Universidade de São Paulo

Instituto de Física

FÍSICA ALÉM DO MODELO PADRÃO EM TEORIAS COM DIMENSÕES EXTRAS

Priscila Massetto de Aquino

Dissertação apresentada ao Instituto de Física para a obtenção do título de Mestre em Ciências

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Burdman

Comissão Examinadora:

Prof. Gustavo Burdman (IF/USP)

Prof. Rogério Rosenfeld (IFT/UNESP)

Prof. Adriano Antonio Natale (IFT/UNESP)

São Paulo
2007

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Aquino, Priscila Massetto de.

Física além do modelo padrão em teorias com
dimensões extras. São Paulo, 2007.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física. Departamento de Física matemática

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Burdman

Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Física de partículas;
2. Física teórica;
3. Física de alta energia;

USP/IF/SBI-028/2007

à minha família

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Prof. Gustavo Burdman, pela orientação muito atenciosa e sempre presente desde o começo do desenvolvimento deste trabalho. Também pelas valiosas discussões e por ter sempre acreditado em mim como pesquisadora. A ele meus sinceros agradecimentos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudos concedida, e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo auxílio através do projeto temático.

Ao meus pais, Gisela e Nelson por todo amor e carinho em todos os momentos de minha vida. Também pelo apoio total dado desde o momento de escolha na profissão de física. Aos meus irmãos Lígia e Guilherme pela paciência e boa vontade principalmente durante a etapa de conclusão deste trabalho. Aos meus avós Darly e Waldyr por todo carinho suporte oferecidos ao longo de todos estes anos. À Simone, Laura, Lúcia, Geogia, Henrique, Maria Júlia e Beatriz pela amizade e auxílio constantes.

A todos os meus amigos que me ajudaram durante o desenvolvimento deste trabalho, em especial ao Rodrigo Amorim e Lucas Viani por estarem ao meu lado para aulas, almoços e cafês durante todo o mestrado.

E muito obrigada Maurício pela amizade e companheirismo oferecidos durante todo o desenvolvimento do mestrado, e pelo amor, carinho e alegria que me proporciona a cada dia.

Física além do Modelo Padrão em Teorias com Dimensões Extras

Resumo

O objetivo desta dissertação é estudar teorias que utilizam dimensões extras para explicar os problemas que surgem no Modelo Padrão quando a energia atinge valores muito altos chegando à ordem TeV . Trabalhamos especificamente com modelos com mais de 4 dimensões, onde as dimensões extras são espaciais e compactificadas com o procedimento $S_1/\mathbb{Z}_2$.

Sabemos que o Modelo Padrão é consistente com todos os dados experimentais que medimos até hoje, mas existem muitas razões para esperarmos nova física na escala TeV . Iniciamos o trabalho apresentando os aspectos mais importantes do Modelo Padrão. Seguimos especificando alguns problemas que surgem no Modelo Padrão no limite para altas energias que resultaram na motivação para a criação de Teorias Além do Modelo Padrão. Explicitamos alguns de seus problemas, mas entramos em detalhes no estudo de dois principais: o *Problema da Hierarquia* e o *Problema de Massa dos Férmions*.

Em seguida, definimos os três tipos de teorias que utilizam dimensões extras para solucionar o *Problema da Hierarquia* e as apresentamos na ordem em que foram idealizadas. As duas primeiras, denominadas “*Large Extra Dimensions*” (LED) e “*Universal Extra Dimensions*” (UED) utilizam uma métrica plana do espaço-tempo total e são diferentes na definição da propagação dos campos em determinadas dimensões. A “*Warped Extra Dimensions*” (WED) utiliza uma métrica curva do espaço-tempo 5-dimensional e soluciona o *Problema da Hierarquia* de maneira diferenciada.

Para finalizar definimos especificamente uma teoria WED e calculamos sua correspondência em uma teoria 4-dimensional. Através desta teoria efetiva, estudamos sua fenomenologia no Large Hadron Collider (LHC) e mostramos como ela se relaciona com a origem dos sabores fermiônicos. Como consequência, mostramos que o *Problema de Massa dos Férmions* é naturalmente solucionado, e propomos um sinal experimental para testar este aspecto da teoria no LHC.

Physics Beyond Standard Model in Theories with Extra Dimensions

Abstract

The goal of this dissertation is to study theories that use extra dimensions to solve the problems that appear in the Standard Model at energies of the order 1 TeV. Specifically, we worked with models with more than 4 dimensions, where the spatial dimensions are compactified in an $S_1/\mathbb{Z}_2$ orbifold.

The Standard Model agrees to a great degree with the experimental data we have today but there are several reasons to expect new physics at the TeV scale. We start presenting the most important aspects of the Standard Model. We then specify some of the problems that appear at high energies (higher than the weak scale) and that are the motivation to consider theories beyond the Standard Model. We focus on two such problems: the hierarchy problem and the origin of the fermion masses.

We present three types of theories using extra dimensions to address the hierarchy problem. The first two, Large Extra Dimensions (LED) and Universal Extra Dimensions (UED) use a flat metric and only differ on the fields that are allowed to propagate in the extra dimensions. Warped Extra Dimensions (WED) use a curved metric to solve the hierarchy problem in a unique way.

Within a WED setup, we study the resulting four-dimensional effective theory. This theories naturally explain the hierarchy of fermion masses. Within this effective theory, we study the phenomenology at the LHC as it relates to the origin of flavor. In particular, we propose a signal that can test this important aspect of the theory.

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
1 Introdução	1
2 O Modelo Padrão	3
2.1 Teorias de gauge e suas simetrias	3
2.1.1 O princípio da invariância de gauge	4
2.1.2 A quebra espontânea de simetria	7
2.1.2.1 Os bósons de Goldstone	8
2.1.3 O mecanismo de Higgs	10
2.2 O Modelo Eletrofraco	13
2.2.1 A Lagrangeana para as interações eletrofracas	13
2.2.2 A quebra espontânea da simetria	15
2.2.3 As partículas da teoria	16
2.2.4 Conclusões e previsões do modelo	17

2.3	Interações fortes e a QCD	19
2.3.1	Incluindo os Hádrons	20
2.3.1.1	Introduzindo os quarks na lagrangeana	20
2.3.1.2	Quarks massivos	22
2.4	A lagrangeana do Modelo Padrão	24
2.4.1	Bósons de gauge + Escalares	24
2.4.2	Léptons + Yukawa	25
2.4.3	Quarks + Yukawa	26
2.4.4	Concluindo: as partículas do Modelo Padrão	27
3	A Física Além do Modelo Padrão	31
3.1	O Problema da Hierarquia	31
3.2	A geração de massa para os férmions	39
3.2.1	Os termos de massa fermiônicos	40
3.2.2	A hierarquia fermiônica	41
3.3	Outros problemas	43
3.3.1	A constante cosmológica	43
3.3.2	Discrepância matéria / anti-matéria	45
3.3.3	A violação de CP nas interações fortes	46
3.3.4	Matéria Escura	47
3.4	Conclusões	48

4	Dimensões Extras	49
4.1	O surgimento da idéia	50
4.2	Large Extra Dimensions	52
4.3	Universal Extra Dimensions (UED)	58
4.3.1	Propagação dos bósons de gauge e férmions nas dimensões extras	60
4.3.2	Os campos fermiônicos e sua quiralidade	62
4.3.3	Conclusões	64
4.4	Warped Extra Dimensions	65
4.4.1	Resolvendo o Problema da Hierarquia	65
4.4.2	A propagação 5D dos campos	70
4.4.3	A redução dimensional e suas conseqüências	72
4.4.3.1	Campos escalares no bulk	72
4.4.3.2	Bósons de Gauge no bulk	76
4.4.3.3	Férmions no bulk	81
4.5	Conclusões	89
5	Violação de Sabores em WED no LHC	91
5.1	Definindo a teoria	91
5.2	Acoplamentos 5-dimensionais	92
5.2.1	O acoplamento dos férmions com o Higgs	93
5.2.2	O acoplamento dos bósons de gauge com os férmions	97
5.3	Uma teoria de sabor	99
5.4	Detectando a teoria no LHC	102
5.4.1	Interações que conservam o sabor	102
5.4.2	Interações que violam sabor	107
5.5	Conclusões	113

6	Conclusões e Perspectivas	117
----------	----------------------------------	------------

Lista de Figuras

2.1	<i>Potencial efetivo $V(\phi)$ para a lagrangeana mostrada em (2.5) com $\mu^2 > 0$ em (a) e $\mu^2 < 0$ em (b).</i>	8
2.2	<i>Termos de interação entre os bósons de gauge $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0.</i>	25
2.3	<i>Termos de interação do bóson de Higgs com os bósons $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0.</i>	26
2.4	<i>Termos de interação entre léptons e os bósons de gauge $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0.</i>	27
2.5	<i>Termos de interação entre os quarks e os bósons de gauge $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0.</i>	27
3.1	<i>Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$.</i>	34
3.2	<i>As ondas parciais devem estar dentro círculo unitário para que a condição seja satisfeita</i>	35
3.3	<i>Correção radioativa para a massa do Higgs considerando a amplitude de interação com o quark top.</i>	38
3.4	<i>Esquema do Problema da Hierarquia</i>	39
4.1	<i>A torre de Kaluza-Klein formada por campos escalares, como nos mostra a equação (4.12).</i>	59
4.2	<i>Exemplos de diagramas (a) proibido e (b) permitido pela conservação do número de Kaluza-Klein.</i>	60
4.3	<i>As duas torres de Kaluza-Klein: (a) Férmions com modo zero de mão esquerda, (b) Férmions com modo zero de mão direita.</i>	64

4.4	<i>Esquema da “decomposição” de um mundo 5D: em cada lugar da coordenada da dimensão extra temos um mundo 4D minkowskiano como este que enxergamos.</i>	65
4.5	<i>Gráfico do comportamento da função $\mathcal{X}_n(y)$. Para plotarmos este gráfico utilizamos uma nova variável $t \equiv e^{\sigma - k\pi R}$ que é o eixo horizontal. Neste caso, t evolui de 0 a 1 que equivalem respectivamente às branas de Planck e TeV.</i>	80
4.6	<i>Plotes para as funções (a) $F_0^R(y)$ e (b) $F_0^L(y)$ (que são as funções $f_0^{L,R}$ com os fatores da métrica e do vierbein já inclusos) com respectivos valores dados ao parâmetro c_R e c_L.</i>	85
4.7	<i>Gráficos de $f_1^L(t)$ e $f_1^R(t)$ (dubletos) para diferentes valores do parâmetro c.</i>	88
4.8	<i>Gráficos de $f_1^L(t)$ e $f_1^R(t)$ (singletos) para diferentes valores do parâmetro c.</i>	89
5.1	<i>Diagrama exemplificando o acoplamento entre o primeiro modo excitado de um glúon com o modo zero de dois quarks, ou seja, dois quarks existentes no Modelo padrão.</i>	99
5.2	<i>Diagrama de Feynman representando a interação $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ via todos os modos de Kaluza-Klein do glúon.</i>	100
5.3	<i>Gráfico da variação do acoplamento em função do parâmetro c dos férmions. Dependendo da massa fermiônica no bulk o acoplamento com o primeiro modo do glúon pode ser maior ou menor.</i>	103
5.4	<i>Gráfico da seção de choque diferencial pela massa invariante do processo em questão para o Modelo Padrão (curva inferior) e para a Teoria de Dimensões Extras Curvas que está sendo considerada. Foi utilizado $M_G \simeq 2 \text{ TeV}$.</i>	106
5.5	<i>O acoplamento que no Modelo Padrão só existia com dois sabores iguais de quarks, na teoria com dimensões extras pode ocorrer entre quarks de sabores diferentes.</i>	108
5.6	<i>Diagramas de Feynman dos backgrounds $W^\pm t \bar{t}$ e $W^\pm j \bar{j}$.</i>	110
5.7	<i>Diagramas de Feynman dos backgrounds $W^\pm b \bar{b}$, $W^{*\pm}$ e $W - \text{gluon fusion}$.</i>	111

5.8	<i>Gráfico da seção de choque diferencial pela massa invariante do processo em questão . Foram obtidas três curvas diferentes para os sinais considerando $M_G \simeq 2\text{ TeV}$, $M_G \simeq 3\text{ TeV}$ e $M_G \simeq 4\text{ TeV}$. Veja que é possível identificarmos o sinal para $M_G \leq 3\text{ TeV}$, a partir deste valor da massa do glúon o sinal se confunde com o background.</i>	114
-----	---	-----

Lista de Tabelas

2.1	<i>Contagem do número de graus de liberdade da teoria antes e depois da quebra espontânea da simetria.</i>	12
2.2	<i>Contagem do número de graus de liberdade da teoria antes e depois da quebra espontânea da simetria com o gauge escolhido em (2.14).</i>	12
2.3	<i>Massas das principais partículas do Modelo Padrão obtidas experimentalmente</i>	19
2.4	<i>Números quânticos (isospin e hipercarga) para os léptons e quarks do Modelo Padrão.</i>	20
2.5	<i>Números quânticos dos férmions do Modelo Padrão, com $Q = T_3 + Y/2$. . .</i>	28
3.1	<i>Massas observadas dos léptons e quarks em MeV.</i>	42
4.1	<i>Para determinados valores de m_* e n obtemos um valor para R. Quando $n = 1$, $R = \frac{m_{plank}^2}{m_*^3}$; para $n = 2$, $R = \frac{m_{plank}}{m_*}$; e para $n = 3$, $R = \left(\frac{m_{plank}^2}{m_*^5}\right)^{1/3}$</i>	55
5.1	<i>Cortes adicionais utilizados para a redução do background.</i>	112
5.2	<i>Seções de choque obtidas para os sinais e backgrounds a partir de processos com $M_G = 1 \text{ TeV}$ e $U_R^{tq} = 1$. O sinal está representado em vermelho, e os backgrounds possuem sua determinada equação entre parênteses.</i>	112
5.3	<i>Seções de choque dos sinais e background obtidos para $M_G = 2 \text{ TeV}$ e $U_R^{tq} = 1$. Novamente o sinal está enfatizado em vermelho, e os backgrounds possuem sua equação determinada em parênteses.</i>	113

5.4	<i>Alcance em U_R^{tq} (com 5σ) para valores da luminosidade possíveis no LHC.</i>	115
-----	---	-----

Capítulo 1

Introdução

A Física de Partículas se encontra em um momento crítico na expectativa de grandes mudanças. O Modelo Padrão é uma teoria extremamente bem sucedida quando comparado aos dados experimentais que temos hoje. Ele tem sido confirmado ao longo do tempo e conseguiu passar por diversas provas, desde a descoberta das correntes neutras nos anos 70, a descoberta dos bósons de gauge W e Z que intermediam as interações eletrofracas nos anos 80, até os testes de grande precisão ($< 1\%$) considerando valores de energia tão altos quanto pudemos medir tanto no Tevatron quanto no CERN. Contudo, existem muitos indícios que sugerem a existência de física além do Modelo Padrão. O primeiro indício que podemos citar é o problema da hierarquia de escalas. No Modelo Padrão, a escala eletrofraca é instável sob correções radiativas. Esta instabilidade se manifesta, por exemplo, no fato da massa do bóson de Higgs receber correções radiativas que divergem quadraticamente com a energia. Portanto, se o Modelo Padrão fosse válido até a escala de Planck, o valor natural da massa do Higgs seria $M_{planck} = 10^{19} GeV$. O problema é que o bóson de Higgs é a partícula que unitariza a teoria, o que faz necessário que sua massa seja menor que aproximadamente $1 TeV$. Assim, se o valor natural da massa do Higgs é M_{planck} , o valor natural da escala eletrofraca também deveria ser este valor e não 10^{17} vezes menor. Além deste problema existem muitos outros que começam a aparecer quando energias razoavelmente altas são atingidas.

De forma notável, o problema da hierarquia sugere fortemente a presença de nova física na escala de aproximadamente $1TeV$. O *Large Hadron Collider* (LHC) é um novo acelerador de partículas que está sendo construído no CERN, na Suíça, e deve

explorar com grande alcance esta escala de energia. Está planejado para começar a rodar em 2007, obtendo os primeiros dados físicos em 2008 e possui potencial para revolucionar a física de partículas em poucos anos.

Como consequência, teorias que solucionam os problemas do Modelo Padrão e requerem nova física na escala TeV vem sido propostas ao longo dos últimos anos. Um exemplo disto são as teorias que utilizam dimensões extras espaciais compactas para resolver o problema da hierarquia. Estes tipos de teorias se dividem em três principais vertentes: as Teorias com Dimensões Extras Grandes (ou “*Large Extra Dimensions*”, LED), as Teorias com Dimensões Extras Universais (ou “*Universal Extra Dimensions*”, UED) e as Teorias com Dimensões Extras Curvas (ou “*Warped Extra Dimensions*”, WED). As duas primeiras possuem um espaço-tempo total com métrica plana, e a última um espaço-tempo com métrica curvada.

Neste trabalho tivemos a preocupação inicial de entendermos o funcionamento do Modelo Padrão e de seus problemas para que passássemos ao estudo destas novas teorias. Assim, o capítulo 2 se concentra em enfatizar os aspectos mais importantes do Modelo Padrão. Neste capítulo explicitamos todas as partículas previstas, assim como suas interações.

No capítulo 3 entraremos nos problemas do Modelo Padrão. Nele explicamos detalhadamente o problema da hierarquia mencionado a pouco, e o problema da massa dos férmions, além de citarmos alguns outros para que o leitor esteja ciente de suas existências.

As Teorias com Dimensões Extras são introduzidas no capítulo 4 para solucionar alguns dos problemas do Modelo Padrão descritos no capítulo anterior. Neste capítulo cada vertente da teoria e sua forma de solucionar o *Problema da Hierarquia* é explicada com detalhes, e a Teoria de Dimensões Extras Curvas é escolhida para ser a base do nosso trabalho.

No capítulo subsequente finalizamos propondo uma teoria 5-dimensional com métrica curva que poderá ser testada no LHC. Fizemos uma análise detalhada de como ela poderá ser testada através do estudo de sinais e *backgrounds* que devem ser esperados pelo LHC para validar a teoria que solucionaria não só o *Problema da Hierarquia* mas também o *Problema de Massa dos Férmions*.

Capítulo 2

O Modelo Padrão

"The more success the quantum theory has, the sillier it looks" (Albert Einstein)

O Modelo Padrão da física de partículas é uma teoria que descreve as três forças fundamentais (forte, fraca, eletromagnética) e suas interações. É uma teoria quântica de campos desenvolvida na década de 70, e tenta explicar a dinâmica do universo em que vivemos através da matéria e das forças que agem sobre ela.

No Modelo Padrão a matéria fundamental fermiônica são os quarks e os léptons, que possuem spin $1/2$ e seguem a estatística de Fermi-Dirac. Os quarks ainda sofrem interações fortes devido à sua cor, mas os léptons sofrem apenas interações eletrofracas. Um quadro geral que mostra a matéria fermiônica pode ser visto em (2.4) e especifica seus respectivos números quânticos.

2.1 Teorias de gauge e suas simetrias

As simetrias sempre ocuparam lugares de destaque na física. Com o desenvolvimento da física de partículas não foi diferente.

O teorema de Noether nos diz que se uma ação é invariante sobre determinadas transformações de um grupo, então deve existir uma ou mais quantidades que são conservadas associadas a estas transformações. Com isto, o teorema de Noether

mostra que leis de conservação são conseqüências das simetrias de um determinado modelo.

A Eletrodinâmica Quântica, ou QED (“Quantum Electrodynamics”) é um exemplo disto. Nela, o princípio de invariância sob transformações locais de gauge (do grupo $U(1)$) implica na existência dos campos de gauge com determinadas propriedades que conhecemos, como poderemos ver a seguir¹.

2.1.1 O princípio da invariância de gauge

Se considerarmos uma teoria com férmions carregados, a equação de movimento para o campo livre deve ser a equação de Dirac, que pode ser obtida através de sua lagrangeana:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(x)(i \not{\partial} - m)\psi(x) \quad (2.1)$$

Esta lagrangeana é invariante sobre a transformação de fase global $\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi$, o que implica na conservação da corrente de Dirac:

$$\partial_\mu j^\mu = 0$$

onde $j^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$ é a corrente de Dirac.

No entanto, a lagrangeana (2.1) não é invariante sobre a transformação de fase local $\psi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi$ devido aos termos que envolvem as derivadas. Para gerarmos esta invariância, os termos derivativos da lagrangeana devem ser substituídos pela derivada covariante, definida da seguinte forma:

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu \equiv \partial^\mu + iqA^\mu$$

onde q é a carga da partícula, e A^μ é o potencial vetor. A lagrangeana (2.1) fica:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(x)(i \not{D} - m)\psi(x) = \bar{\psi}(x)[i\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu) - m]\psi(x)$$

e é agora invariante sobre as transformações locais

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x) \\ A^\mu(x) &\rightarrow A'^\mu = A^\mu(x) - \frac{1}{q}\partial^\mu\alpha(x). \end{aligned} \quad (2.2)$$

¹Veja [28], [20] e [33] para maiores detalhes.

Note que o termo

$$\mathcal{L}_{int} = -q\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi$$

pode ser identificado como o termo de interação entre os campos do fóton e do lépton.

Como consequência podemos enxergar dois fatos de extrema importância:

1. Ao impormos a invariância local na lagrangeana, observamos a introdução de um novo campo vetorial na teoria: o campo de gauge.
2. Esta simetria especifica a natureza dos termos de interação entre os campos.

A idéia então de Salam e Ward [41] era generalizar este princípio para outras interações, ou seja, gerar os termos de interações fortes, fracas e eletrofracas através de determinadas simetrias impostas no modelo.

É natural pensarmos que a lagrangeana total da teoria tenha um termo cinético, proporcional a derivada do campo e um termo de massa do tipo $A_\mu A^\mu$. Mas neste caso, um termo de massa deste tipo não é invariante sob as transformações locais mostradas em (2.2), o que nos mostra que a massa do fóton deve ser nula. Portanto, dado que o tensor eletromagnético $F_{\mu\nu}$ é invariante sob transformações de gauge (2.2), o termo cinético pode ser dado por:

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.3)$$

onde $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Com isto, a soma de (2.1) com (2.3) descreve a Eletrodinâmica Quântica.

A idéia seguinte, proposta inicialmente por Yang e Mills, foi estender este tipo de teoria para grupos não-abelianos. Suponha que a lagrangeana é agora dada pela soma das equações (2.1) e (2.3):

$$\mathcal{L}_{campos} = \bar{\psi}(x)(i \not{D} - m)\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}.$$

Vamos assumir que um grupo de geradores t_a obedecem à álgebra de Lie [28, 21, 20]:

$$[t_a, t_b] = iC_{abc}t_c$$

e introduzir os campos $\Psi(x)$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}$$

que estão na representação fundamental e se transformam da seguinte forma:

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) \equiv e^{-iT^a \alpha^a(x)} \Psi(x) = U(x) \Psi(x)$$

onde T^a é uma representação conveniente dos geradores t^a .

A derivada covariante neste caso é dada por:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - igT^a A_\mu^a$$

o que implica na invariância de $\mathcal{L}_{campos}$ sobre as transformações de gauge locais. Neste caso:

$$T^a A_\mu^a \rightarrow U \left(T^a A_\mu^a + \frac{1}{g} \partial_\mu \right) U^{-1}$$

ou expandindo U em sua forma infinitesimal ($U \simeq 1 - iT^a \alpha^a(x)$):

$$A_\mu^{a'} = A_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a + C_{abc} \alpha^b A_\mu^c$$

Comparando com a expressão para a QED correspondente (equação (2.2)), vemos explicitamente que o terceiro termo é novo, consequência direta da simetria não-abeliana. Com isto, o tensor $F_{\mu\nu}$

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gC_{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

se transforma como $F_{\mu\nu}^{a'} \rightarrow F_{\mu\nu}^a + C_{abc} \alpha^b F_{\mu\nu}^c$.

Conseqüentemente, o termo cinético da lagrangeana para os bósons de gauge (correspondentes à (2.3) da QED) pode ser escrito como:

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.4)$$

mas o termo de massa ($A_\mu^a A^{a\mu}$) para os bósons de gauge ainda não é invariante, e portanto não descreve uma partícula massiva.

2.1.2 A quebra espontânea de simetria

Vimos que simetrias implicam em leis de conservação. Nestes casos, a lagrangeana e o vácuo (menor estado de energia) da teoria são invariantes, mas pode existir uma situação em que a lagrangeana é invariante sob uma simetria que não deixa o vácuo ser invariante. Se isto ocorre dizemos que a simetria foi quebrada, ou escondida, de forma que podemos definir um outro vácuo, onde ambos são invariantes.

Vamos resolver um exemplo simples, para deixar claro como funciona.

Considere um campo escalar real ϕ , cuja lagrangeana é dada por:

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi) \quad (2.5)$$

onde o potencial efetivo é $V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$ com $\lambda > 0$.

Esta lagrangeana é invariante sobre a transformação de reflexão

$$\phi \rightarrow -\phi, \quad (2.6)$$

no entanto, podemos afirmar o mesmo sobre o vácuo? Ao calcularmos este vácuo, nos deparamos com duas situações distintas, dependendo do sinal do coeficiente μ^2 :

1. Se $\mu^2 > 0$, o potencial é aquele mostrado na figura (2.1a). Neste caso vemos claramente que o vácuo é:

$$\langle \phi \rangle_0 \equiv \langle 0 | \phi | 0 \rangle = 0 \quad (\mu^2 > 0)$$

que é invariante sobre a transformação mostrada em (2.6).

2. Se $\mu^2 < 0$, o mínimo do potencial é aquele visto na figura (2.1b), e pode ser calculado:

$$\langle \phi \rangle_0 = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \equiv \pm v \quad (\mu^2 < 0). \quad (2.7)$$

Note que neste caso o vácuo é degenerado, e portanto sua invariância sobre a transformação (2.6) deve depender da escolha entre $+v$ ou $-v$.

Suponha que escolhemos o estado de vácuo $+v$ para construirmos nossa teoria.

Figura 2.1: *Potencial efetivo $V(\phi)$ para a lagrangeana mostrada em (2.5) com $\mu^2 > 0$ em (a) e $\mu^2 < 0$ em (b).*

Vamos definir campo ξ , para que o estado de vácuo esteja no zero:

$$\xi(x) \equiv \phi(x) - \langle \phi \rangle_0 = \phi(x) - v$$

onde $\langle \xi \rangle_0 = 0$.

Agora, a lagrangeana (2.1) pode ser re-escrita em termos deste novo campo:

$$\mathcal{L}_\xi = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi \xi)(\partial^\mu \xi) - \lambda v^2 \xi^2 - \lambda v \xi^3 - \frac{1}{4} \lambda \xi^4. \quad (2.8)$$

que é a lagrangeana de um campo escalar livre de massa $m_\xi = \sqrt{-2\mu^2}$.

Portanto, a simetria estava escondida, e pudemos encontrá-la redefinindo o campo físico da lagrangeana. Este é um típico exemplo para explicar o conceito da simetria escondida, dentro da chamada *quebra espontânea de simetria*, onde a lagrangeana é invariante sobre determinada operação, no entanto o vácuo não é.

2.1.2.1 Os bósons de Goldstone

Considere agora um sistema formado por campos escalares complexos. A lagrangeana pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}_\phi = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (\lambda > 0). \quad (2.9)$$

²A massa é real e positiva, já que $\mu^2 < 0$.

Esta lagrangeana é invariante sobre transformações de fase globais do grupo de simetria $U(1)$:

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha} \phi(x) \quad (2.10)$$

onde α é independente de x .

Definindo $\rho = \phi^\dagger \phi$, podemos identificar o potencial efetivo de (2.9) como:

$$V(\rho) = \mu^2 \rho + \lambda \rho^2$$

e separar o resultado em dois casos, exatamente como fizemos anteriormente:

1. Se $\mu^2 > 0$, o mínimo do potencial deve estar em $\rho = \phi = 0$, e o vácuo é simétrico sobre estas transformações globais.
2. Se $\mu^2 < 0$, o mínimo deve estar no plano complexo, em um círculo de raio

$$|\phi| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}.$$

Podemos escolher um dos pontos de vácuo possíveis e expandir a lagrangeana em seu entorno, exatamente como fizemos em (2.8). Escolhendo como o vácuo, o ponto de mínimo do potencial no eixo real ($Re(\phi) = \frac{v}{\sqrt{2}}$), podemos redefinir:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + \xi(x) + i\mathcal{X}(x)]$$

e reescrever a lagrangeana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \mathcal{X})^2 - \lambda v^2 \xi^2 - \lambda v \xi(\xi^2 + \mathcal{X}^2) - \frac{1}{4}\lambda(\xi^2 + \mathcal{X}^2)^2 + cte. \quad (2.11)$$

Veja que podemos interpretar (2.11) como uma lagrangeana de uma teoria quântica de dois campos: ξ e $\mathcal{X}$. O campo $\mathcal{X}$ não deve ter massa, pois não existe nenhum termo proporcional a somente $\mathcal{X}^2$. Já com relação à massa de ξ , esta deve ser dada por:

$$m_\xi = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} \quad (\mu^2 < 0)$$

que vem a partir do termo que antecede ao ξ^2 .

Assim, a lagrangeana de uma teoria com um campo escalar complexo pôde ser re-escrita redefinindo este campo em função de outros dois, o que assegurou a invariância sobre as transformações (2.10). Com isto, ϕ poderá ser observado fisicamente através dos campos ξ e $\mathcal{X}$, que devem possuir ao todo o mesmo número de graus de liberdade do próprio ϕ .

O teorema de Goldstone resume esta idéia da seguinte forma: *“Se uma simetria global contínua é espontaneamente quebrada, para cada gerador do grupo quebrado, deve aparecer na teoria uma partícula sem massa.”*

Estas partículas sem massa a que o teorema se refere (relacionadas com o campo $\mathcal{X}(x)$ no exemplo acima) são chamadas de bósons de Goldstone.

2.1.3 O mecanismo de Higgs

O teorema de Goldstone implica na existência de partículas escalares não massivas, e surge a partir de uma teoria invariante sob transformações de gauge globais. O mecanismo de Higgs se baseia nesta idéia dos bósons de Goldstone, e foi elaborada para teorias invariantes sob transformações de gauge locais. Neste, os campos de gauge sem massa devem ser combinados aos bósons de Goldstone, dando origem a campos de gauge massivos. Vamos resolver um exemplo para entendermos como o mecanismo ocorre.

Vamos considerar uma teoria com escalares complexos invariante sobre transformações locais do grupo $U(1)$, como na seção (2.1.1). Neste caso, a lagrangeana é dada por:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.12)$$

onde $\lambda > 0$, ϕ é um campo complexo e:

$$\begin{aligned} D^\mu &= \partial^\mu + iqA^\mu \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \end{aligned}$$

A lagrangeana é invariante sobre transformações de rotação:

$$\begin{aligned} \phi(x) &\rightarrow \phi'(x) = e^{iq\alpha(x)} \phi(x) \\ A_\mu &\rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \alpha(x). \end{aligned}$$

Portanto, dependendo do valor de μ^2 obteremos uma das situações descritas nos exemplos anteriores:

1. Se $\mu^2 > 0$, o mínimo do potencial é único e está em $\phi = \phi^\dagger = 0$. Neste caso, a simetria da lagrangeana é a mesma simetria do estado de menor energia, e a teoria é formada por bósons de gauge não massivos e campos escalares de massa μ .
2. Se $\mu^2 < 0$, o vácuo é degenerado, e o mínimo do potencial deve estar em:

$$|\phi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2}.$$

Escolhendo o seguinte vácuo

$$\langle \phi \rangle_0 = \frac{v}{\sqrt{2}}$$

(com v real e positivo) e expandindo em coordenadas polares,

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta(x)]e^{i\xi(x)/v} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta(x) + i\xi(x) + \dots]. \end{aligned}$$

Substituindo na lagrangeana, exatamente como fizemos em (2.11), temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \frac{1}{2}\eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)(\partial^\mu \xi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \\ &+ \frac{q^2 v^2}{2}A_\mu A^\mu + qvA_\mu \partial^\mu \xi + int. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Desta forma, através da análise dos termos desta lagrangeana podemos re-interpretar esta teoria como uma teoria de três campos: um escalar massivo, de massa $m_\eta = \sqrt{-2\mu^2}$; um escalar sem massa, $m_\xi = 0$; e um bóson de gauge com massa $m_A = qv$. No entanto, o último termo de (2.13) é um tanto inconveniente, já que mistura a partícula relacionada ao campo ξ com o bóson relacionado à A_μ .

