

Universidade de São Paulo

Instituto de Física

Interferência Coulombiana-Nuclear no
Espalhamento Inelástico de Dêuterons por $^{99,101}\text{Ru}$

Cleber Lima Rodrigues

Orientadora: Profa. Dra. Thereza Borello-Lewin (IFUSP)

Thereza Borello Lewin


Prof. Celso Luiz Lima
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Tese de doutorado apresentada ao Instituto
de Física como parte dos requisitos para a
obtenção do título de Doutor em Ciências.

Banca examinadora:

Profa. Dra. Thereza Borello-Lewin (IFUSP)

Prof. Dr. Otaviano Augusto Marcondes Helene (IFUSP)

Prof. Dr. Nelson Carlin Filho (IFUSP)

Prof. Dr. Diógenes Galetti (IFT/UNESP)

Prof. Dr. Mauro da Silva Dias (IPEN)



São Paulo

2005



SBI-IFUSP

df. 31/10/05.

539.74
R696i

D

EX.1

545no

1482299

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Rodrigues, Cleber Lima

Interferência Coulombiana-Nuclear no Espalhamento
Inelástico de Dêuterons por $^{99,101}\text{RU}$.
São Paulo, 2005.

Tese (Doutoramento) - Universidade de São Paulo
Instituto de Física – Depto de Física Experimental

Orientador: Profa. Dra. Tereza Borello-Lewin
Área de Concentração: Física

Unitermos:

1. Estrutura Nuclear;
2. Reações Nucleares;
3. Acelerador de Partículas;
4. Colisões Nucleares.

USP/IF/SBI-084/2005

Universidade de São Paulo

Instituto de Física

Interferência Coulombiana-Nuclear no
Espalhamento Inelástico de Dêuterons por $^{99,101}\text{Ru}$

Cleber Lima Rodrigues

Orientadora: Profa. Dra. Thereza Borello-Lewin (IFUSP)

Trabalho financiado pela FAPESP

São Paulo

2005

"I can live with doubt and uncertainty and not knowing. I think it is much more interesting to live not knowing than to have answers that might be wrong."

Richard Feynman

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos que contribuíram para que este trabalho fosse concluído, em especial:

à Thereza, por sua toda sua dedicação e esforço em dar o suporte e orientação que este trabalho necessitou e acima de tudo pelo apoio.

à Márcia, pelo esforço e dedicação no trabalho do grupo, por tocar "o barco" durante o dia nos períodos de máquina, mas principalmente por todo apoio e ajuda.

à Lighia, pelo incentivo e ajuda, principalmente nas discussões do trabalho.

ao Luciano, pelo esforço e incentivo dado.

ao Luizão, por todo incentivo e interesse demonstrados.

ao Marcel, pela imensa colaboração no desenvolvimento do software de análise, e principalmente por todo apoio e ajuda.

à Cida, pelo empenho na leitura cuidadosa das emulsões.

ao Kita, por todas as madrugadas de trabalho e "pizza" no Pelletron, imprescindíveis para que este trabalho tivesse êxito.

ao Guilherme, Gabriel, Victor, Silvia, Flávio, João Pedro e Jair, pela colaboração nos períodos de máquina.

à todos do grupo, pela amizade e companheirismo demonstrados desde que cheguei.

ao Nemi, por todo tipo de ajuda durante os períodos de máquina.

ao Dirceu, pela dedicação para resolver os problemas do laboratório Pelletron.

aos técnicos Wanda, Jorge e Nobuko, pelo apoio na fabricação dos alvos.

ao José Carlos de Abreu, pelo bom trabalho na obtenção do feixe de dêuterons.

ao Miguel, pelo empenho na fabricação dos cadinhos de tungstênio.

Ao Udo, Silvio e Messias, pelas melhorias na instalação elétrica da linha do espectrógrafo e da nova fonte de corrente.

aos técnicos do Laboratório Pelletron: Celso, Ditinho, Edmilson, Evandro, Luiz Marcos, Marcelo, Márcio, Otávio, Pedro, Ricardo, Sérgio e Tromba, pelo suporte nos períodos de máquina.

ao Pedro e ao Julian, pelo apoio e amizade.

aos meus familiares e amigos, por todo apoio que me foi dado até hoje.

Resumo

Medidas inéditas de Interferência Coulombiana-Nuclear (ICN) nos núcleos ímpares $^{99,101}\text{Ru}$ complementam a investigação da coletividade da primeira excitação quadrupolar dos isótopos pares de Ru ao redor de $A \sim 100$, com projéteis que interagem isoescalarmente com o núcleo. As distribuições angulares do espalhamento inelástico com dêuterons incidentes de 13 MeV, nos núcleos ímpares estáveis de rutênio, foram obtidas no sistema Acelerador Pelletron - Espectrógrafo Magnético Enge, utilizando emulsões nucleares no plano focal. Foram medidos espectros associados a catorze e dezesseis ângulos de espalhamento nos ^{99}Ru e ^{101}Ru , respectivamente, com excelente caracterização do mínimo de interferência na primeira excitação quadrupolar do caroço. O exame da ICN foi realizado na descrição DWBA-DOMP com parâmetros globais de potencial óptico, mantendo tratamento consistente com outras análises de ICN na região. O ajuste das previsões teóricas às distribuições angulares experimentais, através da minimização do χ^2 pelo método iterativo de Gauss-Marquardt, possibilitou a extração simultânea do comprimento de deformação de massa (δ^N) e da razão entre os comprimentos de deformação de carga (δ^C) e de massa ($C = \delta^C/\delta^N$). Simulações de Monte Carlo com 5000 novos conjuntos de dados, gerados por sorteio gaussiano, mostraram a adequação estatística do método. Os valores experimentais de C se posicionaram ao redor de 1,25 para o ^{99}Ru e 1,40 para o ^{101}Ru , com incertezas em torno de 5%, indicando maior contribuição de prótons do que de nêutrons na excitação, na comparação com as razões N/Z. As medidas de δ^N , com incertezas menores que 5%, revelaram valores inferiores aos relatados para os núcleos pares vizinhos. Os valores de C e δ^N extraídos permitiram o cálculo das razões $B(E2)/B(IS2)$ e $B(IS2)$ para os estados analisados.

Abstract

Coulomb-Nuclear Interference measurements not previously reported in the $^{99,101}\text{Ru}$ odd nuclei complement the investigation of the collectivity of the first quadrupolar excitation in even Ru isotopes around $A \sim 100$, with projectiles that interact isoscalarly with the nucleus. The Inelastic scattering angular distributions with 13 MeV incident deuterons on odd Ru stable nuclei were obtained in the facility Pelletron Accelerator - Enge Magnetic Spectrograph, using nuclear emulsion plates in the focal plane. Spectra associated with fourteen and sixteen scattering angles in ^{99}Ru and ^{101}Ru , respectively, were measured achieving an excellent characterization of the interference minimum of the core first quadrupolar excitation. The DWBA-DOMP description of the CNI with global optical model parameters employed allows the consistent analysis of the data in comparison with other analysis of the region. The simultaneous extraction of δ^N , mass deformation length and of $C = \delta^C/\delta^N$, ratio of charge (δ^C) and mass (δ^N) deformation lengths, was obtained in the fit of the theoretical predictions to the experimental angular distributions through the χ^2 minimization using the iterative Gauss-Marquardt method. Monte Carlo simulations of 5000 new sets of data, gaussian randomly generated, show the statistical adequacy of the method. The experimental values of C obtained distributed around 1.25 for ^{99}Ru and 1.40 for ^{101}Ru , with uncertainties of approximately 5%, indicating higher contribution of protons than neutrons in the excitations, in comparison with the N/Z ratios. The δ^N measurements, with uncertainties less than 5%, point to lower values than published for even neighbor isotopes. The values of δ^N and C extracted allow for the calculation of $B(\text{IS}2)$, isoscalar reduced transition probability, and $B(\text{E}2)/B(\text{IS}2)$, the ratio between electric ($B(\text{E}2)$) and isoscalar reduced transition probabilities.

Índice

Introdução	I
1 - Introdução teórica	1
1.1 - Reações nucleares diretas	1
1.2 - Aproximação de Born com Ondas Distorcidas	3
1.3 - Modelo coletivo	7
1.4 - Excitação coulombiana	9
1.5 - Interferência Coulombiana-Nuclear	11
1.6 - Previsões teóricas	14
2 - Descrição experimental	23
2.1 - O feixe de dêuterons	23
2.2 - O acelerador Pelletron	24
2.3 - A câmara de espalhamento	28
2.4 - O espectrógrafo magnético	30
2.5 - O alvo	32
2.6 - Emulsões nucleares	34
3 - Análise dos dados experimentais e resultados	36
3.1 - Espectros de posição	36
3.2 - Análise das distribuições angulares e resultados	40
3.3 - Teste de adequação do método	47
4 - Discussão e conclusões	69
4.1 - Discussão dos resultados	69
4.2 - Informações teóricas para os núcleos ímpares de Ru	71
4.3 - Resultados e informações da literatura	72
4.4 - Comentários finais	79
Apêndice A	81
Referências	85

Introdução

A região de núcleos com massa ao redor de $A = 100$, em particular a cadeia de isótopos de Ru, tem sido foco de atenção há mais de duas décadas, mas a compreensão da evolução das propriedades espectroscópicas nessa região complexa, de transição, depende ainda de informações experimentais discriminadoras entre possíveis interpretações teóricas e, portanto, continua a ser desafiante objeto de pesquisa.

Na literatura, os estudos experimentais dos isótopos pares de Ru envolvem reações $(\alpha, xn \gamma)$, $(HI, xn \gamma)$, excitação coulombiana e algumas medidas de espalhamento inelástico, interferência coulombiana-nuclear (ICN), decaimento β e transferência de um e dois nêutrons [Ca97, Du97, Go96, Hi98, Ho99, Ho02, Ke95, La79, La80, Pa88, Ro02, Ro04, Si89, Vo76, Vo81, Va85]. Quanto aos isótopos ímpares, resultados têm sido alcançados por intermédio de reações de transferência de uma partícula e também existem estudos de espectroscopia γ e excitação coulombiana [Ar87, Ba98, Bl93, Bl98, Bo98, Di86, Du88, Du94, Fr93, Pe80, Pe94, Sa81].

Do ponto de vista teórico, muitos cálculos foram realizados para os isótopos pares fornecendo interpretações controversas dos dados observados. De fato, a aplicação dos modelos triaxial rígido [Sh94], rotor-vibrador [Lu95, Zh92] e modelo coletivo generalizado [Tr91, Tr96] produzem resultados contrastantes. A versão 2 do modelo de bósons interagentes (IBM2), que distingue explicitamente graus de liberdade de nêutrons e prótons, aplicada à cadeia $^{98-116}\text{Ru}$ [Du98, Gi95, Gi98] produziu um acordo animador com a experiência, indicando deformações triaxiais efetivas. Estudos Hartree-Fock-Bogoliubov [Bh93] dos estados yrast nos Ru pares indicou que sua sistemática está intrinsecamente ligada à tendência de aumento de deformação proveniente da interação np entre orbitais parceiros de spin-órbita. Para os

isótopos ímpares, embora existam várias interpretações teóricas, que à primeira vista parecem conclusivas, inconsistências aparecem numa inspeção mais cuidadosa. De fato, verificou-se que Whisnant et al. [Wh86] tiveram que considerar a coletividade do caroço par, ^{98}Ru como sendo, praticamente a metade da experimental, além de empregar tratamento utilizando Momento de Inércia Variável (VMI), na interpretação aparentemente completa do ^{99}Ru , dentro do modelo partícula-rotor simétrico com acoplamento de Coriolis. Imanishi et al. [Im73], nos $^{101,103}\text{Ru}$, e Rekstad [Re75], no ^{103}Ru , também tiveram que considerar coletividades dos caroços diminuídas, produzindo, além disso, resultados bastante discrepantes no isótopo investigado em comum pelos dois, apesar de aplicarem tratamentos teóricos basicamente iguais. Uma dificuldade adicional, verificada nas previsões, é a impossibilidade de colocar estados de paridades positiva e negativa na mesma escala absoluta de energia. Por outro lado, cálculos de IBMF acessíveis na literatura para núcleos ímpar-par [Ari87, Ma91] parecem ser mais confiáveis, mas não acompanham a cadeia de isótopos, o que dificulta a análise de seu sucesso.

O grupo de Espectroscopia Nuclear com Íons Leves do Instituto de Física da Universidade de São Paulo tem contribuído para o estudo experimental dessa região complicada [Ba98, Bo94, Bo97, Du88, Du94, Du97, Go96, Ho99, Ho02, Ro02, Ro04, Ro04a, Ro04b, Si89, Uk98, Uk01] com a utilização do sistema Pelletron - Espectrógrafo Magnético de Enge, em duas frentes associadas às suas duas linhas de pesquisa principais: reações de transferência de um núcleon, (d,p) e (d,t), acessando isótopos pares e ímpares, e estudo de ICN com dêuterons e alfas, que interagem isoescalarmente com o núcleo, em isótopos pares. Este estudo permitiu complementar o exame da coletividade das primeiras excitações quadrupolares nos $^{100,102,104}\text{Ru}$, com a extração simultânea da probabilidade reduzida de transição isoescalar, $B(\text{IS}2)$ (massa) e da razão $B(\text{E}2)/B(\text{IS}2)$ (carga/massa). Os resultados revelaram que o crescimento isotônico dos parâmetros de deformação de carga, com o aumento

do número de massa, é mais pronunciado do que o crescimento também isotônico observado para os parâmetros de deformação nuclear (massa), a partir de valores experimentais concordantes no ^{100}Ru . É importante salientar que a coletividade é em geral analisada apenas através da probabilidade reduzida de transição elétrica, $B(E2)$ (carga), por falta de informações sobre $B(IS2)$. Excitações octupolares também puderam ser analisadas, nos estados de ICN feitos pelo grupo, embora com menor sensibilidade. Quanto aos isótopos ímpares, as distribuições das intensidades espectroscópicas de partícula e buraco independente de nêutron, nos $^{99-103}\text{Ru}$ [Ba98, Bo98, Du88, Du94], medidas em São Paulo, mostram que todos os orbitais de valência estão sendo preenchidos sem grande fracionamento, independente do número de nêutrons no núcleo, não indicando um preenchimento sequencial dos orbitais. Outro aspecto relevante, apontado pelos trabalhos do grupo e que levou à investigação da sistemática dos níveis "yrast" também em outros núcleos da região é a possível coexistência de forma a baixa energia de excitação [Ba98, Bo98]. A informação experimental que originou o interesse por este acompanhamento foi a pequena superposição entre estados do ^{103}Ru , em particular de seu estado fundamental, e seus vizinhos pares (mais ou menos um nêutron). A configuração "pai" para esses estados coexistentes nos Ru ímpares não é facilmente traçada nos isótopos pares.

Com esse pano de fundo, que diagnostica dificuldades na descrição teórica dos isótopos ímpares, ao lado da necessidade de complementar as informações experimentais, o interesse volta-se fortemente para o exame da evolução da coletividade, com medidas inéditas de interferência coulombiana-nuclear com dêuterons nos isótopos ^{99}Ru e ^{101}Ru , os únicos isótopos ímpares estáveis. O grupo de Espectroscopia Nuclear com Íons Leves detém a primazia na medida e na análise da ICN com dêuterons, cujos parâmetros de potencial óptico são bem conhecidos, o que permite manter os parâmetros livres da análise sob grande controle. O emprego das técnicas de detecção em emulsões

nucleares tem favorecido os trabalhos do grupo, sendo importante para a obtenção dos dados com a qualidade necessária, em especial quando é utilizado feixe de dêuterons. O presente trabalho está inserido no exame da Interferência Coulombiana-Nuclear no espalhamento inelástico de dêuterons por $^{99,101}\text{Ru}$.

Uma dificuldade inerente ao estudo de núcleos ímpar-ímpar ou par-ímpar, através do espalhamento inelástico, é a diluição dos graus de liberdade coletivos do sistema nuclear, objetos principais deste tipo de estudo, entre muitos estados mais complexos. Assim, se a probabilidade total de transição associada às excitações a baixa energia de excitação, com multipolaridade L de interesse, está normalmente concentrada em um ou poucos estados dos núcleos par-par (a exemplo dos primeiros estados quadrupolares e octupolares) ela se fraciona geralmente em $2L+1$ ou mais estados nos núcleos vizinhos. Acresça-se a isto o fato de, frequentemente, alguns destes estados estarem próximos em energia e está explicada a relativa falta de informações experimentais para núcleos ímpares, provocada pelas dificuldades na obtenção destes dados.

A boa resolução em energia que a metodologia empregada pelo grupo proporciona é, portanto, essencial para o êxito do estudo. Neste aspecto, a detecção em emulsões nucleares na superfície focal do espectrógrafo magnético tipo Enge proporciona condições de competir com vantagens a nível mundial. O quadro se complementa pelo excelente controle da energia e do perfil do feixe fornecido pelo Pelletron, quando conjugado com cuidados adicionais de focalização. A utilização competente do espectrógrafo possibilita, portanto, a ótima resolução em energia (por exemplo, 8-12 keV no espalhamento inelástico de dêuterons), que realça em cada espectro o pico de interesse em relação ao fundo e o distingue dos demais. O uso de emulsões nucleares (Fuji G6B, 50 μm ou semelhante) reduz, além disso, drasticamente o fundo associado ao feixe de dêuterons, pois esses detectores não respondem a

nêutrons, raios γ e X que são produzidos abundantemente, em particular pela presença do ferro do espectrógrafo.

O procedimento adotado aplica na análise do espalhamento inelástico, para o potencial nuclear de transição, o modelo de potencial óptico deformado (DOMP) dentro de uma descrição com parâmetros ópticos globais. É importante notar que a dependência radial na região da cauda do potencial de transição, onde o espalhamento inelástico de dêuterons de baixa energia acontece, é para a maioria dos fatores de forma microscópicos calculados até agora, não substancialmente diferente da dos potenciais macroscópicos para excitações predominantemente coletivas. Optou-se, assim, por um tratamento macroscópico com potencial óptico global, tendo em vista o objetivo de fazer uma investigação comparativa da forma mais consistente e uniforme possível [Bo97, Du97], o que favorece o seu acompanhamento evolutivo na cadeia de isótopos.

A comparação do formato das distribuições angulares experimentais, na excitação com dêuterons de estados fortemente coletivos, com previsões de cálculos macroscópicos na aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA-DOMP), para cada momento angular transferido L , permite a extração da razão entre os comprimentos de deformação de carga e de massa, enquanto o fator de escala, no ajuste aos dados, determina o comprimento de deformação de massa. Se a partícula extra no sistema nuclear par-ímpar se comporta como espectadora na excitação, a razão que está sob investigação reproduzirá as características do estado "pai" do caroço. Caso contrário, a razão diagnosticará contribuições diferentes de prótons e nêutrons nas transições do núcleo ímpar. O ajuste das previsões teóricas aos dados é realizado pelo método de mínimos quadrados e os parâmetros extraídos são correlacionados. As covariâncias são levadas em conta no cálculo das incertezas [Uk98, Uk01]. As razões $B(\text{EL})/B(\text{ISL})$ são proporcionais aos quadrados das razões entre os comprimentos de deformação de carga e de

massa e independem de incertezas de fatores de escala nas seções de choque absolutas, sendo também menos sensíveis a efeitos de modelo. Por outro lado, os valores de $B(\text{ISL})$ são proporcionais aos quadrados dos comprimentos dos parâmetros de deformação de massa obtidos.

No presente trabalho, medidas de Interferência Coulombiana-Nuclear (ICN) com dêuterons nos núcleos $^{99,101}\text{Ru}$ complementam a investigação das primeiras excitações quadrupolares nos núcleos $^{100,102,104}\text{Ru}$. Este trabalho está dividido em quatro capítulos. O Capítulo 1 apresenta uma introdução teórica, fazendo um resumo da teoria básica de reações diretas, da Aproximação de Born com Ondas Distorcidas com Potencial Óptico Deformado (DWBA-DOMP), da ICN e da aplicação das previsões na preparação do experimento. O Capítulo 2 descreve todo o equipamento utilizado na tomada dos dados e a confecção dos alvos. O Capítulo 3 contém a análise dos dados experimentais, apresenta as distribuições angulares bem como os resultados obtidos para os parâmetros C e δ^N e testes estatísticos de adequação do método. O Capítulo 4 apresenta a discussão dos resultados obtidos, comparação com trabalhos na literatura para isótopos pares e ímpares de Ru e os comentários finais deste trabalho.

Capítulo 1

Introdução Teórica

Neste capítulo serão apresentados: um resumo da teoria de reações, com enfoque na descrição do espalhamento inelástico na aproximação de Born com ondas distorcidas com potencial óptico deformado (DWBA-DOMP) para o cálculo das seções de choque. São também apresentados resultados dos cálculos das seções de choque previstas para o espalhamento inelástico de dêuterons em ^{99}Ru em duas energias incidentes.

1.1 - Reações nucleares diretas

Nas reações nucleares diretas, o núcleo alvo passa do estado inicial ao final em uma única etapa, sem a formação de um sistema composto, e o processo todo ocorre na superfície. Transição nuclear em uma etapa é uma fonte importante para informações sobre estrutura, pois a amplitude de reação depende da sobreposição das funções de onda dos estados inicial e final [Sa83].

Considerando-se uma reação do tipo $A(a,b)B$, onde o canal de entrada α é definido pelo par A e a e o canal de saída β pelo par B e b , as funções de onda para esse sistema são determinadas resolvendo-se a equação de Schrödinger:

$$(E - H)\Psi = 0, \quad (1.1)$$

onde E é a energia total e H é a hamiltoniana de uma das partições, que é escrita explicitamente como $H = H_{\alpha} + K_{\alpha} + V_{\alpha} = H_{\beta} + K_{\beta} + V_{\beta}$, onde :

$H_{\alpha\beta}$ - hamiltoniana interna.

$K_{\alpha\beta}$ - energia cinética do seu movimento relativo.

$V_{\alpha\beta}$ – potenciais de interação entre os núcleos.

Como condições de contorno impõem-se, para que Ψ corresponda à situação física de interesse, com os dois núcleos a e A do canal α no estado fundamental, descritos por ondas planas com momento relativo \vec{k}_α . Então Ψ deverá conter ondas planas incidentes no canal α e ondas esféricas emergentes em todos os canais abertos, definindo assim a função de onda $\Psi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha)$. Expandindo essa função de onda em termos dos estados internos da partição β , obtém-se:

$$\Psi_\alpha^{(+)} = \sum_{\beta} \xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) \varphi_{\beta}(\vec{x}_{\beta}). \quad (1.2)$$

Representando a equação (1.1) para a partição β com a função de onda descrita por (1.2), chega-se à seguinte expressão:

$$(E_{\beta} - H_{\beta} - K_{\beta}) \Psi_{\alpha}^{(+)} = V_{\beta} \Psi_{\alpha}^{(+)}. \quad (1.3)$$

Multiplicando a equação (1.3) por $\varphi_{\beta}^{*}(\vec{x}_{\beta})$ e integrando em \vec{x}_{β} , uma relação para ξ_{β} é obtida:

$$(E_{\beta} - K_{\beta}) \xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) = (\varphi_{\beta} | V_{\beta} | \Psi_{\alpha}^{(+)}) \equiv \int \varphi_{\beta}^{*}(\vec{x}_{\beta}) V_{\beta}(\vec{x}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \Psi_{\alpha}^{(+)} d\vec{x}_{\beta}. \quad (1.4)$$

A solução para ξ_{β} é obtida com o auxílio da função de Green [Me62], respeitando as condições de contorno impostas:

$$\xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) = e^{i\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}_{\alpha}} \delta_{\alpha\beta} - \left(\frac{\mu_{\beta}}{2\pi\hbar^2} \right) \int \frac{e^{i\vec{k}_{\beta} |\vec{r}_{\beta} - \vec{r}'_{\beta}|}}{|\vec{r}_{\beta} - \vec{r}'_{\beta}|} (\varphi_{\beta} | V_{\beta} | \Psi_{\alpha}^{(+)}) d\vec{r}'_{\beta}. \quad (1.5)$$

Para grandes distâncias, quando se verifica o comportamento assintótico de ξ_{β} , a amplitude de espalhamento ($f_{\alpha\beta}$) pode ser escrita na forma:

$$f_{\beta\alpha}(\vec{k}_{\beta}, \vec{k}_{\alpha}) = - \left(\frac{\mu_{\beta}}{2\pi\hbar^2} \right) \left\langle e^{i\vec{k}_{\beta} \cdot \vec{r}'_{\beta}} \varphi_{\beta} | V_{\beta} | \Psi_{\alpha}^{(+)} \right\rangle. \quad (1.6)$$

Já a amplitude de transição, $T_{\beta\alpha}$ é definida em termos da amplitude de espalhamento:

$$T_{\beta\alpha}(k_\beta, k_\alpha) = \left\langle e^{ik_\beta \cdot \vec{r}'_\beta} \varphi_\beta | V_\beta | \Psi_\alpha^{(+)} \right\rangle.$$

$$T_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha) = \iint e^{-i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}'_\beta} \varphi_\beta^*(\vec{x}_\beta) V_\beta(\vec{x}_\beta, \vec{r}'_\beta) \Psi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha) d\vec{x}_\beta d\vec{r}'_\beta. \quad (1.7)$$

A seção de choque diferencial para a reação $A(a,b)B$ é escrita em função da amplitude de transição:

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \left(\frac{k_\beta}{k_\alpha} \right) |T_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha)|^2. \quad (1.8)$$

Esta ainda é a solução formal do problema, envolvendo a função de onda $\Psi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha)$, que continua indeterminada.

1.2 - Aproximação de Born com Ondas Distorcidas

Para contornar-se a dificuldade apresentada na solução da onda $\Psi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha)$, introduz-se em ambos os lados das expressões (1.3) e (1.4) um potencial auxiliar $U_\beta(\vec{r}_\beta)$, dependente apenas da distância relativa \vec{r}_β , que não pode alterar os estados internos da partição β . Com isso a equação (1.4) é rescrita da seguinte forma:

$$[E_\beta - K_\beta - U_\beta(\vec{r}_\beta)] \xi_\beta(\vec{r}_\beta) = (\varphi_\beta | V_\beta(\vec{x}_\beta, \vec{r}_\beta) - U_\beta(\vec{r}_\beta) | \Psi_\alpha^{(+)}) = (\varphi_\beta | W_\beta | \Psi_\alpha^{(+)}). \quad (1.9)$$

O potencial $W_\beta = V_\beta(\vec{x}_\beta, \vec{r}_\beta) - U_\beta(\vec{r}_\beta)$ é chamado de interação residual. A introdução deste potencial visa incluir grande parte dos efeitos médios da interação V_β , de modo a minimizar os efeitos do termo não-homogêneo do lado direito da equação (1.9), sendo assim possível tratar-la como uma perturbação. A solução formal de (1.9) pode ser expressa em termos da equação homogênea:

$$[E_\beta - K_\beta - U_\beta(r_\beta)] \chi_\beta^{(+)}(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) = 0. \quad (1.10)$$

As funções $\chi_\beta^{(+)}$ representam ondas distorcidas e descrevem o espalhamento elástico no canal β , devido somente ao potencial U_β . O

comportamento assintótico apresentado por essas funções tem a forma de uma onda plana incidente mais ondas esféricas emergentes:

$$\chi_{\beta}^{(+)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \rightarrow e^{i\vec{k}_{\beta} \cdot \vec{r}_{\beta}} + f_{\beta}^{(0)}(\theta) \frac{e^{ik_{\beta}r_{\beta}}}{r_{\beta}} \quad (1.11)$$

onde $f_{\beta}^{(0)}(\theta)$ é a amplitude de espalhamento devido ao potencial U_{β} .

Novamente utilizando a aplicação das técnicas das funções de Green na (1.10) temos uma solução similar à encontrada na expressão (1.5):

$$\xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) = \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \delta_{\alpha\beta} + \int G_{\beta}^{(+)}(\vec{r}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}') (\varphi_{\beta} | W_{\beta} | \Psi_{\alpha}^{(+)}) d\vec{r}_{\beta}'. \quad (1.12)$$

Uma observação a ser feita a respeito da equação (1.12) é que ondas distorcidas somente estão presentes quando o espalhamento elástico ocorre, pois por definição o potencial U_{β} não propicia transições entre canais diferentes. Manipulando-se a equação (1.12), pode-se reescrever esta como:

$$\xi_{\beta} = \chi_{\alpha}^{(+)} \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{E - H_{\beta} - K_{\beta} - U_{\beta} + i\varepsilon} (\varphi_{\beta} | W_{\beta} | \Psi_{\alpha}^{(+)}) . \quad (1.13)$$

Substituindo a equação (1.13) na (1.2), chega-se a uma expressão para $\Psi_{\alpha}^{(+)}$:

$$\Psi_{\alpha}^{(+)} = \chi_{\alpha}^{(+)} \varphi_{\alpha} \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{E - H_{\beta} - K_{\beta} - U_{\beta} + i\varepsilon} W_{\beta} \Psi_{\alpha}^{(+)}. \quad (1.14)$$

Utilizando a expansão binomial de $(1+x)^{-1}$ na equação acima, obtém-se a série de ondas distorcidas de Born:

$$\Psi_{\alpha}^{(+)} = [1 + G_{\alpha}^{(+)} W_{\alpha} + G_{\alpha}^{(+)} W_{\alpha} G_{\alpha}^{(+)} W_{\alpha} + \dots] \chi_{\alpha}^{(+)} \varphi_{\alpha}. \quad (1.15)$$

Sendo $G_{\alpha}^{(+)}$ o propagador para o potencial auxiliar U_{α} , escrito explicitamente como:

$$G_{\alpha}^{(+)} = (E - H_{\alpha} - K_{\alpha} - U_{\alpha} + i\varepsilon)^{-1}. \quad (1.16)$$

A amplitude de transição também pode ser escrita em termos da série de ondas distorcidas:

$$T_{\beta\alpha} = \left\langle \chi_{\beta}^{(-)} \varphi_{\beta} \left| W_{\beta} + W_{\beta} G_{\alpha}^{(+)} W_{\alpha} + W_{\beta} G_{\alpha}^{(+)} W_{\alpha} G_{\alpha}^{(+)} W_{\alpha} + \dots \right| \chi_{\alpha}^{(+)} \varphi_{\alpha} \right\rangle. \quad (1.17)$$

Considerando-se apenas o primeiro termo da série no cálculo da amplitude de transição, chega-se na conhecida aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA):

$$T_{\beta\alpha} = \left\langle \chi_{\beta}^{(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \varphi_{\beta}(\vec{x}_{\beta}) \left| W_{\beta}(\vec{x}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \right| \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}) \varphi_{\alpha}(\vec{x}_{\alpha}) \right\rangle \quad (1.18)$$

Não se deve esquecer que esta aproximação só tem significado físico quando o canal elástico for excitado com probabilidade muito maior que os outros canais, e o potencial óptico fenomenológico, U_{β} , precisa reproduzir satisfatoriamente o espalhamento elástico. A parte imaginária desse potencial é a responsável pela absorção do fluxo do canal elástico para os diversos canais de reação possíveis, sendo que estes não podem ser fortemente correlacionados entre si e nem apresentar probabilidade maior que os demais.

