

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA

**RECONSTRUÇÃO 3D DE IMAGENS EM  
TOMOGRÁFIA POR EMISSÃO DE PÓSITRONS  
COM CÂMARAS DE CINTILAÇÃO**

Fábio Henrique Palladino

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

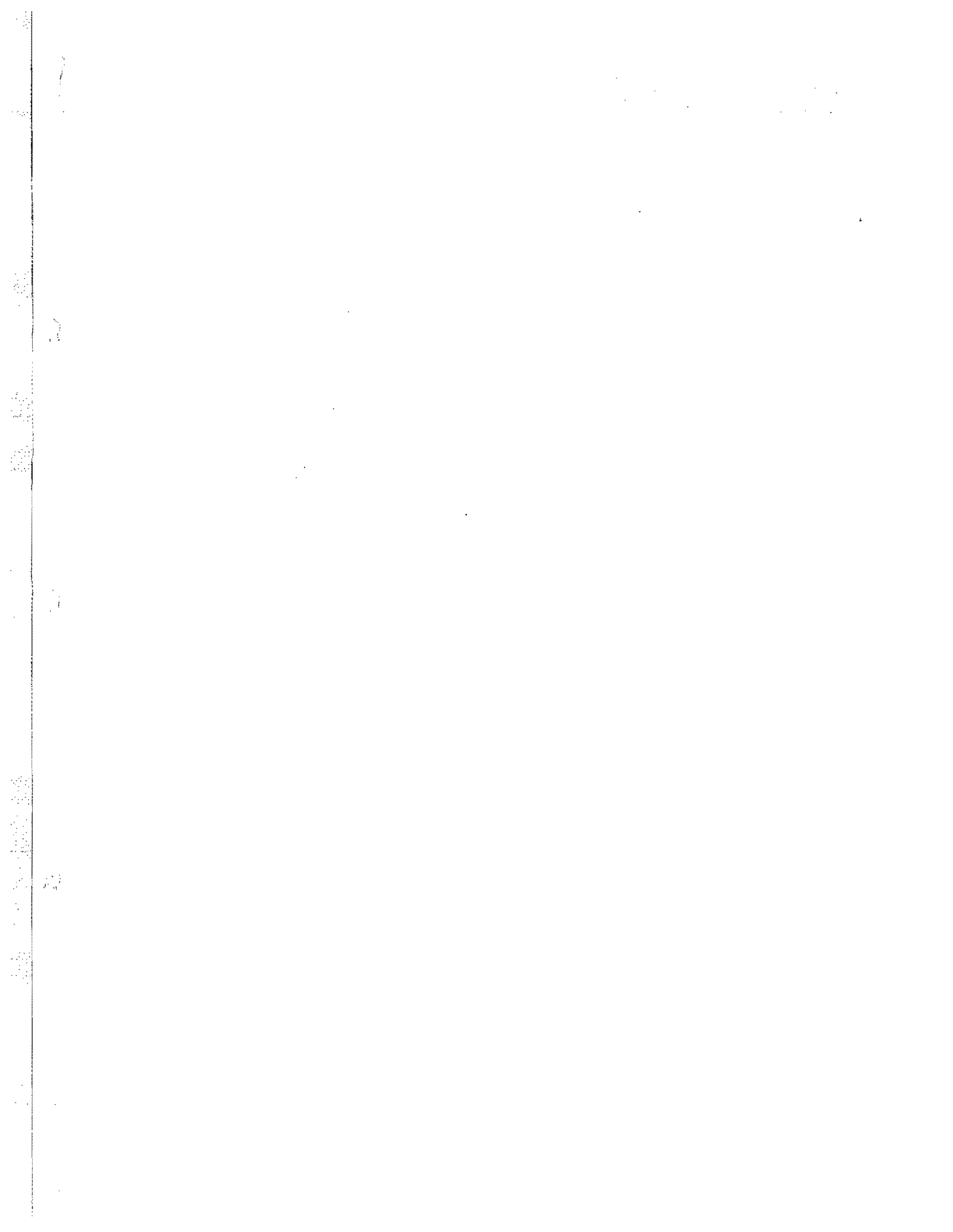
Tombo: 4183

SBI-IFUSP



305M81014183

São Paulo • 2004



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA

**RECONSTRUÇÃO 3D DE IMAGENS EM  
TOMOGRAFIA POR EMISSÃO DE PÓSITRONS  
COM CÂMARAS DE CINTILAÇÃO**

Fábio Henrique Palladino

Orientadora: Profa. Dra. Cecil Chow Robilotta

Tese apresentada ao Instituto  
de Física da Universidade de  
São Paulo para a obtenção do  
título de Doutor em Ciências

Banca Examinadora :

Profa. Dra. Cecil Chow Robilotta (IF/USP)

Profa. Dra. Emico Okuno (IF/USP)

Prof. Dr. Alberto Tannús (IFSC/USP)

Prof. Dr. Homero Schiabel (EESC/USP)

Prof. Dr. Marco Antônio Gutierrez (INCOR/USP)



São Paulo • 2004



Prof. Armando Corbani Ferraz  
Presidente da Comissão de Pós Graduação

616.07572  
P164n  
D  
Ex. 1

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação**  
**do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Palladino, Fábio Henrique

Reconstrução 3D de Imagens em Tomografia por  
Emissão de Pósitrons com Câmaras de Cintilação.  
São Paulo - 2004

Tese (Doutoramento) - Universidade de São Paulo  
Instituto de Física - Depto. de Física Geral

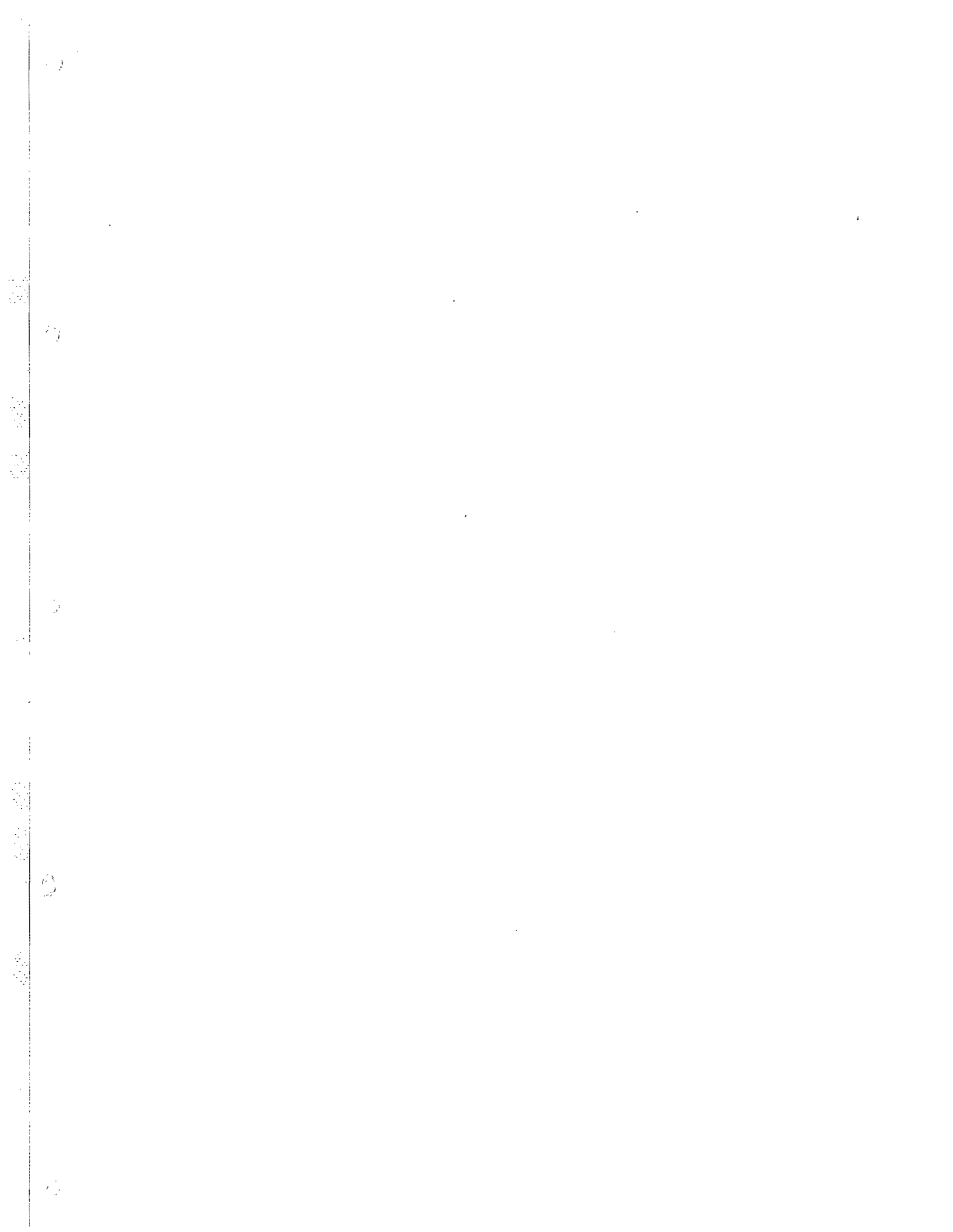
Orientador: Profa. Dra. Cécil Chow Robilotta  
Área de Concentração: Física

**Unitermos**

1. Reconstrução 3D;
2. Sistemas PET/SPECT;
3. Tomografia Computadorizada por Emissão de Pósitrons;
4. Métodos Iterativos;
5. Simulações.

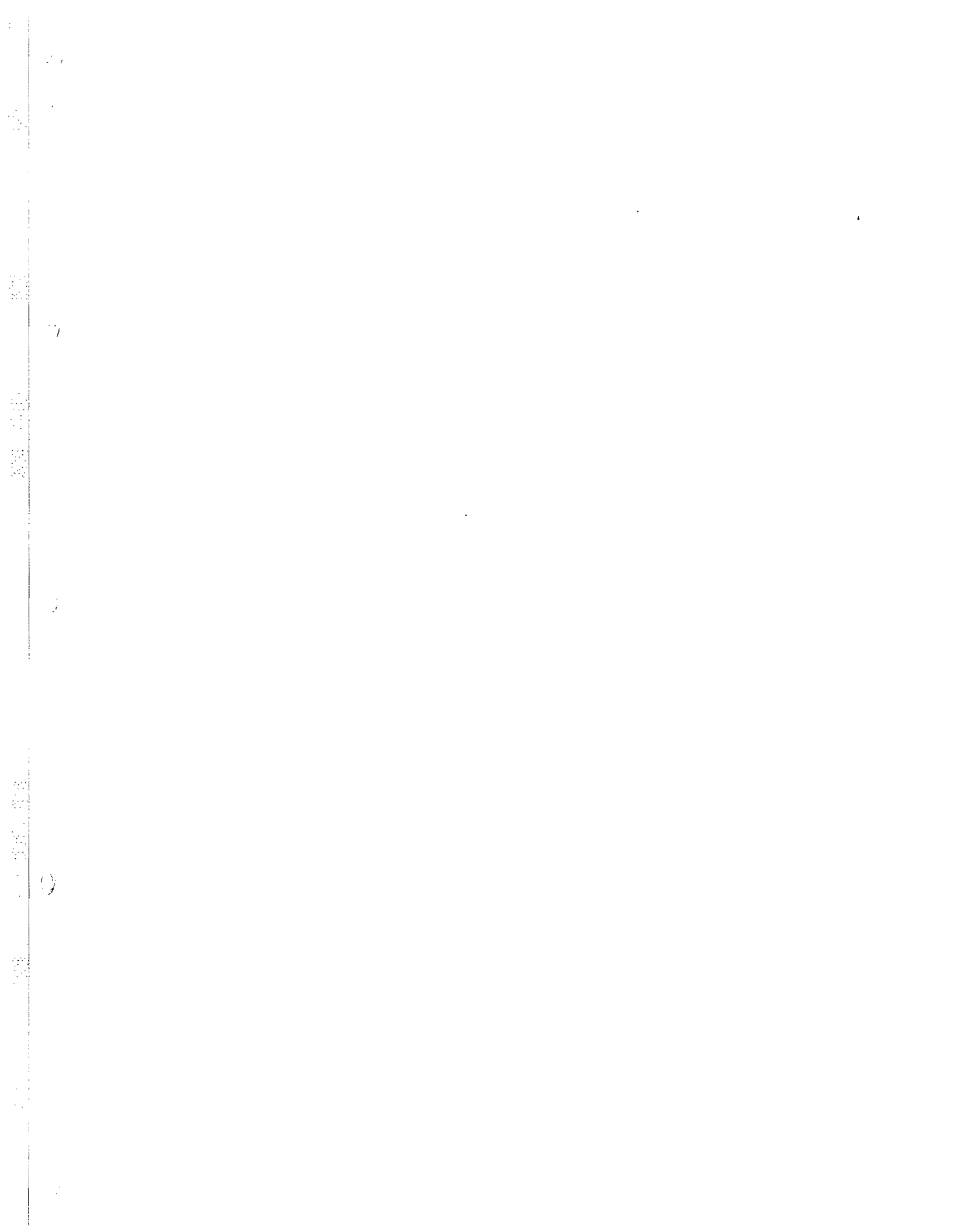
USP/IF/SBI-074/2004

*Aos meus pais, Cida e Agenor, que  
me deram a vida e me ensinaram valores,  
e aos meus irmãos, Flávio e Ana, que  
partilham comigo essa sorte.*



*Uma vida não examinada não vale a pena ser vivida.*

— Sócrates (470 - 399 a. C.)





Τ	Π	Η	Σ	Κ	Φ	Χ	Υ	Μ	Ρ
Σ	Ο	Ν	Ι	Δ	Α	Λ	Λ	Α	Π
Β	Ζ	Μ	Ψ	Ε	Σ	Α	Ω	Χ	Φ
Ω	Ι	Υ	Ο	Π	Ι	Μ	Γ	Ω	Β
Υ	Τ	Θ	Τ	Γ	Ν	Ε	Τ	Ζ	Υ
Β	Ρ	Δ	Ρ	Ζ	Ρ	Ο	Η	Σ	Γ
Θ	Ο	Ε	Δ	Χ	Ν	Α	Π	Ζ	Κ
Μ	Ν	Η	Κ	Ι	Σ	Υ	Φ	Ψ	Ε
Ε	Ι	Ε	Ο	Φ	Β	Ψ	Ρ	Ι	Ν
Λ	Ο	Ψ	Μ	Ω	Λ	Θ	Η	Δ	Α

1

2

3

4

5

# Agradecimentos

À Cecil Chow Robilotta, pela amizade, apoio pessoal e profissional, críticas, paciência e, sobretudo, competente orientação.

À FAPESP, pelo suporte financeiro.

Ao Serviço de Informática do InCor-HC-FMUSP, pela colaboração, e também ao Serviço de Medicina Nuclear e Imagem Molecular, pela oportunidade de vislumbrar a rotina clínica.

Ao Sérgio S. Furuie, pela contribuição no início do trabalho. À Ana Maria M. da Silva, pelo auxílio com o Khoros e o SimSET. Ao Matthias Egger, pelo respaldo na implementação do projetor. Ao Marcos Yamaguti, pela instalação do simulador em Linux.

Às companheiras de pesquisa Lorena Pozzo, Silvana Prando e Suely M. Aoki, pela amizade e colaboração. Obrigado, moças.

Aos funcionários de informática do IFUSP Sérgio R. Milaré e Valdir Spadacini, e aos colegas Eduardo S. de Souza e Marcos S. do Amaral, pelo socorro junto aos computadores.

Aos meus amigos e colegas, pelas sugestões, camaradagem e gratificante convívio: Adrilayne dos R. Araújo, Alberto H. Katagiri, Andreza B. Gomide, Carlos R. Benatti, Cássia A. Marquezin, Eduardo S. de Souza, Elisa T. Sena, Fernando G. Carvalhaes, Flávia Volcov, João E. Frederico, Júlia M. Giehl, Karin do A. Riske, Marcelo Takara, Marcos S. do Amaral, Mário N. Tamashiro, Nestor N. Oiwa, Rafael P. Barroso, Rafael A. Cajacuri Merino, Roberto M. Fernandez, Rogério D. Bruno, Tiago R. de Oliveira e

tantos outros – uma lista extensa demais para caber aqui.

Aos professores e ex-professores do Grupo de Biofísica e Física Médica do IFUSP Amando S. Ito, Carla Goldman, M. Regina Dubeaux Kawamura e M. Teresa Lamy, pelo incentivo constante. Ao Iberê L. Caldas, pelo apoio e apreço demonstrados desde o mestrado.

Às secretárias do Departamento de Física Geral do IFUSP Dirce K. Narimatu de Almeida e Ivone Vantini, pela prestabilidade. Aos guardiões da Ala 1 João B. Gouveia, Sílvio R. da Silva, Wilson B. dos Santos e colegas, pelo papo amigável e pela segurança.

A todos os familiares, pelo apoio, carinho e torcida.

A todos que contribuíram com críticas e idéias.

# Resumo

A Tomografia por Emissão de Pósitrons (PET) está se definindo como um dos métodos preferidos para diagnóstico e seguimento de inúmeras doenças em Oncologia, Neurologia e Cardiologia. Esta modalidade é realizada com sistemas dedicados e sistemas baseados em câmaras de cintilação, que podem ser também usados em tomografia por emissão de fótons únicos (SPECT). Neste trabalho, efetuamos uma avaliação dos fatores que favorecem a quantificação em imagens PET com câmaras de cintilação em coincidência, caracterizadas por uma menor sensibilidade em relação a sistemas dedicados. Avaliamos as condições de quantificação de imagens sob os modos 2D e 3D de aquisição, obtidas por métodos de reconstrução 2D e 3D diversos e correções associadas. Dados de aquisição foram simulados por método de Monte Carlo empregando parâmetros realistas. Objetos de interesse diversos foram modelados. Imagens foram reconstruídas pelos métodos FBP, ART, MLEM e OSEM e consideramos correções de sensibilidade, normalização de detector, espalhamento e atenuação de radiação. Estabelecemos uma metodologia de avaliação de detectabilidade e recuperação de contrastes em imagens que contemplam, a partir de dois parâmetros mensuráveis, os aspectos mais relevantes em quantificação. Análises visuais também foram consideradas. Verificamos que o modo 3D é mais adequado que 2D na recuperação de baixos contrastes no objeto com a aplicação das correções selecionadas. A detectabilidade de pequenas estruturas está limitada pelos efeitos de volume parcial e pela resolução espacial finita dos sistemas de detecção. Os métodos ART, MLEM e, em particular, OSEM com 8 subconjuntos, apresentam-se adequados para estudos quantitativos no modo 3D. Os parâmetros definidos para avaliação podem ser empregados como indicadores de condições propícias a estudos quantitativos.



# **Abstract**

## **Volumetric reconstruction in gamma camera based PET imaging**

Positron Emission Tomography (PET) is considered as a very useful tool for diagnosing and following several diseases in Oncology, Neurology and Cardiology. Two types of systems are available for this imaging modality: the dedicated systems and those based on gamma camera technology. In this work, we assessed a number of factors affecting the quantitation of gamma camera based PET imaging, characterized by a lower sensitivity compared to those of dedicated systems. We also evaluated image quantitation conditions under 2D and 3D acquisition/reconstruction modes, for different reconstruction methods and associated corrections. Acquisition data were simulated by Monte Carlo method, using realistic parameters. Several objects of interest were modelled. We reconstructed slices and volumes using FBP, ART, MLEM and OSEM and also included four corrections: detector sensitivity, detector normalization, scatter and attenuation of annihilation photons. We proposed a method to assess detectability and object contrast recovery by using two measurable parameters. Visual analysis was also considered. We found that 3D mode is more effective than 2D for low contrast recovery when the selected corrections are applied. Detectability of small structures is limited by partial volume effects and device finite spatial resolution. ART, MLEM and specially 8-subsets OSEM are the most adequate methods for quantitative studies in 3D mode. The parameter that we have defined may also be used as indicators of suitable conditions for quantitation in images.





