	1,18	1,20	1,16	2%	-2%

encontram-se os resultados referentes à nossa amostra. Vê-se que cinco sub-bandas foram ocupadas. As duas primeiras somadas possuem 56% da carga no poço; e a última participa somente com 7%.

A energia de Fermi calculada é 4,08 meV; bem próxima do valor

$$E_{F(3D)} = \frac{\hbar (3 \pi^2 n_+)^{2/3}}{2m} = 4,21 \text{ meV} \quad (2.12)$$

para um gás de elétrons 3D de densidade n_+ .

O potencial auto-consistente, as distribuições de carga e as funções de onda são mostradas nas Figs. 2.5, 2.6 e 2.7, respectivamente. Como já dito, o potencial assemelha-se ao de um poço quadrado. As energias de confinamento do poço quadrado são em média 11% maiores.

Observando as funções de onda, pode-se afirmar que o cálculo convergiu, pois de outro modo elas teriam a aparência da Fig. 2.3.

Adicionalmente, a fim de testar a confiabilidade do programa desenvolvido, reproduziu-se um perfil encontrado na literatura ($W = 2000 \text{ \AA}$ e $n_s = 2,32 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$). [8] A Tabela 2.2 expõe os resultados e as diferenças relativas $\Delta_{\text{exp}} = (\text{exp}[8] - \text{cal}[tese])/\text{exp}[8]$ e $\Delta_{\text{cal}} = (\text{cal}[8] - \text{cal}[tese])/\text{cal}[8]$. Assim, conclui-se que os resultados numéricos apresentados neste trabalho concordam com estudos teóricos e experimentais publicados e que os resultados gerados para a estrutura eletrônica auto-consistente de nosso PQW podem ser utilizados com boa segurança.

Capítulo 3

Os Efeitos Hall e Shubnikov–de Haas

3.1 Introdução

*E*M 1879, E. H. Hall obsevou que, quando uma barra ou lâmina condutora conduz uma corrente elétrica num campo magnético perpendicular ao plano da lâmina, uma diferença de potencial é criada cruzando a lâmina, perpendicular ao caminho da corrente [9] – Fig. 3.1. Posteriormente, denominado pelo nome do seu descobridor, o Efeito Hall passou a ter um lugar de destaque nos laboratórios de física pelo fato de constituir um método conveniente para determinar a densidade de portadores de carga em vários materiais.

O efeito é bem compreendido e é devido à deflexão lateral dos portadores de carga rumo à margem da lâmina causada pelo campo magnético. O acúmulo de cargas nas laterais da lâmina provoca um campo eletrostático que se opõe à força magnética. No equilíbrio, estas duas forças se cancelam, ou seja,

$$q E_y = q v_x B \quad (3.1)$$

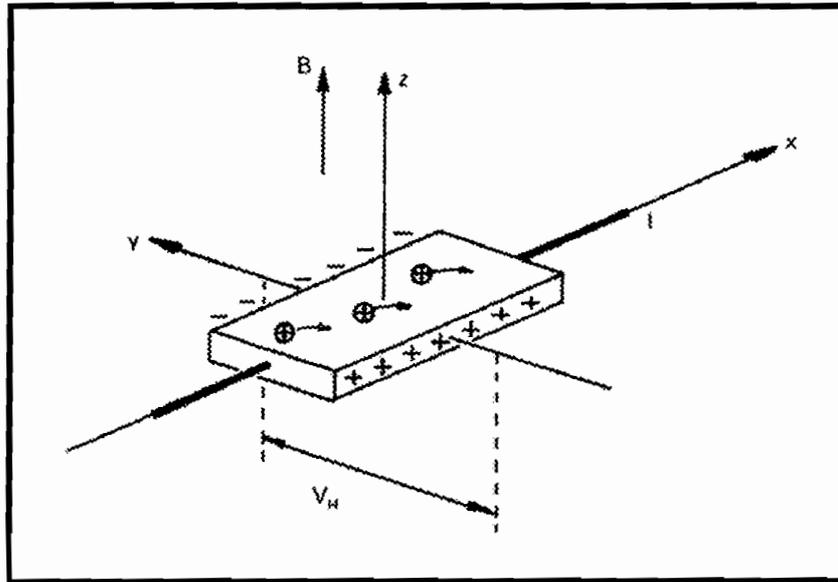


Fig. 3.1: O Efeito Hall. Uma voltagem produz uma corrente I na direção x . Um campo magnético aplicado em z proporciona a deflexão lateral dos portadores de carga rumo à margem da barra. Isto gera a voltagem Hall (V_H) e a resistência Hall (V_H/I) na direção y .

Na disposição da Fig. 3.1, a voltagem Hall ¹, V_H , é dada por:

$$V_H = E_y L_y \quad (3.2)$$

Por definição, a densidade de corrente é

$$J_x = \frac{I}{L_y L_z} = q n v_x \quad (3.3)$$

onde n é o número de portadores de carga por unidade de volume, e q é a carga do portador.

Utilizando as equações acima, reescreve-se V_H como:

$$V_H = \frac{B}{q n L_z} I \quad (3.4)$$

¹O termo Hall frequentemente é utilizado para designar uma grandeza física perpendicular à corrente elétrica em contraste com o termo longitudinal que designa uma grandeza na direção da corrente.

ou

$$V_H = \frac{B}{q n_s} I \quad (3.5)$$

onde n_s é o número de portadores de carga por unidade de área no plano (xy).

Assim, é possível expressar a resistência Hall, R_H , como:

$$R_H = \frac{1}{q n_s} B \quad (3.6)$$

Facilmente, vê-se que a resistência Hall aumenta linearmente com o campo magnético. [10]

3.2 O Efeito Hall Quântico

Após 100 anos, em 1980, graças ao avanço da tecnologia, K. von Klitzing fez uma descoberta impressionante. Estudando² o Efeito Hall em sistemas bidimensionais de elétrons, ele observou que, com o aumento da intensidade do campo magnético, a resistência Hall não variava linearmente, mas exibia degraus ou platôs. [11] Os platôs ocorriam em valores de resistência que não dependiam das propriedades do material. Originária de combinações de constantes físicas dividido por um inteiro, a resistência Hall é então dita ser quantizada – Fig. 3.2. Pela descoberta, que passou a ser denominada Efeito Hall Quântico (EHQ), von Klitzing recebeu o Prêmio Nobel de Física de 1985. [12]

O principal ingrediente para entender o EHQ é conhecido há mais de 50 anos. Trata-se da quantização do movimento circular dos portadores de carga na presença de um campo magnético. Classicamente, partículas carregadas e confinadas em um plano – por exemplo, plano xy – movem-se em órbitas circulares ao redor de um campo magnético aplicado em z . Nesta situação, qualquer valor é permitido para o raio das órbitas; apenas a

²E. H. Hall realizou sua experiência a temperatura ambiente. Porém, para se observar o efeito quântico, necessita-se de temperaturas extremamente baixas (ao redor de -272°C).

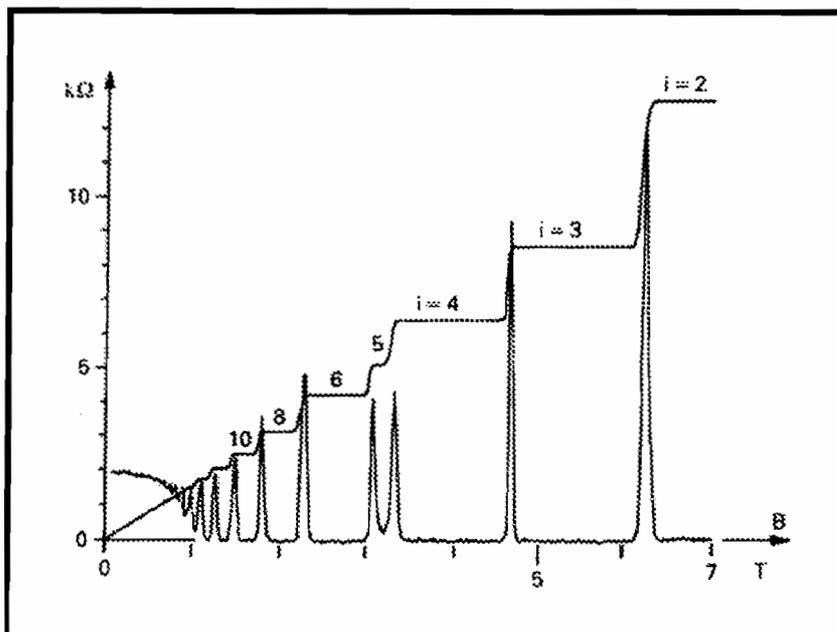


Fig. 3.2: O Efeito Hall Quântico. A resistência Hall apresenta platôs com valores de $h/(ie^2)$, sendo i um número inteiro. Esta figura foi obtida na Ref. [12].

frequência angular de revolução é fixada pela intensidade do campo,

$$\omega_c = \frac{e}{m} B \quad (3.7)$$

Quando o movimento de ciclotron é tratado quanticamente, somente são permitidos valores discretos para os raios das órbitas. Como no átomo de Bohr, estas órbitas discretas correspondem a níveis de energia discretos, chamados níveis de Landau (LL), com valores definidos por:

$$E_i = \left(i - \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \quad (3.8)$$

onde $i = 1, 2, \dots$, e \hbar é a constante de Plank dividida por 2π .

Assim, vê-se que os níveis de Landau são igualmente espaçados em energia pela quantia $\hbar\omega_c$, chamada energia de ciclotron.

Cada LL pode acomodar um grande número de elétrons – todos à mesma energia. A degenerescência por unidade de área perpendicular de cada um destes níveis é dada por:

$$D_{LL} = \frac{e}{h} B \quad (3.9)$$

Dividindo o número de elétrons por unidade de área, n_s , pela degenerescência D_{LL} , define-se o fator de preenchimento

$$\nu = \frac{n_s}{D_{LL}} \quad (3.10)$$

Esta quantia informa como os LLs estão sendo ocupados. A Fig. 3.3 ilustra estes conceitos.

Quando um campo magnético é muito intenso, a degenerescência D_{LL} excede a n_s . Então, todos os elétrons se alojam no nível de Landau de mais baixa energia (LL_1), e $\nu < 1$. Reduzindo a intensidade do campo magnético, o espaçamento em energia entre os LLs, bem como a degenerescência D_{LL} , decrescem. Com B_1 , a intensidade deste campo proporciona $D_{LL} = n_s$ ($\nu = 1$), ou seja, preenchimento total do primeiro nível enquanto os demais permanecem vazios. Nesta situação, um *gap* de energia ($\hbar\omega_c$) separa os estados ocupados dos estados vazios. Reduzindo a intensidade do campo ainda mais, diminui a degenerescência de cada nível. Assim, alguns elétrons são forçados a ocuparem o segundo nível (LL_2), e $\nu > 1$. Eventualmente, haverá um campo B_2 que proporcionará o preenchimento completo dos dois primeiros LLs. Nesta condição, $D_{LL} = (e/h) \cdot B_2 = n_s/2$, e $\nu = 2$. Pela mesma razão, haverá um campo especial B_j (j inteiro) que proporcionará $\nu = j$, onde os j primeiros LLs estarão totalmente preenchidos e os demais vazios. Nestas condições, pode-se determinar experimentalmente n_s através do valor deste campo especial com a relação:

$$n_s = \frac{e}{h} \cdot \nu \cdot B \quad \implies \quad n_s(10^{11} \text{ cm}^{-2}) = 0,242 \cdot \nu \cdot B(\text{Tesla}) \quad (3.11)$$

Vamos determinar a R_H para este campo especial. Em função da degenerescência, o campo especial é escrito como

$$B_j = \frac{h}{e} D_{LL} \quad (3.12)$$

Introduzindo este resultado na Eq. (3.6) e utilizando a definição de ν , expressa-se R_H como:

$$R_H = \frac{D_{LL}}{n_s} \frac{h}{e^2} = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} \quad (3.13)$$

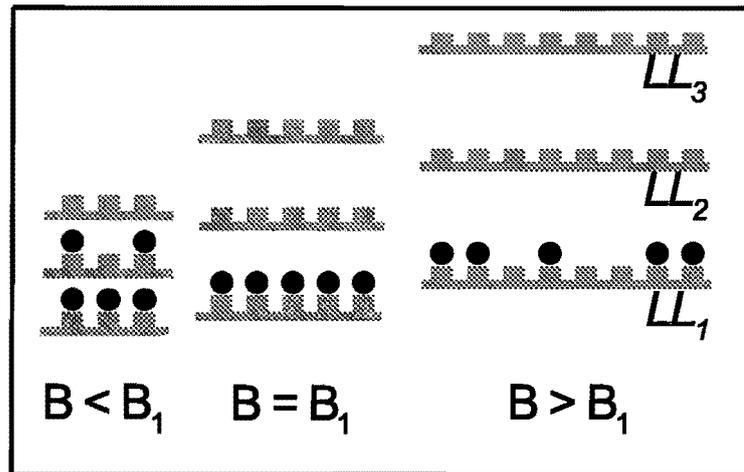


Fig. 3.3: Três níveis de Landau (LL_1 , LL_2 e LL_3) num sistema com cinco elétrons – esferas. O número de estados em cada nível é indicado por traços. Na parte direita da figura, o campo magnético é suficiente para que todos os cinco elétrons permaneçam no primeiro nível. Na parte central, o campo magnético é reduzido até um valor B_1 , onde o primeiro nível é totalmente preenchido e todos os demais ficam vazios. Na parte esquerda, o campo é ainda mais reduzido, "forçando" alguns elétrons a ocuparem o segundo nível.

No caso do campo especial B_j , o fator de preenchimento é igual a um inteiro, então, pode-se reescrever a equação acima como:

$$R_H = \frac{1}{j} \frac{h}{e^2} \quad (3.14)$$

onde j é um inteiro.

Estes são exatamente os valores dos platôs observados no Efeito Hall Quântico! ($h/e^2 \approx 25,812 \text{ K}\Omega$) [10]

Todavia, isso não é tudo para explicar o EHQ. A experiência exhibe platôs, i.e., para uma pequena variação do campo magnético o valor de R_H permanece constante. Entretanto, conforme indica a Eq. (3.13), o valor de R_H deveria alterar, pois a D_{LL} é proporcional ao campo. Então, como explicar os platôs? A resposta a esta pergunta traz à atenção o segundo ingrediente para se entender o EHQ.

É aceitável que, apesar dos esforços para garantir a mais alta pureza, o

crescimento de uma amostra – como por exemplo por MBE – resulte em defeitos e impurezas em sua estrutura cristalina. Estas imperfeições inerentes atuam como armadilhas para os elétrons e impedem que eles participem da corrente elétrica. Quando o campo magnético sai levemente de seu valor especial B_j , elétrons são desarmadilhados e passam a compor a corrente elétrica. Consequentemente, cresce ligeiramente o valor de n_s , a razão D_{LL}/n_s se mantém praticamente inalterada e a R_H apresenta um platô. Quando a variação do campo é grande, quebra-se drasticamente a proporção entre o número de estados livres criados e o número de elétrons desarmadilhados. Em consequência, R_H modifica o seu valor. [10]

3.3 O Efeito Hall Quântico Fracionário

Em 1982, H. L. Störmer e D. C. Tsui descobriram platôs correspondendo a valores fracionários de ν [13] em vez de somente valores inteiros (fator de preenchimento igual a p/q , p e q inteiros). Esta nova descoberta ficou conhecida como Efeito Hall Quântico Fracionário (EHQF); para diferenciar, a anterior passou a ser denominada Efeito Hall Quântico Inteiro (EHQI).

Como descrito anteriormente, o caso inteiro pode ser entendido em termos de elétrons individuais em um campo magnético – movimento individual de uma partícula. Os valores fracionários p/q , porém, são mais sutis. Refletem um novo estado coletivo em que todos os elétrons participam – movimento coletivo de todas partículas do sistema. Após um ano, R. B. Laughlin explicou o EHQF através de análises teóricas. [14] Segundo o seu modelo, os elétrons em campo magnético extremamente intenso podem formar um novo tipo de partícula (chamada quasepartícula) com cargas que são frações exatas da carga do elétron. Pela descoberta, os três pesquisadores receberam o Prêmio Nobel de Física de 1998. [15]

Ilustremos qualitativamente a configuração eletrônica para o estado fundamental $\nu = 1/3$.

Considere uma “foto” do sistema em que todos os elétrons, salvo um (chamado elétron representante, e-r), são mantidos fixos em suas posições.

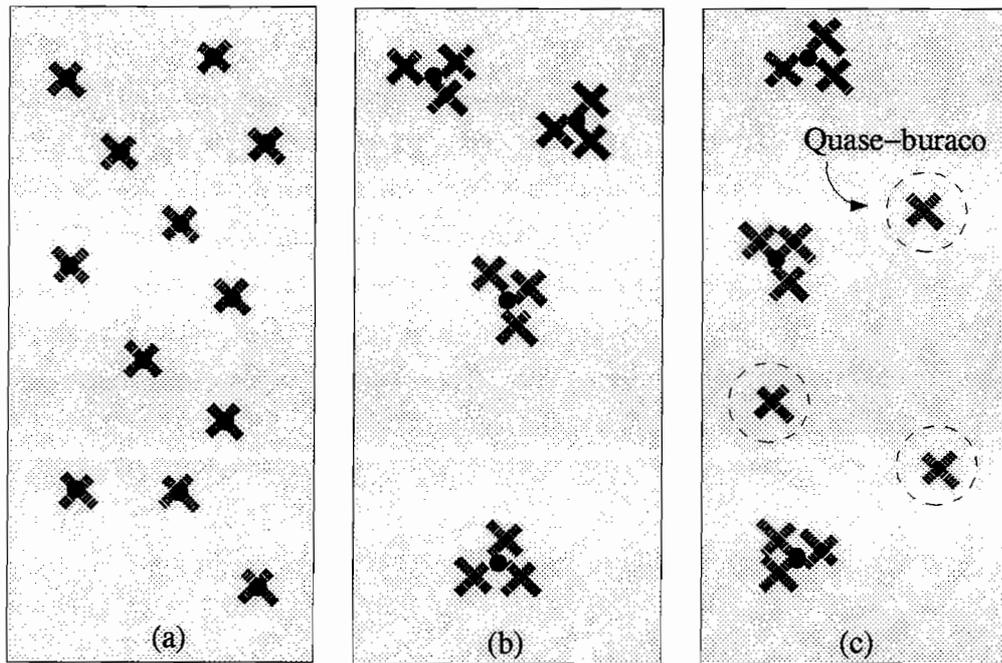


Fig. 3.4: Três estados de muitos-elétrons do EHQF. Os X's indicam zeros na distribuição de probabilidade do elétron representante (causados pelos fluxos de quanta). As esferas representam os outros elétrons do sistema. (a) Nível de Landau completamente cheio – número de zeros igual ao número de elétrons, $\nu = 1$. (b) $\nu = 1/3$. Cada elétron é “cortado” exatamente por 3 fluxos de quanta. (c) Quase-buracos criados pela remoção de um elétron da configuração do estado (b).

Se só existisse o e-r, a probabilidade de encontrá-lo seria uniforme em todo o espaço 2D. Quando o e-r é envolvido por um campo magnético, a sua distribuição de probabilidade é influenciada pelo campo. Do mesmo modo que uma densidade de carga é oriunda de um conjunto discreto de elétrons, um campo magnético uniforme é derivado de um conjunto discreto de fluxos de quanta ($\Phi_0 = h/e = 4,1 \times 10^{-11} \text{ Tcm}^2$).

Os fluxos de quanta criam vórtices na distribuição de probabilidade do e-r. No centro dos vórtices a probabilidade de encontrar o e-r é zero. Se-

gundo o princípio de exclusão de Pauli, dois elétrons não podem ocupar uma mesma posição. Portanto, os vórtices são os únicos lugares permitidos para se acomodarem os outros elétrons do sistema. Pode-se adicionar elétrons até todos os vórtices serem ocupados. Esta situação corresponde ao EHQI ($\nu = 1$). No caso do EHQF o LL está parcialmente cheio e existem mais vórtices do que elétrons – para $\nu = 1/3$ há 3 fluxos de quanta para cada elétron. A remoção ou adição de carga no sistema somente pode ser feita em unidades de e (carga fundamental). Se um (01) elétron é removido do estado $\nu = 1/3$, os 3 fluxos de quanta excedentes influenciam a distribuição de probabilidade do e-r formando 3 vórtices. Cada vórtice terá uma deficiência de carga exatamente igual a $+e/3$. Esta excitação elementar é chamada de quaseburaco. Analogamente, se um elétron é adicionado ao estado $\nu = 1/3$, três quaselétrons são criados pela abstinência de três fluxos de quanta. Cada quaselétron possuirá uma carga exatamente igual a $-e/3$. [10]

3.4 O Efeito Shubnikov–de Haas

Platôs na resistência Hall (R_H) estão intimamente relacionados com mínimos na magnetoresistência (R_{xx}), conforme observado na Fig. 3.2. Assim, o fenômeno associado ao efeito Hall, denominado efeito Shubnikov–de Haas (SdH), também é explicado com os conceitos de níveis de Landau (LL), explanados anteriormente.

O efeito SdH assinala-se por oscilações na resistência em função do incremento do campo magnético aplicado (B). O efeito foi descoberto em 1930, quando L. Shubnikov e W. J. Haas observaram oscilações na resistência de amostras do semimetal Bi. Em 1956, o mesmo tipo de oscilação foi observada no semicondutor InSb. Desde então, o efeito tem sido extensivamente utilizado no estudo e caracterização de semicondutores. Esta tese também faz uso do efeito SdH para estudar o transporte quântico em PQWs.

O período das oscilações (P) é determinado pela relação:

$$P = \frac{1}{B_i} - \frac{1}{B_{i-1}} = \frac{e\hbar}{mE_F} \quad (3.15)$$

onde B_{i-1} e B_i são os valores do campo magnético que correspondem a picos sucessivos na magnetoresistência e E_F a energia de Fermi.

Para um gás bidimensional (2D), a energia de Fermi é dada por: $E_{F(2D)} = (\hbar^2 \pi n_s)/m$. Nestas condições, pode-se extrair a densidade de carga (n_s) através de:

$$n_s = \frac{e}{\pi \hbar} \cdot \frac{1}{P} \quad \Rightarrow \quad n_s (10^{11} \text{ cm}^{-2}) = \frac{0,484}{P(\text{Tesla})} \quad (3.16)$$

Estatisticamente, determina-se P através do coeficiente angular do gráfico $1/B$ em função dos índices dos níveis de Landau.

O ajuste dos dados experimentais das oscilações de SdH ($\Delta R = R(B) - R_0$) são feitos por meio de expressões analíticas.

Para o caso 2D, as oscilações são dadas por: [16]

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{4 A_T}{\sinh A_T} \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c \cdot \tau}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi E_{F(2D)}}{\hbar \omega_c} - \pi\right) \quad (3.17)$$

onde $A_T = (2\pi^2 k_B T)/(\hbar \omega_c)$ e R_0 representa a resistência a campo zero.

Para o caso tridimensional (3D), por: [17, 18]

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left(\frac{\hbar \omega_c}{2E_{F(3D)}}\right)^{1/2} \cdot \frac{a A_T}{\sinh A_T} \cdot \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c \cdot \tau}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi E_{F(3D)}}{\hbar \omega_c} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.18)$$

onde $a = 2,5$ ($a = 1,0$) para o caso transverso (longitudinal).

Nas equações acima, o parâmetro ajustável τ é o tempo quântico, que será abordado em detalhes em capítulos à frente.

Capítulo 4

Estrutura Eletrônica em Campo Magnético

4.1 Introdução

A HAMILTONIANA de um elétron movendo-se sob a influência de um potencial de confinamento ao longo de z , $V(z)$, e perturbado por um campo magnético inclinado, conforme a orientação da Fig. 4.1, é dada por: [19]

$$H = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(z) + V_B B^2 (y^2 \cos^2 \theta + z^2 \sin^2 \theta - yz \sin(2\theta) - 2Qy \cos \theta + 2Qz \sin \theta) \quad (4.1)$$

onde $V_B B^2$ é o termo da energia magnética e Q é a coordenada do centro do movimento ciclotrônico, dados por: (ω_c é a frequência de ciclotron)

$$V_B B^2 = \frac{m\omega_c^2}{2}; \quad Q = \frac{\hbar k_x}{eB}; \quad \omega_c = \frac{eB}{m} \quad (4.2)$$

Em casos especiais, onde o campo permanece somente paralelo ao plano do substrato ou somente perpendicular, a Eq. (4.1) pode ser separada nas variáveis y e z , e soluções são facilmente encontradas.

