UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

O potencial de São Paulo: uma descrição geral de reações nucleares entre íons pesados

Leandro Romero Gasques

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para obtenção de título de Doutor em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Carlos Chamon

Banca Examinadora:
Prof. Dr. Luiz Carlos Chamon (IFUSP)
Prof. Dr. Nemitala Added (IFUSP)
Prof. Dr. Raphael Liguori Neto (IFUSP)
Prof. Dr. Raul José Donângelo (UFRJ)
Prof. Dr. Sérgio José Barbosa Duarte (CBPF)

INSTITUTO DE FÍSICA
Serviço de Biblioteca e Informação
Tombo: 3894 ex.1

Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

São Paulo
2003

def. 15/08/03

539.75
G 249 p
D
ex. 1

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Gasques, Leandro Romero

O Potencial de São Paulo: Uma Descrição Geral de Reações Nucleares entre Íons Pesados.
São Paulo, SP - 2003

Tese (Doutoramento) Universidade de São Paulo
Instituto de Física. Departamento de Física Nuclear

Orientador: Prof. Dr. Luiz Carlos Chamon
Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Potencial Nuclear;
2. Densidade Nuclear; 3. Espalhamento Elástico;
4. Fusão Nuclear.

USP/IF/SBI-048/2003

A Miguel Romero Gasques e
Flavia Romero Gasques

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Luiz Carlos Chamon, meu orientador e amigo, pelo empenho, pela confiança e pela dedicação, que foram fatores decisivos para a realização deste trabalho.

Aos meus pais pelo amor, carinho e compreensão que sempre demonstraram. Foram eles, sem dúvida, os grandes alicerces desta e de muitas outras conquistas em minha vida.

A minhas irmãs, Raquel Romero Gasques e Mariana Romero Gasques, pelo carinho e constante incentivo.

Ao Prof. Dr. Dirceu Pereira por toda ajuda e pelas valiosas discussões.

Ao Dr. Ernesto Silvio Rossi Jr. e a Dra. Cely Paula da Silva, pela amizade e pelo auxílio em várias etapas desse trabalho.

Ao meu grande amigo e parceiro Dr. Marcos Aurélio Gonzalez Alvarez, com quem divido os méritos desse trabalho.

Ao meu amigo Dr. Fabio Furlan Ferreira, por suas idéias e sugestões, um agradecimento especial.

Aos meus amigos da oficina e da eletrônica, que sempre se mostraram dispostos a me ajudar.

As secretárias do Pelletron, pela presteza e dedicação.

A todas as pessoas que de alguma maneira contribuíram para a realização dessa tese de doutorado.

A FAPESP pelo apoio financeiro em todas as etapas desse trabalho.

Resumo

Neste trabalho, apresentamos um modelo não-local para a parte real da interação nuclear, que está baseado em efeitos quânticos relacionados à troca de núcleons entre os núcleos alvo e projétil (não-localidade de Pauli). Esse modelo não possui nenhum parâmetro livre e tem se mostrado eficiente para descrever dados de espalhamento elástico, inelástico, transferência e fusão, com energias que vão desde subcoulombianas até centenas de MeV acima da barreira.

Dados de seção de choque de espalhamento elástico foram medidos na região da barreira para os sistemas ^{4,6}He, ^{12}C, ^{28}Si + ^{58}Ni. Os correspondentes potenciais nucleares referentes a cada sistema foram determinados e posteriormente comparados com os resultados fornecidos pelo modelo não-local.

Se o modelo não-local é assumido para a interação e a densidade de um dos núcleos é conhecida, um método de deconvolução pode ser utilizado para extrair a densidade do outro núcleo, através da análise de dados de espalhamento elástico. Neste trabalho, apresentamos resultados obtidos para a densidade dos núcleos ^{4,6}He, ^{12}C, ^{16,18}O e ^{28}Si.

Também estudamos, utilizando a interação não-local, uma sistemática envolvendo cerca de 2500 dados experimentais de fusão nuclear, referentes a 165 diferentes sistemas, dentro do contexto do modelo unidimensional de penetração de barreira.

Abstract

In this work, we present a nonlocal model for the real part of the nuclear interaction that is based on quantum effects related to the exchange of nucleons between the target and the projectile (Pauli nonlocality). This model is totally parameter-free and has been successful in describing the elastic and inelastic scattering, transfer and fusion processes, from sub-Coulomb to intermediate energies.

Elastic scattering differential cross sections have been measured for the ^{4,6}He, ^{12}C, ^{28}Si + ^{58}Ni systems at sub-barrier energies. The corresponding nuclear potentials have been determined and compared with the results obtained using the nonlocal model.

If the nonlocal model is assumed for the interaction and the density of one nucleus is known, an unfolding method can be used to extract the density of the other nucleus from the elastic scattering data analysis. In this work, we present the results obtained for the densities of the ^{4,6}He, ^{12}C, ^{16,18}O and ^{28}Si nuclei.

Using the nonlocal interaction in the context of the unidimensional barrier penetration model, we have also studied a systematics involving about 2500 experimental fusion data for 165 different systems.

Índice

Agradecimentos 1
Resumo 2
Abstract 3
Índice 4
Introdução 6
Capítulo 1: Parte Experimental 11
1.1 Introdução 11
1.2 Arranjo Experimental 11
1.2.1 O Acelerador e a Fonte de Íons 12
1.2.2 Radioactive Nuclear Beams (RNB) 14
1.2.3 Sistema de Detecção e Eletrônica de Aquisição 17
1.3 Redução dos Dados Experimentais 18
1.4 Determinação da Seção de Choque Diferencial 21
1.5 Medidas Realizadas 24
Capítulo 2: Parte Teórica 25
2.1 Introdução 25
2.2 Sistematização das Densidades 25
2.3 O Modelo Ótico 32
2.3.1 O Potencial Coulombiano 34
2.3.2 O Potencial Double-Folding 36
2.3.3 O Modelo de Interação Nuclear Não-Local 39
2.3.4 A Parte Imaginária do Potencial Ótico 46
2.4 O Modelo de Penetração de Barreira 47
Capítulo 3: Determinação do Potencial Nuclear 52
3.1 Introdução 52

3.2 Apresentação do Método 52
3.3 Sistemas Estudados e Resultados Obtidos 57
3.4 Ajuste das Distribuições Angulares 60
Capítulo 4: Determinação da Densidade Nuclear 66
4.1 Introdução 66
4.2 O Método 66
4.3 Determinação da Densidade Nuclear do ^{12}C 70
4.4 Determinação da Densidade Nuclear do ^{28}Si 74
4.5 Determinação da Densidade dos Núcleos $^{4,6}He$ 76
4.6 Efeitos dos Erros Sistemáticos na Difusividade 78
4.7 Sumário 81
Capítulo 5: Um Estudo do Processo de Fusão 84
5.1 Introdução 84
5.2 Efeitos de Estrutura nos Cálculos BPM 85
5.3 Estudo da Sistemática e Resultados Obtidos 87
5.4 Efeito da Não-Localidade nos Cálculos de Fusão 91
Capítulo 6: Conclusões e Perspectivas Futuras 93
Referências 95

Introdução

A importância de aprimorar o conhecimento sobre a interação nuclear é indiscutível e certamente fundamental para o desenvolvimento de diversos campos importantes da física, tais como: determinar de maneira precisa à seção de choque de reações nucleares de interesse astrofísico, desenvolver modelos teóricos a fim de descrever a interação entre partículas elementares, aperfeiçoar cálculos de estrutura nuclear, etc. É bem verdade que, nas últimas décadas, grandes esforços foram realizados para aprimorar o conhecimento sobre a interação entre os núcleos, proporcionando importantes avanços em diversas sub-áreas da física nuclear, tais como: reações entre íons pesados, colisões núcleon-núcleon, reações envolvendo núcleos exóticos, etc. Particularmente, sabemos que compreender os mecanismos envolvidos nas reações entre íons pesados é indispensável no entendimento da dinâmica de interação da matéria nuclear. Entretanto, tratar uma colisão entre núcleos pesados de maneira exata, significa resolver um problema extremamente complexo, envolvendo muitos núcleons. Usualmente, tratamos um problema dessa natureza apenas de maneira aproximada, e neste caso, o processo de reação é descrito através de um potencial médio de interação entre os íons, acoplado a algum modelo para os canais de reação.

Do ponto de vista experimental, o espalhamento elástico é o processo mais simples e direto, e dessa forma pode ser considerado como ponto de partida para a compreensão de canais de reação mais complicados. É bastante conhecido que em energias próximas da barreira coulombiana, o processo de espalhamento elástico entre íons pesados é predominante (em termos de seção de choque). O modelo mais utilizado para a análise de dados experimentais de espalhamento elástico é o Modelo Ótico, onde os graus de liberdade internos dos íons são

considerados "congelados" e o potencial médio de interação é complexo. Neste modelo, o potencial nuclear é descrito pela parte real do potencial ótico, enquanto a parte imaginária simula a absorção de fluxo que está relacionada com os diversos canais de reação.

A análise de dados experimentais de espalhamento elástico em energias pouco acima da barreira coulombiana fornece informações sobre o potencial ótico apenas numa pequena região de distâncias de interação [Sa74], em torno de um ponto conhecido como raio de sensibilidade. Neste caso, não existe uma maneira simples e única de parametrizar o potencial, devido a forte absorção que é característica de sistemas entre núcleos pesados, e que está representada pela parte imaginária do potencial no modelo ótico. Analogamente, a análise de dados experimentais relacionados a outros canais de reação (espalhamento inelástico, reações com transferência de núcleons, fusão nuclear) também não é capaz de fornecer informações sobre a parte nuclear do potencial íon-íon sem ambigüidade. Especificamente no caso da fusão nuclear em energias de bombardeio abaixo da barreira coulombiana, é possível demonstrar que a dificuldade de obtenção de um potencial nuclear está associada ao grande número de acoplamentos existentes entre os núcleos participantes da reação [Be85].

Em princípio, cálculos do tipo canais acoplados poderiam levar em consideração o efeito de todos os canais de reação, de maneira que a utilização da parte imaginária do potencial ótico se tornasse totalmente desnecessária. Entretanto, a solução completa, considerando todo o conjunto de canais de reação acoplados, apresenta dificuldade equivalente à resolução exata do problema de colisão envolvendo muitos núcleons, tornando inviável este tipo de análise. Além disso, considerar um número muito grande de acoplamentos não significa necessariamente conseguir reproduzir os dados experimentais com grande precisão, uma vez que a solução numérica das muitas equações diferenciais pode tornar o resultado dos cálculos impreciso.

Resumindo, a determinação da parte nuclear do potencial íon-íon, através da análise de dados experimentais em energias acima da barreira coulombiana, está sujeita a ambigüidades devido à grande complexidade dos muitos canais de

reação envolvidos neste tipo de experimento. Porém, para alguns casos particulares, a análise de dados experimentais de espalhamento elástico em altas energias (até centenas de *MeV/núcleon*) tem fornecido informações sobre o potencial nuclear com menor grau de ambigüidade [Br97a].

Nosso grupo de pesquisa tem procurado, nos últimos anos, extrair o potencial nuclear entre íons pesados a partir da obtenção de dados experimentais de espalhamento elástico em energias subcoulombianas. Para energias de alguns *MeV* abaixo da barreira, quase todos os canais de reação têm seções de choque desprezíveis, o que possibilita determinar a parte real do potencial sem ambigüidade, uma vez que não há necessidade de utilizar a parte imaginária do potencial ótico para simular alguma absorção de fluxo. Eventualmente, a análise de dados experimentais de alguns poucos canais de reação, relevantes em termos de seção de choque, podem ser incluídas para a obtenção do potencial de interação entre íons pesados. Mesmo nesses casos, a complexidade do tratamento teórico é bastante minimizada em comparação com aquela relacionada aos dados experimentais obtidos em energias acima da barreira coulombiana.

Em energias subcoulombianas, o potencial nuclear pode ser considerado como uma pequena perturbação do potencial coulombiano, e a seção de choque de espalhamento elástico é muito próxima da seção de choque de Rutherford. Sendo assim, é necessário que os dados experimentais sejam obtidos com grande precisão para que o potencial nuclear possa ser determinado com boa definição. Este método experimental que desenvolvemos para a determinação do potencial íon-íon já foi aplicado anteriormente, com bastante sucesso, para os sistemas $^{12}C + ^{208}Pb$, $^{16}O + ^{58,60,62,64}Ni$, ^{88}Sr, $^{90,92}Zr$, ^{92}Mo, ^{120}Sn, ^{138}Ba, ^{208}Pb, $^{18}O + ^{58,60}Ni$ [Ch95,Ch96,Al99],Si01,Ro02,Ga02]. O meu projeto de doutoramento inicialmente se baseou no estudo do potencial nuclear para sistemas envolvendo alguns núcleos com diferentes massas e propriedades ($^{4,6}He$, ^{12}C e ^{28}Si) e um único núcleo alvo (^{58}Ni). Além da grande importância desse trabalho na complementação da sistemática de potenciais nucleares entre íons pesados que nosso grupo de pesquisa vem realizando, a motivação maior desse projeto é

estudar pela primeira vez um núcleo exótico (^{6}He), que apresenta grande interesse para uma boa parte da comunidade científica.

Paralelamente, nosso grupo de pesquisa também tem trabalhado no desenvolvimento de um modelo teórico para a interação nuclear entre íons pesados, que leva em consideração a natureza fermiônica da matéria nuclear. Este modelo não-local é baseado em efeitos quânticos relacionados à troca de núcleons entre alvo e projétil [Ri97,Ch97a,Ch98,Ga98], e altera o já conhecido potencial local *Double Folding* [Sa79], que é baseado numa convolução das densidades nucleares com a interação núcleon-núcleon. Anteriormente, este tipo de interação não-local já havia sido utilizada para descrever o processo de espalhamento elástico para sistemas nêutron-núcleo [Pe62]. Dados experimentais de espalhamento elástico e inelástico, para diversos sistemas, numa ampla região de energia, tem sido muito bem descritos pelo nosso modelo não-local [Ch97a,Ch98].

Ao longo do período em que realizava meu projeto de doutoramento, nosso grupo de pesquisa desenvolveu uma maneira experimental para extrair informações sobre a densidade de núcleos pesados. Assumindo a interação não-local entre íons pesados, que já foi citada anteriormente, e supondo conhecida a densidade de um dos núcleos participantes da colisão, um método *unfolding* pode ser utilizado para determinar a densidade do outro núcleo em interesse, a partir de dados de seção de choque de espalhamento elástico. O método será apresentado em detalhes em um capítulo posterior, onde irei discutir os resultados obtidos para os núcleos ^{4,6}He, ^{12}C, ^{16,18}O e ^{28}Si, e enfatizar algumas limitações que estão presentes neste tipo de análise.

Em um outro trabalho paralelo que realizamos recentemente [Ch02], utilizamos o potencial *Double-Folding* no contexto de não-localidade para construir uma sistemática de potenciais entre íons pesados, a partir de uma sistematização das densidades nucleares. Para tanto, adotamos a distribuição de Fermi com dois parâmetros livres (2pF) para descrever tais densidades, com os valores da difusividade e dos raios dos núcleos parametrizados. Detalhes sobre a obtenção desses parâmetros e uma descrição completa de todas as etapas desse trabalho

serão apresentados mais adiante. Dentro deste contexto, pudemos utilizar os resultados obtidos em meu trabalho de doutoramento, como um teste de consistência do modelo global para descrever o potencial e a densidade nuclear que havíamos desenvolvido.

Alguns modelos teóricos têm sido desenvolvidos com o objetivo de descrever os processos de espalhamento elástico, considerando a dependência da energia e do sistema explicitamente no potencial ótico [Br97a]. Entretanto, a consistência entre modelos teóricos que procuram descrever os processos de espalhamento elástico e fusão, utilizando a mesma interação nuclear, tem sido testada apenas em alguns casos muito particulares [Sc83]. Tendo determinado um potencial nuclear completamente fundamental, sem nenhum parâmetro livre, resolvemos também verificar a validade dessa interação não-local estudando aproximadamente 2500 pontos experimentais de seção de choque de fusão, referentes a 165 diferentes sistemas, dentro do contexto do modelo unidimensional de penetração de barreiras. O modelo de interação não-local descreveu com muito boa precisão, de uma maneira global, o comportamento da seção de choque de fusão.

A tese está organizada da seguinte maneira: a parte experimental e o método utilizado para redução dos dados, estão descritos no capítulo 1. No capítulo 2, é feita uma discussão sobre os fundamentos teóricos que estão diretamente relacionados com esse trabalho. No capítulo 3, são apresentados os resultados obtidos para o potencial nuclear referentes aos sistemas já citados anteriormente. Uma descrição completa do método e os resultados experimentais obtidos para a densidade dos núcleos ^{4,6}He, ^{12}C, ^{16,18}O e ^{28}Si, são apresentados no capítulo 4. Já, no capítulo 5, uma grande sistemática de dados de seção de choque de fusão é analisada segundo o modelo unidimensional de penetração de barreira, utilizando o potencial não-local sem nenhum parâmetro livre que apresentamos nesse trabalho. Finalmente, no capítulo 6, são apresentadas as discussões finais e as conclusões.

Capítulo 1

Parte Experimental

1.1 Introdução

A motivação inicial deste trabalho foi realizar medidas de seção de choque de espalhamento elástico em energias subcoulombianas, para sistemas envolvendo diferentes núcleos projétil colidindo com um alvo de ^{58}Ni, com o objetivo de extrair experimentalmente informações sobre o potencial nuclear. Nosso grupo de pesquisa tem realizado experimentos dessa natureza nos últimos anos, e tem conseguido obter importantes avanços na compreensão dos mecanismos de reações entre íons pesados. Neste trabalho, apresentamos dados de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas ^{12}C, ^{28}Si + ^{58}Ni, obtidos no Laboratório do Acelerador Pelletron do tipo Tandem 8UD fabricado pela NEC e instalado no Departamento de Física Nuclear do IFUSP. Apresentamos também, dados de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas ^{4,6}He + ^{58}Ni, obtidos no *Nuclear Structure Laboratory of the University of Notre Dame, Indiana, USA.*

1.2 Arranjo Experimental

As medidas de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas ^{12}C, ^{28}Si + ^{58}Ni foram realizadas na câmara localizada na canalização

30B do Laboratório Pelletron. O sistema de detecção era composto por um conjunto de nove detectores de barreira de superfície, com um espaçamento de 5° entre eles. Os feixes de íons de carbono e silício foram produzidos por uma fonte SNICS (Source of Negative Ions by Cesium Sputtering), que é freqüentemente utilizada no acelerador Pelletron. Utilizamos alvos de ^{58}Ni com espessura de aproximadamente $40\,\mu g/cm^2$, os quais foram confeccionados no laboratório de alvos do edifício Pelletron, utilizando a técnica de evaporação controlada do pó do isótopo. Também foi evaporada uma quantidade de ^{197}Au ($\approx 40\,\mu g/cm^2$) sobre esses alvos, para efeito de normalização dos dados experimentais. Uma descrição completa sobre a câmara de espalhamento, sistema de detecção, eletrônica de aquisição de dados e princípio de funcionamento do acelerador pode ser encontrada em muitas referências. Eu convido o leitor a consultar as Dissertações de Mestrado de Ernesto Silvio Rossi Jr. e Marcos Aurélio Gonzalez Alvarez, apresentadas no IFUSP, para obter maiores detalhes sobre esses assuntos.

Como citado anteriormente, as medidas de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas ^{4,6}He + ^{58}Ni foram realizadas na Universidade de Notre Dame. A seguir é apresentada uma descrição mais detalhada sobre esse experimento, uma vez que existem importantes diferenças entre o arranjo experimental utilizado no Laboratório Pelletron e o arranjo experimental utilizado no *Nuclear Structure Laboratory.*

1.2.1 O Acelerador e a Fonte de Íons

O principio de funcionamento do acelerador FN Tandem Van der Graaff utilizado no *Nuclear Structure Laboratory* é bastante similar ao do acelerador instalado no Laboratório Pelletron. Basicamente, um feixe de íons negativos, produzido por uma fonte externa, é acelerado em dois estágios. Em nosso experimento, utilizamos um feixe primário de íons negativos de ^{7}Li para produzir um feixe secundário de ^{6}He. Este feixe primário foi produzido por uma fonte de

processo de sputtering (com feixe primário de césio) para produzir o feixe do elemento desejado (^{7}Li em nosso experimento). A figura 1.1 mostra um diagrama esquemático da fonte de íons SNICS II. Para a obtenção do feixe de ^{4}He utilizamos uma fonte de extração direta DUOPLASMATRON [La65], e ao invés de ^{7}Li, utilizamos o próprio ^{4}He como feixe primário.

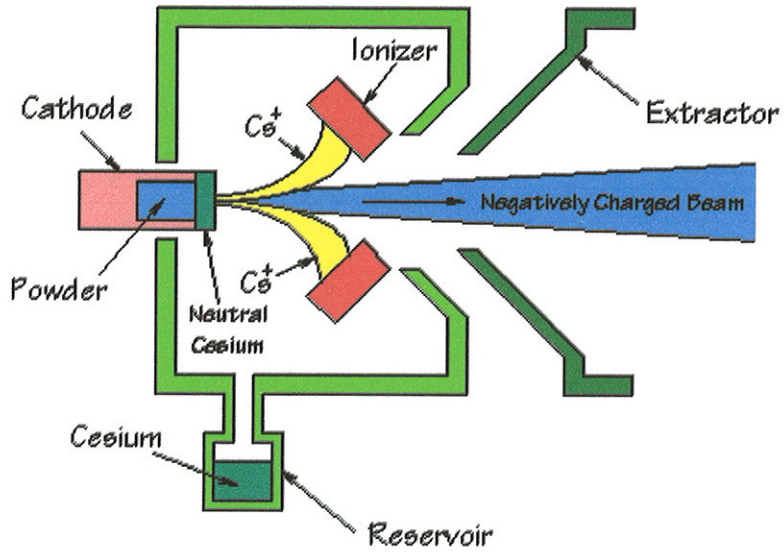

Figura 1.1 – Diagrama esquemático da fonte de íons SNICS II utilizada no *Nuclear Structure Laboratory.*

As condições ópticas para o transporte do feixe, até a entrada do acelerador, são garantidas por um conjunto de lentes focalizadoras. Antes de penetrar no tubo acelerador, o feixe passa por um *buncher* e se torna pulsado, como mostra a figura 1.2. A rigor, não precisaríamos utilizar um feixe pulsado em nosso experimento, uma vez que não usamos tempo de vôo em nossas medidas. Ao atingir o tanque, o feixe negativo é acelerado em direção ao terminal de carga, até encontrar uma fina folha de carbono (Stripper $\approx 4\,\mu g/cm^2$) e trocar de carga. Nesse ponto, se inicia o segundo estágio de aceleração e os íons positivos criados no terminal são acelerados em direção à saída do tanque, devido ao potencial positivo do terminal. Um analisador magnético é colocado na saída do tanque para selecionar apenas o estado de carga de interesse e eliminar outros produtos

selecionar apenas o estado de carga de interesse e eliminar outros produtos indesejáveis do feixe. Um outro eletroímã (Switch Magnet) direciona o feixe emergente para a "sala de alvos", onde um conjunto de imãs e dois quadrupolos magnéticos são utilizados para produzir o feixe até o *Radioactive Nuclear Beamline* (RNB).

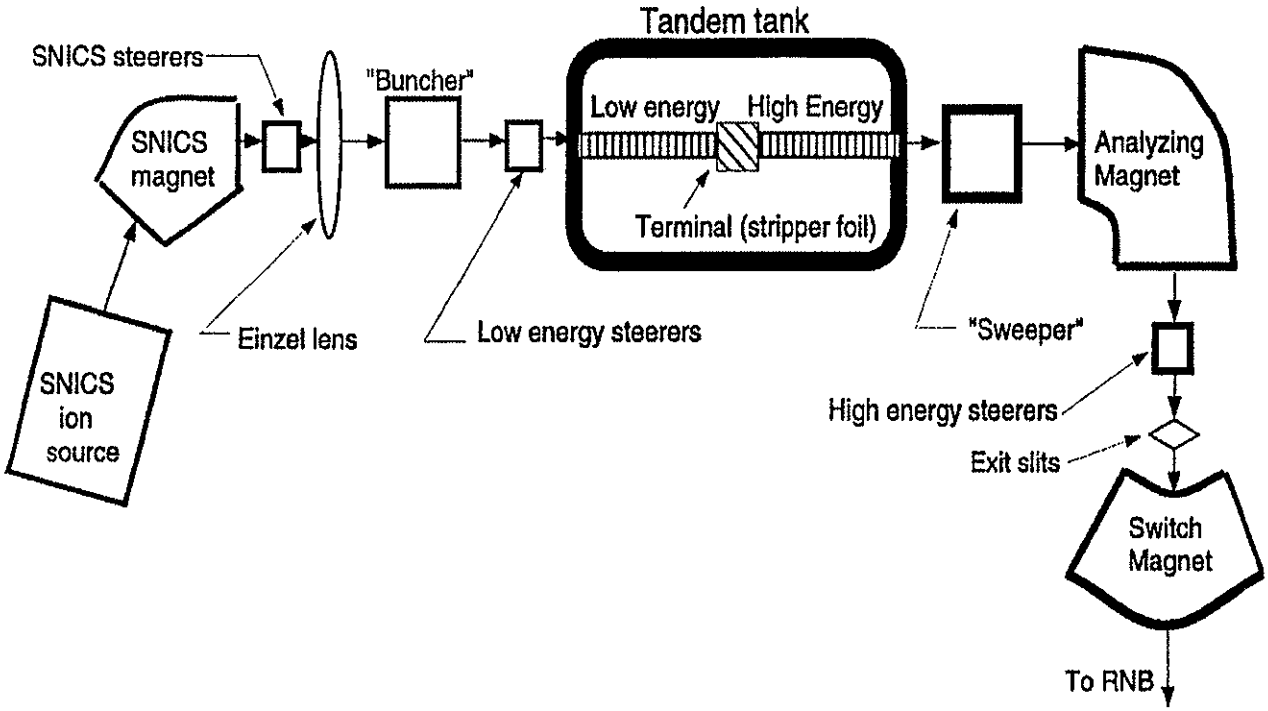

Figura 1.2 – Representação esquemática do acelerador FN Tandem Van der Graaff.

1.2.2 Radioactive Nuclear Beams (RNB)

O RNB é utilizado para estudar reações nucleares envolvendo feixes radioativos, e consiste basicamente de um par de solenóides magnéticos supercondutores alinhados, como mostra a figura 1.3. Cada solenóide supercondutor é constituído por milhares de metros de fio de Nióbio-Titânio, enrolados em torno de uma bobina cilíndrica, e pode produzir um campo

magnético de até 6 Tesla aproximadamente. Hélio líquido é constantemente utilizado para resfriar as bobinas supercondutoras.