Ao contarmos os graus de liberdade da teoria descrita por (2.12) e compararmos com aqueles da teoria descrita por (2.13), chegamos a um pequeno problema. O esperado era que ambas tivessem o mesmo número de graus de liberdade, mas parece que temos um número extra para o segundo caso, como mostra a tabela (2.1).

Lagrangiana Inicial (2.12)		Lagrangiana Final (2.13)	
campo escalar ϕ :	2	campo escalar η :	1
campo vetorial A_μ sem massa:	2	campo escalar ξ :	1
		Campo vetorial A_μ massivo:	3
TOTAL:	4	TOTAL:	5

Tabela 2.1: *Contagem do número de graus de liberdade da teoria antes e depois da quebra espontânea da simetria.*

Na realidade, esta diferença é fruto de uma ilusão e pode ser corrigida por uma escolha conveniente do gauge:

$$\alpha(x) = -\frac{1}{qv}\xi(x) \quad (2.14)$$

Com isto, (2.13) fica:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) + \mu^2\eta^2 + \frac{1}{2}q^2v^2A_\mu A^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.15)$$

e o bóson de Goldstone desta teoria some. Dizemos que ele foi absorvido pelo campo vetorial A_μ para que ele se torne massivo. Contando agora os graus de liberdade da teoria, temos:

Lagrangiana Inicial (2.12)		Lagrangiana Final (2.15)	
campo escalar ϕ :	2	campo escalar η :	1
campo vetorial A_μ sem massa:	2	campo escalar ξ :	0
		Campo vetorial A_μ massivo:	3
TOTAL:	4	TOTAL:	4

Tabela 2.2: *Contagem do número de graus de liberdade da teoria antes e depois da quebra espontânea da simetria com o gauge escolhido em (2.14).*

O campo físico escalar massivo η é chamado de campo de Higgs, e o gauge escolhido em (2.14) é denominado gauge unitário.

Esta mesma análise pode ser estendida para campos não-abelianos, como fizemos na seção (2.1.1). Da mesma forma, os campos de gauge deverão adquirir massa quebrando a simetria do vácuo com a ajuda dos campos escalares. Algumas partes dos campos escalares vão dar lugar à componente longitudinal do campo vetorial B_μ^a para que ela adquira massa. Neste tipo de teoria com muitos bósons de gauge

existentes, é possível que parte deles adquira massa, e isto deve ocorrer através deste mesmo procedimento de quebra espontânea da simetria.

2.2 O Modelo Eletrofraco

O Modelo Eletrofraco de partículas foi sendo montado como um quebra-cabeças, e uma das primeiras peças que o levaram a montagem final foi encaixada por Glashow em 1961 [24]. A sua idéia era utilizar o grupo de gauge $SU(2) \times U(1)$ para incluir as interações fracas e eletromagnéticas, onde

$$Q = T_3 + Y/2 \quad (2.16)$$

relacionando a carga elétrica com o isospin e a hipercarga leptônica. Esta nova teoria deve possuir quatro bósons de gauge: um tripleto associado com os geradores do grupo $SU(2)$ e um singleto associado ao grupo $U(1)$. Os bósons carregados ($W^\pm$) devem ser uma combinação entre dois bósons do tripleto, e os neutros (Z^0 e o fóton) uma combinação dos outros dois bósons restantes. Em 1967, Weinberg e Salam [44, 40] independentemente propuseram que as massas de $W^\pm$ e Z^0 poderiam ser obtidas a partir do mecanismo de Higgs e da quebra espontânea da simetria. Finalmente em 1971, 't Hooft [42, 43] colocou a última peça mostrando que a teoria era renormalizável.

2.2.1 A Lagrangeana para as interações eletrofracas

O grupo de gauge é $SU(2)_L \times U(1)$, requerendo quatro bósons de gauge para a teoria: um tripleto ($b_\mu^1, b_\mu^2, b_\mu^3$) vindo de $SU(2)_L$ e um singleto a_μ de $U(1)$. A lagrangeana para esta teoria pode ser dada por:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{escalar} + \mathcal{L}_{fermion} + \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{esc-fer}$$

com $\mathcal{L}_{escalar}$ sendo a lagrangeana dos campos escalares da teoria, $\mathcal{L}_{fermion}$ a lagrangeana dos campos fermiônicos, $\mathcal{L}_{gauge}$ a lagrangeana dos campos de gauge e $\mathcal{L}_{esc-fer}$ a lagrangeana de interação dos campos escalares com os campos fermiônicos.

A parte de gauge pode ser colocada como em (2.3) e (2.4):

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^j F_j^{\mu\nu} - \frac{1}{4}f_{\mu\nu}f^{\mu\nu} \quad (2.17)$$

onde os tensores $F_{\mu\nu}^j$ (não-abeliano) e $f_{\mu\nu}$ (abeliano) são dados por:

$$f_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu \quad (2.18)$$

$$F_{\mu\nu}^j = \partial_\mu b_\nu^j - \partial_\nu b_\mu^j - g\mathcal{E}_{jkl}b_\mu^k b_\nu^l \quad (2.19)$$

A parte dos férmions da lagrangeana é colocada como:

$$\mathcal{L}_{fermion} = \bar{R}i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig'}{2}a_\mu Y \right) R + \bar{L}i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig'}{2}a_\mu Y + \frac{ig}{2}\tau^j b_\mu^j \right) L \quad (2.20)$$

onde os campos de mão esquerda e mão direita são definidos como:

$$R \equiv e_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e \quad (2.21)$$

$$L \equiv \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Estamos representando os léptons apenas com os neutrinos e os elétrons. As outras famílias devem seguir esta mesma estrutura, e serão adicionadas apenas quando requisitadas. As constantes de acoplamento são g e $\frac{g'}{2}$ associadas respectivamente a hipercarga dos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)$. Observe que em (2.20) os campos de mão esquerda e de mão direita se acoplam diferentemente. Temos um termo extra que é sensível somente aos termos de mão esquerda que será responsável por esta diferença nestes acoplamentos entre campos de mão esquerda e direita.

Os escalares devem ser um dubleto complexo do grupo $SU(2)$

$$\phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

e representados pela lagrangeana a seguir:

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \quad (2.24)$$

com a derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ig'}{2}a_\mu Y + \frac{ig}{2}\tau^j b_\mu^j \quad (2.25)$$

e o potencial

$$V(\phi^\dagger\phi) = \mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (\lambda > 0). \quad (2.26)$$

Para finalizar temos o acoplamento dos frmions com os escalares definido como o *acoplamento de Yukawa*:

$$\mathcal{L}_{fer-esc} = -G_\ell [\bar{R}(\phi^\dagger L) + (\bar{L}\phi)R] \quad (2.27)$$

em que G_ℓ uma constante leptnica independente dos acoplamentos g e $\frac{g'}{2}$.

2.2.2 A quebra espontnea da simetria

Para gerar as massas, precisamos do mecanismo da quebra espontnea da simetria, como explicado na seo (2.1.2). Primeiramente vamos pensar nos escalares. Quebramos espontaneamente a simetria de gauge escolhendo $\mu^2 < 0$ em (2.26). Escolhemos tmm o estado de vcuo sendo:

$$\langle\phi\rangle_0 \equiv \langle 0|\phi|0\rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

com

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (2.28)$$

Ainda temos que os geradores do grupo $SU(2)$ devem ser dados pelas matrizes:

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \tau_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \tau_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

2.2.3 As partículas da teoria

Para investigarmos o espectro da teoria vamos parametrizar ϕ como:

$$\phi(x) = e^{\frac{i\xi(x)\cdot\tau}{2v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \equiv U^{-1}(\xi) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

Escolhendo o gauge unitário, com as seguintes transformações

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \phi' = U(\xi)\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \eta \end{pmatrix} \\ R &\rightarrow R \\ L &\rightarrow L' = U(\xi)L \end{aligned}$$

podemos obter de (2.27) a lagrangeana do acoplamento férmions-escalares em termo dos campos físicos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fer-esc} &= -G_e \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} \left(\bar{e}_R \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \bar{\nu} & \bar{e} \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e_R \right) = \\ &= -G_e \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) \\ &= -G_e \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} \bar{e} e. \end{aligned} \quad (2.31)$$

nos mostrando que este termo é o que gera a massa dos léptons.

Comparando com a lagrangeana de Dirac [28]³, o primeiro termo de (2.31) nos dá a massa do elétron:

$$m_e = \frac{G_e v}{\sqrt{2}} \quad (2.32)$$

consequência direta da quebra espontânea de simetria. Os termos de massa do μ e τ são obtidos desta mesma forma. O segundo termo nos dá o acoplamento entre o campo do elétron com o campo escalar. Colocando (2.31) na lagrangeana do acoplamento:

$$\mathcal{L}_{escalar} = \frac{1}{2}(\partial^\mu \eta)(\partial_\mu \eta) - \frac{1}{2}m_\eta^2 \eta^2 + \frac{1}{2}m_W^2(|W_\mu^+|^2 + |W_\mu^-|^2) + \frac{1}{2}m_Z^2|Z_\mu^0|^2 + \dots \quad (2.33)$$

³Capítulo 2 - página 69

onde

$$m_\eta = \sqrt{-2\mu^2}; \quad m_W = \frac{gv}{2}; \quad m_Z = m_W \sqrt{1 + \left(\frac{g'}{g}\right)^2} \quad (2.34)$$

se definirmos os seguintes bósons carregados:

$$W_\mu^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^1 - ib_\mu^2); \quad W_\mu^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^1 + ib_\mu^2) \quad (2.35)$$

e os seguintes bósons neutros:

$$Z_\mu^0 \equiv \frac{(gb_\mu^3 - g'a_\mu)}{\sqrt{g^2 + g'^2}}; \quad A_\mu \equiv \frac{(g'a_\mu + gb_\mu^3)}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.36)$$

Para simplificar é comum definirmos o ângulo de Weinberg como:

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} \quad (2.37)$$

de forma que (2.36) fique:

$$\begin{aligned} A_\mu &= a_\mu \cos \theta_W + b_\mu^3 \sin \theta_W \\ Z_\mu^0 &= -a_\mu \sin \theta_W + b_\mu^3 \cos \theta_W \end{aligned} \quad (2.38)$$

Portanto, como partículas físicas, a teoria deve ter:

1. Um campo escalar η de massa m_η denominado bósons de Higgs;
2. Dois bósons de gauge $W^\pm$ carregados de massa m_W ;
3. Um bósons de gauge neutro não-massivo A_μ (fóton);
4. Um bóson de gauge neutro massivo Z_0 de massa m_Z .

2.2.4 Conclusões e previsões do modelo

Identificadas as partículas que a teoria deve possuir, agora é necessário fazermos as relações entre elas, e especificarmos seu valores experimentais.

Primeiramente vamos simplificar o acoplamento dos bósons carregados e neutros com os campos leptônicos. De (2.20) podemos re-escrever:

$$\mathcal{L}_{fermion}^{carreg} = \frac{-g}{2} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^-); \quad (2.39)$$

$$\mathcal{L}_{fermion}^{neutros} = q \bar{e} \gamma^\mu A_\mu e - \frac{g}{2 \cos \theta_W} [\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L Z_\mu^0 + 2 \sin^2 \theta_W \bar{e}_R \gamma^\mu e_R Z_\mu^0 + \quad (2.40)$$

$$+ (2 \sin^2 \theta_W - 1) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L Z_\mu^0] \quad (2.41)$$

onde q é identificado como a carga eletromagnética do elétron, e :

$$q = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W. \quad (2.42)$$

Com isto é importante notar que temos:

1. O acoplamento esperado da QED entre os fótons e os elétrons;
2. Nenhum tipo de acoplamento entre os fótons e os neutrinos;
3. Correntes neutras mediadas pelo bóson Z_μ^0 entre elétrons e neutrinos.

A partir de (2.42), temos a relação

$$g^2 = \frac{8}{\sqrt{2}} G_F m_W \quad (2.43)$$

(onde G_F é a constante de Fermi), e podemos re-escrever a massa dos bósons $W^\pm$ e Z^0 em termos apenas do *ângulo de Weinberg*:

$$m_W = \sqrt{\frac{q^2}{4\sqrt{2}G_F \sin^2 \theta_W}}; \quad m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W}. \quad (2.44)$$

Assim, usando (2.43) e comparando (2.44) com (2.34) temos:

$$v = \left(\sqrt{2} G_F \right)^{1/2} \simeq 246 \text{ GeV}$$

e a previsão do Modelo Padrão para as massas dos bósons $W^\pm$ e Z^0 deve ser:

$$\begin{aligned} m_W &\simeq 80 \text{ GeV} \\ m_Z &\simeq 90 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Temos ainda mais uma partícula prevista pelo Modelo Padrão: o bóson de Higgs. O valor de sua massa é obtida na equação (2.34), e utilizando (2.7) podemos escrevê-la como:

$$m_\eta = v\sqrt{2\lambda}.$$

O problema aqui é que a massa deste bóson depende ainda de uma variável que desconhecemos o valor. Assim, a existência do bóson de Higgs ainda é um mistério para nós.

Vários experimentos tem sido feitos para detectar as massas das partículas existentes, e até agora temos os dados experimentais mostrados na tabela (2.3) [47].

Partícula	Massa (MeV)	Incerteza da massa (MeV)
$W^\pm$	80,403 [GeV]	0,029 [GeV]
Z^0	91,1876 [GeV]	0,0021 [GeV]
e^-	0,51099892	0,00000004
μ^-	105,658369	0,000009
τ^-	1776,99	0,29
π	139,57018	0,00035
p	938,27203	0,00008
n	939,56536	0,00008

Tabela 2.3: *Massas das principais partículas do Modelo Padrão obtidas experimentalmente*

Podemos notar a semelhança dos valores experimentais mostrados na tabela (2.3) com aqueles esperados por (2.45), e concluir que o modelo proposto parece estar descrevendo a realidade para explicar a unificação da força fraca com a força eletromagnética.

2.3 Interações fortes e a QCD

Os hádrons são constituídos fundamentalmente por quarks. Desta forma, além de sentirem a força forte em suas interações (como era esperado), sentem também a força fraca no nível dos quarks. Isto possibilita a extensão da teoria eletrofraca aos hádrons, desde que os quarks sejam incluídos na representação $SU(2)_W \times U(1)_Y$. A tabela (2.4) mostra esta inclusão: todas as partículas do modelo com seus respectivos números quânticos.

Partícula	T	T_3	Y	Q
ν_e, ν_μ, ν_τ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0
e_L, μ_L, τ_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
e_R, μ_R, τ_R	0	0	-2	-1
u_L, c_L, t_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
d_L, s_L, b_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
u_R, c_R, t_R	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
d_R, s_R, b_R	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Tabela 2.4: *Números quânticos (isospin e hipercarga) para os léptons e quarks do Modelo Padrão.*

2.3.1 Incluindo os Hádrons

2.3.1.1 Introduzindo os quarks na lagrangeana

Em 1961, foi observado experimentalmente que alguns tipos de decaimentos hadrônicos fracos relacionados a estranheza eram muito suprimidos pela natureza. Para explicar esta supressão, Cabibbo introduziu o *ângulo de Cabibbo* e uma corrente hadrônica (relacionada à corrente leptônica) escrita em termos dos 3 quarks conhecidos até aquele momento: u , d e s .

A corrente hadrônica foi escrita da seguinte forma:

$$J_\mu^{had} = \bar{d}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u + \bar{s}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u$$

onde o primeiro termo é o responsável por processos com $\Delta s = 0$, e o segundo por processos com $\Delta s = 1$.

Para que esta corrente fosse universal, ou seja, tivesse uma única constante de acoplamento G_F , o ângulo de Cabibbo foi introduzido:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

em que d' e s' seriam os auto-estados físicos e d e s os auto-estados de massa, e os processos com $\Delta s = 0$ e $\Delta s = 1$ teriam pesos diferentes, pois agora a corrente

deveria ser escrita como:

$$\begin{aligned} J_\mu^{had} &= \bar{d}'\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u + \bar{s}'\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u = \\ &= \cos\theta_C \bar{d}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u + \sin\theta_C \bar{s}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u \end{aligned}$$

ou seja, a transição $\bar{d} \rightarrow u$ deve ser proporcional a $G_F \cos\theta_C$, enquanto a transição $\bar{s} \rightarrow u$ fica proporcional a $G_F \sin\theta_C$, dando diferentes pesos a cada parte da corrente hadrônica.

Quando foi proposta a idéia de introduzir as interações fortes no modelo eletrofraco, foi considerado um quarto sabor de quark para resolver o problema de processos que trocariam de sabor através de correntes neutras (estes seriam raríssimos na natureza). Este quarto sabor completou a simetria existente entre léptons e quarks, e estes últimos puderam ser organizados em dubletos (2.46) e (2.47), da mesma forma que os lépton são organizados no Modelo Padrão. Os quarks de mão-direita foram organizados em singletos (R_U, R_D, R_S, R_C).

$$L_U \equiv \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ \cos\theta_C d + \sin\theta_C s \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

$$L_C \equiv \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -\sin\theta_C d + \cos\theta_C s \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

Com isso, os quarks puderam ser introduzidos no Modelo Eletrofraco, que a partir de agora será chamado de Modelo Padrão. Inicialmente a lagrangeana dos quarks foi escrita a partir da lagrangeana de Dirac:

$$\mathcal{L}_{quarks} = \bar{L}_U i \not{\partial} L_U + \bar{L}_C i \not{\partial} L_C + \bar{R}_U i \not{\partial} R_U + \dots + \bar{R}_C i \not{\partial} R_C \quad (2.48)$$

A interação com os bósons de gauge é feita pelas derivadas covariantes, como fizemos em (2.20).

$$L : \quad \partial_\mu + \frac{ig'}{2} a_\mu Y + \frac{ig}{2} \tau^j b_\mu^j \quad (2.49)$$

$$R : \quad \partial_\mu + \frac{ig'}{2} a_\mu Y \quad (2.50)$$

onde Y é determinado pela relação de Gell-Mann-Nishijima (2.16), de forma que

neste caso as cargas dos quark *up* deve ser $+2/3$ e do quark *down* $-1/3$. Assim:

$$Y_L = \frac{1}{3} \quad Y_{R_U} = \frac{4}{3} \quad Y_{R_D} = -\frac{2}{3} \quad (2.51)$$

Com isto, o problema da troca de sabor nas correntes neutras foi resolvido, mas esta teoria ainda possuía um grave problema de renormalização. A resolução deste problema começou com a introdução do número quântico cor nos quarks, onde 3 cores de quarks teriam que ser levadas em conta. Além disto, os quarks e os léptons foram organizados em multipletos com a seguinte estrutura:

$$\left\{ \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, e_R, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R \right\} \quad (2.52)$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \mu_R, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R \right\} \quad (2.53)$$

de forma a desaparecer com as chamadas anomalias. Com descoberta do lépton τ em 1975, e dos quarks *bottom* (b) em 1977 e *top* (t) em 1995, as 3 gerações de léptons conhecidas hoje ficaram completas.

$$\left\{ \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \tau_R, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, t_R, b_R \right\} \quad (2.54)$$

2.3.1.2 Quarks massivos

Para gerar massa para os quarks através da quebra espontânea da simetria, precisamos agora de um dubleto de Higgs com $Y = -1$. Definimos assim o dubleto conjugado (2.23) como

$$\tilde{\phi} = i\sigma_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

e podemos escrever a parte da lagrangeana para a interação das três gerações de quarks com os escalares da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{yuk}^q = - \left[\sum_{i,j=1}^3 G_{ij}^U \bar{R}_{U_i} (\tilde{\phi}^\dagger L_j) + G_{ij}^D \bar{R}_{D_i} (\phi^\dagger L_j) + h.c. \right] \quad (2.56)$$

onde os quarks *up* são $U_i = u, c, t$ e os quarks *down* $D_i = d, s, b$.

Com isto, calcularemos a massa da forma explicitada nas seções (2.1.2) e (2.2.2) a partir do valor esperado de vácuo dos dubletos ϕ e $\tilde{\phi}$. Obteremos os termos de massa para os quarks *up* e *down* respectivamente:

$$\begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_R \mathcal{M}_U \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L + h.c.$$

$$\begin{pmatrix} \bar{d}' & \bar{s}' & \bar{b}' \end{pmatrix}_R \mathcal{M}_D \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L + h.c$$

onde $\mathcal{M}_{U,D}$ são as matrizes de massa não-diagonais $\mathcal{M}_{U,D} = \left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right) G_{ij}^{U,D}$.

Os auto-estados físicos q' são superposições lineares dos auto-estados de massa q definidas pelas seguintes transformações:

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} = U_{R,L} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = D_{R,L} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

onde $U_{R,L}$ e $D_{R,L}$ são matrizes unitárias que diagonalizam as matrizes de massa, isto é,

$$\mathcal{M}_U^{diag} = U_R^{-1} \mathcal{M}_U U_L = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

$$\mathcal{M}_D^{diag} = D_R^{-1} \mathcal{M}_D D_L = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \quad (2.58)$$

Desta forma, para as três gerações, as correntes carregadas devem ser proporcionais a

$$\begin{pmatrix} \bar{u}' & \bar{c}' & \bar{t}' \end{pmatrix}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_L V \gamma_\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \quad (2.59)$$

com $V \equiv \left(U_L^\dagger D_L\right)$ sendo a matriz de mistura, conhecida como matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa.

Já as correntes neutras devem ser proporcionais a

$$\begin{pmatrix} \bar{u}' & \bar{c}' & \bar{t}' \end{pmatrix}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_L (U_L^\dagger U_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L. \quad (2.60)$$

Como U_L é uma matriz unitária, $U_L^\dagger U_L = 1$ e não existe mistura neste setor. Portanto, neste tipo de interação a não existência de correntes neutras que trocam de sabor é prevista naturalmente pelo modelo. Entraremos em mais detalhes sobre as correntes neutras e carregadas ao longo deste trabalho.

2.4 A lagrangeana do Modelo Padrão

Resumiremos este capítulo para dar uma visão geral do Modelo Padrão de partículas. Até aqui seguimos o rumo de sua história para entendermos como ele foi elaborado, agora vamos enxergá-lo de fora.

Vamos montar a lagrangeana total juntando todas as partes separadas nas seções anteriores. Seguiremos o mesmo curso histórico mostrado, começando com os bósons de gauge junto aos escalares (e suas interações). Continuaremos especificando a lagrangeana dos léptons e suas interações com os escalares (Yukawa), e resumiremos a lagrangeana dos quarks (seguindo a mesma forma de raciocínio dos léptons) e suas interações com os escalares através do acoplamento de Yukawa. Para finalizar, concluiremos o capítulo com um resumo das partículas previstas pelo Modelo Padrão e seus respectivos números quânticos.

2.4.1 Bósons de gauge + Escalares

Em (2.17) e (2.33) mostramos a lagrangeana que descreve o fóton, os bósons W e Z , e o bóson de Higgs. Além disto, na lagrangeana em questão são gerados acoplamentos triplos e quárticos entre os bósons vetoriais que não foram especificados. Em suma,

Figura 2.2: Termos de interação entre os bósons de gauge $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0 .

temos:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{escalar} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}(W_{\mu\nu}^+W^{+\mu\nu} + W_{\mu\nu}^-W^{-\mu\nu}) - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} + \\
 & + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) + \frac{1}{2}m_W^2(|W^+|^2 + |W^-|^2) + \\
 & + \frac{1}{2}m_Z^2|Z_\mu^0|^2 - \frac{1}{2}m_\eta^2|\eta|^2 + int.
 \end{aligned}$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, $W_{\mu\nu}^\pm = \partial_\mu W_\nu^\pm - \partial_\nu W_\mu^\pm$ e $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu^0 - \partial_\nu Z_\mu^0$. Os termos de interação estão representados nas figuras (2.2) e (2.3).

2.4.2 Léptons + Yukawa

As lagrangeanas (2.27) e (2.31) são as responsáveis pelo acoplamento dos bósons de gauge W (através das correntes carregadas), Z (através das correntes neutras) e fóton (através da interação pela QED) com os léptons ν_ℓ e ℓ (onde $\ell = e, \mu, \tau$) organizados nos multipletos (2.52), (2.53) e (2.54). Resumidamente incluindo as três

⁴Os termos de interação relacionados aos acoplamentos triplos e quárticos estão representados por *int*.

Figura 2.3: Termos de interação do bóson de Higgs com os bósons $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0 .

famílias de léptons, temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{leptons} + \mathcal{L}_{yuk}^\ell &= \bar{R} i \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig'}{2} a_\mu Y \right) R + \bar{L} i \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig'}{2} a_\mu Y + \frac{ig}{2} \tau^j b_\mu^j \right) L \\ &- G_\ell [\bar{R} (\phi^\dagger L) + (\bar{L} \phi) R] \end{aligned}$$

onde R e L são dados nas equações (2.21) e (2.22), $W^\pm$, Z^0 e A_μ em (2.35) e (2.36), de forma que os termos de interação podem ser representados pela figura (2.4).

2.4.3 Quarks + Yukawa

Finalizando, temos a lagrangeana dos quarks e suas interações com os escalares através do acoplamento de Yukawa. Resumidamente:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quarks} + \mathcal{L}_{yuk}^q &= \sum_{i,j=1}^3 [\bar{L}_j i \not{D} L_j + \bar{R}_{U_i} i \not{D} R_{U_i} + \bar{R}_{D_i} i \not{D} R_{D_i} + \\ &+ G_{ij}^U \bar{R}_{U_i} (\tilde{\phi}^\dagger L_j) + G_{ij}^D \bar{R}_{D_i} (\phi^\dagger L_j) + h.c.] \end{aligned}$$

onde R_{U_i} são os singletos relacionados aos quarks de mão direita da primeira família: u_R , c_R e t_R ; R_{D_i} são os singletos relacionados aos quarks da segunda família: d_R , s_R , b_R ; e L_j são os dois tripletos de quarks de mão esquerda possíveis: um relacionado

Figura 2.4: Termos de interação entre léptons e os bósons de gauge $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0 .

Figura 2.5: Termos de interação entre os quarks e os bósons de gauge $W_\mu^\pm$, A_μ e Z_μ^0 .

a cada família:

$$L_U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L ; \quad L_D = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L .$$

As derivadas covariante devem ser aquelas dada por (2.49) e (2.50), e os termos de interação são mostrados na figura (2.5).

2.4.4 Concluindo: as partículas do Modelo Padrão

Para finalizar, vamos fazer uma apanhado geral sobre o conteúdo de matéria do Modelo Padrão. Os férmions podem ser léptons ou quarks e possuem quiralidade definida. As partículas de mão esquerda estão organizadas em dubletos de três gerações, e as partículas de mão direita são singletos. Os quarks podem possuir

1ª geração	2ª geração	3ª geração	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$(3, 2)_{1/3}$
u_R	c_R	t_R	$(3, 1)_{4/3}$
d_R	d_R	b_R	$(3, 1)_{-2/3}$
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	$(1, 2)_{-1}$
e_R	μ_R	τ_R	$(1, 1)_2$
ν_{eR}	$\nu_{\mu R}$	$\nu_{\tau R}$	$(1, 1)_0$

Tabela 2.5: *Números quânticos dos férmions do Modelo Padrão, com $Q = T_3 + Y/2$.*

uma de três cores possíveis, assim são tripletos de $SU(3)$, o que os permite sentir as interações fortes. Além disto, eles possuem carga elétrica e sabor, o que os faz participar das interações eletrofracas. Nenhum lépton possui cor, por isto não sentem as interações fortes. Os neutrinos, além de não possuírem cor, também não possuem carga elétrica o que os faz também não sentirem as interações eletromagnéticas. Vimos portanto que esta teoria está baseada no seguinte grupo de simetria: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, podendo assim ser resumida pelos números quânticos relativos a cada partícula como mostramos na tabela (2.5). Perceba que os números seguem a ordem do grupo de simetria do Modelo Padrão.

Além dos férmions, o Modelo Padrão prevê a existência de bósons. Os bósons de gauge $W^\pm$ e Z^0 estão relacionados com a força eletrofraca, e são intermediadores para partículas que possuem sabores. Vimos que são participantes fundamentais nas correntes carregadas e neutras. Já a força eletromagnética possui o fóton como intermediador, e a força forte o glúon. Os acoplamentos do Modelo Padrão são g e g' .

É importante ressaltarmos que o Modelo Padrão tem sido testado ao longo dos últimos anos por diversos experimentos, e é muito grande o nível de precisão que conseguimos chegar. Um exemplo disto é o parâmetro ρ_0 definido como

$$\rho_0 = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos \theta_W}.$$

Teoricamente de (2.44), o Modelo Padrão prevê que $\rho_0 = 1$. Dados vindo principalmente de *LEP II* e *Tevatron* [47, 3] conseguem chegar a uma incerteza de apenas aproximadamente 1% para este parâmetro. Portanto, o questionamento atual está em entender se o Modelo Padrão é válido para valores de energia mais altos do que

aqueles que até agora conseguimos chegar, para que possamos saber se podemos esperar nova física quando o LHC começar a funcionar.

Capítulo 3

A Física Além do Modelo Padrão

“Now we are in a position in physics that is different from any other time in history. We have a theory... so why can't we test the theory right away to see if it's right or wrong? Because what we have to do is to calculate the consequences of the theory to test it. This time, the difficult is the first step!” (Richard Feynman)

O Modelo Padrão é de extrema importância para a física de partículas desenvolvida até hoje. Com ele conseguimos uma explicação única para as forças forte, fraca e eletromagnética, e para todas as partículas fundamentais que compõe a matéria. Mas, algo que não podemos deixar de questionar é até que ponto todo este modelo é válido. Ele é satisfeito para qualquer valor de energia? Quais são os limites experimentais que temos hoje?

Este capítulo deve abordar justamente esta idéia da validade do Modelo Padrão. Sabemos que este possui alguns problemas que serão especificados a seguir, mostrando o porquê de tal denominação.

3.1 O Problema da Hierarquia

Primeiramente vamos explorar o Modelo Padrão à altas energias através da seguinte questão: “Para até que valor este deve ser válido?”

Para respondermos tal pergunta, precisamos inicialmente pensar sobre os tipos de forças presentes no Modelo Padrão. Temos conhecimento da existência de uma quarta força, a força gravitacional, por isto sabemos que a escala de energia limite para a validade deste modelo deve ser, no máximo, aquela em que os efeitos gravitacionais quânticos começam a ter importância, chamada de *escala de Planck*:

$$m_{planck} c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{8\pi G_N}} \sim 10^{19} \text{ GeV} \quad (3.1)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, $\hbar$ é a constante de Planck e G_N é a constante gravitacional de Newton. Nesta escala, as interações gravitacionais passam a ser comparáveis com as interações fortes e eletrofracas, o que faz com que o Modelo Padrão necessite incluir uma descrição quântica da gravitação que não possuímos ainda.

Definimos assim, o *cutoff* Λ desta nossa teoria: a escala de energia mais alta em que o Modelo Padrão pode ser válido. Por exemplo, considerando a escala de Planck como a escala de energia limite:

$$\Lambda \simeq 10^{19} \text{ GeV}. \quad (3.2)$$

Esta escala de energia é muito grande, muito maior que a escala de energia de massas (conhecida como *escala eletrofraca*) da maior parte das partículas que conhecemos do Modelo Padrão. Estas partículas possuem massas até aproximadamente 100 GeV, como podemos observar na tabela 2.3. Inicialmente não há razões para acreditarmos que existe nova física entre a escala eletrofraca e a escala de Planck, no entanto se pensarmos em como o bóson de Higgs está inserido na teoria provavelmente iremos mudar de idéia.