# Lista de Figuras

2.1	Projeções (paralelas) de radiação. . . . .	6
2.2	Aniquilação de pósitrons ( $\beta^+$ ): exemplo com $^{11}\text{C}$ . . . . .	8
2.3	Interações predominantes (mais prováveis) em função da energia do fóton e do número atômico do meio absorvedor [9]. . . . .	10
2.4	Detecção de coincidência. . . . .	12
2.5	Geometrias de sistemas PET. A, B e C correspondem a sistemas dedicados, e D, E e F a sistemas mistos. A geometria D representa um sistema DHCI, com dois grandes detectores planos que giram [9]. . . . .	13
2.6	Composição básica da câmara de cintilação. Em sistemas digitais, as saídas dos tubos fotomultiplicadores (PM) são digitalizados e as funções dos circuitos de posicionamento e do analisador de altura de pulso são efetuadas via software [9].	15
2.7	Janelas de energia para aquisição em PET/SPECT (há um espectro para cada detector). A seta unindo duas regiões Fotopico representa o modo Fotopico-Fotopico (FF) de aceitação de coincidências. A conjunção das combinações define o modo Fotopico-Compton (FF + FC). . . . .	17
2.8	Perfis de sensibilidades para coincidências em sistemas PET. $z$ denota o eixo de rotação da câmara. Para $\phi_{\max}$ irrestrito, o perfil é triangular (linha cheia), e para $\phi_{\max}$ restrito, o perfil é trapezoidal (linha tracejada). . . . .	19
2.9	Tipos de eventos e coincidências: evento singular (A), coincidência com espalhamento (B), coincidência real (C) e coincidência falsa acidental (D). . . . .	21
2.10	Sistema de coordenadas para Linhas de Resposta. O ângulo $\theta'$ descreve a posição angular da câmara. Os tubos são pré-definidos para a aquisição (não estão representados na figura de baixo). . . . .	22
4.1	Discretização do objeto e projeções. . . . .	34

4.2	Fluxo de informações em reconstrução. A função $f(\mathbf{r})$ representa a distribuição de atividade no objeto; $h(\mathbf{r})$ representa a função de transferência que descreve o processo de aquisição; a função $p(\mathbf{t})$ , que pode ser descrita por uma convolução de $f(\mathbf{r})$ e $h(\mathbf{r})$ , representa as projeções medidas; $B(p)$ descreve a operação de reconstrução a partir dos dados e $\lambda(\mathbf{r})$ representa a imagem reconstruída. . . . .	35
4.3	Projeção $p_\theta(t)$ de um objeto bidimensional $f(x, y)$ . . . . .	36
4.4	Processamento em algoritmos iterativos. . . . .	38
5.1	Corte transversal de um sistema DHCI demonstrando a sensibilidade a uma LR de posição transaxial $t$ . . . . .	49
6.1	Matriz de reconstrução. . . . .	56
6.2	Princípio do algoritmo de Siddon no plano. O conjunto de pontos de intersecção de um tubo com a grade pode ser decomposto em dois grupos: intersecções com planos verticais e intersecções com planos horizontais. . . . .	58
6.3	Simetrias geométricas. Para uma LR de referência (A), há uma ou mais outras LRs simétricas (B, B', B'', C e D). Em cada figura, os voxels sombreados abrigam segmentos de intersecção equivalentes. Na figura do centro, os dois voxels estarão em posições axiais diferentes se as LRs forem oblíquas. . . . .	60
6.4	Processamentos realizados. Cada caminho representa um processamento. CA = correção de atenuação, CE = correção de espalhamento, CS = correção de sensibilidade e ND = normalização de detector. . . . .	70
7.1	Metodologia de estudo. . . . .	72
7.2	Mapas de atividade (acima) e atenuação (abaixo) editados. A fonte linear (M-FL) não está representada. Para facilitar a visualização, as escalas de níveis de cinza não são as mesmas em todos os mapas. Os mapas de atenuação para M-U, M-CI e M-CD são equivalentes. . . . .	75
7.3	Diagrama de operações no SimSET. . . . .	80
7.4	Mapas de atenuação empregados na correção de atenuação (662 keV, borrados com filtro gaussiano, FWHM = 2 voxels); o mapa MCA-3 corresponde ao MCA-1 corrompido com ruído aditivo de distribuição normal, média nula e FWHM = 14% do nível de intensidade no centro do objeto. Cortes centrais, 128 × 128 pixels. . .	85
7.5	Para um dado volume reconstruído, o corte central é selecionado para visualização.	87

- 8.1 Média e DPR percentual em função do parâmetro de relaxação, RI 20 cm × 4 cm, aquisição A-UA15, reconstrução por ART 2D. . . . . 101
- 8.2 Média e DPR percentual em função do parâmetro de relaxação, RI 20 cm × 4 cm, aquisição A-UA15, reconstrução por ART 3D. . . . . 101
- 8.3 Médias em função do número de iterações, RI 20 cm × 4 cm, imagens reconstruídas com dados A-UA15. . . . . 104
- 8.4 DPR percentual em função do número de iterações, RI 20 cm × 4 cm, imagens reconstruídas com dados A-UA15. . . . . 104
- 8.5 DRM percentual relativo à imagem ideal em função do número de iterações, RI 20 cm × 4 cm, imagens reconstruídas com dados A-UA15. . . . . 105
- 8.6 Média por corte na RI 20 cm × 20 cm, reconstrução por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem CS. (a) aquisição A-UA90 ( $\phi_{\max} = 90^\circ$ ); (b) aquisição A-UA15 ( $\phi_{\max} = 15^\circ$ ). . . . . 108
- 8.7 Média por corte na RI 20 cm × 20 cm, dados A-UA90. (a) reconstrução por OSEM 8S 2D, 2 iterações; (b) reconstrução por ART 3D,  $\zeta = 0,02$ , com CS. . . . . 108
- 8.8 Imagem dos fatores  $\eta$  em 2D, corte central e perfil sobre a linha central,  $y = 0$ . . . 109
- 8.9 Imagem dos fatores  $\eta$  em 3D, corte central e perfil sobre a linha central,  $y = 0$ . . . 109
- 8.10 Imagem dos fatores  $\eta$  em 3D, corte periférico e perfil sobre a linha central,  $y = 0$ . . 109
- 8.11 Imagens reconstruídas por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com dados A-UAD, cortes centrais. ND ausente (esquerda), ND no projetor (centro) e ND sobre dados (direita). 110
- 8.12 (a) Pesos rotacionais e seu inverso. (b) Perfis de contangens, dados A-UAD reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações. Corte central, linha central,  $y = 0$ . . . 111
- 8.13 DRM percentual em função de  $\beta$  (RI 20 cm × 4 cm): (a) de dados ordinários corrigidos relativo a dados primários; (b) da imagem corrigida relativo à imagem com primários, reconstrução por OSEM 8S 3D, 2 iterações. . . . . 114
- 8.14 Perfis da projeção  $(\theta, t, z_1, z_2) = (0, t, 0, 0)$  nas aquisições A-U e A-NEMA. . . . . 114
- 8.15 Modelagem da distribuição de espalhamento na projeção  $(\theta, t, z_1, z_2) = (0, t, 0, 0)$ , aquisições A-U e A-NEMA. . . . . 115
- 8.16 Comparação entre perfis de eventos primários e perfis ordinários corrigidos por CE,  $\beta = 0,18$ , projeção  $(\theta, t, z_1, z_2) = (0, t, 0, 0)$ , aquisições A-U e A-NEMA. . . . . 115
- 8.17 Perfis de contangens, dados A-U (cilindro uniforme com água), conjuntos primário, de espalhamento e ordinário, reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações, corte central, linha  $y = 0$ . . . . . 116

- 8.18 Perfis de contagens, dados primários da aquisição A-U reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem CA (mapas para 511 keV e para 662 keV borrado), cortes centrais, linha central,  $y = 0$ . . . . . 118
- 8.19 Imagens reconstruídas por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com dados A-U, cortes centrais. CA ausente (esquerda), CA no projetor (centro) e CA sobre dados (direita). Mapa para 662keV borrado. . . . . 119
- 8.20 Perfil de contagens na imagem-soma, aquisição A-FL (fonte linear) reconstruída por OSEM 8S 3D, 2 iterações, linha  $y = 0$ . O gráfico foi gerado com auxílio do programa ImageJ. A abcissa denota a coordenada de um segmento de linha selecionado, e a ordenada o nível de intensidade na imagem. A largura do pico à metade da altura define sua FWHM. . . . . 120
- 8.21 Imagens reconstruídas por OSEM 8S, aquisição A-NEMA, cortes centrais,  $128 \times 128$  pixels. Da esquerda para a direita, grupos de I a IV. . . . . 126
- 8.22 Imagens reconstruídas, aquisição A-CI, cortes centrais,  $128 \times 128$  pixels. Coluna à esquerda: 2D, Grupo I (CE e CA ausentes); coluna do centro: 2D, Grupo IV (com CE e CA); coluna à direita: 3D, Grupo IV. . . . . 128
- 8.23 Imagens reconstruídas, aquisição A-CD, em 2D (coluna à esquerda) e 3D (coluna à direita), Grupo IV (com CE e CA). Cortes centrais,  $128 \times 128$  pixels. . . . . 129
- 8.24 Médias sobre alvos em função da relação de atividade ideal. . . . . 132
- 8.25 Médias sobre alvos em função do diâmetro. . . . . 132

# Lista de Tabelas

2.1	Alguns radionuclídeos empregados em PET. $T_{1/2}$ = meia-vida, $E_{\beta^+}^{\max}$ = energia máxima de emissão. . . . .	9
2.2	Cristais de cintilação mais empregados em Medicina Nuclear e algumas de suas propriedades. . . . .	11
6.1	Parâmetros de amostragem. $L$ representa a extensão transaxial ou largura da câmara e $A$ a extensão axial. . . . .	57
6.2	Simetrias geométricas na matriz de voxels. Em todos os 16 casos, os segmentos de intersecção do tubo com o voxel são iguais. $z' = z_1 + z_2 - z$ . $0 \leq \theta \leq \pi/4$ , $0 \leq t \leq L/2$ , $-A/2 \leq z_1 \leq +A/2$ e $z_1 \leq z_2 \leq +A/2$ . . . . .	61
6.3	Correções múltiplas implementadas. Os somatórios contabilizam tubos válidos ( $\phi_i \leq \phi_{\max}$ ). <sup>a</sup> aplicada sobre dados <sup>b</sup> incorporada à reconstrução <sup>c</sup> em ART <sup>d</sup> em FBP, MLEM ou OSEM n = não se aplica . . . . .	69
7.1	Plataformas de processamento. . . . .	73
7.2	Modelos físicos adotados e estudos propostos. Os mapas de atividade e atenuação associados estão esquematizados na Figura 7.2 (exceto os para M-FL) e as concentrações de atividade ministradas estão relacionadas na Tabela 7.3 a seguir. . . . .	76
7.3	Concentrações de atividade nos diferentes modelos físicos. Os alvos estão identificados por seu diâmetro. $R_{\text{ref}}$ = relação concentração de atividade (c. a.) no alvo / c. a. no fundo; $C_{\text{ref}} = R_{\text{ref}} - 1 =  \text{c. a. no alvo} - \text{c. a. no fundo}  / \text{c. a. no fundo}$ . O fundo compreende a região circundante aos alvos. . . . .	77
7.4	Fenômenos simulados e não simulados pelo SimSET. . . . .	80
7.5	Câmara modelada. . . . .	81

7.6	Parâmetros de aquisição. . . . .	82
7.7	Aquisições simuladas. . . . .	82
7.8	Recursos para reconstrução. . . . .	84
7.9	Parâmetros de imagem. . . . .	87
7.10	Parâmetros de avaliação de imagens. . . . .	88
7.11	Regiões de interesse. Os volumes cilíndricos são identificados por diâmetro $\times$ extensão axial. . . . .	93
8.1	Número de iterações para parâmetros mínimos. . . . .	105
8.2	Parâmetros sobre a RI 20 cm $\times$ 4 cm, aquisição A-UAD, reconstrução por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem correção. . . . .	111
8.3	DRM mínimos e $\beta$ correspondentes para aquisições variadas. . . . .	116
8.4	Média, DPR e S/R sobre RI 20 cm $\times$ 4 cm, dados primários da aquisição A-U reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem CA. . . . .	118
8.5	Índices para combinação de métodos de reconstrução e correções. Todos os processamentos efetuam ND (sobre dados) e CS (no projetor). <sup>1</sup> com filtro rampa e corte a 50% da frequência de amostragem <sup>2</sup> com $\zeta = 0,08$ em 2D e $\zeta = 0,02$ em 3D <sup>3</sup> no projetor <sup>4</sup> sobre dados . . . . .	121
8.6	Classificação de $T_C$ e $T_D$ , reconstrução 2D: (A) $T_C \leq 1$ e $T_D \leq 1$ , (B) $T_C > 1$ e $T_D \leq 1$ (B), (espaço vazio) $T_D > 1$ . (G) grupo, (i) índice do processamento. . . . .	122
8.7	Classificação de $T_C$ e $T_D$ , reconstrução 3D: (A) $T_C \leq 1$ e $T_D \leq 1$ , (B) $T_C > 1$ e $T_D \leq 1$ (B), (espaço vazio) $T_D > 1$ . (G) grupo, (i) índice do processamento. . . . .	123
8.8	Frações de espalhamento para aquisições A-CD variantes. <sup>1</sup> em contagens. . . . .	131

# Siglas

ART	<i>Algebraic Reconstruction Technique</i>
CA	Correção de Atenuação
CE	Correção de Espalhamento
CS	Correção de Sensibilidade
CT	<i>Computerized Tomography</i>
CV	Campo de Visão
DHCI	<i>Dual Head Coincidence Imaging</i>
DPR	Desvio Padrão Relativo
DRM	Desvio Relativo Médio
FBP	<i>Filtered Back-Projection</i>
FWHM	<i>Full Width at Half Maximum</i>
LR	Linha de Resposta
LSF	<i>Line Spread Function</i>
MLEM	<i>Maximum Likelihood - Maximization Expectation</i>
MN	Medicina Nuclear
ND	Normalização de Detector
OSEM	<i>Ordered Subsets - Maximization Expectation</i>
PET	<i>Positron Emission Tomography</i>
PR	Projektor-Retroprojektor
PSF	<i>Point Spread Function</i>
RI	Região de Interesse
SPECT	<i>Single Photon Emission Computerized Tomography</i>
S/R	Relação Sinal/Ruído
TE	Tomografia por Emissão
TR	Transformada de Radon

### Modelos Físicos Simulados (Tabela 7.2, Figura 7.2)

M-UA	cilindro uniforme com ar
M-FL	fonte linear
M-U	cilindro uniforme com água
M-NEMA	cilindro NEMA
M-CI	cilindro com alvos idênticos
M-CD	cilindro com alvos diferentes

### Aquisições Simuladas (Tabela 7.7)

A-UA90	aquisição (ideal) com M-UA, $\phi \leq 90^\circ$
A-UA15	aquisição (ideal) com M-UA, $\phi \leq 15^\circ$
A-UA	aquisição com M-UA
A-FL	aquisição com M-FL
A-U	aquisição com M-U
A-NEMA	aquisição com M-NEMA
A-CI	aquisição com M-CI
A-CD	aquisição com M-CD



# Símbolos

$C$	matriz de coeficientes $c_{ij}$
$C$	contraste
$c_{ij}$	fração de contribuição do voxel $j$ ao tubo $i$
$\phi_{\max}$	ângulo de aceitação axial
$\mathcal{I}$	conjunto de tubos
$N_I$	número de tubos
$\mathcal{I}_j$	subconjunto de tubos que interceptam o voxel $j$
$\mathcal{J}$	conjunto de voxels
$N_J$	número de voxels
$\mathcal{J}_i$	subconjunto de voxels interceptados pelo tubo $i$
$\lambda$	vetor imagem de emissão
$\lambda_j$	atividade encerrada no voxel $j$
$\langle \lambda \rangle$	média amostral
$\mu$	vetor imagem de transmissão
$\mu_j$	coeficiente de atenuação encerrado no voxel $j$
$\mathbf{p}$	vetor dados de medida
$p_i$	projeção média sobre tubo $i$
$\sigma$	desvio padrão amostral
$\sigma_C$	incerteza de contraste
$T_C$	significância da medida de contraste
$T_D$	detectabilidade



# Conteúdo

<b>Agradecimentos</b>	<b>xi</b>
<b>Resumo</b>	<b>xiii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xx</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xxii</b>
<b>Siglas</b>	<b>xxiii</b>
<b>Símbolos</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.3 Estrutura do Trabalho . . . . .	4
<b>2 Tomografia por Emissão de Pósitrons (PET)</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução . . . . .	5
2.2 Princípios Físicos . . . . .	8
2.2.1 Emissão e Aniquilação de Pósitrons . . . . .	8
2.2.2 Interações da Radiação com a Matéria . . . . .	9
2.3 Sistemas de Aquisição . . . . .	11
2.3.1 Detecção de Radiação . . . . .	11
2.3.2 Detecção em Coincidência . . . . .	11
2.3.3 Sistemas PET . . . . .	12

2.4	Sistemas PET com Câmaras de Cintilação . . . . .	14
2.4.1	Resolução Espacial . . . . .	14
2.4.2	Tempo Morto . . . . .	16
2.4.3	Janelas de Energia . . . . .	16
2.4.4	Sensibilidade . . . . .	18
2.4.5	Coincidências Reais, Acidentais e de Espalhamento . . . . .	20
2.4.6	Amostragem de Dados e Sinogramas . . . . .	21
2.4.7	Modos de Aquisição . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Aspectos Quantitativos em PET</b>	<b>27</b>
3.1	Introdução . . . . .	27
3.2	Fatores de Qualidade em Imagens . . . . .	27
3.3	Ruído . . . . .	28
3.4	Coincidências Acidentais . . . . .	29
3.5	Espalhamento de Radiação . . . . .	29
3.6	Atenuação de Radiação . . . . .	30
3.7	Efeitos de Volume Parcial . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Reconstrução de Imagens</b>	<b>33</b>
4.1	Introdução . . . . .	33
4.2	A Transformada de Radon . . . . .	35
4.3	Retroprojeção Filtrada . . . . .	36
4.4	Métodos Iterativos . . . . .	38
4.4.1	Reconstrução Algébrica . . . . .	38
4.4.2	Reconstrução Estatística . . . . .	40
4.4.3	Aceleração de Convergência . . . . .	43
4.4.4	Outros Métodos . . . . .	44
4.5	Reconstrução Volumétrica . . . . .	44
4.5.1	FBP 3D . . . . .	45
4.5.2	Métodos Iterativos 3D . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Correções</b>	<b>47</b>
5.1	Introdução . . . . .	47
5.2	Normalização de Detector . . . . .	48
5.3	Correção de Sensibilidade . . . . .	50

5.4	Correção de Espalhamento . . . . .	50
5.5	Correção de Atenuação . . . . .	52
5.6	Correções em Reconstrução . . . . .	52
5.7	Correções Múltiplas . . . . .	53
<b>6</b>	<b>Implementação de Algoritmos</b>	<b>55</b>
6.1	Parâmetros de Amostragem . . . . .	55
6.2	O Projetor-Retroprojetor . . . . .	56
6.3	Simetrias Geométricas . . . . .	59
6.4	Reconstrução . . . . .	62
6.5	Correções . . . . .	65
<b>7</b>	<b>Materiais e Métodos</b>	<b>71</b>
7.1	Introdução . . . . .	71
7.2	Modelos Físicos . . . . .	74
7.3	O Simulador SimSET . . . . .	78
7.4	Aquisições Simuladas . . . . .	81
7.5	Reconstrução e Correções . . . . .	84
7.6	Parâmetros de Avaliação . . . . .	88
7.6.1	Normalização de Imagens e Imagem Ideal . . . . .	91
7.6.2	Regiões de Interesse . . . . .	92
7.7	Métodos e Avaliações . . . . .	94
<b>8</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>99</b>
8.1	Redução de Ruído em Reconstrução Algébrica . . . . .	99
8.2	Convergência e Amplificação de Ruído . . . . .	102
8.3	Efeitos da Correção de Sensibilidade . . . . .	106
8.4	Efeitos da Normalização de Detector . . . . .	110
8.5	Efeitos e Otimização da Correção de Espalhamento . . . . .	112
8.6	Efeitos da Correção de Atenuação . . . . .	117
8.7	Resolução Espacial . . . . .	120
8.8	Contraste e Detectabilidade . . . . .	121
8.9	Efeitos de Volume Parcial . . . . .	130
8.10	Tempos de Processamento . . . . .	133

---

<b>9 Conclusão</b>	<b>135</b>
<b>Apêndice A</b>	<b>141</b>
<b>Apêndice B</b>	<b>147</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>161</b>

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Introdução

A Tomografia por Emissão de Pósitrons, ou PET (do inglês *Positron Emission Tomography*), é uma modalidade de imagens empregada em diagnósticos médicos que permite localizar e medir a distribuição de um traçador biológico (um fármaco) marcado com radionuclídeo emissor de pósitrons. A principal contribuição dessa classe de imagens é a possibilidade de estudar e analisar, *in vivo*, os caminhos de substâncias fisiologicamente importantes e as interações moleculares ligadas a elas [30, 54].

