

JOSÉ ROBERTO BRINATI

LARGURAS PARCIAIS DE PROTONS
PARA A RESSONÂNCIA ISOBÁRICA
ANÁLOGA AO ESTADO FUNDAMENTAL
DO ^{208}Pb

*Para Zilda de Almeida
José Roberto Brinati
Aparecido Ribeiro*

Dissertação de Mestrado
Apresentada ao Instituto
de Física da Universidade
de São Paulo.



SÃO PAULO, 1972

AGRADECIMENTOS

- ao Prof. GERHARD W. BUND pela sugestão deste trabalho e, pela orientação e dedicação constante durante a realização do mesmo.
- ao Prof. DIÓGENES R. DE OLIVEIRA que, na ausência do Prof. GERHARD W. BUND, assumiu o encargo de orientação, bem como pela leitura crítica do mesmo e inúmeras discussões.
- ao Prof. PAULO LEAL FERREIRA pela atenção e interesse demonstrados a este trabalho.
- à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro recebido.
- ao S.E.M.A. pela utilização do computador I.B.M./360 mod.44, e pela colaboração prestada na correção dos programas.
- a ALINKA LEPINE e HIDEAKI MIYAKE pelas proveitosas discussões.
- aos amigos do Instituto de Física Teórica e do Instituto de Física da U.S.P. pelo incentivo.
- ao Conselho Nacional de Pesquisas pelo apoio na publicação desta Dissertação.

RESUMO

Neste trabalho, são calculadas as larguras parciais de prótons para a ressonância isobárica análoga ao estado fundamental do ^{208}Pb , a partir da reação $^{207}\text{Pb}(p,p')^{207}\text{Pb}$. Adota-se uma função de onda, em que não se impõe a condição de ortogonalidade entre o estado análogo e os estados de canais.

Do cálculo da energia de deslocamento Coulombiano fixa-se o raio do potencial central de neutrons.

Nas expressões das larguras parciais e da energia de deslocamento Coulombiano são também incluídos termos de troca; o potencial Coulombiano que nelas comparece é o gerado pelas funções de onda de prótons, obtidas através do modelo de camadas.

Os resultados para as larguras parciais, referentes aos canais com $j = 1/2, 5/2, 3/2, 13/2, 7/2, 9/2$, são comparados com resultados experimentais e teóricos.

---oo0oo---

Í N D I C E

INTRODUÇÃO	1
I - As Ressonâncias Isobáricas Análogas	
I-1 - A Estrutura Grossa da Seção de Choque -----	2
I-2 - Estados Isobáricos Análogos como Estados Residuais--	3
I-3 - O Número Quântico de Isospin -----	4
I-4 - Estado Análogo - Definição -----	6
I-5 - Estados Análogos como Ressonâncias -----	7
I-6 - Formação e Decaimento das Ressonâncias Análogas ----	8
I-7 - A Estrutura Fina das Ressonâncias Isobáricas Análogas	11
II - O Modelo Utilizado	
II-1 - Definição da Função de Onda -----	13
II-2 - Dedução das Equações Ópticas -----	15
II-3 - Solução das Equações Ópticas -----	17
II-4 - Dedução da Matriz de Transição -----	20
III - Cálculo de Parâmetros Ressonantes	
III-1 - Introdução. -----	24
III-2 - Cálculo da Amplitude de Escape -----	26
III-3 - Cálculo da Energia de Deslocamento Coulombiano----	30
IV - Descrição dos Métodos Numéricos de Cálculo, Parâmetros, Resultados e Conclusões.	
IV-1 - Introdução -----	34
IV-2 - Potenciais Utilizados -----	34
IV-3 - Descrição de Protons Ligados -----	36
IV-4 - A Distribuição do Excesso de Neutrons e o Deslo- camento Coulombiano -----	39
IV-5 - Técnicas de Cálculo -----	40
IV-6 - Resultados e Conclusões -----	42
Apêndice -----	48
Referências -----	50

INTRODUÇÃO

Neste trabalho fizemos um cálculo para as larguras parciais de decaimento do estado isobárico análogo do estado fundamental do ^{208}Pb , a partir da reação $^{207}\text{Pb}(p,p')^{207}\text{Pb}$. O modelo utilizado foi o desenvolvido por Bund e Blair^(1,2), no qual se utiliza uma função de onda que inclui o estado análogo, os estados de canais, e as demais componentes da função de onda, sem que se imponha condição de ortogonalidade entre o estado análogo e os estados de canais. Este modelo leva em conta as características de estrutura grossa das ressonâncias isobáricas.

No cálculo das larguras parciais foram também incluídos termos de troca, sendo que o termo direto pode ser entendido como decaimento de neutron, do núcleo ascendente ao contínuo de proton, enquanto o termo de troca, como a conversão de neutron num proton ligado e posterior decaimento para o contínuo de proton.

Escolhemos o ^{208}Pb , que, sendo um núcleo duplamente mágico, é descrito no estado fundamental em termos do modelo de camadas sem interações residuais.

A presente dissertação foi desenvolvida em quatro partes. Na PARTE I, procuramos abordar, de uma maneira geral, a ocorrência das ressonâncias isobáricas análogas. Na PARTE II, apresentamos o modelo utilizado para o cálculo dos parâmetros ressonantes, no qual se usou a notação de Feshbach. Na PARTE III, deduzimos as expressões para as larguras parciais, bem como para a energia de deslocamento Coulombiano. Um programa para computador foi feito a fim de se obter, numericamente, as larguras parciais e deslocamento Coulombiano. Na PARTE IV são apresentados os métodos numéricos e os parâmetros empregados no cálculo, bem como os resultados e as conclusões deste trabalho.

PARTE I - AS RESSONÂNCIAS ISOBÁRICAS ANÁLOGAS

I-1. A Estrutura Grossa da Seção de Choque.

Para energias de excitação elevadas ($\gtrsim 10$ MeV para núcleos pesados e $\gtrsim 20$ MeV para núcleos leves), a densidade de níveis do núcleo composto é muito grande, e a seção de choque é uma função complicada da energia.

Pode ocorrer, como no caso das ressonâncias isobáricas análogas, que um pequeno número de estados particulares do sistema, de estrutura simples, tenha um papel predominante em reações que ocorram naquela região de energias. Os estados restantes são responsáveis principalmente por rápidas flutuações na seção de choque, a chamada estrutura fina. Tomando-se médias da seção de choque, ter-se-á uma seção de choque regular, a chamada estrutura grossa, com um comportamento ainda ressonante, e que diferirá pouco das predições obtidas considerando-se somente os estados simples.

No presente caso, cada estado isobárico análogo dá origem à estrutura grossa, que é obtida tomando-se médias da seção de choque em intervalos de energia, menores que a largura da ressonância isobárica análoga, mas grandes em comparação com o espaçamento e largura dos níveis do núcleo composto, na região dos estados análogos. Decorre desse fato que a largura total Γ destas ressonâncias, mesmo no caso de se ter somente o canal elástico aberto, é maior que a largura parcial, Γ^\uparrow . Tem-se então a Matriz-S média, $\langle S \rangle$:

$$\langle S \rangle = S_{\text{óptica}} \cdot \left(1 - \frac{i \Gamma^\uparrow}{E - E_R + i \Gamma/2} \right) \quad (\text{I-1-1})$$

não unitária, onde Γ pode ser decomposto em $\Gamma^\uparrow + \Gamma^\downarrow$, onde Γ^\downarrow é a chamada largura de "spreading". A interpretação física para $\Gamma > \Gamma^\uparrow$ decorre do fato de que uma vez formado o estado análogo, êle pode decair para estados do contínuo, ou decair nos estados complicados do núcleo composto, cujas probabilidades de ocorrência são proporcionais a Γ^\uparrow e Γ^\downarrow , respectivamente.

O presente estudo das ressonâncias isobáricas análogas se desenvolverá levando em consideração as características de estrutura grossa em reações induzidas por protons. Os estados análogos não são, como será -

visto, auto-estados do Hamiltoniano total, mas sim estados de estrutura simples, fortemente acoplados aos estados de canais de protons e que caracterizam a estrutura grossa da seção de choque.

I-2. Estados Isobáricos Análogos como Estados Residuais.

Os estados isobáricos análogos, em núcleos médios e pesados, foram observados inicialmente como estados residuais em reações quase-elásticas (p,n) por Anderson et.al. (3). Realizadas, experiências em alvos com números de massa entre 40 e 90, observou-se um grande grupo de neutrons emergentes, cuja energia cinética E_n estava relacionada com a energia cinética do proton E_p pela expressão:

$$E_p = \Delta_c + (m_p c^2 - m_n c^2) + E_m, \quad (I-2-1)$$

cujo núcleo residual apresentava alta energia de excitação, sendo Δ_c a energia Coulombiana de um proton no núcleo residual e, m_p e m_n as massas do proton e neutron, respectivamente.

Como o núcleo residual apresentasse estrutura muito semelhante ao do núcleo alvo, isto é, mesmos números quânticos exceto a componente z de isospin, isto levou a se admitir para sua função de onda a forma

$$\Psi_{\text{RESIDUAL}}(N-1, Z+1) = \Lambda \cdot T^- \Psi_{\text{ALVO}}(N, Z), \quad (I-2-2)$$

onde

$$T^- = \sum_{i=1}^A t_i^- \quad (I-2-3)$$

é o operador que aplicado a um estado de N neutrons e Z protons com isospin T , transforma-o num estado, de $N-1$ neutrons e $Z+1$ protons, com mesmo isospin T , e Λ é um fator de normalização. Esse resultado, além de explicar as propriedades mencionadas, permitiu também obter-se uma estimativa da seção de choque. Se para o núcleo alvo existem estados com isospin bem definido, o núcleo residual terá também isospin puro devido à relação (2-2). A partir da observação dos estados análogos com isospin puro, a alta energia de excitação, generalizou-se na Física Nuclear o conceito de isospin, como sendo um número quântico útil não só para núcleos leves, como também para núcleos médios e pesados.

I-3. O Número Quântico de Isospin.

O número quântico de isospin foi introduzido por Heisenberg⁽⁴⁾, para descrever de uma maneira simétrica o Hamiltoniano nuclear nas coordenadas de neutron e proton.

Define-se então, o operador vetorial de isospin \vec{t} , cujas componentes satisfazem relações de comutação que podem ser expressas pela identidade vetorial

$$\vec{t} \wedge \vec{t} = i\vec{t} \quad (\text{I-3-1})$$

Por convenção, a componente z deste operador tem auto-valores $1/2$ e $-1/2$, quando atua sobre estados de neutron e proton, respectivamente. Define-se também os operadores

$$t^{\pm} = t_x \pm t_y \quad (\text{I-3-2})$$

tal que

$$\begin{aligned} t^+ \alpha &= \beta \\ \text{e } t^- \beta &= \alpha \end{aligned} \quad (\text{I-3-3})$$

onde α (β) é o estado de um proton (neutron), isto é, t^+ (t^-) transforma o estado de proton(neutron) em estado de neutron(proton).

Para um sistema de A nucleons define-se o operador vetorial de isospin, como a soma dos operadores vetoriais de isospin de cada nucleon

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^A \vec{t}_i \quad (\text{I-3-4})$$

e os operadores

$$T^{\pm} = \sum_{i=1}^A t_i^{\pm} \quad (\text{I-3-5})$$

tal que T^+ (T^-) transforma um sistema de N neutrons e Z protons num

sistema de $N+1$ ($N-1$) neutrons e $Z-1$ ($Z+1$) protons, porém com mesmo isospin. Para um sistema de N neutrons e Z protons, T_z tem auto-valor $(N-Z)/2$.

A invariância isobárica que se expressa no fato de o Hamiltoniano comutar com \vec{T} , implicando na conservação do isospin total, tem importantes consequências através de regras de seleção. Contudo, \vec{T} não comuta com a parte do Hamiltoniano associado às interações eletromagnéticas. Das interações eletromagnéticas, a energia Coulombiana dos protons é predominante, mas há outras contribuições tais como as relacionadas com os momentos magnéticos e tamanho finito dos nucleons.

A utilidade do número quântico de isospin foi mostrada por Wigner⁽⁵⁾ para núcleos leves. Embora \vec{T} não comute com a energia Coulombiana, esta é a pequena em comparação com a energia nuclear, o que permite inferir que o isospin seja relativamente puro para núcleos leves.

Estendendo essa linha de raciocínio para núcleos médios e pesados, o isospin deixaria de ser um número quântico útil, pois para esses núcleos a energia Coulombiana é comparável à energia nuclear. Entretanto, Lane e Soper⁽⁶⁾ mostraram que para núcleos médios e pesados, perto da linha de estabilidade, o isospin é praticamente puro. Isto pode ser visto qualitativamente se forem admitidas as duas seguintes propriedades, válidas aproximadamente para os níveis de baixa excitação em núcleos médios e pesados:

- (1) As órbitas de protons e neutrons com idênticos números quânticos são descritas pela mesma função de onda do modelo de camadas;
- (2) Somente contribuem para os estados de baixa excitação as configurações de partículas independentes onde os protons ocupam sub-camadas que se encontram totalmente preenchidas por neutrons (fig.1).

Aplicando o operador T^+ à função de onda totalmente antissimetrizada Φ , que representa configurações satisfazendo (1) e (2), conclui-se que a contribuição devida aos neutrons é nula, pois esta é uma das propriedades do operador T^+ . Para os protons tem-se contribuição igualmente nula, devido ao princípio de exclusão de Pauli, pois as órbitas correspondentes a neutrons estão ocupadas e o operador T^+ converte protons em neutrons sem alterar a parte de espaço-spin da função de onda.

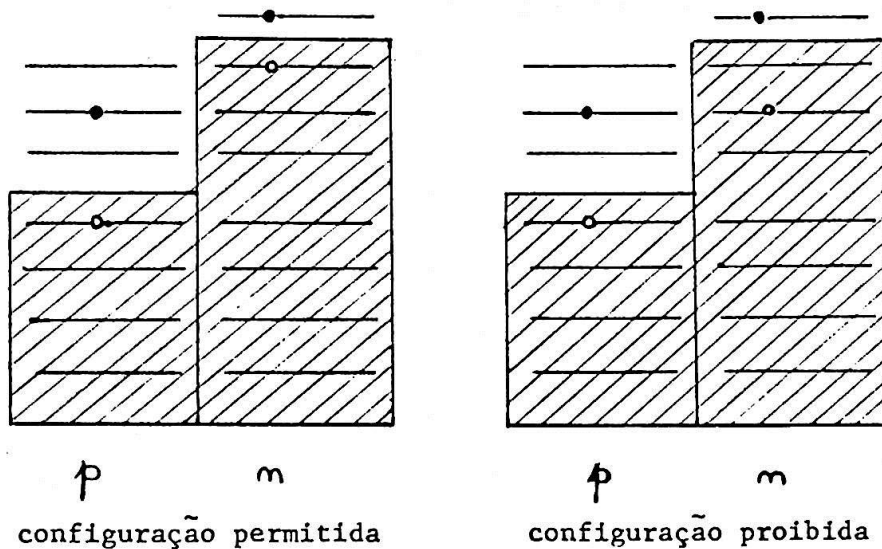


Fig.1 Configuração de partícula independente para protons e neutrons, em um núcleo. O achuriado representa níveis ocupados, o ponto cheio, partícula e o ponto vazio, buraco.

