Universidade de São Paulo

Instituto de Física

Saturação de Gluons e Perda de Energia em Colisões Hadrônicas

Arthur Luciano Vezzoni Ramos dos Reis

Orientador: Prof. Dr. Fernando Silveria Navarra

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra (IFUSP)

Prof. Dr. Marcio Menon (Unicamp)

Prof^a. Dra. Frederique Grassi (IFUSP)

São Paulo, 2006.

FICHA CATALOGRÁFICA

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Reis, Arthur Luciano Vezzoni Ramos dos

Saturação de Gluons e Perda de Energia em Colisões
Hadrônicas.

São Paulo , 2006

Dissertação - Universidade de São Paulo
Instituto de Física – Depto. de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra
Área de Concentração: Física

Unitermos:

1. Partículas Elementares;
2. Física de Partículas;
3. Física de Altas Energias.

USP/IF/SBI-011/2006

Dedicatória

Começo dedicando esta dissertação aos meus amigos. Com certeza vou esquecer de vários, porém menciono alguns: Ana, André, Babi, Carolina, Daniel, David, Diogo, Fabiana, Fabinho, os focas e agregados, Gabriel, Ilomar, Jorge, Lecio, Leonam, Marina, Mauro, Monica, Nara, Nádia, Otavio, Paulo, Regina, Reinaldo, Ricardo, Romulo, Rubens, Simone, Sotero, Tatiana, Thales. Aos meus ex-colegas e professores do colégio Nossa Senhora do Loreto, do Maria José e do IFUSP. À comunidade que joga no Arabel, ao povo que jogava na Devir comigo. Todos vocês foram importantes na minha vida, seja bebendo no bar, participando de discussões sobre os menos importantes tópicos, me ajudando no meus estudos, me incentivando nas minhas escolhas, me aconselhando...

Dedico também este texto a todos os integrantes do grupo GRHAFITE, em especial aos professores Marina, Robilotta e Celso Lima. Vocês são como pais e mãe para o nosso pequeno grupo.

Ao Navarra, meu orientador oficial e ao Dunga, que atuou como co-orientador neste trabalho. Ambos me ajudaram muito, mostrando claramente o que devia estudar, me guiando quando chegava no que parecia um beco sem saída, me apresentando uma nova física e renovando o meu gosto por esta área.

A todos os meus familiares, em especial aos meus pais, Aroldo e Edna. Boa parte do que eu sou se deve a vocês. Agradeço por terem sempre me incentivado e por terem me dado as oportunidades que me permitiram terminar esta dissertação e o meu curso de mestrado. Ao meu irmão Amadeo e aos meus finados irmãos Lau e Ana Carolina.

Aos meus sogros Jarbas e Ana Maria, que são como segundos pais para mim. E por fim à minha amada Taís. Você é a minha paixão e a minha melhor amiga, quem sempre está pronta para me consolar. Quem divide as minha alegrias e que me ajuda a passar pelos meus problemas.

Também agradeço à Capes, por ter financiado este trabalho.

Resumo

Neste trabalho usamos o Interacting glúon Model (IGM), um modelo que descreve bem o fluxo de energia em colisões hadrônicas, para estudar o espectro de partícula dominante quando são incluídos os efeitos da saturação dos glúons. Os espectros de partícula dominante são obtidos para várias energias do centro de massa ($\sqrt{s}$), usando funções de distribuição dos glúons com e sem efeitos de saturação. Verificamos que, em qualquer caso, há um "amolecimento" do espectro, mas os espectros obtidos com saturação variam mais suavemente com a energia do que os que não incluem saturação. Comparamos nossos resultados com outras estimativas feitas na literatura.

Abstract

In this work we use the Interacting Gluon Model (IGM), a model that describes quite well the energy flow in hadronic collisions, to study the leading particle spectrum when gluon saturation effects are included. The leading particle spectrum is calculated for several center of mass energies ($\sqrt{s}$), using gluon distribution functions with and without saturation effects. In both cases the resulting spectrum becomes softer for increasing energies. With saturation the softening is less pronounced than without.

Sumário

Resumo	i
Abstract	ii
Introdução	1
1 Introdução	1
Saturação	3
2 Saturação de glúons	4
2.1 Introdução	4
2.2 O modelo de Kharzeev-Levin-Nardi	9
2.3 Observação experimental da saturação.	14
IGM	18
3 IGM	19
3.1 Introdução	19
3.1.1 A necessidade de um modelo	19
3.1.2 Critérios para escolher um bom modelo	20
3.1.3 O fluxo de energia	21
3.2 O Modelo	23
3.3 Espectro de partícula dominante	27

3.4	$f(x_L)$ no IGM	30
	IGM e saturação	32
4	IGM e saturação	33
4.1	O IGM no regime de altas densidades	33
4.2	IGM com saturação	35
	Resultados	39
5	Resultados	40
5.1	Colisões próton-próton	40
5.2	Colisões próton - núcleo	48
	Conclusão	53
6	Conclusão	54
A	Dedução de $\chi(x, y)$	55
B	Colisões indepedentes glúon-glúon, distribuição de Poisson e a função espectral	65
	Referências Bibliográficas	69

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho estudamos o espectro de partícula dominante (LP-Leading Particle), observável importante no estudo de raios cósmicos. Verificamos o quanto este observável é sensível aos efeitos da saturação de glúons. Para calcular estes espectros usamos o "Interacting Glúon Model"(IGM).

O IGM [1]-[9] é um bom modelo para calcular o espectro de partícula dominante e a inelasticidade em colisões hadrônicas a altas energias. Este modelo é uma extensão do modelo a pártons da QCD, o qual foi construído originalmente para o estudo do espalhamento profundamente inelástico (Deep Inelastic Scattering ou DIS). No IGM consideramos que os glúons são os maiores responsáveis pela deposição de energia e consequente produção de partículas na região central de rapidez. Os quarks de valência interagem bem menos, perdem pouco momento e se recombinaem após o choque, dando origem às partículas dominantes. O modelo foi formulado antes da popularização do conceito de saturação.

A idéia de saturação foi introduzida por Gribov, Levin e Ryskin em 1983 [10] mas só passou a ser influente durante os anos 90, quando foi desenvolvido o programa experimental do DESY-HERA, que realizou espalhamento inelástico profundo a energias muito mais altas do que até então. Esta área de pesquisa também tem sido chamada de física de x pequeno, ou de física de altas densidades (de pártons), ou mais

recentemente, de física do "Color Glass Condensate"(CGC) [11].

A saturação surge no estudo das equações de evolução da QCD. As mais conhecidas delas são as de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) e Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL). Estas equações descrevem como as funções de distribuição dos glúons nos hádrons mudam com a mudança de Q^2 (DGLAP) ou de x (BFKL). Nestas equações a evolução significa que à medida em que vamos para valores cada vez maiores de Q^2 ou cada vez menores de x o número de glúons cresce. Em algum momento desta evolução, por serem muito numerosos, os glúons começam a interagir uns com os outros e, através de fusão, reduzir seu número total. A saturação é atingida quando ocorre o equilíbrio entre o "splitting" e a recombinação de glúons.

Em 1999 alguns autores [12, 13] passaram a afirmar que, no HERA, já estariam sendo observados alguns efeitos da saturação. Com a entrada em operação do Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC), no Brookhaven National Laboratory (BNL) a procura do CGC tornou-se ainda mais intensa. Surgiram inúmeros trabalhos propondo novos observáveis que pudessem revelar esta componente de alta densidade da função de onda dos hádrons e núcleos. O CGC é, às vezes, chamado de "um novo estado da matéria".

Neste trabalho investigamos se o comportamento do espectro de partícula dominante em colisões hadrônicas a altas energias pode ser um bom indicador deste novo regime da QCD. Um trabalho muito semelhante, com o mesmo objetivo, foi feito por Dumitru, Gerland e Strikman [14]. Estudando o espectro de partícula dominante, estes autores encontraram um "amolecimento" muito intenso no regime de altíssimas energias. Este comportamento foi atribuído aos efeitos da saturação.

Assim como em [14], neste trabalho estudamos o efeito da saturação de glúons sobre o espectro de LP mas usando o IGM, que funciona muito bem a energias da ordem de dezenas de GeV no c.m.s e no qual as partículas dominantes são formadas através da recombinação dos quarks de valência. No IGM a saturação é incluída na função de distribuição dos glúons.

Esta dissertação esta baseada em trabalhos feitos por nós e publicados nas referên-

cias [15, 16]. Ela está organizada da seguinte forma: no próximo capítulo descrevemos brevemente o que é saturação, mostrando no fim do capítulo algumas evidências experimentais deste fenômeno. No capítulo seguinte descrevemos o IGM e no quarto capítulo mostramos como os efeitos de saturação podem ser acrescentados ao IGM. No quinto capítulo apresentamos os nossos resultados e fazemos comparações com os resultados dos autores de [14]. No último capítulo apresentamos nossas conclusões.

Capítulo 2

Saturação de glúons

2.1 Introdução

Desde o início dos anos 70, quando a Cromodinâmica Quântica (QCD) se estabeleceu como a teoria fundamental das interações fortes, sabemos que os hádrons são feitos de quarks e glúons. Em espalhamento elétron-próton a altas energias e momentos transferidos (espalhamento inelástico profundo ou DIS) podemos sondar o interior do próton e determinar as propriedades de seus constituintes. Um dos resultados mais surpreendentes deste estudo é que o número de glúons observados no interior do próton cresce à medida em que aumentamos a energia do projétil e/ou a virtualidade Q^2 do fóton emitido pelo elétron. A figura 2.1 mostra uma representação esquemática dos dados da colaboração ZEUS (no HERA) para a densidade de glúons como função de x para vários Q^2 . Podemos entender este crescimento do número de glúons como uma cascata onde os próprios glúons se dividem em dois ou três (como ilustrado na figura 2.2) além de serem também emitidos pelos quarks.

Em colisões próton-próton, o alvo é sondado não por fótons mas por glúons do projétil. Nestas colisões hadrônicas, à medida em que a energia aumenta, também deve ser observado um crescimento do número de glúons, ou mais precisamente, da

Figura 2.1: Os resultados do ZEUS para a distribuição de glúons

Figura 2.2: Cascata de glúons

função de distribuição dos glúons $G(x, Q^2)$. Este crescimento faz com que um próton, observado a altas energias, seja visto como um meio denso e colorido. Do ponto de vista teórico, este comportamento foi primeiramente entendido em QCD perturbativa através da equação de Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL). Esta equação descreve como a função de distribuição dos glúons nos hádrons muda com a mudança de x . A solução desta equação para pequeno x é:

$$x G(x) \simeq x^{-\lambda} \quad (2.1)$$

onde x é a fração de momento (do próton) carregada pelo glúon e $\lambda = 4\ln(2)N_c\alpha_s/\pi$ é chamado de "intercepto do Pomeron perturbativo" na aproximação de logaritmo dominante (LLA), na qual $\ln(1/x) \gg 1$.

Em 1983, Gribov, Levin e Ryskin [10] apresentaram a idéia de que a energias muito altas o número de glúons seria tão grande que o processo de recombinação de glúons, $g + g \rightarrow g$, passaria a ser importante. Este processo reduz o crescimento da densidade de glúons produzindo um efeito que foi chamado de "saturação perturbativa de pártons". Em [10] foi proposta uma equação de evolução não-linear, na dupla aproximação logarítmica (DLLA), na qual $\ln(1/x) \gg 1$ e $\ln(Q^2) \gg 1$. Esta equação leva em conta o efeito da recombinação de glúons:

$$Q^2 \frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial(1/x) \partial Q^2} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xG(x, Q^2) - \frac{4\alpha_s^2 N_c}{3C_F R^2} \frac{1}{Q^2} [xG(x, Q^2)]^2 \quad (2.2)$$

Observando o sinal negativo do termo não-linear, vemos que o crescimento acentuado de $xG(x, Q^2)$ é atenuado pelo termo responsável pela recombinação de glúons.

O trabalho pioneiro de Gribov, Levin e Ryskin gerou uma longa série de trabalhos cujo objetivo era desenvolver uma teoria da saturação. Uma teoria efetiva da QCD a altas energias e pequenos x é o chamado "Color Glass Condensate" (CGC) [11] que leva às equações de evolução JIMWLK [17]. Uma teoria semelhante, mas com aproximações diferentes, foi desenvolvida por Balitsky e depois por Kovchegov. Dela é possível chegar à equação de evolução chamada de Balitsky-Kovchegov (BK). Todas as equações mencionadas são muito complicadas e mesmo a mais simples delas (BK) só pode ser resolvida numericamente. Por causa desta complexidade e pela necessidade de dispor de uma maneira mais simples de calcular quantitativamente os efeitos produzidos pela saturação de glúons é que Kharzeev, Levin e Nardi (KLN) desenvolveram um modelo que simula os efeitos da saturação e gera uma distribuição de glúons pronta para ser usada em estudos fenomenológicos e em comparações com dados experimentais, que são hoje abundantes. No nosso trabalho vamos usar o modelo de KLN, que será descrito mais adiante.

Para efeito de comparação com a equação de evolução não linear mostrada acima, lembramos que a equação de BFKL é dada por [18, 19]:

$$\frac{dN}{dY} = c_1 \frac{\alpha_s N_c}{\pi} e^{c_1 \frac{\alpha_s N_c}{\pi} Y} \quad (2.3)$$

onde N_c é o número de cores, c_1 é uma constante, $N = G(x, Q^2)$ e $Y = \ln 1/x$ é a rapidez. Na sua versão mais simples a equação de DGLAP é dada por [20]:

$$\frac{\partial G(x, t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} (q(y, t) P_{gq} \left(\frac{x}{y} \right) + G(y, t) P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right)) \quad (2.4)$$

sendo $G(x, t)$ a função de distribuição de glúons, x o momento fracionário carregado pelo glúon emitido pela sonda e t é dado por:

$$t(Q^2) = \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \quad (2.5)$$

onde Q^2 é o momento transferido. Na expressão (2.4), $q(x, t)$ representa a distribuição de quarks e

$$\begin{aligned} P_{gq}(z) &= \frac{4}{3} \left(\frac{1 + (1+z)^2}{z} \right) \\ P_{gg}(z) &= 6 \left(\frac{1-z}{z + \frac{z}{1-z} + z(1-z)} \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

são as funções de "splitting". Podemos ver claramente que tanto a equação (2.3) quanto a equação (2.4) não incorporam a recombinação de glúons e dessa forma o número de glúons tende a crescer continuamente. Como não temos a dependência quadrática em $G(x)$ (que observamos na equação (2.2)) estas equações são chamadas de equações lineares de evolução. Na figura 2.3 podemos ver pictoricamente como a BFKL descreve a evolução do sistema com a energia. Na BFKL o momento transferido (Q^2) é fixado e evoluímos as funções de distribuição em relação a x . Desse modo, conforme aumentamos a energia, o número de pártons dentro do hádron aumenta, mas a área

(e portanto a seção de choque) de cada um deles continua sempre a mesma, já que a resolução (que depende de Q^2) continua a mesma. Nesta visão é fácil perceber que a saturação ocorre assim que toda a área do hádron for ocupada pelo crescente número de glúons.