Quando o potencial de interação W_{β} é local, a equação (1.18) sofre uma grande simplificação, pois os vetores posição dos canais de entrada e saída, \vec{r}_{α} e \vec{r}_{β} , tornam-se paralelos no referencial do centro de massa, e a integral sêxtupla nos espaço de coordenadas fica reduzida a uma integral tripla:

$$T_{\beta\alpha} = \int \chi_{\beta}^{(-)*}(\vec{k}_{\beta}, A/B \vec{r}_{\alpha}) \left\langle \varphi_{\beta} \left| W_{\beta} \right| \varphi_{\alpha} \right\rangle \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}) d\vec{r}_{\alpha} \quad (1.19)$$

A amplitude de transição escrita dessa forma separa a contribuição das ondas distorcidas, deixando evidente o elemento de matriz de interação, que determina todas as informações sobre estrutura nuclear, detalhes do mecanismo de reação, assim como as regras de seleção de momento angular e paridade. São consideradas nessa apresentação excitações a partir do estado fundamental do núcleo alvo par-par e como serão estudados somente estados de baixa energia de excitação, o projétil sempre permanecerá no estado fundamental, e as transferências de spin ou de isospin do projétil para o alvo poderão ser desprezadas. Dessa forma pode-se realizar a expansão do

potencial de interação em uma série de multipolos, deixando explícitas as partes radial e angular no elemento de matriz:

$$\langle \varphi_\beta | W_\beta | \varphi_\alpha \rangle = f_L(r_\alpha) [i^L Y_{LM}(\hat{r}_\alpha)]^*, \quad (1.20)$$

onde Y_{LM} é o harmônico esférico relativo ao momento angular transferido L , com projeção M , e $f_L(r)$ é o fator de forma radial. Substituindo (1.20) em (1.19) a amplitude de transição representa a excitação do núcleo residual para um estado com spin L e projeção M :

$$T_{\beta\alpha} = i^{-L} \int \chi_\beta^{(-)*}(\vec{k}_\beta, A/B \vec{r}_\alpha) f_L(r_\alpha) Y_{LM}^*(\hat{r}_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha, \vec{r}_\alpha) d\vec{r}_\alpha \quad (1.21)$$

Efetuando-se a expansão das ondas distorcidas em ondas parciais, e resolvendo as integrais que envolvem os harmônicos esféricos, com a escolha do eixo z paralelo ao vetor \vec{k}_α , e do eixo y paralelo ao produto vetorial de $(\vec{k}_\alpha \times \vec{k}_\beta)$, a equação (1.20) fica na forma:

$$T_{\beta\alpha} = \sqrt{2L+1} \sum_{L_\alpha, L_\beta} \Gamma_{L,M}^{L_\beta, L_\alpha} X_L^{L_\beta, L_\alpha} P_{L_\beta, M}(\cos\theta), \quad (1.22)$$

onde os $P_{L,M}(\cos\theta)$ são os polinômios associados de Legendre, com $\cos\theta = \hat{k}_\beta \cdot \hat{k}_\alpha$, e os coeficientes geométricos $\Gamma_{L,M}^{L_\beta, L_\alpha}$, definidos por Bassel *et al.* [Ba62], estabelecem as regras de conservação do momento angular no acoplamento entre L_α , L_β e L , claramente contidas nos coeficientes de Clebesh-Gordan:

$$\Gamma_{L,M}^{L_\beta, L_\alpha} = (-1)^M i^{L_\alpha - L_\beta - L} \frac{(2L_\alpha + 1)(2L_\beta + 1)}{(2L + 1)} \left(\frac{L_\beta - M}{L_\beta + M} \right)^{\frac{1}{2}} \langle L_\beta L_\alpha 00 | L0 \rangle \langle L_\beta L_\alpha M0 | LM \rangle \quad (1.23)$$

As integrais radiais representadas na equação (1.22) por $X_L^{L_\beta, L_\alpha}$ são escritas como:

$$X_L^{L_\beta, L_\alpha} = \frac{B\sqrt{4\pi}}{A\vec{k}_\beta\vec{k}_\alpha} \int \chi_{L_\beta}(\vec{k}_\beta, A/B\vec{r}) f_L(r) \chi_{L_\alpha}(\vec{k}_\alpha, \vec{r}) d\vec{r} \quad (1.24)$$

A seção de choque diferencial de reação fica simplesmente:

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega} = \frac{\mu_{\alpha}\mu_{\beta}}{(2\pi\hbar^2)^2} \left(\frac{k_{\beta}}{k_{\alpha}}\right) \sum_M |T_{\beta\alpha}|^2 \quad (1.25)$$

1.3 - Modelo coletivo

Os movimentos coletivos identificados facilmente em sistemas nucleares são as rotações de núcleos deformados estaticamente e as vibrações de forma de núcleos esféricos. O espalhamento inelástico é especialmente sensível a movimentos coerentes e coletivos dos núcleons do alvo, dominando qualquer contribuição de configurações simples de partícula independente [Sa83]. A principal hipótese no desenvolvimento do modelo coletivo apresentado por Bohr [Bo75], corresponde à associação do potencial efetivo de interação, W_{β} , responsável pela excitação nuclear, à não esfericidade do potencial óptico, o que costuma levar o nome de potencial óptico deformado (DOMP) [Sa83, Sa87].

Na descrição do espalhamento elástico o potencial óptico é esfericamente simétrico, função da distância entre as superfícies dos núcleos colidentes, isto é, $U(r - R)$, onde r é a distância entre os centros dos núcleos e $R=R_0$ constante é a distância entre esses centros quando as superfícies dos núcleos estão em contato. Considera-se na seqüência que a distância entre os centros dos núcleos não é constante [Ei75]:

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{LM} a_{LM} Y_{LM}^*(\theta, \varphi) \right] = R_0 + \delta R(\theta, \varphi) \quad (1.26)$$

Representando o potencial óptico com as novas variáveis definidas por (1.26), após a expansão em série de Taylor ao redor de $(r - R_0)$ até a primeira ordem, chega-se ao potencial óptico deformado:

$$U[r - R(\theta, \varphi)] \cong U(r - R_0) - \frac{dU(r - R_0)}{dr} \delta R(\theta, \varphi) \quad (1.27)$$

No modelo coletivo o potencial de interação W_{β} é associado à não esfericidade do potencial óptico deformado, e pode ser escrito como:

$$W_\beta(x_\beta, r) = U[r - R(\theta, \phi)] - U(r - R_0)$$

$$W_\beta(x_\beta, r) \cong -\frac{dU(r - R_0)}{dr} R_0 \sum_{LM} a_{LM} Y_{LM}^*(\theta, \phi) \quad (1.28)$$

Considerando uma excitação vibracional do núcleo alvo, o seu raio de superfície $R_A(\theta, \phi)$ pode ser escrito em função de (1.26) subtraindo o raio do projétil R_a :

$$R_A(\theta, \phi) = R(\theta, \phi) - R_a = R_A \left[1 + \frac{R_0}{R_A} \sum_{LM} \alpha_{LM} Y_{LM}^*(\theta, \phi) \right], \quad (1.29)$$

onde foi utilizada a relação $R_A = R_0 - R_a$. As variáveis dinâmicas relacionadas com as vibrações são definidas por $(R_0 / R_A) \alpha_{LM}$ com [Ei75, Gr96]:

$$\alpha_{LM} = \frac{R_A}{R_0} \sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2C_L}} (b_{L,M}^\dagger + (-1)^M b_{L,-M}) = (-1)^M \alpha_{L,-M}^*, \quad (1.30)$$

onde C_L é parâmetro da força restauradora, $b_{L,M}$ e $b_{L,M}^\dagger$, são respectivamente os operadores de aniquilação e criação de fônons de momento angular L e projeção M , com de energia $\hbar\omega_L$.

O fator de forma radial $f_L(r)$, associado à excitação de um modo vibracional de um fônon de momento angular L , utilizando a relação (1.30) na equação (1.28), e comparando com a expressão (1.20), é expresso por:

$$f_L(r) = -\sqrt{\frac{(2L+1)\hbar\omega_L}{2C_L}} R_A \frac{dU(r - R_0)}{dr} \quad (1.31)$$

Com a escolha judiciosa do formato do potencial óptico, na forma de Woods-Saxon, a equação (1.31) pode ser calculada, como também as integrais radiais (1.24), determinando posteriormente a amplitude de transição para o L transferido, dada pela relação (1.23). Já na equação (1.25), que fornece a seção de choque diferencial do espalhamento inelástico, é possível realizar a fatoração, da somatória das projeções do momento angular, do termo:

$$(2L+1) \left(\frac{\hbar\omega_L}{2C_L} \right) R_A^2 = (\beta_L^{IS})^2 R_A^2, \quad (1.32)$$

com β_L^{IS} definindo o parâmetro de deformação de massa, ou isoescalar, representado formalmente por:

$$(\beta_L^{IS})^2 = \left\langle 0 \left\| \sum_M (R_o/R_A) \alpha_{LM} \right\|^2 \right\rangle. \quad (1.33)$$

Esse parâmetro indica o desvio quadrático médio da esfericidade do núcleo alvo, no seu estado fundamental, devido a oscilações de ponto zero do oscilador L correspondente.

A grandeza definida por $\beta_L^{IS} R_A$ é denominada de comprimento de deformação de massa (ou isoscalar), δ_L^{IS} , e na análise utilizando o potencial óptico deformado (DOMP) é comum supor que seja idêntico ao comprimento de deformação nuclear, $\delta_L^N = \beta_L^N R_o$.

Assim, o fator de forma radial assume a relação:

$$f_L^N(r) = -\delta_L^N \frac{dU(r - R_o)}{dr} \quad (1.34)$$

1.4 - Excitação coulombiana

A interação coulombiana não foi levada em conta na descrição do espalhamento inelástico na apresentação feita até agora, mas, é de fundamental importância para reações com partículas carregadas. Para a interação coulombiana, devido à descrição analítica do potencial elétrico entre duas partículas carregadas, uma descrição microscópica pode ser realizada. A energia potencial do sistema, composto por um projétil de carga z_a e um núcleo de carga Z_A , é dada por:

$$U_c(r) = \sum_{i=1}^{Z_A} \sum_{j=1}^{z_a} (e^2/r_{ij}) = \sum_{LM} U_{c,LM}(r, \xi) [i^L Y_{LM}(\hat{r})]^*, \quad (1.35)$$

após a expansão em série de multipolos. Os coeficientes da expansão $U_{c,LM}$ são descritos como:

$$U_{c,LM}(r, \xi) = i^L \left(\frac{4\pi z_a e}{2L+1} \right) Q_{A,LM}(\xi) [1/r^{L+1}], \quad (1.36)$$

com

$$Q_{A,LM}(\xi) = e \sum_{A=1}^{Z_A} r_A^L Y_{LM}(\hat{r}_A), \quad (1.37)$$

sendo $Q_{A,LM}$ o operador de momento de multipolo elétrico de ordem L do núcleo residual, e r_A é a distância entre os prótons e o centro de massa do núcleo. Para a determinação dos coeficientes da equação (1.36) foram feitas suposições que o projétil tenha o formato esférico, esteja sempre no estado fundamental, e que as distribuições de carga do alvo e do projétil não sofram interpenetração.

Com o intuito de deixar comparáveis os termos coulombiano e nuclear, a equação (1.37) pode ser reescrita em função da densidade de carga ρ_A :

$$Q_{A,LM}(\xi) = \int \rho_A(\mathbf{r}_A) r_A^L Y_{LM}(\hat{r}_A) d\mathbf{r}_A = i^{-L} \int \rho_{A,LM}(r_A) r_A^{L+2} dr_A. \quad (1.38)$$

Novamente para representar uma distribuição não esférica, adota-se o procedimento de expandir a densidade de cargas em série de Taylor até a primeira ordem, em torno do raio característico da distribuição esférica R_{A0} :

$$\rho_A[r_A - R_A(\theta, \phi)] \cong \rho_A(r_A - R_{A0}) - R_{A0} \frac{d\rho_A(r_A - R_{A0})}{dr_A} \left[\sum_{LM} \alpha_{A,LM} Y_{LM}^*(\theta, \phi) \right] \quad (1.39)$$

Com essa expansão, o momento de multipolo elétrico, dado pela equação (1.38), terá dois termos, um de simetria esférica e o outro não, sendo esse último o responsável pela excitação coulombiana, representado como:

$$Q_{A,LM}^{(I)}(\xi) = -i^L \alpha_{A,LM} R_{A0} \int \frac{d\rho_A(r_A - R_{A0})}{dr_A} r_A^{L+2} dr_A. \quad (1.40)$$

Os coeficientes $U_{C,L,M}(r, \xi)$ relacionados à não esfericidade, dados pela expressão (1.36), são obtidos com a utilização da equação (1.40). Na sequência, o fator de forma radial para a excitação coulombiana pode ser encontrado, e na

hipótese de uma distribuição uniforme esférica de cargas com corte abrupto em R_{A_0} , é representado por:

$$f_L^C(r) = \delta_L^C \left(\frac{3Z_A z_a e^2}{2L+1} \right) \frac{R_{A_0}^{L-1}}{r^{L+1}}, \quad (1.41)$$

válido para $r \geq R_{A_0}$, sendo δ_L^C o comprimento de deformação de carga.

Nos espalhamentos inelásticos analisados, as reações procedem perifericamente e os resultados dos cálculos não são afetados anulando o fator de forma coulombiano no interior da distribuição de carga.

Uma grandeza importante na excitação coulombiana é a probabilidade reduzida de transição $B(EL)$ entre o estado fundamental e o estado conectado pelo operador de momento de multipolo elétrico de ordem L :

$$B(EL) = \sum_M \left| \langle LM | Q_{A,LM} | 00 \rangle \right|^2 \quad (1.42)$$

Com a hipótese feita acima, sobre a representação dos prótons do núcleo alvo por uma distribuição uniforme esférica de cargas com corte abrupto no raio R_c , a equação (1.42) pode ser escrita como:

$$B(EL) = \left(\frac{3Z_A R_c^{L-1} \delta_L^C}{4\pi} \right)^2 e^2 \quad (1.43)$$

1.5 - Interferência Coulombiana-Nuclear

No cômputo da seção de choque de espalhamento inelástico na excitação em uma etapa de estados fortemente coletivos partindo do estado fundamental 0^+ , o fator de forma utilizado é descrito pela soma coerente do fator de forma nuclear e coulombiano $f_L(r) = f_L^N(r) + f_L^C(r)$.

Na seção de choque prevista, o quadrado do comprimento de deformação nuclear $(\delta_L^N)^2$, pode ser fatorado supondo que o comprimento de deformação de carga seja proporcional ao de massa: $\delta_L^C = C \delta_L^N$, definindo

assim o parâmetro C . Realizando ajustes das seções de choque calculadas pelas previsões DWBA-DOMP às distribuições angulares experimentais o parâmetro C é discriminado pelo formato da distribuição angular, enquanto δ_L^N é determinado a partir do fator de escala no ajuste da previsão aos dados.

As probabilidades de transição dependem explicitamente desses parâmetros, como pode ser visto na expressão (1.43) que define $B(EL)$. Já $B(ISL)$, definida por Bernstein [Be69], tem uma forma similar só que é relacionada com o comprimento de deformação de massa δ_L^{IS} , supostamente idêntico ao comprimento de deformação nuclear δ_L^N :

$$B(ISL) = \left(\frac{3Z_A R_M^{L-1} \delta_L^N}{4\pi} \right)^2, \quad (1.44)$$

onde $R_M = r_M A^{1/3}$ é o raio característico da massa nuclear. Utilizando então as expressões (1.43) e (1.44) a razão entre as probabilidades reduzidas de transição tem como resultado:

$$\frac{B(EL)}{B(ISL)} = \left(\frac{\delta_L^C R_c^{L-1} e}{\delta_L^N R_M^{L-1}} \right)^2 = e^2 C^2 \left(\frac{r_c}{r_M} \right)^{2L-2}. \quad (1.45)$$

É interessante notar que da extração de um único parâmetro experimental, C , a razão entre as probabilidades de transição fica determinada, garantindo acurácia na grandeza se comparada a medidas isoladas e independentes de $B(EL)$ e $B(ISL)$.

Para um núcleo par-ímpar, partindo do estado fundamental, em uma etapa, um estado coletivo poderia ser alcançado por mais de um momento angular L transferido. Quando apenas um valor de L domina, na expressão da seção de choque fatora-se δ_L^N , onde:

$$\delta_L^N = \left[\frac{(2J_f + 1)}{(2J_i + 1)(2L + 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \delta_L^N, \quad (1.46)$$

que para o caso de $J_i=0$, $\delta_L^N = \delta_L^N$.

Com isso as expressões de B(EL) e B(ISL) também são válidas com a substituição de δ_L^C por $\delta_L'^C$ e δ_L^N por $\delta_L'^N$, respectivamente.

Ainda com relação à razão das probabilidades há uma propriedade intrínseca do núcleo residual que pode ser obtida. Representando a probabilidade reduzida de transição elétrica dada pela equação (1.43) como:

$$B(EL) = e^2 |M_p|^2, \quad (1.47)$$

onde M_p é o momento 2^L polar da distribuição de cargas do núcleo.

Uma relação similar pode ser derivada para a probabilidade reduzida de transição isoescalar:

$$B(ISL) = \left| \frac{Z}{A} (M_n + M_p) \right|^2, \quad (1.48)$$

com M_n representando o momento 2^L polar da distribuição de nêutrons do núcleo.

Supondo, para facilitar a manipulação algébrica, como geralmente é feito, que a densidade de transição dos nêutrons seja proporcional à dos prótons, a razão M_n/M_p , que é uma indicação do caráter de isospin da transição nuclear, fica definida como:

$$\frac{M_n}{M_p} = \left| \frac{M_n}{M_p} \right| = \frac{A}{Z} \sqrt{\frac{e^2 B(ISL)}{B(EL)}} - 1. \quad (1.49)$$

Utilizando a expressão (1.45) em (1.49), obtém-se um resultado para a razão dos momentos em função do parâmetro experimental C:

$$\frac{M_n}{M_p} = \frac{1}{C} \frac{A}{Z} \left(\frac{r_M}{r_c} \right)^{L-1} - 1. \quad (1.50)$$

1.6 - Previsões teóricas

A análise foi realizada usando a descrição do espalhamento na Aproximação de Born com Ondas Distorcidas (DWBA), aplicando para o potencial nuclear de transição o Modelo de Potencial Óptico Deformado (DOMP) com parâmetros ópticos globais. Nestas condições, foram realizados os cálculos das previsões teóricas visando determinar as melhores condições para a realização da tomada dos dados e obtenção de resultados que caracterizem a INC e possibilitem a extração de $B(E2)$, $B(IS2)$ e da razão $B(E2)/B(IS2)$ com boa precisão.

A seguir são apresentados os ingredientes necessários para o cálculo das seções de choque previstas pelo modelo DWBA-DOMP, utilizando-se o programa DWUCK4 [Ku74].

Potenciais ópticos

Na descrição do modelo coletivo é essencial a definição de um conjunto de parâmetros de potencial óptico que ajuste o espalhamento elástico e possibilite a geração de ondas distorcidas que descrevam os canais de entrada e de saída e defina o fator de forma coletivo.

Para os dêuterons, os parâmetros de potencial óptico são muito bem testados, permitindo que a análise seja realizada de forma homogênea para todos os isótopos estudados, proporcionando uma investigação comparativa não apenas no atual estudo, mas também com outros trabalhos do grupo na região de $A \sim 100$.

O potencial óptico é descrito em sua forma padrão pela expressão:

$$U(r) = V_C - V_R f(r, r_R, a_R) - i \left(W f(r, r_W, a_W) - 4W_D \frac{d}{dr_D} f(r, r_D, a_D) \right), \quad (1.51)$$

onde V_C é o potencial coulombiano de uma esfera uniformemente carregada de raio R_c :

$$V_c = \begin{cases} \frac{zZe^2}{r} & r \geq R_c \\ \left(\frac{zZe^2}{2R_c} \right) \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right) & r \leq R_c \end{cases}, R_c = r_c A^{1/3} \quad (1.52)$$

A função $f(r, r_i, a_i)$ tem a forma de Woods-Saxon:

$$f(r, r_i, a_i) = \frac{1}{\left(1 + \exp\left(\frac{(r - r_i A^{1/3})}{a_i} \right) \right)} \quad (1.53)$$

Neste trabalho foram adotados os parâmetros ópticos globais da sistemática de Perey-Perey [Pe76] para dêuterons com energias incidentes entre 12 e 25 MeV. Esses parâmetros dependem apenas da energia do projétil, E , número de massa e de carga, A e Z , do núcleo alvo, com os componentes, real em formato de Woods-Saxon e a imaginária com formato descrito pela função de superfície derivada de Woods-Saxon de intensidade W_D :

$$V = 81,0 - 0,22E + 2,0 \left(\frac{Z}{A^{1/3}} \right) \text{ (MeV)} \quad W_D = 14,4 + 0,24E \text{ (MeV)}$$

$$r_0 = 1,15 \text{ fm}$$

$$r_D = 1,34 \text{ fm}$$

$$a_0 = 0,81 \text{ fm}$$

$$a_D = 0,68 \text{ fm}$$

$$W = 0$$

$$r_c = 1,22 \text{ fm}$$

Programa DWUCK4

O cálculo das previsões das seções de choque reduzidas, na aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA) foi realizado através de uma versão modificada, amplamente testada, do software DWUCK4 [Ku74]. Esta versão, desenvolvida para este trabalho, reduz algumas limitações do programa original; nominalmente o número de ondas parciais consideradas para o cálculo, que na versão original continha sérias limitações quanto ao número de ondas parciais e que foram ampliadas em quatro vezes, sendo este

agora limitado em $L_{\max} \leq \frac{1200}{2(s_a + s_b + 1)} - 1$ (onde s_a e s_b são o spin do projétil e do ejetil respectivamente). O algoritmo de integração radial também foi alterado de forma a permitir passo de integração quatro vezes menor (a relação entre o passo de integração e o limite superior foi ampliada para $R_{\max} \leq 1600 \cdot dr$).

Para que o cálculo das seções de choque seja consistente, o primeiro cuidado é a escolha adequada do número de máximo de ondas parciais e o limite máximo de integração, respectivamente L_{\max} e R_{\max} , que são relacionados pela expressão:

$$R_{\max} > \frac{L_{\max} + 2\eta}{\kappa}, \quad (1.54)$$

onde κ corresponde ao número de onda e $\eta = \frac{zZe^2}{\hbar v}$, o parâmetro coulombiano, sendo v a velocidade no referencial do centro de massa.

Levando em conta as limitações do programa, o número máximo de ondas parciais permitidas para o cálculo das reações em estudo é $L_{\max}=599$.

Foram realizados testes com estes parâmetros de forma a estudar a sensibilidade destes nos cálculos da seção de choque. A figura 1.6.1 mostra a influência de cada um destes valores.

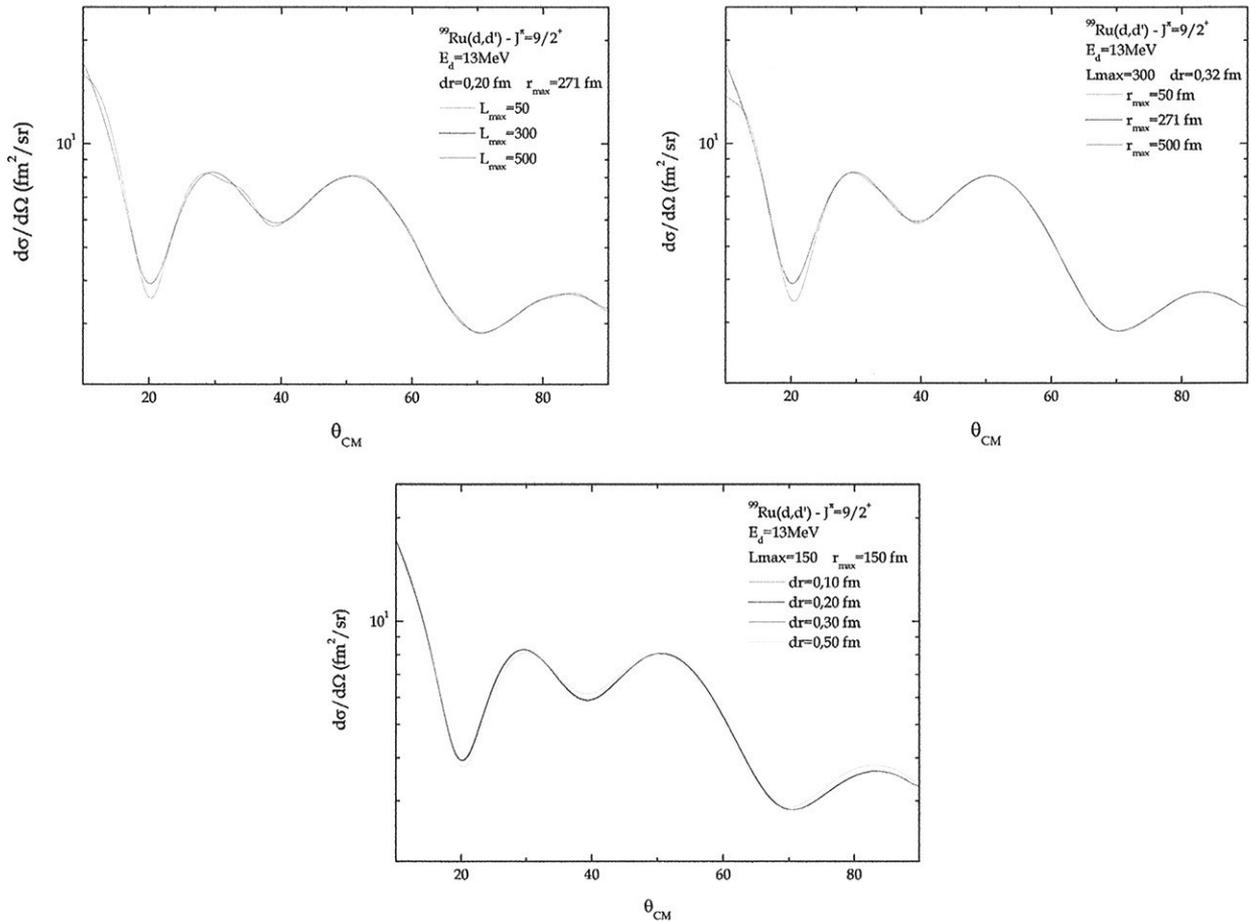


Figura 1.6.1: Influência dos parâmetros do programa DWUCK4, número máximo de ondas parciais (L_{\max}), limite máximo de integração (r_{\max}) e passo de integração (dr) no cálculo das seções de choque previstas.

Com base nesse estudo, para a análise dos dados foram adotados os valores $L_{\max}=300$, $R_{\max}=271$ fm e $dr=0.20$ fm, para ambos os isótopos, que oferecem balanço adequado entre resultados com a precisão pretendida e tempo de cálculo aceitável.

Seções de choque previstas

A seção de choque para o espalhamento inelástico é dada por:

$$\frac{d\sigma^{\text{exp}}(\theta)}{d\Omega} = \frac{(2J_f + 1)}{(2J_i + 1)(2L + 1)} (\beta_L^N)^2 \sigma_{\text{DWUCK4}}^L, \quad (1.55)$$

onde J_f e J_i são os números quânticos associados aos momentos angulares dos estados final e inicial, L ao momento angular transferido e β_L é o parâmetro de deformação nuclear.

Como aproximação inicial consideraram-se os resultados obtidos na reação $^{100}\text{Ru}(d,d')$ [Go96], $\beta^{N^2} = 0,04$ e a razão entre os comprimentos de deformação de carga e nuclear, C , igual a 1, tanto para o ^{99}Ru quanto para o ^{101}Ru com $J_i^\pi = 5/2^+$.

Nas distribuições angulares previstas é ainda levado em conta que, dado o ângulo de abertura do espectrógrafo (no presente trabalho $\Delta\theta = 2.32^\circ$), deve-se realizar a média ponderada das seções de choque no intervalo angular compreendido por esta abertura. Esta média é calculada pelo programa *Sigmed*, anexado ao código do DWUCK e que realiza o seguinte cálculo:

$$\sigma_{\text{Sigmed}}(\theta) = \frac{1}{\Delta\theta} \int_{\theta - \Delta\theta/2}^{\theta + \Delta\theta/2} \sigma_{\text{DWUCK4}}(\theta') d\theta', \quad (1.56)$$

por meio da integração numérica pelo método de Gauss-Legendre [Pr89]. Este cálculo influi de forma significativa apenas nas regiões onde existem mínimos e máximos mais acentuados.

Escolha da energia incidente e ângulos de espalhamento

Na sequência serão discutidas as escolhas da energia incidente e dos ângulos de espalhamento de interesse, com base nas previsões teóricas. A Figura 1.6.2 mostra as seções de choque previstas para o espalhamento inelástico de dêuterons com energias incidentes de 13 MeV e 16 MeV, supondo a validade do modelo coletivo homogêneo ($C=1$), na excitação do estado $9/2^+$ do isótopo ^{99}Ru , em princípio associado à primeira excitação quadrupolar na hipótese de predominância de um único valor $L=2$. Como ilustração são também apresentadas as contribuições nuclear e coulombiana separadas.

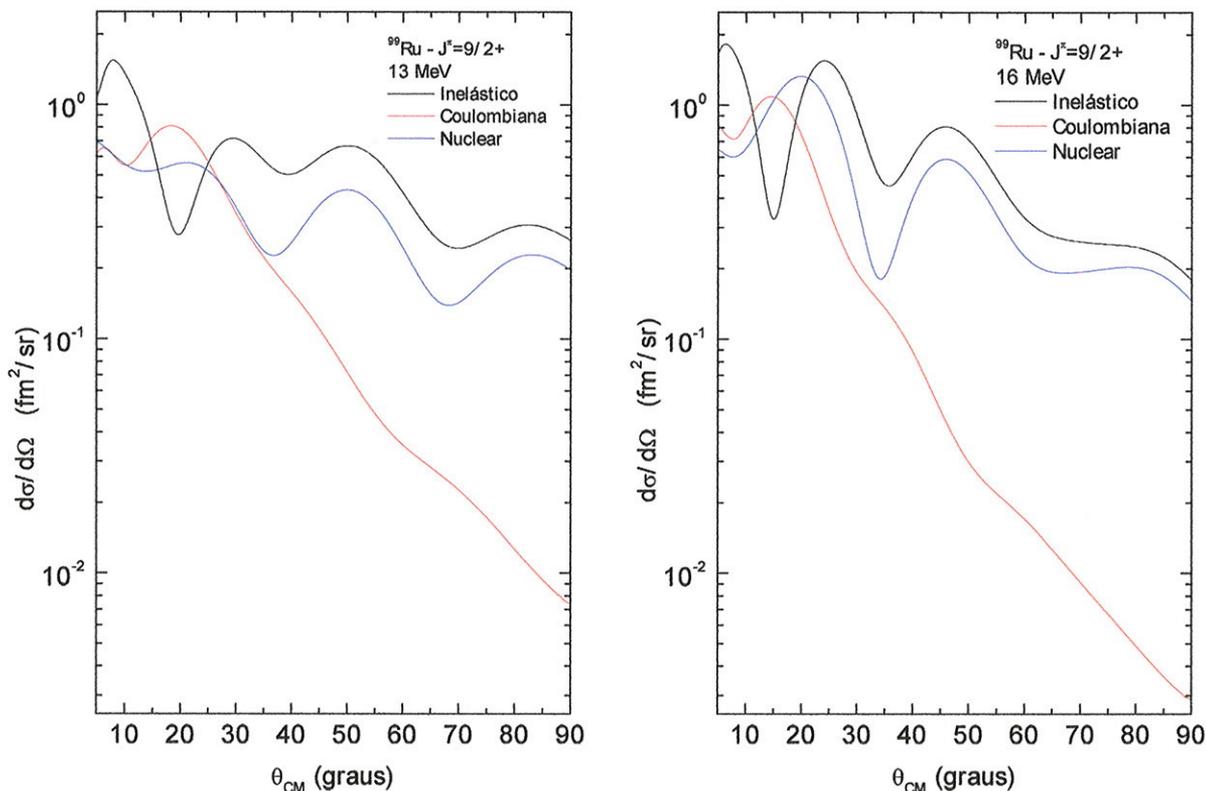


Figura 1.6.2: Distribuições angulares previstas para o espalhamento inelástico de dêuterons pelo ^{99}Ru , na excitação do estado $9/2^+$ associado à primeira excitação quadrupolar, com energias incidentes de 13 MeV e 16 MeV.

A inspeção da Figura 1.6.2 mostra que um mínimo de interferência desenvolve-se para ambas as energias incidentes em $\theta_{CM} = 20^\circ$ ($E_d=13$ MeV) e $\theta_{CM} = 15^\circ$ ($E_d=16$ MeV). Por outro lado, típicas oscilações difrativas, devido à excitação nuclear, praticamente determinam a forma da distribuição angular para ângulos maiores. Dados em ângulos ao redor do máximo de interferência são essenciais para a análise do parâmetro C_2 , enquanto que em ângulos maiores referem-se principalmente à constante de normalização $(\delta_L^N)^2$. Levando em conta a dificuldade de medir espectros limpos em ângulos menores, devido a presença de fundo proveniente da cauda do pico elástico, no isótopo de interesse e de contaminantes, a energia incidente de 13 MeV mostra-se mais adequada.

Ainda para orientar a escolha da energia incidente visando uma maior sensibilidade para a determinação do parâmetro $C = \delta^C / \delta^N$ (definido no capítulo anterior), foram realizados cálculos das distribuições angulares

previstas na excitação do estado $5/2^+$ do ^{99}Ru , associado a $L=2$, para três valores de C . A Figura 1.6.2 mostra este estudo para dêuterons com 13 MeV e 16 MeV.

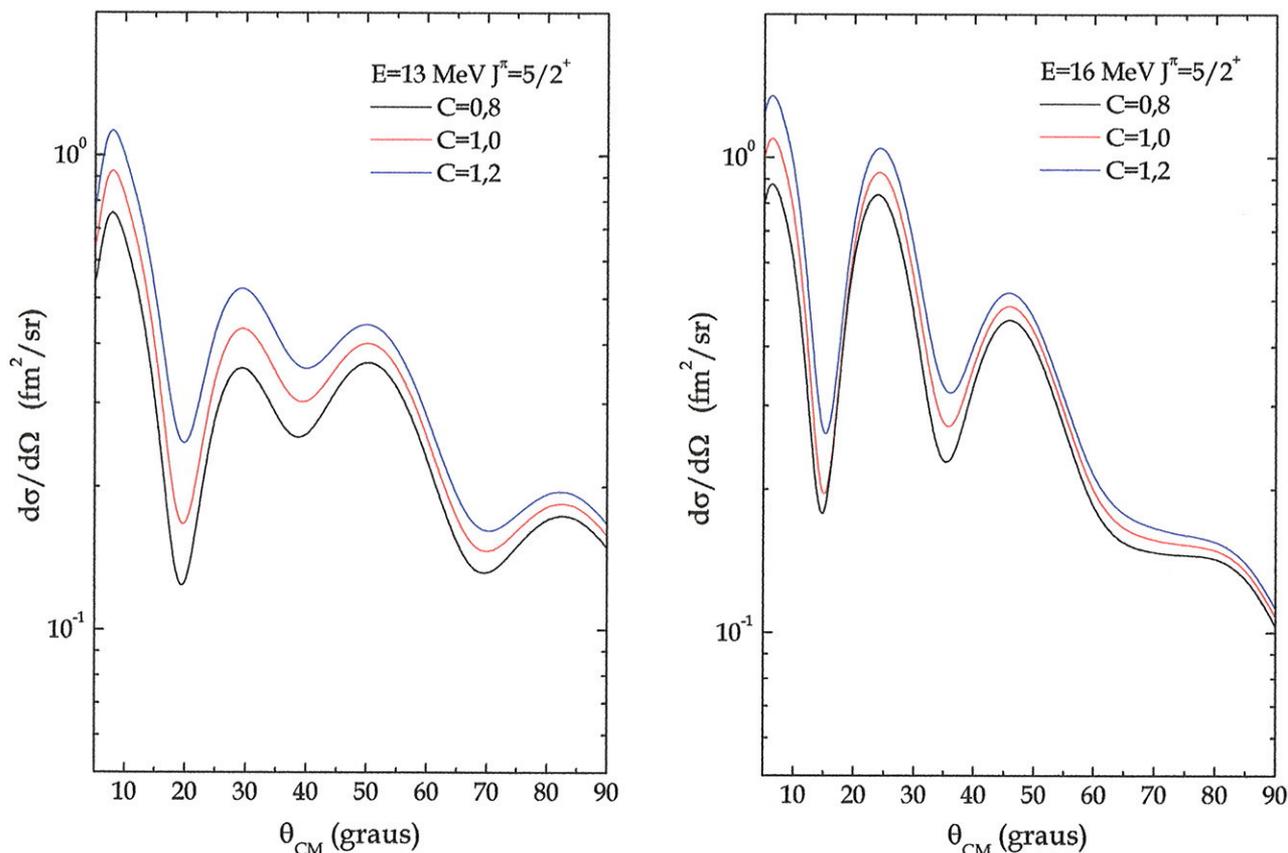


Figura 1.6.2: Distribuições angulares previstas para o espalhamento inelástico de dêuterons com ^{99}Ru , na excitação do estado $5/2^+$ associado à primeira excitação quadrupolar, com energias incidentes de 13 MeV e 16 MeV, variando-se o parâmetro C .