Por exemplo, se $\theta = 0$ (campo perpendicular) a Hamiltoniana se reduz a

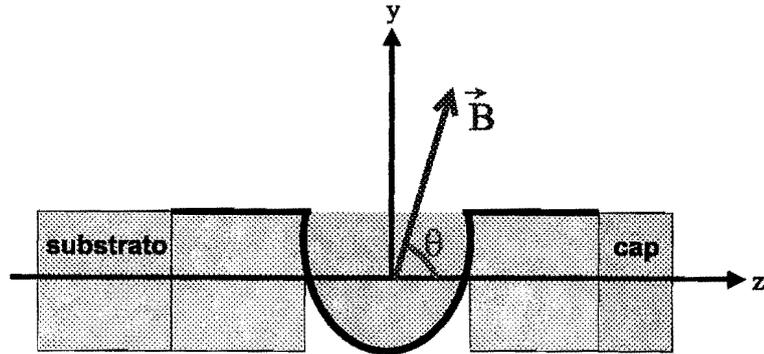


Fig. 4.1: Orientações para escrever as Hamiltonianas.

dois termos independentes ($\hbar^2 k_x^2/2m = V_B B^2 Q^2$)

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + V_B B^2 (y - Q)^2 \right) \quad (4.3)$$

onde na variável z encontram-se as energias de confinamento do sistema e em y os níveis de Landau.

Por outro lado, se $\theta = 90^\circ$ (campo paralelo)

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + V_B B^2 (z + Q)^2 \right) \quad (4.4)$$

Assim, os elétrons estão livres para se moverem em y e em z observa-se o deslocamento diamagnético.

Todavia, se ambos os campos B_y e B_z forem finitos, as variáveis y e z não podem ser mais separadas. Desta forma, o termo cruzado $V_B B^2 yz \sin(2\theta)$ permanece no problema e métodos variacionais ou perturbativos devem ser utilizados. [20] Uma única exceção é para o caso do potencial de confinamento ser do tipo parabólico, ou seja, o equivalente a um PQW sem carga capturada. Neste caso, a Hamiltoniana pode ser separada e soluções analíticas são encontradas. [21]

Passaremos a especificar cada item mencionado.

4.2 Campo Perpendicular

Em z :

As energias de confinamento do sistema são obtidas através de cálculos auto-consistentes.

Em y :

Os níveis de Landau são bem conhecidos. Tomando $k_x = 0$, eles são dados por

$$E_i = \left(i - \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \quad (4.5)$$

com $i = 1, 2, \dots$, sendo um inteiro.

Porém, um efeito de borda pode ser observado quando $k_x \neq 0$. Como o campo está aplicado em z , o centro das órbitas do movimento ciclotrônico estão ao longo de y , tendo um valor máximo na borda da amostra. Se a medida for efetuada utilizando contatos na configuração de Van der Pauw, a borda será realmente a borda física da amostra, podendo atingir centímetros de comprimento. Todavia, se a medida for realizada utilizando uma barra Hall, o valor da borda terá as dimensões da barra Hall (no nosso caso, $200 \times 500 \mu\text{m}$). O efeito de borda é apresentado na Fig. 4.2 para $B_{\theta=0} = 1\text{T}$.

Partindo do centro da amostra ($k_x = 0$) em direção à borda, a energia de cada nível de Landau aumenta em relação ao valor obtido pela Eq. (4.5). Dessa forma, para cada campo haverá uma dispersão em energias do tipo da Fig. 4.2. Por outro lado, para cada ponto k_x pode-se construir um diagrama $E \times B$. Este será o espectro de energia observado em medidas de transporte. Dentre os espectros possíveis, utiliza-se o diagrama $E \times B$ no ponto $k_x = 0$. [22] Assim, a Fig. 4.3 apresenta o diagrama $E \times B$ para $k_x = 0$ para o intervalo $B_{\theta=0} = 0 - 10\text{T}$. Observa-se que, como esperado, a linha sólida, Eq. (4.5), ajusta perfeitamente os pontos obtidos para a construção do diagrama.

Energia total:

Segundo a Eq. (4.3), o espectro total de energia terá o aspecto da Fig. 4.3, deslocado em energia pelo valor da energia de confinamento. [Isto se repetirá para cada sub-banda ocupada.] O comportamento final, para os cinco

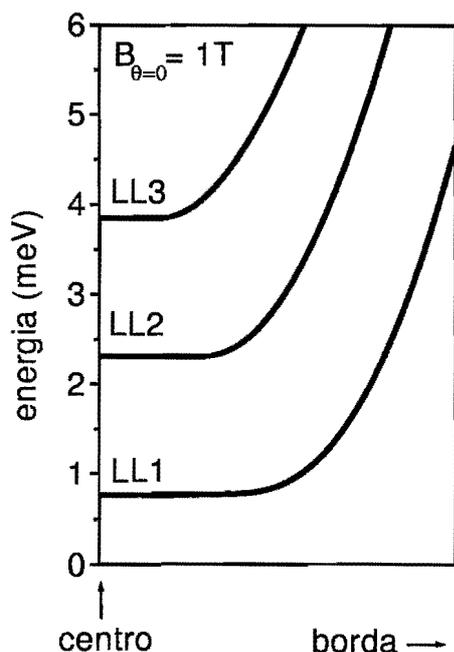


Fig. 4.2: Efeito de borda nos níveis de Landau (LL). $B_{\theta=0} = 1\text{T}$. No centro da amostra, $k_x = 0$.

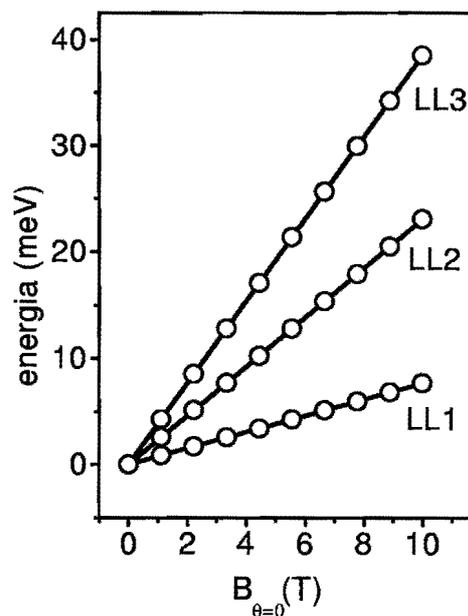


Fig. 4.3: Círculos abertos: Diagrama $E \times B$ ($k_x = 0$) construído a partir de uma seqüência crescente em $B_{\theta=0}$ de espectros do tipo da Fig. 4.2. Linha sólida: Eq. (4.5).

primeiros níveis de Landau, é apresentado na Fig. 4.4 para um PQW-2000-Å com duas sub-bandas ocupadas.

4.3 Campo Paralelo

Em y :

O movimento na direção y é o de uma partícula livre com energia dada por:

$$E_y = \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} \quad (4.6)$$

Em z :

Novamente aparece um efeito de borda. Desta vez, porém, o campo é direcionado em y e os centros das órbitas Q estão em z , direção de crescimento

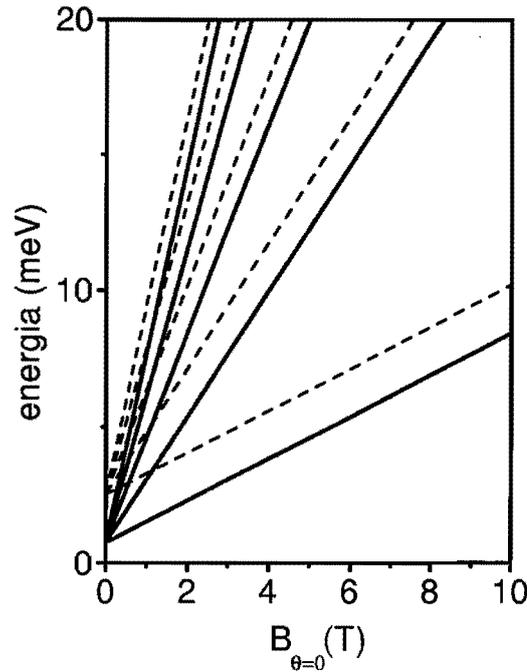


Fig. 4.4: Níveis de Landau para um PQW-2000-Å com 2 sub-bandas ocupadas.

das heteroestruturas. Portanto, o valor máximo de Q será, a partir do centro do poço, $W/2$, sendo W a largura do poço quântico. Para a mesma configuração anterior (PQW-2000-Å com 2 sub-bandas ocupadas) a Fig. 4.5 exemplifica este efeito para $B_{\theta=90^\circ} = 1\text{T}$. O comportamento é semelhante ao efeito de borda nos níveis de Landau. Aqui, porém, as energias em $k_x = 0$ correspondem às energias auto-consistentes das sub-bandas *mais* um termo magnético que depende quadraticamente de z , Eq. (4.4). Isso explica por que cada curva do diagrama $E \times B$ ($k_x = 0$) apresentado na Fig. 4.6 inicia com as energias das sub-bandas e cresce com o incremento da intensidade do campo paralelo aplicado. Também, observa-se que o valor da energia da separação entre dois níveis consecutivos aumenta com o incremento do campo. Este efeito é denominado deslocamento diamagnético e é responsável pelas oscilações na resistência de um gás 2D de elétrons submetido a um campo perpendicular à direção de confinamento, i.e., paralelo ao plano do substrato.

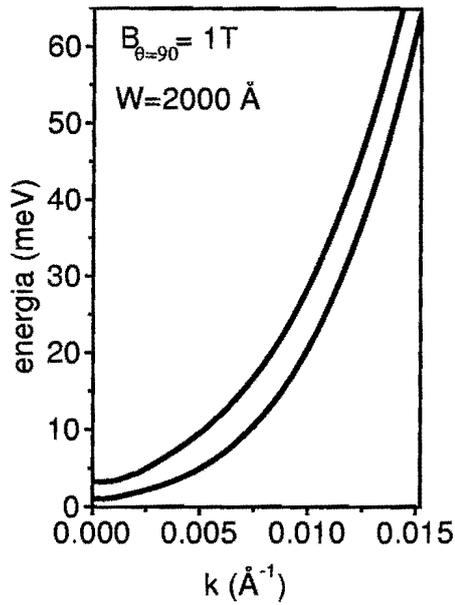


Fig. 4.5: Efeito de borda para um PQW-2000-Å com 2 sub-bandas ocupadas.

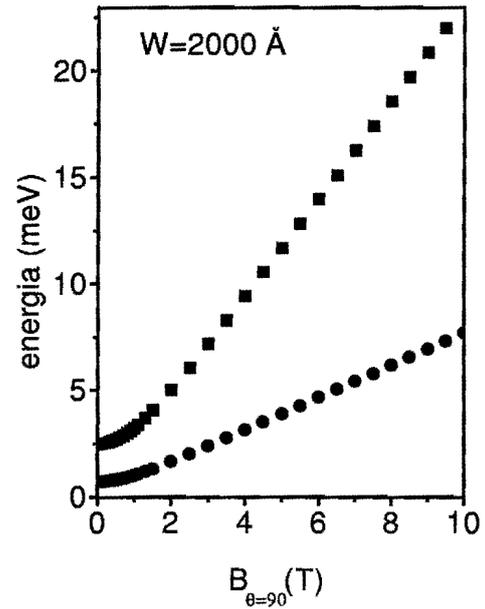


Fig. 4.6: Diagrama $E \times B$ ($k_x = 0$) construído a partir de uma sequência crescente em $B_{\theta=90}$ de espectros do tipo da Fig. 4.5.

4.4 Campo Inclinado

Quando o campo é inclinado, os efeitos acima mencionados separadamente sobrepõem-se e o sistema assume um aspecto complexo. Para o caso especial de um potencial de confinamento do tipo parabólico, $m\Omega^2 z^2/2$, soluções analíticas são encontradas. [21] Para uma série de ângulos θ , a sequência da Fig. 4.7 mostram como muda os espectros de energia em função de θ . Vê-se que, iniciando com os tradicionais níveis de Landau, $\theta = 0$, as curvas de cada sub-banda, quando θ se aproxima de 90° , convergem para uma única curva, que corresponde ao caso do campo paralelo ao plano do substrato. Vê-se também que, os níveis de Landau da primeira sub-banda se encurvam em direção oposta aos níveis da segunda sub-banda – efeito denominado anticruzamento dos níveis de Landau.

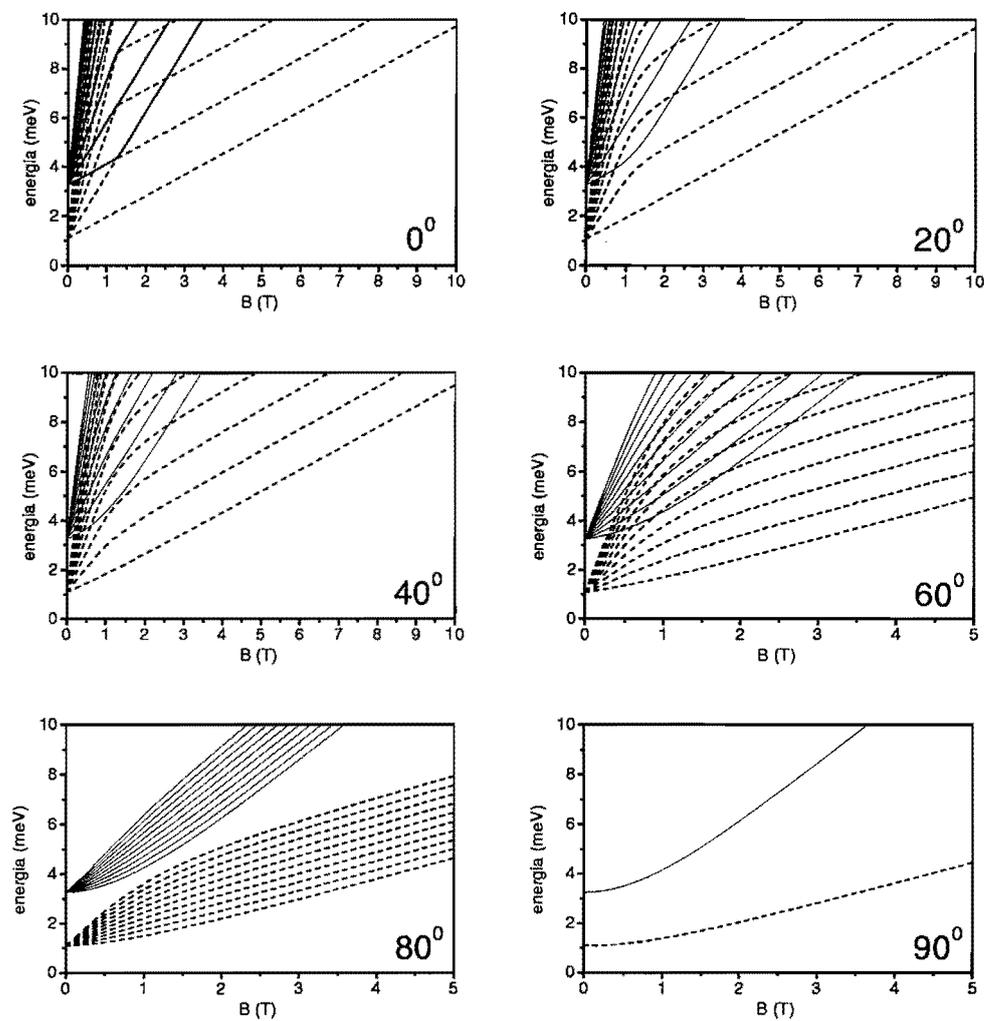


Fig. 4.7: Diagramas $E \times B$ para vários ângulos θ .

Capítulo 5

Descrição das Amostras

OS POÇOS QUÂNTICOS PARABÓLICOS estudados nesta tese são de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ e foram crescidos pela técnica de epitaxia por feixe molecular (MBE). Os rotulados por # 1 e # 2 foram crescidos pelo Prof. Dr. A. I. Toropov, no Instituto de Física de Semicondutores em Novosibirsk, Russia. Os outros, pelo Prof. Dr. Alain A. Quivy, no Laboratório de Novos Materiais Semicondutores (LNMS) do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP). Um esquema do crescimento e da nomenclatura utilizada para caracterizar os PQWs são apresentados na Fig. 5.1.

Inicialmente, sobre um substrato de GaAs(100), cresce-se uma camada *buffer* de $1\mu\text{m}$ de espessura de GaAs (após 2000Å de crescimento, faz-se uma super-rede de GaAs e AlAs para contenção de impurezas do substrato). Após isso, com a concentração de Al variando linearmente de zero até x_2 (por exemplo, 30%), cresce-se uma rampa de 500Å de espessura. Após a rampa, mantendo a concentração de Al em x_2 , cresce-se 1000Å de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Em seguida, inicia-se a primeira dopagem. Distante do poço (pela camada *spacer*), e em ambos os lados, dopa-se a estrutura com uma camada delta de Si (concentração: $5,0 \times 10^{11}\text{ cm}^{-2}$).

O poço é crescido com a concentração de Al variando quadraticamente ao longo da direção de crescimento, através do método de liga binária. [23]

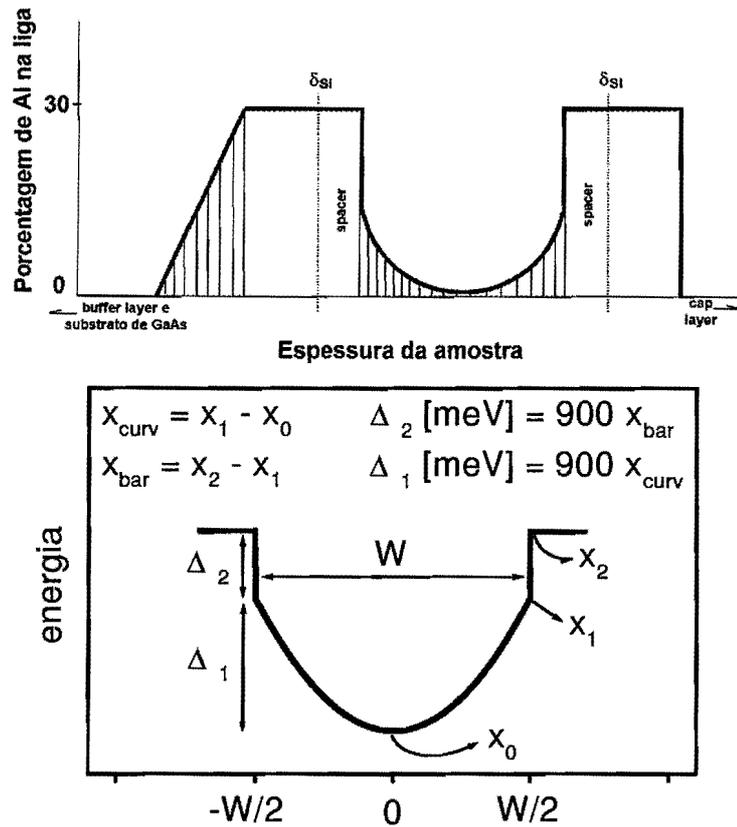


Fig. 5.1: Esquema do crescimento e nomenclatura para caracterizar os PQWs.

Este método consiste na deposição alternada de monocamadas de GaAs e AlAs de modo a obter-se a composição desejada da liga de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ em cada ponto da estrutura.

Para finalizar a estrutura, após a segunda dopagem, deposita-se mais uma camada de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ($x = x_2$) de 400 Å de espessura. Em seguida, com o objetivo de eliminar estados de superfície, faz-se mais uma dopagem com Si (concentração: $2,0 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$). Para encerrar, cresce-se uma camada de 100 Å de GaAs (*cap layer*), a fim de proteger a estrutura contra oxidação.

As Tabelas a seguir, apresentam os parâmetros de crescimento, as densidades de carga capturadas pelo poço e as mobilidades das amostras de poço quântico parabólico estudadas neste trabalho.

PQW # 1

Tabela 5.1: PQW # 1. Largura do poço W (Å), camada *spacer* S (Å), concentrações da liga x , curvatura da parábola Δ_1 (meV), altura da barreira Δ_2 (meV), densidade para o poço cheio n_f (10^{11} cm $^{-2}$), densidade determinada experimentalmente n_s (10^{11} cm $^{-2}$), preenchimento do poço p e mobilidade de transporte μ_H (10^3 cm 2 /Vs).

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
2000	100	0	0,17	0,25	0,17	0,08

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
155	75	4,3	3,9	92%	65

PQW # 2

Tabela 5.2: PQW # 2. Largura do poço W (Å), camada *spacer* S (Å), concentrações da liga x , curvatura da parábola Δ_1 (meV), altura da barreira Δ_2 (meV), densidade para o poço cheio n_f (10^{11} cm $^{-2}$), densidade determinada experimentalmente n_s (10^{11} cm $^{-2}$), preenchimento do poço p e mobilidade de transporte μ_H (10^3 cm 2 /Vs).

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
4000	100	0	0,26	0,27	0,26	0,01

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
240	10	3,4	3,4	100%	210

PQW # 36

Tabela 5.3: PQW # 36. Largura do poço $W(\text{Å})$, camada spacer $S(\text{Å})$, concentrações da liga x , curvatura da parábola $\Delta_1(\text{meV})$, altura da barreira $\Delta_2(\text{meV})$, densidade para o poço cheio $n_f(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, densidade determinada experimentalmente $n_s(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, preenchimento do poço p e mobilidade de transporte $\mu_H(10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs})$.

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
2000	150	0	0,27	0,27	0,27	0

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
243	0	6,7	1,17	17%	48

PQW # 37

Tabela 5.4: PQW # 37. Largura do poço $W(\text{\AA})$, camada *spacer* $S(\text{\AA})$, concentrações da liga x , curvatura da parábola $\Delta_1(\text{meV})$, altura da barreira $\Delta_2(\text{meV})$, densidade para o poço cheio $n_f(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, densidade determinada experimentalmente $n_s(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, preenchimento do poço p e mobilidade de transporte $\mu_H(10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs})$.

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
2000	150	0	0,27	0,27	0,27	0

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
243	0	6,7	2,2	33%	62

PQW # 63

Tabela 5.5: PQW # 63. Largura do poço $W(\text{Å})$, camada *spacer* $S(\text{Å})$, concentrações da liga x , curvatura da parábola $\Delta_1(\text{meV})$, altura da barreira $\Delta_2(\text{meV})$, densidade para o poço cheio $n_f(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, densidade determinada experimentalmente $n_s(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, preenchimento do poço p e mobilidade de transporte $\mu_H(10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs})$.

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
1500	150	0	0,27	0,31	0,27	0,04

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
243	36	9,0	3,9	43%	101

PQW # 84

Tabela 5.6: PQW # 84. Largura do poço $W(\text{\AA})$, camada *spacer* $S(\text{\AA})$, concentrações da liga x , curvatura da parábola $\Delta_1(\text{meV})$, altura da barreira $\Delta_2(\text{meV})$, densidade para o poço cheio $n_f(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, densidade determinada experimentalmente $n_s(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, preenchimento do poço p e mobilidade de transporte $\mu_H(10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs})$.

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
1000	200	0	0,20	0,31	0,20	0,11

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
180	99	10,0	4,6	46%	171

PQW # 85

Tabela 5.7: PQW # 85. Largura do poço $W(\text{Å})$, camada *spacer* $S(\text{Å})$, concentrações da liga x , curvatura da parábola $\Delta_1(\text{meV})$, altura da barreira $\Delta_2(\text{meV})$, densidade para o poço cheio $n_f(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, densidade determinada experimentalmente $n_s(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, preenchimento do poço p e mobilidade de transporte $\mu_H(10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs})$.

