

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP



305M810T4400

ANÁLISE ESPECTRAL POR WAVELET DA  
TURBULÊNCIA NO TOKAMAK TCABR

Gustavo Zampier dos Santos Lima  
Orientador: Prof. Dr. Iberê Luiz Caldas

*Dissertação de mestrado apresentada ao Ins-  
tituto de Física para a obtenção do título de  
Mestre em Ciências*

Banca Examinadora:

*Iberê Luiz Caldas*

Prof. Dr. Iberê Luiz Caldas (IF-USP)

Prof. Dr. Yuri Kuznetsov (IF-USP)

Profa. Dra. Maria Celia Ramos de Andrade (INPE)



São Paulo  
2005

*Armando Corbani Ferraz*  
Prof. Armando Corbani Ferraz  
Presidente da Comissão de Pós Graduação

*Defesa 07/10/2005*

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação**  
**do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Lima, Gustavo Zampier dos Santos

Análise Espectral por Wavelet da Turbulência do Tokamak TCABR. São Paulo, 2005.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo  
Instituto de Física – Depto. de Física Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Iberê Luis Caldas  
Área de Concentração: Física

Unitermos:

1. Física de Plasmas;
2. Reatores Nucleares de Fusão;
3. Tokamaks.

USP/IF/SBI-079/2005

# Dedicatória

Aos meus pais, Mário e Alice, *in memoriam*.  
Aos meus irmãos, Rodrigo, Alexandre e Izabela. Aos meus queridos vô Chico e vó Maria, que em frequentes e saudosas rodas de chimarrão, adoravam discutir sobre o universo e seus mistérios. À todos meus familiares e amigos que foram responsáveis pelas conquistas na minha vida, com todo meu amor e carinho.

# Agradecimentos

Aos meus amados pais, Mário e Alice *in memoriam*, pelo amor incondicional, carinho e confiança que sempre depositaram em mim.

Aos meus irmãos, Rodrigo, Alexandre e Izabela. A presença marcante deles deu cor à minha vida e iluminou o meu caminho.

À Dona Ana, Irene e Nádia que nos agradam diariamente com suas presenças.

Ao Prof. Dr. Iberê Luiz Caldas pela orientação e atenção ímpar que dedicou no desenvolvimento deste trabalho. À ele sou grato não só pelo apoio concedido, como também pela amizade adquirida.

À Profa. Dra. Maria Vittoria Heller pelas explicações e discussões sobre as *wavelets* e algumas dicas fundamentais.

Ao Prof. Dr. Yuri Kuznetsov pelas aulas no corredor e explicações sobre os procedimentos experimentais do TCABR.

Ao Dr. Juan Elizondo, não só pelas vitais aulas sobre o aparato experimental e os princípios físicos de tokamaks, como também pela amizade.

Ao Dr. Zwinglio Guimarães Filho, não só pelas explicações, correções e dicas inestimáveis, que muito contribuíram para este trabalho, como também pela amizade.

Aos meus colegas caóticos da sala 232 do Ed. Basilio Jafet do Instituto de Física da USP - Alberto, Antonio, Eduardo, Elton, Gisele, Kai, Jefferson, Renê e Silvio - pelo aprendizado marcante e convivência diária agradável. A estes o meu muito obrigado. Em especial, ao meu grande amigo Jefferson Stafusa pela paciência e dedicação em ajudas inquestionáveis nas resoluções de problemas computacionais e, é lógico, sem esquecer as horas agradáveis em disputas de xadrez. E ao Dr. Elton da Silva, pela amizade, explicações e discussões essenciais para a realização deste trabalho.

Ao meus grandes amigos André, Armando, Carlos, Rogério e Joel do apartamento 33 da "ladeira" Julio Cesar de Faria 91-C, pelas impagáveis horas de aca-

rada discussão em mesas de bar, churrascos ou pelas diárias e árduas andanças em idas e vindas no longo percurso apartamento-IFUSP.

À Lídia, pelo companherismo e agradáveis horas de conversas.

À todos meus eternos amigos "capaeros" de Curitiba e de Nova Esperança que me apoiaram nesta jornada da vida.

Ao Laboratório de Física de Plasmas do Instituto de Física da USP pelo acesso aos dados utilizados nesta dissertação.

Ao apoio financeiro do CNPq e FAPESP

*"As únicas leis da matéria são aquelas que  
nossas mentes devem fabricar e as únicas  
leis da mente são para ela fabricadas pela  
matéria"*

James Clerk Maxwell

## Resumo

Desenvolvemos uma aplicação das análises espectrais por Fourier e wavelet para o estudo de flutuações intermitentes e não estacionárias. Para isso, elaboramos algoritmos adequados, que revelam os modos principais presentes nas flutuações analisadas e as suas evoluções. Baseados nesses algoritmos, apresentamos um método para a seleção de “bursts” (irrupções) em meio ao background da série intermitente analisada. Inicialmente, aplicamos essa análise às flutuações intermitentes obtidas integrando numericamente as equações de Lorenz. Dessa forma, obtivemos a evolução do espectro das frequências dessas flutuações e selecionamos os seus bursts. Similarmente, obtivemos a evolução dos espectros de frequência de flutuações elétricas turbulentas medidas no tokamak TCABR. Confirmamos que a análise por wavelet é adequada para observar a modulação da turbulência pelas oscilações magnéticas. Para essas flutuações, selecionamos os bursts intermitentes presentes nas flutuações turbulentas e obtivemos as distribuições dos intervalos de tempo entre bursts sucessivos. Obtivemos, ainda, as distribuições das medidas da flutuação da turbulência no TCABR. Com a modulação mencionada, a distribuição obtida pode ser reproduzida como a convolução entre as distribuições senoidais (associadas às flutuações magnéticas) e uma distribuição (associada às flutuações turbulentas) como a observada sem a modulação (como as observadas no plasma não perturbado).

# Abstract

We apply the Fourier and wavelet spectral analyses to study nonstationary intermittent fluctuations. For that we introduce algorithms that show the dominant frequency modes and their evolution. Moreover, applying these algorithms, we present a method to discriminate the burst from the background in the intermittent fluctuations. Initially, we apply this analysis to the intermittent fluctuations obtained integrating numerically the Lorenz equations. Thus, we obtain the frequency spectra evolution of these fluctuations as well as the selected bursts sequence. Similarly, we obtain the frequency spectra evolution for the electric plasma edge turbulence in the TCABR tokamak. We confirm that the wavelet analysis describes well the turbulence modulation by the magnetic fluctuations. For this turbulence, we selected the intermittent bursts and present the histograms of the time interval between two successive bursts. Furthermore, we also present the PDFs of the total turbulent fluctuations. When the turbulence is modulated by the magnetic fluctuation, the observed PDF is interpreted as the convolution between sine distributions (due to the magnetic fluctuations influence) and the distribution (due to the turbulence) observed without modulation.



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Análise Espectral</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	5
2.2	Transformada de Fourier . . . . .	6
2.2.1	Limitações da Transformada de Fourier . . . . .	7
2.2.2	Transformada de Fourier Janelada . . . . .	7
2.3	Transformada Wavelet . . . . .	8
2.3.1	Escolha da Função Wavelet . . . . .	9
2.3.2	Normalização . . . . .	12
2.3.3	Espectro de Potência Wavelet . . . . .	12
2.3.4	Escolha da Escala $s$ . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Sistemas Dissipativos: Modelo de Lorenz</b>	<b>15</b>
3.1	Introdução . . . . .	15
3.2	Modelo de Lorenz . . . . .	15
3.3	Análise Espectral . . . . .	16
3.4	Identificação de Bursts . . . . .	20
3.4.1	Procedimento de Filtragem por Frequência . . . . .	20
3.4.2	Processo de Filtragem por Amplitude . . . . .	23
3.5	Conclusão . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Turbulência no TCABR</b>	<b>27</b>
4.1	Introdução . . . . .	27
4.1.1	Fusão termonuclear Controlada . . . . .	27
4.2	Tokamak . . . . .	28
4.2.1	Tokamak TCABR . . . . .	28
4.3	Flutuações do Plasma . . . . .	31

4.4	Análise Espectral das Flutuações do Plasma . . . . .	33
4.4.1	Análise com Wavelet . . . . .	33
4.4.2	Escolha do Conjunto de Escalas $s$ para a Análise . . . . .	34
4.5	Escolha do Parâmetro $\omega_0$ . . . . .	48
4.6	Conclusão . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Estatística das Flutuações na Turbulência do TCABR</b>	<b>53</b>
5.1	Introdução . . . . .	53
5.2	Identificação e Contagem dos Bursts. . . . .	54
5.2.1	Disparo 17713 . . . . .	54
5.2.2	Disparo 17708 . . . . .	58
5.3	Tempo entre bursts consecutivos . . . . .	60
5.4	Discriminação de Bursts . . . . .	61
5.5	Função Densidade de Probabilidade . . . . .	64
5.6	Conclusão . . . . .	69
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>71</b>
<b>A</b>	<b>Autocorrelação na Turbulência do Plasma no TCABR</b>	<b>73</b>
A.1	Introdução . . . . .	73
A.2	Autocorrelação . . . . .	73
<b>B</b>	<b>Observações sobre a Evolução do Plasma no TCABR</b>	<b>77</b>
B.1	Introdução . . . . .	77
B.2	Perfis Temporais . . . . .	77
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>80</b>

# Capítulo 1

## Introdução

A análise espectral de flutuações tem sido bastante usada na Física para caracterizar os modos presentes e as propriedades estatísticas dessas flutuações [Farge, 1992]. Enquanto a análise por Fourier revela o espectro de potência das frequências [Hsu, 1973], a análise por wavelet mostra a evolução das amplitudes dos modos com determinadas frequências [Perrier et al., 1995]. Esta capacidade de indicar a evolução dos modos faz com que a análise por wavelet seja utilizada para o estudo dos modos de flutuações não estacionárias. Entre as flutuações não estacionárias citamos as observadas em sistemas caóticos [Lorenz, 1963] e na turbulência de plasmas na borda de tokamaks [Wagner e Stroth, 1993]. A intermitência dessas flutuações tem sido estudadas com a aplicação da análise por wavelets [Ferreira et al., 2004].

A análise espectral por wavelet tem sido aplicada às oscilações elétricas turbulentas nos tokamaks TBR-1 e TCABR [Heller et al., 1995] [Heller et al., 1997] [Ferreira et al., 2004] [Heller et al., 2005]. Essa análise tem sido útil para acompanhar a evolução dos modos e suas frequências durante o controle da turbulência por perturbações magnéticas criadas por hélices ressonantes [Heller et al., 1995] ou limitador magnético [Heller et al., 2005]. Essas flutuações podem ser diminuídas por essas perturbações [Heller et al., 1995] ou a turbulência ser modulada por elas [Heller et al., 2005].

Convém salientar que outras experiências que mostram a influência das oscilações magnéticas na turbulência eletrostática foram feitas nos tokamaks TORE-SUPRA [Evans et al., 1989] [Evans et al., 1990] e CASTOR [Devynck et al., 2005]. Nesses tokamaks (TBR, TCABR, TORE-SUPRA, CASTOR) havia uma superposição dos espectros, da turbulência eletrostática e das oscilações magnéticas, numa banda

de frequências. Entretanto, em muitos tokamaks essa superposição não ocorre e a influência das oscilações magnéticas na turbulência eletrostática não é observada.

Recentemente foi realizada uma experiência sobre regimes de confinamento no TCABR na qual se observa a alteração da turbulência por um eletrodo colocado na borda do plasma [Nascimento et al., 2005]. Em algumas descargas dessa experiência, a turbulência é modulada pelas oscilações magnéticas.

Essas experiências confirmam a importância da turbulência na borda de tokamaks para o confinamento do plasma [Wagner e Stroth, 1993]. Essa importância vem pelo fato do transporte turbulento na borda do plasma, deteriorar o seu confinamento. Assim, é importante o estudo e o controle dessa turbulência para o desenvolvimento de procedimentos que melhorem o confinamento magnético do plasma.

Nesta dissertação desenvolvemos uma aplicação das análises espectrais por Fourier e wavelet, para o estudo de flutuações intermitentes e não estacionárias. Para isso, elaboramos algoritmos adequados a esse estudo a partir das propostas apresentadas em [Torrence e Compo, 1998]. Esses algoritmos revelam os modos principais presentes nas flutuações analisadas e as suas evoluções. Além disso, permitem selecionar os *bursts* (irrupções) que podem ocorrer em flutuações intermitentes, como as que analisamos nesta dissertação.

Inicialmente, como um teste, aplicamos os programas elaborados para analisar séries intermitentes do sistema de Lorenz [Lorenz, 1963]. Obtivemos essas séries integrando numericamente as equações de Lorenz. Assim, detectamos as alterações, ao longo do tempo, do espectro de frequências observadas. Além disso, selecionamos os *bursts* observados nessas flutuações, seguindo o método apresentado nesta dissertação.

A seguir, aplicamos os programas para analisar a turbulência na borda do TCABR, usando as flutuações da turbulência medidas na experiência com eletrodo, citada anteriormente [Nascimento et al., 2005]. Obtivemos os espectros de frequências dessa turbulência e comparamos os resultados com a análise de Fourier. Com a análise por wavelet obtivemos a evolução desse espectro. Também fizemos um estudo dos *bursts* na turbulência do TCABR. Para isso selecionamos esses eventos com o critério usado na análise do sistema de Lorenz. Obtivemos, ainda, a estatística da distribuição dos tempos entre *bursts*, bem como a função densidade de probabilidade (FDP) das flutuações turbulentas. Finalmente, discutimos os resultados da nossa análise espectral e estatísticas sobre a turbulência no TCABR e comparamos os resultados obtidos com os observados em outros tokamaks.

No capítulo 2 apresentamos uma breve introdução sobre os algoritmos que serão

usados nesta dissertação para a análise espectral, por Fourier e wavelet, das flutuações estudadas nos capítulos seguintes. No capítulo 3, apresentamos séries caóticas intermitentes obtidas integrando as equações de Lorenz [Lorenz, 1963] e analisamos essas flutuações com os algoritmos apresentados no capítulo 2. No capítulo 4, aplicamos a análise espectral para obter a evolução dos espectros de frequência da turbulência observada no tokamak TCABR [Nascimento et al., 2005]. No capítulo 5, apresentamos os resultados obtidos com a seleção dos *bursts* da turbulência do plasma no TCABR e as distribuições do tempo entre esses *bursts*, bem como, as distribuições das flutuações turbulentas.



# Capítulo 2

## Análise Espectral

### 2.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos uma breve introdução sobre a análise de séries temporais por transformada de Fourier [Hsu, 1973] e por transformada wavelet [Torrence e Compo, 1998] [Farge, 1992]. Algumas limitações da análise por Fourier, para séries não-estacionárias, serão apresentadas e discutidas [Galvão et al., 2001a] [Perrier et al., 1995].

Na abordagem de vários problemas que envolvem flutuações estacionárias, o cálculo das transformadas de Fourier é um instrumento poderoso para análise. Todavia, como vários problemas práticos envolvem flutuações não estacionárias, haja vista a análise das séries intermitentes do sistema de Lorenz e das séries turbulentas do tokamak TCABR, é desejável a apresentação de um método de análise adequado a essas flutuações.

A transformada wavelet é uma ferramenta de análise para o estudo de regimes não estacionários, intermitentes e turbulentos, isto é, processos que mudam rapidamente ao longo do tempo, para os quais a transformada de Fourier não se faz adequada, pois a mesma não permite determinar a variação das frequências com o tempo. Este tipo de análise encontrou uma diversidade muito ampla em aplicações no campo da ciência, tais como [Torrence e Compo, 1998]: óptica, turbulência, mecânica quântica, caos, geofísica e meteorologia, e está se tornando uma ferramenta matemática comum no que tange às variações de potências localizadas dentro de uma série temporal pela decomposição da mesma no espaço do tempo e



da frequência.

## 2.2 Transformada de Fourier

Nesta seção revisamos definições e propriedades da análise espectral por transformada de Fourier. Apresentamos as definições primeiramente em termos de funções contínuas, embora os dados analisados, tanto para o sistema de Lorenz, quanto para as séries temporais do TCABR, sejam discretos. Em seguida, mostramos uma versão discreta da análise por transformada de Fourier. Esta transformada nos é útil tanto diretamente, ao analisarmos os dados por transformada de Fourier do sinal, quanto indiretamente, uma vez que o algoritmo de cálculo da transformada wavelet também a utiliza, como será mostrado na próxima seção.

O processo da análise de Fourier para um sinal  $x(t)$  é representado pela transformada de Fourier sendo:

$$\hat{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.1)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.2)$$

onde  $x(t)$  é um sinal contínuo. É importante notar que a transformada está baseada na integração de todo o sinal  $x(t)$ , para o cálculo da função que representa seu espectro de frequência. A função  $\hat{x}(\omega)$  definida por 2.1 é conhecida como a transformada de Fourier de  $x(t)$ . A função  $x(t)$  definida por 2.2 é denominada transformada inversa de Fourier de  $\hat{x}(\omega)$ . Para qualquer função dada, temos dois modos equivalentes de representação: um no domínio do tempo  $x(t)$  e outro no domínio da frequência  $\hat{x}(\omega)$ . A Eq.2.1 transforma uma função  $x(t)$  (domínio do tempo) em sua função equivalente  $\hat{x}(\omega)$  no domínio da frequência; a Eq.2.2 inverte o processo. A Eq.2.1 analisa a função temporal no espectro de frequências e a Eq. 2.2 sintetiza o espectro de frequências para recuperar a função do tempo.

Os resultados da transformada são os coeficientes de Fourier  $\hat{x}(\omega)$  que, quando multiplicados por uma senóide de frequência apropriada  $\omega$ , resultam nas componentes senoidais do sinal original.

Em sua versão discreta, fazendo  $x(t) \rightarrow x_n$ , a transformada de Fourier de um sinal  $x_n$ , com  $N$  pontos (número total de amostragem), é calculada como



[Galvão et al., 2001a]:

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i\omega_k n} \quad (2.3)$$

O parâmetro  $\omega_k$ , que determina a frequência, assume os seguintes valores:  $\omega_k = 2\pi \frac{k}{N}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1$ .

Para o cálculo da transformada de Fourier dos sinais discretos, analisados neste presente trabalho, usamos um algoritmo chamado FFT (“Fast Fourier Transform”) baseado no algoritmo de Cooley e Turkey.

### 2.2.1 Limitações da Transformada de Fourier

Como resultado da aplicação da transformada de Fourier discreta, obtém-se um conjunto de  $N$  coeficientes, indexados por  $\omega_k$ . Uma das limitações da Transformada de Fourier encontra-se no fato de que ela não permite analisar em separado diferentes trechos do sinal [Galvão et al., 2001a]. Assim, caso um trecho do sinal seja extremamente ruidoso ou contenha pontos anômalos, como intermitências, descontinuidades ou *bursts*, o processamento de todo o sinal para análise é comprometido, pois a transformada de Fourier não permite uma análise local do conteúdo de frequência do sinal.

### 2.2.2 Transformada de Fourier Janelada

A fim de resolver o problema da análise por transformada de Fourier, foi desenvolvida a transformada de Fourier janelada, que consiste em dividir o sinal em regiões e aplicar a transformada de Fourier a cada uma delas [Galvão et al., 2001a]. Matematicamente a transformada de Fourier janelada de um sinal  $x_n$  é dada por:

$$x(p, k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W(n - p) e^{-i\omega_k n} \quad (2.4)$$

onde  $W(n)$  é uma função janelada, responsável pela delimitação do trecho que está sendo considerado no sinal [Galvão et al., 2001a]. A posição da janela dentro do sinal é dada pelo parâmetro  $p$ . Um problema relevante, neste caso, é a escolha da largura para a função de janelamento  $W(n - p)$ , tendo em vista que o tamanho da janela de observação permanece constante para todas as frequências. É intuitivo que um evento de baixa frequência precisa de uma janela maior no domínio do tempo

para ser melhor observado e que um evento de alta frequência precisa de uma janela menor para uma melhor resolução temporal. Com isso, a transformada de Fourier janelada pode não ser adequada para a análise de determinados sinais, pois sua precisão pode ser limitada. Esta precisão é determinada pelo tamanho da janela, tendo em vista que o tamanho da janela de observação permanece constante para todas as frequências. Muitos sinais turbulentos (como é o caso de sinais do TCABR) requerem maior flexibilidade na análise, necessitando-se variar o tamanho da janela para determinar com exatidão o tempo ou a frequência. Assim, usamos uma nova transformada, denominada de Transformada Wavelet, com o tamanho da *janela* variável, permitindo que eventos de alta frequência possam ser localizados com maior resolução temporal. Intuitivamente, um evento de baixa frequência precisa de uma janela maior no domínio do tempo para ser observado.

### 2.3 Transformada Wavelet

Na seção anterior apresentamos a análise por transformada de Fourier que faz a decomposição do sinal no espaço de frequências. Para determinarmos os parâmetros dos sinais que variam no tempo, precisamos de uma ferramenta matemática que, na decomposição, traga informação tanto no espaço de tempo quanto no espaço de frequências.

A Transformada wavelet é uma ferramenta matemática similar à transformada de Fourier, mas é utilizada para analisar sinais não estacionários e extrair informações das variações em frequência dos sinais, detectando suas estruturas temporais localizadas. Na transformada wavelet o tamanho da escala  $s$  (análogo à função de janelamento da transformada de Fourier janelada) varia com a frequência, permitindo que eventos de alta frequência possam ser localizados com maior resolução temporal, ao passo que componentes de baixa frequência possam ser analisados no domínio de Fourier, detalhando melhor sinais turbulentos e permitindo visualizar o sinal tanto no espaço de tempo quanto no espaço de frequência. Este tipo de multiresolução é útil para analisar flutuações não estacionárias. O método de wavelet baseia-se portanto numa função wavelet que muda seu tamanho e posição (dilatação e deslocamento).

A análise com wavelet completa a análise por Fourier e permite, em geral, uma interpretação semelhante, porém amplia a esta última, adicionando a resolução no tempo. Portanto, esta técnica numérica é adequada para analisar nossos sinais de flutuações do TCABR, que apresentam uma variação rápida de frequência durante

curtos intervalos de tempo [Matthews, 1994] [Milligen et al., 1994].

### 2.3.1 Escolha da Função Wavelet

Uma questão que sempre surge na aplicação da análise wavelet é a escolha da função wavelet mais adequada para analisar um certo tipo de sinal ou série temporal. Não existe uma receita única para esse procedimento, mas algumas considerações podem ser tomadas para tal escolha como:

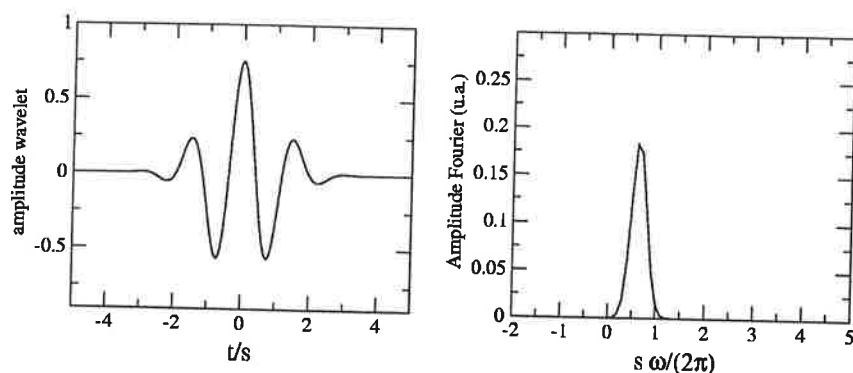
- A forma da função wavelet escolhida deve refletir as características da série temporal.
- Caso se deseje estudar mudanças de amplitude e fase, uma wavelet complexa pode ser a mais adequada (como a Morlet), o que ajuda a capturar o comportamento oscilatório dos dados analisados.

A escolha da wavelet Morlet fornece um compromisso razoável entre a resolução no tempo e na frequência, embora se possam fazer outras escolhas dependendo da finalidade para a qual serão usadas. Aparentemente, se nas análises feitas for estudado apenas o espectro wavelet, parece que, qualitativamente, essa escolha não afeta muito os resultados. Isso foi constatado por [Torrence e Compo, 1998] [Katul et al., 1994], para dados de turbulência e séries de dados climáticos.

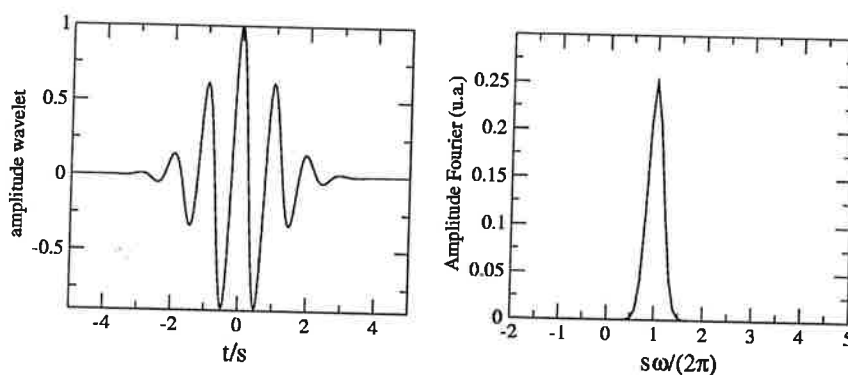
Supomos que temos uma série temporal  $x_n$ , com um passo  $\delta(t)$  e  $n = 0 \dots N - 1$ . Também vamos supor que temos uma função  $\psi_0(\eta)$ , que depende do parâmetro de tempo adimensional  $\eta$ . Para ser admissível como uma wavelet [Torrence e Compo, 1998], [Farge, 1992], a função wavelet Morlet deve ter média igual a zero e ser localizada tanto no espaço de tempo, quanto no espaço de frequência. A função wavelet Morlet, que consiste de uma onda plana modulada por uma Gaussiana, é dada por:

$$\psi_0(\eta) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{i\omega_0\eta} e^{-\frac{\eta^2}{2}} \quad (2.5)$$

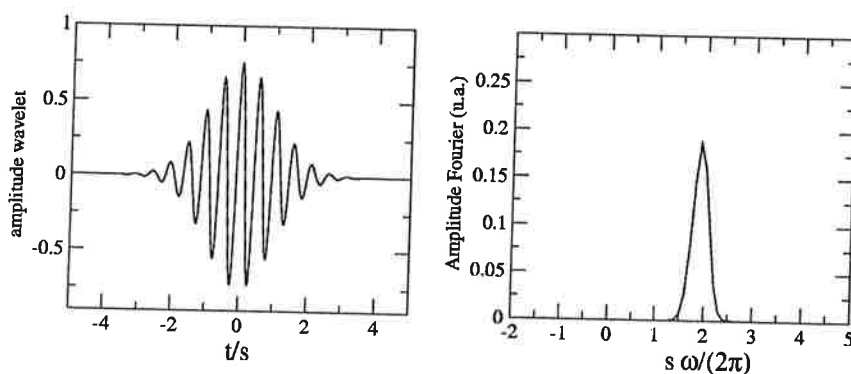
onde  $\omega_0$  é uma frequência adimensional. Nas Figs.2.1, 2.2, 2.3 e 2.4 a seguir, mostramos a função wavelet de Morlet para vários parâmetros  $\omega_0$ . Observamos que, para valores maiores de  $\omega_0$ , a resolução para frequência mais altas, é melhor. Neste trabalho, para analisar as séries temporais do sistema de Lorenz (capítulo 3) e para séries temporais do tokamak TCABR (capítulo 4), escolhemos  $\omega_0 = 12$ , como será discutido no capítulo 4.



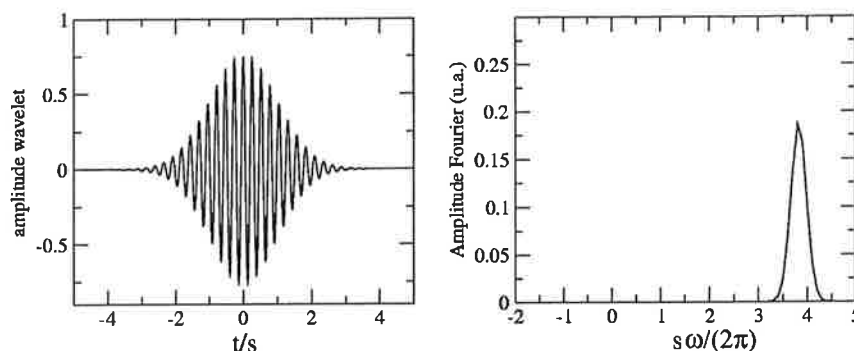
**Figura 2.1:** Função wavelet Morlet para  $\omega_0 = 4$ . O gráfico da esquerda  $\psi(t/s)$  mostra a função wavelet Morlet no domínio temporal, enquanto o gráfico da direita  $\hat{\psi}(s\omega)$  mostra essa mesma função no domínio da frequência (transformada de Fourier).