A Figura 1.6.2 mostra que a sensibilidade das variações de C é maior para energias menores e que a boa medição do primeiro mínimo é vital para a determinação deste parâmetro. Com estas informações, a escolha da energia dos dêuterons incidentes recaiu na energia mais baixa, 13 MeV.

No planejamento da experiência é importante a escolha dos ângulos de espalhamento para medição de espectros em que os contaminantes não prejudiquem a discriminação do formato da distribuição angular (definindo bem principalmente os mínimos e máximos da distribuição angular sugerida pela previsão DWBA). Realizaram-se cálculos de cinemática relativística, que

com as equações de calibração do espectrógrafo, permitem a determinação do campo magnético para que os grupos de partículas de interesse atinjam a placa de emulsão exposta no respectivo plano focal.

Com relação aos contaminantes mais prováveis determinaram-se as posições de incidência em função do ângulo de espalhamento dos dêuterons espalhados elasticamente sobre a emulsão, evitando então medir espectros em ângulos de espalhamento com superposição de picos de contaminantes sobre picos de interesse. Os contaminantes ^{181}Ta e ^{184}W não estão representados, pois as posições de seus picos elásticos não cruzam a região do espalhamento inelástico em foco no ^{99}Ru .

Com base nesse mapeamento das posições dos contaminantes e na previsão teórica (com $C=1$), foi feita a escolha judiciosa dos ângulos de espalhamento inelástico cujos aspectos deveriam ser medidos.

Na Figura 1.6.3 estão representadas, como função do ângulo de espalhamento, no centro de massa, as posições previstas ao longo da chapa de emulsão para os picos associados aos espalhamentos, no ^{99}Ru , elástico e inelástico (estados $3/2^+$, $E_{\text{exc}}=322,38$ keV e $9/2^+$, $E_{\text{exc}}=719,85$ keV [Pe94]) e elásticos em contaminantes leves. Os estados $3/2^+$ e $9/2^+$ do ^{99}Ru foram escolhidos, pois correspondem à primeira excitação quadrupolar do caroço do ^{99}Ru que definem os extremos das energias de excitação dos possíveis estados que formam o multiplete.

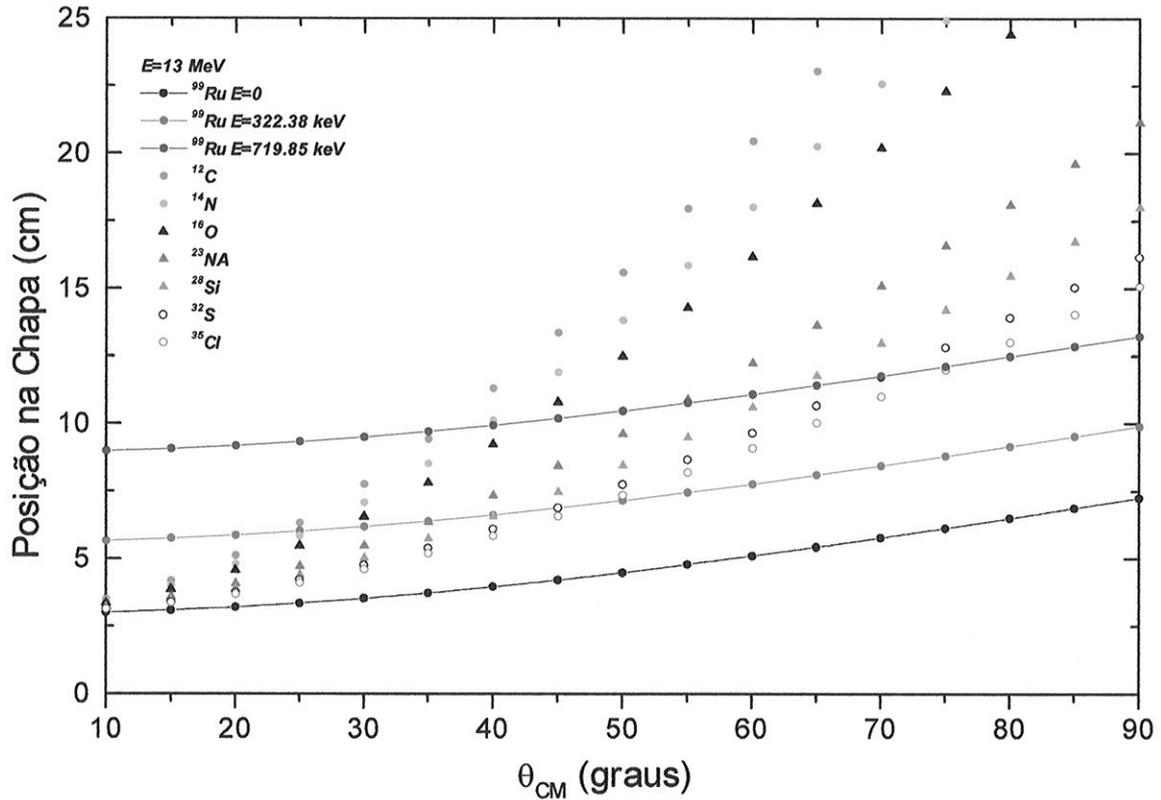


Figura 1.6.3: Posições dos dêuterons emergentes no plano focal, por espalhamentos elástico e inelástico pelo ^{99}Ru e espalhamento elástico por alguns elementos contaminantes, comumente encontrados nos alvos. A energia dos dêuterons incidentes é de 13 MeV. Para o espalhamento inelástico estão representados os estados $J^\pi = 3/2^+$ (322,38 keV) e $J^\pi = 9/2^+$ (719,85 keV), que são, respectivamente, os estados de menor e maior energia, associados à primeira excitação quadrupolar do caroço.

Como se percebe do gráfico, a região de ângulos intermediários ao redor de 25° e 40° é varrida pelos contaminantes mais leves, ^{12}C , ^{14}N , ^{16}O , sendo ângulos nessa região evitados ao máximo. O mesmo procedimento foi adotado para as medidas no ^{101}Ru . Será apresentado adiante um espectro completo (Figura 3.1.1) de cada um dos alvos e em ambos observaram-se contaminações, principalmente de ^{12}C , ^{16}O e ^{28}Si .

Capítulo 2

Descrição Experimental

Os dados do espalhamento inelástico de dêuterons por isótopos ímpares de Rutênio foram obtidos no Laboratório Pelletron do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, utilizando-se o sistema Pelletron-Espectrógrafo Magnético Enge. As Figuras 2.2.1 e 2.2.2 mostram uma visão detalhada do Acelerador e de alguns de seus componentes principais. As medidas foram realizadas incidindo-se dêuterons com 13 MeV sobre os alvos de ^{99}Ru e ^{101}Ru , e registrando-se os dêuterons emergentes em chapas de emulsão nuclear posicionadas no plano focal do espectrógrafo magnético. O experimento consistiu basicamente na tomada de dados do espalhamento elástico e inelástico de dêuterons.

Neste capítulo serão descritos os principais componentes do aparato experimental utilizado e apresentada uma visão geral sobre todo o processo para a aquisição dos dados, desde a obtenção do feixe até a detecção dos dêuterons emergentes.

2.1 - O feixe de dêuterons

O feixe de dêuterons foi obtido através da fonte de íons tipo "MC-SNICS" (Multicathode Source of Negative Ions by Cesium Sputtering) [Mi90]. Esta fonte possui 32 cátodos acondicionados em um carrossel que permite a troca do cátodo sem a necessidade de interrupção da operação da fonte. Cada cátodo consiste de um cadinho com o material a ser extraído em estado sólido e compactado em forma de pastilha. A fonte trabalha em um ambiente de vapor de césio, elemento que perde facilmente um elétron, onde parte deste é condensado na superfície frontal do cátodo e outra parte é ionizada pelo ionizador. O material do cadinho é bombardeado por íons de césio, acelerados

em direção ao cátodo por uma diferença de potencial de 5 kV, o que causa a expulsão das partículas do cadinho pelo impacto. Alguns desses átomos arrancados da pastilha capturam elétrons ao passar pelo vapor de césio, formando o feixe de íons negativos de deutério, que são expelidos por meio de um eletrodo extrator, mantido a uma tensão de 20 kV.

Para a extração do feixe de dêuterons, partiu-se de um composto sólido de 50% de Ti^2H_2 (deutereto de titânio) compactado juntamente com 25% de alumínio em pó e 25% de cobre em pó. Os metais foram adicionados pelo fato do titânio ser um metal muito duro e também por auxiliarem na condução térmica e elétrica da pastilha.

O deutereto de titânio utilizado no cátodo foi produzido em uma câmara do tipo SIEVERT instalada no IPEN [Na98], que consiste basicamente de um tubo de quartzo que é acoplado a uma canalização equipada com válvulas, medidores de pressão e bombas de vácuo, que facilitam a limpeza do sistema e o controle da quantidade de gás de deutério admitida. O tubo de quartzo é, então, inserido dentro de um forno onde, ao ser aquecido a uma temperatura da ordem de 800°C , o titânio se combina com o deutério, formando o deutereto de titânio.

Em seguida o feixe é pré-acelerado até uma energia da ordem de 80 keV, encontra um quadrupolo eletrostático, que faz a focalização primária, e um "trimmer", constituído de dois dipolos magnéticos, que possibilita o ajuste da direção. Finalmente alcança o ME-20 (ímã selecionador de massa), onde os íons de interesse são desviados em 90° e injetados verticalmente no acelerador.

2.2 - O acelerador Pelletron

Todos os elementos que foram extraídos da pastilha chegam ao ME-20 com a mesma energia cinética, mas, por causa da diferença nas massas entre os diversos íons extraídos, eles são separados pelas diferenças no momento linear p . O raio de curvatura dos íons defletidos pelo campo B do ímã ME-20 é

$R=p/(qB)$, sendo assim o elemento desejado é selecionado pela razão do momento pela carga.

Antes do feixe atingir o acelerador, este passa por outros "*trimmers*", para novo ajuste da direção, por um quadrupolo, e pelas fendas de entrada do acelerador, que definem a área geométrica máxima da seção transversal do feixe antes da entrada no acelerador.

Ao chegar no acelerador eletrostático Pelletron, do tipo Tandem 8UD, os íons negativamente carregados são, então, atraídos até o terminal central de alta tensão positiva, onde atravessam uma fina folha de carbono, o "*stripper*", perdem seus elétrons, tornando-se positivos, e passam então a ser repelidos até a saída do acelerador.

Saindo do acelerador, o feixe, é novamente focalizado por um quadrupolo e por "*trimmers*" e finalmente encontra o imã analisador ME-200, que deflete o feixe em 90° e é responsável pelo controle da energia do feixe. Este controle é feito através da realimentação da tensão do terminal a partir da comparação das correntes medidas em um par de fendas na saída do imã, cuja abertura controla a dispersão em energia do feixe. A indicação do campo magnético deste imã é efetuada por ressonância nuclear magnética.

Após nova focalização, o feixe é desviado pelo imã seletor da canalização, o "*switching magnet*", para uma das sete linhas experimentais existentes na sala experimental. Nesta experiência foi utilizada a canalização 15°A , onde o espectrógrafo magnético está montado. Já na canalização do espectrógrafo, o feixe é submetido a ajuste na direção e recebe nova focalização, por meio de um par de "*trimmers*" e por um quadrupolo, antes de chegar à câmara de espalhamento.

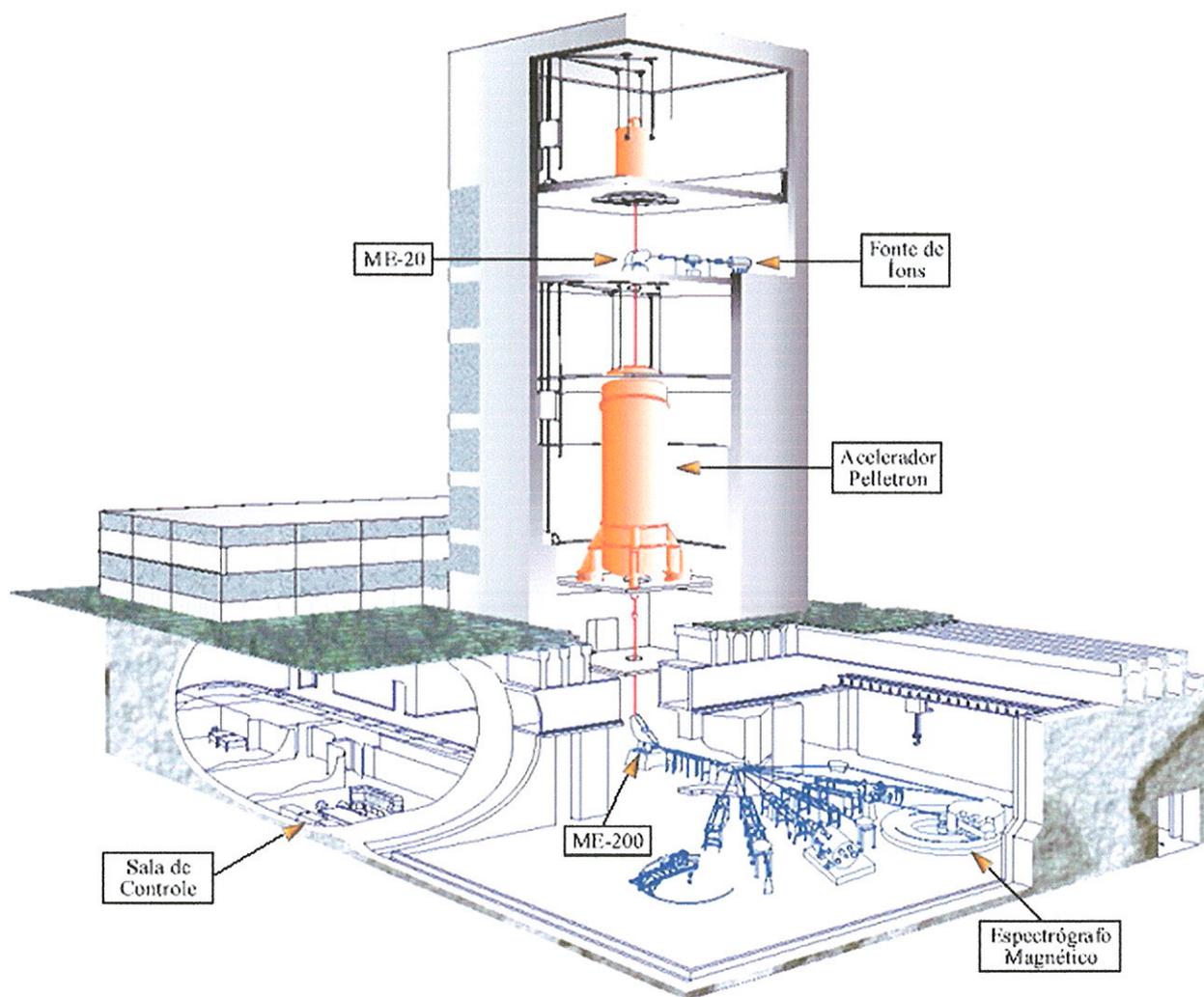


Figura 2.2.1: Vista em corte do Edifício Pelletron, localizando no edifício os principais componentes citados.

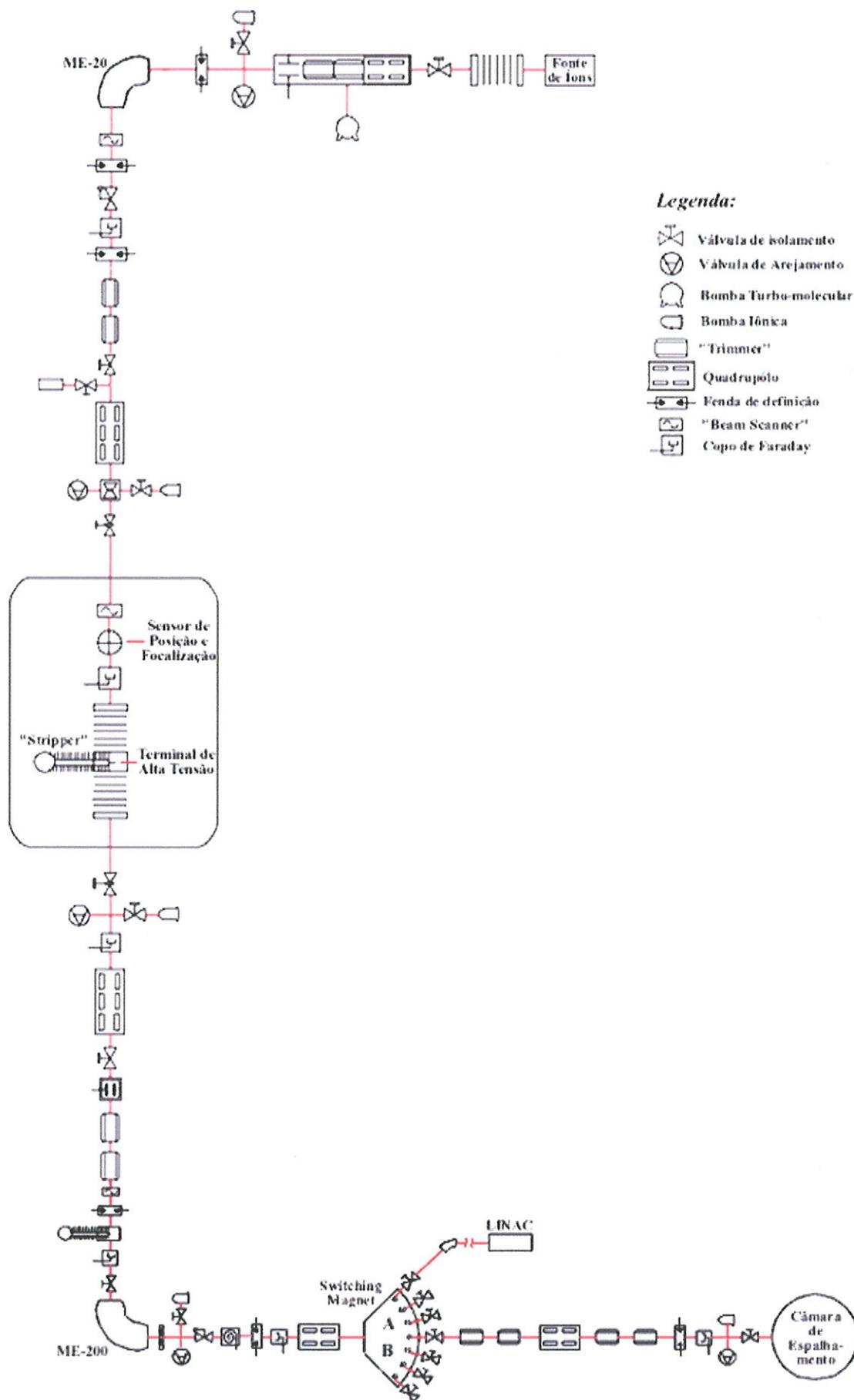


Figura 2.2.2: Esquema do Acelerador Pelletron, com a identificação dos componentes citados.

2.3 - A câmara de espalhamento

Antes de entrar na câmara de espalhamento, o feixe passa por uma fenda "corta-halo", circular com 6 mm de diâmetro, posicionada a 35 cm da entrada da câmara, sendo possível monitorar-se a corrente que incide sobre a mesma, medida esta muito útil para a focalização do feixe no alvo.

Na entrada da câmara, o feixe encontra um conjunto de três fendas (F1, F2 e F3). As duas primeiras fendas (F1 e F2), chamadas fendas de definição, que tem a função de definir as dimensões do objeto (a área do alvo onde ocorre a reação) para o espectrógrafo, são formadas, cada uma, a partir da combinação de uma fenda retangular de 1,2 mm de largura por 7,0 mm de altura com uma fenda circular de 3,0 mm de diâmetro, definindo assim uma área retangular de 1,2 mm de largura por 3,0 mm de altura como a área máxima para o feixe. Logo após estas fendas existe uma outra fenda (F3), de "anti-espalhamento" que possui largura ligeiramente maior (2,0 mm de largura e 3,0 mm de altura), com a finalidade de evitar que partículas espalhadas nas fendas anteriores cheguem ao alvo. Assim como a "corta-halo", as fendas de definição também permitem o monitoramento da corrente que incide sobre elas. Desta forma, é possível controlar-se a direção e o formato do feixe que chega ao alvo, minimizando-se a corrente que incide sobre as fendas. Na *Figura 2.3.1* pode-se ter uma visão da câmara com ilustrações de alguns de seus componentes destacados.

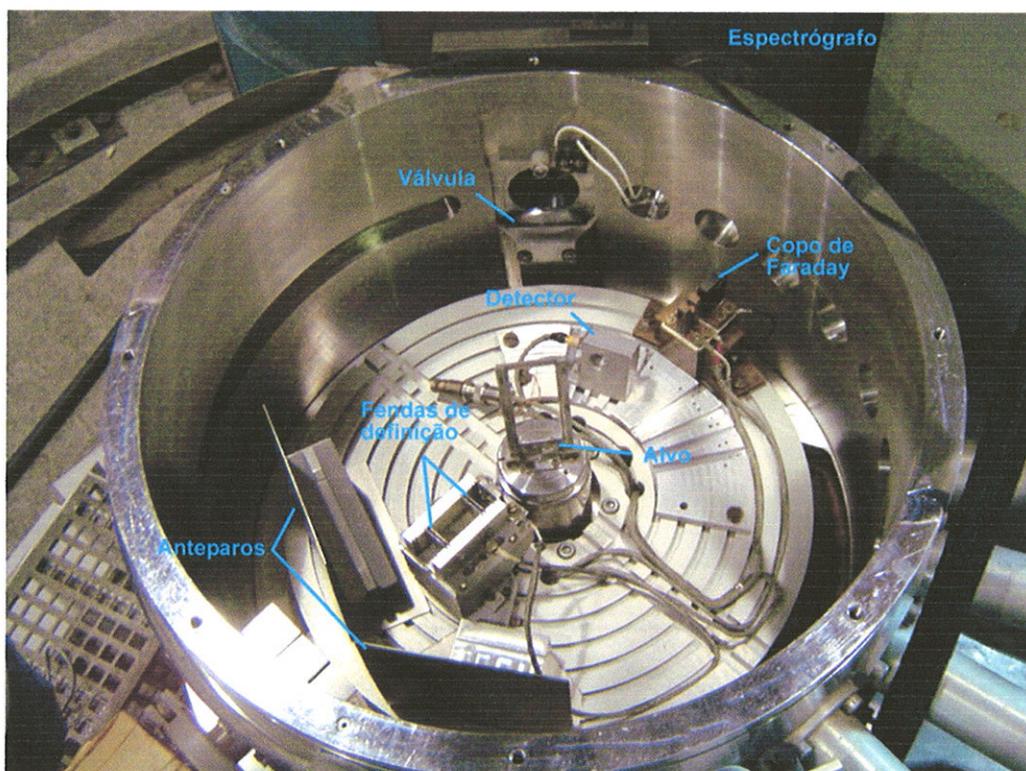


Figura 2.3.1: Vista superior da câmara de espalhamento com o espectrógrafo com alguns componentes em destaque.

No centro da câmara de espalhamento, os alvos são montados a 45° em relação ao feixe incidente, aumentando assim sua espessura efetiva. Após atingir o alvo, o feixe é coletado num copo de Faraday, ligado a um integrador de corrente, permitindo a determinação da carga total que atinge o alvo em cada medida. Este copo de Faraday está posicionado no fundo da câmara, alinhado com as fendas de definição e a canalização do feixe incidente. Para que a medida da carga total coletada tenha confiabilidade, existem duas fendas antes do copo de Faraday. A primeira usada para monitoração da focalização, isto é, garantir que não esteja sendo atingida pelas bordas do feixe, e a segunda, onde foi aplicada uma diferença de potencial negativa de 500 Volts em relação ao copo de Faraday, para supressão de elétrons arrancados pelo feixe. A medida da carga total coletada será utilizada para a determinação das seções de choque experimentais.

2.4 - O espectrógrafo magnético

O espectrógrafo magnético é do tipo Enge de pólo partido (*Figura 2.4.1*), com dois ímãs dipolares, projetados para eliminar aberrações e possibilitar focalização bidirecional através de efeitos de borda. O espectrógrafo está acoplado rigidamente à parede circular da câmara de espalhamento e gira ao redor da base da mesma, utilizando uma fita de vedação especial fixa à canalização do feixe, em relação à qual a parede desliza (vide *Figura 2.3.1*).

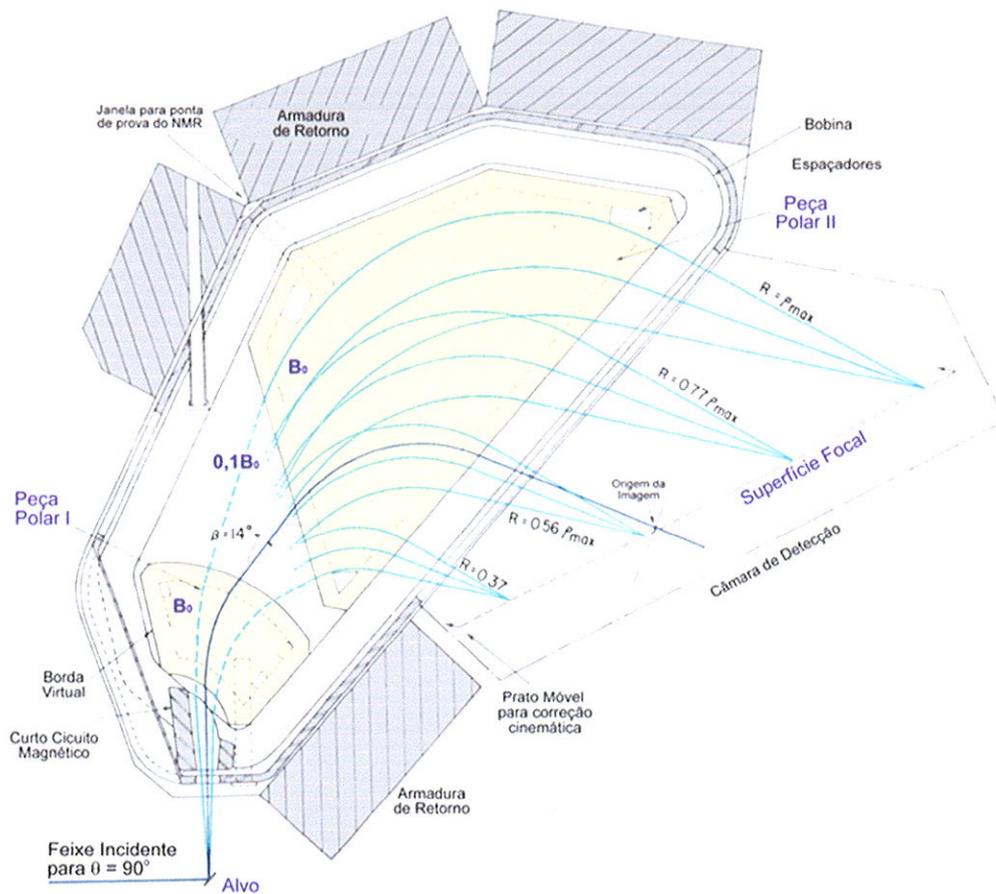


Figura 2.4.1: Esquema do espectrógrafo magnético e da câmara de espalhamento.

Na entrada do espectrógrafo, separando este da câmara de espalhamento, existem dois conjuntos de fendas, horizontais e verticais, com dimensões ajustáveis, que definem o ângulo sólido de detecção. Com esta abertura, o espectrógrafo recebe as partículas que foram emitidas na reação em um intervalo que vai de $\theta - \frac{1}{2}\Delta\theta$ até $\theta + \frac{1}{2}\Delta\theta$, sendo $\Delta\theta$ a abertura angular da fenda. Uma grande abertura destas fendas diminui o tempo da tomada de

dados, mas pode comprometer a qualidade da imagem formada no plano focal, com a ocorrência de aberrações na imagem. Durante a tomada de dados, o ângulo sólido foi fixado em 1,647 msr e a abertura angular da fenda $\Delta\theta$ em $2,32^\circ$, dimensões que evitam efeitos de aberração na imagem.

Os campos magnéticos produzidos pelas peças polares são perpendiculares ao plano da reação e praticamente constantes em intensidade. Quando partículas carregadas com carga q , massa m e momento p atravessam este campo elas descrevem uma trajetória circular, onde o raio de curvatura efetivo ρ é dado pela equação, não relativística, abaixo:

$$\rho = \frac{p}{qB} = \frac{\sqrt{2mE}}{qB}$$

onde B é a magnitude do campo magnético, que para estes imãs tem valor máximo 1,6 T, sendo nesta experiência usado campo de 0,8 T. Uma importante característica destes imãs é o seu poder de focalização, isto é todas as partículas com a mesma razão p/q convergem para praticamente a mesma posição na emulsão nuclear, não importando a direção com que entraram no espectrógrafo. Associada a esta característica do espectrógrafo define-se o seu poder de resolução, $PR=E/\Delta E$, que para o espectrógrafo de São Paulo tem valor aproximado de 2750, quantificando, pois, a diferença mínima ΔE de energia cinética, para a qual ainda é possível separar-se grupos de partículas como correspondendo a eventos de energias diferentes.

Após as peças polares, encontra-se a câmara de detecção que possui um suporte móvel para a fixação das emulsões, o que possibilita posicionar as emulsões de modo que o plano de detecção coincida como o plano focal da reação estudada. Este suporte também conta com regulagem da posição vertical da emulsão.

Para a obtenção das distribuições angulares, o espectrógrafo magnético pode ser posicionado em diversos ângulos, até o limite de 150° .

Na dissertação de Cruz [Cr78] pode-se encontrar um estudo detalhado das características do espectrógrafo magnético.

2.5 - O alvo

A fabricação dos alvos de ^{99}Ru e ^{101}Ru foi realizada seguindo metodologia desenvolvida pelo grupo, no laboratório de alvos do Pelletron. Para este fim foi utilizado o evaporador Edwards modelo E12E3, que utiliza a técnica de bombardeamento eletrônico em alto-vácuo. Esta técnica [Pu91] consiste em bombardear-se o material acomodado em um cadinho, com elétrons emitidos pela passagem de corrente num filamento de tungstênio que envolve o cadinho sem tocá-lo, sendo estes elétrons acelerados por uma diferença de potencial entre o cadinho e o filamento. A focalização dos elétrons sobre o material é determinada pela geometria do conjunto de peças metálicas: colimador, filamento e cadinho.

O sistema de bombardeamento de elétrons, com focalização eletrostática, é apresentado na *Figura 2.5.1*.

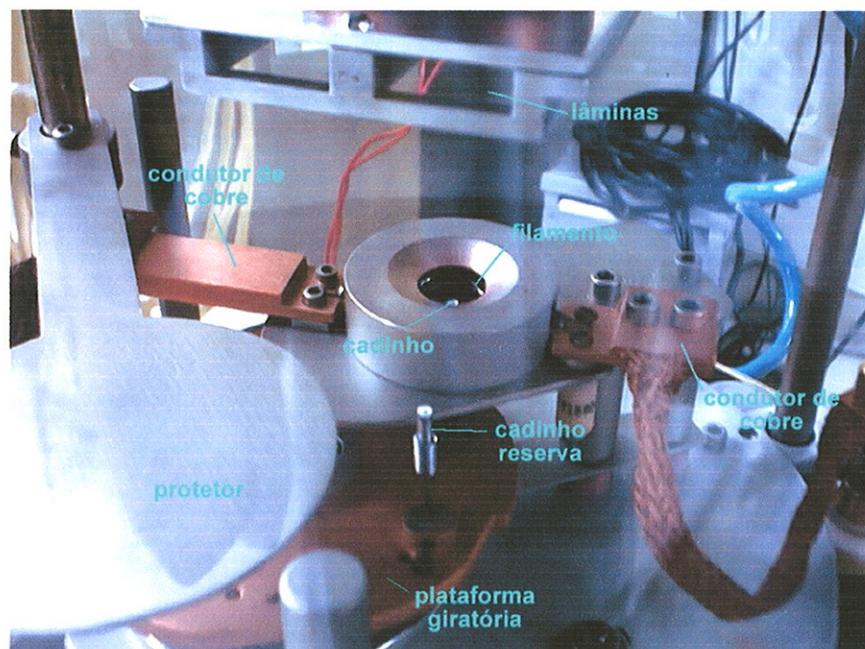


Figura 2.5.1: Sistema de bombardeamento eletrônico (panorama geral).