Em princípio, vamos nos lembrar do setor eletro-fraco do Modelo Padrão. Sabemos que a simetria local deve ser quebrada, de forma que o sub-grupo remanescente ainda mantenha uma simetria no vácuo. Quando ocorre esta quebra espontânea de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ por um dubleto escalar complexo que adquire um determinado valor esperado de vácuo (VEV), obtemos o bóson de Higgs. Podemos então reescrever a Lagrangeana escalar desta teoria em termos de campos físicos ($W^\pm$, Z^0), e identificar suas massas (através dos termos cinéticos) mostradas pelas equações (2.34) e (2.44) re-escritas a seguir:

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad (3.3)$$

$$m_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_W} = \frac{m_W}{\cos \theta_W}, \quad (3.4)$$

$$m_H = \sqrt{-2\mu^2} = v\sqrt{2\lambda}. \quad (3.5)$$

Observe que a partir de agora, o Higgs será representado pelo subscrito H , não mais o η que lhe deu origem.

Ainda do capítulo 2 lembre-se que o escalar deve adquirir determinado VEV (especificado em (3.6)), possibilitando a quebra espontânea de simetria. Através de testes do Modelo Padrão e de fenomenologia à baixas energias, pudemos obter a seguinte relação:

$$v = \left(\sqrt{2G_F} \right)^{1/2} \simeq 246 \text{ GeV} \quad (3.6)$$

onde G_F é a constante de Fermi, definida como [37, 20]:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2},$$

o que mostra que os valores das massas de $W^\pm$, Z^0 e H estão correlacionados. Em suma, temos que como os valores das massas das partículas $W^\pm$ e Z^0 são conhecidos (veja a tabela 2.3), precisamos obter o bóson de Higgs a partir de um determinado VEV que consiga produzir estas partículas com as massas dentro da faixa de valores que observamos.

O limite inferior para a massa do Higgs é imposto a partir de testes experimentais do Modelo Padrão já concluídos, e vai sendo melhorado a cada dia. Hoje através de vínculos diretos do *LEP II* sabemos que $m_H > 114 \text{ GeV}$ [47]. O limite superior para a massa do bóson de Higgs na faixa de 1 TeV é imposto ao pedirmos a preservação da unitariedade na teoria.

Para entendermos como o vínculo superior é encontrado, vamos considerar como exemplo o espalhamento $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$, onde W_L é a parte longitudinal do W . Os diagramas que contribuem para o cálculo da amplitude são mostrados na figura (3.1).

Figura 3.1: Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$.

A seção de choque diferencial é calculada e pode ser colocada como em [37]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{64\pi^2 s}. \quad (3.7)$$

O elemento de matriz $\mathcal{M}$ pode ser expandido utilizando a expansão em ondas parciais

$$\mathcal{M} = 16\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos \theta) a_{\ell} \quad (3.8)$$

de forma que a projeção de $\mathcal{M}$ em a_{ℓ} é dada por

$$a_{\ell} = \frac{1}{32\pi} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) P_{\ell}(\cos \theta) \mathcal{M} \quad (3.9)$$

onde $P_{\ell}(x)$ são os polinômios de Legendre de ordem ℓ , e a_{ℓ} é a amplitude da ℓ -ésima onda parcial. Colocando (3.8) em (3.7) e integrando, obtemos a seção de choque total em termos das amplitudes a_{ℓ} :

$$\sigma_{total} = \frac{16\pi}{s} \sum_{\ell} (2\ell+1) |a_{\ell}|^2. \quad (3.10)$$

O teorema óptico [37, 20] é dado por

$$\sigma_{total} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} [f(k, 0)], \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \theta)|^2.$$

Figura 3.2: As ondas parciais devem estar dentro círculo unitário para que a condição seja satisfeita

Para este caso

$$f(k, \theta) = \frac{2}{\sqrt{s}} \sum_{\ell} (2\ell + 1) P_{\ell}(\cos \theta) a_{\ell},$$

e a seção de choque total pode ser colocada como

$$\sigma_{total} = \sum_{\ell} \frac{8\pi}{s} (2\ell + 1) \text{Im}[a_{\ell}]. \quad (3.11)$$

Portanto, para satisfazemos ambas as equações (3.10) e (3.11), é necessário que:

$$|a_{\ell}|^2 = \frac{1}{2} \text{Im}[a_{\ell}]. \quad (3.12)$$

Agora, vamos impor a condição de unitariedade nas funções de onda. Para que cada onda parcial esteja dentro do círculo unitário representado na figura (3.2), é necessário que

$$|a_{\ell}|^2 \leq \frac{1}{2}.$$

Utilizando (3.12), esta condição deve ser satisfeita para cada onda parcial, ou seja,

$$\text{Im}[a_{\ell}] \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \text{Im}[a_0] \leq 1. \quad (3.13)$$

Agora, vamos calcular $\mathcal{M}(W_L W_L \rightarrow W_L W_L)$ para encontrarmos a_0 (a partir de (3.9)) e podermos impor a condição de unitariedade mostrada a cima. Considerando

as contribuições de todos os diagramas possíveis mostrados na figura (3.1) calculamos $\mathcal{M}$:

$$\mathcal{M}(W_L W_L \rightarrow W_L W_L) \simeq -i \frac{g^2}{2} \frac{M_H^2}{M_W^2} \simeq -i \frac{4G_F M_H^2}{\sqrt{2}} \quad (3.14)$$

de forma que a_0 deve ser

$$a_0 = -i \frac{\sqrt{2} G_F M_H^2}{8\pi}.$$

Impondo a condição de unitariedade (3.13), de forma a respeitar a unitariedade perturbativa da teoria, obtemos um limite superior para a massa do bóson de Higgs:

$$\frac{\sqrt{2} G_F}{8\pi} M_H^2 < 1. \quad (3.15)$$

Utilizando o valor mais recente para G_F [47], este limite deve ser aproximadamente $M_H < 1.2 \text{ TeV}$.

Note que utilizamos o espalhamento $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$ como um exemplo para mostrarmos como pode ser calculado um limite superior para a massa do bóson de Higgs. Poderíamos ter utilizado $W_L W_L \rightarrow Z_L Z_L$, que também possui diagramas com contribuições do bóson de Higgs, e obteríamos um limite superior ainda menor: $M_H < 800 \text{ GeV}$.

Ainda é importante ressaltar que existem outras formas de chegarmos a este limite superior para a massa do Higgs utilizando este conceito de preservação da unitariedade. Podemos, por exemplo, usar o teorema da equivalência¹ [20, 37] (dos bósons de Goldstone) para calcular a amplitude $\mathcal{M}$. Neste caso:

$$\mathcal{M}(W_L W_L \rightarrow W_L W_L) = \mathcal{M}(\phi^1 \phi^1 \rightarrow \phi^1 \phi^1) = \frac{2}{4} \frac{M_H^2}{M_W^2} \left(2 + \frac{M_H^2}{s - M_H^2} + \frac{M_H^2}{t - M_H^2} \right) \quad (3.16)$$

Para altas energias a equação (3.16) se reduz à (3.14), e a condição de unitariedade impõe o limite da mesma forma como foi feito anteriormente.

Em resumo, precisamos que o valor da massa nua do bóson de Higgs esteja dentro

¹O teorema da equivalência diz que à altas energias, a amplitude de absorção ou emissão de um bóson de gauge longitudinal deve ser igual à amplitude de absorção ou emissão de seu respectivo bóson de goldstone (até termos de energia na ordem $\mathcal{O}(1/E^2)$).

do seguinte intervalo:

$$114 \text{ GeV} \lesssim m_{higgs} \lesssim 1 \text{ TeV}.$$

Como o Modelo Padrão é uma teoria renormalizável, para calcularmos a massa de uma partícula precisamos também levar em conta suas correções radioativas, geradas pelos diagramas possíveis com mais de um *loop*. Assim, a massa de uma partícula deve ser a soma da massa nua com sua correção radioativa calculada perturbativamente:

$$m = m_0 + \delta m.$$

Na QED, por exemplo, calculamos as correções para a massa do elétron e obtemos:

$$\delta m_e = m_e \left(\frac{\alpha}{4\pi} \ln \Lambda^2 \right). \quad (3.17)$$

Esta equação nos mostra que a correção para a massa do elétron é proporcional ao valor de sua massa nua, em que o valor da correção acompanha o valor da própria massa. Com isso, podemos perceber que a massa do elétron está protegida por esta simetria, chamada de simetria quiral. Mesmo que a massa calculada para o elétron seja muito grande, a correção sempre será proporcionalmente menor, de forma que ela sempre será tão pequena quanto uma correção deve ser. Ao calcularmos as correções para os bósons de gauge também observamos a presença de uma simetria que protege suas massas: a simetria de gauge.

Mas, no mesmo Modelo Padrão não existe nenhum tipo de simetria para proteger os campos escalares. Quando calculamos as correções para a massa do bóson de Higgs, obtemos que esta deve ser proporcional ao quadrado do *cutoff* da teoria. Calculando por exemplo, a correção a 1 *loop* do diagrama de interação do Higgs com o quark *top* (veja figura 3.3) obtemos:

$$\delta m_H^2 = \int_0^\Lambda \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m_H^2 + i\varepsilon} \Rightarrow \delta m_H^2 \simeq -\frac{N_c}{8\pi^2} \lambda_t^2 \Lambda^2 \simeq -\frac{3}{8\pi^2} \Lambda^2 \quad (3.18)$$

Veja que agora a correção na massa do Higgs não é proporcional à sua massa, como na QED para o elétron. Portanto, não importa qual seja o valor da massa nua do Higgs, a correção para ela pode ser muito grande, dependendo apenas do valor estipulado para o *cutoff* da teoria. Além disto, através de (3.18) vemos que a

Figura 3.3: Correção radioativa para a massa do Higgs considerando a amplitude de interação com o quark top.

correção para a massa do bóson de Higgs ao quadrado é proporcional ao quadrado do *cutoff* da nossa teoria, não ao logaritmo do seu quadrado como em (3.17), o que piora a situação.

Como consequência destes fatos, se supusermos que o *cutoff* da teoria é aquele dado por (3.2), devemos obter uma correção para a massa do Higgs muitas ordens de grandeza maior do que a própria massa, sendo necessário um grande ajuste fino. Imagine então que ajustamos este *cutoff* de forma que ele seja de fato uma correção para o valor da massa do Higgs.

Se o limite superior para o valor da massa do Higgs deve ser por volta de 1 TeV e precisamos que a correção seja (no máximo) desta mesma ordem, vamos definir um novo *cutoff* de forma que $\delta m^2 \approx 1TeV$. Utilizando (3.18) vemos que o novo cutoff Λ' também deve estar na ordem de 1 TeV, o que significa que a teoria deve ser válida até esta nova escala e consequentemente deve existir uma nova física a partir dela.

$$\Lambda' \propto \mathcal{O}(1TeV)$$

Conseqüentemente chegamos ao paradoxo conhecido na literatura como o **Problema da Hierarquia de escalas**, esquematizado na figura (3.4). Para o Modelo Padrão, o bóson de Higgs precisa ter uma massa com um valor máximo da ordem de 1 TeV e ao mesmo tempo sua correção deve ser proporcional ao *cutoff* da teoria. Mas, para ajustarmos esta correção para que ela seja da mesma ordem da própria massa, precisamos definir um novo *cutoff* muito menor do que aquele definido no início, diminuindo bruscamente a validade da teoria. Com isto, o Modelo Padrão passa a ser válido para valores de energia menores que 1 TeV, e uma nova teoria é necessária pra descrever a física à altas energias.

A idéia agora é encontrar uma nova teoria que descreva a física para qualquer valor de massa/energia, de forma que ela seja reduzida ao Modelo Padrão para o limite

Figura 3.4: *Esquema do Problema da Hierarquia*

a baixas energias. Diferentes teorias deste tipo têm sido propostas ao longo destes últimos anos, e vem sendo chamadas de **Teorias Além do Modelo Padrão**.

3.2 A geração de massa para os férmions

Vamos nos concentrar agora nas partículas que compõem o Modelo Padrão. No capítulo 2 vimos que existem os férmions e os bósons no Modelo Padrão, identificados pelo seus respectivos spins. Os férmions são formados por léptons e quarks e possuem uma hierarquia de massas um tanto individual. Vamos então analisar a matriz de massa fermiônica para entendermos de onde surge a hierarquia e em que que ela está baseada.

3.2.1 Os termos de massa fermiônicos

Os férmions do Modelo Padrão possuem a quiralidade definida em (2.21) e (2.22). Estes adquirem massa através da quebra espontânea de simetria e seus acoplamentos de Yukawa. A parte da lagrangeana responsável por gerar estas massas é aquela que acopla os férmions com os escalares mostrada na equação (2.27), que pôde ser re-escrita a seguir separadamente para os léptons e quarks:

$$\mathcal{L}_{yuk}^\ell = - \sum_{\ell} [G_{\ell} \bar{R}_{\ell} \phi^{\dagger} L_{\ell} + h.c.] \quad (3.19)$$

$$\mathcal{L}_{yuk}^q = - \sum_{i,j=1}^3 [G_{ij}^U \bar{R}_{U_i} (\tilde{\phi}^{\dagger} L_j) + G_{ij}^D \bar{R}_{D_i} (\phi^{\dagger} L_j) + h.c.] \quad (3.20)$$

onde G_{ℓ} e $G_{ij}^{U,D}$ são as constantes de acoplamento mencionadas em (2.27) e (2.56), e

$$\begin{aligned} L_{\ell} &= \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_{\mu} \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_{\tau} \\ \tau \end{pmatrix}_L; & R_{\ell} &= e_R, \mu_R, \tau_R; \\ L_j &= \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L; & R_{U_i} &= u_R, c_R, t_R; \\ & & R_{D_i} &= d_R, s_R, b_R. \end{aligned}$$

Como vimos em (2.32), de (3.19) conseguimos obter os termos de massa relacionados aos léptons. Poderíamos pensar em obter os termos de massa para os quarks da mesma maneira, de forma que (3.20) ficasse:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yuk}^q &= -[G_{11} \bar{u}_R \left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right) u_L + G_{12} \bar{u}_R \left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right) c_L + \dots + G_{13} \bar{u}_R \left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right) t_L + \dots + h.c.] = \\ &= \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_R \mathcal{M}_U \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \bar{d} & \bar{s} & \bar{b} \end{pmatrix}_R \mathcal{M}_D \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \end{aligned}$$

mas as matrizes $\mathcal{M}_U = \frac{v}{\sqrt{2}} G_{ij}^U$ e $\mathcal{M}_D = \frac{v}{\sqrt{2}} G_{ij}^D$ não são necessariamente diagonais.

Se estas matrizes não são diagonais, podem existir termos do tipo $\bar{q}_{iR} \mathcal{M}_{ij} q_{jL}$ nas correntes neutras, que representam diagramas com mistura de sabor, algo que não é observado na natureza (como foi visto na seção 2.3.1.2). Portanto, se $\mathcal{M}_U$ e

$\mathcal{M}_D$ não são diagonais, elas não são autovalores dos autoestados de massas e foi necessário introduzirmos as matrizes unitárias $U_{R,L}$ e $D_{R,L}$ que diagonalizam as matrizes de massa. Com isto obtivemos as matrizes de massa diagonais (2.57) e (2.58), e pudemos observar as conseqüências desta rotação de base nas correntes fermiônicas.

Nas correntes carregadas, processos com troca de sabores entre quarks são observados no Modelo Padrão. Estes se dão naturalmente prevendo a existência de uma matriz de mistura denominada *matriz CKM* explicitada em (2.59). Esta matriz de mistura pode ser obtida experimentalmente através de medidas destes processos que trocam sabores [47]:

$$V = \begin{pmatrix} 0.974 & 0.226 & 0.004 \\ 0.230 & 0.957 & 0.042 \\ 0.007 & 0.041 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Já com relação as correntes neutras, a diagonalização da matriz de massa vetou processos com troca de sabor entre quarks, já que os acoplamentos do Modelo Padrão são universais. No momento em que diagonalizamos a matriz de massa, definimos um acoplamento universal para aquele determinado grupo de quarks:

$$\mathcal{M}_U^{diag} = U_R^{-1} \mathcal{M}_U U_L = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} = \lambda_U \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{M}_D^{diag} = D_R^{-1} \mathcal{M}_D D_L = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} = \lambda_D \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix},$$

e como $U_L^\dagger U_L = 1$ e $D_L^\dagger D_L = 1$, ao calcularmos as correntes neutras não obtemos termos de mistura de sabor. Este mecanismo é chamado de Mecanismo de GIM [25].

3.2.2 A hierarquia fermiônica

Como vimos, o Modelo Padrão consegue descrever todas as partículas fermiônicas que observamos experimentalmente. Suas massas são geradas através do mecanismo de quebra espontânea de simetria, que se dá simplificadamente a partir do acopla-

QUARK	u	c	t
MASSA (MeV)	1.5	1.25×10^3	1.74×10^5
QUARK	d	s	b
MASSA (MeV)	3	0.95×10^2	4.20×10^3
LÉPTON	e	μ	τ
MASSA (MeV)	0.51	1.05×10^2	1.78×10^3
LÉPTON	ν_e	ν_μ	ν_τ
MASSA (MeV)	$\leq 2 \times 10^{-3}$		

Tabela 3.1: *Massas observadas dos léptons e quarks em MeV.*

mento de Yukawa do férmion com o bóson de Higgs. Elas estão resumidas na tabela (3.1).

Repare que as massas observadas das três famílias de quarks e léptons variam em uma faixa de mais de 5 ordens de grandeza, desde a massa do elétron até a massa do quark *top*. O problema aqui é a naturalidade da teoria. Não é muito natural que os valores destas massas sejam tão diferentes já que todas elas são geradas da mesma maneira. Como o acoplamento de gauge da teoria é universal, ou seja, existe apenas um acoplamento (g) para todos os sabores de férmions, seria mais esperado que não existisse esta hierarquia de massas, e todas as massas fermiônicas fossem da mesma ordem.

Além disto, podemos citar uma outra hierarquia fermiônica presente no Modelo. Observe a matriz CKM que obtemos experimentalmente descrita por (3.21) também possui uma certa hierarquia:

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

onde $\lambda \simeq 0.22$, que é o ângulo de Cabbibo, $A \simeq 1$ e $\sqrt{\rho^2 + \eta^2} \simeq 0.5$ com $\eta \geq 0.1$. Esta hierarquia pode ser ligada àquela de massas fermiônica, já que os autovalores das massas e os ângulos de mistura são obtidos a partir da diagonalização das mesmas matrizes iniciais. Esta é a parametrização de Wolfenstein [46].

Como vemos, no Modelo Padrão, as massas dos férmions e os ângulos de mistura dos quarks são parâmetros livres, ajustados na teoria aos valores observados. Por um lado todos os férmions observados estão inclusos na teoria, mas ao mesmo tempo

muitos parâmetros livres nos possibilitam ajustá-la da forma como quisemos e isto não necessariamente descreverá o mundo observado.

De qualquer forma, esta hierarquia de massa dos férmions sem uma explicação natural no Modelo Padrão é o que chamamos de ***Problema de Massa dos Férmions***. Mesmo que o mundo observado esteja totalmente consistente com o Modelo Padrão, não há nada que explique o motivo pelo qual alguns acoplamentos de Yukawa são tão diferentes de outros em ordem de grandeza.

3.3 Outros problemas

Além destes problemas apresentados, existem outros também de igual importância que não conseguem ser explicados apenas com o Modelo Padrão.

3.3.1 A constante cosmológica

O primeiro destes problemas que podemos citar é o ***Problema da Constante Cosmológica*** [45, 12]. Inicialmente, quando Albert Einstein criou sua teoria da relatividade geral, supôs que o universo era estático. Ao perceber que isto levaria a um colapso do próprio universo, Einstein introduziu a constante cosmológica balanceando suas equações. Algum tempo depois, Edwin Hubble descobriu que algumas galáxias estariam se afastando da nossa, deduzindo que o universo estaria em expansão. Estas observações fizeram Einstein alegar que a introdução da constante cosmológica havia sido seu maior erro, e logo decretou sua exclusão em todas as teorias cosmológicas.

O problema é que ainda existem razões para acreditarmos que a constante cosmológica exista. A primeira delas está relacionada com a idade do universo. A idade calculada para o universo sem constante cosmológica e com a matéria que observamos é muito menor do que a idade observada para as estrelas mais velhas, o que é totalmente inconsistente. Se a constante cosmológica é adicionada na teoria, a idade do universo fica comparável a idade destas estrelas e o problema é resolvido.

Além disto, existe a razão relacionada com a existência da energia do vácuo quântico. A mecânica quântica prevê uma energia associada ao estado de menor energia, o

vácuo. Esta energia é conhecida como energia de ponto zero, e pode ser confirmada experimentalmente pelo Efeito Casimir, onde duas placas não condutoras atraem uma a outra devido a flutuações quânticas. Na relatividade geral qualquer forma de energia deve ter efeitos de gravitação, por isso esta energia do vácuo deve ter relações com a constante cosmológica. Esta relação é dada por:

$$\Lambda = 8\pi G\rho_{vac}$$

Para determinarmos a densidade do vácuo, vamos iniciar calculando a energia de ponto zero para um campo do Modelo Padrão. Um campo escalar de massa m pode ser escrito como uma combinação de osciladores harmônicos. Assim, sua energia de ponto zero deve ser a soma de todas as energias do vácuo destes osciladores, ou seja,

$$E_0 = \sum_n \frac{1}{2}\hbar\omega_n$$

onde $\omega^2 = \kappa^2 + m^2/\hbar^2$. Se calcularmos para as três dimensões espaciais em que vivemos, esta soma pode se transformar em uma integral no volume do nosso espaço. Neste caso, podemos imaginar que o volume do espaço é o volume tri-dimensional de uma caixa de lado L , onde $L \rightarrow \infty$. Condições de contorno de periodicidade quantizam o valor de κ : $\kappa = \frac{1}{2\pi n}$, para valores de n inteiros. Portanto, podem existir $Ld\kappa/2\pi$ valores para κ no intervalo entre κ e $\kappa + d\kappa$, e E_0 pode ser encontrado através de

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar L^3 \int \frac{d^3\kappa}{(2\pi)^3} \omega.$$

No limite $\kappa \gg m/\hbar$, a densidade do vácuo pode ser calculada:

$$\rho_{vac} \equiv \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{E_0}{L^3} = \frac{\hbar\kappa_{max}^4}{16\pi^2}.$$

O problema começa quando $\kappa \rightarrow \infty$ em que a energia do vácuo diverge. Isto acontece quando κ atinge valores muito altos. Precisamos então estimar um valor máximo para κ em que nossa teoria ainda seja válida. Já vimos que a escala de Planck é a escala em que as contribuições das forças gravitacionais começam a ser importantes, e o Modelo Padrão deixa de ser válido. Portanto, podemos supor que κ_{max} seja o κ relacionado à escala de Planck:

$$\kappa_{max} = E_{planck}/\hbar$$

e a densidade do vácuo deve ser

$$\rho_{vac} = \frac{E_{planck}^4}{16\pi^2\hbar^3} = 10^{74} GeV^4 \hbar^{-3}.$$

O problema é que este valor é aproximadamente 120 ordens de grandeza maior do permitido experimentalmente para a constante cosmológica, o que nos gera um problema de hierarquia. Se calcularmos o κ_{max} a partir dos valores permitidos experimentalmente, precisaríamos que $\kappa_{max} < 10^{-3} cm^{-1}$, ou seja, precisaríamos desconsiderar efeitos de partículas com energia maior do que $10^{-2} eV$. Isto obviamente não retrata a realidade, pois existem medidas muito precisas feitas através de processos energeticamente maiores do estes valores.

Assim temos este problema denominado ***Problema da Constante Cosmológica***, em que os valores observados para a energia do vácuo e flutuações quânticas não estão de acordo com os esperados teoricamente.

3.3.2 Discrepância matéria / anti-matéria

Como vimos, o Modelo Padrão prevê a existência de léptons, quarks e suas respectivas antipartículas. Estas anti-partículas são iguais às partículas com relação aos números quânticos usuais, mas com a carga elétrica oposta. Isto possibilita a existência de processos de aniquilação de pares em que uma partícula e uma anti-partícula se transformam em energia, e de processos de produção de pares, em que uma partícula e uma anti-partícula são produzidas a partir de uma determinada quantidade de energia.

Agora, vamos pensar o seguinte: se ambos os processos são previstos pelo Modelo Padrão, por que existe hoje muito mais matéria do que anti-matéria no mundo?!? Na verdade, é natural pensarmos que no momento da criação do universo, uma mesma quantidade de matéria e anti-matéria foi sendo criada a partir da radiação existente. Assim, toda matéria que era criada logo era aniquilada pela sua anti-matéria, o que deveria proibir a criação de corpos mais complexos como hádrons, átomos e moléculas. O problema é que vivemos em um mundo em que estes corpos mais complexos estão presentes, ou seja, um mundo formado basicamente pela matéria. Então como esta grande parte da matéria escapou do processo de aniquilação, e como houve esta separação da antimatéria?! Em que momento isto aconteceu?!

Estas perguntas definem simbolicamente o *Problema da matéria/anti-matéria* [16].

No entanto, podemos imaginar que a natureza trate de forma diferente a matéria e a anti-matéria desde o momento de criação do universo. Assim, seria possível que uma pequena parte da matéria tenha sobrado, e formado o universo que vivemos hoje. Isto seria confirmado se pudéssemos observar o decaimento do próton e a violação da simetria CP (carga e paridade, que será melhor explicada na seção a seguir).

3.3.3 A violação de CP nas interações fortes

A simetria CP é o produto de duas simetrias: C, a conjugação da carga em que partículas são transformadas em anti-partículas; e P, a paridade, que cria um sistema físico igual ao anterior, mas espelhado. Assim, a simetria CP é a simetria que cria um sistema físico espelhado com carga conjugada em relação ao sistema anterior, ou seja, sob simetria CP um elétron de helicidade negativa se transforma em um pósitron de helicidade positiva. De forma coloquial, esta simetria deve dizer se a física age de forma igual na matéria e na anti-matéria. Com isto fica fácil concluirmos que precisamos que esta simetria seja quebrada para imaginarmos que a natureza trate a matéria e a anti-matéria de forma diferenciada, explicando porque seria necessário verificarmos a violação de CP para solucionarmos o problema da matéria/anti-matéria [20].

Experimentalmente verificamos violação de CP apenas no setor fraco da teoria. Isto quer dizer que não conseguimos observar processos que violem CP na QCD. Isto é um problema pois na lagrangeana da QCD existem termos que podem ser quebrados, e deveriam ser observados. Assim, como solução deste problema assumimos que as constantes de fase que geram estes termos devem ser muito pequenas, de forma a negligenciá-los. Mas, este tipo de procedimento não resolve o problema, apenas adia, pois a partir dele teremos que nos perguntar por que a natureza fez este número tão pequeno, e não de ordem 1 como seria esperado?!

Este problema é denominado *Problema da Violação de CP nas interações fortes* e uma tentativa de resolução foi proposta por Peccei-Quinn [36, 35] através da introdução de uma nova partícula escalar, o áxion.

3.3.4 Matéria Escura

Um último exemplo de problema relacionado ao Modelo Padrão que podemos citar é o que envolve a matéria escura. Para a cosmologia e astronomia, a matéria escura é um tipo de matéria que ainda não sabemos sua composição e não emite nem reflete radiação eletromagnética, o que impossibilita sua detecção direta.

A primeira evidência de matéria escura foi feita por Fritz Zwicky em 1933. Ele aplicou o teorema de Virial em um agrupamento de galáxias e detectou uma grande parte de massa que não podia ser vista. Ele estimou a massa total deste agrupamento através dos movimentos das galáxias do entorno, e detectou 400 vezes mais massa do que era esperado. Isto pois a gravidade das galáxias visíveis do agrupamento não seria suficiente para gerar órbitas se movendo tão rapidamente. Portanto algo a mais deveria estar presente, e isto foi denominado matéria escura.

A maior parte das evidências da matéria escura vem mesmo do estudo dos movimentos das galáxias. Nestes casos, o teorema de virial define que a energia cinética total deve ser a metade da energia gravitacional das galáxias, no entanto experimentalmente a energia total medida é muito maior do que esta esperada. Assim, assumimos que a massa gravitacional daquele conjunto de galáxias é muito maior, e pode ser explicada com a introdução da matéria escura na teoria. Além disto, temos também as curvas de rotações de galáxias que não podem ser explicadas somente considerando a matéria visível.

Em 2006 evidências de matéria escura foram observadas através do efeito de uma lente gravitacional formada no agrupamento de galáxias chamado de “Bullet Cluster” [17]. A lente gravitacional é formada devido a uma distorção no espaço-tempo causada pela alta densidade de um corpo de massa muito grande, e prevê sinais de matéria escura baseado na teoria da relatividade geral de Einstein. O problema agora é entendermos do que esta matéria escura é formada.

Em princípio esta matéria escura poderia ser qualquer coisa que pudesse passar despercebida pelos métodos de detecção direta que temos hoje. Assim ela pode ser matéria bariônica (os chamados MACHOS, “*Massive Astrophysical Compact Halo Objects*”), ou matéria não-bariônica. Neste último caso, ela pode ser dividida em três categorias de composição:

- Ela pode ser composta por muitas partículas leves que interagem eletromagneticamente e são ultra-relativísticas;

- Pode ser composta por partículas que não interagem eletricamente, por isso não podemos detectá-las diretamente.
- Ou ainda pode ser composta por partículas que se tornaram não-relativísticas muito cedo, de forma que sua detecção fosse impossível pela teoria da relatividade de Einstein.

De qualquer maneira, existe uma grande parte de matéria presente no universo cujo não sabemos sua composição. Este é o problema denominado de ***Problema da Matéria Escura*** [34]. Muitas partículas novas são previstas pelas teorias que se propõe a resolver os problemas do Modelo Padrão, portanto existe a possibilidade de que parte desta matéria seja composta por partículas que ainda não tenham sido detectadas e portanto que ainda não sejam conhecidas.

3.4 Conclusões

Neste capítulo quisemos mostrar que mesmo que o Modelo Padrão consiga explicar com grande precisão os dados experimentais observados, ele possui problemas, principalmente quando a energia atinge determinados valores. Como consequência, esperamos observar nova física quando estas energias atingirem valores na ordem de 1 TeV. É muito importante que estas novas teorias estejam de acordo com os dados até hoje observados por experimentos de baixas energias. Precisamos então que estas novas teorias se reduzam ao Modelo padrão no limite para baixas energias. Com isto, poderemos ter uma nova visão de todos estes problemas, e poderão ser explicados com a utilização desta nova teoria.

Nos próximos capítulos vamos exemplificar tipos destas novas teorias. Vamos trabalhar especificamente com teorias que utilizam dimensões extras, e se reduzem às quatro dimensões tradicionais no limite para baixas energias. Queremos especificar principalmente como os dois primeiros problemas relatados podem ser solucionados, e mostraremos como estas teorias poderiam ser identificadas 4-dimensionalmente no LHC.

Capítulo 4

Dimensões Extras

“The fourth dimension had become almost a household word by 1910... Ranging from a ideal Platonic or Kantian reality - or even Heaven - the answer to all of the problems puzzling contemporary science, the fourth dimension could be all things to all people.” (Linda Dalrymple Henderson)

O Modelo Padrão é uma teoria que descreve com sucesso todas as interações de todas as partículas elementares observadas. No entanto possui alguns *problemas*, que podem ser explicados se encontrarmos uma nova teoria, que o inclua no limite à baixas energias.