O desenvolvimento da PET se deu com a produção artificial de radionuclídeos com deficiência de nêutrons a partir de elementos naturalmente encontrados em sistemas biológicos e processos fisiológicos,  $^{11}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  e  $^{15}\text{O}$ . Moléculas orgânicas como a água, o monóxido de carbono e a amônia podem ser marcadas com esses radionuclídeos, sem a necessidade do uso de elementos inorgânicos que, muitas vezes, não seguem exatamente o caminho ou o metabolismo em estudo.

Esses radionuclídeos possuem meias-vidas físicas muito curtas (20,4 min para o  $^{11}\text{C}$ , 9,96 min para o  $^{13}\text{N}$  e 2,07 min para o  $^{15}\text{O}$ ), o que inviabiliza a metodologia em centros que não possuem um ciclotron para sua produção. No entanto, há também emissores de pósitrons de meia-vida mais longa e úteis para diagnóstico. O  $^{18}\text{F}$ , de meia-vida de 109,8 min, é o mais empregado, pois ao marcar o fármaco 2-Deoxi-2-( $^{18}\text{F}$ )fluoro-D-glicose – uma forma de açúcar – constituindo o ( $^{18}\text{F}$ )FDG, permite estudos de alterações metabólicas em tecidos vivos.

A formação de imagens a partir da detecção dos fótons de aniquilação de pósitrons foi demonstrada por G. L. Brownell e W. H. Sweet em 1953 [6] e, em 1959, H. O. Anger e

D. J. Rosenthal descreveram como isso pode ser realizado com duas câmaras cintilográficas [2]. Entretanto, esse método não se concretizou devido às limitações eletrônicas e computacionais das câmaras de então.

Em 1975, M. M. Ter-Pogossian, M. E. Phelps e colaboradores [64] propuseram um sistema dedicado para a obtenção de imagens tomográficas por emissão de pósitrons. Este sistema é formado por anéis de pequenos cintiladores, que detectam os fótons de aniquilação em oposição. Como o volume em estudo é cercado por esses anéis, a detecção pode ser feita em 360°, aumentando assim a sua eficiência.

Apesar da metodologia proposta por estes pesquisadores ter se mostrado bastante adequada para esta modalidade de imagens e ter se tornado a preferida para muitos estudos oncológicos, neurológicos e cardiológicos, ela não se difundiu como a tomografia por emissão de fótons únicos (ou SPECT, de *Single Photon Emission Computerized Tomography*), por ser mais custosa e necessitar de uma equipe técnica com formação mais especializada que aquela encontrada em serviços normais de Medicina Nuclear.

Com a evolução da eletrônica associada aos sistemas de detecção e dos próprios detectores, a aquisição de imagens em PET com o uso de câmaras de cintilação [43, 53] viabilizou-se. Como esses sistemas se baseiam na tecnologia mais convencional da Medicina Nuclear, além de poderem ser usados também em SPECT, a PET tornou-se disponível em clínicas e hospitais. Além disso, desempenha importante papel em países em desenvolvimento como o Brasil, dado o maior custo econômico de sistemas dedicados e da infra-estrutura associada à PET.

Os sistemas mistos PET/SPECT, no entanto, possuem limitações atreladas ao uso de câmaras cintilográficas. Da geometria dos detectores, usualmente planos, decorre uma menor sensibilidade, em comparação aos sistemas dedicados, o que leva a um nível de ruído estatístico relativamente alto dos eventos registrados. Desse modo, ficam dificultados os estudos de quantificação de processos biológicos [8].

Um procedimento para minimizar os efeitos das baixas contagens consiste em efetuar a chamada aquisição tridimensional (3D), na qual coincidências transversais e oblíquas são aceitas, seguida da reconstrução de uma imagem volumétrica, com melhores características de sinal/ruído [4]. Na rotina clínica, apenas reconstruções 2D são efetuadas, em função do menor custo computacional<sup>1</sup>. Alternativas incluem o uso de métodos de reconstrução que modelam a distribuição estatística dos dados [29, 38, 58, 69]. A quantificação é possível em sistemas dedicados. Entretanto, sua adoção em sistemas

---

<sup>1</sup>Em meados de 2004.



PET/SPECT necessita de considerações cuidadosas sobre ruído, resolução espacial, além da correção de efeitos físicos que degradam imagens, como atenuação e espalhamento de radiação no objeto de estudo.

Muitas são as aplicações clínicas de PET com ( $^{18}\text{F}$ )FDG. As áreas mais comuns são oncologia, neurologia e cardiologia. A detecção de lesões em oncologia, caracterizadas por regiões mais ativas em relação ao meio circundante, se deve à maior atividade das células tumorais. Para essa tarefa em particular, a aquisição/reconstrução 3D traz vantagens ao aumentar a detectabilidade de regiões de baixo contraste na imagem, mantida a mesma atividade no objeto [39].

## 1.2 Objetivos

Este trabalho pretende realizar um estudo sobre a reconstrução 3D em sistemas PET com câmaras de cintilação, com vistas a indicar procedimentos (aquisição, reconstrução, correções) que possam fornecer informações quantitativas confiáveis para o diagnóstico médico.

Para isso, desenvolvemos uma metodologia de avaliação de parâmetros relevantes à quantificação e a aplicamos em uma série de comparações entre imagens reconstruídas. O objetivo maior é, dentro dessa metodologia, avaliar as diferenças fundamentais entre modos de aquisição/reconstrução (2D e 3D), métodos de reconstrução e correções de efeitos físicos degradantes combinados.

Os dados de aquisição empregados foram simulados por meio do pacote SimSET [42], elaborado na University of Washington, EUA, para pesquisa em Tomografia por Emissão (TE). O PHG (*Photon History Generator*) é um aplicativo desse programa que emprega o método de Monte Carlo [60] para simular a criação e transporte de fótons através de um objeto de interesse virtual.

Devido aos inúmeros fatores degradantes na formação de imagens em TE, o uso de simulações computacionais é adequado a nosso propósito. Simulações com base em técnicas de Monte Carlo têm sido amplamente empregadas em Medicina Nuclear, pois permitem conhecer parâmetros difíceis ou impossíveis de se determinar experimental ou analiticamente [7, 70].

Paralelamente, discutimos aspectos relevantes da implementação de algoritmos que julgamos pouco detalhados na literatura.

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

No Capítulo 2, discorremos acerca dos princípios físicos da PET e discutimos brevemente as questões experimentais envolvidas em PET com câmaras de cintilação, a fim de compreender os fenômenos e sistema de aquisição modelados nas simulações.

No Capítulo 3, apresentamos alguns fatores relevantes para quantificação em PET, como ruído e efeitos físicos que degradam imagens.

No Capítulo 4, tratamos dos princípios da reconstrução de imagens tomográficas e apresentamos os métodos de reconstrução empregados.

No Capítulo 5, abordamos os métodos de correção de efeitos degradantes utilizados no trabalho e discutimos sua aplicação.

No Capítulo 6, detalhamos a implementação computacional dos algoritmos de reconstrução e correções utilizados.

No Capítulo 7, descrevemos os materiais e ferramentas computacionais empregados e apresentamos nossos métodos de estudo e análise.

No Capítulo 8, apresentamos e discutimos nossos resultados.

No Capítulo 9, fazemos nossas considerações finais e perspectivamos a continuidade do trabalho.

Nos Apêndices, incluímos tabelas de dados com parâmetros de avaliação medidos e um exemplo de sumário de simulação para uma das aquisições simuladas.

Para facilitar o referenciamento aos muitos conjuntos de dados, processamentos e imagens, adotamos acrônimos técnicos, todos relacionados em tabelas. Alguns termos e expressões em língua estrangeira foram conservados por serem já tradicionais do jargão praticado internacionalmente.

## Capítulo 2

# Tomografia por Emissão de Pósitrons (PET)

### 2.1 Introdução

A **Medicina Nuclear (MN)** é uma especialidade médica que emprega radionuclídeos para fins de diagnóstico e terapia. Usualmente os radionuclídeos são administrados *in vivo* em pacientes e podem estar ligados a compostos químicos, constituindo os chamados radiofármacos. Dependendo de suas propriedades, os fármacos empregados concentram-se em tecidos ou órgãos de interesse do paciente (p. ex. músculos, ossos, etc) e sua maior ou menor concentração permite avaliar suas funções ou seu metabolismo.

Para diagnósticos, a distribuição de radiofármacos é conhecida a partir de imagens planas ou tomográficas. As primeiras correspondem a projeções planas da distribuição de atividade no paciente. As últimas se referem às seções planas ou cortes da distribuição – tomografia – inferidas a partir de um conjunto de projeções de radiação tomadas sobre direções diversas<sup>1</sup>.

Em MN realiza-se, predominantemente, a **tomografia por emissão (TE)**, visto que as projeções constituem radiação emitida pelo objeto de estudo (Figura 2.1). Ela se distingue da **tomografia por transmissão** na qual as fontes de radiação são externas ao objeto e as projeções são constituídas a partir da radiação transmitida. A expressão **Tomografia Computadorizada (CT, de *Computerized Tomography*)** é historicamente

---

<sup>1</sup>O conceito de tomografia e suas aplicações são, de fato, amplos e não se restringem à medicina, vão da geologia à astronomia.

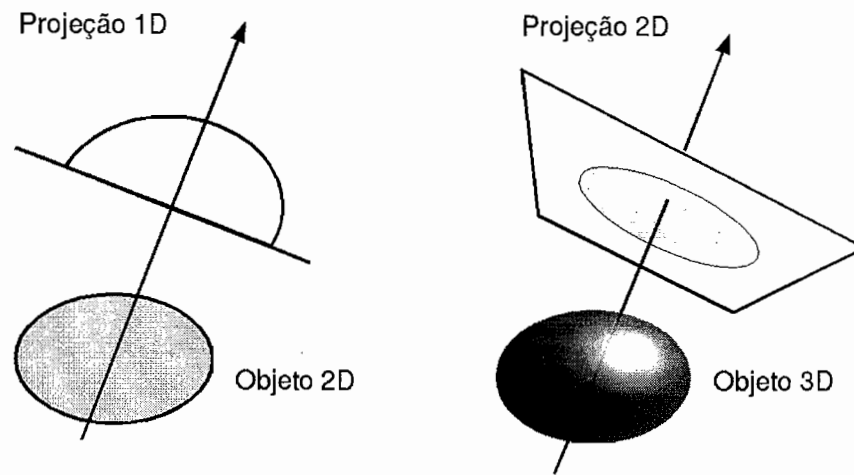


Figura 2.1: Projeções (paralelas) de radiação.

empregada para identificar a tomografia por transmissão com raios X. A tomografia por transmissão, com raios X ou não, também é empregada em diagnósticos; contudo, como a transmissão denota atenuação de radiação no objeto, fornece informação essencialmente anatômica, e não funcional.

Em MN, empregam-se duas formas de TE:

- **Tomografia por Emissão de Fóton Único (SPECT, de *Single Photon Emission Computerized Tomography*)**, que faz uso de radionuclídeos emissores de fótons, como o  $^{99m}\text{Tc}$ , o mais empregado em MN; e
- **Tomografia por Emissão de Pósitrons (PET, de *Positron Emission Tomography*)**, que utiliza emissores de pósitrons, como o  $^{18}\text{F}$ .

A formação de imagens tomográficas em SPECT se faz por meio de câmaras cintilográficas, que compreendem detectores de radiação gama com grandes cristais de cintilação, usualmente planos. Em PET, são empregados dois sistemas de detecção, que se diferenciam por sua geometria. Os **sistemas dedicados**, por sua concepção, executam apenas a PET. Os **sistemas mistos** são capazes de efetuar ambas PET e SPECT, ao que também são referidos como sistemas **PET/SPECT**.

Os sistemas mistos mais importantes e de uso mais difundido na rotina clínica são aqueles constituídos por dois grandes detectores de cintilação integrados em coincidência, também identificados pelo rótulo **DHCI** (de *Dual Head Coincidence Imaging*).

Todo o processo de formação de imagens em TE pode ser sintetizado em etapas, como segue:

1. **Aquisição:** processo físico no qual são tomadas as projeções de radiação do objeto de estudo (p. ex., o coração de um paciente).
2. **Processamento:** processo computacional do qual resulta uma representação – a imagem – do objeto estudado que gerou as projeções medidas. Compreende a **Reconstrução**, que produz a imagem a partir das projeções, e tratamentos como filtragem, segmentação e extração de parâmetros de caracterização.
3. **Diagnóstico:** avaliação pelos médicos especialistas.

Nosso trabalho versa sobre a reconstrução de imagens em PET efetuada com sistemas DHCI. A seguir, descrevemos os princípios físicos nos quais se baseiam a PET e os sistemas associados e discutimos os parâmetros de desempenho relevantes aos sistemas mistos.

## 2.2 Princípios Físicos

### 2.2.1 Emissão e Aniquilação de Póstrons

Em PET, o radionuclídeo usado emite um póstron ( $\beta^+$ ) que, após percorrer uma distância dentro do objeto de estudo, aniquila-se com um elétron do meio e gera dois fótons (Figura 2.2). Os fótons propagam-se, na maioria das aniquilações, em direções opostas, permitindo a detecção da aniquilação em coincidência com um par de detectores de radiação.

O alcance do  $\beta^+$  depende, essencialmente, de sua energia de emissão e da densidade do meio absorvedor. Como é emitido juntamente com um neutrino, há um espectro contínuo de energias de emissão, com uma energia média e uma máxima ( $E_{\beta^+}^{\max}$ ).

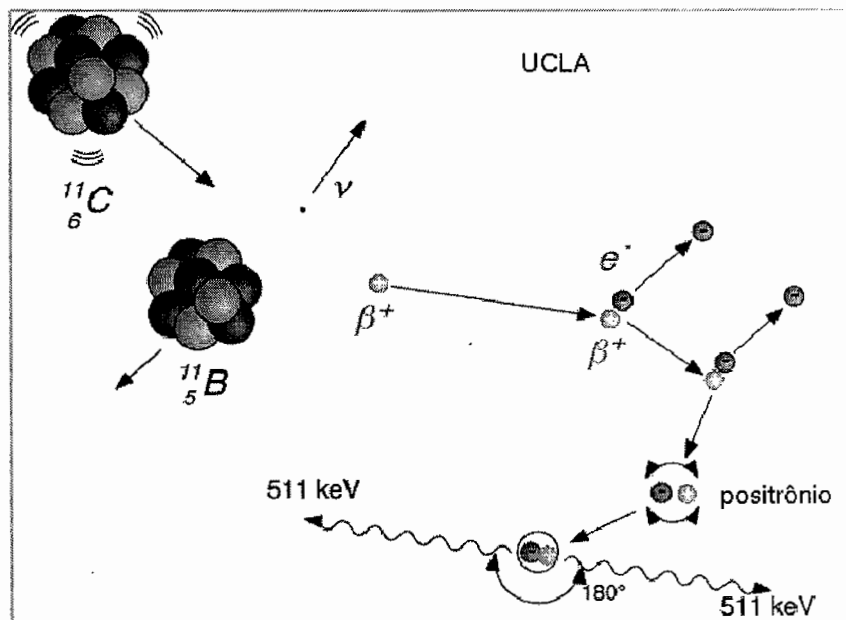


Figura 2.2: Aniquilação de póstrons ( $\beta^+$ ): exemplo com  $^{11}\text{C}$ .

Dentre os radionuclídeos de interesse em PET estão o  $^{18}\text{F}$ , o  $^{11}\text{C}$ , o  $^{13}\text{N}$  e o  $^{15}\text{O}$  (Tabela 2.1). O  $^{18}\text{F}$ , em particular, é utilizado para marcar o 2-Deoxi-2- $(^{18}\text{F})$ fluoro-D-glicose ou  $(^{18}\text{F})$ FDG, semelhante à glicose, radiofármaco que participa do metabolismo das células, com muitas aplicações clínicas. Juntamente com a meia-vida longa, isso contribuiu para torná-lo o radionuclídeo mais empregado em estudos clínicos em PET.

Radionuclídeo	$T_{1/2}$ (min)	$E_{\beta^+}^{\max}$ (MeV)	Alcance máximo em água (mm)
$^{15}\text{O}$	2,07	1,72	8,2
$^{13}\text{N}$	9,96	1,19	5,4
$^{11}\text{C}$	20,4	0,96	5,0
$^{18}\text{F}$	109,8	0,64	2,4

Tabela 2.1: Alguns radionuclídeos empregados em PET.  $T_{1/2}$  = meia-vida,  $E_{\beta^+}^{\max}$  = energia máxima de emissão.

Os demais radionuclídeos, de meia-vida mais curta, necessitam de um cíclotron *in loco* para sua produção e posterior síntese e marcação dos radiofármacos, o que demanda altos custos econômicos. Por essa razão, são empregados principalmente em instituições de pesquisa.

### 2.2.2 Interações da Radiação com a Matéria

Os principais fenômenos de interação entre fótons e a matéria compreendem o efeito fotoelétrico, o espalhamento Compton, a produção de pares e o espalhamento Rayleigh [9]. A produção de pares ocorre para fótons com energias  $\geq 1,02$  MeV e o espalhamento Rayleigh para  $\lesssim 50$  keV. Como fótons de aniquilação têm 511 keV, as interações relevantes em PET são :

- Interação Fotoelétrica: processo de absorção atômica no qual a energia de um fóton incidente é completamente absorvida, levando à supressão do fóton e ejeção de um elétron atômico, o fotoelétron.
- Interação Compton: processo de colisão de um fóton incidentente com elétrons atômicos fracamente ligados; a energia do fóton é parcialmente absorvida. O fóton incidente não é suprimido, mas espalhado por um ângulo de deflexão e com energia menor que a original.

As interações de fótons com alguns cristais de cintilação resultam em cintilações [35], cujas intensidades estão relacionadas com as energias depositadas. Assim, a interação fotoelétrica é desejável no detector, pois possibilita a identificação apropriada do fóton

incidente. No objeto de estudo, entretanto, esta interação suprime informação e, em tecidos vivos, provoca danos devido à ionização e a outros processos como quebra de ligações químicas.