No processo de evaporação, o vapor foi aparado sobre lâminas de vidro de microscópio previamente cobertas por uma fina camada (em torno de

6 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$) de carbono natural evaporado. Sob o carbono, as lâminas haviam sido anteriormente tratadas com RBS (detergente), para proporcionar o deslizamento do filme fino, possibilitando assim a sua "pesca", que consiste em mergulhar a lâmina em água destilada, separando, assim, o filme fino da lâmina de vidro, para fixá-lo, posteriormente, em molduras de aço. Com as lâminas de vidro posicionadas 6 cm acima do cadinho, foram evaporados em torno de 8 mg do material isotopicamente enriquecido de ^{99}Ru e ^{101}Ru , ambos a 97,5%, na forma de pó. Elevando-se a potência aplicada gradualmente, durante 20 minutos, até o início da evaporação do Rutênio (aproximadamente 90 W de potência), quando a potência era então elevada abruptamente para 180 W, permanecendo nesta por 1 minuto, tempo necessário para a evaporação quase total do material, mas sem a evaporação do material do cadinho.

A partir de dois filmes centrais resultantes desta evaporação foram feitos 10 alvos de ^{99}Ru e 6 alvos de ^{101}Ru . Metade destes foram pescados dobrados, ou seja, o filme foi pescado de modo a envolver a moldura de aço em ambos os lados, dobrando assim a espessura do alvo.

A espessura dos alvos foi determinada através do espalhamento elástico de dêuterons obtido para a normalização dos dados experimentais e foi de 9,6 (4) $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ e 12,3 (5) $\mu\text{g}/\text{cm}^2$, respectivamente para o ^{99}Ru e ^{101}Ru , usando alvos pescados dobrados. Apenas esses dois alvos foram utilizados para a tomada dos dados.

A qualidade do alvo está relacionada a sua pureza (livre de contaminantes) e a uniformidade. A uniformidade dos alvos não foi testada, mas a técnica empregada já se mostrou bastante satisfatória nesse quesito em trabalhos anteriores do grupo. A presença de contaminantes, principalmente leves, é característica da técnica empregada, mesmo com os cuidados tomados quanto a limpeza do sistema. Além disso, como não foi possível a confecção de alvos auto-portantes, tendo sido necessário a evaporação do isótopo sobre backing de carbono, uma grande contaminação do espectro pelo pico associado ao espalhamento elástico desse elemento é esperada.

Os elementos contaminantes normalmente encontrados nos filmes fabricados no laboratório de alvos do Pelletron, por bombardeamento eletrônico utilizando cadinhos de W e filamento de Ta são ^{12}C , ^{14}N , ^{16}O , ^{23}Na , ^{28}Si , ^{32}S , ^{35}Cl , ^{181}Ta e ^{184}W .

2.6 - Emulsões nucleares

As chapas de emulsão nuclear utilizadas para a detecção dos dêuterons nesta reação foram fabricadas pela Fuji, tipo G6B, com comprimento de 25 cm, largura de 5 cm e espessura da emulsão de 50 μm . A regulagem vertical do suporte das emulsões permite que em cada chapa sejam registrados três espectros independentes, em sucessivas faixas de aproximadamente 9 mm de largura. Após a exposição das emulsões, estas são então reveladas, o que torna visíveis os traços das partículas carregadas (trajetórias das partículas na emulsão) que incidiram sobre as chapas [Ba63]. Na *Figura 2.6.1* pode-se ver um trecho da emulsão com os traços registrados, cujos comprimentos são de cerca de 60-80 μm .

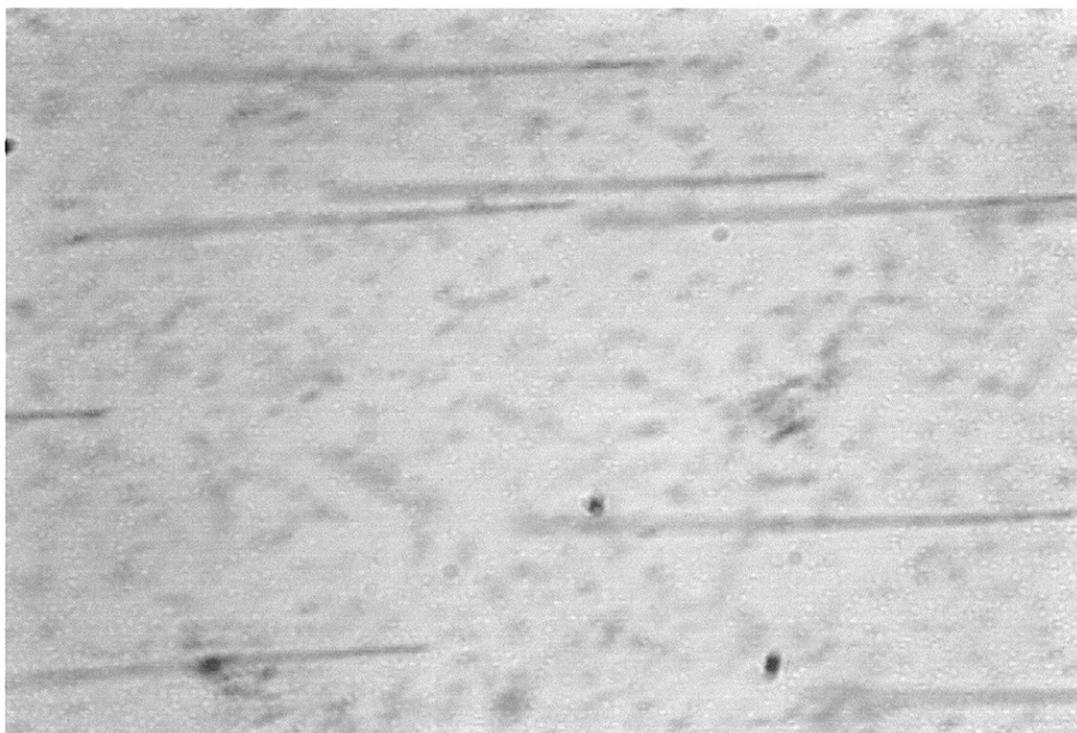


Figura 2.6.1: Pequena área de uma emulsão vista ao microscópio, destacando os traços horizontais que registram a projeção da trajetória dos prótons detectados. Dimensões: 120 x 110 μm .

A emulsão utilizada é melhor sensibilizada por dêuterons que incidem sobre ela com energia entre 8 e 18 MeV. Como os dêuterons resultantes da reação têm energia já na faixa indicada, não foi necessário o uso de um absorvedor, apenas uma fina folha de alumínio para proteção das chapas contra a incidência de luz.

Uma grande vantagem no uso do espectrógrafo com emulsões nucleares como detector em experimentos envolvendo feixe de dêuterons é que, apesar da grande produção de nêutrons, raios γ e X , estes praticamente não ocasionam eventos de fundo na emulsão.

Depois de reveladas, as chapas de emulsão nuclear têm o número de traços contados com a ajuda de um microscópio ótico. Para a contagem, a emulsão tem seu comprimento subdividido em canais de 0,200 mm. No microscópio são lidos retângulos de 0,190 mm \times 10,000 mm, usando-se passos de um canal. Esta diferença entre a largura da faixa lida e o passo implica numa correção no número de contagens pelo fator 200/190, pois 5% de cada canal não foram contados. Já os 10 mm são suficientes para a leitura de cada faixa da emulsão, já que a imagem formada tem no máximo 9 mm quando são usadas fendas de 3 mm.

Toda a leitura das emulsões foi realizada por microscopista devidamente treinada, já que este trabalho envolve o reconhecimento dos traços característicos da reação em estudo, exigindo bom desempenho em situações onde a alta densidade de traços torna a contagem dos traços uma tarefa bastante especializada.

Capítulo 3

Análise dos Dados Experimentais e Resultados

Neste capítulo são apresentadas a redução e a análise dos dados experimentais do espalhamento inelástico de dêuterons em isótopos ímpares de Ru, bem como os testes estatísticos efetuados para a verificação da consistência do método. A metodologia da análise dos dados é também discutida.

3.1 - Espectros de posição

Os espectros de posição foram medidos com ângulos de espalhamento entre $16,5^\circ$ e 66° no laboratório em cada isótopo, tendo sido obtidos 14 espectros para o ^{99}Ru e 16 espectros para o ^{101}Ru .

As chapas de emulsão nuclear expostas foram reveladas e todo o trabalho de leitura das emulsões foi realizado pela microscopista do Laboratório de Emulsões Nucleares e Outras Técnicas, devidamente treinada. Este trabalho envolve o reconhecimento dos traços característicos da reação em estudo, exigindo bom desempenho em situações onde a alta densidade de traços torna a contagem dos traços uma tarefa bastante especializada. A contagem dos traços é feita em pequenos trechos, onde o comprimento da emulsão é dividido em canais de 0,200 mm. No microscópio esses trechos são lidos retângulos com área de 0,190 mm de largura por 10,000 mm de altura, por onde se estendem os traços das partículas detectadas.

Em todas as emulsões foi lido o trecho do espectro onde se encontram os estados $5/2^+$, $7/2^+$ e $9/2^+$ do multipletto (associado à primeira excitação quadrupolar do core) como discutido adiante, de ambos os isótopos, e para cada isótopo foi lido um espectro completo, para a determinação dos contaminantes do alvo.

Após o processo de contagem foram construídos os espectros de posição com o número de partículas detectadas em função da posição ao longo do plano focal, para cada um dos ângulos de espalhamento medidos, para ambos os isótopos estudados.

Através da calibração do espectrógrafo, que relaciona a posição na qual a partícula emergente incidiu no plano focal com a razão do momento angular pela carga desta, foi possível calcular a energia dos picos observados nos espectros e identificá-los como estados associados aos núcleos $^{99,101}\text{Ru}$ relacionados no Nuclear Data Sheets (NDS) [Pe94, Bl98].

A contagem da área dos picos foi feita através do ajuste de um pico padrão, descrito pela soma de duas gaussianas, com o auxílio do software Microcal Origin, que utiliza o método iterativo de Levenberg-Marquardt para o ajuste de funções não-lineares. O ajuste do pico padrão é realizado de maneira criteriosa, principalmente na determinação do fundo. O estudo do formato dos picos permite separar picos associados a estados excitados do núcleo de interesse de picos formados por dêuterons espalhados por contaminantes, que apresentam largura diferente dos que se pretende estudar, isso porque a focalização é feita para a reação desejada e picos associados aos dêuterons espalhados por elementos com massa muito diferente, tendem a se apresentar desfocados. O método empregado se mostra muito útil em casos de contaminação por picos associados a outros elementos, tendo se mostrado bastante efetivo na separação do pico de interesse.

A Figura 3.1.1 mostra dois espectros medidos, um de cada isótopo, exibindo o espectro de dêuterons por toda a chapa e onde estão posicionados os picos associados à primeira excitação quadrupolar, bem como alguns contaminantes encontrados. Note o uso de escala logarítmica no número de contagens, o que facilita a visualização de picos pouco intensos. Os estados $5/2^+$, $7/2^+$ e $9/2^+$ do multipletto aparecem bem focados nos espectros de ambos os isótopos, apresentando boa resolução em energia, em média 8 keV, tendo os espectros do ^{99}Ru , ligeiramente melhor resolução, devido à estabilidade do

feixe no período de aquisição. Os picos associados aos estados $5/2^+$ apresentam maior dificuldade para a análise, em virtude da menor intensidade, e no caso dos espectros do ^{101}Ru , contaminação por um estado de energia muito próxima ($623,6\text{ keV } 1/2^+$), evidenciada pela maior largura à meia altura em relação aos picos dos outros estados. No espectro do ^{101}Ru , foi encontrado um segundo estado $9/2^+$ ($928,77\text{ keV}$). Os estados $1/2^+$ e $3/2^+$ são fracamente populados, não sendo observados nessas medições.

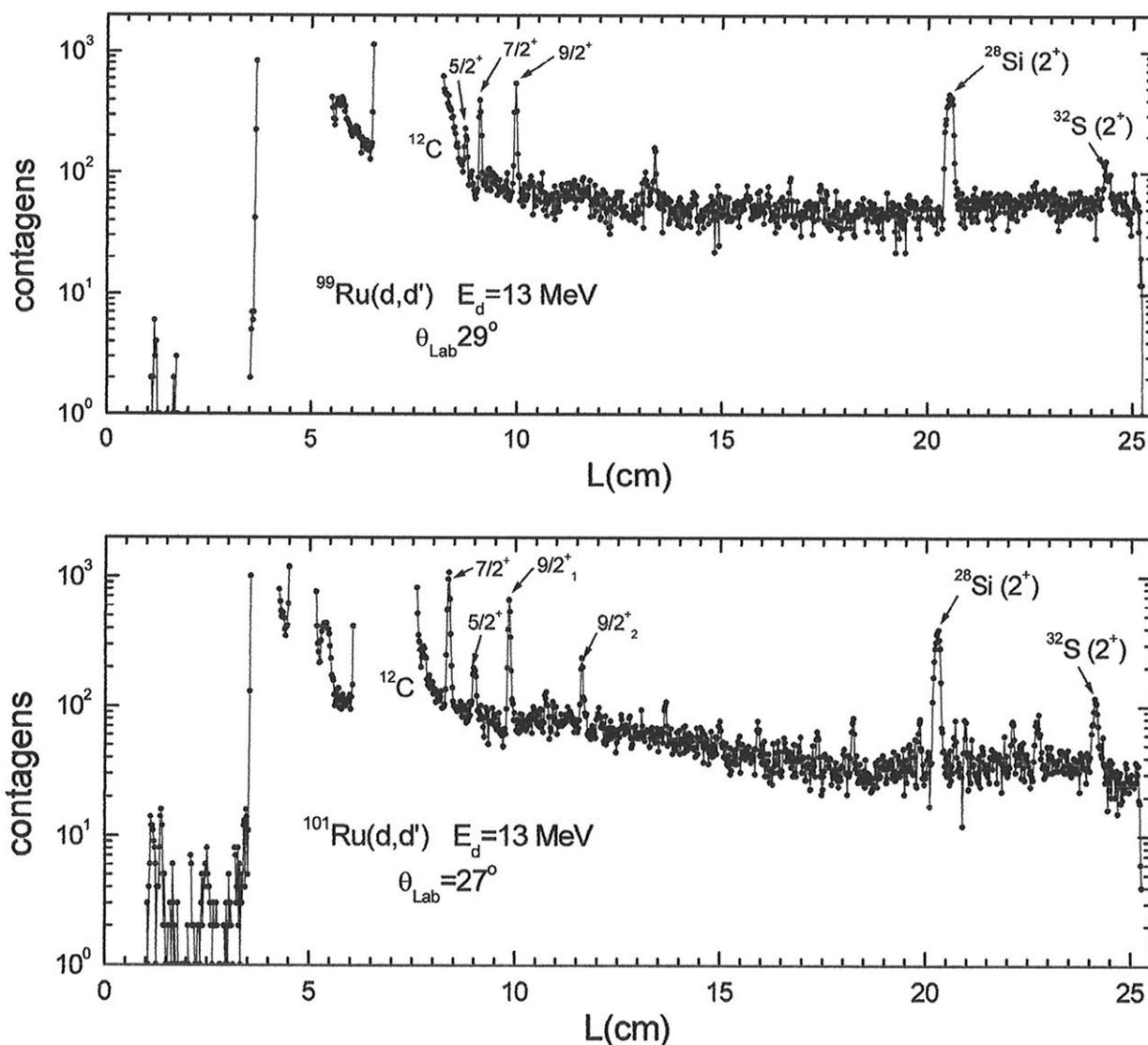


Figura 3.1.1: Espectros de dêuterons espalhados inelasticamente em ^{99}Ru e ^{101}Ru nos ângulos de espalhamento 29° e 27° respectivamente, são indicados os picos associados aos estados $5/2^+$, $7/2^+$ e $9/2^+$ do multiplete da primeira excitação quadrupolar do caroço e os contaminantes.

Nos espectros, principalmente no do ^{101}Ru , são observados alguns picos que provavelmente são estados excitados dos respectivos isótopos, porém a associação é incerta, visto que estes são muito fracamente populados e aparecem em apenas alguns ângulos (27° e 29° estão próximos ao máximo da excitação de $L=2$).

A seguir, na Figura 3.1.2 são apresentados mais 2 espectros de cada isótopo, em vista parcial, um para ângulo dianteiro e outro para ângulos maiores.

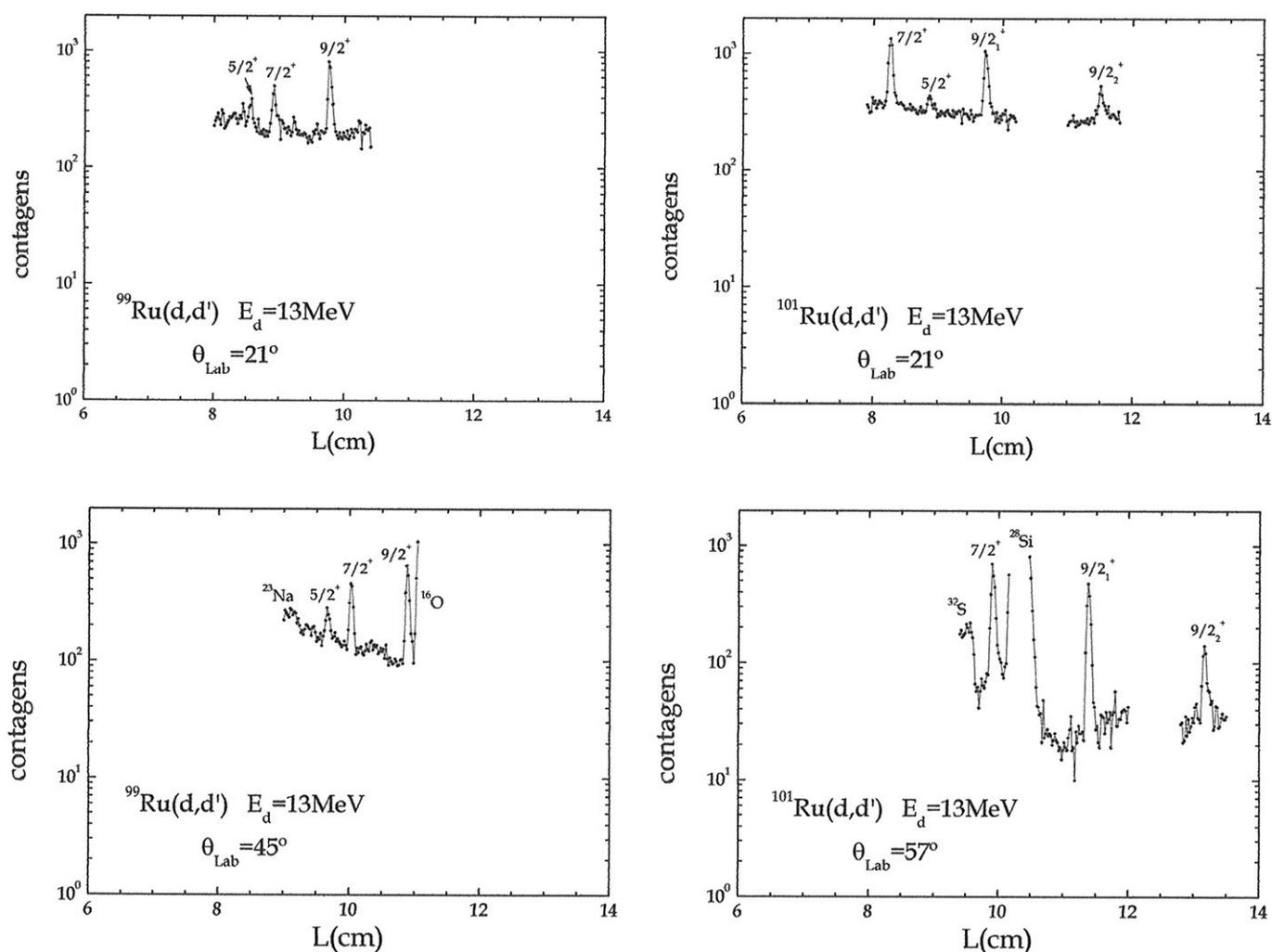


Figura 3.1.2: Vista parcial dos espectros de dêuterons espalhados inelasticamente em ^{99}Ru e ^{101}Ru . São indicados os picos associados aos estados $5/2^+$, $7/2^+$ e $9/2^+$ do multipletto da primeira excitação quadrupolar do caroço e os contaminantes.

3.2 - Análise das distribuições angulares e resultados

A seção de choque experimental é determinada pela razão entre as partículas espalhadas e o fluxo incidente, num dado ângulo sólido:

$$\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega} = \frac{N}{\Delta x \Delta\Omega Q/e} \quad ,$$

onde N é o número de partículas espalhadas, obtido pela integração da área do pico no espectro de posição; Δx é o número de partículas no alvo por unidade de área; $\Delta\Omega$ é o ângulo sólido de detecção; Q é a carga total do feixe coletada durante a exposição pelo copo de Faraday posicionado na câmara de espalhamento; e é o valor da carga do íon do feixe. Também foi incluída uma correção devido ao enriquecimento isotópico dos materiais usados na confecção dos alvos ser de 97,5% para ambos os isótopos

O fator $\alpha = \frac{1}{\Delta x \Delta\Omega}$ é obtido através da normalização dos dados, feita do

modo usual, através da comparação das distribuições angulares experimentais com a previsão teórica, obtida pela descrição do espalhamento elástico na aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA), com parâmetros ópticos globais de Perey & Perey [Pe76]. Os cálculos foram realizados com o software Dwuck4 [Ku74]. Abaixo segue a Figura 3.2.1 com o ajuste das previsões teóricas aos pontos do espalhamento elástico de dêuterons, feito através da minimização do χ^2 , bem como a espessura determinada para os alvos utilizados.

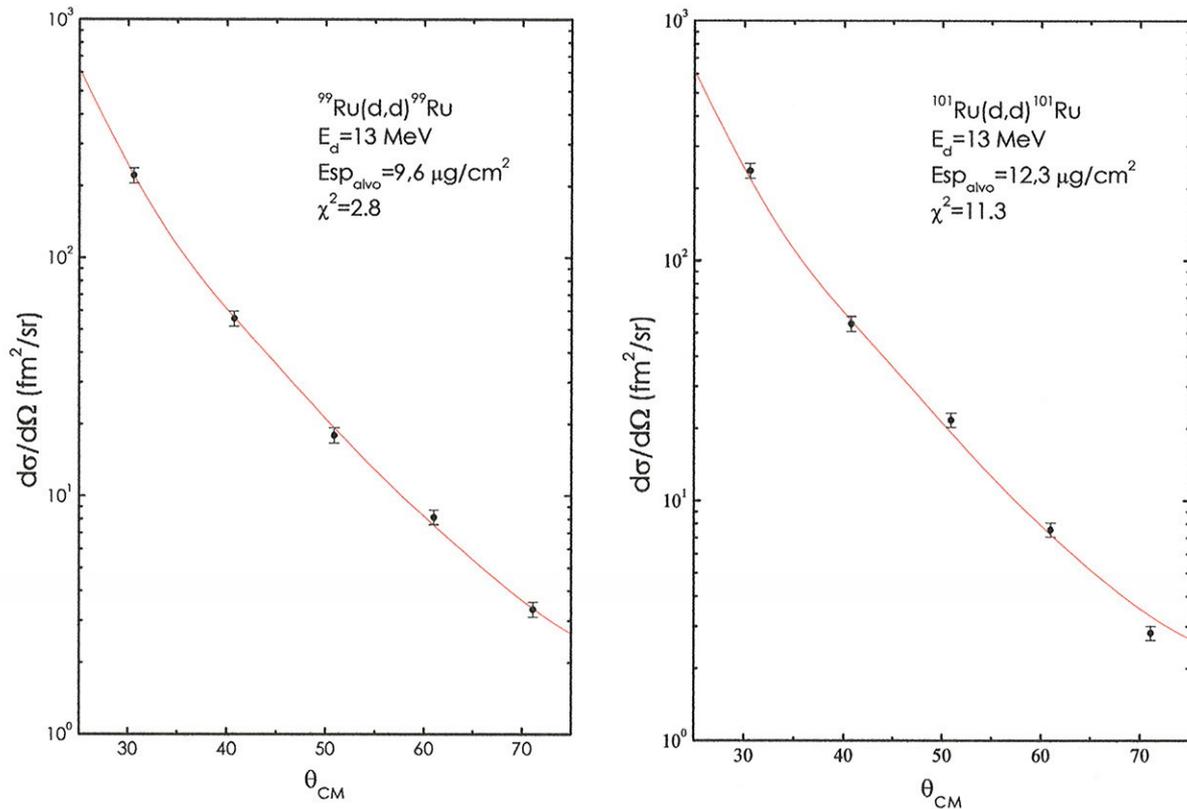


Figura 3.2.1: Distribuições angulares experimentais e previstas do espalhamento elástico para ^{99}Ru e ^{101}Ru .

Para cada alvo foram feitas medidas do espalhamento elástico em 5 ângulos: 30° , 40° , 50° , 60° e 70° , no referencial do laboratório. Do ajuste se obteve o fator de normalização α e deste a espessura dos alvos confeccionados anteriormente pôde ser aferida ($9,6 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ e $12,3 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, respectivamente para o ^{99}Ru e ^{101}Ru).

Com o fator de normalização determinado, a seção de choque das distribuições angulares é transformada para valores absolutos e exibidos na Figura 3.2.1, porém as incertezas apresentadas são as relativas. Estas incluem todas as componentes na incerteza da atribuição da área do pico (estatística, de microscopia, contaminação e fundo). Já a incerteza absoluta é difícil de ser estimada, envolvendo a determinação da incerteza de escala da normalização, sendo esta estimada em 5% para ambos os isótopos, levando em conta as variações nas previsões de várias famílias de parâmetros de potencial óptico para espalhamento elástico.

A seção de choque experimental é expressa na descrição DWBA-

DOMP conforme a equação (1.55) por:

$$\frac{d\sigma^{\text{exp}}(\theta)}{d\Omega} = \frac{(2J_f + 1)}{(2J_i + 1)(2L + 1)} (\beta_L^N)^2 \sigma_{DWUCK4}^L,$$

onde J_f e J_i são os números quânticos associados aos momentos angulares dos estados final e inicial, L ao momento angular transferido e β_L^N é o parâmetro de deformação nuclear.

A comparação das distribuições angulares experimentais com as previsões teóricas calculadas pela descrição do espalhamento na aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA) com potencial nuclear de transição correspondente ao modelo de potencial óptico deformado (DOMP), permite a extração dos parâmetros C e δ^N . O formato fornece a razão entre os comprimentos de deformação de carga e de massa, $C = \frac{\delta^C}{\delta^N}$, enquanto o fator de escala, no ajuste dos dados, determina o comprimento de deformação de massa, $\delta^N = \beta_L^N r_0 A^{1/3}$ (onde r_0 é o raio reduzido da parte real do potencial nuclear e A é o número de massa do núcleo alvo). Os dois parâmetros, que são correlacionados, são extraídos simultaneamente no ajuste, através da minimização do χ^2 pelo método iterativo de Gauss, que está descrito no Apêndice A. Com esses parâmetros também é calculado o comprimento de deformação de carga, $\delta^C = C\delta^N$.

Na Figura 3.2.2 são apresentadas as distribuições angulares experimentais dos estados $5/2^+$ (575,89 (11) keV), $7/2^+$ (617,62 (13) keV) e $9/2^+$ (719,85 (12) keV) do ^{99}Ru e $5/2^+$ (616,30 (10) keV), $7/2^+$ (545,115 (7) keV), $9/2^+_{1}$ (720,02 (5) keV) e $9/2^+_{2}$ (928,77 (5) keV) do ^{101}Ru identificados considerando atribuições da compilação NDS [Pe94, Bl98] e possíveis membros do multiplete associado ao acoplamento fraco do caroço à partícula $d_{5/2}$. A compilação NDS ainda atribui fatores espectroscópicos determinados por trabalho de transferência (d,t) [Du94] para os estados $5/2^+$ e $9/2^+_{1}$ do ^{101}Ru , porém para esses estados são relativamente pequenos. São também mostradas

as curvas DWBA-DOMP ajustadas pelo método iterativo de Gauss, bem como duas outras curvas com variação ao redor do parâmetro C ajustado, mostrando a sensibilidade do ajuste obtido. As seções de choque são apresentadas em escala absoluta e os erros (que incluem o erro estatístico, erro de leitura da microscopista e erro na determinação do fundo ou separação de contaminante) são relativos. Nos ângulos de espalhamento menores o erro é proporcionalmente maior, devido ao fundo dos espectros ser muito alto, por causa da cauda do pico do espalhamento elástico. Em outros pontos o erro é maior devido à presença de contaminantes.

A distribuição angular dos estados $5/2^+$ do ^{99}Ru , $5/2^+$ e $9/2^+$ do ^{101}Ru contém barras de erro maiores devido à menor estatística. A região $30^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 45^\circ$ apresenta poucas medidas por conta da presença de contaminantes leves, principalmente o C, N e O.

Para o cálculo de $B(E2)$ e $B(IS2)$, é preciso acrescentar o fator estatístico aos parâmetros δ^N e β^N , isto é:

$$\delta'^N = \left[\frac{(2J_f + 1)}{(2J_i + 1)(2L + 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \delta^N \quad \text{e} \quad \beta'^N = \left[\frac{(2J_f + 1)}{(2J_i + 1)(2L + 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \beta^N,$$

onde J_f e J_i são os números quânticos associados aos momentos angulares dos estados final e inicial, L ao momento angular transferido, e δ^N e β^N os parâmetros extraídos do ajuste e apresentados para comparação com os obtidos em núcleos pares.

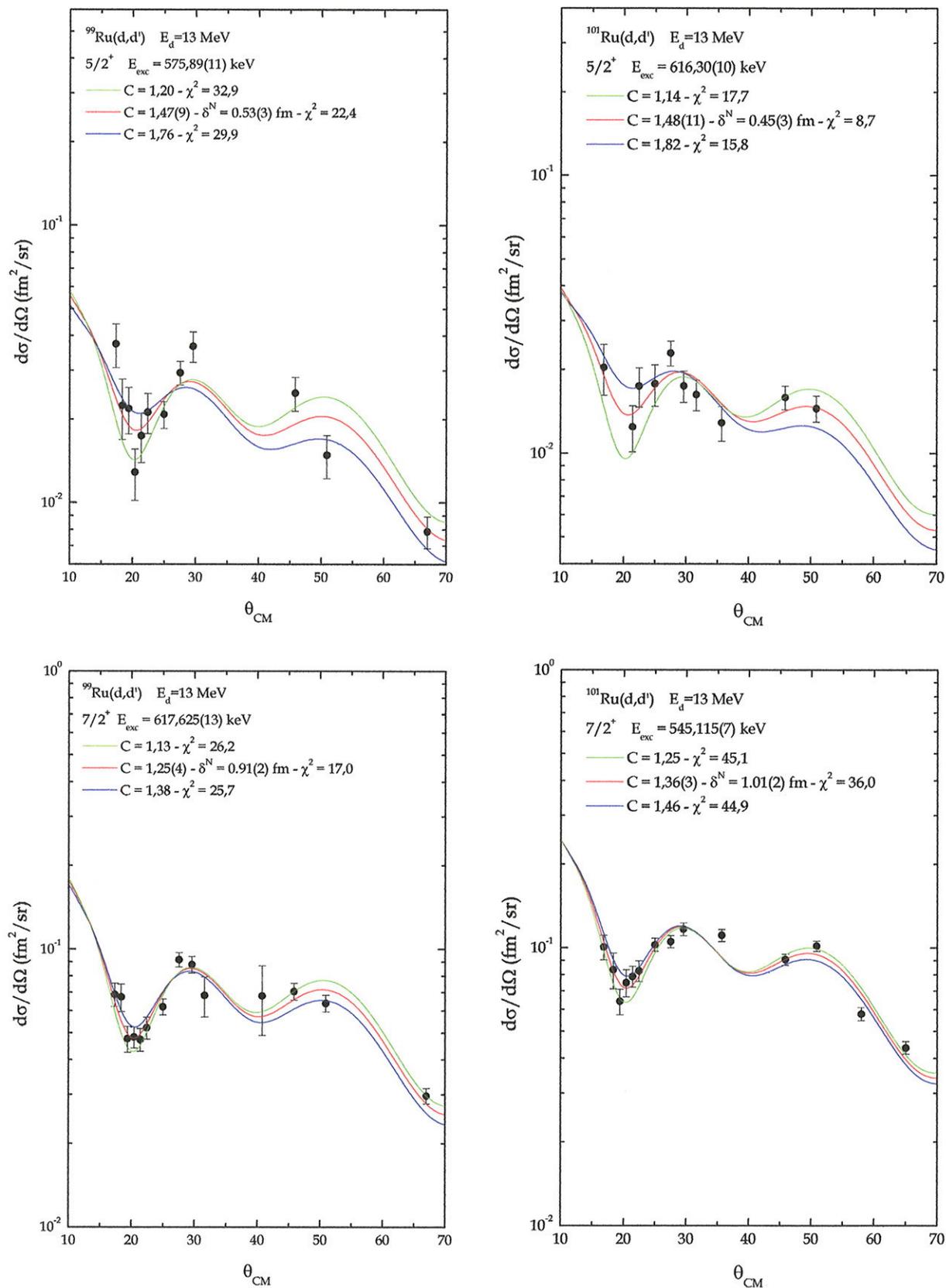


Figura 3.2.2: Distribuições angulares experimentais e previstas no espalhamento inelástico de dêuterons para os estados do multiplete da primeira excitação quadrupolar do ^{99}Ru e ^{101}Ru . São indicados os valores de C e δ^N para o melhor ajuste e dois outros com valores de C ao redor do ajustado.