Figura 2.3: Evolução de $G(x)$ com a energia dada pela BFKL

Na figura 2.4 vemos uma representação pictórica de como ocorre a evolução com Q^2 na DGLAP. Nesta equação de evolução, fixamos x e evoluímos em Q^2 . Dessa forma,

Figura 2.4: Evolução com Q^2 na DGLAP

conforme aumentamos a nossa resolução, o sistema se torna mais diluído, pois, apesar do número de glúons crescer, a área de cada um torna-se menor.

Como é indicado na figura 2.5 a DGLAP não descreve bem a região de x pequeno e baixo momento transferido, pois nesta região a área total ocupada pelos glúons cresce

Figura 2.5: Mapa da evolução da QCD

muito e os efeitos de recombinação devem ser importantes. A recombinação de glúons, está ilustrada na figura 2.6.

2.2 O modelo de Kharzeev-Levin-Nardi

Numa série de artigos [21]-[26] publicados a partir de 2000, Kharzeev, Levin e Nardi (KLN) propuseram uma forma simples e analítica para $xG(x)$ que simula a solução da equação de BK. Com esta densidade de glúons eles puderam calcular quantidades mensuráveis, tais como a multiplicidade e a distribuição de rapidez de partículas carregadas. Além disso, eles introduziram uma maneira intuitiva (baseada em argumentos geométricos) de definir o que é saturação de glúons. No modelo de saturação de KLN podemos entender como surge a *escala de saturação*, Q_s , que separa as regiões densa e diluída dos hádrons. Reproduzimos a seguir os argumentos apresentados em [21], que por simplicidade, são desenvolvidos para o espalhamento fóton-próton. Neste

Figura 2.6: Recombinação dos glúons

espalhamento podemos usar o formalismo de dipolo, no qual o fóton cria um par quark-antiquark (dipolo) que interage fortemente com o alvo.

Um fóton com uma virtualidade Q^2 consegue resolver uma distância dentro do hádron alvo da ordem de

$$r \propto 1/\sqrt{Q^2} \quad (2.7)$$

Esta é a distância entre o quark e o antiquark gerados pelo fóton. Desta forma, conforme a energia aumenta podemos ter fótons com valores maiores de Q^2 , que dão origem a dipolos mais compactos, que sondam regiões menores do hádron. A figura 2.7 ilustra esta situação.

Um dipolo interage com um glúon de área transversal igual à sua. Cada glúon ocupa assim uma área transversal da ordem de π/Q^2 . A seção de choque dipolo-glúon

$$Q^2 = 1/r^2$$

Figura 2.7: Resolução como função do momento transferido

é aproximadamente

$$\sigma \sim \alpha_S(Q^2)\pi/Q^2 \quad (2.8)$$

onde α_S é a constante de acoplamento da QCD. O hádron alvo (que pode ser também um núcleo) possui uma área transversal igual a:

$$S_A \sim \pi R_A^2 \quad (2.9)$$

sendo R_A o raio do alvo. Assim que o número de glúons excede [21]

$$N_A \sim \frac{S_A}{\sigma} \sim \frac{R_A^2}{\alpha_S} Q^2 \quad (2.10)$$

começa a haver superposição entre eles e a recombinação de glúons, $g + g \rightarrow g$, passa a ser importante. A recombinação inibe o crescimento da densidade. Da equação (2.10) podemos definir o valor crítico de $Q^2 = Q_s^2$, a partir do qual os efeitos de saturação tornam-se importantes:

$$Q_s^2 \sim \alpha_S \frac{N_A}{R_A^2} \quad (2.11)$$

Chamamos Q_s de escala de saturação. Em seu modelo Kharzeev, Levin e Nardi obtêm a seção de choque para a produção de glúons, que tem a seguinte forma: [26]

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} = \frac{4\pi N_c}{N_c^2 - 1} \frac{1}{p_T^2} \int dk_T^2 \alpha_S \phi(x, k_T^2) \phi(y, (\vec{p}_T - \vec{k}_T)^2) \quad (2.12)$$

onde ϕ é a distribuição de glúons não integrada, dada por

$$\phi(x, k_T^2) \begin{cases} \sim \frac{\alpha_S}{\pi} \frac{1}{k_T^2} & k_T^2 > Q_s^2 \\ \sim \frac{S_A}{\alpha_S} & k_T^2 < Q_s^2 \end{cases} \quad (2.13)$$

Na expressão acima N_c é o número de cores, S_A representa a área do alvo, $\vec{k}_T$ e $\vec{p}_T - \vec{k}_T$ são os momentos transversais dos glúons que se fundem e $\vec{p}_T$ é o momento

Figura 2.8: Distribuição de glúons não integrada

transversal do glúon emergente da fusão. O momento $\vec{k}_T$ define a escala da interação. Quando $k_T^2 > Q_s^2$, $\phi(x, K_T^2)$ é tal que reproduz o resultado da QCD perturbativa usual e a seção de choque se comporta como

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \propto \frac{\alpha_S(p_T^2)}{p_T^4} \quad (2.14)$$

Quando a interação ocorre numa escala menor do que a escala de saturação, os efeitos

da recombinação de glúons (ou não-lineares) mudam a seção de choque. A densidade de glúons passa a ser inversamente proporcional a $\alpha_S = \alpha_S(Q_S^2)$, e a seção de choque passa a depender de potências menores de α_S . Além disso a divergência em $k_T^2 = 0$ fica mais fraca ou até mesmo desaparece. A figura 2.8 ilustra o comportamento de ϕ como função de k_T^2 . O efeito da saturação é reduzir ϕ na região de pequeno k_T^2 , eliminando a divergência da expressão perturbativa usual.

Usando a definição de distribuição integrada de glúons $G(x)$ em termos da distribuição não integrada ϕ :

$$xG(x, Q^2) = \int_0^{Q^2} dk_T^2 \phi(x, k_T^2) \quad (2.15)$$

e fazendo a escolha de escala $Q^2 = p_T^2$, podemos reescrever a seção de choque como função de $G(x, p_T^2)$. Com ela podemos obter a distribuição de rapidez, η , lembrando que

$$\frac{dN}{d\eta} = \int dp_T^2 \frac{1}{S} E \frac{d\sigma}{d^3p} \quad (2.16)$$

onde S é a área do alvo. Finalmente chegamos a

$$\frac{dN}{d\eta} = \frac{1}{S} \frac{4\pi N_c \alpha_S}{N_c^2 - 1} \int dp_T^2 \frac{1}{p_T^4} xG(x, p_T^2) yG(y, p_T^2) \quad (2.17)$$

com a distribuição de glúons dada por:

$$xG(x, p_T^2) = \begin{cases} \frac{\kappa}{\alpha_S(Q_S^2)} S p_T^2 (1-x)^4 & p_T^2 < Q_S^2 \\ \frac{\kappa}{\alpha_S(Q_S^2)} S Q_S^2 (1-x)^4 & p_T^2 > Q_S^2 \end{cases} \quad (2.18)$$

A área do alvo, S , será aproximada pela seção de choque próton-próton, σ_{pp} . No capítulo 4 vamos usar as expressões 2.17 e 2.18 no IGM.

2.3 Observação experimental da saturação.

Em 1999 alguns autores [12, 13] passaram a afirmar que, no HERA, já estariam sendo observados alguns efeitos da saturação. A partir de 2000, com a entrada em operação do Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC), no Brookhaven National Laboratory (BNL) a procura do CGC tornou-se ainda mais intensa. Surgiram inúmeros trabalhos propondo novos observáveis que pudessem revelar esta componente de alta densidade da função de onda dos hádrons e núcleos. O CGC é, às vezes, chamado de "um novo estado da matéria". Em 2004, os resultados do RHIC obtidos em colisões dêuteron-ouro levaram muitas pessoas a acreditar que o CGC tinha sido inequivocamente observado. Houve até um anúncio oficial ("press release") do BNL divulgando a descoberta do novo estado da matéria. Mais tarde, a certeza desta descoberta foi questionada. O melhor e mais otimista artigo de revisão sobre as evidências experimentais do CGC é de Larry McLerran [27]. As evidências mencionadas neste artigo são as seguintes:

- 1) "Scaling" geométrico da seção de choque fóton-próton medida no HERA.
- 2) A função de estrutura F_2 medida em DIS no HERA.
- 3) Razão entre as seções de choque difrativa e total medidas no HERA.
- 4) Seção de choque de fotoprodução do méson ρ medida no HERA.
- 5) Entendimento qualitativo do comportamento da seção de choque total hadrônica a altas energias.
- 6) Multiplicidade de partículas carregadas medidas na região central no RHIC.
- 7) Distribuição de momento transversal de partículas com grande p_T e grande rapidez em colisões d-Au no RHIC.

Uma análise cuidadosa da literatura mostra que todos estes fenômenos podem ser explicados sem lançar mão do CGC, com exceção de 7). No entanto, como foi argumentado em [27], o CGC é uma teoria robusta, baseada em primeiros princípios da QCD e fornece uma explicação global para fenômenos muito diferentes entre si. Podemos concluir que a situação permanece em aberto e que a busca pela "assinatura" do CGC vai continuar. Neste sentido é interessante observar as evidências enumeradas acima

para criarmos uma intuição de como o CGC modifica as previsões baseadas apenas na dinâmica linear da QCD. Por exemplo, na figura 2.9 [27] vemos que as previsões do CGC diferem das feitas com o uso da solução da equação de BFKL na região de pequeno x e pequeno Q^2 , fazendo com que F_2 cresça muito mais suavemente do que a previsão da dinâmica linear. A existência do CGC produz um efeito semelhante no crescimento da multiplicidade com o número de participantes, N_{part} , que tem a seguinte forma:

Figura 2.9: As funções de estrutura F_2

$$\frac{1}{N_{part}} \frac{dN}{dy} \sim \frac{1}{\alpha_s(Q_s^2)} \sim \log N_{part} \quad (2.19)$$

Esta dependência logarítmica é bem lenta, diferente da obtida com outros modelos, como pode ser visto na figura 2.10 [27]. De forma semelhante, a existência do CGC faz com que a seção de choque total hádron-hádron cresça mais suavemente com a energia da reação. Até aqui vimos que, quando o CGC entra em cena, ele atenua tendências que já existem, ou seja, ele afeta os observáveis apenas quantitativamente.

Figura 2.10: Dependência da multiplicidade com o número de participantes

No entanto, existe um observável para o qual o CGC, quando presente, altera os resultados de uma maneira inesperada levando a um comportamento qualitativamente novo. Este observável é a razão R_{CP} como função do momento transversal p_T de partículas carregadas na região cinemática $1 < p_T < 4$ GeV e η (pseudorapidez) variando entre 0 e 3.2. R_{CP} é a razão entre os espectros de momento transversal (de partículas carregadas) medidos no RHIC em colisões dêuteron-ouro centrais e periféricas e está mostrada na figura 2.11 [27]. Estes dados da colaboração BRAHMS mostram uma supressão do pico Cronin para valores crescentes da pseudorapidez. Este

comportamento é inesperado.

Nesta região de momento transversal, uma grande parte da produção de partículas ocorre através do espalhamento glúon-glúon "hard"(ou "semihard") descrito pela QCD perturbativa. As colisões periféricas podem ser consideradas como colisões próton-próton. O efeito Cronin ocorre quando o párton do dêuteron sofre reespalhamento antes da produção final de partículas observadas. Estas colisões múltiplas aumentam o p_T do jato e das partículas observadas.

A normalização é tal que $R_{CP} = 1$ significa que as colisões centrais são simples superposições de colisões próton-próton. Assim, quando observamos $R_{CP} > 1$, estamos vendo o chamado "pico Cronin", que é uma indicação de reespalhamento, efeito já muitas vezes observado em colisões a energias menores, onde não se espera que o CGC tenha nenhuma importância.

Figura 2.11: A razão R_{CP} central para periférica de hádrons carregados e negativos como função de p_T

Quando a produção de uma partícula ocorre através da fusão de dois glúons com momentos fracionários y (vindo do dêuteron) e x (vindo do ouro), sua pseudorapidez será dada por:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{y}{x} \quad (2.20)$$

Quando medimos partículas com valores grandes de η sabemos que $y \simeq 1$ e $x \ll 1$ e podemos afirmar que estamos "provando" a região de pequeno x do alvo e entrando no domínio da saturação. Os dados mostram que há uma supressão pronunciada do pico Cronin com o aumento da rapidez. Esta supressão pode ser naturalmente entendida como um efeito da saturação, pois conforme diminuimos x , o número de glúons do alvo

diminui (quando comparado ao caso não saturado) e assim ocorre uma diminuição do número de partículas produzidas.

Esta evidência experimental favorável ao CGC precisa ser confirmada através da análise de outros observáveis e um deles é o espectro de partículas dominantes a altas energias, que será discutido adiante.

Capítulo 3

IGM

3.1 Introdução

O Modelo de Glúons Interagentes ("Interacting glúon Model" ou IGM) é uma ferramenta apropriada para estudar o fluxo de energia, especialmente espectros de partícula dominante e a inelasticidade em colisões hadrônicas a altas energias. Neste modelo, quarks de valência passam através da nuvem gluônica dos hádrons, interagindo tanto no regime de baixos momentos transferidos ("soft") quanto no regime de grandes momentos transferidos ("semihard"). Desenvolvendo essa imagem nós chegamos a uma fórmula simples da perda de energia, dada em termos de uns poucos parâmetros, que descreve uma ampla variedade de dados experimentais.