**Figura 2.2:** Função wavelet Morlet para  $\omega_0 = 6$ . O gráfico da esquerda  $\psi(t/s)$  mostra a função wavelet Morlet no domínio temporal, enquanto o gráfico da direita  $\hat{\psi}(s\omega)$  mostra essa mesma função no domínio da frequência (transformada de Fourier).



**Figura 2.3:** Função wavelet Morlet para  $\omega_0 = 12$ . O gráfico da esquerda  $\psi(t/s)$  mostra a função wavelet Morlet no domínio temporal, enquanto o gráfico da direita  $\hat{\psi}(s\omega)$  mostra essa mesma função no domínio da frequência (transformada de Fourier).



**Figura 2.4:** Função wavelet Morlet para  $\omega_0 = 24$ . O gráfico da esquerda  $\psi(t/s)$  mostra a função wavelet Morlet no domínio temporal, enquanto o gráfico da direita  $\hat{\psi}(s\omega)$  mostra essa mesma função no domínio da frequência (transformada de Fourier).

A Transformada Wavelet contínua  $W_n(s)$  de uma sequência discreta  $x_n$  (dados), é definida como a convolução de  $x_n$  com uma versão escalonada e transladada de  $\psi_0(\eta)$  [Torrence e Compo, 1998]:

$$W_n(s) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \psi^* \left[ \frac{(n' - n)\delta t}{s} \right] \quad (2.6)$$

O símbolo (\*) indica o complexo conjugado. Assim, podemos obter uma figura mostrando as amplitudes  $W_n(s)$  versus as escalas  $s$  (ou período) e como estas amplitudes variam no tempo.

Entretanto, é possível calcular, no espaço de Fourier, a transformada wavelet usando a Eq.2.8 de forma consideravelmente mais rápida. Para se aproximar de uma transformada wavelet contínua, a convolução da Eq.2.6 deve ser feita  $N$  vezes para cada escala  $s$ , onde  $N$  é o número de pontos da série temporal em questão [Kaiser, 1994]. O teorema da convolução permite-nos fazer todas essas  $N$  convoluções simultaneamente no espaço de Fourier usando a transformada de Fourier discreta da série [Torrence e Compo, 1998]. A transformada de Fourier discreta de  $x_n$  é:

$$\hat{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2\pi i k n / N} \quad (2.7)$$

onde  $k = 0 \dots N - 1$  é o índice de frequência. No limite contínuo, a transformada de Fourier da função  $\psi(t/s)$  é dado por  $\hat{\psi}(s\omega)$ . Pelo teorema da convolução, a transformada wavelet é o produto das transformadas inversas de Fourier [Torrence e Compo, 1998]:

$$W_n(s) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \hat{\psi}^*(s\omega_k) e^{i\omega_k n \delta t} \quad (2.8)$$

A escala  $s$  está diretamente relacionada com o período  $T$  através da expressão:

$$T = \frac{4\pi s}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}} \quad (2.9)$$

Utilizando a Eq.2.9 mostramos o período *versus* tempo, no gráfico do espectro de potência wavelet (espectrograma), para melhor visualização e compreensão dos dados, como será mostrado no próximo capítulo através das figuras 3.1 à 3.4. A frequência angular é definida como:

$$\omega_k = \begin{cases} \frac{2\pi k}{N\delta t} & : k \leq \frac{N}{2} \\ -\frac{2\pi k}{N\delta t} & : k > \frac{N}{2} \end{cases} \quad (2.10)$$

### 2.3.2 Normalização

Para assegurar que cada transformada wavelet 2.8, com escala  $s$ , seja diretamente comparável às outras, a função wavelet é normalizada como:

$$\hat{\psi}(s\omega_k) = \left(\frac{2\pi s}{\delta t}\right)^{1/2} \hat{\psi}_0(s\omega_k) \quad (2.11)$$

e a função Wavelet base como:

$$\hat{\psi}_0 = \pi^{-1/4} H(\omega) e^{-(s\omega - \omega_0)^2/2} \quad (2.12)$$

onde  $H(\omega)$  é a função *Heaviside*,  $H(\omega) = 1$  se  $\omega > 0$  e  $H(\omega) = 0$  para qualquer outra situação.

### 2.3.3 Espectro de Potência Wavelet

Pelo fato da função wavelet  $\psi(\eta)$  ser geralmente complexa, a transformada wavelet  $W_n(s)$  também o é. A transformada wavelet pode ser dividida em duas partes: real  $\Re W_n(s)$  e imaginária  $\Im W_n(s)$ , ou amplitude,  $|W_n(s)|$  e fase,  $\tan^{-1}[\Im W_n(s)/\Re W_n(s)]$ . Podemos definir o espectro de potência wavelet como sendo  $|W_n(s)|^2$ .

### 2.3.4 Escolha da Escala $s$

Para a análise por transformada wavelet é necessário escolher uma função wavelet. Uma vez escolhida tal função como sendo a wavelet de Morlet, é necessário escolher o conjunto de escalas  $s$  (frequência) para ser usada na transformada wavelet (Eq.2.8). Para uma análise com a função wavelet Morlet, podemos usar um conjunto arbitrário de escalas construindo uma figura mais completa [Farge, 1992]. Como mostrado na referência [Torrence e Compo, 1998], vamos escrever este conjunto de escalas  $s$  na forma de potência de dois fracionada :

$$s_j = s_0 2^{j\delta_{s_j}}, j = 0, 1, \dots, J \quad (2.13)$$

onde  $s_0$  é a menor escala solúvel e o índice  $J$  determina a maior escala  $s_j$ .  $\delta_{s_j}$  é o espaçamento entre as escalas; usamos  $\delta_{s_j} = 1/5$ ,  $\delta t = 0,001$  é o intervalo de tempo correspondente ao intervalo entre os pontos  $n$  e  $n + 1$ .  $N$  é o número de termos da série temporal a ser analisada.

Elaboramos um programa computacional, em Fortran, para o cálculo das funções  $W_n(s)$ , a partir dos valores de  $x_k$  e  $w_k$ , obtidos da Eq.2.8 [Torrence e Compo, 1998].





## Capítulo 3

# Sistemas Dissipativos: Modelo de Lorenz

### 3.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é verificar a efetividade da análise espectral de séries temporais não estacionárias por transformada wavelet. Para tal, utilizamos o sistema de Lorenz [Lorenz, 1963] que, apesar da simplicidade de suas equações, apresenta uma rica variedade de comportamentos dinâmicos, com regimes periódico, intermitente e caótico [Manneville e Pomeau, 1980] [Manneville e Pomeau, 1979]. Em particular, vamos analisar regimes periódicos e intermitentes, sendo que as flutuações destes últimos se assemelham às flutuações turbulentas observadas em fluidos e plasmas. Consideramos séries intermitentes por estarmos interessados em testar a análise por transformada wavelet de séries com comportamentos qualitativamente diferentes em sua evolução.

### 3.2 Modelo de Lorenz

O sistema de Lorenz é composto de três equações diferenciais ordinárias dadas a seguir [Manneville e Pomeau, 1980]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= -xz + rx - y \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}\quad (3.1)$$

em que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as variáveis dinâmicas e  $a$ ,  $b$  e  $r$  os parâmetros de controle. As Eqs.3.1 estão adimensionalizadas e serão integradas numericamente, usando o método de *Runge-Kutta* de quarta ordem, com um passo de integração fixo,  $\delta t = 0,001$ , no intervalo de  $t = 0$  até um valor máximo de tempo  $t = 50$ ; portanto o número de pontos da série temporal é  $N = 50000$ .

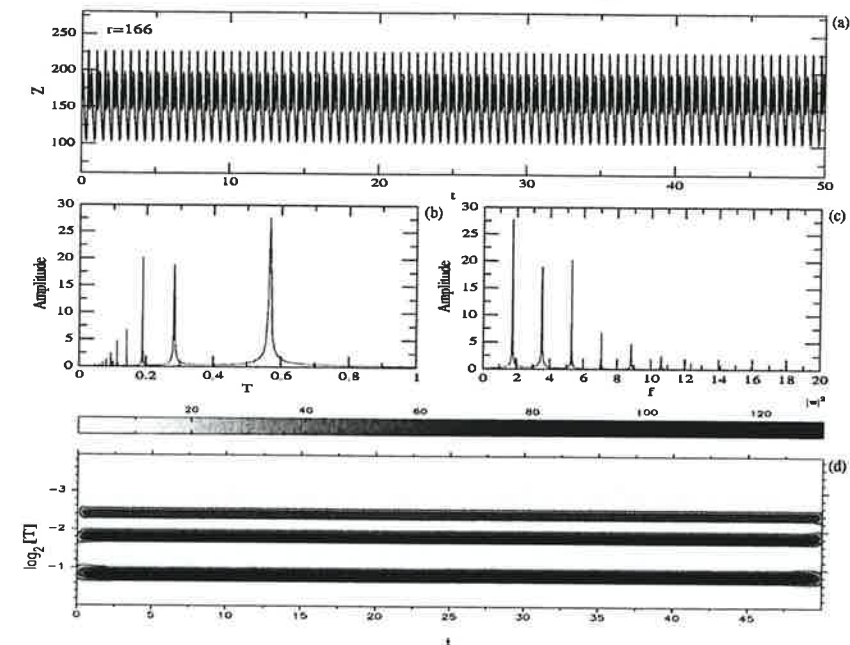
Neste capítulo vamos tomar os parâmetros do sistemas como sendo  $a = 10$ ,  $b = 8/3$  e  $r$  variando de  $r = 166$  a  $r = 185$ . Observamos períodos laminares e turbulentos nas séries temporais intermitentes. Analisamos as soluções  $z(t)$  obtidas, integrando numericamente as Eqs. 3.1, via transformadas de Fourier e wavelet.

### 3.3 Análise Espectral

Uma vez escolhida, no capítulo 2, a função wavelet Morlet (Eq.2.5) para a análise da série temporal por transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ , é necessário a escolha do conjunto de escalas  $s$  para construirmos um espectrograma através da transformada wavelet (Eq. 2.8) [Torrence e Compo, 1998].

Na análise do sistema de Lorenz escolhemos, para a menor escala,  $s_0 = 0,1$  e para a maior escala  $s_J = 3,2$ , com  $J = 15$ . A distância entre duas escalas consecutivas é  $\delta s = 0,2$ . Estas escalas satisfazem a Eq.2.13 e correspondem aos períodos dados pela Eq.2.9.

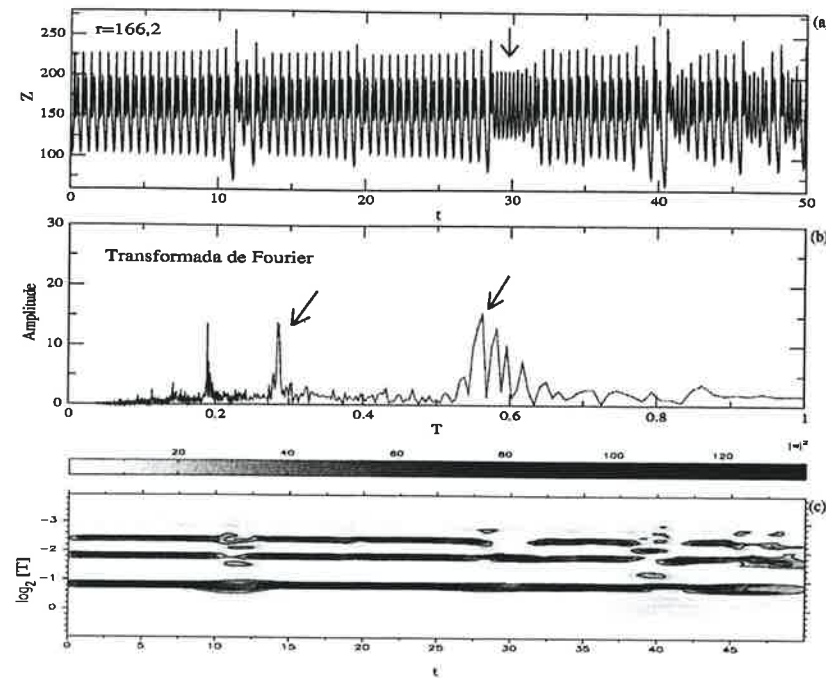
Agora iremos examinar alguns aspectos do comportamento do sistema de Lorenz relevantes para a nossa análise. Integrando as Eqs.3.1, para  $r = 166$ , obtemos uma série temporal  $z(t)$  quase periódica mostrada na Fig. 3.1a. A análise dessa série temporal, por transformada de Fourier, representada no domínio dos períodos  $T$ , é vista na Fig. 3.1b, onde podemos notar três picos principais em  $T = 0,57$ ,  $T = 0,28$  e  $T = 0,18$  destacados por suas amplitudes. A Fig. 3.1c, mostra a análise por transformada de Fourier de (a), mas representada no espaço de frequências  $f = 1/T$ . Na



**Figura 3.1:** (a) Série temporal do sistema de Lorenz para  $r=166$  (regime periódico). Amplitude da transformada de Fourier em função do período (b) e da frequência (c). (d) Espectrograma da série temporal (a), usando a transformada wavelet.

Fig. 3.1d, apresentamos o espectrograma dessa análise, ou seja, uma representação do espectro de potência variando com o tempo  $t$ . Nestes espectrogramas, os períodos maior ( $\log_2[T] = 0,75$ ) e o menor ( $\log_2[T] = -4,25$ ) correspondem às escalas  $s_0$  e  $s_{15}$  mencionadas. Uma vez escolhido adequadamente o conjunto de escalas  $s$ , calculamos o espectrograma das séries temporais  $z(t)$ , do sistema de Lorenz, para o valor do parâmetro  $r$  mencionado. Na Fig. 3.1d no eixo da ordenada é representada pelo logaritmo na base dois do período,  $\log_2[T]$ , de modo que as três faixas que se sobressaem (mais escuras), localizadas em  $-0,8$ ,  $-1,8$  e  $-2,4$  correspondem, respectivamente, aos períodos  $T = 0,57$ ,  $T = 0,28$  e  $T = 0,18$  presentes na Fig. 3.1 b. Nas figuras deste capítulo não há unidades nos eixos pois, como mencionamos, as equações estão escritas de forma adimensional.

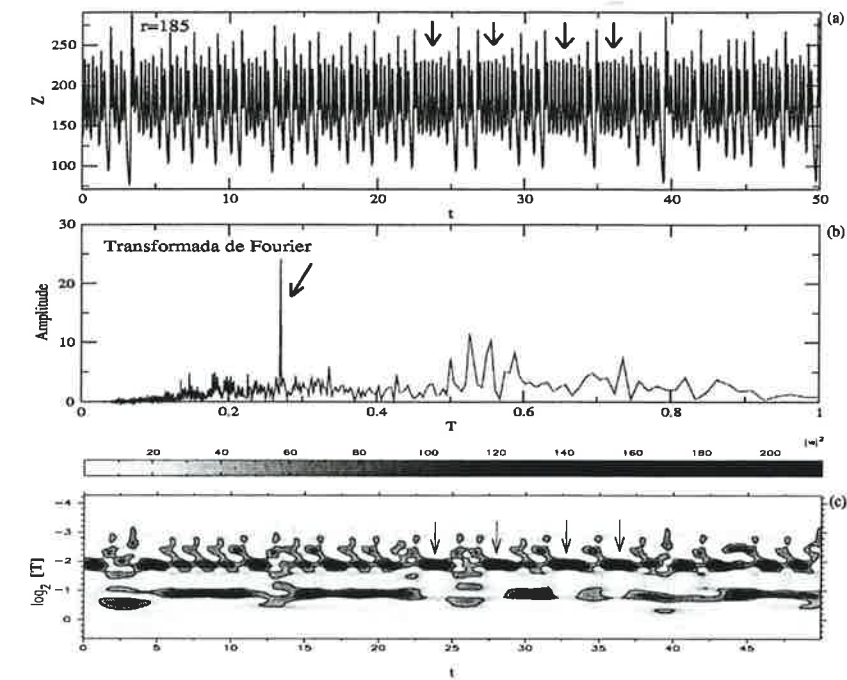
A seguir (Fig. 3.2) temos a série temporal do sistema de Lorenz para  $r = 166,2$ , que exibe um regime intermitente, i. e., comportamentos laminar e caótico intercalados irregularmente. Se desejamos saber quais são os períodos presentes no intervalo destacado pela seta (Fig. 3.2a), então a transformada de Fourier (Fig.



**Figura 3.2:** (a) Série temporal do sistema de Lorenz para  $r = 166,2$  (regime intermitente). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). As setas em (b) indicam as frequências dominantes no intervalo de tempo mostrado pela seta em (a). Em (c) observamos o intervalo indicado em (a) e as frequências dominantes indicadas em (b).

3.2b) não é a mais adequada, pois não traz informação à respeito das *localizações* (no tempo) das frequências. O espectrograma (Fig. 3.2c), por outro lado, decompõe a série temporal no espaço do tempo e das frequências (ou períodos), localizando no tempo as frequências presentes na série. No intervalo indicado em (a) pela seta, entre  $t = 28$  e  $t = 32$ , a série é constituída, como vemos através do espectrograma (Fig. 3.2c), basicamente por dois períodos, localizados em  $-0,8$  e  $-1,8$  (faixas escuras), correspondentes aos períodos (Fig. 3.2b)  $T = 0,57$  e  $T = 0,28$ . Assim, a transformada wavelet (Fig. 3.2c) nos permite ver que, das três frequências que fundamentalmente constituem o restante da série, apenas duas, indicadas pelas setas na Fig. 3.2b, são importantes para aquele trecho laminar assinalado. Situação semelhante é descrita na Fig. 3.3, onde observamos quatro intervalos laminares.

Na Fig.3.3a, observamos a série temporal do sistema de Lorenz, para  $r = 185$ . Para esse parâmetro  $r$  obtemos uma série temporal intermitente, rica em variedades de comportamento dinâmico. Notamos que a série exibe situações onde há intervalos laminares interrompidos por explosões repentinas. Essas explosões são os *bursts* da série, isto é, eventos (picos) intermitentes de duração curta no tempo. Nosso



**Figura 3.3:** (a) Série temporal para  $r = 185$ , com intervalos laminares indicados por setas. Estes intervalos são compostos basicamente por um período destacado no gráfico da transformada de Fourier (b) e detectada (setas) no espaço de tempo-frequência do espectrograma em (c).

objetivo, na próxima seção, será identificá-los usando um novo método de seleção, introduzido nesta dissertação.

A análise espectral por transformada de Fourier da série (Fig.3.3a) é mostrada na Fig.3.3b. Notamos que a seta, para esta figura, indica um período (frequência) em destaque por sua amplitude. Na Fig.3.3c observamos o espectrograma da transformada wavelet de (a). Essa mesma figura exibe quatro setas indicando, nos respectivos intervalos, um período em destaque (mais escuro). Tal período corresponde ao período da Fig.3.3b (transformada de Fourier) apontado pela seta. O espectrograma traz informação a respeito do intervalo de tempo (setas apontando os intervalos laminares de (a)), juntamente com informações da frequência (período). Os intervalos laminares são compostos principalmente pela frequência correspondente ao período  $T = 0,27$ , que corresponde ao  $\log_2 [T] = -1,9$  do espectrograma. Para o caso em que se deseja analisar o espaço de frequências como função do tempo, a transformada de Fourier não é útil pois não traz esta informação. Se observarmos a Fig.3.3c, referente à análise por transformada wavelet, notamos que há informação tanto em relação à frequência quanto ao tempo.

Para não nos repetirmos, utilizamos, doravante, a palavra frequência no lugar de



período ou escala.

### 3.4 Identificação de Bursts

Consideramos *bursts* como sendo eventos repentinos constituídos basicamente por oscilações de altas frequências e amplitudes consideráveis (com relação às oscilações de fundo - background), especialmente quando irrompem em regimes laminares.

Nesta seção descrevemos e aplicamos o método de filtragem que desenvolvemos para a identificação dos possíveis bursts em séries temporais através de duas etapas. A primeira etapa do procedimento de filtragem se faz pela construção da série temporal da *variância média* do espectro de potência wavelet, Eq.3.2, através da escolha de uma faixa de frequência,  $I$ , do espectrograma [Torrence e Compo, 1998]. A segunda etapa do procedimento de filtragem se faz pela escolha de uma amplitude de uma linha de corte, também denominada de *amplitude do discriminador*, na série da *variância média*.

#### 3.4.1 Procedimento de Filtragem por Frequência

Para examinarmos flutuações no espectro de potência sobre uma determinada banda de frequência,  $f = 1/T$ , da transformada wavelet, definimos a *média na escala do espectro de potência wavelet*, como sendo uma soma ponderada do espectro de potência wavelet numa banda da frequência correspondente ao intervalo entre  $s_1$  e  $s_2$  [Torrence e Compo, 1998]. Sabendo que escala e período respeitam a relação vista na Eq.2.9, temos:

$$\overline{W}_n^2(t) = \frac{\delta j \delta t}{C_\delta} \sum_{j=j_1}^{j_2} \frac{|W_n(s_j)|^2}{s_j} \quad (3.2)$$

Esta média, na frequência do espectro de potência wavelet  $|W_n|^2$ , nada mais é do que uma série temporal da variância média a este espectro numa certa banda de frequência do espectrograma. Logo, a *média na escala do espectro de potência wavelet* pode ser usada para examinar modulações de uma série pela outra, ou modulações de uma frequência pela outra, de uma mesma série temporal.

A Fig.3.4 exhibe algumas possíveis bandas de frequências para o cálculo da variância média. Observamos, na Fig.3.4, que a faixa  $I_3$  tem as menores frequências dentre as três faixas selecionadas. Isso implica que a reconstrução da série temporal, com

esta faixa (ver Fig.3.5b), terá modulações de períodos longos ou suavizados (baixas frequências), como é mostrado também na Fig.3.5c, da variância média. Logo, podemos escolher uma faixa de frequências para reconstruirmos uma série temporal ou construir a variância média que desejarmos. Tal método permite, por exemplo, descartarmos uma faixa de frequência indesejada, supostamente produzida por ruídos de fundo, e reconstruirmos uma série temporal sem esses ruídos.

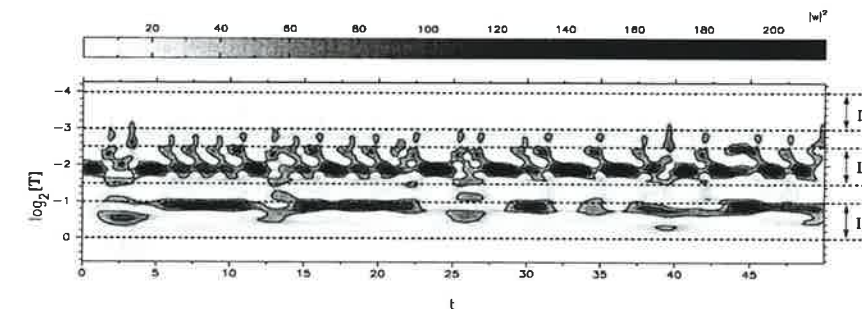


Figura 3.4: Espectrograma da série temporal do gráf. 3.3a por transformada wavelet. Selecionamos três faixas em  $\log_2[T]$ :  $I_1$ , de -3,0 à -4,0,  $I_2$ , de -1,5 à 2,5 e  $I_3$  de 0,0 à -1,0.

Um exemplo da filtragem sobre uma determinada faixa de frequência, para a seleção dos *bursts*, é mostrado na Fig. 3.5, na qual temos, em (a), a série temporal do sistema de Lorenz para  $r = 185,0$ . Em (b) temos a reconstrução da série temporal somente com as frequências correspondentes ao intervalo  $I_3$  da Fig. 3.4 e, em c, temos a *média na frequência do espectro de potência wavelet*, ou seja, a variância média, deste espectro, na faixa de frequência  $I_3$ .

A Fig. 3.6a mostra a série temporal  $z(t)$  do sistema de Lorenz para  $r = 185$  (a mesma série mostrada em 3.5a e em 3.7a). Pelo método de filtragem por frequências, temos a reconstrução da série temporal na Fig. 3.6b considerando a faixa de frequência  $I_2$ , entre -1,5 e -2,5. Observamos que a reconstrução da série temporal da Fig. 3.6b, reconstrói picos mais "finos" do que a reconstrução da série mostrada na Fig. 3.5b. Esse fato é devido à faixa de frequência escolhida, para esse último caso, ser composta por frequências mais baixas que o primeiro. Assim, a reconstrução é modulada mais suavemente que as moduladas por faixas de frequências maiores. Em 3.6c observamos a reconstrução da variância média (Eq.3.2), na faixa de

escala  $I_2$  (Fig. 3.4).

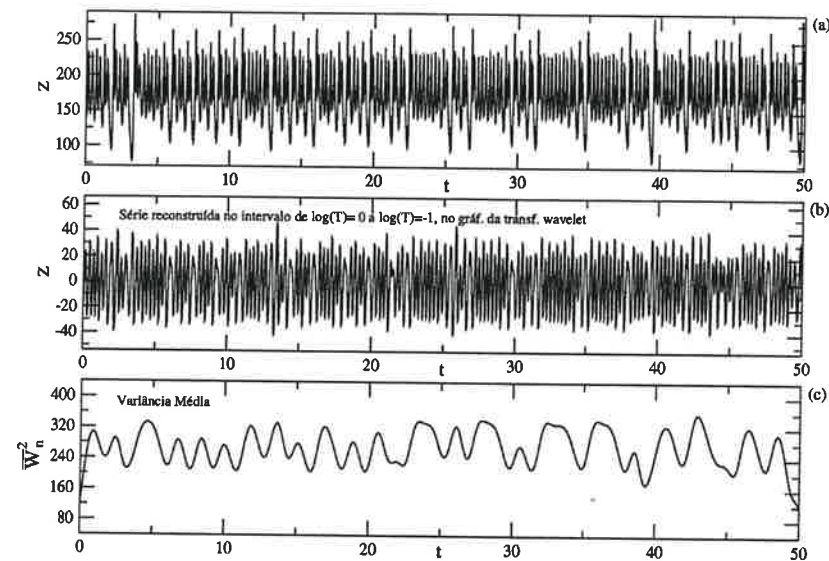


Figura 3.5: (b) Reconstrução da série temporal de (a) pela banda de períodos  $I_3$  (Fig. 3.4). (c) Série temporal da variância média.

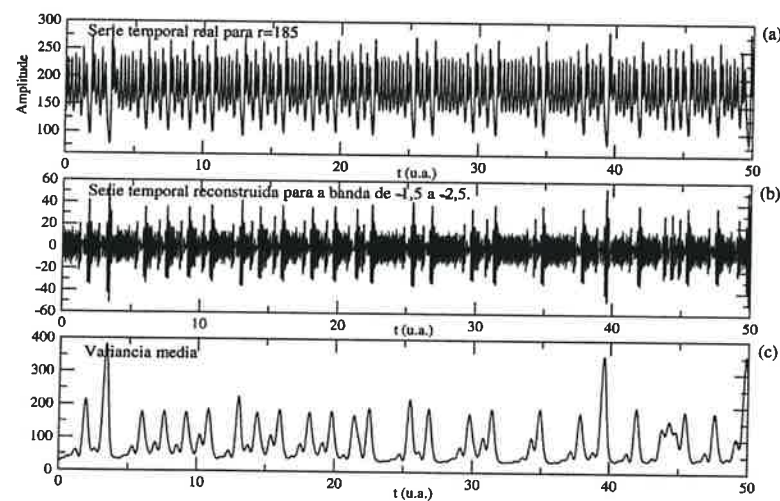


Figura 3.6: (b) Reconstrução da série temporal de (a) pela banda de períodos  $I_2$  (Fig. 3.4). (c) Série temporal da variância média.