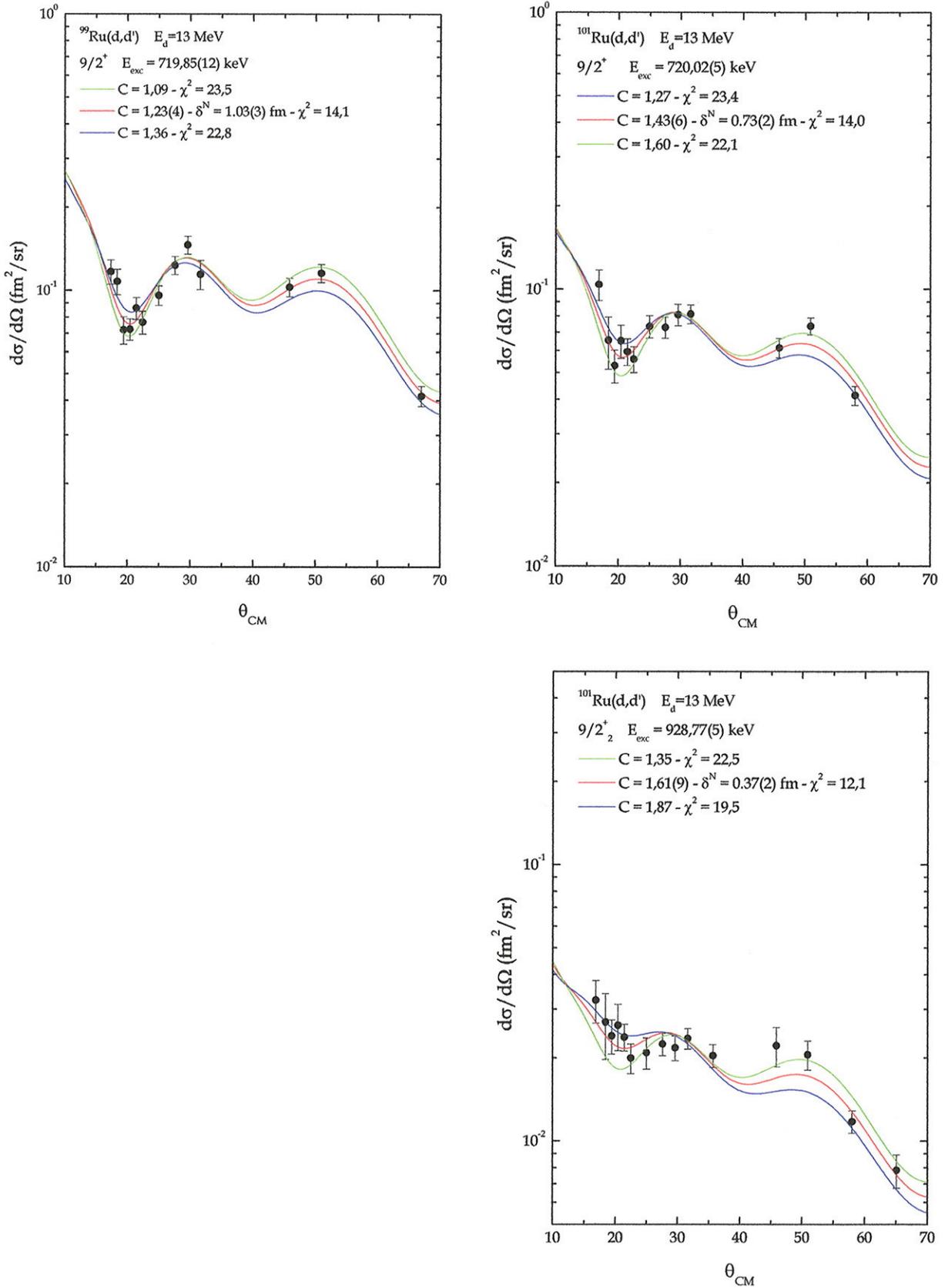


Figura 3.2.2: Distribuições angulares experimentais e previstas no espalhamento inelástico de dêuterons para os estados do multiplete da primeira excitação quadrupolar do ^{99}Ru e ^{101}Ru . São indicados os valores de C e δ^N para o melhor ajuste e dois outros com valores de C ao redor do ajustado.

A Tabela 3.2.1 apresenta a compilação dos resultados obtidos para cada um dos estados analisados, bem como valores encontrados na literatura para comparação com seus vizinhos pares [Go96]. Os parâmetros β^{IS} e δ^{N} incluem apenas a incerteza estatística.

Núcleo	Estado	C	δ^{N} (fm)	β^{IS}
^{99}Ru	5/2 ⁺	1,47 (9)	0,53 (3)	0,099 (6)
	7/2 ⁺	1,25 (4)	0,91 (2)	0,170 (4)
	9/2 ⁺	1,23 (4)	1,03 (3)	0,189 (6)
^{100}Ru [GO96]	2 ₁ ⁺	1,04 (3)	1,11 (3)	0,206 (6)
^{101}Ru	5/2 ⁺	1,48 (11)	0,45 (3)	0,083 (5)
	7/2 ⁺	1,36 (3)	1,01 (2)	0,188 (3)
	9/2 ₁ ⁺	1,43 (6)	0,73 (2)	0,136 (4)
	9/2 ₂ ⁺	1,61 (9)	0,37 (2)	0,069 (3)
^{102}Ru [GO96]	2 ₁ ⁺	1,14 (3)	1,12 (3)	0,207 (6)

Tabela 3.2.1: Parâmetros C, δ^{N} e β obtidos da análise de INC nos isótopos ímpares de Ru, com as respectivas incertezas e comparados com valores encontrados na literatura para seus vizinhos pares. Os ajustes dos parâmetros C e δ^{N} foram extraídos simultaneamente pelo método de Gauss, usando $r_0 = 1,16$ fm.

Os resultados mostram que os dados tomados são suficientes para a caracterização da INC e a definição dos parâmetros C e δ^{N} com erro inferior a 5% para os estados mais intensamente populados. Para os estados 5/2⁺ de ambos os isótopos e o 9/2₂⁺ do ^{101}Ru , a menor precisão está relacionado com o baixo número de contagem nos picos e ao fundo alto, principalmente em ângulos dianteiros, essenciais para a boa determinação de C.

Dos resultados obtidos para o comprimento de deformação de massa (δ^{N}) associado aos estados 9/2⁺ do ^{101}Ru , percebe-se claramente o fracionamento da contribuição entre os dois estados encontrados. A soma dos parâmetros δ^{N} atribuídos a esses dois estados revela intensidade, corrigida pelo fator $(2J_f+1)$, ligeiramente maior do que a do estado 7/2⁺. O mesmo é verificado para os estados 7/2⁺ e 9/2⁺ do ^{99}Ru . Para os picos associados aos estados 5/2⁺ de ambos é detectado uma intensidade consideravelmente menor. Os resultados também apontam que o comprimento de deformação de massa associado à excitação quadrupolar nos isótopos ímpares, considerando os estados 7/2⁺ e 9/2⁺, é da mesma ordem dos valores obtidos

experimentalmente para os seus vizinhos pares, ^{100}Ru e ^{102}Ru [Go96]. Estes são consideravelmente maiores do que o valor empregado na descrição do ^{99}Ru [Wh86], aliás, mais próximo dos detectados para os estados $5/2^+$ em ambos os isótopos ímpares.

Da tabela observa-se também que nos núcleos ímpares a contribuição dos prótons à excitação dos estados em princípio associados ao multiplete da primeira excitação quadrupolar do caroço é consideravelmente maior do que a dos nêutrons ($C > 1$), em comparação com a previsão do modelo coletivo homogêneo, na razão N/Z , com $C = 1$.

3.3 - Teste da adequação do método

Para avaliar a validade do método empregado para a extração dos parâmetros correlacionados, C e δ^N , e das incertezas envolvidas, foi realizado o mapeamento das curvas de nível e da superfície de χ^2 , através de uma simulação de Monte Carlo [Bv69].

O teste de adequação do método empregado é feito através da comparação das curvas de nível de χ^2 com as elipses de Gauss. As elipses de Gauss são obtidas do próprio método de Gauss, onde é realizada uma expansão de primeira ordem da função não linear nos parâmetros, sendo que nem sempre essa expansão pode ser aplicada. Ao comparar as elipses de Gauss com as curvas de nível, pode-se verificar a validade do uso do método de Gauss no ajuste realizado.

Para a obtenção das curvas de nível, devemos considerar a expressão de cálculo do χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - g(x_i; C; \delta^N)}{\sigma_i} \right)^2.$$

Porém o parâmetro δ^N é um fator de escala, o que permite escrever a função g como $g(x_i; C; \delta^N) = \delta^N \cdot f(x_i; C)$. Desenvolvendo a expressão de χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\delta^N)^2 f(x_i; C)^2 - 2\delta^N y_i f(x_i; C) + y_i^2}{\sigma_i^2}$$

$$\chi^2 = (\delta^N)^2 \left(\sum_{i=1}^N \frac{f(x_i; C)^2}{\sigma_i^2} \right) - 2\delta^N \left(\sum_{i=1}^N \frac{f(x_i; C) \cdot y_i}{\sigma_i^2} \right) + \left(\sum_{i=1}^N \frac{y_i^2}{\sigma_i^2} \right)$$

Pode-se resolver a equação de 2º grau acima para δ^N em função de C . Fixando-se $\chi^2 = \chi_{\min}^2 + \Delta\chi^2$ e variando C , se obtém os valores de δ^N e desta forma são determinados os pares (δ^N, C) que demarcam a fronteira que envolve a fração dos eventos estatísticos correspondente ao χ^2 escolhido.

As elipses de Gauss são definidas pela seguinte expressão:

$$R^2 = \left(\frac{\delta^N - \langle \delta^N \rangle}{\sigma_{\delta^N}} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{\delta^N - \langle \delta^N \rangle}{\sigma_{\delta^N}} \right) \left(\frac{C - \langle C \rangle}{\sigma_C} \right) + \left(\frac{C - \langle C \rangle}{\sigma_C} \right)^2,$$

onde $\langle \delta^N \rangle$ e $\langle C \rangle$ são os valores obtidos do melhor ajuste, σ_{δ^N} e σ_C são as incertezas nos parâmetros e ρ é o coeficiente de correlação de Pearson, definido como:

$$\rho = \frac{\text{cov}(C, \delta^N)}{\sigma_C \sigma_{\delta^N}}.$$

Com as seguintes mudanças de variáveis:

$$d = \left(\frac{\delta^N - \langle \delta^N \rangle}{\sigma_{\delta^N}} \right) \text{ e } c = \left(\frac{C - \langle C \rangle}{\sigma_C} \right),$$

a expressão para R^2 pode ser reescrita como: $R^2 = d^2 - 2\rho dc + c^2$.

Resolvendo em função de c , chega-se a:

$$c = \rho d \pm \sqrt{(1 - \rho^2)(2X^2 - d^2)}, \text{ com } X = \frac{R}{\sqrt{2(1 - \rho^2)}}.$$

Os valores permitidos para δ^N são determinados resolvendo a inequação $(1 - \rho^2)(2X^2 - d^2) \geq 0$. Já os valores de X relacionados com a probabilidade dos pontos (C, δ^N) estarem no interior da elipse são obtidos

pela integração da função densidade de probabilidade:

$$f(R) = \left[\frac{R}{(1-\rho^2)} \right] e^{\frac{-R^2}{2(1-\rho^2)}}.$$

A probabilidade fica escrita como:

$$P(R) = 1 - e^{\frac{-R^2}{2(1-\rho^2)}} = 1 - e^{-X^2}.$$

Portanto para cada probabilidade escolhida, o valor de X é dado por $X = \sqrt{-\ln(1-P)}$. Com isso os valores de C ficam determinados variando o parâmetro δ^N nos limites pré-estabelecidos pela inequação acima.

Nas Figuras 3.3.1 estão representadas as curvas de nível e as elipses de Gauss que delimitam regiões onde os pontos (C, δ^N) se distribuem com as probabilidades de 68,3%, 95,4% e 99,7%, para todos os estados analisados.

Pode-se observar na Figura 3.3.1 que as curvas de nível estão em boa concordância com as elipses de Gauss em todos os estados, não apresentando nenhuma diferença significativa. Nos estados mais intensos a diferença entre as elipses e as curvas de nível é muito pequena, sendo um pouco maior nos estados menos intensos (que apresentam incerteza maior nos parâmetro).

Desta forma pode-se afirmar que a linearização feita no método de Gauss para a minimização de χ^2 , se mostra adequada e não afeta de maneira significativa a extração dos parâmetros correlacionados.

Outro teste realizado envolve a simulação de dados com distribuição gaussiana por um sorteio tipo Monte Carlo, que será descrito adiante.

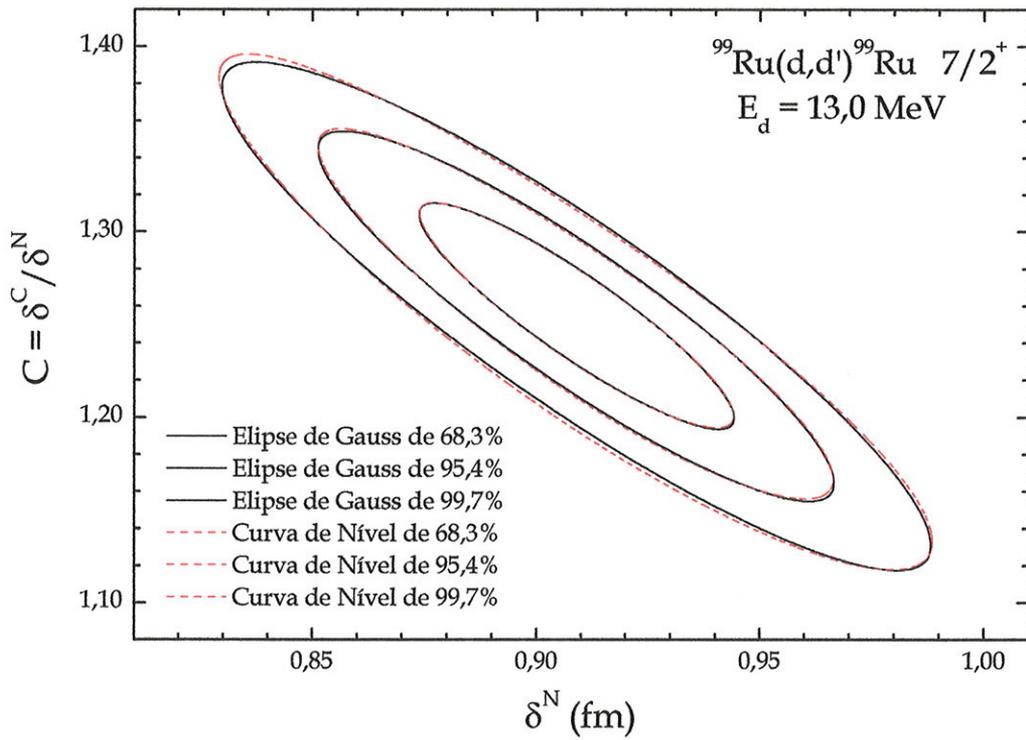
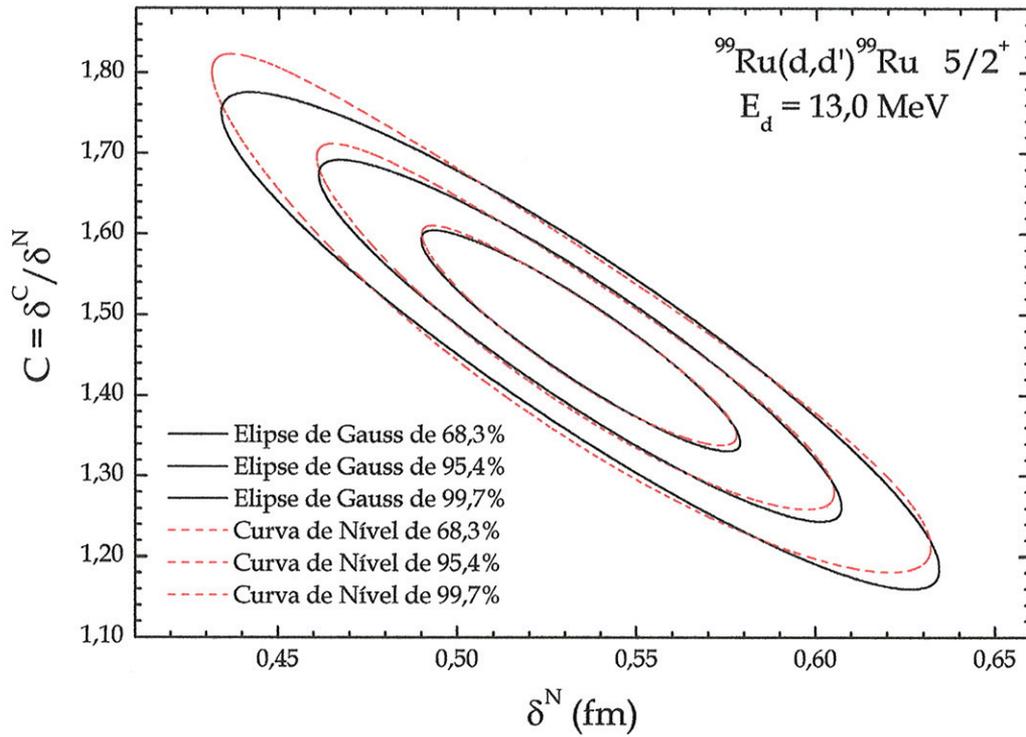


Figura 3.3.1: Curvas de nível e elipses de Gauss obtidas da análise.



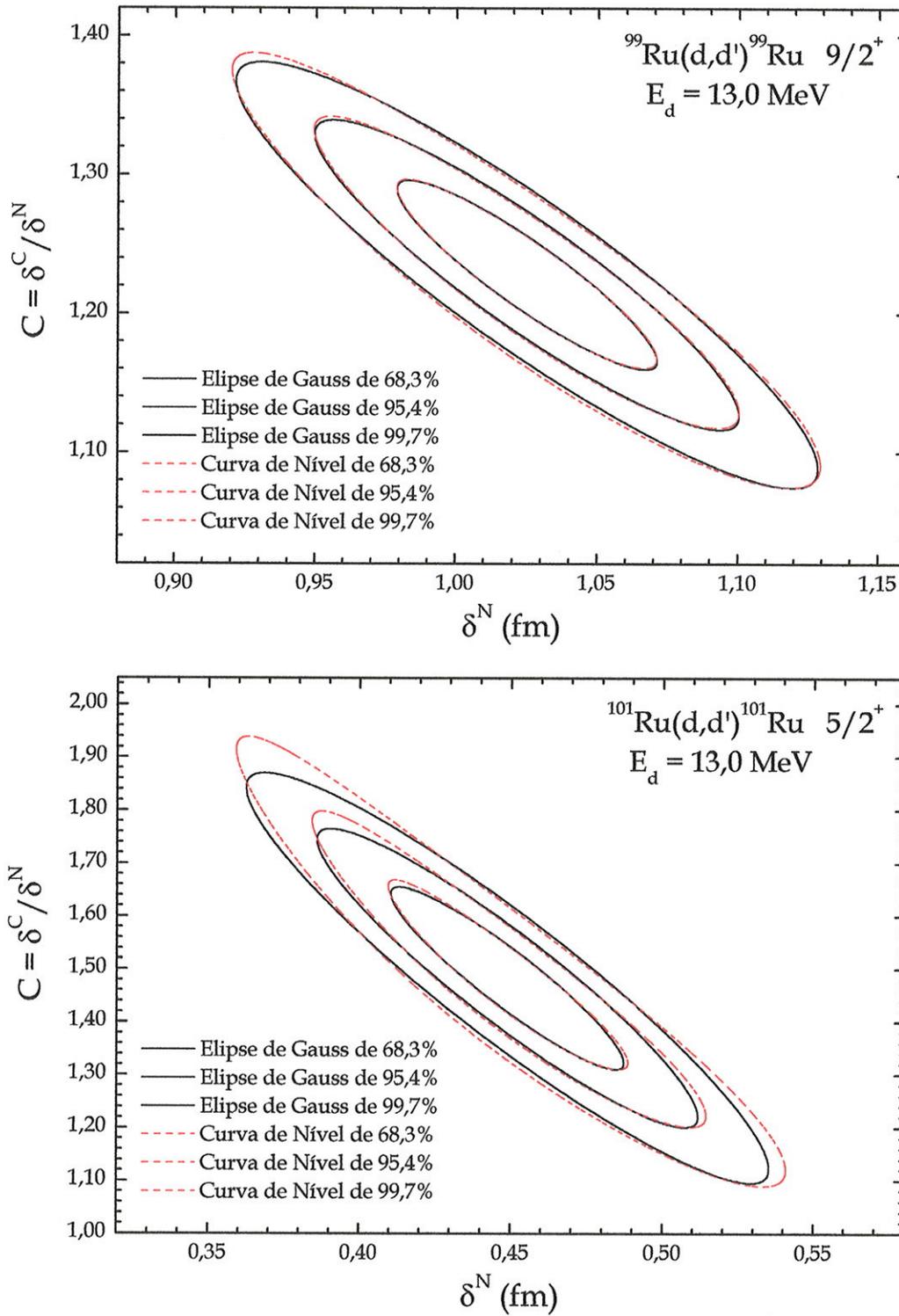


Figura 3.3.1: Curvas de nível e elipses de Gauss obtidas da análise.

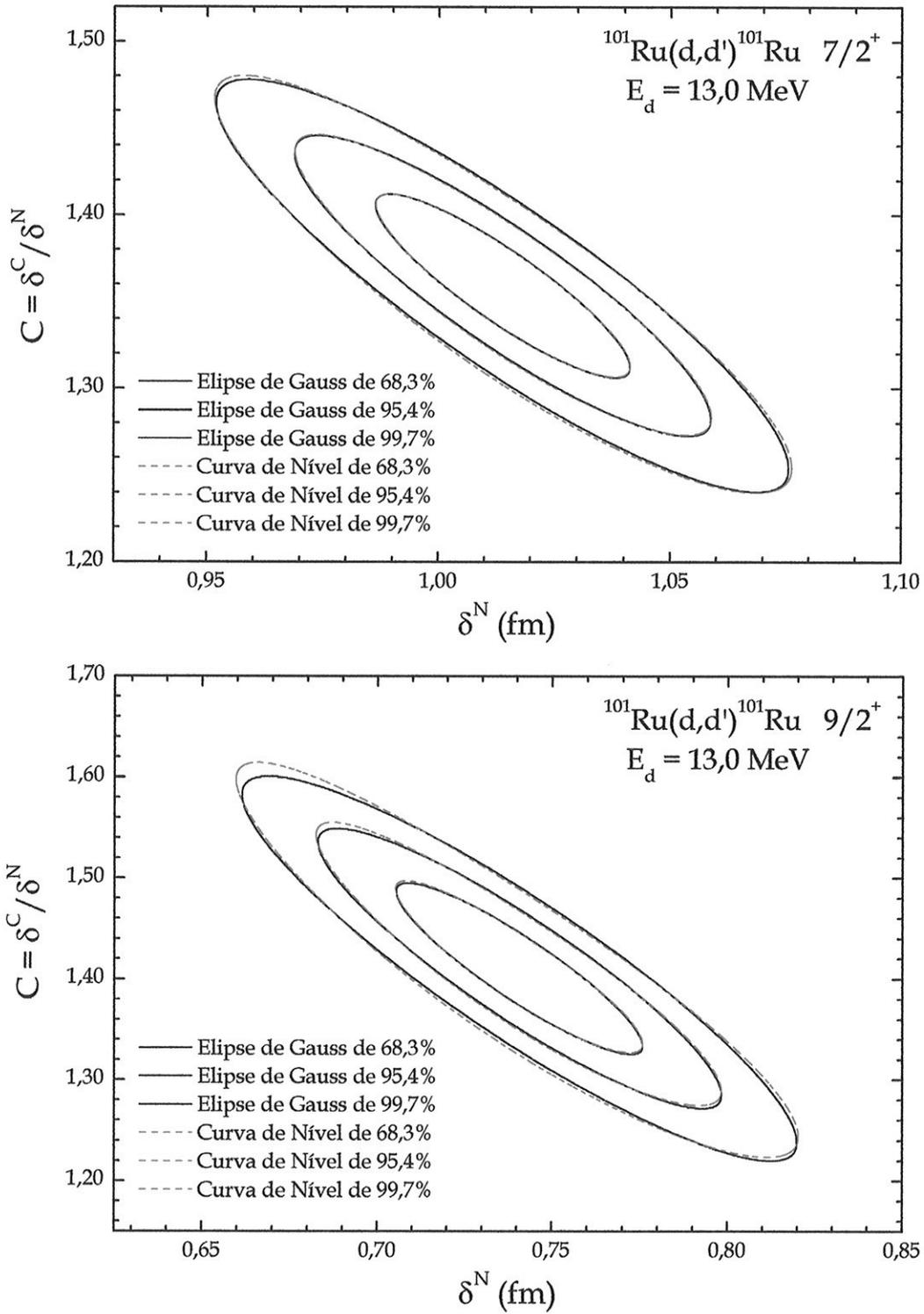


Figura 3.3.1: Curvas de nível e elipses de Gauss obtidas da análise.

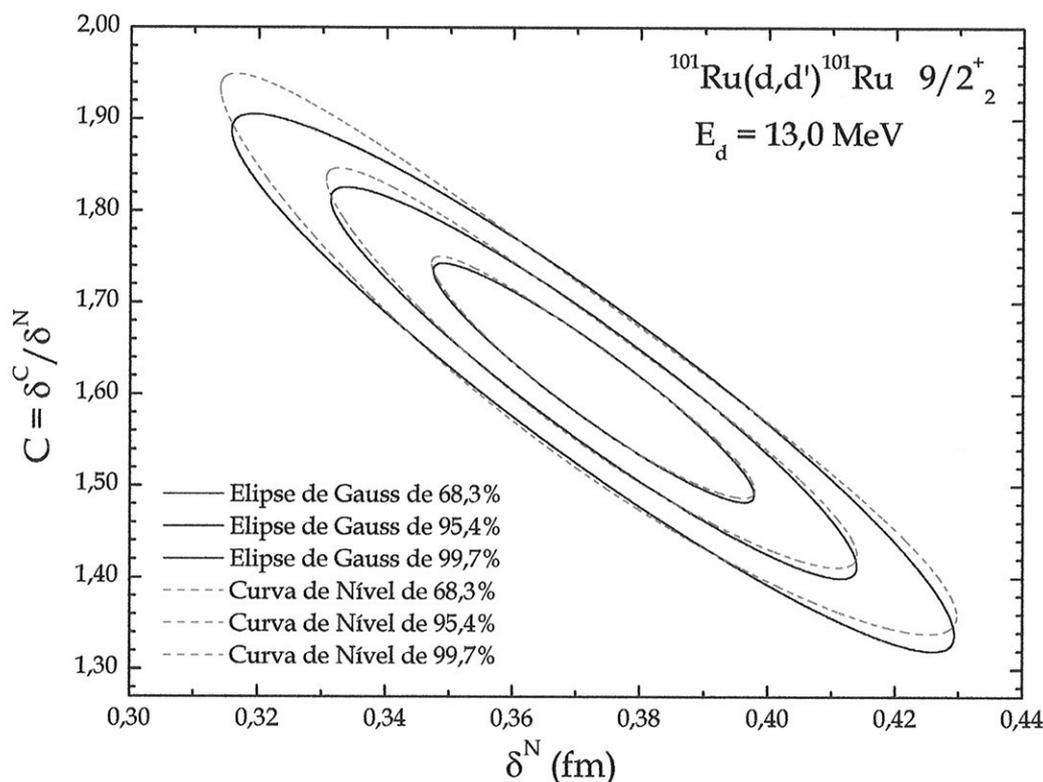


Figura 3.3.1: Curvas de nível e elipses de Gauss obtidas da análise.

Foram realizadas simulações de Monte Carlo com 5000 “novos” conjuntos de dados, gerados aleatoriamente através de sorteio gaussiano dos dados, com largura dada pela incerteza experimental, para cada estado de multiplete analisado, visando testar como os conjuntos de parâmetros (C, δ^N) obtidos por sorteio se distribuem pelas regiões delimitadas pelas elipses de Gauss.

Para que os pontos sorteados se distribuam nos intervalos de confiança estabelecidos, é necessário gerar números aleatórios com distribuição gaussiana. Para isso, primeiramente é sorteado um número aleatório com distribuição uniforme, e então é feita a transformação para uma distribuição gaussiana através do método de Box-Muller [Pr89].

A Figura 3.3.2 apresenta a distribuição dos parâmetros (C, δ^N) obtidos do sorteio, onde a cor dos pontos varia conforme a região de probabilidade obtida no mapeamento das curvas de nível e as curvas sólidas representam as elipses de Gauss.

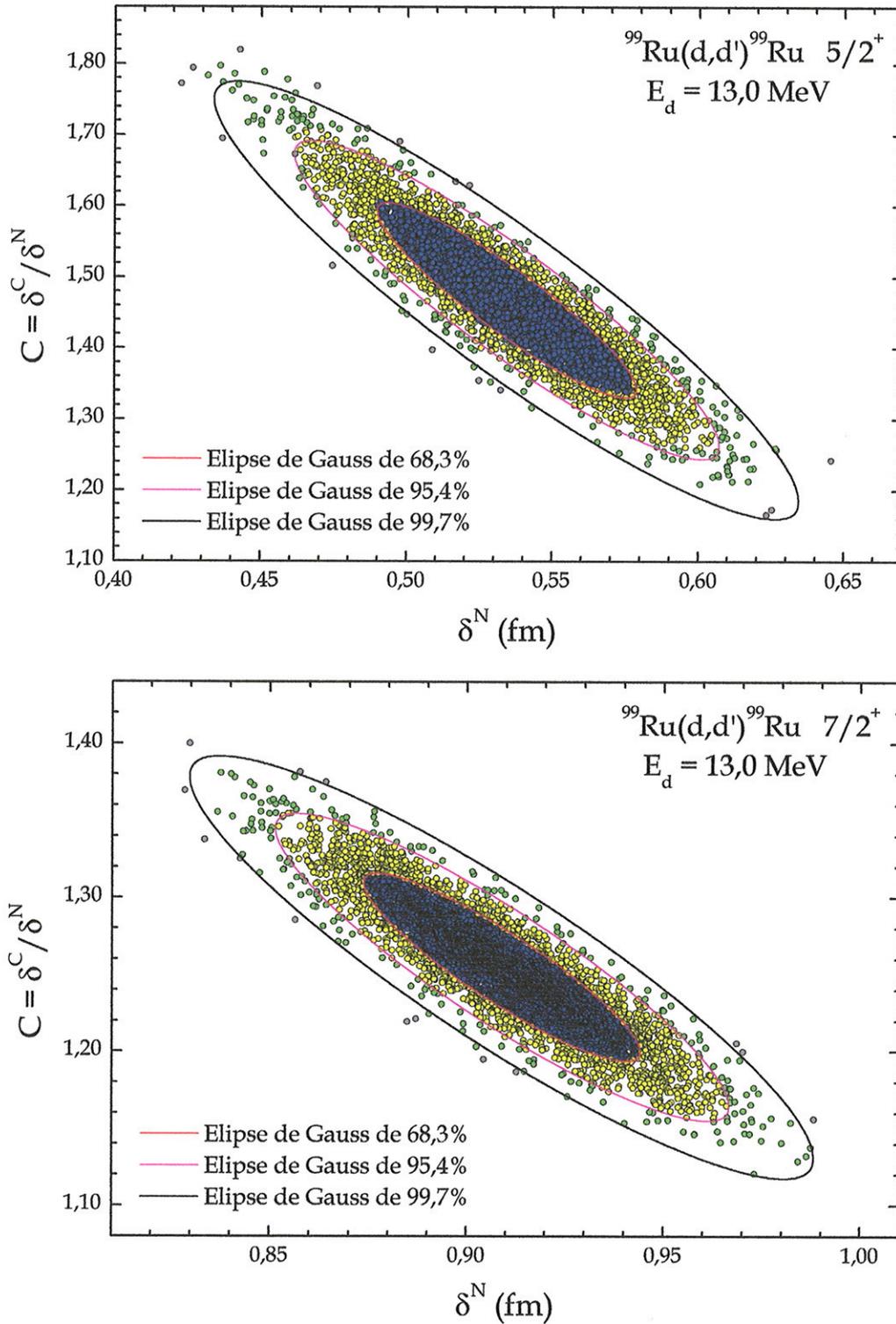


Figura 3.3.2: Simulação de Monte Carlo, representando os parâmetros ajustados (C, δ^N) obtidos através do sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $5/2^+$ e $7/2^+$ do ^{99}Ru , juntamente com as elipses de Gauss.

