Universidade de São Paulo

Instituto de Física

**Interação de Campos Eletromagnéticos de
Baixa Frequência com Plasmas de Tokamaks**

Carlos José Amado Pires

Tese de doutorado apresentada ao
Instituto de Física para a obtenção
do título de Doutor em Ciências
Orientador: Dr. Artour Grigorievich Elfimov

Banca examinadora:

Prof. Dr. Artour Grigorievich Elfimov - IFUSP (Orientador)

Prof. Dr. Gesil Sampaio Amarante Segundo - UESC

Prof. Dra. Marisa Roberto - ITA

Prof. Dr. Munemasa Machida - UNICAMP

Prof. Dr. Ruy Pepe da Silva - IFUSP

São Paulo

2008

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Pires, Carlos José Amado

Interação de campos eletromagnéticos de baixa
frequência com plasmas de tokamaks - São Paulo - 2008

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.
Instituto de Física – Depto. de Física Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Artour Grigorievich Elfimov

Área de Concentração: Física de Plasmas

Unitermos: 1. Plasmas; 2. Tokamaks; 3. Campo
eletromagnético

USP/IF/SBI-052/2008

*À memória de meu pai,
Antonio Marcelino Pires.*

Agradecimentos

À minha Mãe Palmira, a meus Irmãos Victor e Orquidea e demais Familiares por sempre me apoiarem.

Ao Professor Dr. Artour Grigorievich Elfimov pela orientação, incentivo, disponibilidade em todos os momentos e disposição em partilhar seu vasto conhecimento.

À Professora Dra. Mutsuko Yamamoto Kucinski pelo início de meus estudos de Pós-Graduação em física de plasmas e pelo grande aprendizado que me proporcionou.

Ao Professor Dr. Ricardo Magnus Osório Galvão pelo apoio a este projeto.

Aos Amigos Roberto, Ronaldo, Carla, Francisco, Gilson, Brito, Kleiton, Raul, Antônio, Hélder, Erich pela companhia nesta jornada pelo mundo da Física.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo

São analisados os campos eletromagnéticos de baixa frequência devidos a limitadores magnéticos ergódicos e desviadores ergódicos e a densidade de potência absorvida em plasmas cilíndricos de tokamaks, considerando os efeitos da deriva diamagnética e da rotação de plasma com velocidade paralela às linhas de campo magnético de equilíbrio. É considerado o tensor dielétrico de plasma frio colisional para esse modelo. Para a banda de frequências $f < 30$ kHz e modos com números poloidal/toroidal 3/-1, para plasma com fator de segurança com crescimento monótono, e 2/-1, para plasma com fator de segurança com um mínimo entre o centro e a borda do mesmo, a densidade de potência absorvida é negativa para frequências menores que a específica de deriva de elétrons e pode ser entendida como uma instabilidade. Esse modo pode ser estabilizado à medida que a frequência se aproxima do valor do mínimo do contínuo de Alfvén na região da superfície magnética racional considerada. Para os modos -3/1 e -2/1 a densidade de potência absorvida é positiva. A rotação de plasma com velocidade de $\pm 10^6$ cm/s no centro do plasma não tem efeitos significativos sobre os resultados em comparação com a deriva diamagnética. Para a banda de frequências $30 \lesssim f < 150$ kHz podem ser excitadas ondas de Alfvén de deriva rápidas. A excitação dessas ondas depende da derivada do fator de segurança e das derivadas das frequências angulares diamagnéticas, nos casos de cisalhamento quase nulo e de cisalhamento negativo no centro do plasma, sendo a resistência de antena positiva e oscilatória com os valores dos máximos crescendo com a frequência. Ondas de Alfvén globais são excitadas no centro do plasma para modos poloidal/toroidal com sinais opostos ($M/N < 0$) para plasmas com fator de segurança com crescimento monótono e frequências menores que a mínima do contínuo de Alfvén. Os campos magnéticos do limitador magnético ergódico e do desviador ergódico com/sem a reação do plasma apresentam grandes diferenças.

Abstract

Low frequency fields and power density absorption excited by ergodic magnetic limiters and ergodic divertors are analyzed under the influence of the diamagnetic drift effect and the plasma rotation, which is parallel to the magnetic field, in the cylindrical plasma model of tokamaks. The dielectric tensor for that model is taken in the collisional cold plasma limit. For the frequency band $f < 30$ kHz the power density absorption for modes with poloidal/toroidal numbers $3/-1$ in the plasma with monotonically growing safety factor and $2/-1$ for the plasma with safety factor with a minimum between the plasma core and the edge, is found to be negative for frequencies below a specific electron drift angular frequency and it can be understood as an instability. The unstable mode can be stabilized as the frequency approaches the Alfvén continuum minimum at the position of the rational magnetic surface. For the modes $-3/1$ and $-2/1$ the power density absorption is positive. The plasma rotation with core velocity $\pm 10^6$ cm/s has no effect in comparison with diamagnetic drift. For the frequency band $30 \lesssim f < 150$ kHz it is shown that fast drift Alfvén waves can be excited as eigenmodes. The excitation of these waves depends on the derivatives of the safety factor and the diamagnetic drift angular frequencies in the cases of flat or negative shear in the plasma core and the antenna resistance is positive and oscillatory with the maxima growing with the frequency. Global Alfvén wave resonances are excited at the plasma core for poloidal/toroidal mode numbers with opposite signs ($M/N < 0$) for a monotonically growing safety factor and the frequencies below the minimum of the Alfvén continuum. The ergodic magnetic limiter and ergodic divertor magnetic fields with/without the plasma back reaction shows strong differences.

Conteúdo

1	Introdução	9
2	Fusão Termonuclear, Tokamaks e Ondas em Plasmas	12
2.1	Fusão Termonuclear	12
2.2	Tokamaks	13
2.2.1	Descrição Simplificada	14
2.2.2	Limites Operacionais	15
2.2.3	A Interação Plasma-Parede	17
2.2.4	Modos com Confinamento Melhorado	20
2.3	Ondas Eletromagnéticas em Plasmas	23
2.3.1	Ondas Hidrodinâmicas-Eletromagnéticas	23
2.3.2	Relações de Dispersão para Ondas Eletromagnéticas em Plasma Homogêneo e Magnetizado	25
2.3.3	Relações de Dispersão para Ondas Eletromagnéticas em Plasma Não-Homogêneo e Magnetizado	27
2.3.4	Espectro de Ondas de Alfvén: Contínuo e Discretos	28
3	Campos Magnéticos Perturbativos no Vácuo	32
3.1	Introdução	32
3.2	Campo Magnético do Limitador Ergódico do TCABR	33
3.3	Campo Magnético do Desviador Ergódico do TEXTOR	35
3.4	Estrutura Magnética Induzida pelos Campos Magnéticos Perturbativos	37
4	Campos Eletromagnéticos Perturbativos no Plasma	40
4.1	A Equação de Boltzmann	40
4.2	Tensor Dielétrico com Efeitos da Rotação de Plasma	42
4.3	Tensor Dielétrico com Efeitos da Rotação de Plasma e da Deriva Diamagnética	44
4.4	Contínuo de Alfvén com Efeitos da Rotação de Plasma e da Deriva Diamagnética	47
4.5	Análise dos Efeitos da Deriva Diamagnética	48
4.5.1	Instabilidade de Alfvén de Deriva	49

4.5.2	Ondas de Alfvén de Deriva Rápidas	50
5	Simulações Computacionais	53
5.1	Descrição do Programa Computacional Cilíndrico	53
5.2	Perfis Radiais de Equilíbrio	54
5.3	Simulações	55
5.3.1	Parâmetros dos tokamaks TCABR e TEXTOR	55
5.3.2	Simulações com Frequências $f < 30$ kHz	56
5.3.3	Simulações com Frequências $f < 150$ kHz para o Tokamak TEXTOR	63
5.3.4	Simulações com Frequências $f < 150$ kHz para o Tokamak TCABR	73
5.3.5	Campos Magnéticos no Tokamak TEXTOR	75
6	Conclusões	78
A	Tensor Dielétrico com Deriva Diamagnética	84
B	Dados de Entrada e Fluxograma do Programa Cilíndrico	91

Capítulo 1

Introdução

As pesquisas em tokamaks objetivando a construção de reatores termonucleares, para obtenção de energia a partir de reações de fusão de núcleos de baixo número atômico, já duram mais de 50 anos. Para realizar tal objetivo utilizando plasmas o mesmo deve ter densidade e temperatura suficientemente altas e ser confinado em equilíbrio estável por campos magnéticos por um tempo suficientemente longo. Essa necessidade é traduzida matematicamente pelo produto da densidade, temperatura e tempo de confinamento de energia dos íons do plasma e cresceu cerca de 7 ordens de grandeza desde o início das pesquisas em tokamaks [1, 2].

Em 1982 foi obtido o primeiro modo com confinamento melhorado no tokamak ASDEX [9] (modo-H). Nesse modo de operação de tokamaks são formadas barreiras de transporte caracterizadas por elevados gradientes de densidade e temperatura na periferia da coluna de plasma e o tempo de confinamento de energia é aproximadamente duplicado. Posteriormente, modos com confinamento melhorado foram obtidos em outros tokamaks, como por exemplo, o TFTR [12], JET [13], DIII-D [14], JFT-2M [15], TEXTOR [16] e o TCABR [17].

Entre os desafios enfrentados na área de pesquisa de tokamaks pode-se citar o de compatibilizar a coexistência de plasmas com limitadores e câmaras de confinamento de paredes sólidas, que sofrem arrancamento de material na inevitável interação com o plasma, gerando impurezas. As impurezas ao penetrarem no plasma deterioram as propriedades do mesmo. Em um caso analisado por Stangeby [3], o tempo de confinamento de energia em um plasma com 4% de impurezas de carbono é reduzido à metade, implicando na perda da melhora obtida com um modo-H.

Outra área de pesquisa importante em tokamaks é a relacionada às instabilidades em plasmas. Instabilidades podem reduzir o tempo de confinamento de energia e causar disrupturas.

Campos magnéticos perturbativos de pequena intensidade em comparação com os campos magnéticos de equilíbrio e ressonantes nas superfícies magnéticas racionais do plasma, devidos a limitadores e desviadores ergódicos magnéticos, têm grande influência tanto na estabilidade quanto na interação plasma-parede e foram alvo

de numerosos estudos teóricos e experimentais [6], [55]-[60].

No caso da interação plasma-parede a atuação dos campos magnéticos perturbativos gera cadeias de ilhas magnéticas nas regiões das superfícies magnéticas racionais mais externas do plasma. A superposição de cadeias de ilhas magnéticas origina regiões ergódicas com linhas de campo magnético que se conectam às paredes da câmara de confinamento ou a placas projetadas especialmente para esse fim, distribuindo a interação com a parede por uma área maior. Nessas regiões ergódicas pode ocorrer aumento ou redução da densidade de partículas e redução de temperatura do plasma. As impurezas removidas do limitador e das paredes da câmara de confinamento são ionizadas nessas regiões ergódicas e direcionadas para fora evitando a penetração das mesmas nas regiões mais internas do plasma. Dessa maneira criam-se duas regiões no plasma com objetivos distintos. A região mais externa, desconfinante, que “isola” a região mais interna em que se deseja realizar as reações de fusão.

Grande parte dos resultados relativos à atuação de limitadores ergódicos foram obtidos nos tokamaks TEXT, TORE-SUPRA, CSTN, HYBTOK e JFT-2M [6]. Dentre os resultados obtidos alguns são destacados a seguir.

No tokamak TEXT constataram um aumento do limiar de disruptura do plasma quando impurezas (argônio) eram injetadas no mesmo [7]. Esse limiar crescia com a intensidade da corrente elétrica do limitador ergódico. No tokamak TORE-SUPRA observaram a redução da penetração de impurezas injetadas no plasma quando o limitador era ativado antes da injeção das mesmas [56]. Tanto no tokamak TEXT quanto no TORE-SUPRA a temperatura do centro do plasma permanecia inalterada enquanto a da borda era reduzida e a densidade de elétrons era reduzida no centro e na borda do plasma [56, 57].

No tokamak JFT-2M foi observado que dependendo do espectro dos campos magnéticos perturbativos, um limitador magnético podia inibir a transição para o modo-H e elevar a potência auxiliar de aquecimento necessária para a obtenção do mesmo [20] ou possibilitar a obtenção de um modo-H estacionário com modos localizados na borda (ELMs-Edge Localized Modes) [15]. Outro resultado bastante significativo foi obtido no Tokamak DIII-D, no qual pela atuação de campos magnéticos perturbativos foi possível obter um modo-H estacionário e livre de ELMs [61].

Os resultados acima descritos foram obtidos com campos magnéticos perturbativos estacionários ressonantes nas superfícies magnéticas racionais nas quais o número de onda paralelo, $k_{\parallel}$, se anula.

A utilização de campos magnéticos perturbativos de baixa frequência pode trazer uma variedade de novos fenômenos pois o espectro das ondas de Alfvén, além do contínuo, possui também os modos discretos de Alfvén Globais (GAEs-Global Alfvén Eigenmodes) [32, 33, 39, 40] e de Alfvén toroidais (TAEs-Toroidal Alfvén Eigenmodes) [43, 44, 45]. Além disso existem as cascatas de Alfvén cuja frequência tem dependência temporal [31].

Quanto ao espectro contínuo, cuja frequência angular, ω_A , satisfaz a relação

$\omega_A^2(r) = k_{\parallel}^2(r) c_A^2(r)$, sendo c_A a velocidade de Alfvén, tem-se dois pontos de conversão de modos para as frequências angulares do limitador, ω , que satisfazem a condição $\omega = \omega_A(r)$ [72, 78]. Nas regiões em que essa condição é satisfeita a energia do campo perturbativo é absorvida pelo plasma (absorção no contínuo).

Os modos de Alfvén globais têm frequência inferior à mínima do contínuo e portanto não ocorre absorção de energia no contínuo [32, 33, 39, 40].

Neste trabalho damos continuidade aos estudos iniciados em [70] e [71] em que foi analisada a interação de campos eletromagnéticos de baixa frequência, devidos a limitadores e desviadores ergódicos, sobre plasmas com rotação acrescentando efeitos devidos à deriva diamagnética. Denominamos de baixas frequências aquelas que são menores que a frequência de excitação de modos de Alfvén toroidais pois neste trabalho foi considerada a aproximação de plasma cilíndrico. Tanto a rotação de plasma quanto a deriva diamagnética afetam os espectros contínuo e discretos de Alfvén.

O trabalho é composto das partes descritas a seguir.

O capítulo 2 trata da fusão termonuclear enfatizando a evolução dos resultados obtidos em tokamaks com modos de confinamento melhorado no sentido de se viabilizar a construção de reatores termonucleares. É feita também uma breve descrição das ondas de Alfvén e de seu espectro em frequências menores que as de excitação de modos de Alfvén toroidais (TAEs).

No capítulo 3 são mostradas as equações das densidades de correntes e dos campos magnéticos no vácuo do limitador ergódico do tokamak TCABR e do desviador ergódico do tokamak TEXTOR. São também mostradas seções de Poincaré correspondentes a seções poloidais do plasma obtidas pela integração numérica das expressões do campo magnético que permitem visualizar a estrutura de ilhas magnéticas resultante.

No capítulo 4 são obtidas as equações do tensor dielétrico do plasma de um tokamak na aproximação cilíndrica por meio da equação de Vlasov considerando os efeitos da rotação de plasma e da deriva diamagnética. É obtida uma expressão tipo Hain-Lüst que permite avaliar os efeitos da deriva diamagnética.

No capítulo 5 é descrito o programa computacional cilíndrico e são mostradas as modificações realizadas no mesmo. São apresentados dois conjuntos de simulações numéricas em diferentes gamas de frequências.

No capítulo 6 apresentamos as conclusões.

Capítulo 2

Fusão Termonuclear, Tokamaks e Ondas em Plasmas

Neste capítulo é apresentada a possibilidade de obtenção de energia a partir da fusão termonuclear realizada a partir de plasmas em tokamaks. É feita uma descrição simplificada de um tokamak com ênfase nos campos magnéticos utilizados para confinamento do plasma e dos limites operacionais de funcionamento do mesmo. Destaca-se alguns modos de operação promissores no sentido de viabilizar a construção de reatores termonucleares tendo como base os tokamaks. Uma breve descrição do espectro das ondas de Alfvén em frequências menores que as de excitação de modos de Alfvén toroidais é realizada.

2.1 Fusão Termonuclear

Nas reações de fusão de núcleos de baixo número atômico ocorre liberação de energia abrindo a possibilidade de utilização das mesmas como fontes de energia.

Os reagentes possuem cargas elétricas de mesmo sinal e para que a reação ocorra é necessário superar a força de repulsão entre as cargas. A reação é favorecida pelo aumento da temperatura e para o caso da reação de deutério com trítio são necessárias temperaturas da ordem de 10 keV [1]. Com temperaturas dessa magnitude os átomos encontram-se totalmente ionizados.

Estas reações induzidas pelo aumento da temperatura são denominadas de reações de fusão termonuclear.

Os gases utilizados em fusão termonuclear são compostos de elétrons, íons e partículas neutras, são macroscopicamente neutros e denominados de plasmas.

A reação que se pretende utilizar em fusão termonuclear para geração de energia é a de deutério H^2 com trítio H^3

na qual a maior parte da energia cinética dos produtos da reação, 14,1 Mev, é do nêutron, n^1 , e os restantes, 3,5 Mev, são do núcleo de hélio, He^4 [1].

Para atingir as condições de fusão a temperatura do plasma é aumentada utilizando fontes externas de aquecimento. Na temperatura à qual a energia cinética dos núcleos de hélio iguala as perdas de energia o plasma atinge a condição de ignição e a fonte de aquecimento externo pode ser desligada [1].

Se a condição de ignição for satisfeita o produto entre a densidade de partículas, n , a temperatura, T , e o tempo de confinamento de energia (razão entre a energia total do plasma e a potência da fonte externa de aquecimento em regime estacionário), τ_E , deve satisfazer a desigualdade

$$n T \tau_E > Cte \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \text{ keV s},$$

sendo que o valor da constante, Cte , depende dos perfis de densidade e temperatura utilizados [1]

2.2 Tokamaks

Um dos equipamentos utilizados para pesquisas em fusão termonuclear é o tokamak. Nos tokamaks foram obtidos valores de $n T \tau_E$ promissores no sentido

Figura 2.1: Progresso do valor de $n T \tau_E$ em função do tempo em tokamaks. A área sombreada indica os valores para operação de um reator termonuclear. (figura III da referência [2])

de obtenção da condição de ignição. A figura 2.1 mostra que o aumento desses valores tem sido bastante acentuado ao longo dos anos de pesquisa em tokamaks aproximando-se das condições de operação de um reator termonuclear (região sombreada).

2.2.1 Descrição Simplificada

O tokamak confina plasmas com forma toroidal por meio de campos magnéticos. A figura 2.2-a mostra um esquema parcial de um tokamak, o qual consiste de uma câmara de vácuo para contenção do plasma e um conjunto de bobinas percorridas por correntes elétricas que geram os campos magnéticos toroidal, B_φ , e vertical, B_v . O plasma funciona como o secundário de um transformador no qual é induzida a corrente de plasma, I_p , que além de originar o campo magnético poloidal, B_p , também é responsável pelo aquecimento ôhmico do plasma.

A figura 2.2-b mostra uma coluna de plasma toroidal percorrida pela corrente de plasma além das componentes do campo magnético. Os campos magnéticos

Figura 2.2: O Tokamak:

- a) Detalhe parcial de um Tokamak: (1) coluna de plasma, (2) parede da câmara de vácuo, (3) bobina que gera o campo magnético toroidal, (4) bobina que gera o campo magnético vertical e (5) núcleo do transformador que induz a corrente de plasma.
- b) Coluna de plasma: I_p é a corrente de plasma e B_φ , B_p e B_v são respectivamente os campos magnéticos, toroidal, poloidal e vertical

confinam o plasma mantendo-o em equilíbrio razoavelmente estável e minimizando a interação com as paredes da câmara de vácuo. Dessa maneira evita-se o esfriamento e a contaminação do plasma por impurezas, bem como a deterioração das paredes da câmara de confinamento.

Um tokamak, além das partes descritas, é composto por outros componentes como os sistemas de vácuo, limpeza, injeção de gás, aquecimento suplementar e uma infinidade de sistemas de medidas (diagnósticos) que não foram mostrados na figura 2.2-a.