Ter-se-á então para o isospin total:

$$\begin{aligned}
 \vec{T}^2 \phi &= (T_z^2 + 1/2 \cdot (T^+ T^- + T^- T^+)) \phi \\
 &= (T_z^2 + 1/2 \cdot [T^+, T^-] + T^- T^+) \phi \\
 &= (T_z^2 + 1/2 \cdot [T^+, T^-]) \phi \quad (I-3-6) \\
 &= T_z \cdot (T_z + 1) \phi
 \end{aligned}$$

o que mostra que as configurações satisfazendo (1) e (2) possuem isospin $T_z = (N-Z)/2$. É razoável, portanto, admitir que os níveis de baixa excitação tenham isospin bastante puro, porque configurações que violam a propriedade (2) têm considerável energia de excitação.

I-4. Estado Análogo - Definição.

O conceito de estado análogo de um estado nuclear π_α define-se pela relação

$$|A_\alpha\rangle = \langle \pi_\alpha | T^+ T^- | \pi_\alpha \rangle^{-1/2} \cdot T^- | \pi_\alpha \rangle \quad (I-4-1)$$

onde $|\pi_\alpha\rangle$ é chamado estado ascendente do estado análogo. Como o opera

do T^- transforma neutrons em protons, o estado análogo de uma configuração pura no modelo de camadas é representado por uma superposição de estados de protons e buracos de neutrons (fig.2).

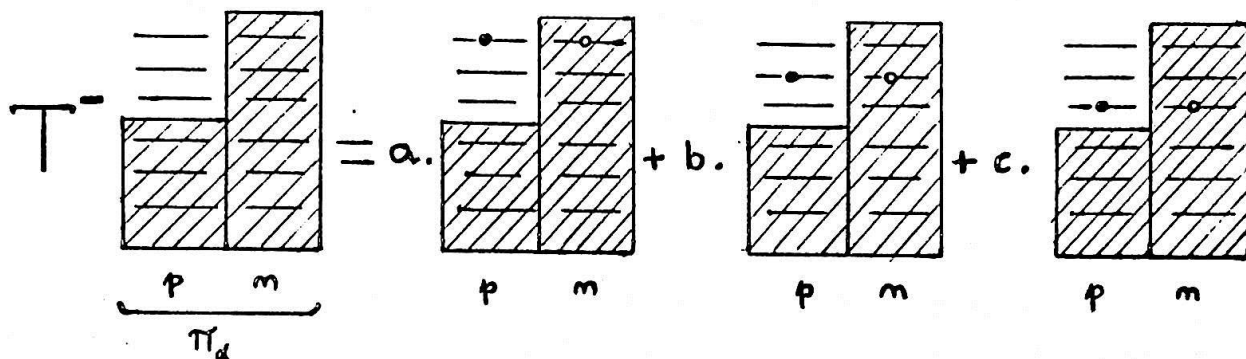


Fig.2 Representação esquemática do estado análogo de uma configuração pura no modelo de camadas. Π_α é o estado ascendente; a, b, c, são coeficientes obtidos a partir do número de partículas em uma dada camada. O achuriado representa níveis ocupados, o ponto cheio partícula, e o ponto vazio, buraco.

De acordo com a definição (4-1), o estado análogo terá isospin puro se o núcleo ascendente o tiver. Note-se que os estados análogos, para núcleos médios e pesados, não são auto-estados do Hamiltoniano total, mesmo que os estados do núcleo ascendente o sejam. A razão principal é que os estados análogos, devido à elevada energia de excitação, são estados no contínuo, e portanto se acoplam diretamente aos estados de canais, como será visto adiante.

I-5. Estados Análogos como Ressonâncias.

Em seguida às experiências de Anderson et.al.⁽³⁾, foram observados estados análogos, como ressonâncias, por Fox et.al.⁽⁷⁾, em reações induzidas por prótons, em núcleos pesados e intermediários. Estas ressonâncias correspondem a estados análogos no sistema próton mais núcleo alvo, cujos estados ascendentes são estados do sistema nêutron mais núcleo alvo. Admitindo-se que o núcleo alvo tenha isospin puro T_0 , o sistema composto de próton mais núcleo alvo poderá ter isospin $T_0 + 1/2$ e $T_0 - 1/2$. Os estados ligados do sistema com isospin $T_0 + 1/2$ são os estados simples do sistema, aos quais são associados os estados análogos. E aos estados ligados com isospin $T_0 - 1/2$ correspondem os estados normais do núcleo composto.

Prevê-se que a energia em que ocorre uma particular ressonância isobárica análoga seja proximadamente $\Delta_c + (m_p - m_n).c^2$ em relação ao estado ascendente. Chamando-se de $(-\epsilon_n)$ a energia de separação de um neutron do núcleo ascendente, a energia cinética do proton E_p para que ocorra a ressonância isobárica análoga é dada por

$$E_p = \Delta_c + (m_p - m_n).c^2 + \epsilon_n \quad (I-5-1)$$

É característica das ressonâncias isobáricas análogas a sua existência como ressonâncias isoladas numa região de energia, em que a densidade de níveis do núcleo composto é grande. Os números quânticos associados às ressonâncias análogas são idênticos aos números quânticos dos respectivos estados ascendentes. Suas larguras totais são da ordem de dezenas a centenas de keV, sendo as larguras parciais para decaimento de protons de mesma ordem.

Verificou-se que o espaçamento relativo das ressonâncias análogas era idêntico ao espaçamento dos níveis do núcleo ascendente, mostrando que o deslocamento Coulombiano é independente dos níveis de energia do núcleo ascendente.

I-6. Formação e Decaimento das Ressonâncias Análogas.

Na parte II será introduzido o modelo utilizado para as ressonâncias análogas. Por ora, julgamos útil discutir, brevemente, a formação e decaimento das ressonâncias análogas no esquema de canais acoplados (Lane).

Admitindo-se que o núcleo alvo tenha isospin puro T_0 , verifica-se pelas regras de composição de isospin que o sistema composto de proton mais núcleo alvo terá componentes com isospin $T_0 - 1/2$ e $T_0 + 1/2$.

Admitimos também, que só o canal elástico é de importância e que a energia do proton incidente seja apropriada à formação do estado análogo do estado fundamental do sistema $|nC\rangle$, onde $|n\rangle$ representa neutron e $|C\rangle$ o núcleo alvo.

Com as hipóteses acima, o sistema $|nC\rangle$ terá isospin $T_0 + 1/2$ e por (4-1), o isospin do estado análogo será $T_0 + 1/2$. Decompondo $T^- = \mathcal{T}^- + t_0^-$, onde \mathcal{T}^- atua sobre o estado do sistema de nucleons de $|C\rangle$, e t_0^- sobre o estado de $|n\rangle$, obtem-se para o estado análogo, a partir de (4-1), que

$$|\Phi_A\rangle = [2T_0 + 1]^{-1/2} \omega_m (|pC\rangle + [2T_0]^{1/2} |mA'\rangle) \quad , \quad (I-6-1)$$

onde ω_m é a função de onda do neutron no sistema $|nC\rangle$, e $|A'\rangle$ é o estado análogo do núcleo alvo $|C\rangle$. Apresentamos na fig. 3 um diagrama de energias para o sistema $|nC\rangle$, seu estado análogo e os canais $|pC\rangle$ e $|nA'\rangle$.

Pode-se então representar a função de onda total, apropriada à estrutura grossa, como sendo

$$|\Psi\rangle = u_p |pC\rangle + u_m |mA'\rangle \quad (I-6-2)$$

onde u_p é a função de onda do proton no sistema $|pC\rangle$ e u_m , função de onda do neutron no sistema $|nC\rangle$.

Deve-se notar que, nas energias em que se observa a ressonância análoga de $|nC\rangle$, com $E_p < \Delta_c$, o canal $|nA'\rangle$ está fechado; este canal só se abre para energias de proton $E_p \geq \Delta_c$, como foi visto na seção (I-2). Portanto, tem-se assintoticamente

$$\begin{matrix} \Phi & \rightarrow & 0 \\ r & \rightarrow & \infty \end{matrix} \quad (I-6-3)$$

onde r é a distância entre o neutron e o centro de massa de $|A'\rangle$.

Contudo, são observadas ressonâncias na seção de choque para a reação (p,n), a energias consistentes com a formação das ressonâncias isobáricas análogas, quando $E_p < \Delta_c$. Neste caso o sistema neutron mais núcleo residual tem isospin uma unidade menor que o estado análogo de $|nC\rangle$, resultando que o decaimento do estado análogo neste canal deveria ser proibido por conservação de isospin. A ocorrência dessa ressonância deve ser entendida como decorrência da mistura do estado análogo com os demais estados reais do sistema, devido às forças que não conservam o isospin.

Acoplando $|pC\rangle$ e $|nA'\rangle$ de modo a formarem estados com isospin bem definido, obtemos na notação $|T; T_z\rangle$ que

$$|T_0 + 1/2; T_0 - 1/2\rangle = (2T_0 + 1)^{-1/2} \cdot \left\{ |pC\rangle + (2T_0)^{1/2} |mA'\rangle \right\} \quad (I-6-4)$$

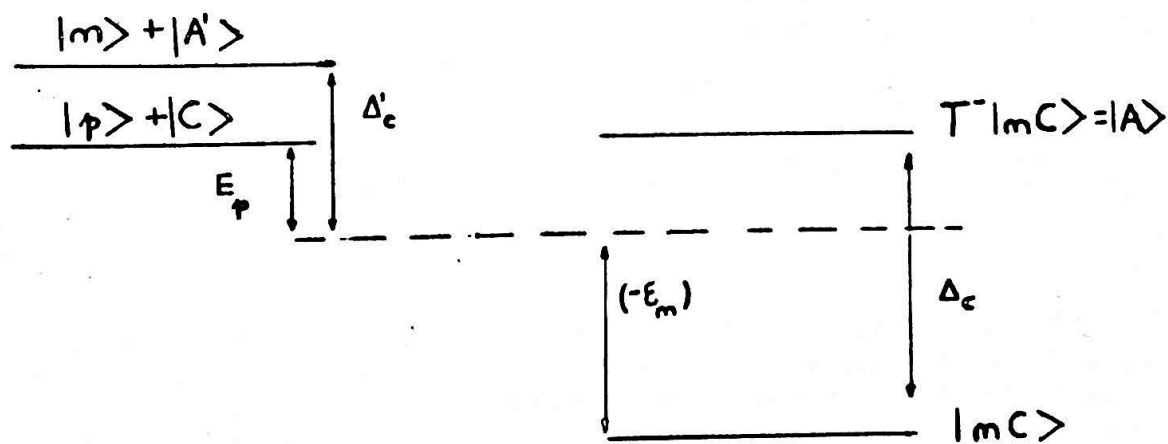
$$|T_0-1/2; T_0-1/2\rangle = (2T_0+1)^{-1/2} \left\{ (2T_0)^{1/2} |pC\rangle - |mA'\rangle \right\}. \quad (I-6-5)$$

Assim, em lugar de (6-2) pode-se escrever

$$|\Psi\rangle = u_c |T_0+1/2; T_0-1/2\rangle + u_p |T_0-1/2; T_0-1/2\rangle, \quad (I-6-6)$$

onde u_p e u_c são combinações lineares de u_p e u_m , e satisfazem as equações acopladas de Lane.

Robson⁽⁸⁾ mostrou, fazendo uma divisão do espaço físico em região interna e externa ao núcleo, que para a região interna o isospin não se mistura, ao contrário do que ocorre na região externa. Isto provém do fato de o potencial $\Delta_c - V_c$, responsável pelo acoplamento dos dois canais de isospins bem definidos $T_0+1/2$ e $T_0-1/2$, ser pequeno para $r < a_c$, onde V_c é o potencial Coulombiano a que está sujeito o proton incidente, e a_c o raio nuclear. O termo $\Delta_c - V_c$ surge da parte do Hamiltoniano efetivo do sistema $|pC\rangle + |nA\rangle$, $(\Delta_c - V_c + m_m c^2 - m_p c^2) t_z$, que não comuta com \vec{T}^2 , sendo t_z a componente z do isospin de um nucleon. Isto significa que o decaimento do estado análogo se processa principalmente na superfície do núcleo. Contudo, o ponto de separação entre o interior e a superfície do núcleo não é bem determinado, acreditando-se que esse método possa levar a erros consideráveis.



Estados de canais

Estados ligados

Fig.3 Diagrama de energias, onde $|A'\rangle$ é um estado análogo à $|C\rangle$, $|A\rangle$ é o estado análogo à $|nC\rangle$, $(-E_m)$ é a energia de separação de um neutron no sistema relativo a $|nC\rangle$, E_p é a energia do proton incidente, Δ_c e Δ'_c são as energias^p de deslocamento Coulombiano de um proton em $|A\rangle$ e $|A'\rangle$, respectivamente.

I-7. A Estrutura Fina das Ressonâncias Isobáricas Análogas.

As ressonâncias análogas que ocorrem na estrutura grossa, apresentam uma estrutura fina quando observadas a resoluções mais altas em energia.

Para núcleos leves, a densidade de níveis do sistema não é grande, nas vizinhanças das ressonâncias análogas, a ponto de, com alta resolução, serem observadas ressonâncias individuais, a chamada estrutura fina. A fig. 4 apresenta as seções de choque para a reação $A^{40}(p,p)A^{40}$, a alta e baixa resolução.

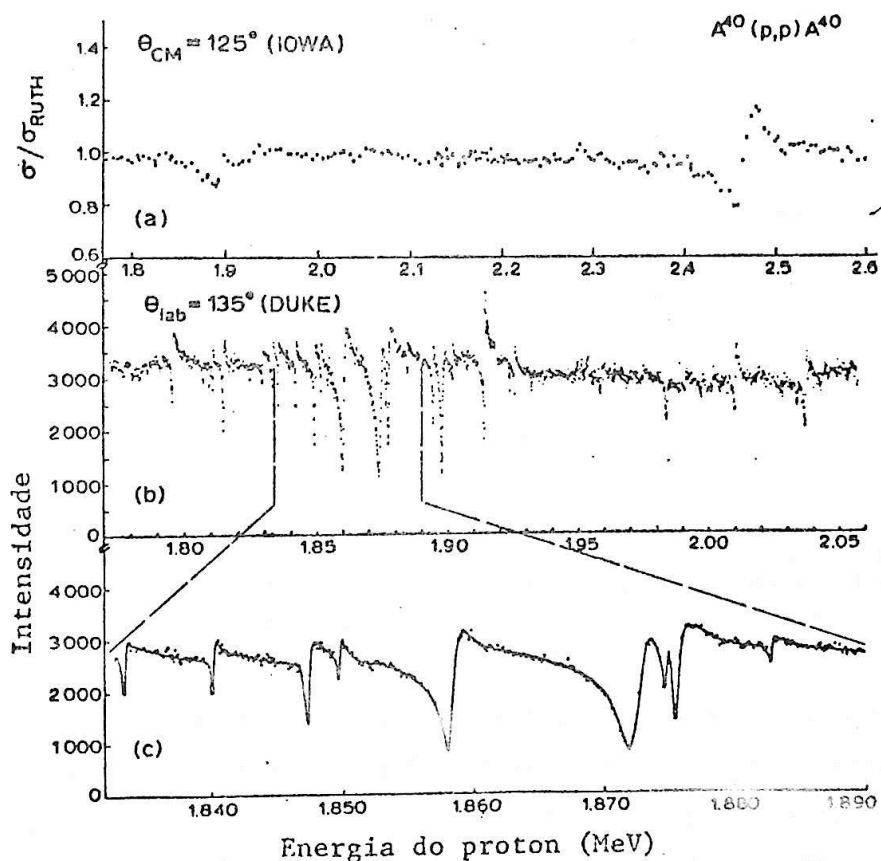


Fig.4 Funções de excitação para espalhamento elástico de protons em ^{40}Ar . Em a), a curva corresponde a baixa resolução em energia, em b) a alta resolução em em c) a uma expansão dos dados nas vizinhanças da ressonância análoga⁹⁾.