A interação Compton, por sua vez, impede a correta localização do fóton incidente no detector. No objeto, ocasiona a ocorrência de eventos de espalhamento (ver Seção 2.4.5). Para fótons de 511 keV, a interação mais significativa em tecidos vivos (número atômico  $\lesssim 20$  [9]) é a interação Compton (Figura 2.3).

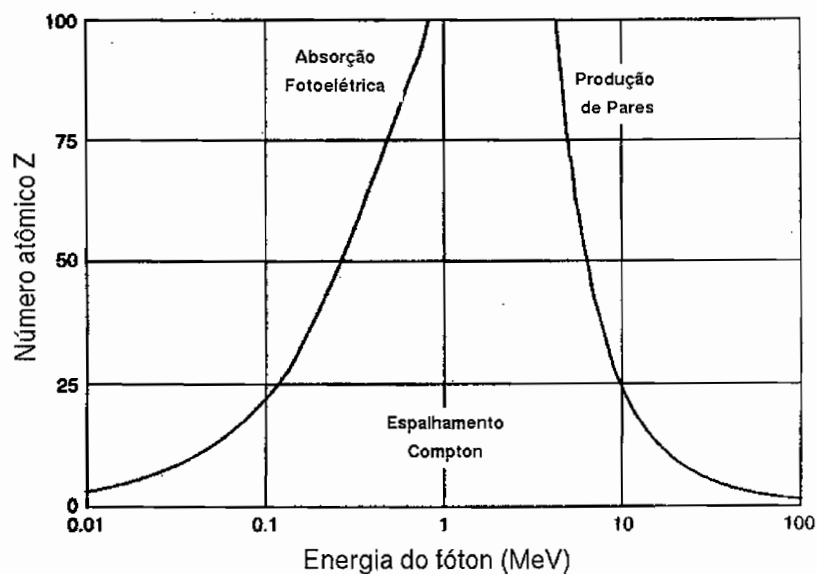


Figura 2.3: Interações predominantes (mais prováveis) em função da energia do fóton e do número atômico do meio absorvedor [9].



## 2.3 Sistemas de Aquisição

### 2.3.1 Detecção de Radiação

Em MN, a detecção de radiação (energias  $\gtrsim 100$  keV) é realizada por meio de cristais de cintilação, dos quais o mais comum é o NaI(Tl), iodeto de sódio dopado com tálio. Entretanto, devido à energia mais alta dos fótons de aniquilação (511 keV), são empregados em PET dedicados cristais de maior eficiência, tais como o BGO ( $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ , germanato de bismuto) e o LSO ( $\text{Lu}_2(\text{SiO}_4)\text{O}$ , oxortossilicato de lutécio). A eficiência é dada principalmente pelo maior número atômico efetivo (Tabela 2.2). Em DHCI, emprega-se o NaI(Tl).

	NaI(Tl)	BGO	LSO
Densidade ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	3,7	7,1	7,4
Z efetivo	51	75	65
Tempo de decaimento (ns)	230	300	40
Resolução energética	7,8%	10,1%	10,0%
$1/\mu$ para 511 keV (mm)	30	11	12
Higroscópico	sim	não	não

Tabela 2.2: Cristais de cintilação mais empregados em Medicina Nuclear e algumas de suas propriedades.

A luz de cintilação no cristal (de 20 keV a 100 keV) é convertida em pulso elétrico por tubos fotomultiplicadores opticamente acoplados e a altura do pulso de saída determina a energia depositada. Assim, um analisador de altura de pulso pode discriminar as energias de interesse (mais detalhes podem ser encontrados, p. ex., em [9, 35]).

### 2.3.2 Detecção em Coincidência

A detecção em coincidência se faz com pares de detectores. Um circuito eletrônico a eles integrado controla a aceitação de fótons detectados num intervalo de tempo  $\leq \tau$ , em que  $\tau$  é a janela temporal de coincidência. Nessas condições, quando dois fótons são detectados pelos dois cristais do par, o sistema considera que provieram da mesma aniquilação.

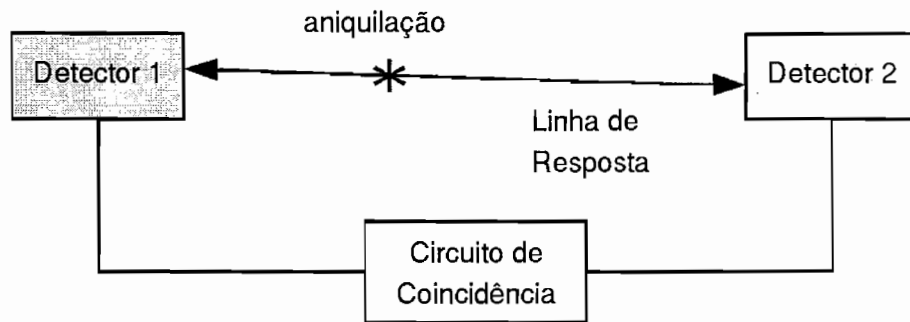


Figura 2.4: Detecção de coincidência.

A linha determinada pelo par de detectores denota uma **coincidência** e é denominada **Linha de Resposta (LR)** (Figura 2.4). A definição da LR dispensa o uso de colimadores físicos, ao que dizemos que a colimação é eletrônica. Diferentemente, em SPECT, colimadores físicos são necessários para delimitar as linhas de incidência, pois, quando um fóton é detectado, não se pode discriminar a linha sobre a qual ocorreu a emissão, já que esta é isotrópica.

Em sistemas PET, o valor de  $\tau$  é determinado pelo tempo de resolução  $\xi$  dos detectores e circuitos eletrônicos acoplados, isto é,  $\tau = 2\xi$ , tipicamente entre 10 e 15 ns.

### 2.3.3 Sistemas PET

Há diversas geometrias para PET (Figura 2.5). As mais empregadas compreendem sistemas dedicados, desenvolvidos a partir da década de 1970. Ainda nos anos 1950, contudo, Hal O. Anger, inventor da câmara de cintilação, e D. J. Rosenthal, sugeriram a utilização dessas câmaras em coincidência para efetuar PET [2]. O conceito foi reintroduzido na década de 1990 por empresas especializadas, que passaram a produzir sistemas DHCI comercialmente.

Os sistemas dedicados compõem-se, comumente, de anéis de detectores de pequena área. Cada um está integrado em coincidência com outros detectores, do mesmo anel ou de anéis diferentes.

Os sistemas mistos compreendem dois detectores, usualmente planos, com cristais de cintilação de grande área. São integrados em coincidência para a aquisição PET e, quando não, operam no modo individual. São rotativos, a fim de adquirir projeções

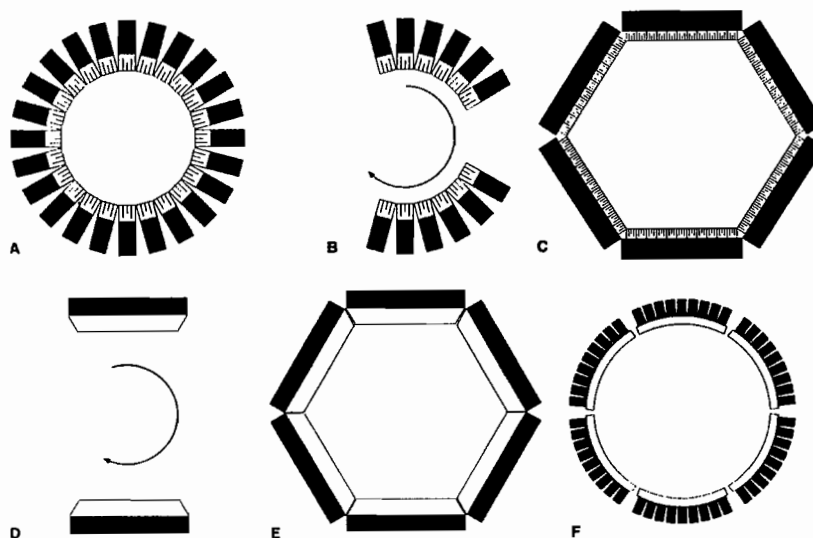


Figura 2.5: Geometrias de sistemas PET. A, B e C correspondem a sistemas dedicados, e D, E e F a sistemas mistos. A geometria D representa um sistema DHCI, com dois grandes detectores planos que giram [9].

em todo o domínio de ângulos azimutais, efetuando paradas regulares ou de movimento contínuo.

Os cristais são de NaI(Tl) e mais espessos que os das câmaras de cintilação usadas somente para SPECT, a fim de aumentar a sensibilidade para fótons de 511 keV. Isso, aliado à geometria e à necessidade de movimentação, torna os sistemas mistos menos sensíveis em comparação aos dedicados (ver Seção 2.4.4).

## 2.4 Sistemas PET com Câmaras de Cintilação

Um sistema (ou câmara) DHCI é composto por uma câmara de cintilação com dois detectores amplos, integrados em coincidência. Por isso, o desempenho de tal aparato está baseado no da câmara de cintilação, desenvolvida na década de 1950 por Hal O. Anger [1] (esquema na Figura 2.6).

Nesta seção, discorreremos sucintamente acerca dos parâmetros de desempenho do sistema DHCI e de algumas características da câmara de cintilação. Como trabalhamos com um sistema simulado, nem todos os aspectos de natureza experimental foram abordados. Antes, nos restringimos àqueles que julgamos mais relevantes para a compreensão do trabalho.

Uma descrição completa da câmara de cintilação, suas características e parâmetros de desempenho podem ser encontrados na referência [9].

### 2.4.1 Resolução Espacial

A Resolução Espacial (RE) denota a nitidez presente em uma imagem, ou ainda, o tamanho médio da menor estrutura detectável no **Campo de Visão (CV)** de um sistema formador de imagens. É caracterizada, em MN, pela Largura Completa à Meia Altura (FWHM, de *Full Width at Half Maximum*) da Função de Dispersão Pontual (PSF, de *Point Spread Function*) ou da Função de Dispersão Linear (LSF, de *Line Spread Function*) para o sistema em questão.

A RE global de um sistema DHCI ( $R_{\text{sis}}$ ) verificada nas imagens reconstruídas é limitada pelos seguintes fatores:

- Resolução Espacial Intrínseca ( $R_{\text{int}}$ ) individual dos detectores: depende essencialmente das flutuações estatísticas na distribuição dos fótons de luz entre os tubos fotomultiplicadores de um evento de cintilação a outro, o que é determinado pelas propriedades físicas dos cristais. Também depende da espessura dos cristais, que leva a uma incerteza na localização dos fótons incidentes. A resolução intrínseca do par de detectores ( $R_{\text{int}}$ ) é a composição das resoluções intrínsecas individuais. A  $R_{\text{int}}$  pode variar no CV em até 40% [9], sendo menor no centro e maior na periferia.
- Alcance de Pósitron: o caminho percorrido pelo  $\beta^+$  até a aniquilação depende da energia com que foi emitido e do meio material. Para fins de estimação da RE, consideramos o alcance efetivo do pósitron ( $R_{\text{pos}}$ ), dado pelo alcance máximo a partir

do ponto de emissão na direção perpendicular à LR [9]. Para  $^{18}\text{F}$ ,  $R_{\text{pos}} \approx 2,4$  mm em água e de metros no ar.

- Não-Colinearidade: os fótons de aniquilação se propagam em direções de  $180^\circ$  um do outro apenas na maioria das aniquilações. A distribuição angular é aproximadamente gaussiana com  $\text{FWHM}_\theta \sim 0,5^\circ$ . A RE associada a esse efeito, em termos de FWHM, depende linearmente da separação  $S$  entre os detectores e é dada por [9]

$$R_{\text{ang}} \approx \frac{1}{2} S \tan \left( \frac{0,5^\circ}{2} \right) \approx 0,0022 S \quad (2.1)$$

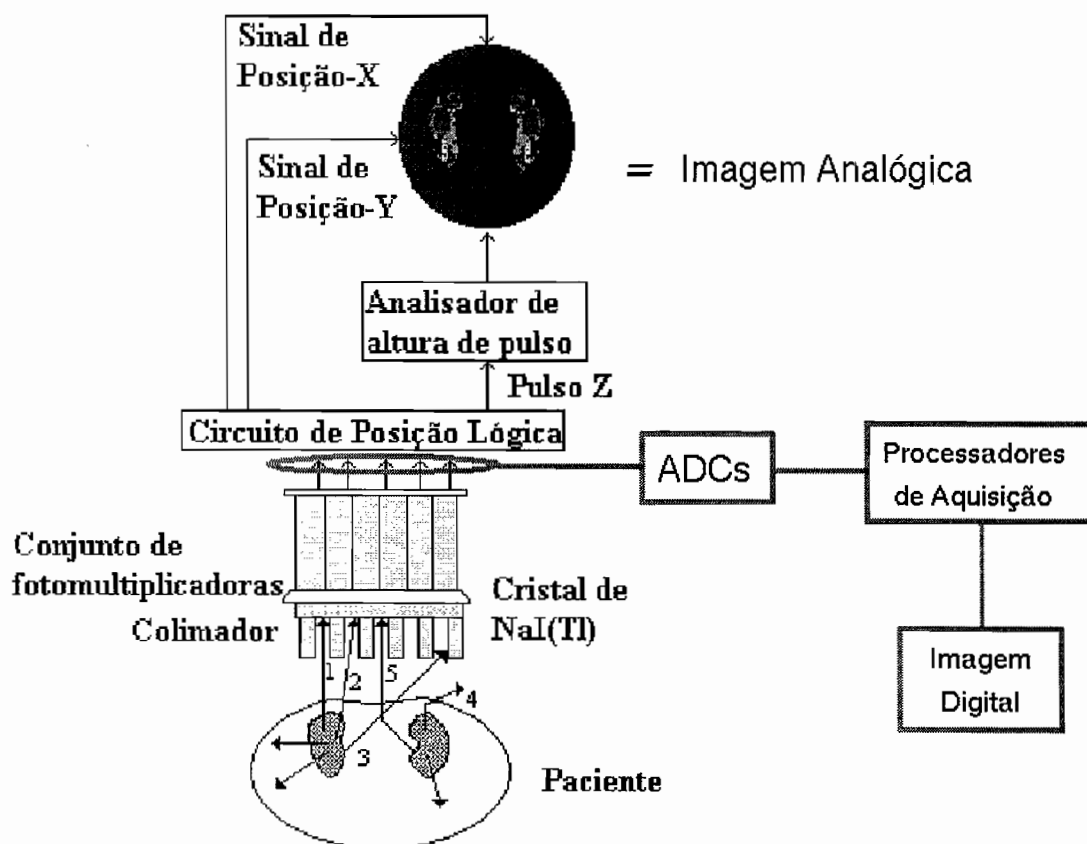


Figura 2.6: Composição básica da câmara de cintilação. Em sistemas digitais, as saídas dos tubos fotomultiplicadores (PM) são digitalizados e as funções dos circuitos de posicionamento e do analisador de altura de pulso são efetuadas via software [9].

A  $R_{\text{sis}}$  é determinada pela combinação das componentes individuais de resolução. A convolução das diversas funções resposta de um sistema linear nos leva à estimativa [9]

$$R_{\text{sis}} \approx \sqrt{R_{\text{int}}^2 + R_{\text{pos}}^2 + R_{\text{ang}}^2} \quad (2.2)$$

A amostragem de dados também é determinante em  $R_{\text{sis}}$ . A subamostragem dos perfis de projeção, com intervalos maiores do que  $R_{\text{sis}}/2$ , acarreta RE global proporcionalmente maior (ver Seção 2.4.6). Em aquisições clínicas, fatores externos como a movimentação do paciente também influenciam a RE. Na reconstrução, a RE é influenciada pela amostragem de imagem e pode se degradar pela aplicação de filtros para tratamento de ruído.

### 2.4.2 Tempo Morto

O tempo morto caracteriza a resolução temporal do sistema. Trata-se do intervalo médio de tempo dentro do qual o sistema é incapaz de distinguir fótons individuais detectados, influenciando a sensibilidade para a detecção de coincidências (ver Seção 2.4.4). Quando a atividade no CV é muito grande, acarreta perda de contagens, levando a empilhamento de sinais (*pulse pile-up*). É um fenômeno não linear, que varia com a taxa de fótons incidindo nos cristais.

O tempo morto deve-se, sobretudo, ao tempo de decaimento da luz de cintilação e de limitações intrínsecas aos circuitos eletrônicos. Seus efeitos devem ser corrigidos para evitar a subestimação de atividade a altas taxas de contagens. Em sistemas DHCI comerciais, em que correções são muitas vezes negligenciadas, limitam-se os efeitos por meio da restrição de atividade no CV.

### 2.4.3 Janelas de Energia

O espectro de energia formado na saída do analisador multicanal de uma câmara de cintilação é um histograma das energias depositadas pelos fótons no detector. O fotopico é um pico acentuado do espectro em torno da energia de emissão do fóton primário (não espalhado) incidente. Devido à resolução energética imperfeita da câmara, o fotopico apresenta-se com uma largura finita. A região do espectro à esquerda do fotopico, denominada região Compton, descreve as energias depositadas por fótons espalhados, no cristal e no objeto.

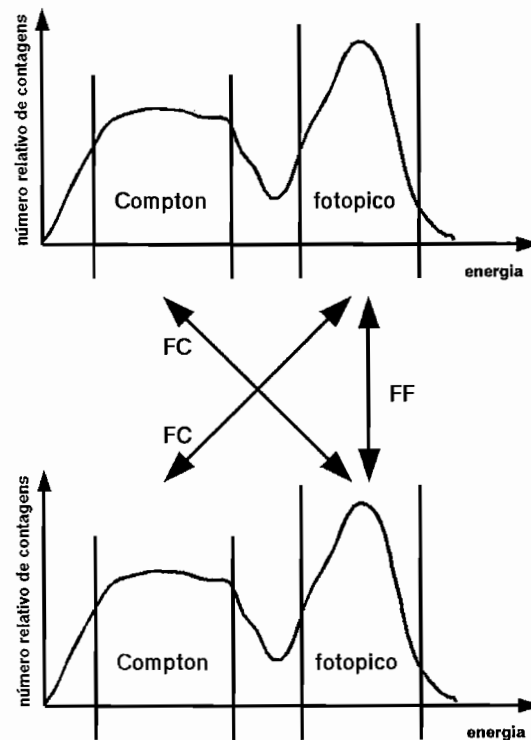


Figura 2.7: Janelas de energia para aquisição em PET/SPECT (há um espectro para cada detector). A seta unindo duas regiões Fotopico representa o modo Fotopico-Fotopico (FF) de aceitação de coincidências. A conjunção das combinações define o modo Fotopico-Compton (FF + FC).

Em DHCI, janelas de energia devem ser estabelecidas em cada detector para a aquisição de dados (Figura 2.7). Usualmente, as aquisições se dão sob o modo Fotopico-Fotopico (FF), com janelas centradas no fotopico de 511 keV dos fótons de aniquilação, em ambos os detectores da câmara. Para cristais de NaI(Tl), a janela energética usada é de 30% para fótons de 511 keV, de modo que são aceitos fótons de 434 keV a 588 keV.

A sensibilidade em DHCI é baixa comparada aos sistemas dedicados (ver seção a seguir). Para compensá-la, aquisições podem ser efetuadas num modo alternativo, o Fotopico-Compton, que soma as contagens sob o modo FF com aquelas sob a combinação de janela Fotopico em um detector e janela Compton em outro (FF + FC). Esta alternativa, no entanto, aumenta nos dados os efeitos degradantes do espalhamento de radiação.