Se observarmos a Fig. 3.7c (variância média) notamos que sua construção foi a partir da escolha de uma faixa de frequência alta (curto intervalo de tempo). Consideramos que os *bursts* são modulados principalmente por oscilações com frequências altas ou períodos curtos (explosão num curto intervalo de tempo) e que o *background* é composto pelas demais frequências (períodos) existentes na série. Escolhemos para o filtro de período, para construirmos a variância média 3.7c, a faixa de frequências altas  $I_1$ , mostrada na Fig. 3.4. Com isso, aplicamos o processo de filtragem por frequência, utilizando uma faixa de frequência alta para a construção da variância média, que será utilizada para aplicarmos o segundo processo de filtragem dado pela escolha de uma amplitude de corte, que veremos na próxima seção.

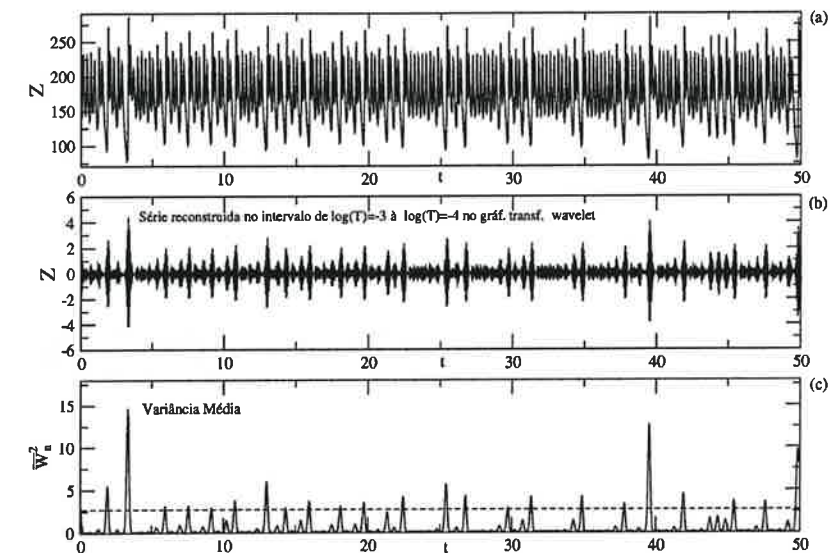


Figura 3.7: (b) Reconstrução da série temporal de (a) pela banda de períodos  $I_1$  (Fig. 3.4). (c) Série temporal da variância média.

### 3.4.2 Processo de Filtragem por Amplitude

Tomamos, então, o gráfico da variância média, como base para a segunda etapa do método de filtragem, para a seleção dos *bursts*, na qual escolhemos e utilizamos uma *linha de seleção de bursts*, também denominada de *amplitude do discriminador*. Consideramos os picos cujas amplitudes ultrapassem a amplitude do discriminador como sendo *bursts*, como mostrado na Fig. 3.8b. Logo, o critério de seleção de *bursts*, consiste em duas etapas do método de filtragem: na primeira, escolhemos as

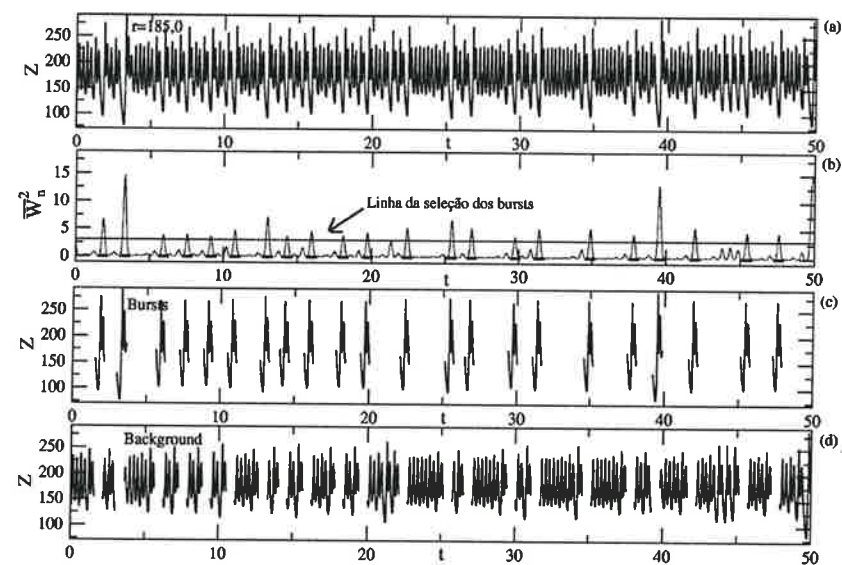


frequências consideradas para a construção da série temporal da variância média e na segunda, escolhemos a amplitude do discriminador, isto é, a linha de seleção dos picos (bursts).

### Reconstrução da Série de *Bursts*

De posse dos instantes dos picos considerados indicativos dos bursts (selecionados do modo descrito na seção anterior), arbitramos, baseados na observação do aspecto dos bursts na série temporal, a duração de um burst em 61 pontos (para o passo de integração utilizado, 0,001) centrados no pico da variância média.

Podemos ver a aplicação deste método de seleção de bursts por filtragem de frequência e amplitude, nos gráficos da Fig. 3.8. Em (a) temos a série temporal do sistema de Lorenz para  $r = 185$ ; em (b) temos a série da variância média (média na frequência do espectro de potência wavelet), mostrando também a linha de seleção dos bursts, ou o discriminador; em (c) os bursts selecionados (da série temporal); e em (d) o background restante da série temporal.



**Figura 3.8:** (a): Série temporal do sistema de Lorenz para  $r = 185$ . (b): Série temporal da variância média pela banda  $I_1$  (Fig. 3.4), mostrando a linha de seleção de bursts. (c) Identificação dos bursts na série temporal, pelo método de seleção por amplitudes da variância média. (d): Identificação do background.

### 3.5 Conclusão

O sistema de Lorenz é adequado para verificarmos a eficácia da análise, por transformada wavelet, de séries cujo comportamento apresenta mudanças na sua dinâmica como regimes intermitente e turbulento.

A análise, desenvolvida neste presente trabalho por transformada wavelet, mostrou-se eficiente quando analisadas séries temporais com comportamento que apresente variações rápidas nas flutuações.

O sistema de filtragem, mostrado neste capítulo, apresentou bons resultados em relação a seleção de bursts do background, podendo, assim, ser empregado nas séries temporais do tokamak TCABR.

## Capítulo 4

# Turbulência no TCABR

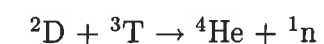
### 4.1 Introdução

#### 4.1.1 Fusão termonuclear Controlada

A física de plasmas confinados magneticamente tem se desenvolvido desde a década de 1950 estimulada pela perspectiva da geração de energia a partir da fusão termonuclear controlada.

Obter energia térmica através das reações nucleares de fusão, requer a criação de um plasma de elementos leves, à temperaturas muito altas ( $\sim 10^8 K$ ), confinado o tempo suficiente de forma a gerar mais energia do que a consumida no processo de confinamento.

A condição para a fusão nuclear sustentada é dada pelo critério de *Lawson*, baseado na razão entre a energia obtida nas reações de fusão e a perda de energia para confinar e aquecer o plasma. Esse critério envolve o produto da densidade dos elétrons ( $n_e$ ) pelo tempo de confinamento de energia ( $\tau_E$ ) e pela temperatura dos íons ( $T_i$ ). A reação de fusão que requer menor temperatura e libera maior quantidade de energia é a que envolve os isótopos de Hidrogênio, deutério (D) e trítio (T)[Gross, 1984]:



No *confinamento magnético*, os campos magnéticos confinam o plasma a densidades relativamente baixas durante certos intervalos de tempo. As máquinas de

confinamento magnético com geometria toroidal, como *stellarators* e *tokamaks*, têm-se mostrado mais promissoras para obtenção da fusão, sendo o tokamak a que tem alcançado melhores resultados [Ferrari e Nascimento, 1987].

## 4.2 Tokamak

Em 1955 foi construído o primeiro tokamak<sup>1</sup> na extinta União Soviética. Nos tokamaks, o campo magnético toroidal ( $B_\phi$ ), criado por correntes elétricas percorrendo conjuntos de espiras ao redor do toróide, é superposto ao campo magnético poloidal ( $B_\theta$ ), produzido pela corrente elétrica do plasma ( $I_p$ ), resultando em um campo magnético de linhas helicoidais que tendem a impedir a fuga das partículas do plasma (ver Fig.4.1). Um terceiro campo magnético na direção vertical ( $B_v$ ) gera uma força  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}_v$  que compensa o deslocamento do plasma na direção radial.

Durante o processo de confinamento, campos elétricos produzidos pelas bobinas indutoras centrais aceleram os elétrons e íons em direções opostas, gerando a corrente de plasma na câmara toroidal. Processos colisionais entre estas partículas provocam o aquecimento do plasma conhecido como aquecimento ôhmico.

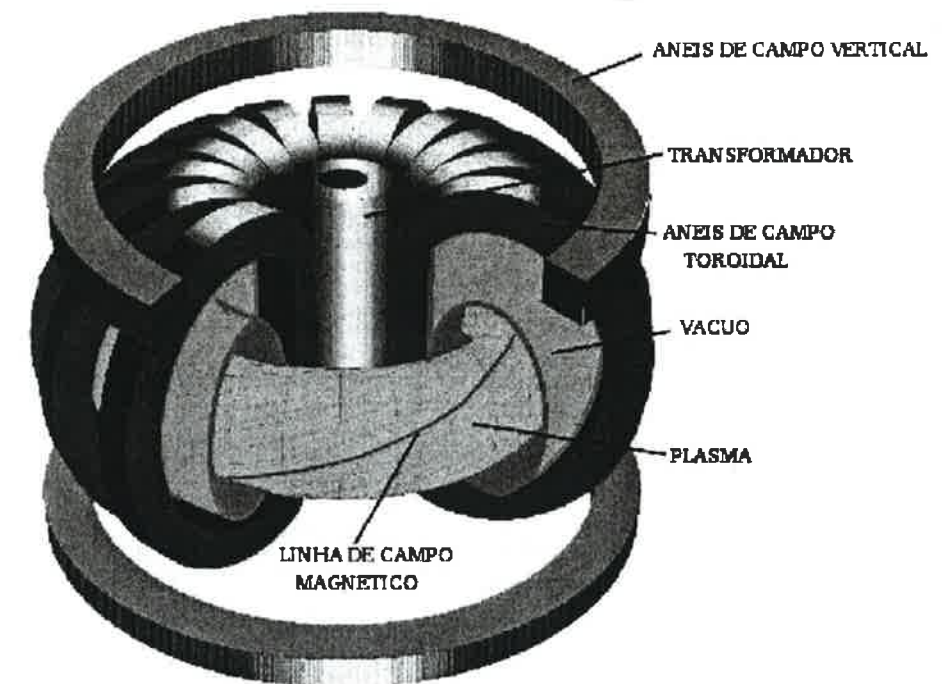
Experimentalmente, um dos maiores problemas em tokamaks tem sido a aparição de instabilidades que impõem severas restrições nos valores de corrente e densidade do plasma a ser confinado. A possibilidade de compreender e controlar instabilidades nestes plasmas é vital para o sucesso das pesquisas em fusão controlada [Nascimento et al., 2005].

### 4.2.1 Tokamak TCABR

O tokamak TCABR, construído no CRPP (*Centre de Recherches en Physique des Plasmas Association Euratom-Suisse*), em Lausanne, Suíça, foi trazido ao Brasil em 1994. Durante os 10 anos que se seguiram, o TCABR foi modificado e remontado no Instituto de Física da Universidade de São Paulo [Kuznetsov et al., 2004] [Galvão et al., 2001b].

O TCABR é um tokamak de médio porte, que possui câmara de vácuo de aço inoxidável não magnético, e com seção retangular (ver Fig. 4.2). Nesta figura mostramos, também, o posicionamento das bobinas de Mirnov, das sondas de Langmuir e do limitador. As sondas de Langmuir medem as flutuações elétricas da corrente de saturação e do potencial elétrico no plasma. As bobinas de Mirnov medem as flutuações do campo magnético. Essas oscilações serão analisadas nesta dissertação.

<sup>1</sup>O nome Tokamak deriva do termo russo que designa câmara magnética toroidal



**Figura 4.1:** Desenho ilustrativo de um tokamak, máquina toroidal que confina o plasma através dos campos magnéticos gerados por correntes nas espiras (campo magnético toroidal) e pela própria corrente de plasma (campo magnético poloidal).

Um dos experimentos, realizado recentemente no TCABR, consiste em introduzir um eletrodo de grafite na borda do plasma, polarizado por uma fonte de tensão. O campo elétrico aplicado pelo eletrodo produz uma rotação poloidal da coluna de plasma que, por alterar a flutuação do plasma, aparentemente melhora o seu confinamento [Nascimento et al., 2005]. Na Fig. 4.3, a seção reta da câmara de vácuo foi ampliada, mostrando o esquema de montagem e o posicionamento do eletrodo em relação ao plasma. Os principais parâmetros do TCABR, durante descargas típicas de plasma, são mostrados na tabela 4.1.



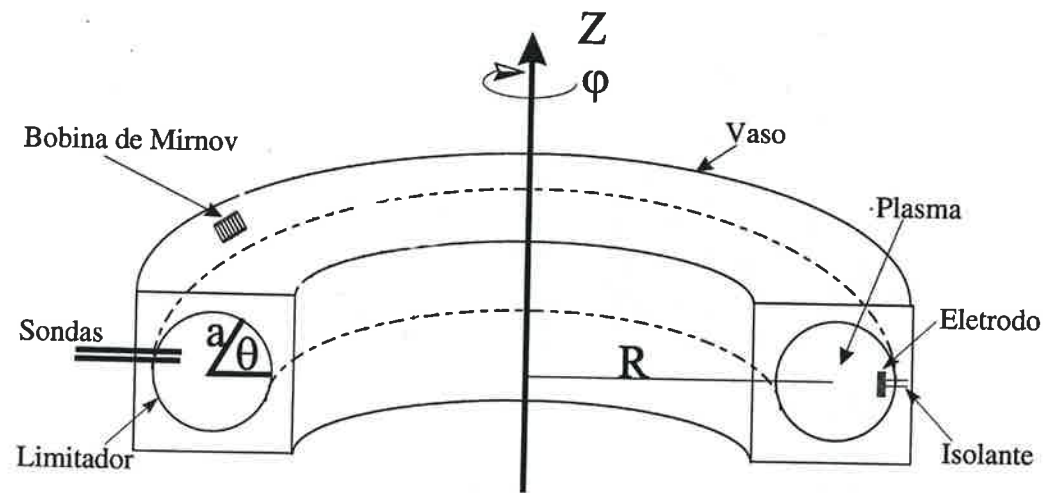


Figura 4.2: Esboço da geometria da câmara de vácuo do TCABR mostrando a posição do eletrodo, das bobinas de Mirnov e da sonda de Langmuir.

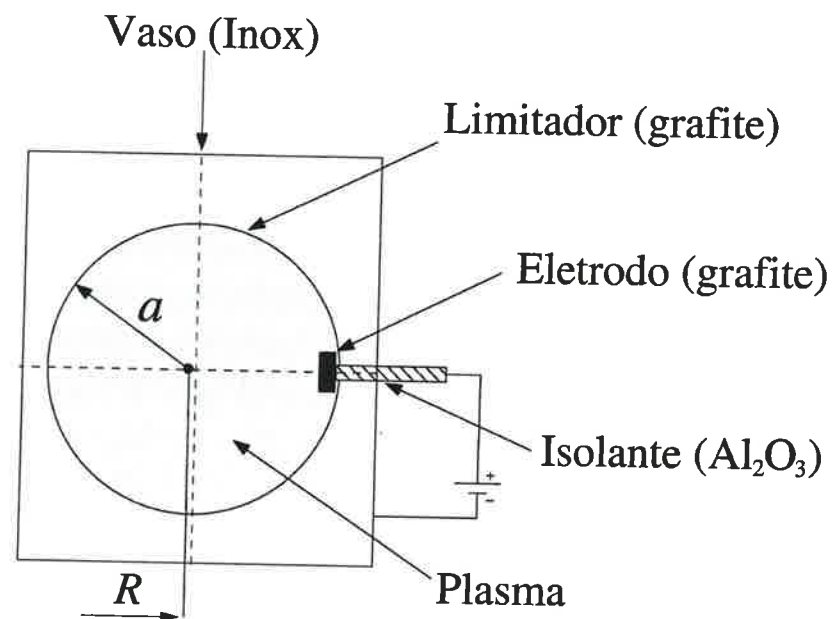


Figura 4.3: Seção ampliada da Câmara de Vácuo do TCABR, mostrando o posicionamento do eletrodo em relação ao plasma.

Campo Magnético Toroidal	$B_T$	1,07 T
Raio Maior	$R$	0,61 m
Raio Menor	$a$	0,18 m
Corrente de Plasma	$I_p$	100 kA
Duração da Descarga	$\tau_d$	120 ms
Densidade Central de Elétrons	$n_e$	$3 \cdot 10^{-19} \text{ m}^{-3}$

Tabela 4.1: Principais parâmetros do tokamak TCABR

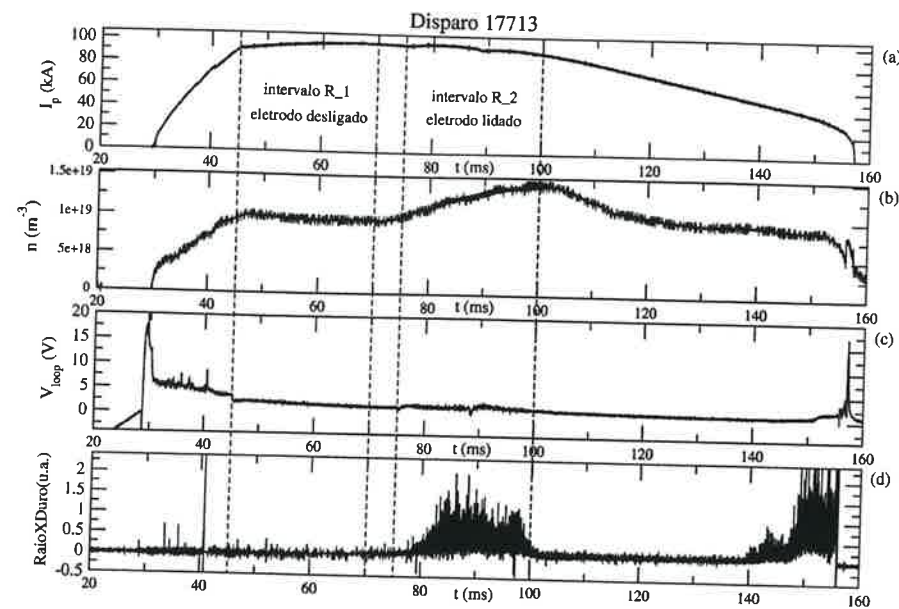
### 4.3 Flutuações do Plasma

Nesta seção mostramos a evolução dos parâmetros do plasma. Os sinais foram tomados em experiências no laboratório do tokamak TCABR [Nascimento et al., 2005].

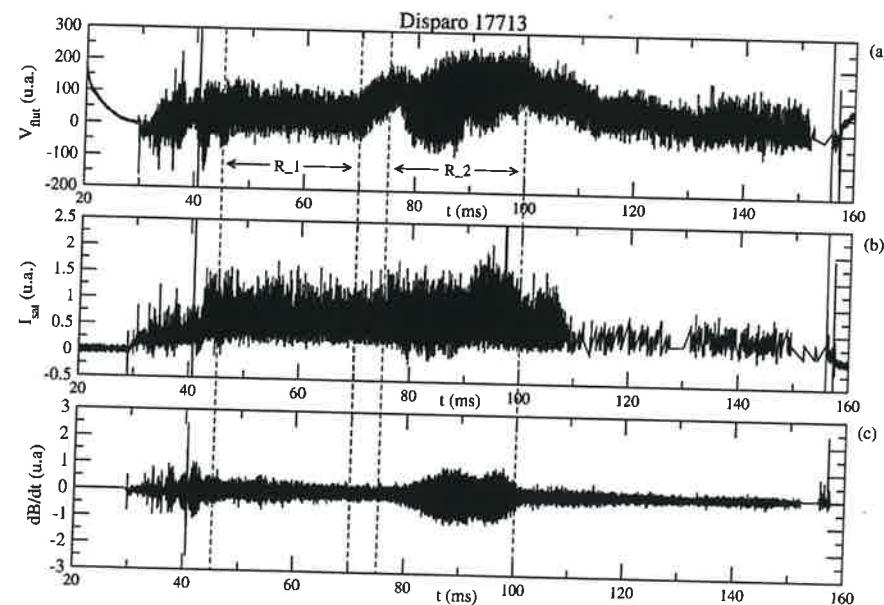
Selecionamos uma descarga (disparo) para a qual a evolução de parâmetros do plasma, como  $I_p$  (corrente elétrica no plasma),  $n$  (densidade do plasma),  $V_{Loop}$  (potencial de enlace) e Raio-X duro, é mostrada na Fig.4.4. Apesar da duração da descarga ser de aproximadamente  $\tau_d = 120ms$ , os sinais analisados nesta dissertação foram tomados na região do platô da corrente de plasma, correspondente ao intervalo de tempo entre  $45ms$  e  $100ms$  (ver Fig.4.4 a). Neste intervalo parâmetros, como densidade, temperatura e a própria corrente de plasma, variam menos que no restante da descarga.

Para a análise das flutuações (próxima seção), escolhemos, dentro do intervalo já selecionado, duas situações distintas: com e sem eletrodo. Na Fig.4.4, os dois intervalos de tempo distintos estão demarcados pelas linhas tracejadas. No primeiro intervalo, entre  $45ms$  e  $70ms$  ( $R_1$ ), o eletrodo está desligado. No segundo intervalo de tempo, entre  $75ms$  e  $100ms$  ( $R_2$ ), o eletrodo está ligado. A faixa de tempo, entre  $70ms$  à  $75ms$ , não foi analisada, pois corresponde, aproximadamente, ao tempo de subida da tensão no eletrodo, ou seja, o intervalo de tempo para que a tensão no eletrodo fique constante é de  $5ms$ .

Na Fig.4.5, correspondente ao disparo 17713, mostramos os dois intervalos ( $R_1$  e  $R_2$ ) selecionados para a análise, sem e com eletrodo, respectivamente, demarcadas pelas linhas tracejadas. Na Fig.4.5a temos as oscilações do potencial flutuante, onde notamos, na região com o eletrodo ligado, uma maior amplitude das oscilações. A Fig.4.5b mostra as oscilações da corrente de saturação iônica. Nesta figura há um aumento brusco da amplitude do sinal em aproximadamente  $93ms$  (no intervalo de tempo com o eletrodo ligado). Na Fig.4.5c temos as oscilações magnéticas captadas



**Figura 4.4:** (a) Corrente de plasma (disparo 17713). Os intervalos indicados, entre as linhas tracejadas, foram analisados.  $R_1$ : intervalo com eletrodo desligado.  $R_2$ : intervalo com eletrodo ligado. (b) Densidade do plasma. (c) Tensão de enlace ( $V_{loop}$ ). (d) RaioX duro.



**Figura 4.5:** (a) Potencial flutuante (disparo 17713). Os intervalos analisados,  $R_1$  e  $R_2$ , estão indicados. (b) Corrente de saturação iônica. (c) Oscilação magnética.

pelas bobinas de Mirnov (ver Fig.4.2), onde claramente vemos as amplitudes das oscilações aumentadas durante a ação do eletrodo.

Estabelecemos, assim, para os disparos selecionados, os intervalos de tempo em que analisaremos as flutuações do plasma (conforme descrita na próxima seção). No apêndice B mostramos maiores detalhes dos sinais analisados do tokamak TCABR.

#### 4.4 Análise Espectral das Flutuações do Plasma

A técnica de análise espectral é muito eficiente para o estudo de fenômenos relacionados com ondas e turbulência [Powers, 1990]. Essa técnica é usada para identificar os modos presentes no plasma e calcular as suas amplitudes, os números de onda e as diferenças de fase entre os mesmos [Ritz et al., 1989].

Os parâmetros do plasma flutuam tanto no tempo como no espaço, tornando-se então necessário determinar as densidades espectrais como função da frequência e do número de onda. Para isso, são necessárias medidas com várias sondas elétricas ou magnéticas.

Neste presente trabalho, utilizamos a técnica de análise espectral com wavelet nos sinais de flutuações, em um único ponto, com e sem o eletrodo, observados na borda do TCABR. Desta forma, podemos obter o espectro de potência de frequências das oscilações analisadas.

##### 4.4.1 Análise com Wavelet

Depois de uma breve descrição e comentário a respeito da escolha dos intervalos de tempo escolhidos, iremos, nesta seção, aplicar a transformada de Fourier e wavelet para analisar flutuações em alguns disparos do TCABR.

A análise com wavelet completa a análise por Fourier e permite, em geral, uma interpretação semelhante, porém ampliada, uma vez que adiciona a informação a respeito da evolução no tempo de alguns parâmetros que caracterizam estas flutuações. Portanto, esta técnica numérica é adequada para analisar nossos sinais de flutuações do TCABR, que apresentam uma variação rápida de frequência durante curtos intervalos de tempo [Matthews, 1994] [Milligen et al., 1994].

Sabemos que a análise de Fourier consiste em representar um sinal periódico e estacionário com ondas senoidais de várias frequências. De forma semelhante, a análise por wavelet é a substituição de um sinal por versões dilatadas e deslocadas da wavelet original (também chamada de wavelet mãe). A escolha da função wavelet Morlet foi feita para analisar os disparos provenientes do tokamak TCABR, pois tal função atende bem às mudanças bruscas de séries temporais turbulentas, processos



de ocorrência de bursts e intermitências, como discutido no capítulo 2.

#### 4.4.2 Escolha do Conjunto de Escalas $s$ para a Análise

Uma vez escolhida a função wavelet Morlet (ver Eq.2.5) para a análise dos disparos do TCABR, via transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ , é necessária a escolha do conjunto de escalas  $s$  para construirmos o espectrograma através da transformada wavelet (Eq.2.8) [Torrence e Compo, 1998].

Na análise dos intervalos dos sinais do tokamak TCABR, escolhemos para a menor escala  $s_0 = 0,002$  e para a maior escala  $s_J = 0,5$ , com  $J = 80$ . A distância entre duas escalas consecutivas é  $\delta_s = 0,1$ . Estas escalas satisfazem a Eq.2.13 e correspondem aos períodos dados pela Eq.2.9.

Neste capítulo calculamos o espectro de potência e apresentamos o espectrograma, ou seja a representação do espectro variando com o tempo  $t$ . Nestes espectrogramas o período maior ( $\log_2[T] = -9,9$ ) e o menor ( $\log_2[T] = -1,9$ ) correspondem às escalas  $s_0$  e  $s_{80}$ .

Uma vez escolhido adequadamente o conjunto de escalas  $s$ , plotamos o espectrograma das séries temporais do tokamak TCABR, como mostramos nas figuras a seguir.

#### Disparo 17713

Na Fig.4.6a mostramos a corrente de plasma ( $I_p$ ), com o platô escolhido (região de menor variação dos parâmetros do plasma), entre  $45ms$  e  $100ms$ , demarcado pelas linhas tracejadas. A Fig.4.6b mostra a densidade do plasma ( $n$ ). Nesta mesma figura existe um patamar estável da densidade no intervalo sem o eletrodo, sendo que na região onde o eletrodo está ligado, notamos um aumento de densidade até o instante  $100ms$ . Na flutuação da corrente de saturação iônica ( $I_{sat}$ ) (Fig.4.6c) notamos, no intervalo  $R_2$  (eletrodo ligado), um aumento da amplitude deste sinal, entre  $93ms$  e  $100ms$ , se comparado ao intervalo de tempo  $R_1$  (eletrodo desligado). Este aumento na amplitude do sinal é, possivelmente, devido ao potencial aplicado pelo eletrodo na borda do plasma. A corrente de saturação analisada nos intervalos  $R_1$  e  $R_2$  (selecionados pelo platô da corrente de plasma) sem e com eletrodo respectivamente, são vistos nas Figs.4.6d e 4.6e.

O processo de seleção dos intervalos para a análise, tomados a partir do platô da corrente de plasma (onde os parâmetros do plasma variam menos), foi mostrado e comentado acima.