Para núcleos pesados e médios, a densidade de níveis na região das ressonâncias análogas é alta, sendo impossível resolver as ressonâncias individuais, pois elas se superpõem. Mesmo assim, a seção de choque apresenta uma estrutura devido às flutuações de Ericson⁽¹⁰⁾. A Fig.5 apresenta a seção de choque para a reação $\text{Mo}^{92}(p,p)\text{Mo}^{92}$, a alta resolução.

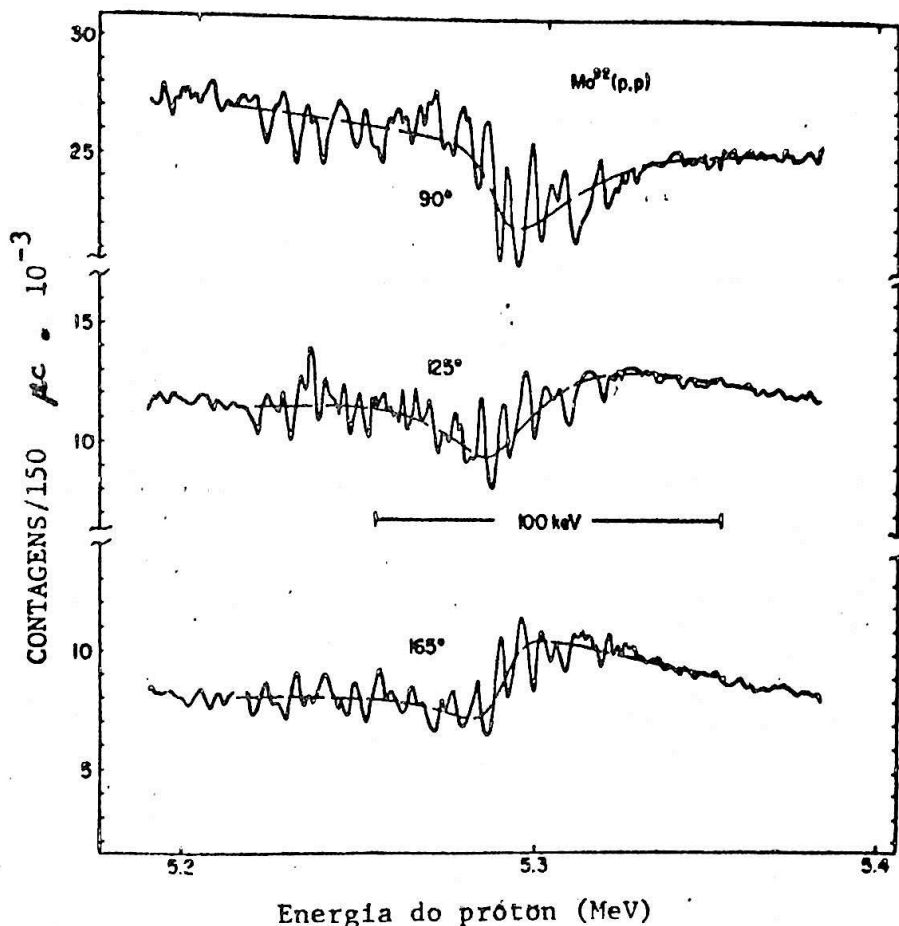


Fig.5 Seções de choque diferenciais para a reação $^{92}\text{Mo}(p,p)^{92}\text{Mo}$. A curva cheia é uma curva regular desenhada através dos dados reais, tomados com energia de resolução em torno de 3 keV. A curva quebrada é um ajuste à seção de choque média⁽¹¹⁾.

A energia em que as ressonâncias análogas correm, em núcleos pesados, como no caso do Pb, muitos outros canais estão abertos além do elástico. Assim sendo, é bastante reduzida a amplitude dessas flutuações, pois as ressonâncias normais do núcleo composto decaem preferencialmente por emissão de neutrons. Dessa maneira a seção de choque de espalhamento elástico não apresenta, praticamente, um comportamento de estrutura fina, mas somente uma ressonância do estado análogo alargada sobre muitas ressonâncias do núcleo composto.

PARTE II - O MODELO UTILIZADO

II-1. Definição da função de onda.

Para uma ressonância isolada, a função de onda do sistema de (A+1) partículas é expressa pela relação

$$\Psi = (A+1)^{-1/2} \mathcal{R} \sum_c r_0^{-1} u_c(r_0) \cdot \Phi_c(0,1,\dots,A) + C_A(E) \cdot \Psi_A + \Delta\Psi, \quad (\text{II-1-1})$$

onde c representa o canal de proton com números quânticos,

$c = \{\lambda, I_\lambda, \ell, j, I, M\}$, cujos significados daremos abaixo. Os termos que constituem a função de onda Ψ em (1-1) são os seguintes:

i) Estados de canais: $(A+1)^{-1/2} \mathcal{R} \sum_c r_0^{-1} u_c(r_0) \cdot \Phi_c(0,1,\dots,A)$

em que

$$\Phi_c(0,1,\dots,A) = \sum_{M_\lambda, m_j} Y_{\ell j}^{m_j}(\Omega_0) \cdot \omega_{-1/2}^{(o)} \cdot \Phi_{\lambda I_\lambda}^{M_\lambda}(1,\dots,A) \cdot \langle j m_j, I_\lambda M_\lambda | I M \rangle, \quad (\text{II-1-2})$$

$e, r_0^{-1} u_c(r_0)$

é a parte radial da função de onda do proton incidente ou emergente, e \mathcal{R} é o operador de antissimetrização da coordenada (o) em relação às demais - coordenadas. Em (1-2), $\Phi_{\lambda I_\lambda}^{M_\lambda}(1,\dots,A)$ é a função de onda totalmente antisimetrizada do núcleo residual, ou alvo, correspondente ao estado λ , com energia E_λ , spin I_λ e projeção M_λ , acoplado ao spin total do proton, j, de modo a se ter momento angular I e projeção M; $Y_{\ell j}^{m_j}(\Omega_0)$ é a parte angular da função de onda da partícula de coordenada (o), em que o momento angular orbital ℓ é acoplado ao spin 1/2, resultando spin total j e projeção m_j ; $\omega_{-1/2}^{(o)}$ é o isospinor do estado de proton.

Tanto o núcleo alvo quanto o núcleo residual possuem isospin T_0 , com projeção T_0 , segundo z.

ii) O estado análogo: Este é definido por

$$\Psi_A = (2T_0+1)^{-1/2} T^- \Pi_I^M \quad (\text{II-1-3})$$

onde Π_I^M é a função de onda do núcleo ascendente e T^- é o operador que abaixa de uma unidade a componente z do número quântico de isospin. Estamos admitindo que Π_I^M seja auto-estado de H, isto é

$$H \Pi_I^M = E_m + (m_m - m_p) \cdot c^2 \quad (II-1-4)$$

onde $(-E_m)$ é a energia de separação do neutron no núcleo ascendente e m_m (m_p) é a massa do neutron (proton). Admite-se também que Π_I^M tenha isospin puro $T_0 + 1/2$, caso contrário teríamos que introduzir um fator de normalização(12) em (1-3).

iii) O terceiro termo $\Delta\Psi$ representa as demais componentes da função de onda e será admitido como sendo ortogonal aos primeiros dois termos. Utilizando a notação de Feshbach(13), temos $\Delta\Psi = q\Psi$, onde q é um operador de projeção.

No que segue será utilizado o formalismo de segunda quantização. O estado do sistema, correspondente à função de onda em (1-1), passará a ser assim escrito:

$$|\Psi\rangle = [(A+1)!]^{-1/2} \int \psi^\dagger(\vec{x}_0) \psi^\dagger(\vec{x}_1) \dots \psi^\dagger(\vec{x}_A) \psi(0,1,\dots,A) d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \dots d\vec{x}_A |0\rangle, \quad (II-1-5)$$

onde os ψ^\dagger são operadores de criação de nucleons, definidos no Apêndice. Em (1-5) está implícita a contração spinorial e isospinorial.

Utilizando (1-5) obtém-se para o estado de canal c , em segunda quantização,

$$\begin{aligned} |\Psi_c\rangle &= (A!)^{-1/2} \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \dots d\vec{x}_A \psi^\dagger(\vec{x}_0) \psi^\dagger(\vec{x}_1) \dots \psi^\dagger(\vec{x}_A) |0\rangle \sum_{M_\lambda m_j} \left[u_c(\vec{r}_0) \cdot \vec{r}_0^{-1} \right. \\ &\quad \left. \cdot Y_{l_j}^{m_j}(\hat{r}_0) \cdot |\omega_{-1/2}^{(0)}\rangle \cdot \Phi_{\lambda I_\lambda}^{M_\lambda(1\dots A)} \right] \langle j m_j I_\lambda M_\lambda | I M \rangle \\ &= \sum_{M_\lambda m_j} \int r dr u_c(r) d\Omega \psi^\dagger(\vec{r}) |\omega_{-1/2}^{(0)}\rangle Y_{l_j}^{m_j}(\hat{r}) |\Phi_{\lambda I_\lambda}^{M_\lambda}\rangle \langle j m_j I_\lambda M_\lambda | I M \rangle \\ &= \sum_{M_\lambda m_j} \int r dr u_c(r) \alpha_p^\dagger(r; l_j m_j) |\Phi_{\lambda I_\lambda}^{M_\lambda}\rangle \langle j m_j I_\lambda M_\lambda | I M \rangle, \end{aligned} \quad (II-1-6)$$

onde

$$a_p^\dagger(r; l_j m_j) = \int d\Omega \psi^\dagger(\vec{x}) |w_{-1/2}\rangle Y_{l_j}^{m_j}(\hat{x}) \quad (\text{II-1-7})$$

é o operador de criação de proton à distância r do núcleo residual e momento angular $|l_j, m_j\rangle$.

Definindo⁽¹²⁾

$$|c, r\rangle = r \sum_{M_\lambda, m_j} \langle j m_j I_\lambda M_\lambda | I M \rangle a_p^\dagger(r; l_j m_j) |\Phi_{\lambda I_\lambda}^{M_\lambda}\rangle, \quad (\text{II-1-8})$$

onde admite-se a relação de ortonormalização

$$\langle c', r' | c, r \rangle = \delta(r-r') \cdot \delta_{c,c'} \quad (\text{II-1-9})$$

Obtem-se então para (1-1)

$$|\Psi\rangle = \sum_c \int u_c(r) |c, r\rangle dr + C_A(E) |A\rangle + q |\Psi\rangle \quad (\text{II-1-10})$$

II-2. Dedução das Equações Ópticas.

Da equação de Schrodinger para $|\Psi\rangle$ deduzem-se as seguintes equações

$$\langle c, r | (H-E) (p+q) |\Psi\rangle = 0 \quad (\text{II-2-1})$$

$$\langle A | (H-E) (p+q) |\Psi\rangle = 0 \quad (\text{II-2-2})$$

$$q (H-E) q |\Psi\rangle = -q (H-E) p |\Psi\rangle, \quad (\text{II-2-3})$$

onde $p = 1 - q$. Pode-se eliminar $q |\Psi\rangle$ explicitamente, renormalizando H. Da equação (2-3) tem-se⁽¹³⁾

$$q |\Psi\rangle = q \left[\frac{1}{E^+ - q H q} \right] q H p |\Psi\rangle \quad (\text{II-2-4})$$

Substituindo (2-4) em (2-1) e (2-2) resulta

$$\langle C, r | (K-E) p | \Psi \rangle = 0 \quad (\text{II-2-5})$$

e

$$\langle A | (K-E) p | \Psi \rangle = 0 \quad (\text{II-2-6})$$

onde

$$K = H + H q \frac{1}{E^+ - q H q} q H \quad (\text{II-2-7})$$

Em (2-7) e (2-4), $E^+ = E + i\epsilon$ corresponde a condições de contorno emergentes. Admite-se que os canais abertos descritos por $q|\Psi\rangle$ tenham isospin $T_0 = 1/2$ (referente a canais de neutrons) de modo que o seu acoplamento com o estado análogo é pequeno.

Como não se está interessado na estrutura detalhada da seção de choque, é conveniente fazer uma média na energia incidente E , em um intervalo I ⁽¹⁴⁾.

Assim,

$$\bar{K} = H + H q \frac{1}{E^+ - q H q + i I} q H \quad (\text{II-2-8})$$

Então obtêm-se para as equações (2-5) e (2-6)

$$\sum_{c'} \int \langle c, r | \bar{K} - E | c', r' \rangle u_{c'}(r') dr' + C_A \langle c, r | \bar{K} - E | A \rangle = 0 \quad (\text{II-2-9})$$

$$\sum_{c'} \int \langle A | \bar{K} - E | c', r' \rangle u_{c'}(r') dr' + C_A \langle A | \bar{K} - E | A \rangle = 0 \quad (\text{II-2-10})$$

Há uma certa ambiguidade na definição da função de onda (1-1). Dependendo da escolha das funções de onda representativas dos canais, pode inclusive ocorrer que os dois primeiros termos de (1-1) não sejam linearmente independentes. A fim de eliminar essa ambiguidade pode-se proceder de diversas maneiras:

a) Impõe-se ortogonalidade entre a parte correspondente aos canais e o es

tado análogo, ou seja^{(12),(15)}

$$\sum_c \int \langle A | c, r \rangle u_c(r) dr = 0. \quad (\text{II-2-11})$$

b) Admite-se^{(1),(2)} que as equações (2-9) para $C_A=0$,

$$\sum_{c'} \langle c, r | \bar{H} - E | c', r' \rangle u_{c'}(r') dr' = 0, \quad (\text{II-2-12})$$

descrevam unicamente os espalhamentos elástico e inelástico sem formação do estado análogo, sendo que os demais termos em (2-9) e (2-10) - descreveriam o acoplamento com o estado análogo. Quando o espalhamento inelástico não ressonante é desprezível, como no caso que será examinado, isso consiste na aproximação de se tomar somente os termos diagonais em (2-9). Nesta aproximação teremos

$$\langle c, r | \bar{H} - E | c', r' \rangle = \delta_{cc'} \delta(r-r') \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial r'^2} - \frac{l(l+1)}{r'^2} \right) + V_{\text{opt}} - E + E_{c'} \right], \quad (\text{II-2-13})$$

onde V_{opt} é o potencial óptico que descreve o espalhamento elástico, E_c é a energia de excitação do núcleo residual associado ao canal c e m é a massa reduzida do sistema núcleo residual-proton emergente. O potencial óptico é esférico complexo e função unicamente das coordenadas de espaço-spin da partícula incidente ou emergente. Este método elimina de uma maneira efetiva a contribuição do estado análogo para o primeiro termo de (1-1). Pode-se mostrar⁽¹⁶⁾ por meio de um estudo detalhado que em certos casos este método é equivalente ao de Kerman et.al.⁽¹²⁾⁽¹⁵⁾.