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
2000	150	0	0,27	0,31	0,27	0,04

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
243	36	6,7	2,9	43%	151

PQW # 86

Tabela 5.8: PQW # 86. Largura do poço $W(\text{\AA})$, camada *spacer* $S(\text{\AA})$, concentrações da liga x , curvatura da parábola $\Delta_1(\text{meV})$, altura da barreira $\Delta_2(\text{meV})$, densidade para o poço cheio $n_f(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, densidade determinada experimentalmente $n_s(10^{11} \text{ cm}^{-2})$, preenchimento do poço p e mobilidade de transporte $\mu_H(10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs})$.

W	S	x_0	x_1	x_2	x_{curv}	x_{bar}
3000	150	0	0,27	0,31	0,27	0,04

Δ_1	Δ_2	n_f	n_s	p	μ_H
243	36	4,6	2,2	47%	118

Capítulo 6

A Barra Hall e os Contatos

APÓS O CRESCIMENTO das amostras de poço quântico parabólico, é necessário gravar barras Hall com o objetivo de otimizar as medidas de transporte. Para isso, utilizamos litografia convencional para a transferência do padrão da máscara e ataque químico para decapar a estrutura. As próximas figuras, apresentam passo a passo o processo litográfico para a produção das barras Hall.

Para a decapagem, utilizou-se solução de $H_3PO_4 : H_2O_2 : H_2O$, na razão de 3 : 1 : 50, respectivamente. Com esta solução, em heteroestruturas de $Al_xGa_{1-x}As$, a velocidade de decapagem é de aproximadamente 1000 Å por minuto.

A nossa barra Hall possui dimensões $200 \times 500 \mu m$ (região ativa), o que resulta em um fator geométrico de 2,5. [Nota: O fator geométrico é definido como a razão do comprimento da região ativa da barra pela sua largura.] Os canais que ligam a região ativa com a área dos contatos possuem espessura de $20 \mu m$.

Na área dos contatos, difunde-se Índio ($400^\circ C$ durante 3 minutos) para proporcionar o contato elétrico do gás de elétrons capturado pelo poço com os instrumentos de leitura das medidas de transporte. Os equipamentos para se fazer os contatos é apresentado no fim deste capítulo.

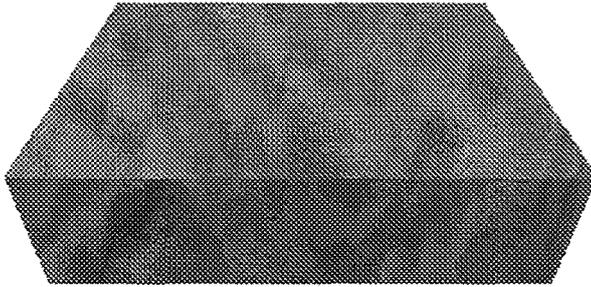


Fig. 6.1: Amostra. Limpa-se a superfície da amostra com acetona. Em seguida, seca-se com um fluxo de nitrogênio gasoso.

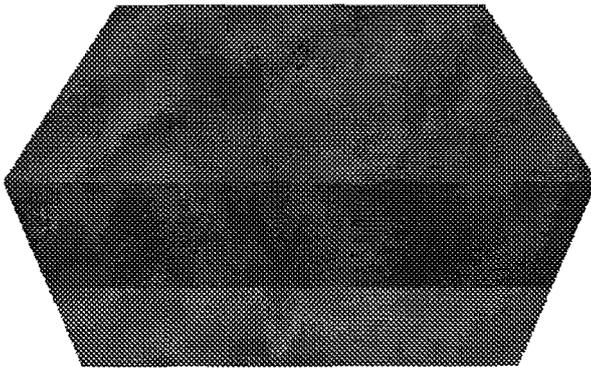


Fig. 6.2: Fotoresiste. No *spinner*, pinga-se no lado do *cap layer*, o fotoresiste. Antes da rotação, faz-se vácuo no suporte do *spinner* a fim de que a amostra não se desprenda da base giratória. Todo o processo é efetuado sob luz amarela. Em seguida, leva-se ao forno a 80°C , 15 minutos.

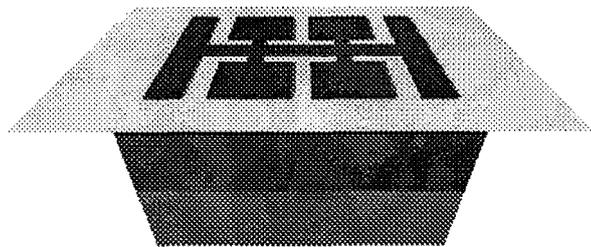


Fig. 6.3: Máscara. A máscara é colocada em cima da camada de fotoresiste. Incide-se luz ultravioleta em todo o conjunto. Assim, o fotoresiste exposto à luz é sensibilizado e o padrão da máscara é transferido ao fotoresiste.

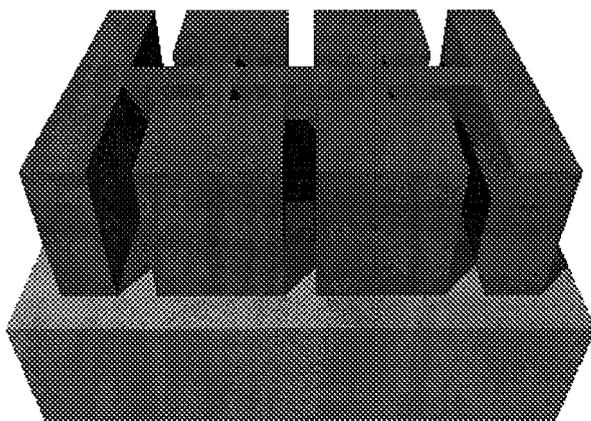


Fig. 6.4: **Revelação.** A amostra é colocada em uma solução de monocloro-benzeno. Isso definirá as bordas entre a região sensibilizada pela luz e a região não sensibilizada (aumentará o contraste). Após a secagem com um fluxo de nitrogênio gasoso, a amostra é colocada no revelador. Assim, toda região sensibilizada pela luz é removida. Imediatamente após o aparecimento da figura da máscara, ela é retirada da solução e colocada em água.

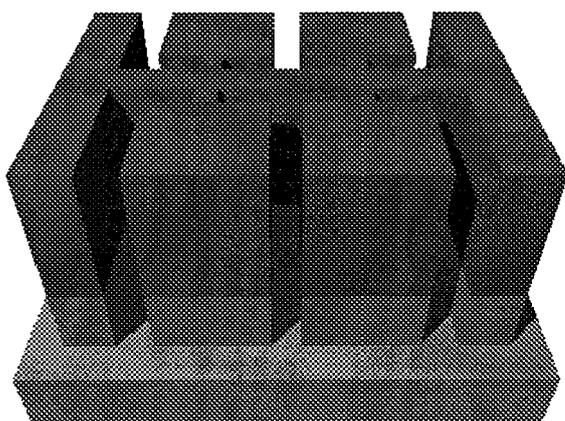


Fig. 6.5: **Decapagem.** Faz-se o ataque químico para se retirar o $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ não protegido com o fotoresiste. Durante o processo, a superfície de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ protegida com o fotoresiste não será decapada verticalmente pela solução química.

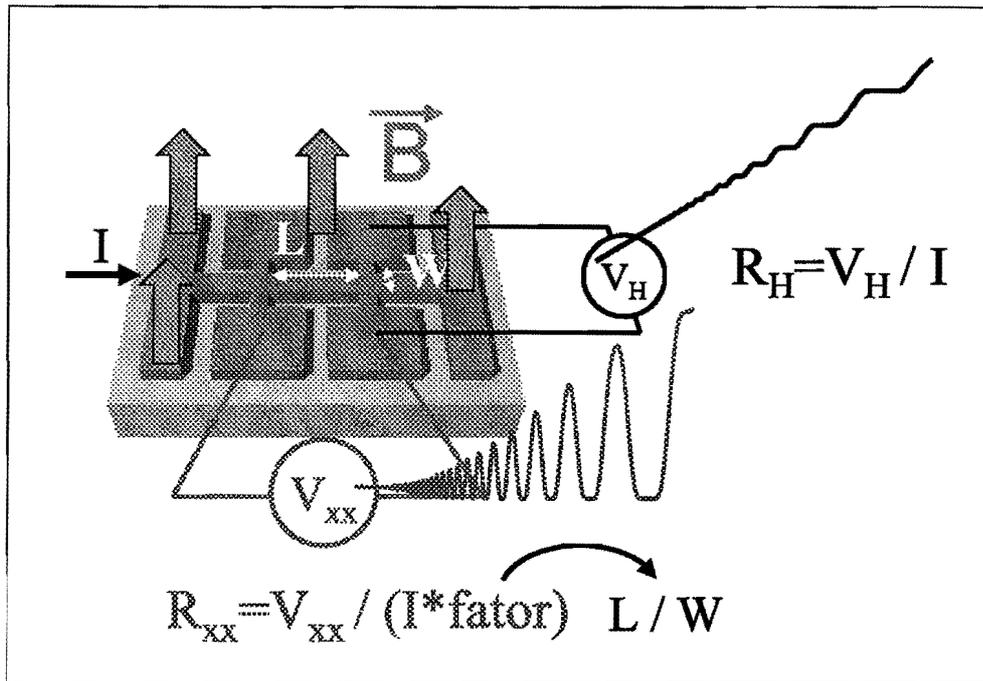


Fig. 6.6: A Barra Hall. Após a remoção do fotoresiste com acetona, a barra Hall está pronta para se fazer os contatos elétricos e as medidas. São apresentados os contatos que manifestam o efeito Hall (V_H) e o efeito Shubnikov-de Haas (V_{xx}).

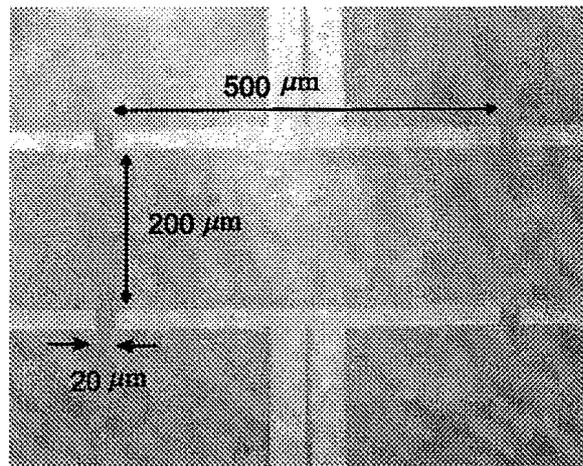


Fig. 6.7: Dimensões da região ativa da barra Hall utilizada nesta tese. $L = 500 \mu\text{m}$ e $W = 200 \mu\text{m}$.

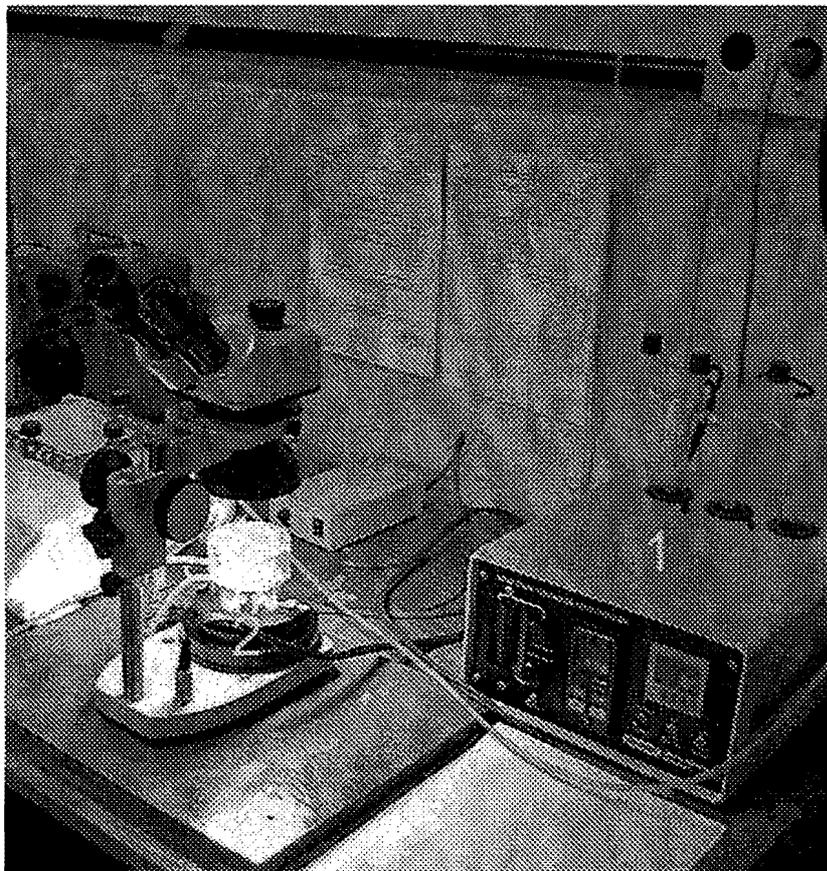


Fig. 6.8: **Contatos Elétricos.** (1) Módulo eletrônico que controla a temperatura da câmara da amostra. (2) A câmara da amostra contém um sistema de aquecimento e é mantida sob um fluxo constante de N_2 gasoso.

Capítulo 7

Caracterização por meio de Transporte

7.1 Introdução

AS MEDIDAS DE TRANSPORTE foram realizadas utilizando as facilidades experimentais do Laboratório de Novos Materiais Semicondutores (LNMS), Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo e do *Grenoble High Magnetic Field Laboratory (GHMFL), Max Planck Institute, França.*

A caracterização inicial das amostras e parte dos resultados experimentais significativos apresentados nesta tese foram realizados no LNMS. O arranjo experimental deste laboratório é esquematizado na Fig. 7.1 – também, veja texto explicativo na próxima seção.

O sistema do LNMS permite medidas a 1,5K. Já o GHMFL possui um sistema de refrigeração por diluição que utiliza Hélio-3 para esfriar as amostras a temperaturas da ordem de mili Kelvin. Sendo assim, utilizamos este sistema para realizar parte das medidas de transporte apresentadas neste trabalho ($T = 50$ mK).

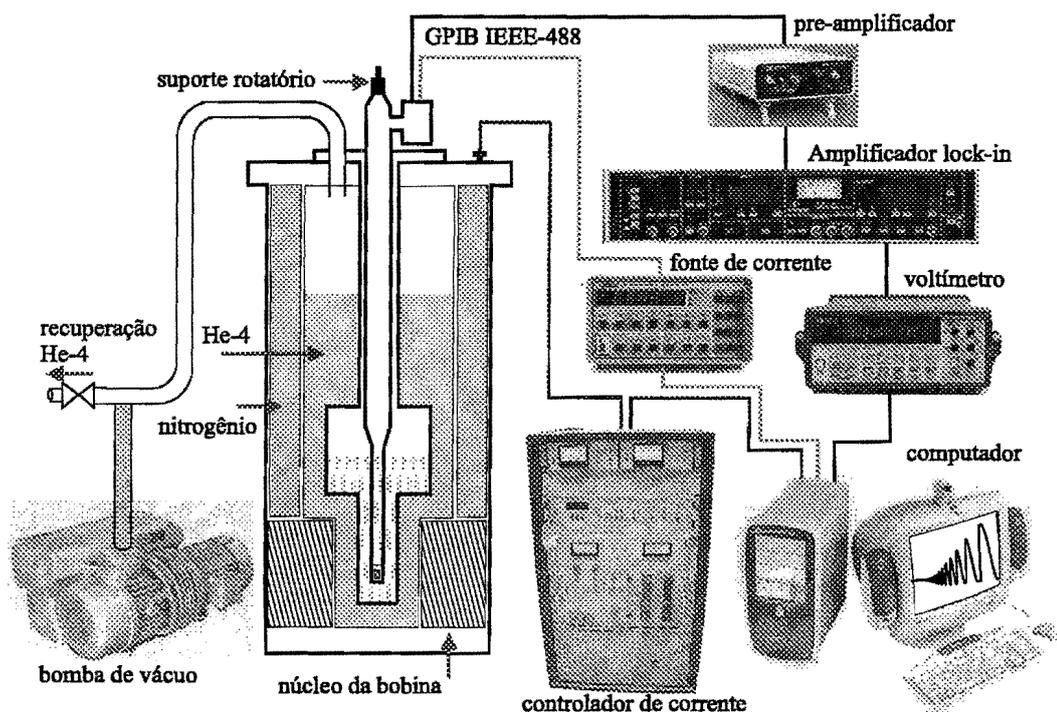


Fig. 7.1: Esquema do arranjo experimental para a realização das medidas de transporte.

7.2 Os Equipamentos do LNMS

Para a realização das medidas de transporte, o LNMS do IFUSP possui um sistema magnético supercondutor que possibilita a obtenção de campos magnéticos da ordem de 17T em temperaturas da ordem de 1,5K. O sistema consiste dos seguintes elementos – Fig. 7.1:

- Um pré-amplificador de voltagem diferencial modelo *EGG 5186 Princeton Applies Research*. Este equipamento é utilizado para realizar o primeiro estágio de amplificação dos sinais de tensão provenientes dos contatos da voltagem longitudinal e transversal.

- Um amplificador *look in* modelo *EGG 5210 Princeton Applies Research*. Ele recebe o sinal do pré-amplificador e continua o processo de amplificação e rejeição de ruídos indesejados. Simultaneamente, é utilizado para aplicar

uma corrente alternada da ordem de 1V às amostras.

■ Um multímetro programável modelo *Hewlett Packard 34401A*. Ele envia o sinal de voltagem amplificado ao computador.

■ Uma fonte de corrente programável modelo *Keithley 224*. Ela está conectada a um diodo emissor de luz, localizado no porta amostra. Ilumina-se as amostras quando se deseja variar a concentração de portadores.

■ Um sistema magnético supercondutor modelo *Oxford* com sistema *Variable Temperature Insert*. Estes sistemas fornecem campos magnéticos da ordem de 17T em temperaturas da ordem de 1,5K.

■ Uma fonte de corrente programável utilizada no sistema magnético supercondutor modelo *Oxford IPS120-10*.

■ Um controlador de temperatura programável utilizada no sistema *Variable Temperature Insert* modelo *Oxford ITC-503*.

■ Um controlador de nível de Hélio-4 e de Nitrogênio modelo *Oxford ILM-211*.

■ Um computador para a aquisição dos dados. Para a comunicação digital entre o computador e os equipamentos foi utilizado o *bus GPIB-IEEE-488*. Adicionalmente, um programa escrito em linguagem C foi responsável pelo controle automático dos equipamentos e pela aquisição numérica dos dados.

Adicionalmente, para as medidas em campo magnético inclinado, foi empregado um porta amostra com suporte rotatório. O suporte possui um sistema de engrenagens acoplado à uma mesa giratória sobre a qual são colocadas (soldadas) as amostras. Pode-se variar o ângulo de inclinação com uma precisão de 2 graus. Próximo da região onde a amostra é soldada, existe o diodo emissor de luz mencionado anteriormente. Também, nesta mesma região, fica instalado um termopar para leitura da temperatura das amostras.

7.3 Técnicas de Caracterização de Amostras

A Fig. 6.6 apresenta a disposição dos contatos longitudinal e transversal em uma barra Hall, responsáveis pelas medidas das voltagens longitudinal e Hall, respectivamente.

Geralmente, a aquisição de dados é feita lendo valores de voltagens. Assim, necessita-se transformar os valores de voltagem em valores de resistência. Utilizando a lei de Ohm, o valor da resistência longitudinal é dada por:

$$R_{xx} = \frac{V_{xx}}{I \cdot f} \quad (7.1)$$

onde V_{xx} é a voltagem longitudinal em função do campo magnético, f o fator geométrico da barra Hall e I a corrente aplicada. Já a resistência Hall é simplesmente:

$$R_H = \frac{V_H}{I} \quad (7.2)$$

onde V_H é a voltagem Hall em função do campo magnético.

Um valor importante de transporte, utilizado para determinar a mobilidade de transporte, é o da resistência longitudinal (do quadrado) a campo zero, dado por:

$$R_{\square} = \frac{V_{xx}(0)}{I \cdot f} \quad (7.3)$$

onde $V_{xx}(0)$ é a voltagem longitudinal na ausência de campo magnético.

Como demonstrato anteriormente, Eq. (3.6), a resistência clássica Hall varia linearmente com o incremento do campo magnético aplicado. Assim, no regime clássico (para valores pequenos de campo magnético, geralmente até 0,5T), a densidade de carga pode ser determinada experimentalmente através do coeficiente angular da reta (α) voltagem Hall versus campo magnético, por meio de:

$$n_H = \frac{I}{e \cdot \alpha} \quad (7.4)$$

onde e é a carga elementar do elétron.

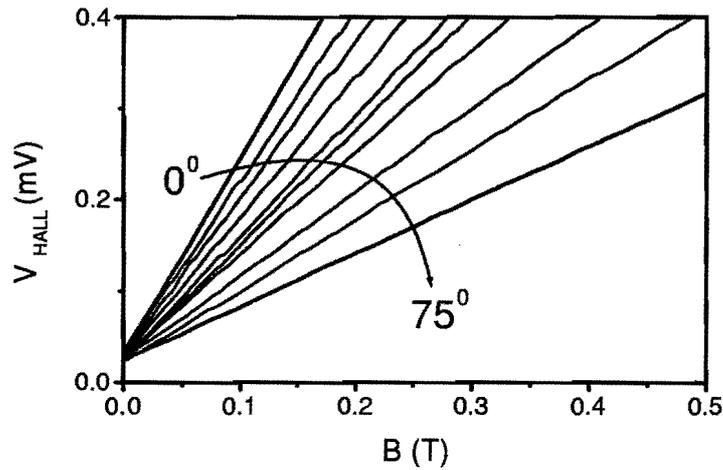


Fig. 7.2: O coeficiente angular da medida da voltagem Hall de um gás 2D varia em função do incremento do ângulo.

Determinados os valores R_{\square} e n_H , a mobilidade de transporte é determinada por:

$$\mu = \frac{1}{R_{\square} \cdot e \cdot n_H} \quad (7.5)$$

Apesar das medidas de transporte serem efetuadas na maioria dos casos em portas amostra com marcadores numéricos no sistema de rotação, pode-se determinar experimentalmente o valor do ângulo de inclinação do campo magnético aplicado em relação à base do porta amostra, e conseqüentemente, em relação ao plano do substrato da amostra, por meio de:

$$\theta = \arccos \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_0} \right) \quad (7.6)$$

onde α_0 é o coeficiente angular da medida Hall com o campo magnético aplicado perpendicularmente ao plano do substrato, ou seja, $\theta = 0$ e α_i o coeficiente angular da medida Hall com a amostra inclinada em relação ao campo magnético aplicado.

A Fig. 7.2 mostra como um gás de elétrons bidimensional (2D) é sensível à inclinação do campo magnético em relação ao plano do substrato. Observe que com o incremento do ângulo o valor de α_i diminui.

Outra técnica importante de medidas de transporte é a determinação da densidade de carga através das oscilações SdH, conforme a Eq. (3.16). Para ilustrar este método, a Fig. 7.3 apresenta as oscilações SdH de um gás 2D. Na caixa desta figura, referente aos picos na resistência, grafica-se o valor do inverso do valor do campo magnético em função dos correspondentes índices dos níveis de Landau. Assim, através do coeficiente angular deste gráfico determina-se o valor do período das oscilações SdH: $P = 0,115\text{T}$. E por meio da equação acima mencionada: $n_s = 4,2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

Pode-se confirmar o valor da densidade acima através do conceito de depopulação de LLs. Pela Fig. 7.3, o mínimo das oscilações referente ao fator de preenchimento $\nu = 4$ ocorre em $4,3\text{T}$. Substituindo estes valores na Eq. (3.11), encontramos novamente $n_s = 4,2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ para a densidade de carga participante nas oscilações.