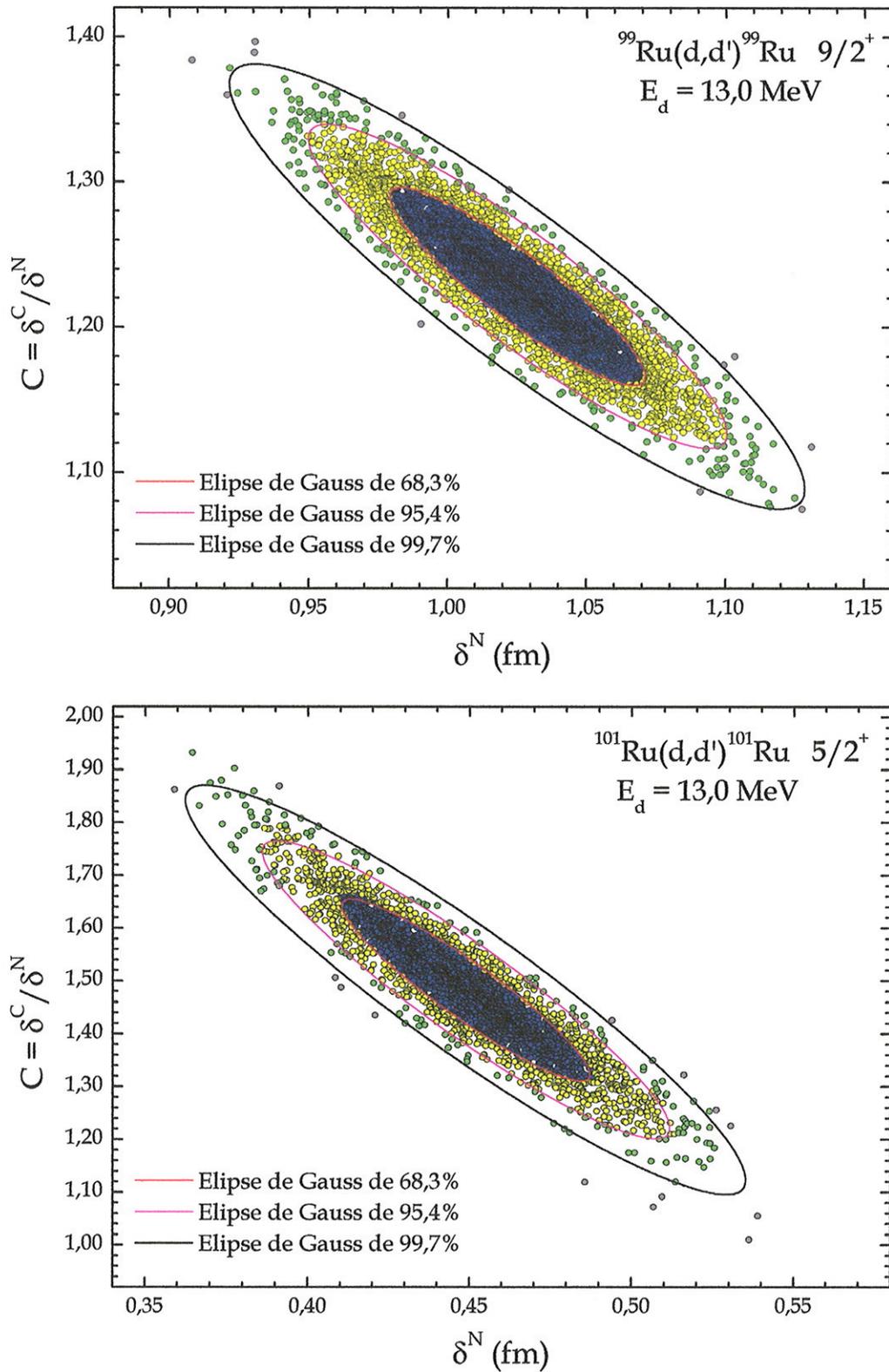


Figura 3.3.2: Simulação de Monte Carlo, representando os parâmetros ajustados (C, δ^N) obtidos através do sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $9/2^+$ do ^{99}Ru e $5/2^+$ do ^{101}Ru , juntamente com as elipses de Gauss.

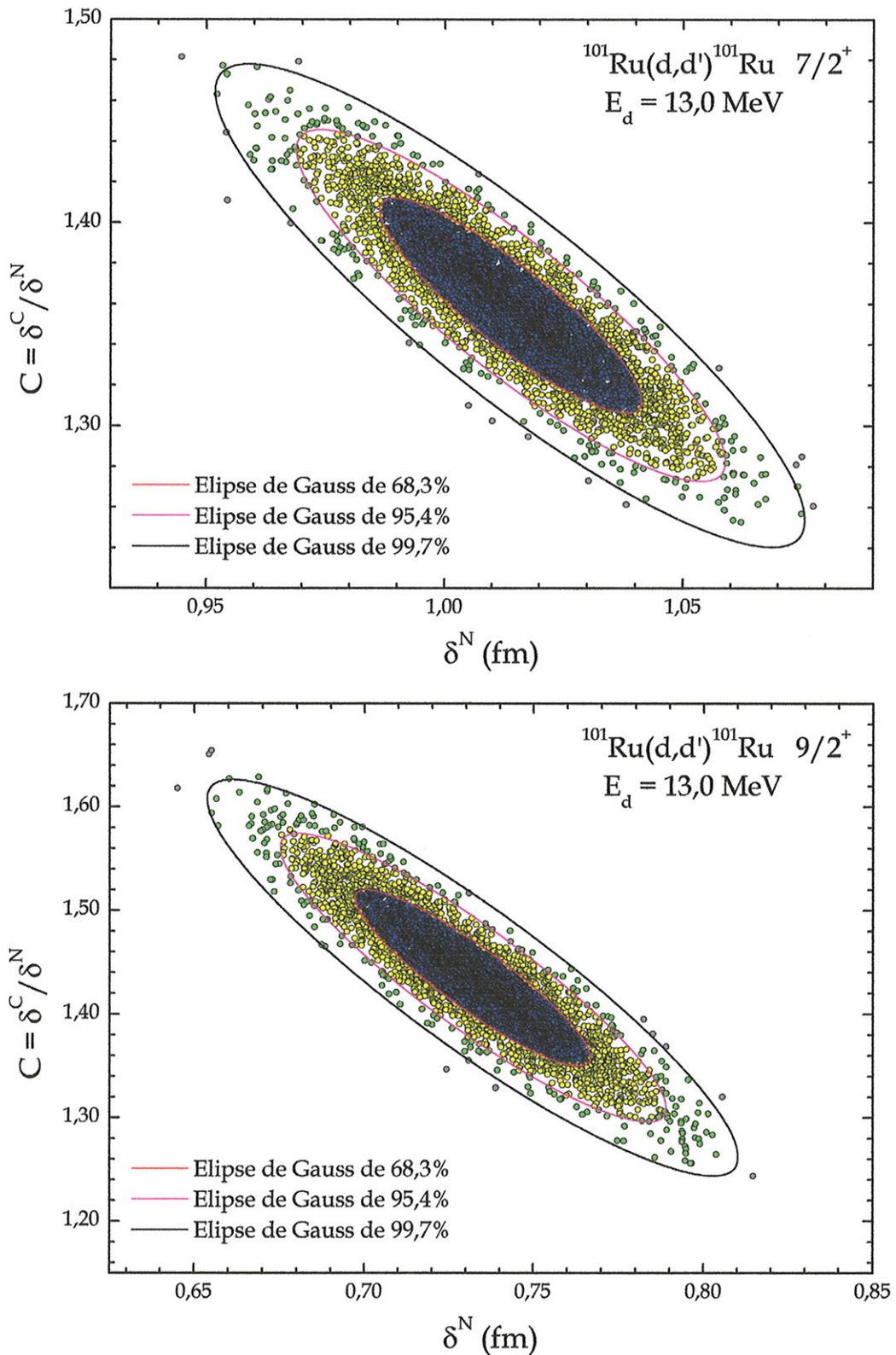


Figura 3.3.2: Simulação de Monte Carlo, representando os parâmetros ajustados (C, δ^N) obtidos através do sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $7/2^+$ e $9/2^+$ do ^{101}Ru , juntamente com as elipses de Gauss.

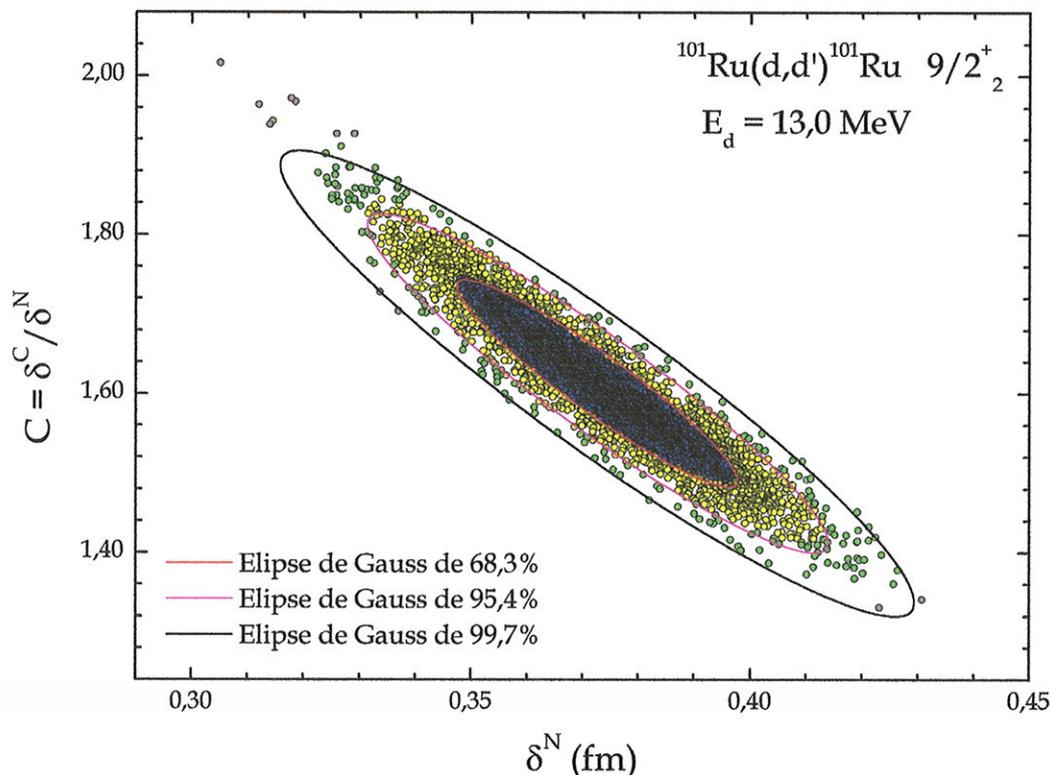


Figura 3.3.2: Simulação de Monte Carlo, representando os parâmetros ajustados (C, δ^N) obtidos através do sorteio de 5000 “novos” conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $9/2^+_{2}$ do ^{101}Ru , juntamente com as elipses de Gauss.

A Tabela 3.3.1 apresenta a média dos parâmetros C e δ^N obtidos da simulação de Monte Carlo, bem como a comparação com os valores obtidos pelo melhor ajuste conseguido através do Método de Gauss.

Núcleo	Estado	Ajuste		Monte Carlo	
		C	$\delta^N \text{ (fm)}$	$\langle C \rangle$	$\langle \delta^N \rangle \text{ (fm)}$
^{99}Ru	$5/2^+$	1,47 (9)	0,53 (3)	1,47 (9)	0,53 (3)
	$7/2^+$	1,25 (4)	0,91 (2)	1,25 (4)	0,91 (2)
	$9/2^+$	1,23 (4)	1,03 (3)	1,23 (4)	1,03 (3)
^{101}Ru	$5/2^+$	1,48 (11)	0,45 (3)	1,48 (12)	0,45 (3)
	$7/2^+$	1,36 (3)	1,01 (2)	1,36 (3)	1,01 (2)
	$9/2^+_{1}$	1,43 (6)	0,73 (2)	1,44 (6)	0,73 (2)
	$9/2^+_{2}$	1,61 (9)	0,37 (2)	1,61 (9)	0,37 (2)

Tabela 3.3.1: Comparação dos resultados de C e δ^N obtidos através do melhor ajuste e com os valores encontrados pela média dos 5000 valores obtidos da simulação de Monte Carlo. A incerteza atribuída para a média dos parâmetros corresponde ao desvio padrão.

Percebe-se pelos resultados da tabela que a concordância entre os métodos utilizados se mostra excelente.

A avaliação da distribuição dos parâmetros C e δ^N sorteados pela simulação de Monte Carlo, pode ser realizada pela contagem dos pontos localizados internamente as regiões delimitadas pelas curvas de nível e pelas elipses de Gauss com as probabilidades de 68,3%, 95,4% e 99,7%. Os resultados obtidos para todos os estados analisados são apresentados na Tabela 3.3 e comparados com os valores esperados.

Núcleo	Estado	Soma até a curva de nível (%)	Soma até a elipse de Gauss (%)	Valor esperado (%)
^{99}Ru	$5/2^+$	68,8	68,8	68,3
		95,4	95,4	95,4
		99,7	99,5	99,7
	$7/2^+$	68,4	68,7	68,3
		95,7	95,6	95,4
		99,7	99,6	99,7
	$9/2^+$	67,3	67,1	68,3
		95,4	95,3	95,4
		99,7	99,7	99,7
^{101}Ru	$5/2^+$	67,0	66,3	68,3
		94,5	94,0	95,4
		99,5	99,2	99,7
	$7/2^+$	68,3	68,4	68,3
		95,3	95,3	95,4
		99,7	99,6	99,7
	$9/2^{+1}$	67,0	66,6	68,3
		95,2	95,2	95,4
		99,8	99,7	99,7
	$9/2^{+2}$	67,2	66,8	68,3
		95,8	95,3	95,4
		99,8	99,6	99,7

Tabela 3.3.2: Porcentagem do conjunto de 5000 pontos sorteados na simulação de Monte Carlo que estão contidos nas regiões delimitadas pelas curvas de nível e pelas elipses de Gauss correspondentes a 68,3%, 95,4% e 99,7% dos eventos estatisticamente esperados.

A incerteza estatística esperada para um conjunto de 5000 eventos é de 1,4%. De acordo com os resultados apresentados na tabela anterior, a maior diferença entre os dois métodos foi de 1,3%, o que mostra que mesmo para o estado com maior variação existe uma concordância dentro do esperado. Para os outros estados às variações são consideravelmente menores, o que é excelente e mostra que os resultados obtidos são consistentes.

A Figura 3.3.3 apresenta duas vistas diferentes das superfícies de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados (C, δ^N) obtidos na simulação de Monte Carlo para cada um dos estados analisados. As cores foram atribuídas de modo a delimitar a região das curvas de nível com probabilidades de distribuição de 68,3%, 95,4% e 99,7%. O formato da superfície de χ^2 se aproxima ao de um parabolóide, que é o formato esperado após a linearização feita pelo método de Gauss e isso é verificado nos testes de todos os estados, como já foi discutido anteriormente.

$^{99}\text{Ru}(d,d')^{99}\text{Ru } 5/2^+$

$E_d = 13,0 \text{ MeV}$

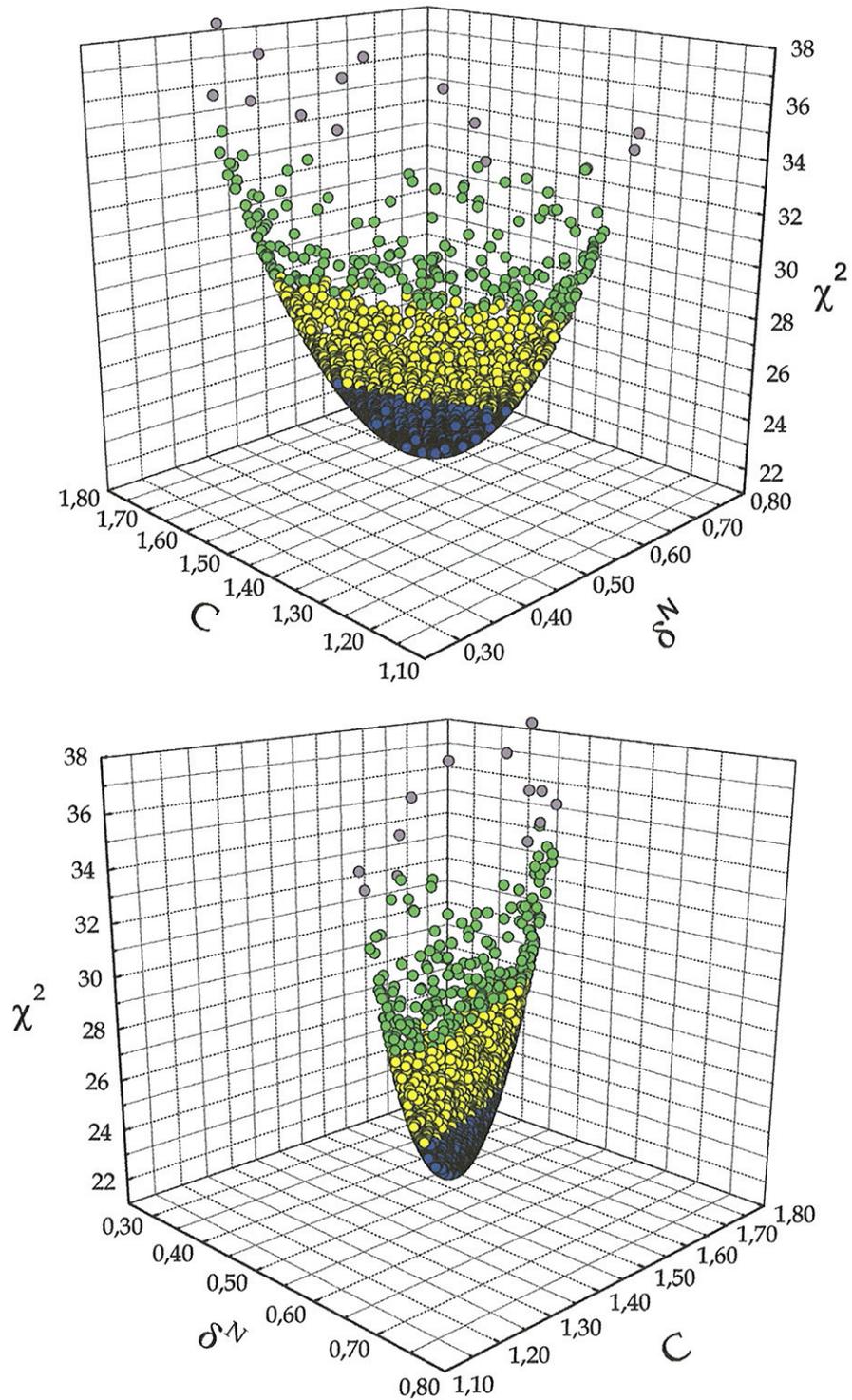


Figura 3.3.3: Distribuição da superfície de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados (C, δ^N), apresentada em duas vistas diferentes, obtidos da simulação de Monte Carlo, com o sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $5/2^+$ do ^{99}Ru .

$^{99}\text{Ru}(d,d')^{99}\text{Ru}$ $7/2^+$

$E_d = 13,0 \text{ MeV}$

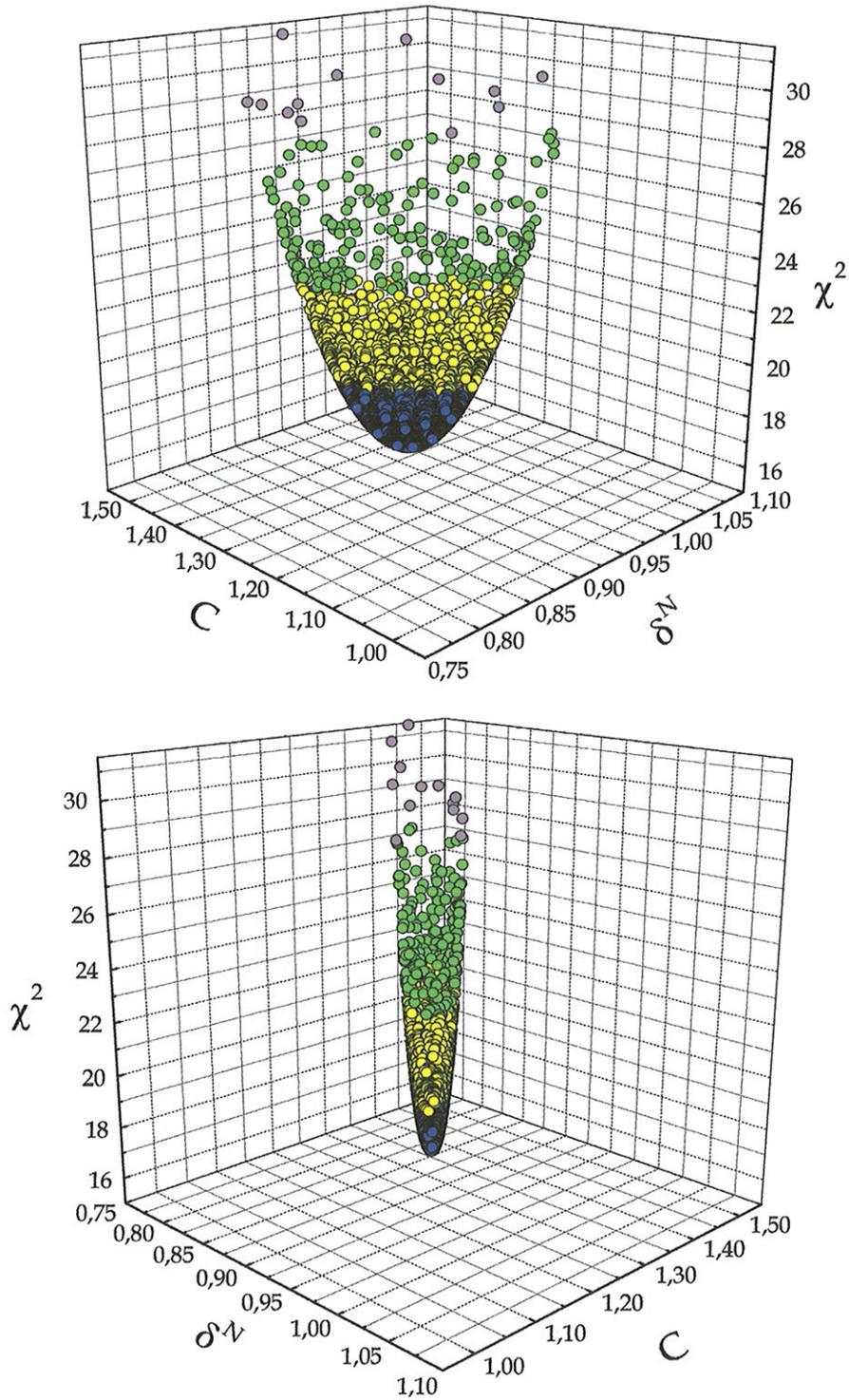


Figura 3.3.3: Distribuição da superfície de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados (C, δ^N), apresentada em duas vistas diferentes, obtidos da simulação de Monte Carlo, com o sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $7/2^+$ do ^{99}Ru .

$^{99}\text{Ru}(d,d')^{99}\text{Ru}$ $9/2^+$

$E_d = 13,0 \text{ MeV}$

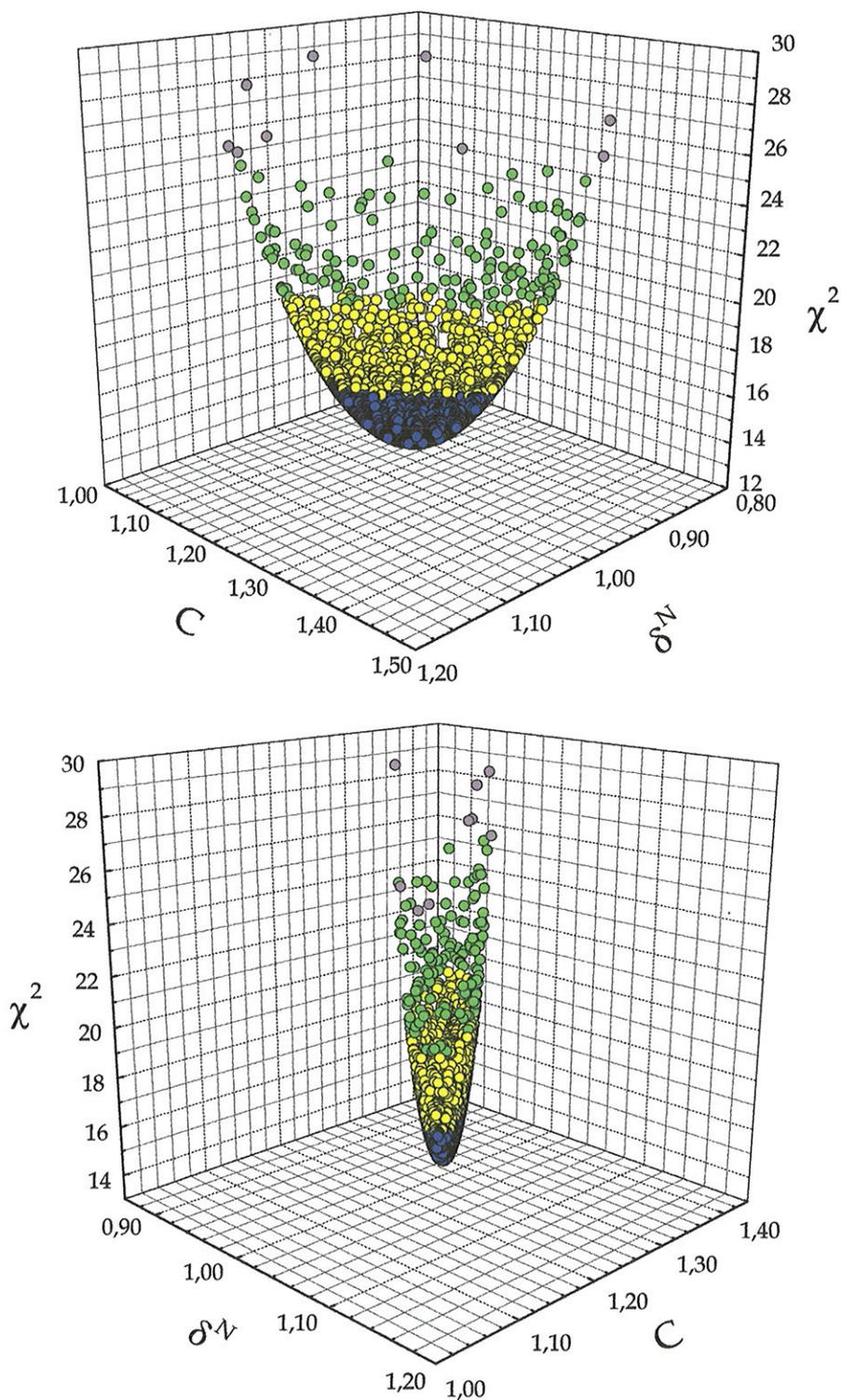


Figura 3.3.3: Distribuição da superfície de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados (C, δ^N), apresentada em duas vistas diferentes, obtidos da simulação de Monte Carlo, com o sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $9/2^+$ do ^{99}Ru .

$^{101}\text{Ru}(d,d')^{101}\text{Ru } 5/2^+$

$E_d = 13,0 \text{ MeV}$

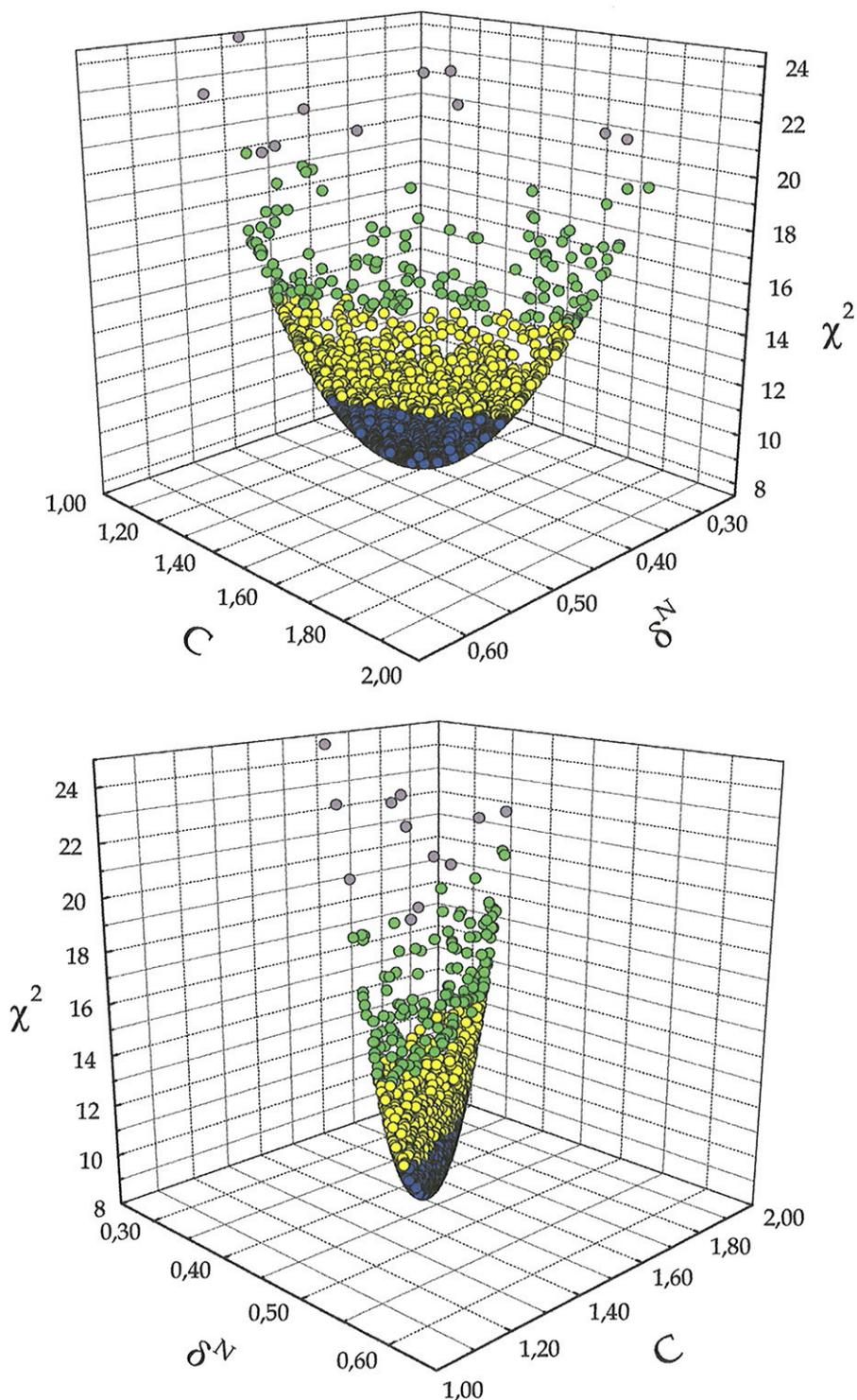


Figura 3.3.3: Distribuição da superfície de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados (C, δ^N) , apresentada em duas vistas diferentes, obtidos da simulação de Monte Carlo, com o sorteio de 5000 “novos” conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $5/2^+$ do ^{101}Ru .

$^{101}\text{Ru}(d,d')^{101}\text{Ru} \ 7/2^+$

$E_d = 13,0 \text{ MeV}$

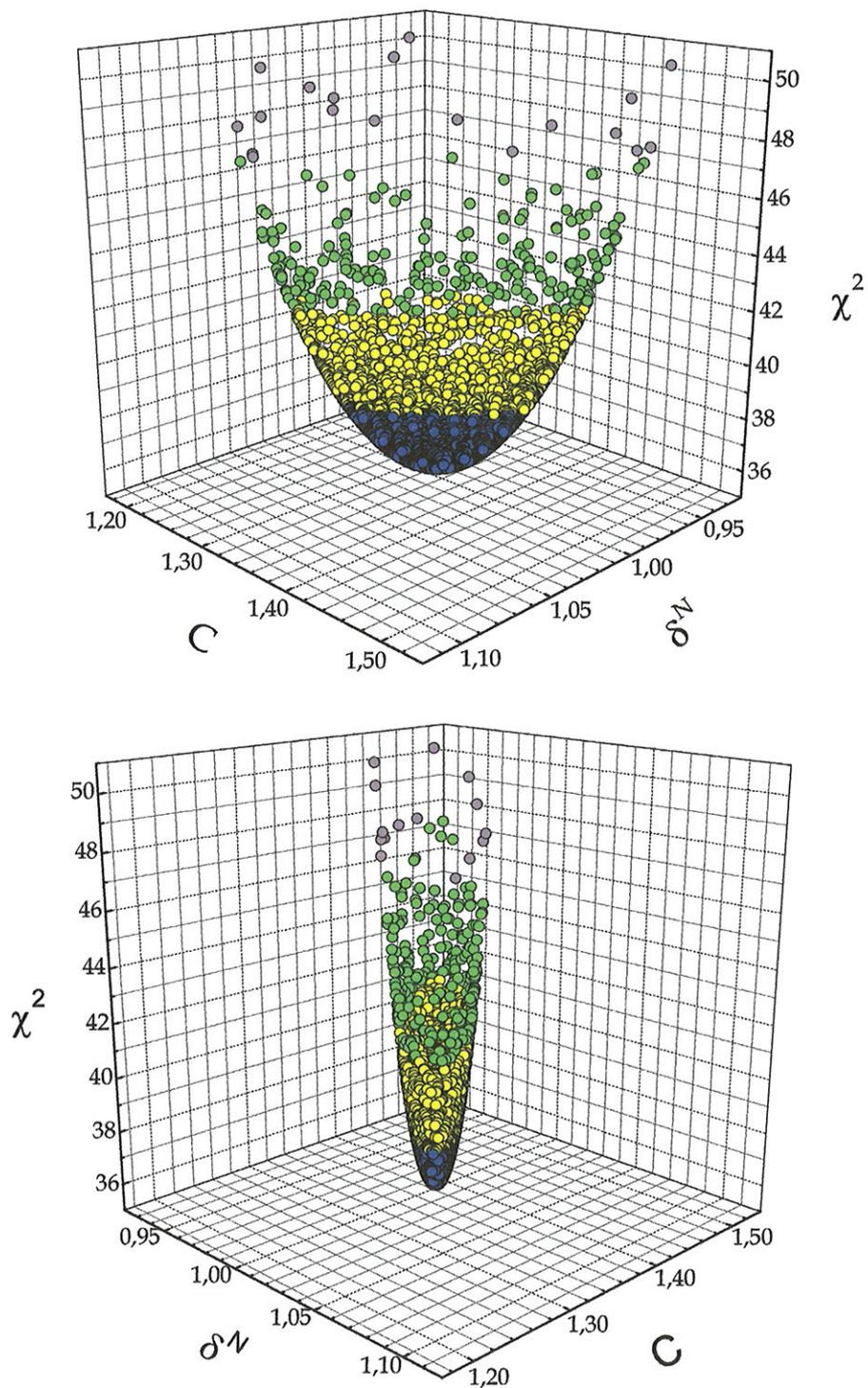


Figura 3.3.3: Distribuição da superfície de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados ($C, \delta N$), apresentada em duas vistas diferentes, obtidos da simulação de Monte Carlo, com o sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $7/2^+$ do ^{101}Ru .