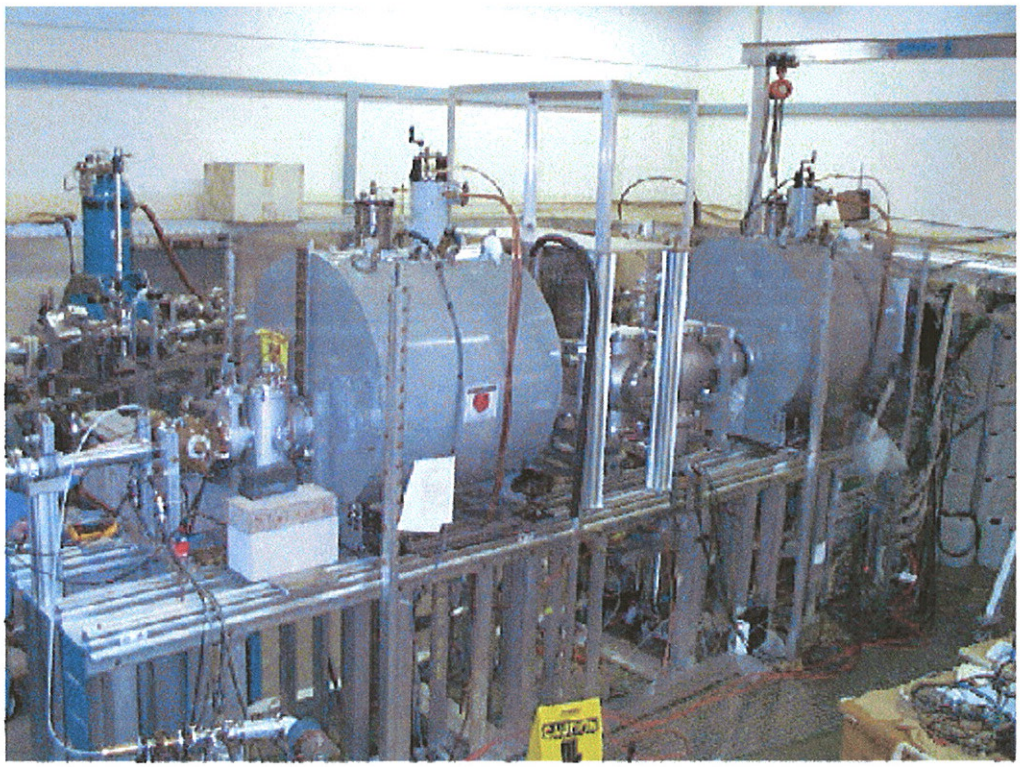

Figura 1.3 – Solenóides magnéticos supercondutores instalados na linha de feixe do acelerador FN Tandem Van der Graaff do *Nuclear Structure Laboratory*.

O feixe de íons radioativos é produzido através de uma reação entre um feixe primário, acelerado pelo FN Tandem Van der Graaff, e um alvo que fica localizado na entrada do RNB. Dependendo da escolha do alvo, do feixe primário, e de sua energia, a produção de um particular feixe secundário pode ser maximizada. Os solenóides magnéticos supercondutores são utilizados para coletar e focalizar os íons radioativos emergentes de interesse. Este feixe radioativo é transportado até incidir em um alvo secundário, localizado dentro da câmara de espalhamento. Um diagrama esquemático do *RNB* é mostrado na figura 1.4.

Em nosso experimento, um feixe secundário de ^{6}He com $E_{Lab} = 9.0\ MeV$ foi produzido utilizando um feixe primário de ^{7}Li com energia de $19.95\ MeV$, que incidia em um alvo de ^{9}Be com $12{,}7\ \mu m$ de espessura $^{9}Be(^{7}Li,^{6}He)^{10}B$. As medidas de espalhamento elástico utilizando um feixe de ^{4}He foram realizadas de maneira semelhante. Entretanto, ao invés de ^{7}Li, utilizamos o próprio ^{4}He como feixe primário. Desta forma, conseguimos um feixe secundário muito mais intenso, uma vez que a seção de choque de espalhamento elástico no alvo primário é muito maior que a seção de choque de transferência. Os feixes de $^{4,6}He$, ao penetrarem na câmara, eram espalhados por um alvo de ^{58}Ni, que tinha espessura de aproximadamente $1\ mg/cm^2$. Também realizamos medidas de espalhamento elástico utilizando um alvo de ^{197}Au, com espessura similar, para efeitos de normalização.

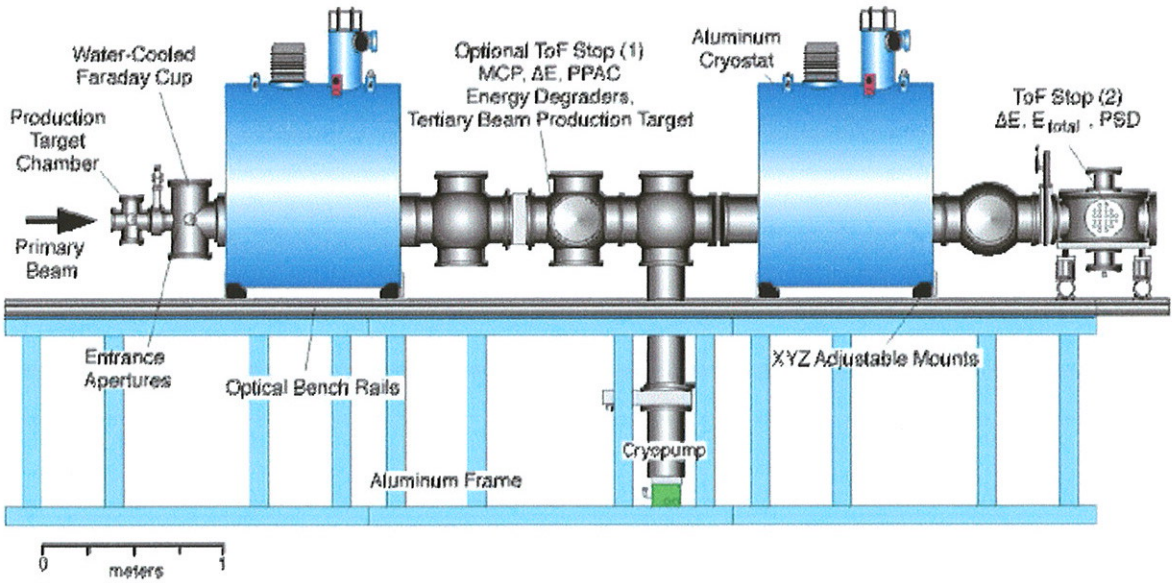

Figura 1.4 – Esquema de montagem dos solenóides magnéticos supercondutores instalados na linha de feixe do *Nuclear Structure Laboratory*.

1.2.3 Sistema de detecção e Eletrônica de Aquisição

O sistema de detecção era composto por 4 telescópios, montados sobre um prato giratório, sendo que cada um deles era formado por um detector de silício com espessura de algumas dezenas de mícrons, acoplado a outro detector mais grosso. Com este arranjo, pudemos medir a perda de energia da partícula incidente ao atravessar o primeiro detector e a energia residual da partícula no segundo detector, possibilitando assim, separar partículas com diferentes cargas e massas. Em um dos telescópios, utilizamos um detector PSD (sensível a posição) para focalizar e maximizar as condições dos feixes secundários de ^{4,6}He.

Uma vez que a resolução em energia do feixe secundário produzido no *Nuclear Structure Laboratory* não é muito boa, calibramos cada um dos detectores utilizando uma fonte que emitia partículas alfa com energias de 3168,68 *KeV* (^{148}Gd) e 5479,51 *KeV* (^{241}Am). Desta forma, pudemos determinar a energia do feixe secundário incidente, colocando um detector PSD em 0°, e identificar eventuais processos de reação que podem estar presentes em nossas medidas, analisando os espectros calibrados.

Cada detector estava ligado a um pré-amplificador, localizado na saída da câmara de espalhamento. Cada sinal relativo a um evento, depois de pré-amplificado, passava por um amplificador e em seguida era direcionado a um conversor analógico-digital (ADC), onde as informações contidas em cada sinal eram convertidas em um endereço e armazenadas em uma unidade de fita magnética instalada em um micro-computador.

1.3 Redução dos Dados Experimentais

Depois de adquiridos os dados de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas $^{4,6}He$, ^{12}C, ^{28}Si + ^{58}Ni, uma nova fase do trabalho se iniciou. A análise dos espectros foi realizada utilizando o programa DAMM, disponível nos computadores do Laboratório Pelletron. A figura 1.5(a) mostra um espectro bidimensional típico de ΔE versus E para o sistema ^{6}He + ^{58}Ni, onde eventos correspondentes ao espalhamento elástico do ^{6}He e uma quantidade de íons de ^{4}He espalhados são claramente identificáveis. Recentemente, medidas de seção de choque de espalhamento elástico para o sistema ^{6}He + ^{209}Bi em energias subcoulombianas foram realizadas no *Nuclear Structure Laboratory* [Ag00,Ag01], onde uma quantidade significativa de eventos (em termos de seção de choque) foi caracterizada como sendo um processo de break up e/ou transferência de dois nêutrons do ^{6}He para o ^{209}Bi. Com o objetivo de verificarmos a contribuição desses canais de reação em nossas medidas, utilizamos os dados de seção de choque de espalhamento elástico para o sistema ^{6}He + ^{197}Au (Fig. 1.5b), que a principio seria utilizado apenas para efeitos de normalização. Uma vez que a energia de bombardeio do ^{6}He em nosso experimento era muito menor ($\approx$10 MeV abaixo) que a barreira nominal do sistema ^{6}He + ^{197}Au, nenhum canal de reação seria esperado. De fato, a seção de choque de espalhamento elástico para esse sistema é igual à seção de choque de Rutherford nessas condições. Os espectros correspondentes à projeção de energia somente para os íons de ^{4}He, em ambos os casos, estão mostrados nas figuras 1.5(c,d). O fundo bastante similar para os alvos de ^{58}Ni e ^{197}Au indica que a contribuição de break up e/ou transferência é insignificante em nosso experimento. Estimamos que a contribuição desses processos para o sistema ^{6}He + ^{58}Ni, está em torno de 2% da seção de choque de espalhamento elástico, quando comparamos os fundos para ambos os alvos. Devido à resolução de energia presente em nosso experimento, qualquer contribuição proveniente de um processo de espalhamento inelástico está incluída nos dados de seção de choque de espalhamento elástico.

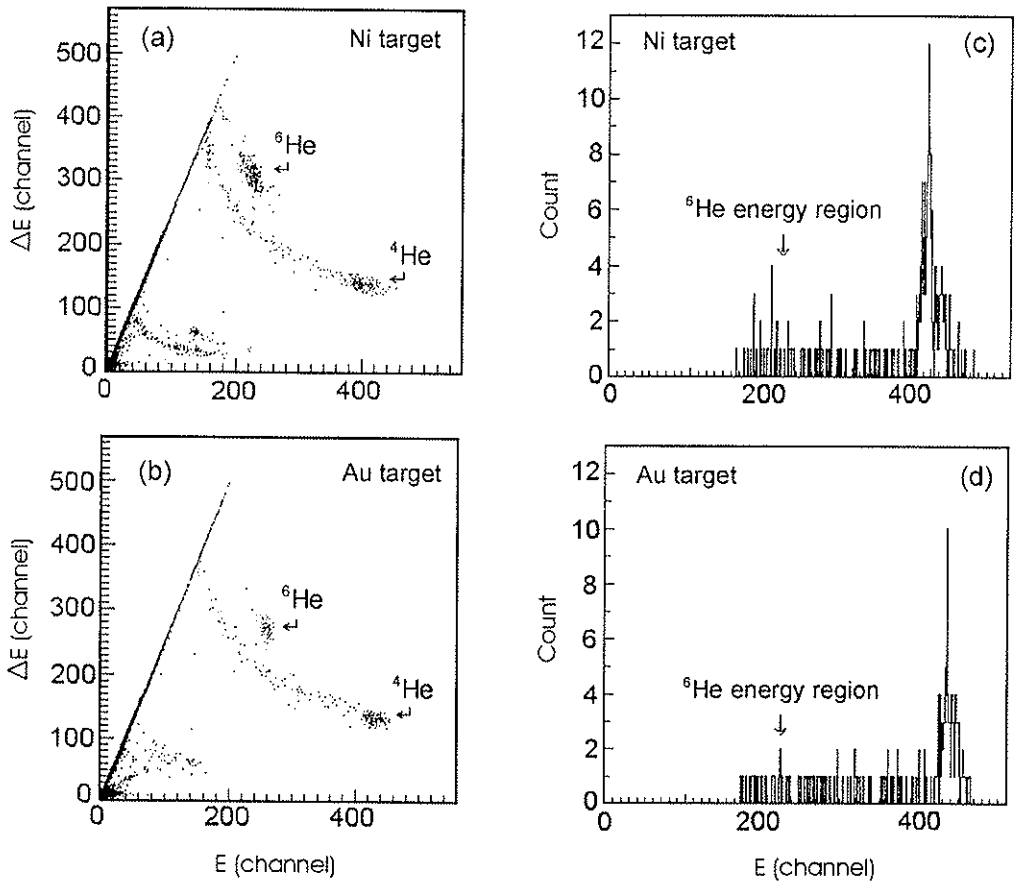

Figura 1.5 – Espectros bidimensionais ΔE versus E obtidos com um dos telescópios e usando alvos de (a) ^{58}Ni e (b) ^{197}Au, e ^{6}He como núcleo projétil. As correspondentes projeções em energia para os íons de ^{4}He são mostradas em (c) e (d), respectivamente. As setas em (c) e (d) estão indicando a região de energia que corresponde ao espalhamento elástico de ^{6}He.

A figura 1.6(a) mostra um típico espectro de energia referente a medidas realizadas no Laboratório Pelletron, utilizando o sistema ^{28}Si + ^{58}Ni. O pico que está à direita possui maior energia e corresponde ao espalhamento elástico do ^{28}Si pelo ^{197}Au. O pico que está à esquerda corresponde ao espalhamento elástico do ^{28}Si em ^{58}Ni, e é o processo que de fato nos interessa. Como a resolução em energia do acelerador Pelletron é muito boa, calibramos os espectros de uma maneira bastante simples, utilizando apenas as informações relacionadas aos processos de espalhamento elástico entre cada projétil e os alvos de ^{58}Ni e ^{197}Au. Para tanto, levamos em consideração possíveis perdas de energia devido à

interação entre os núcleos alvo e projétil, e a variação de energia do projétil em relação ao ângulo de espalhamento, devido a cinemática do processo. Para realização desses cálculos, utilizamos os programas STOPX e KINEQ, respectivamente. Uma vez calibrado os espectros, pudemos identificar eventuais processos de reação que podem estar presentes em nossas medidas. A figura 1.6(b) realça a região de maior interesse em nossas análises, e indica a presença de eventos relacionados ao primeiro estado excitado do alvo ($^{58}Ni^{*}$). Novamente, incluímos a contribuição desse processo em nossas análises de espalhamento elástico, uma vez que não havia resolução suficiente para realizarmos, de maneira clara, a separação desses eventos. É fácil notar a existência de um fundo do lado esquerdo do pico do elástico, indicando a presença de partículas alfa nesta região. Neste ponto, é importante ressaltar que a presença dessas partículas não interferiu em nossas análises, uma vez que elas estão em uma região de energia diferente do pico de espalhamento elástico do ^{28}Si pelo ^{58}Ni.

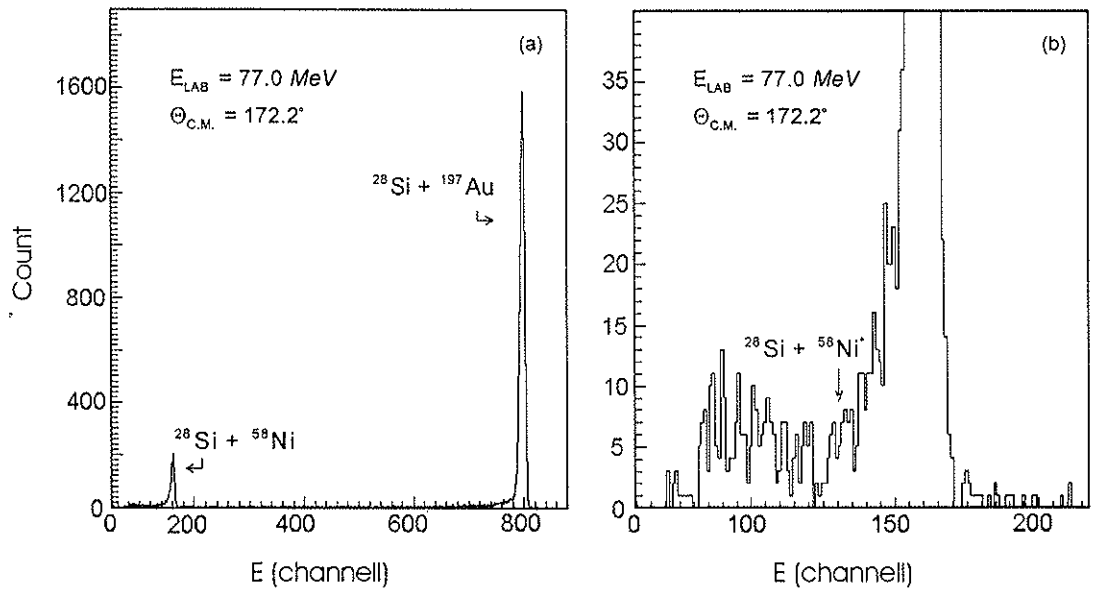

Figura 1.6 – Espectro de espalhamento elástico para os sistemas ^{28}Si + ^{58}Ni, ^{197}Au (a), obtidos no laboratório Pelletron, e ampliação do mesmo espectro (b) na região próxima ao pico do elástico referente, ao ^{28}Si. A figura mostra o espalhamento inelástico para o primeiro estado excitado do ^{58}Ni.

1.4 Determinação da Seção de Choque Diferencial

A informação obtida na redução dos dados experimentais (análise de um espectro de energia), nos fornece o número de contagens devido ao processo de espalhamento elástico, em um dado ângulo de detecção fixo. Esta quantidade pode ser definida como:

$$Y_x = \sigma_x N_x \; I \; \Delta\Omega \; f_x, \tag{1.1}$$

sendo que:

Y_x = contagens do pico elástico;

x = núcleo alvo de cada sistema (^{58}Ni ou ^{197}Au);

σ_x = seção de choque de espalhamento elástico no sistema de centro de massa;

N_x = número de centros espalhadores por unidade de área;

I = número de partículas incidentes;

$\Delta\Omega$ = ângulo sólido referente ao sistema de detecção;

f_x = fator de transformação da seção de choque do sistema de laboratório para o sistema de centro de massa.

Sendo assim, podemos escrever o número de contagens referentes aos picos do ^{58}Ni e ^{197}Au, independentemente do núcleo projétil que está colidindo com o alvo. Desta forma, temos que:

$$Y_{Ni} = \sigma_{Ni} N_{Ni} \; I \; \Delta\Omega \; f_{Ni}, \tag{1.2}$$

$$Y_{Au} = \sigma_{Au} N_{Au} \; I \; \Delta\Omega \; f_{Au}, \tag{1.3}$$

e dividindo as equações (1.2) e (1.3), obtemos:

$$\frac{Y_{Ni}}{Y_{Au}} = \frac{\sigma_{Ni}}{\sigma_{Au}} \frac{N_{Ni}}{N_{Au}} \frac{f_{Ni}}{f_{Au}}. \tag{1.4}$$

Neste ponto, podemos extrair a seção de choque de espalhamento elástico para o níquel, de uma maneira bastante simples:

$$\sigma_{Ni} = \frac{Y_{Ni}}{Y_{Au}} \frac{N_{Au} f_{Au}}{N_{Ni} f_{Ni}} \sigma_{Au.} \tag{1.5}$$

Observamos que a relação independe do ângulo sólido do detector e do número de partículas incidentes. Desta forma, conhecendo o número de contagens referentes ao pico do ^{197}Au (Y_{Au}), podemos normalizar a seção de choque de espalhamento elástico. Lembrando que as energias de bombardeio que utilizamos em nossas medidas eram sempre muito menores que a barreira coulombiana para os sistemas formados por A + ^{197}Au, podemos considerar $\sigma_{Au} = \sigma_{Au}^{R}$ como uma ótima aproximação (σ^{R} corresponde a seção de choque de Rutherford). Dividindo agora a equação (1.5) pela seção de choque de Rutherford do níquel, obtemos:

$$\frac{\sigma_{Ni}}{\sigma_{Ni}^{R}} = \frac{Y_{Ni}}{Y_{Au}} \frac{N_{Au} f_{Au}}{N_{Ni} f_{Ni}} \frac{\sigma_{Au}^{R}}{\sigma_{Ni}^{R}}. \tag{1.6}$$

A seção de choque de Rutherford é dada por:

$$\sigma_{x}^{R} = \left(\frac{Z_x Z_p e^2}{4E_{CM}} \right)^2 \frac{1}{sen^4\left(\frac{\Theta_{CM}}{2} \right)}, \tag{1.7}$$

onde:

Z_x = número atômico do alvo (^{58}Ni ou ^{197}Au);

Z_p = número atômico do projétil (^{4,6}He, ^{12}C ou ^{28}Si);

e^2 = carga eletrônica quadrática (1.44 $MeV\ fm$);

E_{CM} = energia no referencial de centro de massa;

Θ_{CM} = ângulo de espalhamento no referencial de centro de massa.

Substituindo a equação (1.7) em (1.6), obtemos:

$$\frac{\sigma_{Ni}}{\sigma_{Ni}^{R}} = \frac{Y_{Ni}}{Y_{Au}} k\ F(\Theta), \text{ sendo que:} \tag{1.8}$$

$$k = \left(\frac{Z_{Au}}{Z_{Ni}} \frac{E_{CM_{Ni}}}{E_{CM_{Au}}} \right)^2 \frac{N_{Au}}{N_{Ni}}, \tag{1.9}$$

$$F(\Theta) = \frac{f_{Au}}{f_{Ni}} \frac{sen^4\left(\Theta_{CM_{Ni}}/2\right)}{sen^4\left(\Theta_{CM_{Au}}/2\right)}. \tag{1.10}$$

É fácil notar que a constante k depende da relação entre as espessuras dos alvos de ouro e de níquel. Realizando medidas de espalhamento elástico em ângulos bem dianteiros $\left(\Theta_{Lab} \approx 40^\circ\right)$, e em energias baixas, podemos assumir que $\sigma_{Ni} = \sigma_{Ni}^{R}$ e determinar o valor da constante k experimentalmente. O termo $F(\Theta)$ depende unicamente do ângulo, e os fatores de transformação podem ser determinados diretamente através da expressão:

$$f_x = \frac{\left(A_x + A_p\right)^2}{A_x A_p \left[\left(A_x/A_p\right)^2 + sen^2\Theta_{Lab}\right]^{1/2}} \left[1 - \frac{2A_x A_p}{\left(A_x + A_p\right)^2} \left(1 - \cos\Theta_{CM}\right) \right], \tag{1.11}$$

onde A_x e A_p são os números de massa do alvo e do projétil, respectivamente, e Θ_{Lab} é o ângulo de detecção no referencial de laboratório. As incertezas na seção de choque de espalhamento elástico foram calculadas utilizando os fundamentos da teoria de erros e basicamente dependem apenas do número de contagens em cada detector.

1.5 Medidas Realizadas

Determinamos as seções de choque experimentais de espalhamento elástico, em energias próximas da barreira coulombiana, para diferentes sistemas do tipo A + ^{58}Ni, como indicado na tabela 1. Os resultados experimentais das seções de choque serão discutidos no capítulo 3, onde abordaremos detalhes sobre a análise de dados.

Sistema	$E_{Lab}(MeV)$
^{4}He + ^{58}Ni	8.1; 9.1; 9.6
^{6}He + ^{58}Ni	9.0
^{12}C + ^{58}Ni	26.0; 27.0; 27.5; 28.0; 28.5
^{28}Si + ^{58}Ni	74.0; 75.5; 77.0

Tabela 1 – Sistemas estudados e as respectivas energias de bombardeio de cada núcleo projétil.

Capítulo 2

Parte Teórica

2.1 Introdução

Neste capítulo realizamos uma descrição teórica sobre os assuntos relevantes para o desenvolvimento desse trabalho. Primeiramente, apresentamos os resultados de uma sistematização de densidades nucleares que realizamos recentemente. Em seguida, discutimos o modelo ótico de uma maneira resumida, porém destacando algumas peculiaridades que estão presentes no desenvolvimento das interações utilizadas em nossos cálculos. Por último, apresentamos o modelo de penetração de barreiras, que foi utilizado na análise de dados de fusão nuclear, e discutimos alguns detalhes que julgamos ser importantes para a obtenção de nossos resultados.

2.2 Sistematização das Densidades

De acordo com o modelo *double-folding*, o potencial nuclear entre íons pesados depende das densidades dos núcleos em colisão. Sendo assim, uma descrição global da interação nuclear requer uma sistematização das densidades nucleares. Tendo esse objetivo em mente, num recente trabalho [Ch02] calculamos as densidades de um grande número de núcleos, utilizando o modelo

de Dirac-Hartree-Bogoliubov (DHB) [Ca00], e estudamos também distribuições de densidades de carga, que foram obtidas através de experiências de espalhamento de elétrons em núcleos pesados [Vr87]. Para tanto, assumimos que as densidades desses núcleos podem ser descritas, de uma forma aproximada, por uma distribuição do tipo Fermi-Dirac:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R_0)/a}}. \tag{2.1}$$

Os parâmetros ρ_0, a e R_0 estão conectados com a condição de normalização através de:

$$4\pi \int_0^\infty \rho(r) r^2 dr = X, \tag{2.2}$$

onde X pode ser o número de prótons Z, nêutrons N ou núcleons $A = N + Z$. Em nossos cálculos, a distribuição de carga (ρ_{ch}) foi obtida através da convolução entre a densidade de prótons do núcleo (ρ_p) e a densidade intrínseca de carga do próton no espaço vazio (ρ_{ch_p}):

$$\rho_{ch}(r) = \int \rho_p(\vec{r}\,') \rho_{ch_p}(\vec{r} - \vec{r}\,')\, d\vec{r}\,', \tag{2.3}$$

sendo que ρ_{ch_p} foi assumida como sendo uma exponencial com difusividade $a_{ch_p} = 0.235\ fm$. Para tornar claro o procedimento adotado na determinação das distribuições de carga dos núcleos, vamos considerar inicialmente um pequeno volume dV localizado a uma distância r do centro de um núcleo, como mostra a figura 2.1(a). Podemos obter a quantidade de carga dq, contida dentro desse pequeno volume, multiplicando $\rho_{ch}(r)$ por dV. Outra quantidade que podemos

calcular é a probabilidade de encontrarmos um próton dentro do mesmo volume dV, através da relação $\rho_p(r)dV$. Se considerarmos um próton localizado a uma distância r' do centro do núcleo (vide figura 2.1b), podemos determinar a quantidade de carga contida em dV, devido a presença desse próton, multiplicando $\rho_p(\vec{r}')$ por $\rho_{ch_p}(\vec{r}-\vec{r}')$. Integrando sobre todos os prótons do núcleo, obtemos a densidade de carga do núcleo (equação 2.3). Portanto, $\rho_{ch}(r)$ e $\rho_p(r)$ têm significados diferentes, mas estão relacionados através da equação (2.3).