O texto deste capítulo é baseado no texto da referência [1].

3.1.1 A necessidade de um modelo

Depois de mais de 30 anos de avanço contínuo nós poderíamos esperar que a Cromodinâmica Quântica (QCD), a teoria estabelecida das interações fortes, pudesse nos fornecer um entendimento satisfatório das reações hadrônicas a altas energias. Infeliz-

mente este ainda não é o caso e nós temos que estudar essas reações usando modelos ao invés da teoria. Isto ocorre basicamente por causa de duas razões. A primeira é que só podemos fazer cálculos confiáveis no regime perturbativo, isto é, quando o momento transferido é maior do que alguns GeV 's. Estes casos representam somente uma pequena fração das seções de choque hadrônicas. Mesmo a energias bem altas, muito dos eventos envolvem baixos momentos transferidos. Uma idéia do momento transferido médio é dada pelo momento transversal médio ($\langle p_T \rangle$) das partículas produzidas, que é da ordem de $1 GeV$ ou menos. A segunda razão é que o número de partículas produzidas pode ser tão grande que técnicas de muito corpos e aproximações são necessárias. No RHIC, por exemplo, o número de partículas observadas ao final da colisão pode chegar a 6000 (!). Elas são produzidas nas complicadas interações de um número igualmente grande de quarks e glúons presentes no estágio inicial das colisões. Os estudos destes sistemas não podem ser feitos a partir de primeiros princípios e modelos são necessários.

3.1.2 Critérios para escolher um bom modelo

Como fazer modelos é inevitável e como há uma proliferação de modelos para a produção de partículas, nós devemos tentar estabelecer critérios para decidir quando um modelo é melhor que o outro. Uma condição a ser satisfeita por um modelo é uma conexão clara com a teoria vigente. Mais do que isso, suposições devem ser feitas somente quando a teoria não é aplicável e a introdução de parâmetros deve se restringir a um mínimo. Além do mais, um modelo deve ter poder de predição e ser testável. Mesmo dentro destas restrições, há muitas implementações dos conceitos básicos da QCD e muitas maneiras diferentes de tratar a dinâmica não perturbativa.

Entre os modelos existentes, há alguns que tentam dar uma descrição abrangente de todos os dados experimentais. Usualmente estes modelos serão em algum momento transformados em geradores de eventos e serão usados por grupos experimentais. Mesmo que eles possam ajudar nos projetos dos detectores e análise de dados,

eles têm a desvantagem de conterem muitos parâmetros e de serem um tipo de "caixa preta". Exemplos bem conhecidos deste tipo de modelo são HIJING [28] e NEXUS [29], VENUS [30], Quark glúon String Model (QGSM) [31] e FRITIOF [32]. Uma lista de vários modelos disponíveis deste tipo pode ser encontrada em [33].

Numa abordagem diferente há modelos que se concentram só em algumas características específicas, tanto da teoria quanto da experiência. Estes modelos são mais transparentes, fáceis de trabalhar. Eles possuem um número pequeno de parâmetros e são feitos para testar somente alguns aspectos limitados da teoria. Um exemplo famoso deste tipo de modelo é o modelo térmico, que foi formulado no início da pesquisa sobre a produção múltipla de partículas [34]. Na sua versão moderna [35] ele é ainda um modelo muito popular nos dias de hoje. Este modelo não envolve amplitudes nem seções de choque e ele é aplicado somente para sistemas nos quais pode haver equilíbrio térmico. Nesta abordagem, o espectro de momento transversal medido experimentalmente é ajustado por distribuições térmicas simples e a temperatura efetiva é extraída. Aqui temos pouca entrada ("input") e pouca saída ("output"), mas é possível aprender algo estudando diferentes sistemas, estabelecendo o comportamento da temperatura como função da energia de colisão.

O modelo discutido nesta dissertação pertence a esta categoria de modelos "econômicos". Nosso objetivo é descrever o fluxo de energia (no IGM podemos calcular a energia depositada e o espectro de partícula dominante) com uma imagem simples baseada na QCD, com poucos parâmetros e aprender algo da análise dos dados.

3.1.3 O fluxo de energia

Processos de produção múltipla de partículas são fenômenos extremamente complicados de descrever já que, como dito anteriormente, o número de partículas produzidas no fim da reação ultrapassa facilmente a casa dos milhares. Eles constituem a maior parte da seção de choque e assim são muito importantes, tanto em si quanto como possíveis fundos ("background") para outras reações mais específicas, medidas em col-

isões a altas energias de diferentes tipos. O enorme número de partículas produzidas exige inevitavelmente algum tipo de descrição estatística ou hidrodinâmica. Por sua vez, todos os modelos estatísticos ou hidrodinâmicos exigem o conhecimento da fração da energia inicial depositada no gás ou fluido. O conhecimento da energia depositada na região de rapidez central nas colisões de íons pesados no RHIC e LHC é crucial [36]. Dividindo este número pelo volume do sistema formado, nós temos uma estimativa da densidade de energia inicial em tais colisões. Se ela for alta o suficiente, nós podemos estar em uma nova fase da matéria nuclear: o plasma de quarks e glúons (Quark glúon Plasma"ou QGP).

Por outro lado, o conhecimento do espectro de momento longitudinal das partículas medidas na região de grande rapidez e, em particular, daquela com os números quânticos do projétil (a chamada partícula dominante ou "leading particle", LP) dá informações valiosas sobre a dinâmica não perturbativa da QCD. Além disso, o espectro da LP (e o conhecimento da variável complementar, a inelasticidade K da reação) é muito útil na física de raios cósmicos, na descrição da evolução dos chuveiros hadrônicos na atmosfera [37].

No modelo considerado aqui é possível extrair informações sobre a estrutura gluônica dos hádrons a partir da medição do espectro de partícula dominante. O modelo descreve somente certos aspectos das colisões hadrônicas, relacionados ao fluxo de energia e energia depositada na região central de rapidez. Ele não deveria ser tomado como uma alternativa para uma formulação baseada em teoria de campos para as amplitudes, mas como uma extensão simples do modelo a pártons. A razão para usá-lo é que ele pode ser bom o suficiente para descrever o fluxo de energia de uma forma econômica. Os aspectos mais profundos e sutis da teoria de campos subjacente (a nosso ver) não se mostram no fluxo de energia, mas sim em outras quantidades tais como a seção de choque total. Mesmo com a sua simplicidade, este modelo pode nos ensinar algumas coisas e prever outras. Isto é encorajador porque, no futuro próximo, novos dados do FERMI LAB, RHIC e LHC serão obtidos e terão que ser estudados com modelos.

3.2 O Modelo

A principal idéia do modelo é que colisões núcleon-núcleon (ou qualquer colisão hadrônica) a altas energias podem ser tratadas como uma soma incoerente de múltiplas colisões glúon-glúon, os quarks de valência tendo um papel secundário na produção de partículas. Enquanto esta idéia é justificável para grandes momentos transferidos entre os pártons, estando na base de alguns modelos de minijatos de produção de partículas (por exemplo [28]), no IGM sua validade é estendida até pequenos momentos transferidos, um pouco acima de Λ_{QCD} . A baixas escalas não há glúons independentes, mas sim uma configuração altamente correlacionada de campos de cor e assim pareceria pouco provável que ocorressem colisões glúon-glúon independentes. Há, no entanto, indicações vindas de cálculos de QCD na rede de que estes modos de glúons "soft" não estão fortemente correlacionados. Uma delas é o resultado obtido em [38], de que o comprimento típico de correlação do campo gluônico é de cerca de 0.3 fm. Como este comprimento é ainda muito menor do que o tamanho típico do hádron, o campo de glúons pode, em primeira aproximação, ser tratado como não correlacionado.

O IGM pode ser resumido da seguinte forma:

- (i) Os dois hádrons colidindo são representados pelos quarks de valência carregando os seus números quânticos (cargas) mais a nuvem de glúons acompanhando (que representam também os pares $q\bar{q}$ do mar).
- (ii) No curso das colisões, as nuvens gluônicas interagem fortemente, depositando na região central da reação, frações x e y dos quadrimomentos iniciais dos respectivos projéteis na forma de uma bola de fogo central ("Central Fireball" ou CF).
- (iii) Os quarks de valência (e os glúons que não interagiram) são excitados e formam jatos dominantes ("Leading Jets" ou LJ's) que povoam principalmente as regiões de fragmentação da reação.

A Massa do CF é

$$M = \sqrt{xy s} \quad (3.1)$$

A fração da energia total depositada no CF, chamada de inelasticidade K , é assim igual a

$$K = \frac{M}{\sqrt{s}} = \sqrt{xy} \quad (3.2)$$

e a rapidez do CF é

$$Y = \frac{1}{2} \ln \frac{x}{y} \quad (3.3)$$

Os quarks de valência atravessam a região de interação enquanto as nuvens gluônicas de ambos os projéteis interagem fortemente uma com a outra, como na figura 3.1, pois $\sigma_{qq} \ll \sigma_{qg} \ll \sigma_{gg}$ [39]. Os LJ's carregam frações dos momentos iniciais

Figura 3.1: Formação do Central Fireball

$$x_L = 1 - x \quad (3.4)$$

e

$$y_L = 1 - y \quad (3.5)$$

como pode ser visto na figura 3.2.

A quantidade central no IGM é a função $\chi(x, y)$. Ela fornece a probabilidade de que seja formado um CF carregando frações dos momentos x e y dos dois hádrons que colidiram. A derivação da expressão de $\chi(x, y)$ pode ser encontrada no apêndice A

Figura 3.2: Formação da Central Fireball

e é uma implementação quantitativa das hipóteses feitas acima: colisões glúon-glúon múltiplas e independentes entre si, dominância de baixos momentos na distribuição de glúons e conservação de energia-momento. $\chi(x, y)$ é dada por:

$$\chi(x, y) = \frac{\chi_0}{2\pi\sqrt{D_{xy}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2D_{xy}} [\langle y^2 \rangle (x - \langle x \rangle)^2 + \langle x^2 \rangle (y - \langle y \rangle)^2 + 2 \langle xy \rangle (x - \langle x \rangle)(y - \langle y \rangle)] \right\} \quad (3.6)$$

onde

$$D_{xy} = \langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle - \langle xy \rangle^2 \quad (3.7)$$

e

$$\langle x^n y^m \rangle = \int_0^1 dx' x'^n \int_0^1 dy' y'^m \omega(x', y'), \quad (3.8)$$

A função $\omega(x', y')$ é a função espectral, que representa o número médio de colisões glúon-glúon como uma função de x' e y' , contendo toda a dinâmica do modelo. Como

pode ser visto no apêndice B ela tem a forma:

$$\omega(x', y') = \frac{\sigma_{gg}(x'y's)}{\sigma(s)} G(x') G(y') \theta(x'y' - K_{min}^2) \quad (3.9)$$

onde $G(x')$ e $G(y')$ denotam o número de glúons dos projéteis e σ_{gg} e σ são as seções de choque glúon-glúon e hádron-hádron, respectivamente. Na expressão acima, x' e y' são os momentos fracionários vindos do projétil e do alvo, e $K_{min}^2 = m_0/\sqrt{s}$, com m_0 sendo a massa do estado produzido mais leve e $\sqrt{s}$ a energia total no centro de massa. m_0 é um parâmetro do modelo. A constante χ_0 é definida pela condição de normalização

$$\int_0^1 dx \int_0^1 dy \chi(x, y) \theta(xy - K_{min}^2) = 1 \quad (3.10)$$

A função espectral $\omega(x', y')$ é dada pela soma das componentes "soft" e "semi-hard":

$$\omega(x', y') = \omega^{(S)}(x', y') + \omega^{(H)}(x', y') \quad (3.11)$$

A componente "soft" da função espectral é dada por

$$\begin{aligned} \omega^{(S)}(x', y') &= \frac{\hat{\sigma}_{gg}^{(S)}(x'y's)}{\sigma(s)} G(x') G(y') \\ &\times \theta(x'y' - K_{min}^2) \theta\left(\frac{4p_{Tmin}^2}{s} - x'y'\right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

A componente "semihard" da função espectral é dada por:

$$\begin{aligned} \omega^{(H)}(x', y') &= \frac{\hat{\sigma}_{gg}^{(H)}(x'y's)}{\sigma(s)} G(x') G(y') \\ &\times \theta\left(x'y' - \frac{4p_{Tmin}^2}{s}\right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Inserindo (3.13) e (3.12) em (3.11) e esta em (3.8) chegamos a

$$\langle x^n y^m \rangle = \langle x^n y^m \rangle_S + \langle x^n y^m \rangle_H \quad (3.14)$$

Nas equações acima $\hat{\sigma}_{gg}^S$ e $\hat{\sigma}_{gg}^H$ são as seções de choque "soft" e "semihard", p_{Tmin} é o momento transversal mínimo para produção de minijatos e σ denota a seção de choque inelástica dos projéteis incidentes. Como será visto mais adiante, esta função espectral será modificada para incorporar os efeitos da saturação de glúons.

Os números efetivos de glúons nos projéteis correspondentes são denotados pelos $G's$ e foram aproximados (em todos os trabalhos que usaram o IGM até agora) pelas respectivas funções de distribuições de glúons, tomando a forma:

$$G(x) = p(m+1) \frac{(1-x)^m}{x} \quad (3.15)$$

com $m = 5$ e a fração de energia-momento carregada pelos glúons sendo igual a $p = 0.5$. Neste trabalho esta função de distribuição será substituída por uma outra que inclui os efeitos de saturação. Quando fizermos a comparação dos nossos resultados com espectros que não levam em conta efeitos de saturação usaremos a parametrização GRV94 [40] para $G(x)$.

3.3 Espectro de partícula dominante

As partículas dominantes em colisões hádron-hádron são aquelas que emergem da colisão com momentos próximos aos dos feixes e que têm os mesmos números quânticos dos projéteis. Elas ocorrem em praticamente todos os eventos. A distribuição de momento destas partículas finais é o chamado espectro de partículas dominantes. No caso de reações próton-próton ele foi medido inicialmente em [41]. Mais tarde novos dados de colisões pion-próton foram divulgadas pela colaboração EHS/NA22 [42], que mediu simultaneamente o pion e o próton dominantes.