Se a razão de aspecto da coluna de plasma com raio maior, R_0 , e raio menor, a , for grande, isto é, $\frac{R_0}{a} \gg 1$, pode-se aproximar a coluna de plasma toroidal por uma coluna cilíndrica de comprimento, $2\pi R_0$, raio, a , e utilizar um sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) para “descrever” o sistema. Nesse caso o equilíbrio do

plasma resulta do campo magnético $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z + B_\theta(r) \mathbf{e}_\theta$, sendo B_0 a intensidade do campo “toroidal” e $B_\theta(r)$ a intensidade do campo poloidal derivado da corrente de plasma.

Neste trabalho é assumida essa aproximação.

2.2.2 Limites Operacionais

Existem alguns limites operacionais para funcionamento dos tokamaks. A figura 2.3 ilustra alguns deles. No eixo das ordenadas $q(a)$ é o fator de segu-

Figura 2.3: Diagrama de Hugill para operação de tokamaks: 1 - limite de run-away; 2 - limite de corrente; 3 - limite de densidade de Murakami; 4 - limite de Hugill. (Baseado na figura 3.9 da referência [4])

rança, $q(r) = rB_0/(R_0B_\theta(r))$, calculado no raio menor do plasma. No eixo das abscissas $M = n_e R_0/B_0$ é o número de Murakami e n_e é a densidade média dos elétrons na corda central do plasma em unidades de 10^{20} m^{-3} .

No limite de baixas densidades, curva 1 da figura 2.3, a frequência de colisões elétron íon não é suficiente para prevenir o surgimento de elétrons fugidios (run-away electrons). Esses elétrons são prejudiciais pois absorvem grande parte da energia disponível reduzindo a temperatura do plasma e também podem causar danos à câmara do Tokamak [4].

O limite indicado pela curva 2 da figura 2.3 impõe um valor máximo à corrente de plasma para se evitar instabilidades MHD.

O limite de altas densidades, ou limite de densidade de Murakami, é representado pela curva 3 da figura 2.3.

O limite de densidade de Hugill-Greenwald, dado por $1/q(a) = (\pi/5) M$, corresponde à curva 4 da figura 2.3.

Os limites das curvas 3 e 4 da figura 2.3 podem variar significativamente em função do tipo de revestimento da superfície interna da câmara do tokamak e do aquecimento suplementar do plasma, como se pode observar na figura 2.4 do diagrama de Hugill do tokamak TEXTOR [5].

Figura 2.4: Diagrama de Hugill para o tokamak TEXTOR em diversas condições de revestimento da parede da câmara ($\circ$ metálica (OH), $\square$ com carbono (OH), $+$ com boro (OH), $*$ com boro (NBI), $\triangle$ com silício (NBI)) e de aquecimento do plasma (OH $\rightarrow$ ôhmico, NBI $\rightarrow$ injeção de partículas neutras). (figura 10 da referência [5])

Existe também o limite de pressão [1, 4] devido aos “modos balão” (ballooning modes) que limita o valor máximo do parâmetro $\beta = 8\pi p/B^2$ (razão entre as pressões cinética, p , e magnética)

$$\% \beta_{\text{máximo}} \approx 15 \frac{a}{R_0 q(a)}. \quad (2.1)$$

2.2.3 A Interação Plasma-Parede

Os fluxos de energia e de partículas do plasma para as superfícies sólidas da câmara de confinamento e demais componentes internos à mesma precisam ser controlados para evitar a geração de impurezas que ao penetrarem no plasma podem deteriorar as propriedades do mesmo.

Na seção anterior já foi ressaltado que as condições da parede afetam significativamente os limites operacionais dos tokamaks. Alguns dos dispositivos em uso e desenvolvimento para controlar a interação plasma-parede são: o limitador material; o desviador magnético; e o limitador/desviador magnético ergódico.

A seguir é feita uma breve descrição desses dispositivos. Este trabalho está relacionado com o limitador/desviador magnético ergódico.

O Limitador Material e o Desviador Magnético

O plasma atinge a parede da câmara de confinamento onde pode ocorrer a neutralização das partículas do mesmo. As partículas neutras, fracamente ligadas à superfície, podem retornar ao plasma sendo novamente ionizadas e retornar à parede. Esse processo cíclico é denominado de reciclagem [3].

Se um anel, figura 2.5-a, com raio interno a e raio externo igual ao da câmara, for adicionado ao sistema, o transporte de partículas terá dois tipos de comportamento. Na região em que $r < a$ o transporte de partículas é principalmente radial e na

Figura 2.5: Elementos de contato com o plasma. As setas indicam o sentido do fluxo de partículas e energia do centro plasma para as superfícies de contato.

a) Detalhe parcial de uma coluna de plasma com um limitador material poloidal.

b) Seção poloidal de uma coluna de plasma com um desviador poloidal. Devido à corrente, I , externa ao plasma, o campo magnético poloidal na região mais externa do plasma é desviado para as placas do desviador.

região em que $r > a$ ocorre o transporte longitudinal de partículas em direção ao

anel. Esse anel limita o raio externo do plasma a uma medida aproximadamente igual a a e é denominado de limitador material [3].

A introdução do limitador material em plasmas magneticamente confinados faz com que as partículas incidam principalmente sobre ele e não nas paredes da câmara. O limitador material atua como um absorvedor capturando rapidamente as partículas que atravessam o raio menor do plasma [3].

A desvantagem do limitador material é a sua pequena superfície tornando o fluxo de partículas e energia por unidade de área muito alto, podendo causar grandes danos à sua superfície e a contaminação do plasma por impurezas.

No desviador magnético, a interação do plasma com as superfícies sólidas ocorre em uma região afastada do centro do plasma. Isso reduz a contaminação do plasma pelas impurezas geradas na interação. Para isso, uma corrente, I , externa ao plasma e com mesmo sentido que I_p , modifica o campo magnético poloidal originando uma separatriz, figura 2.5-b. A camada de plasma externa à separatriz é desviada até às placas do desviador [3].

Com o desviador magnético a contaminação do plasma pelas impurezas é reduzida mas os fluxos de partículas e de energia sobre as placas do desviador ainda podem ser elevados. Além das características do desviador magnético já descritas, duas outras se destacam: a primeira é a obtenção do modo H; a segunda é que aumenta a eficiência do bombeamento do hélio ou do hidrogênio facilitando a remoção dos mesmos na região próxima às placas do desviador [3].

As desvantagens do desviador magnético são o grande volume ocupado na câmara de vácuo se a distância entre as placas do desviador e o ponto X da separatriz for grande [3] e a elevada corrente (da ordem da corrente de plasma).

Limitadores e Desviadores Magnéticos Ergódicos

Limitadores magnéticos ergódicos são obtidos através da destruição das superfícies de fluxo magnético mais externas do plasma [6]. Para que isso ocorra, correntes externas ao plasma criam campos magnéticos ressonantes com o campo magnético de equilíbrio da borda do plasma.

Nas superfícies de fluxo magnético em que ocorrem as ressonâncias surgem cadeias de ilhas magnéticas que devido à superposição das mesmas levam à destruição das superfícies de fluxo magnético [6].

As linhas de campo magnético na borda do plasma podem se conectar às paredes da câmara de vácuo. Dessa maneira é criada uma região de desconfinamento de plasma. A figura 2.6 ilustra o efeito de um limitador magnético ergódico sobre as superfícies de fluxo, as mais externas são destruídas, enquanto na região interna permanecem as superfícies de fluxo magnético fechadas.

Com os limitadores magnéticos ergódicos espera-se que o fluxo de partículas e energia seja distribuído por uma área maior que a do limitador material devido à conexão das linhas de campo magnético com as paredes da câmara.

Figura 2.6: Efeito de um limitador magnético. Seção poloidal de uma coluna de plasma em que as superfícies magnéticas externas do plasma foram destruídas enquanto as internas praticamente não foram afetadas.

Além das características já descritas, a construção dos limitadores magnéticos ergódicos é, em geral, mais simples que a dos desviadores magnéticos.

Dois tipos de dispositivos têm sido utilizados para gerar bordas de plasma com essas características, o limitador magnético ergódico (ergodic magnetic limiter - EML) e o desviador magnético ergódico (ergodic divertor - ED) [6]. O desviador ergódico é um limitador magnético que possui superfícies como as dos desviadores descritos na seção anterior, às quais se conectam as linhas de campo magnético.

Já nos primeiros experimentos do tokamak TEXT [7], utilizando um limitador magnético ergódico, ficou claro que a interação plasma-parede ainda se dava em faixas delgadas da parede e do limitador material (interação localizada) e o objetivo de aumentar a área de interação não era alcançado. Em resposta a esse problema foi proposta a utilização de limitadores/desviadores magnéticos ergódicos dinâmicos, como o do tokamak TEXTOR [8], nos quais o campo magnético perturbativo possui uma velocidade de rotação em relação à parede e ao plasma. Dessa maneira as estruturas magnéticas ergódicas giram e a interação plasma-parede acompanha essa rotação.

2.2.4 Modos com Confinamento Melhorado

Em experimentos com aquecimento suplementar constatou-se que o confinamento diminuía com a potência suplementar aplicada. Este fato estava em desacordo com os resultados da teoria neoclássica de transporte (teoria em que os efeitos toroidais são considerados). O tempo de confinamento de energia (nos regimes de Pfirsch-Schlüter e banana) previsto por essa teoria [1], é

$$\tau_E \propto \frac{T^{1/2} B_p^2}{n} l^2, \quad (2.2)$$

em que l é o “tamanho” do plasma. Já a escala de Goldston, baseada em dados experimentais, é da forma [1]

$$\tau_E \propto \frac{B_p^2}{n T} l^{1.8}, \quad (2.3)$$

na qual ficam explícitas a deterioração do confinamento com o aumento da pressão e a dificuldade de atingir a condição de ignição. Além disso a influência do tamanho é ligeiramente inferior à previsão teórica.

Assim como os experimentos mostraram o problema da degradação do confinamento também acabaram por trazer possíveis soluções e novos problemas. Foram descobertos regimes de confinamento melhorado, denominados de modos-H, e associadas a estes surgiram novas instabilidades, denominadas ELMs (edge localized modes).

O primeiro modo-H foi obtido no tokamak ASDEX [9] no qual foi demonstrada a importância da utilização do desviador magnético (divertor) em substituição ao limitador material (estes dispositivos impõem o raio menor do plasma) para a melhoria do confinamento.

Experimentos com $a = 40$ cm, $R_0 = 165$ cm, $B_0 = 2.2$ T, $I_p = 200$ a 400 kA e aquecimento suplementar por injeção de partículas neutras podiam levar a dois modos de funcionamento, o modo-L (de baixo β) ou o modo-H (de alto β) [10].

O modo-H era obtido apenas em experimentos com utilização do desviador.

Após a transição para o modo-H a densidade de elétrons crescia acentuadamente e o β_p (β calculado com $B = B_p$) aumentava até atingir cerca do dobro do valor obtido no modo-L. Os valores de τ_p (tempo de confinamento de partículas) e τ_E eram comparáveis aos obtidos com aquecimento ôhmico [9, 10]. A transição para o modo-H causava um aumento acentuado na temperatura e densidade na região próxima à separatriz e com raio inferior ao da mesma [9, 10], conforme mostra a figura 2.7, sendo esta uma indicação da existência do que viria a ser denominado “barreira de transporte”.

Após a descoberta no ASDEX foram obtidos modos de confinamento melhorado em outros tokamaks utilizando diferentes técnicas de aquecimento suplementar e também por polarização do plasma [11]-[17]. Algumas características comuns a esses modos de confinamento melhorado são a formação de barreiras de transporte,

Figura 2.7: Perfis radiais de temperatura de elétrons, T_e , e densidade de elétrons, n_e , na borda do plasma para os modos ôhmico (OH), L e H no tokamak ASDEX. A distância $r - r_s$ no eixo das abscissas é medida em relação ao raio da separatriz, r_s . (figura 2 da referência [10]).

redução nas flutuações da densidade na região das barreiras e surgimento de elevados gradientes no campo elétrico radial [11].

Foi também proposto que o cisalhamento da deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ era suficiente para explicar a formação das barreiras devido à redução do transporte induzido por turbulência [11]. Apesar do reconhecimento da importância do papel do campo elétrico radial nos modos-H só foi demonstrado que o mesmo implicava no surgimento das barreiras (ao invés de ser consequência das mesmas) ao serem realizados experimentos com plasmas polarizados [18].

O campo elétrico radial, E_r , (em estado estacionário) está relacionado ao gradiente da pressão e às velocidades toroidal, v_ϕ , e poloidal, v_θ , pela expressão

$$E_r = \frac{\nabla P_i}{Zen_e} - v_\theta B_\phi + v_\phi B_\theta \quad (2.4)$$

sendo que a parcela devida ao diamagnetismo tem papel preponderante após a ocorrência da transição para o modo-H [18]. Por exemplo, no caso do ASDEX-Upgrade [19], o diamagnetismo é responsável pelo gradiente do campo elétrico radial após a transição para o modo-H.

2.3 Ondas Eletromagnéticas em Plasmas

O estudo da propagação de ondas eletromagnéticas e da absorção da energia das mesmas em plasmas de tokamaks é de grande relevância. Vários métodos de aquecimento suplementar de plasmas, com o intuito de obter as condições de funcionamento de reatores termonucleares, têm como base a utilização de ondas eletromagnéticas [22]. Essas ondas podem ainda induzir fluxos no plasma com efeitos benéficos na redução de transporte anômalo [23].

2.3.1 Ondas Hidrodinâmicas-Eletromagnéticas

No artigo “Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves” [24] Alfvén descreveu uma onda que se propaga paralelamente a um campo magnético homogêneo em um fluido condutor. O trabalho foi baseado no modelo magnetoidrodinâmico ideal (MHD ideal) que descreve o comportamento macroscópico de fluidos com resistividade nula em campos eletromagnéticos de baixa frequência [25].

As equações do modelo MHD ideal utilizadas foram a da Lei de Ohm para um condutor ideal

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0, \quad (2.5)$$

a das forças por unidade de volume

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{c} \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (2.6)$$

e a Lei de Faraday e a Lei de Ampère sem corrente de deslocamento

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}. \quad (2.7)$$

Nestas equações $\mathbf{B}$ é o campo magnético, $\mathbf{E}$ o campo elétrico, $\mathbf{J}$ a densidade de corrente elétrica, ρ a densidade de massa, $\mathbf{v}$ a velocidade média do fluido, p a pressão, c a velocidade da luz no vácuo e $d/dt \equiv \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$.

No modelo foi considerado um fluido condutor em equilíbrio estático e estacionário em um campo magnético homogêneo, $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$. A perturbação do equilíbrio origina uma onda plana com dependência temporal, t , e espacial, z . Considerando as equações do modelo MHD ideal para a perturbação e a velocidade perturbada $\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{v}_x \mathbf{e}_x$ (o “til” é utilizado para denotar a perturbação), resultam das equações 2.5 e 2.6 que

$$\tilde{E}_y = \frac{\tilde{v}_x B_0}{c}, \quad \rho \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial t} = \frac{\tilde{J}_y B_0}{c} \quad (2.8)$$

logo

$$\tilde{J}_y = \frac{c^2 \rho}{B_0^2} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial t}. \quad (2.9)$$

Substituindo $\tilde{J}_y$ na equação de onda eletromagnética

$$\nabla \times (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}) = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \tilde{\mathbf{J}}}{\partial t} \quad (2.10)$$

obtida de 2.7, resulta

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial z^2} = \frac{4\pi\rho}{B_0^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

a partir da qual se define a velocidade de Alfvén

$$c_A^2 \equiv \frac{B_0^2}{4\pi\rho}. \quad (2.12)$$

Alfvén destacou a importância destas ondas para o estudo da física solar e desde então a importância das mesmas tem sido demonstrada em várias áreas da física, incluindo a de fusão termonuclear [22, 26, 27] e a física básica, como por exemplo no caso da determinação de um limite superior para a massa de repouso do fóton [28].

O resultado de Alfvén foi confirmado experimentalmente [29]. A figura 2.9 mostra esse resultado experimental com as medidas da velocidade de Alfvén em função do campo magnético. Essas medidas foram realizadas em um cilindro contendo hidrogênio ionizado e submetido a um campo magnético uniforme na direção axial do cilindro.

Figura 2.9: Velocidade da onda versus campo magnético. Os círculos são pontos experimentais e a curva sólida é a velocidade de Alfvén (figura 2 da referência [29]).

2.3.2 Relações de Dispersão para Ondas Eletromagnéticas em Plasma Homogêneo e Magnetizado

Visando o estudo da propagação e absorção da energia de ondas eletromagnéticas em plasmas homogêneos, de extensão ilimitada e submetidos a campos magnéticos, pode-se obter as relações de dispersão a partir da equação de onda para o campo elétrico, $\tilde{\mathbf{E}}$,

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(4\pi\sigma \tilde{\mathbf{E}} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} \right). \quad (2.13)$$

Considerando soluções na forma de ondas planas, $\tilde{\mathbf{E}} \propto e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}$, com frequência angular, ω , e vetor de número de onda, $\mathbf{k}$, em coordenadas cartesianas, resulta da equação 2.13

$$-\mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{E}}) + k^2 \tilde{\mathbf{E}} = \frac{\omega^2}{c^2} \boldsymbol{\epsilon} \cdot \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.14)$$

sendo

$$\boldsymbol{\epsilon} \equiv \left(\mathbf{I} + i \frac{4\pi}{\omega} \boldsymbol{\sigma} \right) \quad (2.15)$$

o tensor dielétrico, $\boldsymbol{\sigma}$ o tensor de condutividade elétrica e $\mathbf{I}$ o tensor identidade.

De 2.14 resulta o sistema de equações

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} - k^2 \delta_{ij} + k_i k_j \right) \tilde{E}_j = 0 \quad (2.16)$$

(índices repetidos implicam em somatória e δ_{ij} é o tensor unitário) cuja solução implica que o determinante, D , se anule

$$D \equiv \left| \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} - k^2 \delta_{ij} + k_i k_j \right| = 0. \quad (2.17)$$

Definindo as componentes do índice de refração, $N_j = ck_j/\omega$, resulta que

$$D = \left| \epsilon_{ij} - N^2 \delta_{ij} + N_i N_j \right| = 0. \quad (2.18)$$

Para obter as relações de dispersão e estudar a propagação de ondas na direção perpendicular ao campo magnético serão consideradas ondas do tipo $\mathbf{E} \propto e^{i(k_x x + k_{\parallel} z - \omega t)}$ pois considerando-se que o plasma está submetido a um campo magnético uniforme, $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$, qualquer direção perpendicular à desse campo é equivalente, permitindo definir a direção perpendicular de propagação como sendo a do eixo x . Dessa maneira a equação (2.18) implica que

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{xx} - N_z^2 & i g & N_x N_z \\ -i g & \epsilon_{xx} - N_x^2 - N_z^2 & 0 \\ N_z N_x & 0 & \epsilon_{zz} - N_x^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.19)$$

Desenvolvendo o determinante e definindo $A \equiv (\epsilon_{xx} - N_z^2)$ obtém-se

$$\epsilon_{xx} N_x^4 + N_x^2 (g^2 - A(\epsilon_{zz} + \epsilon_{xx})) + \epsilon_{zz} (A^2 - g^2) = 0 \quad (2.20)$$

da qual resulta que

$$N_{x\pm}^2 = \frac{A(\epsilon_{zz} + \epsilon_{xx}) - g^2}{2\epsilon_{xx}} \pm \frac{1}{2\epsilon_{xx}} \left\{ [-A(\epsilon_{zz} + \epsilon_{xx}) + g^2]^2 - 4\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}(A^2 - g^2) \right\}^{1/2}. \quad (2.21)$$

Considerando o caso em que $\epsilon_{zz} \gg \epsilon_{xx}$ e $A\epsilon_{zz} - g^2 \approx A\epsilon_{zz}$ resulta da equação 2.21 que

$$N_{x\pm}^2 = \frac{A\epsilon_{zz}}{2\epsilon_{xx}} \left\{ 1 \pm \left(1 - 2\frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}} \left(1 - \frac{g^2}{A^2} \right) \right) \right\} \quad (2.22)$$

e são obtidas duas relações de dispersão

$$N_{\perp-}^2 = \epsilon_{xx} - N_z^2 - \frac{g^2}{\epsilon_{xx} - N_z^2} \quad (2.23)$$

e

$$N_{x+}^2 = \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}} (\epsilon_{xx} - N_z^2). \quad (2.24)$$

Escritas em termos dos vetores de onda resultam as relações de dispersão das ondas de Alfvén rápidas (FAW-Fast Alfvén Waves) [22]

$$k_{x-}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\epsilon_{xx} - \frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} - \frac{g^2}{\epsilon_{xx} - \frac{c^2 k_z^2}{\omega^2}} \right) \quad (2.25)$$

e das ondas de Alfvén lentas quase eletrostáticas (SQAWS-Slow Quasi-Electrostatic Waves) [22]

$$k_{x+}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}} \left(\epsilon_{xx} - \frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} \right). \quad (2.26)$$

2.3.3 Relações de Dispersão para Ondas Eletromagnéticas em Plasma Não-Homogêneo e Magnetizado

Para plasmas homogêneos as soluções da equação de onda são ondas planas como as consideradas na seção anterior. Para plasmas não-homogêneos e ondas de comprimento, λ , pequeno em comparação com a escala da não-homogeneidade, L_0 , pode-se aplicar o método da óptica geométrica em que se considera soluções da equação de onda do tipo

$$\mathbf{E} \propto e^{i(\psi(x) + k_{\parallel}z - \omega t)}, \quad \lambda/L_0 \ll 1 \quad (2.27)$$

sendo a função $\psi(x)$ chamada de eikonal [30] e a não-homogeneidade na direção “x”. Sendo assim, ao se aplicar o operador ∇ a qualquer grandeza, G , com dependência do tipo $G \propto e^{i(\psi(x) + k_{\parallel}z - \omega t)}$, resulta

$$\nabla G = i \left(\frac{d\psi(x)}{dx} \mathbf{e}_x + k_z \mathbf{e}_z \right) G \quad (2.28)$$

e por analogia com o resultado que se obtém para ondas planas define-se

$$\frac{d\psi(x)}{dx} \equiv k_x(x). \quad (2.29)$$

Considerando-se as condições de validade da óptica geométrica as equações 2.21, 2.25 e 2.26 continuam válidas desde que se considere a dependência espacial das grandezas envolvidas nas mesmas.