### 2.4.4 Sensibilidade

Sensibilidade denota a fração de eventos originados no CV e efetivamente detectados. É determinada pelos fatores:

- Eficiência Intrínseca (EI) individual dos detectores: refere-se à fração de fótons incidentes no cristal e detectados. A eficiência do cristal depende essencialmente da probabilidade de ocorrência de interações no meio cristalino, probabilidade esta determinada pelo número atômico médio do meio, pela energia do fóton e pela espessura do cristal [9, 35]. Também depende do tempo morto (ver Seção 2.4.2). A EI do par de detectores em coincidência é proporcional ao produto das EI individuais.
- Eficiência Geométrica (EG): denota a fração de aniquilações ocorridas no CV e passíveis de detecção. É determinada pelo ângulo sólido de cobertura dos detectores para LR originadas numa dada posição no CV.

Quando não se empregam colimadores físicos, a EG varia no CV; tal variação pode ser axial ou transversal:

- Variação Axial: a EG é maior no centro do CV e decai linearmente em direção à periferia, formando um perfil triangular típico (Figura 2.8). Deve-se a isso o fato de que, no centro do CV, o ângulo sólido de cobertura é sempre maior para coincidências, com um maior número de LRs subentendidas do que na periferia.
- Variação Transversal: graças à geometria em DHCI, a EG apresenta um perfil triangular em direções transversais (ortogonais ao eixo principal), como ocorre na direção axial e pela mesma razão. O fenômeno não ocorre em sistemas dedicados, de geometria anelar<sup>2</sup>.

A EG em DHCI é menor que em sistemas dedicados. Estes cobrem todos os ângulos azimutais no plano transaxial, já que compõem-se de anéis de detectores que envolvem o objeto de estudo. Em DHCI, no entanto, a geometria plana não cobre todos os ângulos numa só tomada, o que exige uma varredura da câmara em redor do objeto durante a aquisição. Esta é uma das grandes limitações de sistemas DHCI em comparação aos dedicados.

---

<sup>2</sup>Rigorosamente, a descontinuidade dos detectores que formam os anéis, constituídos de pequenas unidades, introduz uma variação transversal na sensibilidade. Porém, é um fenômeno muito menos acentuado que em DHCI.



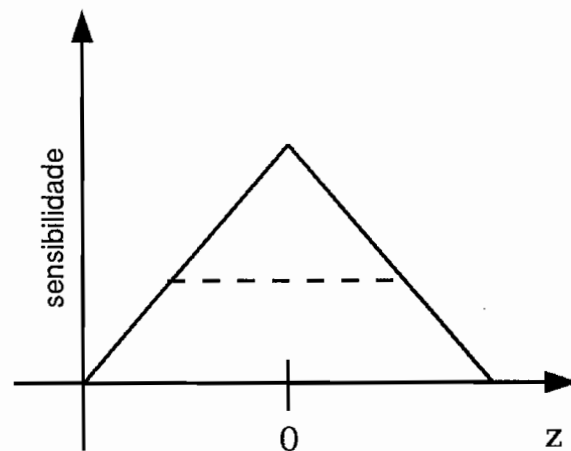


Figura 2.8: Perfis de sensibilidades para coincidências em sistemas PET.  $z$  denota o eixo de rotação da câmara. Para  $\phi_{\max}$  irrestrito, o perfil é triangular (linha cheia), e para  $\phi_{\max}$  restrito, o perfil é trapezoidal (linha tracejada).

Para quantificar, as variações de sensibilidade, por quaisquer fatores, devem ser corrigidas. No contexto da EI, inserem-se correções para não-uniformidade e não-linearidade das câmaras de cintilação, que se não forem efetuadas, introduzem artefatos nas imagens.

Os efeitos da variação axial da EG podem ser parcialmente evitados com a restrição do ângulo axial  $\phi$  das LR sobre o plano dos cristais (relativo à normal; veja Seção 2.4.6). Efetuamos a restrição impondo um ângulo máximo permitido, denominado **ângulo de aceitação axial**,  $0 < \phi_{\max} \leq \pi/2$ , acima do qual uma LR é rejeitada durante a aquisição. A restrição achata o perfil triangular, levando a um perfil trapezoidal, uniforme no centro do CV (Figura 2.8). O achatamento é tanto maior quanto maior for a restrição.

Por outro lado, a restrição leva a um desperdício de informação. Para evitar isso, a variação axial pode ser compensada na reconstrução 3D. Em 2D, com o uso de colimadores ( $\phi_{\max} \approx 0$ ), o perfil de sensibilidade é axialmente uniforme e a correção desnecessária. Neste caso, contudo, há a desvantagem da sensibilidade significativamente menor que em 3D, devido ao bloqueio de informação oblíqua.

A variação transversal leva a uma distorção em imagens reconstruídas caracterizada por um proeminente pico central. Pode ser compensada por meio dos chamados pesos rotacionais, que descrevem o perfil de sensibilidade transversal médio para uma câmara

rotativa [10, 56, 63]. A correção pode ser aplicada sobre os dados ou introduzida na reconstrução [48, 49]. É importante observar que a maioria dos sistemas DHCI comerciais em uso não a efetuam.

### 2.4.5 Coincidências Reais, Acidentais e de Espalhamento

Durante uma aquisição, podem ser detectadas formas distintas de coincidências ou eventos (Figura 2.9):

- Eventos Singulares ou Desemparelhados (*singles*): ocorrem quando um só fóton deposita energia num detector sem que haja uma contraparte no outro detector, não havendo assim a contagem de uma coincidência. Contribuem para os efeitos de tempo morto e ocorrência de eventos acidentais.
- Coincidências Reais (*true*s): ocorrem quando a coincidência detectada corresponde à aniquilação que a gerou.
- Coincidências Acidentais ou Aleatórias (*randoms*): ocorrem quando fótons de aniquilações distintas são detectados dentro da mesma janela temporal de coincidência ( $\tau$ ), gerando uma coincidência falsa. Não são eventos raros e a probabilidade de ocorrência aumenta de forma aproximadamente linear com  $\tau$  e a atividade. Podem se originar em porções do objeto externas ao CV. Produzem LRs erradas.
- Coincidências com Espalhamento (*scatter*): ocorrem quando um ou ambos os fótons de uma aniquilação sofre uma ou mais interações Compton, seja no objeto, seja nos detectores. Sua ocorrência depende de forma complexa da distribuição de atividade no objeto, do meio material e da geometria do detector. Introduzem um erro na alocação das LRs.

A razão entre a taxa de eventos acidentais e a de reais cresce com a atividade. A razão entre a taxa de eventos de espalhamento e o de reais aproximadamente independe da atividade no CV.

A distribuição dos eventos acidentais e de espalhamento é aproximadamente uniforme no centro das projeções e decai nas bordas. Ambos os fenômenos levam à perda de contraste nas imagens e inaccurácias em quantificação. Seus efeitos degradantes devem ser minimizados na aquisição e corrigidos em projeções ou imagens para fins de quantificação.

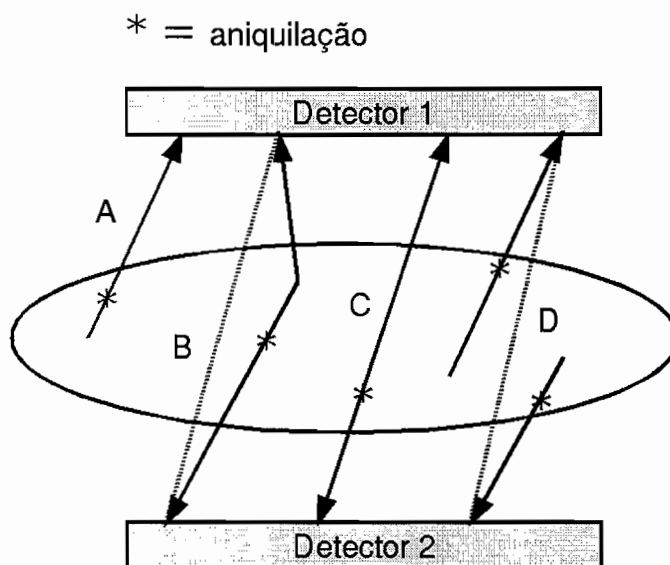


Figura 2.9: Tipos de eventos e coincidências: evento singular (A), coincidência com espalhamento (B), coincidência real (C) e coincidência falsa acidental (D).

### 2.4.6 Amostragem de Dados e Sinogramas

O processo de aquisição inclui a amostragem de dados, efetuada sobre as coordenadas das LRs. A amostragem define um conjunto de volumes alongados que denominamos **tubos** (Figura 2.10). O processo de aquisição consiste em registrar todas as LR/coincidências observadas em cada tubo num dado intervalo de tempo.

Cada LR é especificada no espaço por quatro coordenadas que, conforme indicadas no sistema definido na Figura 2.10, são :

- o **ângulo azimutal**  $\theta$ ,  $0 \leq \theta < \pi$ ;
- a **posição transaxial** (ou distância radial)  $t$ ,  $-L/2 \leq t \leq L/2$ ;
- e as **posições axiais limítrofes**  $z_1$  e  $z_2$ ,  $-A/2 \leq z_1, z_2 \leq A/2$ . A coordenada axial  $z$  define o eixo de rotação da câmara.

$L$  e  $A$  são, respectivamente, a largura e a extensão axial dos detectores. Definimos ainda o **ângulo axial** da LR por

$$\tan \phi = \frac{\Delta z}{S}, \quad (2.3)$$

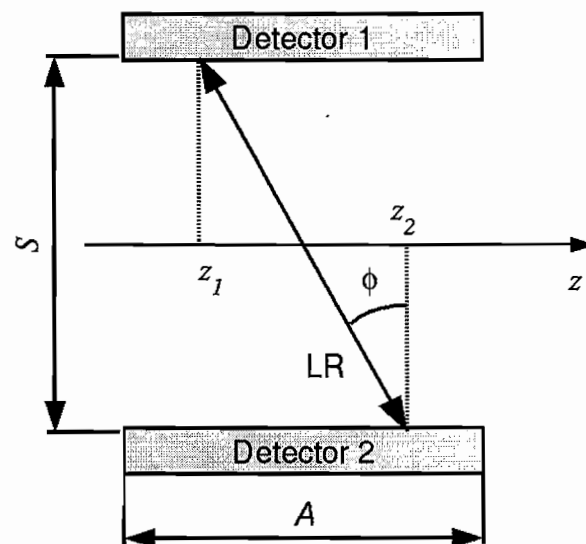
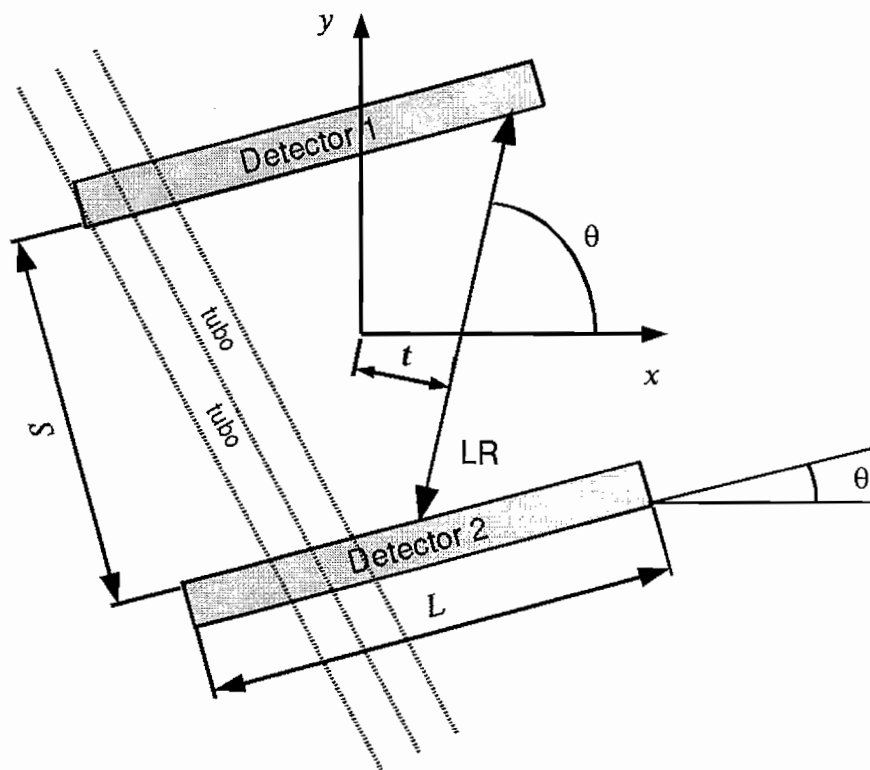


Figura 2.10: Sistema de coordenadas para Linhas de Resposta. O ângulo  $\theta'$  descreve a posição angular da câmara. Os tubos são pré-definidos para a aquisição (não estão representados na figura de baixo).

em que  $\Delta z = z_1 - z_2$  e  $S$  é a distância de separação entre os detectores da câmara.

Os intervalos de amostragem são definidos por  $\delta_\theta = \pi/N_\theta$ ,  $\delta_t = L/N_t$  e  $\delta_z = \delta_{z_1} = \delta_{z_2} = A/N_z$ , em que  $N_\theta$ ,  $N_t$  e  $N_z$  são, respectivamente, os números de amostras sobre as coordenadas angular, transaxial e axial. Estamos considerando amostragens axiais correspondentes em ambos os detectores (isto é, há  $N_z$  amostras axiais em cada um, emparelhadas em planos transaxiais).

A subamostragem leva a uma degradação da resolução espacial do sistema. Conforme o Teorema de Nyquist [17], não haverá perda de informação se  $\delta_x \leq 1/(2\nu_{\max})$ , em que  $\nu_{\max}$  é a maior componente de frequência associada à coordenada  $x$  a ser recuperada a partir dos dados;  $1/\nu_{\max}$  é o tamanho característico da menor estrutura relevante no objeto de estudo.

A forma usual de representação dos dados é o **sinograma**. Trata-se de um histograma bidimensional cujas amostras são especificadas pelas coordenadas  $\theta$  e  $t$  amostradas. Cada elemento do sinograma denota as contagens em um tubo. Um sinograma compreende  $N_\theta$  projeções paralelas unidimensionais amostradas em  $N_t$  intervalos, totalizando  $N_\theta N_t$  tubos. Cada tubo pode ser especificado pelas coordenadas amostradas segundo

$$p_i = p(\theta_i, t_i, z_1^{(i)}, z_2^{(i)}), \quad i = 1, 2, \dots, N_I, \quad (2.4)$$

em que  $i$  é o índice do tubo e das coordenadas amostradas,  $p_i$  é o valor das contagens nele contadas durante a aquisição e  $N_I$  é o número total de tubos.

Devemos observar que o ângulo  $\theta$  pode ser empregado para descrever LR, tubos e a rotação da câmara. É preciso, portanto, distinguir os três casos. Os ângulos dos tubos são pré-definidos na amostragem. O ângulo de rotação da câmara (Figura 2.10), por sua vez, varia durante a aquisição, e para cada um ocorre a detecção de muitas LR com ângulos azimutais diferentes. Esses eventos são agrupados nos tubos pré-definidos e um dado tubo pode contabilizar coincidências detectadas em posições angulares distintas da câmara.

Os sinogramas podem ser classificados em dois grupos:

- **sinogramas diretos:** nestes são contabilizadas as LRs para as quais  $\Delta z = 0$ . Isto é, é agrupada a informação proveniente de planos transaxiais, perpendiculares ao eixo  $z$ . Com a amostragem, o critério de aceitação das LR é  $\Delta z_{ii} = z_1^{(i)} - z_2^{(i)} = 0$ . Cada plano transaxial define um sinograma direto.

- **sinogramas oblíquos:** nestes são contabilizadas as LRs para as quais  $\Delta z \neq 0$ . Isto é, é agrupada a informação oblíqua. Com a amostragem, o critério de aceitação das LRs é  $\Delta z_{ij} = z_2^{(i)} - z_1^{(j)} \neq 0$ . Cada  $\Delta z_i$  define um sinograma oblíquo.

Deve ser observado que, se for imposta uma restrição ao ângulo axial  $\phi$ , o critério de aceitação das LR para sinogramas oblíquos passa a ser

$$\Delta z \neq 0, \quad \Delta z \leq S \tan \phi_{\max}, \quad (2.5)$$

em que  $S$  é a distância de separação entre os detectores e  $\phi_{\max}$  é o ângulo de aceitação axial. Neste caso, os sinogramas oblíquos que violem (2.5) são descartados.

### 2.4.7 Modos de Aquisição

A aquisição pode ser realizada em dois modos:

- **modo 2D:** neste modo, o sistema rejeita LRs oblíquas. O conjunto de dados compreende  $N_z$  sinogramas, todos diretos. Experimentalmente, a aquisição 2D pode ser efetuada com a ajuda de colimadores de radiação ou eletronicamente.
- **modo 3D:** neste modo, o sistema aceita todas as LRs. O conjunto de dados compreende  $N_z^2$  sinogramas, dos quais  $N_z$  são diretos e  $N_z(N_z - 1)$  são oblíquos. Se houver restrição ao ângulo axial, haverá  $N_z$  sinogramas diretos e um número de sinogramas oblíquos  $< N_z(N_z - 1)$ .

A aquisição 3D é mais sensível, pois abrange até  $N_z$  vezes mais sinogramas que em 2D, o que permite reduzir o tempo de aquisição e a atividade injetada em pacientes. O conjunto porta informação redundante, já que apenas os sinogramas diretos são suficientes para reconstruir o objeto. A redundância encontra-se nos sinogramas oblíquos e aumenta a consistência dos dados (ver Capítulo 4). Por outro lado, a aquisição 3D também aumenta a ocorrência de eventos com espalhamento e acidentais.

Os dados 2D são submetidos à reconstrução corte a corte ou **reconstrução 2D**, na qual cada sinograma direto origina uma imagem bidimensional. Os dados 3D podem ser submetidos à **reconstrução 3D**, na qual todos os sinogramas, diretos e oblíquos, são empregados para a formação de uma imagem volumétrica.

A reconstrução 3D não é comumente empregada em sistemas DHCI comerciais, em virtude de seu alto custo computacional (em meados de 2004). Antes, permitem um

procedimento alternativo que consiste em efetuar uma aquisição 3D, submeter os dados oblíquos à reamostragem em sinogramas diretos e, em seguida, realizar uma reconstrução 2D. Essa abordagem, vulgarmente denominada **modo 2,5D**, visa o aproveitamento da maior sensibilidade da aquisição 3D, porém sem arcar com o custo computacional da reconstrução volumétrica.

Métodos de reamostragem de dados incluem o *Single Slice Rebinning* [12], o *Multi Slice Rebinning* [45] e o *Fourier Rebinning* [13]. Seu emprego tende a se tornar obsoleto, pois a crescente capacidade de processamento dos computadores permitirá a reconstrução 3D na rotina clínica dos hospitais. Não os abordamos neste trabalho.





# Capítulo 3

## Aspectos Quantitativos em PET

### 3.1 Introdução

Para fins de quantificação, é desejável que os níveis de intensidade numa imagem reconstruída sejam proporcionais às concentrações de atividade correspondentes no objeto de estudo.

Para tanto, devemos corrigir ou compensar efeitos degradantes ou distorsivos em dados ou imagens, decorrentes das limitações dos sistemas de aquisição – como variação da sensibilidade no Campo de Visão (CV), resolução espacial finita, tempo morto e não-linearidades – e de fenômenos físicos indesejados, como espalhamento e atenuação de radiação.

No capítulo anterior já discorreremos sobre as variações de sensibilidade. Neste, abordamos outros aspectos relevantes à quantificação em PET.