Uma maneira de formular uma teoria deste tipo é imaginarmos que vivemos em um mundo com mais de quatro dimensões. Ao analisarmos o limite a baixas energias, nossa teoria deve ser reduzida às quatro dimensões descritas pelo Modelo Padrão, mas poderemos sentir algum tipo de consequência vinda da existência destas dimensões extras. A primeira pergunta que nos vem à cabeça ao procurarmos uma teoria deste tipo seria “Por que considerarmos dimensões extras”? De maneira simplificada a resposta está na resolução dos problemas que o Modelo Padrão apresenta quando alcançamos determinadas energias. Nas teorias com dimensões extras conseguimos resolver de forma natural o *Problema da Hierarquia* chegando até propor soluções para o *Problema de Massa dos Férmions* em casos específicos.

4.1 O surgimento da idéia

Com o objetivo de unificar as teorias da relatividade e de Maxwell em 1919, Theodor Kaluza propôs uma teoria que utilizava uma dimensão a mais para explicar o mundo que vivemos. Como só conseguimos sentir 4 dimensões, no começo esta teoria não parecia algo possível para muitos físicos da época. Não é fácil imaginarmos como devemos encarar uma teoria 5 dimensional, se nos deparamos no dia-a-dia com 4 dimensões. Para termos uma idéia do que estamos querendo dizer, vamos imaginar como a terceira dimensão poderia ser vista num mundo bidimensional.

Vamos começar caracterizando as dimensões. Com um ponto ainda não temos nenhuma característica dimensional; ele apenas define uma posição dentro de um determinado sistema. Uma dimensão pode ser definida por uma reta, que define um comprimento, uma distância entre dois pontos de referência daquele sistema. Duas dimensões são representadas por um objeto que possui não apenas um comprimento, mas também uma altura, como um plano. Muito bem, então duas retas perpendiculares formam um plano.

Imaginemos que vivemos em um mundo bi-dimensional, ou seja, formado por indivíduos que possuem apenas altura e comprimento, como cartas de baralho. Estes indivíduos não conhecem a terceira dimensão, portanto não conseguem enxergar a largura, ou a profundidade. Agora, imagine que uma esfera aparece neste mundo. Todos seus habitantes ficam completamente chocados com este novo objeto. A esfera é vista pelos habitantes do mundo bidimensional como um círculo que possui um tipo de poder paranormal: aumentar e diminuir de tamanho sempre que lhe convém. Esta história é contada por Edwin Abbot no livro (escrito em 1884) *Flatland: A Romance of Many Dimensions by a Square* [1].

Na realidade, a esfera não possui nenhum tipo de poder paranormal, ela apenas vive em um mundo com uma dimensão extra. Assim, o movimento da esfera por esta terceira dimensão é visto bi-dimensionalmente como um aumento/diminuição de tamanho, ou seja, no raio da esfera.

Se imaginarmos viver em um mundo N-dimensional em que conseguimos sentir apenas quatro dimensões, poderemos utilizar este mesmo tipo de raciocínio para construir uma teoria que inclua a física que conhecemos e tenha ainda uma parte nova, que poderemos utilizar para resolver seus problemas. No momento em que conseguirmos enxergar as conseqüências das dimensões extras no mundo 4-dimensional,

obtendo sinais experimentais, a existência destas dimensões estará provada e os limites de compreensão da física serão expandidos.

Na década de 20, a teoria da relatividade geral de Einstein já era bem conhecida pelos físicos e matemáticos estudiosos da época. Theodor Kaluza era um matemático desconhecido, professor da Universidade de Königsberg na Alemanha, e quando estava estudando a Teoria da Relatividade Geral de Einstein, ele resolveu tentar entender as conseqüências em supor que vivemos em um mundo 5-dimensional ao invés do quadri-dimensional aceito. Para incluir a dimensão extra em seus estudos, Kaluza começou escrevendo as equações de Einstein em cinco dimensões, e conseguiu mostrar que dentro destas equações estavam contidas a teoria quadri-dimensional da gravitação de Einstein e o eletromagnetismo de Maxwell.

Em 1919, Kaluza mandou suas descobertas para Einstein, que ficou chocado com a descoberta de uma teoria que conseguia unificar a gravitação de Einstein com o eletromagnetismo de Maxwell através da adição de uma dimensão espacial na sua própria teoria. O problema era que até aquele momento, não havia necessidade da quinta dimensão, a física já era bem explicada com as quatro conhecidas. Além disto, a mecânica quântica estava sendo descoberta, e toda a atenção na física estava voltada para ela na época.

Em 1926, o matemático sueco Oskar Klein reformulou quanticamente a teoria de Kaluza, e percebeu que o universo poderia também ter dimensões compactas e muito pequenas, de forma que ainda não conseguimos detectá-las. Assim, teorias com mais de 4 dimensões, em que as dimensões extras podem ser compactificadas, ficaram conhecidas como teorias de Kaluza-Klein. No entanto, teorias deste tipo para serem provadas precisam de energias na ordem da massa de Planck, o que dificultava a aceitação da teoria pelos físicos na época. Aos poucos este tipo de teoria foi sendo colocada de lado.

Com o passar do tempo, novas forças foram sendo descobertas e teorias que revolucionaram o mundo da física de partículas, como o Modelo Padrão por exemplo, foram sendo escritas. A procura pela unificação das forças na física continuou, e este foi um dos motivos que favoreciam o sucesso do Modelo Padrão. Mas, ainda este modelo não era ideal, pois não incluía a força gravitacional.

Na década de 80, com esta procura pela unificação das forças, a teoria de Kaluza-Klein foi lembrada e reformulada para a nova física que surgiu neste período que

ficou esquecida. Como novas forças tinham sido descobertas, novas dimensões foram sendo necessárias para unificar todas as forças utilizando a idéia de Kaluza e Klein. Este tipo de teoria foi o berço de teorias que utilizam 10 e 11 dimensões para explicar a física hoje, como a Teoria de Cordas, por exemplo. Hoje em dia, mesmo que a teoria de Kaluza-Klein não consiga realmente unificar a teoria da Relatividade Geral com o eletromagnetismo, ela é muito utilizada nas pesquisas mais recentes.

4.2 Large Extra Dimensions

Vimos que a idéia em utilizar a existência de dimensões extras compactas para o desenvolvimento de uma teoria que inclui o Modelo Padrão no seu limite 4-dimensional vem sendo aprimorada desde a década de 20. Ao longo deste período de tempo algumas teorias com esta idéia base surgiram e foram desenvolvidas, como aconteceu por exemplo com a Teoria de Cordas, que utiliza no total 10 ou 11 dimensões. Em 1998 Arkani-Hamed, Dimopoulos e Dvali propuseram a utilização destas idéias para a resolução do *Problema da Hierarquia*, o que se transformou em uma teoria inovadora mostradas nas referências [6] e [7], que explicaremos a seguir.

Imagine que vivemos em um mundo N -dimensional (com $N = 4 + n$, sendo n o número de dimensões extras), onde as dimensões extras são espaciais e compactas, compactificadas em círculos de mesmo comprimento ℓ_p para simplificar.

Teorias como a Teoria de Cordas utilizam dimensões extras e comprimentos ℓ_p muito pequenos, da ordem do comprimento de Planck

$$\ell_p = \frac{\hbar}{M_p c} \cong 10^{-33} cm$$

onde $\hbar$ é a constante de Planck, c é a velocidade de luz no vácuo, e M_p é a massa de Planck, vista no capítulo 3. Na verdade, desde 1998 sabemos que os limites experimentais impõem que $\ell_p \lesssim 10^{-2} cm$ para $n = 2$, no entanto, em [6] os autores mostram que podem existir teorias com n dimensões extras onde $\ell_p \sim 10^{-2} cm$ para $n \geq 2$, mesmo que os experimentos feitos até hoje não as tenha revelado. Vamos nos concentrar neste último tipo de teorias.

Sabemos que a gravidade é uma propriedade geométrica do espaço. Portanto, a constante gravitacional de Newton (que conhecemos do espaço-tempo que vivemos)

não deve ser a mesma de uma constante gravitacional de um mundo N -dimensional. Para entendermos melhor, vamos escrever a ação gravitacional deste mundo N -dimensional. Primeiramente lembre-se que supusemos que

$$N = 4 + n,$$

onde N é o número total de dimensões do novo espaço-tempo, e n é o número de dimensões extras. A ação de Einstein-Hilbert deve ser:

$$S_{grav} = -\frac{1}{16\pi G_*} \int d^{4+n}x \sqrt{g_{(4+n)}} R_{(4+n)} \quad (4.1)$$

onde G_* é a constante de acoplamento gravitacional fundamental, $g_{(4+n)}$ é o determinante métrica do espaço-tempo N -dimensional e $R_{(4+n)}$ é o tensor de Ricci.

Para extraírmos a constante gravitacional de Newton da ação gravitacional (4.1), vamos impor que a métrica N -dimensional seja plana:

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \delta_{ab} dy^a dy^b$$

onde $\eta_{\mu\nu}$ é a métrica 4-dimensional, e $\delta_{ab} dy^a dy^b$ nos dá os elementos da dimensão extra com $a = 1, 2, \dots, n$.

Utilizando esta métrica plana, definimos:

$$\sqrt{g_{(4+n)}} \equiv \sqrt{g}; \quad R_{(4+n)} \equiv R_{(4)}.$$

A equação (4.1) fica:

$$S_{grav} = -\frac{1}{16\pi G_*} \int d^{4+n}x \sqrt{g} R_{(4)}$$

e fazendo a integral nas dimensões extras:

$$S_{grav} = -\frac{V_n}{16\pi G_*} \int d^4x \sqrt{g_{(4)}} \quad (4.2)$$

onde V_n é o volume do espaço formado pelas dimensões extras.

A ação gravitacional 4-dimensional que conhecemos é a seguinte:

$$S_{grav} = -\frac{1}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{g} R_{(4)}. \quad (4.3)$$

Impondo que a ação gravitacional N -dimensional no limite 4-dimensional (4.2) seja igual a esta que conhecemos dada por (4.3), temos:

$$G_N = \frac{G_*}{V_n} \quad (4.4)$$

onde a constante G_N (constante gravitacional de Newton) é derivada da constante G_* , que é o parâmetro fundamental desta teoria.

Isto significa que a constante gravitacional de Newton em 4 dimensões é suprimida pelo volume do espaço-tempo N -dimensional em relação à constante fundamental denotada por G_* . Desta forma, G_* pode ter um valor alto e G_N ainda possuir um valor muito menor, dependendo do volume do espaço-tempo formado pelas dimensões extras V_n .

Agora, lembre-se do capítulo anterior que a escala de Planck é definida em termos da constante de Newton (vide equação (3.1)). A escala fundamental deve ser dada por m_* , definida em termos da constante gravitacional do espaço-tempo N -dimensional G_* :

$$m_* c^2 = \left[\frac{\hbar^{1+n} c^{5+n}}{8\pi G_*} \right]^{1/(2+n)}.$$

Como consequência direta de (4.4), utilizando unidades naturais, temos a relação entre as escalas suprimidas pelo volume do espaço n -dimensional:

$$m_{planck}^2 = m_*^{n+2} V_n \quad (4.5)$$

Vemos que a consequência de um modelo N -dimensional é a supressão da escala gravitacional pelo volume do espaço formado pelas dimensões extras. Se quisermos simplificar a teoria, com o objetivo de obtermos suas consequências físicas, podemos imaginar que o espaço formado pelas dimensões extras compactificadas é uma esfera n -dimensional, e seu volume pode ser dado por:

$$V_n = R^n \quad (4.6)$$

n	m_* (GeV)	R (m)
1	10^3	10^{13}
2	10^3	10^{-2}
3	10^3	10^{-8}
1	10^5	10^7
2	10^5	10^{-6}
3	10^5	10^{-11}
1	10^8	10^{-2}
2	10^8	10^{-12}
3	10^8	10^{-16}

Tabela 4.1: Para determinados valores de m_* e n obtemos um valor para R . Quando $n = 1$, $R = \frac{m_{planck}^2}{m_*^3}$; para $n = 2$, $R = \frac{m_{planck}}{m_*}$; e para $n = 3$, $R = \left(\frac{m_{planck}^2}{m_*^5}\right)^{1/3}$.

onde R é o raio da esfera n -dimensional. Vamos resolver um exemplo para que este tipo de idéia fique mais clara.

Considere um mundo 5-dimensional, com apenas uma dimensão extra compacta. Neste caso $n = 1$, e (4.5) fica:

$$m_{planck}^2 = m_*^3 V_1$$

Para solucionarmos o *Problema da Hierarquia*, queremos que a escala de Planck seja suprimida pelo volume da dimensão extra, para que o valor do *cutoff* do Modelo Padrão esteja na ordem da escala eletrofraca.

Da equação (3.1) temos que $m_{planck} \sim 10^{19} GeV$. Para que a escala fundamental seja da ordem da escala eletrofraca, ou seja, $\mathcal{O}(1 TeV)$, precisamos que o raio da circunferência formada pela dimensão extra seja aproximadamente $10^{13} m$. Ficaria então impossível não termos notado uma dimensão extra tão grande! Agora, poderíamos pedir que $R < 10^{-2} m$. Para isto, $m_* > 10^8 GeV$.

Se supusermos um mundo com n dimensões extras, para $n = 1, 2, 3$, e pedirmos que a escala fundamental tenha certos valores entre $1 TeV$ e $10^5 TeV$, podemos calcular os valores do raio que o espaço n -dimensional deve ter. Veja a tabela (4.1).

Portanto, é razoável pensarmos em um espaço n -dimensional tão pequeno que ainda não foi detectado. Vemos na tabela (4.1) que se tivermos 2 ou mais dimensões extras, esta idéia é totalmente compatível com a experiência. O que queremos dizer

é que se tivermos duas ou mais dimensões extras, o raio do espaço formado é sempre menor que $10^{-2} m$, sendo possível que não o tenhamos visto ainda.

As duas primeiras vertentes da teoria que utilizam as dimensões extras são as chamadas *Large Extra Dimensions* (LED) e *Universal Extra Dimensions* (UED). A primeira soluciona o *Problema da Hierarquia* desta forma, com a supressão da escala de Planck feita através do volume das dimensões extras. A grande diferença entre estas duas vertentes está na definição da propagação dos campos. Ao definirmos um mundo N -dimensional, precisamos também definir quais campos podem se propagar em cada uma das dimensões existentes.

A idéia das *LED* é deixar apenas a gravidade se propagando por todas as N -dimensões, e os campos fermiônicos, bosônicos e escalares devem estar livres para se propagar pelas quatro dimensões já conhecidas. Este tipo de configuração faz com que os campos de matéria se acoplem mais fracamente com o campo gravitacional, como se uma supressão fosse gerada pelo volume da dimensão extra. Na verdade, como só os campos gravitacionais se propagam pela dimensão extra, somente uma parte do total destes campos irá se acoplar com os campos de matéria fixos nas 4 dimensões. Com isto, no limite 4-dimensional a interação gravitacional poderá ser sentida fracamente como requer o Modelo Padrão. Neste caso encontramos dimensões extras relativamente grandes, com raios variando na ordem de $10^{-2} mm$ a $10^{-4} mm$, para $n > 2$ e $m_* \sim \mathcal{O}(TeV)$.

Ao darmos a liberdade dos campos gravitacionais se propagarem por todas as N dimensões, devemos obter conseqüências físicas visíveis ligadas ao fato de que, a partir de agora, o campo gravitacional deve ter componentes não somente nas 4 dimensões conhecidas, mas também nas n dimensões extras. Para entendermos alguns tipos destas conseqüências, vamos imaginar que vivemos em um mundo 5-dimensional. Temos apenas uma dimensão extra espacial, compactificada em um circunferência de raio R . Imaginemos agora que um campo está livre para se propagar em qualquer dimensão, inclusive na dimensão extra. Para exemplificar, vamos supor que uma onda plana esteja se propagando pela quinta dimensão. Com esta compactificação temos que

$$e^{ky} = e^{k(y+2\pi R)} \Rightarrow 2\pi R k = 2\pi n \Rightarrow k = \frac{n}{R}$$

e $|\Psi\rangle = e^{\frac{ny}{R}}$. Como o momento da quinta dimensão é proporcional a $\frac{d}{dy}$, este é

quantizado:

$$p_5 = \frac{n}{R}. \quad (4.7)$$

Ainda, sabemos que $p_M^2 = 0$, o que implica em

$$p_\mu^2 - \frac{n^2}{R^2} = 0. \quad (4.8)$$

Isto nos mostra que este tipo de compactificação leva à conservação do momento 5-dimensional e em consequência à conservação deste número n [4].

No caso das *LED*, é o campo gravitacional (o gráviton) que é liberado para se propagar em todas as dimensões. Como consequência desta propagação pelas dimensões extras compactas, o momento 5-dimensional é conservado e a massa poderá ter determinados valores. Isto quer dizer que a partícula poderá ser vista 4-dimensionalmente como uma soma de partículas com números quânticos iguais, mas com massas diferentes, crescentes determinadas pelo valor de n . Para ficar mais claro, o cálculo explícito desta idéia será mostrado na próxima seção.

De qualquer forma, o campo gravitacional poderá ser visto 4-dimensionalmente como uma soma de campos com massas crescentes, em que o *gap* de massas entre dois modos consecutivos deve ser $\Delta m \sim \frac{1}{R}$. Como queremos resolver o *Problema da Hierarquia*, vamos impor $m_* \simeq 1 \text{ TeV}$ e R pode ser calculado a partir de (4.5) e (4.6). Neste caso,

$$R \simeq 2 \cdot 10^{-17 + \frac{32}{n}} \text{ cm}.$$

Poderíamos então enxergar novos estados de spin 2 com diferenças de massas muito pequenas entre si. Experimentalmente seria muito difícil enxergar esta diferença de massas entre estados consecutivos pois o menor intervalo de valores de energia seria muito maior que este *gap*. A solução para que pudéssemos enxergar os estados excitados do gráviton seria através de uma medida da energia da somatória de todos os modos, pois esta seria grande o suficiente para poder ser vista. Isto aconteceria pois os experimentos de hoje trabalham com uma detecção por balanço de energia, ou seja, detectam partículas através da energia faltante no processo esperado. Um exemplo disto é a detecção dos neutrinos. Para que seja detectado um neutrino resultante de algum processo é necessário fazer a medida das energias iniciais e finais de todas as partículas presentes no espectro de forma que uma energia final menor do que a esperada é a evidência de um neutrino. Desta forma, se pudéssemos

atingir determinadas energias, 4-dimensionalmente poderíamos enxergar indicações da existência dos grávitons através de seus modos de Kaluza-Klein [10].

4.3 Universal Extra Dimensions (UED)

Esta vertente difere das *LED* na propagação dos campos. A idéia continua sendo um mundo com n dimensões extras, mas neste caso, os outros campos também estão livres para se propagar em qualquer dimensão, inclusive nas dimensões extras. Com isto, devemos impor que o limite para baixas energias desta teoria seja o Modelo Padrão, e obter as conseqüências em vivermos em um mundo com mais de 4 dimensões. Para entendermos quais são estas conseqüências, vamos resolver um exemplo, calculado para uma “teoria modelo”.

Imagine que vivemos em um espaço-tempo 5-dimensional plano. Temos apenas uma dimensão extra, que é compacta, compactificada em uma circunferência de raio R . Definimos que o campo escalar é o único tipo de campo nesta teoria que pode se propagar por todas as 5 dimensões:

$$\phi(x^\mu) \rightarrow \phi(x^\mu, y)$$

onde y é a coordenada na dimensão extra, e x^μ são as coordenadas nas quatro dimensões conhecidas.

A ação do campo escalar pode ser colocada da seguinte forma:

$$S[\phi] = \frac{1}{2} \int d^4x dy (\partial^A \phi \partial_A \phi + m^2 \phi^2) \quad (4.9)$$

onde $A = 0, 1, 2, 3, 5$.

O campo 5-dimensional pode ser expandido utilizando a periodicidade da dimensão extra através de:

$$\phi(x^\mu, y) = \sum_n^\infty \varphi_n(x^\mu) \psi(y). \quad (4.10)$$

Resolvendo a equação de Klein-Gordon, obtemos:

$$\psi(y) = A \sin(ky) + B \cos(ky).$$

Figura 4.1: A torre de Kaluza-Klein formada por campos escalares, como nos mostra a equação (4.12).

Utilizando a condição de contorno $\psi(0) = \psi(2\pi R)$ e normalizando a função, $\phi(x^\mu, y)$ fica:

$$\phi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \varphi_0(x) + \sum_n \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \left[\varphi_n \cos\left(\frac{ny}{R}\right) + \hat{\varphi}_n \sin\left(\frac{ny}{R}\right) \right]. \quad (4.11)$$

Colocando o campo expandido na ação do campo escalar, e integrando na coordenada y devemos obter o limite 4-dimensional desta teoria. Fazendo este cálculo obtemos a ação efetiva:

$$S[\phi] = \frac{1}{2} \int d^4x \left\{ \sum_{n=0} (\partial^\mu \varphi_n \partial_\mu \varphi_n + m_n^2 \varphi_n^2) + \sum_{n=1} (\partial^\mu \hat{\varphi}_n \partial_\mu \hat{\varphi}_n + m_n^2 \hat{\varphi}_n^2) \right\} \quad (4.12)$$

onde $m_n^2 = m^2 + \frac{n^2}{R^2}$.

Para interpretarmos este resultado fisicamente, precisamos comparar com a ação 4-dimensional de um escalar que conhecemos. De (2.24) temos a ação em forma simplificada:

$$S[\phi(x)] = \frac{1}{2} \int d^4x \{ \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi + m^2 \phi^2 \} \quad (4.13)$$

A equação (4.13) é correspondente ao modo zero de (4.12). Portanto, o campo escalar 5-dimensional aparece na teoria efetiva como uma soma de campos 4-dimensionais cuja massa cresce com o aumento dos modos n . Estes modos são os *modos de Kaluza-Klein*.

Note que, por causa desta compactificação obtivemos este espectro com uma torre de campos com níveis de energia degenerados. Portanto temos 2^n estados, ou níveis de Kaluza-Klein. Outros tipos de compactificações nos levariam a diferentes expansões

do campo, e conseqüentemente a diferentes torres de campos (com massas específicas para as determinadas compactificações).

No caso das *LED* apenas o gráviton podia se propagar por todas as dimensões, o que implicava na formação da torre de Kaluza-Klein somente para o campo gravitacional e este poderia ser visto efetivamente como uma soma de campos 4-dimensionais com massas n/R . Com a propagação de um outro campo (além do gráviton) pelas N -dimensões, os vínculos em $1/R$ se tornam muito maiores, pois os acoplamentos não são mais suprimidos gravitacionalmente. Conseguimos evitar que $1/R^1$ tenha um valor muito alto se impusermos que todos os campos do Modelo Padrão possam se propagar por todas as dimensões. Neste caso, por causa da compactificação o momento 5-dimensional deve ser conservado como vimos em (4.7). Isto implica na conservação do número de Kaluza-Klein e faz com que os vínculos para $1/R$ diminuam muito, podendo chegar a 300 GeV . Isto ocorre porque esta conservação do número de Kaluza-Klein exige que os modos sejam sempre produzidos em pares, proibindo processos que decaiam em apenas uma partícula, como está exemplificado na figura (4.2) [8].

Figura 4.2: Exemplos de diagramas (a) proibido e (b) permitido pela conservação do número de Kaluza-Klein.

4.3.1 Propagação dos bósons de gauge e férmions nas dimensões extras

Agora os campos de gauge e de matéria estão livres para propagar nas dimensões extras. Para entendermos as conseqüências deste fato, vamos resolver um exemplo análogo ao que fizemos para os campos escalares na seção anterior.

¹Lembre-se que $\Delta m = 1/R$. Assim, se tivéssemos um valor muito alto para $1/R$ (como 100 TeV por exemplo), então o campo do primeiro modo da torre deveria ter uma massa tão grande quanto este valor, e não seria possível sua detecção.

Imaginemos um mundo 5-dimensional de métrica plana, com uma dimensão extra espacial, compactificada em uma circunferência de raio R . Os campos dos férmions e bósons podem ser representados por uma função que envolve as coordenadas das 4 dimensões x^μ somadas à coordenada na dimensão extra y :

$$A_M \rightarrow A_M(x^\mu, y), \quad \psi \rightarrow \Psi(x^\mu, y)$$

Com isto, a ação 5-dimensional de cada campo deve vir de (2.1) e (2.3):

$$S[A_M] = \int d^4x dy \left\{ -\frac{1}{4g_5^2} F_{MN} F^{MN} \right\} \quad (4.14)$$

$$S[\Psi] = \int d^4x dy \left\{ i\bar{\Psi}\gamma_M (\partial^M + \Gamma^M) \Psi + m_\Psi \bar{\Psi}\Psi \right\} \quad (4.15)$$

onde as letras maiúsculas representam as coordenadas de todas as dimensões $M, N = 0, 1, 2, 3, 5$, e as letras gregas são as coordenadas 4-dimensionais $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$. Além disto,

$$\Gamma^M = (\gamma^\mu, i\gamma^5) \quad \text{com} \quad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{e} \quad i\gamma^5 = \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

onde $\sigma^\mu = (1, \vec{\sigma})$, $\bar{\sigma}^\mu = (1, -\vec{\sigma})$ e σ_i são as três matrizes de Pauli.

Assim como em (4.10), podemos expandir os campos da seguinte forma:

$$A_\mu(x^\mu, y) = \sum_n A_\mu^n(x^\mu) f(y)$$

$$\Psi(x^\mu, y) = \sum_n \psi_n(x^\mu) f(y)$$

Utilizando a condição de contorno $f(0) = f(2\pi R)$, e normalizando a função podemos resolver as devidas equações de movimento obtendo as seguintes soluções:

$$A_\mu(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} A_\mu^0(x) + \sum_n \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \left[A_\mu^n \cos\left(\frac{ny}{R}\right) + \hat{A}_\mu^n \sin\left(\frac{ny}{R}\right) \right] \quad (4.16)$$

$$\Psi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \psi_0(x) + \sum_n \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \left[\psi_n \cos\left(\frac{ny}{R}\right) + \hat{\psi}_n \sin\left(\frac{ny}{R}\right) \right]. \quad (4.17)$$

Estas devem ser colocadas nas ações 5-dimensional (4.14) e (4.15) para resolvermos

a integral em dy obtendo as ações efetivas dos bósons de gauge e férmions respectivamente. Ao compararmos estas ações com as ações 4-dimensionais que conhecemos, veremos que novamente uma torre de campos é formada cujos modos zero devem ser os campos do Modelo Padrão.

Como consequência deste tipo de teoria temos que todos os campos se manifestam 4-dimensionalmente como uma torre de campos iguais diferindo apenas pelas massas, que varia Δm entre dois campos de modos consecutivos (figura 4.1). É importante ficar claro que descrevemos a teoria em nível árvore. Ao levarmos em conta os termos de interação o espectro se ramifica, e poderemos enxergar a diferença entre as massas de cada partícula [15].

4.3.2 Os campos fermiônicos e sua quiralidade

No Modelo Padrão os campos fermiônicos são quirais, isto é, para altas energias os espinores de Dirac $u(p, s)$ e $v(p, s) = i\gamma_2 u^*(p, s)$ são autoestados da matriz γ_5 . Isto significa que os estados com helicidade $+\frac{1}{2}$, chamados de estados de mão direita (R) e os estados com helicidade $-\frac{1}{2}$, chamados de mão esquerda (L) satisfazem respectivamente

$$\begin{aligned} u_{R,L} &= \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)u, \\ v_{R,L} &= \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)v \end{aligned}$$

Além disto as interações de gauge dos férmions são diferentes para campos de mão esquerda e campos de mão direita, o que os leva a possuir números quânticos diferentes representando cada caso. Como consequência definimos L e R em (2.21) e (2.22) para descrevermos os campos quirais do Modelo Padrão.

Uma teoria N -dimensional como esta não possui férmions quirais, como deduzimos da equação (4.17). Na verdade vimos que estes campos fermiônicos 5 dimensionais deverão ser vistos 4-dimensionalmente como uma soma infinita de campos iguais que diferem apenas na massa, mas não possuem quiralidade definida. Precisamos então impor que o modo zero (que será identificado com o férmion do Modelo Padrão) seja quiral como observamos.

Para obtermos férmions quirais impomos uma identificação dos pontos na dimensão extra: y com $-y$. Com isto, estamos impondo que a teoria seja invariante sob a simetria $\mathbb{Z}_2$ em que $y \rightarrow -y$. Assim, a compactificação que era feita apenas na

circunferência S_1 , agora é feita na $S_1/\mathbb{Z}_2$, o que reduz o intervalo da circunferência a $[0, \pi R]$. Esta compactificação é chamada de “*orbifold*”.

Como consequência, para que o campo $\Psi(x^\mu, y)$ seja par, ele deverá ser descrito apenas pela função acompanhada ao cosseno em (4.17), sendo representado apenas pela torre esquerda da figura (4.1). Da mesma forma, se o campo $\Psi(x^\mu, y)$ for ímpar, ele deverá ser descrito pela função que acompanha o seno em (4.17), e deve ser visto como uma soma infinita dos campos da torre direita da figura (4.3).

Até aqui vimos que os modos zeros dos campos podem ser campos quirais, mas ainda não definimos se estes devem ser de mão esquerda ou de mão direita. Na verdade não vamos definir especificamente quais campos devem ser de quais tipos, mas precisamos entender que temos apenas duas opções, explicitadas a seguir.

1. Se observo no Modelo Padrão campos fermiônicos de mão esquerda, suponho que estes são o modo zero da teoria 5-dimensional, imponho então que estes modos zero são de mão esquerda:

$$f_L(y) = f_L(-y)$$

e conseqüentemente

$$f_R(y) = -f_R(-y).$$

2. Se observo campos fermiônicos de mão direita, suponho que os modos zeros da teoria 5-dimensional são também de mão direita, e defino que as funções são as funções pares:

$$f_R(y) = f_R(-y)$$

e conseqüentemente as funções de mão esquerda são necessariamente ímpar

$$f_L(y) = -f_L(-y).$$

Com isto, para ambos os casos 4-dimensionalmente temos as duas torres mostradas na figura (4.1). A diferença é que como os dubletos fermiônicos do Modelo Padrão são de mão esquerda, o modo zero da torre de campos terá que ser de mão esquerda de forma que a torre da esquerda precisará ser formada pelos campos pares e a torre da direita pelos campos ímpares. Já para os singletos fermiônicos (que são de mão direita) deve acontecer o contrário: como o modo zero precisa ser de mão direita,

Figura 4.3: As duas torres de Kaluza-Klein: (a) *Férmions com modo zero de mão esquerda*, (b) *Férmions com modo zero de mão direita*.

a torre da direita deverá ser formada pelos campos pares enquanto a da esquerda deverá ser formada pelos campos ímpares como mostramos na figura (4.3).

Veja que todos os outros modos além do modo zero não possuem a quiralidade como especificada no Modelo Padrão pois ambas as torres interagem com os bósons. Assim, quando nos referimos a campos 5-dimensionais de mão esquerda ou direita, queremos apenas dizer que todos os campos da torre possuem os mesmos números quânticos do seu determinado modo zero (que pode ser e ter os números dos campos de mão direita ou esquerda).

4.3.3 Conclusões

Como consequência deste caso, todos os campos possuem modos de Kaluza-Klein. Os modos zero são os campos descritos no Modelo Padrão que podemos sentir, e os modos acima devem ter massas razoavelmente grandes pois ainda nenhum experimento feito conseguiu atingir energias suficientes para que pudéssemos enxergar suas excitações.