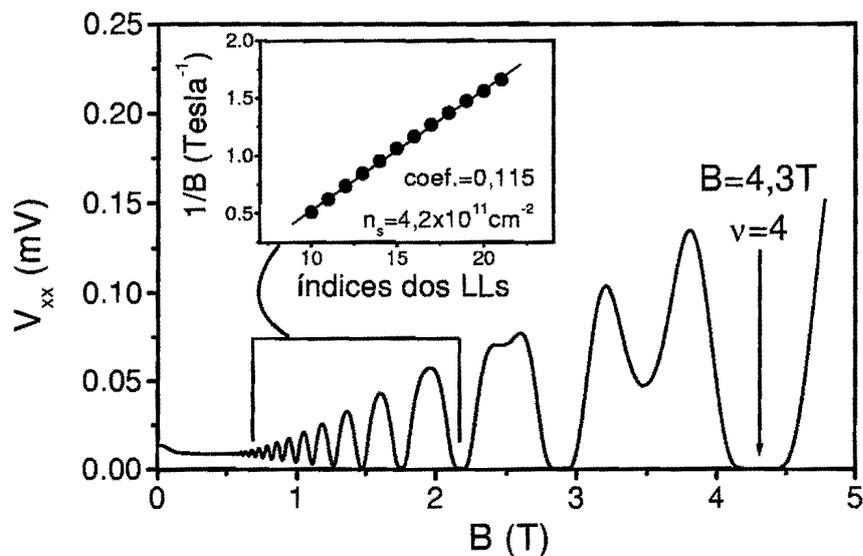


Fig. 7.3: Oscilações de Shubnikov-de Haas (SdH).

Capítulo 8

Anticruzamento de Níveis de Landau

8.1 Introdução

O ANTICRUZAMENTO DE NÍVEIS DE LANDAU (LL) em campo magnético inclinado ocorre quando a carga capturada pelo poço de PQW é suficiente para preencher duas ou mais sub-bandas. Pode-se entender o efeito através do espectro de energia dos LLs em campo magnético inclinado e por meio de cálculos auto-consistentes da magnetoresistência em função do ângulo.

Este capítulo trata do efeito experimental e teoricamente. Inicialmente, porém, apresentamos a caracterização das amostras de PQW estudadas.

8.2 Caracterização das Amostras

Estudamos as amostras de PQW # 36, # 37 e # 63, cujas Tabelas 5.3, 5.4 e 5.5 resumem os parâmetros de crescimento e os valores característicos extraídos das medidas de transporte.

■ **PQW # 36.** Segundo a Fig. 8.1, o último mínimo na resistência longitudinal ($\nu = 1$) ocorre em 4,9T. Através da Eq. (3.11), o valor da densidade

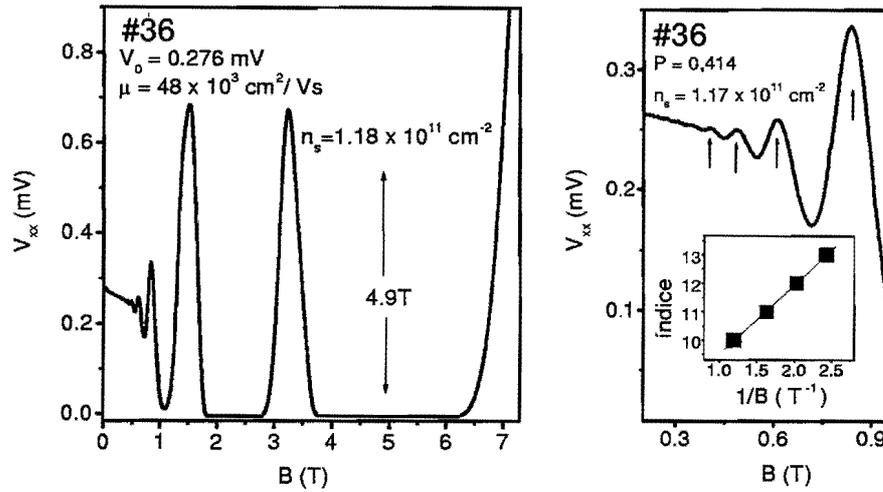


Fig. 8.1: Amostra # 36. $T = 50$ mK. Magnetoresistência e parâmetros de transporte.

areal de carga é: $n_s = 1,18 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. [Nota: Por meio da Eq. (7.4), a medida Hall confirma este valor de n_s .] A corrente (I) aplicada para a realização dos experimentos foi de 10^{-7} A. A barra Hall tem fator geométrico $f = 2,5$.

Nesta amostra, a voltagem longitudinal V_{xx} a campo zero possui valor $V_0 = 0,276$ mV. Assim, por meio da relação (7.3), o valor da resistência do quadrado é: $R_{\square} = 1104 \Omega$. Com os valores acima, e através da Eq. (7.5), o valor da mobilidade do PQW #36 é: $\mu_H = 48 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Confirmamos a densidade areal analisando as oscilações da resistência longitudinal em campo baixo, conforme visto na Fig. 8.1. Na caixa desta figura, apresentamos os índices de Landau em função do inverso do campo magnético de 4 máximos da resistência, assinalados por setas. Assim, determinamos o período das oscilações SdH e lançando mão da Eq. (3.16) determinamos o valor da densidade de carga $n_s = 1,17 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

Desta forma, em toda a região de campo magnético, o valor de n_s é o mesmo. Isso indica que a carga capturada pelo poço foi apenas suficiente para preencher a primeira sub-banda. De fato, este n_s corresponde somente

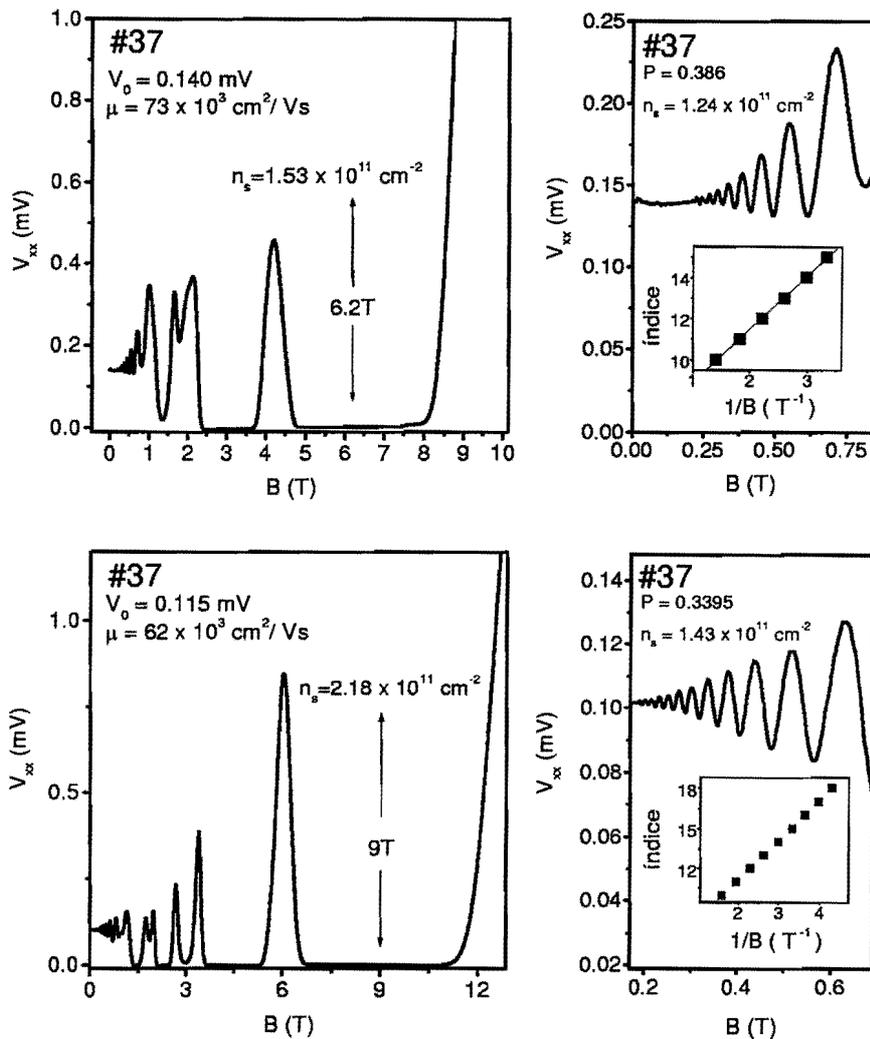


Fig. 8.2: Amostra # 37. $T = 50$ mK. Magnetoresistência antes (figuras superiores) e depois (inferiores) da amostra ser iluminada.

a 17% do poço preenchido.

■ **PQW # 37.** O mesmo procedimento utilizamos para caracterizar a amostra # 37.

As Figs. 8.2 apresentam os dados da magnetoresistência para dois casos distintos: antes e depois da amostra ser iluminada.

É importante notar que, tanto antes como depois da iluminação, a den-

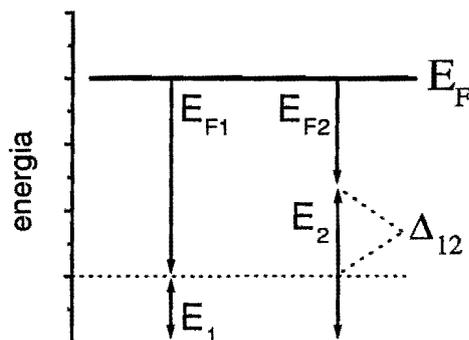


Fig. 8.3: Diagrama de energias para um sistema com 2 sub-bandas ocupadas.

sidade de carga obtida na região de campo alto foi diferente da extraída em campo baixo. Por exemplo, antes da iluminação os valores são:

$$\begin{aligned} n_s &= 1,53 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}; & \text{campo alto} \\ n_s &= 1,24 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}; & \text{campo baixo} \end{aligned}$$

E após iluminar:

$$\begin{aligned} n_s &= 2,18 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}; & \text{campo alto} \\ n_s &= 1,43 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}; & \text{campo baixo} \end{aligned}$$

Atribuímos os valores a campo baixo como sendo provenientes das oscilações da primeira sub-banda ocupada e os valores a campo alto como sendo a carga total capturada pela poço. [Nota: As medidas Hall confirmaram os valores de n_s obtidos a campo alto.]

Dessa forma, possuímos um sistema com duas sub-bandas ocupadas, cujos valores da densidade de cada sub-banda são:

$$\begin{aligned} \text{antes de iluminar: } n_{s1} &= 1,24 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} \\ n_{s2} &= 0,29 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} \\ \text{e após a iluminação: } n_{s1} &= 1,43 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} \\ n_{s2} &= 0,75 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} \end{aligned}$$

Com os valores de n_{si} , determinamos o valor da energia de separação entre as sub-bandas ocupadas, $\Delta_{12} = E_2 - E_1$, onde E_2 (E_1) é a energia

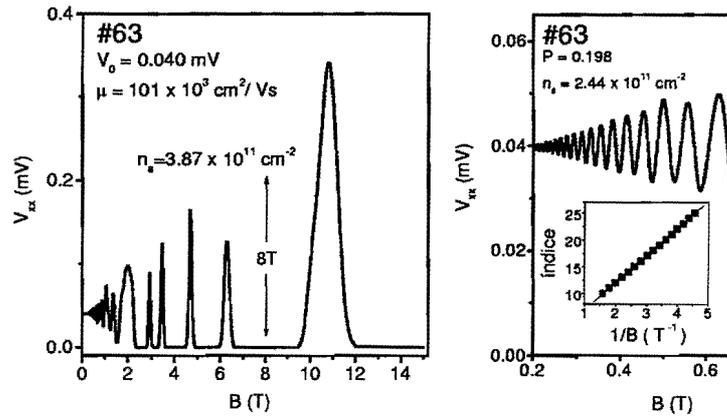


Fig. 8.4: Amostra # 63. $T = 50$ mK. O último mínimo ocorre em 16T. $\Delta_{12} = 3,25$ meV.

de confinamento da segunda (primeira) sub-banda. Através do diagrama da Fig. 8.3, tem-se: $E_{F1} + E_1 = E_{F2} + E_2 \implies \Delta_{12} = 3,19 \cdot (n_{s1} - n_{s2})$. [Nesta passagem, utilizamos as energias em unidades de meV, as densidades em 10^{11} cm^{-2} , $m = 0,075m_0$ e a a energia de Fermi de um gás bidimensional.]

Desta maneira,

$$\text{antes de iluminar: } \Delta_{12} = 3,03 \text{ meV}$$

$$\text{e após a iluminação: } \Delta_{12} = 2,17 \text{ meV}$$

Como esperado, quanto mais carga um PQW captura, o seu perfil parabólico se transforma, gradativamente, em um perfil de poço quadrado e, conseqüentemente, diminui a energia de separação entre dois níveis consecutivos.

■ **PQW # 63.** A caracterização também indicou um sistema com duas sub-bandas ocupadas, sendo que a Fig. 8.4 sintetiza os resultados encontrados.

8.3 Magnetoresistência em Função do Ângulo

Realizamos medidas da magnetoresistência em função do ângulo θ , conforme orientação da Fig. 4.1. A seguir, os resultados.

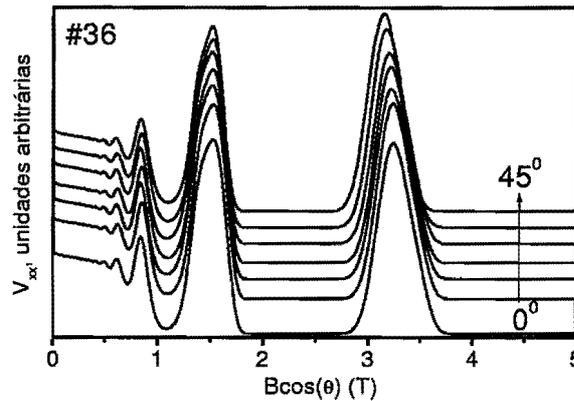


Fig. 8.5: Amostra # 36. $T = 50$ mK. Magnetoresistência em função do ângulo.

■ **PQW # 36.** A Magnetoresistência em função de θ é apresentada na Fig. 8.5. Como mencionado, há somente uma sub-banda oscilando. A figura confirma o fato do gás 2D ser sensível ao ângulo através dos cossenos; pois as oscilações não se deslocam com o aumento do ângulo.

[Para a construção da figura, multiplicamos o campo pelo cosseno do respectivo ângulo.]

■ **PQW # 37.** Para os dois valores de n_s , os resultados são semelhantes. Assim, somente mostraremos as medidas referentes à maior concentração ($n_s = 2,18 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$). Para facilitar a compreensão, apresentaremos os resultados em 3 visões diferentes: (1) com as curvas superpostas, Fig. 8.6; (2) no processo da escala graduada, Fig. 8.7 e (3) com as curvas deslocadas, Fig. 8.8.

O destaque destas figuras ocorre em $B_z = 1,5\text{T}$.

[A notação B_z indica que, nas figuras, os valores dos campos foram multiplicados pelo cosseno do respectivo ângulo θ .]

Em $B_z = 1,5\text{T}$, quando $\theta = 0$, existe um mínimo na resistência. Com o incremento do ângulo, este mínimo, gradativamente, se transforma em um máximo (em $\theta = 35^\circ$) e para valores de θ maiores que 35° , volta a existir um mínimo na resistência em $B_z = 1,5\text{T}$. Analisando as oscilações localizadas

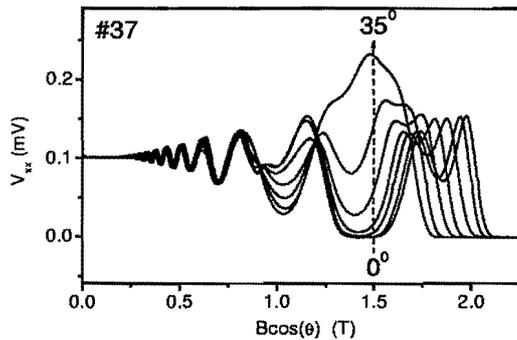


Fig. 8.6: Curvas superpostas.

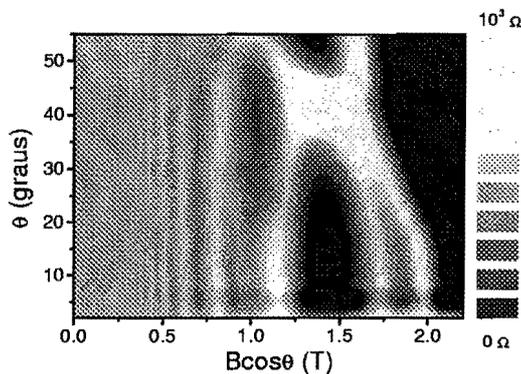
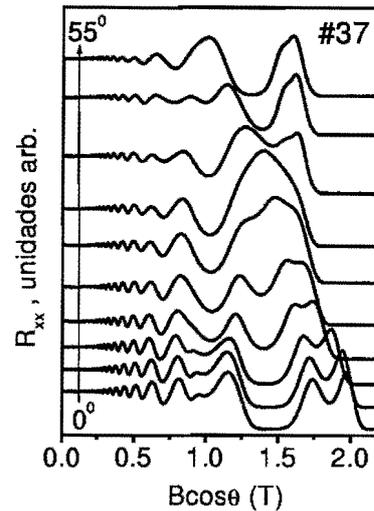


Fig. 8.7: Escala graduada da figura ao lado.

Fig. 8.8: Amostra # 37. $T = 50$ mK. Magnetoresistência em função do ângulo.

à direita e à esquerda de $B_z = 1,5$ T, observa-se que, quando $\theta = 35^\circ$ elas convergem para uma única oscilação e, quando $\theta > 35^\circ$, 'abrem' novamente em oscilações distintas.

Interpretram-se os resultados através do espectro de energia dos níveis de Landau em campo magnético inclinado, ver Fig. 8.9. Em $B_z = 1,5$ T, na figura correspondente a $\theta = 0$, não há nível de Landau cruzando a energia de Fermi; isso corresponde a um mínimo na resistência. Todavia, com o aumento do ângulo, os níveis E_{S1L3} e E_{S2L1} (sub-banda 2, nível de Landau 1) se movem e se cruzam – ver a figura $\theta = 32^\circ$. Dessa forma, para $\theta = 32^\circ$ os níveis E_{S1L3} e E_{S2L1} cruzam a energia de Fermi em $B_z = 1,5$ T; o que representa um máximo na resistência. Na figura $\theta = 34^\circ$, volta a situação de não haver nível de Landau cruzando a energia de Fermi em $B_z = 1,5$ T. Assim,

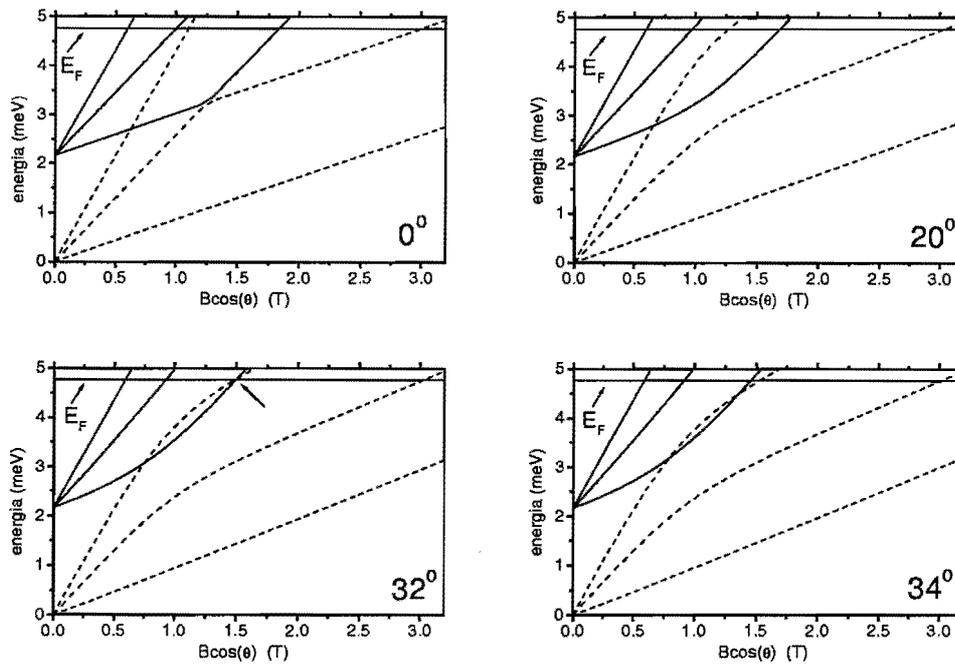


Fig. 8.9: Espectros de energia referentes a configuração da amostra # 37.

os espectros da Fig. 8.9 reproduzem qualitativamente o anticruzamento dos níveis de Landau observado experimentalmente.

O pequeno desacordo nos valores dos ângulos em relação aos dados experimentais vem, primeiro, do fato do potencial de confinamento utilizado nos cálculos ser do tipo parabólico, enquanto que em nosso poço o perfil é quase-parabólico.

E, segundo, pelo fato de utilizarmos uma energia de Fermi constante em todo o intervalo de campo, sendo que na realidade ela é função do campo magnético e oscila.

8.4 Cálculo Auto-Consistente da Magnetoresistência

Realizamos cálculos auto-consistentes da magnetoresistência em função de θ . Nos cálculos, para cada campo magnético (dividimos o intervalo em

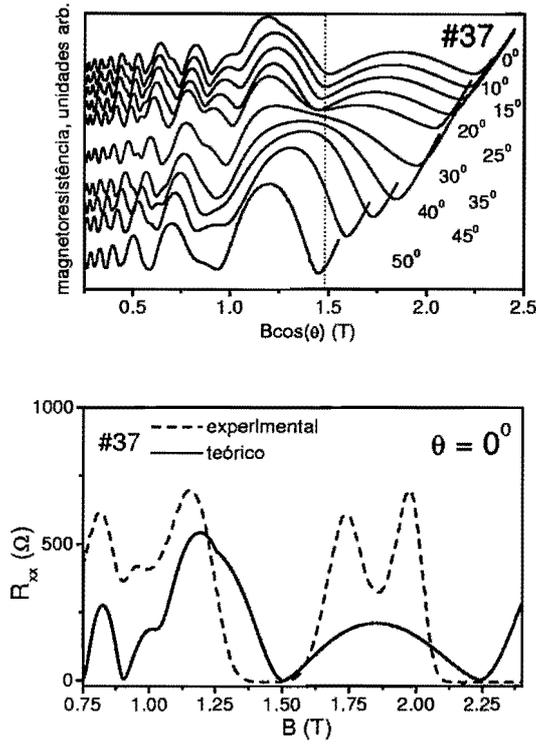


Fig. 8.10: Resultados de cálculos auto-consistentes da magnetoresistência em função de θ .

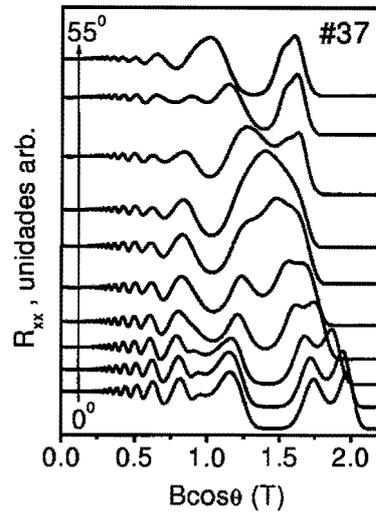


Fig. 8.11: Amostra # 37. Dados experimentais.

1000 pontos), a densidade de estados é modelada como uma soma de gaussianas, dada por: [24]

[O número total de níveis de Landau a ser somado, L , é determinado através de uma energia de Fermi *chute*, ou seja, escolhe-se uma energia de Fermi *chute* e somam-se todos os níveis de Landau abaixo desta energia.]