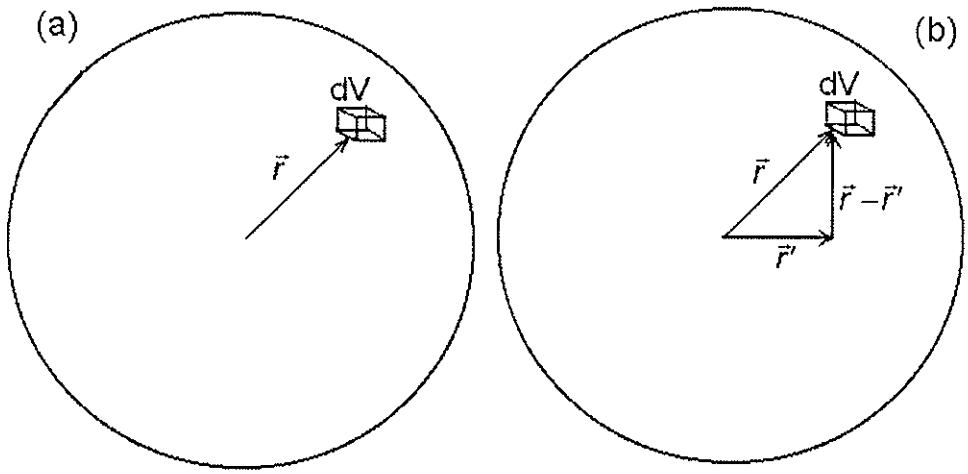

Figura 2.1 – Ilustração do método utilizado para obtenção das densidades de carga dos núcleos.

De maneira análoga, definimos a distribuição de matéria do núcleo pela convolução das densidades de núcleons (prótons + nêutrons) do núcleo com a densidade de matéria do núcleon, que foi considerada semelhante à densidade de carga do próton. Assim sendo, distinguimos densidade de núcleons e de matéria levando em consideração o tamanho finito do núcleon. Essa distinção não é usual na literatura, mas revelou-se muito útil na construção de nossa interação não-local. Por conveniência, as distribuições de carga e matéria são normalizadas pelo número de prótons e de núcleons, respectivamente.

Todas as densidades teóricas e a maior parte das densidades experimentais não são exatamente descritas por uma distribuição de Fermi. Sendo assim, com o objetivo de obtermos difusividades equivalentes para as distribuições de densidade, calculamos as correspondentes derivadas (Eq. 2.4) na região da superfície $(r \approx R + 2\ fm)$:

$$a \approx -\frac{\rho(r)}{\frac{d\rho}{dr}}. \tag{2.4}$$

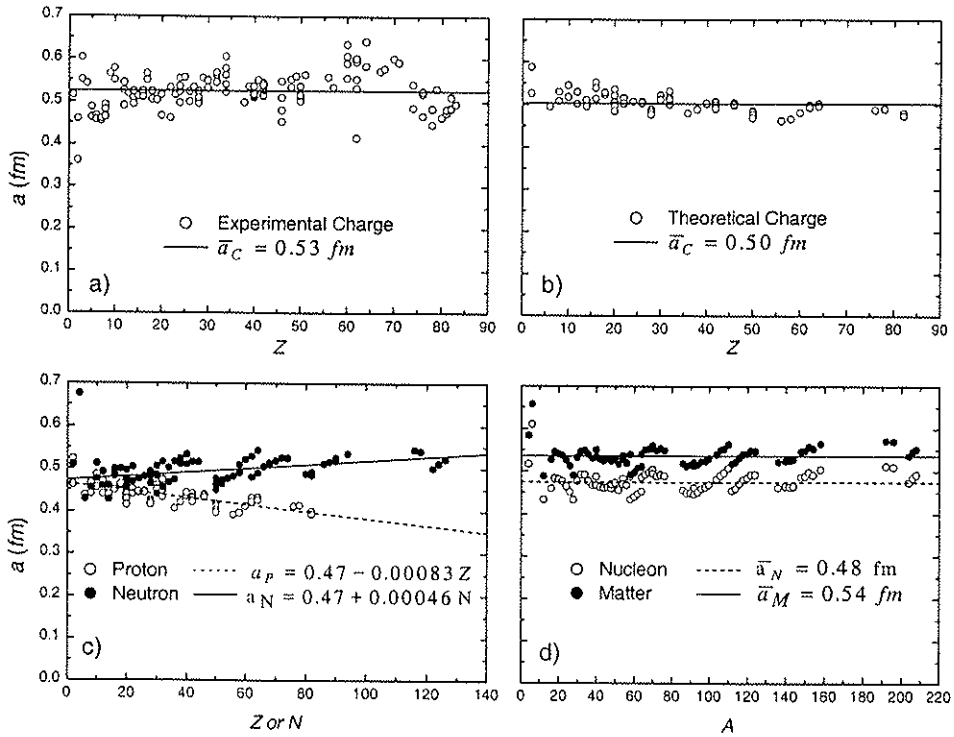

Figura 2.2 – Valores de difusividade obtidos para distribuições de carga, extraídos de experimentos de espalhamento de elétrons, e também de densidades teóricas obtidas a partir de cálculos do tipo Dirac-Hartree-Bogoliubov.

A figura 2.2(a) mostra os resultados obtidos para as distribuições experimentais de carga. Os valores das difusividades se distribuem ao redor de uma difusividade

média $\bar{a}_C = 0.53\ fm$, com um desvio padrão de $0.04\ fm$. A maior parte dessa dispersão está relacionada às incertezas experimentais. De fato, verificamos que diferentes análises (diferentes conjuntos de dados de espalhamento de elétrons ou diferentes modelos para a densidade de carga), para um mesmo núcleo, fornecem valores de difusividades que diferem entre si em aproximadamente $0.03\ fm$. Portanto, dentro da precisão experimental, as distribuições de cargas possuem um valor de difusividade constante. As distribuições de carga teóricas apresentam um comportamento similar (Fig. 2.2b), sendo que os valores das difusividades se distribuem ao redor de uma difusividade média $\bar{a}_C = 0.50\ fm$, com um desvio padrão de $0.02\ fm$. Nesse caso, o desvio está associado a efeitos de estrutura dos núcleos. Apesar da tendência apresentada pela difusividade de nêutrons e de prótons (Fig. 2.2c), todas as distribuições de núcleons resultam em valores de difusividade muito semelhantes $(\bar{a}_N = 0.48\ fm)$, com um desvio padrão de $0.025\ fm$. Como um resultado do procedimento *folding*, as distribuições de matéria apresentam valores de difusividade significativamente maiores $(\bar{a}_M = 0.54\ fm)$ do que aqueles apresentados para as distribuições de núcleons. Levando em consideração que os cálculos teóricos têm levemente subestimado a difusividade de carga experimental, consideramos que valores médios mais realistas, para as difusividades das densidades de núcleons e matéria, sejam $0.50\ fm$ e $0.56\ fm$, respectivamente. Uma dispersão (σ_a) de aproximadamente $0.025\ fm$ em torno desta média é esperada devido aos efeitos de estrutura dos núcleos.

O raio quadrático médio (rms) da distribuição é definido através da equação (2.5):

$$r_{rms} = \sqrt{\frac{\int r^2 \rho(r) d\vec{r}}{\int \rho(r) d\vec{r}}}. \tag{2.5}$$

Determinamos os raios R_0 para as distribuições de Fermi assumindo que os correspondentes raios quadráticos médios deveriam ser iguais àqueles relacionados com as densidades experimentais (espalhamento de elétrons) e teóricas (DHB). Os resultados obtidos para R_0 a partir das distribuições de carga teóricas (figura 2.3b) são muito semelhantes aos obtidos com espalhamento de elétrons (figura 2.3a). As densidades de núcleons e de matéria fornecem raios bastante similares (figura 2.3d), os quais são bem descritos pela seguinte relação linear:

$$R_0 = 1.31A^{1/3} - 0.84 \ fm. \tag{2.6}$$

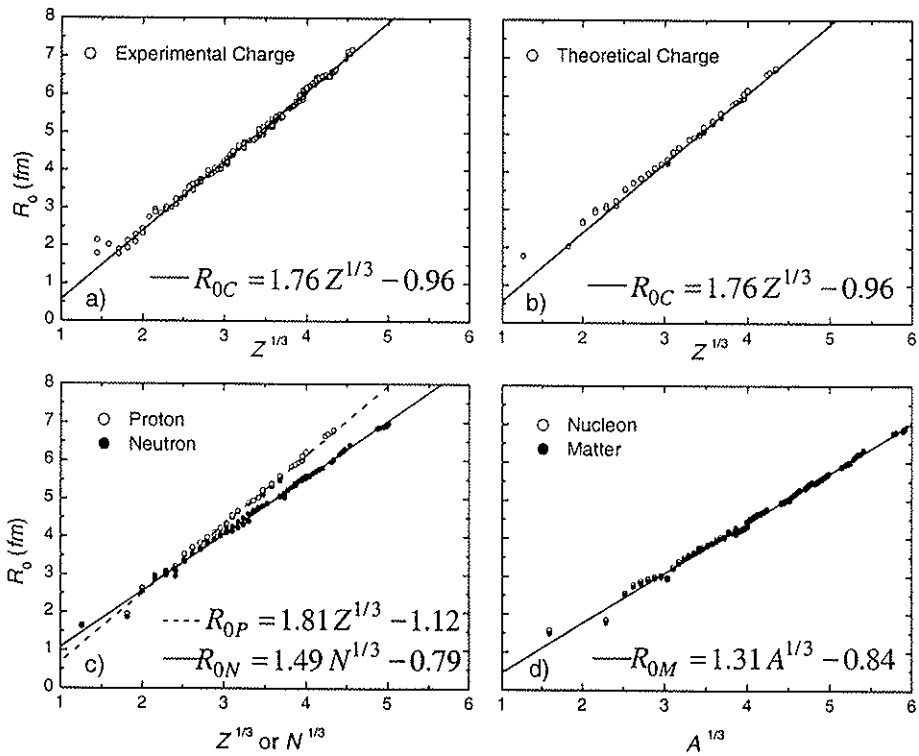

Figura 2.3 – O parâmetro R_0 obtido para distribuições de carga, oriundas de experimentos de espalhamento de elétrons, e também de densidades teóricas obtidas a partir de cálculos do tipo Dirac-Hartree-Bogoliubov.

Novamente, devido aos efeitos de estrutura, os valores dos raios dos núcleos variam em torno desses valores médios, com uma dispersão de aproximadamente 0.07 *fm* (vide Fig. 2.3). Entretanto, no que concerne o potencial *Folding*, os efeitos de estrutura dos núcleos se apresentam principalmente na região superficial (do potencial), e estão conectados principalmente com a dispersão da difusividade (da densidade) [Ch02] (vide Fig. 2.4).

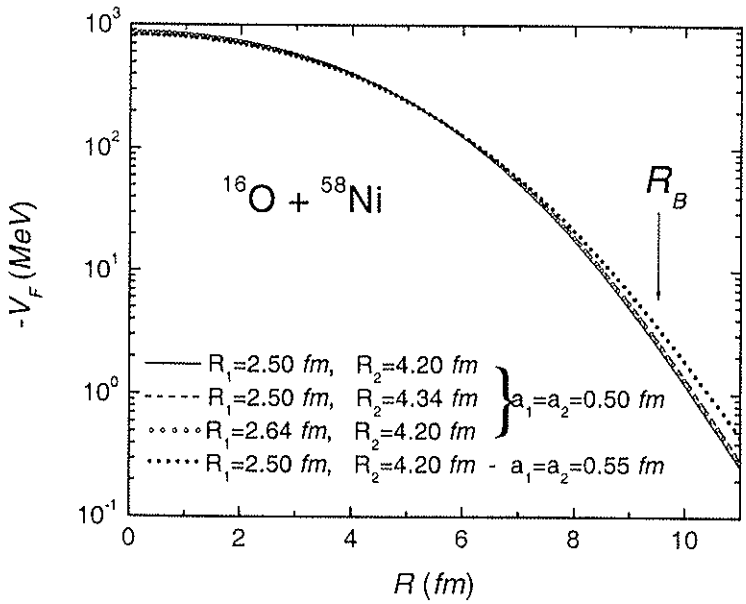

Figura 2.4 – Potencial *folding* para diferentes conjuntos de distribuições de Fermi correspondentes ao sistema $^{16}O + ^{58}Ni$. A figura foi construída para ilustrar o efeito de pequenas variações dos parâmetros de densidade que definem o potencial. A posição aproximada do raio da barreira para esse sistema está indicada na figura.

2.3 O Modelo Ótico

O modelo ótico tem sido bastante utilizado pelos físicos nucleares ao longo dos anos, resultando numa vasta literatura tratando desse assunto. Nesse modelo, os graus de liberdade internos dos íons são considerados "congelados" e o

potencial médio de interação, denominado potencial ótico, é complexo. Obviamente, uma descrição teórica completa do modelo ótico não cabe no contexto desse trabalho, e sendo assim, abordaremos de maneira resumida apenas os pontos principais dessa teoria.

Se considerarmos a colisão entre um núcleo (projétil) com números de carga e massa Z_1 e A_1, e um núcleo (alvo) com números de carga e massa Z_2 e A_2, na energia de centro de massa E, a equação de Schrödinger, independente do tempo, é dada por:

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\psi + U(R,E)\psi = E\ \psi. \tag{2.7}$$

O potencial de interação $U(R,E)$ entre os dois núcleos pode ser descrito através da soma entre o termo que caracteriza o potencial ótico e o termo relacionado à interação coulombiana, de maneira que:

$$U(R,E) = V_{ot}(R,E) + V_C(R), \tag{2.8}$$

sendo que:

$$V_{ot}(R,E) = V(R,E) + iW(R,E), \tag{2.9}$$

$$V(R,E) = V_N(R,E) + V_{pol}(R,E). \tag{2.10}$$

Como mostra a equação (2.9), o potencial ótico depende explicitamente da distância entre os núcleos interagentes e da energia no referencial de centro de massa do sistema. Observando a equação (2.10), podemos notar que a parte real do potencial ótico $V(R,E)$ é descrita através da soma do potencial nuclear $V_N(R,E)$ com a parte real do potencial de polarização $V_{pol}(R,E)$, que simula no

canal elástico os efeitos dos acoplamentos com os canais de reação. Já, a parte imaginária do potencial ótico deve dar conta da absorção de fluxo de partículas do canal elástico para os canais de reação. Considerações sobre o potencial coulombiano podem ser encontradas mais adiante nesse capítulo.

Em grande parte das aplicações práticas, os potenciais óticos utilizados para ajustar os dados de seção de choque de espalhamento elástico entre íons pesados reproduzem a forma da distribuição da matéria nuclear (potencial de Woods-Saxon).

$$V(R) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left[\dfrac{R - R_0}{a}\right]}, \tag{2.11}$$

$$W(R) = \frac{-W_0}{1 + \exp\left[\dfrac{R - R_{I0}}{a_I}\right]}. \tag{2.12}$$

Devido ao grande número (seis) de parâmetros livres, o potencial Woods-Saxon tem apresentado ótima descrição para um enorme número de dados experimentais em uma ampla região de energia de bombardeio, que varia desde energias subcoulombianas (tipicamente 10 MeV por núcleon) até energias intermediárias (várias dezenas ou centenas de MeV por núcleon). Entretanto, existem dificuldades em obter um modelo simples para sistematizar os parâmetros do potencial Woods-Saxon, no que diz respeito à dependência com a energia, aos efeitos refrativos observados em sistemas de íons pesados leves, a sistemas com núcleos exóticos, etc. Nesse contexto, um modelo mais realista para o potencial ótico deveria ser importante para descrever de uma maneira mais fundamental tais dependências com a energia e o sistema.

2.3.1 O Potencial Coulombiano

Na maioria das aplicações em física nuclear, o potencial coulombiano entre dois núcleos de raio R_1 e R_2, com números atômicos Z_1 e Z_2, é obtido apenas de maneira aproximada. Como uma primeira aproximação, podemos considerar que a interação se dá entre uma carga puntiforme $(Z_1 e)$ e uma esfera carregada $(Z_2 e)$ de raio $R_{0C} = R_1 + R_2$, através da expressão:

$$V_C(R) = \begin{cases} \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{R} & ; \text{se } R > R_{0C} \\ \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_{0C}}\left(3 - \dfrac{R^2}{R_{0C}^2}\right) & ; \text{se } R \leq R_{0C} \end{cases} . \tag{2.13}$$

Uma aproximação um pouco mais apropriada considera que o potencial coulombiano é aproximadamente igual ao potencial entre duas esferas uniformemente carregadas. Nesse caso, expressões analíticas para descrever tal interação já foram obtidas há mais de duas décadas [De75].

Neste trabalho, achamos que seria interessante calcularmos exatamente o potencial coulombiano entre duas distribuições de carga, com elementos de carga dados por:

$$dq_i = \rho(r_i)\, dV_i, \tag{2.14}$$

uma vez que conhecemos uma sistemática para as densidades de carga. De maneira geral, podemos escrever que:

$$V_C(R) = \iint e^2 \frac{\rho_1(r_1)\rho_2(r_2)}{\left|\vec{R} - \vec{r}_1 + \vec{r}_2\right|} dV_1 dV_2, \tag{2.15}$$

$$Z_i = 4\pi \int \rho_i(r_i)\, r_i^2 dr_i, \tag{2.16}$$

onde $\left|\vec{R} - \vec{r}_1 + \vec{r}_2\right|$ representa a distância entre dois elementos de carga e dV_i corresponde ao elemento de volume de cada distribuição. A equação (2.16) representa a condição de normalização da distribuição de cargas. Podemos reescrever a equação (2.15) utilizando transformadas de Fourier, de maneira que:

$$V_C(R) = \frac{e^2}{2\pi^2} \int_0^\infty q^2 J_0(qR)\hat{v}(q)\hat{\rho}_1(q)\hat{\rho}_2(q)dq, \tag{2.17}$$

sendo que :

$$\hat{\rho}_i(q) = 4\pi \int_0^\infty r^2 J_0(qr)\rho_i(r)dr, \tag{2.18}$$

$$\hat{v}(q) = \frac{4\pi}{q^2}, \tag{2.19}$$

$$J_0(x) = \frac{sen(x)}{x}, \tag{2.20}$$

corresponde à primeira função esférica de Bessel. Assim, o potencial coulombiano pode ser facilmente obtido através de cálculos numéricos. Nesses cálculos, utilizamos as parametrizações para as densidades discutidas na seção 2.2.

Como mostra a figura 2.5, a primeira aproximação não é totalmente apropriada para análise de dados de espalhamento em altas energias, uma vez que distâncias de interação bastante internas são testadas nesse caso. Já, os resultados obtidos para o potencial coulombiano, considerando que a interação se dá entre duas esferas carregadas, se aproximam um pouco mais dos resultados obtidos através de cálculos exatos.

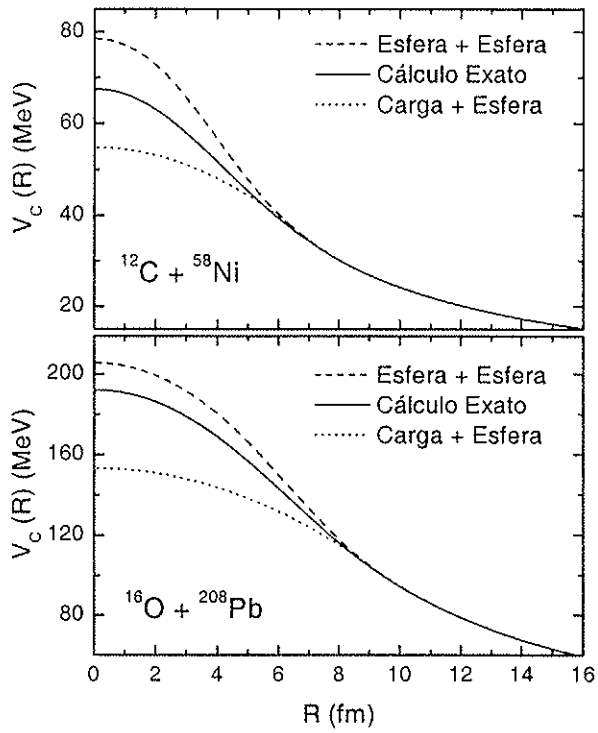

Figura 2.5 – Comparação entre os resultados obtidos para o potencial coulombiano, calculados de três maneiras diferentes: (i) considerando a interação entre uma carga puntiforme e uma esfera (linhas pontilhadas); (ii) considerando a interação entre duas esferas uniformemente carregadas (linhas tracejadas); (iii) realizando o cálculo exato (linhas sólidas). Os cálculos foram realizados para dois sistemas distintos: $^{12}C + ^{58}Ni$ e $^{16}O + ^{208}Pb$.

2.3.2 O Potencial Double-Folding

O potencial *Double-Folding* [Sa79] é baseado numa convolução entre as densidades dos núcleos em colisão com a interação efetiva núcleon-núcleon, como mostra a equação (2.21):

$$V_{Fold} = \int \rho_1(r_1)\, \upsilon_{NN}\left(\vec{R} - \vec{r}_1 + \vec{r}_2\right) \rho_2(r_2)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2. \qquad (2.21)$$

Existe uma grande variedade de modelos que visam descrever a interação efetiva núcleon-núcleon. Entretanto, os modelos conhecidos como M3Y-Reid e M3Y-Paris [Be77] são amplamente utilizados pelos físicos nucleares e fornecem descrições bastante realistas de tal interação. No desenvolvimento de nosso trabalho, utilizamos o modelo M3Y-Reid, que é descrito através da expressão (2.22):

$$\upsilon_{NN}(\vec{r}) = 7999\frac{e^{-4r}}{4r} - 2134\frac{e^{-2r}}{2.5r} + J_{00}\delta(\vec{r}). \tag{2.22}$$

Os dois primeiros termos dessa equação são responsáveis pela parte direta da interação núcleon-núcleon, enquanto o último termo simula efeitos não-locais de troca entre núcleons do projétil e do alvo (não-localidade de Pauli), na aproximação de alcance nulo (o alcance da não-localidade será discutido posteriormente). A magnitude de J_{00} foi determinada de maneira empírica, através do ajuste de dados experimentais de espalhamento de prótons em diversos núcleos, e como mostra a equação (2.23), existe uma leve dependência de J_{00} com a energia de bombardeio do núcleon:

$$J_{00} = -276[1 - 0.005E] \ (MeV\ fm^3). \tag{2.23}$$

Nos ajustes de dados experimentais de espalhamento elástico, o potencial *Double-Folding* tem sido amplamente utilizado para a parte real do potencial ótico ($V = V_N + V_{pol}$), em geral sendo multiplicado por um fator de normalização ajustável (dependente da energia), o qual deveria levar em conta a contribuição da polarização (V_{pol}). Nessas aplicações, normalmente uma parte imaginária do tipo Woods-Saxon (com três parâmetros livres) também é usada. Na análise de dados para energias em torno da barreira coulombiana, o fator de normalização tem sido obtido próximo da unidade [Sa79], indicando que o uso do potencial *Folding* nessa região de energia é adequado. Entretanto, esse fator apresenta grande variação

com a energia, e para alguns casos de energias intermediárias torna-se muito menor que um [Br97a]. Isso foi primeiramente observado para sistemas com partículas alfa [Br97a], onde um fator de normalização igual a ½ foi encontrado para energias em torno de 35 MeV/núcleon. Posteriormente, resultados semelhantes foram obtidos para vários outros sistemas de íons pesados [Br97a]. Esse fator (bastante menor que um) não pode ser associado aos efeitos do potencial de polarização, uma vez que estimativas teóricas [Ma77] para essas energias mostraram que, além de apresentar intensidade muito pequena em comparação ao potencial *Folding*, a correspondente parte real do potencial de polarização é atrativa (devendo resultar, portanto, num fator de normalização ligeiramente maior do que um).

Para tentar resolver essa questão, surgiram vários modelos para a interação nuclear entre íons pesados, baseados no potencial *Folding*, e com a interação efetiva núcleon-núcleon sendo considerada dependente da densidade. A primeira versão desses modelos [Ko82, Ko84] assume que a interação M3Y-Reid (equação 2.22) deve ser multiplicada por um fator descrito através da relação:

$$f(\rho, E_N) = C(E_N)\left[1+\alpha(E_N)\, e^{-\beta(E_N)\,\rho}\right], \tag{2.24}$$

onde $\rho = \rho_1(r_1) + \rho_2(r_2)$ e E_N corresponde a energia de bombardeio por núcleon. Os parâmetros C, α e β, dependentes da energia, são escolhidos de forma a fazer com que a integral de volume da interação se ajuste, tão bem quanto possível, aos resultados de cálculos tipo Brueckner [Je77], para o espalhamento de um núcleon pela matéria nuclear. Outros modelos mais realistas e sofisticados têm sido propostos [Kh93, Kh94, Kh95a, Kh95b] para tentar descrever o potencial nuclear de uma maneira mais satisfatória. Um aspecto interessante dessas interações é que diferentes modelos para a função $f(\rho, E_N)$ fornecem diferentes valores para a incompressibilidade da matéria nuclear [Kh94, Kh95a, Kh95b]. É bem conhecido que na matéria nuclear, a energia B de ligação por núcleon deve

ter um valor mínimo para a densidade de saturação $\rho_0 \approx\sim 0.17\ fm^{-3}$. A curvatura de $B(\rho)$ está conectada com a incompressibilidade através da relação:

$$k = 9\rho_0^2 \left(\partial^2 B/\partial\rho^2\right)_{\rho=\rho_0}. \tag{2.25}$$

Assim, alguns autores acreditam que podem extrair informações acerca dessa importante quantidade, através da análise de dados de espalhamento elástico entre íons pesados em energias intermediárias. Tais análises são realizadas com alguns parâmetros livres na função $f(\rho, E_N)$, utilizados no ajuste de dados experimentais. Aparentemente, o modelo que fornece melhores ajustes, conhecido como DDM3Y1, implicaria numa incompressibilidade de $k = 270\ MeV$ [Kh95a], que é compatível com o valor obtido a partir de dados de ressonâncias gigantes isoescalares [Yo99]. Entretanto, para obter resultados satisfatórios na análise dos dados, foi necessário introduzir uma dependência adicional em energia [Kh93]. Na maioria das aplicações, em análises de dados de espalhamento elástico com essa interação, utiliza-se, ainda, um fator de normalização ajustável (agora próximo de um), e um potencial imaginário do tipo Woods-Saxon com três parâmetros livres. A dependência extra em energia, o modo arbitrário pelo qual são assumidas diferentes formas para a função $f(\rho, E_N)$, e o significativo número de parâmetros livres no ajuste de dados, são os pontos mais criticados nesses modelos.