$^{101}\text{Ru}(d,d')^{101}\text{Ru}$ $9/2^+$

$E_d = 13,0$ MeV

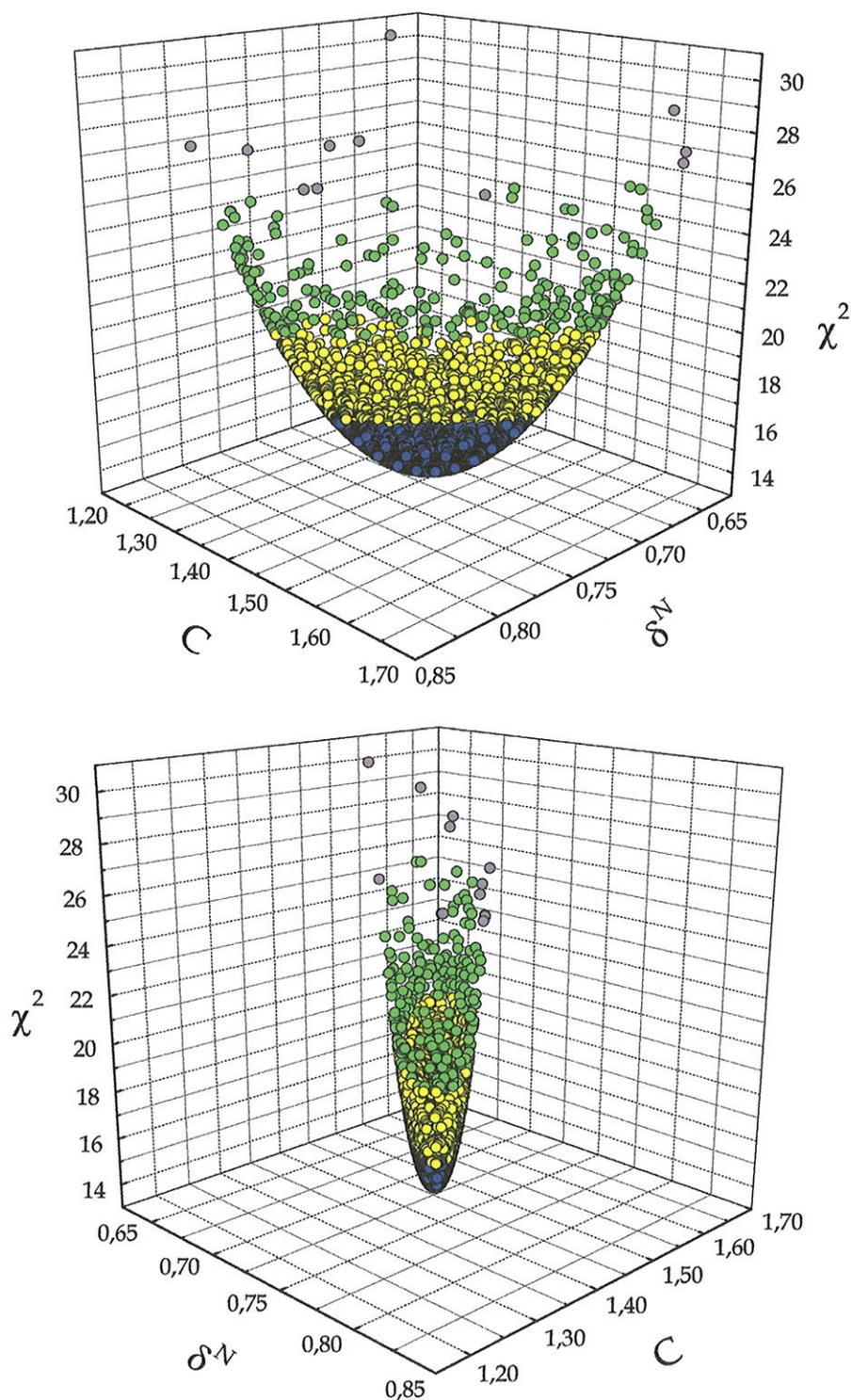


Figura 3.3.3: Distribuição da superfície de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados (C, δ^N) , apresentada em duas vistas diferentes, obtidos da simulação de Monte Carlo, com o sorteio de 5000 “novos” conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $9/2^+$ do ^{101}Ru .

$^{101}\text{Ru}(d,d')^{101}\text{Ru } 9/2^+_2$

$E_d = 13,0 \text{ MeV}$

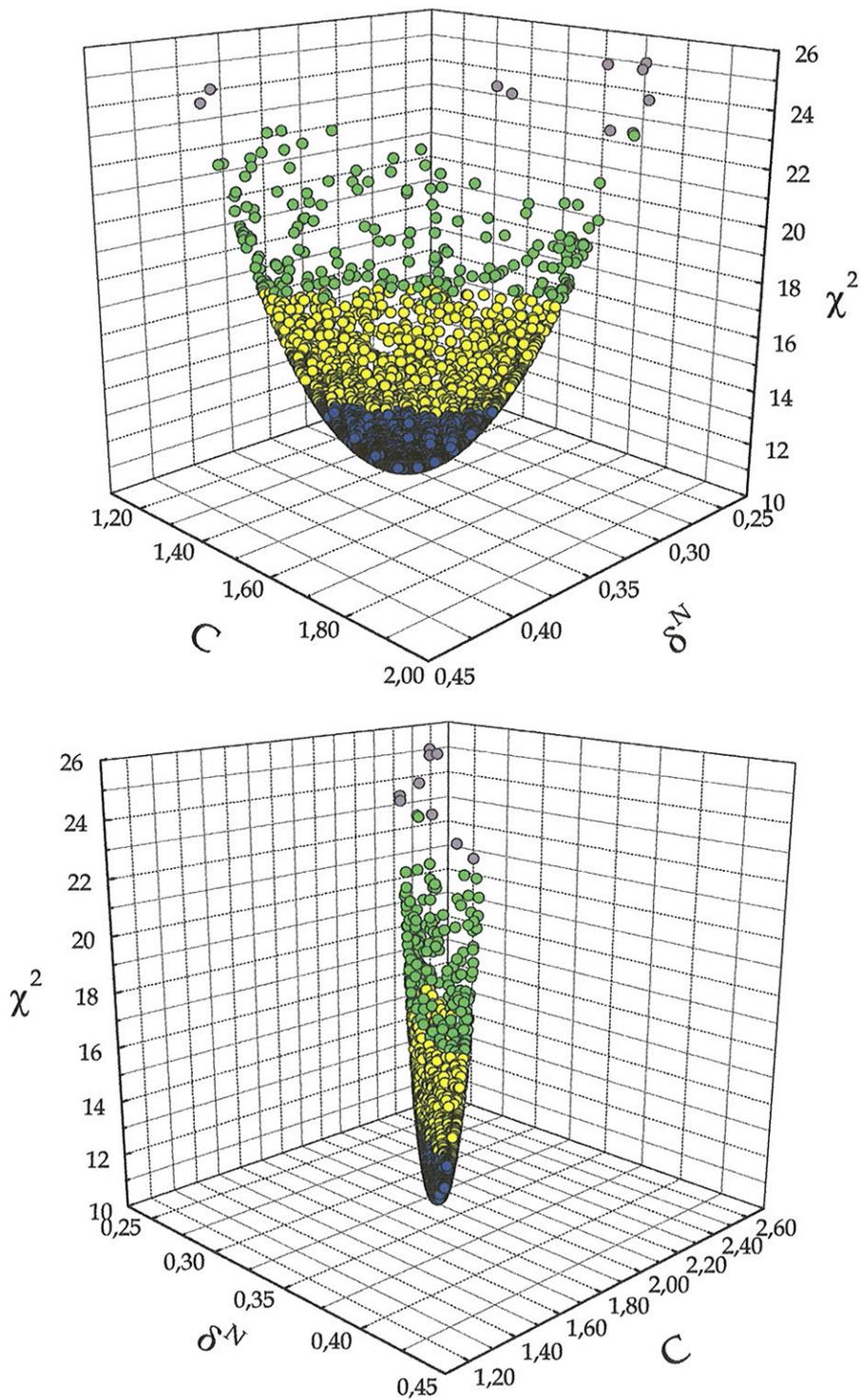


Figura 3.3.3: Distribuição da superfície de χ^2 no espaço dos parâmetros ajustados (C, δ^N), apresentada em duas vistas diferentes, obtidos da simulação de Monte Carlo, com o sorteio de 5000 "novos" conjuntos de pontos experimentais a partir dos dados do estado $9/2^+_2$ do ^{101}Ru .

Com o objetivo de estimar a resposta dos parâmetros C e δ^N extraídos a uma incerteza possivelmente assimétrica dos dados, foi realizado um ajuste aplicando o método de Gauss-Marquardt na maximização da função verossimilhança, considerando como função densidade de probabilidade, uma gaussiana deformada, com larguras a meia-altura σ distintas entre ambos os lados da gaussiana, conforme a seguinte expressão:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sigma_m \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_C)^2}{2\sigma_L^2}} \quad , \text{ se } x \leq x_C \\ \frac{1}{\sigma_m \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_C)^2}{2\sigma_H^2}} \quad , \text{ se } x > x_C \end{array} \right\},$$

onde $\sigma_m = \frac{\sigma_L + \sigma_H}{2}$.

Supondo que a microscopista tenha maior tendência a perder traços do que contar a mais (reconhecer incorretamente ou duplicar a contagem de um mesmo traço), foi feita a simulação considerando a incerteza 30% maior para o sentido de aumentar as contagens (σ_H , conforme a expressão). A Tabela 3.3.3 apresenta os valores obtidos com nova simulação (método 2) e comparados com os resultados já apresentados (método 1).

Núcleo	Estado	Método 1		Método 2	
		C	δ^N (fm)	C	δ^N (fm)
^{99}Ru	5/2 ⁺	1,47 (9)	0,53 (3)	1,47 (12)	0,52 (4)
	7/2 ⁺	1,25 (4)	0,91 (2)	1,26 (5)	0,90 (3)
	9/2 ⁺	1,23 (4)	1,03 (3)	1,22 (6)	1,02 (4)
^{101}Ru	5/2 ⁺	1,48 (11)	0,45 (3)	1,50 (15)	0,44 (3)
	7/2 ⁺	1,36 (3)	1,01 (2)	1,37 (5)	1,00 (2)
	9/2 ⁺¹	1,43 (6)	0,73 (2)	1,41 (7)	0,73 (3)
	9/2 ⁺²	1,61 (9)	0,37 (2)	1,61 (11)	0,37 (2)

Tabela 3.3.3: Comparação entre os valores de C e δ^N obtidos pelos dois diferentes métodos de ajuste, considerando simetria (método 1) e assimetria (método 2) na fdp dos dados.

Observa-se que os resultados praticamente não variaram, dentro das incertezas calculadas, portanto mostrando a baixa sensibilidade dos parâmetros a essa possível problemática experimental. A seguir é exibida na

Figura 3.3.4 a comparação de dois ajustes (1 e 2) sobre os dados das distribuições angulares dos estados $9/2^+$ do ^{99}Ru e $5/2^+$ do ^{101}Ru , escolhidos para ilustração, aonde fica difícil perceber a variação entre ambas as previsões.

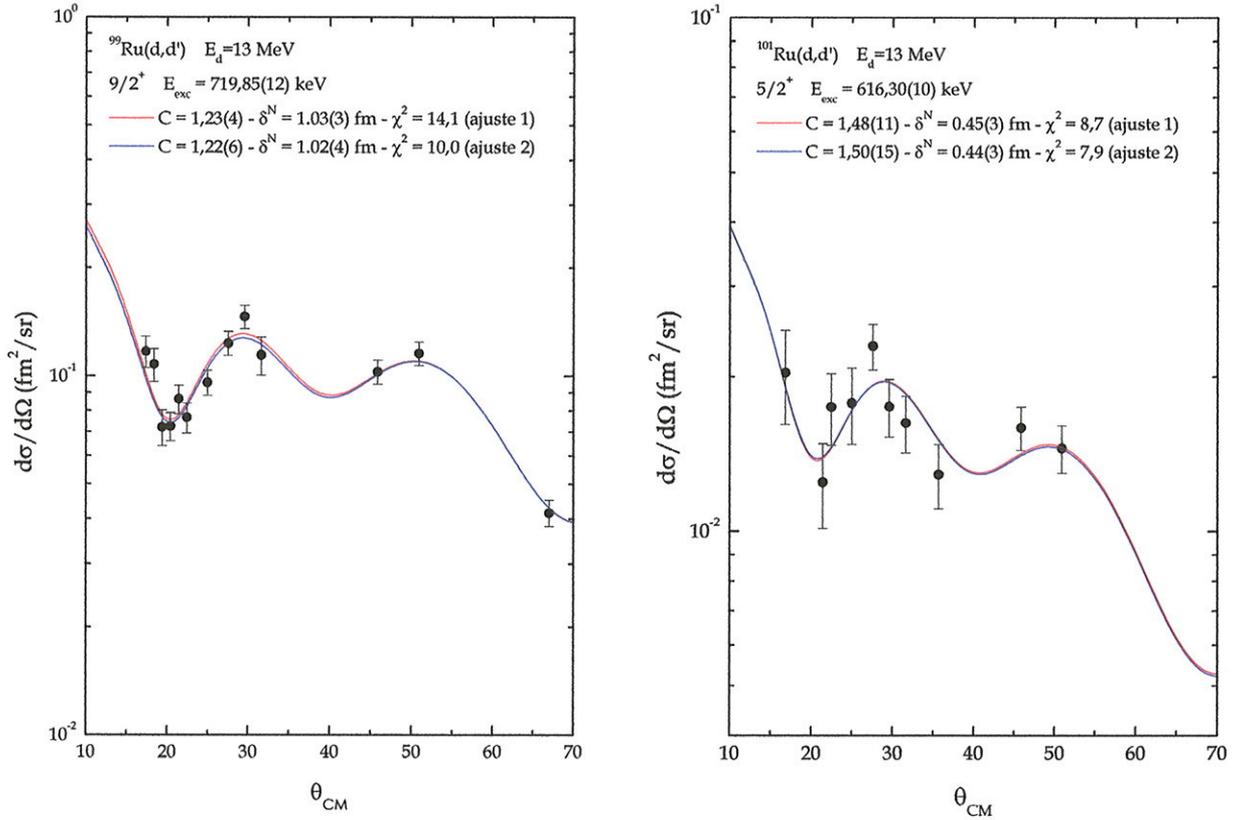


Figura 3.3.4: Comparação entre os valores de C e δ^N obtidos pelos dois diferentes métodos de ajuste, considerando simetria (ajuste 1) e assimetria (ajuste 2) na fdp dos dados.

Capítulo 4

Discussão e Conclusões

Neste capítulo são apresentados os principais resultados do presente trabalho, discutidos em comparação com os obtidos recentemente pelo grupo de Espectroscopia Nuclear com Íons Leves para os núcleos pares de Rutênio, utilizando a mesma metodologia. São também apresentados os valores de $B(E2)$ extraídos e comparados com os encontrados na literatura.

4.1 - Discussão dos resultados

No capítulo anterior foi descrita a forma de extração dos parâmetros $C = \delta_L^C / \delta_L^N$ (razão entre os comprimentos de deformação de carga e nuclear) através do exame do formato das distribuições angulares e δ_L^N (comprimento de deformação nuclear) pelo fator de escala do ajuste das previsões aos dados, obtidos em estudo da ICN no espalhamento inelástico com dêuterons, na excitação de estados coletivos.

A partir destes valores de C e δ_L^N são então calculados, conforme as equações obtidas no primeiro capítulo:

- a probabilidade reduzida de transição elétrica:

$$B(EL) = \left(\frac{3Z_A R_c^{L-1} \delta_L^C}{4\pi} \right)^2 e^2,$$

$$\text{onde } \delta_L^C = C \delta_L^N \text{ e } R_c = r_c A^{1/3}.$$

- a probabilidade reduzida da transição isoescalar:

$$B(ISL) = \left(\frac{3Z_A R_M^{L-1} \delta_L^N}{4\pi} \right)^2,$$

$$\text{onde } R_M = r_M A^{1/3}.$$

- a razão entre as probabilidades reduzidas de transição:

$$\frac{B(EL)}{B(ISL)} = \left(\frac{\delta_L^C R_C^{L-1} e}{\delta_L^N R_M^{L-1}} \right)^2 = e^2 C^2 \left(\frac{r_c}{r_M} \right)^{2L-2}$$

- a razão entre os momentos multipolares das distribuições de nêutrons e prótons:

$$\left| \frac{\mathbf{M}_n}{\mathbf{M}_p} \right| = \frac{A}{Z} \sqrt{\frac{e^2 B(ISL)}{B(EL)}} - 1 = \frac{1}{C} \frac{A}{Z} \left(\frac{r_M}{r_c} \right)^{L-1} - 1$$

onde, r_c e r_M são respectivamente, os raios reduzidos característicos da carga e da massa do núcleo. O valor utilizado para o raio reduzido característico da massa foi o determinado por Chung e Myers [Ch90], $r_M = 1,16$ fm.

Na Tabela 4.1.1 são apresentados os resultados da análise dos dados extraídos no espalhamento inelástico de dêuterons de 13,0 MeV em $^{99,101}\text{Ru}$, para estados associados ao multipletto correspondente à primeira excitação quadrupolar do caroço. As incertezas apresentadas para os parâmetros δ^N , $B(E2)$ e $B(IS2)$ incluem uma incerteza no fator de escala absoluto de 5%, já que se pretende a comparação entre os resultados das várias experiências. As incertezas de C e $B(E2)/B(IS2)$ são apenas estatísticas já que não entra o fator de escala no cálculo dessas grandezas. Para a razão $|M_n/M_p|$, os valores são apenas indicativos, portanto não é apresentada a incerteza.

Como já destacado no capítulo anterior, os valores obtidos para C e para a razão $|M_n / M_p|$ apontam para uma contribuição consideravelmente maior dos prótons em relação aos nêutrons. A razão entre os momentos multipolares deveria se aproximar da razão N/Z (1,25 para o ^{99}Ru e 1,30 para o ^{101}Ru), para a excitação do primeiro estado quadrupolar, quando se considera $r_M=r_C$ e $\delta^N=\delta^C$. Os resultados de $|M_n / M_p|$ não deixam dúvida quanto a maior contribuição dos prótons em relação aos nêutrons.

Núcleo	Estado	Energia (keV)	C	δ'^N (fm)	$B(E2)\uparrow$ (e^2b^2)	$B(IS2)$ (b^2)	$B(E2)/B(IS2)$ (e^2)	$ M_n/M_p $
^{99}Ru	5/2 ⁺	575,89 (11)	1,47 (9)	0,24 (1)	0,043 (3)	0,018 (2)	2,4 (3)	0,46
	7/2 ⁺	617,62 (13)	1,25 (4)	0,47 (2)	0,122 (7)	0,070 (5)	1,74 (11)	0,71
	9/2 ⁺	719,85 (12)	1,23 (4)	0,59 (2)	0,186 (11)	0,111 (9)	1,67 (12)	0,74
^{101}Ru	7/2 ⁺	545,115 (7)	1,36 (3)	0,52 (2)	0,180 (10)	0,088 (5)	2,04 (10)	0,61
	5/2 ⁺	616,30 (10)	1,48 (11)	0,20 (1)	0,032 (3)	0,0130 (16)	2,4 (4)	0,47
	9/2 ⁺¹	720,02 (5)	1,43 (6)	0,43 (2)	0,129 (8)	0,059 (5)	2,2 (2)	0,55
	9/2 ⁺²	928,77 (5)	1,61 (9)	0,22 (1)	0,043 (3)	0,0149 (15)	2,9 (3)	0,35

Tabela 4.1.1: Parâmetros C, δ'^N , B(E2), B(IS2), B(E2)/B(IS2) e $|M_n/M_p|$ obtidos da análise de ICN nos isótopos ímpares de Ru, com as respectivas incertezas. Os valores $r_C = 1,22$ fm e $r_m = 1,16$ fm foram utilizados para os cálculos. Energias adotadas do Nuclear Data Sheets [Pe94, Bl98].

4.2 – Informações teóricas para os núcleos ímpares de Ru

O presente trabalho não tem entre seus objetivos fazer uma descrição detalhada dos trabalhos teóricos que apresentam cálculos para os isótopos ímpares de Ru, objeto deste estudo. Pretende-se apenas expor uma visão geral sobre os poucos tratamentos teóricos publicados e realizar uma breve apreciação destes sob a luz dos novos resultados experimentais, que será comentada na próxima seção.

Os isótopos ímpares de Ru, apesar de terem sido objeto de várias interpretações aparentemente conclusivas, do ponto de vista teórico, ainda representam um desafio na busca de uma descrição consistente. Como exemplo deve-se destacar o trabalho de Whisnant et al. [Wh86] na interpretação do ^{99}Ru , utilizando o modelo partícula + rotor simétrico, com acoplamento de Coriolis, que foi capaz de reproduzir até algumas características aparentemente vibracionais do núcleo. Porém uma inspeção mais detalhada do cálculo mostra que para obter o ajuste, os autores tiveram que reduzir a coletividade do caroço par, na descrição do core ^{98}Ru , para metade do valor experimental conhecido e empregar o tratamento associado a um momento de inércia variável (VMI). Imanishi et al. [Im73], nos $^{101,103}\text{Ru}$, e Rekstad [Re75], no ^{103}Ru , também tiveram que considerar coletividades dos caroços reduzidas, produzindo ainda assim resultados bastante discrepantes

quando comparados com a experiência. Em particular, esses modelos não conseguiram colocar estados de paridade positiva e negativa na mesma escala absoluta de energia. Cálculos do tipo phonon + quase-partícula, também relatados para os estados de paridade positiva do ^{101}Ru , falharam ao tentar explicar a extensão da faixa de energia de excitação dos níveis, que de acordo com o modelo vibracional deveriam pertencer ao mesmo multiplete [Bh78, Va85]. O modelo de bósons-férmions interagentes (IBFM) parece ser mais promissor, visto que pode intrinsecamente descrever transições entre simetrias puras e se necessário, aumentar os tipos de bósons considerados, incluindo, por exemplo, bósons g. Na literatura são encontrados dois cálculos de IBFM2 para núcleos de Ru ímpar-par [Ari87, Ma91]. Estes partem de caroços de Ru pares descritos por parâmetros de Van Isacker e Puddu [Is80], utilizam valores ajustados para as interações bóson-férmion, publicando propriedades eletromagnéticas nos $^{99,101}\text{Ru}$ [Ari87, Ma91], abaixo de $\sim 1,1$ MeV de excitação, com algumas reproduções, mesmo que relativas, discordantes dos valores da literatura [Ki67, Ar87]. Na Tabela 4.3.2 apresentará uma comparação entre os resultados experimentais e estes cálculos.

A apreciação crítica das previsões com o acompanhamento da cadeia dos isótopos ímpares de Ru não está apresentada literatura.

4.3 – Resultados e informações da literatura

A metodologia empregada no presente trabalho se destaca pela obtenção de resultados da razão entre as probabilidades de transição de carga e massa com grande acurácia, visto que as incertezas de escala se cancelam, e como consequência essa razão é uma informação robusta do estudo da interferência coulombiana-nuclear na excitação do primeiro estado quadrupolar do caroço. Também se deve destacar que, de maneira geral, e em particular nos isótopos de Ru, informações sobre as probabilidades reduzidas de transição de massa ou isoescalares são muito escassas na literatura e medidas em núcleos par-ímpar são inéditas.

Na literatura são encontrados dois trabalhos de excitação coulombiana com medidas da probabilidade reduzida de transição elétrica, $B(E2)$, excitação dos estados do multiplete em exame nos isótopos ímpares de Ru [Ki67, Ar87]. Vale ressaltar, porém, que apenas os resultados para o ^{99}Ru foram adotados pelo Nuclear Data Sheets [Pe94] e que os resultados para o ^{101}Ru não constam como adotados naquela compilação [B198]. Estas grandezas são comumente medidas e utilizadas para inferir a coletividade no seguimento de cadeias de isótopos, pela sua importância na caracterização das transições nucleares. A probabilidade $B(E2)$ não é a principal informação resultante das medidas de ICN, entretanto é certamente indicativa a comparação entre os valores extraídos e os encontrados na literatura que com referência aos núcleos em exame é antiga e apresenta incertezas comparáveis. A Tabela 4.3.1 apresenta essa comparação.

Núcleo	Estado	Presente trabalho	[Ki67]	[Ar87]
		$B(E2)\uparrow (e^2b^2)$	$B(E2)\uparrow (e^2b^2)$	$B(E2)\uparrow (e^2b^2)$
^{99}Ru	5/2 ⁺	0,043 (3)	0,024 (3)	0,031 (3)
	7/2 ⁺	0,122 (7)	0,083 (8)	0,082 (9)
	9/2 ⁺	0,186 (11)	0,128 (15)	0,207 (21)
^{101}Ru	5/2 ⁺	0,032 (3)	0,012 (2)	0,127 (12)
	7/2 ⁺	0,180 (10)	0,140 (10)	
	9/2 ⁺¹	0,129 (8)	0,102 (8)	
	9/2 ⁺²	0,043 (3)	0,010 (+10;-5)	

Tabela 4.3.1: Medidas de $B(E2)$ obtidos da análise de ICN nos isótopos ímpares de Ru, com as respectivas incertezas e comparados com valores encontrados na literatura [Ki67, Ar87].

Na inspeção da Tabela 4.3.1, nota-se que os resultados da presente análise para a probabilidade de transição elétrica $B(E2)$, são sistematicamente maiores do que os encontrados na literatura, para ambos os isótopos. A exceção é o resultado de Arora et al [Ar87] para estado 9/2⁺ do ^{99}Ru , que em concordância com o atual trabalho mostra também um valor bastante superior ao indicado por Kistner e Schwarzschild [Ki67]. Para o ^{99}Ru o presente trabalho apresenta resultados mais próximos aos obtidos nas outras duas referências, mas ainda assim com diferenças entre 20% e 50% dos respectivos

valores médios. Para o ^{101}Ru , o trabalho de Arora et al. [Ar87] apresenta apenas um resultado para excitação de estados observados no presente trabalho, entretanto este indica acordo com o valor obtido por Kistner e Schwarzschild [Ki67].

São alinhavados a seguir alguns comentários indicativos de possíveis dificuldades nas análises de Arora et al. [Ar87] e Kistner e Schwarzschild [Ki67]. No trabalho citado em primeiro lugar salienta-se a utilização de alvos de Ru natural, com grande superposição de picos de vários isótopos nos espectros medidos. No segundo trabalho a qualidade pobre dos espectros certamente prejudicou a análise. Por outro lado, no presente trabalho pode ter ocorrido, nas medidas do ^{101}Ru , pequena contaminação, no pico associado à excitação do estado $5/2^+$, de um estado $1/2^+$ próximo, entretanto fica difícil justificar um fator da ordem de três em $B(E2)$. Salienta-se ainda a existência de outro estudo de excitação coulombiana nos $^{99,101}\text{Ru}$ utilizando feixe de ^{14}N [Er74], porém este adotou os resultados de Kistner e Schwarzschild [Ki67] para a análise de outras grandezas.

Os procedimentos que poderiam explicar os valores sensivelmente maiores extraídos na presente análise em relação aos demais trabalhos, como problemas na normalização ou contaminação foram descartados após diversas releituras criteriosas dos dados e pela boa descrição da distribuição elástica. Com o intuito de certificar que os valores reportados por Kistner e Schwarzschild [Ki67] não são aceitos pelos dados obtidos no presente trabalho, a Figura 4.3.1 apresenta a distribuição angular de dois estados, a saber, do $7/2^+$ do ^{99}Ru e do $9/2^+$ do ^{101}Ru ; o primeiro foi escolhido, pois existe uma diferença de quase 50% entre os valores de $B(E2)$, o que representa a diferença típica observada entre os dois trabalhos e este valor obtido por Kistner e Schwarzschild [Ki67] é corroborado pelo trabalho de Arora et al. [Ar87], com grande concordância. Por outro lado, para o segundo, a presente análise aponta um valor quatro vezes maior do que o obtido por Kistner e Schwarzschild [Ki67], respondendo pela maior diferença observada. Em cada uma dessas distribuições angulares foram feitos dois ajustes ilustrados na

Figura 4.3.1. O primeiro, com C e δ^N livres, reproduz a análise feita neste trabalho. O segundo ajuste fixa o valor de δ^C , extraído do valor de $B(E2)$ apresentado por Kistner e Schwarzschild [Ki67], ajustando apenas um parâmetro livre, δ^N .

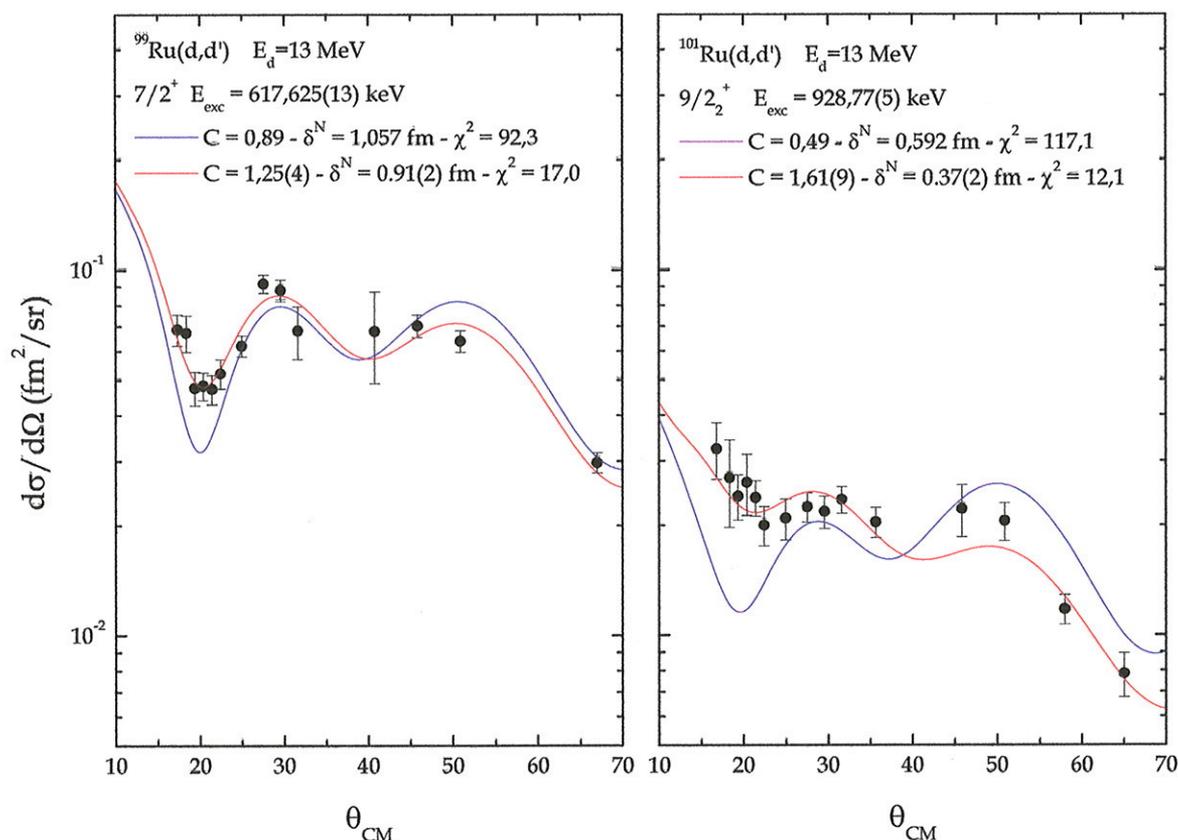


Figura 4.3.1: Distribuições angulares experimentais e curvas ajustadas. A curva em vermelho corresponde ao melhor ajuste, resultante da minimização de χ^2 com C e δ^N livre e a curva em azul corresponde ao ajuste de δ^N , mantendo δ^C fixo no valor extraído de $B(E2)$ de Kistner e Schwarzschild [Ki67].

Da inspeção da Figura 4.3.1, percebe-se que o ajuste para o estado $7/2^+$ do ^{99}Ru utilizando-se do valor de δ^C adotado do trabalho de Kistner e Schwarzschild [Ki67] não se adapta à distribuição angular, principalmente na região do primeiro mínimo da curva, que é o grande responsável pela determinação do parâmetro C . No caso extremo do estado $9/2_2^+$ do ^{101}Ru , o ajuste resultante é completamente inadequado. Os dados medidos não são compatíveis com os valores de $B(E2)$ de Kistner e Schwarzschild [Ki67].