II-3. Solução das Equações Ópticas.

As equações (2-9) e (2-10) com as aproximações b) da seção anterior, tornam-se

$$(K_c + V_{\text{opt}} - E + E_c) u_c(r) + C_A \langle c, r | \bar{H} - E | A \rangle = 0 \quad (\text{II-3-1})$$

$$\sum_{c'}^e \int \langle A | \bar{H} - E | c', r' \rangle u_{c'}(r') dr' + C_A \langle A | \bar{H} - E | A \rangle = 0, \quad (\text{II-3-2})$$

onde

$$K_c = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right).$$

Para resolver (3-1) serão usadas as soluções das equações homogêneas associadas a (3-1), isto é

$$(K_c + V_{opt} - E + E_c) \hat{u}_c(r) = 0, \quad (\text{II-3-3})$$

com o comportamento assintótico apropriado ao espalhamento elástico de protons,

$$\hat{u}_c^{(+)}(r) = e^{i \cdot \sigma_l} \frac{i}{2} \cdot \left(I_l - e^{2i \cdot \delta_{lj}} O_l \right), \quad (\text{II-3-4})$$

onde I_l e O_l são as funções de Coulomb com o comportamento assintótico seguinte,

$$O_l \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \exp \left[i \left(k_c r - \eta_c \ln(2k_c r) - \frac{l\pi}{2} + \sigma_l \right) \right] \quad (\text{II-3-5})$$

e

$$I_l \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \exp \left[-i \left(k_c r - \eta_c \ln(2k_c r) - \frac{l\pi}{2} + \sigma_l \right) \right],$$

onde k_c é o vetor de onda no canal c , δ_{lj} e σ_l são respectivamente as fases nuclear e Coulombiana, e $\eta_c = \frac{e^2 m Z}{\hbar^2 \cdot k_c}$.

Para a solução da equação (3-1), vai-se introduzir a função de Green $G_c^{(+)}(r, r')$, associada à equação

$$(K_c + V_{opt} - E + E_c) G_c^{(+)}(r, r') = -\delta(r - r') \quad (\text{II-3-6})$$

Pode-se escrever $G_c^{(+)}(r, r')$ explicitamente, usando as soluções regulares e irregulares da eq. (3-3). Assim,

$$G_c^{(+)}(r, r') = -\frac{2m}{\hbar^2 k_c} \cdot e^{-i k_c r} \hat{u}_c^{(+)}(r') g_c(r), \quad (\text{II-3-7})$$

sendo g_c a solução irregular de (3-3) com o comportamento assintótico

$$g_c \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \mathcal{O}_c. \quad (\text{II-3-8})$$

A solução da equação (3-1), apropriada a uma onda esférica incidente no canal c , é então

$$u_c^{(+)}(r, c) = \delta_{c,c} \hat{u}_c^{(+)}(r) + C_A \int G_c^{(+)}(r, r') \langle c', r' | \bar{H} - E | A \rangle dr' \quad (\text{II-3-9})$$

A constante C_A é obtida inserindo-se (3-9) em (3-2). Daí vem:

$$\int \langle A | \bar{H} - E | c, r' \rangle \hat{u}_c^{(+)}(r') dr' + C_A \sum_{c'} \int dr' dr'' \langle A | \bar{H} - E | c', r' \rangle \cdot G_{c'}^{(+)}(r', r'') \cdot \langle c', r'' | \bar{H} - E | A \rangle + C_A \langle A | \bar{H} - E | A \rangle = 0. \quad (\text{II-3-10})$$

Assim sendo, resulta em (3-9)

$$u_c^{(+)}(r, c) = \delta_{c,c} \hat{u}_c^{(+)}(r) + \frac{\int dr' dr'' G_{c'}^{(+)}(r, r') \langle c', r' | \bar{H} - E | A \rangle \langle A | \bar{H} - E | c, r'' \rangle \hat{u}_c^{(+)}(r'')}{E \langle A | \bar{H} | A \rangle - \sum_{c'} \int dr' dr'' \langle A | \bar{H} - E | c', r' \rangle G_{c'}^{(+)}(r', r'') \langle c', r'' | \bar{H} - E | A \rangle}.$$

II-4. Dedução da Matriz de Transição.

A matriz - T será deduzida de um modo geral, e, em seguida, serão feitas as aproximações b) da seção II-2.

As equações de partida são (2-9) e (2-10). Substituindo C_A de (2-10) em (2-9) obtêm-se

$$\sum_{c'} \int d\mathbf{r}' \langle c'', \mathbf{r}' | \bar{H} - E | c', \mathbf{r}' \rangle u_{c'}(\mathbf{r}') + \sum_{c'} \int \langle A | \bar{H} - E | c', \mathbf{r}' \rangle \cdot$$

$$\cdot \frac{\langle c'', \mathbf{r}' | \bar{H} - E | A \rangle}{\langle A | \bar{H} - E | c' \rangle} \cdot u_{c'}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 0. \quad (\text{II-4-1-})$$

\bar{H} será escrito como

$$\bar{H} = H + H_0 \frac{1}{E^+ - q H_0 + iI} q H$$

$$= H_0 + V + H_0 \frac{1}{E^+ - q H_0 + iI} q H$$

$$= H_0 + \bar{U} \quad , \quad (\text{II-4-2})$$

onde H foi decomposto em H_0 , que descreve o alvo mais um nucleon livre e a interação V entre êste nucleon e núcleo alvo.

Introduzindo-se a notação abreviada

$$h_{c''A}(\mathbf{r}) = \langle c'', \mathbf{r} | \bar{H} - E | A \rangle \quad (\text{II-4-3})$$

$$h_{Ac'}(\mathbf{r}) = \langle A | \bar{H} - E | c', \mathbf{r}' \rangle ;$$

com a decomposição de \bar{H} (4-2), para o primeiro termo de (4-1), tem-se

$$\sum_{c'} \int \left[\langle c'', \mathbf{r} | H_0 | c', \mathbf{r}' \rangle + \langle c'', \mathbf{r} | \bar{V} | c', \mathbf{r}' \rangle + \frac{h_{Ac'}(\mathbf{r}) \cdot h_{c''A}(\mathbf{r})}{E - \langle A | \bar{H} | A \rangle} - \delta_{c', c''} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') E \right] \cdot u_{c'}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 0. \quad (\text{II-4-4})$$

Em (4-4)

$$\langle c'', \mathbf{r} | H_0 | c', \mathbf{r}' \rangle = \delta_{c'', c'} H_{c'}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (\text{II-4-5})$$

Definem-se os Hamiltonianos

$$\hat{H} = \delta_{c'', c'} H_{c'}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \langle c'', \mathbf{r} | \bar{V} | c', \mathbf{r}' \rangle \quad (\text{II-4-6})$$

e

$$H' = \delta_{c'', c'} H_{c'}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \langle c'', \mathbf{r} | \bar{V} | c', \mathbf{r}' \rangle + \frac{h_{Ac'}(\mathbf{r}) \cdot h_{c''A}(\mathbf{r})}{E - \langle A | \bar{H} | A \rangle} \quad (\text{II-4-7})$$

cujas equações de auto-valores são respectivamente

$$\sum_{c'} \int \left[\hat{H} - \delta_{c', c''} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') E \right] \hat{u}_c(\mathbf{r}; c) d\mathbf{r}' = 0 \quad (\text{II-4-8})$$

e

$$\sum_{c'} \int \left[H' - \delta_{c', c''} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') E \right] u_c(\mathbf{r}; c) d\mathbf{r}' = 0. \quad (\text{II-4-9})$$

Conhecidas as soluções $\hat{u}_{c'}^{(\pm)}(r',c)$ e $u_{c'}^{(\pm)}(r',c)$ das equações (4-8) e (4-9), respectivamente, ($\hat{u}_{c'}^{(\pm)}(r',c)$ e $u_{c'}^{(\pm)}(r',c)$ correspondem a uma onda esférica - incidente somente no canal c), pode-se definir a matriz-T relativa ao Hamiltoniano H' , (4-7), cuja amplitude de transição do canal c para \bar{c} se rá:

$$\langle \bar{c} | T | c \rangle = \langle \bar{c} | \hat{T} | c \rangle + \sum_{c'' c'} \int d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \hat{u}_{c''}^{(-)*}(\mathbf{r}, \bar{c}) \cdot \frac{h_{c''A}^{(r')} \cdot h_{AC'}^{(r'')}}{E - \langle A | \bar{H} | A \rangle} \cdot u_{c'}^{(+)}(r',c), \quad (\text{II-4-10})$$

onde \hat{T} é a matriz de transição relativa ao Hamiltoniano \hat{H} , (4-6).

No caso presente em que $\langle c'', r' | \bar{V} | c', r' \rangle = \delta_{c''c'} \delta(r-r') V_{opt}$ tem-se

$$\hat{u}_{c'}^{(\pm)}(r',c) = \delta_{c'c} \hat{u}_c^{(\pm)}(r'),$$

com $\hat{u}_c^{(\pm)}(r')$ definido através de (3-3), $u_{c'}^{(\pm)}(r',c)$ definido por (3-11) e

$$\langle \bar{c} | \hat{T} | c \rangle = \frac{i \hbar^2 k_c}{4m} \left[e^{2i(\delta_c + \sigma_c)} - 1 \right] \delta_{c\bar{c}}. \quad (\text{II-4-11})$$

Assim sendo, obtém-se para a matriz-T,

$$\langle \bar{c} | T | c \rangle = \langle \bar{c} | \hat{T} | c \rangle + \sum_{c'} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \hat{u}_{\bar{c}}^{(-)*}(\mathbf{r}) \cdot \frac{h_{\bar{c}A}^{(r)} \cdot h_{AC'}^{(r')}}{E - \langle A | \bar{H} | A \rangle} \cdot u_{c'}^{(+)}(r',c). \quad (\text{II-4-12})$$

Usando (3-11) para $u_{c'}^{(+)}(r',c)$, (4-12) torna-se

$$\langle \bar{c} | T | c \rangle = \langle \bar{c} | \hat{T} | c \rangle + \frac{\int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \hat{u}_{\bar{c}}^{(-)*}(\mathbf{r}) \cdot h_{\bar{c}A}^{(r)} \cdot h_{AC}^{(r')} \cdot \hat{u}_c^{(+)}(r'')}{E - \langle A | \bar{H} | A \rangle - \sum_{c'} \int d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' h_{AC'}^{(r')} G_{c'}^{(+)}(r',r'') h_{c'A}^{(r'')}}. \quad (\text{II-4-13})$$

O segundo termo de (4-13) representa a parte de ressonância da matriz-T, cuja energia ressonante é

$$E_R = \text{Real} \left\{ \langle A | \bar{R} | A \rangle - \sum_{c'} \int dr' dr'' h_{Ac'}^{(r')} \cdot G_c^{(+)}(r', r'') \cdot h_{c'A}^{(r'')} \right\} \quad (\text{II-4-14})$$

e largura total

$$\Gamma = \text{Imag.} \left\{ \langle A | \bar{R} | A \rangle - \sum_{c'} \int dr' dr'' h_{Ac'}^{(r')} \cdot G_c^{(+)}(r', r'') \cdot h_{c'A}^{(r'')} \right\}. \quad (\text{II-4-15})$$

No restante do trabalho, usaremos para a energia ressonante a decomposição

$$E_R = \Delta + \Delta_c + \varepsilon_m \quad (\text{II-4-16})$$

onde Δ_c é o deslocamento Coulombiano definido por

$$\Delta_c = \langle A | H | A \rangle - \varepsilon_m \quad (\text{II-4-17})$$

e

$\Delta = E_R - \Delta_c - \varepsilon_m$ é o deslocamento de energia ressonante, que representa a interação do estado análogo com os estados do núcleo composto e os estados de canais.

Definem-se, ainda, as amplitudes de escape complexas

$$\gamma_{Ac} = \left(\frac{4\pi m}{\hbar^2 k_c} \right)^{1/2} \int dr h_{Ac}^{(r)} \hat{u}_c^{(+)}(r) \quad , \quad (\text{II-4-18})$$

$$\gamma_{cA} = \left(\frac{4\pi m}{\hbar^2 k_c} \right)^{1/2} \int dr \hat{u}_c^{(-)*}(r) h_{cA}^{(r)} \quad , \quad (\text{II-4-19})$$

e as larguras parciais através de

$$\gamma_{Ac}^c = \left(e^{i\psi_c} \cdot \Gamma_p^c \right)^{1/2} \quad , \quad (\text{II-4-20})$$

onde Γ_p^c é a magnitude da largura parcial e ψ_c é a fase associada.

PARTE III - CÁLCULO DE PARÂMETROS RESSONANTES.

III-1 - Introdução.

Como foi visto na parte II, tanto a amplitude de escape (II-4-18) como a posição E_R (II-4-14) e a largura Γ (II-4-15) da ressonância, de pendem do estado análogo através das funções.

$$h_{AC}(r) = \langle A | \bar{H} - E | c, r \rangle, \quad (II-4-3)$$

$$h_{CA}(r) = \langle c, r | \bar{H} - E | A \rangle$$

e da quantidade $\langle A | \bar{H} | A \rangle$, sendo que as funções $h_{AC}(r)$ representam transições do estado análogo para os estados de canais. Pode-se subdividir $h_{AC}(r)$ numa parte "DIRETA" e numa parte "COMPOSTA" através da decomposição (II-2-8) do Hamiltoniano efetivo \bar{H}

$$h_{AC}(r) = h_{AC}^{DIRETO}(r) + h_{AC}^{COMPOSTO}(r),$$

em que

$$h_{AC}^{DIRETO}(r) = \langle A | H - E | r, c \rangle \quad (III-1-1)$$

e

$$h_{AC}^{COMPOSTO}(r) = \langle A | H q \frac{1}{E^+ - q H q + iI} q H | r, c \rangle. \quad (III-1-2)$$

Tem-se, assim, para a amplitude de escape a decomposição:

$$\gamma_{AC} = \gamma_{AC}^{DIRETO} + \gamma_{AC}^{COMPOSTO} \quad (II-4-18)$$

em que

$$\gamma_{AC}^{DIRETO} = \left(\frac{4m}{\hbar^2 k_c} \right)^{1/2} \int h_{AC}^{DIRETO}(r) \cdot \hat{u}_c^{(H)}(r) dr \quad (III-1-3)$$

$$\gamma_{Ac}^{\text{COMPOSTO}} = \left(\frac{4\pi m}{\hbar^2 k_c} \right)^{1/2} \int h_{Ac}^{(r)} \cdot \hat{u}_c^{(H)}(r) dr \quad (\text{III-1-4})$$

Admite-se que $|\gamma_{Ac}^{\text{DIRETO}}| \gg |\gamma_{Ac}^{\text{COMPOSTO}}|$,

pois o acoplamento entre o estado análogo e os estados do espaço-q é fraco e incoerente, tal que sua contribuição pode ser desprezada; este argumento também é válido para a largura total.