$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_{\text{sub}} \sum_L \frac{1}{\sqrt{\pi} \Gamma_{\text{sub}}} \cdot \exp \left(- \left(\frac{E - E_{\text{sub},L}}{\Gamma_{\text{sub}}} \right)^2 \right) \quad (8.1)$$

onde $E_{\text{sub},L}$ são os espectros de energia e $\Gamma_{\text{sub}}[\text{meV}] = 0,5 \cdot \sqrt{B(\text{Tesla})}$

Em seguida, integra-se a densidade de estados para se obter o valor da

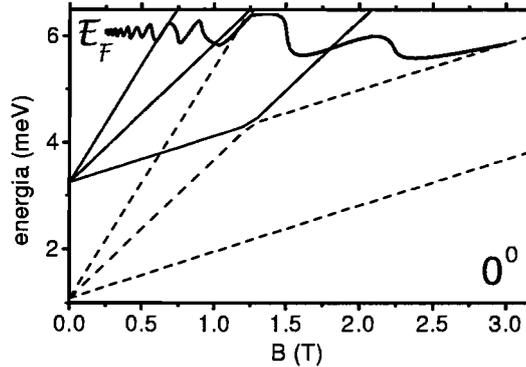


Fig. 8.12: Comportamento da energia de Fermi em função do campo magnético.

densidade de carga total ($n_s = 2,18 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$):

$$n_s = \int_{-\infty}^{E_F(B)} D(E) dE \quad (8.2)$$

Se o valor de n_s obtido pela integração não for próximo do valor experimental, soma-se um *passo* na energia de Fermi *chute* e repete-se o processo. Atingida a convergência, calcula-se a condutividade por:

$$\sigma_{xx}(B) = \frac{e^2}{h} \sum_{\text{sub}} \sum_L \left(L - \frac{1}{2} \right) \cdot \exp \left(-2 \left(\frac{E_F(B) - E_{\text{sub},L}(B)}{\Gamma_{\text{sub}}(B)} \right)^2 \right) \quad (8.3)$$

E a resistência através de :

$$\rho_{xx}(B) = \frac{\sigma_{xx}(B)}{[\sigma_{xx}(B)]^2 + [\sigma_{xy}(B)]^2} \quad (8.4)$$

onde $\sigma_{xy}(B) = -e n_s / B$.

Os resultados dos cálculos são apresentados ao lado dos dados experimentais nas Figs. 8.10 e 8.11. Vê-se, em $B_z = 1,5\text{T}$, que os resultados dos cálculos reproduzem de bom grado o comportamento experimental. Como desconsideramos os spins, o dubleto que aparece acima de $B_z = 1,5\text{T}$ é simulado apenas por uma oscilação. Adicionalmente, os resultados reproduzem a energia de Fermi oscilando em função do campo magnético – Fig. 8.12.

■ **PQW # 63.** O efeito do anticruzamento de níveis de Landau também é confirmado neste PQW. [Anticruzamentos em: $B_z = 1,5\text{T}$, $B_z = 2,0\text{T}$ e $B_z = 2,5\text{T}$.] A abordagem teórica é a mesma do caso anterior e não será apresentada.

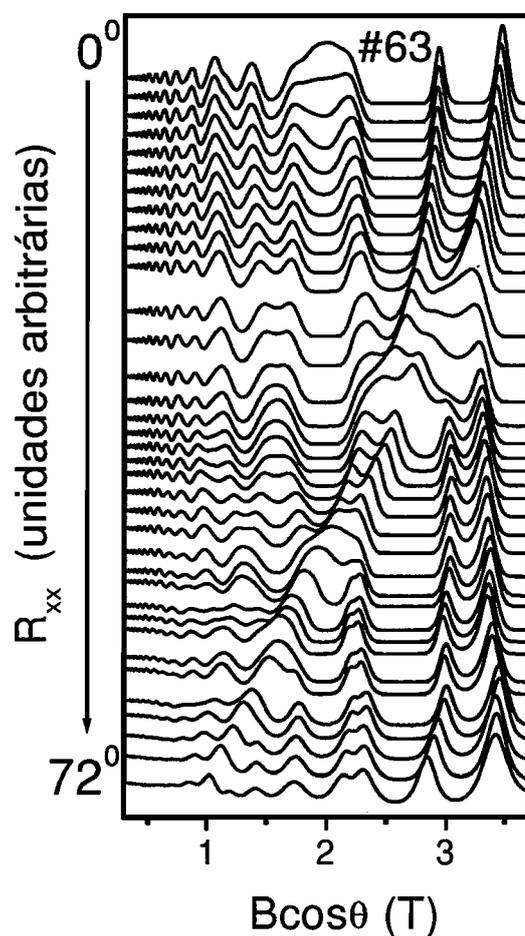


Fig. 8.13: Amostra # 63. $T = 50\text{ mK}$. Magnetoresistência em função do ângulo θ . Observa-se o anticruzamento dos níveis de Landau em $B_z = 1,5\text{T}$, $B_z = 2,0\text{T}$ e $B_z = 2,5\text{T}$.

Capítulo 9

A Energia de Ativação

9.1 Introdução

A ENERGIA DE ATIVAÇÃO é o valor da diferença em energia entre dois estados de Landau, conforme visto na Fig. 9.1. Quando o spin é resolvido, ela é dada por:

$$\Delta E = \Delta E_{LL} - g^* \mu_B B \quad (9.1)$$

Para o caso de PQWs sem carga capturada,

$$\Delta E_{LL} = \Delta E_{ij}^{(\text{sub})} \cdot \cos(\theta) \quad (9.2)$$

onde $\Delta E_{ij}^{(\text{sub})}$ é a diferença em energia entre as sub-bandas E_j e E_i , e θ o ângulo que o campo magnético faz em relação à normal ao substrato – ver Fig. 9.2

A energia de ativação, ΔE , pode ser determinada experimentalmente através da medida da condutividade em função da temperatura:

$$\sigma_{xx} = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_B T}\right) \quad (9.3)$$

Portanto, com a inclinação de uma curva de Arrhenius extrai-se o valor de ΔE . Na prática o que se precisa fazer é varrer o espectro da magnetoresistência, determinar o valor do campo magnético em que ocorre um mínimo

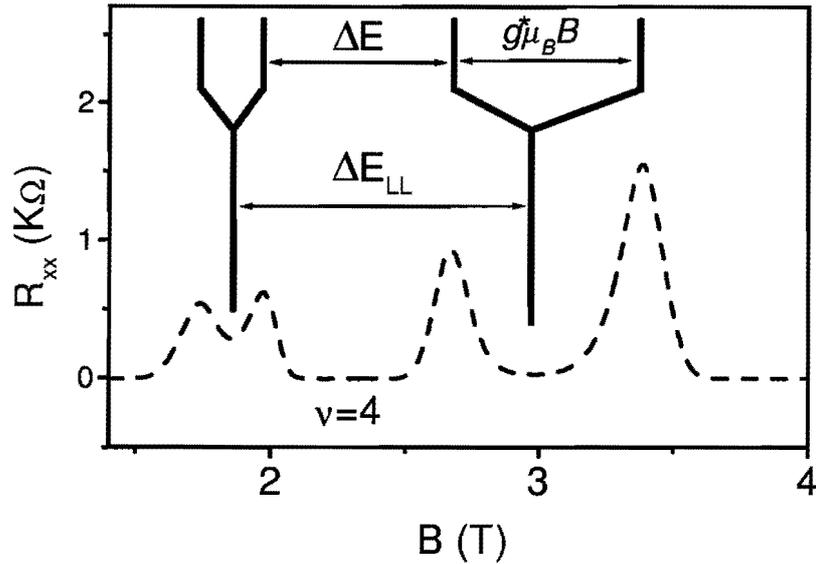


Fig. 9.1: A energia de ativação é dada por: $\Delta E = \Delta E_{LL} - g^* \mu_B B$, onde ΔE_{LL} é diferença em energia entre dois níveis de Landau; g^* é o fator de Landé efetivo. Para heteroestruturas, $\Delta E_{LL} = \hbar \omega_c$. Para PQWs, $\Delta E_{LL} = \Delta E_{ij}^{(sub)} \cdot \cos(\theta)$, onde $\Delta E_{ij}^{(sub)}$ é a diferença em energia entre duas sub-bandas.

na resistência, fixar o experimento neste campo específico e, finalmente, tirar um espectro da resistência em função da temperatura na amostra.

Pelas facilidades experimentais, escolhemos um intervalo de temperatura que vai do valor do He líquido (4.2K) ao valor do He bombeado (1.3K). As medidas foram feitas tomando o cuidado de se obter o equilíbrio térmico antes da aquisição dos dados.

Estudamos três amostras (# 84, # 85 e # 86), cujos parâmetros estão listados nas Tabelas 5.6, 5.7 e 5.8, respectivamente. Apesar do capítulo fazer referência ao PQW # 85 (2000 Å), o mesmo comportamento foi observado nos PQWs # 84 (1000 Å) e PQW # 86 (3000 Å).

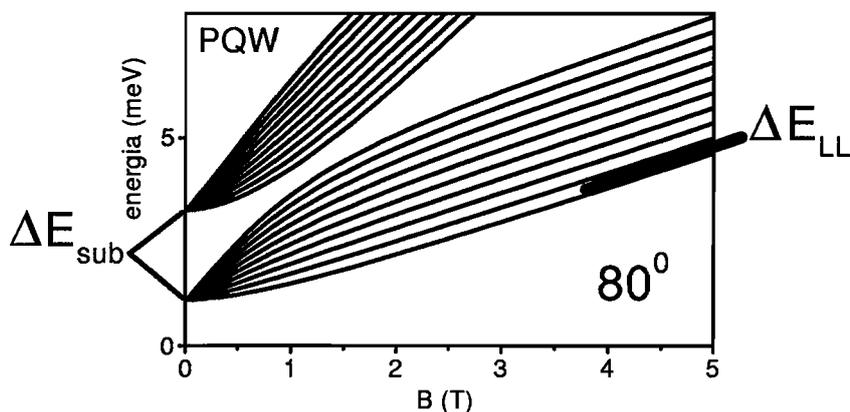


Fig. 9.2: Em PQWs ΔE_{LL} relaciona-se com ΔE_{sub} através da Eq. (9.2).

9.2 A Energia de Ativação em Função do Ângulo

Curvas de Arrhenius típicas são mostradas na Fig. 9.3 para o caso do PQW # 85, com fatores de preenchimento $\nu = 2$, $\nu = 4$ e $\nu = 6$. A variação da varredura do ângulo também é apresentada na figura. Através desse dados, determinaram-se as energias de ativação correspondentes e os resultados foram graficados nas Figs. 9.4.

Pode-se notar que os PQWs apresentam, em função do campo magnético inclinado, um comportamento intermediário entre $\cos(\theta)$ e $\cos^2(\theta)$. Podemos entender isso pelo fato de nosso sistema estar em uma situação intermediária entre um potencial de confinamento puramente parabólico e um do tipo quadrado. Como mencionado, a densidade de carga presente no poço é suficiente para preenchê-lo parcialmente. Quando um PQW está vazio, o perfil de confinamento é puramente parabólico. Todavia, quando está completamente cheio, o potencial efetivo é do tipo quadrado. Desta forma, como

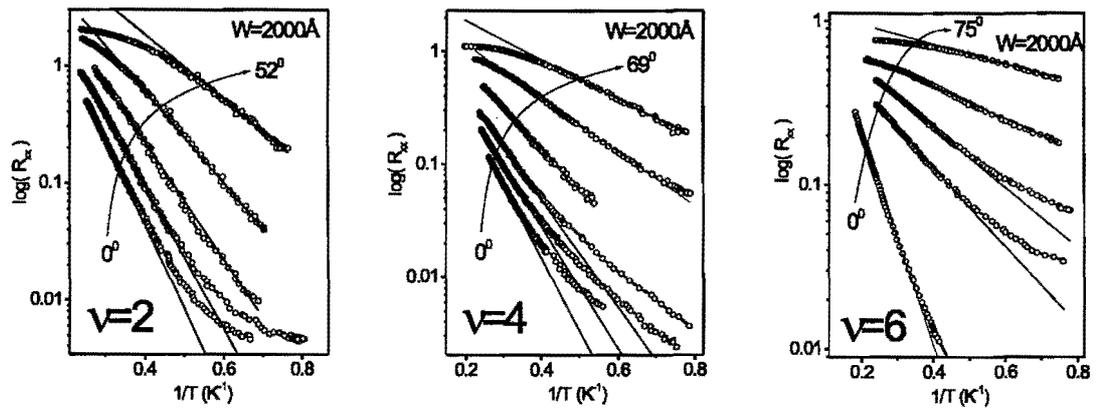


Fig. 9.3: Curvas de Arrhenius típicas para o caso do PQW # 85 com fatores de preenchimento $\nu = 2$, $\nu = 4$ e $\nu = 6$. O intervalo de varredura dos ângulos também é apresentado.

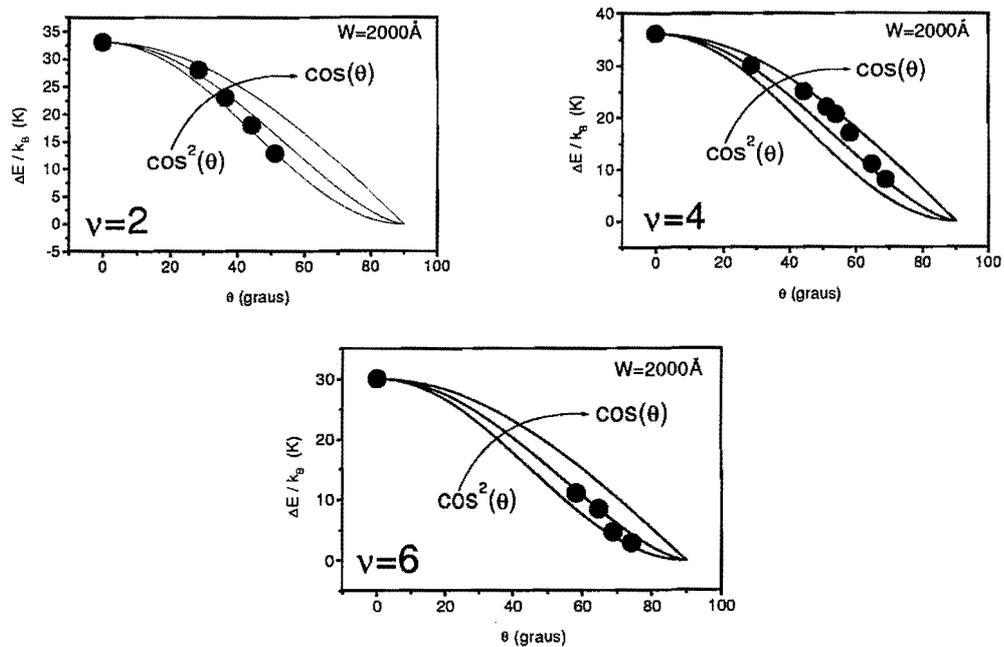


Fig. 9.4: Amostra # 85. Energia de ativação em função do incremento do ângulo.

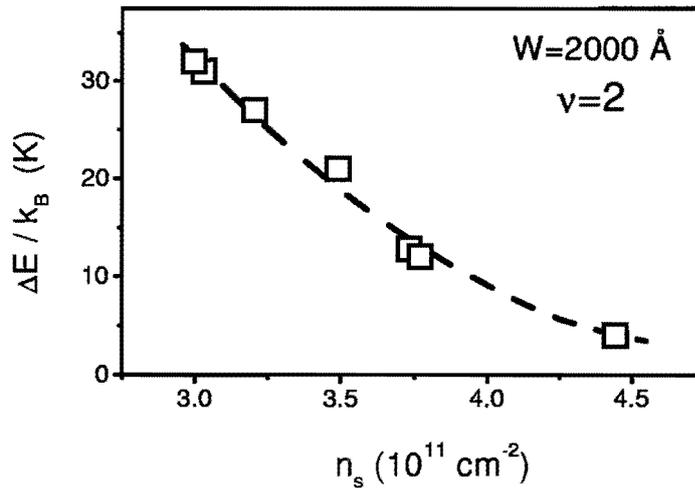


Fig. 9.5: Amostra # 85. Energia de ativação em função do incremento da densidade de carga capturada pelo poço.

estamos em um caso de parcialmente cheio, o comportamento é um misto entre parabólico e quadrado. Assim, a situação difere um pouco do comportamento descrito pela Eq. (9.2). Vale a pena frisar que a referência [25] verificou experimentalmente um comportamento $\cos^2(\theta)$ para um potencial de confinamento tipo quadrado. A tendência de nossos dados é que para θ pequeno (inferior a 45°), eles seguem um comportamento $\cos(\theta)$ e que para ângulos elevados um comportamento $\cos^2(\theta)$.

9.3 A Energia de Ativação em Função da Densidade

O mesmo procedimento experimental foi realizado para se obter o comportamento da energia de ativação em função da densidade de carga capturada no poço.

Podemos variar a carga através da iluminação. Os dados da energia de ativação em função do ângulo foram feitos no escuro. Já para determinar a

energia de ativação em função da densidade, as amostras foram iluminadas.

Obtivemos as curvas de Arrhenius para cada iluminação e plotamos os valores encontrados de ΔE em função de n_s - o resultado do PQW # 85 para o fator de preenchimento $\nu = 2$ é apresentado na Fig. 9.5. Esta figura comprova o comportamento esperado pela Eq. (9.2). Como neste caso o ângulo θ é fixo (realizamos todos os experimentos com campo perpendicular ao plano do substrato), a grandeza que varia é $\Delta E_{ij}^{(\text{sub})}$. Espera-se que com o preenchimento do poço, o potencial efetivo se torne mais quadrado e com uma largura efetiva w_e também maior. Desta forma, os valores das energias de confinamento das sub-bandas diminuem, acarretando a diminuição de ΔE , conforme observado. Adicionalmente, observamos que o comportamento não é linear, mas sim, do tipo quadrático.

Capítulo 10

Evolução de Estados de Landau 2D para 3D

10.1 Introdução

POÇOS QUÂNTICOS PARABÓLICOS são uma extensão natural de um sistema bidimensional (2D) em um sistema tridimensional (3D), quando o campo magnético aplicado inicialmente normal ao substrato tende a incidir paralelamente ao plano do substrato.

Neste capítulo, apresentamos medidas da magnetoresistência em campo magnético inclinado efetuadas nos PQWs # 84, # 85 e # 86, cujos parâmetros estão listados nas Tabelas 5.6, 5.7 e 5.8, respectivamente. O anticruzamento dos níveis de Landau (LL) aqui observados, demonstram a evolução de estados 2D para estados 3D, quanto se incrementa o ângulo, conforme orientação da Fig. 4.1. Este anticruzamento ocorre devido à diminuição da energia do LL com o incremento do ângulo θ . Adicionalmente, a evolução de estados 2D para estados 3D é suportada por medidas da dependência angular da energia de ativação no regime de efeito Hall quântico.

Em um campo magnético aplicado *perpendicularmente* ao plano do substrato (direção z), o espectro resultante de energia é composto da soma de

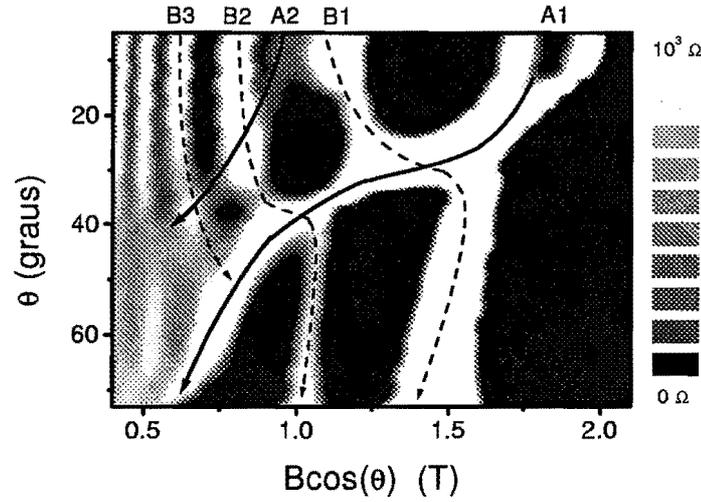


Fig. 10.1: PQW # 85. $T = 50 \text{ mK}$. Magnetoresistência longitudinal (escala graduada) em função do incremento do ângulo. $A1=(\text{sub}2, LL1)$; $A2=(\text{sub}2, LL2)$; $B1=(\text{sub}1, LL3)$; $B2=(\text{sub}1, LL4)$ e $B3=(\text{sub}1, LL5)$. O anticruzamento de 3 LLs pode ser visto.

níveis de Landau com energias de confinamento do sistema, expresso por:

$$E_{in} = E_i^{(sub)} + \hbar\omega_c (n - 1/2) \quad (10.1)$$

A energia dos elétrons em um PQW com potencial $V = (az)^2$ na presença de um campo magnético aplicado *paralelamente* ao plano do substrato (ao longo do eixo y), é dada por:

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} (\gamma k_x^2 + k_y^2) + \hbar\omega (n - 1/2) \quad (10.2)$$

onde $\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_c^2$, $\omega_0 = a\sqrt{2/m}$, $\gamma = \omega_0^2/\omega^2$ e m é a massa efetiva.

Para poços parabólicos largos em campos magnéticos intensos ($\omega_c \gg \omega_0$), a Eqs. (10.2) se reduz à:

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} + \hbar\omega_c (n - 1/2) \quad (10.3)$$

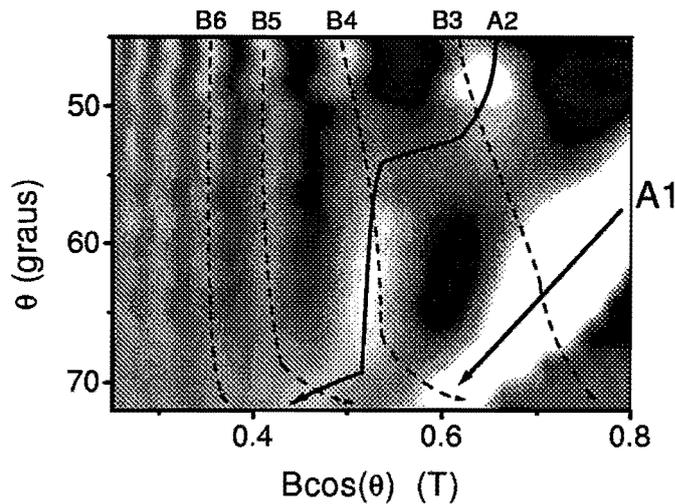


Fig. 10.2: PQW # 85. $T = 50 \text{ mK}$. Magnetoresistência longitudinal. O quarto anticruzamento ($A1 \times B4$) pode ser visto.

que é a expressão para as energias de estados de Landau naturais (3D).

Portanto, pela comparação das Eqs. (10.1) e (10.3), vê-se que o espectro de energia 2D é gradualmente transformado no espectro de energia 3D, quando o campo é inclinado no sentido normal-paralelo ao plano do substrato do PQW.

10.2 Resultados Experimentais e Discussão

Após a iluminação, a densidade de carga capturada pelo poço apenas permitiu o preenchimento das duas primeiras sub-bandas.

A Fig. 10.1 apresenta a dependência angular das oscilações de Shubnikov-de Haas (SdH) da amostra # 85. ¹ Na figura, vê-se o anticruzamento do nível rotulado por $A1$ (pertencente à segunda sub-banda) através dos níveis $B1$, $B2$ e $B3$ (primeira sub-banda). Observa-se, também, que o nível $A2$

¹Somente apresentaremos os resultados desta amostra. Entretanto, o mesmo comportamento é observado nas outras.

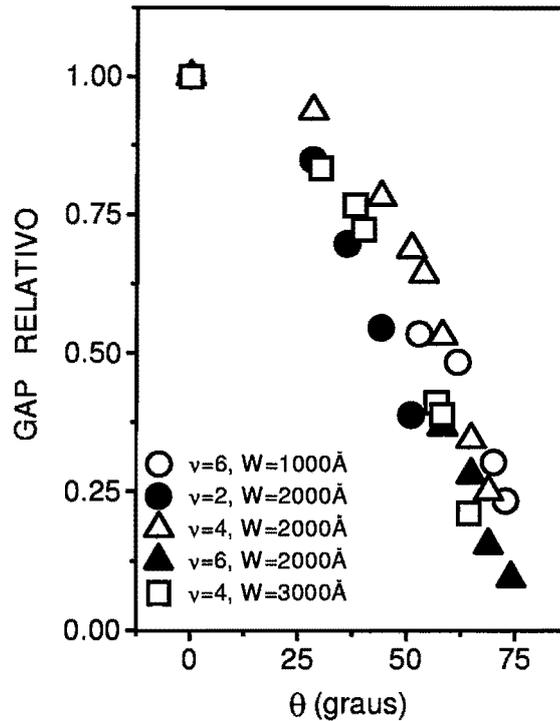


Fig. 10.3: Energia de ativação *relativa* em função do incremento do ângulo obtidas de medidas nos PQWs # 84, # 85 e # 86 com fatores de preenchimento mostrados na legenda.

cruza os níveis $B2$ e $B3$.