2.3.3 O Modelo de Interação Nuclear Não-Local

Como discutido anteriormente, a análise de dados de espalhamento elástico indica que o potencial nuclear apresenta uma significativa dependência com a energia, pelo menos quando tratado dentro do contexto do modelo ótico. Nosso grupo de pesquisa tem demonstrado que a utilização de uma interação não-local, que leva em consideração a natureza fermiônica da matéria nuclear, é capaz de explicar a dependência do potencial nuclear com a energia, de uma

maneira bastante satisfatória [Ri97, Ch97a, Ch98, Ch02]. De fato, a não-localidade de Pauli prevê que um núcleon "pertencente" ao núcleo projétil pode trocar de posição com outro núcleon "pertencente" ao núcleo alvo. Essa troca pode ser representada por uma interação $U(\vec{R},\vec{R}')$, que é função dos vetores $\vec{R}$ e $\vec{R}'$, os quais conectam os centros de massa dos dois núcleos antes e depois da troca, respectivamente (vide Fig. 2.6).

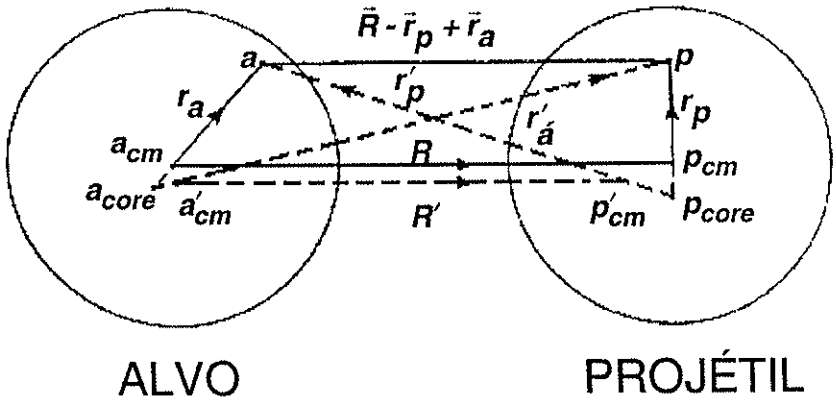

Figura 2.6 – Ilustração do sistema de coordenadas utilizado no tratamento da não-localidade. Um núcleon do alvo, representado por (a), que possui coordenada $(\vec{r}_a)$, troca de posição com um núcleon do projétil (p), de coordenada $(\vec{r}_p)$. Depois da troca, os núcleons passam a ser representados pelas coordenadas $(\vec{r}_a')$ e $(\vec{r}_p')$, sendo que os centros de massa dos núcleos alvo (a_{CM}) e projétil (p_{CM}) são movidos conforme indicado na figura.

Para tratarmos um problema de espalhamento elástico entre íons pesados, utilizando interações não-locais, é necessário resolvermos a seguinte equação íntegro-diferencial [Ch02]:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\psi\left(\vec{R}\right)+\left[V_C(R)+V_{pol}(R,E)+iW_{pol}(R,E)\right]\psi\left(\vec{R}\right)$$
$$+\int U\left(\vec{R},\vec{R}'\right)\psi\left(\vec{R}'\right)d\vec{R}' = E\ \psi\left(\vec{R}\right), \tag{2.26}$$

onde V_C é a interação coulombiana assumida como sendo local. Os termos V_{pol} e W_{pol} correspondem as partes real e imaginária do potencial de polarização, respectivamente, e contém as contribuições advindas dos acoplamentos com os canais de reação. Esses termos estão relacionados com a não-localidade de Feshbach [Ri97], resultando numa dependência adicional do potencial ótico com a energia. $U\left(\vec{R},\vec{R}'\right)$ corresponde à interação íon-íon e representa o valor esperado do operador de interação, que basicamente carrega informações sobre a força efetiva média núcleon-núcleon. A não-localidade desse termo é denominada não-localidade de Pauli.

Baseado em um tratamento microscópico de espalhamento núcleon-núcleo [Pe62, Sk56, Ri63, Ba83, Fr57], pode-se concluir que a interação efetiva entre os núcleos deve ser simétrica [Ch97a], ou seja, $U\left(\vec{R},\vec{R}'\right)=U\left(\vec{R}',\vec{R}\right)$, e a parte não-local da interação pode ser escrita como:

$$U\left(\vec{R},\vec{R}'\right)=V_{NL}\left(\frac{\vec{R}+\vec{R}'}{2}\right)\frac{1}{\pi^{3/2}b^3}e^{-\left(\vec{R}+\vec{R}'/b\right)^2}, \tag{2.27}$$

onde b corresponde ao alcance da não-localidade de Pauli. Introduzida dessa maneira, a não-localidade se torna uma correção do modelo local, e no limite em que $b\rightarrow 0$, a equação (2.26) volta a ser a equação diferencial de Schrödinger usual. O valor do alcance da não-localidade de Pauli pode ser obtido através da relação [Ja74,Pe62,Ch97a]:

$$b\approx\frac{b_0 m_0}{\mu}, \tag{2.28}$$

onde $b_0 = 0.85\ fm$, m_0 corresponde a massa de um núcleon e μ é a massa reduzida do sistema.

Por se tratar de uma interação de natureza central, é conveniente realizarmos uma expansão em ondas parciais da equação (2.26), de tal forma que:

$$\Psi(\vec{R}) = \sum i^{\ell}\ (2\ell+1)\ \frac{u_\ell(R)}{kR}\ P_\ell(\cos\theta), \tag{2.29}$$

$$U(\vec{R},\ \vec{R}') = \sum \frac{2\ell+1}{4\pi RR'}\ \mathrm{U}_\ell(R,\ R')\ P_\ell(\cos\phi), \tag{2.30}$$

$$U_\ell(R,\ R') = V_{NL}\left(\frac{R+R'}{2}\right)\frac{1}{b\sqrt{\pi}}\left[Q_\ell\left(\frac{2RR'}{b^2}\right)e^{-\left(\frac{R-R'}{b}\right)^2}(-)^{\ell+1}\ Q_\ell\left(\frac{2RR'}{b^2}\right)e^{-\left(\frac{R+R'}{b}\right)^2}\right], \tag{2.31}$$

onde Q_ℓ são polinômios e ϕ é o ângulo entre $\vec{R}$ e $\vec{R}'$. Assim, a equação íntegro-diferencial pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}&\left[\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dR^2} + E - V_C(R) - V_{pol}(R) - iW(R) - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu R^2}\right]u_\ell(R)\\ &= \int U_\ell(R,\ R')\ u_\ell(R')\ dR'.\end{aligned} \tag{2.32}$$

O potencial local equivalente é definido por:

$$V_{LE}(R) + i\ W_{LE}(R) = \frac{1}{u_\ell(R)}\int_0^\infty U_\ell(R,\ R')\ u_\ell(R')\ dR'. \tag{2.33}$$

A presença da função de onda na equação (2.33) indica que o potencial local-equivalente é complexo e, também, depende da energia e do momento angular.

Se a interação não-local é real (como é o caso), apesar de sua natureza complexa é possível mostrar [Ch02] que o potencial local-equivalente não é absortivo: $\langle \Psi | W_{LE} | \Psi \rangle = 0$. Nossos trabalhos têm demonstrado [Ch97a, Ch02] que, para sistemas núcleo-núcleo, a dependência do potencial local-equivalente com ℓ não é significativa, W_{LE} é desprezível, e a dependência com a energia pode ser aproximadamente descrita por:

$$V_{LE}(R) \approx V_{NL}(R)\ e^{-\gamma[E-V_C(R)-V_{LE}(R)]}, \tag{2.34}$$

sendo que:

$$\gamma = \frac{\mu b^2}{2\hbar^2}. \tag{2.35}$$

Do ponto de vista clássico, podemos associar o expoente presente na equação (2.34) com à energia cinética E_k e com à velocidade relativa entre os núcleos v, através da relação:

$$v^2 = \frac{2}{\mu} E_k(R) = \frac{2}{\mu}\left[E - V_C(R) - V_{LE}(R,E)\right]. \tag{2.36}$$

Em nosso modelo, associamos o potencial não-local ao potencial *Double-Folding* de maneira que $V_{NL}(R) = V_{Fold}(R)$ [Ch97a]. Além disso, verificamos que a conexão entre o potencial *Folding* e o potencial local equivalente pode ser realizada através de três maneiras distintas, produzindo resultados bastante equivalentes no ajuste de dados experimentais, mas com interpretações diferentes. A seguir, descrevemos cada uma das maneiras:

(i) consideramos o potencial *Folding* da maneira usual, ou seja, realizamos a convolução entre as densidades de núcleons e a interação M3Y-Reid, utilizando a

expressão (2.21). Nesse caso, a equação (2.34) pode ser simplesmente reescrita da seguinte forma:

$$V_{LE}(R,E) \approx V_{Fold}(R)e^{-[m_0 b_0 v/(2\hbar)]^2} \approx V_{Fold}(R)e^{-4v^2/c^2}, \tag{2.37}$$

onde c é a velocidade da luz. Portanto, inserido nesse contexto, o efeito da não-localidade de Pauli é equivalente a uma interação nuclear dependente da velocidade relativa dos núcleos participantes da reação (Eq. 2.37).

(ii) consideramos que o potencial local equivalente pode ser obtido através da convolução das densidades de matéria dos núcleos e de uma interação efetiva de alcance nulo (função delta de Dirac tridimensional), representada através da relação [Ch02]:

$$\upsilon_{NN}(\vec{r}) = V_0\delta(\vec{r}), \text{ com } V_0 = -456\ MeV\ fm^3. \tag{2.38}$$

Com isso, a interação entre dois núcleos pode ser escrita como:

$$V_{LE}(R,E) = \int \rho_1(r_1)\rho_2(r_2)V_0\delta\left(\vec{R} - \vec{r}_1 + \vec{r}_2\right)e^{-4v^2/c^2}d\vec{r}_1 d\vec{r}_2. \tag{2.39}$$

Esse tipo de abordagem nos proporciona obter o potencial local equivalente de uma maneira mais fundamental, pelo menos do ponto de vista filosófico, uma vez que estamos levando em consideração que dois infinitésimos da matéria nuclear estão sujeitos aos efeitos de uma interação como a descrita pela equação (2.38). De fato, poderíamos relacionar esse termo que descreve a interação nuclear entre dois infinitésimos de matéria com o termo $e^2/\left|\vec{R} - \vec{r}_1 + \vec{r}_2\right|$ que descreve a interação coulombiana entre dois elementos de carga (compare as equações 2.15 e 2.39).

(iii) a interação efetiva núcleon-núcleon é obtida através da convolução entre as densidades de matéria dos núcleons e a interação de alcance nulo [Ch02]. De fato, se conseguimos obter resultados satisfatórios através das considerações apresentadas em *(ii)*, podemos esperar que a interação efetiva núcleon-núcleon também possa ser descrita de maneira satisfatória através da relação:

$$\upsilon_{NN}(v,\vec{r}) \approx \upsilon_{Fold}(v,r) = \int \rho_M(r_1)\rho_M(r_2)V_0\delta\left(\vec{R}-\vec{r}_1+\vec{r}_2\right)e^{-4v^2/c^2}\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2, \qquad (2.40)$$

sendo que $\rho_M(r_i)$ corresponde a densidade de matéria dos núcleons e agora $\upsilon_{NN}(v,\vec{r})$ depende explicitamente da velocidade relativa entre os núcleons, ou seja, $\upsilon_{NN}(v,\vec{r})$ pode ser construída dentro do formalismo de interações não-locais. Considerando a distribuição de carga intrínseca do próton no espaço livre, que é determinada através de experimentos de espalhamento de elétrons, assumimos uma forma exponencial para a densidade de matéria do núcleon:

$$\rho_M(r) = \rho_0 e^{-r/a_M}. \qquad (2.41)$$

Obviamente, ρ_0 e a_M estão conectados com a condição de normalização da distribuição, (Eq. 2.2). Integrando a equação (2.40), obtemos:

$$\upsilon_{Fold}(v,r) = \frac{V_0}{64\,\pi\, a_m^3}\, e^{-r/a_m}\left(1+\frac{r}{a_m}+\frac{r^2}{3\,a_m^2}\right)e^{-4v^2/c^2}. \qquad (2.42)$$

Essa interação efetiva núcleon-núcleon do tipo *Folding* é bastante semelhante à parte direta da interação M3Y-Reid e pode ser considerada bastante realista [Ch02]. Nesse último contexto, a interação entre dois núcleos pode ser diretamente relacionada ao potencial *folding*, usando $\upsilon_{Fold}(v,R)$ para a interação núcleon-núcleon: $V_{LE}(R,E) = V_{Fold}(R,E) = \int \rho_1(r_1)\rho_2(r_2)\upsilon_{Fold}\left(v,\left|\vec{R}-\vec{r}_1+\vec{r}_2\right|\right)d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$.

2.3.4 A Parte Imaginária do Potencial Ótico

Com o objetivo de tratarmos a parte absortiva do potencial ótico dentro de um contexto mais fundamental, sem a utilização de parâmetros livres para o ajuste dos dados experimentais, assumimos a interação do tipo *Lax* com bloqueio de Pauli [Ho88,Hu91], que corresponde ao primeiro termo da teoria de espalhamento múltiplo de Glauber [Gl70]. Esse modelo foi desenvolvido para energias suficientemente altas, onde as seguintes condições devem ser satisfeitas: i) a energia cinética da partícula incidente deve exceder grandemente a magnitude do potencial; e ii) o comprimento de onda da partícula deve ser muito menor que um comprimento característico do potencial (este é da ordem de magnitude da difusividade do potencial, ou seja, aproximadamente 0.5 *fm*). Nestas condições, pode ser considerado que toda a absorção de fluxo do canal elástico provém de processos elementares de espalhamento núcleon-núcleon, que ocorrem na condição de superposição das densidades dos núcleos em colisão. Nessas condições, o potencial imaginário pode ser calculado através de:

$$W(R,E) = -\frac{E}{k_N}\sigma_T^{NN}(E)\int \rho_1\left(\left|\vec{R}-\vec{r}\right|\right)\rho_2(r)\,d\vec{r}, \qquad (2.43)$$

onde σ_T^{NN} é a seção de choque total de espalhamento núcleon-núcleon, obtida a partir de dados de seções de choque experimentais dos sistemas próton-próton e próton-nêutron, na energia E (igual à energia de bombardeio do sistema íon-íon dividida pelo número de núcleons do projétil).

De fato, esse potencial tem produzido bons ajustes de dados em energias intermediárias [Br97b,Ch97b]. No entanto, para energias baixas,onde processos coletivos são importantes, tal potencial perde a validade.

2.4 O Modelo de Penetração de Barreira

Grande parte dos trabalhos envolvendo análise de dados de seção de choque de fusão utiliza o modelo de penetração de barreira. Esse modelo, em sua forma mais simples, considera que, durante a colisão (e antes da fusão), os núcleos mantêm seus graus de liberdade internos congelados. Sendo assim, o potencial de interação passa a depender somente da distância entre os núcleos, e pode ser chamado de unidimensional. Dentro desse contexto, podemos definir o potencial efetivo como sendo a soma do potencial coulombiano, do potencial nuclear (incluindo a não-localidade de Pauli) e do potencial centrífugo:

$$V_{eff}(R,E) = V_C(R) + V_{LE}(R,E) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu R^2}. \tag{2.44}$$

O ponto de máximo da função que descreve o potencial efetivo para a onda $\ell = 0$ é definido como altura da barreira (V_{B0}) e a sua correspondente distância (R_{B0}) é chamada de raio da barreira. Para uma onda ℓ qualquer, a altura da barreira $(V_{B\ell})$ e o raio da barreira $(R_{B\ell})$ são definidos analogamente.

A seção de choque de fusão está associada ao coeficiente de transmissão de barreira (T_ℓ) através da relação [Sc77]:

$$\sigma_{BPM}(E) = \frac{\pi}{k^2}\sum_{\ell=0}^{\ell_{max}}(2\ell+1)T_\ell. \tag{2.45}$$

A somatória na equação (2.45) é truncada em $\ell = \ell_{max}$, onde ℓ_{max} corresponde ao maior valor de ℓ para o qual ainda existe uma barreira (vide figura 2.7). Obviamente, não faria sentido calcularmos tunelamento numa situação onde não há mais barreira.

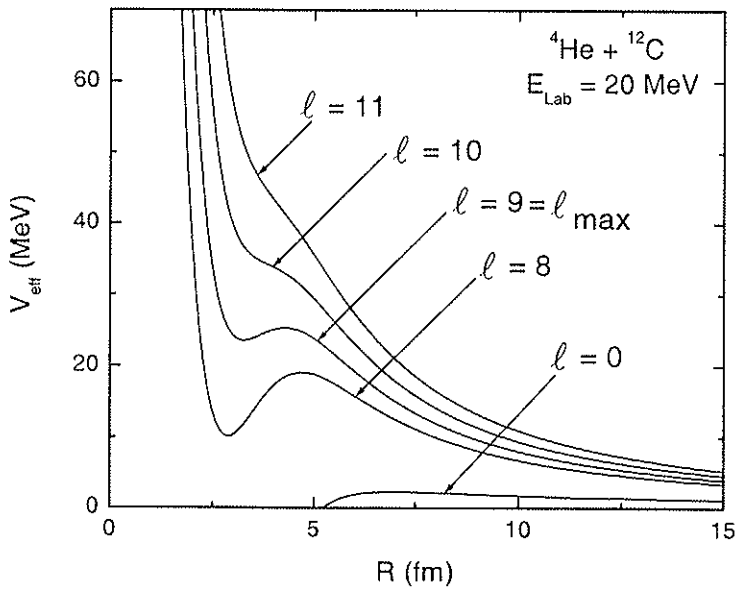

Figura 2.7 – Ilustração da obtenção do valor de ℓ_{max} utilizado no modelo de penetração de barreira. O potencial efetivo foi calculado a partir da equação (2.44).

Se a energia de centro de massa do sistema é maior que a altura da barreira efetiva, para uma dada onda ℓ, podemos aproximar o potencial efetivo por uma parábola com curvatura $\hbar\omega_\ell$ e o coeficiente de transmissão pode ser obtido através da relação [Hi53]:

$$T_\ell = \left\{1 + \exp\left[\frac{2\pi\left(V_{B\ell} - E\right)}{\hbar\omega_\ell}\right]\right\}^{-1}, \tag{2.46}$$

$$\hbar\omega_\ell = \left|\frac{\hbar^2}{\mu}\frac{d^2V_{eff}}{dR^2}\right|_{R_{B\ell}}^{1/2}, \tag{2.47}$$

onde $\hbar\omega_\ell$ é chamado de curvatura da barreira. Por outro lado, se a energia de centro de massa do sistema for menor que a altura da barreira efetiva para uma dada onda ℓ, é mais apropriado utilizarmos uma aproximação semi-clássica através do método WKB [Fr65] para calcular os coeficientes de transmissão:

$$T_\ell = \left[1 + \exp\left(S_\ell\right)\right]^{-1}, \tag{2.48}$$

$$S_\ell = \int_{R_1}^{R_2} \sqrt{\frac{8\mu}{\hbar^2}\left[V_{eff}\left(R,E\right) - E\right]}\, dR, \tag{2.49}$$

onde R_1 e R_2 correspondem aos pontos clássicos de retorno. Nesse caso, definimos a curvatura da barreira conectando as expressões (2.46) e (2.48):

$$\hbar\omega_\ell = \frac{2\pi\left(V_{B\ell} - E\right)}{S_\ell}. \tag{2.50}$$

Considerando que os coeficientes de transmissão de barreira podem ser definidos através de uma parábola, Wong propôs uma simplificação [Wo73] que permite obter a seção de choque de fusão através de uma expressão analítica. Sua hipótese principal é a de que os parâmetros que definem a barreira são aproximadamente independentes do momento angular, ou seja:

$$V_{B\ell} \approx V_{B0} + \frac{\ell\left(\ell+1\right)\hbar^2}{2\mu R_{B\ell}^2};\ R_{B\ell} \approx R_{B0} \text{ e } \hbar\omega_\ell \approx \hbar\omega_0. \tag{2.51}$$

Sendo assim, obtemos:

$$\sigma^{Wong}\left(E\right) = \frac{R_{B0}^2\hbar\omega_0}{2E}\ln\left\{1 + \exp\left[\frac{2\pi\left(E - V_{B0}\right)}{\hbar\omega_0}\right]\right\}. \tag{2.52}$$

Com o objetivo de testarmos a validade da fórmula de Hill-Wheeler, do método WKB e da aproximação de Wong, calculamos os coeficientes de transmissão de barreira exatamente, para o sistema $^{16}O + {}^{58}Ni$, em um intervalo de energia bastante abrangente. Para tanto, resolvemos a equação de Schrödinger

utilizando uma parte imaginária interna, a fim de simular os efeitos da absorção de fluxo através da barreira de potencial. A figura 2.8 mostra os resultados obtidos para T_ℓ nos seguintes contextos: a) solução exata (Eq. de Schrödinger); b) Hill-Wheeler (Eqs. 2.46 e 2.47); c) WKB (Eqs. 2.48 e 2.49); d) Wong (Eqs. 2.46 e 2.51). Para energias acima da barreira de onda s $(E > V_{B0})$, todos os cálculos são bastante equivalentes (vide Fig. 2.8a). Já, para energias abaixo da barreira de onda s $(E < V_{B0})$, é importante utilizarmos o método WKB, uma vez que a fórmula de Hill-Wheeler e a aproximação de Wong fornecem resultados muito diferentes do cálculo exato (vide Fig. 2.8b).

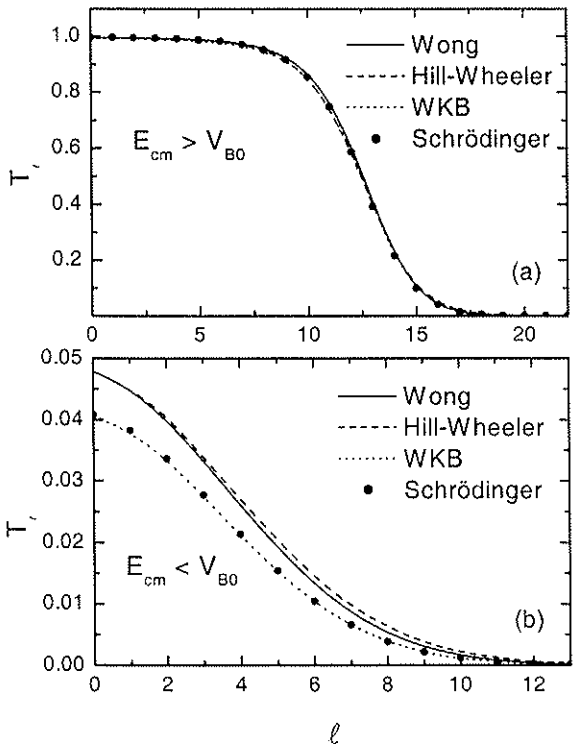

Figura 2.8 – Determinação dos coeficientes de transmissão (T_ℓ), para energias acima e abaixo da barreira efetiva do sistema $^{16}O + ^{58}Ni$. Os coeficientes foram obtidos através da aproximação de Wong, da fórmula de Hill-Wheeler, do método WKB e de cálculos exatos.

INSTITUTO DE FÍSICA
Serviço de Biblioteca e Informação
Tombo: 3894

Apenas como uma ilustração, determinamos também a seção de choque de fusão para o mesmo sistema ($^{16}O + ^{58}Ni$). Podemos notar claramente na figura 2.9 que, para energias abaixo da barreira de onda s, os cálculos utilizando Wong e Hill-Wheeler diferem bastante dos cálculos WKB.

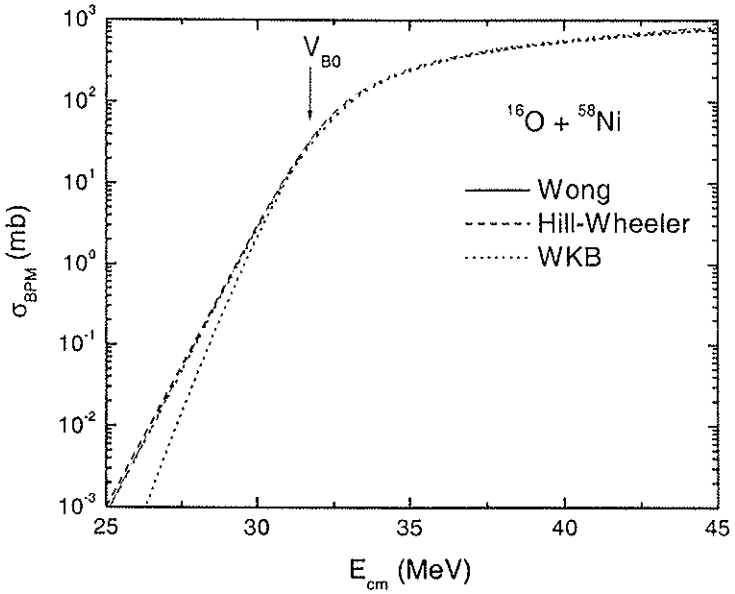

Figura 2.9 – Determinação da seção de choque de fusão para o sistema $^{16}O + ^{58}Ni$, utilizando a aproximação de Wong, a fórmula de Hill-Wheeler e o método WKB. A barreira efetiva para onda s (V_{B0}) está indicada na figura.