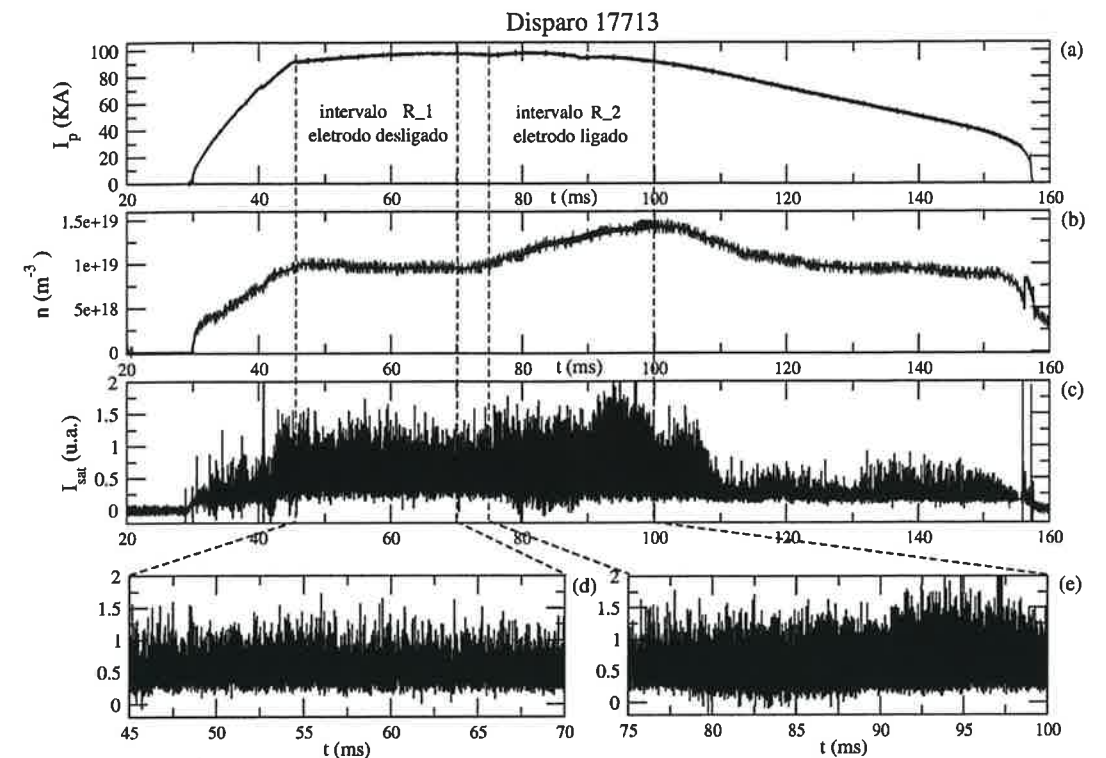
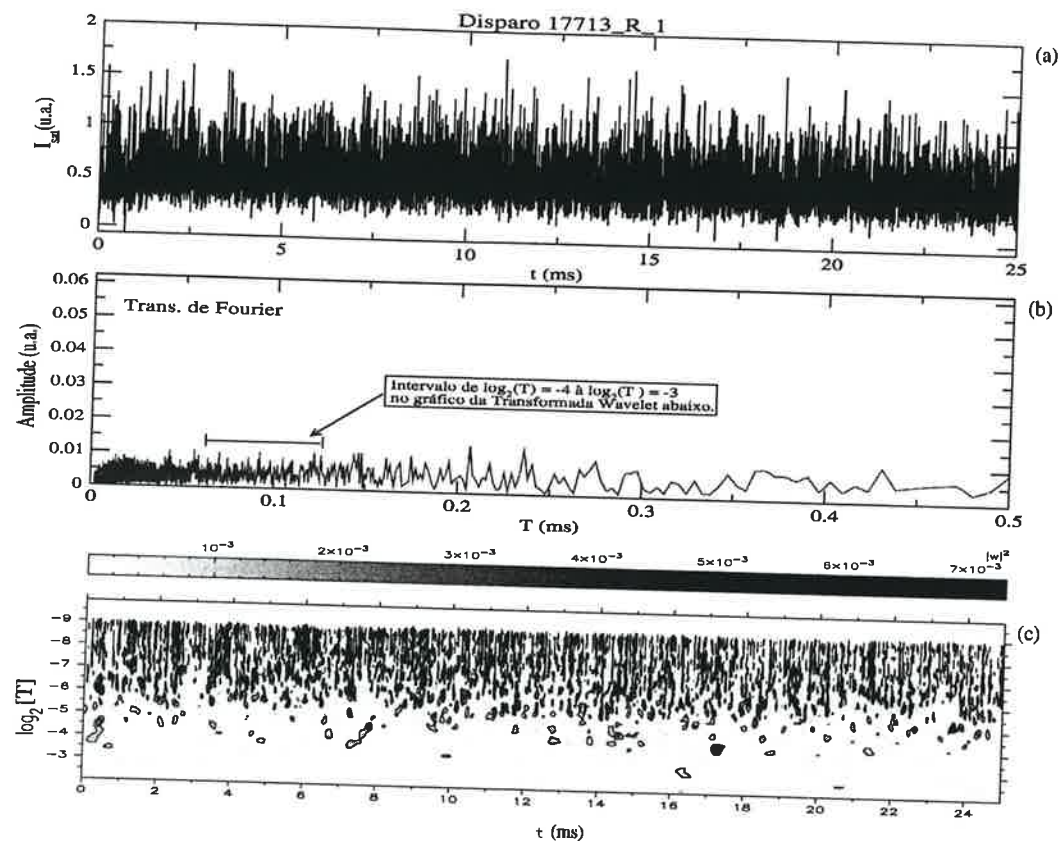


Figura 4.6: (a) Corrente de plasma (disparo 17713). O intervalo indicado pelas linhas tracejadas,  $R_1$  e  $R_2$ , foram analisados. (b) Densidade do plasma. (c) Corrente de saturação iônica. (d) Ampliação, do intervalo  $R_1$ , da corrente de saturação iônica (eletrodo desligado). (e) Ampliação da região  $R_2$  da corrente de saturação (eletrodo ligado).

A Fig.4.7a se refere à flutuação, no intervalo  $R_1$ , da corrente de saturação iônica correspondente à Fig.4.6d. Neste intervalo o eletrodo encontra-se desligado. Na Fig.4.7 consideramos esse intervalo de tempo como sendo entre  $0ms$  e  $25ms$ . Na Fig. 4.7b temos a amplitude da transformada de Fourier do sinal mostrado em (a). Nesta figura há um intervalo de períodos entre  $T = 0,0625ms$  e  $T = 0,1250ms$ , indicado pela seta, correspondente ao intervalo de  $\log_2[T] = -4,0$  a  $\log_2[T] = -3,0$  respectivamente, mostrado no espectrograma 4.7c. Para esta mesma figura, notamos que o comportamento do sinal, não apresenta nenhuma mudança brusca, tendo um comportamento típico de um disparo do tokamak.

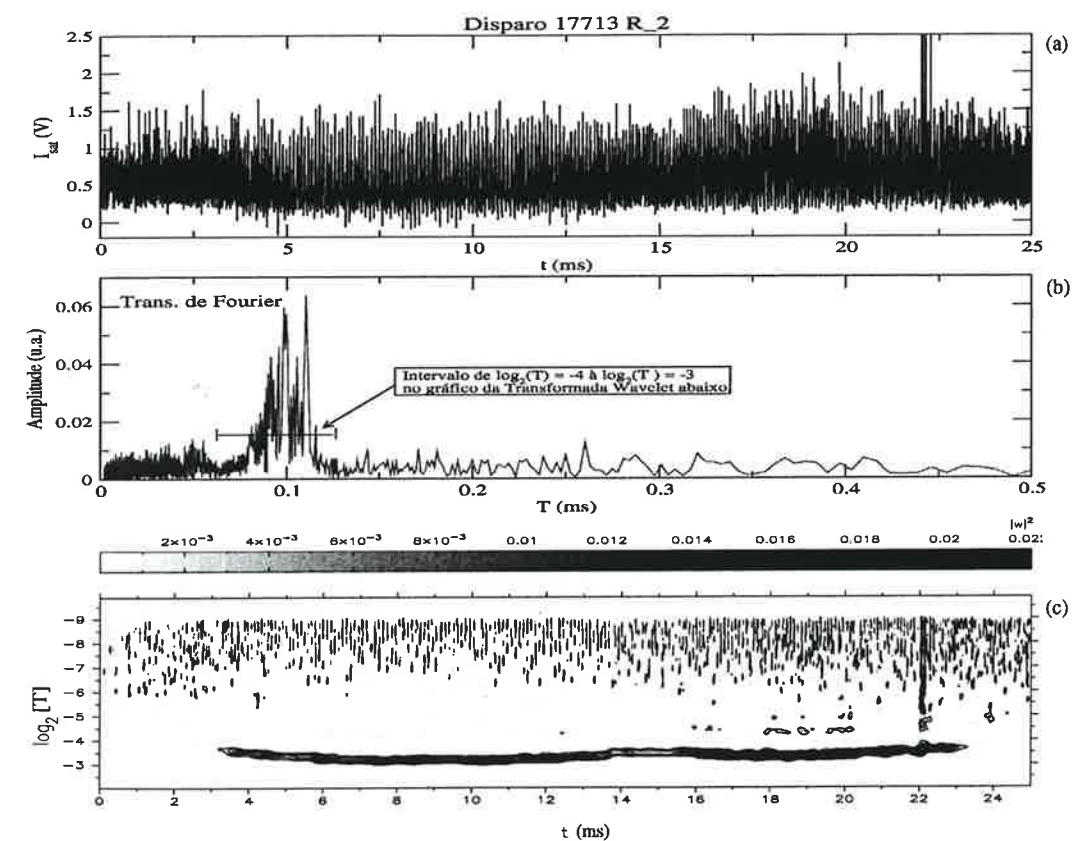
Na Fig.4.8a mostramos o intervalo  $R_2$  da corrente de saturação iônica (ver Fig.4.6e) correspondente ao do eletrodo ligado. Consideramos o intervalo de tempo como sendo entre  $0ms$  e  $25ms$ . Nesse intervalo ( $R_2$ ), notamos um aumento da am-



**Figura 4.7:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17713), no intervalo de tempo entre 45ms e 70ms (eletrodo desligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da série temporal (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) destacamos o intervalo entre  $T = 0,0625$  e  $T = 0,125$  (seta), correspondente ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$  de (c).

plitude do sinal da flutuação da corrente de saturação iônica, em relação ao intervalo  $R_1$ . Esse aumento da amplitude é, possivelmente, devido ao potencial do eletrodo ligado na borda do plasma. Na Fig.4.8b temos a amplitude da transformada de Fourier do sinal (a). Nessa figura notamos que há um intervalo de períodos entre  $T = 0,0625ms$  e  $T = 0,1250ms$  (indicado pela seta) no qual a amplitude da transformada de Fourier é significativamente maior que as demais amplitudes. Esse intervalo de períodos da Fig.4.8b, corresponde ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$ , respectivamente, do espectrograma da Fig.4.8c, onde notamos uma faixa que percorre o intervalo de tempo de 3,5ms a 23,5ms. Comentamos a possibilidade do potencial do eletrodo, na borda do plasma, provocar um aumento considerado na amplitude do sinal. Na análise por Fourier mostramos um intervalo

de período, no qual a amplitude de Fourier tornava-se maior, em relação as demais amplitudes (ver Fig.4.8b). Percebemos que existe uma mudança de comportamento da flutuação da corrente de saturação, quando ligamos o eletrodo, se comparado ao intervalo de tempo com o eletrodo desligado (ver Fig.4.7b), mas não sabemos em que instante de tempo este comportamento começa ou termina. Assim, a análise por Fourier nos traz informação a respeito dos períodos existentes no sinal, mas não traz nenhuma informação com relação ao intervalo de tempo correspondente a tais períodos.



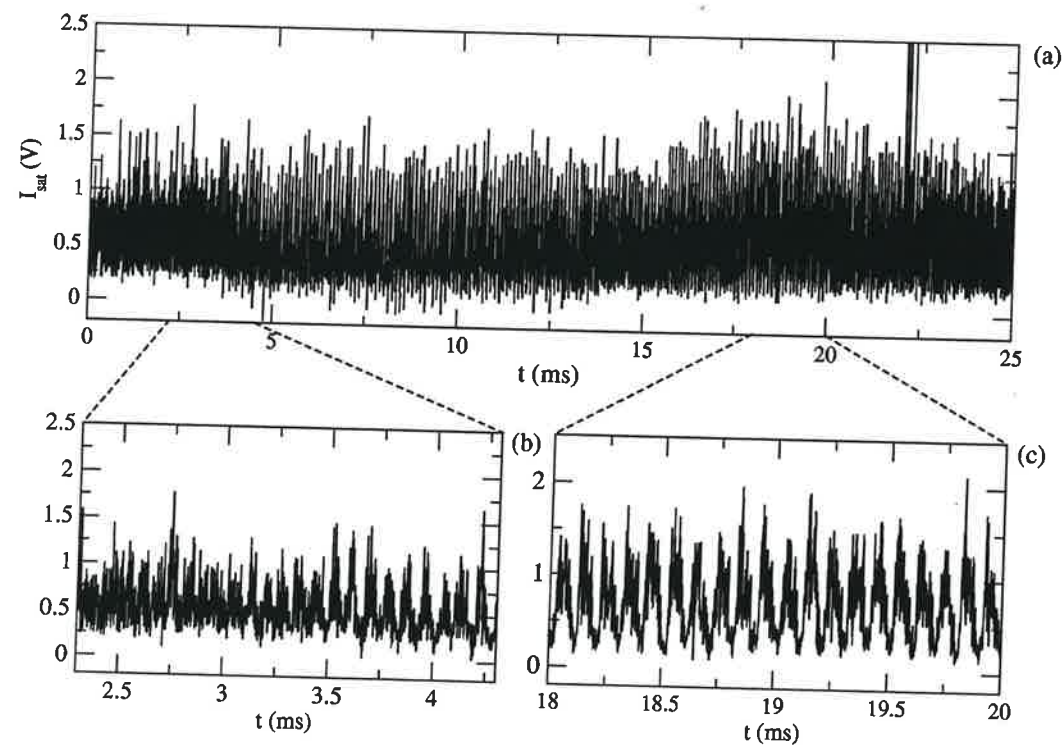
**Figura 4.8:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17713), no intervalo de tempo entre 75ms e 100ms (eletrodo ligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da série temporal (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) destacamos o intervalo entre  $T = 0,0625$  e  $T = 0,125$ , correspondente ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$  de (c).

A vantagem da análise por transformada wavelet é a decomposição do sinal no espaço de tempo e frequência (ou período), como mostramos no espectrograma da Fig.4.8c. Podemos observar, nessa figura, quais períodos, existentes no sinal,



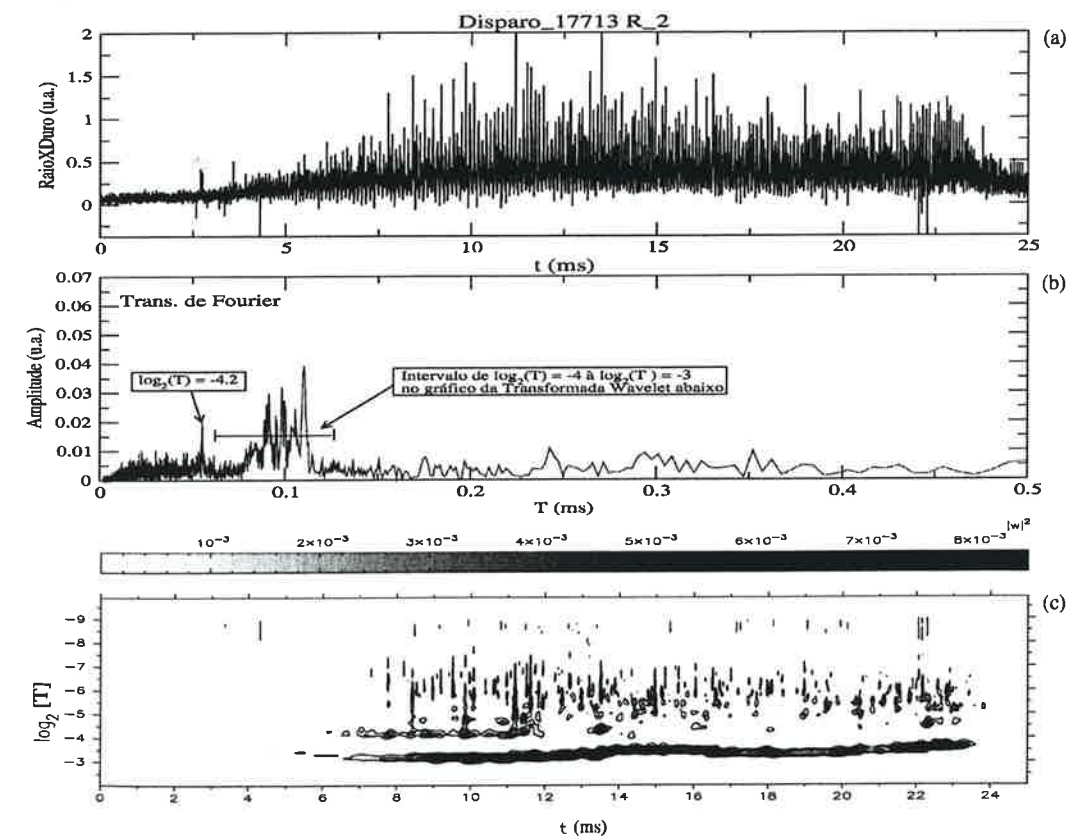
correspondem a quais intervalos de tempo. Em um caso particular, notamos a existência de uma faixa de período que se estende desde o tempo de 3,5ms a 23,5ms, observado no espectrograma. Esta faixa de período do espectrograma, corresponde, aproximadamente, a  $T = 0,1ms$ , visto na análise por transformada de Fourier, ou à frequência de  $f = 10kHz$ . Essa frequência é reconhecida nas ampliações da Fig.4.9, onde temos o início da modulação em 3,5ms (Fig.4.9b). A Fig.4.9 mostra dois intervalos ampliados (cada um de 2ms), do intervalo com eletrodo ligado. No primeiro (Fig.4.9b), mostramos o início da modulação em 10kHz e no segundo temos a modulação bem estabelecida no sinal. Tais ampliações corroboram nossa análise espectral por wavelet.

Essa é a frequência dominante das oscilações magnéticas (tais oscilações são ditas de Mirnov [Olschewski, 2000]) na borda da coluna do plasma, detectadas pelas bobinas de Mirnov, e ampliadas pela presença do potencial do eletrodo.



**Figura 4.9:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17713), no intervalo de tempo entre 75ms e 100ms (eletrodo ligado). (b) e (c) Ampliações dos intervalos mostrando a modulação de 10kHz.

A Fig.4.10a mostra a amplitude de detecção de Raio X duro devido aos choques de elétrons de alta energia com a parede do vaso, ou com o limitador do tokamak TCABR. Vemos um aumento dessa amplitude no intervalo que se estende de aproximadamente 6,0ms até 23,5ms (região do eletrodo ligado). Esse aumento é devido ao aumento de choques de elétrons, vindos do plasma, com a parede do vaso ou com o limitador do TCABR quando ligado o eletrodo. A análise por transformada de Fourier é mostrada na Fig.4.10b. Na análise por transformada wavelet (Fig.4.10c), notamos a modulação em 10kHz (que também notamos na análise por Fourier em  $T=0,1ms$ ), mas através do espectrograma podemos observar, pela faixa escura, o intervalo no qual esta frequência (10kHz) começa e termina.



**Figura 4.10:** (a) RaioX duro (disparo 17713) no intervalo de tempo  $R_2$  (eletrodo ligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da tensão de enlace (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) está destacado o intervalo entre  $T = 0,0625$  e  $T = 0,125$ , correspondente ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$  de (c).

Convém notar que apesar do eletrodo modular o sinal do plasma em 10kHz, o espectrograma da Fig. 4.10 mostra que a modulação do raio-X duro começou num instante posterior ao início da modulação da flutuação da corrente de saturação iônica, vista na Fig. 4.8c.

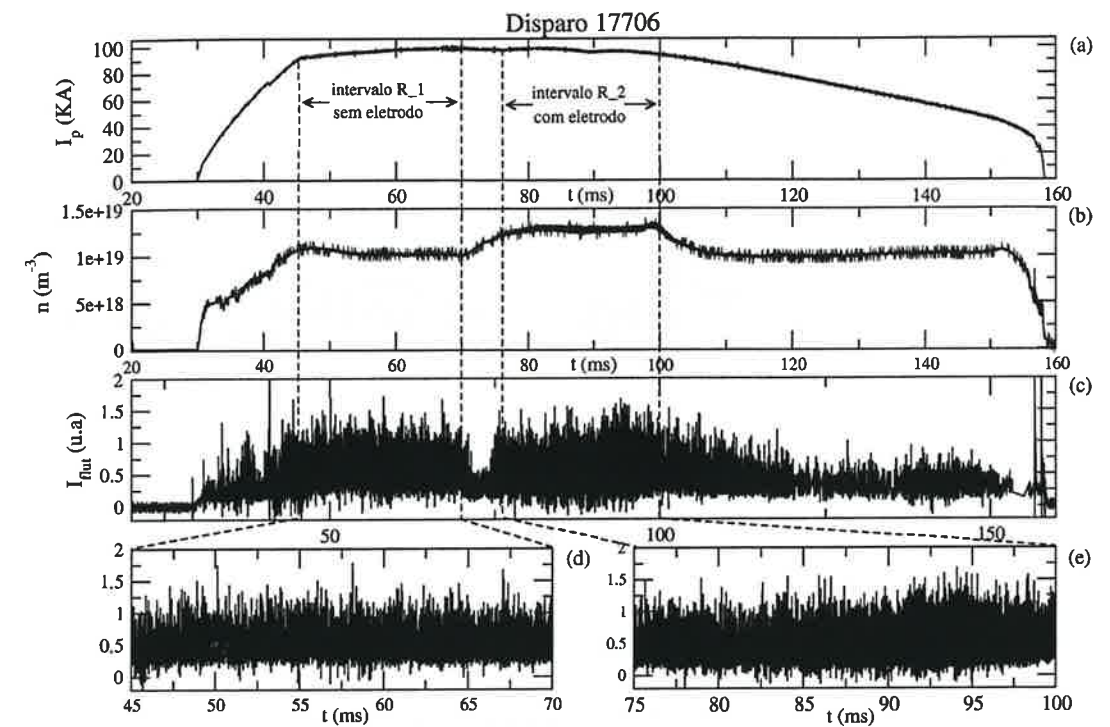
### Disparo 17706

Na Fig.4.11a mostramos a corrente de plasma ( $I_p$ ), com o platô escolhido (região de menor variação dos parâmetros do plasma), entre 45ms e 100ms, demarcado pelas linhas tracejadas. Na Fig.4.11b temos a densidade do plasma ( $n$ ). Essa figura exhibe dois patamares estáveis de densidade: um no intervalo correspondente ao eletrodo desligado e o outro, ao intervalo do eletrodo ligado. Notamos que o patamar correspondente ao intervalo de tempo com o eletrodo ligado tem um aumento de densidade. Na flutuação da corrente de saturação iônica ( $I_{sat}$ ) ( Fig.4.11 c), observamos que, no intervalo  $R_2$  (eletrodo ligado), a amplitude deste sinal aparentemente mantém-se a mesma, se comparado ao intervalo de tempo  $R_1$  (eletrodo desligado). À primeira vista, espera-se que o comportamento do sinal não mude, apesar do potencial aplicado na borda do plasma, através do eletrodo. A corrente de saturação analisada nos intervalos  $R_1$  e  $R_2$ , sem e com eletrodo respectivamente, são vistos nos gráficos 4.11c(d) e 4.11c(e).

A Fig.4.12a se refere à flutuação no intervalo  $R_1$  da corrente de saturação iônica correspondente à Fig.4.11d. Nesse intervalo o eletrodo está desligado. Consideramos esse intervalo de tempo, para essa figura, como sendo entre 0ms a 25ms. A Fig.4.12b mostra a amplitude da transformada de Fourier do sinal (a). Observamos que o período em  $T = 0,0507ms$ , indicado pela seta, corresponde ao  $\log_2[T] = -4,3$  (seta) do espectrograma da Fig.4.12c. Neste intervalo não há uma mudança do comportamento da flutuação.

Na Fig.4.13a mostramos o intervalo  $R_2$  da corrente de saturação iônica (ver Fig.4.11e) correspondente ao do eletrodo ligado. Consideramos o intervalo de tempo como sendo entre 0ms e 25ms. Para  $R_2$ , apesar da amplitude do sinal manter-se aproximadamente constante, notamos uma modulação correspondente ao pico, na amplitude de Fourier, em aproximadamente  $T=0,1ms$ . Na Fig.4.13b temos a amplitude da transformada de Fourier do sinal (a). Nessa figura o intervalo do período entre  $T = 0,0625ms$  e  $T = 0,1250ms$  está indicado pela seta. Essa amplitude da transformada de Fourier é significativamente maior que as demais amplitudes da transformada (Fig.4.13b) e corresponde ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e

$\log_2[T] = -3$ , respectivamente, do espectrograma da Fig.4.13c, caracterizada pela faixa escura percorrendo o intervalo de tempo entre  $t = 0,1ms$  e  $t = 24,2ms$ .

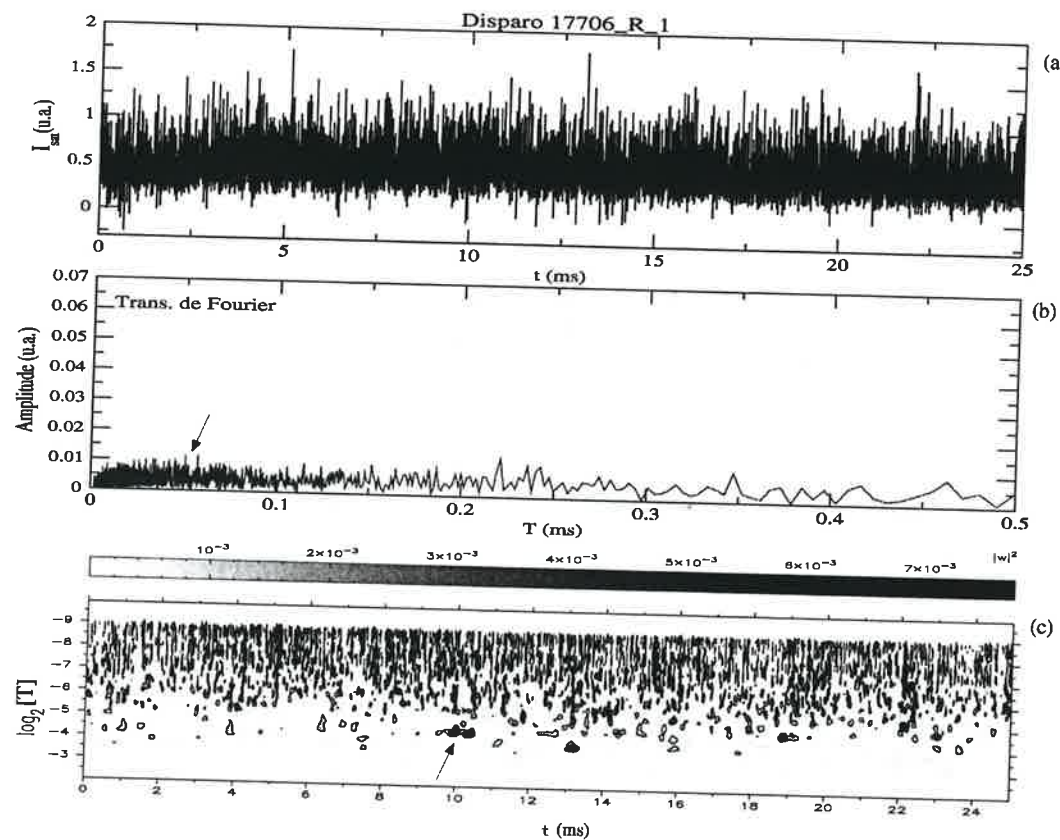


**Figura 4.11:** (a) Corrente de plasma, (disparo 17706). Os dois intervalos,  $R_1$  e  $R_2$ , foram analisados. (b) Densidade do plasma. (c) Corrente de saturação iônica. (d) Ampliação da corrente de saturação iônica para a região  $R_1$  (eletrodo desligado). (e) Ampliação da corrente de saturação para a região  $R_2$  (eletrodo ligado).