2.3.4 Espectro de Ondas de Alfvén: Contínuo e Discretos

As ondas de Alfvén possuem um espectro contínuo de frequências angulares, $\omega_A(r)$, dado por

$$\omega_A^2(r) = k_{\parallel}^2(r) c_A^2(r) \quad (2.30)$$

sendo $k_{\parallel}(r) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0 / B_0$ e r a coordenada radial cilíndrica [31].

A equação 2.30 pode ser obtida da 2.26 se for considerada a aproximação da óptica geométrica para plasmas frios (plasmas com velocidades térmicas, v_T , de elétrons e íons pequenas em relação à velocidade de fase da onda $\omega/k \gg v_T$) em coordenadas cilíndricas. Nessas condições pode-se fazer as equivalências

$$k_z \rightarrow k_{\parallel}(r), \quad \epsilon_{xx} \approx \frac{c^2}{c_A^2} \rightarrow \epsilon_{rr}(r) \approx \frac{c^2}{c_A^2(r)}, \quad (2.31)$$

que substituídas na equação 2.26 com $k_{x+}^2 = k_r^2 = 0$ resultam na equação 2.30.

Para uma onda com frequência angular, ω , o raio da superfície ressonante, $r = r_A$, em que ocorre absorção de energia da onda pelo plasma é determinado por meio da equação $\omega = \omega_A(r_A)$. Essa absorção de energia é denominada de amortecimento no contínuo [31].

Se $\omega_A(r)$ possuir um mínimo em $r = r_0$ o espectro de Alfvén pode conter autovalores discretos [31]. Em geometria cilíndrica um mínimo em $\omega_A(r)$ pode dar origem a um modo discreto denominado de modo de Alfvén global (GAE-global Alfvén eigenmode). A frequência angular do modo de Alfvén global, ω_{GAE} , é próxima e menor que a mínima do contínuo de Alfvén, $\omega_{GAE} \lesssim \omega_A(r_0)$. Esses

Figura 2.10: Resistência de antena em função da frequência mostrando a ressonância de Alfvén global.

modos de Alfvén globais possuem ressonâncias caracterizadas por picos acentuados nos gráficos de resistência de antena em função da frequência ou da densidade de plasma, como o mostrado na figura 2.10, tendo sido medidos nos tokamaks TCA [32, 33], PRE-TEXT [34], TEXTOR [35], TORTUS [36] e utilizados como

diagnóstico para determinação do fator de segurança e da densidade de massa efetiva no centro do plasma [37, 38, 36]. Quanto aos estudos teóricos, esses modos foram identificados em simulações numéricas [39, 40] tendo sido em seguida obtidas expressões analíticas para a relação de dispersão dos mesmos [41] bem como os efeitos do acoplamento de modos poloidais [42, 43].

Em geometria toroidal existe um segundo tipo de modo global, induzido por toroidicidade, denominado modo de Alfvén toroidal (TAE-Toroidal Alfvén Eigen-mode) [43, 44]. Devido ao acoplamento poloidal de modos surgem intervalos de frequências no contínuo de Alfvén. As frequências dos TAEs, f_{TAE} , pertencem a esses intervalos.

A figura 2.11 mostra a frequência do contínuo de Alfvén em função do raio normalizado com e sem o efeito do acoplamento de modos poloidais. Esses mo-

Figura 2.11: a) Frequência do contínuo de Alfvén em função do raio normalizado considerando o acoplamento de modos poloidais ($\cdots$) e ($—$). No caso cilíndrico os dois modos poloidais M ($- \cdot -$) e $M+1$ ($- - -$) não são acoplados.

b) Ampliação do intervalo de ocorrência de modos de Alfvén toroidais (TAEs).

dos podem ser excitados pelas partículas α originadas nas reações de fusão ou por íons acelerados em processos de aquecimento suplementar do plasma quando a velocidade das mesmas for da ordem de c_A . Uma vez que as frequências de TAEs não pertencem ao contínuo de Alfvén esses modos são fracamente amortecidos, podendo afetar as órbitas dessas partículas, induzindo transporte anômalo e interação plasma-parede localizada [45].

Além dessas ondas, existem ainda as cascatas de Alfvén, que são modos excitados em tokamaks com fator de segurança não monótono, cujo mínimo, $q_{min} = q_{min}(t)$, varia no tempo. A frequência inicial da cascata é inferior à do intervalo de TAEs aumentando até atingir valores próximos à frequência f_{TAE} [31].

O Espectro de Ondas de Alfvén pelo Método de Mahajan

Para uma melhor compreensão do espectro de ondas de Alfvén e da origem dos modos de Alfvén globais será apresentada uma análise da equação diferencial de segunda ordem para a componente binormal do campo elétrico, E_b , obtida em [46]. Na equação diferencial apresentada a seguir foram desprezadas a componente paralela do campo elétrico e alguns termos com fatores $(B_\theta/B)^2$ e $(\omega/\omega_{ci})^2$ (ω_{ci} é a frequência de ciclotron de íons) mantidos na referência [46].

Considerando um plasma cilíndrico como o descrito na seção 2.2.1 mas utilizando um sistema de coordenadas magnéticas com os versores ($\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\parallel = \mathbf{B}/|\mathbf{B}|$, $\mathbf{e}_b = \mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_\parallel$) foi obtida, a partir da equação de ondas eletromagnéticas, a equação diferencial [46]

$$\left[-\frac{d}{dr} \left(\frac{F(r)}{rk_b^2} \frac{d}{dr} r \right) + F \right] E_b + H(r)E_b = 0, \quad (2.32)$$

sendo

$$F(r) \equiv \left(\frac{\omega^2}{c_A^2} - k_\parallel^2 \right), \quad H(r) \equiv \frac{1}{k_b} \frac{d}{dr} \left[\frac{\omega^2}{c_A^2} \frac{\omega}{\omega_{ci}} - \frac{2k_\parallel}{R_0 q} \right], \quad (2.33)$$

$k_\parallel$ o número de onda paralelo, k_b o número de onda binormal, ω_{ci} a frequência angular de ciclotron de íons e q o fator de segurança.

Para frequências angulares em que $\omega^2 \approx k_\parallel^2 c_A^2$ ($F \approx 0$) pode-se analisar a equação diferencial 2.32 considerando-se o caso em que $k_\parallel^2 c_A^2$ possui um mínimo no raio, $r_0 \neq 0$, em torno do qual $F(r)$ pode ser aproximada por

$$F(r) \approx F_0 + (r - r_0) \left(\frac{dF}{dr} \right) \Big|_{r=r_0} + \frac{(r - r_0)^2}{2} \left(\frac{d^2 F}{dr^2} \right) \Big|_{r=r_0}. \quad (2.34)$$

Em torno desse mínimo a equação 2.32 pode ser escrita na forma

$$\frac{d}{dy} \left[(y^2 - \mu) \frac{d}{dy} \right] E_b - k_{b0}^2 a^2 (y^2 - \mu) E_b + G_0 E_b = 0, \quad (2.35)$$

sendo

$$y \equiv \frac{r - r_0}{a} + \frac{aF_0}{2\Lambda^2} \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right) \Big|_{r=r_0} \approx \frac{r - r_0}{a}, \quad (2.36)$$

$$\mu \equiv \frac{F_0}{\Lambda^2} \left(1 + \frac{a^2 F_0}{4\Lambda^2} \left[\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right) \Big|_{r=r_0} \right]^2 \right) \approx \frac{F_0}{\Lambda^2}, \quad (2.37)$$

$$\Lambda^2 \equiv -\frac{a^2}{2} \left(\frac{d^2 F}{dr^2} \right) \Big|_{r=r_0}, \quad k_{b0} \equiv k_b(r_0), \quad G_0 \equiv \frac{a^2 k_{b0}^2 H(r_0)}{\Lambda^2}. \quad (2.38)$$

No caso em que $\mu > 0$ ($F > 0$) resulta que $\omega > \omega_A(r_0)$ e ocorre amortecimento no contínuo, por outro lado se $\mu < 0$ ($F < 0$) resulta que $\omega < \omega_A(r_0)$ e pode ocorrer a excitação de modos de Alfvén globais.

Fazendo a mudança de variável $x^2 \equiv -y^2/\mu$ na equação 2.35, obtém-se

$$\frac{d}{dx} \left[(x^2 + 1) \frac{d}{dx} \right] E_b + [k_{b0}^2 a^2 \mu (x^2 + 1) + G_0] E_b = 0, \quad (2.39)$$

e finalmente realizando a mudança de variável $\psi \equiv (x^2 + 1)^{1/2} E_b$, resulta a equação “tipo-Schrödinger”

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + [\epsilon - V(x)] \psi = 0, \quad (2.40)$$

sendo

$$\epsilon \equiv \mu k_{b0}^2 a^2 \quad \text{e} \quad V(x) \equiv -\frac{G_0}{x^2 + 1} + \frac{1}{(x^2 + 1)^2} \quad (2.41)$$

o autovalor da função ψ e o potencial, respectivamente. Na figura 2.12 são apresentadas curvas do potencial para diferentes valores de G_0 . Para $G_0 > 2$, a função $\epsilon - V(x) = 0$ possui solução real se $\epsilon < 0$ ($\mu < 0$) e é possível a ocorrência de modos de Alfvén globais. Para $G_0 < 0$ ocorre absorção no contínuo e para o caso intermediário, $0 < G_0 < 2$, tanto pode ocorrer absorção no contínuo quanto modos de Alfvén globais dependendo da “profundidade” do poço de potencial.

Figura 2.12: Potencial, $V(x)$, para diferentes valores de G_0 .

Capítulo 3

Campos Magnéticos Perturbativos no Vácuo

Denominamos de campo magnético no vácuo aquele que é estacionário e calculado sem levar em consideração a existência do plasma e das paredes da câmara do tokamak. Esses efeitos serão considerados nos capítulos posteriores.

3.1 Introdução

Os campos eletromagnéticos perturbativos considerados neste trabalho são gerados por limitadores ergódicos (ergodic magnetic limiters) como o utilizado no tokamak TCABR [47, 48, 49, 50] e desviadores ergódicos (ergodic divertors) como o instalado no tokamak TEXTOR [8, 51]. São gerados por condutores de corrente elétrica que originam campos eletromagnéticos ressonantes com os campos magnéticos de equilíbrio nas superfícies magnéticas racionais do plasma. Inicialmente o objetivo dessas perturbações ressonantes era estudar e aumentar a estabilidade do plasma [52] e posteriormente reduzir a penetração de impurezas na região central do plasma pelo controle da interação plasma-parede [53, 54]. Desde então um número significativo de trabalhos teóricos e experimentais foi realizado [6]-[8], [55]-[60] e recentemente uma nova aplicação foi posta em prática, a supressão de modos localizados na borda do plasma (ELMs) [61, 62].

A seguir são apresentadas as expressões da densidade de corrente e do campo magnético do limitador ergódico para o TCABR, na aproximação cilíndrica, como caso particular dos resultados obtidos em [49]. No caso do TEXTOR são apresentados os resultados obtidos em [51]. São geradas algumas seções de Poincaré por integração numérica dos campos magnéticos de equilíbrio superpostos aos campos perturbativos, gerados pelo limitador e desviador ergódico, permitindo assim visualizar a estrutura de ilhas magnéticas decorrente da aplicação desses campos.

3.2 Campo Magnético do Limitador Ergódico do TCABR

Os condutores de corrente do limitador magnético são obtidos pela superposição de dois condutores, conforme mostra a figura 3.1. Cada condutor tem raio, r_L , largura, L , e é formado por p pares de segmentos retos que são interligados por segmentos curvos. Cada condutor é percorrido por uma corrente de intensidade, I_L , sendo montado em volta da coluna de plasma de raio a . Na parte reta dos condutores a corrente tem intensidade $2I_L$ devido à superposição dos mesmos.

Figura 3.1: Condutores de corrente do limitador magnético montados em volta da coluna de plasma de raio a .

A densidade superficial de corrente,

$$\mathbf{J} = \frac{I_L}{\sqrt{rR_0}} \delta(r-r_L) \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} Re \sum_{N=1}^{\infty} e^{-iNz/R_0} \prod_{\substack{k=1 \\ \text{k ímpar}}}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l \left(\pm 4l_r \frac{N}{k} \right) e^{ilkp\theta} \right) \mathbf{e}_3^{\pm} \quad (3.1)$$

para os condutores do limitador ergódico foi obtida em [47, 49], usando o método desenvolvido em [63], sendo $l_r \equiv L/(2\pi R_0)$ o comprimento toroidal relativo dos condutores do limitador,

$$\mathbf{e}_3^{\pm} \equiv \pm 4pl_r R_0 \sum_{\substack{k=1 \\ \text{k ímpar}}}^{\infty} \cos(kp\theta) \mathbf{e}_z + r \mathbf{e}_{\theta}, \quad (3.2)$$

e J_l funções de Bessel de primeira espécie e ordem l .

As duas possibilidades de sinal que aparecem na equação 3.1 devem-se aos dois condutores, que superpostos, formam o limitador ergódico. A produtória de somatória em 3.1 pode ser simplificada utilizando-se propriedades das funções de Bessel e a condição $(4l_r N/k) \ll 1$ [49].

Com estas aproximações considerando $N \neq 0$ resulta,

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{k,N}(\theta, z) &\approx \frac{4p l_r I_L}{\pi r_L} \cos(k p \theta) \left[2 \cos\left(\frac{N z}{R_0}\right) \right] \mathbf{e}_z + \\ &+ \frac{8 l_r I_L}{\pi R_0} \frac{N}{k} \sin(k p \theta) \sin\left(\frac{N z}{R_0}\right) \mathbf{e}_\theta. \end{aligned} \quad (3.3)$$

As componentes radial, b_r , e poloidal, b_θ , do campo magnético correspondente à densidade de corrente 3.3 foram obtidas seguindo a metodologia utilizada em [49]. O resultado para cada harmônico ($M = kp, N$) é:

$$b_r(r, \theta, z) = l_r \frac{\mu_0 4 I_L p}{\pi r_L} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{kp-1} f_1(r) \sin(k p \theta) \cos(N z/R_0) \quad (3.4)$$

$$b_\theta(r, \theta, z) = l_r \frac{\mu_0 4 I_L p}{\pi r_L} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{kp-1} f_2(r) \cos(k p \theta) \cos(N z/R_0) \quad (3.5)$$

sendo,

$$f_1(r) \equiv \frac{2 C r_L N}{p R_0 k} \left(\frac{r}{r_L}\right)^{-(kp-1)} I'_{kp}(N r/R_0), \quad (3.6)$$

$$C \equiv \frac{N r_L K'_{kp}(N r_L/R_0)}{R_0}, \quad (3.7)$$

$$f_2(r) \equiv 2 C \left(\frac{r}{r_L}\right)^{-kp} I_{kp}(N r/R_0), \quad (3.8)$$

f' a derivada em relação ao argumento da função f , I_{kp} e N_{kp} são funções modificadas de Bessel de ordem kp .

3.3 Campo Magnético do Desviador Ergódico do TEXTOR

Os condutores de corrente do desviador ergódico do TEXTOR estão representados na figura 3.2-a) e 3.2-b). Ocupam toda a extensão toroidal do tokamak e são limitados a uma extensão poloidal de $2\theta_c = 72^\circ$. Consiste de 4 conjuntos de condutores que podem ser diferenciados pelas 4 cores na figura 3.2-a). Dependendo da maneira como esses condutores são conectados e da fase relativa entre os mesmos são obtidos os modos poloidal/toroidal $M/N = 12/4$, $M/N = 6/2$ e $M/N = 3/1$.

Figura 3.2: Condutores de corrente do desviador magnético do TEXTOR.

(figuras 1.(a) e 1.(b) da referência [64])

a) Representação dos condutores no plano (θ, φ) .

b) Montagem dos condutores mostrando as pontas de conexão ao sistema de alimentação.

Esse desviador ergódico pode operar no modo estacionário com frequência $f = 0$ ou no modo dinâmico com $f \neq 0$.

A densidade superficial de corrente desses condutores é escrita na forma

$$\mathbf{J}(\theta, z) = \sum_{M,N} \mathbf{j}(\theta, z)_{M,N} \delta(r - r_L) \exp(M\theta - Nz/R_0). \quad (3.9)$$

O campo magnético referente a essa densidade de corrente, para cada harmônico (M,N), obtido em [51], é dado por

$$b_r(r, \theta, z) = b_0 g_M^{(0)} \left(\frac{r}{r_L} \right)^{|M|-1} \cos(M\theta - N_0 z/R_0), \quad (3.10)$$

$$b_\theta(r, \theta, z) = -\frac{M}{|M|} b_0 g_M^{(0)} \left(\frac{r}{r_L} \right)^{|M|-1} \sin(M\theta - N_0 z/R_0), \quad (3.11)$$

sendo

$$b_0 \equiv \frac{5 \mu_0 I_{DED} N_0}{\pi r_L}, \quad (3.12)$$

$$g_M^{(0)} \equiv \frac{\sin[(M - M_0) \pi/5]}{(M - M_0) \pi}, \quad (3.13)$$

e I_{DED} é a corrente nos condutores do desviador ergódico

3.4 Estrutura Magnética Induzida pelos Campos Magnéticos Perturbativos

A equação das linhas de campo magnético

$$\mathbf{B} \times d\mathbf{l} = 0 \quad (3.14)$$

onde $d\mathbf{l}$ é o elemento infinitesimal de comprimento ao longo da linha de campo magnético, implica que

$$\frac{B_r}{dr} = \frac{B_\theta}{rd\theta} = \frac{B_z}{dz}, \quad (3.15)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{B_\theta}{r B_0} \quad (3.16)$$

e

$$\frac{dr}{dz} = \frac{B_r}{B_0}. \quad (3.17)$$

Superpondo os campos magnéticos de equilíbrio e perturbativo e substituindo-os nas equações 3.16-3.17, resultam as equações

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{B_{\theta 0}(r) + b_\theta(r, \theta, z)}{r B_0} \quad (3.18)$$

e

$$\frac{dr}{dz} = \frac{b_r(r, \theta, z)}{B_0}, \quad (3.19)$$

tendo sido considerado o campo magnético de equilíbrio

$$\mathbf{B} = B_{\theta 0}(r)\mathbf{e}_\theta + B_0\mathbf{e}_z, \quad (3.20)$$

onde B_0 é o campo toroidal constante e $B_{\theta 0}(r)$ o campo poloidal. O campo poloidal é obtido através da densidade de corrente

$$J_z(r) = \frac{I_p}{\pi a^2} \frac{q(a)}{q(0)} \left[1 + \beta \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^\gamma, \quad (3.21)$$

sendo I_p a corrente de plasma,

$$\frac{q(a)}{q(0)} = \frac{(\gamma + 1)(\gamma + 2)}{\gamma + 2 + \beta}, \quad (3.22)$$

e $q(0)$, $q(a)$ os fatores de segurança no centro e na borda do plasma, respectivamente.

Integrando numericamente as equações 3.18-3.19 e considerando os parâmetros da tabela 5.1 é possível obter seções de Poincaré correspondentes a seções poloidais do plasma e visualizar as estruturas magnéticas induzidas pelos campos perturbativos.