Neste caso, o raio das dimensões extras deve ser menor do que no caso das *LED* devido ao vínculos impostos pela propagação dos campos nestas dimensões [14]. Além disto, vimos que agora o número de Kaluza-Klein também deve ser conservado, o que impõe a produção dos estados excitados somente aos pares. Isto fez com que dois modos zero não pudessem ser combinados para dar origem a um estado excitado, impossibilitando processos com uma partícula do primeiro modo decaindo em duas partículas do modo zero. Portanto a partícula mais leve do primeiro modo

de Kaluza-Klein deve ser estável, e como consequência pode ser considerada um grande candidato a matéria escura.

4.4 Warped Extra Dimensions

Este tipo de teoria com dimensões extras é um pouco diferente das anteriores: ela utiliza a curvatura da dimensão extra para explicar a supressão da escala de Planck, resolvendo assim o *Problema da Hierarquia*. A seguir explicamos esta vertente das teorias com dimensões extras e mostramos suas consequências na teoria efetiva.

4.4.1 Resolvendo o Problema da Hierarquia

Consideremos um modelo 5-dimensional cuja métrica é dada pela seguinte equação [39]:

$$ds^2 = f(y)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + dy^2 \quad (4.18)$$

onde $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ é a métrica 4-dimensional de Minkowski, y é a coordenada da dimensão extra e $f(y)$ é uma função arbitrária dependente da coordenada y . Podemos enxergar a equação (4.18) como se o espaço-tempo 5-dimensional fosse uma soma de infinitas fatias 4-dimensionais ao longo de toda a dimensão extra (figura 4.4).

Figura 4.4: Esquema da “decomposição” de um mundo 5D: em cada lugar da coordenada da dimensão extra temos um mundo 4D minkowskiano como este que enxergamos.

Escolhemos determinada métrica para que estas fatias 4-dimensionais sigam a geometria de Minkowski de forma a estar de acordo com a condição imposta no limite

da redução dimensional. Com isto, a geometria do espaço-tempo total 5-dimensional é curva (como consequência do fator $f(y)$), enquanto a geometria 4-dimensional ao longo da coordenada da dimensão extra é plana.

Em uma métrica como (4.18), para qualquer ponto da dimensão extra a escala de energia da fatia 4-dimensional localizada neste ponto será a mesma daquela escala de uma fatia localizada na origem da dimensão extra, multiplicada por um fator dado pela função $f(y)$. Para exemplificar uma consequência desta situação, imaginemos um mundo 4-dimensional como o nosso situado na origem da dimensão extra. Imagine ainda que a dimensão extra seja infinita, e que existam outros mundos 4-dimensionais em diferentes lugares em y . Um menino que mora no nosso mundo (que se encontra em $y = 0$) está jogando tênis, e rebate uma bola a x km/h. Isso faz com que a energia na bolinha seja E_x . Vista em um mundo 4-dimensional que se encontra em y , a energia da bolinha seria $E_x \cdot f(y)$. Isso quer dizer que, se $f(y) = 2y$, a energia da bolinha vista no mundo 4-dimensional que se encontra em $y = 2$ será quatro vezes aquela que foi aplicada em $y = 0$.

No capítulo anterior vimos que o *Problema da Hierarquia* está relacionado com a grande diferença de escalas de energia entre a *escala de Planck* e a *escala eletrofraca*: são 16 ordens de grandeza de “vácuo”. Imagine então que podemos explicar este problema fazendo uma relação entre as duas escalas de energia, assim como foi feito no exemplo apresentado acima. Para isto precisamos primeiramente definir algumas variáveis do modelo.

Vamos supor que moramos em uma fatia 5-dimensional, cuja métrica é aquela dada em (4.18), mas conseguimos apenas enxergar suas consequências 4-dimensionais. A dimensão extra deve ser compacta, compactificada em uma esfera de dimensão 1 (uma circunferência) S_1 de raio R , de forma que a coordenada y deve variar de 0 a $2\pi R$, n vezes repetidamente. Assim, existe uma equivalência entre as fatias 4-dimensionais (a partir deste momento estas serão chamadas de branas) que estão localizadas em $y = 0$ e $y = 2\pi R$.

Devemos ainda utilizar uma outra simetria na compactificação da dimensão extra: a $\mathbb{Z}_2$. Em princípio, o uso desta simetria parece desnecessário, mas ela é muito importante para que os férmions sejam quirais quando estes podem se propagar nas dimensões extras, como vimos para as Dimensões Extras Universais na seção (4.3). Com esta simetria, identificamos os pontos y com os $-y$ na coordenada da dimensão

extra, de forma a dividirmos o círculo ao meio. Teremos assim, “dois meios círculos”, e a coordenada y deve variar de $y = 0$ até $y = \pi R$ agora $2n$ vezes repetidamente.

Em suma, temos um modelo 5-dimensional de geometria curva, com uma de suas dimensões compactificada em $S_1/\mathbb{Z}_2$. Como consequência desta compactificação e da métrica utilizada, deve existir uma correlação entre as branas que estão localizadas em $y = 0$ e $y = \pi R$, o que implica em uma determinada relação entre as escalas de energia destas branas.

Para entendermos qual deve ser esta relação entre as escalas de energia entre branas com diferentes localizações na dimensão extra, primeiramente vamos definir a **brana de Planck**. A brana de Planck deve ser a fatia 4-dimensional localizada em $y = 0$ e, como o próprio nome sugere, sua escala de energia deve ser da ordem da escala de Planck. Definimos agora uma outra brana, localizada em $y = \pi R$. Como consequência, sua escala de energia deverá ser sentida $f(y)$ vezes maior/menor do que na brana de Planck. Com o intuito de explicarmos o problema da hierarquia, vamos pedir para que esta nova brana esteja associada a uma escala de energia da ordem da escala eletrofraca, e denominá-la **brana TeV**. Para isto que isto seja possível, precisamos de uma função $f(y)$ que faça a escala de energia diminuir bruscamente de uma brana para a outra. Uma exponencial consegue fazê-la de uma forma natural².

Colocamos $f(y) = e^{-2k|y|}$, e a geometria do *bulk* deve ser um pedaço do espaço AdS_5 entre dois limites 4-dimensionais³:

$$ds^2 = e^{-2k|y|} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dy^2. \quad (4.19)$$

A métrica também pode ser escrita da seguinte forma:

$$ds^2 = g_{MN} dx^M dx^N \quad (4.20)$$

onde

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-2\sigma} \eta_{\mu\nu} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

com $\sigma = k|y|$ e $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ é a métrica 4-dimensional de Minkowski mencionada em (4.18).

²com parâmetros não muito grandes, nem muito pequenos ($kR \simeq \mathcal{O}(10)$).

³Espaço Anti de Sitter 5-dimensional, em que a métrica é curvada por um fator de curvatura $f(y)^{-1}$.

Como consequência, podemos obter uma relação entre as escalas de energia de dois pontos diferentes na coordenada da dimensão extra. Como definimos a brana de Planck em $y = 0$ e a brana TeV em $y = \pi R$, vamos obter as relações de energia entre estas duas branas utilizando esta métrica 5-dimensional:

$$M_e = e^{-k\pi R} M_p \quad (4.21)$$

onde M_e é a escala de energia da brana localizada em $y = \pi R$, e M_p é a escala de energia da brana localizada em $y = 0$.

Portanto, se quisermos encontrar uma solução para o *Problema da Hierarquia* do Modelo Padrão, pedimos que a brana TeV tenha energias da ordem da escala eletrofraca, e que a brana de Planck possa atingir energias da ordem da escala de Planck. Com isto, M_e deve ser a escala eletrofraca (vide equações (2.34) e (3.6)) que consequentemente deve ser gerada a partir da escala de Planck M_p ((3.1), (3.2)). Se:

$$\begin{aligned} M_p &\sim \Lambda \sim 10^{19} GeV \\ M_e &\sim 10^3 GeV \simeq \Lambda_r \sim O(TeV), \end{aligned}$$

de (4.21) precisamos que $kR \simeq 12$.

Re-estruturando o modelo proposto, supusemos um espaço-tempo 5-dimensional com a dimensão extra compactificada em um círculo $S_1/\mathbb{Z}_2$. Como consequência da compactificação, temos duas branas 4-dimensionais localizadas em dois pontos específicos da dimensão extra: $y = 0$, onde vive a escala de Planck; e $y = \pi R$, onde mora o Modelo Padrão. A geometria do espaço-tempo total é curva e dada pela equação (4.19), de forma que a escala eletrofraca possa ser gerada naturalmente a partir da escala de Planck. É importante salientarmos que a única escala de energia desta proposta é m_{planck} , sendo a escala fundamental da teoria. Isto a diferencia fortemente de teorias como as *LED* ou *UED* onde a escala fundamental era $m_* \simeq \mathcal{O}(TeV)$.

Para vermos como este “*rescaling*” de energia funciona na prática, vamos nos concentrar no bóson de Higgs. Consideremos este modelo 5-dimensional cuja geometria é ditada pela métrica dada na equação (4.20). A ação em uma brana 4-dimensional do bóson de Higgs deve ser:

$$S_{Higgs} = \int d^4x \sqrt{-g_{ind}} \{ g_{ind}^{\mu\nu} \partial_\mu H^\dagger \partial_\nu H - \lambda(|H|^2 - v_o^2)^2 \} \quad (4.22)$$

onde $g_{ind}^{\mu\nu}$ nos dá a geometria 4-dimensional da brana em que ele está localizado. Veja que para não existir ajuste fino, todas as grandezas desta teoria possuem valores da ordem da massa de Planck, ou seja, $v_0 \simeq m_{planck}$.

Localizando o bóson de Higgs na brana TeV em $y = \pi R$:

$$g_{ind}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu}(x, \pi R) = e^{2k\pi R} \eta^{\mu\nu},$$

e a ação dada por (4.22) fica:

$$S_{Higgs} = \int d^4x \left\{ e^{-2k\pi R} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu H^\dagger \partial_\nu H - e^{-4k\pi R} \lambda (|H|^2 - v_o^2)^2 \right\}.$$

Redefinindo o campo escalar do Higgs para que ele esteja canonicamente normalizado:

$$e^{-k\pi R} H \rightarrow H,$$

a ação pode ser re-escrita da seguinte forma:

$$S_{Higgs} = \int d^4x \left\{ \eta^{\mu\nu} \partial_\mu H^\dagger \partial_\nu H - \lambda (|H|^2 - e^{-2k\pi R} v_o^2)^2 \right\}.$$

Se definirmos $v = e^{-k\pi R} v_o$, e colocarmos na ação acima, obteremos a ação canônica 4-dimensional do bóson de Higgs:

$$S_{Higgs} = \int d^4x \left\{ \eta^{\mu\nu} \partial_\mu H^\dagger \partial_\nu H - \lambda (|H|^2 - v^2)^2 \right\}.$$

Mas agora, perceba que mesmo que v_o seja da ordem da escala de Planck, v terá sido exponencialmente suprimido, podendo chegar a ser da ordem da escala TeV , dependendo apenas dos valores de k e R .

Esta supressão é a proposta de [39] para solucionar o *Problema da Hierarquia*. Se o *cutoff* da teoria é a escala de Planck (vide equação (3.1)), ele vai ser visto exponencialmente menor por aqueles que se encontram na brana em $y = \pi R$. Dizemos então que o *cutoff* da teoria foi “*warped down*”, ou seja, foi reduzido devido ao fator de curvatura da métrica 5-dimensional resultando em um *cutoff* local. Estes tipos de teorias que trabalham com uma supressão da escala devido a um fator da métrica do espaço-tempo N -dimensional são também conhecidas como teorias de Randall-Sundrum.

4.4.2 A propagação 5D dos campos

Para solucionar o problema da hierarquia estamos trabalhando com um modelo 5-dimensional, e estes possuem fatias 4-dimensionais localizadas em diferentes pontos da dimensão extra. Agora precisamos implementar este modelo, ou seja, precisamos definir quais campos podem se propagar em cada dimensão, para podermos obter suas conseqüências 4-dimensionais.

A idéia original de Randall-Sundrum [39] era utilizar a geometria do espaço-tempo proposta para resolver o *Problema da Hierarquia* colocando apenas a gravidade para se propagar no *bulk*, de forma que todos os campos do Modelo Padrão ficassem presos na brana TeV. Algum tempo depois, foi proposta a idéia em que todos os campos do Modelo Padrão estariam livres para se propagar por todas as dimensões [26, 18, 38, 13, 27, 23, 30, 19, 29]. Como veremos a seguir, isto traz conseqüências interessantes, e abre possibilidades para a construção de teorias que propõem soluções para o *Problema das Massas dos Férmions*, entre outras.

No Modelo Padrão, cada campo é descrito com sua própria ação:

1. Campos escalares

$$S_{escalar}^{MP} = \int d^4x \{ |\partial_\mu \phi|^2 + m_\phi |\phi|^2 \} \quad (4.23)$$

onde $\phi(x^\mu)$ representa o campo escalar.

2. Campos de Gauge

$$S_{gauge}^{MP} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right\} \quad (4.24)$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ e $A_\mu(x^\mu)$ é o campo de gauge.

3. Férmions

$$S_{fermion}^{MP} = \int d^4x \{ \bar{\Psi} i \gamma_\mu D^\mu \Psi + m_\Psi^2 \bar{\Psi} \Psi \} \quad (4.25)$$

onde $\Psi(x^\mu)$ representa o campo fermiônico e $D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$.

De forma que a ação total do Modelo Padrão é dada por:

$$S_{MP} = S_{escalar}^{MP} + S_{gauge}^{MP} + S_{fermion}^{MP}. \quad (4.26)$$

Se vamos supor que os campos de gauge, escalares e fermiônicos possam se propagar por todas as 5 dimensões, precisamos escrever suas ações 5-dimensionais. Para entendermos suas conseqüências, o limite 4-dimensional desta teoria será comparado ao Modelo Padrão, como fizemos com o exemplo mostrado na seção (4.3).

A ação total no espaço-tempo 5-dimensional deve ser dada por:

$$S_{5D} = S_{escalar}^{5D} + S_{gauge}^{5D} + S_{fermion}^{5D} \quad (4.27)$$

onde

$$S_i^{5D} = - \int d^4x \int dy \sqrt{-g} \mathcal{L}_i \quad (4.28)$$

com $g = \det(g_{MN})$, onde os índices em letras maiúsculas definem as 5 coordenadas: x^0, x^1, x^2, x^3 e y ; e $i = escalar, gauge, fermion$, de forma que os três tipos de campos (escalares, bósons de gauge e férmions) possam se propagar pelo *bulk*.

As lagrangeanas 5-dimensionais devem ser:

$$\mathcal{L}_{escalar}^{5D} = \{ |\partial_M \phi|^2 + m_\phi |\phi|^2 \} \quad (4.29)$$

$$\mathcal{L}_{gauge}^{5D} = \left\{ -\frac{F_{MN}F^{MN}}{4g_5^2} \right\} \quad (4.30)$$

$$\mathcal{L}_{fermion}^{5D} = \{ i\bar{\Psi}\gamma_M D^M \Psi + m_\Psi \bar{\Psi}\Psi \} \quad (4.31)$$

com $F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$ no caso de um campo de gauge abeliano, e a derivada covariante no espaço curvo é definida por $D_M = \partial_M + \Gamma_M$, onde Γ_M é o *spin connection*, e as matrizes $\gamma_M = (\gamma_\mu, \gamma_5)$ são definidas no espaço-tempo curvo como $\gamma_M = e_M^\alpha \gamma_\alpha$, onde e_M^α é o *vierbein* e γ_α são as matrizes de Dirac do espaço plano.

Em particular para esta métrica (4.19) o *spin connection* é dado por :

$$\Gamma_\mu = \frac{1}{2} \gamma_5 \gamma_\mu \frac{d\sigma}{dy} \quad \text{e} \quad \Gamma_5 = 0. \quad (4.32)$$

Para podermos entender as conseqüências 4-dimensionais deste modelo 5-dimensional é necessário uma comparação entre a ação efetiva obtida a partir da ação 5-dimensional com a ação do próprio Modelo Padrão. Isto significa que precisamos integrar as lagrangeanas de (4.28) na coordenada da dimensão extra (obtendo a “ação reduzida”) para podermos comparar com (4.23), (4.24), (4.25) e fazer predições na teoria 4-dimensional.

4.4.3 A redução dimensional e suas conseqüências

Para que este modelo 5-dimensional concorde com as massas das partículas observadas experimentalmente, é necessário que ele se reduza ao Modelo Padrão no limite a baixas energias. A idéia agora é impor esta redução e observar suas conseqüências, como fizemos na seção (4.3) para os escalares em um espaço-tempo plano. Podemos fazer esta imposição requerendo que a ação 5-dimensional reduzida seja igual a ação 4-dimensional para energias suficientemente baixas a ponto de já terem sido testadas.

A ação reduzida é justamente a ação 5-dimensional dada pelas equações (4.28) com a lagrangeana já integrada na dimensão extra:

$$S^{red.} = - \int d^4x \cdot \mathcal{L}^{red.}; \quad \mathcal{L}^{red.} = \int dy \cdot \mathcal{L}^{5D}$$

É importante ressaltar que $\mathcal{L}^{red.}$ é uma lagrangeana efetiva, válida somente à baixas energias. Assim, para que o limite 4-dimensional da nova teoria seja o Modelo Padrão impomos que $S_{tot}^{(4dim)} \equiv S_{tot}^{red.}$.

4.4.3.1 Campos escalares no bulk

Imaginemos que os campos escalares estejam livres para se propagar por todas as 5 dimensões. Para obtermos as conseqüências da imposição $S_{escalar}^{(4dim)} \equiv S_{escalar}^{red.}$, precisamos primeiramente integrar $\mathcal{L}_{escalar}^{red.}$ obtendo $S_{escalar}^{red.}$.

A lagrangeana 5-dimensional para os campos escalares é dada por (4.29), e depende exclusivamente do campo ϕ . Lembre-se que estamos possibilitando ao campo escalar se propagar por todas as 5 dimensões, se isto ocorre, ele deve ter dependência na componente na coordenada da dimensão extra, assim como nas componentes do espaço-tempo 4-dimensionais. Desta forma $\phi = \Phi(x^\mu, y)$, e (4.29) deve ser, na realidade:

$$\mathcal{L}_{escalar}^{5D} = \{ |\partial_M \Phi(x^\mu, y)|^2 + m_\phi^2 |\Phi(x^\mu, y)|^2 \}$$

Escrevendo a ação 5-dimensional utilizando a métrica de (4.19):

$$S_{escalar}^{5D} = \int d^4x dy e^{-4\sigma} \{ e^{2\sigma} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + \partial_5 \Phi \partial_5 \Phi + m_\phi^2 |\Phi|^2 \}. \quad (4.33)$$

Podemos decompor o campo escalar da seguinte forma:

$$\Phi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \sum_n \phi^{(n)}(x^\mu) f_n(y) \quad (4.34)$$

Nesta decomposição, a compactificação da dimensão extra impõe periodicidade da função dependente de y (coordenada que foi compactificada), como foi mostrado em (4.10). A função $f(y)$ deve obedecer a seguinte condição de ortonormalização⁴:

$$\frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} e^{-2\sigma} f_n(y) f_m(y) dy = \delta_{mn} \quad (4.35)$$

Colocando a decomposição na ação 5-dimensional:

$$\begin{aligned} S_{escalar}^{5D} = & \int d^4x \int dy \frac{1}{\pi R} \sum_{n,m} \{ e^{-2\sigma} f_n(y) f_m(y) \partial_\mu \phi^{(n)} \partial_\mu \phi^{(m)} + \\ & + \phi^{(n)}(x^\mu) \phi^{(m)}(x^\mu) e^{-4\sigma} \partial_5 f_n(y) \partial_5 f_m(y) + \\ & + e^{-4\sigma} m_\phi^2 \phi^{(n)}(x^\mu) \phi^{(m)}(x^\mu) f_n(y) f_m(y) \} . \end{aligned}$$

Re-escrevendo de forma simplificada:

$$\begin{aligned} S_{escalar}^{5D} = & \frac{1}{\pi R} \sum_{n,m} \int d^4x \int dy \{ e^{-2\sigma} f_n(y) f_m(y) \partial_\mu \phi^{(n)} \partial_\mu \phi^{(m)} + \\ & + \phi^{(n)} \phi^{(m)} [e^{-4\sigma} \partial_5 f_n(y) \partial_5 f_m(y) + e^{-4\sigma} m_\phi^2 f_n(y) f_m(y)] \} . \end{aligned}$$

Para obtermos a ação reduzida, vamos integrar em dy :

$$\begin{aligned} S_{escalar}^{red.} = & \sum_{n,m} \int d^4x \{ |\partial_\mu \phi^{(n)}|^2 + \\ & + \phi^{(n)} \phi^{(m)} \frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} dy [e^{-4\sigma} \partial_5 f_n(y) \partial_5 f_m(y) + e^{-4\sigma} m_\phi^2 f_n(y) f_m(y)] \} . \end{aligned} \quad (4.36)$$

Podemos re-escrever o primeiro termo da integral em dy acima como

$$e^{-4\sigma} \partial_5 f_n(y) \partial_5 f_m(y) = \partial_5 (e^{-4\sigma} f_n(y) \partial_5 f_m(y)) - f_n(y) \partial_5 e^{-4\sigma} \partial_5 f_m(y)$$

⁴A integral varia de 0 a πR pelo fato da compactificação $S_1/\mathbb{Z}_2$

e colocá-lo na equação (4.36)

$$S_{escalar}^{red.} = \sum_{n,m} \int d^4x \left\{ |\partial_\mu \phi^{(n)}|^2 + \phi^{(n)} \phi^{(m)} \frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} dy \left[\partial_5 (e^{-4\sigma} f_n(y) \partial_5 f_m(y)) - \right. \right. \\ \left. \left. - f_n(y) \partial_5 e^{-4\sigma} \partial_5 f_m(y) + e^{-4\sigma} m_\phi^2 f_n(y) f_m(y) \right] \right\}. \quad (4.37)$$

Veja que o primeiro termo da integral em dy de (4.37) pode ser comparado aos termos de superfície 4-dimensionais, mas não deve se anular pois a integral está sendo feita na dimensão extra, que é compacta e portanto não consegue levar determinados termos ao infinito. Precisamos utilizar então as seguintes condições de contorno

$$\begin{cases} \Phi(x^\mu, y) |_{y=0, \pi R} = 0 \\ \partial_5 \Phi(x^\mu, y) |_{y=0, \pi R} = 0 \end{cases} \quad (4.38)$$

de forma que as equações de Klein-Gordon, de Dirac e Proca sejam válidas 5-dimensionalmente.

Utilizando estas condições de contorno na ação reduzida temos:

$$S_{escalar}^{red.} = \sum_{n,m} \int d^4x \left\{ |\partial_\mu \phi^{(n)}|^2 + \right. \\ \left. + \phi^{(n)} \phi^{(m)} \frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} dy e^{-2\sigma} f_n(y) [-e^{2\sigma} \partial_5 e^{-4\sigma} \partial_5 f_m(y) + e^{-2\sigma} m_\phi^2 f_m(y)] \right\}. \quad (4.39)$$

As conseqüências da redução dimensional vem da imposição $S_{escalar}^{(4dim)} \equiv S_{escalar}^{red.}$. De (4.23) podemos escrever $S_{escalar}^{(4dim)}$ adaptado para o campo expandido:

$$S_{escalar}^{(4dim)} = \sum_n \int d^4x \left[|\partial_\mu \phi^{(n)}|^2 + m_n^2 |\phi^{(n)}|^2 \right]. \quad (4.40)$$

Fazendo a identificação de (4.39) com (4.40) e utilizando novamente a condição de ortonormalização para o campo escalar, precisamos que a seguinte equação seja satisfeita:

$$[-e^{2\sigma} \partial_5 (e^{-4\sigma} \partial_5) + m_\phi^2 e^{-2\sigma}] f_n(y) = m_n^2 f_n(y). \quad (4.41)$$

Para encontrarmos algum tipo de solução para a equação diferencial dos escalares (4.41) obtendo assim suas as conseqüências, vamos primeiramente reconhecê-la:

$$e^{4\sigma} \partial_5 e^{-4\sigma} \partial_5 f_n(y) + (m_\phi^2 - e^{2\sigma} m_n^2) f_n(y) = 0. \quad (4.42)$$

Podemos parametrizar a massa do escalar m_ϕ^2 como em [23], para que as dimensões estejam corretas no limite 4-dimensional:

$$m_\phi^2 = ak^2 + b \frac{d^2\sigma}{dy^2}.$$

As funções de Bessel de primeira e segunda ordem têm a seguinte forma:

$$x^2 y''(x) + xy'(x) + [x^2 - \nu^2] y(x) = 0$$

cujas soluções são as funções de Bessel de primeira e segunda ordem

$$y(x) = J_\nu(x), \quad y(x) = Y_\nu(x)$$

ou ainda uma combinação linear destas duas funções, onde J_ν são funções de Bessel de primeira ordem e Y_ν são funções de Bessel de segunda ordem.

Fazendo a devida identificação, podemos ver que a solução para a equação (4.42) deve ter o mesmo formato. A solução mais geral pode ser colocada como:

$$f_n(y) = \frac{e^{2\sigma}}{N_n} \left\{ J_\alpha\left(\frac{m_n e^\sigma}{k}\right) + \beta(m_n) Y_\alpha\left(\frac{m_n e^\sigma}{k}\right) \right\}$$

onde m_n são as massas dos estados excitados de Kaluza-Klein, J_α e Y_α são funções de Bessel de primeira e segunda ordem com $\alpha = \sqrt{4 + \frac{m_\phi^2}{k^2}}$, $\beta(m_n)$ pode ser determinado através da imposição de determinadas condições de contorno, e N_n é o fator de normalização obtido utilizando a condição de normalização mostrada na equação (4.35). Neste caso:

$$N_n^2 = \frac{1}{\pi R} \int dy e^{2\sigma} \left[J_\alpha\left(\frac{m_n e^\sigma}{k}\right) + \beta(m_n) Y_\alpha\left(\frac{m_n e^\sigma}{k}\right) \right]^2.$$

Para determinamos m_n e $\beta(m_n)$ precisamos utilizar as condições de contorno impostas pelas simetrias do modelo 5-dimensional. Primeiramente, precisamos saber

se o campo é par ou ímpar sobre a simetria $\mathbb{Z}_2$. Se ele é par, $f_n(y) \rightarrow f_n(|y|)$, e a derivada de $f_n(y)$ precisa ser contínua nos dois limites, ou seja, $\left(\frac{df_n(y)}{dy}\right)_{0,\pi R} = 0$; se é ímpar, $f_n(y) \rightarrow -f_n(|y|)$ e $(f_n(y))_{0,\pi R} = 0$.

Queremos um campo cujo modo zero seja uma função par (para ser identificado com um campo escalar do Modelo Padrão), assim colocamos as condições de contorno de um campo par para obtermos $\beta(m_n)$

$$\beta(m_n) = -\frac{2J_\alpha\left(\frac{m_n}{k}\right) + \frac{m_n}{k}\alpha\left(\frac{m_n}{k}\right)}{2Y_\alpha\left(\frac{m_n}{k}\right) + \frac{m_n}{k}\alpha\left(\frac{m_n}{k}\right)} = -\frac{2J_{\alpha-1}\left(\frac{m_n}{k}\right) - 2k(1-\alpha)J_\alpha\left(\frac{m_n}{k}\right)}{2Y_{\alpha-1}\left(\frac{m_n}{k}\right) - 2k(1-\alpha)Y_\alpha\left(\frac{m_n}{k}\right)}$$

e determinarmos m_n

$$m_n \simeq \left(n + \frac{\alpha}{2} - \frac{3}{4}\right) \pi k e^{-\pi k R} \quad (4.43)$$

no limite em que $m_n \ll k$ e $kR \gg 1$ para $n = 1, 2, 3, \dots$ e $\alpha > 0$.

Com isto, se um campo escalar está livre para se propagar pelo *bulk*, quadridimensionalmente devemos enxergar uma torre de campos com massas crescentes à medida que cresce o modo n . Este caso de métrica curva é diferente daquele com métrica plana, pois as funções que dependem da coordenada da dimensão extra são agora funções de Bessel gerando um *gap* de massa entre os modos muito particular descrito pela equação (4.43). Portanto novamente vemos uma torre de Kaluza-Klein, mas agora com um *gap* de massa entre dois modos consecutivos no valor de $\Delta m = \pi k e^{-\pi k R}$.

Analisando as soluções $f_n(y)$ podemos perceber que para os primeiros modos de Kaluza-Klein, os valores de $f_n(y)$ vão aumentando à medida que y cresce. Portanto, as soluções $f_n(y)$ para os primeiros modos estão localizadas em $y = \pi R$, ou seja, na brana *TeV*. Isto significa que seus acoplamentos com campos localizados na brana *TeV* são fortes enquanto seus acoplamentos com campos localizados na brana de Planck são pequenos.