### 3.2 Fatores de Qualidade em Imagens

A qualidade de imagens em Medicina Nuclear (MN) pode ser avaliada por inúmeros parâmetros físicos objetivos e mensuráveis. Os mais importantes compreendem:

- Resolução Espacial do sistema, que denota o tamanho característico da menor estrutura resolvível pelo sistema de imagem (ver Seção 2.4.1). Estruturas (tamanho) no objeto de estudo menores que a resolução não podem ser detectadas. Além disso, a resolução espacial é determinante na ocorrência dos efeitos de volume parcial (ver Seção 3.7).

- **Contraste**, que denota a relação dos níveis de intensidade entre regiões diferentes de uma mesma imagem. A quantificação é dificultada ou impossibilitada se uma imagem não recupera os contrastes do objeto de estudo.
- **Ruído**, que ocorre devido a flutuações de naturezas diversas (ver próxima seção). Altos níveis de ruído comprometem a detecção de contrastes na imagem [50,61] e, por extensão, a detecção e quantificação de objetos de interesse.

### 3.3 Ruído

O ruído pode encobrir contrastes numa imagem e dificultar sua detecção, já que à medida de um contraste pode estar associada uma grande incerteza. Assim, para fins de quantificação, ruído deve ser minimizado ou tratado sempre que possível. As origens do ruído encontram-se essencialmente em:

- flutuações estatísticas, decorrentes da emissão de radiação. No processo de emissão, as contagens seguem uma distribuição de Poisson, presente nos dados crus de aquisição. Podem ser suavizadas por filtros ou aplicados sobre dados ou imagens. Também podem ser tratadas com a modelagem da distribuição Poisson na reconstrução [38, 58].
- flutuações inerentes à eletrônica de aquisição. Compreendem um problema de engenharia, podem ser minimizadas no projeto dos sistemas.
- ocorrência de eventos de coincidência acidentais e com espalhamento, que introduzem erros estatísticos adicionais aos dados. Podem ser compensados por métodos variados de correção (ver Seções 3.4 e 3.5).
- correções de efeitos degradantes, como os de atenuação e espalhamento de radiação. Tais correções efetuam operações sobre os dados, que acabam por amplificar as flutuações presentes por propagação de erros.
- reconstrução, que também amplifica as flutuações, em particular em algoritmos iterativos (ver o próximo capítulo).

Aqui, cumpre ressaltar a importância do modo 3D na redução de ruído. A redundância de informação nos dados 3D acaba por levar a flutuações menores nas imagens recons-

truídas em comparação ao modo 2D, o que traz benesses à quantificação, em particular em DHCI, que é um sistema de menor sensibilidade que os tomógrafos dedicados.

### 3.4 Coincidências Acidentais

A distribuição de coincidências acidentais nas imagens compreendem perfis suaves e aproximadamente uniformes [9, 28]. Sua presença reduz contrastes e altera a relação linear entre contagens e atividade real, de modo que compensações devem ser aplicadas para fins de quantificação.

A ocorrência de acidentais pode ser minimizada experimentalmente na aquisição por técnicas que empregam uma segunda janela temporal de coincidência, porém defasada em relação a  $\tau$ . Por outro lado, os perfis uniformes da distribuição de acidentais permitem a aplicação de métodos subtrativos sobre projeções ou imagens [28]. Correções como essa, no entanto, introduzem ruído e são preteridas àquelas por hardware.

Sistemas comerciais empregam ambas as abordagens. Entretanto, por razões comerciais, freqüentemente não existe clareza por parte dos fabricantes na descrição dos métodos de correção empregados, principalmente quando são utilizadas modelagens de distribuições. Tal fato não raro dificulta as pesquisas realizadas com esses equipamentos.

### 3.5 Espalhamento de Radiação

A distribuição de coincidências com espalhamento nas imagens e seus efeitos são semelhantes àqueles devido a acidentais. A redução de sua ocorrência ou compensação de seus efeitos é importante em quantificação, pois a fração de espalhamento (relação coincidências com espalhamento/total de coincidências) é alta em aquisições 3D clínicas – em pacientes, chega a 70% em regiões como o abdômen [9]. A grande ocorrência tem duas causas maiores em DHCI:

- basta que apenas um dos fótons de aniquilação seja espalhado pelo objeto para que o evento de espalhamento ocorra.
- a interação Compton, responsável pelo espalhamento de fótons na faixa de 500 keV, é o evento mais provável em cristais de cintilação, como o NaI(Tl). Assim, fótons

de aniquilação acabam por depositar menos do que os 511 keV de sua energia no detector<sup>1</sup>.

Em SPECT, muitos métodos de correção empregam aquisições simultâneas em múltiplas janelas de energia que culminam por subtrair da janela do fotopico os fótons de espalhamento. Em PET, contudo, são pouco eficazes [9], embora metodologias de correção fundamentadas nesse princípio tenham sido propostas [19]. As atuais abordagens de correção são essencialmente duas: modelagem do fenômeno de espalhamento e subtração de perfis estimados.

A modelagem emprega imagens de transmissão a 511 keV, que refletem as propriedades do objeto de atenuar radiação [52]. Em tecidos vivos e a essa energia, toda a atenuação deve-se virtualmente a interações Compton, de modo que a distribuição de coincidências com espalhamento (no objeto) em projeções, via coeficientes de Klein-Nishina [16], pode ser computacionalmente modelada a partir da imagem de transmissão. A distribuição modelada é subtraída das projeções medidas, a imagem é reconstruída a partir dos dados corrigidos e o processo pode ser repetido iterativamente.

A segunda abordagem parte do princípio de que as contagens nas bordas do CV devem-se exclusivamente a espalhamentos pelo objeto (desde que ausentes as coincidências acidentais) [9,28]. Considerando que a distribuição desses eventos tem estrutura simples e componentes de baixa frequência espacial, uma extrapolação dos perfis é possível a partir das caudas periféricas. Os perfis modelados são então subtraídos das projeções medidas, ou das imagens reconstruídas.

Correções baseadas em modelagem de espalhamento são mais acuradas, porém de alto custo computacional. Métodos subtrativos com base em perfis de borda são simples e rápidos, representando, no entanto, somente uma correção de primeira ordem. Uma breve revisão dos métodos de correção de espalhamento em PET pode ser encontrada na referência [71].

### 3.6 Atenuação de Radiação

A atenuação de radiação decorre de interações no objeto que suprimem fótons de aniquilação ou por absorção fotoelétrica ou por desvios sucessivos via espalhamento

---

<sup>1</sup>Em geral, o que ocorre é a completa deposição da energia, porém em mais de uma iteração.

Compton. Assim, a coincidência associada deixa de ser contada ou é alocada erroneamente. A atenuação acarreta a subestimação de atividades na imagem.

A Correção de Atenuação (CA) em PET é uma operação simples – para cada tubo  $i$  mensurado, as contagens podem ser compensadas por um fator de atenuação  $\alpha$  conforme

$$\alpha_i \approx \exp \left[ - \int_{\text{tubo } i} \mu(x) dx \right], \quad (3.1)$$

em que  $\mu(x)$  é o coeficiente de atenuação linear de radiação, no objeto, para fótons de 511 keV;  $x$  é a coordenada da linha média representativa do tubo [32]. Os fatores  $\alpha$  não dependem da localização das aniquilações em  $x$ .

O conjunto discreto de coeficientes de atenuação para um objeto de estudo corresponde ao **mapa de atenuação** ( $\mu$ ). Pode ser determinado por modelagem, no caso de meios atenuadores aproximadamente uniformes (p. ex. tecido cerebral) ou por uma imagem de transmissão [72], para meios heterogêneos.

Alguns sistemas PET comerciais permitem a CA por mapas de atenuação. Para a transmissão, ora empregam-se fontes emissoras de pósitrons, como o  $^{68}\text{Ge}$ , que provêem radiação de 511 keV; ora fontes emissoras de fótons com energia próxima àquela, como o  $^{137}\text{Cs}$  (662 keV). Atualmente os fabricantes têm privilegiado sistemas PET/CT, que geram mapas com raios X ( $\lesssim 100$  keV), que podem ser reescalados para 511 keV<sup>2</sup>. Em DHCI, existem sistemas desprovidos de quaisquer opções de correção (Siemens), assim como o uso de raios X (GE) e  $^{137}\text{Cs}$  (Philips).

As flutuações nos mapas de transmissão introduzem ruído adicional nos dados, que é incorporado às imagens reconstruídas. Alternativamente, é possível incorporar a correção à reconstrução de modo a minimizar esse efeito [48, 49].

### 3.7 Efeitos de Volume Parcial

Volume parcial é um fenômeno que ocorre quando as dimensões de uma fonte de atividade são comparáveis a ou menores que a resolução espacial do sistema. Neste caso, os níveis de intensidade na imagem são menores que aqueles que deveriam representar a fonte em questão. Efeitos de volume parcial reduzem o contraste de pequenas fontes muito ativas em comparação às regiões circundantes no objeto.

<sup>2</sup>O mapa é segmentado em porções de  $\mu$  aproximadamente uniforme (p. ex. cérebro), para as quais adota-se o  $\mu$  correspondente para 511 keV.

Correções podem ser aplicadas nas imagens por meio dos chamados Coeficientes de Recuperação (RC) [27]. São adequadas a estudos com modelos físicos, nos quais as estruturas são conhecidas, porém difíceis de serem implementadas em situações clínicas, onde as estruturas presentes em tecidos são geralmente mal definidas.

Efeitos de volume parcial ocorrem quando

$$\delta_{\text{fonte}} \lesssim 2 R_{\text{sis}}, \quad (3.2)$$

em que  $\delta_{\text{fonte}}$  é o tamanho da fonte e  $R_{\text{sis}}$  a resolução espacial de sistema [9, 27].

# Capítulo 4

## Reconstrução de Imagens

### 4.1 Introdução

Reconstruir uma imagem em Tomografia por Emissão (TE) consiste em recuperar a distribuição original de radionuclídeos num paciente a partir das projeções ou dos perfis de radiação mensurados. Trata-se, portanto, de solucionar um problema inverso no qual os perfis servem de entrada aos algoritmos de reconstrução.

Para uma revisão dos métodos de reconstrução [25, 32, 37, 40, 44, 66], empregamos as seguintes definições:

- **Objeto** corresponde à distribuição de radioatividade no espaço e tempo. A **imagem-objeto** é a forma discretizada do objeto.
- **Dados** compreendem o conjunto de projeções tomadas de um objeto.
- **Imagem** é a representação do objeto inferida a partir dos dados.

Na forma usual de representação, o objeto é amostrado em uma matriz de elementos, comumente denominados pixels<sup>1</sup> (*picture elements*), conforme a Figura 4.1. Cada componente  $\lambda_j$  pode ser compreendida como o valor médio ou valor amostrado da distribuição de atividade  $f(x, y)$  no pixel  $j$ .

Quando a reconstrução é um processo exato, imagem e objeto se equivalem. Na prática, essa equivalência é impossível, pois a presença de ruído e a amostragem finita

---

<sup>1</sup>Neste caso, a função de base das imagens é discreta. Outras formas incluem, por exemplo, os chamados *blobs*, que são funções suaves e de simetria esférica [46]. Em nosso estudo, trabalhamos apenas com a representação em pixels ou seus análogos volumétricos, os *voxels* (*volume elements*).

de dados e imagens fazem destas uma representação apenas aproximada da realidade. À parte dessas limitações, as propriedades das imagens variam conforme os algoritmos empregados e suas diferenças residem no modo como dados e aquisição são modelados.

O fluxo de informações para o problema da reconstrução está esquematizado na Figura 4.2. A seguir, descrevemos os algoritmos empregados em nosso trabalho e representativos de três classes de abordagem: analítica (FBP), algébrica (ART) e estatística (MLEM e OSEM).

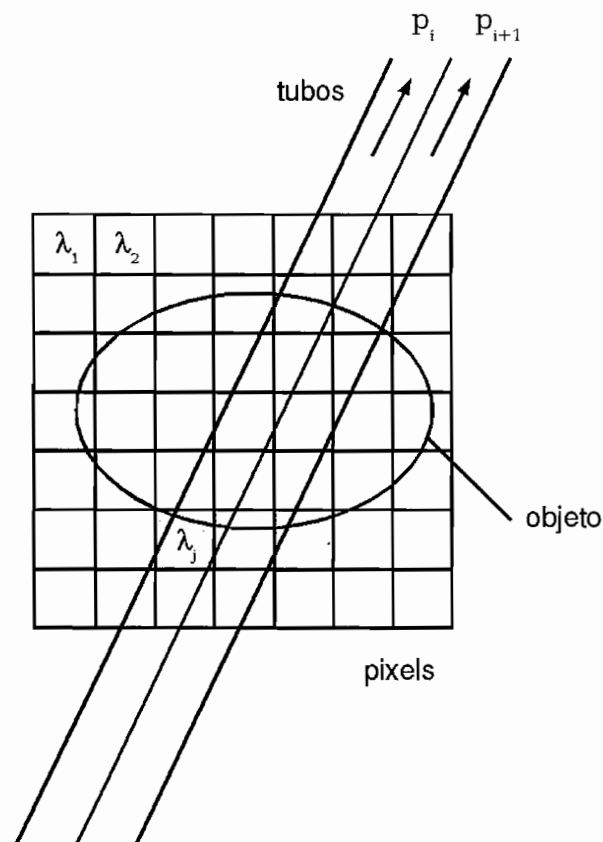


Figura 4.1: Discretização do objeto e projeções.



## 4.2 A Transformada de Radon

Usualmente, as projeções de radiação são modeladas analiticamente pela Transformada de Radon (TR) [25, 32], proposta em 1917 por J. Radon [55]:

$$p_{\theta}(t) = \mathcal{R}\{f\} = \int_{\text{linha}(\theta,t)} f(x,y) ds \quad (4.1)$$

A TR define um conjunto de integrais de linha  $(\theta, t)$  aplicadas à distribuição de atividade  $f(x, y)$  de um objeto de interesse – bidimensional neste exemplo;  $s$  é a coordenada de linha. Conforme a Figura 4.3, as coordenadas  $\theta$  (ângulo azimutal de projeção) e  $t$  (posição transaxial ou distância radial) determinam os caminhos de integração<sup>2</sup>. A função  $p_{\theta}(t)$  denota projeções paralelas unidimensionais e seus valores podem ser obtidos experimentalmente<sup>3</sup>.

Segundo essa abordagem, reconstruir a imagem de emissão a partir das projeções consiste em inverter a TR.

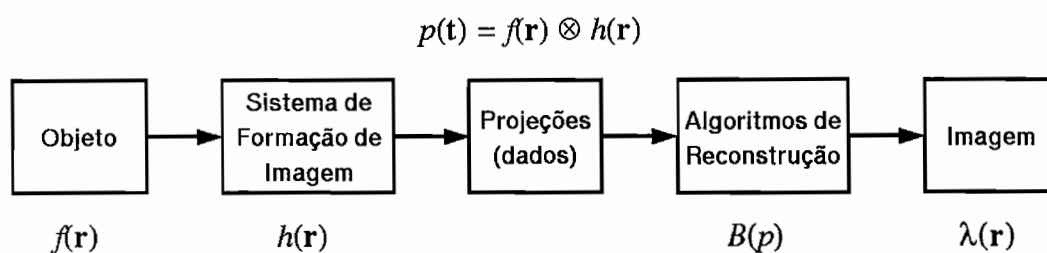


Figura 4.2: Fluxo de informações em reconstrução. A função  $f(\mathbf{r})$  representa a distribuição de atividade no objeto;  $h(\mathbf{r})$  representa a função de transferência que descreve o processo de aquisição; a função  $p(\mathbf{t})$ , que pode ser descrita por uma convolução de  $f(\mathbf{r})$  e  $h(\mathbf{r})$ , representa as projeções medidas;  $B(p)$  descreve a operação de reconstrução a partir dos dados e  $\lambda(\mathbf{r})$  representa a imagem reconstruída.

<sup>2</sup>Este sistema de coordenadas é equivalente ao da Figura 2.10 para  $z_1 = z_2$ .

<sup>3</sup>Projeções também podem ser não paralelas, como as projeções em leque (*fan-beam*). Neste trabalho tratamos apenas de projeções paralelas.

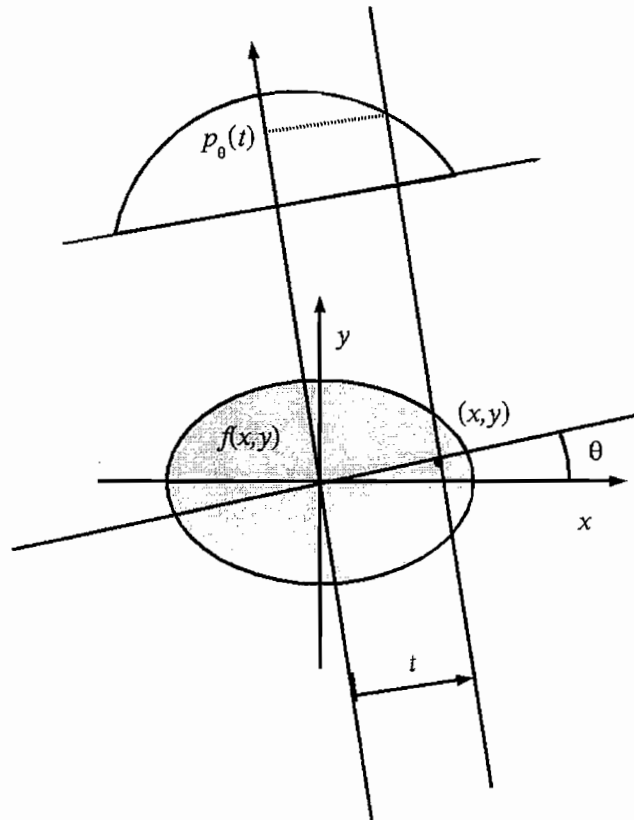


Figura 4.3: Projeção  $p_\theta(t)$  de um objeto bidimensional  $f(x, y)$ .

### 4.3 Retroprojeção Filtrada

A **Retroprojeção Filtrada** ou **FBP** (*Filtered Back-Projection*) é um método de inversão exata da TR. A inversa da TR é inferida a partir do Teorema do Corte Central de Fourier [25, 32] e é dada por

$$f(x, y) = \mathcal{R}^{-1}\{p_\theta(t)\} = \int_0^\pi \hat{p}_\theta(t) d\theta, \quad (4.2)$$

em que

$$\hat{p}_\theta(t) = \mathcal{F}^{-1}\{|\omega| P_\theta(\omega)\}, \quad (4.3)$$

com

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta; \quad (4.4)$$

$\mathcal{F}\{\cdot\}$  denota transformada de Fourier. A função  $P_\theta(\omega)$  é a transformada de Fourier das

projeções mensuradas (4.1):

$$P_{\theta}(\omega) = \mathcal{F}\{p_{\theta}(t)\} \quad (4.5)$$

O fator  $|\omega|$  em (4.3) age como um filtro rampa aplicado a cada perfil de projeção no domínio de frequência (ao que atribuímos o termo *projeção filtrada* a  $\hat{p}_{\theta}(t)$ ) e (4.2) corresponde à retroprojeção de  $\hat{p}_{\theta}(t)$  sobre a área da imagem. O Teorema do Corte Central é também uma maneira exata de inverter a TR; no entanto, sua implementação discreta requer interpolações no domínio de frequências, especialmente nas altas, em que pequenas variações podem levar a artefatos na imagem.

FBP é um algoritmo de baixo custo computacional e de fácil implementação, o que o torna de amplo uso na rotina clínica. No entanto, o modelo (4.1) pressupõe projeções ideais, pois contempla apenas a emissão de radiação. Para que possa ser aplicado, projeções medidas devem ser compensadas pelas variações de sensibilidade do sistema de detecção e por efeitos físicos como atenuação e espalhamento.

Em adição, os dados de TE são intrinsecamente ruidosos devido às flutuações estatísticas da emissão e ao tempo limitado da aquisição, de modo que a TR não constitui um modelo adequado para o processo de medida. Em particular, o fator  $|\omega|$  em (4.3) amplifica altas frequências, típicas de ruído, o que torna as imagens de FBP bastante ruidosas.