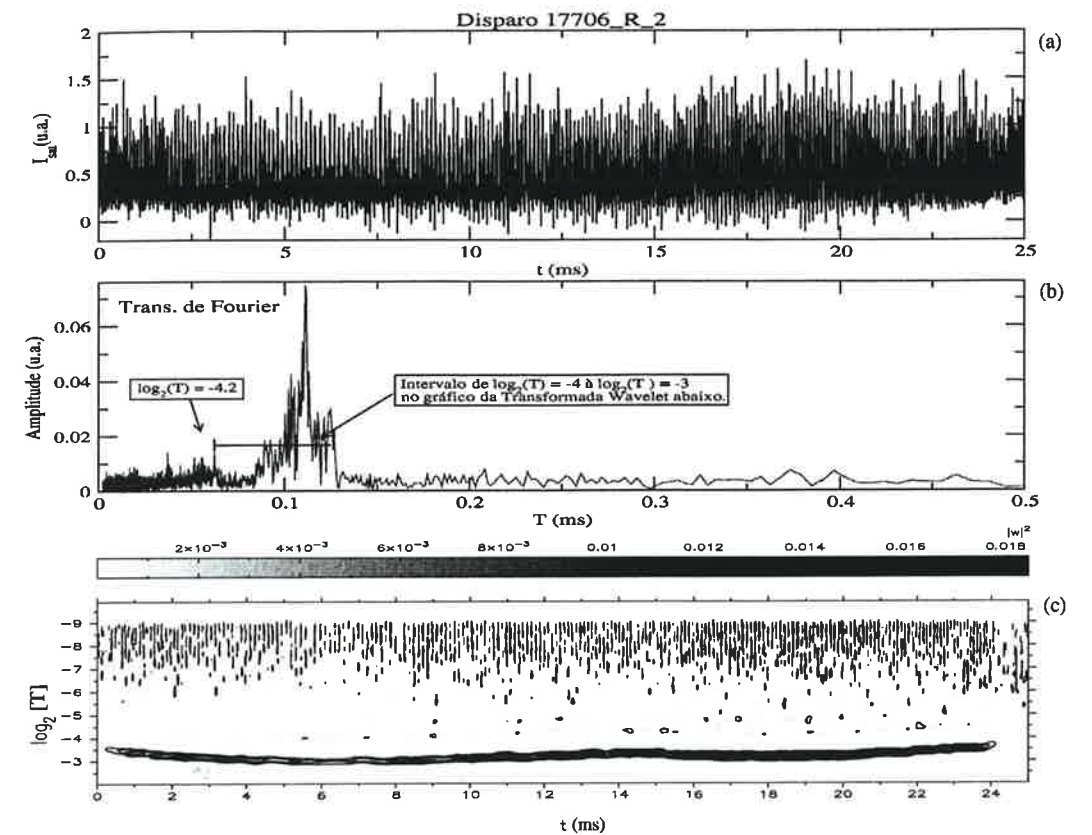
Na análise por Fourier mostramos um intervalo de período no qual a amplitude de Fourier torna-se maior em relação as demais amplitudes (Fig.4.13b). Percebemos que existe uma mudança de comportamento (apesar de não parecer quando olhamos a primeira vista para o sinal) quando ligamos o eletrodo, se comparado ao intervalo de tempo, da corrente de saturação iônica, sem o eletrodo estar ligado (Fig.4.13b), mas não sabemos quando este comportamento começa ou termina. Esta informação é dada pelo espectrograma da Fig.4.13c obtido quando aplicamos a transformada wavelet. Notamos, neste caso, a existência de uma faixa de período ( $\log_2[T] - 3,0$  a  $\log_2[T] - 4,0$ ), estendendo-se desde o tempo entre 0,1ms e 24,2ms (faixa escura),



observado no espectrograma. Esta faixa de período corresponde, aproximadamente, ao período  $T = 0,1ms$  (frequência de  $f = 10kHz$ ), da análise por transformada de Fourier. Tal frequência (ou período) corresponde à frequência das oscilações de Mirnov detectada na borda da coluna do plasma pelas bobinas de Mirnov (já comentado).



**Figura 4.12:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17706), no intervalo de tempo entre 45ms e 70ms (eletrodo desligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da série temporal (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) está destacado o período  $T = 0,5$ , correspondente ao  $\log_2[T] = -4,2$  de (c).

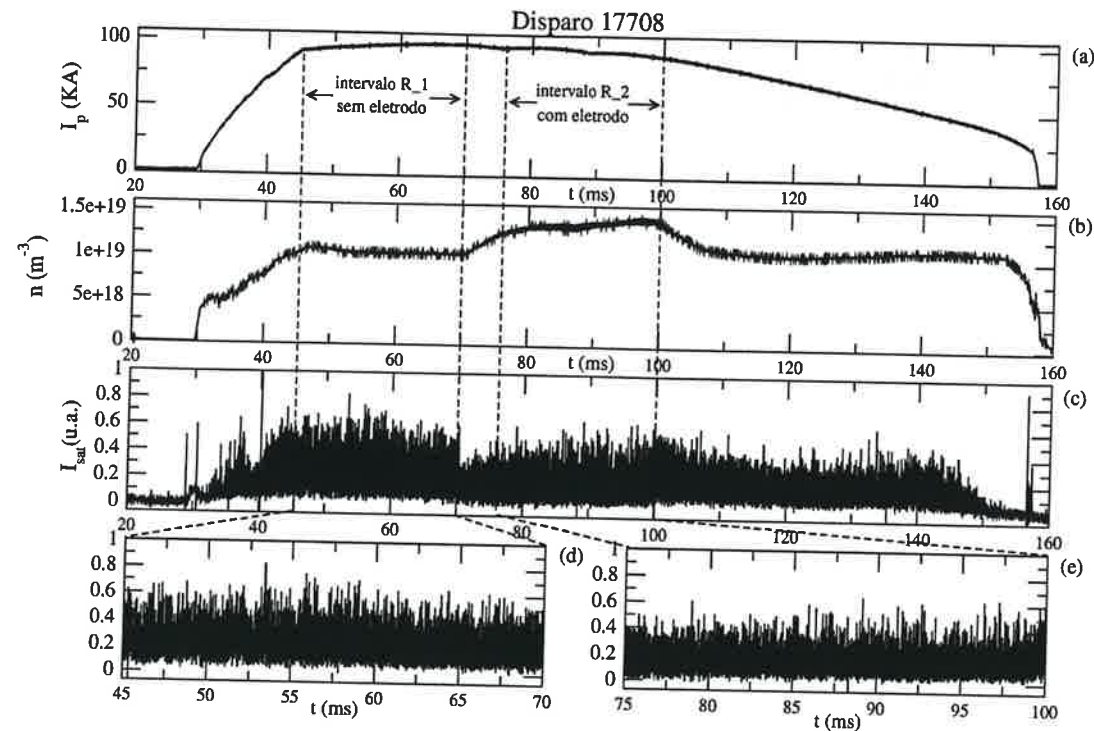


**Figura 4.13:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17706), no intervalo de tempo entre 75ms e 100ms (eletrodo ligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da série temporal (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) está destacado o intervalo entre  $T = 0,0625$  e  $T = 0,125$ , correspondente ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$  de (c).

### Disparo 17708

Na Fig.4.14a mostramos a corrente de plasma ( $I_p$ ), com o platô escolhido entre 45ms e 100ms, demarcado pelas linhas tracejadas. Na Fig.4.14b temos a densidade do plasma ( $n$ ) em que observamos dois patamares estáveis, um no intervalo correspondente ao eletrodo desligado e o outro, mais alto, na região do eletrodo ligado. Notamos, assim, que no patamar correspondente ao intervalo de tempo com o eletrodo ligado há um aumento de densidade. Na flutuação da corrente de saturação iônica ( $I_{sat}$ ) (Fig.4.14c) vemos que no intervalo  $R_2$  (eletrodo ligado) a amplitude das oscilações diminui, comparada a do intervalo de tempo  $R_1$  (eletrodo desligado). Novamente a primeira vista, espera-se que o comportamento do sinal não mude, apesar de aplicarmos um potencial na borda do plasma, através do eletrodo, pois não observamos nenhuma mudança brusca nas amplitudes da flutuação da corrente

de saturação. A corrente de saturação analisada, nos intervalos  $R_1$  e  $R_2$ , sem e com eletrodo respectivamente, são vistos nos gráficos 4.14d e 4.14e.

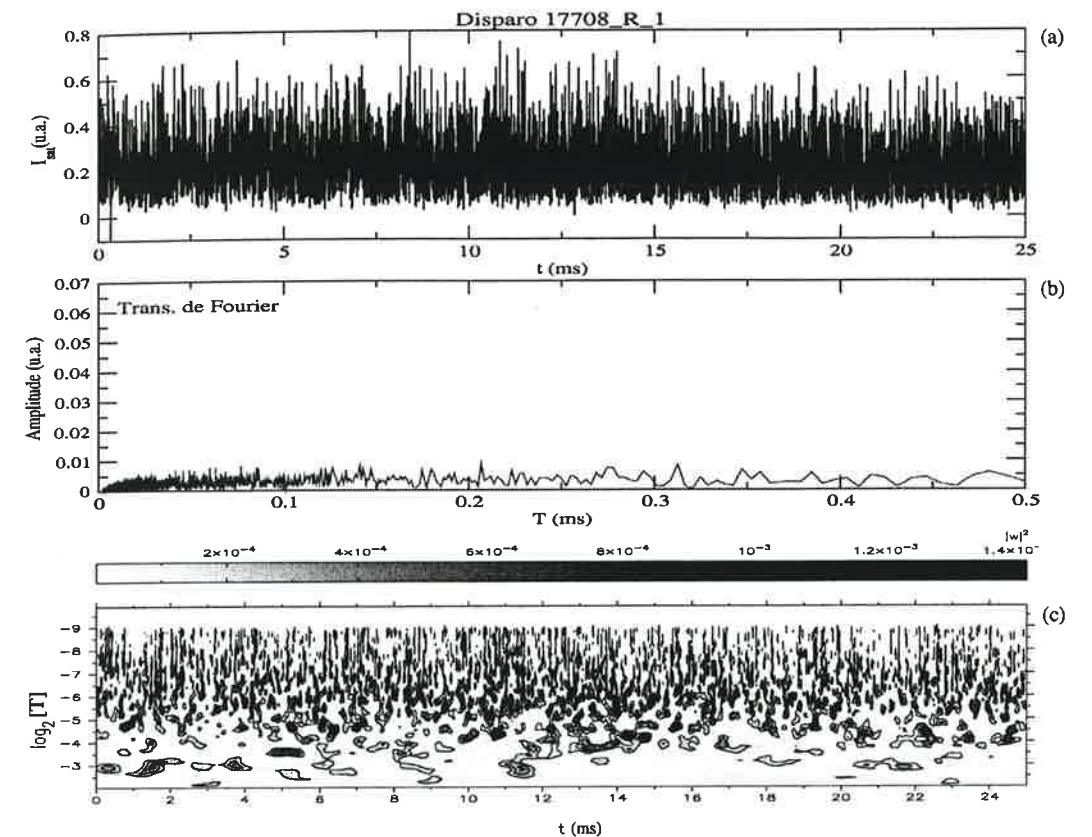


**Figura 4.14:** (a) Corrente de plasma (disparo 17708). Os intervalos indicados,  $R_1$  e  $R_2$ , foram analisados. (b) Densidade do plasma. (c) Corrente de saturação iônica. (d) Ampliação da corrente de saturação para a região  $R_1$  (eletrodo desligado). (e) Ampliação da corrente de saturação para a região  $R_2$  (eletrodo ligado).

A Fig.4.15a se refere à flutuação (intervalo  $R_1$ ) da corrente de saturação iônica correspondente à Fig 4.14d. Nesse intervalo o eletrodo está desligado. Consideramos o intervalo de tempo, para essa figura, como sendo entre  $0ms$  a  $25ms$ . A Fig.4.15b mostra a amplitude da transformada de Fourier do sinal (a). E em (c) temos o espectrograma da transformada wavelet de Morlet para o sinal (a).

Na Fig.4.16a mostramos o intervalo  $R_2$  da flutuação da corrente de saturação iônica (ver Fig.4.14e) correspondente ao eletrodo ligado. Consideramos o intervalo de tempo como sendo entre  $0ms$  e  $25ms$ . Nesse intervalo ( $R_2$ ), apesar da amplitude das oscilações diminuir, notamos um vestígio de modulação, correspondente ao intervalo indicado na amplitude de Fourier (ver Fig.4.16b), entre  $\log_2[T] = -3,0$  a  $\log_2[T] = -4,0$  do espectrograma (c). Essa modulação é devido, possivelmente, ao potencial do eletrodo ligado, na borda do plasma.

Na análise por Fourier mostramos um intervalo de período no qual a amplitude de

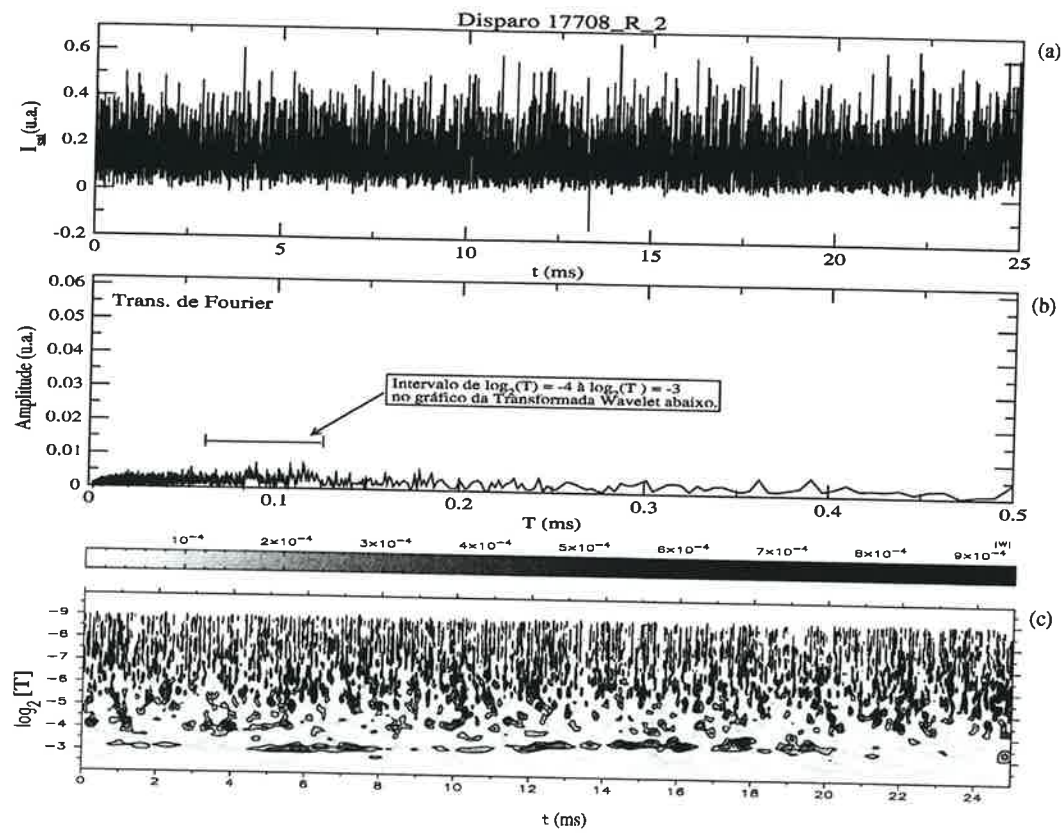


**Figura 4.15:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17708), no intervalo de tempo entre  $45ms$  à  $70ms$  (eletrodo desligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da série temporal (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ .

Fourier torna-se um pouco maior, em relação as demais amplitudes (ver Fig.4.16b). Percebemos que existe uma mudança de comportamento quando ligamos o eletrodo, se comparado ao intervalo de tempo sem eletrodo (ver Fig.4.15b), mas não sabemos em que instante de tempo este comportamento começa a ser diferenciado ou onde termina.

No caso da Fig.4.16c, notamos, no intervalo entre  $\log_2[T] - 3,0$  e  $\log_2[T] - 4,0$ , um princípio da formação da modulação na frequência de  $10kHz$  (faixa escura). Esta faixa de período corresponde, aproximadamente, ao período  $T = 0,1ms$  (frequência de  $f = 10kHz$ ), da análise por transformada de Fourier. Tal frequência corresponde à frequência das oscilações de Mirnov detectadas na borda da coluna do plasma pelas bobinas de Mirnov (já comentado).



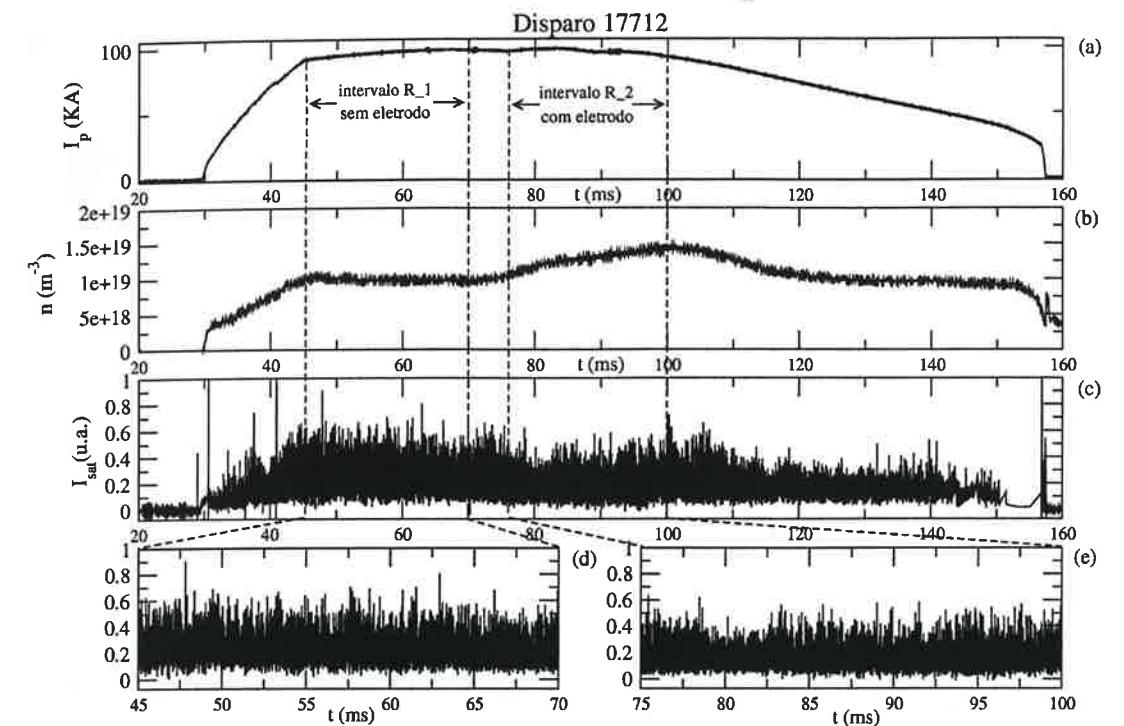


**Figura 4.16:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17708), no intervalo de tempo entre 75ms e 100ms (eletrodo ligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da série temporal (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) está destacado o intervalo entre  $T = 0,0625$  e  $T = 0,125$ , correspondente ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$  de (c).

### Disparo 17712

Na Fig.4.17a mostramos a corrente de plasma ( $I_p$ ), com o platô escolhido, entre 45ms e 100ms, demarcado pelas linhas tracejadas. Na Fig.4.17b temos a densidade do plasma ( $n$ ). Essa figura exibe um patamar estável de densidade, correspondente ao eletrodo desligado e o outro, mais alto e crescente, na região do eletrodo ligado. Notamos que, no intervalo de tempo com o eletrodo ligado, há um ganho de densidade. Na flutuação da corrente de saturação iônica ( $I_{sat}$ ), (ver Fig.4.17c), vemos que no intervalo  $R_2$  (eletrodo ligado), a amplitude das oscilações diminui, comparada ao intervalo de tempo  $R_1$  (eletrodo desligado). A corrente de saturação analisada, nos intervalos  $R_1$  e  $R_2$ , sem e com eletrodo respectivamente, são vistos nos gráficos 4.17c(d) e 4.17c(e).

A Fig.4.18a se refere a flutuação (intervalo  $R_1$ ) da corrente de saturação iônica



**Figura 4.17:** (a) Corrente de plasma para o disparo 17712, mostrando as duas regiões  $R_1$  e  $R_2$  analisadas. (b) Densidade do plasma. (c) Corrente de saturação iônica. (d) Ampliação, entre 45ms e 70ms, da corrente de saturação iônica para a região  $R_1$  (eletrodo desligado). (e) Ampliação, entre 75ms e 100ms, da corrente de saturação para a região  $R_2$  (eletrodo ligado).

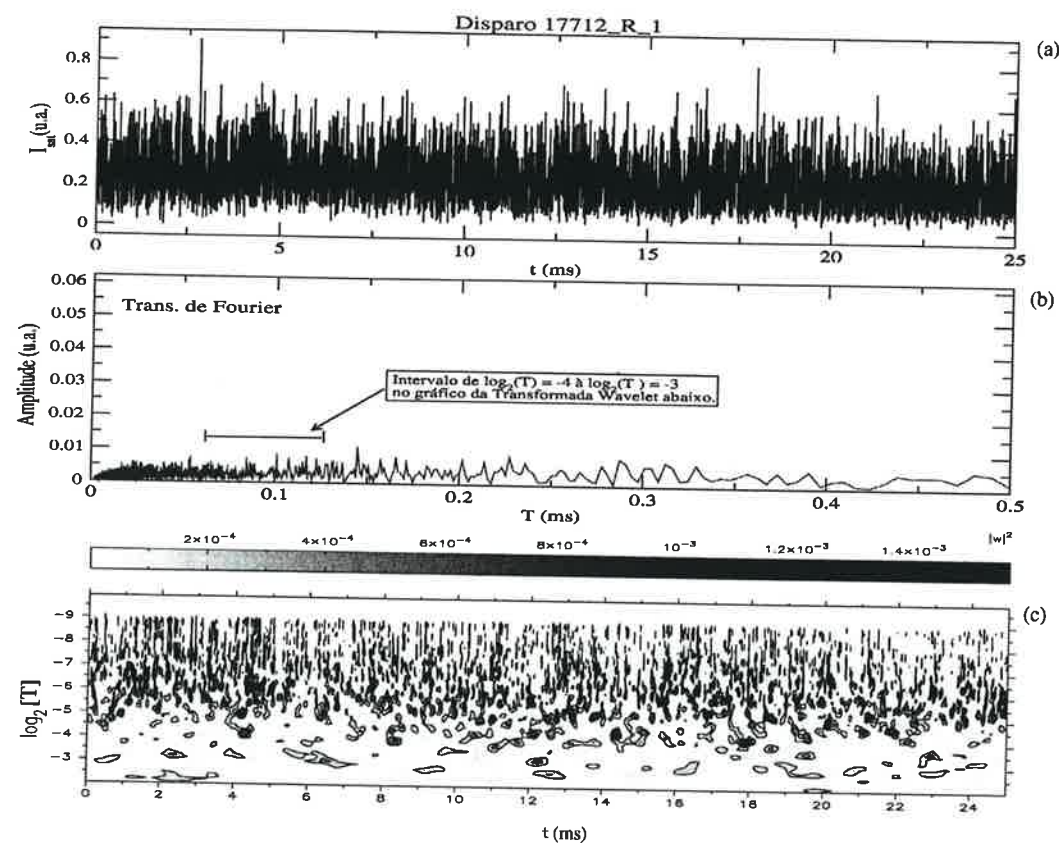
correspondente à Fig.4.17d. Nesse intervalo o eletrodo está desligado. Consideramos o intervalo de tempo, para essa figura, como sendo entre 0ms e 25ms. A Fig.4.18b mostra a amplitude da transformada de Fourier do sinal (a). E em (c) temos o espectrograma da transformada wavelet Morlet para o sinal (a).

Na Fig.4.19a mostramos o intervalo  $R_2$  da corrente de saturação iônica (ver Fig.4.17e) correspondente ao eletrodo ligado. Consideramos o intervalo de tempo como sendo entre 0ms e 25ms. Em  $R_2$  a amplitude das oscilações diminui em relação àquela observada no intervalo  $R_1$ .

Na análise por Fourier (Fig.4.19b) mostramos um intervalo de período. Existe uma sutil mudança de comportamento quando ligamos o eletrodo, se comparado ao intervalo de tempo sem eletrodo (Fig.4.18b), mas não sabemos em que instante de tempo este comportamento começa a ser diferenciado ou onde termina.

Observamos, pelo espectrograma (análise por wavelet), quais períodos existentes no sinal, correspondem aos intervalos de tempo. Nesse caso, notamos, no intervalo entre  $\log_2[T] - 3,0$  e  $\log_2[T] - 4,0$ , um princípio da formação da modulação



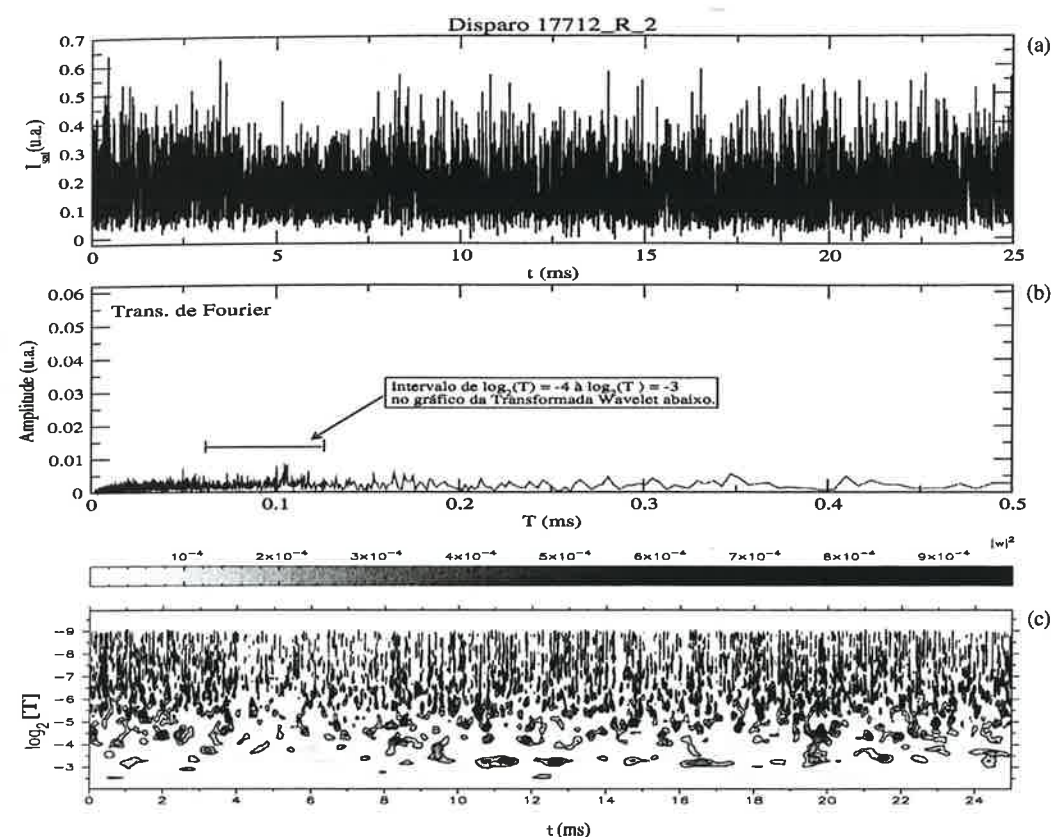


**Figura 4.18:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17712), no intervalo de tempo  $R_1$ , entre 45ms e 70ms (eletrodo desligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da tensão de enlace (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) está destacado o intervalo entre  $T = 0,0625$  e  $T = 0,125$ , correspondente ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$  de (c).

na frequência de 10kHz (faixa escura). Esta faixa de período corresponde, aproximadamente, ao período  $T = 0,1ms$  (frequência de  $f = 10kHz$ ), da análise por transformada de Fourier. Tal frequência corresponde à frequência das oscilações de Mirnov e detectadas na borda da coluna do plasma, pelas bobinas de Mirnov (já comentado).