As seções de Poincaré, figuras 3.3-3.4, mostram a estrutura magnética obtida com duas configurações do desviador ergódico para o tokamak TEXTOR. A primeira, figura 3.3, com modo principal $M = 3; N = 1$ que afeta significativamente até as superfícies magnéticas mais internas do plasma sendo utilizada principalmente para estudos de estabilidade [65, 66] e a segunda, figura 3.4, com modo principal $M = 12; N = 4$ que praticamente não afeta as regiões mais internas do plasma tendo como objetivo principal estudos da interação plasma-parede [66, 67].

Figura 3.3: Seções de Poincaré para o tokamak TEXTOR com modo principal $M=3; N=1$ para 2 correntes I_{DED} . Parâmetros utilizados: $q(a) = 4,5$, $q(0) = 1,0$, $B_0 = 2,25$ T, $I_p \approx 306$ kA, $M_0 = 5$, os harmônicos do campo magnético perturbativo $M = \pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1$; $N = 1$ e $r_L = 53$ cm.

Figura 3.4: Seções de Poincaré para o tokamak TEXTOR com modo principal $M=12; N=4$ para 2 correntes I_{DED} . Parâmetros utilizados: $q(a) = 3,3$, $q(0) = 1,0$, $B_0 = 1,9$ T, $I_p \approx 352$ kA, $M_0 = 20$, os harmônicos do campo magnético perturbativo $M = \pm 14, \pm 13, \pm 12, \pm 11, \pm 10$; $N = 4$ e $r_L = 53$ cm.

Na figura 3.4 fica bastante evidente a região com linhas de campo magnético direcionadas para as placas do desviador ergódico ($\theta \approx 180^\circ$) e a destruição das ilhas magnéticas em função da superposição das mesmas com o aumento da corrente I_{DED} .

Nessa região a temperatura e a densidade do plasma são reduzidas devido à atuação do desviador ergódico [67].

As seções de Poincaré para o tokamak TCABR, figura 3.5, mostram a estrutura magnética obtida para dois perfis de fator de segurança. No primeiro caso, com $q(a) = 4$ e $q(0) = 2,05$, não existe a superfície racional com $q = 2$, situação em que podem ser excitados modos de Alfvén globais com $M = 2; N = 1$ e no segundo caso, com $q(a) = 4$ e $q(0) = 1$, em que existem as superfícies racionais mais internas com $q = 2$ e $q = 1$.

Figura 3.5: Seções de Poincaré para o tokamak TCABR com modo principal $M=4; N=1$ para 2 casos de fator de segurança, $q(0)$, no centro do plasma. Parâmetros utilizados: $B_0 = 1,1$ T, $I_p \approx 72,5$ kA, os harmônicos $M = 5, 4, 3, 2, 1$; $N = 1$ do campo magnético perturbativo, $r_L = 20$ cm, $L = 10$ cm e $p = 3$.

Capítulo 4

Campos Eletromagnéticos Perturbativos no Plasma

A determinação dos campos eletromagnéticos perturbativos no plasma implica na solução das equações de Maxwell sujeitas às condições de contorno do sistema.

Para tal solução ser obtida é necessário especificar as fontes geradoras dos campos eletromagnéticos, que neste caso são a densidade de corrente do desviador/limitador ergódico e a densidade de corrente de reação do próprio plasma à perturbação. A equação de Vlasov é utilizada para determinar o tensor dielétrico através do qual a densidade de corrente de reação do plasma é especificada.

Neste capítulo é descrito o modelo de plasma utilizado e o tensor dielétrico correspondente, é obtida uma equação diferencial que permite avaliar as consequências do modelo de plasma utilizado e interpretar qualitativamente os resultados numéricos obtidos posteriormente.

4.1 A Equação de Boltzmann

O estado de um gás ionizado pode ser descrito pela equação de Boltzmann das diversas espécies que compõem o mesmo. Para cada espécie essa equação envolve a densidade de partículas da mesma no espaço de fase, $f(\mathbf{r}, \mathbf{w}, t)$, que depende da posição, $\mathbf{r}$, da velocidade, $\mathbf{w}$, e do tempo t [68, 69].

Para cada espécie de partículas a df/dt resulta das colisões das mesmas ao longo da trajetória, sendo dada por

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial w_i} \frac{dw_i}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{col}, \quad (4.1)$$

sendo que i designa os eixos do sistema de coordenadas e $(\partial f / \partial t)_{col}$ representa a variação de f devida às colisões. A função f considerada na equação de Boltzmann

é uma “função suavizada”, isto é, uma média calculada em um volume contendo um número suficientemente grande de partículas sendo os efeitos das flutuações de curto alcance considerados no termo colisional [69].

A equação 4.1 pode ser escrita em função das componentes da força, $\mathbf{F}$, também “suavizada”, considerando-se que as partículas da espécie possuem massa, m , resultando

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 w_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^3 \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial w_i} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{col} . \quad (4.2)$$

A equação de Boltzmann está relacionada às grandezas macroscópicas do gás como, por exemplo, a densidade de partículas, $n(\mathbf{r}, t)$, e a velocidade média, $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$,

$$n(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{w}, t) d^3 w , \quad \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{n(\mathbf{r}, t)} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{w} f(\mathbf{r}, \mathbf{w}, t) d^3 w , \quad (4.3)$$

e em geral para uma grandeza macroscópica, $\mathbf{G}(\mathbf{r}, t)$, pode-se obter o valor médio

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{n(\mathbf{r}, t)} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{w}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{w}, t) d^3 w . \quad (4.4)$$

Através da equação de Boltzmann é possível obter relações entre as grandezas macroscópicas do gás. Para isso a equação de Boltzmann multiplicada por uma função $Q_i(\mathbf{w}) = C \mathbf{w} \cdots \mathbf{w}$ (i designa o número de fatores $\mathbf{w}$ e C é uma constante) é integrada no espaço de velocidades obtendo-se as equações de transporte que descrevem o gás [68]. Por esse método as equações de transporte da densidade de partículas e da densidade de momento são obtidas multiplicando-se a equação de Boltzmann 4.2 por $Q_0(\mathbf{w}) = 1$ e $Q_1(\mathbf{w}) = m\mathbf{w}$, respectivamente, e realizando-se a integração resultam

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \mathbf{v}) = 0 , \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) - \frac{1}{nm} \nabla \cdot \Pi + \mathbf{R} , \quad (4.6)$$

tendo sido considerada a força de Lorentz e sendo $\mathbf{E}$ o campo elétrico, $\mathbf{B}$ o campo magnético, q e m , respectivamente, a carga elétrica e a massa da espécie considerada, c a velocidade da luz no vácuo, Π o tensor de viscosidade e $\mathbf{R}$ a densidade de troca de momento entre espécies do plasma [68].

Na equação de transporte da densidade de partículas aparecem as grandezas n e $\mathbf{v}$, na de transporte da densidade de momento aparecem n , $\mathbf{v}$, Π e $\mathbf{R}$ e a cada novo fator $\mathbf{w}$ que se considera em $Q_i(\mathbf{w})$ mais grandezas aparecem na nova equação de transporte resultante. Dessa maneira não é possível fechar o sistema de equações e é necessário realizar o truncamento do mesmo. Assim, por exemplo, para fechar o sistema de equações 4.5-4.6 é necessário simplificar as equações de maneira a reduzir o número de grandezas envolvidas ou utilizar relações de Π e $\mathbf{R}$ com n e $\mathbf{v}$ obtidas e justificadas por outros meios.

4.2 Tensor Dielétrico com Efeitos da Rotação de Plasma

A seguir é obtido o tensor dielétrico, considerando-se o efeito da rotação de plasma, a partir das equações de transporte 4.5-4.6. É considerado um plasma cilíndrico de 2 fluidos (2 espécies: elétrons e íons) com densidade de corrente elétrica, $\mathbf{J}$, paralela ao campo magnético de equilíbrio, $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z + B_\theta(r) \mathbf{e}_\theta$. São consideradas as velocidades paralelas ao campo magnético de equilíbrio, $v_{0e} = V_e + U$ para os elétrons e $v_{0i} = U$ para os íons. V_e é a velocidade relacionada à densidade de corrente de plasma por $J = -en_e V_e$ e U é a velocidade de plasma (a mesma para elétrons e íons). As colisões elétron-íon com frequência, ν_{ei} , são consideradas utilizando o modelo de Krook. Os índices $(r, b, \parallel)$ denotam as direções radial, binormal e paralela ao campo magnético de equilíbrio, respectivamente.

Desprezando a viscosidade nas equações 4.5-4.6, tem-se para cada espécie

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{v}_\alpha) = 0, \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{v}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B} \right) + \nu_{\alpha\beta} (\mathbf{v}_\beta - \mathbf{v}_\alpha). \quad (4.8)$$

As grandezas presentes nestas equações são da forma:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \tilde{\mathbf{F}}(r) e^{i(M\theta + N/R_0 z - \omega t)}, \quad (4.9)$$

em que $\mathbf{F} = \{\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{v}, n\}$, $\mathbf{F}_0$ é a parcela correspondente ao equilíbrio da grandeza $\mathbf{F}$, $\tilde{\mathbf{F}}(r)$ é a amplitude da perturbação de $\mathbf{F}_0$, M é o número de onda poloidal, N é o número de onda toroidal, (r, θ, z) são coordenadas cilíndricas e ω é a frequência angular da perturbação. Considerando-se os termos lineares das equações 4.7-4.8, resultam

$$\frac{\tilde{n}_\alpha}{n_0} \approx \frac{k_b \tilde{v}_{b\alpha} + k_\parallel \tilde{v}_{\parallel\alpha}}{\omega - k_\parallel v_{0\alpha}}, \quad (4.10)$$

$$-i\omega_{d\alpha} \tilde{\mathbf{v}}_\alpha \approx \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \tilde{\mathbf{E}} + \omega_{c\alpha} (\mathbf{e}_r \tilde{v}_{b\alpha} - \mathbf{e}_b \tilde{v}_{r\alpha}) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha c} (-\mathbf{e}_r \tilde{b}_b + \mathbf{e}_b \tilde{b}_r) v_{0\alpha}, \quad (4.11)$$

sendo $\omega_{c\alpha}$ a frequência de ciclotron, $\nu_{\alpha\beta}$ a frequência de colisões entre as partículas das espécies α e β do plasma e $\omega_{d\alpha} \equiv \omega - k_\parallel v_{0\alpha} + i\nu_{\alpha\beta}$.

As equações das componentes da densidade de corrente perturbada são determinadas através das equações de $\tilde{v}_{r\alpha}$, $\tilde{v}_{b\alpha}$ e $\tilde{v}_{\parallel\alpha}$ obtidas da equação 4.11 e de $\tilde{n}$ da equação 4.10, resultando

$$\tilde{J}_r = \frac{1}{4\pi} \sum_\alpha 4\pi q_\alpha n_0 \tilde{v}_{r\alpha}, \quad (4.12)$$

$$\tilde{J}_b = \frac{1}{4\pi} \sum_\alpha 4\pi q_\alpha n_0 \tilde{v}_{b\alpha}, \quad (4.13)$$

$$\tilde{J}_{\parallel} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha} 4\pi q_{\alpha} (n_0 \tilde{v}_{\parallel\alpha} + \tilde{n}_{\alpha} v_{0\alpha}). \quad (4.14)$$

Dessas equações e considerando que $\tilde{J}_s = \sum_t \sigma_{st} \tilde{E}_t$, $s = \{r, b, \parallel\}$ são obtidas as componentes do tensor de condutividade elétrica para finalmente se calcular as componentes do tensor dielétrico

$$\epsilon_{st} = \left(\delta_{st} + i \frac{4\pi}{\omega} \sigma_{st} \right), \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{rr} = \epsilon_{bb} \approx & 1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \frac{(\omega - k_{\parallel} U) (\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i})}{\omega_{ci}^2 - (\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i})^2} + \\ & + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{(\omega - k_{\parallel} (U + V_e)) (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei})}{\omega_{ce}^2 - (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei})^2}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{rb} = -\epsilon_{br} \approx & i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \frac{\omega_{ci} (\omega - k_{\parallel} U)}{\omega_{ci}^2 - (\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i})^2} + \\ & + i \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{\omega_{ce} (\omega - k_{\parallel} (U + V_e))}{\omega_{ce}^2 - (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei})^2}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\parallel} \approx & 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega - k_{\parallel} U) (\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i})} - \\ & - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_{\parallel} (U + V_e)) (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei})}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

sendo $\omega_{p\alpha}$ a frequência angular de plasma da espécie α .

As equações 4.16-4.18 foram utilizadas em [70, 71] para estudar os efeitos da rotação de plasma na interação de campos eletromagnéticos com plasmas dos tokamaks TCABR e TEXTOR.

4.3 Tensor Dielétrico com Efeitos da Rotação de Plasma e da Deriva Diamagnética

Neste trabalho estendemos os resultados obtidos em [70, 71, 72] incluindo no tensor dielétrico o efeito da deriva diamagnética. Devido às dificuldades para realizar o truncamento das equações de transporte para incluir esse efeito optamos por obter o tensor dielétrico a partir da equação de Vlasov (equação de Boltzmann sem a parcela colisional) seguindo a metodologia apresentada em [73, 74].

A seguir e também no apêndice A são apresentados alguns detalhes da obtenção do tensor dielétrico com o efeito da deriva diamagnética. Os índices α que denotam as espécies que compõem o plasma serão omitidos nesta seção.

Considerando as mesmas condições da seção anterior com relação ao plasma e ao campo magnético de equilíbrio, podemos afirmar que a única “direção especial” é a do campo magnético. Qualquer direção perpendicular a essa é localmente equivalente e as propriedades do meio não devem depender da mesma. Dessa maneira pode-se adotar um sistema de coordenadas cilíndricas magnéticas no espaço de velocidades $(v_\perp, \tau, v_\parallel)$ sendo $v_\perp$ o módulo da velocidade perpendicular às superfícies magnéticas, $v_\parallel$ o módulo da velocidade paralela ao campo magnético de equilíbrio e τ é um ângulo definido de maneira que a velocidade radial seja $v_r = v_\perp \cos \tau$. Nesse sistema de coordenadas a função densidade de partículas perturbada, $\tilde{f}(v_\perp, \tau, v_\parallel)$, pode ser representada pela série de Fourier

$$\tilde{f} = \left(f_0(v_\perp, v_\parallel) + \sum_{l=1}^{\infty} f_{r,l}(v_\perp, v_\parallel) \cos(l\tau) + f_{b,l}(v_\perp, v_\parallel) \sin(l\tau) \right) \exp(i\Phi) , \quad (4.19)$$

$$\Phi \equiv M\theta + \frac{Nz}{R_0} - \omega t . \quad (4.20)$$

A função de distribuição total, F , considerando a de equilíbrio e a de perturbação é [73, 74]

$$F = F_M + F_b \sin \tau + \tilde{f} , \quad (4.21)$$

com

$$F_M \equiv \frac{n_0}{(2\pi v_T^2)^{3/2}} \exp \left(-\frac{v_\perp^2 + (v_\parallel - v_0)^2}{2v_T^2} \right) , \quad F_b \equiv \frac{v_\perp}{\omega_c} \frac{\partial F_M}{\partial r} , \quad (4.22)$$

sendo n_0 a densidade de partículas, v_T a velocidade térmica, v_0 a velocidade paralela definida na seção anterior e ω_c a frequência angular de ciclotron.

Considerando-se

$$\tilde{f} \approx (f_0 + f_r \cos \tau + f_b \sin \tau) \exp(i\Phi) \quad (4.23)$$

e substituindo a equação 4.21 na 4.2 sem a parcela colisional, resulta um sistema do qual são obtidas equações para f_0, f_r, f_b com as quais a densidade de corrente perturbada pode ser calculada (alguns detalhes são apresentados no apêndice A)

$$\tilde{\mathbf{J}} = q \int \mathbf{v} \tilde{f}(v_\perp, \tau, v_\parallel) v_\perp dv_\perp d\tau dv_\parallel, \quad (4.24)$$

$$\tilde{\mathbf{J}} = \exp(i\Phi) q\pi \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \left(v_\perp^2 f_r \mathbf{e}_r + v_\perp^2 f_b \mathbf{e}_\perp + 2 v_\perp v_\parallel f_0 \mathbf{e}_\parallel \right) dv_\perp dv_\parallel. \quad (4.25)$$

Dessas equações e considerando que $\tilde{J}_s = \sum_t \sigma_{st} \tilde{E}_t$, $s = \{r, b, \parallel\}$ são obtidas as componentes do tensor de condutividade elétrica e as componentes do tensor dielétrico (alguns detalhes são apresentados no apêndice A)

$$\epsilon_{st} = \left(\delta_{st} + i \frac{4\pi}{\omega} \sigma_{st} \right), \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{rr} = \epsilon_{bb} \approx & 1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \frac{(\omega - k_\parallel U) (\omega - k_\parallel U - \omega_i^*)}{\omega_{ci}^2 - (\omega - k_\parallel U)^2} + \\ & + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{(\omega - k_\parallel (U + V_e)) (\omega - k_\parallel (U + V_e) - \omega_e^*)}{\omega_{ce}^2 - (\omega - k_\parallel (U + V_e))^2}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{rb} = -\epsilon_{br} \approx & i \frac{\omega_{pi}^2 \omega_{ci}}{\omega^2} \frac{(\omega - k_\parallel U - \omega_i^*)}{\omega_{ci}^2 - (\omega - k_\parallel U)^2} + \\ & + i \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega^2} \frac{(\omega - k_\parallel (U + V_e) - \omega_e^*)}{\omega_{ce}^2 - (\omega - k_\parallel (U + V_e))^2}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\epsilon_\parallel \approx 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega} \frac{(\omega - \omega_i^*)}{(\omega - k_\parallel U)^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega} \frac{(\omega - \omega_e^*)}{(\omega - k_\parallel (U + V_e))^2}, \quad (4.29)$$

sendo

$$\omega_\alpha^* \equiv \frac{k_b}{n_0 \omega_{c\alpha}} \frac{d(n_0 v_{T\alpha}^2)}{dr} \quad (4.30)$$

a frequência angular de deriva diamagnética.

O efeito das colisões é incluído nas equações 4.27-4.29 por analogia com as 4.16-4.18, resultando

$$\begin{aligned} \epsilon_{rr} = \epsilon_{bb} \approx & 1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \frac{(\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i}) (\omega - k_{\parallel} U - \omega_i^*)}{\omega_{ci}^2 - (\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i})^2} + \\ & + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{(\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei}) (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) - \omega_e^*)}{\omega_{ce}^2 - (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei})^2}, \quad (4.31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{rb} = -\epsilon_{br} \approx & i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \frac{\omega_{ci} (\omega - k_{\parallel} U - \omega_i^*)}{\omega_{ci}^2 - (\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i})^2} + \\ & + i \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{\omega_{ce} (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) - \omega_e^*)}{\omega_{ce}^2 - (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei})^2}. \quad (4.32) \end{aligned}$$

No caso da componente $\epsilon_{\parallel}$ é necessário considerar também o efeito da termo-força [69, 75]

$$\mathbf{R}_T = -0.71 n_e \nabla_{\parallel} T_e, \text{ sendo } \nabla_{\parallel} \equiv \frac{\mathbf{B}_0 \cdot \nabla + \tilde{\mathbf{b}} \cdot \nabla}{B_0}, \quad (4.33)$$

resultando

$$\begin{aligned} \epsilon_{\parallel} \approx & 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega} \frac{(\omega - \omega_i^*)}{(\omega - k_{\parallel} U) (\omega - k_{\parallel} U + i \nu_{ei} \frac{m_e}{m_i})} - \\ & - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega} \frac{(\omega - \omega_{se}^*)}{(\omega - k_{\parallel} (U + V_e)) (\omega - k_{\parallel} (U + V_e) + i \nu_{ei})}, \quad (4.34) \end{aligned}$$

sendo a frequência angular específica de elétrons

$$\omega_{se}^* \equiv \omega_e^* + 0.71 \omega_{Te}^*, \quad (4.35)$$

e

$$\omega_{Te}^* \equiv \frac{k_b}{\omega_{ce} m_e} \frac{dT_e}{dr}. \quad (4.36)$$

4.4 Contínuo de Alfvén com Efeitos da Rotação de Plasma e da Deriva Diamagnética

Os efeitos da deriva diamagnética e da rotação de plasma presentes na componente ϵ_{rr} do tensor dielétrico implicam na mudança do contínuo de Alfvén dado pela equação 2.30 ($\omega_A^2(r) = k_{\parallel}^2(r) c_A^2(r)$), utilizando as equivalências 2.31, pois agora

$$\epsilon_{rr}(r) \approx \frac{c^2}{c_A^2} \frac{(\omega - k_{\parallel} U) (\omega - k_{\parallel} U - \omega_i^*)}{\omega^2} \quad (4.37)$$

que substituída na equação 2.26 com $k_{x+}^2 = k_r^2 = 0$ implica que

$$(\omega - k_{\parallel} U)^2 - (\omega - k_{\parallel} U) \omega_i^* - k_{\parallel}^2 c_A^2 = 0 \quad (4.38)$$

resultando a equação para o contínuo de Alfvén

$$\omega_A - k_{\parallel} U = \frac{\omega_i^*}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_i^*}{2}\right)^2 + k_{\parallel}^2 c_A^2}. \quad (4.39)$$

Para que a frequência angular do contínuo seja positiva há duas possibilidades que dependem do sinal de M (considerando $U = 0$).