Dados mais recentes de prótons dominantes produzidos em reações elétron-próton

no HERA, com energia do centro de massa uma ordem de grandeza superior à dos experimentos precedentes foram publicados em [43]. No caso de fotoprodução (quando $Q^2 = 0$ e o fóton emitido pelo elétron é real), com o uso da hipótese de dominância do méson vetorial ("vector meson dominance" ou VMD), [44] a colisão fóton-próton pode ser interpretada como uma colisão méson vetorial ρ - próton e assim os dados do HERA podem ser considerados dados de produção de LP em colisões hadrônicas. Estas medidas mais recentes de espectros de LP, tanto em colisões hádron-hádron quanto em colisões elétron-próton, renovaram o interesse neste assunto, especialmente porque os dados do HERA são medidos a energias mais altas e assim a dependência do espectro de LP com a energia pode ser determinada.

É importante ter um bom entendimento destes espectros por várias razões. Eles são a entrada ("input") para os cálculos de espectro de LP em colisões hádron-núcleo, que são uma ferramenta fundamental na descrição de cascatas atmosféricas iniciadas por radiação cósmica [37, 45]. Há vários projetos na física de raios cósmicos incluindo o High Resolution Fly's Eye Project [46] para o qual o conhecimento preciso do fluxo de energia (espectro da LP e distribuição de inelasticidade) em colisões a altíssimas energias seria útil.

Num cenário bem diferente, em colisões de íons pesados a altas energias no RHIC, é muito importante saber onde os finais (dominantes) estão localizados no espaço dos momentos. Se o freamento for grande, eles serão retidos na região central de rapidez e vão afetar a dinâmica na região, gerando, por exemplo, uma equação de estado rica em . Alternativamente, se eles estiverem na região de fragmentação, a região central (presumivelmente quente e densa) estará dominada por graus de liberdade mesônicos. A composição desta matéria densa é relevante para o estudo da formação do plasma de quark e glúons [36].

Como os espectros da LP são medidos em reações com pequena transferência de momentos e vão até valores grandes de x_F , está claro que os processos em questão ocorrem no domínio não perturbativo da QCD. Necessitamos então de modelos "inspirados na QCD". Cálculos do espectro da LP com modelos deste tipo podem ser

encontrados nas referências [47] e [48].

Em colisões a altas energias, partículas dominantes originam-se dos pártons rápidos que emergem dos fragmentos da colisão. Há uma grande separação de rapidez entre os pártons rápidos e os pártons do mar. Pártons rápidos interagem raramente com os pártons "soft" ao seu redor. A interação entre os projéteis hadrônicos e o alvo é principalmente através das nuvens de pártons "soft". Um párton rápido ou uma configuração coerente de pártons rápidos pode então passar através da colisão praticamente inalterada.

Baseados nestas observações e visando estudar colisões p-A, os autores da referência [47] propuseram um mecanismo para produção de partículas dominantes no qual o espectro de LP é dado pela convolução da distribuição de momentos dos pártons no hádron projétil com sua correspondente função de fragmentação em um hádron final dominante. Este esquema de fragmentação independente não está de acordo com dados de produção de charme dominante em espalhamentos pion-núcleo. Ele falha especialmente na descrição da assimetria na produção de D^-/D^+ em colisões π^-p e π^-A . Vários modelos, como os das referências [49] ou [50] trataram destes dados e a conclusão foi que a recombinação de quarks de valência é necessária. O que acontece é mais uma coalescência dos quarks de valência para formar a LP e não uma fragmentação independente de um quark ou diquark num pion ou núcleon.

A configuração formada pelos quarks de valência e os glúons do projétil pode atravessar o alvo, mas, por causa da forte interação da nuvem de glúons, ela pode ser significativamente desacelerada. Em outras palavras, a perda de energia se dá pela perda da nuvem gluônica ("gluon-stripping"). A correlação entre a energia central depositada pelos glúons e o espectro de partícula dominante é essencial para o entendimento da produção de charme dominante como foi mostrada em [5].

Depois de [47], alguns dos autores daquele trabalho passaram a colaborar com A. Dumitru, bom conhecedor do "Color Glass Condensate", e voltaram ao estudo do espectro de LP, desta vez a energias altíssimas e atingindo a região de x muito pequeno, na qual os efeitos de saturação de glúons são importantes. Nesta série de

novos trabalhos foi utilizado o mesmo mecanismo de produção de LP de antes, ou seja, fragmentação independente de quarks de valência. A novidade foi a inclusão de perda de energia na interação do quark de valência com o "vidro de cor" do alvo. A soma destes dois efeitos, fragmentação independente (que leva a uma forte desaceleração do párton que se fragmenta) e perda de energia na interação contra o CGC, produziu um espectro de LP com uma queda muito rápida.

3.4 $f(x_L)$ no IGM

Como o momento fracionário carregado pela partícula dominante é dado por $x_L = 1 - x$, podemos obter a partir da equação (3.6) o espectro de partícula dominante, definindo-o da seguinte forma:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx_L} = f(x_L) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \theta(xy - K_{min}^2) \delta(1 - x - x_l) \chi(x, y) \quad (3.16)$$

Para podermos calcular a distribuição (3.6), nós precisamos escolher os valores de m_0 e p_{Tmin} e definir $G(x)$ e σ_{gg} . Adotamos $p_{Tmin}^2 = 2,3 \text{ GeV}^2$ e $m_0 = 0.35 \text{ GeV}$. Estas são as duas escalas presentes no modelo. Para a seção de choque glúon-glúon usamos o resultado da QCD perturbativa em ordem α_s^2 :

$$\sigma_{gg}^H(x, y, s) = \kappa \frac{\pi}{16p_{Tmin}^2} [\alpha_s(Q^2)]^2 H \quad (3.17)$$

onde

$$H = 36T + \frac{51\nu T}{4xy} - \frac{3\nu^2 T}{8x^2 y^2} + \frac{9\nu}{xy} \ln \left(\frac{1 - T}{1 + T} \right) \quad (3.18)$$

e

$$T = \sqrt{1 - \frac{\nu}{xy}} \quad \nu = \frac{4p_{Tmin}^2}{s} \quad (3.19)$$

O parâmetro κ é o usado freqüentemente para incorporar correções de ordem mais alta em α_s e é $1.1 \leq \kappa \leq 2.5$ de acordo com a escolha de $G(x)$, da escala Q^2 e de p_{Tmin} . A constante de acoplamento é dada por:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2} \right)} \quad (3.20)$$

onde $\Lambda = 0.2 \text{ GeV}$ e $N_f = 3$ é o número de sabores ativos. Como usualmente em física de minijatos escolhemos $Q^2 = p_{Tmin}^2$.

Quando a energia invariante do par de glúons $\hat{s}$ está no intervalo $m_0 \leq \hat{s} = xys \leq 4p_{Tmin}^2$, nós estamos fora do regime perturbativo. Seções de choque párton-pártion no regime não perturbativo foram parametrizadas em [51], levando a um modelo de quarks e glúons bem sucedido para espalhamentos elásticos e inelásticos. Estas seções de choque não perturbativas foram calculadas no modelo de vácuo estocástico [53]. As seções de choque assim obtidas são funções do condensado de glúons e do comprimento de correlação do campo de glúons, ambas quantidades extraídas de cálculos de QCD na rede. Nos trabalhos anteriores, feitos com o IGM, foi utilizada a parametrização de [51]:

$$\hat{\sigma}_{gg}^S(x, y, s) = \frac{\alpha}{xys} \quad (3.21)$$

onde α é um parâmetro do modelo. A seção de choque próton-próton é dada pela parametrização de Landshoff [52]:

$$\sigma(s) = \sigma_{pp}^{inel.} = 56 \ s^{-0.56} + 18.2 \ s^{0.08} \quad (3.22)$$

Esta parametrização é equivalente a 80% da parametrização que se encontra na referencia citada, já que assumo que a seção de choque inelástica corresponde a 80% da total.

Capítulo 4

IGM e saturação

Como foi visto nos capítulos anteriores, o desenvolvimento teórico da física de pequeno x ganhou impulso a partir de meados dos anos noventa. A partir do final da década passada, por causa do aumento da energia dos aceleradores o estudo da saturação de pártons passou a ser uma questão experimental. O IGM foi desenvolvido antes da popularização do CGC e agora é necessário atualizar suas previsões incluindo os efeitos da saturação. Isto pode ser feito de forma simples como será mostrado neste capítulo.

4.1 O IGM no regime de altas densidades

O regime de pequeno x traz algumas mudanças nas interações entre quarks e glúons e assim, antes de modificar o modelo é necessário saber se ele continua válido. Vamos então verificar se suas hipótese continuam adequadas.

Em primeiro lugar, no IGM consideramos que aproximadamente metade do momento de um hádron é carregado pelos glúons. O aumento da energia das colisões implica que observamos valores de x cada vez menores. A distribuição de glúons cresce muito rapidamente conforme x diminui. O efeito da saturação neste caso é arrefecer este crescimento, que, no entanto, continua acentuado e indica que a ener-

gias mais altas, como passamos a ver um número cada vez maior de glúons, ainda que eles possuam momentos cada vez menores, o momento total carregado por glúons continuará a crescer.

Em segundo lugar, no IGM usamos a seguinte relação entre as seções de choque partônicas:

$$\sigma_{qq} \ll \sigma_{qg} \ll \sigma_{gg} \quad (4.1)$$

Destas desigualdades resulta que os quarks do projétil interagem menos com os quarks do alvo e também com seus glúons, sendo que a interação mais importante ocorre entre os glúons do projétil e os do alvo. No formalismo do CGC, a interação entre um quark (ou um glúon) do projétil e um alvo de glúons saturados foi estudada por Dumitru e Jalilian-Marian [54, 55] e eles concluíram que:

$$\begin{aligned} \sigma_{qA} &= 2\pi R_A^2 \\ \sigma_{gA} &\sim \pi R_A^2 \log s \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde R_A é o raio do alvo. Enquanto 4.1 se refere a processos elementares, para momentos fixos dos pártons, em 4.2 foi feita uma integração sobre os momentos dos glúons do alvo. Vemos que, à medida em que a energia aumenta a seção de choque dos glúons passa a ser dominante. Este resultado dá apoio à idéia de que os quarks podem atravessar o alvo mais facilmente e dar origem às partículas dominantes. Esta idéia é também reforçada pelo uso, no formalismo do CGC, da aproximação eikonal para os quarks de valência. Nesta aproximação os quarks seguem um trajetória retilínea durante a colisão. Desprezar a deflexão significa que a interação não é violenta, pois neste caso o momento transferido seria grande e o momento transversal adquirido também. A aproximação eikonal dá ainda suporte ao mecanismo de formação de LP's adotado no IGM: a recombinação de quarks de valência. Se a deflexão dos quarks de valência do projétil é pequena a ponto de ser desprezada, estes quarks emergem da colisão paralelos e próximos entre si, o que é uma condição necessária para que a recombinação

ocorra.

Em terceiro lugar, a interação entre as nuvens de glúons é tratada como uma soma incoerentes de colisões binárias independentes. De um modo geral ao aumentarmos a energia esta aproximação se torna melhor porque para um pártion do projétil (ou do alvo) a configuração de glúons do alvo está "congelada", fixa no tempo em virtude do alto fator gama de Lorentz, que pode chegar a 100 no RHIC ou a 5000 no LHC. Assim sendo, a colisão de um pártion do projétil com qualquer glúon do alvo (mesmo os de baixo momento), não será sentida pelo glúon vizinho porque não há tempo. O fato novo introduzido pela saturação é o surgimento de uma nova escala de energia, a escala de saturação, Q_S , que cresce à medida em que a energia aumenta. Na energia do LHC ela assume valores da ordem de alguns GeV . Ela dá a ordem de grandeza do momento transversal típico dos glúons do alvo. Usando o princípio da incerteza no plano transversal, concluímos que o tamanho típico de um glúon do alvo é:

$$R_g^2 \sim \frac{1}{p_T^2} \sim \frac{1}{Q_S^2} \ll R_A^2 \quad (4.3)$$

glúons compactos interagem com outros glúons em colisões binárias independentes. Ao contrário, glúons extensos podem ter uma interação campo-campo, fortemente não local. O efeito da saturação é aumentar a importância das interações perturbativas, que ocorrem na escala típica Q_S e reduzir a importância das interações no regime puramente não perturbativo. Esta característica dá suporte ao IGM.