#### 4.5 Escolha do Parâmetro $\omega_0$

Vimos que o método de análise pela transformada wavelet baseia-se numa função wavelet (Morlet) que muda seu tamanho e posição (dilatação e deslocamento), conforme descrito no capítulo 2. A vantagem desta análise está no fato da resolução no



**Figura 4.19:** (a) Corrente de saturação iônica, (disparo 17712), no intervalo de tempo  $R_2$ , entre 75ms e 100ms (eletrodo ligado). (b) Amplitude da transformada de Fourier de (a). (c) Espectrograma da tensão de enlace (a) usando a transformada wavelet, com  $\omega_0 = 12$ . Em (b) está destacado o intervalo entre  $T = 0,0625$  e  $T = 0,125$ , correspondente ao intervalo entre  $\log_2[T] = -4$  e  $\log_2[T] = -3$  de (c).

tempo variar com a frequência. Para um parâmetro de escala pequeno o suporte da wavelet é estreito, portanto neste caso a transformada wavelet tem boa resolução no tempo mas pobre resolução em frequência. Para um parâmetro de escala grande temos alta resolução em frequência e pobre resolução no tempo.

Dependendo do escolha do parâmetros, temos melhor resolução no tempo e pior na frequência e vice-versa. Para concluir este capítulo sobre a análise espectral com transformada wavelet de Morlet, vamos mostrar a importância da escolha do parâmetro  $\omega_0$ , da Eq.2.5, para a análise de séries turbulentas. Escolhemos três parâmetros  $\omega_0$ , para ressaltarmos a influência dessa escolha no espectrograma quanto à sua mudança e sua análise. Escolhemos a corrente de saturação iônica (ver Fig.4.8), no intervalo  $R_2$  (eletrodo ligado), do disparo 17713.

A aplicação da Eq.2.5 (transformada wavelet) neste intervalo, é verificada, mu-

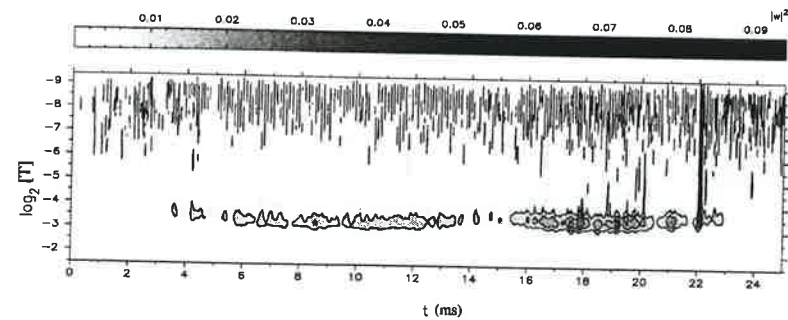


Figura 4.20: Espectrograma da corrente de saturação, do disparo 17713, na região  $R_2$  (eletrodo ligado), usando a transformada wavelet para o parâmetro  $\omega_0 = 4$ .

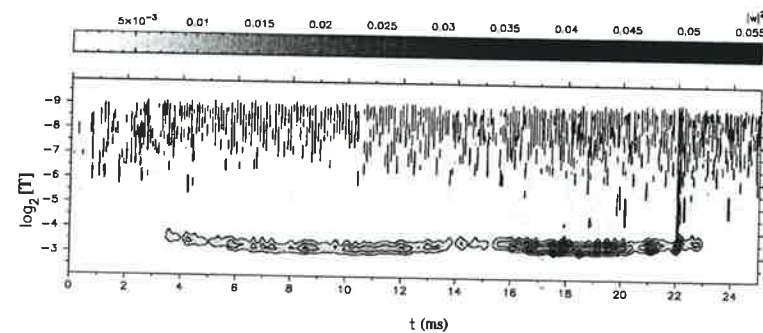


Figura 4.21: Espectrograma da corrente de saturação, do disparo 17713, na região  $R_2$  (eletrodo ligado), usando a transformada wavelet para o parâmetro  $\omega_0 = 6$ .

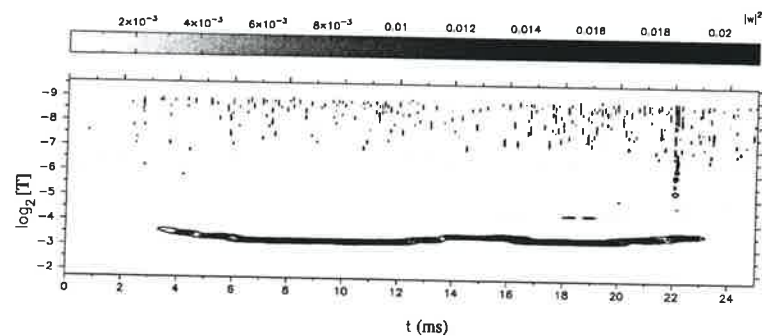


Figura 4.22: Espectrograma da corrente de saturação, do disparo 17713, na região  $R_2$  (eletrodo ligado), usando a transformada wavelet para o parâmetro  $\omega_0 = 24$ .

dando o parâmetro  $\omega_0$ . Na Fig.4.20 o espectrograma é mostrado para o parâmetro  $\omega_0 = 4$ . Notamos como existe uma melhor precisão no tempo, mas uma precisão



ruim no espaço do período. A Fig.4.22 já mostra uma melhor precisão no período e uma precisão ruim no tempo.

Mostramos como a escolha do parâmetro  $\omega_0$  muda o aspecto do espectrograma podendo melhorar a precisão no espaço do tempo e piorar no espaço da frequência ou vice-versa.

## 4.6 Conclusão

Neste capítulo apresentamos a análise espectral de flutuações do plasma no tokamak TCABR. Vemos que os programas desenvolvidos, para essa análise, estão funcionando satisfatoriamente e que foi possível investigar as características espectrais da turbulência na borda do plasma confinado magneticamente.

Com o intuito de observar mudanças nas flutuações do TCABR, analisamos essas flutuações em dois intervalos de tempo da corrente de saturação iônica: um com o eletrodo desligado e o outro com o eletrodo ligado. A análise por wavelet mostrou-se adequada para descrever essas mudanças. De fato, nas descargas em que a turbulência é modelada pelas oscilações magnéticas, após o acionamento do eletrodo, é possível verificar, nos espectrogramas apresentados, o instante de início dessa modulação. No tokamak TCABR, esse tipo de modulação foi relatado em [Heller et al., 2005] [Nascimento et al., 2005].

Também foi mostrada a importância não só da escolha da função wavelet Morlet, para a análise das séries temporais do TCABR, como também a escolha do parâmetro  $\omega_0$ .



## Capítulo 5

# Estatística das Flutuações na Turbulência do TCABR

### 5.1 Introdução

Na análise desenvolvida no capítulo 4 estudamos as flutuações elétricas intermitentes na borda do plasma confinado magneticamente no tokamak TCABR. Uma simples inspeção dessas flutuações revela que elas são constituídas de um fundo irregular (background) e de uma série intermitente de bursts. Neste capítulo apresentamos propriedades estatísticas dessas flutuações intermitentes.

Inicialmente, consideramos os bursts intermitentes observados nas flutuações elétricas analisadas. A origem desses bursts ainda é controversa. Eles podem ser associados a eventos raros que ocorrem na borda do plasma [Altmann, 2004] ou considerados oriundos do interior do plasma [Antar et al., 2003]. Em ambos os casos estariam associados a estruturas que se propagam na borda do plasma e que são detectados por sondas eletrostáticas [Heller et al., 1997].

Neste capítulo utilizamos o nosso método de filtragem para identificar os bursts em séries turbulentas. Esse método de filtragem é uma aplicação da análise por wavelet [Torrence e Compo, 1998] e, nesse sentido, este capítulo é uma extensão da análise do capítulo anterior. Com o uso desse identificador obtivemos as distribuições dos intervalos de tempo entre bursts sucessivos e verificamos a concordância do resultado obtido com o de [Antar et al., 2003].

Tendo em vista que parte importante do transporte anômalo de partículas que

ocorre na borda do plasma é causado pela propagação das estruturas associadas aos bursts [Heller et al., 1997][Ferreira, 1999], a determinação dessa estatística pode contribuir para a elucidação da origem dos bursts e, conseqüentemente, para o seu controle [Antar et al., 2001].

Neste capítulo apresentamos também as distribuições das densidades de probabilidade (PDF) das flutuações elétricas analisadas no capítulo 4, sem separar os bursts das flutuações de fundo (backgrounds). Essas distribuições têm sido objeto de interesse nas experiências sobre a turbulência em tokamaks e as suas características podem indicar propriedades dinâmicas na borda do plasma [Antar et al., 2003].

## 5.2 Identificação e Contagem dos Bursts.

Para realizar as análises apresentadas nesse capítulo, desenvolvemos um algoritmo em Fortran, para identificar os bursts da flutuação da corrente de saturação iônica pelo método de filtragem através de duas etapas (capítulo 3): a primeira etapa do procedimento de filtragem consiste basicamente no uso do cálculo da variância média [Torrence e Compo, 1998], já comentado e aplicado no capítulo 3. Nessa etapa construímos a série temporal da variância média para uma faixa de frequência considerada. A segunda etapa do procedimento de filtragem, para a seleção de bursts, utiliza uma *linha de seleção de bursts* com a qual selecionamos e identificamos como bursts todos os picos cujas amplitudes ultrapassem a amplitude desse discriminador. Os sinais foram tomados em experiências no laboratório do tokamak TCABR [Nascimento et al., 2005].

### 5.2.1 Disparo 17713

Inicialmente apresentamos na Fig.5.1, a evolução de alguns sinais dos parâmetros que caracterizam as condições do plasma no TCABR. Nessa figura são mostrados parâmetros como a corrente de plasma ( $I_p$ ) (Fig.5.1a), indicando o intervalo de tempo escolhido para a análise (linhas tracejadas). A flutuação da corrente de saturação nos dois intervalos,  $R_1$  e  $R_2$ , ocorre com o eletrodo desligado e ligado, respectivamente. Na Fig.5.1b temos a evolução da densidade do plasma. Em (c) a evolução temporal da flutuação da corrente de saturação com a ampliação dos intervalos correspondentes ao eletrodo desligado (d) e ao eletrodo ligado (e). A série temporal da flutuação da corrente de saturação (Fig.5.1c) apresenta um aumento na sua amplitude no intervalo correspondente ao eletrodo ligado. Iremos

## Identificação e Contagem dos Bursts.

analisar, através de alguns métodos estatísticos, esse aumento da amplitude e a correspondente variação do número de bursts em relação ao intervalo sem a atuação do eletrodo.

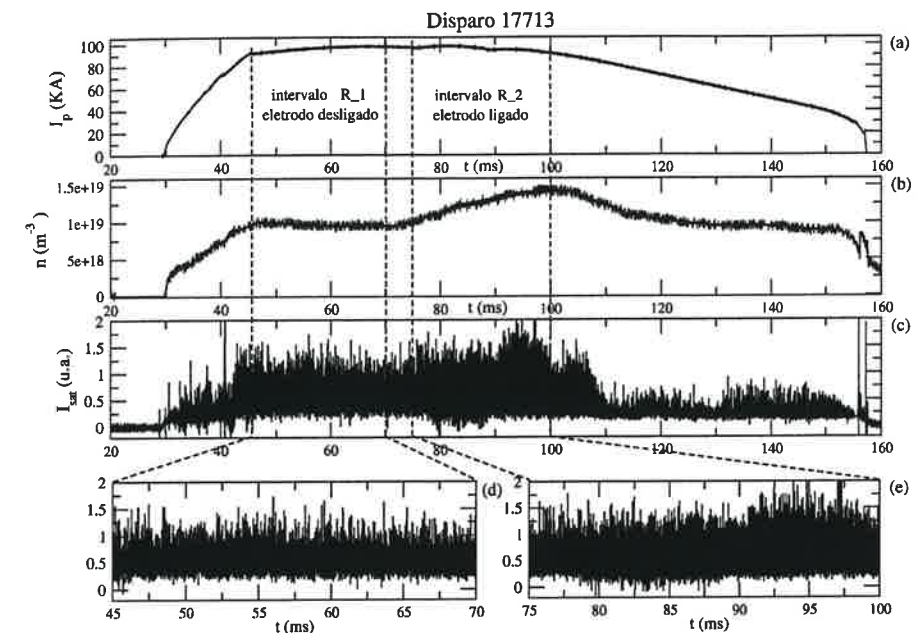


Figura 5.1: (a) Evolução da corrente de plasma (disparo 17713). Os intervalos indicados pelas linhas tracejadas,  $R_1$  e  $R_2$ , foram analisados. (b) Densidade do plasma. (c) Flutuação da corrente de saturação iônica. (d) Ampliação, no intervalo  $R_1$ , da flutuação da corrente de saturação iônica (eletrodo desligado). (e) Ampliação da região  $R_2$  da flutuação da corrente de saturação (eletrodo ligado).

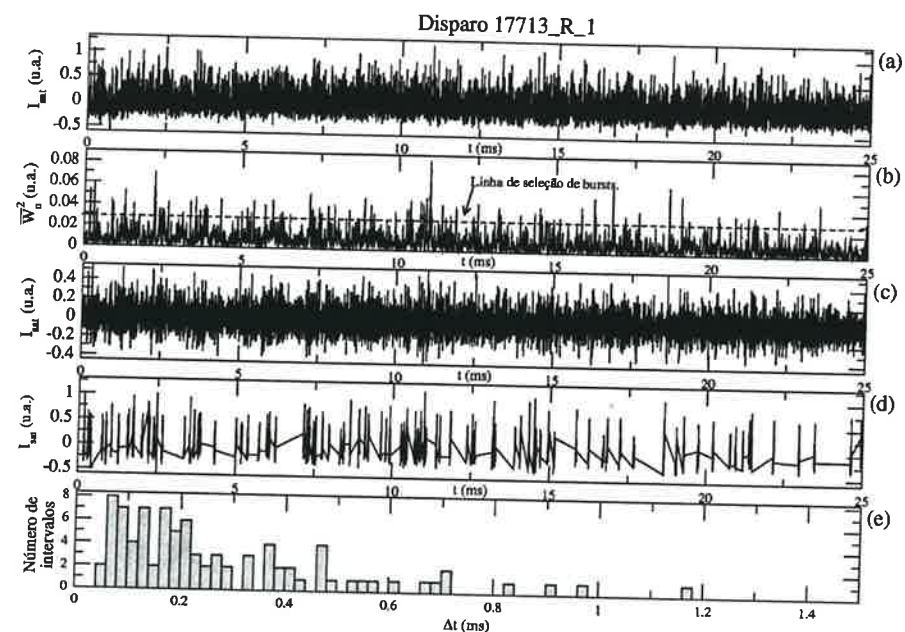
Para examinar as flutuações no *espectro de potência wavelet de uma banda de frequência*, definimos, no capítulo 3, através da Eq.3.2, a *média na escala s do espectro de potência wavelet*, que pode ser interpretada como sendo uma série temporal da *variância média* numa certa banda de frequência [Torrence e Compo, 1998].

Na Fig.5.2a mostramos uma ampliação da flutuação da Fig.5.1d, onde indicamos o intervalo de tempo em relação ao início da região selecionada (por isso a escala de tempo indica valores entre 0ms e 25ms).

A série temporal da *variância média* (ver Eq.3.2), para uma faixa de frequência alta (correspondente a faixa de período entre  $T = 0,002ms$  e  $T = 0,004ms$ , no gráfico da transformada de Fourier da Fig.4.7b) é mostrada na Fig.5.2b. A essa faixa de frequência escolhida, para a construção da variância média, corresponde



um intervalo de período entre  $\log_2[T] = -8$  e  $\log_2[T] = -9$  (Fig.4.7c). Com essa faixa de frequência alta, obtemos uma série temporal com eventos temporais curtos (*picos finos*). Escolhemos essa faixa em frequência alta, pois consideramos que bursts ocorrem em intervalos de tempo muito curtos e conseqüentemente em frequências altas. Assim, quando construímos tal série temporal (variância média) somente com frequências altas, selecionamos *picos finos*, melhorando a identificação de possíveis bursts.

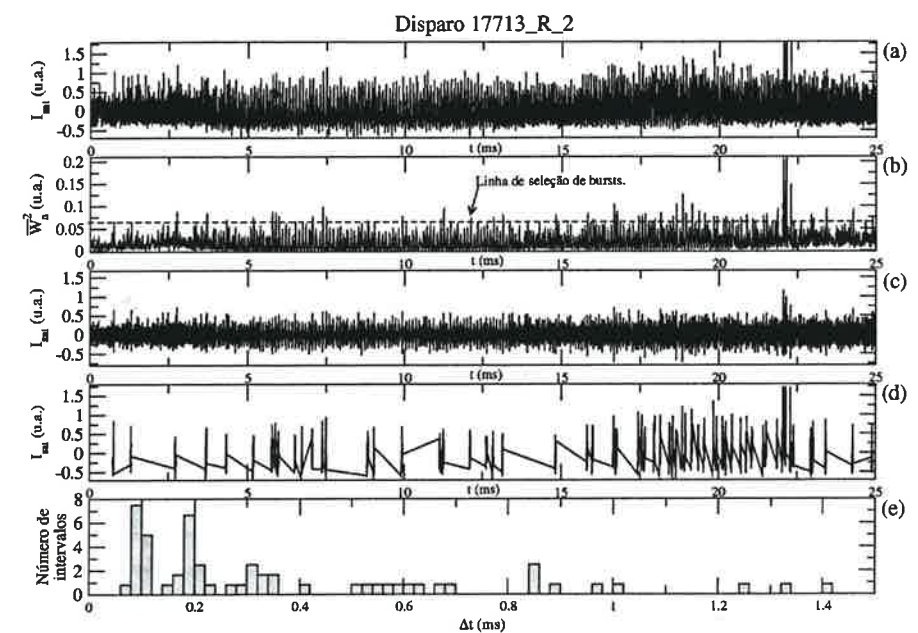


**Figura 5.2:** (a) Evolução da flutuação da corrente de saturação iônica (disparo 17713), no intervalo sem eletrodo. (b) Série temporal da variância média mostrando a linha de seleção de bursts. (c) Reconstrução da flutuação da corrente de saturação na banda de frequência escolhida. (d) Bursts selecionados do sinal (a). (e) Histograma do intervalo de ocorrência entre bursts sucessivos.

A segunda etapa do processo de filtragem corresponde à escolha da *linha de seleção dos bursts*, mostrada na Fig.5.2b (linha tracejada). Nessa etapa os bursts são selecionados através do critério da amplitude que, nesse trabalho, foi escolhida como sendo três vezes e meia o desvio padrão da série da variância média. Assim, picos cujas amplitudes ultrapassam a amplitude da linha de corte (amplitude do discriminador) são considerados bursts e picos cujas amplitudes estão localizados abaixo da amplitude da linha de corte são considerados como background. O pro-

cesso de filtragem pela escolha da amplitude do discriminador garante que bursts, por serem também selecionado pela escolha da faixa de frequência (primeira etapa), têm um critério bem definido, neste trabalho, no que tange à sua definição.

Utilizando estas duas etapas no procedimento de filtragem, encontramos os resultados da análise, para o disparo 17713, onde mostramos a série temporal dos bursts selecionados na Fig.5.2d. Na Fig.5.2c mostramos a reconstrução da série temporal da flutuação da corrente de saturação iônica apenas para a faixa de frequência escolhida para a obtenção da variância média (entre os períodos  $T = 0,002ms$  e  $T = 0,004ms$ ).



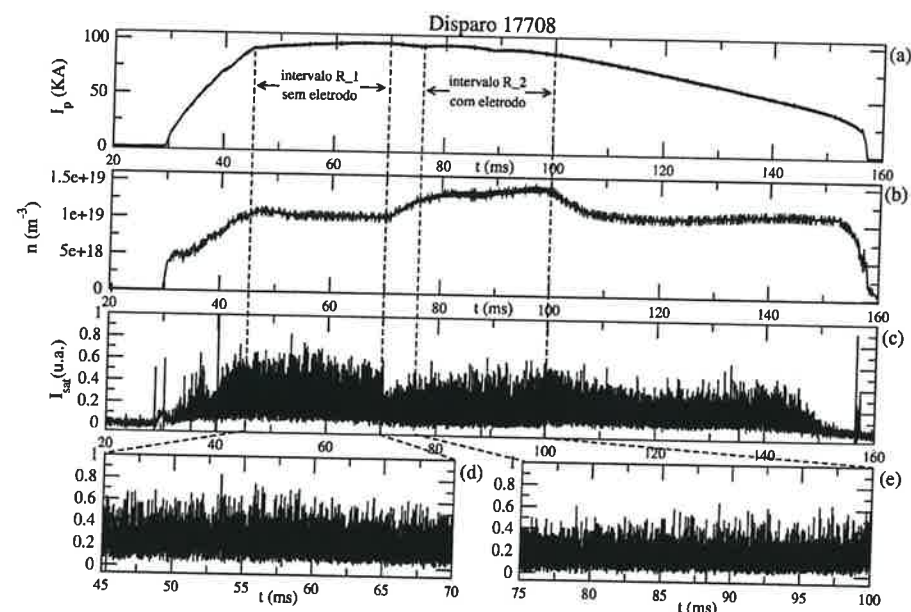
**Figura 5.3:** (a) Evolução da flutuação da corrente de saturação iônica (disparo 17713), no intervalo com eletrodo. (b) Série temporal da variância média mostrando a linha de seleção de bursts. (c) Reconstrução da flutuação da corrente de saturação na banda de frequência escolhida. (d) Bursts selecionados do sinal (a). (e) Histograma do intervalo de ocorrência entre bursts sucessivos.

No disparo 17713, utilizamos a análise por estatística, constituída pelas duas etapas no procedimento de filtragem. Para esse disparo é importante compararmos a análise estatística do intervalo com o eletrodo ligado, caso em que foi observada a modulação das oscilações após a ativação do eletrodo, com a do intervalo sem o eletrodo. Observamos que existe uma possível periodicidade associado à ocorrência

de bursts com intervalo entre bursts de aproximadamente 0,2ms.

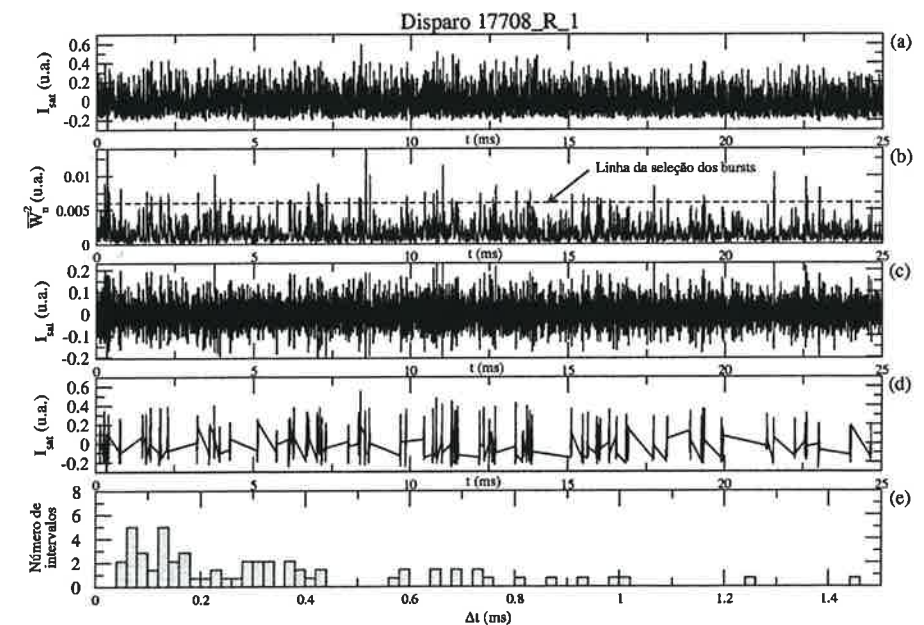
### 5.2.2 Disparo 17708

Na Fig.5.4, correspondente ao disparo 17708, mostramos a evolução de alguns sinais dos parâmetros que caracterizam as condições do plasma no TCABR, tais como a corrente de plasma ( $I_p$ ) mostrado na Fig.5.4a, indicando os intervalos de tempo,  $R_1$  e  $R_2$ , correspondentes aos intervalos com eletrodo desligado e ligado, respectivamente. Na Fig.5.4b temos a densidade do plasma ( $n$ ) e em (c) a evolução temporal da flutuação da corrente de saturação iônica com suas respectivas ampliações nos intervalos correspondentes ao eletrodo desligado (d) e ao eletrodo ligado (e). A série temporal da flutuação da corrente de saturação (ver Fig.5.4c) apresenta uma diminuição na sua amplitude no intervalo com o eletrodo ligado. Iremos analisar essa diminuição e a correspondente variação do número de bursts em relação ao do intervalo sem a atuação do eletrodo.



**Figura 5.4:** (a) Corrente de plasma (disparo 17708). Os intervalos indicados,  $R_1$  e  $R_2$ , foram analisados. (b) Densidade do plasma. (c) Corrente de saturação iônica. (d) Ampliação da corrente de saturação iônica para a região  $R_1$  (eletrodo desligado). (e) Ampliação da corrente de saturação para a região  $R_2$  (eletrodo ligado).

Utilizamos, para o disparo 17708, o mesmo método de análise visto e aplicado para o disparo 17713. Nesse disparo, em que não foi observada a modulação das oscilações após a ativação do eletrodo, é importante compararmos a análise estatística do intervalo com e sem o eletrodo ligado, com o caso do disparo 17713, caso em que se observou a modulação no intervalo com eletrodo. Na Fig.5.5a temos a ampliação da flutuação da corrente de saturação iônica. A série temporal da *variância média*, para a faixa de frequência alta é mostrada na Fig.5.5b. A essa faixa de frequência escolhida corresponde o mesmo intervalo de período escolhido para o disparo 17713 (Fig.4.15), logo obtemos, com esta faixa de frequência alta, uma construção da série temporal da variância média, somente por frequências altas (*picos finos*).

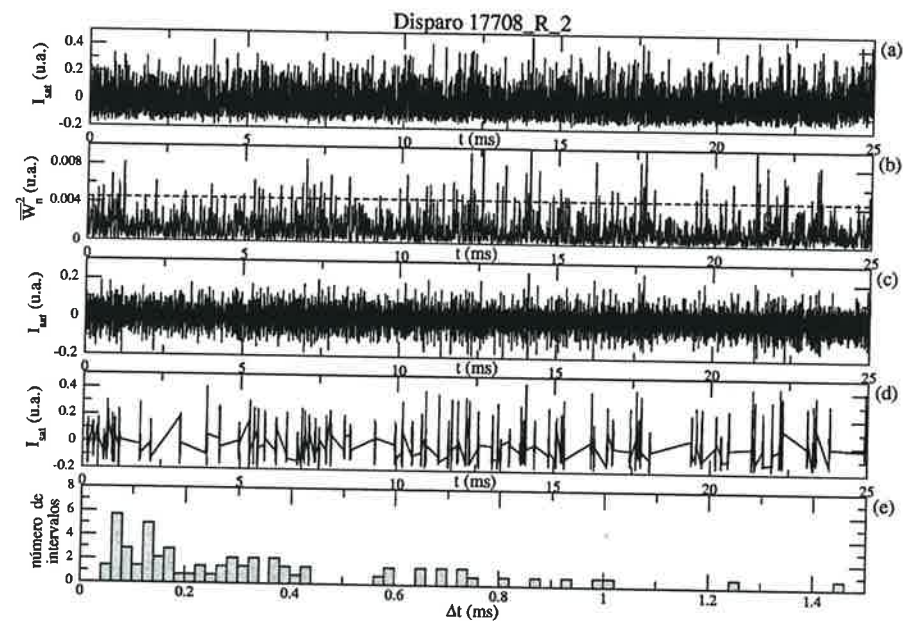


**Figura 5.5:** (a) Evolução da flutuação da corrente de saturação iônica (disparo 17708), do intervalo sem eletrodo. (b) Série temporal da variância média mostrando a linha de seleção de bursts. (c) Reconstrução da flutuação da corrente de saturação na banda de frequência escolhida. (d) Bursts selecionados do sinal (a). (e) Histograma do intervalo de ocorrência entre bursts sucessivos.

A segunda etapa do procedimento de filtragem, dada pela escolha de uma *linha de seleção dos bursts*, linha tracejada, é mostrada na Fig.5.5b. Esse processo seleciona os bursts através do critério da amplitude, como já comentado e utilizado anteriormente.



Utilizando esses dois métodos na filtragem do sinal da corrente de saturação, encontramos os resultados da análise, para o disparo 17708, onde mostramos a série temporal dos bursts selecionados na Fig.5.5d. Na Fig.5.5c, mostramos a série temporal da flutuação da corrente de saturação iônica reconstruída a partir da faixa de frequência utilizada para construir a variância média.