A seguir, a Tabela 4.3.2 apresenta a comparação dos resultados experimentais de $B(E2)$ com as previsões de cálculos IBFM2 dos trabalhos de Arias et al. [Ari87] e Maino et al. [Ma91]:

Núcleo	Estado	$B(E2\uparrow)$ (e^2b^2)			
		Presente trabalho	[Ki67]	[Ari87]*	[Ma91]*
^{99}Ru	$5/2^+$	0,043 (2)	0,024 (3)	0,020	0,040
	$7/2^+$	0,122 (5)	0,083 (8)	0,081	0,165
	$9/2^+$	0,186 (7)	0,128 (15)	0,130	0,253
^{101}Ru	$5/2^+$	0,032 (2)	0,012 (2)	0,028	0,025
	$7/2^+$	0,180 (6)	0,140 (10)	0,133	0,113
	$9/2^+_{-1}$	0,129 (6)	0,102 (8)	0,177	0,140
	$9/2^+_{-2}$	0,043 (2)	0,010 (+10;-5)	0,00008	0,007

Tabela 4.3.2: Comparação de medidas de $B(E2)$ com previsões teóricas. * Cálculos IBFM2.

Para o ^{99}Ru nota-se que os dois trabalhos teóricos têm resultados com grande discordância, que diferem por um fator dois. Arias et al. [Ari87] utilizaram os resultados experimentais obtidos por [Ki67] para a escolha de parâmetros de cálculo, de forma a ajustar os resultados experimentais. Os resultados apresentados no trabalho presente para o ^{99}Ru se posicionam entre os dois resultados teóricos. Nota-se que apenas o resultado de Maino et al. [Ma91] para o estado $5/2^+$ está de acordo com os resultados do atual trabalho. Para o ^{101}Ru , as previsões teóricas em melhor acordo entre si, falham de maneira clara ao prever a redução de $B(E2)$ para o estado $9/2^+_{-1}$ em relação ao estado $7/2^+$. A maior intensidade observada neste trabalho para o estado $9/2^+_{-2}$ também não é reproduzida. Os resultados teóricos discordam também quanto à evolução da probabilidade de transição com a inclusão de dois nêutrons. Enquanto Arias et al. [Ari87] prevê um aumento dos valores de $B(E2)$ no ^{101}Ru em relação ao ^{99}Ru , Maino et al. [Ma91] conclui por sua redução. Espera-se que os resultados e informações inéditas obtidos no presente trabalho desempenhem papel importante para uma melhor descrição teórica para estes núcleos.

A Figura 4.3.2 mostra, para apreciação global, os valores de δ^N e da razão $B(E2)/B(IS2)$ nos isótopos $^{99,101}\text{Ru}$, aonde se escolheu representar para os núcleos ímpares δ^N e não δ'^N para facilitar a discussão. Indica também com uma área hachurada na cor laranja, os respectivos valores dessas grandezas, para os possíveis estados-pai dos multipletos. A faixa representada está

centrada nos valores experimentais das energias do primeiro estado quadrupolar do isótopo de massa imediatamente superior ao do núcleo considerado, estende-se arbitrariamente por 250 keV para mais e para menos, e sua largura representa a incerteza da medida. Os resultados para os núcleos de $^{100,102}\text{Ru}$ foram obtidos pelo estudo de ICN em espalhamento inelásticos com partículas α [Go96].

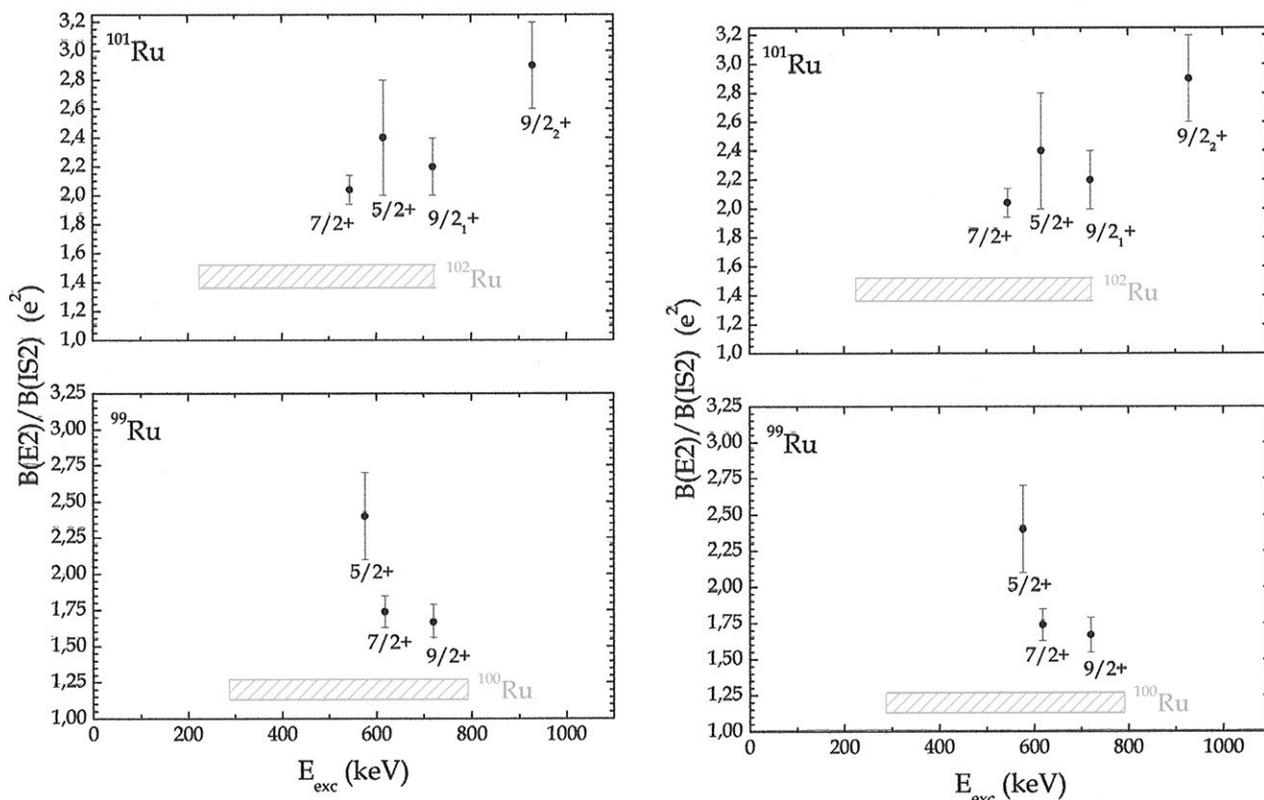


Figura 4.3.2: Representação de δ^N , $B(E2)/B(IS2)$ e do estado-pai do multipletto associado à primeira transição quadrupolar nos isótopos ímpares do Ru.

Destaca-se na representação dos resultados de δ^N a menor intensidade nos núcleos ímpares em comparação com os pares. Entretanto, para os estados $7/2^+$ e $9/2^+$, considerando para o ^{101}Ru a soma dos valores associados a cada um dos dois estados $9/2^+$ detectados, a diferença em relação ao núcleo par é relativamente pequena. Esta diferença é muito menor do que a utilizada nos cálculos teóricos [Wh86, Im73, Re75] para a descrição dos isótopos ímpares de Ru. Como já comentado, no ^{101}Ru , nota-se o fracionamento da intensidade do estado $9/2^+$ entre dois estados (a 719,9 keV e 928,9 keV), cuja soma dos valores de δ^N aproxima-se do respectivo valor do ^{102}Ru tanto quanto o estado $7/2^+$. Os

estados $5/2^+$ apresentam comprimento de deformação nuclear bem inferior ao esperado, conforme comentado anteriormente, em torno de metade do valor do núcleo par vizinho. O fato de os estados $1/2^+$ e $3/2^+$ não terem sido sequer identificados, apesar de suas posições serem conhecidas no espectro, representa um indício de que estes também apresentam intensidade reduzida além do esperado. Fica claro da inspeção dessa figura que a mistura dos graus de liberdade coletivos e de partícula independente nos $^{99,101}\text{Ru}$ não são suficientes para destruir, nos estados atingidos no espalhamento inelástico pela transferência de $L=2$, a relação com os estados coletivos do caroço, embora os valores de δ^N do caroço não sejam perfeitamente reproduzidos.

Os gráficos de $B(E2)/B(IS2)$ ratificam a maior contribuição dos prótons sobre os nêutrons. Os estados menos populados ($5/2^+$ e $9/2_2^+$) apresentam essa característica de forma mais acentuada que os estados mais populados. De fato a razão $B(E2)/B(IS2)$ deveria tender a unidade (em termos de e^2) para estados em que a contribuição dos prótons e dos nêutrons seja a mesma (proporcional a seus respectivos números, Z e N). O que se percebe é que tanto para os núcleos pares, como para os ímpares, a contribuição dos prótons é maior que a dos nêutrons. Nos núcleos ímpares de Ru, a adição/subtração de um nêutron, em relação ao isótopo par, provoca mudanças drásticas no comportamento de $B(E2)/B(IS2)$.

Os valores de $B(E2)$ obtidos no presente trabalho deveriam, dentro da descrição simplista em que a quase-partícula $d_{5/2}$ se comporta como espectadora na excitação do caroço, poder ser comparados com os valores adotados na literatura [Ra01] para os núcleos pares, somando as contribuições de todos os estados do multipletto. A Tabela 4.3.3 exhibe para os núcleos de ^{99}Ru e ^{101}Ru as somas dos valores de $B(E2)$ dos estados em exame no presente trabalho e os valores compilados [Ra01] para os núcleos do ^{98}Ru , ^{100}Ru e ^{102}Ru .

Núcleo	Energia (keV)	B(E2) (e^2b^2)
^{98}Ru	652,44 (4)	0,392 (12)
^{99}Ru	*	0,351 (13)*
^{100}Ru	539,506 (5)	0,490 (5)
^{101}Ru	*	0,384 (13)*
^{102}Ru	475,079 (24)	0,630 (10)

Tabela 4.3.3: Medidas de B(E2) para a primeira transição quadrupolar nos núcleos $^{98-102}\text{Ru}$.

* Para os núcleos ímpares está representada a soma das contribuições de todos os estados detectados que formam o multiplete ($1/2^+ - 9/2^+$).

A tabela mostra que nos núcleos ímpares, o multiplete revela grande parentesco com os possíveis estados-pai de seus vizinhos pares, mantendo a maior parte da coletividade. Comparando com o núcleo de massa imediatamente inferior, a soma dos B(E2) dos estados do multiplete do ^{99}Ru representa 90% do valor de B(E2) do ^{98}Ru (sendo que os estados $1/2^+$ e $3/2^+$ não foram observados, e estes deveriam representar 20% da soma total) e no caso do ^{101}Ru , mantém-se 78% do valor de B(E2) do ^{100}Ru .

4.4 - Comentários finais

“Interferência Coulombiana-Nuclear no Espalhamento Inelástico de Dêuterons por $^{99,101}\text{Ru}$ ” é um trabalho inédito, que focaliza a primeira excitação quadrupolar dos caroços. Apresenta medidas obtidas com a utilização do sistema Pelletron - Espectrógrafo Magnético Enge com detecção em chapas de emulsões nucleares, essenciais para a obtenção de dados com a qualidade necessária.

A extração dos parâmetros C e δ^N foi obtida através da comparação das distribuições angulares experimentais com as previsões teóricas calculadas pela descrição DWBA-DOMP do espalhamento, utilizando parâmetros globais de potencial óptico [Pe76]. Desses parâmetros calcularam-se a razão $B(E2)/B(IS2)$, e $B(IS2)$. A probabilidade reduzida de transição elétrica B(E2) é também extraída, porém com precisão inferior do que a obtida por outros métodos, embora esse não seja o caso com relação aos núcleos em exame. É importante salientar que a coletividade é, em geral, analisada apenas através

da probabilidade reduzida de transição elétrica, $B(E2)$ (carga), por falta de informações sobre $B(IS2)$.

Os resultados de $B(E2)/B(IS2)$ e $B(IS2)$ do presente trabalho são inéditos. A razão $B(E2)/B(IS2)$ que deveria, dentro de uma descrição simplista, reproduzir a característica do estado-pai, com valores ao redor de 1 (e^2), no modelo coletivo homogêneo, aponta valores entre 1,67(12) e 2,4(3) (e^2) no ^{99}Ru e entre 2,04(10) e 2,9(3) (e^2) no ^{101}Ru . Estes são superiores aos calculados para os núcleos pares a partir de medidas de Gomes et al. [Go96], com valores de 1,20(7) e 1,44(8) (e^2) respectivamente para ^{100}Ru e ^{102}Ru . Nota-se, quer para os núcleos pares, quer para os ímpares, contribuição maior dos prótons do que a dos nêutrons na primeira excitação quadrupolar. O valor de $B(IS2)$ é proporcional ao quadrado de δ^{iN} , entretanto a comparação com o estado-pai é evidenciada com a utilização do parâmetro δ^N . Na presente análise, estes se revelam na faixa de 0,53(3) a 1,01(3) fm para o ^{99}Ru e 0,37(2) e 1,01(2) fm para o ^{101}Ru , inferiores aos obtidos por Gomes et al. [Go96], que aponta valores de 1,11(3) fm para o ^{100}Ru e 1,12(3) fm para o ^{102}Ru , não se registrando, entretanto, indicação de ruptura da estrutura simples de multipletto. Por outro lado, medidas de $B(E2)$ da literatura [Ki67, Ar87] não concordam entre si e nem se mostram consistentes com os valores obtidos na presente análise.

Ressalta-se que a validação da metodologia para a análise da ICN foi obtida nos estudos de núcleos par-par na região de $A \sim 100$ [Go96, Du97, Uk01, Ro04] e $A \sim 70$ [Ba05], com dêuterons, alfas e ^6Li como projéteis. O presente trabalho inaugura a aplicação desta metodologia em núcleos par-ímpar com forte indicação de sucesso, abrindo possibilidades para novas investigações detalhadas da ICN em cadeias isotópicas em regiões de transição contribuindo para uma escolha mais robusta de parâmetros em cálculos teóricos.

Apêndice A

Método Iterativo de Gauss-Marquardt

O método iterativo de Gauss [Va96, Pr89] consiste em aproximar $g(x_i; \mathbf{a})$ por sua expansão de primeira ordem dada pela série de Taylor em torno de uma estimativa \mathbf{a}' , que supõe-se próximo do valor de $\hat{\mathbf{a}}$,

$$g(x; \hat{\mathbf{a}}) \cong g(x; \mathbf{a}') + \sum_{k=1}^m \left. \frac{\partial g(x; \mathbf{a})}{\partial a_k} \right|_{\mathbf{a}'} (a_k - a'_k).$$

A aproximação é tanto melhor quanto mais próximo estiver \mathbf{a}' de $\hat{\mathbf{a}}$.

Encontrar o mínimo de $Q = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - g(x_i; \hat{\mathbf{a}})}{\sigma_i} \right]^2$, em função da diferença

$\Delta a_k = a_k - a'_k$, recai na solução de um sistema linear em $\Delta \mathbf{a}$.

O mínimo de Q é calculado resolvendo-se a equação:

$$D = M \cdot \Delta \mathbf{a},$$

cujas solução é dada por:

$$\Delta \mathbf{a} = M^{-1} \cdot D, \quad (1.1)$$

onde o vetor D é dado por:

$$D_k = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} [y_i - g(x_i; \mathbf{a}')] \left. \frac{\partial g(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_k} \right|_{\mathbf{a}'}, \quad (1.2)$$

e a matriz M , por:

$$M_{kl} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left. \frac{\partial g(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_k} \right|_{\mathbf{a}'} \left. \frac{\partial g(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_l} \right|_{\mathbf{a}'}. \quad (1.3)$$

Com a solução de $\Delta\mathbf{a}$, obtemos os novos parâmetros, $\mathbf{a}'' = \mathbf{a}' + \Delta\mathbf{a}$ (1.4), e é repetido o cálculo com os novos valores, num processo iterativo. O método converge quando o vetor $\Delta\mathbf{a}$ é nulo, indicando a identificação de um mínimo.

Da última iteração obtém-se a estimativa de $\tilde{\mathbf{a}}$ e a matriz \mathbf{M}^{-1} , é a matriz de covariância dos parâmetros.

Marquardt propôs uma modificação de modo a tornar o método mais elegante, com convergência mais suave. Foi inserido o fator λ , usado para controle da convergência, na equação (1.3).

$$M_{kl} = (1 + \delta_{kl}\lambda) \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left. \frac{\partial g(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_k} \right|_{\mathbf{a}'} \left. \frac{\partial g(x_i; \mathbf{a})}{\partial a_l} \right|_{\mathbf{a}'}. \quad (1.5)$$

Quando λ é muito grande, os elementos diagonais da matriz \mathbf{M} dominam. Já com $\lambda=0$, recaímos novamente no método de Gauss. A receita de Marquardt para o ajuste dos parâmetros é a seguinte:

- 1) Calcular $\chi^2(\mathbf{a})$;
- 2) Escolher um valor modesto para λ , algo como $\lambda=10^{-3}$;
- 3) Resolver a equação (1.1) com a matriz \mathbf{M} dada por (1.5) e obtém-se $\Delta\mathbf{a}$;
- 4) Se $\chi^2(\mathbf{a}' + \Delta\mathbf{a}) \geq \chi^2(\mathbf{a})$, multiplicar λ por 10 e retornar para o passo 3.
- 5) Se $\chi^2(\mathbf{a}' + \Delta\mathbf{a}) \leq \chi^2(\mathbf{a})$, dividir λ por 10, atualizar a solução tentativa $\mathbf{a}'' = \mathbf{a}' + \Delta\mathbf{a}$ e este é re-introduzido no passo 3. Caso λ se torne muito pequeno, algo em torno da precisão esperada para os parâmetros ajustados (no caso foi utilizado o critério $\lambda \geq 10^{-8}$), faz-se $\lambda=0$, antes de retornar ao passo 3.

O critério de parada do algoritmo usado foi à análise da variação do χ^2 ou quando $\Delta\mathbf{a}$ tornar-se nulo; o que ocorrer primeiro. Caso χ^2 tenha variação entre um passo e outro menor que um determinado valor (na implementação feita este valor pode ser escolhido entre 10^{-5} e 10^{-15}), termina-se o processo de

cálculo caso λ seja nulo, caso contrário este é anulado e o processo é repetido uma última vez. Como o processo é terminado apenas com $\lambda=0$, o cálculo da incerteza é realizado da mesma forma que o método de Gauss.

Aplicação do método

Aplicando o método para o ajuste da seção de choque prevista aos dados experimentais, temos que os parâmetros livres da curva a serem ajustados são δ_N (comprimento de deformação massa) e C (razão entre o comprimento de deformação de carga e massa).

A curva da seção de choque prevista (representada por σ) pelo software DWUCK4 é uma função discreta. Por isso, sempre é realizada uma interpolação (por um polinômio de Lagrange de ordem entre 2 e 10) dos pontos discretos para se obter o valor da seção de choque prevista em um ângulo θ qualquer.

Para a montagem das matrizes D e M é realizada a estimativa da derivada da curva, visto que esta não pode ser representada por uma expressão matemática explicitamente dependente dos parâmetros. Assim o cálculo da derivada, em relação a um parâmetro, é feito através da variação na seção de choque prevista, provocada por uma variação de um dos parâmetros com os outros mantidos fixos. Ou seja:

$$\left. \frac{\partial \sigma(\theta; C; \delta_N)}{\partial C} \right|_{a'} \cong \frac{\sigma(\theta; C' + \Delta C'; \delta_N) - \sigma(\theta; C' - \Delta C'; \delta_N)}{2\Delta C'}$$

$$\left. \frac{\partial \sigma(\theta; C; \delta_N)}{\partial \delta_N} \right|_{a'} \cong \frac{\sigma(\theta; C; \delta'_N + \Delta \delta'_N) - \sigma(\theta; C; \delta'_N - \Delta \delta'_N)}{2\Delta \delta'_N},$$

com a variação nos parâmetros pequena, o valor calculado se aproxima da derivada no ponto a' .

Com isso as matrizes (1.2) e (1.5) podem ser construídas e então o procedimento de Marquardt deve ser seguido.

Para o ajuste da seção de choque prevista aos dados obtidos, o método mostrou-se bastante eficiente, convergindo em média em cinco iterações. Vale lembrar que o sucesso na aplicação do método de Gauss-Marquardt depende da escolha inicial. No objeto de estudo, esse problema não se observa por tratar-se de uma curva razoavelmente bem comportada e os parâmetros ajustados estarem limitados a um domínio bastante restrito.

Referências

- [Ar87] B.K. Arora, D. Mehta, Rakesh Ranhi, T.S. Cheema e P.N. Trehan, Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res., B24/25, 460 (1987).
- [Ari87] J. M. Arias, C. E. Alonso, and M. Lozano, Nucl. Phys. A466, 295 (1987).
- [Ba62] R. H. Bassel, G. R. Satchler, R. M. Drisko and E. Ross, *Phys. Rev.* 128, 2693 (1962).
- [Ba63] W. H. Barkas, Nuclear research emulsions (Academic Press, New York, vol I 1963).
- [Ba98] M.D.L. Barbosa, T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue, J.L.M. Duarte, G.M. Ukita e L.C. Gomes - "Single Particle Strength in ^{103}Ru with the ^{102}Ru (d,p) Reaction". *Phys. Rev.* C58 (1998) 2689-2702.
- [Ba05] M.D.L. Barbosa, T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue, J.L.M. Duarte, C.L. Rodrigues, M.R.D. Rodrigues, and G.M. Ukita, *Phys. Rev. C* 71, 024303 (2005).
- [Be69] A. M. Bernstein, *Adv. Nucl. Phys.* 3, 325 (1969).
- [Bh78] S. Bhattacharaya and S. K. Basu, *Phys. Rev. C* 18, 2765 (1978).
- [Bh93] A. Bharti and S. K. Khosa, Nucl. Phys. A572, 317 (1993).
- [Bl98] J. Blachot, Nuclear Data Sheets for A = 101, Nuclear Data Sheets 83, 1 (1998).
- [Bo75] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Benjamin, New York, (1975).
- [Bo97] T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue, G.M. Ukita, L.C. Gomes and J.L.M. Duarte - "Comparative Studies of B(IS2) and B(E2) in the Region of A ~ 100". Proceedings of the 8th International Conference On Nuclear Reaction Mechanisms, Varenna, Italy, June/1997, Ricerca Scientifica ed Educazione Permanente, Supp. 111, Università degli studi di Milano, 587-595.
- [Bo98] T. Borello-Lewin, J. L. M. Duarte, L. B. Horodyski-Matsushigue and M. D. L. Barbosa, *Phys. Rev.* C57, 967-970 (1998).

- [Bv69] P.R. Bevington, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, McGraw Hill, New York, 1969.
- [Ca97] R.M.Castro, *Dissertação de Mestrado*, “Decaimento Isomérico do ^{102}Rh ”, IFUSP (1997).
- [Ch90] H. S. Chung and W. D. Myers, *Nucl. Phys.* **A513**, 283 (1990).
- [Cr78] E. R. da Cruz, *Dissertação de Mestrado*, IFUSP (1978).
- [Di86] S.A.Dickey, J.J.Kraushaar e M.A.Rumore, *J. Phys.* **G12**, 745 (1986).
- [Du88] J.L.M. Duarte, L.B. Horodyski-Matsushigue, T. Borello-Lewin e O. Dietzsch, *Phys. Rev.* **C38**, 664 (1988).
- [Du94] J.L.M. Duarte, T. Borello-Lewin e L.B. Horodyski-Matsushigue, “Neutron Spectroscopic Strength in Ru isotopes”, *Phys. Rev.* **C50**, 666-681 (1994).
- [Du97] J.L.M. Duarte, G.M. Ukita, T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue and L.C. Gomes - “Inelastic Deuteron Scattering in the Coulomb Nuclear Interference Region: Procedures for estimating the Statistical Uncertainty of the Extracted B(E2) and B(IS2) Values”. *Phys. Rev.* **C56** (1997) 1855-1865.
- [Du98] J.L.M. Duarte, T. Borello-Lewin, G. Maino, L. Zuffi; “Effective Triaxial Deformations of Even-Even Ru Isotopes in the Neutron-Proton Interacting Boson Model”. *Phys. Rev.* **C57** (1998) 1539-1542.
- [Ei75] J. M. Eisenberg and W. Greiner, *Nuclear Models*, 2nd ed., North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1975.
- [Er74] K. I. Erokhina, I. Kh. Lemberg, A. S. Mishin e A. A. Pasternak, *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Seriya Fizicheskaya* Vol. 38, No. 8, 1673 (1974).
- [Fr93] D. de Frenne e E. Jacobs, *Nuclear Data Sheets for A = 105*, *Nuclear Data Sheets* **68**, 935 (1993).
- [Fr98] D. de Frenne e E. Jacobs, *Nuclear Data Sheets for A = 102*, *Nuclear Data Sheets* **83**, 535 (1998).
- [Fr01] D. de Frenne e E. Jacobs, *Nuclear Data Sheets for A = 103*, *Nuclear Data Sheets* **93**, 447 (2001).
- [Gi95] A. Giannatiempo, A. Nannini, P. Sona, e D. Cutoiu, *Phys. Rev.* **C52**, 2969 (1995).

- [Gi98] A. Giannatiempo, A. Nannini e P. Sona, *Phys. Rev. C* **58**, 3316 (1998).
- [Go96] L. C. Gomes et al., *Phys. Rev. C* **54**, 2296 (1996).
- [Gr96] W. Greiner and J. A. Maruhn, *Nuclear Models*, Springer, Berlin, 1996.
- [Hi98] J.H.Hirata, S.Salém-Vasconcelos, M.J.Bechara, L.C.Gomes e O.Dietzsch, *Phys. Rev. C* **57**, 76 (1998).
- [Ho99] L.B. Horodyski-Matsushigue, G.M. Ukita, T. Borello-Lewin, J.L.M. Duarte, "5₁⁻ excitations in the 40<Z<50 region".*Phys. Rev. C* **60**, 047301 (1999).
- [Ho02] L.B. Horodyski-Matsushigue, C.L. Rodrigues, F.C. Sampaio e T. Borello-Lewin, *Nucl. Phys. A* **709**, 73 (2002).
- [Im73] N. Imanishi, I. Fujiwara, and T. Nishi, *Nucl. Phys. A* **205**, 531 (1973).
- [Is80] P. Van Isacker e G. Puddu, *Nucl. Phys. A* **348**, 125 (1980).
- [Ke95] G. Kenchian, Tese de Doutorado, "Espectroscopia γ do ^{100}Rh ", IFUSP (1995).
- [Ki67] O. C. Kistner e A. Schwarzschild, *Phys. Rev.* **154**, 1182 (1967).
- [Ku74] P. D. Kunz, computer code DWUCK4, University of Colorado, 1974.
- [Ku77] P. D. Kunz, CHUCK3, Colorado University, 1977.
- [La79] J.Lange, J.Neuber, P.Tendler, C.D.Uhlhorn, A.T.Kandil e H.V.Butlar, *Nucl. Phys. A* **330**, 29 (1979).
- [La80] S.Landsberger, R.Lecomte, P.Paradis e S.Monaro, *Phys. Rev. C* **21**, 588 (1980).
- [Lu95] Q.H. Lu, K. Butler-Moore, S.J. Zhu, J.H. Hamilton, A.V. Ramayya, V.E. Oberacker, W.C. Ma, B.R.S. Babu, J.K. Deng, J. Kormicki, J.D. Cole, R. Aryaeinejad, Y.X. Dardenne, M. Drigert, L.K. Peker, J.O. Rasmussen, M.A. Stoyer, S.Y. Chu, K.E. Gregorich, I.Y. Lee, M.F. Mohar, J.M. Nitschke, N.R. Johnson, F.K. McGowan, G.M. Ter-Akopian, Y.T. Oganessian, e J.B. Gupta, *Phys. Rev. C* **52**, 1348 (1995).
- [Ma91] A. Maino, A. Ventura, A. M. Bizzeti-Sona, and P. Blasi, *Z.,Phys. A* **340**, 241 (1991).
- [Me62] A.M.Messiah, *Quantum Mechanics*, North Holland, Amsterdam, 1962.
- [Mi90] R. Middleton, *A Negative-Ion Cookbook*, University of Pennsylvania, (1990).

- [Na98] F. Nascimento, C. L. Rodrigues, M.R.D. Rodrigues, M. D. L. Barbosa, J. C. de Abreu, J. Mestnik Filho, L. B. H. Matsushigue, J. L. M. Duarte e T. Borello-Lewin, "Feixe de dêuterons numa fonte de íons tipo "SNICS"", XIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência, julho de 1998, Campinas-SP, Resumos.
- [Pa88] A. Passaro, Dissertação de Mestrado, "Decaimento do ^{102}Rh ", IFUSP (1988).
- [Pe76] C. M. Perey and F. G. Perey, *At. Data and Nucl. Data Tables* **17**, 1 (1976).
- [Pe80] R. J. Peterson, R.A. Emigh e R.E. Anderson, *Nucl. Phys.* **A348**, 8 (1980).
- [Pe94] L. K. Peker, *Nuclear Data Sheets Update for A = 99*, *Nuclear Data Sheets* **73**, 1 (1994).
- [Pr89] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukilsky e W.T. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press (1989).
- [Pu91] D. Pulino, G.M. Sipahi, G.M. Ukita, T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue, J.L.M. Duarte, W.G.P. Engel and J.C. de Abreu, *Revista Brasileira de Aplicações de Vácuo*, vol. **10**, n.2 (1991).
- [Ra01] S. Raman et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, Vol. **78**, 1-128 (2001).
- [Re75] J. Rekstad, *Nucl. Phys.* **A247**, 7 (1975).
- [Ro04] M.R.D. Rodrigues, Tese de Doutorado, "Exame da Interferência Coulombiana-Nuclear no Espalhamento Inelástico de Dêuterons por Isótopos Pares de Pd", IFUSP (2004).
- [Ro04a] M.R.D. Rodrigues, C.L. Rodrigues, T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue, J.L.M. Duarte, G.M. Ukita e G.N. Hanninger, *Brazilian Journal of Physics*, Vol. **34**, No. 3A, 777 (2004).
- [Ro04b] C.L. Rodrigues, M.R.D. Rodrigues, T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue, J.L.M. Duarte, G.M. Ukita e G.N. Hanninger, *Brazilian Journal of Physics*, Vol. **34**, No. 3A, 760 (2004).
- [Sa81] F.C.Sampaio, Dissertação de Mestrado, IFUSP (1981).
- [Sa83] G. R. Satchler., "Direct Nuclear Reactions", Oxford University Press, (1983).

- [Sa87] G. R. Satchler, *Nucl. Phys.* **A472**, 325 (1987).
- [Sh94] J.A. Shannon, W.R. Phillips, J.L. Durell, B.J. Varley, W. Urban, C.J. Pearson, I. Ahmad, C.J. Lister, L.R. Morss, K.I. Nash, C.W. Williams, N. Schutz, E. Lubkiewicz, e M. Bentaleb, *Phys. Lett.* **B336**, 136 (1994).
- [Si97] B. Singh, Nuclear Data Sheets for A = 100, *Nuclear Data Sheets*, **81**, 1 (1997).
- [Si98] B. Singh, Nuclear Data Sheets for A = 98, *Nuclear Data Sheets*, **84**, 565 (1998).
- [Si89] S. Sirota, J.L.M. Duarte, L.B. Horodyski-Matsushigue, T. Borello-Lewin, *Phys. Rev.* **C40**, 1527 (1989).
- [Tr91] D. Troltenier, J.A. Maruhn, W. Greiner, V. Vlazquez Aguilar, P.O. Hess, e J.H. Hamilton, *Z. Phys.* **A338**, 261 (1991).
- [Tr96] D. Troltenier, J.P. Draayer, B.R.S. Babu, J.H. Hamilton, A.V. Ramayya, e V.E. Oberacker, *Nucl. Phys.* **A601**, 56 (1996).
- [Uk98] G.M. Ukita, Tese de Doutorado, "Espalhamento inelástico de dêuterons nos isótopos de $^{94,98}\text{Mo}$ ", IFUSP (1998).
- [Uk01] G.M. Ukita, T. Borello-Lewin, L.B. Horodyski-Matsushigue, J.L.M. Duarte, L.C. Gomes and M.D.L. Barbosa—"Coulomb-nuclear interference with deuterons: isospin character of the $2_1^+ 3_1^-$ excitations in $^{94,98}\text{Mo}$ ". *Phys. Rev.* **C64** (2001) 014316.
- [Va85] V.R. Vanin, A. Pássaro e A.M. Pássaro, *Phys. Rev.* **C32**, 1349 (1985).
- [Va96] V.R. Vanin, P. Gouffon, Tópicos Avançados em Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental, LAL-IFUSP (1996).
- [Vo76] M.J.A. de Voigt, J.F.W. Jansen, F. Bruinick e Z. Sujkowski, *Nucl. Phys.* **A270**, 141 (1976).
- [Vo81] E.H. du Marchie van Voorthuysen, M.J.A. de Voigt, N. Blasi e J.F.W. Jansen, *Nucl. Phys.* **A355**, 93 (1981).
- [Wh86] C.S. Whisnant, K.D. Carnes, R.H. Castain, F. A. Rickey, G.S. Samudra, e P.C. Simms, *Phys. Rev.* **C34**, 443 (1986).
- [Zh92] S.J. Zhu, X. Zhao, J.H. Hamilton, A.V. Ramayya, Q. Lu, W.C. Ma, L.K. Peker, J. Kormicki, H. Xie, W.B. Ghao, J.K. Deng, I.Y. Lee, N.R. Johnson, F.K. McGowan, C.E. Bemis, J.D. Cole, R. Aryaeinejad, G.M. Ter-Akopian, e Y.T. Oganessian, *Rev. Mex. Phys.* **38**, 53 (1992).