4.2 IGM com saturação

Como foi visto anteriormente, no modelo de KLN efeitos de saturação são introduzidos de uma maneira simples e analítica nos cálculos. Ela consiste em fazer um Ansatz para as distribuições de glúons não integradas e em usar a hipótese de fatorização. Em [21]-[26], supondo que a produção de glúons seja dominada pela fusão de glúons $gg \rightarrow g$ mostrada na figura 4.1, KLN calcularam o número de glúons produzidos em

colisões próton-próton. Como apenas a fusão de glúons foi considerada, *o número médio de glúons produzidos coincide com o número de colisões glúon-glúon*, que é um ingrediente do IGM, presente no início dos cálculos, como parâmetro da distribuição de Poisson e que aparece no final, em forma diferencial, como ω , a função espectral. Assim, vamos redefinir $\omega^{(H)}$, equação (3.13), identificando-a com a expressão de KLN, já vista no segundo capítulo. Antes disto, vamos retomar o resultado de KLN e fazer

Figura 4.1: Produção de glúons através do processo $gg \rightarrow g$

uma mudança de variáveis. Partindo de (2.17)

$$\frac{dN}{d\eta} = \frac{1}{\sigma_{pp}} \frac{4\pi N_c \alpha_S}{N_c^2 - 1} \int dp_T^2 \frac{1}{p_T^4} xG(x, p_T^2) yG(y, p_T^2) \quad (4.4)$$

podemos reescrevê-la na forma diferencial:

$$\frac{dN}{d\eta dp_T^2} = \frac{1}{\sigma_{pp}} \frac{4\pi N_c \alpha_S}{N_c^2 - 1} \frac{1}{p_T^4} xG(x, p_T^2) yG(y, p_T^2) \quad (4.5)$$

Lembrando das definições:

$$x = \frac{\sqrt{p_T^2}}{\sqrt{s}} e^\eta \quad (4.6)$$

e

$$y = \frac{\sqrt{p_T^2}}{\sqrt{s}} e^{-\eta} \quad (4.7)$$

temos que $xy = p_T^2/s$ e assim

$$\begin{aligned} dx dy &= \frac{\partial(x, y)}{\partial(\eta, p_T^2)} d\eta dp_T^2 \\ d\eta dp_T^2 &= xy \frac{p_T^2}{xy} dx dy = s dx dy \end{aligned} \quad (4.8)$$

Inserindo esta última expressão na equação (4.5) obtemos:

$$\frac{dN}{d\eta dp_T^2} = \frac{dN}{s dx dy} \quad (4.9)$$

e finalmente:

$$\frac{dN}{s dx dy} = \omega^H(x, y) = \frac{1}{\sigma_{pp}} \frac{4\pi N_c \alpha_S}{N_c^2 - 1} \frac{1}{p_T^2} G(x, p_T^2) G(y, p_T^2) \quad (4.10)$$

Com essa nova forma para a densidade espectral os momentos "semi-hard" $\langle x^n y^m \rangle_H$ ficam definidos da seguinte forma:

$$\langle x^n y^m \rangle_H = \frac{1}{\sigma_{pp}} \frac{4\pi N_c \alpha_S}{N_c^2 - 1} \int dx \int dy x^n y^m \frac{1}{p_T^2} G(x, p_T^2) G(y, p_T^2) \quad (4.11)$$

Apesar da semelhança formal desta expressão com a que tem sido usada no IGM, a distribuição de glúons $G(x, p_T^2)$ agora leva em conta os efeitos de saturação e é dada por (2.18):

$$xG(x, p_T^2) = \begin{cases} \frac{\kappa}{\alpha_s(Q_S^2)} S p_T^2 (1-x)^D & p_T^2 < Q_S^2 \\ \frac{\kappa}{\alpha_s(Q_S^2)} S Q_S^2 (1-x)^D & p_T^2 > Q_S^2 \end{cases} \quad (4.12)$$

Na expressão acima, κ é um parâmetro constante a ser ajustado, S é a área do alvo, que no nosso caso será σ_{pp} , e o expoente D , que era originalmente 4 em [22], agora vale:

$$D = 2,792 + 2,215U + 0,422U^2 - 0,104U^3 \quad (4.13)$$

onde

$$U = \frac{\log(\log(p_T^2/\mu_2^2))}{\log \mu_1/\mu_2} \quad (4.14)$$

com $\mu_1 = 0,23$ e $\mu_2 = 0,2322^2$. Lembramos que a escala p_T^2 é igual a xys e que Q_S é a escala de saturação dada por:

$$Q_S^2(x) = Q_0^2 \left(\frac{x_0}{x} \right)^\lambda \quad (4.15)$$

sendo $Q_0^2 = 0,34 \text{ GeV}^2$, $x_0 = 0,3 \cdot 10^{-4}$ e $\lambda = 0,29$.

O expoente D do fator $(1-x)$ foi modificado porque, com o expoente original a distribuição (4.12) não tem bom comportamento na região de grande x ($x \simeq 1$). Ela não reproduz a dependência em x das parametrizações extraídas das análises de dados de espalhamento inelástico profundo. Nós usamos o expoente da parametrização GRV94 [40], que, apesar de já antiga, na região de grande x coincide com outras parametrizações mais modernas e é bem simples. Em sua forma final, (4.12) se aproxima bastante de GRV94 em grandes x e reproduz a distribuição de KLN em x pequeno.

Nos trabalhos [22], KLN não se preocuparam com a região de grande x pois eles estavam calculando observáveis que envolviam apenas valores fixos e pequenos de x , não fazendo a integração sobre todos os valores entre 0 e 1, como nós precisamos fazer aqui. Outra razão para fazer a modificação em D é que a distribuição $G(x)$ deve satisfazer a regra de soma dos momentos:

$$\int_0^1 x G(x) dx = p \cong 0.5 \quad (4.16)$$

Na versão de (4.12) usada em [22] esta regra de soma não é satisfeita, e a integral (4.16) fornece valores de p (a fração do momento total do próton carregada pelos glúons) que são maiores do que 1, o que não pode estar correto. Para normalizar (4.12) corretamente e de acordo com GRV94, adotamos a seguinte prescrição:

$$x G(x, p_T^2) = p \times \frac{x G(x, p_T^2)_{KLN}}{\int_0^1 dx x G(x, p_T^2)_{KLN}} \quad (4.17)$$

onde p é a normalização dada pela distribuição GRV94 quando fixamos a escala em p_T^2 . A distribuição de glúons GRV94 é dada por:

$$G(x, p_T^2) = (P_1 + P_2) \frac{(1-x)^D}{x} \quad (4.18)$$

onde

$$\begin{aligned} P_1 &= x K[I + x (F + x C)] \log^B (1/x) \\ P_2 &= A U \exp(-E + \sqrt{H B U \log(1/x)}) \end{aligned} \quad (4.19)$$

com

$$\begin{aligned} A &= 0,524 \\ B &= 1,088 \\ C &= -25,59 + 29,71 U - 7,292 U^2 \\ D &= 2,792 + 2,215 U + 0,422 U^2 - 0,104 U^3 \\ E &= 0,807 + 2,005 U \\ F &= 16,69 - 22,74 U + 5,779 U^2 \\ H &= 3,841 + 0,316 U \\ I &= 7,846 - 2185 U \end{aligned} \quad (4.20)$$

Capítulo 5

Resultados

5.1 Colisões próton-próton

Como pode ser visto na seção 3.4, temos vários parâmetros a serem fixados no IGM. Eles são: m_0 , a massa do CF mais leve, que introduz um limite inferior nas integrais em x e y ; α , que aparece na seção de choque glúon-glúon no regime "soft"; p_{Tmin} , que define o início da física "semi-hard" e κ , que aparece nas novas distribuições de glúons. Em aplicações anteriores do IGM uma parte destes parâmetros já foi fixada e nós poderíamos continuar com os valores já encontrados para m_0 , α e p_{Tmin} . No entanto, neste trabalho vamos simplificar o procedimento de escolha de parâmetros. Não vamos fazer hipóteses sobre a seção de choque glúon-glúon no regime "soft", nem fazer um Ansatz para a distribuição de glúons em escalas muito baixas (não testadas no espalhamento inelástico profundo). Como já foi visto, que os momentos da função espectral, $\langle x^n y^m \rangle$, podem ser divididos em componentes "soft" e "semihard":

$$\langle x^n y^m \rangle = \langle x^n y^m \rangle_S + \langle x^n y^m \rangle_H \quad (5.1)$$

A separação entre as duas componentes vem naturalmente de (3.11), que, por sua vez, vem da separação entre as duas regiões de integração no plano $x - y$. Em vários trabalhos, onde esta mesma separação de regiões foi feita, os cálculos envolvendo a parte "soft" levaram a resultados independentes (ou quase) da energia da colisão. Um exemplo conhecido é o modelo do vácuo estocástico, com o qual podemos calcular seções de choque hádron - hádron no regime puramente não-perturbativo. Os resultados são completamente independentes da energia. Baseados nestas experiências, vamos considerar que a baixas energias a parte "soft" é dominante e que ela é independente da energia. Assim, vamos tratar as componentes $\langle x^n y^m \rangle_s$ dos momentos como parâmetros constantes a serem fixados pelos dados a baixas energias. Como estamos estudando colisões simétricas (próton-próton), os parâmetros independentes são apenas três, já que $\langle x \rangle = \langle y \rangle$ e $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle$.

Ajustamos o espectro $f(x_L)$, calculado com (3.16), (3.6) e (3.14), aos resultados experimentais obtidos em [41]. Os momentos "soft" são os parâmetros do ajuste. O

Figura 5.1: Ajuste dos dados

	$\langle x \rangle$	$\langle x^2 \rangle$	$\langle xy \rangle$
	$\langle y \rangle$	$\langle y^2 \rangle$	
A	0.3	0.3	0.0
B	0.6	0.5	0.0
C	0.8	0.8	0.0

Tabela 5.1: Valores dos momentos "soft" usados na figura 5.1

resultado do ajuste, para $\sqrt{s} = 13.7 \text{ GeV}$, está mostrado na figura 5.1. Em todas as curvas usamos $p_{Tmin}^2 = 2.3 \text{ GeV}^2$ e $m_0 = 0.35 \text{ GeV}$. O IGM prevê apenas a forma do espectro que, ao ser comparado com os dados, deve ser multiplicado por uma constante.

Figura 5.2: Variações dos espectros de partícula dominante em relação ao p_{Tmin}^2

Na figura 5.1 vemos três linhas que correspondem às três escolhas de $\langle x \rangle_s$, $\langle x^2 \rangle_s$ e $\langle xy \rangle_s$ chamadas de A, B e C e que estão mostradas na tabela 5.1. A linha cheia (IGM-B) é o melhor ajuste e o que será usado nos próximos cálculos. As escolhas A e C foram feitas apenas para mostrar a sensibilidade de $f(x_L)$ à variação dos momentos.

Como pode ser visto, o nosso modelo descreve bem os dados experimentais (as

barras de erro são aproximadamente do tamanho dos símbolos) com exceção do último ponto. Isto ocorre porque os dados contêm uma componente difrativa, que gera um pico em x_L próximo de 1 e que não está incluída no modelo. Este ajuste é muito semelhante ao que já foi feito no passado com o IGM. Independente de detalhes, nestas energias a física é dominada pelas interações "soft". Ainda assim a escolha de p_{Tmin} e da distribuição de glúons é um pouco relevante, como pode ser visto na figura 5.2, onde $\sqrt{s} = 13.7 \text{ GeV}$. Iremos manter $p_{Tmin}^2 = 2.3 \text{ GeV}^2$ nos próximos cálculos.

Estamos usando apenas o conjunto de dados da referência [41] para o nosso ajuste. Poderíamos usar os dados obtidos no HERA, mas incluir estes dados tem duas desvantagens. A primeira é que, por serem dados de altas energias eles já têm uma componente "semi-hard" não desprezível de modo que, do ajuste só é possível extrair uma combinação dos momentos $\langle x^n y^m \rangle$ e não os $\langle x^n y^m \rangle_S$, que só podem ser isolados no estudo de reações a energias menores. A segunda desvantagem é que o estudo das reações do HERA precisa ser feito com a hipótese de VMD, que é uma aproximação.

A seguir calculamos os espectros de momento da partícula dominante para várias energias usando as definições de $f(x_L)$ (3.16), dos momentos (3.8) e da função espectral ω (3.11). A parte "soft", ω^S , gera os momentos $\langle x^n y^m \rangle_S$ para os quais usaremos o conjunto B de valores mostrados na tabela 5.1. A parte "hard", ω^H , que inclui saturação é dada por (4.10) e (4.12) e gera os momentos $\langle x^n y^m \rangle_H$ (4.11). Os resultados estão mostrados na figura 5.3. Todos os espectros foram normalizados a 1. Podemos observar que, conforme a energia aumenta, as curvas se movem lentamente para a esquerda, tendo o ponto máximo em x_L cada vez menor. Em termos proporcionais, isto significa que quando a energia aumenta, a fração da energia total depositada na região central aumenta e a LP (que carrega o resto não depositado) leva menos energia. Podemos observar que a mudança nas curvas é bastante suave. Um comportamento semelhante já era observado antes, nas previsões feitas com o IGM sem saturação. A introdução da saturação atenuou a tendência de "amolecimento" encontrada antes.

Para fazer a comparação entre espectros saturados e não saturados, vamos calculamos os espectros de x_L para as mesmas energias, mas sem saturação. Como antes

Figura 5.3: Espectros de partícula dominante assumindo saturação de glúons para várias $\sqrt{s}$ e com $p_T^2 = 2,3 \text{ GeV}^2$

usamos $f(x_L)$ definido por (3.16) e também $\langle x^n y^m \rangle$ dados por (3.8), (3.14) e o conjunto B da tabela 5.1. Porém desta vez ω^H é dada por (3.13) com (3.17), (3.20) e (3.22). As distribuições de glúons $G(x)$ são dadas pela parametrização GRV94 (4.18), discutida no capítulo anterior. Os resultados estão apresentados na figura 5.4. Como acontece com a maioria das distribuições encontradas na literatura, a distribuição GRV94 é bastante sensível à escala do problema. No nosso caso ela é $Q^2 = xys$ e assume valores maiores ou iguais a $P_{Tmin}^2 = 2,3 \text{ GeV}^2$. No caso sem saturação, quando a escala diminui observamos que a deposição de energia é maior e os espectros se tornam comparativamente mais "moles".

Para deixar mais evidentes os efeitos da saturação, mostramos na figura 5.5 a razão entre o espectro que inclui saturação e o espectro sem saturação, calculado com

Espectro de partícula dominante sem saturação

Figura 5.4: Espectros de partícula dominante sem saturação de glúons para várias $\sqrt{s}$

a distribuição GRV94. Vemos que, na maior parte dos casos, o efeito da saturação é modesto mas a figura mostra claramente o crescimento desta razão na região de grandes x_L . Na energia mais alta o efeito é muito visível. Vemos que a saturação gera um excesso de partículas dominantes rápidas, com respeito à expectativa da física sem saturação. Esta conclusão é interessante e, do ponto de vista qualitativo, é independente da parametrização adotada para a distribuição de glúons não saturada. Do ponto de vista quantitativo, o excesso de LP's com grande momento depende muito de qual distribuição é usada.