Capítulo 3

Determinação do Potencial Nuclear

3.1 Introdução

Neste capítulo, apresentaremos o método empregado na determinação do potencial nuclear, obtido a partir da análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico [Ga02,Ga03a,Ga03b]. Para tanto, utilizaremos como exemplo uma única distribuição angular, e posteriormente estenderemos o mesmo tipo de análise para todo o conjunto de dados experimentais. Algumas peculiaridades sobre os resultados, que julgamos ser importantes, serão discutidas em detalhes.

Posteriormente, iremos apresentar os ajustes correspondentes a cada distribuição angular de espalhamento elástico, obtidas com energias em torno da barreira coulombiana. Apresentaremos também ajustes de dados para o sistema $^{4}He + ^{58}Ni$, em energias intermediárias [Ch76,Go73,Al85,Bo85].

3.2 Apresentação do Método

Nessa seção, utilizaremos o sistema $^{12}C + ^{58}Ni$, na energia $E_{Lab} = 28.5\ MeV$, para ilustrar o método empregado na obtenção do potencial nuclear em nossas análises. Devemos ressaltar que essa distribuição angular

nada tem de especial em relação às demais, tendo sido escolhida apenas para servir de exemplo.

Como mencionado no capítulo anterior, um potencial do tipo Woods-Saxon (Eqs. 2.11 e 2.12) possui seis parâmetros ajustáveis, sendo que três estão relacionados à parte real (V_0, R_0, a) e três à parte imaginária (W_0, R_{i0}, a_i). Nessas condições, existem diversos mínimos locais, ou seja, diversos mínimos da função chi-quadrado (Eq. 3.1), que representam os melhores ajustes dos dados experimentais.

$$\chi^2 = chi - quadrado = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\sigma_i - \sigma_{teor}}{\Delta\sigma_i} \right]^2, \tag{3.1}$$

$$\chi_p^2 = chi\text{ - }quadrado\ por\ ponto = \frac{\chi^2}{N}, \tag{3.2}$$

sendo que σ_i e σ_{teor} correspondem as seções de choque experimental e teórica, para um dado ângulo de espalhamento, respectivamente, $\Delta\sigma_i$ corresponde a incerteza experimental e N é igual ao número de pontos experimentais. Para que pudéssemos encontrar todos esses mínimos, construímos uma "grade" (conjunto de partida), onde alguns parâmetros foram mantidos fixos enquanto outros eram ajustados.

Para energias de alguns MeV abaixo da barreira, os canais periféricos de reação têm seções de choque desprezíveis, e portanto não devemos utilizar um potencial imaginário que represente grande absorção de fluxo na superfície. Levando isso em consideração, fixamos os três parâmetros relacionados ao potencial imaginário da seguinte maneira:

$$\begin{cases} W_0 = 50\ MeV \\ r_{i0} = 1.06\ fm\ , \\ a_i = 0.20\ \ fm \end{cases}$$

sendo que $R_{I0} = r_{I0}\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)$. Obviamente, esses parâmetros fornecem um potencial imaginário interno, e devem ser utilizados apenas quando a energia de bombardeio do núcleo projétil está abaixo da barreira do sistema. De fato, temos a liberdade de variar esses parâmetros, desde que a parte imaginária do potencial seja mantida interna (não alcance a superfície). Fazendo isto, verificamos que os resultados dos ajustes dos dados experimentais não são alterados. Nesse ponto, é importante deixar claro que estaríamos cometendo um erro se assumíssemos um potencial imaginário com absorção superficial, uma vez que os experimentos indicam que a seção de choque de canais periféricos é desprezível.

É bem conhecido que, em baixas energias, a análise de dados de espalhamento elástico fornece informações sobre o potencial nuclear na região da superfície. Consideremos então que a difusividade real assume um certo valor, que é mantido fixo. Nessa situação, podemos mostrar que se variarmos o valor de R_0, sempre encontraremos um valor de V_0 correspondente ao melhor ajuste dos dados experimentais (menor chi-quadrado), que fornecerá o mesmo valor de potencial na região superficial. Sendo assim, podemos concluir que a qualidade do ajuste dos dados experimentais, bem como o próprio potencial real na região da superfície, independem do valor de R_0. Por isso, em nossas análises consideramos $R_0 = R_{I0}$. Levando isso em consideração, e mantendo a parte imaginária do potencial interna, utilizamos o código computacional PTOLEMY para determinar o melhor valor de V_0 correspondente a cada valor de difusividade $(0.45\ fm \leq a \leq 0.65\ fm)$, de modo a minimizar os valores de χ_p^2 (Eq. 3.2). Os resultados obtidos estão apresentados na tabela 3.1.

Utilizando esses valores, construímos um gráfico do tipo "$V(R)$ *vs* R" e pudemos encontrar uma família de potenciais que fornecem ajustes semelhantes para a distribuição angular que estamos estudando. Como mostra a figura 3.1, esses potenciais se cruzam num único ponto, conhecido como raio de sensibilidade (R_S). Como o potencial nuclear no raio de sensibilidade $V(R_S)$ independe do valor da difusividade, podemos relacionar diretamente o valor da

incerteza experimental de $V(R_S)$ com o valor da incerteza experimental do parâmetro V_0, que é fornecido pelo programa PTOLEMY. Desta forma, podemos estimar o erro experimental associado ao potencial nuclear para cada distribuição angular.

$a\ (fm)$	$V_0\ (MeV)$	χ_p^2
0.45	1071	1.32
0.50	534	1.71
0.55	306	2.30
0.60	194	2.88
0.65	133	3.51

Tabela 3.1 – Valores dos parâmetros relacionados a parte real do potencial Woods-Saxon, determinados a partir dos melhores ajustes correspondentes a distribuição angular de espalhamento elástico para o sistema $^{12}C + ^{58}Ni$, na energia $E_{Lab} = 28.5\ MeV$.

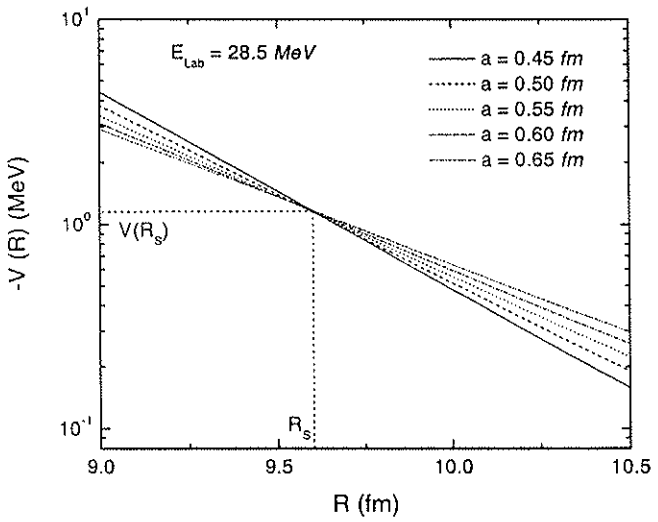

Figura 3.1 – Intensidade da parte real do potencial nuclear para o sistema $^{12}C + ^{58}Ni$, na energia $E_{Lab} = 28.5\ MeV$, obtida através do ajuste dos dados de seção de choque de espalhamento elástico, para diferentes valores de difusividade. Os diferentes potenciais se cruzam no raio de sensibilidade (R_S), onde a intensidade do potencial é determinada sem nenhuma ambigüidade.

Para energias subcoulombianas, o raio de sensibilidade pode ser relacionado com o ponto de retorno clássico. Portanto, o raio de sensibilidade é dependente da energia, e por isso podemos caracterizar o potencial nuclear na região da superfície, estendendo a análise para todo conjunto de distribuições angulares de espalhamento elástico. Em particular, o resultado obtido para o potencial nuclear experimental referente ao sistema $^{12}C + ^{58}Ni$, é apresentado na figura 3.2. Na tabela (3.2), podem ser encontradas as energias de bombardeio do núcleo ^{12}C, e os respectivos valores dos raios de sensibilidade.

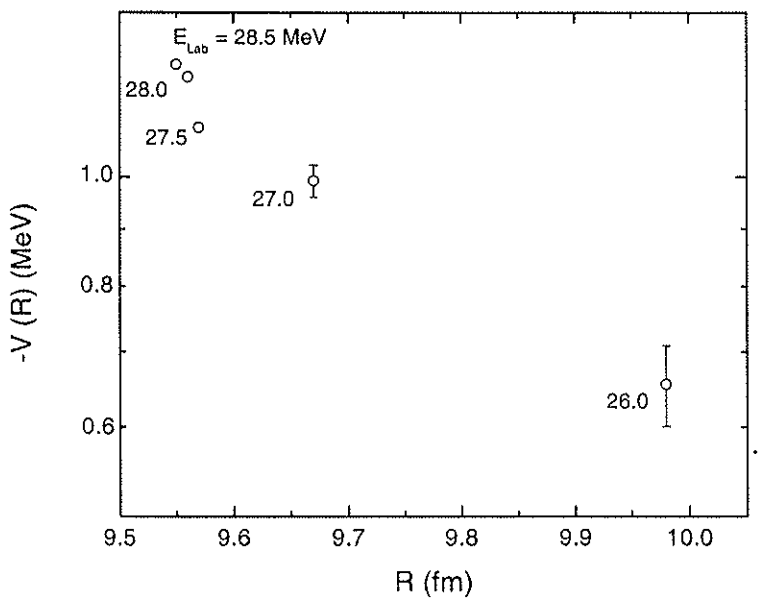

Figura 3.2 – Potencial nuclear experimental como função do raio de sensibilidade para o sistema $^{12}C + ^{58}Ni$. O raio de sensibilidade varia com a energia e nos permite caracterizar o potencial nuclear na região superficial.

E_{Lab} (MeV)	R_S (fm)	$V(R_S)$ (MeV)
26.0	9.98	0.655 ± 0.054
27.0	9.67	0.992 ± 0.032
27.5	9.57	1.106 ± 0.017
28.0	9.56	1.227 ± 0.013
28.5	9.55	1.258 ± 0.013

Tabela 3.2 – Energias de bombardeio do núcleo projétil ^{12}C e os respectivos raios de sensibilidade, obtidos a partir do método apresentado para determinação do potencial nuclear experimental na região da superfície. Os valores dos potenciais também são apresentados na tabela, com os respectivos erros experimentais.

Em alguns trabalhos anteriores [Ch95, Ch96, Al99, Ro02], a contribuição da parte real do potencial de polarização foi estimada para um conjunto de dados experimentais em energias subcoulombianas, através de cálculos de canais acoplados, e representa cerca de 10% da parte real do potencial ótico. Então, é razoável assumirmos que a intensidade do potencial extraído experimentalmente da análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico, em energias em torno da barreira, pode ser diretamente associada ao potencial nuclear dentro de 10% de precisão.

3.3 Sistemas Estudados e Resultados Obtidos

Com o intuito de complementarmos a sistemática de potenciais nucleares entre íons pesados, que nosso grupo de pesquisa vem construindo ao longo dos anos, obtivemos dados de seção de choque de espalhamento elástico, em energias em torno da barreira, para os sistemas $^{4,6}He$, ^{12}C, ^{28}Si + ^{58}Ni. Os dados referentes aos sistemas $^{16,18}O$ + ^{58}Ni, que utilizamos em nossas análises, foram obtidos anteriormente [Ch96,Ro02].

Utilizando o método descrito na seção (3.2), determinamos o potencial nuclear experimental na região superficial para cada sistema, e então comparamos os resultados obtidos com as previsões teóricas apresentadas no capítulo anterior (vide figura 3.3).

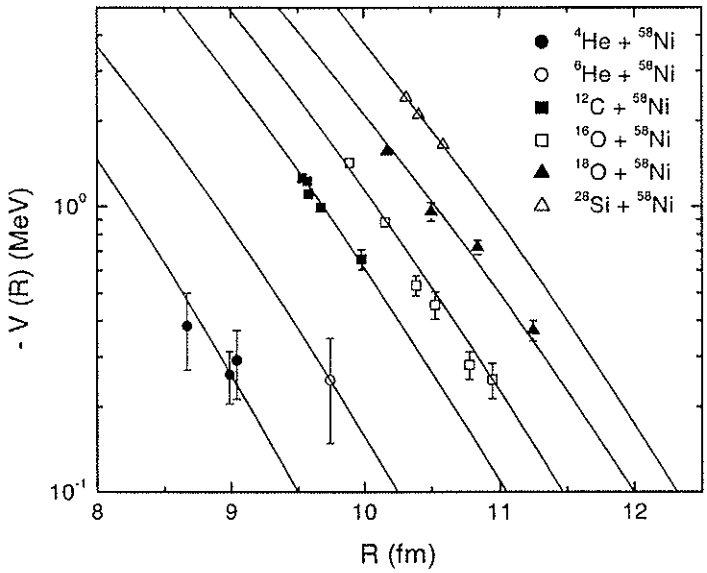

Figura 3.3 – Intensidade do potencial nuclear como função do raio de sensibilidade para os sistemas ^{4,6}He, ^{12}C, ^{16,18}O e ^{28}Si + ^{58}Ni. As linhas representam os resultados obtidos a partir do modelo não-local, utilizando as distribuições de matéria dos núcleos e a aproximação de alcance nulo. Os parâmetros da densidade utilizados nos cálculos podem ser encontrados na tabela (3.3). Para os sistemas ^{4,6}He + ^{58}Ni, todos os conjuntos de pontos apresentados na tabela fornecem resultados muito semelhantes para a intensidade do potencial nuclear na região da superfície.

O potencial *folding* é usualmente determinado através da convolução entre dois núcleos, que podem possuir valores de difusividade de matéria $\left(a_M^1 \text{ e } a_M^2\right)$ ligeiramente diferentes. Entretanto, verificamos que o valor da intensidade do potencial nuclear não é alterado de maneira significativa se for obtido através da convolução entre dois núcleos com mesmo valor de difusividade, calculado a partir da relação [Ch02]:

$$a_M = \frac{a_M^1 + a_M^2}{2}. \tag{3.3}$$

Neste trabalho, utilizamos essa aproximação para obter a intensidade do potencial *folding* (teórico). Também, sabemos que a equação (2.6) fornece resultados satisfatórios para o raio dos núcleos pesados, mas falha para núcleos leves (vide figura 2.2), onde os efeitos de estrutura são mais significativos [Ch02]. Sendo assim, para os núcleos ^{4,6}He, obtivemos o raio de uma maneira mais realista, como indicado nas referências [Ga03a,Al97] (vide tabela 3.3). Já, os valores da difusividade de matéria foram considerados como parâmetros livres, e foram ajustados para reproduzir a intensidade do potencial nuclear experimental (vide figura 3.3).

Sistema	Modelo	R_0 (fm)	a_M (fm)
^{4}He + ^{58}Ni	Eq. (2.6)	1.24	0.50
	Ref. [Ga03a]	1.64	0.48
	Ref. [Al97]	1.26	0.50
^{6}He + ^{58}Ni	Eq. (2.6)	1.54	0.54
	Ref. [Al97]	1.23	0.56
^{12}C + ^{58}Ni	Eq. (2.6)	2.16	0.56
^{16}O+ ^{58}Ni	Eq. (2.6)	2.46	0.57
^{18}O + ^{58}Ni	Eq. (2.6)	2.59	0.61
^{28}Si + ^{58}Ni	Eq. (2.6)	3.14	0.58

Tabela 3.3 – Valores das difusividades (a_M) das distribuições de matéria utilizadas nos cálculos do potencial nuclear, dentro do contexto do modelo não-local. Os raios dos núcleos projétil, considerados nos cálculos do potencial, também estão apresentados na tabela.

Os valores da difusividade de matéria encontrados para cada sistema (vide tabela 3.3) podem ser comparados diretamente com o valor da difusividade média

$(\bar{a}_M = 0.56\ fm)$, obtido a partir da extensa sistemática de densidades [Ch02] apresentada na seção (2.2). Como já foi mencionado anteriormente, o desvio padrão relacionado a essa grandeza é aproximadamente igual a 0.025 *fm* e está associado principalmente a efeitos de estrutura dos núcleos.

Analisando a tabela (3.3) notamos que os sistemas ^{4}He, ^{18}O + ^{58}Ni apresentam difusividades de matéria que diferem, aproximadamente por dois desvios padrão, do valor da difusividade média. No caso do ^{18}O, este comportamento pode ser associado à presença dos dois nêutrons extras de valência [Ro02]. Por outro lado, experimentos de espalhamento de elétrons indicam que a difusividade relacionada à distribuição de carga do ^{4}He é significantemente menor que aquelas relacionadas aos núcleos pesados [Vr87].

Como podemos notar na figura 3.3, o valor da intensidade do potencial nuclear, para o sistema ^{6}He + ^{58}Ni, possui uma incerteza experimental relativamente alta. Sendo assim, o correspondente valor da difusividade de matéria, que foi obtido a partir do ajuste de um único ponto, apresenta uma incerteza da ordem de 0.03 *fm*.

3.4 Ajuste das Distribuições Angulares

Nesta seção, apresentamos os ajustes relacionados às distribuições angulares de espalhamento elástico para os sistemas ^{4,6}He, ^{12}C e ^{28}Si + ^{58}Ni, que foram obtidas em energias subcoulombianas [Ga02,Ga03a,Ga03b]. Para tanto, utilizamos as previsões teóricas oriundas do modelo ótico, onde a não-localidade foi assumida como sendo a parte real da interação (linhas sólidas na figura 3.3). Optamos por não apresentar os ajustes referentes às distribuições angulares para os sistemas ^{16,18}O + ^{58}Ni, uma vez que essas medidas não fizeram parte desse trabalho. Entretanto, uma descrição completa sobre o assunto pode ser encontrada nas referências [Ch96, Ro02].

(i) Distribuições Angulares dos Sistemas $^{4,6}He + ^{58}Ni$

Como já mencionado anteriormente, tomamos dados de espalhamento elástico para os sistemas ^{4,6}He + ^{58}Ni, no *Nuclear Structure Laboratory of the University of Notre Dame*, nas energias de bombardeio $E_{Lab} = 8.1$, 8.6 e 9.6 *MeV* e $E_{Lab} = 9.0$ *MeV*, respectivamente. As distribuições angulares estão mostradas na figura 3.4. Entretanto, é bem conhecido que contribuições provenientes do *compound-elastic decay* (CE) podem aumentar a taxa de contagem na região do espectro que está vinculada aos processos de espalhamento elástico, pelo menos para o sistema ^{4}He + ^{58}Ni. Uma vez que experimentalmente não conseguimos separar a contribuição desse processo, que está misturado com o canal elástico, utilizamos em nossas análises o código computacional STATIS para estimar a seção de choque de (CE). Este programa foi desenvolvido com base no modelo estatístico proposto por Hauser e Feshbach [Th68, Vo68], que corresponde a uma extensão do modelo de Weisskopf [Bl52,Bo69]. Verificamos que para o sistema ^{6}He + ^{58}Ni, a contribuição da seção de choque de (CE) é desprezível.

Na figura 3.4, as linhas sólidas e pontilhadas representam as previsões do modelo ótico para a seção de choque de espalhamento elástico, com (sólida) e sem (pontilhada) levar em consideração as contribuições relacionadas ao processo de (CE). Para os sistemas ^{4,6}He + ^{58}Ni, essas previsões teóricas foram obtidas utilizando $a_M = 0.50$ *fm* e $a_M = 0.54$ *fm* (vide tabela 3.3), respectivamente, sendo que o raio dos núcleos foi calculado através da equação (2.6). Podemos notar que apesar de serem grandes as barras de incerteza da seção de choque referentes ao ^{6}He + ^{58}Ni, a qualidade dos ajustes pode ser considerada muito boa para ambos os sistemas, independente do valor da energia.

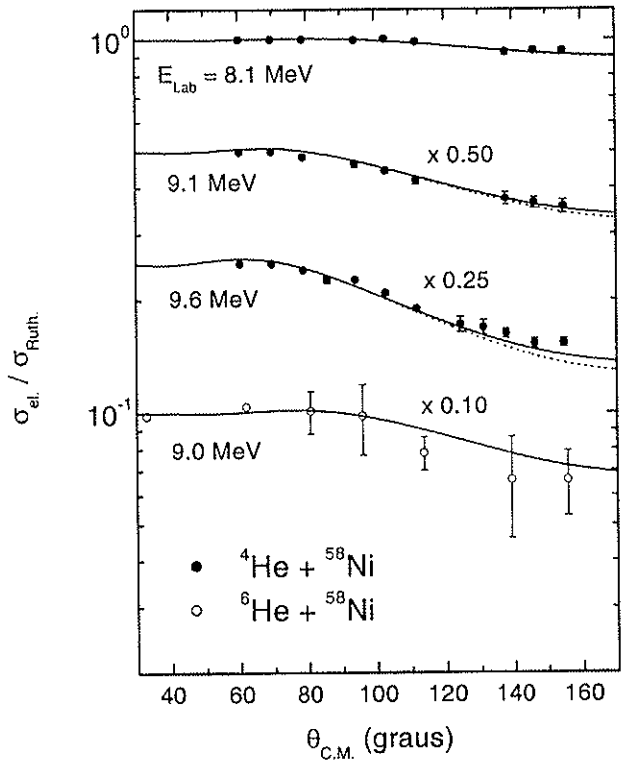

Figura 3.4 – Distribuições angulares de espalhamento elástico para os sistemas ^{4,6}He + ^{58}Ni, em algumas energias na região da barreira. As linhas representam as previsões teóricas provenientes do modelo ótico, com (sólidas) e sem (pontilhadas) levar em consideração as contribuições relacionadas ao processo de (CE).

A figura 3.5 apresenta alguns dados de seção de choque de espalhamento elástico, em função do momento transferido, para o sistema ^{4}He + ^{58}Ni, em energias intermediárias [Ch76,Go73,Al85,Bo85]. A importância desses dados em nosso trabalho será justificada no próximo capítulo, quando apresentaremos resultados obtidos para a densidade de alguns núcleos. As linhas representam as previsões teóricas do modelo ótico, onde o potencial não-local foi assumido para a parte real da interação. Entretanto, a parte imaginária do potencial foi obtida de duas maneiras diferentes: (i) consideramos um potencial do tipo Woods-Saxon e ajustamos cada distribuição separadamente (linhas sólidas), ou seja, ajustamos os parâmetros W_0, R_{I0} e a_I para cada energia; (ii) assumimos que a parte imaginária do potencial podia ser representada através da interação

do tipo *Lax* com bloqueio de Pauli [Ho88,Hu91] (linhas tracejadas). Apesar das diferenças entre os dois tipos de ajustes, mostraremos que os dois modelos para a parte imaginária da interação fornecem resultados muito parecidos para a densidade nuclear.

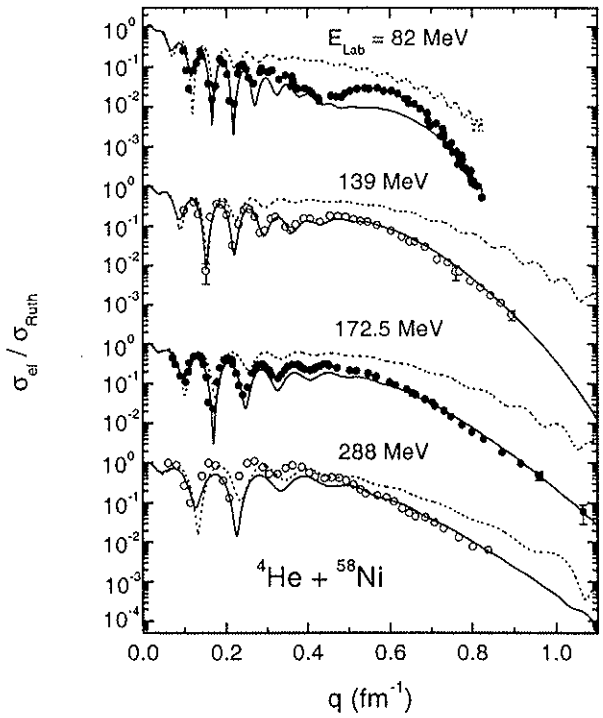

Figura 3.5 – Distribuições angulares de espalhamento elástico, obtidas em energias intermediárias, para o sistema ^{4}He + ^{58}Ni, em função do momento transferido. As linhas representam as previsões teóricas do modelo ótico, usando a não-localidade para descrever a parte real da interação. A parte imaginária do potencial foi obtida utilizando Woods-Saxon (linhas sólidas) ou uma interação do tipo *Lax* (linhas tracejadas).

(ii) Distribuições Angulares dos Sistemas ^{12}C e ^{28}Si + ^{58}Ni

Os dados de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas ^{12}C e ^{28}Si + ^{58}Ni foram obtidos no Laboratório Pelletron, em energias em torno da barreira coulombiana. As respectivas distribuições angulares estão mostradas na

figura 3.6, juntamente com os valores das energias de bombardeio dos núcleos projétil.

As linhas sólidas representam as previsões do modelo ótico para a seção de choque de espalhamento elástico, sendo que a não-localidade foi utilizada para representar a parte real da interação. Para os sistemas ^{12}C e $^{28}Si + ^{58}Ni$, utilizamos $a_M = 0.56\ fm$ e $a_M = 0.58\ fm$ (vide tabela 3.3), respectivamente, e o raio dos núcleos foi mais uma vez obtido através da relação (2.6). Podemos notar que a concordância entre as previsões teóricas e os resultados experimentais é bastante satisfatória, para todas as distribuições angulares.