Portanto, será feita a aproximação

$$h_{Ac}^{(r)} \cong h_{Ac}^{\text{DIRETO}} = \langle A | H - E | A \rangle \quad (\text{III-1-5})$$

e deste modo, $h_{cA}^{(r)}$ é dada por

$$h_{cA}^{(r)} = h_{Ac}^{*} \quad (\text{III-1-6})$$

Dentro da mesma linha de aproximações será admitido que

$$\langle A | \bar{H} | A \rangle \cong \langle A | H | A \rangle \quad (\text{III-1-7})$$

Com as hipóteses (1-5) e (1-7), $|A\rangle$ está acoplado ao espaço-q somente através dos estados de canais.

Para o deslocamento Coulombiano associado ao estado análogo será adotada a definição (II-4-17), isto é

$$\Delta_c = (\langle A | H | A \rangle - m_p \cdot c^2) - (\langle \pi_I^M | H | \pi_I^M \rangle - m_m \cdot c^2) \quad (\text{III-1-8})$$

Nas seções III-2 e III-3 serão deduzidas fórmulas para as funções $h_{Ac}^{(r)}$, dadas por (I-5) e para o deslocamento Coulombiano, respectivamente, apropriados ao caso em que o núcleo ascendente seja duplamente fechado.

III-2 Cálculo da Amplitude de Escape.

De acôrdo com as aproximações mencionadas na seção III-1, a amplitude de escape se escreve

$$\delta_{Ac} = \left(\frac{4m}{\hbar^2 k_c} \right)^{1/2} \int h_{Ac}(r) \hat{u}_c^{(+)}(r) dr, \quad (\text{II-4-18})$$

com $h_{Ac}(r)$ dado por (1-5). Esta seção se restringirá ao cálculo desta função $h_{Ac}(r)$, (1-5). Pela definição (I-4-1) para o estado análogo e admitindo pureza em isospin tem-se

$$h_{Ac}(r) = (2T_0 + 1)^{-1/2} \langle \pi_I^M | T^+ (H - E) | r, c \rangle. \quad (\text{III-2-1})$$

Com a hipótese já anunciada anteriormente, de que $|\pi_I^M\rangle$ seja auto-estado de H , isto é,

$$H |\pi_I^M\rangle = [\epsilon_m + (m_m - m_p)c^2] |\pi_I^M\rangle, \quad (\text{II-1-4})$$

a expressão (III-2-1) torna-se

$$h_{Ac}(r) = (2T_0 + 1)^{-1/2} \langle \pi_I^M | \{ [T^+, H] + [\epsilon_m + (m_m - m_p)c^2 - E] T^+ \} | r, c \rangle \quad (\text{III-2-2})$$

Os termos mais importantes no Hamiltoniano H , que não comutam com T^+ , são o potencial Coulombiano e os termos devidos à diferença de massa de repouso entre neutron e proton. Outros potenciais, tais como a interação entre o momento magnético da partícula e o momento magnético orbital são aqui desprezados⁽¹²⁾. Tem-se, então, com boa aproximação

$$\begin{aligned} [T^+, H] &= \left[T^+, \sum_{i=0}^A m_m c^2 (1 - \Lambda_i) + \sum_{i=0}^A m_p c^2 \Lambda_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=0}^A V_{ij}^c \Lambda_i \Lambda_j \right] \\ &= (m_p - m_m) c^2 T^+ + \sum_{i \neq j=0}^A V_{ij}^c \Lambda_j t_i^+ \end{aligned} \quad (\text{III-2-3})$$

onde

$$V_{ij}^c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|} \quad e \quad \Lambda = \frac{1}{2} - t_z$$

são, respectivamente, a energia potencial Coulombiana de 2 protons, e operador de projeção para protons.

Escrevendo este comutador em notação de segunda quantização obtém-se

$$[T^+, H] = (m_p - m_m)c^2 \int d\vec{x}_0 \psi^\dagger(\vec{x}_0) t_0^+ \psi(\vec{x}_0) + \frac{1}{2} \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \psi^\dagger(\vec{x}_0) \psi^\dagger(\vec{x}_1) (\Lambda_0 t_1^+ + \Lambda_1 t_0^+) \psi(\vec{x}_1) \psi(\vec{x}_0) .$$

(III-2-4)

Introduzindo os operadores ψ_m e ψ_p , definidos no Apêndice, tem-se para $h_{Ac}(r)$

$$h_{Ac}(r) = (2T_0 + 1)^{-1/2} \langle \pi_I^M | [(\epsilon_m - E) \int d\vec{x}_0 \psi_m^\dagger(\vec{x}_0) \psi_p(\vec{x}_0) + \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \psi_m^\dagger(\vec{x}_0) \psi_p^\dagger(\vec{x}_1) V(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_0)] | r, c \rangle ,$$

(III-2-5)

com $V(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = V_{01}^c$.

Para o Pb^{208} , duplamente fechado no estado fundamental, o momento angular total I é nulo, e os núcleos residuais são estados representados por buracos de neutrons no núcleo ascendente. De acordo com a equação (II-1-8), tem-se então os seguintes estados de canais

$$|c, r\rangle = r \cdot \sum_{M_\lambda m_j} \langle j m_j I_\lambda M_\lambda | 00 \rangle a_p^\dagger(r; l_j m_j) b_m^\dagger(\lambda, l_\lambda I_\lambda M_\lambda) | \pi_0^0 \rangle ,$$

(III-2-6)

onde o operador

$$b_m^\dagger(\lambda, l_\lambda, I_\lambda, M_\lambda) = (-1)^{I_\lambda - M_\lambda} a_m(\lambda, l_\lambda, I_\lambda, M_\lambda) \quad (\text{III-2-7})$$

corresponde à criação de um buraco de neutron, com números quânticos

$$\{ \lambda, l_\lambda, I_\lambda, M_\lambda \} .$$

Introduzindo a expressão (2-6) para $|c, r\rangle$ em (2-5) e, fazendo uso do Teorema de Wick⁽²⁸⁾, resulta

$$h_{Ac}(\tau) = (2T_0 + 1)^{\frac{1}{2}} \sum_{M_\lambda, m_j} \tau \cdot \left\{ \int d\vec{x}_0 \langle |\Psi_m^\dagger(\vec{x}_0) b_m^\dagger(\lambda, l_\lambda, I_\lambda, M_\lambda)| \rangle [(\epsilon_m - E) \cdot \langle |\Psi_p(\vec{x}_0) a_p^\dagger(r; l_j, m_j)| \rangle + \int d\vec{x}_1 V(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \cdot (\langle |\Psi_p^\dagger(\vec{x}_1) \Psi_p(\vec{x}_1)| \rangle \cdot \langle |\Psi_p(\vec{x}_0) a_p^\dagger(r; l_j, m_j)| \rangle - \langle |\Psi_p^\dagger(\vec{x}_1) \Psi_p(\vec{x}_0)| \rangle \cdot \langle |\Psi_p(\vec{x}_1) a_p^\dagger(r; l_j, m_j)| \rangle)] \right\} \langle j, m_j, I_\lambda, M_\lambda | 00 \rangle .$$

(III-2-8)

onde os elementos de matriz são os valores esperados tomados relativamente ao estado $|\pi_0^0\rangle$ e que podem ser facilmente avaliados, decompondo os operadores Ψ_m (Ψ_m^\dagger) e Ψ_p (Ψ_p^\dagger) em operadores de criação de buracos (partículas) e aniquilação de partículas (buracos) (V. Apêndice).

Assim, tem-se para os elementos de matriz em (2-8)

$$\begin{aligned} \langle |\Psi_m^\dagger(\vec{x}_0) b_m^\dagger(\lambda, l_\lambda, I_\lambda, M_\lambda)| \rangle &= (-1)^{I_\lambda - M_\lambda} w_{m, \lambda, l_\lambda, I_\lambda, M_\lambda}(\vec{x}_0) \\ &= \tau_0^{-1} \cdot (-1)^{I_\lambda - M_\lambda} W_{m, \lambda, l_\lambda, I_\lambda}(\tau_0) \cdot Y_{l_\lambda, I_\lambda}^{M_\lambda}(\Omega_0) \end{aligned} \quad (\text{III-2-9})$$

$$\langle |\Psi_p^\dagger(\vec{x}_1) \Psi_p(\vec{x}_0)| \rangle = \sum_{\nu, M_\nu} w_{p, \nu, l_\nu, I_\nu, M_\nu}(\vec{x}_0) \cdot w_{p, \nu, l_\nu, I_\nu, M_\nu}^*(\vec{x}_1) \quad (\text{III-2-10})$$

onde $w_{m, \nu, l_\nu, I_\nu, M_\nu}$ ($w_{p, \lambda, l_\lambda, I_\lambda, M_\lambda}$) representam funções de onda da relativas às órbitas ocupadas de neutrons (protons) no estado $|\pi_0^0\rangle$. Tem-se, também pela definição (II-1-7) e pelas propriedades de

anticomutação dos operadores ψ_p que

$$\begin{aligned} \langle |\psi_p(\vec{x}_1) a_p^\dagger(r; l_j m_j)| \rangle &= \int \langle |\psi_p(\vec{x}_1) \psi_p^\dagger(\vec{x})| \rangle Y_{l_j}^{m_j} d\Omega \\ &= \left[r^{-1} \delta(r-r_1) \cdot r_1^{-1} - \sum_j \delta_{l,l_j} \delta_{j,j_j} W_{p,\gamma,l_j,j_j}(r_1) \cdot r_1^{-1} W_{p,\gamma,l_j,j_j}(r) \cdot r^{-1} \right] Y_{l_j}^{m_j}, \end{aligned} \quad (\text{III-2-11})$$

onde a somatória se estende a estados de protons ocupados tendo mesmos momento angular l e j , que os do proton emergente no canal em consideração. Nos cálculos será usada a aproximação

$$\langle |\psi_p(\vec{x}_1) a_p^\dagger(r; l_j m_j)| \rangle = r^{-1} \delta(r-r_1) \cdot r_1^{-1} Y_{l_j}^{m_j}, \quad (\text{III-2-12})$$

que consiste em desprezar efeitos de antissimetrização, nos estados de canais, entre funções de onda de protons emergentes e protons ligados. Note-se que, para as larguras parciais as contribuições desprezadas seriam idênticamente nulas se o potencial óptico V_{opt} que descreve $\hat{u}_c^{(+)}(r)$, fôsse real e idêntico ao que descreve os protons ligados. Substituindo estes resultados em (2-8) tem-se $c = \{ \lambda, I_\lambda, l_\lambda, I_\lambda, 0, 0 \}$, que são os únicos canais que contribuem para $h_{Ac}(r)$.

Assim,

$$\begin{aligned} h_{Ac}(r) &= (2I_0 + 1)^{-1/2} (2I_\lambda + 1)^{-1/2} \sum_{M_\lambda} d r_0 d \Omega_0 Y_{l_\lambda I_\lambda}^{M_\lambda} W_{m,\lambda,l_\lambda I_\lambda}(r_0) \cdot \{ \\ & [E_m - E + V_c(r_0)] \cdot Y_{l_\lambda I_\lambda}^{M_\lambda} \cdot \delta(r-r_0) - \sum_{j,m_j} \int d\vec{x}_1 W_{p,\gamma,l_j,j_j}(r_0) \cdot Y_{l_j,j_j}^{m_j} \cdot \\ & \cdot V(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \cdot W_{p,\gamma,l_j,j_j}^*(\vec{x}_1) \cdot Y_{l_\lambda I_\lambda}^{M_\lambda} \cdot r_1^{-1} \cdot \delta(r-r_1) \} , \end{aligned} \quad (\text{III-2-13})$$

onde

$$\begin{aligned}
 V_c(r_0) &= \sum_{\gamma m_\gamma} \int d\vec{x}_1 V^c(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \cdot w_{p, \gamma, \ell_\gamma, j_\gamma, m_\gamma}^*(\vec{x}_1) \cdot w_{p, \gamma, \ell_\gamma, j_\gamma, m_\gamma}(\vec{x}_1) \\
 &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\gamma} (2j_\gamma + 1) \int \frac{1}{r_{>}(\vec{r}_0, \vec{r}_1)} \cdot \left(W_{p, \gamma, \ell_\gamma, j_\gamma}(\vec{r}_1) \right)^2 d\tau_1
 \end{aligned}
 \tag{III-2-14}$$

Integrando em ângulos a expressão (2-13), vem

$$\begin{aligned}
 h_{Ac}^{(\gamma)}(r) &= (2I_\gamma + 1)^{-1/2} \left\{ (2I_\lambda + 1)^{1/2} W_{m, \lambda, \ell_\lambda, I_\lambda}(\vec{r}) \left[E_m - E + V_c(\vec{r}) \right] - (2I_\lambda + 1)^{-1/2} \right. \\
 &\quad \cdot \sum_{\gamma, \tilde{\ell}} (2j_\gamma + 1) \left\langle j_\gamma, \frac{1}{2} \tilde{\ell} \ 0 \mid I_\lambda, \frac{1}{2} \right\rangle^2 \int d\tau_0 W_{m, \lambda, \ell_\lambda, I_\lambda}(\vec{r}_0) \cdot W_{p, \gamma, \ell_\gamma, j_\gamma}(\vec{r}) \\
 &\quad \cdot V_{\tilde{\ell}}^c(\vec{r}_0, \vec{r}) \cdot W_{p, \gamma, \ell_\gamma, j_\gamma}(\vec{r}_0) \cdot \frac{1}{4} \cdot \left[1 - (-1)^{\ell_\lambda + \ell_\gamma + \tilde{\ell}} \right]^2 \left. \right\},
 \end{aligned}
 \tag{III-2-15}$$

onde

$$V_{\tilde{\ell}}^c(\vec{r}_0, \vec{r}) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{r_{<}^{\tilde{\ell}}(\vec{r}_0, \vec{r})}{r_{>}^{\tilde{\ell}+1}(\vec{r}_0, \vec{r})}
 \tag{III-2-16}$$

ou seja, $V_{\tilde{\ell}}^c(\vec{r}_0, \vec{r})$ é a parte radial da expansão multipolar

$$V^c(\vec{x}_0, \vec{x}) = \sum_{\tilde{\ell}} V_{\tilde{\ell}}^c(\vec{r}_0, r) P_{\tilde{\ell}}(\hat{\vec{r}}_0 \cdot \hat{\vec{r}})
 \tag{III-2-17}$$

Para se obter δ_{Ac}^{γ} basta multiplicar, de acordo com (II-4-18),

$$h_{Ac}^{(\gamma)}(r) \quad \text{por} \quad \hat{u}_c^{(+)}(r) \quad \text{e integrar em } r.$$

III.3. Cálculo da Energia de Deslocamento Coulombiano.