Um quarto, e último, anticruzamento é observado na Fig. 10.2. O nível $A1$ cruza o nível $B4$. Este último anticruzamento ocorre quando o campo magnético está inclinado aproximadamente de 70° . Na condição de inclinação acentuada ($\theta > 80^\circ$), as diferenças de energia entre dois níveis de Landau consecutivos se tornam pequenas (ver a Fig. 4.7), por isso não é mais possível observar em nossas medidas adicionais anticruzamentos do nível $A1$ com os números quânticos elevados. Espera-se que seja atingido o limite 3D quando $\theta \rightarrow 90^\circ$ e $\Delta E_{ij} \rightarrow 0$, sendo ΔE_{ij} as diferenças de energia entre as sub-bandas de Landau 2D.

Em sistemas reais, os níveis de energia possuem uma largura finita Γ devido a desordem do sistema causada por processos de espalhamento. Desta forma, o limite 3D deve ser alcançado para ângulos inferiores a 90° . Neste caso, as sub-bandas eletrônicas sobrepõem-se, pois $\Gamma \sim \Delta E_{ij}$. Nossa observação experimental indica que esta condição é atingida no intervalo $\theta \sim 80^\circ - 90^\circ$. Assim, espera-se que todos os estados de Landau 2D pertencentes à primeira sub-banda colapsem repentinamente em estados de Landau natural 3D, sendo que os níveis com números quânticos elevados colapsam primeiro que os de números quânticos baixos. Atribuímos isso ao fato do alargamento dos níveis de Landau para números quânticos elevados ser maior que para números quânticos baixos. Conseqüentemente, pode-se esperar que no intervalo $80^\circ - 90^\circ$ ocorra uma coexistência de estados de Landau 2D e 3D.

Através de medidas da energia de ativação em campo magnético correspondendo à região de platôs da resistência Hall, podemos determinar experimentalmente os valores de ΔE_{ij} e seu comportamento em função de θ . O procedimento e o formalismo adotado encontram-se descritos no capítulo que trata da energia de ativação.

Os resultados dos PQWs # 84, # 85 e # 86 foram graficados na Fig. 10.3, com os dados sendo tirados no intervalo de temperatura 1.4 - 4.2 K, para fatores de preenchimento $\nu = 2$, $\nu = 4$ and $\nu = 6$. Esta figura apresenta as medidas da dependência angular da energia de ativação relativa, ou seja, $\Delta E_r = \Delta E(\theta)/\Delta E(0^\circ)$ em função de θ . Vê-se que $\Delta E_r \rightarrow 0$ com o incremento do ângulo. Isso reforça as observações experimentais da evolução de estados de Landau 2D para estados 3D em campo magnético intenso e inclinado apresentadas anteriormente pelas medidas da dependência angular da magnetoresistência — Figs. 10.1 e 10.2.

Capítulo 11

As Mobilidades Quântica e de Transporte

11.1 Introdução

A APROXIMAÇÃO DOS ELÉTRONS INDEPENDENTES transforma o problema de N corpos em N problemas de um corpo, ou partícula. Segundo esta aproximação, cada elétron move-se sob a ação de um campo externo criado pelos núcleos e pelos outros elétrons. Adicionalmente, o elétron no semiconductor é espalhado por interagir com impurezas ionizadas, defeitos, fônons e outros. O tempo que o elétron permanece em um estado \vec{k} , antes de ser espalhado novamente, é denominado tempo de espalhamento de uma partícula, τ , ou tempo de vida quântico. [26] Mais especificamente, relaciona-se com a *metade da largura a meia altura*, Γ , do alargamento do nível de Landau, através de: [27]

$$\Gamma = \frac{\hbar}{2\tau} \quad (11.1)$$

Experimentalmente, τ é determinado pelas oscilações de Shubnikov-de Haas (SdH). Para os casos de um gás de elétrons bidimensional (2D) e tridimensional (3D), as oscilações SdH são ajustadas pelas Eq. (3.17) e Eq. (3.18),

respectivamente.

Por outro lado, recorre-se à equação de Boltzmann para definir o tempo de relaxação de transporte. Nela, o termo de espalhamento é aproximado como: [28]

$$-\frac{\partial f_{\vec{k}}}{\partial t} = \frac{g_{\vec{k}}}{\mathcal{T}} \quad (11.2)$$

onde \mathcal{T} é o tempo de relaxação de transporte, ou tempo de vida de transporte.

No regime estacionário, $f_{\vec{k}}$ representa a concentração de portadores no estado \vec{k} . No equilíbrio, $f_{\vec{k}}$ se reduz à função estatística de Fermi-Dirac, $f_{\vec{k}}^0$. O desbalanceamento $g_{\vec{k}}$ ($g_{\vec{k}} = f_{\vec{k}} - f_{\vec{k}}^0$), reflete o quanto o sistema está fora do equilíbrio. Quando campos e gradientes de temperatura são removidos, $g_{\vec{k}}$ tende a zero de acordo com a expressão:

$$g_{\vec{k}}(t) = g_{\vec{k}}(0) \cdot \exp(-t/\mathcal{T}) \quad (11.3)$$

onde o tempo \mathcal{T} é o intervalo de tempo em que a $g_{\vec{k}}$ diminui e^{-1} do seu valor inicial. Através de

$$\sigma = \frac{n_s e^2 \mathcal{T}}{m} \quad (11.4)$$

o tempo de transporte se relaciona com a condutividade de corrente contínua, σ ; onde n_s é densidade areal de portadores e m a massa efetiva.

Para potenciais de espalhamento de curto-alcance, \mathcal{T} e \mathcal{T} são aproximadamente iguais (como em MOSFET). Entretanto, em heteroestruturas de GaAs/AlGaAs o mecanismo de espalhamento predominante é de longo-alcance, pois os doadores ionizados são afastados da região do poço, permitindo ao gás de elétrons sofrer predominantemente espalhamento por ângulos pequenos. Nestas condições, \mathcal{T} pode ser consideravelmente maior que \mathcal{T} . (Como as Refs. [27] observam, se o espalhamento é maior em uma direção preferencial, \mathcal{T} pode ser duas ordens de grandeza maior que \mathcal{T} .)

11.2 Comprimentos Característicos

Quando um elétron com velocidade de fase $v_\varphi = E/p$ (E é a sua energia e \vec{p} o seu momento) move-se em um semiconductor, ele pode sofrer dois tipos de espalhamento: espalhamento elástico [Nas colisões com centros espalhadores, a energia e o momento do elétron são conservados, mudando somente a sua direção.] e espalhamento inelástico [E e \vec{p} são alterados.]. A distância entre duas colisões elásticas é denominada caminho livre médio (ℓ) e está ligada ao tempo de transporte por:

$$\ell = v_F \cdot \mathcal{T} \quad (11.5)$$

onde v_F é velocidade de Fermi.

Em espalhamentos elásticos a velocidade de fase do elétron não muda. Em semicondutores a baixa temperatura, espalhamentos com impurezas são a forma mais comum de espalhamento elástico. Já a interação elétron-elétron produz espalhamento inelástico, o qual muda a fase da onda. Define-se caminho livre médio inelástico como:

$$\ell_i = v_F \cdot \mathcal{T} \quad (11.6)$$

Assim, o tempo quântico relaciona-se com a distância em que o elétron caminha sem mudar a fase de sua onda. Fica fácil entender que os valores destes dois tempos característicos são diferentes. Considere o caso $\mathcal{T} < \mathcal{T}_i$, ilustrado pela Fig. 11.1. Após várias colisões elásticas, o elétron muda a sua fase. Apesar de ℓ_i ser grande, a distância efetiva deslocada pelo elétron com a sua fase coerente é menor que o valor de ℓ_i . Então, define-se outro comprimento característico, denominado comprimento de fase coerente:

$$L_\varphi = (D \cdot \mathcal{T})^{1/2} \quad (11.7)$$

onde D é o coeficiente de difusão; $D = (v_F^2 \mathcal{T})/d$ em d dimensões. Para um sistema bidimensional,

$$L_\varphi = \frac{v_F}{\sqrt{2}} \cdot (\mathcal{T} \cdot \tau)^{1/2} \quad (11.8)$$

Em relação ao comprimento da região ativa da estrutura (L), pode-se trabalhar em dois regimes. Os chamados: regime balístico ($L < \ell < L_\varphi$) e regime difusivo ($\ell < L < L_\varphi$).

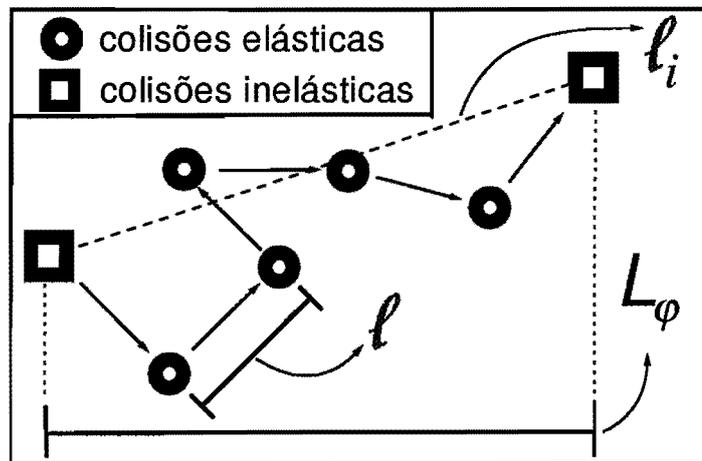


Fig. 11.1: O elétron muda a sua fase em colisões inelásticas. ℓ : caminho livre médio. ℓ_i : caminho livre médio inelástico. L_φ : comprimento de fase coerente.

11.3 O Cálculo do Tempo Quântico

A integral do tempo quântico é escrita da seguinte maneira: [29]

$$\frac{1}{\tau} = Q \quad (11.9)$$

$$Q = \frac{1}{t_0} \int_0^{2k_F} dq \cdot \frac{2}{\sqrt{4k_F^2 - q^2} \cdot (q + q_s \cdot F_C(q))^2} \cdot D \cdot F$$

onde τ é o tempo quântico; $t_0 = (\hbar^3 \cdot \epsilon_0^2) / (4\pi \cdot m \cdot e^4) = 0,477 \times 10^{-14}$ s para o GaAs; k_F : número de onda de Fermi; q : número de onda bidimensional; [Assume-se o gás movendo-se livremente no plano xy e confinado em z . $q = 2k_F \sin(\theta/2)$, onde θ é o ângulo de espalhamento do elétron.] q_s : parâmetro de blindagem de Thomas-Fermi; [$q_s = 0.02 \text{ \AA}^{-1}$ para o GaAs.] F_C : fator de estrutura Coulombiano; D e F assumem os seguintes valores de acordo com a escolha do mecanismo de espalhamento:

$$\begin{array}{lll} \text{Dopagem Residual Homogênea (B):} & D \longrightarrow N_B \cdot W_B & F \longrightarrow F_B \\ \text{Dopagem Remota (R):} & D \longrightarrow n_R & F \longrightarrow F_R^2 \end{array}$$

N_B e W_B : densidade tridimensional e largura total de dopagem residual, respectivamente; n_R : densidade bidimensional de dopagem remota ionizada; F_B e F_R : fatores de estrutura de dopagem residual e remota, respectivamente.

Os fatores de estrutura são construídos a partir das funções de onda: [29, 30, 31]

$$F_{C(ij)}(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \cdot \psi_i(z) \psi_j(z) \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \cdot \psi_i(z') \psi_j(z') \cdot \exp(-q|z - z'|) \quad (11.10)$$

$$F_{B(ij)}(q) = \frac{1}{W_B} \int_0^{W_B} dz_B \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dz \cdot \psi_i(z) \psi_j(z) \cdot \exp(-q|z - z_B|) \right\}^2 \quad (11.11)$$

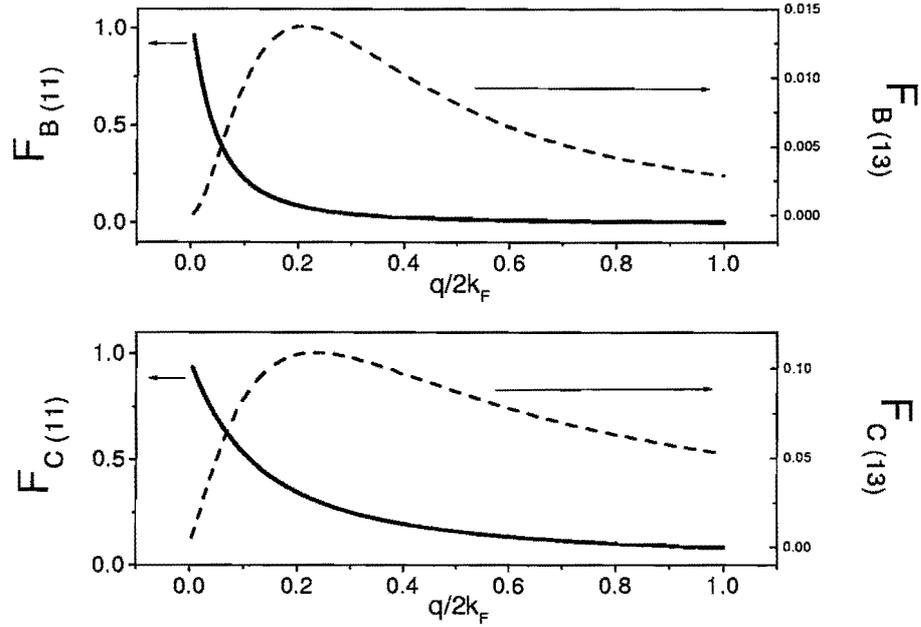


Fig. 11.2: Fator de estrutura de dopagem residual, F_B , e fator de estrutura Coulombiano, F_C , respectivamente. $W_B = 2000 \text{ \AA}$.

$$F_{R(ij)}(q) = \frac{1}{W_R} \int_0^{W_R} dz_R \int_{-\infty}^{+\infty} dz \cdot \psi_i(z) \psi_j(z) \cdot \exp(-q|z - z_R|) \quad (11.12)$$

onde $\psi_i(z)$ é a função de onda auto-consistente da i -ésima sub-banda e W_R a largura de dopagem remota. Respectivamente, os fatores de estrutura acima refletem as interações elétron-elétron, elétron-impureza residual e elétron-impureza remota. F_C e F_B são mostrados na Fig. 11.2 e F_R na Fig. 11.3, em função de q .

Deve-se notar que os nossos PQWs são dopados remotamente – dopagem δ de Si – em ambos os lados do poço. Por convenção, α designará a dopagem no lado esquerdo do poço, e β no lado direito. Assim, para o caso remoto, o fator de estrutura a ser utilizado na Eq. (11.9) deverá refletir ambas as dopagens, ou seja:

$$F_R(q) = F_{R\alpha}(q) + F_{R\beta}(q) \quad (11.13)$$

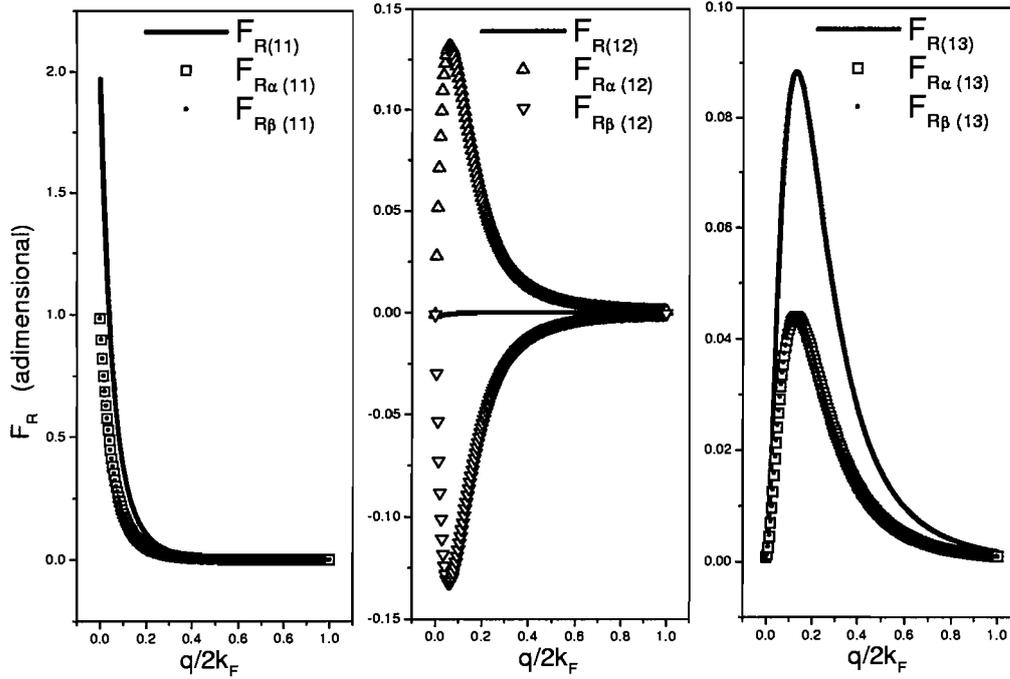


Fig. 11.3: Fator de estrutura remoto, F_R , para uma lâmina de largura $W_R = 20 \text{ \AA}$, com densidade de dopagem ionizada $n_R = 2,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, afastada 100 \AA da borda do poço.

Por causa da simetria das funções de onda – Fig. 11.4 – o F_R total da Eq. (11.13) será zero quando a soma dos índices das $\psi_i(z)$ for ímpar, e conseqüentemente, nestes casos, não haverá espalhamento inter sub-bandas – Fig. 11.3. Portanto, para o caso remoto, escreve-se a regra de seleção:

$$Q_{R(ab)} = 0 ; \quad a + b = \text{ímpar} \quad (11.14)$$

Desta forma, simplifica-se o cálculo do tempo quântico da i -ésima sub-banda considerando espalhamento com as outras $N - 1$ sub-bandas: [32]

$$\frac{1}{\tau_i} = \sum_{\ell=1}^N Q_{i\ell} \quad (11.15)$$

sendo que o termo não cruzado Q_{ii} refere-se ao espalhamento intra sub-banda.

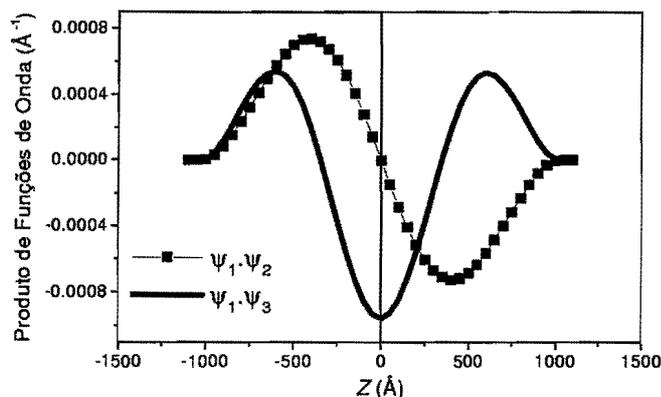


Fig. 11.4: Produto de funções de onda do PQW.

Com os valores de Υ_i , a mobilidade quântica média é dada por: [32]

$$\mu_q = \sum_i^N \frac{n_{si} \cdot \mu_{\Upsilon_i}}{n_s} \quad (11.16)$$

onde $\mu_{\Upsilon_i} = (e/m)\Upsilon_i$ é a mobilidade quântica da i -ésima sub-banda.

11.4 O Cálculo do Tempo de Transporte

A integral de transporte não difere muito da integral do tempo quântico: [29] [Se utilizarmos a relação $q^2 = 2k_F^2(1 - \cos \theta)$, veremos que a única diferença é o fator $(1 - \cos \theta)$.]

$$\frac{1}{\mathcal{T}} = T \quad (11.17)$$

$$T = \frac{1}{t_0} \int_0^{2k_F} dq \cdot \frac{q^2}{\sqrt{4k_F^2 - q^2} \cdot (q + q_s \cdot F_C(q))^2} \cdot \frac{D \cdot F}{k_F^2}$$

Nota-se que pelo fato do integrando possuir no numerador o termo q^2 , o seu valor será zero para o ângulo de espalhamento $\theta = 0$; enquanto que para este mesmo ângulo o integrando da integral do tempo quântico possui um

valor bem definido. Isto gera, para ângulos pequenos, grandes contribuições em Q ; em comparação com a pouca contribuição causada em T – Fig. 11.5. Por conseguinte, a razão \mathcal{T}/\mathcal{T} assumirá valores maiores que os esperados. Para eliminar este pico, Coleridge [33] introduziu nas integrais, Eqs. (11.9) e (11.17), correções de correlação, $C(q)$. Para q pequeno, $C(q)$ tem a forma:

$$C(q) \approx q^2 \cdot \left\{ \frac{W_R^2}{12} + \left(\frac{n_R}{W_R} \right)^{-2/3} \right\} \quad (11.18)$$

e $C(q)$ tende a 1 para q grande.

Com a correção, os dois integrandos passam a ter contornos semelhantes – Fig. 11.6 – e a razão \mathcal{T}/\mathcal{T} fica mais próxima dos valores esperados.

Considerando espalhamento inter sub-bandas, o tempo quântico é calculado pela Eq. (11.15). Todavia, para o tempo de transporte, a Eq. (11.15), substituindo Q por T , não é válida. O tempo de transporte é obtido através da equação de Boltzmann, cujos resultados são: [34]

$$k_{Fi} \cdot \mathcal{T}_i = \sum_{j=1}^N (K)_{ij}^{-1} \cdot k_{Fj} \quad (11.19)$$

onde k_{Fi} é o número de onda de Fermi referente à i -ésima sub-banda ($k_{Fi} = \sqrt{2\pi \cdot n_{si}}$). Os elementos da matriz de espalhamento \mathbf{K} , K_{ij} , são definidos como:

$$K_{ij} = \sum_{\ell=1}^N P_{i\ell}^{(0)} \delta_{ij} - P_{ij}^{(1)} \quad (11.20)$$

O coeficiente $P^{(0)}$ é o mesmo que a integral Q definida anteriormente. $P^{(0)} - P^{(1)} = T$. O integrando de $P^{(1)}$ tem a forma do integrando de Q multiplicado por $\cos \theta$. [O integrando de T é o mesmo que o de Q multiplicado por $(1 - \cos \theta)$.] Para fazer a integral em dq , deve-se utilizar a equação de recorrência: $q = 2k_F \sin(\theta/2)$. Por exemplo, para o caso remoto, os elementos

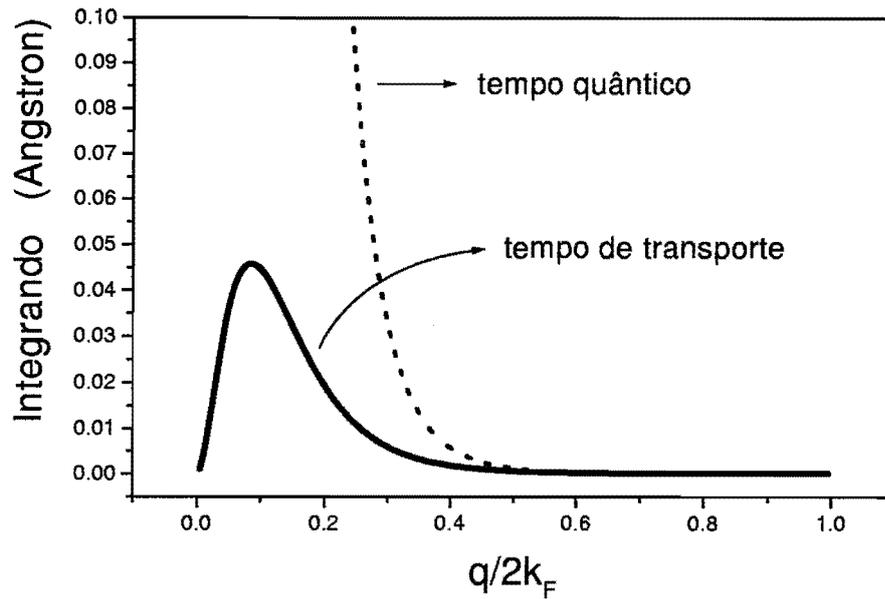


Fig. 11.5: Integrando quântico e de transporte segundo o cálculo convencional. Em $q = 0$, o valor do integrando do tempo quântico é 21.5 \AA .