Na figura 5.6 comparamos o resultado obtido com o IGM para $x_L \cdot f(x_L)$ na energia de $\sqrt{s} = 100.000 \text{ GeV}$ (linha sólida) com o obtido na referência [14] (pontos). A diferença entre as curvas é muito grande e já não pode ser atribuída a detalhes como a escolha da escala ou da distribuição de pártons. Esta comparação é especialmente

Razão entre os espectros com e sem saturação

Figura 5.5: Comparação entre os espectros de partículas dominantes saturados e não saturados para várias $\sqrt{s}$

importante para nós porque em [14] também são incluídos os efeitos da presença do CGC. A discrepância entre os resultados tem duas causas principais. A primeira e mais importante é que no IGM está implícita a idéia de *recombinação de quarks de valência*. Os quarks se combinam e somam seus momentos para formar a LP. Além disso, no IGM, nós não consideramos a perda adicional de energia que os quarks de valência sofrem ao atravessar o alvo. Em [14] a descrição do processo é quase ortogonal à nossa: apenas os quarks de valência são considerados. Eles perdem energia através de múltiplas interações com o CGC e depois de atravessar o alvo, ao invés de se recombinarem, eles sofrem *fragmentação independente*, ou seja, se associam a quarks do vácuo ao redor deles para formar um próton. Quantitativamente este processo é descrito pelas chamadas funções de fragmentação, que a partir de um quark ou um diquark, produzem um bárion com momento muito menor. Ao considerarem apenas

Figura 5.6: Comparação entre o espectro de partícula dominante obtido em [14] com o nosso a partir do IGM; $\sqrt{s} = 10^6$ GeV

os quarks de valência, os autores de [14] já estão, de saída, desprezando metade do momento do próton, a metade carregada pelos glúons. Assim é compreensível que sobre uma energia muito menor no final: ela já não estava lá no começo. Finalmente, há mais uma diferença importante entre os dois cálculos, que faz com que no nosso o efeito da saturação seja diminuído. Em [14] o quark do projétil tem grande momento e como os glúons não são incluídos, o projétil não contém pártons com pequeno x , que são aqueles que formam a parte densa do sistema. Assim, o projétil é diluído. Já o alvo é feito principalmente de pártons de pequeno x , sendo denso e formando o CGC. Nesta situação assimétrica, os quarks do projétil estão sempre provando o CGC do alvo (e perdendo energia em choques contra ele). No IGM, por outro lado, a interação se dá entre duas nuvens de glúons que contêm glúons de pequeno e de grande x . Como os glúons interagem aos pares teremos um termo, que aparece na função espectral, com o produto $G(x).G(y)$. Quando o glúon do alvo tiver um momento muito pequeno

Figura 5.7: Fragmentação dos quarks

($y \ll 1$), por causa do vínculo

$$x \cdot y \geq \frac{4p_{Tmin}^2}{s} \quad (5.2)$$

x será próximo de 1. A distribuição $G(x)$ contém o fator $(1 - x)^D$ e este fator se anula, reduzindo o peso desta configuração com y pequeno. Ao integrarmos sobre x e y estamos fazendo uma média na qual os extremos com x ou y muito pequenos têm sua contribuição suprimida. Por esta razão a saturação desempenha, no nosso modelo, um papel menos importante do que em [14]. Um "cartoon" ilustrando estes aspectos pode se visto na figura 5.7.

5.2 Colisões próton - núcleo

Para a física de raios cósmicos as interações próton-núcleo são tão ou mais importantes do que as interações próton-próton, pois a atmosfera é feita principalmente de núcleos.

Quando um próton atinge um núcleo ele não interage com todos os seus nucleons.

De acordo com a teoria de Glauber, o número de colisões próton-núcleon segue uma distribuição próxima à de Poisson e o número de espalhamentos mais provável é 1. Na maioria dos modelos, a baixas energias ($100 \text{ MeV} < p_{Lab} < 1 \text{ GeV}$) uma colisão $p-A$ é vista como uma sequência de colisões $p-p$. A altas energias ($p_{Lab} > 100 \text{ GeV}$) um modelo sequencial perde a validade porque não há tempo para que haja colisões independentes. O próton incidente "vê" um único objeto, um "cluster" de vários nucleons. Além disso, os graus de liberdade corretos para tratar do problema passam a ser quarks e glúons. Um projétil com alta energia resolve os constituintes do alvo distinguindo quarks e glúons. À medida em que a energia aumenta, o projétil identifica glúons com x progressivamente menor. Como consequência do princípio da incerteza, quanto menor é o momento (longitudinal) do glúon maior é a incerteza em sua localização ao longo da direção do feixe. Esta incerteza é quantificada pelo chamado "comprimento de coerência", dado por:

$$\lambda_c = \frac{1}{m_N x} \quad (5.3)$$

onde m_N é a massa de um núcleon do alvo. Assim, por exemplo, quando um glúon tem momento $x \sim 0.2$, $\lambda_c \sim 1 \text{ fm}$ e este glúon "cabe" dentro de um único núcleon. Quando o projétil tem energia suficiente para interagir com um glúon de $x = 0.02$, temos que $\lambda_c \sim 10 \text{ fm}$, que é da ordem de grandeza do raio nuclear. Assim, do ponto de vista do projétil, este glúon não pertence a um núcleon e sim ao núcleo como um todo e ele se superpõe aos glúons de todos os nucleons, formando um estado de alta densidade de glúons. A energias maiores o projétil sonda a região de x muito pequeno ($x < 10^{-4}$), na qual o comprimento de coerência é muito maior do que o raio nuclear e os efeitos de saturação devem se manifestar. O núcleo age como um amplificador da densidade de glúons. Assim, esperamos que em colisões contra alvos nucleares a saturação ocorra a uma energia mais baixa do que em colisões próton-próton.

No IGM a substituição de um alvo de próton por um de núcleo é feita de maneira simples e implica apenas mudanças nos momentos $\langle x^m y^n \rangle$. Como pode ser visto

nas equações 3.9, 3.22 e 4.18, basta fazermos as substituições

$$\sigma_{pp} \rightarrow \sigma_{pA} = A\sigma_{pp} \quad (5.4)$$

$$G_p(x) \rightarrow G_A(x) = AG_p(x) \quad (5.5)$$

Como o número atômico A surge no denominador e no numerador, à primeira vista a

Figura 5.8: Espectro de partícula dominante para pA

dependência em A se cancela. No entanto, na definição de G , dada em (4.12) aparece a escala de saturação, que também passa a depender de A da seguinte maneira:

$$Q_s^2 \rightarrow Q_s^{A2} = Q_0^2 A^{1/3} \left(\frac{x_0}{x} \right)^\lambda \quad (5.6)$$

Na expressão acima vemos que o efeito do núcleo é aumentar a escala de saturação. Como os efeitos da saturação aparecem quando estamos estudando processos que ocorrem a uma escala menor do que Q_s , a equação acima mostra que mais processos estarão na região de saturação e ela será mais importante, como dito qualitativamente acima.

Introduzindo as modificações acima na definição de $f(x_L)$, equação (3.16), na expressão dos momentos (4.11) e calculando o espectro de LP para uma colisão próton-ouro ($A = 197$) para várias energias encontramos as curvas mostradas na figura 5.8. Comparando esta figura com os espectros obtidos para o caso próton-próton (figura 5.5), podemos ver que no caso nuclear os espectros também "amolecem" com a energia,

Figura 5.9: Razão entre os espectros de pA com e sem saturação

porém eles variam menos com a energia do que no caso próton-próton (pp). É possível ainda ver que, quando vamos para energias muito altas, atingimos um "espectro limite". Da figura vemos que a partir da energia $\sqrt{s} = 1800 \text{ GeV}$, os espectros

tornam-se todos praticamente iguais.

Vamos agora repetir a comparação feita na figura 5.5 e calcular a razão entre

Razão entre os espectros de pp e os de pA com saturação

Figura 5.10: Comparação entre os espectros de pp e os de pA

o espectro que inclui saturação e o espectro sem saturação. As relações (5.4) e (5.5) implicam que, de acordo com o IGM, existe um "scaling" (com A) do espectro $f(x_L)$ no caso não saturado. Assim o espectro não saturado em $p-A$ é igual ao espectro em $p-p$. A violação deste "scaling" vem exclusivamente da saturação, através da dependência em A de Q_s . A razão entre os espectros é mostrada na figura 5.9. Observando as figuras 5.5 e 5.9 vemos que saturação significa o desvio da linha horizontal (razão = 1), ou seja, a rotação das curvas no sentido anti-horário. Enquanto em $p-p$, na figura 5.5, isto só acontece nas energias mais altas, no caso $p-A$, na figura 5.9, o efeito da saturação começa se manifestar em energias mais baixas.

Em vista destes resultados podemos concluir que, ao contrário do que mostravam as estimativas iniciais feitas em [14], o espectro de LP em colisões $p - p$ ou $p - A$ sofre apenas uma pequena mudança quando atingimos a região de pequeno x , ou região de saturação. Ele não pode ser considerado uma boa "assinatura" do regime não linear da QCD. Com isto não estamos afirmando que o cálculo feito em [14] está errado, mas apenas que o mecanismo de formação de partículas dominantes não é a fragmentação independente utilizada em [14] e sim a recombinação de quarks de valência. Este mecanismo é o único capaz de explicar os dados existentes tanto de produção de LP's em colisões $p - p$ como a assimetria na produção de mesons D^-/D^+ em colisões $\pi - p$ e $\pi - A$.

Na figura 5.10 vemos que a inclusão de saturação provoca uma pequena quebra no "scaling" esperado pelo IGM entre os espectros de pp e pA. Porém como discutido acima, esta quebra não é um indício forte da saturação já que a variação entre os espectros de pp com os de pA é quase desprezível, da ordem de 6 % para $\sqrt{s} = 10^6 GeV$ quando nos aproximamos de $x_L = 1$.

Capítulo 6

Conclusão

Neste trabalho fizemos um estudo do espectro de partículas dominantes em colisões $p-p$ e $p-A$ usando o IGM. Fizemos previsões para colisões a altíssimas energias, da qual participam glúons com momentos fracionários muito pequenos ($x < 10^{-4}$). Nesta região de pequenos x esperamos que o fenômeno da saturação de glúons seja dominante e observável. Para incluir os efeitos da saturação partimos do modelo analítico de KLN e redefinimos a função espectral, quantidade básica do modelo. Com a nova versão do IGM calculamos espectros de LP a várias energias e comparamos com as previsões antigas, que não incluem saturação. Concluimos que o efeito da saturação é apenas reduzir o ritmo de "amolecimento" dos espectros com o aumento da energia. Fizemos também o cálculo de espectros no caso de colisões $p-A$. Como já foi observado em outros contextos, com alvos nucleares os efeitos da saturação se manifestam mais cedo, a energias menores. Com base nos nossos resultados concluimos que o espectro de LP não é uma boa "assinatura" do CGC. Uma conclusão diferente desta foi encontrada em [14] apenas por causa do uso (a nosso ver injustificado) da fragmentação independente como mecanismo de produção de LP's.

Apêndice A

Dedução de $\chi(x, y)$

De acordo com o IGM, o CF consiste de *mini bolas de fogo* (MF-mini fireballs) formadas por colisões entre pares de glúons. Nas colisões em escalas mais altas um MF é o mesmo que um par de mini jatos ou jatos. Muitos dos MF estarão na região central e nós assumimos que eles irão se agrupar formando o CF. As colisões que produzem os MF ocorrem em diferentes escalas de energia dadas por

$$Q_i^2 = x_i y_i s \quad (\text{A.1})$$

onde o índice i indica a particular configuração cinemática onde o glúon do projétil tem momento x_i e do alvo tem y_i . Nós temos que escolher a escala onde nós começamos a usar QCD perturbativa. Muitos estudos na literatura convergem para o valor $Q_{min}^2 = p_{Tmin}^2 = (2.3 \text{ GeV})^2$. Abaixo deste valor nós temos que assumir que ainda podemos falar em glúons "soft" individuais e, por causa dos curtos comprimentos de correlação (encontrados na QCD na rede) entre eles, os glúons ainda interagem praticamente aos pares.

A quantidade central no IGM é a probabilidade de se formar um CF carregando frações de momento x e y dos dois hádrons que colidem. Essa probabilidade é definida

como:

$$\begin{aligned}\chi(x, y) &= \sum_{n_1} \sum_{n_2} \dots \sum_{n_i} \delta[x - n_1 x_1 - \dots - n_i x_i] \delta[y - n_1 y_1 \dots n_i y_i] P(n_1) \dots P(n_i) \\ &= \sum_{\{n_i\}} \left\{ \delta\left[x - \sum_i n_i x_i\right] \delta\left[y - \sum_i n_i y_i\right] \right\} \prod_{\{n_i\}} P(n_i)\end{aligned}\quad (\text{A.2})$$

As funções delta na expressão acima garantem a conservação da energia e do momento e $P(n_i)$ é a probabilidade de ocorrerem n_i colisões entre glúons com x_i e y_i . Se as colisões são independentes, $P(n_i)$ é dada por:

$$P(n_i) = \frac{(\bar{n})^{n_i} e^{-\bar{n}}}{n_i!} \quad (\text{A.3})$$

Usando as seguintes representações de integrais para as funções delta:

$$\delta\left[x - \sum_i n_i x_i\right] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{it(x - \sum_i n_i x_i)} \quad (\text{A.4})$$

$$\delta\left[y - \sum_i n_i y_i\right] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du e^{iu(y - \sum_i n_i y_i)} \quad (\text{A.5})$$

e inserindo as equações (A.3), (A.4) e (A.5) na (A.2):

$$\begin{aligned}\chi(x, y) &= \left\{ \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{\{n_i\}} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du \exp[it(x - \sum_i n_i x_i)] \exp[iu(y - \sum_i n_i y_i)] \right\} \\ &\quad \times \prod_{\{n_i\}} \frac{(\bar{n})^{n_i} e^{-\bar{n}}}{n_i!}\end{aligned}\quad (\text{A.6})$$