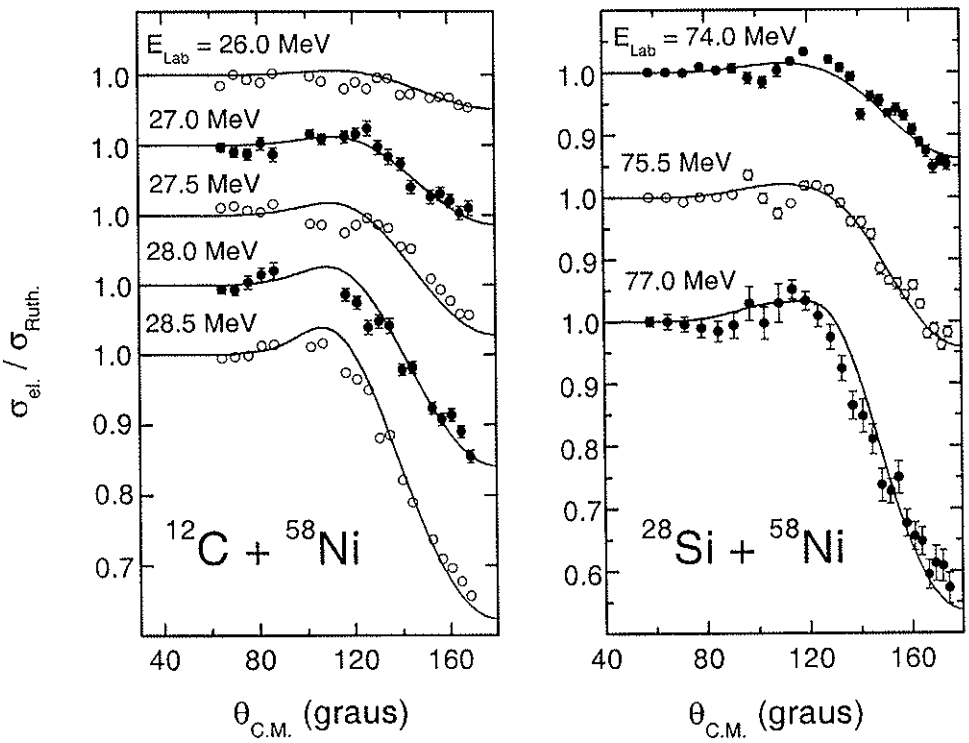

Figura 3.6 – Distribuições angulares de espalhamento elástico para os sistemas ^{12}C e $^{28}Si + ^{58}Ni$, em algumas energias em torno da barreira coulombiana. As linhas representam as previsões teóricas provenientes do modelo ótico, assumindo a não-localidade para descrever a parte real da interação. Note que as distribuições angulares são apresentadas em uma escala linear.

Resumindo, o modelo não-local descreve de maneira satisfatória os dados de espalhamento elástico referentes aos sistemas $^{4,6}He$, ^{12}C, ^{28}Si + ^{58}Ni, utilizando densidades compatíveis com aquelas obtidas através da sistemática apresentada na seção (2.2).

Capítulo 4

Determinação da Densidade Nuclear

4.1 Introdução

Neste capítulo iremos apresentar o método utilizado para determinação experimental da densidade nuclear, a partir da análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico. Discutiremos alguns aspectos que julgamos ser importantes em nosso modelo, como por exemplo as possíveis fontes de erros sistemáticos que podem estar presentes em nossas análises.

4.2 O Método

Se assumirmos o modelo não-local para representar a parte real da interação nuclear entre íons pesados, e conhecemos a densidade de um dos núcleos participantes da reação, um método *unfolding* pode ser utilizado para determinar a densidade do outro núcleo, a partir da análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico. Neste trabalho, consideramos que a densidade nuclear do ^{58}Ni (núcleo alvo em nossas medidas) é descrita de maneira satisfatória, através de cálculos oriundos do modelo de Dirac-Hartree-Bogoliubov (DHB) [Ca00]. De fato, se compararmos dados de seção de choque de espalhamento de elétrons para os núcleos ^{12}C, ^{16}O, ^{58}Ni e ^{208}Pb [Fi70,Si70,Fr77],

com as previsões obtidas a partir de distribuições teóricas de carga oriundas de cálculos do tipo DHB (vide figura 4.1), podemos notar que existe uma boa concordância entre resultado experimental e teoria para os núcleos mais pesados. Entretanto, algumas discrepâncias podem ser observadas para os núcleos ^{12}C e ^{16}O. Este fato indica que quanto mais pesado for o núcleo, mais realista será a previsão teórica para a densidade nuclear calculada através do modelo DHB. Isto justifica o uso da densidade DHB para o núcleo ^{58}Ni.

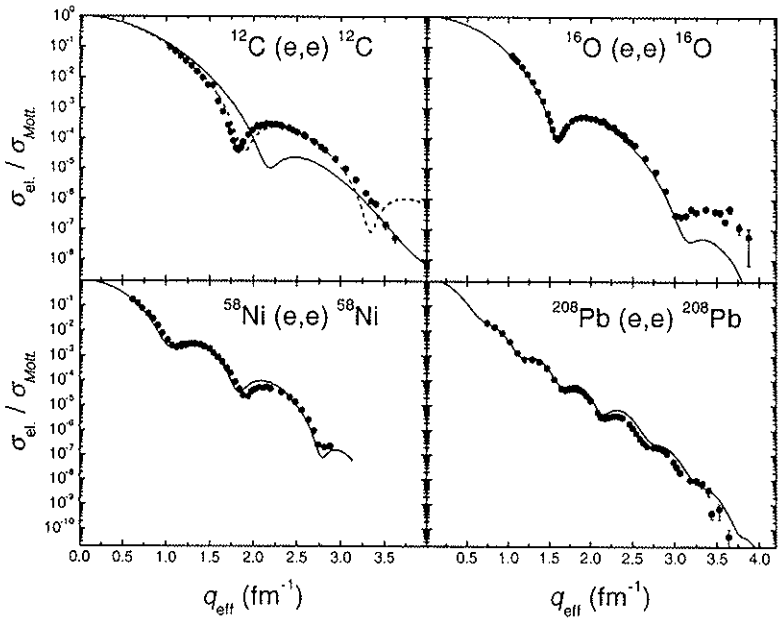

Figura 4.1 – Seção de choque experimental de espalhamento de elétrons, como função do momento efetivo transferido, para os sistemas ^{12}C, ^{16}O, ^{58}Ni e ^{208}Pb. As linhas sólidas representam as previsões teóricas obtidas com as distribuições de carga calculadas através do modelo DHB. A linha tracejada, apresentada no caso do ^{12}C, corresponde ao resultado obtido a partir de uma distribuição de Fermi-Dirac (vide texto, seção 4.3, para maiores detalhes).

Para a determinação da densidade experimental, consideramos o potencial *double-folding* da maneira usual, ou seja, utilizando a interação efetiva núcleon-núcleon M3Y-Reid e as densidades de núcleons na equação (2.21). O método utilizado para a determinação da densidade nuclear, a partir da análise de dados

de espalhamento elástico entre íons pesados, é bastante similar ao método descrito no capítulo anterior para determinação da intensidade do potencial nuclear no raio de sensibilidade. Assumimos, por conveniência, uma distribuição de Fermi-Dirac (2pF), descrita pela equação (2.1), com dois parâmetros ajustáveis $(R_0 \text{ e } a)$, para descrever a densidade dos núcleos projétil (^{4,6}He, ^{12}C e ^{28}Si). O valor de (ρ_0) é determinado pela condição de normalização, representada pela equação (2.2).

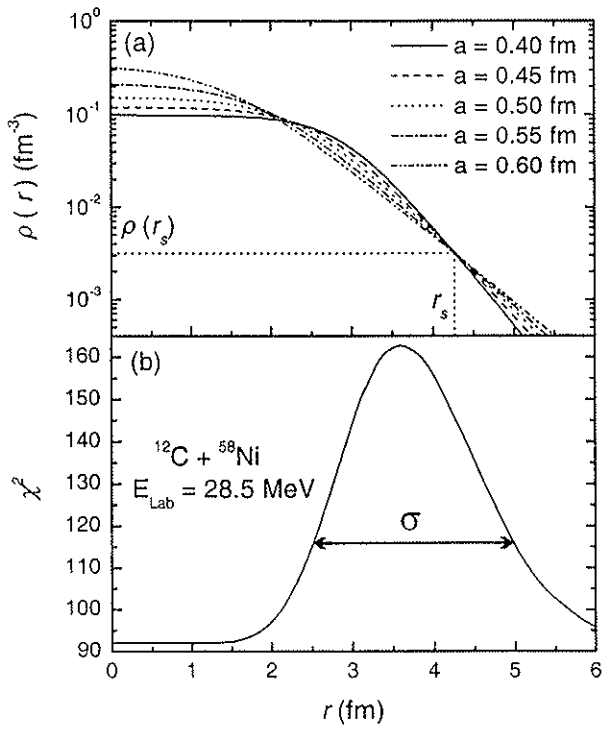

Figura 4.2 – (a) Determinação do raio de sensibilidade (r_S) e do correspondente valor para a densidade de núcleon do ^{12}C, utilizando distribuições de Fermi que fornecem ajustes equivalentes para a distribuição angular do sistema ^{12}C + ^{58}Ni, com $E_{Lab} = 28.5\ MeV$. (b) Região de sensibilidade para a densidade do ^{12}C, caracterizada através do teste de *notch*.

Para cada distribuição angular, variamos o parâmetro (a) e ajustamos (R_0), com base no melhor valor de chi-quadrado, de forma a reproduzir de maneira satisfatória os dados experimentais de seção de choque de espalhamento elástico. Com isso, pudemos encontrar uma família de distribuições de densidades que fornecem ajustes equivalentes para uma dada distribuição angular. Entretanto, essas curvas se cruzam em dois pontos particulares (vide figura 4.2(a), por exemplo), sendo que apenas um único cruzamento deve ser associado ao raio de sensibilidade (r_S). Para que pudéssemos escolher esse ponto, recorremos ao teste de *notch*, que introduz uma perturbação na distribuição de densidade, em forma de uma Gaussiana, permitindo que a variação do chi-quadrado seja estudada como função da posição desta perturbação. Por exemplo, no caso específico do sistema $^{12}C + ^{58}Ni$ $(E_{Lab} = 28.5\ MeV)$, mostrado na figura 4.2(b), o teste de *notch* indica que o cruzamento em torno de 4.2 *fm* está relacionado com a região que é importante para o ajuste dos dados de espalhamento elástico, e portanto é este o ponto que deve estar conectado com o raio de sensibilidade dessa distribuição angular.

A posição do raio de sensibilidade varia com a energia, possibilitando que a densidade experimental seja caracterizada em um grande intervalo de distâncias radiais. A determinação da barra de incerteza para a densidade no raio de sensibilidade é ilustrada na figura 4.3(a), para um caso particular de distribuição angular de espalhamento elástico. Em r_S, os valores obtidos para a densidade não dependem da difusividade assumida para a distribuição. Desta forma, a dependência do chi-quadrado sobre (R_0) é estudada para um valor fixo de (a), e os parâmetros que correspondem ao valor de $(\chi^2_{\min})$ e aos valores $\chi^2_{\min} + (\chi^2_{\min}/n)$ podem ser encontrados (ver a determinação de $R_{0\ \min}$, R_{0-} e R_{0+} na figura 4.3a), sendo que n corresponde ao número de pontos experimentais da distribuição angular. A figura 4.3(b) apresenta a distribuição de Fermi para os valores de $R_{0\ \min}$, R_{0-} e R_{0+} e a respectiva determinação da barra de erro para a densidade nuclear obtida em r_S.

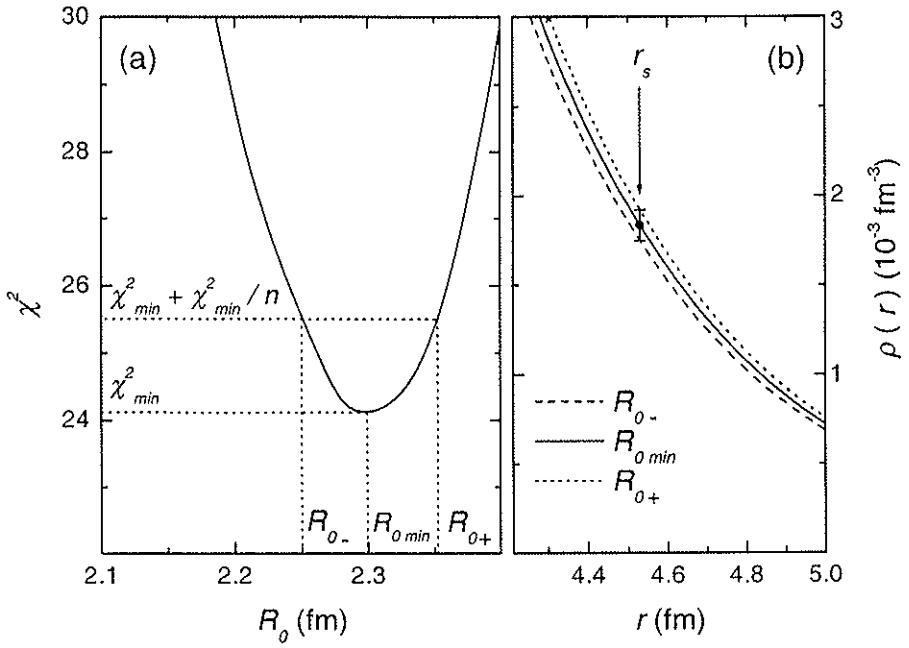

Figura 4.3 – A figura apresenta um exemplo da determinação da barra de incerteza para a densidade do ^{12}C em r_S, referente a distribuição angular do sistema ^{12}C + ^{58}Ni em $E_{Lab} = 27.0\ MeV$. (a) chi-quadrado total como função do raio da distribuição de Fermi, mantendo a difusividade fixa em $a = 0.50\ fm$, e a determinação dos valores de $R_{0\,min}$, R_{0-} e R_{0+}. (b) distribuições de Fermi que correspondem aos valores de $R_{0\,min}$, R_{0-} e R_{0+}, e a determinação da barra de incerteza para $\rho(r_S)$.

4.3 Determinação da Densidade Nuclear do ^{12}C

Como mencionado anteriormente, tomamos dados de seção de choque de espalhamento elástico para o sistema ^{12}C + ^{58}Ni, em energias em torno da barreira coulombiana [Ga02]. Entretanto, utilizaremos também dados de espalhamento elástico referentes ao sistema ^{12}C + ^{208}Pb, que foram medidos pelo nosso grupo de pesquisa em energias subcoulombianas [Ga02], para determinar a densidade nuclear do ^{12}C na região da superfície. Nesta parte do trabalho, assumimos que a distribuição de densidade do ^{208}Pb é descrita de maneira satisfatória através de

cálculos tipo DHB (vide figura 4.1). Com o objetivo de caracterizarmos a densidade em uma região mais interna (próxima do raio quadrático médio), analisamos também dados de seção de choque de espalhamento elástico em energias intermediárias para os sistemas $^{12}C + ^{12}C$, ^{208}Pb [Ho88,Bu81,Bu84] (vide figura 4.4). As linhas sólidas representam as previsões do modelo ótico, onde a interação não-local e a interação do tipo *Lax* são assumidas para representar a parte real e imaginária do potencial nuclear, respectivamente.

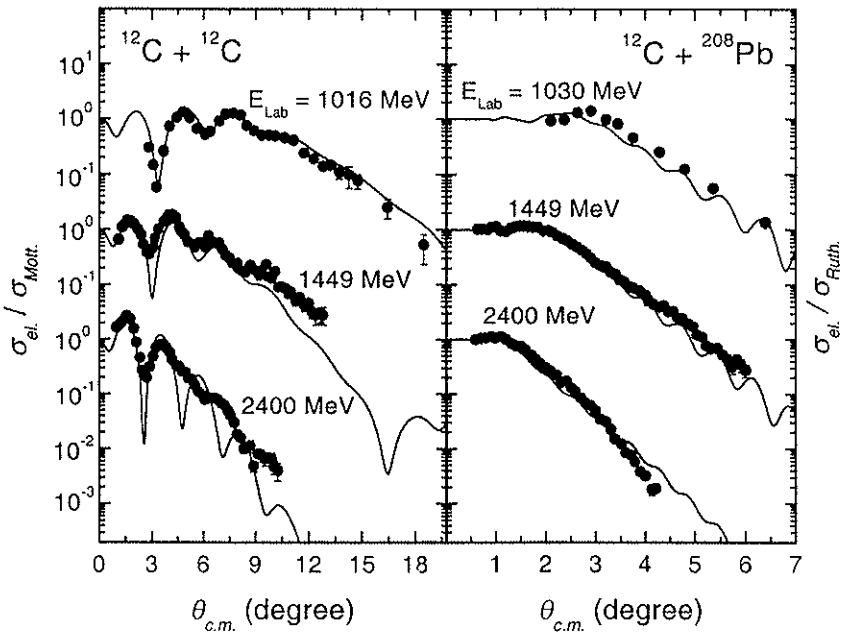

Figura 4.4 – Distribuições angulares de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas $^{12}C + ^{12}C$, ^{208}Pb, em energias intermediárias. As linhas sólidas representam as previsões teóricas utilizando o modelo ótico, onde o modelo não-local e a interação do tipo *Lax* foram assumidas para representar as partes real e imaginária do potencial ótico, respectivamente.

A figura 4.5(a) apresenta os valores experimentais da densidade nuclear referentes ao núcleo ^{12}C, em função do raio de sensibilidade, para uma grande quantidade de distribuições angulares. A análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico em energias em torno da barreira coulombiana fornece

informações sobre a densidade numa região superficial (símbolos abertos na figura 4.5), enquanto dados em energias intermediárias testam a distribuição de densidade em uma região mais interna (símbolos fechados). Destacamos que a análise de dados de diferentes sistemas fornece resultados similares para a densidade do ^{12}C. Este fato mostra a consistência do nosso método para determinação da densidade. A previsão teórica fornecida pelo modelo DHB não está em concordância com os resultados experimentais, pelo menos na região da superfície (linhas tracejadas na figura 4.5). Já a distribuição de Fermi para o ^{12}C, extraída da sistemática de densidades discutida na seção (2.1), apresenta excelente compatibilidade com os valores experimentais de densidade obtidos através da análise de dados em energias subcoulombianas (linhas sólidas na figura 4.5).

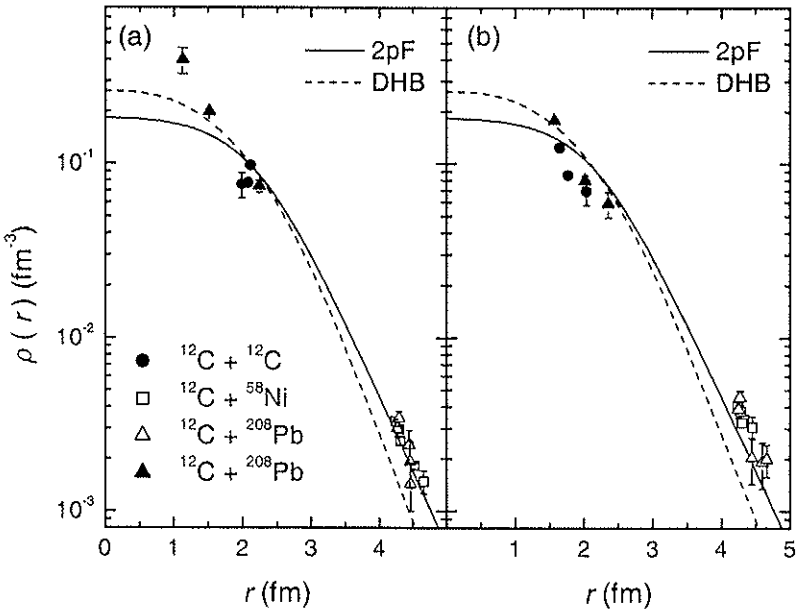

Figura 4.5 – Valores experimentais das densidades de núcleon do ^{12}C, obtidos da análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico para diferentes sistemas, em energias subcoulombianas (símbolos abertos) e intermediárias (símbolos fechados). As partes (a) e (b) da figura contêm os resultados de nossas análises considerando a distribuição de densidade do ^{12}C como sendo uma Fermi-Dirac ou um Oscilador Harmônico, respectivamente. As linhas correspondem aos cálculos do tipo DHB e a uma distribuição de Fermi obtida da referência [Ch02].

Existem três possíveis fontes de erros sistemáticos presentes em nosso método para a determinação da densidade: (i) devido à contribuição da parte real do potencial de polarização; (ii) devido à forma assumida para descrever a distribuição de densidade do núcleo projétil; (iii) devido ao modelo (DHB) adotado para calcular a densidade do núcleo alvo. Como discutido na seção (3.2), cálculos de canais acoplados têm indicado que a polarização representa cerca de 10% da parte real do potencial ótico em energias subcoulombianas. Em nossas análises, sempre desprezamos os efeitos da polarização e associamos a parte real do potencial ótico somente à interação nuclear, que é diretamente proporcional à densidade nuclear em nosso modelo (vide equação 2.21). Sendo assim, um erro sistemático de aproximadamente 10% é esperado em nossos resultados para a densidade na região da superfície. A anomalia de limiar indica que a contribuição da polarização à parte real do potencial ótico é mais significante na região da barreira coulombiana. Portanto, estimamos que o erro sistemático associado aos valores de densidade obtidos através da análise de dados em energias intermediárias deve ser menor que 10%. Com o objetivo de investigarmos a dependência de nosso modelo com a forma adotada para descrever a distribuição de densidade do ^{12}C, realizamos cálculos utilizando um oscilador harmônico (HO), com dois parâmetros ajustáveis $(\omega \text{ e } \alpha)$, ao invés de uma Fermi-Dirac (2pF).

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + \alpha \frac{r^2}{\omega^2} \right) e^{-r^2/\omega^2}. \tag{4.1}$$

Os correspondentes resultados para as densidades, em função do raio de sensibilidade, estão ilustrados na figura 4.5(b). Na região da superfície existe uma diferença média de aproximadamente 22% entre os resultados obtidos com um HO e uma 2pF. Em energias intermediárias, os resultados se mostraram um pouco mais sensíveis à forma adotada, mas mesmo nesses casos, os diferentes modelos fornecem um comportamento compatível para as densidades. Faremos

uma discussão mais adiante sobre a terceira fonte de erros, quando apresentarmos os cálculos referentes à determinação da densidade do ^{28}Si.

Como um teste de consistência dos resultados obtidos para a densidade do ^{12}C, comparamos na figura 4.1 dados de espalhamento de elétrons com previsões teóricas obtidas a partir de uma distribuição de carga (2pF) extraída da sistemática de densidades apresentada na referência [Ch02] (linhas sólidas na figura 4.5). Para tanto, utilizamos a equação (2.3) e estimamos que a distribuição de prótons do ^{12}C é igual à metade da distribuição total de núcleons (prótons + nêutrons). Os resultados provenientes da distribuição (2pF) de Fermi são bem mais consistentes com os dados de espalhamento de elétrons do que aqueles obtidos através de cálculos do tipo DHB (vide figura 4.1).

4.4 Determinação da Densidade Nuclear do ^{28}Si

A partir da análise das três distribuições angulares de espalhamento elástico obtidas no laboratório Pelletron, em energias em torno da barreira coulombiana, para o sistema ^{28}Si + ^{58}Ni [Ga03b], e utilizando o método descrito na seção (4.2), extraímos informações sobre a densidade nuclear do ^{28}Si, na região da superfície (vide figura 4.6 – símbolos fechados). Ajustamos uma distribuição de Fermi (2pF) aos pontos experimentais (linha sólida – figura 4.6), considerando a difusividade de núcleons como sendo um parâmetro livre e calculando o raio do núcleo ^{28}Si através da equação (2.6).

Em nosso modelo assumimos que a densidade do núcleo alvo ^{58}Ni é descrita de maneira satisfatória através de cálculos DHB. Entretanto, com o intuito de quantificarmos mais uma possível fonte de erro sistemático, resolvemos determinar os valores experimentais de densidade do ^{28}Si considerando uma distribuição de Fermi, extraída da nossa sistemática [Ch02], para descrever a distribuição de densidade do ^{58}Ni. Os resultados estão ilustrados na figura 4.6 (símbolos abertos). Novamente, uma distribuição de Fermi foi ajustada aos pontos experimentais (linha tracejada – figura 4.6). A diferença entre as duas curvas

indica que o erro sistemático, devido ao modelo adotado para caracterizar a distribuição de densidade do núcleo alvo ^{58}Ni, é de aproximadamente 20% na região da superfície.

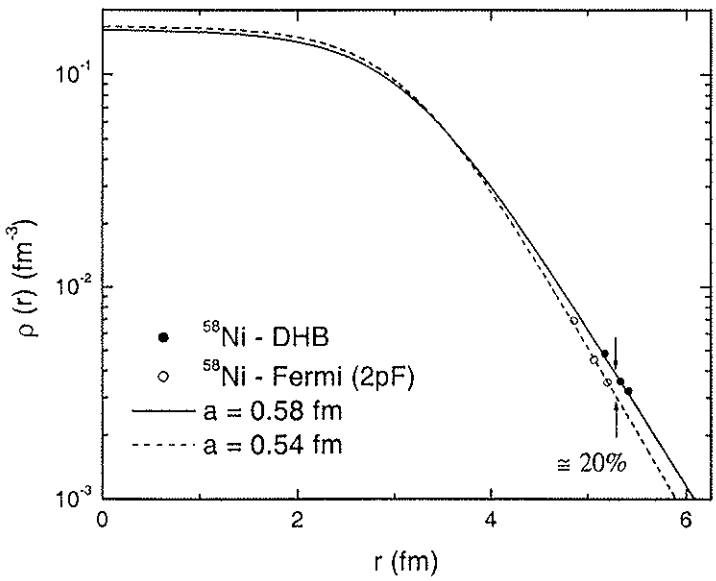

Figura 4.6 - Valores experimentais das densidades de núcleons do ^{28}Si, obtidos a partir da análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico referentes ao sistema ^{28}Si + ^{58}Ni, em energias subcoulombianas. Consideramos que a distribuição de densidade do núcleo alvo ^{58}Ni é descrita através de cálculos DHB (símbolos fechados) ou extraída de nossa sistemática [Ch02] (símbolos abertos). As linhas representam os melhores ajustes de uma distribuição de Fermi aos pontos experimentais, para cada uma das situações. As setas na figura indicam que o erro é de aproximadamente 20% na região da superfície.

Levando em consideração a influência das três fontes de erros apresentadas, podemos estimar em cerca de 30% o erro sistemático total nos resultados obtidos para a densidade nuclear a partir de nosso método. Mesmo assim, nosso método continua sendo uma ferramenta importante para determinar a densidade de núcleos exóticos, uma vez que na região da superfície a diferença entre a distribuição de densidade de um núcleo estável e de um núcleo exótico é bastante enfatizada.

4.5 Determinação da Densidade dos Núcleos $^{4,6}He$

A partícula alfa já foi objeto de inúmeros estudos dentro do contexto da física nuclear. Em nosso trabalho, estudamos o ^{4}He com o propósito de comparar os resultados das densidades dos núcleos $^{4,6}He$, pelo menos na região da superfície. Também, ainda não havíamos testado a validade de nosso modelo aplicado a núcleos leves. Sendo assim, analisamos um conjunto de dados de espalhamento elástico para os sistemas $^{4,6}He$ + ^{58}Ni, que foram medidos em energias em torno da barreira coulombiana [Ga03a], no *Nuclear Structure Laboratory*. Com o objetivo de extrairmos informações sobre a densidade do ^{4}He em uma região mais interna, estudamos também um conjunto de distribuições angulares em energias intermediárias, referente ao sistema ^{4}He + ^{58}Ni (vide figura 3.5).