A filtragem de projeções com ruído leva à ocorrência de artefatos, em geral raiados, e de valores negativos, principalmente nas regiões externas à correspondente ao objeto, onde deveriam ser nulos. Como a retroprojeção distribui os perfis filtrados sobre toda a imagem, o ruído originário de um decaimento local contribui para uma grande área. Em especial, a presença de uma fonte muito ativa leva a desvios significativos em áreas de baixa atividade próximas.

O ruído pode ser atenuado com o uso de janelas com baixo ganho nas altas frequências aplicadas a  $|\omega|$ , de modo que

$$\hat{p}_{\theta}(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\Omega(\omega) |\omega| P_{\theta}(\omega)\right\} \quad (4.6)$$

possa ser empregada no lugar de (4.3), com  $\Omega(\omega)$  denotando a função de janelamento. Como sinal e ruído se sobrepõem no domínio de frequências, um compromisso entre resolução e suavização deve ser considerado em  $\Omega(\omega)$ .

## 4.4 Métodos Iterativos

Métodos analíticos visam obter diretamente a função objeto a partir das projeções. Métodos iterativos, contudo, buscam uma solução a partir de aproximações sucessivas. Uma imagem estimativa inicial é proposta e projetada. Os perfis estimados são então comparados aos dados de medida e um conjunto de erros é determinado e retroprojetado sobre a imagem corrente, que assim é atualizada. A cada iteração, o ciclo de projeção e retroprojeção se repete, até que um critério de parada seja atingido. O processo está esquematizado na Figura 4.4.

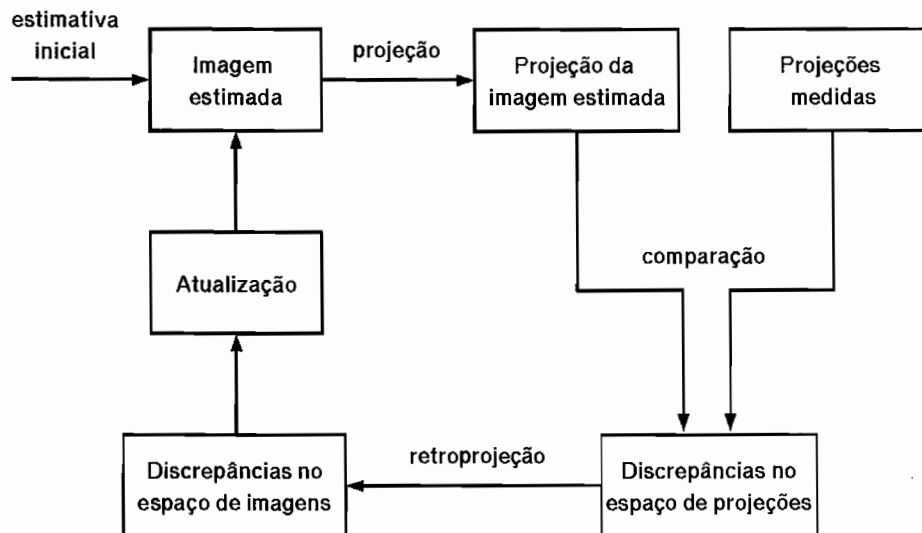


Figura 4.4: Processamento em algoritmos iterativos.

### 4.4.1 Reconstrução Algébrica

Uma abordagem alternativa em reconstrução tomográfica consiste em definir a imagem como um vetor de parâmetros a serem determinados e estabelecer um conjunto de equações algébricas relacionando incógnitas e dados medidos.

Conforme exposto na Seção 2.4.6, as projeções são amostradas em tubos, que neste caso bidimensional definem áreas alongadas. No contexto da TR, são definidas pelos caminhos de integração  $(\theta, t)$  em (4.1). Assim, os dados de medida podem ser modela-

dos como [32]

$$p_i = \sum_{j=1}^{N_J} c_{ij} \lambda_j, \quad i = 1, 2, \dots, N_I, \quad (4.7)$$

em que  $i$  e  $j$  referenciam, respectivamente, tubo e pixel,  $N_I$  é o número total de tubos e  $N_J$  é o número de pixels. Os coeficientes  $c_{ij} \geq 0$  denotam a contribuição do pixel  $j$  ao tubo  $i$  e podem ser modelados pela fração de área do pixel  $j$  interceptada pelo tubo  $i$  na Figura 4.1. Se um tubo não intercepta um pixel, adota-se  $c_{ij} = 0$ .

O modelo (4.7) é uma forma discreta da TR em (4.1) e compreende um sistema de equações lineares. Em sua forma matricial, esse sistema é expresso como

$$C\lambda = \mathbf{p}, \quad (4.8)$$

em que  $C$  é a matriz de coeficientes  $c_{ij}$  de ordem  $N_I \times N_J$ ,  $\lambda$  representa o vetor **imagem-objeto** (isto é, o objeto amostrado) e  $\mathbf{p}$ , o vetor de dados. Recuperar a imagem-objeto consiste, portanto, em resolver o sistema (4.8).

No espaço de parâmetros  $\lambda$ , de  $N_J$  dimensões, uma imagem corresponde a um ponto e as equações (4.7) descrevem hiperplanos. Para um sistema ideal, todos os hiperplanos cruzam o mesmo ponto, que é a imagem solução. A obtenção de uma solução por métodos diretos é computacionalmente inviável em TE devido às grandes dimensões da matriz  $C$  (comumente, tem-se  $N_I \times N_J \gtrsim 2^{28}$  em aquisições clínicas).

Em 1970, R. Gordon e colaboradores propuseram o algoritmo iterativo **ART** (*Algebraic Reconstruction Technique*) [18] para a solução de (4.8) em reconstrução, equivalente ao método de Kaczmarz proposto em 1937 para a resolução de sistemas de equações lineares [31]. Compreende o processo iterativo

$$\lambda_j^{(i)} = \lambda_j^{(i-1)} + (p_i - q_i) \frac{c_{ij}}{\sum_{k \in \mathcal{J}_i} c_{ik}^2}, \quad j \in \mathcal{J}_i, \quad (4.9)$$

em que

$$q_i = \sum_{k \in \mathcal{J}_i} c_{ik} \lambda_k^{(i-1)} \quad (4.10)$$

e  $\mathcal{J}_i$  representa o conjunto de pixels intersectados pelo tubo  $i$ .

O índice  $i$  denota uma subiteração do algoritmo. O processo é inicializado com uma imagem estimativa  $\lambda^{(0)}$ ; o ponto é então projetado sobre o hiperplano 1, o que determina uma nova imagem estimativa  $\lambda^{(1)}$ . O processo é repetido até que todos os  $N_I$  hiperplanos sejam contabilizados, perfazendo uma iteração do algoritmo. A cada nova iteração, o ciclo de projeções se repete.

Se o sistema (4.8) admite solução única, então o processo (4.9) converge para ela quando  $n \rightarrow \infty$ , em que  $n$  é o número de iterações. A velocidade de convergência é sensível à ordenação dos hiperplanos em (4.9) [26]. Em TE, contudo,  $\mathbf{p}$  é sempre ruidoso e (4.8) é, em geral, sobredeterminado ( $N_I > N_J$ ), de modo que uma solução única não existe. Nesse caso, (4.9) oscila na vizinhança das intersecções entre os hiperplanos [32].

Além disso, (4.8) é freqüentemente um sistema mal-condicionado em reconstrução, o que significa que pequenas variações no vetor de dados acarretam grandes variações na solução. Outro problema associado é a amplificação de ruído, que torna as imagens mais ruidosas a cada iteração. As sucessivas estimativas tendem a descrever as contagens observadas, que portam flutuações, e não as médias esperadas para as concentrações de atividade no objeto. Assim, há um compromisso entre convergência e amplificação de ruído e um critério de parada se faz necessário.

Apesar da eficiência computacional para a solução de grandes sistemas lineares esparsos, ART é mais custoso que FBP em reconstrução tomográfica. Sua aplicação é mais adequada nas situações em que projeções são amostradas de forma irregular ou em que o conjunto de dados é incompleto.

Há muitas variantes de ART, dentre as quais SART (*Simultaneous ART*) [32] e MART (*Multiplicative ART*) [18]. Uma variação digna de nota introduz um parâmetro de relaxação no termo aditivo de correção em (4.9) [26]. O algoritmo pode ser otimizado em relação à relaxação, pois com ela variam as propriedades de convergência e amplificação de ruído.

#### 4.4.2 Reconstrução Estatística

Uma outra classe de métodos iterativos é formada pelos métodos estatísticos, que permitem modelar a estatística do ruído presente, assim como incorporar informações *a priori* acerca da imagem [41].

Como o processo de decaimento radioativo segue uma distribuição de Poisson, cada valor  $p_i$  representa uma medida sobre variáveis aleatórias independentes  $P_i$ , cujas funções densidade de probabilidade condicional dos dados dada a imagem-objeto  $\lambda$  podem ser modeladas por

$$f(P_i = p_i) = \frac{1}{p_i!} \left( \sum_{j \in \mathcal{J}_i} c_{ij} \lambda_j \right)^{p_i} \exp \left( - \sum_{j \in \mathcal{J}_i} c_{ij} \lambda_j \right), \quad (4.11)$$

em que os coeficientes

$$c_{ij} = P(\text{evento detectado no tubo } i \mid \text{evento emitido no pixel } j) \geq 0 \quad (4.12)$$

são interpretados como a probabilidade de uma aniquilação originada no pixel  $j$  ser detectada no tubo  $i$ . Assim, os coeficientes integram uma matriz de probabilidades  $C$ . O valor esperado  $E(P_i)$  equivale ao lado direito de (4.7).

A partir dessa modelagem, L. A. Shepp e Y. Vardi [58] e K. Lange e R. Carson [38] propuseram, independentemente, na década de 1980, o método **MLEM** (*Maximum Likelihood EM*), baseado no algoritmo EM (*Expectation Maximization*) [14]. O método considera o vetor de parâmetros  $\lambda$  em (4.11) desconhecido e emprega o estimador de máxima verossimilhança para determinar a estimativa que melhor descreve a distribuição dos dados observados.

Dada a independência das medidas, a verossimilhança  $\mathcal{L}(\lambda)$  é definida por

$$\mathcal{L}(\lambda) = f(\mathbf{p}|\lambda) = \prod_{i=1}^{N_I} f(p_i), \quad (4.13)$$

em que  $f(p_i)$  são dadas por (4.11). A função  $\mathcal{L}(\lambda)$  <sup>4</sup> é proporcional à probabilidade de  $\lambda$  gerar o vetor de medidas  $\mathbf{p}$  [67] e apresenta um máximo global para  $N_I \geq N_J$  [38]. Assim, o vetor  $\lambda^*$  desejado é a imagem que leva à máxima verossimilhança:

$$\lambda^* = \arg \max_{\lambda} [\mathcal{L}(\lambda)] \quad (4.14)$$

Uma solução analítica exata para  $\lambda^*$  é impossível e o algoritmo provê a maximização de  $\mathcal{L}(\lambda) = f(\mathbf{x}|\lambda)$ , em que  $\mathbf{x}$  é o vetor de medidas das variáveis Poisson  $X_{ij}$ , que descrevem a contribuição do pixel  $j$  ao tubo  $i$  (aqui,  $E(X_{ij}) = c_{ij}\lambda_j$ ) [38]. Por construção<sup>5</sup>,

$$\sum_{j \in \mathcal{J}_i} X_{ij} = P_i \quad (4.15)$$

Como  $\mathbf{x}$  é desconhecido e não observável,  $f(\mathbf{x}|\lambda)$  é substituído por sua expectativa condicional dadas as medidas  $\mathbf{p}$  e uma imagem estimativa corrente  $\lambda^{(n)}$ , expectativa essa que denotamos por  $Q(\lambda, \lambda^{(n)})$ . Está provado que maximizar  $Q$  também maximiza (4.13) [38].

<sup>4</sup>De fato,  $\ln \mathcal{L}(\lambda)$  corresponde à definição de entropia.

<sup>5</sup>Notar que a expressão é consistente, já que a soma de variáveis Poisson também é Poisson.

O vetor ótimo  $\hat{\lambda}$  que maximiza  $Q$  pode ser empregado como a nova estimativa corrente ( $\lambda^{(n+1)} = \hat{\lambda}$ ) e o processo de maximização é então repetido [38]. O procedimento leva à relação de iteração que define o método:

$$\lambda_j^{(n+1)} = \frac{\lambda_j^{(n)}}{\sum_{i \in \mathcal{I}_j} c_{ij}} \sum_{i \in \mathcal{I}_j} c_{ij} \frac{p_i}{q_i}, \quad j = 1, 2, \dots, N_J, \quad (4.16)$$

em que

$$q_i = \sum_{k \in \mathcal{I}_i} c_{ik} \lambda_k^{(n)} \quad (4.17)$$

Diferentemente de ART, em que a atualização da imagem é aditiva, (4.9), MLEM a faz por multiplicação. A convergência de (4.16) para (4.14) é assegurada [38, 58] conforme

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda^{(n)} = \lambda^* \quad (4.18)$$

Também devemos observar que o estimador de máxima verossimilhança é consistente e não tendencioso [67], o que nos garante que, para um conjunto de dados suficientemente grande, a solução (4.14) converge para  $\lambda$ , a imagem-objeto original em (4.11):

$$\lim_{N_I \rightarrow \infty} \lambda^* = \lambda, \quad (4.19)$$

sendo  $N_I$  o número de elementos de  $\mathbf{p}$ .

O algoritmo convenientemente assegura a não negatividade dos pixels quando a estimativa inicial  $\lambda_j^{(0)} \geq 0, \forall j$ . Além disso, a preservação de contagens,  $\sum_j \lambda_j^{(n)} = \sum_i p_i, \forall n$ , é garantida se, implicitamente, assegurarmos

$$\sum_{i=1}^{N_I} c_{ij} = 1, \quad (4.20)$$

o que equivale a dizer que um evento originado no pixel  $j$  é detectado em pelo menos um dos tubos<sup>6</sup>.

Imagens reconstruídas por MLEM apresentam melhores relação sinal-ruído e resolução em comparação àquelas produzidas por métodos analíticos e algébricos, devido à

<sup>6</sup>Rigorosamente, o somatório acima é sempre menor que a unidade devido à eficiência geométrica imperfeita dos sistemas de aquisição. No entanto, podemos considerar a igualdade (4.20) sem perda de generalidade, ao que  $c_{ij}$  pode ser interpretado como a probabilidade de uma aniquilação originada no pixel  $j$  e detectada ser contada no tubo  $i$  [37, 58]. Nesse contexto, a imagem-objeto descreve a distribuição de atividade detectada.



modelagem estatística da emissão. MLEM também trata emissão e transmissão de forma análoga e permite a incorporação de fatores físicos na matriz  $C$ .

Por outro lado, sua convergência é lenta e, como qualquer algoritmo iterativo, amplifica ruído devido ao superajuste a dados ruidosos. Além disso, nem sempre é possível assegurar o caráter Poisson dos dados de medida quando correções têm de ser aplicadas, o que leva a imagens que não representam o máximo de verossimilhança.

### 4.4.3 Aceleração de Convergência

Devido à lenta convergência de MLEM, modificações foram sugeridas a fim de contornar a limitação e aproveitar os benefícios derivados da modelagem da emissão. O método **OSEM** (*Ordered Subsets EM*), apresentado em 1994 por H. M. Hudson e R. S. Larkin [29], propõe efetuar o processamento dos dados em blocos ou subconjuntos ordenados.

Segundo o método, o conjunto de tubos, que aqui denotamos por  $\mathcal{I}$ , é dividido em  $N_S$  subconjuntos arbitrários  $S_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, N_S$ . A cada subconjunto é então aplicada uma iteração de MLEM, o que define uma subiteração do método, até que todos os subconjuntos sejam contabilizados; o ciclo completo perfaz uma iteração de OSEM.

O processo pode ser expresso por

$$\lambda_j^{(m+1)} = \frac{\lambda_j^{(m)}}{\sum_{i \in (\mathcal{I}_j \cap S_m)} c_{ij}} \sum_{i \in (\mathcal{I}_j \cap S_m)} c_{ij} \frac{p_i}{q_i}, \quad j = 1, 2, \dots, N_J, \quad (4.21)$$

em que

$$q_i = \sum_{k \in \mathcal{I}_i} c_{ik} \lambda_k^{(m)} \quad (4.22)$$

e o índice  $m$  denota uma subiteração.

Uma definição e um ordenamento adequados dos subconjuntos permitem que a atualização da informação contida nos dados seja incorporada de forma ótima à imagem durante a reconstrução. Isso resulta em uma convergência acelerada por um fator proporcional a  $N_S$  [29]. Usualmente, o particionamento de  $\mathcal{I}$  é efetuado sobre o ângulo azimutal de projeção  $\theta$ , com  $\bigcup_{m=1}^{N_S} S_m = \mathcal{I}$ , e favorecendo a alternância de subconjuntos ortogonais no ângulo.

A convergência é assegurada para projeções exatas e subconjuntos perfeitamente balanceados (tais que, na projeção, cada pixel apresente a mesma contribuição para todos os  $S_m$ ) [29]. No entanto, o método não converge para o máximo de verossimilhança

(4.14) [5], além do que as condições de convergência não se verificam experimentalmente.

A despeito das limitações, OSEM é capaz de fornecer imagens úteis para diagnóstico em poucas iterações, o que contribuiu para torná-lo muito empregado na rotina clínica.

#### 4.4.4 Outros Métodos

Abordagem alternativa à aceleração de MLEM compete ao método iterativo RAMLA (*Row Action Maximum Likelihood Algorithm*) [5]. O algoritmo estende o princípio da atualização não simultânea de informação empregada em ART à maximização de  $\mathcal{L}(\lambda)$ . Diferentemente de OSEM, converge para a máxima verossimilhança, sob certas condições para o parâmetro de relaxação.

Alguns métodos estatísticos também incorporam informação *a priori*. Em MAP (*Maximum A Posteriori Reconstruction*) [41], também iterativo, a distribuição de valores na imagem é modelada por uma função de Bayes, ou *prior*, e a função de custo a ser maximizada passa a ser a verossimilhança *a posteriori*. O *prior* convenientemente limita a amplificação de ruído ao impor restrições aos valores que as componentes de  $\lambda$  podem assumir, o que regulariza a reconstrução.

Não incluímos tais métodos neste trabalho; antes, selecionamos MLEM e OSEM como representativos de métodos estatísticos comumente usados em rotina clínica.

### 4.5 Reconstrução Volumétrica

Em reconstrução 2D, recuperamos imagens bidimensionais a partir de sinogramas diretos. Nesse caso, um volume é obtido apenas justapondo cortes sucessivos. No entanto, essa imagem volumétrica porta as flutuações estatísticas associadas às baixas contagens da aquisição 2D.

Em reconstrução 3D, no entanto, recuperamos um volume diretamente. Esse procedimento tira proveito da informação redundante das linhas de resposta oblíquas e transversais para melhorar a relação sinal/ruído das imagens, já que sabemos que a hipótese de base da maioria dos modelos de aquisição – projeções ideais – não é satisfeita. A reconstrução 3D, contudo, tem alto custo computacional.