K_{11} e K_{13} são:

$$\begin{aligned} K_{R(11)} &= P_{R(11)}^{(0)} + P_{R(13)}^{(0)} + P_{R(15)}^{(0)} - P_{R(11)}^{(1)} \\ &= T_{R(11)} + Q_{R(13)} + Q_{R(15)} \end{aligned} \quad (11.21)$$

$$K_{R(13)} = -P_{R(13)}^{(1)}$$

Para exemplificar, o PQW # 1 possui 5 sub-bandas ocupadas. Portanto, \mathbf{K} é uma matriz 5×5 . Nós invertemos numericamente esta matriz e de acordo com a Eq. (11.19) obtivemos o tempo de vida de transporte dos elétrons em cada sub-banda.

A mobilidade de transporte média é obtida por: [31]

$$\mu_t = \sum_i^N \frac{n_{gi} \cdot \mu_{\tau i}}{n_s} \quad (11.22)$$

onde $\mu_{\tau i} = (e/m)T_i$ é a mobilidade de transporte da i -ésima sub-banda.

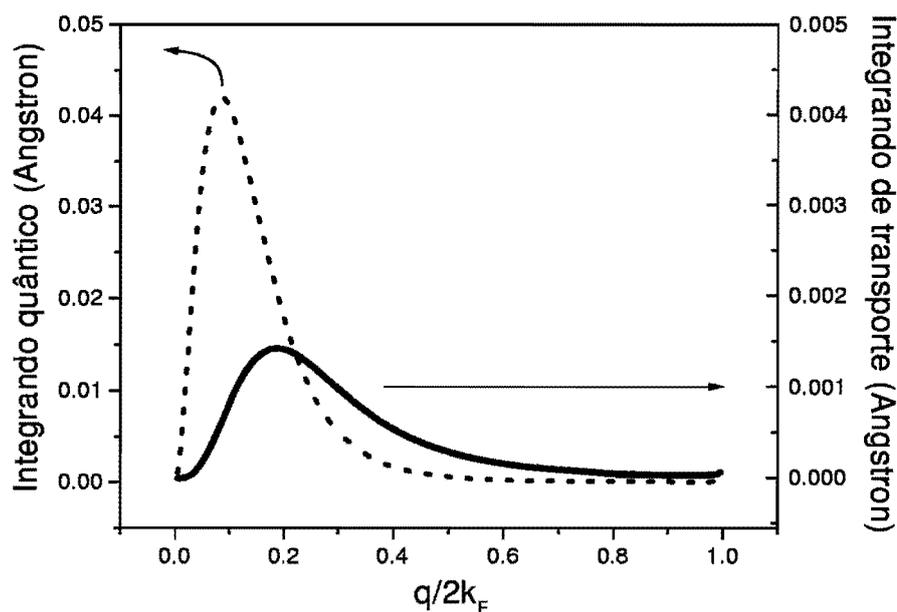


Fig. 11.6: Integrando quântico e de transporte após a correção de correlação, $C(q)$.

11.5 Resultados de Cálculos

PQW # 1

[Nota: Os parâmetros desta amostra estão listados na Tabela 5.1.]

Como indica a Ref. [35], o mecanismo de espalhamento predominante em PQWs parcialmente cheios é o por impureza ionizada residual (no caso da referência, $W = 2000 \text{ \AA}$ e $w_e = 900 \text{ \AA}$). Entretanto, o nosso PQW está praticamente cheio ($W = 2000 \text{ \AA}$ e $w_e = 1900 \text{ \AA}$). Portanto, espera-se que os doadores ionizados remotos diminuam a mobilidade de PQW completos com elétrons de condução. (Adicionalmente, o PQW da referência possui $S = 200 \text{ \AA}$ e o nosso 100 \AA .) Por isso, para determinarmos os tempos de vida de nossas amostras, introduzimos as contribuições destes dois mecanismos de

espalhamento através da regra de Matthiessen:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_B} + \frac{1}{\tau_R} \quad (11.23)$$

$$\frac{1}{\mathcal{T}} = \frac{1}{\mathcal{T}_B} + \frac{1}{\mathcal{T}_R}$$

A seguir, apresentamos os resultados dos cálculos dos tempos característicos e os parâmetros utilizados que melhor se ajustaram aos dados experimentais.

■ **Densidade Residual Homogênea:** A Ref. [33] observa que a dopagem não intencional residual tipo p encontrada em amostras crescidas por MBE varia entre $N_B \approx 4 \times (10^{14} - 10^{15}) \text{ cm}^{-3}$. (Atribuída à contaminação por Carbono.) Os autores em [35] determinaram $N_B = 1,0 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ para explicar o valor da mobilidade de um PQW de $W = 2000 \text{ \AA}$. Portanto, é razoável esperar que o nosso PQW tenha uma contaminação residual neste intervalo. Após várias configurações estudadas, encontramos $N_B = 3,0 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ para este PQW – cujo valor corresponde ao *limite superior* de contaminação. A extensão da contaminação é igual à largura do poço, $W_B = 2000 \text{ \AA}$.

■ **Densidade Remota:** Como na Ref. [32], assumimos que a densidade de dopagem remota ionizada, n_R , é igual à densidade de carga livre no poço. Medidas Hall indicaram $n_H = 3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ para a densidade areal do gás de elétrons. Portanto, como nosso PQW é dopado em ambos os lados do poço, fixamos, para cada dopagem, $n_R = 2,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Isto está coerente com os dados do crescedor, que utilizou, em cada dopagem, a concentração de $5,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ de Si. Para a largura da lâmina ionizada, utilizou-se o valor de $W_R = 20 \text{ \AA}$, conforme a mesma referência.

■ **Resultados para o Tempo de Transporte:** Experimentalmente, obtivemos $\mu_H = 65 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ para a mobilidade Hall. Este valor fixou a densidade residual, conforme o raciocínio que se segue. Primeiro, realizamos o cálculo para o espalhamento remoto, segundo seus parâmetros. Encontramos um valor médio maior que o esperado experimentalmente. Como não

podíamos mudar o valor de n_R , talvez por um valor maior a fim de diminuir a mobilidade média, introduzimos um segundo mecanismo de espalhamento (o residual). Ajustamos o parâmetro N_B até encontrar um valor coerente. Conforme já mencionado, o melhor ajuste foi $N_B = 3,0 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Explicitamente, a mobilidade de transporte encontrada para cada sub-banda foi (em $10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$): $\mu_{\tau 1} = 88$, $\mu_{\tau 2} = 72$, $\mu_{\tau 3} = 52$, $\mu_{\tau 4} = 45$, e $\mu_{\tau 5} = 18$; sendo a mobilidade média $\mu_t = 65 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

■ **Resultados para o Tempo Quântico:** Com o valor de N_B fixado, encontramos o tempo quântico, também levando em conta os dois mecanismos de espalhamento. Inicialmente, assim como fizemos para o tempo de transporte, resolvemos o problema remoto incluindo espalhamento inter sub-bandas. Em seguida, introduzimos o espalhamento residual. Os valores finais para a mobilidade quântica foram (em $10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$): $\mu_{\gamma 1} = 21$, $\mu_{\gamma 2} = 19$, $\mu_{\gamma 3} = 15$, $\mu_{\gamma 4} = 13$, e $\mu_{\gamma 5} = 8$; sendo a média igual a $\mu_q = 17 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Em função do alargamento do nível de Landau, os resultados são (em meV): $\Gamma_1 = 0,40$, $\Gamma_2 = 0,46$, $\Gamma_3 = 0,56$, $\Gamma_4 = 0,67$, e $\Gamma_5 = 1,06$.

PQW # 2

[Nota: Os parâmetros desta amostra estão listados na Tabela 5.2.]

■ **Densidade Residual Homogênea:** Após várias configurações estudadas, encontramos $N_B = 1,0 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ para este PQW – cujo valor corresponde ao *limite inferior* de contaminação. A extensão da contaminação é igual à largura do poço, $W_B = 4000 \text{ \AA}$.

■ **Densidade Remota:** Medidas Hall indicaram $n_H = 3,4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ para a densidade areal do gás de elétrons. Novamente, utilizamos a metade deste valor para cada dopagem remota ionizada. Largura da lâmina ionizada: $W_R = 20 \text{ \AA}$.

■ **Resultados para o Tempo de Transporte:** Experimentalmente, obtivemos $\mu_H = 210 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ para a mobilidade Hall. Este valor fixou a densidade residual, seguindo o mesmo raciocínio utilizado para o PQW # 1. A mobilidade de transporte encontrada para cada sub-banda foi (em $10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$): $\mu_{\tau 1} = 475$, $\mu_{\tau 2} = 203$, $\mu_{\tau 3} = 210$, $\mu_{\tau 4} = 119$, $\mu_{\tau 5} = 143$, $\mu_{\tau 6} = 76$, $\mu_{\tau 7} = 89$, e $\mu_{\tau 8} = 13$; sendo a mobilidade média $\mu_t = 210 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

■ **Resultados para o Tempo Quântico:** Assim como fizemos para o PQW #1, repetimos o procedimento para o PQW # 2. Os valores finais para a mobilidade quântica foram (em $10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$): $\mu_{\tau 1} = 170$, $\mu_{\tau 2} = 85$, $\mu_{\tau 3} = 56$, $\mu_{\tau 4} = 40$, $\mu_{\tau 5} = 34$, $\mu_{\tau 6} = 26$, $\mu_{\tau 7} = 26$, e $\mu_{\tau 8} = 17$; sendo a média igual a $\mu_q = 72 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Em função do alargamento do nível de Landau, os resultados são (em meV): $\Gamma_1 = 0,05$, $\Gamma_2 = 0,09$, $\Gamma_3 = 0,14$, $\Gamma_4 = 0,20$, $\Gamma_5 = 0,22$, $\Gamma_6 = 0,30$, $\Gamma_7 = 0,30$, e $\Gamma_8 = 0,47$.

Estes resultados são analisados e discutidos no próximo capítulo, a fim de explicar a coexistência de estados de Landau 2D e 3D nos PQWs # 1 e # 2.

11.6 Mobilidade Quântica em Função da Largura

Considere um conjunto de PQWs ($W = 2000 - 10000 \text{ \AA}$) com valor de densidade residual homogênea correspondendo ao valor inferior de contaminação. Considere também, que cada poço está cheio. Desta forma, o valor da densidade remota, em cada lado do poço, será a metade do valor da densidade do poço cheio. Nestas condições, a Fig. 11.7 sintetiza, para a segunda sub-banda, o comportamento da mobilidade quântica em função da largura do poço. Vê-se que, quando o poço é estreito, a mobilidade total é fortemente

influenciada pela dopagem remota, ou seja, a densidade remota é quem mais contribui para a diminuição da mobilidade do gás de elétrons no PQW. Por outro lado, quando o PQW é extremamente largo, quem mais contribui para diminuir a mobilidade é o espalhamento através da densidade residual.

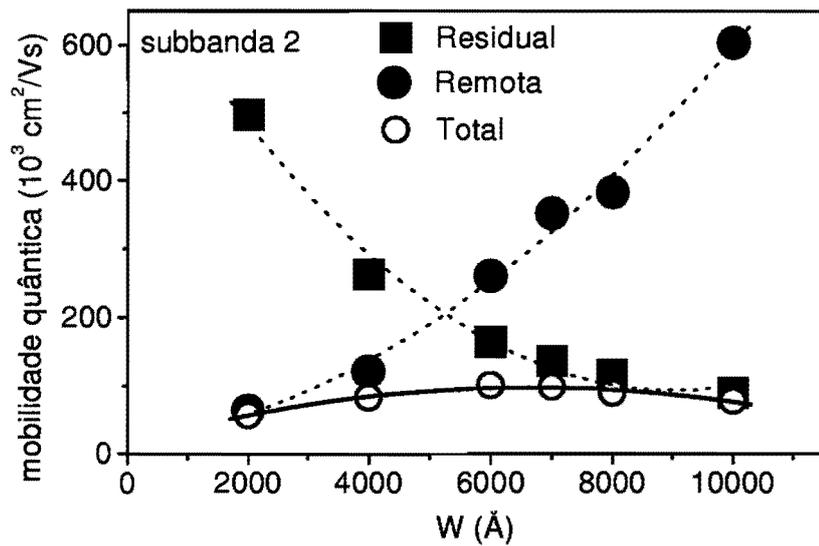


Fig. 11.7: Comportamento da mobilidade quântica da segunda sub-banda em função da largura do poço.

Capítulo 12

Coexistência de Níveis de Landau 2D e 3D

12.1 Introdução

A PASSAGEM PROGRESSIVA de estados quase-bidimensional para estados tridimensional tem sido, até o momento, pouco estudada. PQWs são bons candidatos para este estudo, pois são sistemas promissores para a formação de um gás de elétrons 3D de alta mobilidade.

Os níveis de energia de um PQW cheio aproximam-se, em valor, aos de um poço quântico quadrado. Em um poço quadrado infinito de largura w_e , o espectro de energia é dado por:

$$E_i = \frac{i^2(h/w_e)^2}{8m} \quad (12.1)$$

onde m é a massa efetiva do elétron, h a constante de Plank e i o índice da sub-banda.

Vê-se que, o espaçamento em energia entre duas sub-bandas consecutivas,

$$\Delta_{ij} = E_j - E_i \quad (12.2)$$

$$\delta_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{2} \quad (12.3)$$

aumenta com o avanço dos índices das sub-bandas, e que, Δ_{ij} diminui com o aumento da largura do poço. Portanto, é de se esperar que os níveis de energia 2D mais baixos ($i = 1, 2, 3$) comecem a se sobrepor primeiro, para um PQW largo e cheio de elétrons de condução. Se este for o caso, poder-se-ia ter a coexistência de um gás 3D, procedente do colapso das sub-bandas de menor índice, com um gás 2D, proveniente das últimas sub-bandas ocupadas.

Porém, ao analisarmos os resultados experimentais referentes às oscilações da magnetoresistência de nossos PQWs — estudamos dois PQWs, # 1 e # 2, cujos parâmetros estão listados nas Tabelas 5.1 e 5.2, respectivamente — chegamos à conclusão de que o gás 3D é formado, não pela sobreposição das primeiras sub-bandas, mas sim, pelo colapso das sub-bandas de maior índice, e que o gás 2D é originário da primeira sub-banda.

Esclarecimentos dos termos

Pode-se argumentar que, o termo nível de Landau 3D (tridimensional) seja inapropriado. Visto que níveis são estados discretos, pode-se afirmar que, agrupar as palavras *nível de Landau* com 3D seja sem sentido, baseado no fato do espectro de energia de um gás 3D ser contínuo.

Historicamente, porém, o termo nível de Landau foi primeiro aplicado a sistemas 3D (*bulk*) que, na presença de campos magnéticos, apresentavam um comportamento de estados discretos. Nós utilizamos o termo neste sentido. (Todavia, concordamos que o termo simplificado *nível 3D*, excluindo Landau, seja inapropriado.) Tanto um gás 3D como um 2D (bidimensional), quando imerso em campos magnéticos, apresentam níveis discretos de energia, denominados níveis de Landau (LL). Isto é claro ao analisarmos as mudanças que o campo magnético causa nas energias de um elétron totalmente livre (3D) e de outro confinado (direção z):

$$\begin{array}{ll}
 \text{Sem campo magnético:} & \text{Com campo magnético:} \\
 E_{(3D)} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) & \implies E_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (12.4) \\
 E_{i(2D)} = E_i + \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2) & \implies E_{in} = E_i + \left(n - \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c
 \end{array}$$

É para fazer distinção entre estes dois casos que utilizamos os termos níveis de Landau 3D e níveis de Landau 2D.

Por outro lado, pensando em função da densidade de estados (DOS), a forma nível de Landau 3D pode soar estranha. O espectro da DOS de um gás de elétrons 3D imerso em campos magnéticos não possui energias proibidas (o contorno dente de serra apresentado na Fig. 12.1 é contínuo). Vê-se que, energeticamente, os elétrons se concentram em níveis, porém não existe *gap* (energias proibidas) entre os LLs. O caso 2D é diferente (observe as gaussianas na Fig. 12.1). Novamente os elétrons se concentram em níveis, mas há energias proibidas entre os LLs. Talvez, nesse sentido, a forma nível de Landau 3D soe estranho, pois estamos acostumados a pensar em nível vinculado com *gap*, como no caso 2D. Mas o caso de um gás de elétrons 3D imerso em campos magnéticos é distinto – há nível sem energias proibidas.

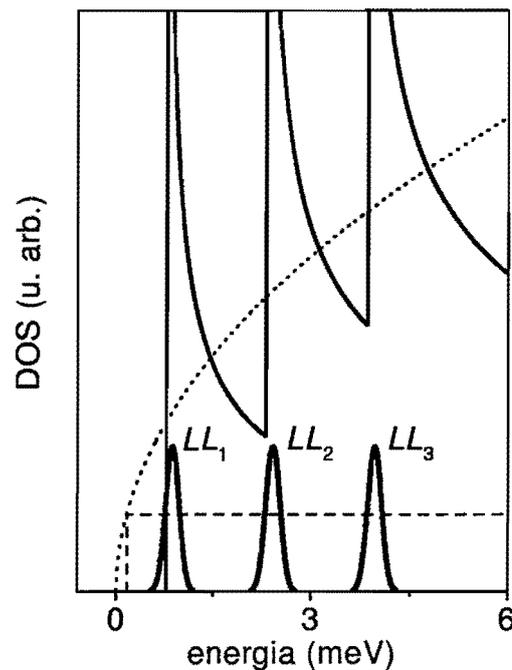


Fig. 12.1: Densidade de estados, DOS, para um gás de elétrons 3D e $B = 0$ – pontilhado; gás 3D e $B \neq 0$ – contorno dente de serra; gás 2D e $B = 0$ – constante; gás 2D e $B \neq 0$ – gaussianas.

12.2 Resultados Experimentais

A Fig. 12.2 apresenta, em função do campo magnético aplicado, as oscilações da magnetoresistência (R_{xx}) na região de campo baixo para diferentes ângulos de incidência, θ , em relação à normal ao substrato. As oscilações são periódicas em $1/B$, e apresentam somente uma frequência. Também, as posições das oscilações são deslocadas quando progressivamente θ torna-se maior. [Comportamento de gás 2D de elétrons.] A Fig. 12.4(a) mostra $R_{xx} \times B$ para $\theta = 0$, linha sólida, e o ajuste pela Eq. (3.17), pontilhado. Através da comparação entre as curvas experimental e teórica, extraímos o valor da densidade de carga e o tempo quântico ¹: $n_{s1} = 1,4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ e $\tau_1 = 2,2 \times 10^{-12} \text{ s}$, respectivamente. Esta densidade coincide com a densidade auto-consistente 2D da primeira sub-banda ($1,2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$), calculada a partir do valor da densidade Hall medida a campo baixo ($n_H = 3,9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$). Surpreendentemente, não há evidência da contribuição de outras sub-bandas nestes espectros analisados.

Portanto, surge a questão: "Onde foi parar a carga $(n_H - n_{s1}) = 2,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ "? Efetuando medidas em campo intermediário encontramos a resposta.

A Fig. 12.3 mostra a dependência da magnetoresistência estendendo o campo magnético até $3T$, para $0 < \theta < 90^\circ$. As linhas verticais - apresentamos 4 linhas - indicam um novo tipo de oscilação. Diferente das oscilações rotuladas por A, cujo comportamento é 2D, este novo tipo de oscilação não modifica a sua posição com a variação do ângulo θ . Este comportamento é característico de um gás 3D. Sendo assim, atribuímos tal comportamento à formação de níveis de Landau 3D dentro do poço, originários do colapso das sub-bandas de maior energia ².

Como mencionado, para um PQW largo, era de se esperar que os níveis

¹Para não se tornar repetitivo, o texto faz referência ao PQW # 1. Entretanto, o mesmo comportamento é observado no PQW # 2.

²Vale a pena ressaltar que, em relação ao estado fundamental, estas sub-bandas estão em níveis mais elevados de energia, todavia, em relação à energia de Fermi, os elétrons nestas sub-bandas estão menos energéticos do que os elétrons no estado fundamental.

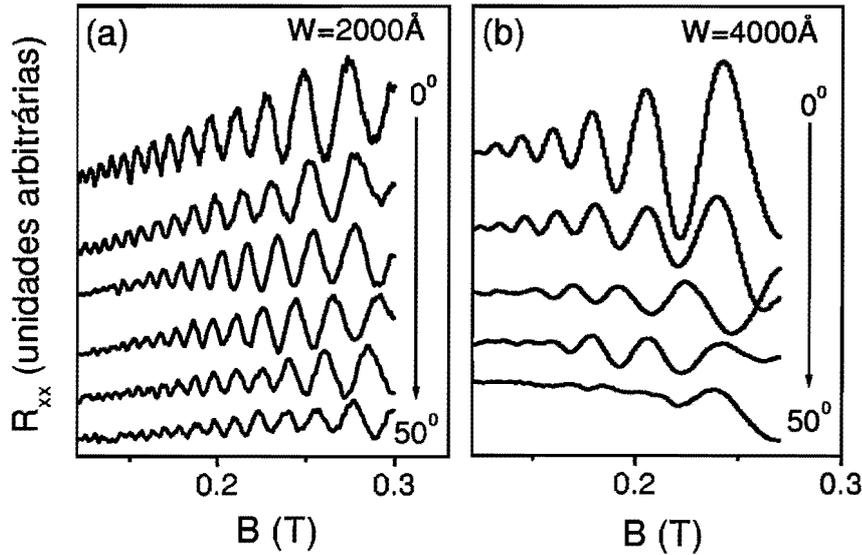


Fig. 12.2: (a) PQW # 1. (b) PQW # 2. $T = 50$ mK. Região de campo baixo das oscilações da magnetoresistância em função do campo magnético aplicado para diferentes ângulos de incidência, θ , em relação à normal ao substrato.

de energia mais baixos começassem a se sobrepor primeiro, pois E_i cresce com o quadrado do índice i . Todavia, se com o avanço dos índices, o alargamento dos níveis das sub-bandas elevadas Γ_j crescer mais rapidamente que o espaçamento entre as sub-bandas Δ_{ij} , as sub-bandas elevadas colapsarão para os níveis de Landau natural (*bulk*) antes do que as de menor índice.

Adicionalmente, se forem satisfeitas as condições $\Gamma_2 < \delta_{12}$ e $\Gamma_j > \delta_{j-1,j}$, o efeito 2D será observado somente na primeira sub-banda, e o efeito 3D coexistirá pelo colapso das sub-bandas elevadas – pode-se visualizar estas condições na Fig. 12.6.

Subtraímos as oscilações da magnetoresistância atribuídas à primeira sub-banda das oscilações da Fig. 12.3. O resultado da subtração graficamos na Fig. 12.4(b), linha sólida. Através da Eq. (3.18), ajustamos estes dados, pontilhado, e encontramos $E_{F(3D)} = 3,24$ meV; o que corresponde a uma concentração 3D para as 4 sub-bandas elevadas no valor de $N_{(3D)} = 1,7 \times 10^{16}$ cm⁻³. Esta densidade 3D não é constante ao longo da extensão do poço, mas

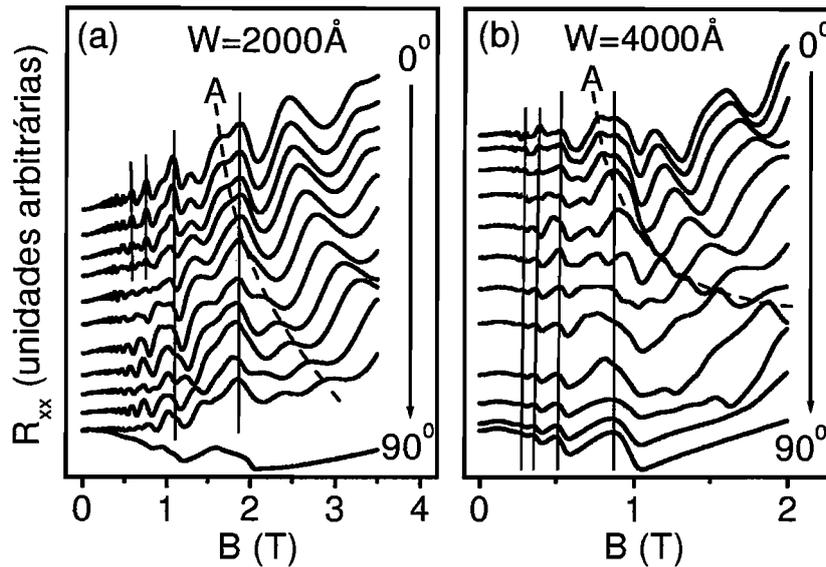


Fig. 12.3: (a) PQW # 1. (b) PQW # 2. $T = 50$ mK. Magnetoresistência para vários ângulos θ . As linhas verticais apresentam um comportamento 3D. A Linha A é característica de confinamento 2D (note que, quando θ aumenta, ela cruza a linha vertical).

apresenta um mínimo no centro, conforme visto na Fig. 12.5, linha sólida em negrito. Portanto, a densidade areal equivalente não pode ser calculada pela expressão $n_s = w_e \times N_{(3D)}$. [Para $w_e = 1900$ Å, $n_s = 3,3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Somado ao n_{s1} experimental, resultaria em uma densidade areal total igual a $4,7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, superior ao n_H medido.]