Se $\omega_i^* > 0$ ($M < 0$) ocorre um mínimo $\omega_A(r_s) = \omega_i^*(r_s)$ na frequência angular do contínuo de Alfvén na superfície racional com raio r_s , pois

$$\omega_A = \frac{\omega_i^*}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_i^*}{2}\right)^2 + k_{\parallel}^2 c_A^2}. \quad (4.40)$$

Se $\omega_i^* < 0$ ($M > 0$ e $\omega_e^* > 0$), $\omega_A(r_s) = 0$, pois

$$\omega_A = -\frac{|\omega_i^*|}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_i^*}{2}\right)^2 + k_{\parallel}^2 c_A^2}. \quad (4.41)$$

4.5 Análise dos Efeitos da Deriva Diamagnética

Partindo da equação de onda

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mathbf{E} = 0, \quad (4.42)$$

para o campo elétrico, $\mathbf{E} \propto e^{i\omega t}$, escrevendo os operadores vetoriais em coordenadas magnéticas, considerando $E_{\parallel} = 0$ (aproximação MHD) e $k_b \gg k_{\parallel}$, resultam

$$i \frac{k_b}{r} \frac{d(rE_b)}{dr} + \left(k_{\parallel}^2 + k_b^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rr} \right) E_r - i k_{\parallel} r E_b \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{B_{0\theta}}{B_0} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rb} E_b \approx 0, \quad (4.43)$$

$$- \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d(rE_b)}{dr} + i \frac{d(k_b E_r)}{dr} + \left(k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{bb} \right) E_b + i k_{\parallel} r E_r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{B_{0\theta}}{B_0} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rb} E_r \approx 0. \quad (4.44)$$

Do sistema de equações 4.43-4.44 resulta a equação diferencial de segunda ordem para o campo elétrico binormal em concordância com o resultado obtido em [77]

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{dr} \left[- \left(k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rr} \right) r \frac{d(rE_b)}{dr} \right] + i M r E_b \frac{d}{dr} \left[i k_{\parallel} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{B_{0\theta}}{B_0} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rb} \right] + \\ &+ \frac{M^2}{r} \left(k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{bb} \right) r E_b, \end{aligned} \quad (4.45)$$

e utilizando as equações 4.31 e 4.32 das componentes do tensor dielétrico, com $\nu_{ei} = 0$ e $U = 0$, resultam

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{dr} \left[\left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rr} - k_{\parallel}^2 \right) r \frac{d(rE_b)}{dr} \right] + M r E_b \frac{d}{dr} \left[\frac{\omega_{ci}}{c_A^2} \left(\omega_i^* - \omega_e^* - \frac{\omega^3}{\omega_{ci}^2} \right) + \frac{2k_{\parallel}}{R_0 q} \right] - \\ &- \frac{M^2}{r} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{bb} - k_{\parallel}^2 \right) r E_b, \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} 0 &\approx \frac{d}{dr} \left[\left(\frac{\omega (\omega_i^* - \omega)}{c_A^2} + k_{\parallel}^2 \right) r \frac{d(rE_b)}{dr} \right] - M r E_b \frac{d}{dr} \left[\frac{\omega_{ci}}{c_A^2} \left(\omega_i^* - \omega_e^* - \frac{\omega^3}{\omega_{ci}^2} \right) + \frac{2k_{\parallel}}{R_0 q} \right] - \\ &- \frac{M^2}{r} \left(\frac{\omega (\omega_i^* - \omega)}{c_A^2} + k_{\parallel}^2 \right) r E_b. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Esse resultado é análogo ao da equação 2.32 se redefinirmos as funções F e H da seguinte maneira:

$$F(r) \equiv -\frac{1}{M^2} \left(\frac{\omega (\omega_i^* - \omega)}{c_A^2} + k_{\parallel}^2 \right), \quad (4.48)$$

$$H(r) \equiv -\frac{M^2}{k_b} \frac{d}{dr} \left[\frac{\omega_{ci}}{c_A^2} \left(\omega_i^* - \omega_e^* - \frac{\omega^3}{\omega_{ci}^2} \right) + \frac{2k_{\parallel}}{R_0 q} \right], \quad (4.49)$$

Portanto os resultados da seção 2.3.4 a respeito do espectro de Alfvén, seguindo a análise de Mahajan, também se aplicam quando o efeito da deriva diamagnética é considerado desde que se utilize as funções 4.48 e 4.49.

4.5.1 Instabilidade de Alfvén de Deriva

No caso em que $\omega_e^* > 0$ ($M > 0$) e $\nu_{ei} \gg \omega$, tem-se uma onda de Alfvén quase eletrostática (SQAW) com relação de dispersão

$$k_r^2 = \frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{rr}} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rr} - k_{\parallel}^2 \right), \quad (4.50)$$

obtida da equação 2.26, considerando-se a aproximação da óptica geométrica e as equivalências

$$\begin{aligned} k_{x+}^2 &\rightarrow k_r^2(r), \\ k_z &\rightarrow k_{\parallel}(r), \\ \epsilon_{xx} &\rightarrow \epsilon_{rr}(r), \quad \epsilon_{zz} \rightarrow \epsilon_{\parallel}(r). \end{aligned}$$

Utilizando as aproximações

$$\epsilon_{rr}(r) \approx \frac{c^2}{c_A^2} \frac{\omega - \omega_i^*}{\omega}, \quad \epsilon_{\parallel}(r) \approx i \frac{\omega_{pe}^2 (\omega - \omega_{se}^*)}{\omega^2 \nu_{ei}},$$

das componentes do tensor dielétrico 4.31 e 4.34 em 4.50, resulta

$$k_r^2 \approx i \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \nu_{ei} c^2 (\omega + |\omega_i^*|)} [\omega - \omega_{se}^*] \left[\omega \left(\omega + |\omega_i^*| \right) - k_{\parallel}^2 c_A^2 \right], \quad (4.51)$$

implicando em instabilidade para o modo com frequência $\omega = \omega_{se}^* + i\gamma$ quando $\omega (\omega + |\omega_i^*|) < k_{\parallel}^2 c_A^2$ [76].

4.5.2 Ondas de Alfvén de Deriva Rápidas

Vamos avaliar a possibilidade de existência de ondas de Alfvén de deriva rápidas.

Para tanto, escrevendo a equação 4.46 na forma

$$\frac{d}{dr} \left[r D \frac{dS}{dr} \right] + S \left[\frac{dg}{dr} - \frac{M^2}{r} D \right] \approx 0 , \quad (4.52)$$

sendo

$$S \equiv r E_b , \quad D \equiv \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{rr} - k_{\parallel}^2 , \quad (4.53)$$

$$g \equiv M \frac{\omega_{ci}}{c_A^2} \left(\omega_i^* - \omega_e^* - \frac{\omega^3}{\omega_{ci}^2} \right) + M \frac{2k_{\parallel}}{R_0 q} \quad (4.54)$$

e considerando $rE_b \propto \exp(ik_r r)$, obtém-se que

$$-rD k_r^2 + i \frac{d(rD)}{dr} k_r + \left(\frac{dg}{dr} - \frac{M^2 D}{r} \right) = 0 , \quad (4.55)$$

$$k_{r\pm} = i \frac{\frac{d(rD)}{dr}}{2rD} \pm \left[- \left(\frac{\frac{d(rD)}{dr}}{2rD} \right)^2 + \left(\frac{dg}{rD} - \frac{M^2}{r^2} \right) \right]^{1/2} , \quad rD \neq 0 . \quad (4.56)$$

Para que exista um modo oscilatório, a parte real de $k_{r\pm}$ implica que

$$\frac{1}{rD} \frac{dg}{dr} > \frac{M^2}{r^2} + \left(\frac{1}{2rD} \frac{d(rD)}{dr} \right)^2 , \quad (4.57)$$

$$\frac{1}{rD} \frac{dg}{dr} > 0 , \quad (4.58)$$

e portanto dg/dr e D têm o mesmo sinal.

Para avaliar o sinal de dg/dr vamos considerar os seguintes perfis radiais do fator de segurança e da pressão total

$$q = q(0) + \left(q(a) - q(0) \right) \left(\frac{r}{a} \right)^2 , \quad p = \beta_0 \frac{B_0^2}{4\pi} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^{\gamma_p} , \quad (4.59)$$

sendo $p = p_i + p_e$ e $\beta_0 = 4\pi p(0)/B_0^2$.

Com esses perfis e para frequências angulares $\omega \ll (\omega_{ci}^2 (\omega_i^* - \omega_e^*))^{1/3}$ o balanço entre as duas parcelas que compõem dg/dr indica que existem pelo menos duas possibilidades de excitação de ondas de Alfvén de deriva rápidas.

Modos de Alfvén Globais com $D < 0$ e $dg/dr < 0$

A primeira possibilidade, com $D < 0$, é compatível com a possibilidade de excitação de modos de Alfvén globais pois a frequência destes é inferior à do mínimo do contínuo satisfazendo a condição $D < 0$. Considerando o modo $-(M/N) \lesssim q(0)$ e $\beta_0 \ll 1$, tem-se

$$\frac{dg}{dr} \approx 4M^2 \left(\gamma_p(\gamma_p - 1) \frac{\beta_0}{a^2} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^{\gamma_p - 2} - \frac{q(a) - q(0)}{(q(0))^3 R_0^2} \right) \frac{r}{a^2} < 0 . \quad (4.60)$$

Se dg/dr mudar de sinal a solução será confinada devido ao surgimento da região de opacidade para o modo global.

Em $r \approx 0$ ($dD/dr \approx 0$) e a equação 4.52 reduz-se à equação diferencial de Bessel

$$\frac{d^2 S}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dS}{dr} + \left(\kappa^2 - \frac{M^2}{r^2} \right) S = 0 , \quad (4.61)$$

$$\kappa^2 \equiv 4M^2 \frac{q(a) - q(0)}{(q(0))^3 R_0^2 a^2} \left(\frac{c_A^2}{\omega(\omega_i^* - \omega) + k_{\parallel}^2 c_A^2} \right)_{r=0} , \quad (4.62)$$

com solução

$$S(r) = S_0 J_M(\kappa r) , \quad (4.63)$$

sendo J_M uma função de Bessel ordem M e S_0 uma constante.

Ondas de Alfvén de Deriva Rápidas com $D > 0$ e $dg/dr > 0$

Na segunda possibilidade, com $dk_{\parallel}/dr \approx 0$, o termo correspondente à pressão é dominante e $dg/dr > 0$,

$$\frac{dg}{dr} \approx 4M^2 \gamma_p(\gamma_p - 1) \beta_0 \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^{\gamma_p - 2} \frac{r}{a^4} > 0 . \quad (4.64)$$

Dessa maneira só podem ser excitadas ondas de Alfvén de deriva rápidas com frequências acima da mínima do contínuo e $D > 0$ e conseqüentemente também haverá conversão de modos no raio, $r = r_A$, no qual $D = 0$.

Nessas condições em $r \approx 0$ ($dD/dr \approx 0$) a equação 4.52 reduz-se a uma equação diferencial de Bessel com solução

$$S(r) = S_0 J_M \left(\int_0^r \kappa(r') dr' \right) , \quad (4.65)$$

sendo J_M uma função de Bessel de ordem M e

$$\kappa^2(r) \equiv 4M^2 \gamma_p (\gamma_p - 1) \frac{\beta_0}{a^4} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^{\gamma_p - 2} \left(\frac{c_A^2}{\omega(\omega_i^* - \omega) + k_{\parallel}^2 c_A^2} \right) . \quad (4.66)$$

Essa solução deve ser “casada” com a de conversão de modos em $r = r_A$ [78, 72]. Representando os coeficientes, D e dg/dr , da equação diferencial 4.52 por séries de Taylor em torno do ponto de conversão de modos é obtida a equação

$$\frac{d}{dr} \left[r_A (r - r_A) \frac{dD}{dr} \Big|_{r=r_A} \frac{dS}{dr} \right] + S \left[\frac{dg}{dr} \Big|_{r=r_A} - \frac{M^2 (r - r_A)}{r_A} \frac{dD}{dr} \Big|_{r=r_A} \right] \approx 0 , \quad (4.67)$$

com a solução [77]

$$S(r) = S_1 J_0 \left(2 \sqrt{\frac{A(r - r_A)}{r_A}} \right) + S_2 Y_0 \left(2 \sqrt{\frac{A(r - r_A)}{r_A}} \right) , \quad (4.68)$$

sendo J_0 e Y_0 funções de Bessel e de Neumman de ordem 0, respectivamente, S_1 e S_2 são constantes e

$$A \approx \left(\frac{dg}{dr} / \frac{dD}{dr} \right) \Big|_{r=r_A} . \quad (4.69)$$

Como $A < 0$ se $dD/dr < 0$, a função 4.68 é oscilatória para $r - r_A < 0$ possibilitando o “casamento” com a fase $\int_0^r k dr = (n + 1/2) \pi$ da solução assintótica de 4.65. Quando a fase “casa” com a função Y_0 tem-se uma divergência logarítmica em $r = r_A$ que produz o termo imaginário, $i\pi/2$, na transição da solução de $r - r_A$ negativo para positivo ocorrendo conversão de modos e absorção no contínuo. Quando o “casamento” ocorre com a função J_0 o contínuo é transparente para o campo eletromagnético e na transição de $r - r_A$ negativo para positivo ocorre conversão para, I_0 , que é uma função modificada de Bessel de ordem 0. Dessa maneira a resistência de antena em função da frequência deve apresentar máximos relacionados com a absorção devida à conversão de modos e mínimos devido à transparência no caso da solução com J_0 .

Capítulo 5

Simulações Computacionais

5.1 Descrição do Programa Computacional Cilíndrico

O programa computacional cilíndrico [79] calcula os perfis radiais dos campos eletromagnéticos no plasma ou no vácuo, a densidade de potência absorvida no plasma e a impedância de antena, devidos a campos eletromagnéticos de frequência angular, ω , gerados por antenas, limitadores ergódicos e desviadores ergódicos montados entre a parede da câmara do tokamak e o raio menor da coluna de plasma. É considerada a aproximação cilíndrica e um plasma constituído de 2 fluidos.

Os dados de entrada do programa são os parâmetros dos perfis radiais de equilíbrio do plasma (densidade de partículas, temperatura, densidade de corrente etc), os parâmetros do tokamak (raio menor, raio maior, raio da câmara, raio da antena, campo magnético toroidal etc) e os harmônicos dos campos eletromagnéticos a calcular.

No apêndice B são mostrados a tabela com os dados de entrada do programa cilíndrico bem como um fluxograma do mesmo.

No programa todas as grandezas de equilíbrio dependem somente da coordenada radial, r , e as grandezas calculadas pelo programa, como os campos eletromagnéticos, dependem também das coordenadas θ e z .

A distância radial, r_c (raio da câmara do tokamak), é dividida em um número total de intervalos, $n_x - 1$, sendo n_x o número total de pontos da discretização radial. Inicialmente o programa faz a discretização radial da coluna, em seguida calcula as grandezas de equilíbrio e as componentes do tensor dielétrico em cada ponto da discretização. Na etapa seguinte calcula as componentes do campo eletromagnético e a densidade de potência absorvida no plasma ($\text{Re}[\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^*]$), ou a impedância de antena (potência absorvida normalizada pela metade do quadrado da corrente de antena) em função de frequência. A densidade de potência absorvida no plasma, nas seções a seguir, será denominada simplesmente de absorção.

5.2 Perfis Radiais de Equilíbrio

Os perfis radiais de equilíbrio utilizados no programa cilíndrico são

$$T_e(r) = (T_{e0} - T_{ea}) \left[1 + \beta_{T_e} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{\gamma_{T_e}} + T_{ea} \quad (5.1)$$

para a temperatura dos elétrons, sendo $T_{e0} \equiv T_e(0)$ e $T_{ea} \equiv T_e(a)$,

$$T_i(r) = (T_{i0} - 1.5 T_{ea}) \left[1 + \beta_{T_i} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{(\gamma_{T_e} - 0.5)} + 1.5 T_{ea} \quad (5.2)$$

para a temperatura dos íons, sendo $T_{i0} \equiv T_i(0)$,

$$n_e(r) = n_i(r) = n(r) = (n_0 - n_a) \left[1 + \beta_n \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{\gamma_n} + n_a \quad (5.3)$$

para a densidade dos elétrons e dos íons, sendo $n_0 \equiv n(0)$ e $n_a \equiv n(a)$,

$$J_z(r) = \frac{I_p}{\pi a^2} \frac{q(a)}{q(0)} \left[1 + \beta \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{\gamma} \quad (5.4)$$

para a densidade de corrente, sendo I_p a corrente de plasma,

$$\frac{q(a)}{q(0)} = \frac{(\gamma + 1)(\gamma + 2)}{\gamma + 2 + \beta}, \quad (5.5)$$

e $q(0)$ e $q(a)$ os fatores de segurança no centro e na borda do plasma, respectivamente,

$$U(r) = U_0 \left[1 + \beta_U \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{\gamma_U} \quad (5.6)$$

para a velocidade paralela do plasma (a mesma para elétrons e íons), sendo $U_0 \equiv U(0)$,

$$V_e(r) = - \frac{J_z(r)}{e n(r)} \quad (5.7)$$

para a velocidade dos elétrons, relacionada à corrente de plasma, sendo e a carga do elétron,

$$\nu_{ei}(r) = 2,91 \times 10^{-6} n(r) \ln \Lambda T_e^{-3/2}(r) \quad (5.8)$$

para a frequência de colisões eletrôn-ion, sendo $\ln \Lambda \approx 15$.

5.3 Simulações

A seguir são apresentados 2 conjuntos de simulações. O primeiro na banda de frequências $f \leq 30$ kHz no qual são apresentados resultados referentes à instabilidade de Alfvén de deriva conforme seção 4.5.1. O segundo para frequências $30 \lesssim f < 150$ kHz no qual são apresentados resultados referentes às ondas de Alfvén de deriva rápidas conforme seção 4.5.2.

5.3.1 Parâmetros dos tokamaks TCABR e TEXTOR

A tabela 5.1 fornece os parâmetros dos tokamaks TCABR e TEXTOR. Nas simulações a seguir quando algum parâmetro não for especificado deve-se considerar o indicado nessa tabela.

Tabela 5.1: Parâmetros dos tokamaks TCABR e TEXTOR.

Parâmetro	Símbolo	TCABR	TEXTOR
Raio maior	R_0	0,61 m	1,75 m
Raio menor	a	0,18 m	0,46 m
Campo magnético toroidal	B_0	1,1 T	2,2 T
Corrente de plasma	I_p	83 kA	380 kA
Fator da densidade de corrente	β	0	0
Fator de segurança na borda	$q(a)$	3,5	3,5
Fator de segurança no centro	$q(0)$	1,0	1,0
Temperatura de elétrons no centro	$T_e(0)$	0,5 keV	1,5 keV
Temperatura de elétrons na borda	$T_e(a)$	0,02 keV	0,06 keV
Expoente do perfil de $T_e(r)$	γ_{T_e}	1,85	1,8
Fator do perfil de $T_e(r)$	β_{T_e}	0	0
Temperatura de íons no centro	$T_i(0)$	0,16 keV	0,9 keV
Fator do perfil de $T_i(r)$	β_{T_i}	0	0
Densidade de partículas no centro	$n(0)$	$3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$	$3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
Densidade de partículas na borda	$n(a)$	$0,01 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$	$0,01 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
Expoente do perfil de $n(r)$	γ_n	1	1
Fator do perfil de $n(r)$	β_n	0	0
Velocidade de plasma no centro	$ U_0 $	$\leq 10 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$	$\leq 10 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$
Expoente do perfil de $U(r)$	γ_U	0	0
Fator do perfil de $U(r)$	β_U	0	0
Raio do limitador/desviador ergódico	b	0,2 m	0,53 m
Largura do limitador	L	0,1 m	— — —

5.3.2 Simulações com Frequências $f < 30$ kHz

São considerados 2 casos para o fator de segurança. O primeiro com o perfil de fator de segurança crescendo de forma monótona de $q(0) = 1$ até $q(a) = 3,5$ ($\beta = 0, \gamma = 2,5$), que é um caso comum em plasmas com aquecimento ôhmico compatíveis com a resistividade de Spitzer. O segundo com perfil de fator de segurança não monótono com $q(0) \approx 2,14$, $q_{\min}(0,43a) \approx 2,03$ e $q(a) = 3,5$ ($\beta = 3, \gamma = 1,9$) que pode ocorrer em plasmas com confinamento melhorado [12]. Na figura 5.1 são mostrados os gráficos correspondentes a esses dois perfis de fator de segurança.