4.4.3.2 Bósons de Gauge no bulk

Supomos agora que os bósons de gauge também estejam livres para se propagar por todo o *bulk*. Portanto eles também devem possuir uma dependência na coordenada da dimensão extra, e a lagrangeana 5-dimensional deve ser colocada em função destes

campos 5-dimensionais:

$$\mathcal{L}_{gauge}^{5D} = \left\{ -\frac{1}{4g_5^2} F_{MN}(x^\mu, y) F^{MN}(x^\mu, y) \right\}.$$

A partir dela, podemos escrever a ação 5-dimensional

$$S_{gauge}^{5D} = \int d^4x dy \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{4g_5} \right] \{ g^{MN} g^{RS} F_{MR}(x^\mu, y) F_{NS}(x^\mu, y) \}$$

que pode ser simplificada como

$$S_{gauge}^{5D} = \int d^4x dy \left[-\frac{e^{-4\sigma}}{4g_5} \right] \{ e^{4\sigma} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + e^{-2\sigma} [\eta^{\mu\nu} F_{\mu 5} F_{\nu 5} + \eta^{\rho\gamma} F_{5\rho} F_{5\gamma}] \}$$

e re-escrita da seguinte maneira

$$S_{gauge}^{5D} = \int d^4x dy \left[-\frac{1}{g_5} \right] \left\{ \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + e^{-2\sigma} \left[\frac{1}{2} (\partial_5 A_\mu)^2 - \partial_5 A_\mu \partial^\mu A_5 + \frac{1}{2} (\partial_\mu A_5)^2 \right] \right\}. \quad (4.44)$$

Para os campos escalares impusemos algumas condições de contorno para que a equação de Klein-Gordon pudesse ser válida 5-dimensionalmente. Precisamos fazer a mesma coisa para os campos de gauge, de forma que estas condições de contorno são implicadas pela compactificação com a simetria $\mathbb{Z}_2$:

$$\begin{cases} A_5(x^\mu, y) \mid_{y=0, \pi R} = 0 \\ \partial_5 A_\mu(x^\mu, y) \mid_{y=0, \pi R} = 0. \end{cases} \quad (4.45)$$

Da mesma forma como fizemos para o escalar na seção anterior, utilizando o fato da dimensão extra ter determinada periodicidade, podemos decompor o campo de gauge da seguinte forma:

$$A_M(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \sum_n A_M^{(n)}(x^\mu) \mathcal{X}_n(y), \quad (4.46)$$

onde a função da coordenada y deve obedecer a seguinte condição de normalização:

$$\frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} dy \mathcal{X}_n(y) \mathcal{X}_m(y) = \delta_{mn}. \quad (4.47)$$

Colocando (4.46) em (4.44) e utilizando as condições de contorno (4.45)⁵:

$$S_{gauge}^{5D} = \int d^4x dy \left[-\frac{1}{g_5} \right] \left\{ \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(n)} F^{(m)\mu\nu} \mathcal{X}_n \mathcal{X}_m + e^{-2\sigma} \frac{1}{2} A_\mu^{(n)} A^{(m)\mu} \partial_5 \mathcal{X}_n \partial_5 \mathcal{X}_n \right\}.$$

O último termo pode ser re-escrito da seguinte maneira

$$e^{-2\sigma} \partial_5 \mathcal{X}_n \partial_5 \mathcal{X}_n = \partial_5 (e^{-2\sigma} \mathcal{X}_n \partial_5 \mathcal{X}_n) - \mathcal{X}_n \partial_5 e^{-2\sigma} \partial_5 \mathcal{X}_n$$

de forma que a ação fica:

$$\begin{aligned} S_{gauge}^{5D} &= \sum_{n,m} \int d^4x dy \left[-\frac{1}{g_5} \right] \left\{ \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(n)} F^{(m)\mu\nu} \mathcal{X}_n \mathcal{X}_m + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} A_\mu^{(n)} A^{(m)\mu} [\partial_5 (e^{-2\sigma} \mathcal{X}_n \partial_5 \mathcal{X}_n) - \mathcal{X}_n \partial_5 e^{-2\sigma} \partial_5 \mathcal{X}_n] \right\}. \end{aligned}$$

Integrando a ação em dy , utilizando a condição de normalização (4.47) e as condições de contorno (4.45) para anular o segundo termo dentro das chaves, obtemos a ação reduzida:

$$S_{gauge}^{red.} = \sum_n \int d^4x \left[\frac{1}{g_5} \right] \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(n)} F^{(n)\mu\nu} + \frac{1}{2} A_\mu^{(n)} A^{(n)\mu} \int dy \mathcal{X}_n \partial_5 e^{-2\sigma} \partial_5 \mathcal{X}_n \right\}.$$

Para obtermos as conseqüências 4-dimensionais da propagação dos bósons de gauge no *bulk*, vamos impor que esta ação reduzida seja igual a uma ação 4-dimensional escrita a partir de (4.24):

$$S_{gauge}^{(4dim)} = \sum_n \int d^4x \left[\frac{1}{g_5} \right] \left[-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(n)} F^{(n)\mu\nu} - \frac{1}{2} m_n^2 A_\mu^{(n)} A^{(n)\mu} \right].$$

Para que $S_{gauge}^{red.} \equiv S_{gauge}^{(4dim)}$, precisamos que a seguinte equação seja satisfeita:

$$-\partial_5 e^{-2\sigma} \partial_5 \mathcal{X}_n(y) = m_n^2 \mathcal{X}_n(y). \quad (4.48)$$

A solução mais geral para esta equação diferencial é novamente uma combinação de

⁵Para simplificar, estamos trabalhando no gauge em que $A_5 = 0$ e impomos o vínculo $\partial_5 (\partial_\mu A^\mu) \approx 0$.

funções de Bessel:

$$\mathcal{X}_n(y) = \frac{e^\sigma}{N_n} \left\{ J_1 \left(\frac{m_n e^\sigma}{k} \right) + \beta(m_n) Y_1 \left(\frac{m_n e^\sigma}{k} \right) \right\} \quad (4.49)$$

onde J_1 e Y_1 são funções de Bessel, β e m_n podem ser encontrados a partir das condições de contorno impostas pelo modelo, e N_n é o coeficiente de normalização calculado a partir de (4.47):

$$N_n^2 = \frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} dy e^{2\sigma} \left[J_1 \left(\frac{m_n e^\sigma}{k} \right) + \beta(m_n) Y_1 \left(\frac{m_n e^\sigma}{k} \right) \right]^2.$$

Assim como para o escalar, queremos que o campo de gauge 4-dimensional seja uma função par. Isto quer dizer que o campo 5-dimensional precisa ser par sobre a simetria $\mathbb{Z}_2$, e portanto as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\begin{cases} \mathcal{X}_n(y) = \mathcal{X}_n(-y) \\ \left(\frac{d\mathcal{X}_n(y)}{dy} \right)_{0, \pi R} = 0 \end{cases}$$

A partir destas condições podemos encontrar β :

$$\beta = -\frac{J_0\left(\frac{m_n}{k}\right)}{Y_0\left(\frac{m_n}{k}\right)},$$

e no limite $m_n \ll k$ temos os valores para m_n :

$$m_n \approx \left(n - \frac{1}{4} \right) \pi k e^{-k\pi R}.$$

Com isto, vemos a consequência 4-dimensional da propagação de um campo de gauge 5-dimensional pelo *bulk*: uma torre de Kaluza-Klein de campos de gauge com um determinado *gap* de massa entre seus modos.

Para termos uma idéia do comportamento da função $\mathcal{X}_n(y)$, vamos plotá-la entre as branas de Planck e a TeV. Veja na figura (4.5) que para os primeiros modos a função possui um valor muito grande perto da brana TeV. Isto significa que os bósons de gauge dos primeiros modos possuem funções de onda localizadas próximas à brana TeV, e seus acoplamentos com campos localizados nesta brana devem ser grande.

Figura 4.5: Gráfico do comportamento da função $\mathcal{X}_n(y)$. Para plotarmos este gráfico utilizamos uma nova variável $t \equiv e^{\sigma - k\pi R}$ que é o eixo horizontal. Neste caso, t evolui de 0 a 1 que equivalem respectivamente às branas de Planck e TeV.

Se imaginarmos que os escalares do Modelo Padrão estão presos na brana TeV, o acoplamento destes bósons de gauge com o Higgs deve ser grande e gera vínculos nas massas dos bósons para cada modo. Sabemos que o modo zero deve se acoplar com o Higgs para gerar as massas dos bósons W e Z . Como conhecemos experimentalmente as massas destes bósons, estes acoplamentos colocam vínculos para as massas dos próximos modos dos bósons de gauge.

Um estudo feito [18, 38] liberando apenas os bósons de gauge para se propagar no *bulk* enquanto os férmions e escalares teriam suas funções de onda presas na brana TeV, mostrou que a massa do primeiro modo KK de um bóson de gauge deveria ser maior do que 23 TeV . Ainda foi verificado por estes autores que se além dos bósons de gauge, os férmions também pudessem se propagar pelo *bulk*, o valor da massa do primeiro modo KK dos próprios bósons de gauge cairia drasticamente para um valor na escala TeV. Não queremos que a massa do primeiro modo de Kaluza-Klein seja tão alta quanto 23 TeV , pois isto recuperaria o *Problema da Hierarquia*. Portanto, durante todo este trabalho vamos considerar que se o bóson de gauge está livre para se propagar pelo *bulk*, o férmion também deve estar, de forma a gerar partículas excitadas com massa na escala TeV.

4.4.3.3 Férmiões no bulk

Ao possibilitarmos a propagação dos férmions no *bulk*, os campos fermiônicos passam a possuir uma dependência na coordenada da dimensão extra. Agora $\Psi = \Psi(x^\mu, y)$, e a lagrangeana 5-dimensional deve ser:

$$\mathcal{L}_{fermion}^{5D} = \{ \bar{\Psi}(x^\mu, y) i \gamma_M D^M \Psi(x^\mu, y) + m_\Psi \bar{\Psi}(x^\mu, y) \Psi(x^\mu, y) \} \quad (4.50)$$

com $D_M = \partial_M + \Gamma_M$, onde Γ_M é o *spin connection* dado pela equação (4.32).

Vimos no capítulo 2 que os férmions no Modelo Padrão são quirais (2.21) e (2.22). Queremos então que os férmions 5-dimensionais reduzidos (o modo zero, como fizemos com a métrica plana na seção de *Universal Extra Dimensions*) também sejam quirais, por isto vamos definir campos 5-dimensionais “de mão-esquerda” (Ψ_L) e campos “de mão-direita” (Ψ_R)⁶:

$$\Psi_{L,R} \equiv \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\Psi. \quad (4.51)$$

Colocando (4.50) e (4.51) na ação 5-dimensional (4.31):

$$\begin{aligned} S_{fermion}^{5D} = & \int d^4x \int dy \{ e^{-3\sigma} (\bar{\Psi}_L i \not{\partial} \Psi_L + \bar{\Psi}_R i \not{\partial} \Psi_R) + e^{-4\sigma} m_\Psi (\bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L) - \\ & - \frac{1}{2} [\bar{\Psi}_L (e^{-4\sigma} \partial_5 + \partial_5 e^{-4\sigma}) \Psi_R - \bar{\Psi}_R (e^{-4\sigma} \partial_5 + \partial_5 e^{-4\sigma}) \Psi_L] \}. \end{aligned}$$

Para encontrarmos a ação reduzida para o caso dos férmions, vamos decompor os campos fermiônicos:

$$\Psi_{L,R}(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \sum_n \psi_{L,R}^{(n)}(x^\mu) e^{2\sigma} f_{L,R}^{(n)}(y). \quad (4.52)$$

Com base na periodicidade da dimensão extra, as funções $f_{L,R}(y)$ devem obedecer

⁶Os campos 5-dimensionais não são quirais, mas podemos definir uma quiralidade 5-dimensional para que o modo zero tenha a quiralidade que entendemos do Modelo Padrão. Na realidade o campo 5-dimensional pode sempre ser separado em uma parte de “mão esquerda” e outra de “mão direita”, mas irá se acoplar com todos os campos da mesma forma.

a condição de ortonormalização:

$$\frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} dy e^{-\sigma} f_{L,R}^{(n)} f_{L,R}^{(m)} = \delta_{nm}. \quad (4.53)$$

Colocando a decomposição na ação fermiônica:

$$\begin{aligned} S_{fermion}^{5D} &= \int d^4x \int dy \frac{1}{\pi R} \left\{ e^{\sigma} \left(f_L^{(n)*} \bar{\psi}_L^{(n)} + f_R^{(n)*} \bar{\psi}_R^{(n)} \right) i \not{\partial} \left(\psi_L^{(m)} f_L^{(m)} + \psi_R^{(m)} f_R^{(m)} \right) + \right. \\ &+ m_{\Psi} \left(f_L^{(n)*} \bar{\psi}_L^{(n)} \psi_R^{(m)} f_R^{(m)} + f_R^{(n)*} \bar{\psi}_R^{(n)} \psi_L^{(m)} f_L^{(m)} \right) - \\ &\left. - \left(f_L^{(n)*} \bar{\psi}_L^{(n)} \partial_5 \psi_R^{(m)} f_R^{(m)} - f_R^{(n)*} \bar{\psi}_R^{(n)} \partial_5 \psi_L^{(m)} f_L^{(m)} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Para obtermos a ação reduzida, basta fazermos a integral em dy . Utilizando a condição de normalização, temos:

$$\begin{aligned} S_{fermion}^{red.} &= \int d^4x \left\{ \bar{\psi}_L^{(n)} i \not{\partial} \psi_L^{(n)} + \bar{\psi}_R^{(n)} i \not{\partial} \psi_R^{(n)} + m_{\Psi} \int dy \left[\left(f_L^{(n)*} \bar{\psi}_L^{(n)} \psi_R^{(m)} f_R^{(m)} + \right. \right. \right. \\ &+ \left. \left. f_R^{(n)*} \bar{\psi}_R^{(n)} \psi_L^{(m)} f_L^{(m)} \right) - \left(f_L^{(n)*} \bar{\psi}_L^{(n)} \partial_5 \psi_R^{(m)} f_R^{(m)} - f_R^{(n)*} \bar{\psi}_R^{(n)} \partial_5 \psi_L^{(m)} f_L^{(m)} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Rearranjando os termos:

$$\begin{aligned} S_{fermion}^{red.} &= \int d^4x \left\{ \bar{\psi}^{(n)} i \not{\partial} \psi^{(n)} + \int dy \left[\bar{\psi}_L^{(n)} \psi_R^{(m)} \left(m_{\Psi} f_L^{(n)*} f_R^{(m)} - f_L^{(n)*} \partial_5 f_R^{(m)} \right) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \bar{\psi}_R^{(n)} \psi_L^{(m)} \left(m_{\Psi} f_R^{(n)*} f_L^{(m)} + f_R^{(n)*} \partial_5 f_L^{(m)} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Lembrando que a ação de um férmion 4-dimensional deve ser dada por (4.25), se o campo 4-dimensional pode ser escrito como uma soma de campos, ela fica:

$$S_{fermion}^{(4dim)} = \sum_n \left(\bar{\psi}_n i \not{\partial} \psi_n + m_n \bar{\psi}_n \psi_n \right).$$

Quando reduzida, a ação deve ser igual àquela 4-dimensional, ou seja, $S_{fermion}^{(4dim)} \equiv S_{fermion}^{red.}$. Portanto é necessário que:

$$\int dy \left\{ \bar{\psi}_L^{(n)} f_L^{(n)*} (m_{\Psi} - \partial_5) \psi_R^{(m)} f_R^{(m)} + \bar{\psi}_R^{(n)} f_R^{(n)*} (m_{\Psi} + \partial_5) \psi_L^{(m)} f_L^{(m)} \right\}$$

$$\equiv m_n \left(\overline{\psi_n^L} + \overline{\psi_n^R} \right) (\psi_n^L + \psi_n^R).$$

Para que isto seja verdade, as funções f_n^R e f_n^L devem satisfazer o seguinte sistema de equações diferenciais acopladas:

$$\begin{cases} (m_\Psi - \partial_5) f_n^R(y) = m_n e^\sigma f_m^L(y) \\ (m_\Psi + \partial_5) f_n^L(y) = m_n e^\sigma f_m^R(y) \end{cases} \quad (4.54)$$

Com base nos casos anteriores já sabemos que a expansão do campo fermiônico deve nos levar a uma torre de Kaluza-Klein como consequência 4-dimensional desta teoria em que os férmions 5-dimensionais estão livres para se propagar no *bulk*. Agora, precisamos encontrar as soluções de (4.54) para obtermos as massas dos campos de cada modo.

Como mencionamos anteriormente, queremos impor que os férmions do modo zero desta teoria sejam os férmions que enxergamos no Modelo Padrão. Quando definimos a quiralidade dos campos, impusemos a quiralidade do modo zero como foi visto na seção (4.3). Desta forma, as torres KK formadas para campos fermiônicos são duplas, e apenas uma delas possui modo zero. Como consequência do caso fermiônico existem dois tipos de torres: a primeira está representada na figura (4.3a) e possui modo zero de mão esquerda; a segunda possui modo zero de mão direita, como vemos na figura (4.3b). Ambos os casos possuem modos superiores não-quirais.

Vamos inicialmente encontrar as soluções para o modo zero. Sem a quebra espontânea de simetria os férmions possuem massa nula. Considerando isto, a equação (4.54) para o modo zero fica:

$$\begin{cases} (m_\Psi - \partial_5) f_0^R(y) = 0 \\ (m_\Psi + \partial_5) f_0^L(y) = 0 \end{cases} \quad (4.55)$$

Parametrizando a massa do férmion utilizando uma nova variável c :

$$m_\Psi = c\sigma' \quad \Rightarrow \quad c = \frac{m_\Psi}{k} \quad (4.56)$$

onde c deve ser a massa fermiônica no *bulk* em unidades da curvatura k e $c \sim \mathcal{O}(1)$.

A solução para (4.55) deve ser do tipo

$$f_0^{R,L}(y) = A e^{\pm c_{R,L}ky}$$

onde o coeficiente A pode ser encontrado a partir da equação de normalização para as funções $f_n^{L,R}(y)$ mostradas na equação (4.53).

Calculando os coeficientes obtemos:

$$f_0^R(y) = \sqrt{\frac{(1+2c)k\pi R}{e^{(1+2c)k\pi R} - 1}} e^{c_Rky} \quad (4.57)$$

$$f_0^L(y) = \sqrt{\frac{(1-2c)k\pi R}{e^{(1-2c)k\pi R} - 1}} e^{-c_Lky} \quad (4.58)$$

Temos assim soluções para o modo zero dos dois tipos de torres de Kaluza-Klein fermiônicas. A função $f_0^L(y)$ é a solução para o modo zero das torres cujo modo zero é de mão esquerda, e $f_0^R(y)$ é a solução para a torre com modo zero de mão direita. Analisando estas funções notamos sua dependência no parâmetro c . Este parâmetro nos diz como $f_0^{L,R}(y)$ se comporta perto das branas de Planck e TeV , como podemos ver nos gráficos mostrados na figura (4.6) em que plotamos as funções $F_0^{L,R}(y)$ ⁷ entre as duas branas para diferentes valores de $c_{L,R}$.

Como consequência, temos que os campos fermiônicos podem se acoplar com campos nas branas TeV e de Planck mais fortemente ou mais fracamente dependendo do valor do parâmetro c ajustado para determinado férmion. Assim, se o bóson de Higgs está preso na brana TeV , seu acoplamento com determinado férmion depende destes parâmetros $c_{L,R}$. Diferentes valores para c resultam em diferentes acoplamentos com o Higgs, e geram diferentes massas para os férmions. Portanto, as massas dos férmions são geradas naturalmente por este tipo de teoria e a escala de massas tão diferentes é explicada pelo fato de cada férmion possuir seu próprio valor c .

Vamos agora encontrar soluções para qualquer modo de $f_n(y)$. Observando o sistema

⁷As funções $F_0(y)$ são as funções canonicamente normalizadas, levando em consideração dos fatores do *vierbein* e da métrica utilizada:

$$F_0^R(y) = \sqrt{\frac{(1+2c)k\pi R}{(2k\pi R)[e^{(1+2c)k\pi R} - 1]}} e^{(1/2+c_R)ky}$$

$$F_0^L(y) = \sqrt{\frac{(1-2c)k\pi R}{(2k\pi R)[e^{(1-2c)k\pi R} - 1]}} e^{(1/2-c_L)ky}$$

Figura 4.6: Plotes para as funções (a) $F_0^R(y)$ e (b) $F_0^L(y)$ (que são as funções $f_0^{L,R}$ com os fatores da métrica e do vierbein já incluídos) com respectivos valores dados ao parâmetro c_R e c_L .

de equações (4.54), a primeira nos dá

$$f_n^L = \frac{e^{-\sigma}}{m_n} (m_\Psi - \partial_5) f_n^R$$

que pode ser colocada na segunda equação para obtermos uma equação diferencial para $f_n^R(y)$:

$$(m_\Psi + \partial_5) e^{-\sigma} (m_\Psi - \partial_5) f_n^R = m_n^2 f_n^R e^\sigma \quad (4.59)$$

Definindo uma nova variável t

$$t \equiv e^\sigma e^{-k\pi R} = e^{k(|y| - \pi R)}$$

$$\partial_5 = \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} = kt \partial_t$$

e colocando em (4.59):

$$\{m_\Psi^2 - km_\Psi - k^2 t^2 \partial_t^2\} f_n^R = m_n^2 e^{2\sigma} f_n^R. \quad (4.60)$$

Podemos definir ainda a variável x_n

$$x_n \equiv \frac{m_n e^{k\pi R}}{k} \quad (4.61)$$

e usando o parâmetro c definido na equação (4.56), (4.60) fica:

$$\{t^2 \partial_t^2 + x_n^2 t^2 - c(c-1)\} f_n^R(t) = 0. \quad (4.62)$$

A equação diferencial para $f_n^L(y)$ pode ser obtida da mesma forma: isolamos $f_n^R(y)$ da segunda equação do sistema (4.54) e colocamos na primeira, chegando a uma equação muito parecida com (4.62):

$$\{t^2 \partial_t^2 + x_n^2 t^2 - c(c+1)\} f_n^L(t) = 0. \quad (4.63)$$

As soluções mais gerais para estas duas equações diferenciais (4.62) e (4.63) são novamente combinações de funções de Bessel dadas por:

$$f_n^L(t) = \sqrt{t} \left\{ a_n^L J_{c+\frac{1}{2}}(x_n t) + b_n^L Y_{c+\frac{1}{2}}(x_n t) \right\} \quad (4.64)$$

$$f_n^R(t) = \sqrt{t} \left\{ a_n^R J_{-c+\frac{1}{2}}(x_n t) + b_n^R Y_{-c+\frac{1}{2}}(x_n t) \right\} \quad (4.65)$$

onde os coeficientes são obtidos a partir das condições de contorno impostas pelo modelo.

Claramente as conseqüências 4-dimensionais de uma teoria com um férmion se propagando pelo *bulk* são novamente uma torre de campos 4-dimensionais fermiônicos com massas crescentes. Vimos também que as torres são duplas, de forma que os modos acima do modo zero sempre são descritos por duas funções (de y) uma par e a outra ímpar. O modo zero é descrito por apenas uma função, de forma que só uma das torres não deve ter modo zero. Neste caso duas possibilidades são aceitas: se o modo zero é de mão esquerda, este é descrito por uma função par onde $f_0^L(y) = f_0^L(-y)$, e a torre não possui f_0^R ; se o modo zero é de mão direita, o inverso deve ser verdade: $f_0^R(y) = f_0^R(-y)$, e a torre não deve ter f_0^L .

Estas são as condições de contorno para obtermos os coeficientes $a_n^{L,R}$, $b_n^{L,R}$ e as massas dos modos m_n . Antes de aplicarmos estas condições de contorno com o objetivo de conhecermos os valores destes coeficientes, vamos relacionar $a_n^{L,R}$ e $b_n^{L,R}$ entre si, colocando as soluções encontradas nas equações (4.64) e (4.65) nas equações acopladas (4.54).

Lembrando das equações de recorrência e equivalência da função de Bessel [22]

$$z \frac{dJ_\nu(z)}{dz} = -\nu J_\nu(z) + z J_{\nu-1}(z)$$

$$J_\nu(z) = Y_{-\nu}(z) - Y_\nu(z) \cot(\pi\nu)$$

obtemos as relações

$$a_n^R = b_n^L; \quad a_n^L = -b_n^R$$

o que nos leva a simplificação das soluções (4.64) e (4.65) para:

$$f_n^L(t) = \sqrt{t} \left\{ a_n^L J_{c+\frac{1}{2}}(x_n t) + a_n^R J_{-c-\frac{1}{2}}(x_n t) \right\} \quad (4.66)$$

$$f_n^R(t) = \sqrt{t} \left\{ a_n^R J_{-c+\frac{1}{2}}(x_n t) - a_n^L J_{c-\frac{1}{2}}(x_n t) \right\}. \quad (4.67)$$

Vamos agora impor as condições de contorno para obter os coeficientes.

Modo zero de mão esquerda: dubletos do Modelo Padrão

Para obtermos uma torre de férmions que possui o modo zero de mão esquerda como mostra a figura (4.3a), a primeira coisa que precisamos é que todos os campos de mão esquerda sejam pares sob simetria $\mathbb{Z}_2$, e todos os campos de mão direita sejam ímpares. A partir daí, colocamos $f_n^R(1) = f_n^R(e^{-k\pi R}) = 0$.

Veja em (4.67) que para $f_n^R = 0$ precisamos que $J_{\pm c \mp \frac{1}{2}}(x) = 0$. Utilizando a aproximação $J_n(x) \approx x^n$ é fácil perceber que quando $x < 0$, a função de Bessel tende a divergir. Como isto não pode acontecer, os coeficientes anteriores às funções que tendem a divergir devem ser anulados.

Neste caso $f_n^R(e^{-k\pi R}) = 0$, portanto vamos impor que

$$\begin{cases} a_n^R = 0 & \text{para } c > \frac{1}{2} \\ a_n^L = 0 & \text{para } c < \frac{1}{2} \end{cases}$$

e podemos calcular os coeficientes restantes com a ajuda da condição de ortonormalização

$$\begin{cases} a_n^L = \frac{\sqrt{2k\pi R}}{J_{c+\frac{3}{2}}(x_n)} e^{-\frac{k\pi R}{2}} & \text{para } c > \frac{1}{2} \\ a_n^R = \frac{\sqrt{2k\pi R}}{J_{-c+\frac{3}{2}}(x_n)} e^{-\frac{k\pi R}{2}} & \text{para } c < \frac{1}{2} \end{cases}$$

de forma a obtermos as seguintes funções

$$\begin{cases} f_n^L(t) = \sqrt{t} a_n^L J_{c+\frac{1}{2}}(x_n t) \\ f_n^R(t) = -\sqrt{t} a_n^L J_{c-\frac{1}{2}}(x_n t) \end{cases} \quad \text{para } c > \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} f_n^L(t) = \sqrt{t} a_n^R J_{-c-\frac{1}{2}}(x_n t) \\ f_n^R(t) = \sqrt{t} a_n^R J_{-c+\frac{1}{2}}(x_n t) \end{cases} \quad \text{para } c < \frac{1}{2}.$$

Para termos uma idéia do comportamento destas funções, plotamos em (4.7) o primeiro modo de Kaluza-Klein para diferentes valores de c . Observe que o acoplamento do primeiro modo fermiônico com alguma função que esteja na brana de Planck pode ser maior ou menor dependendo do valor estipulado para c .

Figura 4.7: Gráficos de $f_1^L(t)$ e $f_1^R(t)$ (dobletos) para diferentes valores do parâmetro c .

Modo zero de mão direita: singletos do Modelo Padrão

Agora precisamos que todos os campos de mão direita sejam pares, e todos os campos de mão esquerda sejam ímpares sob a simetria $\mathbb{Z}_2$. Com isto, $f_n^L(1) = f_n^L(e^{-k\pi R}) = 0$. Novamente precisamos anular os coeficientes anteriores às funções que divergem. Neste caso

$$\begin{cases} a_n^R = 0 & \text{para } c > -\frac{1}{2} \\ a_n^L = 0 & \text{para } c < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

de forma que obtemos

$$\begin{cases} a_n^L = \frac{\sqrt{2k\pi R}}{J_{c+\frac{3}{2}}(x_n)} e^{\frac{-k\pi R}{2}} & \text{para } c > -\frac{1}{2} \\ a_n^R = \frac{\sqrt{2k\pi R}}{J_{-c+\frac{1}{2}}(x_n)} e^{\frac{-k\pi R}{2}} & \text{para } c < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

e para este caso as funções ficam

$$\begin{cases} f_n^L(t) = \sqrt{t} a_n^L J_{c+\frac{1}{2}}(x_n t) \\ f_n^R(t) = -\sqrt{t} a_n^L J_{c-\frac{1}{2}}(x_n t) \end{cases} \quad \text{para } c > -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} f_n^L(t) = \sqrt{t} a_n^R J_{-c-\frac{1}{2}}(x_n t) \\ f_n^R(t) = \sqrt{t} a_n^R J_{-c+\frac{1}{2}}(x_n t) \end{cases} \quad \text{para } c < -\frac{1}{2}.$$

Veja que novamente aqui as funções dependem do valor deste parâmetro c que dita seu comportamento entre as branas de Planck e TeV (como nos mostra (4.8)).

Figura 4.8: Gráficos de $f_1^L(t)$ e $f_1^R(t)$ (singletos) para diferentes valores do parâmetro c .

4.5 Conclusões

Ao longo deste capítulo pudemos perceber que teorias com dimensões extras conseguem solucionar o *Problema da Hierarquia*. Cada vertente da teoria possui uma particularidade principalmente com relação a propagação dos campos. Vimos que se o campo é permitido propagar na dimensão extra e esta é compactificada na simetria $S_1/\mathbb{Z}_2$, ele será sentido efetivamente como uma torre de campos 4-dimensionais denominada torre de Kaluza-Klein. Além disto, para estes campos o número de Kaluza-Klein deve ser conservado, o que implica em consequências importantes, como a estabilidade da partícula mais leve do primeiro modo de Kaluza-Klein.

As dimensões extras curvas resolvem o *Problema da Hierarquia* através da métrica do espaço-tempo total. Neste caso, a escala de Planck é suprimida por um fator exponencial gerando a escala *TeV*. Definimos que todos os campos poderiam se propagar por todas as dimensões, o que implicou na existência de uma torre de Kaluza-Klein para cada tipo de campo. A diferença é que agora, como a métrica não é plana, as funções de onda da coordenada da dimensão extra não são dadas por senos e cossenos, e sim por funções de Bessel. Isto implicou em diferentes *gaps*

de massa entre os níveis. Além disto, é importante explicitarmos que o parâmetro c das funções fermiônicas dita seu comportamento entre as branas de Planck e TeV , o que faz com que o acoplamento de Yukawa de cada férmion com o Higgs depender deste mesmo parâmetro. Com isto poderá ser ajustado o valor de c conforme o valor que detectamos experimentalmente para os modos zeros de cada férmion, explicando assim sua hierarquia de massas. Entraremos em mais detalhes sobre esta solução para o *Problema de Massa dos Férmions* no capítulo a seguir.

Capítulo 5

Violação de Sabores em WED no LHC

“ Got to be good looking

’Cause he’s so hard to see.” (The Beatles)

5.1 Definindo a teoria

Começamos este trabalho descrevendo o Modelo Padrão de forma resumida para que pudéssemos entender uma teoria que explica o mundo que em vivemos. À medida que fomos avançando, descobrimos que esta teoria é totalmente consistente para baixas energias e ao generalizá-la para qualquer valor de energia encontramos alguns problemas. Estes problemas poderiam ser resolvidos se encontrássemos uma nova teoria que fosse igual ao Modelo Padrão no limite para baixas energias. Até aqui analisamos as possibilidades desta nova teoria ter 5 dimensões, sendo reduzida às 4 dimensões conhecidas neste limite determinado e pudemos entender as conseqüências da propagação 5-dimensional de cada campo que conhecemos. Sendo assim, estamos prontos para definir esta nova teoria.

Escolhemos trabalhar com dimensões curvas, pois estas possuem uma explicação natural para o *Problema da Hierarquia* (como vimos no capítulo anterior) e é a única que propõe também uma solução para para o *Problema das Massas dos Férmions*. Assim, neste capítulo vamos entrar em detalhes sobre a explicação proposta para a

hierarquia de massa dos férmions que observamos, e vamos mostrar como este tipo de teoria poderá ser detectada no LHC [5].

A nova teoria deve ser 5-dimensional, com uma dimensão extra espacial compactificada em $S_1/\mathbb{Z}_2$, com a métrica curva estruturada no capítulo 4 e definida em (4.19). Com relação a propagação dos campos, os férmions e os bósons de gauge 5-dimensionais estarão livres para se propagar por todo o *bulk*, enquanto os escalares devem estar localizados na brana TeV. Os escalares, mais precisamente o bóson de Higgs, devem estar localizados muito próximos à brana *TeV* para evitar que um novo *Problema de Hierarquia* seja gerado.

É importante lembrarmos que necessariamente se os bósons de gauge podem se propagar nas 5 dimensões, os férmions também poderão. Isto ocorre pois se os bósons de gauge estiverem livre para se propagar nas 5 dimensões e os férmions estiverem presos em uma das branas, as massas de W e Z observadas impõem que a massa do primeiro modo de Kaluza-Klein do bóson de gauge precisará ser maior do que 23 TeV , o que impossibilitaria sua detecção [18, 38]. Se ambos os bósons de gauge e férmions se propagarem pelas 5 dimensões este vínculo diminui bruscamente de forma que a massa do primeiro modo de Kaluza-Klein seja da ordem de 1 TeV .

Com isto concluímos a definição da teoria, e baseado no capítulo anterior podemos afirmar que esta teoria se reduz ao Modelo Padrão para baixas energias, desde que os modos zero das torres de férmions e bósons de gauge formadas sejam os próprios férmions e bósons do Modelo Padrão.

5.2 Acoplamentos 5-dimensionais

Na teoria 5-dimensional descrita pela métrica (4.19), os acoplamentos de Yukawa são dados por:

$$S = \int d^4x dy \sqrt{-g} \phi(x^\mu, y) \bar{\psi}(x^\mu, y) \psi(x^\mu, y)$$

onde $\phi(x^\mu, y)$ e $\psi(x^\mu, y)$ estão representando os campos que serão acoplados. Os acoplamentos são 5-dimensionais, mas vivemos em um mundo 4-dimensional. Desta forma, devemos calcular o acoplamento efetivo, que nos dirá como este acoplamento de campos 5-dimensionais aparecem na teoria efetiva.