Tem-se para a energia de Deslocamento Coulombiano

$$\Delta_c = \left\{ (2T_0 + 1)^{-1} \langle \pi_0^0 | T^+ H T^- | \pi_0^0 \rangle - m_p c^2 \right\} - \left\{ \langle \pi_0^0 | H | \pi_0^0 \rangle - m_m c^2 \right\}$$

$$= \langle \pi_0^0 | \left[\frac{1}{2T_0 + 1} T^+ H T^- - \frac{1}{2T_0 + 1} T^+ T^- H \right] | \pi_0^0 \rangle - m_p c^2 + m_m c^2$$

$$= (2T_0 + 1)^{-1} \langle \pi_0^0 | [T^+, [H, T^-]] | \pi_0^0 \rangle + m_m c^2 - m_p c^2.$$

(III-3-1)

Calculando $[H, T^-]$, tem-se um resultado semelhante ao da relação (2-3), e

$$[T^+, [H, T^-]] = [T^+, (m_p - m_m) c^2 T^- + \sum_{i \neq j=0}^A V_{ij}^c \Lambda_j t_i^-]$$

$$= \sum_{i \neq j=0}^A V_{ij}^c t_j^+ t_i^- + 2 \sum_{i \neq j=0}^A V_{ij}^c \Lambda_j t_{2,i} + 2(m_p - m_m) c^2 T_2.$$

(III-3-2)

Obtemos então em notação de segunda quantização.

$$[T^+, [H, T^-]] = \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \psi^\dagger(\vec{x}_0) \psi^\dagger(\vec{x}_1) V_{0,1}^c \left[\frac{1}{2} (t_1^+ t_0^- + t_0^+ t_1^-) + \Lambda_0 t_{3,1}^+ + \Lambda_1 t_{3,0}^- \right] \psi(\vec{x}_1) \psi(\vec{x}_0) + 2(m_p - m_m) c^2 T_2$$

$$= \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 V(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \left[\psi_m^\dagger(\vec{x}_1) \psi_p^\dagger(\vec{x}_0) \psi_m(\vec{x}_0) \psi_p(\vec{x}_1) + \psi_p^\dagger(\vec{x}_0) \psi_m^\dagger(\vec{x}_1) \psi_m(\vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_0) - \psi_p^\dagger(\vec{x}_0) \psi_p^\dagger(\vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_0) \right] + 2(m_p - m_m) c^2 T_2.$$

(III-3-3)

Inserindo (3-3) em (3-1) resulta para Δ_c

$$\Delta_c = (2T_0 + 1)^{-1} \langle \pi_0^0 | \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 V^c(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \left\{ \psi_m^\dagger(\vec{x}_1) \psi_p^\dagger(\vec{x}_0) \psi_m(\vec{x}_0) \psi_p(\vec{x}_1) + \right. \\ \left. + \psi_p^\dagger(\vec{x}_0) \psi_m^\dagger(\vec{x}_1) \psi_m(\vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_0) - \psi_p^\dagger(\vec{x}_0) \psi_p^\dagger(\vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_1) \psi_p(\vec{x}_0) \right\} | \pi_0^0 \rangle$$

(III-3-4)

Aplicando o Teorema de Wick⁽²⁸⁾, a expressão (3-4) reduz-se à contração de pares, e daí tem-se

$$(2T_0 + 1) \Delta_c = \sum_{\substack{\nu, m_\nu \\ \mu, m_\mu}} \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \left\{ w_{p, \nu, l_\nu, j_\nu, m_\nu}^*(\vec{x}_0) w_{m, \mu, l_\mu, j_\mu, m_\mu}^*(\vec{x}_1) V^c(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \left[\right. \right.$$

$$\left. \left. w_{m, \mu, l_\mu, j_\mu, m_\mu}(\vec{x}_1) w_{p, \nu, l_\nu, j_\nu, m_\nu}(\vec{x}_0) - w_{m, \mu, l_\mu, j_\mu, m_\mu}(\vec{x}_0) w_{p, \nu, l_\nu, j_\nu, m_\nu}(\vec{x}_1) \right] \right\} +$$

$$- \sum_{\substack{\nu, m_\nu \\ \mu, m_\mu}} \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \left\{ w_{p, \nu, l_\nu, j_\nu, m_\nu}^*(\vec{x}_0) w_{p, \mu, l_\mu, j_\mu, m_\mu}^*(\vec{x}_1) V^c(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \left[\right. \right.$$

$$\left. \left. w_{p, \mu, l_\mu, j_\mu, m_\mu}(\vec{x}_1) w_{p, \nu, l_\nu, j_\nu, m_\nu}(\vec{x}_0) - w_{p, \mu, l_\mu, j_\mu, m_\mu}(\vec{x}_0) w_{p, \nu, l_\nu, j_\nu, m_\nu}(\vec{x}_1) \right] \right\}$$

(III-3-5)

onde $w_{m,\xi,l_\xi,j_\xi,m_\xi}$ ($w_{p,\xi,l_\xi,j_\xi,m_\xi}$) tem o mesmo significado da

seção III-2, isto é, representam funções de onda relativas às órbitas ocupadas por neutrons (protons), no estado $|\pi_0^0\rangle$. Desprezando qualquer diferença entre as funções de onda de partícula independente do neutron e do proton, para os mesmos números quânticos, observa-se que somente contribuem para Δ_c , órbitas de neutrons para as quais as órbitas correspondente de protons estão desocupadas. Assim, resulta para Δ_c

$$(2T_0 + 1) \Delta_c = \sum_{\substack{\nu, m_\nu, (\epsilon_\nu \leq \epsilon_p^F) \\ \mu, m_\mu, (\epsilon_p^F < \epsilon_\mu \leq \epsilon_m^F)}} \int d\vec{x}_0 d\vec{x}_1 \left\{ w_{p,\nu,l_\nu,j_\nu,m_\nu}^*(\vec{x}_0) w_{m,\mu,l_\mu,j_\mu,m_\mu}^*(\vec{x}_1) \right. \\ \left. \cdot V^c(\vec{x}_0, \vec{x}_1) \left[w_{m,\mu,l_\mu,j_\mu,m_\mu}(\vec{x}_1) w_{p,\nu,l_\nu,j_\nu,m_\nu}(\vec{x}_0) - w_{m,\mu,l_\mu,j_\mu,m_\mu}(\vec{x}_0) w_{p,\nu,l_\nu,j_\nu,m_\nu}(\vec{x}_1) \right] \right\}$$

(III-3-6)

onde, ϵ_ν (ϵ_μ) representa energia de níveis de proton(neutron) e, ϵ_p^F (ϵ_m^F)

a energia de Fermi do proton(neutron) no estado $|\pi_0^0\rangle$ isto é, a energia correspondente ao último nível ocupado por proton(neutron).

Efetuada na expressão (3-6) a integração nos ângulos, resulta

$$(2T_0 + 1) \Delta_c = \sum_{\mu, (\epsilon_p^F < \epsilon_\mu \leq \epsilon_m^F)} \int d\vec{r}_2 W_{m,\mu,l_\mu,j_\mu}(\vec{r}_2) V^c(\vec{r}_2) W_{m,\mu,l_\mu,j_\mu}(\vec{r}_2) \cdot (2j_\mu + 1) +$$

$$- \sum_{\substack{\mu, \nu, (\epsilon_\nu \leq \epsilon_p^F) \\ \tilde{l}, (\epsilon_p^F < \epsilon_\mu \leq \epsilon_m^F)}} (2j_\nu + 1) \left\langle j_\nu \frac{1}{2} \tilde{l} \ 0 \mid j_\mu \frac{1}{2} \right\rangle^2 \int d\vec{r}_0 d\vec{r}_2 W_{m,\mu,l_\mu,j_\mu}(\vec{r}_0)$$

$$\cdot W_{p,\nu,l_\nu,j_\nu}(\vec{r}_2) U_{\tilde{l}}^c(\vec{r}_0, \vec{r}_2) W_{p,\nu,l_\nu,j_\nu}(\vec{r}_0) W_{m,\mu,l_\mu,j_\mu}(\vec{r}_2) \cdot \frac{1}{4} \left[1 - (-1)^{l_\mu + l_\nu + \tilde{l}} \right]^2$$

(III-3-7)

onde $V^c(\vec{r}_2)$ e $U_{\tilde{l}}^c(\vec{r}_0, \vec{r}_2)$ foram definidas respectivamente pelas equações (2-14) e (2-16)

PARTE IV - DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS NUMÉRICOS DE CÁLCULO,
PARÂMETROS, RESULTADOS e CONCLUSÕES.

IV-1. Introdução.

O ^{208}Pb , no estado fundamental, tem camadas de prótons e nêutrons fechadas, com as seguintes camadas correspondentes ao excesso de nêutrons, na ordem crescente de energia de separação:

$$3p_{1/2}, 2f_{5/2}, 3p_{3/2}, 1i_{13/2}, 2f_{7/2} \text{ e } 1h_{9/2}.$$

O estado fundamental do ^{207}Pb é descrito por um buraco de nêutron na camada $3p_{1/2}$.

A ressonância análoga, correspondente ao estado análogo do estado fundamental do ^{208}Pb , encontra-se à energia de 11.50 MeV para prótons incidentes e foi estudada por diversos autores⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾, que obtiveram sua largura total, a largura parcial elástica e as larguras parciais inelásticas correspondentes aos canais $5/2$, $3/2$, $7/2$, isto é, canais cujos núcleos residuais apresentam configuração de um buraco de nêutron nas camadas $2f_{5/2}$, $3p_{3/2}$ e $2f_{7/2}$, respectivamente. Estas larguras foram obtidas ajustando-se os parâmetros da fórmula de Breit-Wigner para uma ressonância isolada. O decaimento da ressonância segundo os canais $9/2$ e $13/2$ não foi observada.

Considerando as expressões para a amplitude de escape, através de $h_{Ac}(r)$ (III-2-15), e deslocamento Coulombiano (III-3-7), nelas encontram-se funções de onda de prótons ligados do ^{208}Pb , do excesso de nêutrons e de prótons emergentes, a determinação dos quais será descrita nas seções seguintes.

IV.2. Potenciais Utilizados.

No cálculo das funções de onda dos nêutrons ligados, correspondentes ao excesso de nêutrons, bem como para as funções de onda que descrevem os prótons ligados e os prótons incidentes e emergentes, foi utilizada uma parte central de Woods-Saxon e uma parte de spin-órbita de Thomas. Para os prótons foi acrescentado a estes potenciais o potencial de Coulomb, gerado por uma distribuição uniforme de carga; para os prótons no contínuo tem-se ainda um potencial imaginário de superfície do

tipo derivada de Woods-Saxon.

Pode-se resumir os potenciais empregados na fórmula

$$V = -U_0 f(R_0, a_0, r) + U_{s.o.} \vec{l} \cdot \vec{\sigma} f_{s.o.}(R_{s.o.}, a_{s.o.}, r) + \Lambda V_c(R_c, r) + \\ - L W f_D(R_i, a_i, r) \quad , \quad (IV-2-1)$$

onde \vec{l} é o momento angular orbital, $1/2 \vec{\sigma}$ é o spin, Λ , o operador de projeção de protons e, W é obviamente nulo para os estados ligados. Em (2-1) f , $f_{s.o.}$ e f_D são dados respectivamente por

$$f = \left[1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a_0}\right) \right]^{-1} \quad (IV-2-2)$$

$$f_{s.o.} = 2 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} f(R_{s.o.}, a_{s.o.}, r) \quad (IV-2-3)$$

$$f_D = -4 \cdot a_i \frac{d}{dr} f(R_i, a_i, r) \quad (IV-2-4)$$

Finalmente, tem-se para o potencial de Coulomb

$$V_c(R_c, r) = \begin{cases} \frac{Z e^2}{8 \pi \epsilon_0} \cdot \left[3 - \left(\frac{r}{R_c}\right)^2 \right] \\ \frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0} \cdot r^{-1} \end{cases} \quad , \quad (IV-2-5)$$

onde os raios R_0 , $R_{s.o.}$, R_c , R_i obedecem a relação

$$R_o = r_o \cdot A^{1/3} \quad ; \quad R_{s.o.} = r_{s.o.} \cdot A^{1/3} \quad ;$$

$$R_c = r_c \cdot A^{1/3} \quad ; \quad R_l = r_l \cdot A^{1/3} .$$

(IV-2-6)

Os valores numéricos usados para os parâmetros encontram-se na tabela 1. Note-se que os parâmetros $r_{s.o.}$ e $a_{s.o.}$ do potencial - spin-órbita foram os mesmos em todos os casos.

Para os protons no contínuo usou-se o potencial de Becchetti-Greenless⁽²⁰⁾, que foi obtido ajustando o espalhamento elástico de protons em diversos alvos a várias energias e levando em consideração, também, a distribuição de neutrons e protons no alvo.

IV-3. Descrição de Protons Ligados.

Para os protons ligados usou-se potenciais de Rost⁽²¹⁾, que descrevem com boa aproximação os estados de partícula e buraco de proton no $^{208}_{Pb}$. Os 82 protons no $^{208}_{Pb}$ se dispõem em 16 níveis cujas energias e números quânticos estão representados na Tabela 2.

A densidade correspondente à distribuição de carga do modelo de camadas é dada por

$$\rho_a(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \sum_{\nu} (2j_{\nu} + 1) \left(W_{p, \nu}^{(r)} \right)^2 , \quad (IV-3-1)$$

cujo raio quadrático médio calculado, foi de 5.42 fm; o valor experimental, obtido pelo espalhamento de eletrons é 5.5 fm⁽²²⁾. A figura 6(a) apresenta esta distribuição de carga, enquanto em 6(b) tem-se o gráfico de uma distribuição de carga⁽²³⁾ que ajusta o espalhamento de eletrons e os níveis de energia dos átomos méxicos. Esta densidade de carga é uma distribuição de Bethe modificada, cuja expressão analítica é dada por

	r_0 (fm)	a_0 (fm)	U_0 (MeV)	$r_{s.o.}$ (fm)	$a_{s.o.}$ (fm)	$U_{s.o.}$ (MeV)	r_c (fm)	r_i (fm)	a_i (fm)	W (MeV)
proton ligado	1.260	.70	60.0	1.01	.75	5.8	1.2	-	-	0.
proton no contí- nuo	1.170	.75	60.9	1.01	.75	7.4	1.2	1.32	.655	6.0
neutron	*	.75	**	1.01	.75	***	-	-	-	0.

tabela 1 : Parâmetros utilizados no cálculo das funções de onda

* - variável ; ** - ajustado ; *** - $U_{s.o.} = 7.4$ MeV para a camada 3 p,
 $U_{s.o.} = 5.0$ MeV para a camada 2f, $U_{s.o.} = 6.0$ MeV para as camadas 1i e 1 h

Energia (MeV)	33.05	29.89	28.79	25.78	23.64	22.21	20.86	17.58	16.04	15.18	15.17	10.79	9.40	8.81	7.99	7.24
Números Quânticos	1s _{1/2}	1p _{3/2}	1p _{1/2}	1d _{5/2}	1d _{3/2}	2s _{1/2}	1f _{7/2}	1f _{5/2}	2p _{3/2}	1g _{9/2}	2p _{1/2}	1g _{7/2}	2d _{5/2}	1h _{11/2}	2d _{3/2}	3s _{1/2}

tabela 2 : Energia e números quânticos dos estados ligados de proton no ²⁰⁸Pb

$$\rho_b(r) = \rho_0 \cdot \left[1 + w \left(\frac{r}{R_3} \right)^2 \right] \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \exp \left(\frac{r - R_3}{a_2} \right) \right]^2, \quad r < R_3$$

(IV-3-2)

$$\rho_b(r) = \rho_0 \cdot [1 + w] \cdot \frac{1}{4} \cdot \exp[-\gamma \cdot (r - R_3)], \quad r > R_3$$

com

$$R_3 = R_2 - a_2 \cdot \ln 2, \quad R_2 = 7.70 \text{ fm}, \quad a_2 = 1.20 \text{ fm},$$

$$\gamma = 1.80 \text{ fm}^{-1}, \quad e \quad w = .717$$

de modo que o raio quadrático médio tome o valor de 5.5 fm.