Figura 5.1: Fator de segurança em função do raio normalizado para o tokamak TEXTOR.

Caso com Perfil de Fator de Segurança Monótono:

A dependência da resistência de antena com a frequência para o caso com fator de segurança monótono é apresentada na figura 5.2 para os tokamaks TCABR e TEXTOR. O comportamento da resistência de antena é diferente para os modos

Figura 5.2: Resistência de antena em função da frequência para os modos $M = -3; N = 1$ e $M = 3; N = -1$ para os tokamaks TCABR a) e TEXTOR b).

$M = 3; N = -1$ e $M = -3; N = 1$. No modo $M = -3; N = 1$ ocorre o crescimento monótono da mesma, enquanto no modo $M = 3; N = -1$ ocorre uma inversão de sinal em $f \approx 13,5$ kHz para o tokamak TCABR e $f \approx 2,8$ kHz para o tokamak TEXTOR.

A rotação de plasma com velocidade, $U_0 = \pm 10 \times 10^6$ cm/s, não apresenta efeitos significativos sobre os resultados apresentados na figura 5.2.

Na figura 5.3 pode-se visualizar a relação entre a resistência de antena, R , a parte imaginária da componente paralela do tensor dielétrico, $\text{Im}\epsilon_{\parallel}$, e as frequências específica de elétrons, $f_{se}^* = \omega_{se}^*/(2\pi)$, e do contínuo de Alfvén para o tokamak TEXTOR com $M = 3; N = -1$.

Algumas frequências estão destacadas e identificadas pelos números (1) a (5) na figura 5.3 a). Para $f \approx 2,46$ kHz ocorre o mínimo de f_{se}^* , um mínimo local da R e o limiar de frequência a partir do qual $\text{Im}\epsilon_{\parallel}$ troca de sinal. Para $f \approx 2,8$ kHz ocorre a mudança de sinal de R . Para $f \approx 3,15$ kHz ocorre um máximo local da R e a troca de sinal da $\text{Im}\epsilon_{\parallel}$ ocorre em um raio próximo ao da superfície racional com $q = 3$ ($r/a \approx 0.925$). Para frequências abaixo da específica de deriva

Figura 5.3: a) Resistência de antena, R , em função da frequência, b) parte imaginária da componente paralela do tensor dielétrico, $\text{Im}\epsilon_{\parallel}$, e c) frequências específica de elétrons, $f_{se}^* = \omega_{se}^*/(2\pi)$, e do contínuo de Alfvén em função do raio normalizado na região da superfície magnética racional com $q = 3$ (modo $M = 3$; $N = -1$) no tokamak TEXTOR.

de elétrons mínima, $f < \min[f_{se}^*]$, tem-se $\text{Im}\epsilon_{\parallel} < 0$ e portanto a absorção e a R devem ser negativas. Para a frequência $f \lesssim \min[f_{se}^*]$ ocorre o limiar em que a $\text{Im}\epsilon_{\parallel}$ passa a trocar de sinal e a R apresenta um ponto de mínimo local. Para frequências

$f > \min[f_{se}^*]$ ocorre troca do sinal da $\text{Im}\epsilon_{||}$ e a absorção deve ser negativa na região em que $f < f_{se}^*$ e positiva caso contrário.

Essas características da instabilidade de Alfvén de deriva de elétrons em função da frequência podem ser visualizadas na figura 5.4. Para a absorção nota-se a transição de totalmente negativa, no caso em que $f = 2 \text{ kHz} < \min[f_{se}^*]$, para parcialmente positiva quando $f > \min[f_{se}^*]$, conforme seja $f < f_{se}^*$ ou $f > f_{se}^*$. Essa mudança de sinal da absorção em $f = f_{se}^*$ fica bem clara no caso da $f = 4 \text{ kHz}$ pois a absorção no contínuo, em $r/a \approx 0.925$, e a devida à instabilidade, em $r/a \approx 0.882$, ficam bem separadas radialmente (esse comportamento também pode ser visto na figura 5.5 c) e 5.5 d)). Em $r/a \approx 0.882$ tem-se absorção negativa para $r/a < 0.882$ pois $f < f_{se}^*$ e positiva para $r/a < 0.882$ pois $f > f_{se}^*$.

Figura 5.4: a) Frequências específica de elétrons e do contínuo de Alfvén, b) absorção e c) parte real do campo elétrico radial, $\text{Re}E_r$, em função do raio normalizado na região da superfície magnética racional com $q = 3$ (modo $M = 3; N = -1$) no tokamak TEXTOR.

Na figura 5.4, nota-se ainda as intensidades elevadas da parte real do campo elétrico radial, $\text{Re}E_r$, e da potência absorvida no caso de $f = 2,8$ kHz para a qual ocorre a mudança de sinal de R . A $\text{Re}E_r$ apresenta as oscilações características da instabilidade de deriva e a absorção é praticamente nula na superfície racional com $q = 3$ ($r/a \approx 0.925$).

A absorção e a $\text{Re}E_r$ para os modos $M = -3; N = 1$ e $M = 3; N = -1$, no tokamak TEXTOR, são comparados na figura 5.5 para duas frequências.

Figura 5.5: a) e c) Absorção e b) e d) parte real do campo elétrico em função do raio normalizado na região da superfície magnética racional com $q = 3$ para os modos $M = -3; N = 1$ e $M = 3; N = -1$ no tokamak TEXTOR.

Com relação à absorção, resultados similares aos apresentados nesta seção foram obtidos em [80] e com relação aos campos eletromagnéticos resultados similares foram obtidos em [81].

A figura 5.6 é a versão da 5.3 para o tokamak TCABR e os resultados são análogos aos do tokamak TEXTOR.

Figura 5.6: a) Resistência de antena em função da frequência, b) parte imaginária da componente paralela do tensor dielétrico e c) frequências específica de elétrons e do contínuo de Alfvén em função do raio normalizado na região da superfície magnética racional com $q = 3$ (modo $M = 3; N = -1$) no tokamak TCABR.

Caso com Perfil de Fator de Segurança Não Monótono:

Considerando agora o modo $M = 2; N = -1$ e o fator de segurança não monótono, nota-se que além do mínimo da frequência de deriva de elétrons ocorre também o mínimo do contínuo, como é mostrado na figura 5.7 a). A frequência do contínuo não se anula pois o fator de segurança mínimo considerado neste caso, $q_{min}(0.43a) = 2.03$, não permite a existência da superfície racional com $q = 2$.

O efeito do contínuo sobre a instabilidade de deriva pode ser visto na figura 5.7 b) e c). À medida que a frequência é aumentada aproximando-se da do mínimo do contínuo ocorre a atenuação da estrutura oscilante do campo elétrico radial e a redução da absorção.

Figura 5.7: a) Frequências específica de elétrons e do contínuo de Alfvén, b) absorção e c) parte real do campo elétrico em função do raio normalizado para o modo $M = 2; N = -1$ e frequências 5,5, 6,0, 6,5 kHz para o tokamak TEXTOR com fator de segurança não monótono.

5.3.3 Simulações com Frequências $f < 150\text{ kHz}$ para o Tokamak TEXTOR

Para esta gama de frequências foram considerados 3 casos de perfis de fator de segurança com $q(a) = 4,0$.

O primeiro com perfil de fator de segurança crescendo de forma monótona, para os 3 conjuntos de parâmetros: $q(0) = 1,02$ e $\gamma = 2,92$, $q(0) = 1,05$ e $\gamma = 2,8$, $q(0) = 1,08$ e $\gamma = 2,7$. O segundo com cisalhamento quase nulo na região central do plasma e $q(0) = 1,92$ ($\beta = 2,3, \gamma = 2,2$). O terceiro com cisalhamento negativo na região central do plasma e $q(0) = 2,03$ ($\beta = 3,5, \gamma = 2,5$) que simula as condições do experimento com confinamento melhorado do tokamak TFTR [12] para os parâmetros do TEXTOR considerando-se o parâmetro adimensional $\beta_0 R_0^2 / a^2 = \text{constante}$.

Na figura 5.8 são apresentados alguns desses perfis.

Figura 5.8: Fator de segurança em função do raio normalizado para o tokamak TEXTOR.

Para estas simulações alguns parâmetros do tokamak TEXTOR foram modificados em comparação com os da tabela 5.1. São os seguintes: $I_p \approx 340\text{ kA}$ ($q(a) = 4$), $T_e(0) = 2\text{ keV}$, $T_i(0) = 1,2\text{ keV}$, $n(a) = 0,3 \times 10^{19}\text{ m}^{-3}$ e $\gamma_{T_e} = 2$.

Os resultados apresentados nesta seção foram publicados [82].

Devido ao acoplamento dos modos poloidais M e $M+1$ o espectro de frequências de Alfvén apresenta descontinuidades. No intervalo de frequências correspondente à descontinuidade do espectro existe a possibilidade de ocorrência de modos de Alfvén induzidos por toroidicidade (TAEs) [43, 44]. A figura 5.9 mostra esses intervalos (regiões hachuradas) para os 3 casos de perfis de fator de segurança considerados na figura 5.8.

Figura 5.9: Frequências do contínuo de Alfvén em função do raio normalizado, considerando o acoplamento dos modos poloidais com $M = 2$ e $M + 1 = 3$, para os 3 perfis de fator de segurança mostrados na figura 5.8 no tokamak TEXTOR. O intervalo de frequências em que existe a possibilidade de ocorrência de modos de Alfvén toroidais está destacado com a hachura.

Sendo o modelo cilíndrico considerado neste trabalho, efeitos como o acoplamento de modos poloidais e a possibilidade de existência de modos de Alfvén toroidais não são considerados e por esse motivo o intervalo de frequências, $f < 150 \text{ kHz} < f_{TAE}$, foi considerado.

Ainda assim, outro efeito do acoplamento poloidal de modos é desprezado neste trabalho. Por exemplo, para uma frequência $f = 100 \text{ kHz} < f_{TAE}$, as curvas do contínuo mostradas na figura 5.9 seriam intersectadas em 3 pontos alterando os resultados referentes ao modo poloidal principal [42]. Em função disso, os resultados poderiam apresentar diferenças quanto às amplitudes e às regiões de excitação dos modos em análise caso esse efeito fosse considerado [42]. Estas observações também são válidas para os resultados obtidos com frequências $f < 30 \text{ kHz}$.

Modos de Alfvén Globais (GAEs) de Baixa Frequência

A análise realizada na seção 4.5 indica a possibilidade de ocorrência de modos de Alfvén globais (GAEs) caso a desigualdade 4.58 seja satisfeita. Os perfis de fator de segurança com $q(0) = 1,02$ e $\gamma = 2,92$, $q(0) = 1,05$ e $\gamma = 2,8$ e $q(0) = 1,08$ e $\gamma = 2,7$, foram escolhidos de maneira a satisfazer essa desigualdade quando os parâmetros do tokamak TEXTOR, indicados no início desta seção, são considerados.

Para essas condições, os gráficos da resistência de antena em função da frequência para os modos, $M = 2; N = -2$ e $M = -2; N = 2$, mostrados nas figuras 5.10 a) e 5.10 b) apresentam pares de picos característicos das ressonâncias de tais modos [39, 40].

Figura 5.10: Resistência de antena em função da frequência no tokamak TEXTOR para os modos $M = 2; N = -2$ e $M = -2; N = 2$ com $q(0) = 1,02, 1,05, 1,08$.

Na figura 5.11 são mostradas a parte real do campo elétrico radial e a absorção para a frequência do primeiro pico da figura 5.10 no caso em que $q(0) = 1,05$ para os modos $M = 2; N = -2$ e $M = -2; N = 2$.

Figura 5.11: Parte real do campo elétrico e absorção para os modos $M = 2; N = -2$ e $M = -2; N = 2$ em função do raio normalizado para a frequência do primeiro pico da figura 5.10 com $q(0) = 1.05$.

Ondas de Alfvén de Deriva Rápidas

Para os casos de fator de segurança com cisalhamento negativo ou quase nulo no centro do plasma a resistência de antena apresenta caráter oscilatório com amplitude crescente dos máximos à medida que a frequência aumenta. Esse comportamento é mostrado na figura 5.12. O contínuo para estes casos é mostrado na figura 5.13.

Figura 5.12: Tokamak TEXTOR com fator de segurança com cisalhamento negativo (—) e com cisalhamento quase nulo (---) para o modo $M = 2; N = -1$.

O primeiro máximo da resistência de antena ocorre em frequências próximas e maiores que a do contínuo em $r = 0$ e o último máximo ocorre em $f \approx 150$ kHz.

Figura 5.13: Frequência específica elétrons, f_{se}^* , e contínuo de Alfvén em função do raio normalizado, para o tokamak TEXTOR com fator de segurança com cisalhamento negativo (—) e com cisalhamento quase nulo (- · - · -) para o modo $M = 2; N = -1$.

As características do campo elétrico e da absorção para as frequências correspondentes aos máximos/mínimos da resistência de antena podem ser vistas nas figuras 5.14-5.16 para o caso de cisalhamento quase nulo da figura 5.12.

No caso da frequência de 37,66 kHz, correspondente a um máximo da resistência de antena, ocorre elevada absorção no contínuo conforme se observa na figura 5.14 a). Já no caso da frequência de 40,45 kHz, correspondente a um mínimo, tal absorção no contínuo é insignificante quando comparada à do máximo.

Figura 5.14: a) Absorção e b) parte real do campo elétrico em função do raio normalizado para o modo $M = 2; N = -1$ em um dos mínimos, 40,45 kHz ($\cdots$), e em um dos máximos, 37,66 kHz (—), da resistência de antena no caso de fator de segurança com cisalhamento quase nulo.

O comportamento da resistência de antena e da absorção correspondente às figuras 5.12-5.14 está de acordo com o discutido na seção 4.5.

Na figura 5.15 são mostradas as partes real e imaginária do campo elétrico radial para um mínimo, figura 5.15 a), e um máximo, figura 5.15 b), da resistência de antenna da figura 5.12.

Figura 5.15: Partes real e imaginária do campo elétrico radial em função do raio normalizado para o modo $M = 2; N = -1$ para um mínimo a) e para um máximo b) da resistência de antenna na figura 5.12 no caso de fator de segurança com cisalhamento quase nulo.

As características do campo elétrico radial em função da frequência em que ocorre o máximo da resistência de antena, para os cinco últimos máximos, no caso com fator de segurança com cisalhamento quase nulo, são mostradas na figura 5.16. Podem ser notadas 2 regiões distintas. Na primeira com raio normalizado $r/a \lesssim 0,6$ em que predominam modos com comprimentos de onda maior, amplitudes menores e fraco amortecimento em comparação com o que ocorre para $r/a \gtrsim 0,6$. Na região com $r/a \lesssim 0,6$ o último máximo, correspondente à frequência $f = 146$ kHz, apresenta a estrutura de 1º modo radial com 2 nós, o penúltimo máximo, correspondente à frequência $f = 81,5$ kHz, apresenta a estrutura de 2º modo radial com 3 nós, e assim por diante.

Figura 5.16: Parte real do campo elétrico radial para os cinco últimos máximos da resistência antena em função do raio normalizado no caso com fator de segurança com cisalhamento quase nulo.

Na figura 5.17 é destacado o raio normalizado em que as ondas de Alfvén quase eletrostáticas lentas (SQAW) e as ondas de Alfvén de deriva rápidas (FAW) satisfazem as condições para conversão de modos. Na região com raio maior que o de conversão ocorrem as ondas de Alfvén quase eletrostáticas lentas que satisfazem a relação de dispersão 2.26 e na região com raio menor ocorrem as ondas de Alfvén de deriva rápidas que satisfazem a relação de dispersão 2.25. O número de onda radial é mostrado na figura 5.17 b) no caso de fator de segurança com cisalhamento quase nulo, com frequência de 37.66 kHz, correspondente a um máximo da resistência de antena e ao 5º modo radial da figura 5.16.

Figura 5.17: a) Frequências específica de deriva de elétrons e do contínuo para o caso de fator de segurança com cisalhamento quase nulo, b) número de onda radial, k_r , para as ondas de Alfvén quase eletrostáticas lentas (SQAW) e para as ondas de Alfvén de deriva rápidas (FAW), c) absorção e d) partes real e imaginária do campo elétrico em função do raio normalizado para o modo $M = 2; N = -1$, em um dos máximos, 37,66 kHz, da resistência de antena na figura 5.12.

5.3.4 Simulações com Frequências $f < 150 \text{ kHz}$ para o Tokamak TCABR

Para o tokamak TCABR podem ser obtidos resultados análogos aos da seção anterior do tokamak TEXTOR. Para evitar repetição de resultados realizaremos para o tokamak TCABR uma análise diferente, qual seja, a dependência das ressonâncias dos modos de Alfvén globais com a densidade de partículas e com a rotação de plasma mostrados nas figuras 5.18 e 5.19.

A resistência de antena apresenta picos correspondentes às ressonâncias dos modos de Alfvén globais, figuras 5.18 a) e b), cujas frequências e intensidades dependem do perfil de densidade de partículas. Nas figuras 5.18 c) e d) são mostrados os gráficos da absorção e da parte real do campo elétrico radial para a frequência correspondente ao pico da resistência de antena com $n(0) = 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

Figura 5.18: a) b) Resistência de antena em função da frequência no tokamak TCABR para os modos $M = -1; N = 1$ e $M = 1; N = -1$ com $n(0) = 3, 2, 25, 1, 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. c) d) Absorção e parte real do campo elétrico radial para os modos $M = -1; N = 1$ e $M = 1; N = -1$ em função do raio normalizado para a frequência correspondente ao pico de R com $n(0) = 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

As freqüências correspondentes aos picos da resistência de antena mostrados na figura 5.18 a) e b) são afetadas pela rotação de plasma. Esse efeito é mostrado na figura 5.19 a) e b) para $n(0) = 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ e 3 velocidades centrais de rotação de plasma para o tokamak TCABR. Esse efeito também ocorre se considerarmos os parâmetros do tokamak TEXTOR no caso de modos de Alfvén globais.

Figura 5.19: a) b) Resistência de antena em função da freqüência no tokamak TCABR para os modos $M = -1$; $N = 1$ e $M = 1$; $N = -1$ com $U_0 = -10, 0, 10 \times 10^6 \text{ cm/s}$.

5.3.5 Campos Magnéticos no Tokamak TEXTOR

Na seção 3 foram apresentadas algumas seções de Poincaré representativas de seções poloidais do tokamak TEXTOR. Para a geração das mesmas foram utilizados os campos magnéticos no vácuo, isto é, sem considerar a reação do plasma nem a existência da parede da câmara do tokamak.

A seguir são apresentadas algumas simulações em que são comparados os campos magnéticos perturbativos no vácuo com os no plasma, para o tokamak TEXTOR com os modos $M = 12; N = -4$ e $M = -12; N = 4$, considerando os parâmetros utilizados para gerar a figura 3.4 com $I_{DED} = 13kA$ ($q(a) = 3,3$, $q(0) = 1,0$, $I_p \approx 352$ kA, $B_0 = 1,9$ T). Além disso, para calcular os campos magnéticos perturbativos no plasma foi considerado que $T(a) = 0,03$ keV, $n(a) = 0,02$ cm⁻³ e os demais parâmetros são os da tabela 5.1.

Na figura 5.20 são mostrados os gráficos de resistência de antena em função da frequência referentes a essa situação. Os gráficos apresentam as mesmas características daqueles que foram analisados em seções anteriores.

Figura 5.20: Resistência de antena em função da frequência para o tokamak TEXTOR com os modos $M = 12; N = -4$ e $M = -12; N = 4$.

Na figura 5.21 são mostrados os gráficos referentes as campos magnéticos perturbativos no tokamak TEXTOR. As frequências utilizadas correspondem às dos pontos (1) a (3) indicados na figura 5.20.

Comparando os campos magnéticos para o modo $M = -12; N = 4$, figuras 5.21 c) e d), nota-se que a componente radial, b_r , com plasma é bastante atenuada em comparação ao caso no vácuo na região da superfície magnética racional com $q = 3$ e a componente poloidal, b_θ , é amplificada/reduzida conforme o raio é maior/menor que o da superfície racional. Nota-se ainda que os campos praticamente independem da frequência.