No capítulo 4 vimos que os campos 5-dimensionais que se propagam por todo o *bulk* serão vistos na teoria efetiva como uma torre de campos 4-dimensionais com massas crescentes a cada modo. Nesta teoria os campos fermiônicos de gauge serão vistos desta forma. O bóson de Higgs deve estar localizado próximo à brana TeV , o que implica que efetivamente ele deve ser visto como um campo 4-dimensional sem a formação da torre. Novamente aqui as massas dos bósons de gauge e férmions devem ser geradas a partir do mecanismo de Higgs, com isto cada modo da torre ao se acoplar com o Higgs terá uma determinada massa.

5.2.1 O acoplamento dos férmions com o Higgs

Primeiramente vamos calcular o acoplamento dos férmions que estão livres para se propagar por todo o *bulk* com o Higgs que está localizado próximo à brana TeV . Para simplificar os cálculos vamos localizar o Higgs na brana TeV com uma função delta $\delta(y - \pi R)$. O acoplamento de Yukawa para férmions 5-dimensionais pode ser escrito como

$$S_Y = \frac{\lambda_{ij}^{(5d)}}{\Lambda} \int d^4x dy \sqrt{-g} \bar{\Psi}_i(x^\mu, y) \delta(y - \pi R) H(x^\mu) \Psi_j(x^\mu, y) \quad (5.1)$$

onde $\lambda_{ij}^{(5d)}$ é o valor do acoplamento 5-dimensional, suprimido pelo *cutoff* da teoria para que a ação seja adimensional. Neste tipo de teoria, a curvatura da métrica representada por k (que deve ser da ordem da escala de Planck) é um parâmetro dimensional que define a escala de energia da teoria. Os campos fermiônicos são $\Psi(x^\mu, y)$ e a função delta está presente localizando na brana TeV o bóson de Higgs, que é representado pelo campo $H(x^\mu)$. Os índices $i, j = 1, 2, 3$ indicam as gerações dos férmions que estão sendo utilizadas.

Como os férmions podem se propagar por todas as dimensões, podemos utilizar a mesma decomposição da equação (4.52) para impormos novamente que a ação reduzida, ou efetiva, seja igual a ação 4-dimensional de Yukawa que definimos no Modelo Padrão. Utilizando a decomposição (5.1) fica:

$$S_Y = \frac{\lambda_{ij}^{(5d)}}{k\pi R} \int d^4x dy \bar{\psi}_{iL,R}^{(n)}(x^\mu) f_{L,R}^{*(n)}(y) \delta(y - \pi R) H(x^\mu) \psi_{jL,R}^{(n)}(x^\mu) f_{L,R}^{(n)}(y) \quad (5.2)$$

Vimos no capítulo 2 que conseguimos gerar as massas dos férmions pelo mecanismo

de Higgs através da quebra espontânea de simetria. A parte da lagrangeana 4-dimensional para o acoplamento entre um lépton e um escalar era trivial, como vimos em (2.27), e a partir dela pudemos obter as massas leptônicas. Já para os quarks e o escalar esta foi escrita em (2.56), de forma que a ação pôde ser colocada da seguinte forma

$$S_{yuk}^q = - \int d^4x \left[\sum_{i,j=1}^3 G_{ij}^{U,D} \bar{\psi}_i^R(x) (\phi^\dagger \psi_j^L) + h.c. \right] \quad (5.3)$$

onde os campos $\psi^{L,R}$ são os quarks de mão esquerda e direita das famílias U e D respectivamente. Como consequência, a partir da lagrangeana obtemos a matriz de massas não diagonal de cada família: $\mathcal{M}_{ij}^{U,D} = \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right) G_{ij}^{U,D}$. Com as matrizes $U_{L,R}$ e $D_{L,R}$ diagonalizamos a matriz de massa para obtermos as massas físicas dos quarks de cada família.

Precisamos que o modo zero de cada férmion da torre de Kaluza-Klein seja igual ao seu respectivo férmion 4-dimensional para que o limite da teoria seja satisfeito. Além disto, a teoria também requer que o acoplamento efetivo seja igual ao acoplamento 4-dimensional novamente para que o limite da teoria para baixas energias seja satisfeito. Isto significa impormos que a integral em dy^1 de (5.2) seja (5.3). Como consequência a matriz de massa fermiônica pode ser colocada como:

$$\mathcal{M}_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^{(5d)} v}{2k\pi R} f_{0i}^L(\pi R) f_{0j}^R(\pi R), \quad (5.4)$$

onde v é o valor esperado de vácuo do bóson de Higgs, e a constante de acoplamento 5-dimensional deve ser $\mathcal{O}(TeV)$.

O conhecimento experimental dos valores das massas dos férmions gera um vínculo para os valores de $\mathcal{M}_{ij}$. Agora, veja que a equação relaciona os valores destes elementos de massas com as funções $f_0^{L,R}(y)$ dos férmions que se acoplam com o Higgs. Assim, quanto maior for o valor de $f_0^{L,R}(y)$ em $y = \pi R$, maior será a massa deste determinado férmion.

Analisando as equações (4.57) ou através da figura (4.6) podemos perceber que dependendo do valor do parâmetro c , $f_0^{L,R}$ poderá estar localizado ou próximo à

¹Como temos um vínculo apenas para o modo zero da torre, a relação entre o acoplamento 5-dimensional e a matriz de massa não diagonal dos férmions 4-dimensionais é encontrada utilizando apenas o modo zero na integral da ação (5.1) que deverá ser equivalente à (5.3). Não temos nenhuma informação sobre a mesma relação para os modos subseqüentes.

brana de Planck, ou próximo à brana TeV . As funções localizadas perto da brana TeV devem gerar férmions com massas altas, devido ao forte acoplamento com o Higgs localizado próximo a esta mesma brana. Portanto, as funções localizadas próximo à brana de Planck devem gerar férmions muito leves pois seu acoplamento com o Higgs deve ser extremamente fraco. Como consequência podemos concluir que férmions de mão esquerda com massas altas devem ter um baixo valor de c_L (como nos mostram as curvas azuis de (4.6b)) e férmions de mão esquerda com massas baixas devem ter um alto valor para o parâmetro c_L (como nos mostram as curvas vermelhas da mesma figura). O inverso acontece para os férmions de mão direita.

É importante notarmos que estes valores para o parâmetro c são escolhidos de forma que os férmions tenham naturalmente as massas que observamos experimentalmente. Como consequência, cada férmion possui seu próprio valor de c ou sua própria localização na dimensão extra. Isto soluciona o *Problema das Massas dos Férmions* em que a diferença de escala entre as massas deve estar relacionada a esta localização da função $f_0^{L,R}$ na coordenada da dimensão extra.

Os valores de c para cada férmion foram calculados por [32] utilizando diferentes métodos. Para isto foram utilizados os dados experimentais obtidos em [47]. Foram encontrados três exemplos de conjuntos de parâmetros para os quarks $[A, B, C]$ e três para os léptons $[X, Y, Z]$ que são válidos na teoria efetiva. Estes valores de c vem a seguir, onde c_i^L estão relacionados aos dubletos leptônicos de mão esquerda:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L;$$

c_i^ℓ com os singletos de mão direita:

$$e_R, \mu_R, \tau_R;$$

c_i^ν com os singletos dos neutrinos de mão direita:

$$(\nu_e)_R, (\nu_\mu)_R, (\nu_\tau)_R;$$

c_i^Q estão relacionados aos dubletos de quarks de mão esquerda:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L ;$$

c_i^u com os singletos de quarks de mão direita da primeira família:

$$u_R, c_R, t_R;$$

e c_i^d com os singletos da segunda família de mão direita:

$$d_R, s_R, b_R.$$

Quarks - conjunto [A]

$$\begin{aligned} c_1^Q &= 0.2 & c_1^u &= 0.620 & c_1^d &= 0.728 \\ c_2^Q &= 0.2 & c_2^u &= 0.620 & c_2^d &= 0.740 ; \\ c_3^Q &= 0.2 & c_3^u &= 0.350 & c_3^d &= 0.628 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Quarks - conjunto [B]

$$\begin{aligned} c_1^Q &= 0.37 & c_1^u &= 0.607 & c_1^d &= 0.716 \\ c_2^Q &= 0.37 & c_2^u &= 0.607 & c_2^d &= 0.728 ; \\ c_3^Q &= 0.37 & c_3^u &= 0.050 & c_3^d &= 0.615 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Quarks - conjunto [C]

$$\begin{aligned} c_1^Q &= 0.413 & c_1^u &= 0.6 & c_1^d &= 0.703 \\ c_2^Q &= 0.413 & c_2^u &= 0.6 & c_2^d &= 0.721 ; \\ c_3^Q &= 0.413 & c_3^u &= -0.4 & c_3^d &= 0.608 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Léptons - conjunto [X]

$$\begin{aligned} c_1^L &= -1.5 & c_1^\ell &= 0.760 & c_1^\nu &= 1.512 \\ c_2^L &= -1.5 & c_2^\ell &= 0.833 & c_2^\nu &= 1.513 ; \\ c_3^L &= -1.5 & c_3^\ell &= 0.667 & c_3^\nu &= 1.468 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Léptons - conjunto [Y]

$$\begin{aligned}
c_1^L &= 0.200 & c_1^\ell &= 0.737 & c_1^\nu &= 1.496 \\
c_2^L &= 0.200 & c_2^\ell &= 0.696 & c_2^\nu &= 1.503 ; \\
c_3^L &= 0.261 & c_3^\ell &= 0.647 & c_3^\nu &= 1.463
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Léptons - conjunto [Z]

$$\begin{aligned}
c_1^L &= 0.35 & c_1^\ell &= 0.728 & c_1^\nu &= 1.49 \\
c_2^L &= 0.35 & c_2^\ell &= 0.694 & c_2^\nu &= 1.49 ; \\
c_3^L &= 0.39 & c_3^\ell &= 0.636 & c_3^\nu &= 1.45
\end{aligned} \tag{5.10}$$

É importante salientarmos que se cada férmion possui um valor determinado para o parâmetro c , cada um deles deve possuir um valor determinado para a função $f_0^{L,R}$. Como o acoplamento com o Higgs deve gerar a massa de cada férmion, diferentes valores de f_0 implicam em diferentes acoplamentos, que por sua vez implicam em diferentes massas para cada tipo de férmion. Assim, cada férmion deve ter uma massa, consequência da localização de sua função $f_0^{L,R}$ na dimensão extra, o que explica a hierarquia de massa dos férmions que observamos. Os valores de c foram determinados através dos valores obtidos experimentalmente para as massas dos férmions.

5.2.2 O acoplamento dos bósons de gauge com os férmions

Vamos agora calcular o acoplamento de um bóson de gauge que pode se propagar pelo *bulk* com um férmion que também pode. Neste caso o acoplamento 5-dimensional é dado por

$$S = \int d^4x dy \sqrt{-g} g_5 \bar{\Psi}(x^\mu, y) i \hat{\gamma}^\mu A_\mu(x^\mu, y) \Psi(x^\mu, y)$$

onde $\hat{\gamma}^M = V_\alpha^M \gamma^\alpha = \text{diag}(e^\sigma, e^\sigma, e^\sigma, e^\sigma, 1) \gamma^\alpha$ e γ^α são as matrizes de Dirac.

Utilizando as decomposições dos férmions e bósons de gauge mostradas nas equações

(4.46) e (4.52), a ação do acoplamento fica

$$S = \sum_{n,m} \frac{1}{(\pi R)^{3/2}} \int d^4x dy g_5 \bar{\psi}_{L,R}^{(n)}(x^\mu) f_{L,R}^{*(n)}(y) i\hat{\gamma}^\mu A_\mu^{(m)}(x^\mu) \mathcal{X}_m(y) \psi_{L,R}^{(n)}(x^\mu) f_{L,R}^{(n)}(y) \quad (5.11)$$

Novamente impor que o limite 4-dimensional deste acoplamento seja o acoplamento entre bósons de gauge e férmions do Modelo Padrão é o mesmo que impor que o acoplamento reduzido destes campos seja igual ao acoplamento do Modelo Padrão. Isto é, se fizermos a integral em dy de (5.11) precisamos que ela seja igual a:

$$S_{int}^{(4d)} = g^{(n,m)} \int d^4x \psi^{(n)}(x^\mu) i\gamma^\mu A_\mu^{(m)}(x^\mu) \psi^{(n)}.$$

Com isto é necessário que

$$g^{(n,m)} = \frac{g_s}{\sqrt{\pi R}} \int_0^{\pi R} dy \mathcal{X}_m(y) |f_{L,R}^{(n)}(y)|^2$$

onde $g^{(n,m)}$ representa o acoplamento entre o m -ésimo modo do bóson de gauge e os n -ésimos modos dos férmions, e $g_s = \frac{g_5}{\sqrt{\pi R}}$ é o acoplamento de gauge 4-dimensional.

Para obtermos algum tipo de consequência deste acoplamento 5-dimensional, vamos calcular o acoplamento entre o primeiro modo do bóson gauge com férmions do Modelo Padrão, cujo diagrama de Feynman é representado na figura (5.1). Substituindo as soluções encontradas em (4.49) e (4.57) para as funções $f_{L,R}^{(n)}$ e $\mathcal{X}_n$, calculamos o acoplamento efetivo

$$\begin{aligned} g^{(0,1)} &= \frac{g_s}{\sqrt{\pi R}} \int dy \mathcal{X}_1(y) \left| f_{L,R}^{(0)}(y) \right|^2 = \\ &= \frac{g_s}{\sqrt{\pi R}} \int_0^{\pi R} dy \frac{k}{N_n} \left(\frac{1 \pm 2c}{e^{k\pi R(1 \pm 2c)} - 1} \right) e^{(2 \pm 2c)\sigma} \left\{ J_1 \left(\frac{m_1 e^\sigma}{k} \right) + \beta Y_1 \left(\frac{m_1 e^\sigma}{k} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Veja que o valor deste acoplamento depende do valor que escolhemos para os parâmetros c de cada férmion. Como o valor deste parâmetro varia para cada tipo de férmion, o acoplamento efetivo é diferente para cada interação.

Lembre-se que se no Modelo Padrão existe uma universalidade no acoplamento, que assegura que não deve existir processos em que partículas troquem de sabor

Figura 5.1: *Diagrama exemplificando o acoplamento entre o primeiro modo excitado de um glúon com o modo zero de dois quarks, ou seja, dois quarks existentes no Modelo padrão.*

através de interações por correntes neutras (FCNC). Mas, se o acoplamento efetivo é diferente para cada tipo de férmion, esta universalidade é quebrada, e não existe empecilho para processos com troca de sabor nas correntes neutras. Portanto, um outro indício para provar a validade desta teoria (além da observação de partículas que seriam os estados excitados de partículas do Modelo Padrão) seriam os processos com troca de sabor em nível árvore [11, 9, 2].

É importante notarmos que esta troca de sabor só poderia acontecer com processos que envolvam pelo menos uma partícula do estado excitado pois a interação entre os modos zeros já está prevista pelo Modelo Padrão, e é protegida pela universalidade dos acoplamentos.

5.3 Uma teoria de sabor

Até agora propusemos uma teoria 5-dimensional em que férmions e bósons de gauge estão livres para se propagar pelo *bulk*, enquanto escalares devem estar localizados próximos à brana TeV. Vimos que este tipo de teoria gera um espectro de partículas que pode ser sentido efetivamente como uma torre de partículas do mesmo tipo com massas diferentes. Portanto, 4-dimensionalmente deveríamos ter, por exemplo, não somente os férmions e bósons que enxergamos, mas outros com os mesmos números quânticos e massas maiores. Como ainda não tivemos indícios destas partículas mais pesadas, supomos que ainda não conseguimos atingir energias suficientemente grandes para que elas pudessem ser detectadas. No LHC será possível atingirmos energias muito altas e por isto é muito importante sabermos quais serão estes indícios desta teoria.

Já impusemos que o limite 4-dimensional desta teoria seja o Modelo Padrão, de forma que o modo zero de todas as partículas e os acoplamentos entre estas partícu-

Figura 5.2: Diagrama de Feynman representando a interação $q \bar{q} \rightarrow q \bar{q}$ via todos os modos de Kaluza-Klein do glúon.

las devem ser aqueles que obtemos experimentalmente. Estes valores de massas e acoplamentos impõem vínculos para as massas dos próximos modos destas partículas e acoplamentos entre partículas de diferentes modos. Além disto, ao calcularmos os acoplamentos 5-dimensionais nos deparamos com processos que não poderiam existir se somente partículas do Modelo Padrão existissem, de forma a provar a existência de uma nova física.

A partir de agora queremos mostrar como esta teoria se encaixaria neste cenário de nova física. Na realidade, queremos calcular como poderíamos enxergar esta teoria no LHC: quais tipos de experimentos poderíamos fazer e o que deveríamos obter para provarmos a teoria. Já percebemos que precisamos trabalhar com as novas partículas que são os modos excitados da torre de Kaluza-Klein de cada tipo de partícula. Queremos então de alguma forma enxergar estas partículas e provar que estas são exatamente as partículas desta teoria [5].

A primeira coisa que devemos pensar é em diferenciar os sinais desta nossa teoria com aqueles esperados pelo Modelo Padrão. Por exemplo, é possível calcularmos com base no Modelo Padrão a seção de choque final para um processo como o $q \bar{q} \rightarrow t \bar{t}$ (onde q pode ser qualquer tipo de quark, e t representa o quark *top*). Se fizermos o mesmo cálculo com base nesta teoria com uma dimensão extra curva, o valor da seção de choque deve ser diferente pois existe mais diagramas que contribuem, como por exemplo estes mostrados na figura (5.2) com quaisquer modos excitados do glúon como intermediador.

Além disto vimos que um outro indício da nova teoria seria processos com troca de sabor, devido à não universalidade dos acoplamentos. Para entendermos como esta teoria prevê troca de sabores vamos escrever a lagrangeana que representa processos

com correntes neutras:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{neutras} &\simeq \left(\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}' \right)_L g T^a \gamma_\mu \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L = \\
&= \left(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t} \right)_L U_L^{-1} \begin{pmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & g \end{pmatrix} U_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L = \\
&= g \left(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t} \right)_L \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} T^a \gamma_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L = \\
&= g \{ \bar{u} T^a \gamma_\mu u + \bar{c} T^a \gamma_\mu c + \bar{t} T^a \gamma_\mu t \}. \tag{5.13}
\end{aligned}$$

Como os acoplamentos são universais, g pode sair da matriz, possibilitando somente o acoplamento entre quarks do mesmo sabor. Se as constantes não fossem as mesmas, supondo g_u , g_c e g_t , a lagrangeana ficaria

$$\mathcal{L}_{neutras} \simeq \left(\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}' \right)_L g T^a \gamma_\mu \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L = \tag{5.14}$$

$$= \left(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t} \right)_L U_L^{-1} \begin{pmatrix} g_u & 0 & 0 \\ 0 & g_c & 0 \\ 0 & 0 & g_t \end{pmatrix} U_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L. \tag{5.15}$$

O problema é que

$$U_L^{-1} \begin{pmatrix} g_u & 0 & 0 \\ 0 & g_c & 0 \\ 0 & 0 & g_t \end{pmatrix} U_L$$

não é necessariamente uma matriz diagonal, o que dá lugar a termos como $\bar{q}_i T^a \gamma_\mu q_j$, onde q_i é um sabor de quark e q_j é outro. Assim, a existência de um processo como $q \bar{q} \rightarrow t \bar{u}$ (com u sendo os quarks *up* ou *charm* que são da mesma família do *top*) seria essencial para que a teoria fosse validada.

Para obtermos sinais desta nova teoria precisamos calcular as seções de choque de

processos com e sem a troca de sabor, para podermos compará-las com os valores esperados pelo Modelo Padrão. Falamos em seção de choque pois este é o sinal que será medido no LHC.

5.4 Detectando a teoria no LHC

5.4.1 Interações que conservam o sabor

Primeiramente vamos calcular os efeitos de todas as interações com o primeiro modo do glúon que conservam o sabor. A teoria deve funcionar da mesma forma para os modos seguintes do glúon, assim como para quaisquer outras partículas excitadas como os n modos dos bósons W ou Z . Precisamos calcular a seção de choque do diagrama mostrado na figura (5.2) para a primeira excitação do glúon. Para isto, vamos iniciar calculando o acoplamento entre o primeiro modo do glúon e dois quarks finais.

Este acoplamento pode ser calculado pela equação (5.12), mas precisamos especificar o tipo do férmion resultante através do valor do parâmetro c . Cada férmion tem seu próprio valor, e estes foram calculados dados seus vínculos experimentais e mostrados por (5.5), (5.6) e (5.7). Para simplificar o cálculo dos acoplamentos não vamos utilizar todos os valores dos parâmetros c , vamos usar as seguintes faixas de parâmetros:

$$\begin{aligned} c_{1,2}^{Q,u,d} &= [0.4, 0.7] \\ c_3^Q &= [0.3, 0.4] \\ c_3^u &= [-0.4, 0.1] \\ c_3^d &= [0.4, 0.7] \end{aligned} \tag{5.16}$$

onde dentro dos colchetes estão os valores mínimo e máximo de c possíveis.

Os acoplamentos calculados para esta faixa de valores dependem das massas 5-dimensionais dos férmions. Na figura (5.3) plotamos o $g^{(0,1)}/g_s$ em função da variável c para termos idéia do comportamento do acoplamento para diferentes tipos de férmions.

Figura 5.3: Gráfico da variação do acoplamento em função do parâmetro c dos férmions. Dependendo da massa fermiônica no bulk o acoplamento com o primeiro modo do glúon pode ser maior ou menor.

Considerando os valores de c mínimos e máximos expressos por (5.16) para cada tipo de férmion, calculamos a faixa de valores para os respectivos acoplamentos com o primeiro modo do glúon:

$$\begin{aligned} g_L^q = g_R^q = g_R^b &= -0.2 g_s \\ g_L^t = g_L^b &= [1.0, 2.8] g_s \\ g_R^t &= [1.5, 5.0] g_s \end{aligned} \quad (5.17)$$

em que $g_{L,R}^q$ representam os acoplamentos dos quarks u, d, c, s , $g_{L,R}^b$ representa o acoplamento do quark b , e $g_{L,R}^t$ o acoplamento de quark t , todos com o primeiro modo do glúon. Os valores dos acoplamentos mínimo e máximo de $g_{L,R}^q$ e g_R^b são os mesmos, como podemos observar no gráfico para $c \gtrsim 0.5$.

Com isto, podemos calcular a largura do primeiro modo de Kaluza-Klein do glúon. Sabemos que para um decaimento geral

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{m_A} \left(\prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f} \right) |\mathcal{M}(p_A \rightarrow \sum_f p_f)|^2 \delta^{(4)}(p_A - \sum_f p_f) \quad (5.18)$$

em que p_A é o momento do estado inicial, p_f são os momentos dos estados finais e $\mathcal{M}$ é a amplitude de espalhamento. Calculando a amplitude de espalhamento para o decaimento do primeiro modo do glúon em dois quarks do mesmo sabor, obtemos:

$$|\mathcal{M}(G^{(1)} \rightarrow q \bar{q})|^2 = \frac{8}{3} (g^q)^2 (p_q \cdot p_{\bar{q}})$$

onde p_q é o quadrimomento do quark q , e $p_{\bar{q}}$ é o quadrimomento do anti-quark $\bar{q}$. Colocando em (5.18), obtemos a largura Γ deste tipo de processo²:

$$\Gamma(G^{(1)} \rightarrow q \bar{q}) = \frac{(g^q)^2 M_G}{12\pi}$$

onde M_G representa a massa do primeiro modo de Kaluza-Kein do glúon. Considerando todos os possíveis tipos de quarks nos estados finais, a largura final deste processo é dada por

$$\Gamma_{total} = \Gamma(G^{(1)} \rightarrow q \bar{q}) \simeq \frac{M_G \alpha_s}{12} \left[(\tilde{g}_{L,R}^{q_i})^2 + (\tilde{g}_L^t)^2 + (\tilde{g}_L^b)^2 + (\tilde{g}_R^t)^2 \right]$$

em que q_i pode ser um dos quarks u, d, c, s , $\tilde{g}$ é o acoplamento em questão em unidades de g_s , $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ e M_G é a massa do primeiro modo do glúon. Os termos da largura relacionados às trocas de sabores foram desconsiderados por serem muito menores do que os termos mostrados.

Utilizando a faixa de valores escritas em (5.17) para os acoplamentos, calculamos as larguras mínima e máxima para o glúon pesado. As larguras encontradas foram as seguintes:

$$\begin{aligned} \Gamma_{min} &\simeq 0.04 M_G \\ \Gamma_{max} &\simeq 0.35 M_G \end{aligned} \tag{5.19}$$

Os valores específicos dos acoplamentos de cada tipo de férmion são muito importantes pois decidem se a ressonância será fina ou larga. Para cada tipo de ressonância esperado, um tipo experimento é escolhido levando em consideração a resolução da máquina utilizada. Além disso, com a largura total podemos calcular a probabilidade de ocorrer cada tipo de decaimento através da medida da *Width Branching Ratio*, ou taxa de ramificação. Para decaimentos que não trocam de sabor obtivemos os seguintes valores considerando respectivamente os acoplamentos mínimo e máximo de cada tipo de quark com o primeiro modo do glúon:

$$\frac{\Gamma(G^{(1)} \rightarrow q_{L,R}^i q_{L,R}^{i-})}{\Gamma_{total}} = \begin{array}{l} 0.8\% \\ 0.1\% \end{array}$$

²Em princípio poderíamos pensar que o vértice com o primeiro modo do glúon decaindo em dois glúons do modo zero deve ter uma grande contribuição. Mas este vértice em nível árvore é proibido pela invariância de gauge. Assim suas contribuições são muito pequenas e poderão ser desconsideradas.

$$\frac{\Gamma(G^{(1)} \rightarrow q_L^{t,b} \bar{q}_L^{t,b})}{\Gamma_{total}} = \frac{21\%}{19\%}$$

$$\frac{\Gamma(G^{(1)} \rightarrow q_R^t \bar{q}_R^t)}{\Gamma_{total}} = \frac{32\%}{61\%} .$$

Agora, vamos calcular a seção de choque de um processo do tipo $p\bar{p} \rightarrow q\bar{q}$. A seção de choque deste tipo de processo já é bem conhecida no Modelo Padrão e é a soma das seções de choque de todos os diagramas contribuintes. Na teoria 5-dimensional alguns outros diagramas terão relevância e um deles é o caso do diagrama com o glúon pesado: $p\bar{p} \rightarrow G^{(1)} \rightarrow q\bar{q}$. Assim, no momento que o LHC medir a seção de choque deste processo será possível percebermos se existe este aumento na seção de choque esperada pelo Modelo Padrão, o que indicará a presença de nova física possivelmente de dimensões extras. Como este aumento deverá ocorrer pelo fato de existir diagramas como o do glúon pesado, então esta diferença na seção de choque será sentida ao redor da massa invariante do processo, ou seja, ao redor da massa efetiva do primeiro modo do glúon.

A seção de choque diferencial de um processo $A + B \rightarrow C + D$ pode ser calculada através de

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{2E_A E_B |v_A - v_B|} \left(\frac{d^3 p_C d^3 p_D}{(2\pi)^6} \frac{1}{2E_C 2E_D} \right) |\mathcal{M}(p_A + p_B \rightarrow p_C + p_D)|^2 \delta(p_A + p_B \rightarrow p_C + p_D)$$

onde p_i são os momentos das partículas $i = A, B, C, D$, E_i são as energias finais destas partículas, a diferença $|v_A - v_B|$ é a velocidade relativa dos feixes iniciais vistas do referencial do laboratório, e $\mathcal{M}$ é a amplitude de espalhamento. Para o cálculo da amplitude devem ser levados em conta todos os diagramas contribuintes para o processo em questão. Teoricamente é fácil perceber que deve existir um aumento efetivo na seção de choque 5-dimensional comparada à 4-dimensional, mas enxergar este aumento não é tão simples devido a parte experimental.

Não são todos os dados obtidos que podem ser considerados, já que o experimento pode nos confundir com processos parecidos. Quisemos então fazer uma simulação de o que poderíamos enxergar experimentalmente nos dois casos: com o Modelo Padrão e com a teoria de dimensões extras, para que pudéssemos ver se esta diferença seria sensível ao LHC.

O LHC deve fazer medidas da seção de choque diferencial. Utilizamos o programa MADGRAPH/MADEVENT para simular os dados que seriam obtidos por cada

Figura 5.4: Gráfico da seção de choque diferencial pela massa invariante do processo em questão para o Modelo Padrão (curva inferior) e para a Teoria de Dimensões Extras Curvas que está sendo considerada. Foi utilizado $M_G \simeq 2 \text{ TeV}$.

teoria. Depois de gerados os dados, é muito importante fazermos alguns cortes para escolhermos os dados úteis, que poderiam ser utilizados se este fosse um experimento real. Os cortes usados foram os seguintes

$$\begin{aligned}
 p_T &> 20 \text{ GeV} \\
 |\eta_\ell| &< 2.5 \\
 |\eta_j| &< 3.2 \\
 \Delta R &= 0.4.
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

em que p_T é a componente do momento no plano transversal e η_ℓ e η_j são chamadas de “rapidity” do lépton e dos jatos resultantes³.

Fizemos a simulação para três diferentes valores da massa do glúon pesado: $M_G = 2 \text{ TeV}$, $M_G = 3 \text{ TeV}$ e $M_G = 4 \text{ TeV}$. Uma ressonância fina é possível ser vista para $M_G \lesssim 3 \text{ TeV}$, como podemos ver no gráfico feito para os dados obtidos em ambas as simulações (para as duas teorias) para $M_G = 2 \text{ TeV}$ mostrado na figura (5.4). Para $M_G = 4 \text{ TeV}$ não é possível uma diferenciação entre as curvas.

Mas mesmo que pudermos enxergar experimentalmente no LHC uma curva como

³Na realidade $\eta = -\ln\left(\frac{\tan(\theta_{CM})}{2}\right)$ em que θ_{CM} é o ângulo de espalhamento do centro de massa.

esta mostrada no gráfico (5.4) para $M_G \simeq 2 \text{ TeV}$, isto ainda não seria o suficiente para provarmos que esta é uma teoria de sabor. Isto porque o LHC só conseguirá medir o acoplamento de um decaimento $t \bar{t}$ e não será possível verificarmos se ele é igual ou diferente de um acoplamento com $c \bar{c}$ ou $u \bar{u}$ (não seria possível medir estes acoplamentos pois o *background* para estes decaimentos deve ser muito alto se misturando com o sinal) para checarmos a universalidade dos acoplamentos nesta teoria. Para verificarmos se esta teoria possui indícios de acoplamentos não-universais precisaríamos ver também os sinais de processos com troca de sabor nas correntes neutras. Mostraremos a seguir que se esta teoria for válida, será possível obtermos este tipo de sinal. Desta forma, mesmo que esta teoria com uma dimensão extra seja verificada, solucionando assim o *Problema da Hierarquia*, ainda podemos provar que ela também resolve o *Problema de Massa dos Férmions* através destes sinais de violação de sabor.

5.4.2 Interações que violam sabor

Agora vamos calcular os efeitos das interações com o primeiro modo do glúon que trocam de sabor. Já sabemos que o Modelo Padrão não prevê este tipo de processo devido à universalidade dos acoplamentos. Na Teoria de Dimensões Extras Curvas que estamos trabalhando, cada férmion possui um valor do parâmetro c , o que faz com que cada acoplamento seja diferente.

Novamente aqui queremos ver a diferença de sinal no LHC entre Modelo Padrão e a teoria com uma dimensão extra. Neste caso, a nova teoria pode ser de mais fácil identificação pois gera um sinal proibido pelo Modelo Padrão. Queremos então através de uma simulação obter dados possíveis para a teoria com uma dimensão extra e verificar que seria possível identificarmos o sinal, de forma que ele seja diferenciável do *background*.