Note-se que ambas as distribuições apresentam a mesma cauda e ajustam igualmente bem o espalhamento de elétrons, mas somente a curva (b) ajusta os níveis de energia dos átomos méxicos.

A parte direta de $h_{AC}(r)$, (III-2-15) depende somente dos prótons ligados através do potencial Coulombiano gerado pela distribuição de carga. Portanto, é possível calculá-la utilizando distribuições de carga empíricas. Os potenciais Coulombianos gerados pelas distribuições ρ_a e ρ_b da figura 5 são quase indistinguíveis a não ser nas vizinhanças da origem, onde há uma diferença da ordem de 1% entre os mesmos. Esperam-se, para as partes diretas de $h_{AC}(r)$, diferenças correspondentemente pequenas. Na seção IV-5 serão discutidos também os resultados obtidos através da carga empírica.

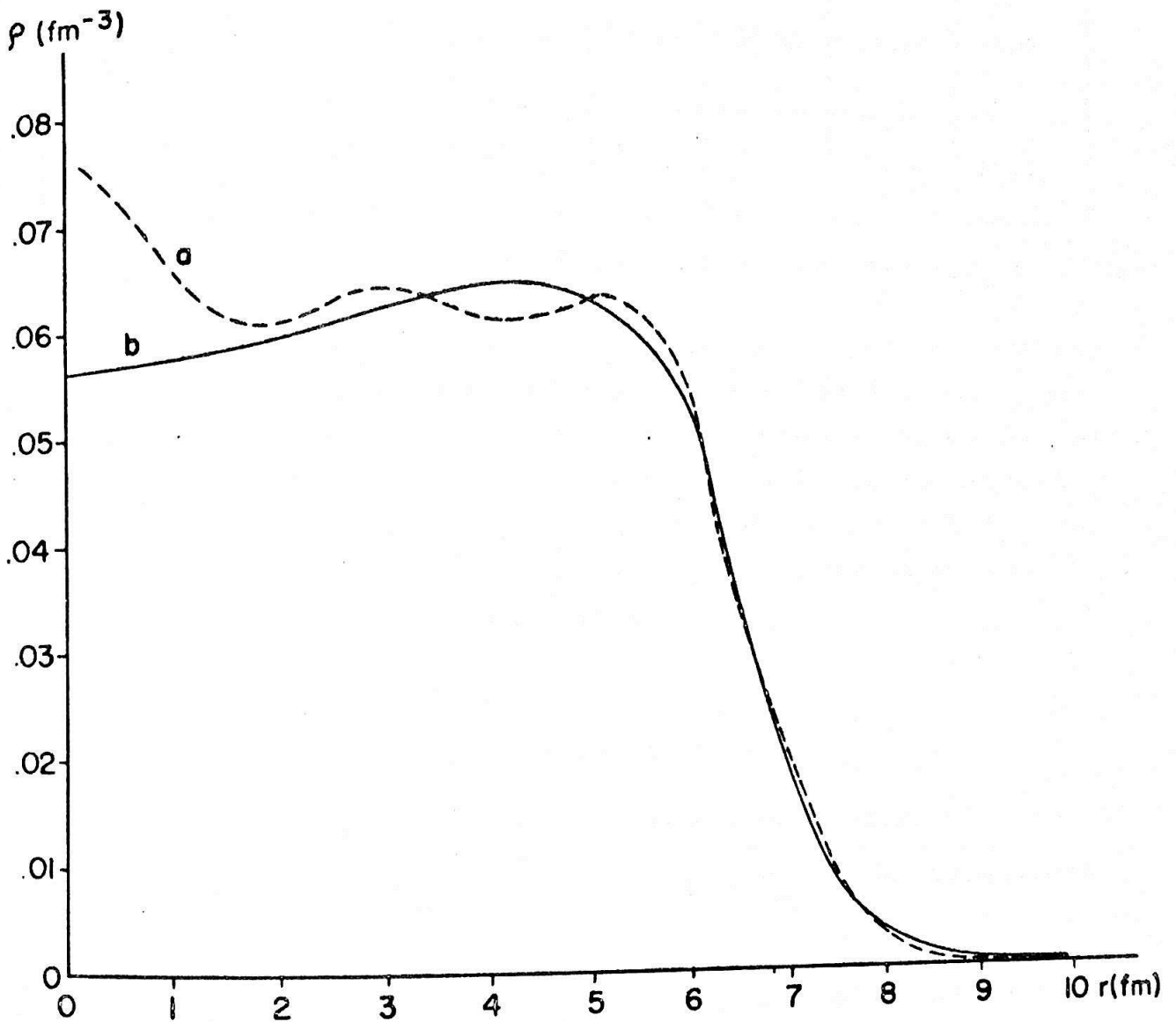


Fig. 6 a) Distribuição de carga do modelo de camadas.
b) Distribuição de carga que ajusta o espalhamento de eletrons e os níveis de energia dos átomos méxicos.

IV-4. A Distribuição do Excesso de Neutrons e o Deslocamento Coulombiano.

O procedimento adotado para calcular as funções de onda de partícula independente de neutrons, das camadas correspondentes ao excesso de neutrons, foi diferente daquele adotado para os protons ligados, para os quais foram fixados todos os potenciais de antemão. Para os neutrons são dadas as energias, e faz-se a procura da profundidade do potencial central U_0 , ajustando-o para cada nível de energia. A razão dessa diferença é a importância de se descrever o mais corretamente possível as funções de onda de neutrons na região da superfície nuclear. Isto porque o acoplamento entre o estado análogo e os estados de canais é mais forte nesta região ⁽²⁴⁾.

Na Tabela 3 são dadas as profundidades U_0 para $(r_0)_m = 1.11\text{fm}$, para os diversos níveis de energia do excesso de neutrons.

Profundidade U_0 (MeV)	54,24	57.93	54.38	54.52	56.49	54.00
números quânticos	$2f_{5/2}$	$1i_{13/2}$	$3p_{3/2}$	$3p_{1/2}$	$1h_{9/2}$	$2f_{7/2}$

Tabela 3 profundidade do potencial central de neutrons para $(r_0)_n = 1.11$ fm

Pela expressão (III-3-7), nota-se que a parte direta do Deslocamento Coulombiano Δ_c representa a interação Coulombiana do excesso de neutrons com os protons do núcleo, isto é, o excesso de neutrons age como se tivesse carga. Portanto, o ajuste do deslocamento Coulombiano calculado (III-3-7), que será chamado $(\Delta_c)_{teo.}$, com o experimental $(\Delta_c)_{exp.}$, permitiria obter informações sobre a distribuição do excesso de neutrons⁽²⁵⁾. Procurou-se, então, satisfazer a condição

$$(\Delta_c)_{exp.} \approx (\Delta_c)_{teo.}$$

variando o raio do potencial central de neutrons

Observe-se que $(\Delta_c)_{exp.}$ é obtido através da expressão

$$E_0 = \Delta_c + \Delta(E_0) + \epsilon_m, \quad \text{onde } E_0 \text{ e } \epsilon_m \text{ são, respectivamente,}$$

a energia ressonante e a energia de separação de neutron, ambas experimentais, e $\Delta(E_0)$ é "teórico", ou seja, calculado através da expressão (II-4-16).

II-5. Técnicas de Cálculo.

Desenvolvemos um programa de computação para os cálculos, além do qual foi necessário utilizar o programa Analog, já existente⁽¹⁾. O nosso programa executa o cálculo das larguras parciais e deslocamento Coulombiano seguindo, automaticamente, as etapas:

- a) Leitura de dados referentes a uma órbita de neutrons e um proton no contínuo (sub-rotina INPUT)
- b) Determinação da profundidade do poço de potencial para o neutron e a correspondente função de onda (sub-rotinas ANA, EIGENV, INTEG, DAUXI, INTI)
- c) Cálculo das funções de onda do proton no contínuo (sub-rotinas PROTON, INT2, DAUX2)

- d) Leitura dos dados para uma órbita de proton (sub-rotina INPUT2)
- e) Cálculo dos auto-valores e funções de onda correspondentes (subrotinas ANA, EIGENV, INTEG, DAUX1, INT1)
- f) Cálculo das contribuições dessas órbitas para a largura parcial e deslocamento Coulombiano (Subrotinas MATRIX, MATRX2);

As etapas d), e), f) são repetidas até obter-se as contribuições de tôdas as órbitas de protons, para uma dada órbita de neutron.

O programa ANALOG, com modificações, foi utilizado para o cálculo de Δ , deslocamento de energia da ressonância (II-4-16), onde contudo não se levou em conta a contribuição de termos de troca em $h_{AC}(r)$ e $h_{CA}(r)$. Numa estimativa grosseira, resulta que a parte de troca de Δ não ultrapassa 50 keV. Uma vez obtidos os resultados para as larguras parciais, deseja-se estabelecer comparações válidas com as larguras experimentais; para isto deve-se efetuar correções, oriundas da dependência na energia incidente E , das quantidades que entram no termo de ressonância da Matriz-T (II-4-13), pois as larguras experimentais foram obtidas usando-se amplitudes de Breit-Wigner, com parâmetros independentes da energia. Admite-se uma dependência linear na energia, isto é

$$\Delta(E) \approx \Delta(E_0) + \Delta'(E_0) \cdot (E - E_0) \quad (\text{IV-5-1})$$

$$\Gamma(E) \approx \Gamma(E_0) + \Gamma'(E_0) \cdot (E - E_0) \quad (\text{IV-5-2})$$

onde E_0 é a energia ressonante.

Inserindo (5-1) e (5-2) no denominador do termo de ressonância da Matriz-T(II-4-13), obtém-se para a amplitude de escape corrigida,-

$$\tilde{\gamma}_{Ac} = \xi^{1/2} \cdot \gamma_{Ac} \quad (\text{IV-5-3})$$

com

$$\xi = \left[1 - \Delta'(E_0) + \frac{\Gamma}{2} \Gamma'(E_0) \right]^{-1} \quad (\text{IV-5-4})$$

e para as larguras parciais corrigidas,

$$\tilde{\Gamma}_p^c = |\xi| \cdot \Gamma_p^c \quad (\text{IV-5-5})$$

IV-6. Resultados e Conclusões.

Na Tabela 4 tem-se os resultados para as larguras parciais e os deslocamentos Coulombianos, correspondentes a funções de onda de protons obtidas através do modelo de camadas, para diversos raios do potencial central de neutrons.

A Tabela 5 apresenta as larguras experimentais mais recentes e as larguras teóricas obtidas por outros autores.

As larguras e deslocamentos Coulombianos da Tabela 6, foram obtidos usando a distribuição de carga empírica, cuja expressão analítica é dada pela distribuição de Bethe modificada, em (3-2). Para o cálculo da parte de troca da amplitude de escape usou-se a expressão

$$\gamma_{Ac}^T(\text{Bethe}) = \gamma_{Ac}^T \cdot \left[\gamma_{Ac}^D(\text{Bethe}) / \gamma_{Ac}^D \right], \quad (\text{IV-6-1})$$

onde γ_{Ac}^D e γ_{Ac}^T são, respectivamente, a amplitude de escape direta e de troca do modelo de camadas e, $\gamma_{Ac}^D(\text{Bethe})$, a amplitude de escape direta da distribuição de carga empírica. Análogamente, fêz-se o cálculo da parte de troca do deslocamento Coulombiano para a distribuição de carga empírica, isto é

$$(\Delta_c^T)_{\text{teo.}}(\text{Bethe}) = (\Delta_c^T)_{\text{teo.}} \cdot \left[(\Delta_c^D)_{\text{teo.}}(\text{Bethe}) / (\Delta_c^D)_{\text{teo.}} \right]. \quad (\text{IV-6-2})$$

Na Tabela 7 mostramos os resultados para a relação

$$\left[1 - \gamma_{Ac}^T / \gamma_{Ac}^D \right],$$

para os diversos canais e raios do potencial central de neutrons, e

$$(\Delta_c^T)_{teo.} / (\Delta_c^D)_{teo.}$$

isto é, a razão entre as partes de troca e direta do deslocamento Coulombiano.

A melhor concordância entre os valores experimentais e teóricos, levando em conta as larguras parciais e deslocamento Coulombiano foi obtida para $(r_0)_m = 1.11$ fm. Estes resultados são melhores que os de Bund et.al.⁽²⁾⁽¹⁶⁾ e, comparáveis aos obtidos por Auerbach et.al.⁽¹²⁾.

A melhoria destes resultados sobre os de Bund et.al.⁽²⁾⁽¹⁶⁾, prende-se não somente ao fato de se ter incluído : termos de troca, mas à inclusão do potencial Coulombiano gerado pelas funções de onda de prótons, ao invés do potencial Coulombiano gerado por uma distribuição de carga - uniforme.

Na Figura 7 (a), tem-se um gráfico para a distribuição do excesso de neutrons $\rho_{exc.}$ do ^{208}Pb , para $(r_0)_m = 1.11$ fm. Esta distribuição tem um raio quadrático médio de 5.64 fm. Admitindo-se para os restantes neutrons uma distribuição semelhante a de prótons, obtém-se para a densidade de neutrons um raio quadrático médio apenas ligeiramente superior ao dos prótons. Note-se que o raio quadrático médio para o excesso de neutrons, obtido por outros caminhos, tende a ser maior. Por exemplo, o raio quadrático médio obtido para o excesso de neutrons no ^{208}Pb , através da reação $^{208}\text{Pb}(p,d)$, a energia de proton abaixo da barreira Coulombiana⁽²⁶⁾, foi 6 fm. Na figura 7 (b), tem-se o gráfico da distribuição do excesso de neutrons⁽²⁷⁾ obtida por meio da reação $^{208}\text{Pb}(p,n)$ que corresponde a um raio quadrático médio muito maior do que o correspondente à distribuição da figura 7(a). Vê-se que, em virtude da disparidade e dos poucos resultados existentes até agora para o excesso de neutrons no ^{208}Pb , não é possível chegar-se a uma conclusão definitiva sobre o mesmo.

$(r_0)_n$ (fm)	Larguras Parciais (keV)					ξ	Energia de Deslocamento Coulombiano (MeV)		
	$\tilde{\Gamma}_p^{1/2}$	$\tilde{\Gamma}_p^{5/2}$	$\tilde{\Gamma}_p^{3/2}$	$\tilde{\Gamma}_p^{13/2}$	$\tilde{\Gamma}_p^{7/2}$		$\tilde{\Gamma}_p^{9/2}$	$(\Delta_c)_{teo.}$	$(\Delta_c)_{exp.}$
1.17	64.59	32.45	78.01	.106	7.36	.022	.807	19.18	19.56
1.15	60.76	29.91	76.37	.094	6.79	.020	.813	19.30	19.54
1.13	57.17	27.63	71.91	.083	6.28	.017	.820	19.43	19.52
1.11	53.78	25.55	67.73	.074	5.82	.015	.826	19.57	19.51

Tabela 4 : Larguras parciais e Energias de Deslocamento Coulombiano, correspondentes às funções de onda de protons obtidas através do modelo de camadas. Os $\tilde{\Gamma}_p^i$ são as larguras parciais, já corrigidas pelo fator $|\xi| ; (\tilde{v}_0)_m^{1/3}$. $A^{1/3}$ é o raio do potencial central de neutrons ligados; $(\Delta_c)_{teo.}$ é a energia de deslocamento Coulombiano calculado através da expressão $(III-3-7); (\Delta_c)_{exp.} = E_0 - \Delta(E_0) - \epsilon_m$ onde $\Delta(E_0)$ é calculado por (II-4-6), E_0 é a energia ressonante experimental, e $-\epsilon_n$ é a energia de separação do neutron no estado ascendente.