Inicialmente, vamos nos ater aos resultados obtidos para o ^{4}He. Na figura 4.7 comparamos os valores de densidade do ^{4}He, obtidos experimentalmente, com a distribuição de núcleons (prótons + nêutrons) do núcleo alfa, obtida através de experimentos de espalhamento de elétrons. Mais uma vez, consideramos que a distribuição total de núcleons é equivalente a duas vezes a distribuição de prótons, que foi determinada a partir da análise de dados de espalhamento de elétrons. Também apresentamos, na mesma figura, o resultado de cálculos teóricos [Ga03c], onde o método de coordenadas geradoras foi utilizado juntamente com a interação efetiva núcleon-núcleon Skyrme SIII, e os efeitos de centro de massa foram eliminados. Observamos que os resultados experimentais obtidos com nosso método na região da superfície, a distribuição de densidade extraída do espalhamento de elétrons, e as previsões teóricas, concordam de maneira satisfatória entre si, dentro da precisão de nosso modelo ($\cong 30\%$). Ajustamos também uma distribuição de Fermi (2pF) aos nossos dados experimentais, e obtivemos $R_0 = 1.64\ fm$ e $a = 0.28\ fm$ (linhas pontilhadas na figura 4.7).

Na referência [Al97], as densidades dos núcleos ^{4,6}He foram obtidas a partir da análise de dados de espalhamento para os sistemas ^{4,6}He + p, com energia de 700 $MeV/núcleon$, sendo que a teoria de espalhamento múltiplo de Glauber foi utilizada para representar a interação. Diferentes parametrizações para tentar descrever a distribuição de densidade do núcleo ^{6}He foram testadas, e todas resultaram em valores muito similares na região $0 \leq r \leq 5\ fm$. Com o propósito de comparação, as correspondentes distribuições simetrizadas de Fermi (SF) referentes aos núcleos ^{4,6}He estão ilustradas na figura 4.7 (linhas sólidas). A concordância entre esses resultados e nossos valores experimentais de densidade é bastante satisfatória, apesar das enormes diferenças existentes entre os dois trabalhos (região de energia, sistema, modelo teórico). Na mesma figura, ilustramos também os resultados de cálculos teóricos obtidos para a densidade do ^{6}He, utilizando os modelos de função de onda de Faddeev [Al96,Zh93]. Esses modelos assumem diferentes potenciais n-n e n-p, variando a energia de ligação dos dois nêutrons extras de valência.

Nesta parte do trabalho, resolvemos testar a dependência dos nossos resultados para a densidade com a forma assumida para descrever a distribuição de densidade do ^{6}He, por se tratar de um núcleo exótico. Novamente, utilizamos um oscilador harmônico (HO) ao invés de uma distribuição de Fermi (2pF), para verificar a validade de nossos resultados. A figura 4.7 mostra que as duas formas fornecem raios de sensibilidade ligeiramente diferentes $(\cong 0.3\ fm)$, com valores experimentais de densidade compatíveis com o comportamento esperado (inclinação) para a distribuição do ^{6}He na região da superfície. Dentro da precisão do método, esses resultados concordam de maneira satisfatória com as previsões teóricas [Al96,Zh93], e com outros resultados experimentais obtidos em condições bastante diferentes [Al97].

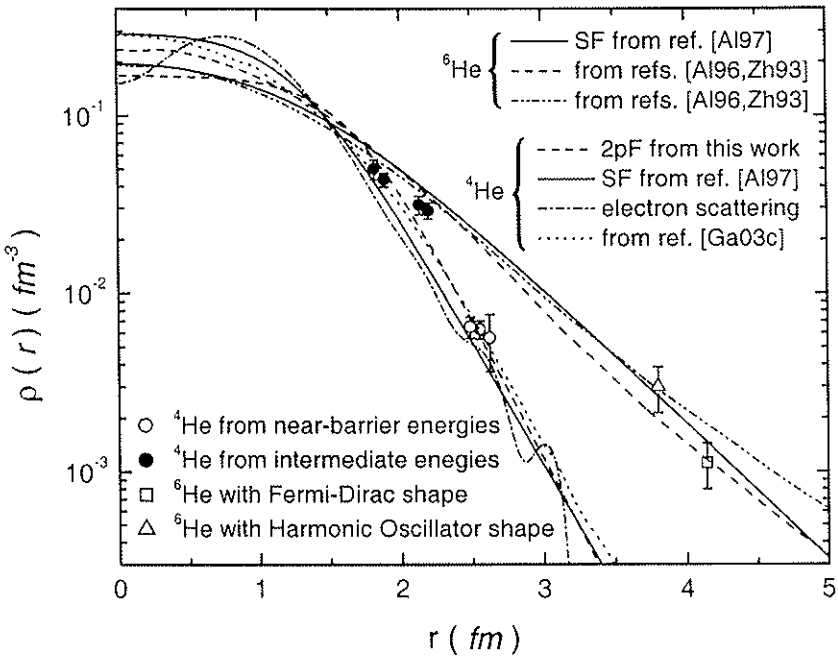

Figura 4.7 – Valores experimentais para as densidades dos núcleos ^{4,6}He, como função do raio de sensibilidade, obtidos a partir da análise de dados de espalhamento elástico em energias em torno da barreira coulombiana (símbolos abertos), referente aos sistemas ^{4,6}He + ^{58}Ni. Os símbolos fechados correspondem aos valores de densidade do ^{4}He obtidos a partir da análise de dados em energias intermediárias, usando a interação não-local e a interação do tipo Lax para as partes real e imaginária do potencial nuclear. A figura também apresenta nossa melhor distribuição (2pF) de Fermi para o ^{4}He, as densidades experimentais para o ^{4,6}He extraídas a partir de uma distribuição (SF) simetrizada de Fermi (vide ref. [Al97]), as densidades teóricas para o ^{4}He (vide ref. [Ga03c]) e para o ^{6}He (vide refs. [Al96,Zh93]), e a densidade total de nucleons para o ^{4}He, obtida a partir de experimentos de espalhamento de elétrons.

4.6 Efeitos dos Erros Sistemáticos na Difusividade

Na figura 4.8, apresentamos os valores experimentais de densidade dos núcleos ^{4,6}He, ^{12}C, ^{16,18}O e ^{28}Si, obtidos na região da superfície através do método descrito na seção (4.2). Os valores de densidade dos núcleos ^{16,18}O foram obtidos

a partir da análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico para os sistemas $^{16,18}O + ^{58}Ni$, medidos em energias subcoulombianas [Ch96,Ro02]. As linhas sólidas correspondem aos melhores ajustes de uma distribuição (2pF) de Fermi, considerando a difusividade (a) como um parâmetro livre e calculando o raio (R_0) dos núcleos projétil através da equação (2.6). Os valores obtidos para a difusividade de cada um dos núcleos estão indicados na figura 4.8.

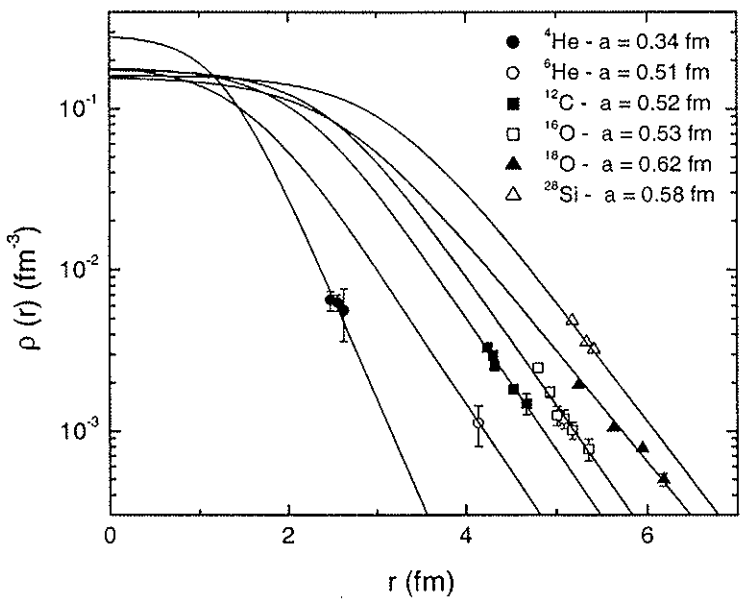

Figura 4.8 – Valores experimentais da densidade de núcleons, como função do raio de sensibilidade, referente aos núcleos $^{4,6}He$, ^{12}C, $^{16,18}O$ e ^{28}Si, extraídos da análise de dados de espalhamento elástico em energias em torno da barreira coulombiana. As linhas sólidas correspondem aos melhores ajustes de uma distribuição de Fermi, com raios obtidos a partir da equação (2.6) e difusividades indicadas na figura.

Utilizando as distribuições de Fermi indicadas na figura 4.8, considerando que a densidade do núcleo alvo ^{58}Ni é bem descrita através de cálculos DHB, e assumindo a interação efetiva núcleon-núcleon M3Y-Reid na equação (2.21), podemos obter os valores de intensidade dos potenciais nucleares associados aos sistemas $^{4,6}He$, ^{12}C, $^{16,18}O$ e $^{28}Si + ^{58}Ni$ (linhas tracejadas na figura 4.9), e

compará-los diretamente com aqueles obtidos através da convolução entre duas distribuições de densidade de matéria, considerando agora a interação de alcance nulo (linhas sólidas nas figuras 3.3 e 4.9). A consistência entre os resultados é excelente, indicando que as duas maneiras apresentadas neste trabalho, para a obtenção da intensidade do potencial nuclear, são bastante equivalentes.

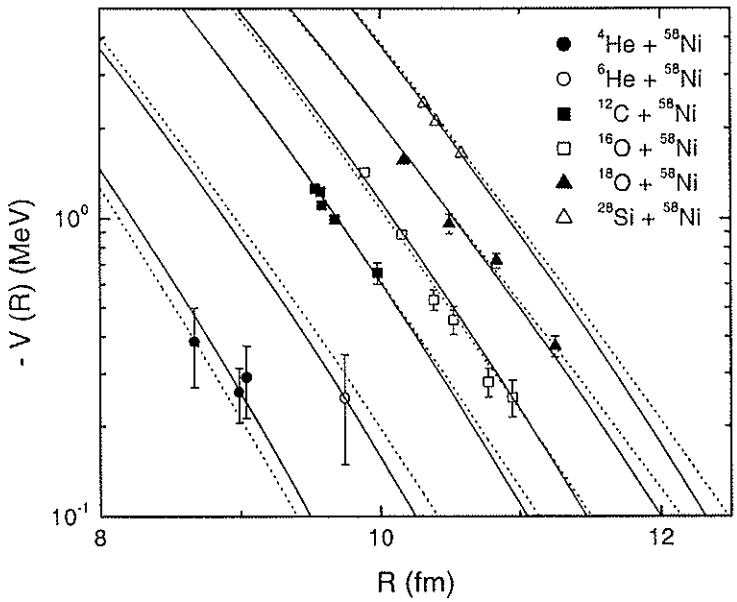

Figura 4.9 – Intensidade do potencial nuclear como função do raio de sensibilidade para os sistemas ^{4,6}He, ^{12}C, ^{16,18}O e ^{28}Si + ^{58}Ni. As linhas representam os resultados obtidos a partir do modelo não-local, utilizando as distribuições de matéria dos núcleos e a aproximação de alcance nulo (linhas sólidas) ou as densidades de núcleons e a interação efetiva núcleon-núcleon M3Y-Reid (linhas tracejadas). Os parâmetros da densidade utilizados nos cálculos podem ser encontrados na tabela (3.3) e na figura (4.8).

Com o objetivo de ilustrarmos o efeito dos erros sistemáticos ($\cong 30\%$) na determinação dos valores de difusividade correspondentes as distribuições de densidade dos núcleos, apresentamos na figura 4.10 valores experimentais de densidades para os núcleos ^{12}C, ^{16,18}O e ^{28}Si, que correspondem aos valores apresentados na figura 4.8, multiplicados por uma fator igual a 0.7 (decrescidos de 30%). Os respectivos valores de difusividade, que ajustam esses dados experimentais "corrigidos", são aproximadamente 10% menores que aqueles

obtidos sem a redução (vide figura 4.10), e se aproximam do valor médio de difusividade $(a = 0.50\ fm)$ obtido da sistemática de densidades apresentada na seção (2.2).

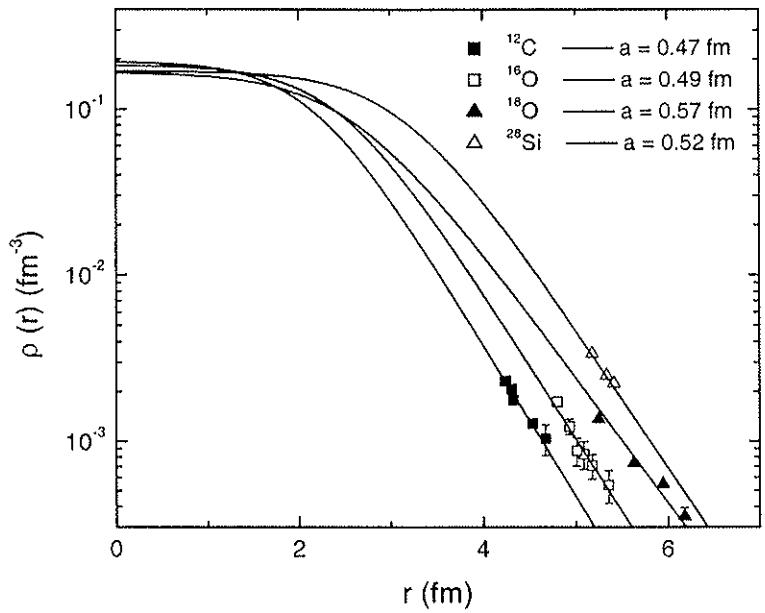

Figura 4.10 – Valores experimentais de densidade de núcleons, decrescidos por um fator igual a 30%, e os correspondentes valores de difusividade que ajustam os pontos "corrigidos".

4.7 Sumário

A seguir apresentaremos um breve sumário contendo alguns dos assuntos que foram discutidos neste capítulo. O objetivo é destacar alguns pontos que julgamos ser importantes para o entendimento de nosso trabalho.

- A análise de dados de seção de choque de espalhamento elástico em energias em torno da barreira coulombiana fornece informações sobre a densidade numa região superficial, enquanto dados em energias

intermediárias testam a distribuição de densidade em uma região mais interna (próxima do raio quadrático médio). Sendo assim, dados medidos na região da barreira são mais importantes para efeitos de comparação entre núcleos exóticos e vizinhos estáveis, uma vez que na região da superfície a diferença entre as densidades é bastante acentuada;

- A análise de dados de sistemas contendo diferentes núcleos alvo fornecem resultados similares para a densidade do núcleo projétil, o que é um indício da consistência de nosso método;
- Os resultados obtidos através de nosso método são consistentes com aqueles oriundos do espalhamento de elétrons;
- A concordância entre os resultados referentes à densidade dos núcleos ^{4,6}He, obtidos através de nosso método e através da análise de dados de espalhamento para os sistemas ^{4,6}He + p é bastante boa;
- A concordância entre as previsões teóricas para as densidades dos núcleos ^{4,6}He e nossos resultados obtidos experimentalmente pode ser considerada satisfatória. Já os resultados experimentais apresentados neste trabalho, referente às densidades dos núcleos ^{12}C e ^{28}Si, não concordam com as previsões oriundas de cálculos tipo DHB;
- Nosso método possui três possíveis fontes de erros sistemáticos: (i) devido à contribuição da parte real do potencial de polarização; (ii) devido à forma assumida para descrever a distribuição de densidade do núcleo projétil; (iii) devido ao modelo (DHB) adotado para calcular a densidade do núcleo alvo;
- Considerando essas três possíveis fontes de erros, podemos estimar em cerca de 30% o erro sistemático total nos resultados obtidos para a densidade a partir de nosso método. Mesmo assim, o método continua sendo uma ferramenta importante para determinar a densidade de núcleos exóticos, uma vez que na região da superfície a diferença entre a distribuição de densidade de um núcleo estável e de um núcleo exótico é bastante enfatizada (por exemplo, vide figura 4.7);
- No caso da comparação entre densidades de diferentes núcleos, os efeitos dos erros sistemáticos devem parcialmente se cancelar, pois utilizamos o

mesmo método (mesmo núcleo alvo, mesmo modelo para descrever a forma do núcleo projétil, etc) para obter os resultados dos diferentes núcleos;

- A concordância entre os valores referentes à difusividade dos núcleos projétil obtidos a partir de nosso método, e o valor médio de difusividade $(a = 0.50\ fm)$ obtido através da sistemática de densidades apresentada na seção (2.2), pode ser considerada muito boa, exceto para o núcleo ^{4}He. De fato, a partícula alfa é fortemente ligada e por isso é esperado que sua difusividade apresente um valor bastante reduzido.

Capítulo 5

Um Estudo do Processo de Fusão

5.1 Introdução

O processo de fusão nuclear tem sido extensivamente estudado nas últimas décadas [Ba98]. É bastante conhecido que as seções de choque de fusão envolvendo íons pesados apresentam grandes *enhancements* em energias abaixo da barreira, em comparação com as previsões teóricas do modelo de penetração de barreira [Va78]. Esses *enhancements* têm sido estudados de uma maneira global para diversos sistemas [Va78,Gi98,Ja82], e os resultados indicam que eles podem ser descritos introduzindo parâmetros efetivos de barreira no modelo. Por outro lado, esses *enhancements* podem ser relacionados à estrutura interna dos núcleos participantes do processo de fusão nuclear, e explicados através de cálculos de canais acoplados (vide refs. [Va92,St94], por exemplo).

Alguns modelos teóricos têm sido desenvolvidos com o objetivo de descrever os processos de espalhamento elástico, considerando a dependência da energia e do sistema explicitamente no potencial ótico [Br97a]. Entretanto, a consistência entre modelos teóricos que procuram descrever os processos de espalhamento elástico e fusão, utilizando a mesma interação nuclear, tem sido testada apenas em alguns casos muito particulares [Sc83]. Tendo determinado um potencial nuclear completamente fundamental, sem nenhum parâmetro livre, resolvemos também verificar a validade dessa interação não-local estudando

aproximadamente 2500 pontos experimentais de seção de choque de fusão, referentes a 165 diferentes sistemas, dentro do contexto do modelo unidimensional de penetração de barreira (BPM). O modelo de interação não-local descreveu com muito boa precisão, de uma maneira global, o comportamento da seção de choque de fusão.

A seguir, faremos uma breve discussão sobre efeitos de estrutura que se refletem nos cálculos BPM, devido à sistematização das densidades nucleares descrita na seção (2.2). Posteriormente, apresentaremos os resultados obtidos e discutiremos a importância do modelo não-local em nossa análise.

5.2 Efeitos de Estrutura nos Cálculos BPM

Na seção (2.2), apresentamos uma sistematização das densidades nucleares, que nos permitiu obter uma descrição global da interação nuclear, sem a utilização de nenhum parâmetro livre. De fato, o potencial nuclear pode ser obtido a partir dos parâmetros médios da densidade ($a_M = 0.56$ *fm* e R_0 dado pela equação 2.6). Portanto, considerando esses valores médios, o potencial nuclear pode ser obtido para qualquer sistema sem a utilização de nenhum parâmetro livre. Esse procedimento foi adotado na análise dos dados de fusão nuclear. Entretanto, se analisarmos as figuras (2.2d e 2.3d), podemos facilmente verificar que existem efeitos de estrutura relacionados aos diferentes núcleos, fazendo com que os parâmetros (a e R_0) variem em torno dos valores médios.

Com o propósito de estimarmos a influência dos efeitos de estrutura dos núcleos nos resultados de seção de choque de fusão, obtidos através de cálculos BPM, para o sistema $^{16}O + {}^{58}Ni$, variamos primeiramente o valor do raio de cada núcleo acrescentando um fator igual a 0.07 *fm* em R_0, que foi calculado através da equação (2.6). Neste ponto, mantivemos a difusividade dos núcleos constante ($a = 0.56$ *fm*). Posteriormente, obtivemos os raios dos núcleos da maneira usual (equação 2.6), e acrescentamos um fator igual a 0.025 *fm* ao valor da difusividade de cada núcleo. Vale lembrar que 0.07 *fm* e 0.025 *fm* correspondem aos valores

de dispersão do raio e da difusividade dos núcleos, respectivamente, como apresentado na seção (2.2). Como podemos notar na figura 5.1, os efeitos de estrutura são mais importantes na região de energia abaixo da barreira. Para o sistema ^{16}O + ^{58}Ni, em particular, os efeitos de estrutura podem afetar os resultados obtidos para a seção de choque de fusão por um fator três, na região abaixo da barreira.

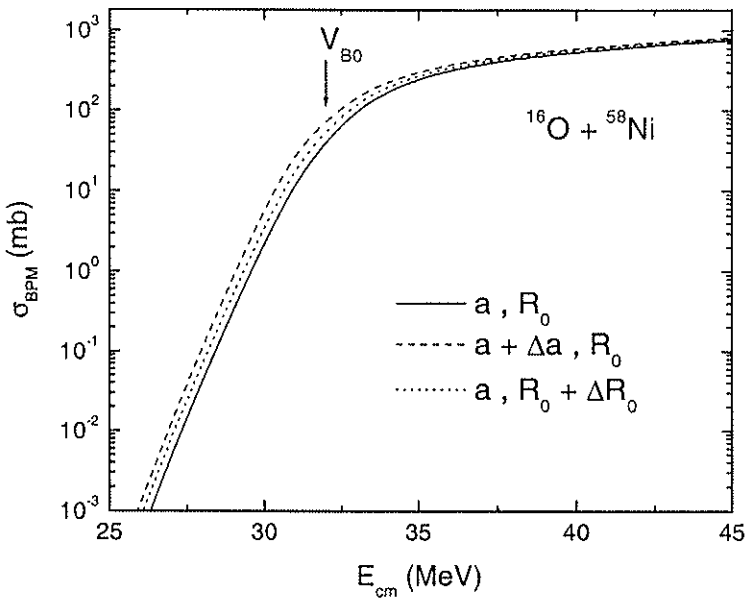

Figura 5.1 – Seção de choque de fusão, como função da energia de centro de massa do sistema, referente ao sistema ^{16}O + ^{58}Ni. As linhas correspondem ora a uma variação nos raios de cada núcleo (linha pontilhada) e ora a uma variação na difusividade de cada um dos núcleos (linha tracejada). A linha sólida corresponde ao cálculo realizado utilizando os parâmetros R_0 e a, obtidos a partir da sistemática apresentada na seção (2.2).

Nos cálculos de seção de choque de fusão que seguem, utilizamos os parâmetros médios para as densidades. Na presente seção, acabamos de verificar que efeitos de estrutura (nas densidades) podem modificar a seção de choque de fusão por um fator três (na região subcoulombiana). Assim, não poderíamos esperar ajustar os dados experimentais, em média, com precisão melhor do que esse fator três.

5.3 Estudo da Sistemática e Resultados Obtidos

Utilizando o modelo unidimensional de penetração de barreira, que foi discutido na seção (2.4), o modelo de interação não-local, e o potencial Coulombiano que foi obtido de maneira fundamental (vide equação 2.17), analisamos uma sistemática envolvendo aproximadamente 165 sistemas e cerca de 2500 dados experimentais de seção de choque de fusão ([Ga03d] e referências lá contidas). Neste ponto, vale ressaltar que uma vez que utilizamos o modelo não-local para determinar o potencial nuclear, os parâmetros que definem a barreira dependem não só do momento angular, mas também da energia.

Com o objetivo de obtermos quantidades que fossem independentes do sistema, definimos a seção de choque e a energia reduzidas, de maneira que:

$$\sigma_{red} = \frac{2E}{R_{B0}^2 \hbar\omega_0} \sigma_{fus}, \tag{5.1}$$

$$E_{red} = \frac{E - V_{B0}}{\hbar\omega_0}. \tag{5.2}$$

Usando essas quantidades adimensionais, a expressão de Wong (equação 2.52) pode ser reescrita como:

$$\sigma_{red}^{Wong} = \ln\left[1 + \exp\left(2\pi E_{red}\right)\right], \tag{5.3}$$

à qual claramente independe do sistema.

Entretanto, verificamos que em alguns casos (vide seção 2.4), os resultados obtidos utilizando a aproximação de Wong apresentavam discrepâncias significativas quando confrontados com os resultados obtidos utilizando a soma de todas as ondas parciais (equação 2.45). Portanto, para comparar os resultados

experimentais referentes a diferentes sistemas, de maneira coerente, definimos a seção de choque experimental de fusão reduzida como sendo:

$$\sigma_{red}^{exp} = \frac{\sigma_{fus}}{\sigma_{BPM}} \sigma_{red}^{Wong}. \tag{5.4}$$

Claramente, estamos comparando a seção de choque de fusão experimental com a previsão fornecida pelo modelo unidimensional de penetração de barreira, em unidades reduzidas, quando utilizamos a equação (5.4).

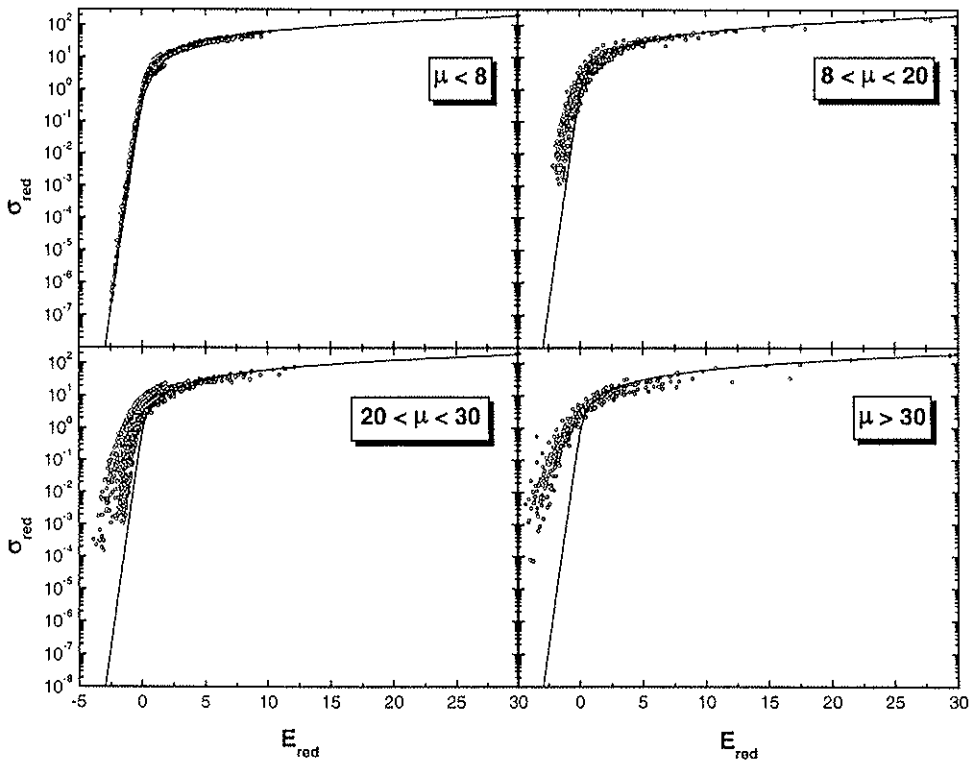

Figura 5.2 – Seção de choque experimental de fusão reduzida, como função da energia reduzida, usando os parâmetros de barreira obtidos através do modelo de interação nuclear não-local. A figura apresenta resultados para diferentes intervalos de massa reduzida dos sistemas. As linhas sólidas representam σ_{red}^{Wong} (equação 5.3).