Abrindo a produtória:

$$\begin{aligned} \chi(x, y) = & \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du \ e^{i(tx+uy)} \sum_{n_1} \left\{ \exp[-i(tn_1x_1 + un_1y_1)] \frac{(\bar{n})^{n_1} e^{-n_1}}{n_1!} \right\} \\ & \times \sum_{n_2} \left\{ \exp[-i(tn_2x_2 + un_2y_2)] \frac{(\bar{n})^{n_2} e^{-n_2}}{n_2!} \right\} \sum_{n_3} (\dots) \times \dots \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Todas as somatórias acima podem ser efetuadas, para um termo genérico n_k , desde 0 até ∞ e podemos escrever:

$$\sum_{n_k} \exp[-i(tn_kx_k + un_ky_k)] \frac{\bar{n}^{n_k} e^{-n_k}}{n_k!} = e^{-\bar{n}_k} \sum_{n_k} \frac{1}{n_k!} [\bar{n}_k e^{-i(tx_k+uy_k)}]^{n_k} \quad (\text{A.8})$$

chamando $(tx_k + uy_k)$ de ϕ e abrindo as somatórias temos:

$$\sum_{n_k} \exp[-i(tn_kx_k + un_ky_k)] \frac{\bar{n}^{n_k} e^{-n_k}}{n_k!} = e^{-\bar{n}_k} \left(1 + \bar{n}_k e^{-i\phi} + \frac{\bar{n}_k^2 e^{-i2\phi}}{2!} + \dots \right) \quad (\text{A.9})$$

chamando de $\theta = \bar{n}_k e^{-i\phi}$ vemos que o termo em parênteses no lado direito de (A.9) é a expansão em série de Taylor de e^θ . Com esta identidade a equação (A.9) se torna

$$\begin{aligned} \sum_{n_k} \exp[-i(tn_kx_k + un_ky_k)] \frac{\bar{n}^{n_k} e^{-n_k}}{n_k!} &= e^{-\bar{n}_k} e^{\bar{n}_k e^{-i\phi}} \\ &= \exp\{\bar{n}_k [e^{-i(tx_k+uy_k)} - 1]\} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

usando (A.10) em (A.7):

$$\begin{aligned} \chi(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du \ e^{i(tx+uy)} \exp \{ \bar{n}_1 [e^{-i(tx_1+uy_1)} - 1] \} \\ &\quad \exp\{\bar{n}_2 [e^{-i(tx_2+uy_2)} - 1]\} \times \exp\{\dots\} \times \dots \\ \chi(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du \ e^{i(tx+uy)} \exp \left\{ \sum_i \bar{n}_i [e^{-i(tx_i+uy_i)} - 1] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Quando o número de células do espaço de fase tende ao infinito, o número médio ($\bar{n}_i$) de MF formadas com momentos x_i e y_i dos glúons pode ser escrito como:

$$\bar{n}_i = \frac{d\bar{n}_i}{dx'dy'} \Delta x'_i \Delta y'_i \rightarrow d\bar{n} = \frac{d\bar{n}}{dx'dy'} dx'dy' \quad (\text{A.12})$$

substituindo (A.12) na (A.11) e transformando a somatória numa integral temos

$$\begin{aligned} \chi(x, y) = & \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du \ e^{i(tx+uy)} \\ & \times \exp \left\{ \int_0^1 dx' \int_0^1 dy' \frac{d\bar{n}}{dx'dy'} [e^{-i(tx'+uy')} - 1] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Vamos definir

$$\frac{d\bar{n}}{dx'dy'} = \omega(x', y') \quad (\text{A.14})$$

Esta função é a função espectral, que representa o número médio de colisões glúon-glúon como uma função de x' e y' , contendo toda a dinâmica do modelo. Como pode ser visto no apêndice B ela tem a forma:

$$\omega(x', y') = \frac{\sigma_{gg}(x'y's)}{\sigma(s)} G(x') G(y') \theta(x'y' - K_{min}^2) \quad (\text{A.15})$$

onde $G(x')$ e $G(y')$ denotam o número de glúons dos projéteis e σ_{gg} e σ são as seções de choque glúon-glúon e hádron-hádron, respectivamente. Na expressão acima, x' e y' são os momentos fracionários vindos do projétil e do alvo, e $K_{min}^2 = m_0/\sqrt{s}$, com m_0 sendo a massa do estado produzido mais leve e $\sqrt{s}$ a energia total no centro de massa. m_0 é um parâmetro do modelo.

A integral na segunda linha de (A.13) é dominada pelas regiões de pequeno x' e y' . Considerando o comportamento singular das distribuições de $G(x)$ na origem, nós podemos fazer a seguinte aproximação:

$$e^{-i(tx'+uy')} - 1 \simeq -i(tx' + uy') - \frac{1}{2}(tx' + uy')^2 \quad (\text{A.16})$$

dessa forma (A.13) fica

$$\chi(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du e^{i(tx+uy)} \quad (A.17)$$

$$\times \exp \left\{ \int_0^1 dx' \int_0^1 dy' \omega(x', y') [-i(tx' + uy') - \frac{1}{2}(tx' + uy')^2] \right\} \quad (A.18)$$

Introduzindo agora a seguinte notação:

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_0^1 dx \int_0^1 dy x \omega(x, y) \\ \langle y \rangle &= \int_0^1 dx \int_0^1 dy y \omega(x, y) \\ \langle x^2 \rangle &= \int_0^1 dx \int_0^1 dy x^2 \omega(x, y) \\ \langle y^2 \rangle &= \int_0^1 dx \int_0^1 dy y^2 \omega(x, y) \\ \langle xy \rangle &= \int_0^1 dx \int_0^1 dy x y \omega(x, y) \end{aligned} \quad (A.19)$$

ou, numa forma mais geral,:

$$\langle x^n y^m \rangle = \int_0^1 dx \int_0^1 dy x^n y^m \omega(x, y) \quad (A.20)$$

A equação (A.17) fica então

$$\begin{aligned} \chi(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du e^{i(tx+uy)} \\ &\times \exp \left\{ -it \langle x \rangle - iu \langle y \rangle - \frac{1}{2} t^2 \langle x^2 \rangle - \frac{1}{2} u^2 \langle y^2 \rangle - tu \langle xy \rangle \right\} \\ \chi(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp \left\{ it(x - \langle x \rangle) - \frac{1}{2} t^2 \langle x^2 \rangle \right\} \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} du \exp \left\{ iu(y - \langle y \rangle) + it \langle xy \rangle - \frac{1}{2} u^2 \langle y^2 \rangle \right\} \end{aligned} \quad (A.21)$$

Definindo os vetores:

$$\begin{aligned}\vec{\xi} &= \begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix} \\ \vec{b} &= -\frac{i}{2} \begin{pmatrix} x - \langle x \rangle \\ y - \langle y \rangle \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{A.22}$$

e a matriz

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xy \rangle \\ \langle xy \rangle & \langle y^2 \rangle \end{pmatrix}\tag{A.23}$$

a integral em t e u se transforma em

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} du \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\xi}\tag{A.24}$$

Além disso, temos:

$$\begin{aligned}\vec{\xi}^T A \vec{\xi} &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} t & u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xy \rangle \\ \langle xy \rangle & \langle y^2 \rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} [t^2 \langle x^2 \rangle + u^2 \langle y^2 \rangle + 2tu \langle xy \rangle]\end{aligned}\tag{A.25}$$

$$\begin{aligned}2\vec{b}^T \vec{\xi} &= -2\frac{i}{2} ((x - \langle x \rangle) (y - \langle y \rangle)) \begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix} \\ &= -i[(x - \langle x \rangle)t + (y - \langle y \rangle)u]\end{aligned}\tag{A.26}$$

Subtraindo (A.26) de (A.25)

$$\begin{aligned} \vec{\xi}^T A \vec{\xi} - 2\vec{b}^T \vec{\xi} = & -\frac{1}{2}[t^2 \langle x^2 \rangle + u^2 \langle y^2 \rangle + 2tu \langle xy \rangle] \\ & -i[(x - \langle x \rangle)t + (y - \langle y \rangle)u] \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Com a expressão acima, (A.21) pode ser reescrita como:

$$\chi(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\xi} \exp(\vec{\xi}^T A \vec{\xi} - 2\vec{b}^T \vec{\xi}) \quad (\text{A.28})$$

Uma vez que $\langle x \rangle, \langle y \rangle, \dots$ não são nulos, a matriz A pode ser invertida e, além disso, $A = A^T \rightarrow A^{-1} = (A^{-1})^T$. Chamando $\vec{\eta} = (\vec{\xi} - A^{-1}\vec{b})$, temos $d\vec{\eta} = d\vec{\xi}$. Notando que:

$$\begin{aligned} \vec{b}^T \vec{\xi} &= -\frac{i}{2} \begin{pmatrix} (x - \langle x \rangle) & (y - \langle y \rangle) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix} = -\frac{i}{2} [(x - \langle x \rangle)t + (y - \langle y \rangle)u] \\ \vec{\xi}^T \vec{b} &= -\frac{i}{2} \begin{pmatrix} t & u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \langle x \rangle \\ y - \langle y \rangle \end{pmatrix} = -\frac{i}{2} [(x - \langle x \rangle)t + (y - \langle y \rangle)u] = \vec{b}^T \vec{\xi} \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Com essa mudança de variáveis temos agora:

$$\begin{aligned} \vec{\eta}^T A \vec{\eta} &= (\vec{\xi} - A^{-1}\vec{b})^T A (\vec{\xi} - A^{-1}\vec{b}) = \vec{\xi}^T A \vec{\xi} - \vec{b}^T \vec{\xi} - \vec{\xi}^T \vec{b} + \vec{b}^T A^{-1} \vec{b} \\ &= \vec{\xi}^T A \vec{\xi} - 2\vec{b}^T \vec{\xi} + \vec{b}^T A^{-1} \vec{b} \\ \vec{\xi}^T A \vec{\xi} - 2\vec{b}^T \vec{\xi} &= \vec{\eta}^T A \vec{\eta} - \vec{b}^T A^{-1} \vec{b} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Usando estes resultados em (A.28)

$$\begin{aligned} \chi(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\eta} \exp(\vec{\eta}^T A \vec{\eta} - \vec{b}^T A^{-1} \vec{b}) \\ &= \frac{e^{-\vec{b}^T A^{-1} \vec{b}}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\eta} \exp(\vec{\eta}^T A \vec{\eta}) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Seja U uma matriz 2x2, real, com a seguinte propriedade:

$$U^T = U^{-1}; \quad \det(U^\dagger) = \det(U) = 1 \quad (\text{A.32})$$

Podemos então fazer uma transformação unitária, de tal modo que:

$$\vec{\eta} = U\vec{\lambda}; \quad \vec{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \text{ e } \Lambda = U^{-1}AU = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.33})$$

Com essa transformação obtemos

$$\begin{aligned} d\vec{\eta} &= \text{Jacobiano}(\vec{\eta}, \vec{\lambda}) d\vec{\lambda} = \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial \vec{\lambda}} d\vec{\lambda} = \det(U) d\vec{\lambda}; \\ d\vec{\eta} &= d\vec{\lambda} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Ou seja

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\eta} = \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\lambda} = \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_2 \quad (\text{A.35})$$

Observando que

$$\begin{aligned} \vec{\eta}^T &= (U\vec{\lambda})^T = \vec{\lambda}^T U^{-1} \\ \vec{\eta}^T A \vec{\eta} &= \vec{\lambda}^T U^{-1} A U \vec{\lambda} = \vec{\lambda}^T \Lambda \vec{\lambda} \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

a equação (A.31) fica

$$\begin{aligned}
\chi(x, y) &= \frac{e^{-\vec{b}^T A^{-1} b}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\lambda} e^{\vec{\lambda}^T \Lambda \vec{\lambda}} \\
&= \frac{e^{-\vec{b}^T A^{-1} b}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_2 e^M \\
&= \frac{e^{-\vec{b}^T A^{-1} b}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_2 \exp(\lambda_1^2 a_{11} + \lambda_2^2 a_{22}) \\
&= \frac{e^{-\vec{b}^T A^{-1} b}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_1 e^{\lambda_1^2 a_{11}} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_2 e^{\lambda_2^2 a_{22}} \\
&= \frac{e^{-\vec{b}^T A^{-1} \vec{b}}}{(2\pi)^2} \left(\sqrt{\frac{\pi}{-a_{11}}} \sqrt{\frac{\pi}{-a_{22}}} \right) = \frac{e^{-\vec{b}^T A^{-1} b}}{4\pi \sqrt{\det(\Lambda)}} \tag{A.37}
\end{aligned}$$

onde

$$M = (\lambda_1 \quad \lambda_2) \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \tag{A.38}$$

Da relação (A.32) temos

$$\det(U^{-1}AU) = \det(U^{-1}) \det(A) \det(U) = \det(A) = \det(\Lambda) \tag{A.39}$$

e das definições em (A.22)

$$\begin{aligned}
A^{-1} &= \frac{1}{\det(A)} \text{cof}(A) \\
&= \frac{-2}{\langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle - \langle xy \rangle^2} \begin{pmatrix} \langle y^2 \rangle & -\langle xy \rangle^2 \\ -\langle xy \rangle & \langle x^2 \rangle \end{pmatrix} \tag{A.40}
\end{aligned}$$

assim podemos calcular $-\vec{b}A^{-1}\vec{b}$

$$\begin{aligned}
 -\vec{b}A^{-1}\vec{b} &= -\frac{i}{2} \frac{2}{\langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle - \langle xy \rangle^2} \\
 &\quad \times ((x - \langle x \rangle) \quad (y - \langle y \rangle)) \begin{pmatrix} \langle y^2 \rangle & -\langle xy \rangle^2 \\ -\langle xy \rangle & \langle x^2 \rangle \end{pmatrix} \frac{i}{2} \begin{pmatrix} x - \langle x \rangle \\ y - \langle y \rangle \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\langle y^2 \rangle (x - \langle x \rangle)^2 - 2 \langle xy \rangle (y - \langle y \rangle)(x - \langle x \rangle) + \langle x^2 \rangle (y - \langle y \rangle)^2}{\langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle - \langle xy \rangle^2}
 \end{aligned} \tag{A.41}$$

chamando $D_{xy} = \langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle - \langle xy \rangle^2 = 4 \det(A) = 4 \det(\Lambda)$, obtemos por fim nossa equação final:

$$\begin{aligned}
 \chi(x, y) &= \frac{\chi_0}{2\pi\sqrt{D_{xy}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2D_{xy}} [\langle y^2 \rangle (x - \langle x \rangle)^2 + \langle x^2 \rangle (y - \langle y \rangle)^2 \right. \\
 &\quad \left. + 2 \langle xy \rangle (x - \langle x \rangle)(y - \langle y \rangle)] \right\}
 \end{aligned} \tag{A.42}$$

onde χ_0 é um fator de normalização definido pela condição:

$$\int_0^1 dx \int_0^1 dy \chi(x, y) \theta(xy - K_{min}^2) = 1 \tag{A.43}$$

Apêndice B

Colisões indepedentes glúon-glúon, distribuição de Poisson e a função espectral

Seja N o produto do número de glúons do projetíl pelo número de glúons do alvo. No caso de choques glúon-glúon, onde eles carregam frações x_i e y_i dos momentos dos hádrons temos que [39]

$$N(x_i, y_i) = G(x_i) G(y_i) \quad (\text{B.1})$$

Na região de interesse, $x_i \ll 1$ e $y_i \ll 1$, N é muito grande. A probabilidade de ocorrer uma colisão glúon-glúon é $p(x_i, y_i)$.