Tabela 5:

Larguras teóricas e experimentais, obtidas por outros autores.

Referências	Larguras parciais (keV)					
	$\bar{\Gamma}_{p}^{1/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{5/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{3/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{13/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{7/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{9/2}$
(19) P.V.Brentano	56 ± 3	25 ± 3	63 ± 4	-	$4.8 \pm .8$	-
(2)(16) BUND et al.	52.7	26.8	69.7	-	7.13	-
(12) AVERBACH et.al.	54	28.2	66.0	< .014	4.24	< .01

$(r_0)_m$ (fm)	Larguras Parciais (keV)						Energia de Deslocamento (MeV)	
	$\bar{\Gamma}_{p}^{1/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{5/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{3/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{13/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{7/2}$	$\bar{\Gamma}_{p}^{9/2}$	$(\Delta_c)_{teo.}$	$(\Delta_c)_{exp.}$
1.17	64.17	32.79	80.67	.109	7.17	.022	19.16	19.56
1.15	60.28	30.06	75.78	.096	6.62	.020	19.29	19.54
1.13	56.54	27.79	71.21	.084	6.10	.017	19.41	19.52
1.11	53.39	25.74	67.27	.076	5.68	.015	19.54	19.50

Tabela 6 : Larguras parciais e Energias de Deslocamento, correspondentes à distribuição de carga empírica cuja expressão analítica é dada por uma distribuição de Bethe modificada (IV-3-2). A interpretação dos termos desta tabela é idêntica a da Tabela 4.

$(V_0)_m$ (f.m)	$(\Delta_C^T)_{teo.} / (\Delta_C^D)_{teo.}$
1.17	.017
1.15	.018
1.13	.020
1.11	.019

b)

c (canal)	$1 - \gamma_{AC}^T / \gamma_{AC}^D$								$(V_0)_m$ (f.m)
	Real	Imag.	Real	Imag.	Real	Imag.	Real	Imag.	
j=1/2	.9663	-.0004	.9636	-.0001	.9613	-.0001	.9586	+0.0001	
j=5/2	.9627	-.0025	.9584	-.0025	.9573	-.0027	.9539	-.0027	
j=3/2	.9665	-.0004	.9644	-.0004	.9616	-.0002	.9592	-.0001	
j=13/2	.9559	-.0039	.9548	-.0049	.9481	-.0040	.9446	-.0045	
j=7/2	.9663	-.0039	.9638	-.0034	.9609	-.0037	.9582	-.0043	
j=9/2	.9499	-.0051	.9599	-.0063	.9412	-.0050	.9372	-.0053	
	1.17		1.15		1.13		1.11		

a)

Tabela 7: Em a) é dado o valor da razão entre a amplitude de escape total e a amplitude de escape direta, para os diversos canais e raios. $(V_0)_m \cdot A^{1/3}$ do potencial central de neutrons.

Em b) tem-se a razão entre a energia de deslocamento Coulombiano de troca e a energia de deslocamento Coulombiano direta, para os diversos raios $(V_0)_m \cdot A^{1/3}$ do potencial central de neutrons.

ρ (fm⁻³)

- 47 -

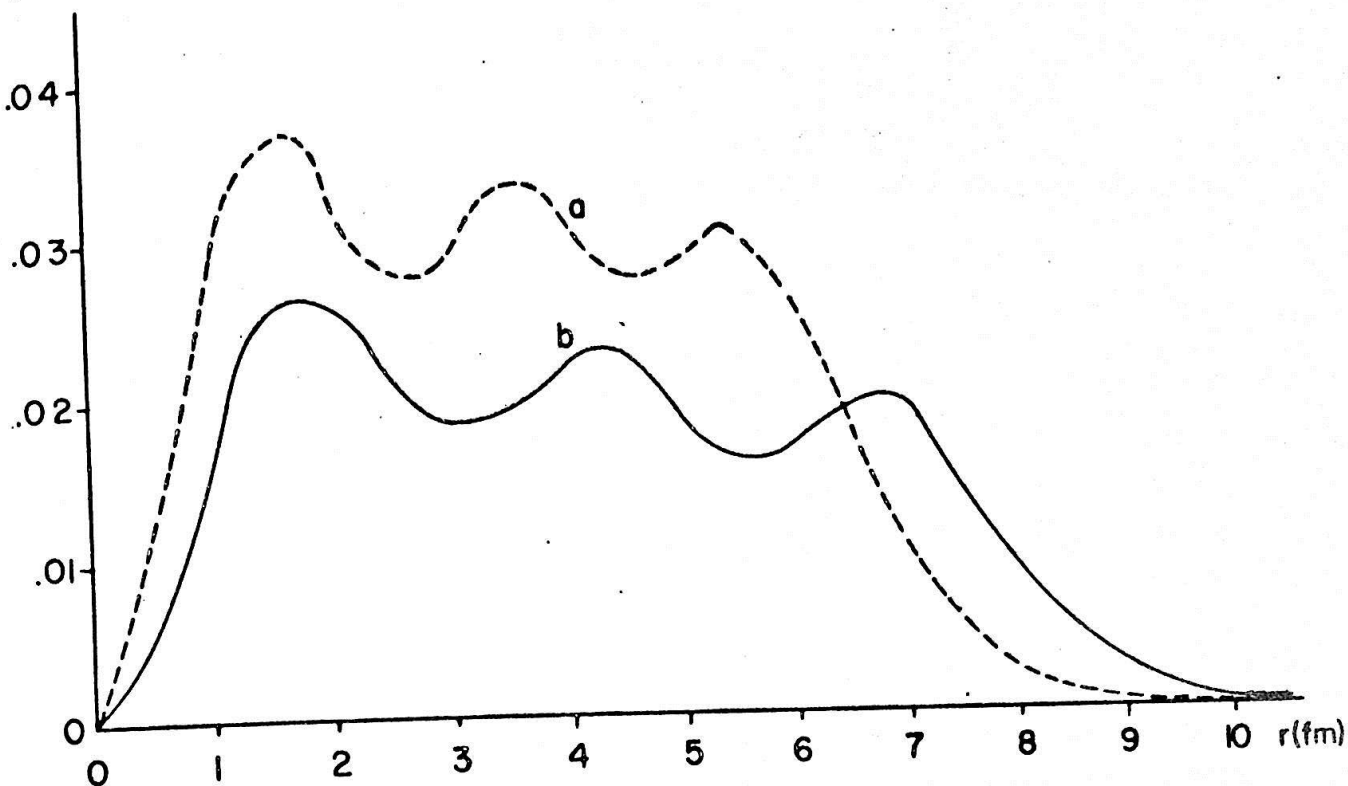


Fig.7 Densidade do excesso de neutrons para o ²⁰⁸Pb, cujos potenciais centrais são descritos pelos parâmetros:

a) $(r_0)_m = 1.11$ fm ; $(a_0)_m = .75$ fm

b) $(r_0)_m = 1.36$ fm ; $(a_0)_m = .73$ fm Batty et.al. (27)

---oo0oo---

NOTA: Os programas para computador utilizados nos cálculos, encontram-se à disposição dos interessados.

APÊNDICE

Os operadores de campo $\psi(\vec{x})$ e $\psi^\dagger(\vec{x})$ para fermions são definidos através das relações

$$\psi(\vec{x}) = \sum_i \langle \vec{x} | \varphi_i \rangle a_i = \sum_i \varphi_i(\vec{x}) a_i \quad (\text{A-1})$$

$$\psi^\dagger(\vec{x}) = \sum_i \langle \varphi_i | \vec{x} \rangle a_i^\dagger = \sum_i \varphi_i^*(\vec{x}) a_i^\dagger \quad (\text{A-2})$$

onde $|\varphi_i\rangle$ é um conjunto completo de auto-funções e, a_i e a_i^\dagger são operadores de aniquilação e criação de fermions, que satisfazem às relações de anti-comutação

$$[a_i, a_j]_+ = [a_i^\dagger, a_j^\dagger]_+ = 0 \quad (\text{A-3})$$

$$[a_i, a_j^\dagger]_+ = \delta_{i,j} .$$

Multiplicando-se (A-1) e (A-2) por $1 = \sum_{\sigma\tau} |\omega_\sigma, \chi_\tau\rangle \langle \omega_\sigma, \chi_\tau|$,

onde $|\omega_\sigma\rangle$ e $|\chi_\tau\rangle$ são respectivamente os vetores de estado de spin e isospin, temos

$$\psi(\vec{x}) = \sum_{\sigma\tau} |\omega_\sigma, \chi_\tau\rangle \langle \omega_\sigma, \chi_\tau | \psi(\vec{x}) \quad (\text{A-4})$$

e

$$\psi^\dagger(\vec{x}) = \sum_{\sigma\tau} \psi^\dagger(\vec{x}) |\omega_\sigma, \chi_\tau\rangle \langle \omega_\sigma, \chi_\tau| . \quad (\text{A-5})$$

Utilizando a definição (A-1) e (A-2), resulta para (A-4) e (A-5)

$$\psi(\vec{x}) = \sum_{\sigma, \tau} \psi_{\sigma, \tau}(\vec{x}) |w_{\sigma, \tau}\rangle \quad (A-6)$$

$$\psi^\dagger(\vec{x}) = \sum_{\sigma, \tau} \psi_{\sigma, \tau}^\dagger(\vec{x}) \langle w_{\sigma, \tau} | \quad (A-7)$$

onde os operadores $\psi_{\sigma, \tau}(\vec{x})$ e $\psi_{\sigma, \tau}^\dagger(\vec{x})$ obedecem às relações de anti-comutação

$$[\psi_{\sigma, \tau}(\vec{x}), \psi_{\sigma', \tau'}(\vec{x}')]_+ = [\psi_{\sigma, \tau}^\dagger(\vec{x}), \psi_{\sigma', \tau'}^\dagger(\vec{x}')]_+ = 0 \quad (A-8)$$

$$[\psi_{\sigma, \tau}(\vec{x}), \psi_{\sigma', \tau'}^\dagger(\vec{x}')]_+ = \delta(\vec{x} - \vec{x}') \delta_{\sigma, \sigma'} \delta_{\tau, \tau'}$$

A interpretação de $\psi_{\sigma, \tau}(\vec{x})$ e $\psi_{\sigma, \tau}^\dagger(\vec{x})$ é de operadores que diminuem e aumentam, respectivamente, de uma partícula, o número de partículas de um sistema. Por exemplo $\psi_{\sigma_0, \tau_0}(\vec{x}_0)$ cria uma partícula na posição \vec{x}_0 com componente de spin σ_0 e de isospin τ_0 .

A partir de (A-7) pode-se definir os operadores que criam o estado $|\varphi_i\rangle$ e o estado de spin $|w_{\sigma_0}\rangle$, isto é

$$\begin{aligned} \psi_{\sigma_0, \tau_0}^\dagger(\vec{x}_0) &= \sum_i \varphi_i^*(\vec{x}_0) |x_{\tau_0}\rangle |w_{\sigma_0}\rangle a_i^\dagger \\ &= \sum_i \varphi_i^*(\vec{x}_0) |x_{\tau_0}\rangle a_i^\dagger(\sigma_0) \end{aligned} \quad (A-9)$$

onde $a_i^\dagger(\sigma_0) = |w_{\sigma_0}\rangle a_i^\dagger$

spin $|w_{\sigma_0}\rangle$.

cria o estado $|\varphi_i\rangle$ e o estado de

REFERÊNCIAS

- (1) - G.W. BUND: Ph.D. Thesis, University of Washington (1968), não publicada.
- (2) - G.W. BUND, J.S. BLAIR, Nucl. Phys. A144 (1970) 384.
- (3) - J.D. ANDERSON, C.WONG, J.N. McClure. Phys. Rev. 126(1962) 2170.
- (4) - W. HEISENBERG, Z. Physik 77(1932) 1 .
- (5) - E.P. WIGNER, Phys. Rev. 51(1937) 106, 947
- (6) -- A.M. LANE, J.M. SOPER. Nucl.Phys. 37(1962) 663.
- (7) - J.D. FOX, C.F. MOORE, D.ROBSON. Phys. Rev. Letters 12(1964) 198 .
- (8) - D. ROBSON. Phys.Rev. 137(1965) B535.
- (9) - G.A. KEYWORTH, G.C. KYKER Jr., E.G. BILPUCH, H.W. NEWSON. Phys. Letters 20(1966) 281.
- (10) - T. ERICSON. Phys. Rev. Letters 5(1960) 430.
T. ERICSON. Ann. Phys. 23(1963) 390.
T. ERICSON, T. MAYER - KUCKUK. Annual Rev. Nucl. Sci. 16(1966)183.
- (11) - P. RICHARD, C.F. MOORE, D. ROBSON, J.D. FOX. Phys. Rev. Letters 13(1964) 343.
- (12) - N.AUERBACH, J. HUFNER, A.K. KERMAN, C.M. SHAKIN. The Theory of Isobaric Analog Resonances. não publicado.
- (13) - H. FESHBACH. Ann. of Phys. 19(1962) 287.
- (14) - A.F.R. de TOLEDO PIZA, A.K. KERMAN. Ann. of Phys. 43(1967) 363
- (15) - A.K. KERMAN. Invited Paper at Second Conf. on Nuclear Isospin. Asilomar (1969).
- (16) - G.W. BUND. Nucl. Phys. A157(1970) 369.
- (17) - G.H. LENZ. G.M. TEMMER. Nucl. Phys. A122(1968) 625.
- (18) - B.L. ANDERSEN, J.P. BONDORF, B.S.MADSEN. Phys. Lett. 22(1966) 651

- (19) - P. Von BRENTANO, H.J. GLOCKLER, E.GROSSE, C.F. MORRE. Comunicação privada.
- (20) - F.D. BECCHETTI Jr., G.W. GREENLESS. Phys.Rev. 182(1969) 1190.
- (21) - E. ROST. Phys. Lett. 26B(1968) 184.
- (22) - J.A. NOLEN Jr., J.P. SCHIFFER. Phys. Lett. 29B(1969) 396.
- (23) - H.A. BETHE, L.R.B. ELTON. Phys. Rev. Letters 20(1968) 745.
- (24) - R.G. CLARKSON, P. Von BRENTANO, M. DOST. Phys Rev. Letters. 26(1971) 656.
- (25) - J.A. NOLEN, J.P. SCHIFFER, N. WILLIAMS, D.V. EHRENSTEIN. Phys. Rev. Letters 18(1967) 1140.
J.P. Schiffer. J.A. NOLEN Jr., N. WILLIAMS. Phys Lett. 29B(1969) 399.
- (26) - H.J. KOERNER, J.P. SCHIFFER. Phys. Rev.Letters 27(1971) 1457.
- (27) - C.J. BATTY, E. FRIEDMAN, G.W. GREENLESS. Nucl. Phys. A127 (1969) 368.
- (28) - SILVAN S. SCHWEBER - An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory. Row, Petterson and Company.

---ooOoo---