Os dados de seção de choque de fusão reduzida, obtidos através da equação (5.4), estão apresentados na figura 5.2, como função da energia reduzida (Eq. 5.2). Podemos claramente notar uma excelente concordância entre os dados experimentais e a previsão teórica, para todos os sistemas estudados, quando as energias estão acima da barreira $(E_{red} \geq 0)$. Já, os dados de energias abaixo da barreira apresentam grandes *enhancements* em comparação com os cálculos oriundos do modelo unidimensional de penetração de barreira.

Observando a figura 5.2, podemos perceber que esses *enhancements* são desprezíveis para sistemas com $\mu \leq 8$ e aumentam em função da massa reduzida, de uma maneira relativamente suave. Uma inspeção mais detalhada sobre o comportamento dos dados discrepantes na figura 5.2, indica que os *enhancements* estão conectados mais fortemente com a curvatura da barreira $\hbar\omega_\ell$, do que com altura $V_{B\ell}$. Levando tudo isso em consideração, propusemos uma solução bastante simples para tentar descrever esses *enhancements*. Introduzimos no modelo unidimensional de penetração de barreira um novo parâmetro, que chamamos de curvatura efetiva da barreira. Este parâmetro foi assumido como sendo uma função linear da massa reduzida dos sistemas, de maneira que:

$$\hbar\omega_{\ell\text{-}eff} = \begin{cases} \hbar\omega_\ell & \text{se } \mu \leq 8 \\ \hbar\omega_\ell\left[1+\lambda(\mu-8)\right] & \text{se } \mu > 8 \end{cases}. \tag{5.5}$$

Utilizando a equação (5.5), com $\lambda = 0.1$ (melhor ajuste dos dados), o modelo de penetração de barreira descreve com boa precisão o comportamento global de todo a sistemática de dados (aproximadamente 2500 pontos de fusão), em toda a região de energia (vide figura 5.3). De fato, é possível descrever dados que possuem energia acima da barreira com 20% de precisão (desvio padrão), e os que possuem energia abaixo da barreira podem ser reproduzidos dentro de um fator aproximadamente três. Consideramos essa dispersão relativamente pequena, uma vez que nossas análises incluem um número muito grande de

diferentes sistemas (≈ 165), que apresentam um intervalo de energia bastante abrangente (desde 18 *MeV* abaixo da barreira até 120 *MeV* acima). É importante ressaltar que em nosso modelo há apenas um parâmetro livre (λ), que é independente da energia e do sistema. Acreditamos que a curvatura efetiva da barreira simule, de alguma maneira, os efeitos médios do grande número de acoplamentos que contribuem para o processo de fusão nuclear. Sistemas muito pesados devem apresentar um grande número de canais de reação e grandes amplitudes de acoplamentos (que estão conectadas com o tamanho dos núcleos). Sendo assim, é fácil entendermos a razão pela qual o efeito dos acoplamentos depende da massa reduzida de cada sistema. A dispersão observada na figura 5.3 provavelmente está conectada com fortes acoplamentos particulares que não estão incluídos em nosso modelo, e também com variações na densidade dos núcleos, devido aos efeitos de estrutura (vide seção 5.2).

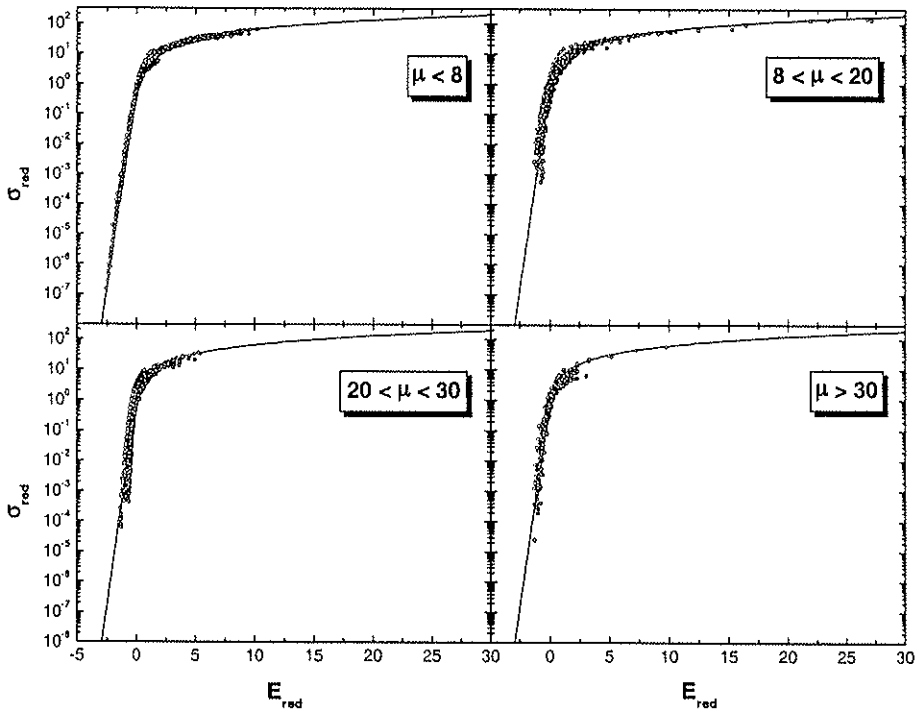

Figura 5.3 – Correção dos dados experimentais apresentados na figura 5.2, considerando a curvatura efetiva da barreira.

5.4 Efeito da Não-Localidade nos Cálculos de Fusão

O efeito da não-localidade de Pauli não é muito significante em energias próximas da barreira coulombiana (baixas velocidades), onde a equação (2.37) indica que $V_{LE}(R,E) \approx V_{Fold}(R)$ nessas condições. De fato, o efeito começa a se tornar importante à medida que a energia aumenta. Por exemplo, o potencial não-local é aproximadamente uma ordem de magnitude menos intenso do que o potencial *folding*, se considerarmos que um núcleo projétil possui uma energia de bombardeio igual a 200 $MeV/núcleon$ [Ri97,Ch97a]. Entretanto, há poucos dados de seção de choque de fusão medidos em energias tão elevadas. Sendo assim, para a maioria dos dados presentes em nossa sistemática, os resultados teóricos para a seção de choque de fusão, obtidos dentro do contexto do modelo unidimensional de penetração de barreira, utilizando a interação não-local, diferem por um fator menor que 5% daqueles obtidos utilizando diretamente o potencial *double-folding*. De fato, existem apenas dois casos presentes em nossa sistemática de dados que apresentam energias suficientemente elevadas para enfatizar o efeito do modelo não-local em nossas análises (vide figura 5.4).

A diminuição da seção de choque experimental de fusão em altas energias está conectada com a competição entre a repulsão centrífuga e a atração nuclear. Portanto, a interação não-local, que depende da energia, desempenha um papel importante dentro de nosso modelo, uma vez que é capaz de acentuar tal redução. Por outro lado, a não-localidade tem se mostrado fundamental na descrição do processo de espalhamento elástico. Portanto, a interação não-local é capaz de fornecer uma descrição unificada, tanto do processo de espalhamento elástico, quanto do processo de fusão, dentro de um modelo consistente que pode ser aplicado para uma grande região de energia (subcoulombianas até intermediárias).

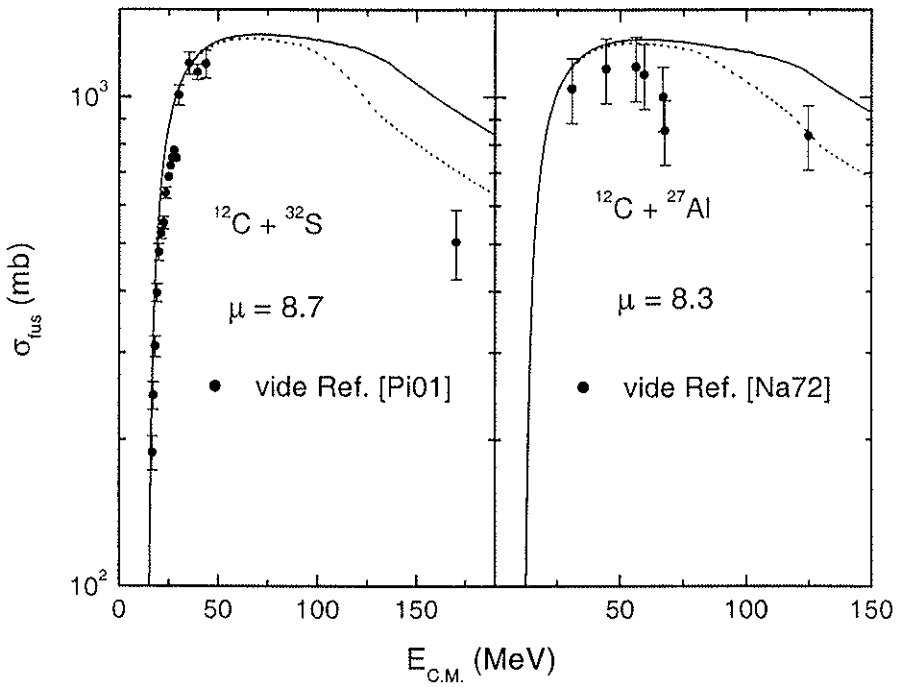

Figura 5.4 – Seção de choque de fusão para os sistemas ^{12}C + ^{27}Al, ^{32}S. As linhas representam os cálculos teóricos obtidos dentro do contexto do modelo unidimensional de penetração de barreira, com (linhas tracejadas) e sem (linhas sólidas) considerar o efeito da não-localidade de Pauli.

Conclusões e Perspectivas Futuras

A partir da análise de dados de espalhamento elástico referente aos sistemas $^{4,6}He$, ^{12}C, $^{28}Si + ^{58}Ni$, determinamos os respectivos potenciais nucleares. A compatibilidade entre esses resultados e aqueles obtidos segundo o modelo não-local é bastante satisfatória.

Utilizando o modelo não-local para descrever a parte real da interação nuclear, pudemos extrair as densidades dos núcleos $^{4,6}He$, ^{12}C, ^{28}Si, através da análise de dados de espalhamento elástico em energias subcoulombianas, referente aos sistemas $^{4,6}He$, ^{12}C, $^{28}Si + ^{58}Ni$. Neste ponto, vale destacar que a análise de dados de espalhamento elástico em energias em torno da barreira fornece informações sobre a densidade nuclear na região superficial, onde as diferenças entre os núcleos exóticos e seus vizinhos estáveis são bastante pronunciadas. Sendo assim, destacamos a importância de termos determinado as densidades experimentais dos núcleos $^{4,6}He$.

Estudamos, também, uma sistemática de dados de seção de choque de fusão nuclear. Notamos que, para $\mu \leq 8$, a interação não-local é capaz de descrever a fusão nuclear dentro do contexto do modelo unidimensional de penetração de barreira, sem a utilização de nenhum parâmetro livre. Para $\mu > 8$, introduzimos um único parâmetro em nossas análises, que é independente do sistema e da energia (vide equação 5.5). De maneira quantitativa, nosso modelo descreve dados com energia acima da barreira com 20% de precisão (desvio padrão). Abaixo da barreira pudemos reproduzir os dados dentro de um fator três. Pretendemos aplicar esse modelo em problemas de astrofísica, onde os sistemas de interesse possuem massa reduzida menor ou igual a oito.

Os resultados apresentados indicam a consistência do modelo não-local na descrição de dados de espalhamento elástico e fusão nuclear, para sistemas

bastante diferentes, num intervalo bem abrangente de energia. É importante ressaltar que, dentro do contexto da sistemática de densidades apresentada na seção (2.2), nossa interação não contém nenhum parâmetro livre. Dessa maneira, consideramos que o modelo não-local é bastante fundamental e descreve com grande generalidade as reações nucleares entre íons pesados.

Neste trabalho, procuramos sempre comparar os resultados experimentais para cada sistema com descrições globais que levam em consideração propriedades médias dos núcleos ao longo da tabela periódica. Esse tipo de abordagem tem se mostrado muito bem sucedido. Entretanto, como discutido nas seções (2.2) e (5.2), efeitos de estrutura dos núcleos podem se refletir em nossos resultados. Assim, futuramente pretendemos melhorar ainda mais nosso modelo, utilizando densidades mais realistas, que incorporem esses efeitos de estrutura. Para dar uma consistência ainda maior ao nosso modelo, pretendemos obter as densidades através de cálculos auto-consistentes, utilizando a própria interação não-local.

No período em que essa tese foi desenvolvida, fui autor/co-aultor de dez artigos produzidos pelo nosso grupo de pesquisa e publicados em periódicos indexados [Al99,Al02,Al03,Ch02,Ga02,Ga03a,Ga03b,Ga03c,Ro02,Si01]. Desses, cinco estão diretamente ligados a este trabalho [Ga02, Ch02, Ga03a, Ga03b, Ga03c].

Referências

As referências em negrito representam trabalhos que foram desenvolvidos pelo nosso grupo de pesquisa, durante o período em que essa tese foi desenvolvida.

[Ag00] E. F. Aguilera, J. J. Kolata, F. M. Nunes, F. D. Becchetti, P. A. De Young, M. Goupell, V. Guimarães, B. Hugley, M. Y. Lee, D. Lizcano, E. Martinez-Quiroz, A. Nowlin, T. W. O'Donnell, G. F. Peaslee, D. Peterson, P. Santi and R. White-Stevens, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 5058.

[Ag01] E. F. Aguilera, J. J. Kolata, F. D. Becchetti, P. A. De Young, J. D. Hinnefeld, Á. Horváth, L. O. Lamm, Hye-Young Lee, D. Lizcano, E. Martinez-Quiroz, P. Mohr, T. W. O'Donnell, D. A. Roberts and G. Rogachev, Phys. Rev. **C63** (2001) 061603.

[Al85] J. Albinski, A. Budzanowski, H. Dabrowski, Z. Rogalska, S. Wiktor, H. Rebel, D. K. Srivastava, C. Alderlieste, J. Bojowald, W. Oelert, C. Mayer-Böricke and P. Turek, Nucl. Phys. **A445** (1985) 477.

[Al96] J. S. Al-Khalili, J. A. Tostevin and I. J. Thompson, Phys. Rev. **C54** (1996) 1843.

[Al97] G. D. Alkhazov et al., Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 2313.

[Al99] M. A. G. Alvarez, L. C. Chamon, D. Pereira, E. S. Rossi Jr., C. P Silva, L. R. Gasques, H. Dias and M. O. Roos, Nucl. Phys. A656 (1999) 187.

[Al02] M. A. G. Alvarez, E. S. Rossi Jr., C. P. Silva, L. R. Gasques, L. C. Chamon, D. Pereira, M. N. Rao, B. V. Carlson, C. De Conti, R. M. Anjos, P. R. S. Gomes, J. Lubian, S. Kailas, A. Chatterjee and P. Singh, Phys. Rev C65 (2002) 014602.

[Al03] M. A. G. Alvarez, L. C. Chamon, M. S. Hussein, D. Pereira, L. R. Gasques, E. S. Rossi Jr. and C. P. Silva, Nucl. Phys. A723 (2003) 93.

[Ba83] W. Bauhoff, H. V. von Geramb and G. Palla, Phys. Rv. **C27** (1983) 2466.

[Ba98] A. B. Balantekin and N. Takigawa, Rev. Mod. Phys. **70** (1998) 77.

[Be77] G. Bertsch, J. Borysowics, H. McManus and W. G. Love, Nucl. Phys. **A284** (1977) 399.

[Be85] M. Beckerman, Phys. Rep. **129** (1985) 145.

[Bl52] J. M. Blatt and V. F. Weisskopft, Theoretical Nuclear Physics (1952), John Wiley & Sons.

[Bo69] M. Bohning, Proc. of the International Conference on Nuclear Reactions induced by Heavy Ions, Heidelberg (1969).

[Bo85] B. Bonin, N. Alamanos, B. Berthier, G. Bruge, H. Faraggi, J. C. Lugol, W. Mittig, L. Papineau, A. I. Yavin, J. Arvieux, L. Farvacque, M. Buenerd and W. Bauhoff, Nucl. Phys. **A445** (1985) 381.

[Br97a] M. E. Brandam and G. R. Satchler, Phys. Rep. **285** (1997) 143.

[Br97b] M. E. Brandan, H. Chehime, K. W. McVoy, Phys. Rev. **C55** (1997) 1353.

[Bu81] M. Buenerd et al., Phys. Lett. **102B** (1981) 242.

[Bu84] M. Buenerd, A. Lounis, J. Chauvin, D. Lebrun, P. Martin, G. Duhamel, J. C. Gondrand and P. de Saintignon, Nucl. Phys. **A424** (1984) 313.

[Ca00] B. V. Carlson, D. Hirata, Phys. Rev. **C62** (2000) 054310.

[Ch76] H. H. Chang, B. W. Bridley, T. M. Braid, T. W. Colon, E. F. Gibson and N. S. P. King, Nucl. Phys. **A270** (1976) 413.

[Ch95] L. C. Chamon, D. Pereira, E. S. Rossi Jr., C. P. Silva, R. Lichtentäiler and L. C. Gomes, Nucl. Phys. **A582** (1995) 305.

[Ch96] L. C. Chamon, D. Pereira, E. S. Rossi Jr., C. P. Silva, H. Dias, L. Losano and C. A. P. Ceneviva, Nucl. Phys. **A597** (1996) 253.

[Ch97a] L. C. Chamon, D. Pereira, M. S. Hussein, M. A. Cândido Ribeiro and D. Galetti, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 5218.

[Ch97b] S. K. Charagi, S. K. Gupta, Phys. Rev. **C56** (1997) 1171.

[Ch98] L. C. Chamon, D. Pereira and M. S. Hussein, Phys. Rev. **C58** (1998) 576.

[Ch02] L. C. Chamon, B. V. Carlson, L. R. Gasques, D. Pereira, C. De Conti, M. A. G. Alvarez, M. S. Hussein, M. A. Cândido Ribeiro, E. S. Rossi Jr. and C. P. Silva, Phys. Rev. C66 (2002) 014610.

[De75] R. M. de Vries and M. R. Glover, Nucl. Phys. **A243** (1975) 528.

[Fi70] J. R. Ficenec, W. P. Trower, J. Heisenberg and I. Sick, Phys. Lett. **B32** (1970) 460..

[Fr57] W. E. Frahn and R. H. Lemmer, Nuovo Cimento **5** (1957) 1564.

[Fr65] M. Fröman and P. O. Fröman, JWKB Aproximations (1978).

[Fr77] B. Frois, J. B. Bellicard, J. M. Cavedon, M. Huet, P. Leconte, P. Ludeau, A. Nakada and Phan Zuan Hô, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 152.

[Gi98] S. Gil and D. E. DiGregorio, Phys. Rev. **C57** (1998) 2826.

[Ga98] D. Galetti, S. S. Mizhari, L. C. Chamon, D. Pereira, M. S. Hussein and M. A. Cândido Ribeiro, Phys. Rev. **C58** (1998) 1627.

[Ga02] L. R. Gasques, L. C. Chamon, C. P. Silva, D. Pereira, M. A. G. Alvarez, E. S. Rossi Jr., V. P. Likhachev, B. V. Carlson and C. De Conti. Phys. Rev. C65, 044314 (2002).

[Ga03a] L. R. Gasques, L. C. Chamon, D. Pereira, V. Guimarães, A. Lépine-Szily, M. A. G. Alvarez, E. S. Rossi Jr., C. P. Silva, B. V. Carlson, J. J. Kolata, L. Lamm, D. Peterson, P. Santi, S. Vincent, P. A. De Young and G. Peasley, Phys. Rev. C67 (2003) 024602.

[Ga03b] L. R. Gasques, L. C. Chamon, D. Pereira, M. A. G. Alvarez, E. S. Rossi Jr., C. P. Silva, G. P. A. Nobre and B. V. Carlson, Phys. Rev. C67 (2003) 067603.

[Ga03c] M. A. A. Talarico, orientado por D. Galetti, Dissertação de Mestrado no Instituto de Física da UNESP – 2002.

[Ga03d] L. R. Gasques, L. C. Chamon, D. Pereira, M. A. G. Alvarez, E. S. Rossi Jr., C. P. Silva and B. V. Carlson, submetido para publicação em Phys. Lett. B.

[Gl70] R. J. Glauber, *Lectures in Theoretical Physics* (Interscience, New York, 1959), Vol. 1, p. 315; *High-Energy Physics and Nuclear Structure* (Plenum, New York, 1970), p. 207.

[Go73] D. A. Goldberg, S. M. Smith, H. G. Pugh, P. G. Roos and N. S. Wall, Phys. Rev. **C7** (1973) 1938.

[Hi53] D. L. Hill and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **89** (1953) 1102.

[Ho88] J. Y. Hostachy *et al*, Nucl. Phys. **A490** (1988) 441.

[Hu91] M. S. Hussein, R. A. Rego, C. A. Bertulani, Phys. Rep. **201** (1991) 279.

[Ja74] D. F. Jackson and R. C. Johnson, Phys. Lett. **B49** (1974) 249.

[Ja82] U. Jahnke et al., Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 17.

[Je77] J. P. Jeukenne, A. Lejeune and C. Mahaux, Phys. Rev. **C16** (1977) 80.

[Kh93] D. T. Khoa and W. Von Oertzen, Phys. Lett. **B304** (1993) 8.

[Kh94] D. T. Khoa, W. Von Oertzen and H. G. Bohlen, Phys. Rev. **C49** (1994) 1652.

[Kh95a] D. T. Khoa and W. Von Oertzen, Phys. Lett. **B342** (1995) 6.

[Kh95b] D. T. Khoa, W. Von Oertzen, H. G. Bohlen, G. Bartnitzky, H. Clement, Y. Sugiyama, B. Gabauer, A. N. Ostrowski, T. Wilpert, M. Wilpert and C. Langner, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 34.

[Ko82] A. M. Kobos, B. A. Brown, P. E. Hodgson, G. R. Satchler and A. Budzanowski, Nucl. Phys. **A384** (1982) 65.

[Ko84] A. M. Kobos, B. A. Brown, R. Lindsay and G. R. Satchler, Nucl. Phys. **A425** (1984) 205.

[La65] G. P. Lawrence, R. K. Beauchamp and J. L. Mckibben, Nucl. Instr. and Meth. **32** (1965) 357.

[Ma77] N. V. Mau, Phys. Lett. **B71** (1977) 5.

[Na72] J. B. Natowitz et al., Phys. Rev. **C6** (1972) 2133.

[Pe62] F. G. Perey and B. Buck, Nucl. Phys. **A32** (1962) 353.

[Pi01] S. Pirrone et al., Phys. Rev. **C64** (2001) 024610.

[Ri63] G. Ripka, Nucl. Phys. **42** (1963) 75.

[Ri97] M. A. Cândido Ribeiro, L. C. Chamon, D. Pereira, M. S. Hussein and D. Galetti, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 3270.

[Ro02] E. S. Rossi Jr., D. Pereira, L. C. Chamon, C. P. Silva, M. A. G. Alvarez, L. R. Gasques, J. Lubian, B. V. Carlson and C. De Conti, Nucl. Phys. A707 (2002) 325.

[Sa74] G. R. Satchler, Proc. of the International Conference on Reactions between Complex Nuclei, **vol. 2**, Amsterdam (1974) 171.

[Sa79] G. R. Satchler and W. G. Love, Phys. Rep. **55** (1979) 183.

[Sc77] W. U. Schöder and J. R. Huizenga, Ann. Rev. Nucl. Sci., **27** (1977) 465.

[Sc83] A. Scalin, Lett. Al Nuovo Cimento **37** (1983) 129.

[Si70] I. Sick and J. S. MacCarthy, Nucl. Phys. **A150** (1970) 631.

[Si01] C. P. Silva, M. A. G. Alvarez, L. C. Chamon, D. Pereira, M. N. Rao, E. S. Rossi Jr., L. R. Gasques, M. A. E. Santo, R. M. Anjos, J. Lubian, P. R. S. Gomes, C. Muri, B. V. Carlson, S. Kailas, A. Chatterjee, P. Singh, A. Shrivastava, K. Mahata and S. Santra, Nucl. Phys. A679 (2001) 287.

[St94] A. M. Stefanini et al., in Proceedings of the Workshop on Heavy Ion Fusion, Exploring the Variety of Nuclear Properties, Padova, Italy, 1994 (world Scientific, Singapore 1994).

[Sk56] T. H. R. Skyrme, Philos. Mag. **1** (1956) 1043.

[Th68] T. D. Thomas, Ann. Rev. Nucl. Sci. **18** (1968) 343.

[Va78] L. C. Vaz and J. Alexander, Phys. Rev. **C18** (1978) 2152.

[Va92] R. Vandenbosch, Annu. Rev. Nucl. Sci. **42** (1992) 447.

[Vo68] E. Vogt, Adv. In Nucl. Phys. **1** (1968).

[Vr87] H. De Vries, C. W. De Jager, C. De Vries, Atomic Data and Nucl. Data Tables **36** (1987) 495.

[Wo73] C. Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 766.

[Yo99] D. H. Yongblood, H. L. Clark and Y. W. Lui, Phys. Lett. **82** (1999) 691.

[Zh93] M. V. Zhukov, D. V. Fedorov, B. V. Danilin, J. S. Vaagen, J. M. Bang and I. J. Thompson, Nucl. Phys. **A552** (1993) 353.