**Figura 5.6:** a) Flutuação da corrente de saturação iônica (disparo 17708), do intervalo com eletrodo. A série temporal tem amplitude média igual a zero. (b) Série temporal da variância média mostrando a linha de seleção de bursts. (c) Reconstrução da flutuação da corrente de saturação na banda de frequência escolhida. (d) Bursts selecionados do sinal (a). (e) Histograma do intervalo de ocorrência entre bursts.

### 5.3 Tempo entre bursts consecutivos

Uma vez selecionados os máximos (picos) caracterizados como bursts, podemos determinar o intervalo do tempo de espera entre dois bursts consecutivos,  $\Delta t$ , através da série temporal dos bursts. Mostramos os resultados desses cálculos, para os disparos 17713 e 17708, no intervalo de tempo onde o eletrodo não está ligado, nas Figs.5.2e e 5.5e. Para tais sinais, os histogramas apresentam algumas propriedades similares às mostradas no artigo [Antar et al., 2003]. Tais histogramas estão concentrados em torno de 0,2ms para o tokamak TCABR (o que mostra uma coerência com os apresentados no artigo [Antar et al., 2003]). Observamos, em

todos os histogramas analisados, que existe uma queda acentuada de eventos na direção do aumento do intervalo de tempo entre dois bursts consecutivos. As séries temporais da flutuação da corrente de saturação iônica são vistas nas Figs.5.2a e 5.5a, para a região onde o potencial do eletrodo está desligado. Essa região apresenta um comportamento típico de intervalo de tempo entre bursts coerente com [Antar et al., 2003]. Na região do eletrodo ligado, para o disparo 17713 (Fig.5.3), observamos uma dispersão maior do intervalo entre bursts e uma distribuição diferenciada das distribuições apresentadas para a região sem o eletrodo ou mesmo com eletrodo, mas sem modulação, onde comentaremos esta diferença na próxima seção.

### 5.4 Discriminação de Bursts

Nessa seção discutiremos a discriminação adotada para a seleção dos bursts dos sinais do tokamak TCABR. A seleção por amplitude foi aplicada na série temporal da variância média construída a partir de uma banda de frequência do espectrograma, como mostrado no capítulo 3.

Na Fig.5.7 temos, à esquerda, as séries temporais de bursts selecionados pela amplitude da *linha de corte* (usualmente denominada *discriminador*) e à direita os respectivos histogramas do intervalo de tempo entre bursts sucessivos. Nessa mesma figura temos, de cima para baixo, valores crescentes da amplitude do discriminador, desde uma vez e meia o desvio padrão da série temporal da variância média, até quatro vezes e meia o desvio padrão. Quando escolhemos, para seleção, uma amplitude baixa do discriminador, mais eventos são classificados como bursts e, como observamos no histograma, um número maior de ocorrências de intervalos de tempo curtos. No caso de uma amplitude do discriminador baixa, possivelmente partes do background são consideradas bursts. Na medida em que aumentamos a amplitude desse discriminador, selecionamos uma quantidade menor de picos, tendo, assim, uma distinção melhor entre os possíveis bursts da série e o background.

Os histogramas da Fig.5.7 mostram que, conforme aumentamos a amplitude do discriminador há um aumento na dispersão dos intervalos de tempo entre bursts e, assim, há uma diminuição no acúmulo de ocorrências de intervalos de tempo curtos, que se deve ao menor número de bursts selecionados.

Observamos também que o pico em torno do qual há um maior número de ocorrências desloca-se ligeiramente para a direita com o aumento da amplitude do discriminador, não ultrapassando, porém, o valor de aproximadamente 0,2 ms. Valores similares são encontrados para séries de diversas outras máquinas de confina-



mento magnético de plasma [Antar et al., 2003].

Com a idéia da escolha de uma amplitude do discriminador, para o critério de seleção, onde separamos os bursts e o background, decidimos verificar qual a relação entre o número de bursts selecionados e a amplitude da linha de corte (ou do discriminador). Observamos que o número de bursts selecionados como função da amplitude do discriminador é descrito por uma relação exponencial, como mostrado na Fig.5.8. Esse resultado indica que tomando valores cada vez mais altos para a amplitude do discriminador, atingiremos um número mínimo de bursts, ocorrendo dispersão máxima dos intervalos de tempo (ver histograma da Fig.5.7). Por outro lado, se tomarmos amplitudes cada vez menores, selecionaremos não só todos os burts como a série temporal inteira (incluindo o background). Assim, nossa escolha para a amplitude do discriminador (de três vezes e meia o desvio padrão) foi tomada procurando-se evitar tais situações extremas descritas acima.

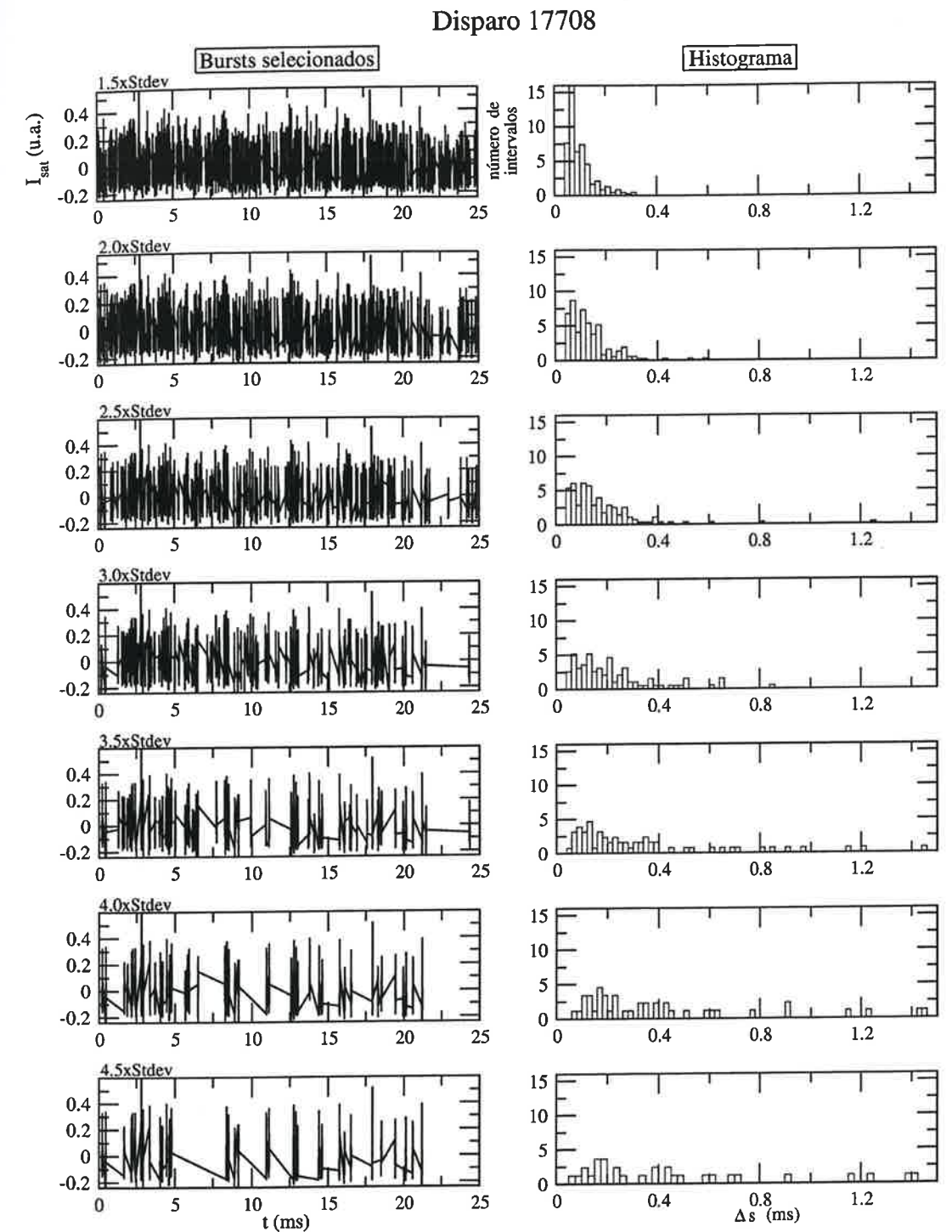


Figura 5.7: À esquerda temos os bursts selecionados para diferentes amplitudes das linhas de seleção. À direita os respectivos histogramas dos intervalos de tempo de ocorrência de bursts sucessivos.

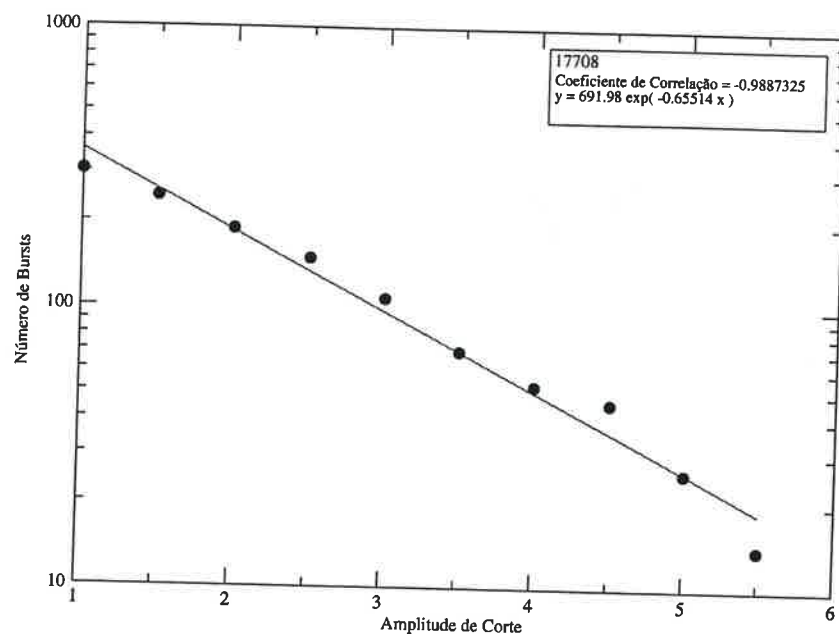


Figura 5.8: Número de bursts selecionados em função da amplitude de corte referente à Fig.5.7

## 5.5 Função Densidade de Probabilidade

Uma técnica de análise muito empregada em sinais flutuantes é fazer a caracterização estatística da flutuação através da função densidade de probabilidade (PDF). Empregamos esta técnica de análise estatística para os disparos do tokamak TCABR e comparamos esses resultados com os obtidos em outras máquinas de confinamento magnético, apresentados no artigo [Antar et al., 2003]. Aqui as médias dos sinais das flutuações da corrente de saturação iônica foram transladadas para zero para facilitar a visualização gráfica das PDFs.

Esta seção é dedicada a análise da flutuação da corrente de saturação iônica, nos intervalos com e sem o eletrodo, dos disparos 17713 e 17708 do tokamak TCABR. A escolha desses disparos é devido ao aparecimento da modulação de Mirnov (frequência próxima a 10kHz), pela atuação do eletrodo, em um dos disparos. Com tal surgimento da modulação, podemos comparar esses comportamentos diferenciados através da análise da PDF dos dois sinais.

A PDF é tomada em todo o sinal (intervalos selecionados), sem isolarmos os

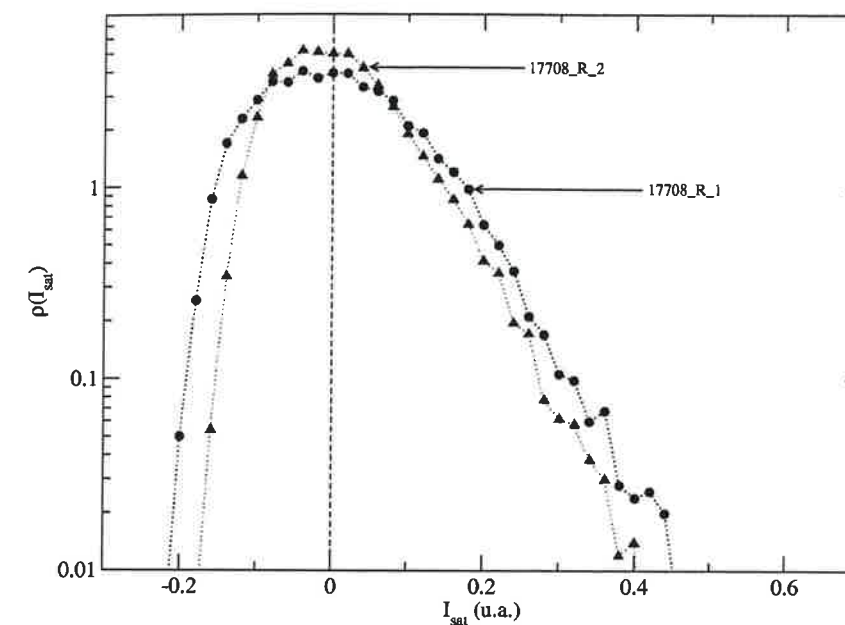


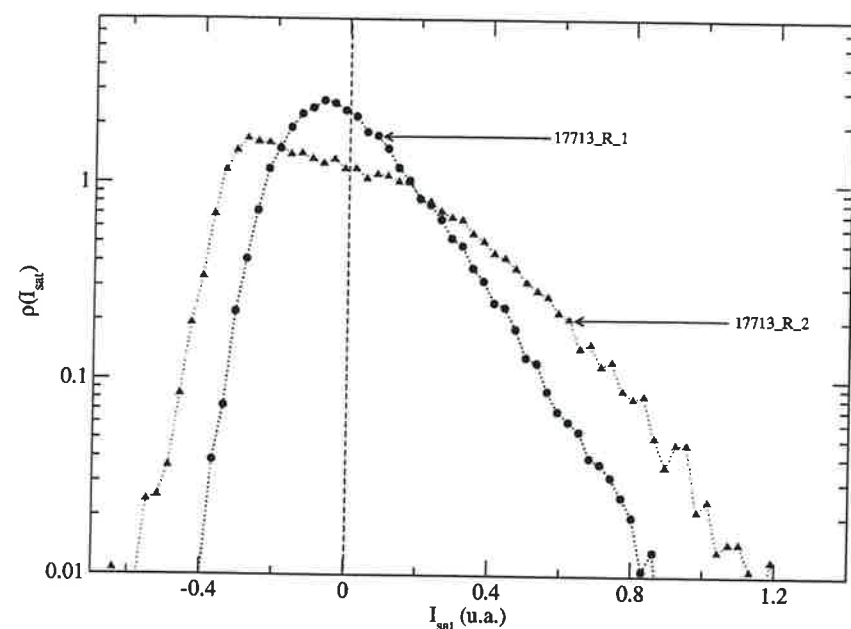
Figura 5.9: Funções densidade de probabilidade das flutuações da corrente de saturação, nos intervalos  $R_1$  (circunferências) e  $R_2$  (triângulos), sem e com o eletrodo ligado respectivamente, referentes às Figs.5.4d e 5.4e. A linha tracejada indica a amplitude média das séries (média transladada para zero).

bursts do background. Nesse caso observamos que a PDF tem a mesma característica universal comumente apresentada em outros dispositivos de confinamento magnético [Antar et al., 2003]. Aparentemente, o lado esquerdo da PDF é bem representada (ajustada) por uma gaussiana, enquanto no lado direito notamos maior frequência de ocorrência de eventos do que a prevista pela gaussiana conforme se pode notar através da Fig.5.11. O fato dos bursts serem representados por picos altos (explosões), contribui para que esta região (lado direito) da função densidade de probabilidade tenha maior frequência de ocorrências que a prevista pela gaussiana.

Uma aproximação para a curva da PDF da flutuação da corrente de saturação,

quando analisamos disparos de tokamak, é dada por Antar [Antar et al., 2003]. Tal função densidade de probabilidade tem algumas características universais. Em escala mono-log, a parte da PDF que reflete flutuações de densidade negativas decaem quadraticamente com o aumento da intensidade, indicando que as PDFs estão muito próximas de uma distribuição gaussiana. Por outro lado, parte das PDFs que reflete as flutuações de densidade positivas são altamente não-gaussianas.





**Figura 5.10:** Funções densidade de probabilidade da flutuação da corrente de saturação, nos intervalos  $R_1$  (circunferências) e  $R_2$  (triângulos) sem e com o eletrodo ligado respectivamente, referentes às Figs. 5.1d e 5.1e. A linha tracejada indica a amplitude média das séries.

Essa cauda, em escala mono-log, decai linearmente, refletindo uma lei exponencial [Antar et al., 2003] [Sattin et al., 2004].

Na Fig. 5.9 (disparo 17708) são mostradas as funções densidade de probabilidade para o intervalo com o eletrodo desligado  $R_1$  (circunferência) e o intervalo com o eletrodo ligado  $R_2$  (triângulos). O desvio padrão para o intervalo  $R_1$  é  $\sigma_1 = 0,10$  e para o intervalo  $R_2$  é  $\sigma_2 = 0,08$ , a média para os dois intervalos é zero (linha pontilhada).

Observamos nesta figura que, aparentemente, o lado esquerdo da PDF pode ser ajustada a uma gaussiana, enquanto o lado direito a uma queda aproximadamente exponencial (para maior esclarecimento ver Fig. 5.11a e b). Essa queda exponencial possivelmente representa a amplitude de bursts da série temporal (disparo), enquanto a parte que se ajusta a uma gaussiana representa o background (ruído de fundo). Esse disparo aparentemente não apresenta uma mudança do comportamento típico de máquinas de confinamento magnético, quando analisado através da função densidade de probabilidade, se comparamos os dois intervalos, com e sem o eletrodo, aos mostrados no artigo [Antar et al., 2003]. O intervalo com a atuação do eletrodo mostrou uma das PDFs mais acentuada em torno da média (zero) do sinal. Tanto o intervalo com a atuação do eletrodo, como o intervalo sem o eletrodo, apresentaram

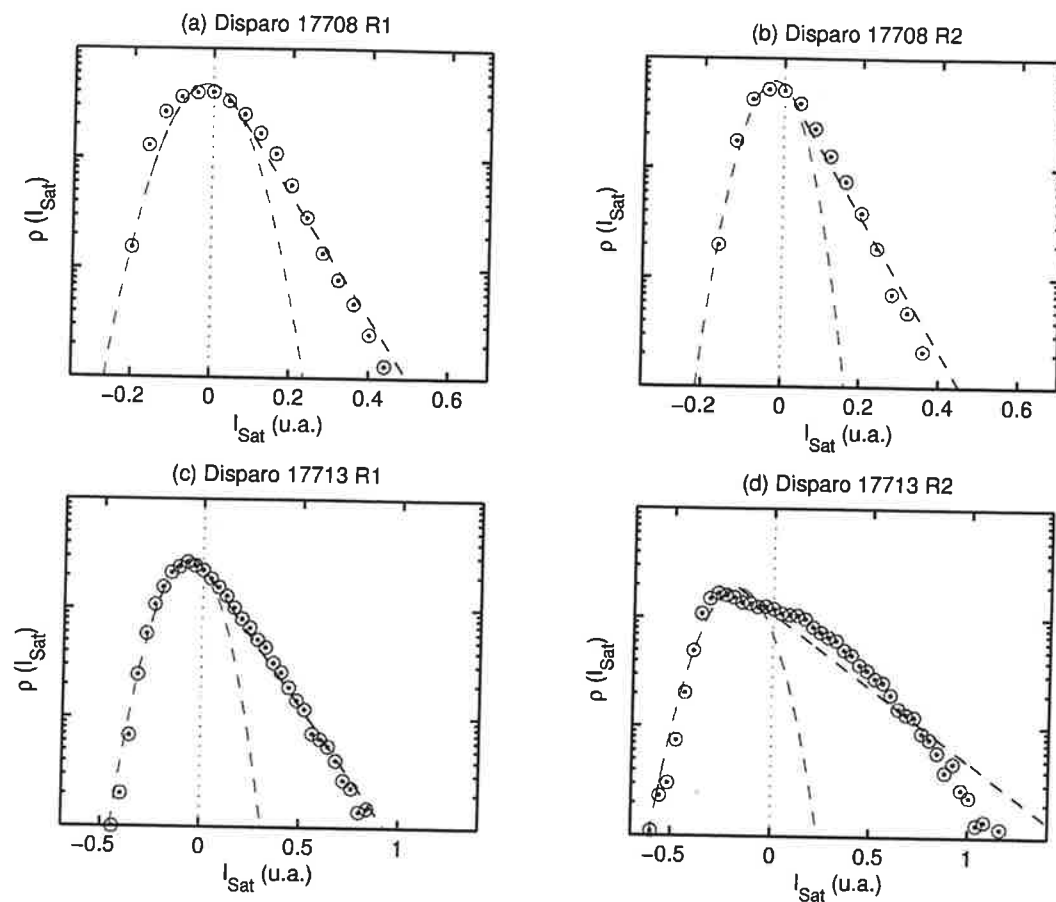
curvas com características semelhantes entre si com as apresentadas por Antar e colaboradores [Antar et al., 2001], isto é, uma gaussiana do lado esquerdo da PDF com uma exponencial do lado direito.

Na Fig. 5.10 (disparo 17713) são mostradas as funções densidade de probabilidade para o intervalo sem o eletrodo  $R_1$  (circunferência) e o intervalo com o eletrodo ligado  $R_2$  (triângulos). Na região onde o eletrodo não atua, observamos que do lado esquerdo a função densidade de probabilidade pode ser ajustada a uma gaussiana, enquanto no lado direito vimos que existe um decaimento exponencial, como podemos ver na Fig. 5.11c.

A função densidade de probabilidade para o disparo 17713, no intervalo com o eletrodo ligado, mostra um comportamento fortemente distorcido, se compararmos com a função densidade de probabilidade para o intervalo sem o eletrodo ligado. Essa distorção da PDF do disparo 17713, para esse intervalo, pode ser interpretada como sendo a soma da flutuação turbulenta usual com as oscilações senoidais, provocadas pelo potencial do eletrodo na borda do plasma, resultando em uma PDF que corresponde a convolução da PDF típica da flutuação da corrente de saturação iônica do plasma (gaussiana com a cauda exponencial) com a PDF de várias senóides (Fig. 5.11d.)

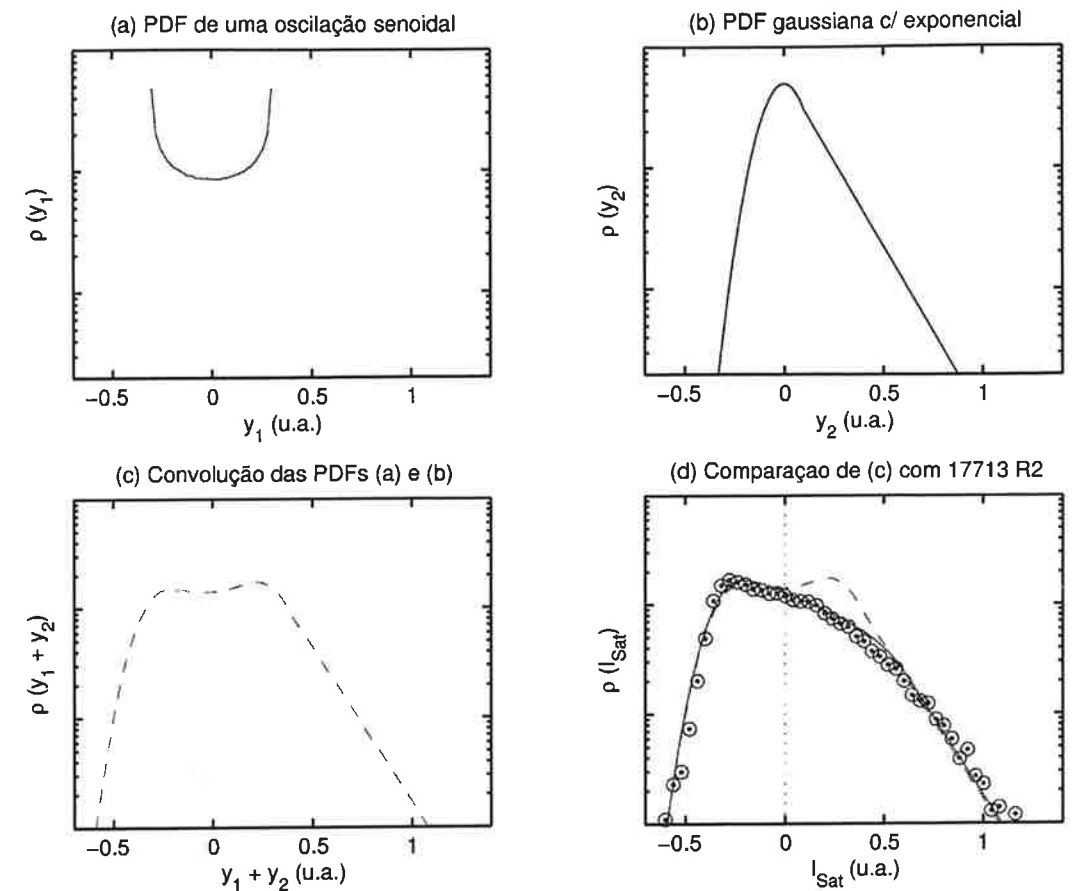
Para demonstrar tal interpretação, convolucionamos numericamente a PDF de uma única senóide, mostrado na Fig. 5.12a, com a PDF típica de sinais de tokamaks (gaussiana com queda exponencial vista na Fig. 5.12b). Essa convolução é observada na Fig. 5.12c. Para podermos comparar a PDF do disparo 17713, no intervalo com eletrodo, com a convolução das PDFs (a) e (b), mostramos na Fig. 5.12d a PDF do disparo 17713, no intervalo com eletrodo (circunferência), com a PDF das convoluções de (a) e (b) (tracejado). Há uma evidência clara, notada por um

“caroço” (parte da linha tracejada que não se ajusta à PDF do disparo simbolizado por circunferências), de que a convolução das PDFs de (a) e (b), não se ajusta perfeitamente à PDF do disparo 17713 (circunferência). A PDF da Fig. 5.12c (tracejado)



**Figura 5.11:** Funções densidade de probabilidade das flutuações da corrente de saturação iônica: (a) para o disparo 17708, intervalo sem o eletrodo (circunferência). (b) para o disparo 17708, intervalo com eletrodo (circunferência). (c) para o disparo 17713, intervalo sem eletrodo (circunferência). (d) para o disparo 17713, intervalo com eletrodo (circunferência). À esquerda de cada PDF (linha tracejada) ajuste das gaussianas. À direita de cada PDF (linha tracejada) ajuste das exponenciais.

é o resultado da convolução de uma única senóide com a PDF típica de disparos de tokamaks (gaussiana do lado esquerdo da PDF com uma queda exponencial do lado direito). Usando a convolução de várias senóides (caso da modulação apresentada no disparo 17713 com eletrodo) com a PDF típica de disparos de tokamaks, o caroço (tracejado) visto na Fig. 5.12d, diminuiria até se ajustar perfeitamente à curva da PDF do disparo 17713, como ilustra a curva contínua da Fig. 5.12d. Podemos dizer que essa diminuição no lado direito da PDF do disparo, comparada com a PDF da convolução, é devido às várias amplitudes das senóides do sinal no intervalo onde a modulação se faz presente.



**Figura 5.12:** (a) Função densidade de probabilidade de uma senóide. (b) Função densidade de probabilidade de um sinal típico de tokamaks (gaussiana à esquerda com queda exponencial à direita). (c) Função densidade de probabilidade da convolução de (a) com (b). (d) Comparação entre a função densidade de probabilidade para o disparo 17713 no intervalo com eletrodo (circunferência), como a função densidade de probabilidade de (c), para uma senóide, (tracejada).

## 5.6 Conclusão

O critério de seleção adotado no capítulo 3 foi utilizado com sucesso para selecionar picos considerados como bursts. Com isso medimos os instantes de tempo entre esses bursts. O histograma desses eventos são semelhantes (mesmas razões dos números de bursts pelo número total de eventos, histogramas com eventos concentrados) aos encontrados na literatura [Antar et al., 2003].

Observamos que o número de eventos, classificados como bursts, decai linearmente (exponencialmente) com o aumento da amplitude do discriminador, o que indica a robustez do nosso critério de seleção.

Os resultados da função densidade de probabilidade dos disparos, também mostraram resultados semelhantes aos observados em outras máquinas de confinamento magnético [Antar et al., 2003], isto é, com o lado esquerdo da PDF ajustável a uma gaussiana e o lado direito um cauda exponencial em escala monolog. No caso dos disparos com modulação nas flutuações causada pelo eletrodo, foi possível interpretar a PDF como sendo a convolução da PDF de um sinal de várias senóides com a PDF típica de sinais de tokamaks (gaussiana com lei exponencial).