Figura 5.21: Comparação dos campos magnéticos perturbativos do tokamak TEXTOR no vácuo e no plasma:

a) Campo magnético radial e b) Campo magnético poloidal para o modo $M = 12; N = -4$;
c) Campo magnético radial e d) Campo magnético poloidal para o modo $M = -12; N = 4$.

No caso do modo $M = 12; N = -4$, figuras 5.21 a) e b), nota-se que as componentes do campo magnético no plasma apresentam uma dependência radial bastante complexa na região da superfície magnética racional com $q = 3$ dependendo fortemente da frequência considerada.

Na figura 5.22 são comparados os campos magnéticos perturbativos do tokamak TEXTOR para o modo $M = 12; N = -4$ nos casos no plasma com/sem deriva diamagnética e vácuo permitindo concluir que a estrutura mostrada nas figuras 5.21 a) e b) é devida principalmente à deriva diamagnética.

Figura 5.22: Comparação dos campos magnéticos perturbativos do tokamak TEXTOR no plasma com deriva diamagnética, no plasma sem deriva diamagnética e no vácuo, para o modo $M = 12$; $N = -4$.

As diferenças entre os campos magnéticos perturbativos no plasma e no vácuo podem ser bastante acentuadas dependendo dos modos e das frequências consideradas. Nas seções de Poincaré, figura 3.4, nota-se uma diferença bastante significativa quando a corrente do desviador ergódico é aproximadamente quadruplicada. Nas figuras 5.21 e 5.22 nota-se que a componente radial do campo magnético no plasma pode variar bem mais que 4 vezes em comparação com o campo no vácuo. A largura das ilhas magnéticas é proporcional à raiz quadrada desse campo e dessa maneira espera-se que a estrutura magnética induzida seja bastante afetada pelo plasma. Se efeitos toroidais forem considerados a atenuação dos campos magnéticos no plasma é ainda mais acentuada [83].

Estes resultados parecem indicar que as conclusões na referência [67], de que os campos magnéticos no vácuo são suficientes para entender e explicar os resultados experimentais obtidos, não seriam corretas se os experimentos tivessem sido realizados com campos magnéticos de frequências $f \neq 0$.

Capítulo 6

Conclusões

Considerando um plasma cilíndrico de dois fluidos calculamos as componentes do tensor dielétrico considerando a rotação de plasma paralela às linhas de campo magnético de equilíbrio e a deriva diamagnética. As consequências da consideração desses efeitos no tensor dielétrico sobre os campos eletromagnéticos de baixa frequência ($f < 150$ kHz) induzidos no plasma por limitadores/desviadores ergódicos foram estudadas numericamente. Estudamos duas bandas de frequências devido às diferenças na fenomenologia das mesmas. A primeira com frequências $f < 30$ kHz referente à instabilidade de Alfvén de deriva de elétrons e a segunda com $30 \lesssim f < 150$ kHz referente às ondas de Alfvén de deriva rápidas.

Para frequências $f < 30$ kHz e perfis de fator de segurança com crescimento monótono concluímos que:

- Existe a possibilidade de ocorrer a instabilidade de Alfvén de deriva de elétrons para frequências coincidentes com a específica de elétrons ($f = f_{se}^*$);
- A resistência de antena apresenta comportamento distinto dependente do sinal dos modos poloidal/toroidal considerados. Para os modos com $M < 0; N > 0$ a resistência de antena cresce de forma monótona com a frequência. Para os modos com $M > 0; N < 0$ apresenta valores negativos para frequências próximas ou menores que a específica de elétrons mínima ($f \lesssim \min[f_{se}^*]$);
- A absorção apresenta valores negativos para frequências $f \lesssim \min[f_{se}^*]$ e à medida que a frequência aumenta a absorção torna-se parcialmente positiva dependendo de a frequência ser maior ou menor que a específica de elétrons;
- Na região próxima ao raio da superfície magnética racional com $q = 3$, os efeitos da deriva diamagnética sobre a absorção e os campos eletromagnéticos são bastante afetados pela absorção no contínuo.

Para frequências $f < 30$ kHz e perfis de fator de segurança não monótono, apresentando um mínimo entre o centro e a borda do plasma, concluímos que:

- Para frequências inferiores à mínima do contínuo, a instabilidade de Alfvén de deriva de elétrons é atenuada à medida que a frequência aumenta.

Com relação às conclusões anteriores os resultados para os tokamaks TCABR e TEXTOR são similares e a rotação de plasma, com velocidade $U_0 = \pm 10^6$ cm/s paralela às linhas de campo magnético de equilíbrio, não apresenta efeitos significativos quando considerada juntamente com a deriva diamagnética.

Para o tokamak TEXTOR e frequências $30 \lesssim f < 150$ kHz concluímos que:

- Para $k_b \gg k_{\parallel}$ e perfis de fator de segurança com crescimento monótono existe a possibilidade de excitação de modos de Alfvén globais e de ondas de Alfvén de deriva rápidas dependendo das frequências consideradas serem menores ou maiores que a do mínimo do contínuo de Alfvén e do sinal de dg/dr ;
- Satisfeitas as condições do item anterior os modos de Alfvén globais podem ser excitados tanto para $M < 0; N > 0$ quanto para $M > 0; N < 0$;
- Para os perfis de fator de segurança não monótono a resistência de antena é positiva e apresenta caráter oscilatório com amplitudes crescentes com a frequência. O caráter oscilatório é devido ao “casamento” da fase das ondas de Alfvén de deriva rápidas com as ondas de Alfvén quase eletrostáticas lentas (SQAW) com alta absorção no contínuo originando os máximos da resistência de antena.

Para os tokamaks TEXTOR e TCABR e frequências $30 \lesssim f < 150$ kHz concluímos que:

- A determinação experimental da frequência de ressonância dos modos de Alfvén globais pode ser utilizada como diagnóstico pois depende fortemente dos parâmetros de equilíbrio, como por exemplo, $q(0)$ e $n(0)$ em plasmas com $-(M/N) \lesssim q(0)$.
- A rotação de plasma, com velocidade $U_0 = \pm 10^6$ cm/s paralela às linhas de campo magnético de equilíbrio, altera os picos correspondentes às frequências dos modos de Alfvén globais.

Com relação aos campos magnéticos perturbativos no plasma concluímos que as intensidades e dependência radial dos mesmos dependem fortemente do sinal dos modos poloidal/toroidal e da frequência, diferindo significativamente dos campos magnéticos no vácuo.

Bibliografia

- [1] Wesson, J. 2004 *Tokamaks* (Clarendon Press, Oxford)
- [2] Ongena, J., Van Oost, G. 2006 *Trans. Fusion Sci. Technol.*, **49** 3
- [3] Stangeby, P.C. 2000 *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices* (IOP Publishing Ltd, Bristol and Philadelphia)
- [4] Kadomtsev, B.B. 1992 *Tokamak Plasma: A Complex Physical System* (IOP Publishing Ltd, Bristol and Philadelphia)
- [5] Samm, U. and TEXTOR-94 Team 1999 *Plasma Phys. Control. Fusion*, **41** B57
- [6] Ghendrih, P., et al 1996 *Plasma Phys. Control. Fusion* **38** 1653
- [7] Ohyabu, N., et al 1984 *J. Nucl. Mater.* **121** 363
- [8] Finken, K.H. and Wolf, G.H. 1997 *Fusion Eng. Design* **37** 337
- [9] Wagner, F., et al 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 1408
- [10] Wagner, F., et al 1984 *J. Nucl. Mater.* **121** 103
- [11] Burrell, K.H. 1997 *Phys. Plasmas*, **4** 1499
- [12] Levinton, F.M., et al 1995 *Phys. Rev. Lett.*, **75** 4417
- [13] Keilhacker, M., et al 1999 *Nuc. Fusion*, **39** 209
- [14] Luce, T., et al 2003 *Nuc. Fusion*, **43** 321
- [15] Shoji, T., et al 1992 *J. Nucl. Mater.* **196-198** 296
- [16] Finken, K.H., et al 2007 *Phys. Rev. Lett.*, **98** 065001
- [17] Nascimento, I.C., et al 2005 *Nucl. Fusion* **45** 796
- [18] Wagner, F. 2007 *Plasma Phys. Control. Fusion* **49** B1
- [19] Schirmer, J., et al 2006 *Nuc. Fusion*, **46** S780

- [20] Leonard, A.W., et al 1991 *Nucl. Fusion* **31** 1511
- [21] Unterberg, B., Samm, U. 2006 *Trans. Fusion Sci. Technol.*, **49** 415
- [22] Litvak, A.G. (ed) 1992 *High-Frequency Plasma Heating* (American Institute of Physics, New York)
- [23] Elfmov, A.G., Petrzilka, V. and Tataronis, J.A. 1994 *Phys. Plasmas*, **1** 2882
- [24] Alfvén, H. 1942 *Nature*, **150** 405
- [25] Freidberg, J.P. 1987 *Ideal magnetohydrodynamics* (Plenum Press, New York)
- [26] Cross, R.C. 1988 *An Introduction to Alfvén Waves* (Adam Hilger, Bristol and Philadelphia)
- [27] Vaclavik, J. and Appert, K. 1991 *Nuc. Fusion*, **31** 1945
- [28] Chang, Y.C. 1997 *Special Relativity and its Experimental Foundations* (World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong)
- [29] Allen, T.K., et al 1959 *Phys. Rev. Lett.*, **2** 383
- [30] Alexandrov, A.F., Bogdankevich, L.S. and Rukhadze, A.A. 1984 *Principles of Plasma Electrodynamics*, (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo)
- [31] Sharapov, S.E., et al 2002 *Phys. Plasmas*, **9** 2027
- [32] de Chambrier, A., et al 1982 *Plasma Phys.* **24** 893
- [33] Collins, G.A., et al 1986 *Phys. Fluids*, **29** 2260
- [34] Evans, T.E., et al 1984 *Phys. Rev. Lett.*, **53** 1743
- [35] Descamps, P., et al 1991 *Plasma Phys. Control. Fusion* **33** 1109
- [36] Miljak, D.G. and Cross, R. C. 1996 *Plasma Phys. Control. Fusion* **38** 207
- [37] Collins, G.A., et al 1987 *Plasma Phys. Control. Fusion* **29** 323
- [38] Descamps, P., et al 1990 *Phys. Lett.*, **143A** 311
- [39] Ross, D.W., Chen, G.L. and Mahajan, S.M. 1982 *Phys. Fluids*, **25** 652
- [40] Appert, K., et al 1982 *Plasma Physics*, **24** 1147
- [41] Mahajan, S.M, Ross, D.W. and Chen, G.L. 1983 *Phys. Fluids*, **26** 2195
- [42] Riyopoulos, S. and Mahajan, S. 1986 *Phys. Fluids*, **29** 731
- [43] Fu, G.Y and Van Dam, J.W. 1989 *Phys. Fluids B*, **1** 2404

- [44] Berk, H.L et al 1992 *Phys. Fluids B*, **4** 1806
- [45] Fasoli, A., et al 1995 *Phys. Rev. Lett.*, **75** 645
- [46] Mahajan, S.M 1995 *Physica Scripta*, **T60** 160
- [47] Pires, C.J.A. 2003 *Dissertação de Mestrado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [48] Saettone Olschewski, E.A. 2004 *Tese de Doutorado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [49] Pires, C.J.A. et al 2005 *Plasma Phys. Control. Fusion* **47** 1609
- [50] Heller, M.V.A.P. et al 2007 *J. Plasma Physics* **73** 295
- [51] Abdullaev, S.S., Finken, K.H. and Spatschek, K.H. 1999 *Phys. Plasmas*, **6** 153
- [52] Karger, F., et al 1974 *Proc. 5th IAEA Int. Conf. Contr. Nucl. Fus. Res. (Tokyo)* **1** 207
- [53] Karger, F., Lackner 1977 *Physics Letters* **61 A** 385
- [54] Feneberg, W. 1977 *Proc. 8th EPS Eur. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics (Prague)* **1** 4
- [55] Grosman, A. 1999 *Plasma Phys. Control. Fusion* **41** A185
- [56] Breton, C., et al 1991 *Nucl. Fusion* **31** 1774
- [57] McCool, S.C., et al 1989 *Nucl. Fusion* **29** 547
- [58] Schüller, F.C. and Finken, K.H. (ed) 2004 *Nuc. Fusion*, **44** S1-S118 (special issue on Stochasticity in Fusion Edge Plasmas)
- [59] Finken, K.H. (ed) 2006 *Nuc. Fusion*, **46** S107-S192 (special section on Stochasticity in Fusion Plasmas)
- [60] Finken, K.H. (ed) 2008 *Nuc. Fusion*, **48** 024001-024018 (special issue on Stochasticity in Fusion Plasmas)
- [61] Evans, S.C., et al 2006 *Nature* **2** 419
- [62] Evans, S.C., et al 2008 *Nuc. Fusion*, **48** 024002
- [63] Kucinski, M.Y. 1992 *Plasma Phys. Control. Fusion* **34** 513
- [64] Abdullaev, S.S. et al 2003 *Nuc. Fusion*, **43** 299
- [65] Finken, K.H. et al 2004 *Plasma Phys. Control. Fusion* **46** B143

- [66] Wolf, R.C. et al 2005 *Nuc. Fusion*, **45** 1700
- [67] Jakubowski, M.W., et al 2006 *Phys. Rev. Lett.*, **96** 035004
- [68] Spitzer Jr, L. *Physics of Fully Ionized Gases* 1956 (Interscience Publishers, New York)
- [69] Braginskii, S.I. 1965 *Reviews of Plasma Physics*, vol. 1, ed. Leontovich, M.A. (Consultants Bureau, New York), p. 205
- [70] Rondán Sanabria, E.R. et al 2006 *Nuc. Fusion*, **46** S154
- [71] Rondán Sanabria, E.R. 2006 *Tese de Doutorado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [72] Rondán Sanabria, E.R. et al 2004 *Brazilian J. Physics*, **34** 1677
- [73] Elfimov, A.G., et al 1995 *Brazilian J. Physics*, **25** 224
- [74] Amarante Segundo, G.S. 2000 *Tese de Doutorado*, Universidade de São Paulo - IFUSP
- [75] Tsypin, V.S., Elfimov, A.G., Galvão, R.M.O 2007 *Phys. Plasmas*, **14** 014503
- [76] Mikhailovskii, A.B. 1967 *Reviews of Plasma Physics*, vol. 3, ed. Leontovich, M.A. (Consultants Bureau, New York), p.159
- [77] Elfimov, A.G. 1984 *Sov. J. Plasma Physics*, **10** 405
- [78] Hasegawa, A. and Chen, L. 1976 *Phys. Fluids*, **19** 1924
- [79] Elfimov, A.G., Tataronis, J.A. and Hershkowitz, N. 1994 *Phys. Plasmas*, **1** 2637
- [80] Heyn, M.F. et al 2006 *Nuc. Fusion*, **46** S159
- [81] Kikuchi, Y., et al 2006 *Contrib. Plasma Phys.* **46** 539
- [82] Elfimov, A.G., Pires, C.J.A. and Galvão, R.M.O. 2007 *Phys. Plasmas* **14** 104506
- [83] Pankratov, I.M. Omelchenko, A.Ya and Olshansky, V.V. 2006 *Nuc. Fusion*, **46** S170

Apêndice A

Tensor Dielétrico com Deriva Diamagnética

Utilizando a metodologia apresentada em [73, 74] e considerando as mesmas condições da seção 4.2 com relação ao plasma e ao campo magnético de equilíbrio, podemos afirmar que a única “direção especial” é a do campo magnético. Qualquer direção perpendicular a essa é localmente equivalente e as propriedades do meio não devem depender da mesma. Dessa maneira pode-se adotar um sistema de coordenadas cilíndricas magnéticas no espaço de velocidades $(v_{\perp}, \tau, v_{\parallel})$ sendo $v_{\perp}$ o módulo da velocidade perpendicular às superfícies magnéticas, $v_{\parallel}$ o módulo da velocidade paralela ao campo magnético de equilíbrio e τ é um ângulo definido de maneira que a velocidade radial seja $v_r = v_{\perp} \cos \tau$. Nesse sistema de coordenadas a função densidade de partículas perturbada, $\tilde{f}(v_{\perp}, \tau, v_{\parallel})$, pode ser representada pela série de Fourier

$$\tilde{f} = \left(f_0(v_{\perp}, v_{\parallel}) + \sum_{l=1}^{\infty} f_{r,l}(v_{\perp}, v_{\parallel}) \cos(l\tau) + f_{b,l}(v_{\perp}, v_{\parallel}) \sin(l\tau) \right) \exp(i\Phi) , \quad (\text{A.1})$$

$$\Phi \equiv M\theta + \frac{Nz}{R_0} - \omega t . \quad (\text{A.2})$$

A função de distribuição total, F , considerando a de equilíbrio e a de perturbação é [73, 74]

$$F = F_M + F_b \sin \tau + \tilde{f} , \quad (\text{A.3})$$

com

$$F_M \equiv \frac{n_0}{(2\pi v_T^2)^{3/2}} \exp \left(-\frac{v_{\perp}^2 + (v_{\parallel} - v_0)^2}{2v_T^2} \right) , \quad F_b \equiv \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \frac{\partial F_M}{\partial r} , \quad (\text{A.4})$$

sendo n_0 a densidade de partículas, v_T a velocidade térmica, v_0 a velocidade paralela definida na seção anterior e ω_c a frequência angular de ciclotron.

Considerando-se

$$\tilde{f} \approx (f_0 + f_r \cos \tau + f_b \sin \tau) \exp(i\Phi) \quad (\text{A.5})$$

e substituindo a equação A.3 na 4.2 sem a parcela colisional, resulta o sistema de equações para f_0, f_r, f_b

$$\begin{aligned} & i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) f_0 - \frac{v_{\perp}}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r f_r)}{\partial r} + i k_b f_b \right) = \\ &= \frac{q}{m} E_b \left[\frac{1}{2 v_{\perp}} \frac{\partial (v_{\perp} F_b)}{\partial v_{\perp}} - \frac{1}{2} \left(\frac{2 v_{\parallel}}{v_{\perp}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{v_T^2} \right) \frac{k_{\parallel}}{\omega} F_b \right] + \\ &+ \frac{q}{m} E_{\parallel} \left[\frac{\partial F_M}{\partial v_{\parallel}} + \frac{1}{2} \left(\frac{2 v_{\parallel}}{v_{\perp}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{v_T^2} \right) \frac{k_b}{\omega} F_b \right], \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} & i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) f_r - \frac{v_{\perp}}{r} \frac{\partial (r f_0)}{\partial r} + \omega_c f_b = \\ &= \frac{q}{m} E_r \left[\frac{\partial F_M}{\partial v_{\perp}} + \frac{k_{\parallel}}{\omega} \frac{v_0 v_{\perp}}{v_T^2} F_M + \frac{k_b}{\omega} F_b \right] + \\ &+ i \frac{q}{m} \frac{1}{\omega} \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_b)}{\partial r} F_b + \\ &+ \frac{q}{m} \left[i \frac{v_0 v_{\perp}}{v_T^2} \frac{F_M}{\omega} \frac{\partial E_{\parallel}}{\partial r} + E_{\parallel} \frac{\partial F_b}{\partial v_{\parallel}} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} & i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) f_b - i k_b v_{\perp} f_0 - \omega_c f_r = \\ &= \frac{q}{m} E_b \left[\frac{\partial F_M}{\partial v_{\perp}} + \frac{v_0 v_{\perp}}{v_T^2} \frac{k_{\parallel}}{\omega} F_M \right] + \\ &+ \frac{q}{m} E_{\parallel} \left[\frac{\partial F_b}{\partial v_{\parallel}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{v_T^2} \frac{k_b}{\omega} F_M \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Definindo

$$\omega_{d0\parallel} \equiv \omega - k_{\parallel} v_0, \quad (\text{A.9})$$

$$\omega_{d\parallel\nu} \equiv \omega - k_{\parallel} v_{\parallel}, \quad (\text{A.10})$$

$$\Omega^2 \equiv \omega_c^2 - \omega_{d\parallel\nu}^2 \quad (\text{A.11})$$

e resolvendo o sistema de equações A.6-A.8 para f_0, f_r, f_b , resultam

$$f_0 = -i \frac{1}{\omega_{d\parallel\nu}} \frac{q}{m} E_{\parallel} \left[\frac{\partial F_M}{\partial v_{\parallel}} + \frac{1}{2} \left(\frac{2v_{\parallel}}{v_{\perp}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{v_T^2} \right) \frac{k_b}{\omega} F_b \right], \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} f_r = & i E_r \frac{q}{m} \frac{\omega_{d\parallel\nu}}{\Omega^2} \left[-\frac{\omega_{d0\parallel}}{\omega} \frac{v_{\perp}}{v_T^2} F_M + \frac{k_b}{\omega} F_b + \frac{1}{\omega_{d\parallel\nu}^2} \frac{k_b^2 v_{\perp}^3}{2v_T^2} F_M \right] - \\ & - E_b \frac{q}{m} \frac{\omega_c}{\Omega^2} \left[-\frac{\omega_{d0\parallel}}{\omega} \frac{v_{\perp}}{v_T^2} F_M + \frac{k_b v_{\perp}}{\omega_{d\parallel\nu}} \left(\frac{1}{2v_{\perp}} \frac{\partial (v_{\perp} F_b)}{\partial v_{\perp}} - \left(\frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{2v_T^2} \right) \frac{k_{\parallel}}{\omega} F_b \right) \right] - \\ & - \frac{q}{m} \left[\frac{\omega_{d\parallel\nu}}{\Omega^2} \frac{F_b}{\omega} + \frac{1}{\omega_{d\parallel\nu}} \frac{k_b v_{\perp}^3}{2v_T^2} F_M \right] \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_b)}{\partial r} - E_b \frac{q}{m} \frac{1}{\omega_{d\parallel\nu}} \frac{k_b v_{\perp}^3}{2v_T^2} \frac{\partial F_M}{\partial r}, \quad (\text{A.13}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_b = & E_r \frac{q}{m} \frac{\omega_c}{\Omega^2} \left[-\frac{\omega_{d0\parallel}}{\omega} \frac{v_{\perp}}{v_T^2} F_M + \frac{k_b}{\omega} F_b \right] + \frac{q}{m} \frac{1}{\Omega^2} \frac{v_{\perp}^3}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_b E_r F_M}{\omega_{d\parallel\nu} v_T^2} \right) + \\ & + i E_b \frac{q}{m} \frac{\omega_{d\parallel\nu}}{\Omega^2} \left[-\frac{\omega_{d0\parallel}}{\omega} \frac{v_{\perp}}{v_T^2} F_M + \frac{k_b v_{\perp}}{\omega_{d\parallel\nu}} \left(\frac{1}{2v_{\perp}} \frac{\partial (v_{\perp} F_b)}{\partial v_{\perp}} - \left(\frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{2v_T^2} \right) \frac{k_{\parallel}}{\omega} F_b \right) \right] - \\ & + i \frac{q}{m} \frac{1}{\Omega^2} \left[-\frac{v_{\perp}^3}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\omega_{d\parallel\nu}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r E_b F_M}{v_T^2} \right) \right) \right] + \frac{\omega_c}{\omega} \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_b)}{\partial r} F_b \right]. \quad (\text{A.14}) \end{aligned}$$