A largura efetiva auto-consistente da densidade eletrônica é calculada por:

$$(\Delta z)^2 = \frac{12}{n_s} \int_0^W \left(z - \frac{W}{2} \right)^2 n(z) dz \quad (12.5)$$

onde $n(z) = \sum n_{si} |\phi_i(z)|^2$.

Com os valores do PQW # 1, encontramos $\Delta z = 1200$ Å para as quatro sub-bandas elevadas. Introduzindo o valor na expressão $n_s = \Delta z \times N_{(3D)}$, resulta em $n_s \approx (n_H - n_{s1})$, conforme esperado, para a coexistência dos gases 2D e 3D.

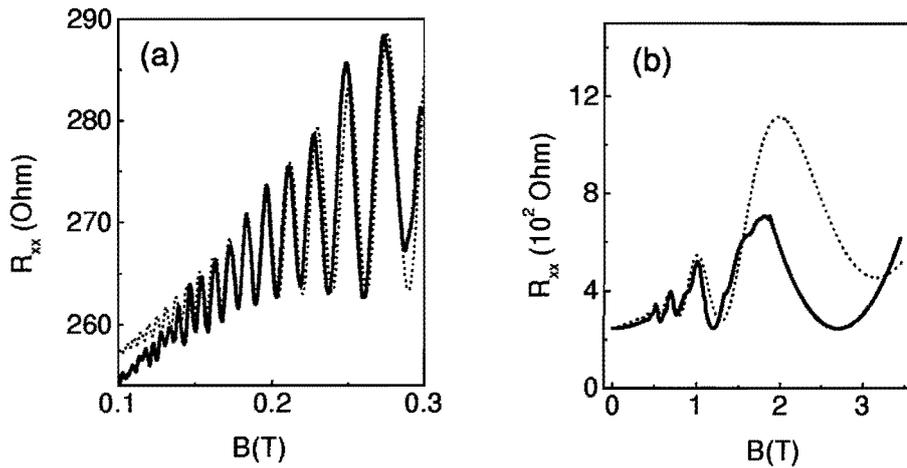


Fig. 12.4: PQW # 1. $T = 50$ mK. (a) Oscilações da magnetoresistência para $\theta = 0$, linha sólida. Ajuste efetuado pela Eq. (3.17), pontilhado. (b) Oscilações de SdH 3D, linha sólida. Ajuste pela Eq. (3.18), pontilhado.

12.3 Tempo de Espalhamento e Discussão

[Nota: Para facilitar a compreensão, resumimos os principais resultados calculados dos PQWs # 1 e # 2 nas Tabelas 12.1 e 12.2.]

Como já mencionado, através do ajuste da curva experimental, encontramos $\tau_1 = 2,2$ ps, o que equivale a $\Gamma_1 = 0,15$ meV, cujo valor é menor que o calculado para a primeira sub-banda (0,40 meV). A determinação do tempo quântico do gás 3D – Fig. 12.4(b) – leva a um alargamento dos estados naturais (*bulk*) de valor $\Gamma_{(3D)} = 0,40$ meV. A média dos alargamentos calculados para as 4 sub-bandas elevadas, ponderada com as concentrações, é 0,60 meV, aproximadamente 50% maior que o valor experimental. Empiricamente, para simultaneamente os efeitos 2D e 3D serem observados exige-se $\delta_{12} > \Gamma_2$. Os valores calculados são: $\delta_{12} = 0,19$ meV e $\Gamma_2 = 0,46$ meV. Portanto, os resultados dos cálculos parecem não comprovar a coexistência dos gases 2D e 3D.

Poder-se-ia argumentar que, para diminuir o valor calculado da linha Γ_2 , dever-se-ia abaixar a concentração da impureza residual utilizada no cálculo.

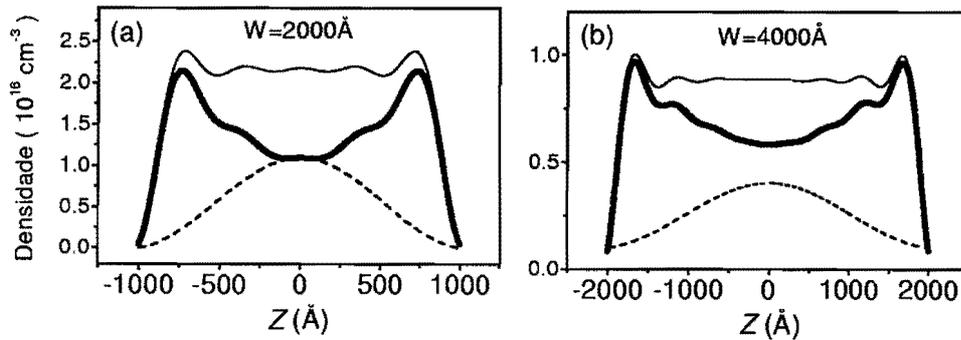


Fig. 12.5: (a) PQW # 1. (b) PQW # 2. Perfil das densidades eletrônicas na região do poço. A linha sólida fina apresenta a densidade total. A linha tracejada é somente da primeira sub-banda. E a linha sólida em negrito ilustra o perfil das sub-bandas elevadas.

Entretanto, este procedimento também diminuiria as larguras de linhas das outras sub-bandas elevadas, e o efeito 2D seria observado em todas as sub-bandas (algo que, experimentalmente não ocorre). Assim, este raciocínio deve ser descartado.

Em busca de explicações fisicamente mais adequadas, uma nova linha de raciocínio é introduzida com as observações da Ref. [32]. Os autores da Ref. [32] concluem que, em sistemas com várias sub-bandas ocupadas, o acoplamento inter sub-banda afeta pronunciadamente o efeito de blindagem. Isto produz, nas sub-bandas de menor índice, um aumento na mobilidade. Por exemplo, segundo os autores, os tempos quânticos das primeira e segunda sub-bandas aumentam em 50% quando a terceira sub-banda passa a ser ocupada. O efeito é mais acentuado se mais sub-bandas são ocupadas.

Em harmonia com os resultados dos cálculos auto-consistentes, a energia de Fermi de nosso sistema permite o preenchimento de 5 sub-bandas. Portanto, é razoável imputar um aumento na mobilidade das duas primeiras sub-bandas à influência do acoplamento inter sub-banda no efeito de blindagem. Neste sentido, assumindo que os alargamento dos níveis de Landau das primeira e segunda sub-bandas diminuam por um fator 2, encontramos os valores: $\Gamma_1 = 0,20$ meV e $\Gamma_2 = 0,23$ meV. Consequentemente, tem-se $\delta_{12} \approx \Gamma_2$,

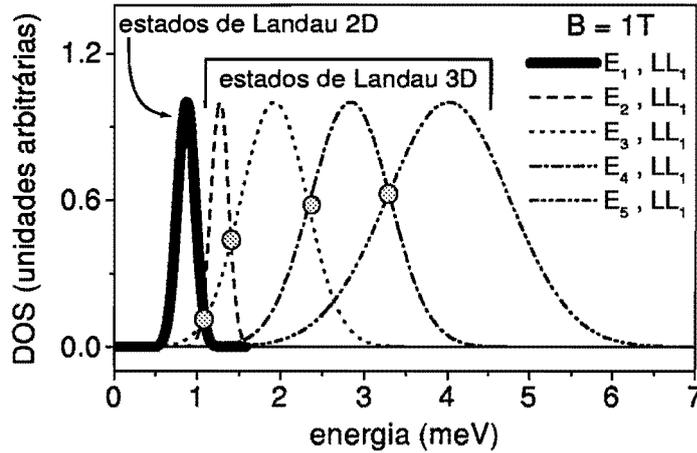


Fig. 12.6: Densidade de estados, DOS, em função da energia para $B = 1T$. Os círculos sinalizam as intersecções. Nos cálculos, foram utilizados os valores do PQW # 1 aplicados à Eq. (8.1).

o que origina o confinamento 2D da primeira sub-banda. [Para ser mais preciso, o fator divisório é 2,4, o que resulta em $\Gamma_2 = 0,19$ meV.] Para as outras sub-bandas, o efeito na blindagem não é tão acentuado, resultando no alargamento ser maior que a metade do espaçamento entre as sub-bandas. Assim, estas sub-bandas colapsam e o comportamento 3D é observado.

12.4 Estados de Landau 3D

Como apresentado neste capítulo, também estudamos um PQW de largura 4000 Å. Neste, observamos o mesmo comportamento do caso PQW-2000-Å. O gás capturado no poço apresentou os dois tipos de oscilações, 2D e 3D, e os resultados dos cálculos dos tempos de espalhamento induziram às mesmas conclusões. Assim, demonstramos que estados de Landau 3D devem ocorrer para poços com largura superior a 4000Å. Para tentar estimar esta largura, realizamos cálculos para determinar onde $\Gamma_2 \gg \delta_{12}$ (atribuímos um fator 2 na razão entre os termos). Os resultados apontam que estados de Landau 3D ocorrerão para PQW com largura em torno de 7000Å — conforme indicado

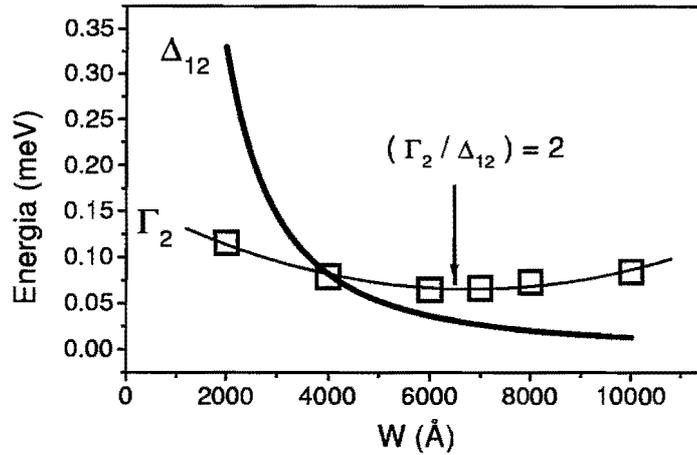


Fig. 12.7: Previsão teórica para a largura do PQW em que ocorrerá somente estados de Landau 3D. Utilizou-se para a densidade residual homogênea o valor correspondendo ao limite inferior de contaminação; e para a densidade remota (em cada lado do poço), o valor da metade da densidade do PQW cheio.

na Fig. 12.7.

Obstáculos para a confecção do PQW 3D: Para verificar a previsão acima mencionada, foi crescido um PQW de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ com os seguintes parâmetros: $W = 6000 \text{ \AA}$, $\Delta_1 = 243 \text{ meV}$ ($x=0,27$), $\Delta_2 = 10 \text{ meV}$ e camada *spacer* de 100 \AA . A densidade para o caso cheio é: $n_s^{(\text{cheio})} = 2,2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. A dopagem realizada foi de $n_s = 5,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, em cada lado do poço – como no caso PQW 4000 \AA – sendo suficiente para preenchê-lo completamente. Posteriormente, foram feitas a barra Hall e os contatos de Índio.

A Fig. 12.8 apresenta as oscilações de SdH e as medidas Hall da amostra PQW- $6000\text{-}\text{\AA}$. As medidas foram realizadas após a iluminação. A caracterização Hall a campo baixo determinou $n_H = 1,1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (carga total capturada pelo poço). Assim, a metade do valor esperado para poço cheio. Com o preenchimento de 50%, espera-se uma repetição dos efeitos quânticos que foram apresentados no capítulo que trata do anticruzamento de níveis

de Landau. Desta forma, não foi possível verificar com este poço os estados de Landau 3D. O problema da transferência de elétrons (dopagem—poço) parece ser intrínseco e também foi observado nas amostras # 36, # 37, # 63, # 84, # 85 e # 86. Mesmo após a iluminação, não foi possível atingir a configuração de poço cheio nestas amostras. Elas também tiveram um preenchimento ao redor de 50%. Já os PQWs # 1 e # 2 tiveram uma transferência eficiente, chegando a 100% de preenchimento. Em todos os PQWs estudados, a dopagem realizada foi de $n_s = 5,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, em cada lado do poço.

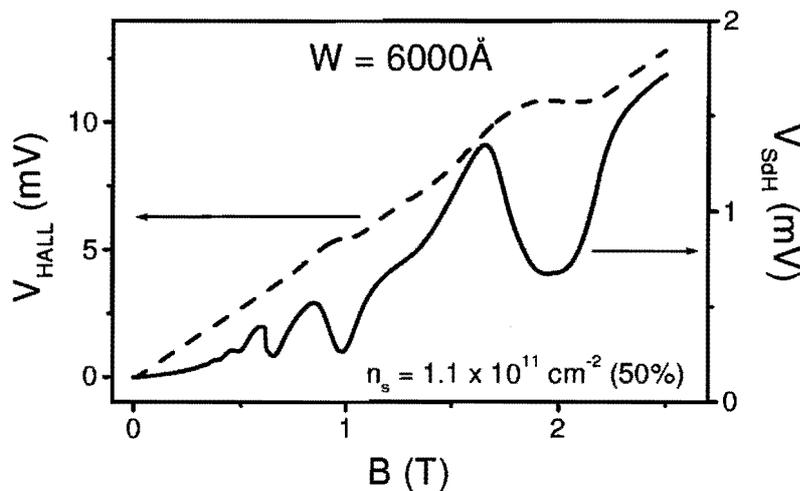


Fig. 12.8: Magnetoresistência e medidas Hall do PQW-6000-Å. $T = 1,5 \text{ K}$.

Tabela 12.1: PQW # 1. i -ésima sub-banda, densidade de carga de cada sub-banda (n_{si}), espectro de energia (E_i), separação das sub-bandas ($\Delta_{ij} = E_j - E_i$), $\delta_{ij} = \Delta_{ij}/2$, mobilidade de transporte ($\mu_{\tau i}$), mobilidade quântica ($\mu_{\gamma i}$) e alargamento do nível de Landau $\Gamma_i = \hbar/2\tau$. Densidades em unidades de 10^{11} cm^{-2} , energias em meV e mobilidades em $10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

i -ésima subbanda	n_{si}	E_i	Δ_{ij}	δ_{ij}	$\mu_{\tau i}$	$\mu_{\gamma i}$	Γ_i
1	1,15	0,12	—	—	88	21	0,40
2	1,03	0,50	0,38	0,19	72	19	0,46
3	0,85	1,15	0,65	0,33	52	15	0,56
4	0,60	2,06	0,91	0,46	46	13	0,67
5	0,27	3,24	1,18	0,59	18	8	1,06

Tabela 12.2: PQW # 2. Nomenclatura na Tabela 12.1.

i -ésima subbanda	n_{si}	E_i	Δ_{ij}	δ_{ij}	$\mu_{\tau i}$	$\mu_{\gamma i}$	Γ_i
1	0,64	0,03	—	—	475	170	0,05
2	0,62	0,11	0,08	0,04	203	85	0,09
3	0,57	0,25	0,14	0,07	210	56	0,14
4	0,51	0,44	0,19	0,10	119	40	0,20
5	0,43	0,70	0,25	0,13	143	34	0,22
6	0,33	1,01	0,31	0,16	76	26	0,30
7	0,22	1,38	0,37	0,19	89	26	0,30
8	0,08	1,82	0,44	0,22	13	17	0,47

Capítulo 13

Conclusão

O POÇO QUÂNTICO PARABÓLICO LARGO dopado remotamente é um sistema notável para a consecução de um gás de elétrons tridimensional (3D) de alta mobilidade. Quando cheio, as sub-bandas de índice elevado colapsam para a formação do gás 3D. Para larguras 2000 e 4000 Å, nossos resultados da dependência angular da magnetoresistência apontam para uma coexistência de estados 2D e 3D no poço, sendo o gás 2D proveniente da primeira sub-banda de confinamento. Nossos cálculos do tempo quântico, mostraram que quando o valor do alargamento dos níveis de Landau da j -ésima sub-banda, Γ_j , é maior que o valor da metade da separação entre a j -ésima sub-banda e a i -ésima sub-banda, $\delta_{ij} = (E_j - E_i)/2$, o gás 3D se forma, onde $i = j - 1$.

A permanência do gás 2D nos poços dos PQWs estudados foi atribuída a um aumento do efeito de blindagem nas sub-bandas de menor índice, devido ao acloppamento inter sub-banda. Assim, somente entre as duas primeiras sub-bandas a condição $\Gamma_2 < \delta_{12}$ foi satisfeita. Para os demais espaçamentos entre sub-bandas, têm-se a condição $\Gamma_j > \delta_{ij}$, e os estados 3D são formados.

Para se atingir a condição $\Gamma_2 = 2 \cdot \delta_{12}$, possibilitando a formação somente do gás 3D no poço, a nossa previsão indica que o valor da largura do PQW deva ser próximo de 7000 Å.

Quando a transferência de elétrons da dopagem para o poço não é muito eficiente, os PQWs estudados foram somente capazes de capturar cargas para o preenchimento de 2 sub-bandas. Neste caso, o gás 3D não é formado. Todavia, inclinando o PQW em relação ao campo magnético, pode-se observar a passagem progressiva de estados de Landau 2D para estados 3D, quando a direção do campo gira no sentido perpendicular-paralelo ao substrato. Isso é decorrente do fato do valor da separação entre níveis de Landau diminuir com o incremento do ângulo. Nossos resultados da dependência angular da magnetoresistência e da energia de ativação, indicam a coexistência de estados de Landau 2D e 3D em campos intensos e com inclinação acentuada, $\theta = 80 \rightarrow 90^\circ$. Esta coexistência é diferente da mencionada anteriormente, quando estados de Landau 2D e 3D já são observados em campo perpendicular.

Referências Bibliográficas

- [1] M. Sundaram, A.C. Gossard, J.H. English, and R.M. Westervelt. *Superlattices and Microstructures* **4**, No. 6, 683 (1988).
- [2] A.J. Rimberg and R.M. Westervelt. *Phys. Rev. B* **40**, 3970 (1989).
- [3] Michael P. Stopa and S. Das Sarma. *Phys. Rev. B* **40**, 10048 (1989).
- [4] M. Shayegan, T. Sajoto, M. Santos, and C. Silvestre. *Appl. Phys. Lett.* **53** (9), 791 (1988).
- [5] E.G. Gwinn, P.F. Hopkins, A.J. Rimberg, R.M. Westervelt, M. Sundaram, and A.C. Gossard. *Phys. Rev. B* **41**, 10700 (1990).
- [6] E.G. Gwinn, R.M. Westervelt, P.F. Hopkins, A.J. Rimberg, M. Sundaram, and A.C. Gossard. *Phys. Rev. B* **39**, 6260 (1989).
- [7] *Cálculo Numérico com Estudos de Casos em FORTRAN IV*, Willian S. Dorn and Daniel D. MacCracken, EDUSP (1981).
- [8] P.F. Hopkins, A.J. Rimberg, E.G. Gwinn, R.M. Westervelt, M. Sundaram, and A.C. Gossard. *Appl. Phys. Lett.* **41**, 2823 (1990).
- [9] E. H. Hall. *Am. J. Math.* **2**, 287 (1879); E. H. Hall. *Am. J. Sci. series 3* **20**, 161 (1880).
- [10] J. P. Eisenstein and H. L. Stormer. *Science* **248**, 1510 (1990).
- [11] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).

- [12] <http://www.nobel.se/laureates/physics-1985.html>
- [13] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard. Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
- [14] R. B. Laughlin. Phys. Rev. Lett. **50**, 1395 (1983).
- [15] <http://www.nobel.se/announcement-98/physics98.html>
- [16] M.E. Raikh and T.V. Shahbazyan, Phys. Rev. B **47**, 1522 (1993); M.E. Raikh and T.V. Shahbazyan, Phys. Rev. B **49**, 5531 (1994); G. M. Gusev, A.A. Quivy, J.R. Leite, A.A. Bykov, N.T. Moshegov, V.M. Kudryashev, A.I. Toporov and Yu V. Nastaushev, Semicond. Sci. Technol, **14**, 1114 (1999).
- [17] *Landau Level Spectroscopy*, Modern Problems in Condensed Matter Sciences, edited by G. Landwehr and E.I. Rashba, NORTH-HOLLAND, Volume 27.2 (1991).
- [18] K. Seeger: *Semiconductor Physics*, Springer Series in Solid-State Sciences **40**, Springer-Verlag.
- [19] C. Zhang and Y. Takahashi, Semicond. Sci. Technol, **12**, 835 (1997); M. Shayegan, T. Sajoto, J. Jo, M. Santos and H. D. Drew Phys. Rev. B **40**, 3476 (1989).
- [20] D. M. Mitrinovic, V. Milanovic and Z. Ikonc, Phys. Rev. B **54**, 7666 (1996).
- [21] R. Merlin, Solid State Communications, **64**, 99, 1987.
- [22] J. Yoshino, H. Sakari, and T. Hotta, Surface Science **142**, 326, 1984.
- [23] P. F. Hopkins, K. L. Campman, and A. C. Gossard, J. Crystal Growth **127**, 798 (1993).
- [24] G. Gobsch, D. Schulze, and G. Paasch, Phys. Rev. B **38**, 10943 (1988).

- [25] C. Kutter, V. Chitta, J. C. Maan, M. L. Leadbeater, M. Henini, and L. Eaves, *Phys. Rev. B* **45**, 8749 (1992).
- [26] Peter Y. Yu, Manuel Cardona: *Fundamentals of Semiconductors* (Springer-Verlag, 1996).
- [27] S. Das Sarma and Frank Stern, *Phys. Rev. B* **32**, 8442 (1985); K.H. Yoo, J.W. Park, J.B. Choi, H.K. Lee, J.J. Lee, and T.W. Kim, *Phys. Rev. B* **53**, 16551 (1996).
- [28] J.M. Ziman: *Principles of the Theory of Solids*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.
- [29] A. Gold, *Phys. Rev. B* **35**, 723 (1987); A. Gold, *Phys. Rev. B* **38**, 10798 (1988).
- [30] B. Laikhtman and R.A. Kiehl, *Phys. Rev. B* **47**, 10515 (1993).
- [31] S. Mori and T. Ando, *Phys. Rev. B* **19**, 6433 (1979); Shojiro Mori and Tsuneya Ando, *Journal of the Physical Society of Japan* **48**, 865 (1980).
- [32] Guo-Qiang, Nelson Studart, and François M. Peeters *Phys. Rev. B* **52**, 8363 (1995); Guo-Qiang, Nelson Studart, François M. Peeters, Paul M. Koenraad, and Joachim H. Wolter *J. Appl. Phys.* **80**, 5809 (1996).
- [33] P.T. Coleridge, *Phys. Rev. B* **44**, 3793 (1991).
- [34] E. Zaremba, *Phys. Rev. B* **45**, 14143 (1992); G. Salis, P. Wirth, T. Heinzl, T. Ihn, and K. Ensslin, *Phys. Rev. B* **59**, R5304 (1999);
- [35] W. Walukiewicz, P.F. Hopkins, M. Sundaram, and C. Gossard, *Phys. Rev. B* **44**, 10909 (1991).