## Capítulo 6

### Conclusão

Nesta dissertação apresentamos algoritmos para a análise espectral, por Fourier e wavelet, de séries intermitentes e não estacionárias. Esses algoritmos se baseiam em propostas apresentadas em [Torrence e Compo, 1998]. Desenvolvemos, também, como uma aplicação da análise por wavelet, um método para selecionar os bursts do background de uma série temporal.

Os programas computacionais elaborados para implementar a análise espectral, foram aplicados às flutuações intermitentes obtidas integrando numericamente as equações de Lorenz [Lorenz, 1963]. Dessa forma, obtivemos a evolução do espectro das frequências dessas flutuações e selecionamos os seus bursts.

Similarmente, obtivemos a evolução dos espectros de frequência das flutuações elétricas turbulentas medidas no TCABR em uma experiência sobre regimes de confinamento do plasma [Nascimento et al., 2005]. Confirmamos que a análise por wavelet é adequada para observar a modulação da turbulência na borda do plasma do TCABR pelas oscilações magnéticas [Nascimento et al., 2005] [Heller et al., 1997]. Nos disparos em que ocorreu a modulação, somente observado no intervalo de tempo com a atuação do eletrodo, observamos que essas modulações possuem frequência de aproximadamente 10kHz (também denominadas de oscilações de Mirnov). Em geral, essas oscilações estão associadas à formação de *ilhas magnéticas*, em regiões de ressonância no plasma, afetando o confinamento magnético [Vannucci et al., 1989] [Olschewski, 2000] [Wesson et al., 1989]. Para as flutuações da corrente de saturação iônica do TCABR, selecionamos os bursts intermitentes presentes nas flutuações turbulentas e obtivemos as distribuições dos intervalos de tempo entre bursts sucessivos. Obtivemos, ainda, as distribuições das medidas da flutuação da turbulência



no TCABR. Com a modulação mencionada, a distribuição obtida pode ser reproduzida como a convolução entre as distribuições senoidais (associadas às flutuações magnéticas) e uma distribuição (associada às flutuações turbulentas) como a observada sem a modulação (como as observadas no plasma não perturbado).

Os resultados apresentados nesta dissertação comprovam que estamos em condição de determinar a evolução dos espectros de frequência de flutuações não estacionárias ou intermitentes. Assim sendo, pretendemos fazer novas aplicações dos programas que elaboramos no desenvolvimento deste trabalho para a análise apresentada, para analisar as flutuações turbulentas do plasma no tokamak TCABR e a sua evolução em algumas experiências já realizadas. Em particular estamos interessados em investigar o acoplamento das ilhas magnéticas, associadas às oscilações de Mirnov, e a turbulência elétrica na borda do TCABR. Também pretendemos aplicar a mesma análise espectral a outras experiências ou simulações de flutuações não estacionárias.

Como continuação do trabalho apresentado, pretendemos estender os algoritmos apresentados para desenvolver a análise espectral que considera o acoplamento quadrático entre os modos determinados pela análise linear, ou seja a bicoerência dos sinais analisados. [Heller et al., 1995] [Heller et al., 1997] [Ferreira et al., 2004] [Heller et al., 2005] [Ritz et al., 1989].

## Apêndice A

# Autocorrelação na Turbulência do Plasma no TCABR

### A.1 Introdução

No capítulo 4, onde propusemos uma análise espectral por transformada wavelet para a turbulência do plasma no TCABR, observamos, em algumas séries temporais, o surgimento de oscilações moduladas próximas a 10kHz após o acionamento do eletrodo.

Neste apêndice mostramos que os resultados obtidos por análise da transformada wavelet corroboram os resultados obtidos pela análise da autocorrelação das séries temporais dos disparos do TCABR analisadas.

### A.2 Autocorrelação

A autocorrelação  $A_x(\delta)$ , de uma flutuação  $\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}$ ,  $i = 1 \dots N$ , é definida como [Horacek et al., 2004]:

$$A_x(\delta) = \frac{1}{\gamma_x^2} \sum_{i=1}^{N-\delta} \frac{\tilde{x}_i \cdot \tilde{x}_{i+\delta}}{n} \quad (\text{A.1})$$

em que  $n = N - \delta$ ,  $\tilde{x}_i$  é o desvio padrão do sinal  $x_i$  e  $\gamma_x$  é um fator de normalização. A autocorrelação é um indicador da duração da memória temporal do sinal [Horacek et al., 2004]. Para uma série num regime turbulento, a autocorrelação

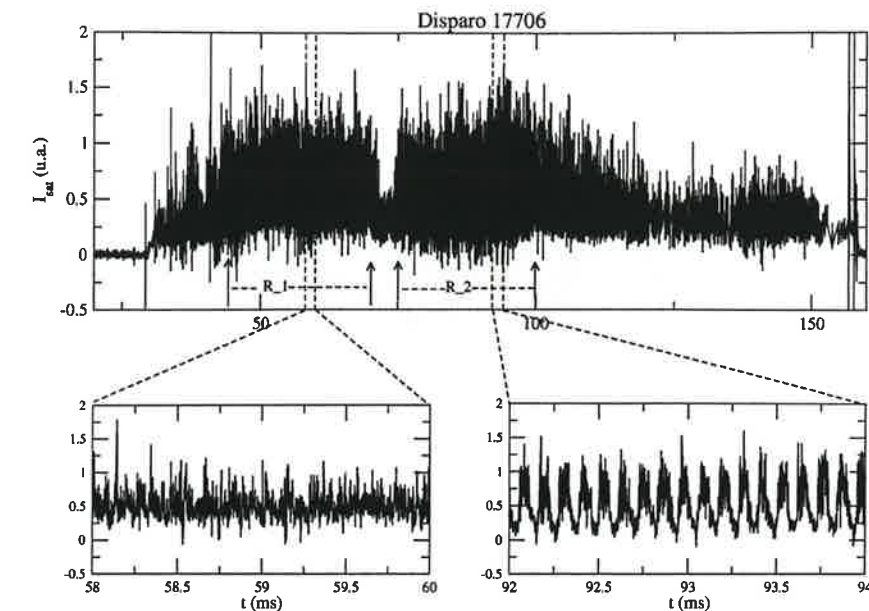
tende rapidamente a zero, enquanto num regime com oscilações periódicas ela perdura por longo tempo. Veremos a seguir as correlações em algumas séries temporais do TCABR já analisadas, por transformada wavelet, nos capítulos anteriores.

Os intervalos considerados para o cálculo da autocorrelação estão indicados no gráfico da corrente de plasma (Figs.A.2 e A.4 superiores). Tal cálculo será efetuado para as séries da flutuação da corrente de saturação iônica (Figs.A.1 e A.3).

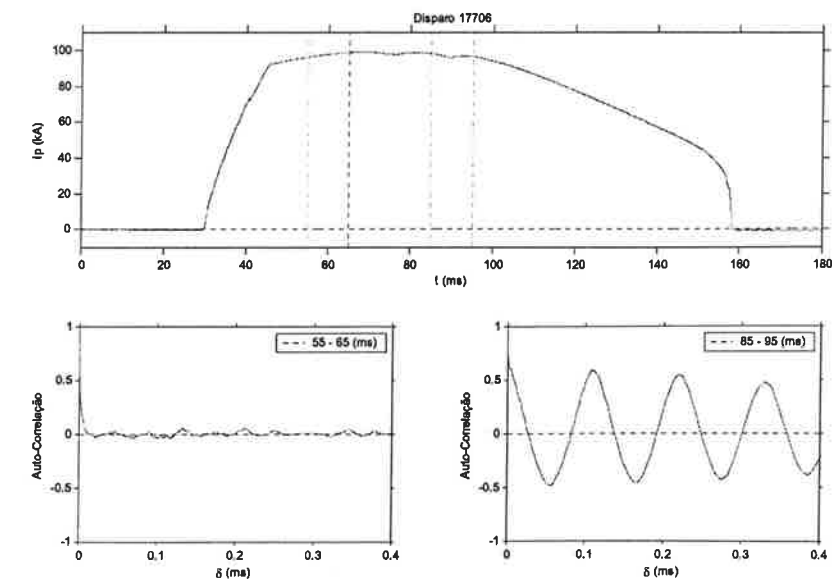
Nas Figs.A.2 e A.4 inferiores da esquerda (autocorrelação na região sem eletrodo) observamos uma queda brusca da autocorrelação para zero, indicando a perda rápida da memória da série, enquanto na região em que o eletrodo está ligado temos uma periodicidade da autocorrelação indicando que, apesar da turbulência, a série preserva memória em tempos longos, para a Fig.A.2 da direita.

A não modulação no primeiro intervalo de tempo sem eletrodo é melhor observada na Fig.A.1, inferior esquerda (ampliação de um intervalo de tempo de 2ms). Esses resultados, ausência de modulação no primeiro intervalo e modulação no segundo intervalo, estão confirmados nas Figs.A.2, inferior esquerda e Fig.A.2, inferior direita.

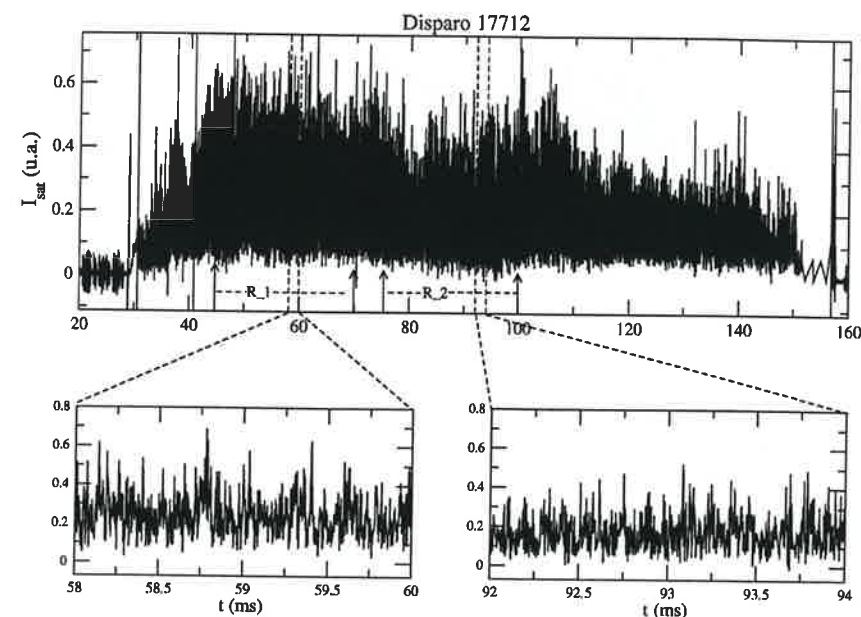
No disparo 17712 não há modulação da flutuação (no intervalo com eletrodo ligado), conforme visto na análise por transformada wavelet é confirmada na análise por autocorrelação.



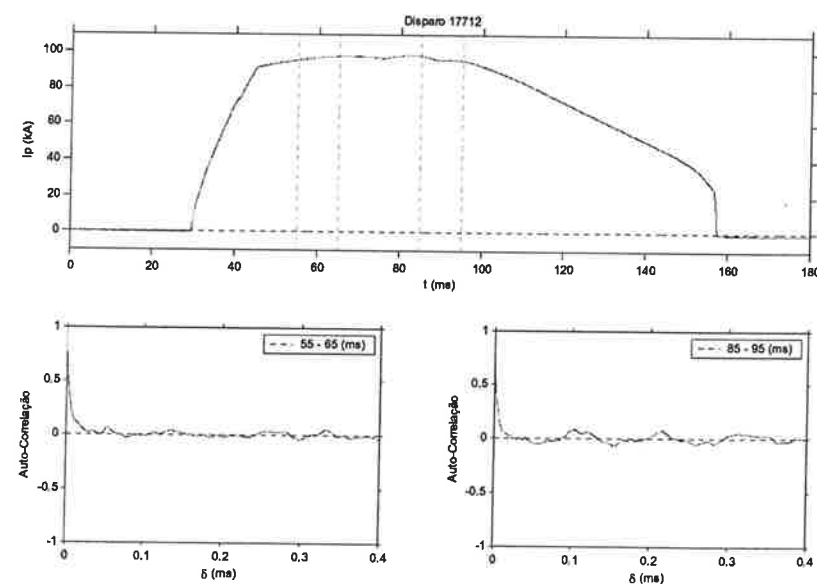
**Figura A.1:** Corrente de saturação iônica e dois intervalos ampliados em 2ms (gráficos inferiores). Na região onde o eletrodo está ligado existe um regime periódico moldando as demais frequências existentes na série.



**Figura A.2:** Autocorrelação de duas regiões da corrente de saturação iônica (gráficos inferiores), antes e durante o acionamento do eletrodo. O gráfico superior mostra a corrente de plasma para os dois intervalos analisadas.



**Figura A.3:** Corrente de saturação iônica e dois intervalos ampliados em 2ms (gráficos inferiores). Observamos que para a região onde o eletrodo está ligado não existe um regime com oscilações periódicas.



**Figura A.4:** Autocorrelação vai a zero rapidamente para as duas regiões em destaque.

## Apêndice B

### Observações sobre a Evolução do Plasma no TCABR

#### B.1 Introdução

Este é um apêndice complementar que descreve algumas características das descargas do TCABR analisadas, não se fazendo necessária a leitura do mesmo para uma maior compreensão no que diz respeito ao foco da dissertação, que é o do desenvolvimento de um sistema de análise espectral de séries intermitentes.

#### B.2 Perfis Temporais

Iremos mostrar alguns perfis temporais dos disparos do TCABR nos intervalos de tempo já mencionados nos capítulos anteriores, nos quais a corrente de plasma é estacionária, com e sem eletrodo.

As figuras a seguir foram escolhidas devido às particularidades observadas nos gráficos das transformadas por wavelet. No disparo 17713, há duas etapas distintas; uma sem e outra com o eletrodo ligado. No intervalo de tempo entre 75ms e 100ms (eletrodo ligado) há, nas flutuações, uma modulação com frequência de aproximadamente 10kHz. Tal modulação não aparece para o mesmo disparo no intervalo entre 45ms e 70ms em que o eletrodo não está ligado.

Na Fig.B.1a temos as oscilações magnéticas, medidas a partir da variação do fluxo magnético pelas bobinas de Mirnov. Essas bobinas estão distribuídas em



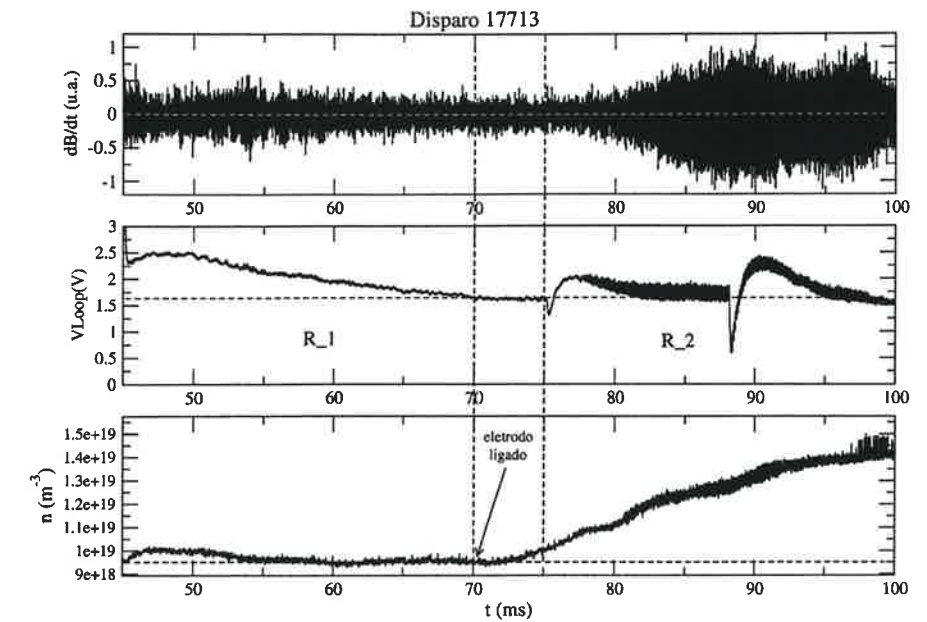
torno e próximas à coluna do plasma, numa seção transversal. Observamos que, pouco depois de ser ligado o eletrodo, ocorre um aumento dessas oscilações. A frequência dessas oscilações é de aproximadamente 10kHz, captada por nossa análise por transformada wavelet mostrada na Fig.4.8.

Em seguida, na Fig.B.1b, observamos a tensão de enlace (VLoop), sensível ao campo elétrico criado principalmente pela variação da corrente na bobina OHT (Ohmic Heating Transformer). Este mesmo gráfico apresenta uma peculiaridade a ser esclarecida. No intervalo onde o eletrodo está ligado, existem dois picos apontados para baixo, um pequeno em  $t = 75ms$  e o outro maior em  $t = 88ms$ . Estes picos foram produzidos por uma ação externa ao plasma.

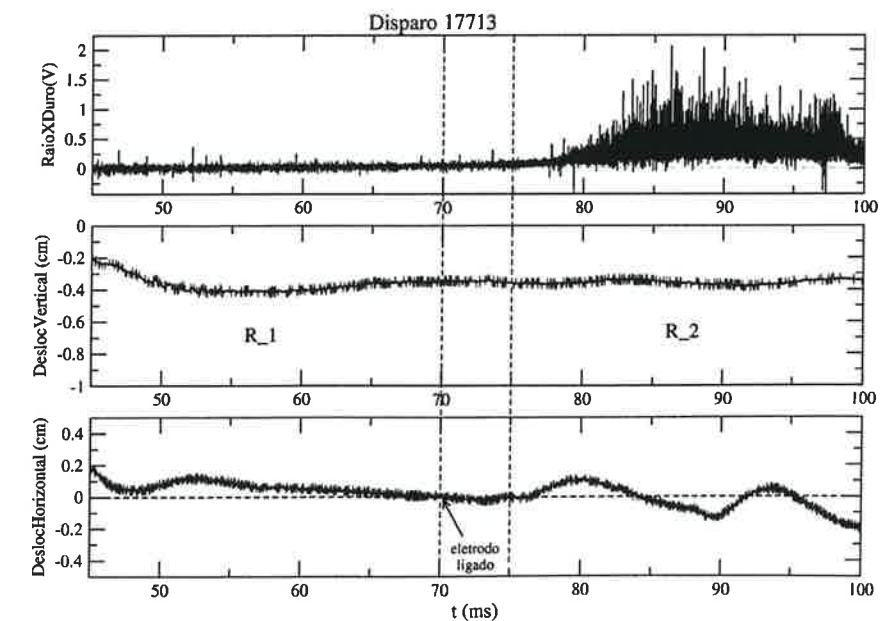
Para manter a corrente de plasma estável, foi variada a corrente na bobina OHT, que recebeu, de uma fonte externa, corrente variável através de um conjunto de resistores devidamente ligados ou desligados por chaveamento no circuito alimentador. Os dois picos mencionados ocorreram nos instantes de abrir e fechar estas chaves para variar a corrente na bobina OHT e manter a corrente de plasma por mais tempo estabilizada em aproximadamente 100kA.

No gráfico B.1c, observamos um aumento da densidade do plasma, após o instante de 70ms, devido à melhora do confinamento ao se ligar o eletrodo.

O gráfico B.2a, nos mostra a intensidade da emissão de raios X duros por choques de elétrons de alta energia no limitador ou na parede do vaso do TCABR. Depois de ligado o eletrodo, aumenta a quantidade de raios X duros devido à quantidade maior de choque de elétrons de alta energia com a parede do vaso ou no limitador. Os gráficos B.2b e c correspondem ao deslocamento vertical e horizontal da coluna de plasma em direção a parede (ver Fig.4.3). Essas últimas duas figuras indicam que a posição da coluna de plasma se mantém na posição desejada, separada do vaso do TCABR.



**Figura B.1:** As linhas tracejadas separam os intervalos analisados. O instante onde foi ligado o eletrodo no TCABR é indicado pela seta). (a) Oscilações magnéticas. (b) Tensão de enlace (VLoop). (c) Densidade do plasma.



**Figura B.2:** As linhas tracejadas separam os intervalos analisados. O instante onde foi ligado o eletrodo no TCABR é indicado pela seta). (a) Raio X duro. (b) Deslocamento vertical da coluna do plasma. (c) Deslocamento horizontal da coluna de plasma.

## Referências Bibliográficas

- [Altmann, 2004] Altmann, E. (2004). Tempo de retorno em sistemas dinâmicos. Dissertação de Mestrado, Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- [Antar et al., 2003] Antar, G., Counsell, G., Yu, Y., Labombard, B., e Devynck, P. (2003). Universality of intermittent convective transport in the scrape-off layer of magnetically confined devices. *Physics of Plasmas*, 10:419.
- [Antar et al., 2001] Antar, G., Devynck, P., Garbet, X., e Luckhardt, S. (2001). Turbulence intermittency and burst properties in tokamak scrape-off layer. *Physics of Plasmas*, 8:1612.
- [Devynck et al., 2005] Devynck, P., Bonhomme, G., Martines, E., Stöckel, J., Oost, G. V., Voitsekhovitch, I., Adámek, J., Azeroual, A., Duran, F. D. I., Gravier, E., Gunn, J., e Hron, M. (2005). Spatially resolved characterization of electrostatic fluctuations in the scrape-off layer of the castor tokamak. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 47:269.
- [Evans et al., 1989] Evans, T., Grosman, A., Breton, C., Bruneau, J., Capes, H., Chatelier, M., Degentile, B., Demichelis, C., Deschamps, P., Fall, T., Ghendrih, P., Gil, C., Guilhem, D., Hess, W., Hoang, T., How, J., Hutter, T., Javon, C., Klepper, C., Koski, J., Laurent, L., Lecoustey, P., Lipa, M., Martin, G., Mattioli, M., Monier, P., Panzarella, A., Parlange, F., Pecquet, A., Platz, P., Revedin, C., Riband, P., Rodriguez, L., Saoutic, A. S. B., Talvard, M., Vallet, J., van Houtte, D., e Watkins, J. (1989). A survey of ergodic divertor experimental results in tokamak tore supra. *Bulletin of the Physical Society*, 34:2168.
- [Evans et al., 1990] Evans, T., Grosman, A., Guilhem, D., Hess, W., Lasalle, J., Mattioli, M., Millot, P., Mornier-Garbet, P., Mourgues, F., e Vallet, J. (1990). Plasma performance control during ergodic divertor experiments in tore supra. *Bulletin of the Physical Society*, 34:1998.

- [Farge, 1992] Farge, M. (1992). Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 24:395.
- [Ferrari e Nascimento, 1987] Ferrari, N. e Nascimento, I. (1987). Fusão termonuclear controlada. *Revista Ciência Hoje*, 1:664.
- [Ferreira, 1999] Ferreira, A. (1999). Turbulência em um plasma toroidal medida por sondas eletrostáticas. Dissertação de Mestrado, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- [Ferreira et al., 2004] Ferreira, A., Heller, M., Caldas, I., Lerche, E., Ruchko, L., e Bacalá, L. (2004). Turbulence and transport in the tcabr tokamak scrape-off layer. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 46:669.
- [Galvão et al., 2001a] Galvão, R., Araújo, M., Saldanha, T., Visani, V., e Pimentel, M. (2001a). Estudo comparativo sobre filtragem de sinais instrumentais usando transformada de fourier e wavelet. *Química Nova*, 24:874.
- [Galvão et al., 2001b] Galvão, R., Kuznetsov, Y., Nascimento, I., Sanada, E., Campos, D., Elfimov, A., Elizondo, J., Fagundes, A., Ferreira, A., Fonseca, A., Lerche, E., Lopez, R., Runchko, L., Sá, W., Saettone, E., Severo, J., Silva, R., Tsypin, V., Valencia, R., e Vannucci, A. (2001b). New regime of runaway discharges in tokamaks. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 43:1181.
- [Gross, 1984] Gross, R. (1984). *Fusion Energy*. John Wiley e Sons.
- [Heller et al., 1997] Heller, M., Caldas, I., Brasilio, Z., R.P., S., e Nascimento, I. (1997). Influence of resonant magnetic perturbation on plasma edge turbulence. *Physics of Plasmas*, 4:329.
- [Heller et al., 2005] Heller, M., Caldas, I., Ferreira, A., Saettone, E., Vannucci, A., Nascimento, I., e Severo, J. (2005). Scrape-off layer turbulence modulated by mirnov oscillations. *Czechoslovak Journal of Physics*, 55:265.
- [Heller et al., 1995] Heller, M., Castro, R., Brasilio, Z., Caldas, I., e Silva, R. (1995). Edge turbulence spectrum - alterations driven by resonant fields. *Nuclear Fusion*, 35:59.
- [Horacek et al., 2004] Horacek, J., Pitts, R., e Graves, J. (2004). Overview of edge electrostatic turbulence experiments on tcv. *Czechoslovak Journal of Physics*, 55:271.

- [Hsu, 1973] Hsu, H. (1973). *Análise de Fourier*. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro.
- [Kaiser, 1994] Kaiser, G. (1994). *A Friendly Guide to Wavelet*. Birkhäuser.
- [Katul et al., 1994] Katul, G., Albertson, J., Chu, C., e M., P. (1994). *Wavelet Analysis and its applications*. Academic Press.
- [Kuznetsov et al., 2004] Kuznetsov, Y., Galvão, R., Bellintani, J., Ferreira, A., Fonseca, A., Nascimento, I., Runchko, L., Saettone, E., Tsypin, V., e Usuriaga, O. (2004). Runaway discharges in tcabr. *Nuclear Fusion*, 44:631.
- [Lorenz, 1963] Lorenz, E. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20:130.
- [Manneville e Pomeau, 1979] Manneville, P. e Pomeau, Y. (1979). Intermittency and the lorenz model. *Physics Letters*, 75 A:1.
- [Manneville e Pomeau, 1980] Manneville, P. e Pomeau, Y. (1980). Different ways to tubulence in dissipative dynamical systems. *Physics D*, 1:219.
- [Matthews, 1994] Matthews, G. (1994). Tokamak plasma diagnosis by electrical probes. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 36:1595.
- [Milligen et al., 1994] Milligen, B., Hildalgo, C., e Sánchez, E. (1994). Nonlinear phenomena and intermittency in plasma turbulence. *Physical Review letters*, 74:395.
- [Nascimento et al., 2005] Nascimento, I., Kuznetsov, Y., Severo, J., Fonseca, A., Elfimov, A., Bellintani, V., Machida, M., Heller, M., Galvão, R., Sanada, E., e Elizondo, J. (2005). Plasma confinement using biased electrode in the tcabr tokamak. *Nuclear Fusion*, 45:796.
- [Olschewski, 2000] Olschewski, E. (2000). Sistema de detecção das oscilações mhd no tokamak tcabr. Dissertação de Mestrado, Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- [Perrier et al., 1995] Perrier, V., Philipovitch, T., e Basdevant, C. (1995). Wavelet spectra compared to fourier spectra. *Journal of Mathematical Physics*, 36:1506.
- [Powers, 1990] Powers, E. (1990). Polyspectral analysis and its applications. *University of Texas at Austin*.



- [Ritz et al., 1989] Ritz, C., Bravenec, R. V., Schoch, P. M., Bengtson, R. D., Boedo, J. A., Forster, J. C., Gentle, K. W., He, Y., Hickok, R. L., Kim, Y. J., Lin, H., Phillips, P. E., Rhodes, T. L., Rowan, W. L., Valanju, P. M., e Wootton, A. J. (1989). Fluctuation - induced energy flux in the tokamak edge. *Physical Review Letters*, 62:1844.
- [Sattin et al., 2004] Sattin, F., Vienella, N., e Valisa, M. (2004). On the probability distribution function of particle density at the edge of fusion devices. *Physics of Plasmas*, 11:5032.
- [Torrence e Compo, 1998] Torrence, C. e Compo, G. (1998). A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Society*, 79:61.
- [Vannucci et al., 1989] Vannucci, A., Nascimento, I., e Caldas, I. (1989). Discharges of the tbr-1 small tokamak. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 31:147.
- [Wagner e Stroth, 1993] Wagner, F. e Stroth, U. (1993). Transport in toroidal devices - the experimentalist's view. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 35:1321.
- [Wesson et al., 1989] Wesson, J., Gill, R., Hugon, M., Schüller, F., e col. (1989). Disruption in jet. *Nuclear Fusion*, 24:641.