As componentes da densidade de corrente perturbada

$$\mathbf{J} = q \int \mathbf{v} \tilde{f}(v_{\perp}, \tau, v_{\parallel}) v_{\perp} dv_{\perp} d\tau dv_{\parallel}, \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{J} = \exp(i\Phi) q\pi \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(v_{\perp}^2 f_r \mathbf{e}_r + v_{\perp}^2 f_b \mathbf{e}_{\perp} + 2 v_{\perp} v_{\parallel} f_0 \mathbf{e}_{\parallel} \right) dv_{\perp} dv_{\parallel} \quad (\text{A.16})$$

podem agora ser calculadas utilizando as equações A.12-A.14.

Obtenção de $\epsilon_{\parallel}$:

A componente paralela do tensor dielétrico é obtida a partir da densidade de corrente perturbada

$$J_{\parallel} = 2\pi q \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_{\perp} v_{\parallel} f_0 dv_{\perp} dv_{\parallel} , \quad (\text{A.17})$$

$$J_{\parallel} = -iE_{\parallel} \frac{2\pi q^2}{m} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_{\perp} v_{\parallel}}{\omega_{d\parallel\nu}} \left[\frac{\partial F_M}{\partial v_{\parallel}} + \left(\frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{2v_T^2} \right) \frac{k_b}{\omega} F_b \right] dv_{\perp} dv_{\parallel} , \quad (\text{A.18})$$

Definindo

$$\begin{aligned} I_{\parallel} &\equiv \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_{\perp} v_{\parallel}}{\omega_{d\parallel\nu}} \left[\frac{\partial F_M}{\partial v_{\parallel}} + \left(\frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} - \frac{v_0 v_{\perp}}{2v_T^2} \right) \frac{k_b}{\omega} F_b \right] dv_{\perp} dv_{\parallel} = \\ &= \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_{\perp} v_{\parallel}}{\omega_{d\parallel\nu}} \left[\frac{v_0 - v_{\parallel}}{2v_T^2} F_M + \left(v_{\parallel} - \frac{v_0 v_{\perp}^2}{2v_T^2} \right) \frac{k_b}{\omega \omega_c} \frac{\partial F_M}{\partial r} \right] dv_{\perp} dv_{\parallel} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_{\parallel}}{\omega_{d\parallel\nu}} \left[(v_0 - v_{\parallel}) F_{M\parallel} + \right. \\ &\quad \left. + \left(v_{\parallel} \frac{\partial (v_T^2 F_{M\parallel})}{\partial r} - \frac{v_0}{2v_T^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} (2v_T^2)^2 F_{M\parallel} \right) \right) \frac{k_b}{\omega \omega_c} \right] dv_{\parallel} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_{\parallel}}{\omega_{d\parallel\nu}} \left[- (v_{\parallel} - v_0) F_{M\parallel} + (v_{\parallel} - v_0) \frac{\partial (v_T^2 F_{M\parallel})}{\partial r} \frac{k_b}{\omega \omega_c} \right] dv_{\parallel} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_{\parallel} (v_{\parallel} - v_0)}{\omega_{d\parallel\nu}} \left[-A_{F_M} + \frac{\partial (A_{F_M} v_T^2)}{\partial r} \frac{k_b}{\omega \omega_c} \right] \exp \left(-\frac{(v_{\parallel} - v_0)^2}{2v_T^2} \right) dv_{\parallel} , \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

sendo

$$F_{M\parallel} \equiv A_{F_M} \exp \left(-\frac{(v_{\parallel} - v_0)^2}{2v_T^2} \right) , \quad A_{F_M} \equiv \frac{n_0}{(2\pi v_T^2)^{3/2}} . \quad (\text{A.20})$$

Definindo

$$w_{\parallel} \equiv \frac{v_{\parallel}}{v_T} , \quad w_0 \equiv \frac{v_0}{v_T} , \quad \varpi \equiv \frac{\omega}{k_{\parallel} v_T} , \quad (\text{A.21})$$

$$[] \equiv \left[-A_{F_M} + \frac{\partial (A_{F_M} v_T^2)}{\partial r} \frac{k_b}{\omega \omega_c} \right] , \quad (\text{A.22})$$

resulta

$$I_{\parallel} = \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} [] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_{\parallel} (w_{\parallel} - w_0)}{\varpi - w_{\parallel}} \exp \left(-\frac{(w_{\parallel} - w_0)^2}{2} \right) dw_{\parallel} . \quad (\text{A.23})$$

Fazendo a mudança de variável $y = w_{\parallel} - w_0$, resulta

$$\begin{aligned}
I_{\parallel} &= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(y+w_0) \exp(-y^2/2)}{\varpi - (y+w_0)} dy \right. \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(y+w_0)}{(\varpi - w_0 - y)(\varpi - w_0 + y)} \exp(-y^2/2) dy \right. \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y^2 \varpi + y^3 + y w_0 (\varpi - w_0)}{(\varpi - w_0)^2 - y^2} \exp(-y^2/2) dy \right. \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y^2 \varpi \exp(-y^2/2)}{(\varpi - w_0 - y)(\varpi - w_0 + y)} dy \right], \tag{A.24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{\parallel} &= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y^2 \varpi \exp(-y^2/2)}{(\varpi - w_0 - y)(\varpi - w_0 + y)} dy \right. \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\frac{\varpi}{2(\varpi - w_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{y^2}{\varpi - w_0 - y} - \frac{y^2}{-\varpi + w_0 - y} \right] \exp(-y^2/2) dy \right. \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\frac{\varpi}{2(\varpi - w_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left[\frac{(\varpi - w_0)^2}{\varpi - w_0 - y} - (\varpi - w_0) - y \right] - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left[\frac{(-\varpi + w_0)^2}{-\varpi + w_0 - y} - (-\varpi + w_0) - y \right] \right\} \exp(-y^2/2) dy \right], \tag{A.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{\parallel} &= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\frac{\varpi}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{(\varpi - w_0)}{\varpi - w_0 - y} - 1 \right] + \left[\frac{(-\varpi + w_0)}{-\varpi + w_0 - y} - 1 \right] \exp(-y^2/2) dy + \right. \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\frac{\varpi}{2} \left[-2\sqrt{2\pi} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (\varpi - w_0) \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\varpi - w_0 - y} - \frac{1}{-\varpi + w_0 - y} \right) \exp(-y^2/2) dy \right] \right], \tag{A.26}
\end{aligned}$$

As integrais podem ser resolvidas utilizando a prescrição de Landau

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2)}{y - \alpha} dy = i\pi \exp(-\alpha^2) + \text{P} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2)}{y - \alpha} dy \right\}, \tag{A.27}$$

sendo que $\text{P} \{ \dots \}$ significa que se deve considerar o valor principal da integral e as representações dos denominadores dos integrandos em série de potências

$$\begin{aligned}
\frac{1}{y - (\varpi - w_0)} &= \frac{-1}{(\varpi - w_0)} \left(1 - \frac{y}{\varpi - w_0} \right)^{-1} = \\
&= \frac{-1}{(\varpi - w_0)} \left[1 + \frac{y}{\varpi - w_0} + \left(\frac{y}{\varpi - w_0} \right)^2 + \dots \right] \tag{A.28}
\end{aligned}$$

pois $\omega/(k_{\parallel} v_T) \gg 1$ e $y/(\varpi - w_0) \ll 1$, resultando

$$\begin{aligned}
I_{\parallel} &= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\right] \frac{\varpi}{2} \left[-2\sqrt{2\pi} + \left(\sqrt{2\pi} + \frac{\sqrt{2\pi}}{(\varpi - w_0)^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(\sqrt{2\pi} + \frac{\sqrt{2\pi}}{(-\varpi + w_0)^2} \right) \right] = \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\right] \varpi \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \left[\frac{1}{(\varpi - w_0)^2} + \frac{1}{(-\varpi + w_0)^2} \right] = \\
&= \frac{v_T^2}{k_{\parallel}} \left[\right] \frac{\sqrt{2\pi} \varpi}{(\varpi - w_0)^2}, \tag{A.29}
\end{aligned}$$

Substituindo o resultado anterior na equação A.18, resulta

$$J_{\parallel} = -iE_{\parallel} \frac{q^2 n_0}{m} \frac{\omega}{(\omega - k_{\parallel} v_0)^2} \left[-1 + \frac{\omega^*}{\omega} \right], \tag{A.30}$$

e finalmente

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{(\omega - \omega^*)}{(\omega - k_{\parallel} v_0)^2}, \tag{A.31}$$

sendo

$$\omega^* \equiv \frac{k_b}{n_0 \omega_c} \frac{d(n_0 v_T^2)}{dr} \tag{A.32}$$

a frequência angular de deriva diamagnética.

Obtenção de ϵ_{rr} :

A componente radial do tensor dielétrico é obtida a partir da densidade de corrente perturbada

$$J_r = iE_r \frac{\pi q^2}{m} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty v_\perp^2 \frac{\omega_{d\parallel\nu}}{\Omega^2} \left[-\frac{\omega_{d0\parallel}}{\omega} \frac{v_\perp}{v_T^2} F_M + \frac{k_b v_\perp}{\omega \omega_c} \frac{\partial F_M}{\partial r} \right] dv_\perp dv_\parallel \quad (\text{A.33})$$

mas

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{d\parallel\nu}}{\Omega^2} &= \frac{\omega - k_\parallel v_\parallel}{\omega_c^2 - (\omega - k_\parallel v_\parallel)^2} = \\ &= \frac{\omega - k_\parallel v_\parallel}{[\omega_c - (\omega - k_\parallel v_\parallel)][\omega_c + (\omega - k_\parallel v_\parallel)]} = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{-1}{\omega_c + (\omega - k_\parallel v_\parallel)} + \frac{1}{\omega_c - (\omega - k_\parallel v_\parallel)} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{-1}{\omega_c + \omega} \left(1 - \frac{k_\parallel v_\parallel}{\omega_c + \omega} \right)^{-1} + \frac{1}{\omega_c - \omega} \left(1 - \frac{k_\parallel v_\parallel}{\omega_c - \omega} \right)^{-1} \right] \quad (\text{A.34}) \end{aligned}$$

Utilizando esta relação para representar $\omega_{d\parallel\nu}/\Omega^2$ em série de potências, utilizando a prescrição de Landau e procedendo da mesma maneira que na obtenção de $\epsilon_\parallel$, resulta

$$J_r = -iE_r \frac{q^2 n_0}{m} \frac{1}{\omega} \frac{(\omega - k_\parallel v_0)(\omega - k_\parallel v_0 - \omega^*)}{\omega_c^2 - (\omega - k_\parallel v_0)^2}, \quad (\text{A.35})$$

$$\epsilon_{rr} = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{(\omega - k_\parallel v_0)(\omega - k_\parallel v_0 - \omega^*)}{\omega_c^2 - (\omega - k_\parallel v_0)^2}. \quad (\text{A.36})$$

As demais componentes do tensor dielétrico podem ser obtidas de modo análogo ao utilizado para obter $\epsilon_\parallel$ e ϵ_{rr} .

Apêndice B

Dados de Entrada e Fluxograma do Programa Cilíndrico

A tabela de dados de entrada do programa cilíndrico é mostrada nas figuras B.1-B.2. Consta dos parâmetros do tokamak, da antena (limitador/desviador) e do plasma. Somente os parâmetros destacados em negrito nessa tabela foram utilizados neste trabalho e o fluxograma mostrado na figura B.3 refere-se somente às possibilidades relacionadas a esses parâmetros.

O programa cilíndrico consta de uma rotina principal denominada *cylindrical* e das diversas sub-rotinas que aparecem no fluxograma. Inicialmente a tabela de dados de entrada é “lida” pela sub-rotina *read_indat* e em seguida, na sub-rotina *phd*, é feita a discretização radial e são calculados os perfis de equilíbrio em cada ponto da discretização. A sub-rotina *tensor(nvak)* calcula as componentes do tensor dielétrico em cada ponto da discretização radial e o parâmetro, *nvak*, determina se os campos eletromagnéticos serão calculados no vácuo ou considerando a existência do plasma. A sub-rotina *anten* possui as informações sobre a geometria da antena (limitador/desviador). As sub-rotinas *kber*, *inver*, *erfz* e *field* calculam as componentes do campo eletromagnético e a sub-rotina *heat* calcula a densidade de potência absorvida e a impedância de antena.

As modificações realizadas no programa foram as seguintes:

- Introdução da equação da densidade de corrente 3.3 na sub-rotina *anten*;
- Introdução das equações dos perfis radiais de equilíbrio 5.1-5.8 na sub-rotina *phd*;
- Introdução das equações das componentes do tensor dielétrico 4.31-4.34 na sub-rotina *tensor(nvak)*.

0	nvak	0=plasma; 1=vacuo;	1
46.	aplas	raio do plasma (cm)	2
53.0	bant	raio da antena (cm)	3
60.0	cwall	raio da parede (cm)	4
175.	al	raio maior (cm)	5
2.5	al1	coordenada do primeiro limite da antena (cm)	6
22.5	al2	coordenada do segundo limite da antena (cm)	7
1.5	del	espessura da antena (cm)	8
1.5	alfa	$\vec{r}^a \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{r}^a \cdot \vec{a} \cdot \vec{r}^a \cdot \vec{a} \cdot \vec{r}^a \cdot \vec{a} \cdot \vec{r}^a$	9
0.3	rn00	densidade central do plasma (10^{14} cm^{-3})	10
2.2	hz	campo magnetico (T) - B0	11
2	nc	Numero de especies do plasma (p, e, outros ions)	12
1.	pr(1)	porcao? de primeira especie	13
1.	pr(2)	porcao? de segunda especie (eletrons)	14
0.	pr(3)	porcao? de terceira especie	15
2.	ap(1)	massa primeira especie em rel a massa do proton	16
0.000548	ap(2)	massa segunda especie em rel a massa do proton	17
1.	ap(3)	massa terceira especie em rel a massa do proton	18
1.	zp(1)	carga da primeira especie	19
-1.	zp(2)	carga da segunda especie	20
1.	zp(3)	carga da terceira especie	21
1001	nx	total de pontos da rede de discretizacao radial	22
280	np1	$\vec{a}(r) \cdot \vec{S} \cdot \vec{a}$ $\vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a}$	23
290	np2	$\vec{a} \cdot \vec{S}$	24
0	np3		25
0	nse	0=rede homogenea; 1=rede não homogenea	26
0.005	rol	$\vec{e} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a}$	27
1	nbig	modo toroidal minimo	28
1	nfin	modo toroidal maximo	29
1	nste	passo do modo toroidal	30
-3	mbig	modo poloidal minimo	31
-3	mfin	modo poloidal maximo	32
1	mste	passo do modo poloidal	33
18.e-6	sumj	densidade de corrente da antena (MA/cm)	34
0.0	rnu	frequencia de colisoes relativa (nuei/omega)	35
0.0	zout	z - coordenada de saida (cm)	36
0.0	tet	theta - coordenada de saida (graus)	37
0.004	omg	frequencia (MHz)	38
0	imp	1=apenas a curva de impedancia; 0= E,B,...	39
0.00005	ombig	frequencia inicial (MHz)	40
0.01	omfin	frequencia final (MHz)	41
0.000025	domg	passo da frequencia (MHz)	42
1.5	t00	temperatura central dos eletrons te(0) (keV)	43
0.06	t11	temperatura dos eletrons na borda te(a) (keV)	44
1	nj00	tipo de tensor (1, 2, 3)	45
4.	arn	perfil exponencial	46
20.	dza	$\vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a} \cdot \vec{a}$ ("à" iant=2, $\vec{a} \cdot \vec{a}$)	47
3	iant	antena: 1,2-frame; 3-helicoidal; 10-limitador	48
0.0	denbi	$\vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a}$ ($10^{14} \text{ á} \rightarrow 3$) m=0,m=1,m=2	49
0.0	denfi	$\vec{a}(r) \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a}$ ($10^{14} \text{ á} \rightarrow 3$)	50
0.0	denst	$\vec{e} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a} \cdot \vec{S} \cdot \vec{a}$ ($10^{14} \text{ á} \rightarrow 3$)	51
0	iden	0-impedancia vs frequencia; 1-vs densidade	52
0	ihot	0-MHD; 1-cinetico (modelo de plasma)	53
1	imag	1-tokamak	54
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Figura B.1: Tabela de dados de entrada do programa cilíndrico (continua na página seguinte).

.	.	.	.
.	.	.	.
0	imod	0-[E,H] output; 1- E , H , arg{E,H}; 2-...	55
0	icyl	0-tokamak; 1-espelho	56
1.8	gat	expoente perfil temperatura	57
1.	gan	expoente do perfil de densidade	58
0.01	rn11	densidade na borda	59
3.5	q(a)	q na borda	60
2.5	alcu	expoente do perfil densidade de corrente	61
0	nexp	1- perfil exponencial	62
53.5	ral	→iè"(c) à ¢"ää â¥ë	63
59.5	ra2	;(r)"iè"(c) à ¢"ää â¥ë	64
10.0	alfan	ã£(r)" →¥ ¢ã ç áâi- " â¥ë ¢ £à ¢ää ¢	65
3	nplim	numero de pares de segmentos retos do limitador	66
0.	vzpl0	velocidade do plasma (10**6 cm/s)	67
0.	rnupor	fator de colisoes en	68
1.0	sinht0	sinal do campo poloidal (-1.0 -> Jz oposto Bz)	69
1.	expvz	expoente do perfil de velocidade do plasma	70
1.0	fatkpar	kpar -> 1.0 kz -> 0.0	71
0.9	ti00	temperatura central dos ions te(0) keV	72
0.	rnn11	densidade part neutras na borda (10**14 cm-3)	73
0.	beta	beta da densidade de corrente	74
0.	betan	beta da densidade de plasma	75
0.	betav	beta da velocidade de plasma	76
0.	betate	beta da temperatura de eletrons	77
0.	betati	beta da temperatura de ions	78
1.	fatdrift	1. -> com deriva diamag 0. -> sem	79
3	model	1 ->sem gv 2 -> nao corrig 3 -> corrig	80

imod=1, to abs(e),abs(h),phase e,ph.h			
imod=2, to e,h,.....all			

Figura B.2: Continuação da tabela de dados de entrada do programa cilíndrico da página anterior.

Figura B.3: Fluxograma do programa cilíndrico