A probabilidade de ocorrerem r espalhamentos indepedentes é dada por:

$$P_r = \frac{N!}{r!(N-r)!} p^r (1-p)^{N-r} \quad (\text{B.2})$$

Usando a aproximação de Stirling para o número fatorial $N!$ temos:

$$\begin{aligned}
 \ln N! &= N \ln N - N \\
 N! &= \exp(N \ln N - N) \\
 N! &= N^N e^{-N} \\
 (N-r)! &= (N-r)^{N-r} e^{-(N-r)}
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Usando (B.3) em (B.2) temos

$$\begin{aligned}
 P_r &= \frac{1}{r!} \frac{N^N e^{-N}}{(N-r)^{N-r} e^{-(N-r)}} p^r (1-p)^{N-r} \\
 P_r &= \frac{1}{r!} \frac{p^r N^N}{N^{N-r} (1 - \frac{r}{N})^{N-r}} \frac{(1-p)^{N-r}}{e^r} \\
 P_r &= \frac{1}{r!} (Np)^r \frac{1}{e^r} \left(\frac{1-p}{1 - \frac{r}{N}} \right)^{N-r}
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Reescrevendo o último termo à direita na última linha como:

$$\left(\frac{1-p}{1 - \frac{r}{N}} \right)^{N-r} = \exp\{(N-r)[\ln(1-p) - \ln(1 - \frac{r}{N})]\} \tag{B.5}$$

Como a probabilidade de ocorrer um choque é pequena ($p \ll 1$), temos que $r \ll N$.

Assim podemos aproximar os logaritmos dentro da exponencial por

$$\begin{aligned}
 \ln(1-p) &\cong -p \\
 \ln(1 - \frac{r}{N}) &\cong -\frac{r}{N}
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

Com isso (B.5) fica

$$\left(\frac{1-p}{1 - \frac{r}{N}} \right)^{N-r} = \exp\{(N-r)(-p + \frac{r}{N})\} \tag{B.7}$$

De modo que (B.4) se torna:

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{(Np)^r}{r!} e^{-r} \exp\left\{(N-r)\left(-p + \frac{r}{N}\right)\right\} \\ P_r &= \frac{(Np)^r}{r!} e^{-r} \exp(-Np + r) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

onde $N - r$ foi aproximado por N . Finalmente obtemos uma distribuição de Poisson para o número de colisões:

$$P_r = \frac{(Np)^r}{r!} e^{-Np} \quad (\text{B.9})$$

O número médio de colisões gg é então dado por

$$\begin{aligned} \langle r \rangle &= \sum_{r=0}^{\infty} r P_r \\ \langle r \rangle &= \sum_{r=0}^{\infty} r \frac{(Np)^r}{r!} e^{-Np} \\ \langle r \rangle &= 0 \frac{(Np)^0}{0!} e^{-Np} + \sum_{r=1}^{\infty} r \frac{(Np)^r}{r!} e^{-Np} \\ \langle r \rangle &= \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(Np)^{r-1}}{(r-1)!} (Np) e^{-Np} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Chamando $r - 1 = s$

$$\langle r \rangle = (Np) e^{-Np} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(Np)^s}{s!} \quad (\text{B.11})$$

como

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{(Np)^s}{s!} = e^{Np} \quad (\text{B.12})$$

chegamos ao resultado final para o número médio de colisões

$$\langle r \rangle = Np \quad (\text{B.13})$$

Voltamos agora a usar a notação do texto principal e do apêndice A, na qual $r = n_i$,

$\langle r \rangle = \bar{n}_i$ e $P_r = P(n_i)$ e assim

$$\bar{n}_i(x_i, y_i) = N(x_i, y_i)p(x_i, y_i) \quad (\text{B.14})$$

Lembrando que no limite do contínuo $\bar{n}_i(x_i, y_i)$ torna-se uma densidade

$$\bar{n}_i(x_i, y_i) \rightarrow \frac{d\bar{n}}{dx'dy'} = \omega(x', y') \quad (\text{B.15})$$

e assumindo que a probabilidade $p(x', y')$ seja dada por

$$p(x', y') = \frac{\sigma_{gg}(x', y')}{\sigma_{pp}} \quad (\text{B.16})$$

a expressão (B.14) torna-se a definição da função espectral usada no texto principal.

Referências Bibliográficas

- [1] Uma revisão recente pode ser encontrada em: F. O. Durães, F. S. Navarra and G. Wilk, *Braz. J. Phys.* **35**, 3 (2005).
- [2] G. N. Fowler, F. S. Navarra, M. Plümer, A. Vourdas, R. M. Weiner and G. Wilk, *Phys. Lett.* **B214**, 657 (1988); *Phys. Rev.* **C40**, 1219 (1989).
- [3] F. O. Durães, F. S. Navarra and G. Wilk, *Phys. Rev.* **D47**, 3049 (1993).
- [4] F. O. Durães, F. S. Navarra and G. Wilk, *Phys. Rev.* **D50**, 6804 (1994).
- [5] F. O. Durães, F. S. Navarra, C. A. A. Nunes and G. Wilk, *Phys. Rev.* **D53**, 6136 (1996).
- [6] F. O. Durães, F. S. Navarra and G. Wilk, *Phys. Rev.* **D55**, 2708 (1997).
- [7] F. O. Durães, F. S. Navarra and G. Wilk, *Phys. Rev.* **D56**, R2499 (1997).
- [8] F. O. Durães, F. S. Navarra and G. Wilk, *Phys. Rev.* **D58**, 094034 (1998).
- [9] F. O. Durães, F. S. Navarra and G. Wilk, *Phys. Rev.* **D67**, 074002 (2003).
- [10] L.V. Gribov, E.M. Levin and M.G. Ryskin, *Phys. Rep.* **100**, 1 (1983).
- [11] E. Iancu e R. Venugopalan, hep-ph/0303204 a ser publicado em *QGP3*, Eds. R.C. Hwa and X.N.Wang, World Scientific; E. Iancu, A. Leonidov and L. McLerran, *The Color Glass Condensate: An introduction*, hep-ph/0202270, publicado em *QCD Perspectives on Hot and Dense Matter*, Eds. J. -P. Blaizot and E.

- Iancu, NATO Science Series, Kluwer, 2002; E. Iancu and R. Venugopalan, *The Color Glass Condensate and High Energy Scattering in QCD*, hep-ph/0303104; J. Jalilian-Marian, *J. Phys.* **G30**, 751 (2004);
- [12] K. Golec-Biernat and M. Wusthoff, *Phys. Rev.* **D59**, 014017 (1999).
- [13] K. Golec-Biernat and M. Wusthoff, *Phys. Rev.* **D60**, 114023 (1999).
- [14] A. Dumitru, L. Gerland and M. Strikman, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 092301 (2003); Erratum-ibid. **91**, 259901 (2003).
- [15] A. L. V. dos Reis, F. O. Durães and F. S. Navarra, *"Saturation and energy loss in proton proton collisions"*, AIP Conf. Proc. **739**, 622 (2005).
- [16] A. L. V. dos Reis, F. O. Durães and F. S. Navarra, *"Saturation and energy loss in proton proton collisions"*, Relatório da 16^o Reunião de Trabalho sobre Interações Hadrônicas, eds. por F. S. Navarra, F. O. Durães e Y. Hama, Gráfica do IFUSP, 2004, pg. 77.
- [17] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov and H. Weigert, *Nucl. Phys.* **B504**, 415 (1997); *Phys. Rev.* **D59**, 014014 (1999); J. Jalilian-Marian, A. Kovner and H. Weigert, *Phys. Rev.* **D59**, 014015 (1999); H. Weigert, *Nucl. Phys.* **A703**, 823 (2002).
- [18] L. N. Lipatov, *Sov J. Nucl. Phys.* **23**, 338 (1976); E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, V. S. Fadin, *JETP* **45**, 1999 (1977); I. I. Balitskii, L. N. Lipatov, *Sov J. Nucl. Phys.* **28**, 822 (1978);
- [19] V. P. Gonçalves, *A Cromodinâmica Quântica para Sistemas Densos*, tese de doutoramento, IF-UFRGS (2000).
- [20] Francis Halzen and Alan D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, (1984), p. 220.
- [21] D. Kharzeev and M. Nardi, *Phys. Lett.* **B507**, 121 (2001).

- [22] D. Kharzeev, E. Levin and M. Nardi, *Nucl. Phys.* **A730**, 448 (2004); Erratum-
ibid. **A743**, 329 (2004).
- [23] D. Kharzeev, E. Levin and M. Nardi, *Nucl. Phys.* **A747**, 609 (2005).
- [24] D. Kharzeev, E. Levin and L. McLerran, *Phys. Lett.* **B507**, 121 (2001).
- [25] D. Kharzeev, E. Levin and M. Nardi, *Phys. Rev.* **C71**, 054903 (2005).
- [26] D. Kharzeev and E. Levin, *Phys. Lett.* **B523**, 79 (2001).
- [27] L. McLerran, hep-ph/0402137.
- [28] X. N. Wang and M. Gyulassy, *Phys. Rev.* **D44**, 3501 (1991); **D45**, 844 (1992).
- [29] H. J. Drescher *et al*, *Phys. Rep.* **350**, 93 (2001).
- [30] K. Werner, *Phys. Rep.* **232**, 87 (1993).
- [31] G. Bureau *et al*, *Phys. Rev.* **C71**, 054905 (2005) e referências ali citadas.
- [32] B. Anderson *et al*, *Nucl. Phys.* **B281**, 289 (1987); B. Nilsson-Almqvist and E.
Stenlund, *Comp. Phys. Comm.* **43**, 387 (1987).
- [33] K. J. Eskola, *Nucl. Phys.* **A698**, 78 (2002); S. A. Bass *et al*., *Prog. Part. Nucl.*
41, 225 (1998).
- [34] W. Heiserberg, *Z. Phys.* **126**, 569 (1949); E. Fermi, *Prog. Theor. Phys.* **5**, 570
(1950); I. Pomeranchuk, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **78**, 889 (1951); L. D. Landau
and S. Z. Bilenkij, *Nuovo Cim. Suppl.* **3**, 15 (1956); R. Hagedorn, *Riv. Nuovo Cim.*
3, 147 (1965); *Nuovo Cimentos* **A52**, 64 (1967); *Riv. Nuovo Cim.* **6**, 1 (1983).
- [35] F. Beccatini and L. Ferroni, *Eur. Phys. J.* **C354**, 243 (2004) e hep-ph/0407117.
- [36] Proceedings of QM2004, *J. Phys.* **G30**, 8 (2004) e referências ali citadas, hep-
ph/0407117.

- [37] A. A. Watson *Nucl. Phys. B, (Proc. Suppl.)*, **171**, 60 (1998).
- [38] A. Di Giacomo and H. Panagopoulos, *Phys. Lett. B***285**, 133 (1992).
- [39] N. Brown, *Mod. Phys. Lett. A***4**, 2447 (1989).
- [40] M. Gluck, E. Reya and A. Vogt, *Z. Phys. C***67**, 433 (1995)
- [41] D. S. Barton *et al.*, *Phys. Rev. D***27**, 2580 (1983); A. E. Brenner *et al.*, *Phys. Rev. D***26**, 1497 (1982).
- [42] N. M. Agababyan *et al.*, (EHS/NA22 Collab.) *Z. Phys. C***75**, 229 (1996).
- [43] N. Cartiglia, *Leading Baryons at Low X_L in DIS and Photoproduction at ZEUS*, hep-ph/9706416.
- [44] S. D. Holmes, W. Lee and J. E. Wiss, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **35**, 397 (1985); T. H. Bauer, R. D. Spital, D. R. Yennie and F. M. Pipkin, *Rev. Mod. Phys.* **50**, 261 (1978).
- [45] G. M. Frichter, T. K. Gaisser, and T. Stanev, *Nucl. Phys. D***56**, 3135 (1997).
- [46] A. A. Watson, *Nucl. Phys. B***60**, (Proc. Suppl.), 171 (1998); J. W. Cronin, *Nucl. Phys. B***28**, (Proc. Suppl.), 213 (1992); *The Pierre Auger Project*, Design Report, November 1996 (Second edition), www-td-auger.fnal.gov:82.
- [47] A. Berera *et al.*, *Phys. Lett. B***403**, 1 (1997).
- [48] W. D. Walker *et al.*, *Phys. Rev. D***53**, 1886 (1996).
- [49] R. Rapp and E. V. Shuryak, *Phys. Rev. D***67**, 074036 (2003).
- [50] E. Braaten, Y. Jia and T. Mehen, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 122022 (2002); E. Braaten and Y. Jia, *Phys. Rev. D***66**, 014003 (2002); E. Braaten, M. Kusunoki, Y. Jia and T. Mehen, *Phys. Rev. D***70**, 054021 (2004).
- [51] P. L'Hereux, B. Margolis and P. Valin, *Phys. Rev. D***32**, 1 (1985).

- [52] P. V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B12 (Proc. Suppl.)**, 397 (1990).
- [53] A. F. Martini, M. J. Menon and D. S. Thober, *Phys. Rev.* **D57**, 3026 (1998).
- [54] A. Dumitru and J. Jalilian-Marian, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 022301 (2002).
- [55] A. Dumitru and J. Jalilian-Marian, *Phys. Lett.* **B547**, 15 (2002).
- [56] A. Deshpande, R. Milner, R. Venugopalan and W. Vogelsang, hep-ph/0506148.
- [57] Larry McLerran, hep-ph/0311028.