Vamos utilizar novamente o processo com o primeiro modo do glúon como intermediador ($p \bar{t} \rightarrow G^{(1)} \rightarrow q_i \bar{q}_j$), mas agora queremos medir o decaimento em dois sabores diferentes de quarks. A parte experimental aqui é um pouco complicada. Isto porque os experimentais só conseguem diferenciar os quarks t e b dos denominados jatos leves (j), que podem ser qualquer um dos outros quatro sabores de quarks restantes. Assim, conseguimos captar muito menos sinais do que existem, e

Figura 5.5: O acoplamento que no Modelo Padrão só existia com dois sabores iguais de quarks, na teoria com dimensões extras pode ocorrer entre quarks de sabores diferentes.

o processo para ser identificado no LHC se torna o $p\bar{p} \rightarrow G^{(1)} \rightarrow t\bar{j}$, em que $\bar{j}$ pode ser $\bar{u}$ ou $\bar{c}$.

Para simularmos os dados, precisamos calcular os acoplamentos do primeiro modo do glúon com cada conjunto de dois sabores de quarks. Na equação (5.14) escrevemos a lagrangeana que representa processos com correntes neutras considerando acoplamentos não-universais, e vimos porque estas violações de sabores devem acontecer. Temos agora três tipos de diagramas para cada quark decaído, ou seja, um decaimento do glúon que no Modelo Padrão poderia acontecer somente para $t\bar{t}$, na teoria com uma dimensão extra pode acontecer para $t\bar{u}$, $t\bar{c}$ e $t\bar{t}$, levando em consideração as matrizes de rotação $U_{L,R}$ no caso da primeira família de quarks, como exemplifica a figura (5.5). É importante mencionarmos ainda que estas interações que violam a conservação de sabor devem ser observadas através da produção no canal- s de um quark *top* e um outro *charm* ou *up* provenientes do decaimento de um glúon pesado.

Teoricamente não sabemos muitas coisas sobre as matrizes $U_{L,R}$ e $D_{L,R}$. Em princípio sabemos somente que $V_{CKM} = U_L^\dagger D_L$, em que V_{CKM} é a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (3.21). Podemos assumir que $U_L \simeq \sqrt{V_{CKM}}$ e analogamente para D_L . Com isto para a matriz U_L teremos que:

$$\begin{aligned} U_L^{tc} &\simeq V_{cb} \simeq 0.05 \\ U_L^{tu} &\simeq V_{ub} \simeq 0.05. \end{aligned}$$

No entanto não temos nenhuma pista no Modelo Padrão que nos diga o que afirmar sobre U_R . O problema é que para a teoria de dimensões extras, esta matriz também ajuda na violação de sabor. Vínculos do Modelo Padrão para seus elementos podem então ser impostos através das matrizes de massas diagonalizadas dos quarks da primeira família, e valores $U_R^{tc} \simeq \mathcal{O}(1)$ podem ainda ser considerados. Por exemplo, se a maior parte da massa do quark *charm* vem da mistura com a terceira geração de quarks, então é possível que $U^{tc} \simeq 1$. De qualquer forma, neste trabalho vamos con-

siderar U_R^{tc} e U_R^{tu} como parâmetros livres. Além disso, vamos assumir que não existe diferença no sinal de quarks *charm* e jatos, de forma que $U_R^{tq} \equiv \sqrt{(U_R^{tc})^2 + (U_R^{tu})^2}$. Para obtermos uma idéia do alcance do LHC, vamos considerar $U_R^{tq} = 1$ e $U_L^{tq} = 0$.

A partir de agora vamos apresentar os sinais e os *backgrounds* estudados que poderão ser obtidos pelo LHC. Como já mencionamos anteriormente, o sinal de correntes neutras que trocam de sabor é a produção de eventos com $t \bar{j}$. Como este é um produto que deve ter decaído de um glúon pesado, os eventos obtidos devem ter altas massas invariantes, comparáveis ao valor da massa do primeiro modo de Kaluza-Klein do glúon. Vamos repetir a simulação para diferentes valores para a massa do glúon, considerando $M_G = 1 \text{ TeV}$, $M_G = 2 \text{ TeV}$ e $M_G = 3 \text{ TeV}$.

Para reduzir os *backgrounds*, vamos considerar como sinais somente decaimentos semi-leptônicos do quark top, ou seja, $pp \rightarrow b \ell^- \bar{\nu}_\ell q$ ou $pp \rightarrow \bar{b} \ell^+ \nu_\ell$, em que $\ell = e, \mu$ e $q = u, c$. Assim, este sinal deve ter um b , um jato, um lépton carregado e neutrino, identificado pela energia faltante.

Os *backgrounds* são os sinais que parecem ser de violação de sabor mas na realidade não são. Muitas vezes a identificação do sinal é complicada pois é próxima de um evento previsto pelo Modelo Padrão. Outras vezes um dos jatos obtidos pode ser confundido, implicando na identificação errada do sinal. Para que estes erros sejam minimizados, novamente implementamos cortes que seriam os mesmos cortes feitos pelos experimentais ao realizar o experimento real. Vamos primeiramente explicitar os *backgrounds* para depois mostrar os cortes que fizemos para minimizarmos o erros.

Backgrounds

São muito os *backgrounds* deste sinal, principalmente os sinais com $t \bar{t}$ que podem ser produzidos por diversos processos previstos pelo Modelo Padrão. Além disso, muitos sinais são fáceis de serem confundidos, ou *mistagged*. De qualquer forma, os principais processos do Modelo Padrão que podem ser confundidos com os sinais estão representados nas figuras (5.6) e (5.7), e são os seguintes:

1. $W^\pm t \bar{t}$:

$$pp \rightarrow t \bar{t} \rightarrow b \ell^- \bar{\nu}_\ell \bar{b} \ell^+ \nu_\ell \quad (5.21)$$

Figura 5.6: *Diagramas de Feynman dos backgrounds $W^\pm t \bar{t}$ e $W^\pm j \bar{j}$.*

em que um dos jatos b é confundido com um jato e um dos léptons carregados é perdido, ou detectado junto com o outro jato de forma a torná-lo indistinguível. É importante notarmos que neste caso o sinal do mesmo processo que conserva sabor (um glúon pesado decaindo em $t \bar{t}$) contribui para este *background*, necessitando ser considerado.

2. $W^\pm j j$:

$$pp \rightarrow W^\pm j j \rightarrow \ell^\pm \bar{\nu}_\ell j j \quad (5.22)$$

onde um dos jatos leves é confundido com um jato de b .

3. $W^\pm b \bar{b}$:

$$pp \rightarrow b \bar{b} \rightarrow b \bar{b} \ell^\pm \nu_\ell \quad (5.23)$$

em que um dos jatos de b é confundido com um jato leve.

4. $W^{*\pm}$:

$$pp \rightarrow W^{*\pm} \rightarrow t \bar{b} + \bar{t} b \rightarrow b \bar{b} \ell^\pm \nu_\ell \quad (5.24)$$

onde um dos jatos de b é confundido com um jato leve.

5. $W - gluon\ fusion$:

$$pp \rightarrow t b j \rightarrow b \bar{b} j \ell^\pm \nu_\ell \quad (5.25)$$

em que um dos jatos é perdido e só um jato de b é detectado como tal. Neste caso só consideramos os diagramas de primeira ordem para a produção de t via W^* .

Figura 5.7: Diagramas de Feynman dos backgrounds $W^\pm b \bar{b}$, $W^{*\pm}$ e W – gluon fusion.

Cortes

Para escolhermos os sinais implementamos alguns cortes, inicialmente experimentais, que seriam colocados no experimento real para filtrar os sinais, minimizando a possibilidade de erros. Para que os léptons e jatos fossem aceitos, foram impostos os seguintes cortes:

$$\begin{aligned}
 p_T^j &> 20 \text{ GeV} \quad , \quad |y_j| < 2.5 \\
 p_T^\ell &\geq 20 \text{ GeV} \quad , \quad |y_\ell| \leq 2.5 \\
 \Delta R_{\ell j} &\geq 0.63 \quad , \quad \Delta R_{\ell\ell} \geq 0.63
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

em que j pode ser tanto um jato leve quanto um jato de b neste caso específico.

Mesmo com estes cortes, o *background* ainda era muito grande comparado com o sinal. Para reduzi-lo ainda mais, impusemos os seguintes cortes adicionais:

1. Requisitamos que a massa invariante do sistema formado pelo lépton, jato b e jato leve capturados esteja dentro do seguinte intervalo

$$M_{G^{(1)}} - \Delta \leq M_{bj\ell} \leq M_{G^{(1)}} + \Delta \tag{5.27}$$

ou seja, ao redor da massa da primeira excitação do glúon. Este corte assegura que os eventos selecionados tenham uma alta massa invariante, como já havíamos mencionado ser necessário.

2. Pedimos também para que o momento transversal do jato leve seja maior que p_{corte} , ou seja,

$$p_j \geq p_{corte}. \tag{5.28}$$

$M_{G^{(1)}} (TeV)$	$\Delta (GeV)$	$p_{corte} (GeV)$
1	120	350
2	250	650

Tabela 5.1: Cortes adicionais utilizados para a redução do background.

Processo	$\sigma (fb)$			
	cortes (5.26)	corte (5.27)	corte (5.28)	corte (5.29)
$pp \rightarrow t j$	432	148	103	103
$pp \rightarrow W j j$ (5.22)	2650	243	42.0	21.0
$pp \rightarrow W b b$ (5.23)	92.8	11.1	4.07	3.19
$pp \rightarrow t b$ (5.24)	18.4	1.53	0.70	0.61
$pp \rightarrow t \bar{t}$ (5.21)	857	44.4	15.1	14.2
W gluon fusion (5.25)	465	32.0	5.23	5.23

Tabela 5.2: Seções de choque obtidas para os sinais e backgrounds a partir de processos com $M_G = 1 TeV$ e $U_R^{tq} = 1$. O sinal está representado em vermelho, e os backgrounds possuem sua determinada equação entre parênteses.

Isto pois existe uma retrocedência do sinal jato leve sobre o top, formando um sinal que possui uma massa invariante muito grande, que tende a ser confundida. Os valores escolhidos para Δ e p_{corte} estão relacionados na tabela (5.1).

3. Por últimos impomos que a massa invariante do lépton carregado e do jato de b seja menor do que $250 GeV$:

$$M_{be} \leq 250 GeV. \quad (5.29)$$

Esta imposição faz com que todos os sinais sejam escolhidos e ao mesmo tempo exclui uma pequena parte dos *backgrounds* relacionados aos processos do tipo $W j j$.

Finalmente podemos apresentar os dados obtidos como sinais para processos com violação de sabor do tipo $pp \rightarrow t \bar{j}$ levando em consideração a teoria com uma dimensão extra curva. Novamente fizemos a simulação dos dados com a ajuda do software MADGRAPH/MADEVENT, assim como a implementação dos cortes. Foi necessário uma modificação no código do software para que este pudesse considerar a teoria em que estamos trabalhando, já que este foi desenvolvido para o Modelo Padrão. Os *backgrounds* foram corridos com o código inicial do programa.

Processo	$\sigma \text{ (fb)}$		
	corte (5.27)	corte (5.28)	corte (5.29)
$pp \rightarrow t j$	5.10	2.18	2.18
$pp \rightarrow W j j$ (5.22)	25.4	3.79	0.95
$pp \rightarrow W b b$ (5.23)	0.97	0.45	0.06
$pp \rightarrow t b$ (5.24)	0.04	0.02	0.02
$pp \rightarrow t \bar{t}$ (5.21)	1.60	0.29	0.24

Tabela 5.3: *Seções de choque dos sinais e background obtidos para $M_G = 2\text{TeV}$ e $U_R^{tq} = 1$. Novamente o sinal está enfatizado em vermelho, e os backgrounds possuem sua equação determinada em parênteses.*

Apresentamos na tabela (5.2) as seções de choque calculadas para os sinal e cada *background* explicitado anteriormente considerando $M_G = 1\text{TeV}$. Os maiores *backgrounds* são devidos à produção de $W j j$ e $t \bar{t}$, em que está incluso o processo com o glúon pesado que conserva o sabor. Além disto, como podemos ver, o *background* cresce com a massa invariante do glúon, assim como o sinal. Isto faz com que fique mais difícil de diferenciarmos o sinal do *background* a medida que aumentamos a massa do glúon. Com relação à escolha dos valores dos parâmetros c no cálculo dos acoplamentos e conseqüentemente da seção de choque, fixamos os valores que nos resultasse na menor largura possível, ou seja, $\Gamma_G \simeq 0.04 M_G$ como vimos em (5.19) na seção 5.4.1.

Na tabela (5.3) apresentamos os resultados para a seção de choque dos sinais e dos *backgrounds* para $M_G = 2\text{TeV}$. Fizemos um gráfico para compararmos o comportamento dos sinais com os dos *backgrounds* considerando os seguintes valores para a massa do primeiro modo do glúon: $M_G = 2\text{TeV}$, $M_G = 3\text{TeV}$ e $M_G = 4\text{TeV}$. Este gráfico pode ser observado na figura (5.8). É importante ressaltarmos que o *background* $W j j$ (5.22) não foi considerado para a confecção do gráfico. Uma análise feita depois nos mostrou que ainda sim conseguiríamos separar com clareza o sinal do *background*.

5.5 Conclusões

São muitos os motivos para esperarmos encontrar nova física na escala TeV, por isto neste capítulo mostramos o estudo feito para detecção de uma nova teoria no LHC. A teoria em questão foi a teoria 5-dimensional com uma curvatura Anti-de Sitter

Figura 5.8: Gráfico da seção de choque diferencial pela massa invariante do processo em questão. Foram obtidas três curvas diferentes para os sinais considerando $M_G \simeq 2 \text{ TeV}$, $M_G \simeq 3 \text{ TeV}$ e $M_G \simeq 4 \text{ TeV}$. Veja que é possível identificarmos o sinal para $M_G \leq 3 \text{ TeV}$, a partir deste valor da massa do glúon o sinal se confunde com o background.

onde campos de matéria e de gauge podem se propagar pelo *bulk*.

Mostramos que o espectro de partículas esperado da teoria é maior do que o esperado pelo Modelo Padrão pois possui os modos excitados de Kaluza-Klein das partículas que se propagam pelo *bulk*. Este espectro diferenciado além de gerar todos os processos esperados pelo Modelo Padrão, gera processos extras devido às novas partículas. Assim, quisemos entender como estas novas partículas poderiam ser detectadas no LHC. Para isso definimos a teoria e calculamos através de simulações de eventos as seções de choque dos processos $pp \rightarrow t\bar{t}$ e $pp \rightarrow t\bar{j}$ considerando ambos o Modelo Padrão e a Teoria com Uma Dimensões Extra Curva. Ao compararmos os sinais para cada teoria vimos que seria possível diferenciá-las.

A primeira análise feita foi considerando o processo $pp \rightarrow t\bar{t}$ para ambas teorias. Nela percebemos que somente este sinal não seria suficiente para mostrar que esta teoria além de resolver o *Problema da Hierarquia* também soluciona o *Problema de Massa dos Férmion* através da não universalidade dos acoplamentos de gauge. O sinal de violação de sabor nas correntes neutras também é necessário para verificarmos que esta é uma teoria de sabor, e que ela soluciona ambos problemas do Modelo Padrão.

Muitas outras Teorias Além do Modelo Padrão prevêem a existência de novas partícu-

$M_G (TeV)$	$30 fb^{-1}$	$100 fb^{-1}$	$300 fb^{-1}$
1	0.24	0.18	0.14
2	0.65	0.50	0.36

Tabela 5.4: Alcance em U_R^{tq} (com 5σ) para valores da luminosidade possíveis no LHC.

las que poderão ser vista através de um aumento na seção de choque esperada, obtendo sinais muito parecidos com estes apresentados nos processos que conservam sabor. Assim, precisamos de sinais bem específicos para provarmos que os sinais obtidos em $t\bar{t}$ são exatamente os sinais desta teoria. Além disto, o *background* para processos que conservam sabor é muito alto, pelo fato destes sinais serem previstos pelo Modelo Padrão.

Para que esta teoria seja realmente diferenciada de qualquer outra teoria e para mostrarmos que esta teoria soluciona também o *Problema de Massa dos Férmions*, precisaríamos enxergar a violação de sabor provocada pela intermediação das novas partículas. Como este tipo de processo não é previsto pelo Modelo Padrão, ele pode ser melhor diferenciado do *background*. Esta violação de sabor é uma manifestação essencial de uma teoria de sabor, e sua observação seria o primeiro indício provando a validade de uma teoria do tipo Randall-Sundrum.

Finalmente concluímos que o LHC tem potencial para observar o fenômeno de violação de sabor para um glúon pesado de até $3 TeV$ utilizando $U_R^{tq} = 1$. Calculamos também o alcance em U_R^{tq} para os glúons pesados de $1 TeV$ e $2 TeV$ num estudo feito com ressonância fina com uma precisão de 5σ , e estes estão mostrados na tabela (5.4) [5].

Capítulo 6

Conclusões e Perspectivas

Iniciamos nosso trabalho introduzindo o Modelo Padrão explicitando seus aspectos. Vimos que ele explica todos os dados experimentais que temos hoje, mas que surgem alguns problemas quando a energia atinge valores mais altos. Em princípio, o Modelo Padrão é válido até valores em que a energia gravitacional se torna importante, mas vimos que muitos aspectos nos levam a pensar que nova física deve surgir bem antes disto, como o *Problema da Hierarquia* introduzido no capítulo 3.

Neste trabalho estudamos teorias além do Modelo Padrão que utilizam dimensões extras. Estas teorias são propostas para resolver alguns problemas do Modelo Padrão, sendo reduzidas a ele no limite à baixas energias. Como elas utilizam mais do que 4 dimensões, impusemos que este limite fosse 4-dimensional e trabalhamos com uma teoria efetiva.

Introduzimos as três vertentes de teorias com dimensões extras, mas trabalhamos especificamente com 5 dimensões, em que a dimensão extra deve ser compacta e espacial. Seguimos o curso histórico: inicialmente apresentamos as “*Large Extra Dimensions*” e logo após as “*Universal Extra Dimensions*”, cuja grande diferença é a propagação dos campos no *bulk*. A primeira permite apenas aos campos escalares se propagarem pelas 5 dimensões, enquanto a segunda admite todos os campos. São muitas as conseqüências da propagação destes campos pelo *bulk*, e uma delas é a formação da torre de Kaluza-Klein. Nestes dois casos, onde a métrica do espaço-tempo total é plana, a diferença de massa entre os estados excitados da torre é fácil de ser calculada e vale $1/R$ se R é o raio de compactificação. A compactificação utilizada foi a $S_1/\mathbb{Z}_2$ para que os férmions pudessem ser quiralizados. Ambas utilizam

a mesma idéia para solucionar o *Problema da Hierarquia* e esta se dá através da diluição da escala de energia no volume total de dimensões.

Concluimos que existe possibilidade de enxergarmos evidências da existência desta dimensão extra, e ela poderia ser detectada se observássemos as novas partículas previstas por estas teorias: a partículas das torres de Kaluza-Klein. No caso das LED somente o gráviton teria a torre, mas a energia de apenas um modo excitado não seria suficientemente grande para que o LHC pudesse observá-lo. Assim, a saída encontrada foi a proposta da medida da soma das energias de todas as partículas da torre, detectando toda torre de uma só vez. Este tipo de teoria é chamada de dimensões extras grandes pela possibilidade de que o raio da dimensão extra seja da ordem de milímetros. Já no caso das UED, todas as partículas do Modelo Padrão devem ter sua respectiva torre de Kaluza-Klein, e devemos poder observar seus modos excitados. Além disto, a conservação do momento 5-dimensional nos leva à conservação do número de Kaluza-Klein que determina que as partículas excitadas não podem ser produzidas unicamente, somente aos pares. Este tipo de teoria é chamada de Dimensões Extras Universais pelo fato de que todos os tipos de partículas possuem a liberdade de se propagar na quinta dimensão.

A última vertente introduzida foi a teoria com “*Warped Extra Dimensions*”, ou seja, com Dimensões Extras Curvas. Neste caso supusemos que o espaço-tempo 5-dimensional fosse curvo, o que gerou consequências interessantes. A primeira delas foi que a solução do *Problema da Hierarquia* pôde ser encontrada associando a escala de energia com a coordenada na dimensão extra. Na realidade nos baseamos em que a única escala de energia fundamental da teoria deveria ser a escala de Planck, e impusemos que a escala eletrofraca fosse gerada a partir dela e da métrica utilizada. Com isto conseguimos valores razoáveis para kR (~ 12), em que k deve ser a curvatura do espaço-tempo, e R o raio da dimensão extra compactificada. Supusemos também que todos os campos do Modelo Padrão pudessem se propagar por todas as dimensões, e obtivemos suas respectivas torres de Kaluza-Klein. Neste tipo de teoria, a diferença de massa entre os modos excitados já não foi tão simples de ser calculada pois foi necessário levarmos a métrica em consideração. Além disto, para este cálculo outras condições de contorno precisaram ser impostas como a compactificação $S_1/\mathbb{Z}_2$ utilizada, e a definição da quiralidade do campo. Isto foi feito, e obtivemos as soluções para as funções que dependem da coordenada da dimensão extra, assim como a diferença de massa entre os estados excitados. Deduzimos também que o modo zero da torre de Kaluza-Klein de cada partícula deveria ser sua

partícula observada no Modelo Padrão, para que o limite 4-dimensional da teoria fosse coerente com o que observamos experimentalmente para baixas energias.

Ainda calculamos como o acoplamento das partículas 5-dimensionais se daria efetivamente, ou seja, no limite 4-dimensional. Vimos que partículas excitadas podem se acoplar com as partículas do Modelo Padrão, mas que isto deverá depender de sua determinada função de onda na dimensão extra. Estas funções nos dirão como a partícula se comporta 4-dimensionalmente dependendo da coordenada y . Com isto, pudemos obter uma teoria de sabor, em que cada sabor de férmion, por exemplo, tem sua massa determinada por um parâmetro natural de cada um deles que estão presentes na função que depende da coordenada da dimensão extra. Deduzimos então que cada sabor de férmion deve vir naturalmente de sua determinada posição com relação à coordenada y , explicando conseqüentemente o *Problema de Massa dos Férmions*.

Para finalizar definimos uma determinada teoria e mostramos como seria possível identificá-la no LHC. Fizemos todos os cálculos efetivos e provamos que deverá ser possível enxergarmos as partículas de Kaluza-Klein se o primeiro modo da partícula mais leve tiver uma massa na ordem TeV . No caso, a dificuldade estará na identificação da partícula observada. Precisaremos provar que ela pertence a teoria que acabamos de descrever, pois muitas outras Teorias Além do Modelo Padrão prevêem partículas novas com sinais experimentais muito parecidos com aqueles descritos. De qualquer forma, mostramos que seria possível obtermos sinais muito singulares das teorias com dimensões extras curvas como por exemplo a violação de sabor que poderia ser vista num processo denominado “*single top*”, em que os produtos de um decaimento que envolve algum tipo de partícula excitada seria um quark *top* e outro *up* ou *charm*.

Veja que trabalhamos com uma teoria 5-dimensional Anti de-Sitter fracamente acoplada e pudemos observar sua correspondência com uma teoria 4-dimensional fortemente acoplada. Esta teoria 4-dimensional poderá ser percebida através da torre de Kaluza-Klein que deve ser formada por causa da compactificação da dimensão extra. Além disso, ela deve ser uma teoria quase conforme, o que nos leva a relacionar com a correspondência ADS/CFT de Maldacena [31].

A partir de agora muitos caminhos são possíveis. O primeiro deles deve estar relacionado com a profundidade dos cálculos experimentais. Precisamos explorá-los para aumentar a certeza da detecção dos sinais propostos. Estamos preparando um

novo artigo descrevendo os cálculos feitos, cuja linguagem deve ser um pouco mais didática que o anterior. Além disto, existem alguns projetos fenomenológicos em vista para determinarmos outros sinais que poderão ser detectados no LHC com o objetivo de verificarmos a validade das WED. Também existe a possibilidade de trabalharmos com o desenvolvimento de modelos novos que utilizam dimensões extras para explicar alguns problemas que são encontrados no Modelo Padrão no limite de energias que o LHC deve alcançar. Em todas as idéias o estudo que foi mostrado neste trabalho será a base para desenvolvimentos futuros.

Referências Bibliográficas

- [1] E. ABBOT, *Flatland: A Romance of Many Dimensions by a Square*, 1884.
- [2] K. AGASHE, G. PEREZ, AND A. SONI, *B-factory signals for a warped extra dimension*, Phys. Rev. Lett., 93 (2004), p. 201804.
- [3] G. ALTARELLI, *The standard model of particle physics*, Encyclopedia of Mathematical Physics, (2005).
- [4] T. APPELQUIST, H.-C. CHENG, AND B. A. DOBRESU, *Bounds on universal extra dimensions*, Phys. Rev., D64 (2001), p. 035002.
- [5] P. M. AQUINO, G. BURDMAN, AND O. J. P. EBOLI, *A signal for a theory of flavor at the LHC, a ser publicado na revista The Physical Review Letters*, (2006).
- [6] N. ARKANI-HAMED, S. DIMOPOULOS, AND G. R. DVALI, *The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter*, Phys. Lett., B429 (1998), pp. 263–272.
- [7] N. ARKANI-HAMED, S. DIMOPOULOS, AND G. R. DVALI, *Phenomenology, astrophysics and cosmology of theories with sub-millimeter dimensions and tev scale quantum gravity*, Phys. Rev., D59 (1999), p. 086004.
- [8] G. BURDMAN, *Constraints on the bulk standard model in the randall- sundrum scenario*, Phys. Rev., D66 (2002), p. 076003.
- [9] G. BURDMAN, *Flavor violation in warped extra dimensions and cp asymmetries in b decays*, Phys. Lett., B590 (2004), pp. 86–94.
- [10] G. BURDMAN, *Theories with extra dimensions*, AIP Conf. Proc., 753 (2005), pp. 390–399.

- [11] G. BURDMAN AND Y. NOMURA, *Holographic theories of electroweak symmetry breaking without a higgs boson*, Phys. Rev., D69 (2004), p. 115013.
- [12] S. M. CARROLL, W. H. PRESS, AND E. L. TURNER, *The cosmological constant*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 30 (1992), pp. 499–542.
- [13] S. CHANG, J. HISANO, H. NAKANO, N. OKADA, AND M. YAMAGUCHI, *Bulk standard model in the randall-sundrum background*, Phys. Rev., D62 (2000), p. 084025.
- [14] H.-C. CHENG, K. T. MATCHEV, AND M. SCHMALTZ, *Bosonic supersymmetry? getting fooled at the lhc*, Phys. Rev., D66 (2002), p. 056006.
- [15] H.-C. CHENG, K. T. MATCHEV, AND M. SCHMALTZ, *Radiative corrections to kaluza-klein masses*, Phys. Rev., D66 (2002), p. 036005.
- [16] J. M. CLINE, *Baryogenesis*, Lectures given at Les Houches Summer School, Session 86: Particle Physics and Cosmology: The Fabric of Spacetime (2006).
- [17] D. CLOWE ET AL., *A direct empirical proof of the existence of dark matter*, (2006).
- [18] H. DAVOUDIASL, J. L. HEWETT, AND T. G. RIZZO, *Bulk gauge fields in the randall-sundrum model*, Phys. Lett., B473 (2000), pp. 43–49.
- [19] H. DAVOUDIASL, J. L. HEWETT, AND T. G. RIZZO, *Experimental probes of localized gravity: On and off the wall*, Phys. Rev., D63 (2001), p. 075004.
- [20] J. F. DONOGHUE, E. GOLOWICH, AND B. HOLSTEIN, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press, 1994.
- [21] R. K. ELLIS, C. T. HILL, AND J. D. LYKKEN, *Perspectives in the Standard Model*, World Scientific, 1992.
- [22] M. M. FOR PHYSICISTS, Elsevier Academic Press, sixth ed., 2005.
- [23] T. GHERGHETTA AND A. POMAROL, *Bulk fields and supersymmetry in a slice of ads*, Nucl. Phys., B586 (2000), pp. 141–162.
- [24] S. L. GLASHOW, *Partial symmetries of weak interactions*, Nucl. Phys., 22 (1961), pp. 579–588.

- [25] S. L. GLASHOW, J. ILIOPOULOS, AND L. MAIANI, *Weak interactions with lepton-hadron symmetry*, Phys. Rev., D2 (1970), pp. 1285–1292.
- [26] W. D. GOLDBERGER AND M. B. WISE, *Bulk fields in the randall-sundrum compactification scenario*, Phys. Rev., D60 (1999), p. 107505.
- [27] Y. GROSSMAN AND M. NEUBERT, *Neutrino masses and mixings in non-factorizable geometry*, Phys. Lett., B474 (2000), pp. 361–371.
- [28] M. GUIDRY, *Gauge Field Theories: An Introduction with Applications*, John Wiley & Sons Inc, 1991.
- [29] J. L. HEWETT, F. J. PETRIELLO, AND T. G. RIZZO, *Precision measurements and fermion geography in the randall-sundrum model revisited*, JHEP, 09 (2002), p. 030.
- [30] S. J. HUBER AND Q. SHAFI, *Fermion masses, mixings and proton decay in a randall- sundrum model*, Phys. Lett., B498 (2001), pp. 256–262.
- [31] J. M. MALDACENA, *The large n limit of superconformal field theories and supergravity*, Adv. Theor. Math. Phys., 2 (1998), pp. 231–252.
- [32] G. MOREAU AND J. I. SILVA-MARCOS, *Flavour physics of the rs model with kk masses reachable at lhc*, JHEP, 03 (2006), p. 090.
- [33] S. F. NOVAES, *Standard model: An introduction*, Proceedings of 10th Jorge Andre Swieca Summer School: Particle and Fields.
- [34] K. A. OLIVE, *Tasi lectures on dark matter*, Lectures given at Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics (TASI 2002): Particle Physics and Cosmology: The Quest for Physics Beyond the Standard Model(s), (2003).
- [35] R. D. PECCEI AND H. R. QUINN, *Constraints imposed by cp conservation in the presence of instantons*, Phys. Rev., D16 (1977), pp. 1791–1797.
- [36] R. D. PECCEI AND H. R. QUINN, *Cp conservation in the presence of instantons*, Phys. Rev. Lett., 38 (1977), pp. 1440–1443.
- [37] M. E. PESKIN AND D. V. SCHROEDER, *An Introduction to Quantum Field Theory*, HarperCollins Publishers, 1995.

- [38] A. POMAROL, *Gauge bosons in a five-dimensional theory with localized gravity*, Phys. Lett., B486 (2000), pp. 153–157.
- [39] L. RANDALL AND R. SUNDRUM, *A large mass hierarchy from a small extra dimension*, Phys. Rev. Lett., 83 (1999), pp. 3370–3373.
- [40] A. SALAM, *Weak and electromagnetic interactions*. Originally printed in *Svartholm: Elementary Particle Theory, Proceedings Of The Nobel Symposium Held 1968 At Lerum, Sweden*, Stockholm 1968, 367-377.
- [41] A. SALAM AND J. C. WARD, *Electromagnetic and weak interactions*, Phys. Lett., 13 (1964), pp. 168–171.
- [42] G. 'T HOOFT, *Renormalizable lagrangians for massive yang-mills fields*, Nucl. Phys., B35 (1971), pp. 167–188.
- [43] G. 'T HOOFT AND M. J. G. VELTMAN, *Regularization and renormalization of gauge fields*, Nucl. Phys., B44 (1972), pp. 189–213.
- [44] S. WEINBERG, *A model of leptons*, Phys. Rev. Lett., 19 (1967), pp. 1264–1266.
- [45] S. WEINBERG, *The cosmological constant problem*, Rev. Mod. Phys., 61 (1989), pp. 1–23.
- [46] L. WOLFENSTEIN, *Parametrization of the kobayashi-maskawa matrix*, Phys. Rev. Lett., 51 (1983), p. 1945.
- [47] W. M. YAO AND ET AL., *Review of particle physics*, Journal of Physics G, 33 (2006).