Na implementação de algoritmos, as unidades elementares de imagem, antes representadas por pixels em 2D, passam a ser representadas por seu análogo volumétrico, o

**voxel** (*volume element*), em 3D.

### 4.5.1 FBP 3D

O modelo da TR para projeções paralelas unidimensionais é empregado em FBP para recuperar um objeto bidimensional. Analogamente, podemos recuperar um objeto volumétrico a partir de projeções paralelas bidimensionais [66]. Assim, generalizada para o caso 3D, a TR assume a forma

$$f(x, y, z) = \mathcal{R}^{-1}\{p_{\theta, \varphi}(t_1, t_2)\} = \int_0^\pi \int_0^\pi \hat{p}_{\theta, \varphi}(t_1, t_2) \cos \theta \, d\theta \, d\varphi, \quad (4.23)$$

em que

$$\hat{p}_{\theta, \varphi}(t_1, t_2) = \mathcal{F}_{2D}^{-1}\{H(\omega_1, \omega_2) P_{\theta, \varphi}(\omega_1, \omega_2)\}, \quad (4.24)$$

com

$$\begin{aligned} t_1 &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ t_2 &= x \sin \theta \sin \varphi - y \cos \theta \sin \varphi + z \cos \varphi \end{aligned} \quad (4.25)$$

e

$$P_{\theta, \varphi}(\omega_1, \omega_2) = \mathcal{F}_{2D}\{p_{\theta, \varphi}(t_1, t_2)\}; \quad (4.26)$$

$\theta$  e  $\varphi$  especificam um plano de projeção e  $t_1$  e  $t_2$  denotam as coordenadas sobre ele.

No caso 2D,  $H$  é único e dado pelo fator  $|\omega|$  em (4.3). Em 3D, no entanto, os dados são redundantes (os sinogramas diretos são suficientes para recuperar o volume) e assim  $H$  em (4.24) admite uma infinidade de possibilidades.

A implementação de (4.23) exige cuidados. Na prática, projeções paralelas bidimensionais são incompletas, pois a eficiência geométrica limitada dos sistemas de detecção não permite cobrir todas as posições em torno do objeto, e isso pode levar a imagens com artefatos na reconstrução.

Uma solução é dada pelo algoritmo da Reprojecção 3D [33], que efetua uma recuperação preliminar do volume a partir da justaposição de cortes reconstruídos no modo 2D. O volume é então reprojetoado para completar as projeções e estas submetidas a FBP 3D por (4.23).

Outra solução é dada pela adoção do filtro FAVOR em  $H$  [11]. Proposto para evitar a reprojecção do volume, atribui um peso maior aos sinogramas diretos em baixas frequências, às expensas da perda de parte da informação 3D.

Uma alternativa simples à reconstrução volumétrica por (4.23) consiste em obter (4.3) de todas as projeções unidimensionais, tanto diretas quanto oblíquas, e retroprojetá-las sobre o volume da imagem. Trata-se de um procedimento misto em que a etapa de filtragem é aplicada como em FBP 2D, e a retroprojeção como em FBP 3D. Não há, neste caso, a necessidade de reparar projeções truncadas nem o desperdício de informação.

### 4.5.2 Métodos Iterativos 3D

Como vimos, a generalização para o caso volumétrico em inversões exatas exige a formulação analítica da TR para 3D. Em algoritmos iterativos, a generalização é mais simples e se dá na implementação. São necessários apenas o redimensionamento da matriz  $C$  e a redefinição do sistema de coordenadas para  $\lambda$  e  $\mathbf{p}$ . No Capítulo 6 detalhamos como isso é realizado.

# Capítulo 5

## Correções

### 5.1 Introdução

Neste capítulo, discorreremos acerca dos métodos de correção empregados em nosso trabalho. Com o objetivo de restringir a grande amplitude de possibilidades, efetuamos apenas três classes de correções:

- correção de sensibilidade
- correção de espalhamento de radiação
- correção de atenuação de radiação

Pela mesma razão, selecionamos apenas um método de correção de espalhamento e um de atenuação e limitamos a correção de sensibilidade à compensação da eficiência geométrica, negligenciando a eficiência intrínseca do detector.

A correção da eficiência geométrica é desmembrada em duas: uma para a variação transversal, outra para a variação axial. Frequentemente e por tradição, o termo **Correção de Sensibilidade (CS)** refere-se à compensação da variação axial da eficiência geométrica, e é com este significado que o empregamos daqui por diante. À compensação da variação transversal, chamamos **Normalização de Detector (ND)**.

De modo geral, as correções podem ser executadas de três formas:

- pré-reconstrução, quando são aplicadas sobre as projeções medidas,
- incorporadas à reconstrução,

- pós-reconstrução, quando são aplicadas sobre as imagens reconstruídas.

Em nosso trabalho, efetuamos correções pré-reconstrução, que também denominamos **pré-correções**, ou as incorporamos à reconstrução. A **Correção de Espalhamento (CE)** dá-se pelo método de subtração de perfil de borda interpolado das projeções [28] e a **Correção de Atenuação (CA)**, por meio de mapas de atenuação [34]. Discorreremos sobre a implementação computacional das correções no Capítulo 6.

## 5.2 Normalização de Detector

Como vimos na Seção 2.4.4, a eficiência geométrica em DHCI varia na direção transversal, levando a um perfil de sensibilidade triangular, o que ocorre em qualquer modo de aquisição (2D ou 3D). Tipicamente, o fenômeno produz um pico central proeminente nos níveis de intensidade das imagens reconstruídas, devido à maior sensibilidade no centro do Campo de Visão (CV) do sistema de detecção. A correção deste efeito é fundamental em quantificação e é desejável em análises visuais.

A variação transversal é descrita pelos chamados **pesos rotacionais** [56, 63]. Por sua definição, o peso rotacional é proporcional à sensibilidade média da câmara DHCI numa dada posição transaxial  $t$ . Como a câmara gira durante a aquisição, a média é tomada sobre todos os ângulos azimutais de rotação, donde o termo “rotacional”.

Na Figura 5.1, esquematizamos uma câmara DHCI e uma Linha de Resposta (LR) em questão –  $\psi$  representa o **ângulo transversal** da LR, em analogia ao ângulo axial  $\phi$  descrito na Seção 2.4.4. Para uma câmara girando a velocidade angular constante, definimos o peso rotacional por

$$\varrho(t) = \int_{-\psi_{\max}(t)}^{\psi_{\max}(t)} d\psi = 2\psi_{\max}(t), \quad (5.1)$$

em que  $\psi_{\max}$  é o máximo ângulo transversal possível subentendido pelas dimensões da câmara e a posição transaxial  $t$  da LR em questão. A integração (5.1) é restrita ao intervalo  $[-\psi_{\max}, \psi_{\max}]$ , pois além dele a LR não é definida. O ângulo máximo é dado por

$$\psi_{\max}(t) = \arctan\left(\frac{L}{S}\right) - \arcsen\left(\frac{2t}{\sqrt{L^2 + S^2}}\right), \quad (5.2)$$

em que  $L$  denota a largura dos detectores e  $S$  a distância de separação entre eles.

A correção é usualmente aplicada sobre os dados e dá-se de forma simples: submetemos à reconstrução as projeções unidimensionais normalizadas

$$p^{(ND)}(t) = \frac{p(t)}{\varrho(t)}, \quad (5.3)$$

(donde o termo “normalização”), o que compensa a variação transversal da eficiência geométrica. Contudo, a ND também pode ser incorporada à reconstrução (ver Seção 5.6) [49].

Devemos notar que, na Figura 5.1, não podemos distinguir a LR quanto ao ângulo axial  $\phi$ . Isso implica que a função (5.1) descreve os perfis de variação tanto para projeções diretas ( $\phi = 0$ ) quanto para projeções oblíquas ( $\phi \neq 0$ ).

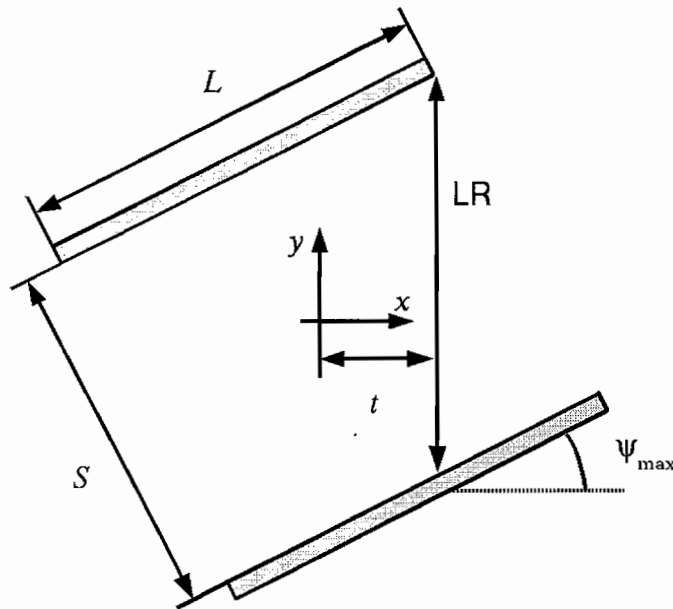


Figura 5.1: Corte transversal de um sistema DHCI demonstrando a sensibilidade a uma LR de posição transaxial  $t$ .

### 5.3 Correção de Sensibilidade

A variação axial da eficiência geométrica ocorre no modo 3D de aquisição e a equalização do perfil de sensibilidade é necessária para a quantificação. Como referido na Seção 2.4.4, uma equalização parcial pode ser efetuada durante a aquisição impondo-se um limiar ao valor do ângulo axial das LRs, o que, por sua vez, acarreta desperdício de informação. Por outro lado, a restrição pode ser total ou parcialmente evitada, pois a equalização do perfil axial é possível por meio de uma compensação incorporada à reconstrução.

Em MLEM (e OSEM), a compensação se dá quando a relação (4.20) é assegurada [58],

$$\sum_{i=1}^{N_I} c_{ij} = 1 \quad (5.4)$$

Para compreender a razão ou o porquê, devemos observar que o número de termos não nulos neste somatório equivale ao número de tubos que cruzam o voxel  $j$ <sup>1</sup>. Como  $c_{ij}$  são probabilidades, (4.12), a relação (5.4) modela o fato de que um evento originado no voxel  $j$  e detectado é sempre contado **em algum tubo**.

A consecução de (5.4) é sempre implícita, já que os algoritmos não discriminam dados válidos (aqueles para os quais  $\phi \leq \phi_{\max}$ , ver Seção 2.4.6) de não válidos, o que devemos garantir na implementação computacional (ver Capítulo 6).

Essas considerações são extensíveis a FBP [37]. Em ART, ainda que (5.4) não se verifique, a imagem final possui uma compensação intrínseca para a variação axial de sensibilidade; isso decorre da atualização não simultânea de informação (a cada subiteiração, são atualizados apenas os voxels interceptados por um tubo, de modo que, na relação 4.9, a nova estimativa  $q_i$  seja equiparada à contagem  $p_i$ ). No entanto, aqui também é preciso discriminar tubos válidos.

### 5.4 Correção de Espalhamento

O espalhamento de radiação acarreta uma alocação errônea de informação nas imagens. Idealmente, uma correção deveria realocar corretamente essa informação, o que é parcialmente possível com a modelagem do fenômeno de espalhamento [52]. Contudo,

<sup>1</sup>Devemos lembrar que  $c_{ij} = 0$  quando  $i \notin \mathcal{I}_j$ .



os métodos mais empregados simplesmente subtraem dos dados os eventos de espalhamento [3, 28]. Em nosso trabalho, empregamos um método subtrativo, mais simples de ser implementado em rotina clínica.

A distribuição dos eventos de espalhamento nos perfis de projeções medidos  $p(t)$  é tipicamente constante no centro e decai radialmente nas bordas [9]. Desse modo, as caudas dos perfis podem ser consideradas decorrentes de espalhamento apenas (supondo não ocorrência de eventos acidentais), pois essas porções correspondem a regiões do CV nas quais não há atividade.

Baseados nesse princípio, podemos modelar a distribuição de eventos de espalhamento extrapolando as caudas das projeções para o centro do objeto. A curva modelada,  $p_E(t)$ , é subtraída das projeções medidas para a obtenção de projeções corrigidas  $p^{(CE)}(t)$ :

$$p^{(CE)}(t) = p(t) - p_E(t) \quad (5.5)$$

A determinação de  $p_E(t)$  exige a localização das bordas da distribuição de atividade em  $p(t)$  para delimitar as caudas. Entretanto, como, em geral, as bordas são desconhecidas, podemos contornar essa limitação interpolando a função

$$\tilde{p}(t) = p(t) \leq \beta p_{\max}, \quad 0 < \beta \leq 1, \quad (5.6)$$

para obter  $p_E(t)$ , em que  $p_{\max}$  é o máximo de  $p(t)$  e  $\beta$  é um parâmetro a ser otimizado.

Em comparação à modelagem de espalhamento, o método subtrativo é simples, de fácil implementação e baixo custo computacional, já que é aplicado aos perfis, isto é, às projeções unidimensionais. Também permite a subtração conjunta de eventos com espalhamento e acidentais, quando estes não são previamente corrigidos, e de espalhamento originado em regiões externas ao CV da câmara.

Por outro lado, como este método representa apenas uma correção de primeira ordem, é inadequado para objetos extensos (p. ex. pacientes obesos, para os quais as caudas das projeções não estão bem definidas) ou heterogêneos (nos quais a distribuição de eventos de espalhamento pode ser menos regular). Além disso, ele também introduz ruído adicional nas imagens e necessita ser otimizado quanto a  $\beta$  e à função de interpolação.

A correção de espalhamento deve ser aplicada antes da correção de atenuação.

## 5.5 Correção de Atenuação

Em PET, o efeito de atenuação produz na imagem reconstruída um envólucro mais ativo e uma região central menos ativa do que deveriam ser, dificultando a interpretação e quantificação. Sua correção, em geral, é efetuada com um mapa de coeficientes de atenuação do próprio paciente, representado por uma imagem de transmissão  $\mu$ . Este método é o mais empregado na rotina clínica, e por isso o adotamos.

A imagem  $\mu$  representa, para uma dada energia de fóton, o mapa dos coeficientes de atenuação linear de radiação no objeto. Por meio dele, estimamos os fatores (3.1) empregados para compensar os efeitos da atenuação e somente submetemos à reconstrução as projeções corrigidas

$$p^{(CA)}(t) = \frac{p(t)}{\alpha(t)} \quad (5.7)$$

Experimentalmente, a aquisição por transmissão se faz por CT convencional (com raios X), com emissores de fótons, como o  $^{137}\text{Cs}$  [34], ou, em PET dedicada, com emissores de pósitrons, como o  $^{68}\text{Ge}$  (que, assim, constitui uma fonte de 511 keV).

As imagens de CT refletem a atenuação pelo objeto de fótons com energias muito abaixo dos 511 keV dos fótons de aniquilação ( $\lesssim 100$  keV). Imagens com fontes de  $^{137}\text{Cs}$ , por sua vez, descrevem mais acuradamente a atenuação em PET, pois os fótons de emissão têm energia de 662 keV, valor mais próximo de 511 keV. Em qualquer caso, porém, o mapa porta flutuações estatísticas que são incorporadas às imagens no processo de correção.

Em nosso trabalho, empregamos mapas de 662 keV, simulando transmissão com fontes de  $^{137}\text{Cs}$ .

## 5.6 Correções em Reconstrução

Correções são necessárias para quantificação, ou mesmo para avaliação visual, pois a reconstrução é fundamentada em modelos que não contemplam todos os fenômenos físicos envolvidos na aquisição dos dados. Entretanto, pré-correções introduzem ruído extra e modificam a forma da distribuição de dados, violando as hipóteses bases dos métodos de reconstrução – projeções ideais (ruído ausente) ou distribuição de dados conhecida.

O problema pode ser minimizado incorporando as correções ao processo de reconstrução, em preterimento das pré-correções. Como exemplo, descrevemos como o procedimento se dá nos métodos MLEM e OSEM [49]. Na relação de iteração (4.16), definimos o denominador no lado direito por

$$\eta_j = \sum_{i \in \mathcal{I}_j} c_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, N_J \quad (5.8)$$

Neste caso, a incorporação da correção de atenuação à reconstrução é efetuada substituindo (5.8) em (4.16) por

$$\eta_j^{(CA)} = \sum_{i \in \mathcal{I}_j} c_{ij} \alpha_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_J, \quad (5.9)$$

em que  $\alpha_i$  é o fator de atenuação (3.1) médio ou amostrado sobre o tubo  $i$ . O fator (5.9) perfaz uma compensação média da atenuação sobre o voxel  $j$ , diluindo os efeitos das flutuações presentes nos fatores de atenuação. Isso representa uma vantagem em relação à pré-correção, quando aplicamos o processo (4.16) às projeções modificadas (5.7). Além disso, ao evitar modificações nos dados, preservamos sua natureza Poissoniana, assegurando a hipótese de base dos métodos MLEM e OSEM.

A incorporação da normalização de detector se faz substituindo (5.8) por

$$\eta_j^{(ND)} = \sum_{i \in \mathcal{I}_j} c_{ij} \varrho_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_J, \quad (5.10)$$

em que  $\varrho_i$  é o peso rotacional médio ou amostrado no tubo  $i$ . Em tal forma, (5.10) proporciona menor amplificação do ruído presente nos dados em relação à pré-correção (5.3) [49].

É importante notar que a introdução de correções pode ser traduzida como modificações na matriz de aquisição  $C$  em (4.8). Nesse contexto, a incorporação de correções à reconstrução é extensível a outros métodos além de MLEM e OSEM.

## 5.7 Correções Múltiplas

Correções múltiplas podem ser aplicadas sobre os dados. Neste caso, a ordem dos procedimentos altera o resultado. A primeira correção a ser aplicada deve ser a ND, para compensar a variação transversal da sensibilidade; em seguida, a CE, para subtração da informação alocada erroneamente; e, por fim, a CA.

As projeções corrigidas assumem a forma explícita

$$p^{(\text{ND} + \text{CE} + \text{CA})}(t) = \frac{p^{(\text{ND})}(t) - p_E^{(\text{ND})}(t)}{\alpha(t)}, \quad (5.11)$$

em que  $p^{(\text{ND})}(t)$  é dado por (5.3) (sendo  $p(t)$  as projeções medidas) e  $p_E^{(\text{ND})}(t)$  é a modelagem de espalhamento após ND.

Correções múltiplas também podem ser incorporadas à reconstrução [49]. No caso em que a CE é aplicada, a ND deve atuar previamente sobre os dados, já que nossa CE atua somente sobre dados corrigidos por ND. Assim, em MLEM e OSEM, por exemplo, podemos adotar (5.9) e aplicar o processo iterativo sobre as projeções corrigidas por ND e CE. (cabe observar que, neste caso, a modificação sobre os dados destrói sua natureza Poissoniana).

Se a CE não for efetuada, a ND e a CA podem ser ambas incorporadas à reconstrução, bastando considerar

$$\eta_j^{(\text{ND} + \text{CA})} = \sum_{i \in \mathcal{I}_j} c_{ij} \varrho_i \alpha_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_J \quad (5.12)$$

No Capítulo 6, mostramos como introduzir essas correções em FBP.

# Capítulo 6

## Implementação de Algoritmos

Neste capítulo, discorreremos sobre a implementação computacional dos algoritmos empregados em nosso trabalho, todos escritos em linguagem C.

### 6.1 Parâmetros de Amostragem

Para a implementação, consideramos a representação discreta de dados e imagens em tubos e voxels, introduzidos nas seções 2.4.6, 4.4.1 e 4.5. Também adotamos as seguintes convenções e definições.

O sistema de coordenadas empregado para descrever tubos e Linhas de Resposta (LR) é aquele esquematizado na Figura 2.10. Para a matriz de reconstrução, adotamos um sistema de coordenadas cartesiano, conforme a Figura 6.1. Em ambos os sistemas, as origens localizam-se no mesmo ponto do espaço, centralizado no volume de reconstrução, e a coordenada  $z$  descreve o eixo de rotação da câmara.

Cada voxel  $j$  é especificado no espaço pelas coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  amostradas, conforme

$$\lambda_j = \lambda(x_j, y_j, z_j), \quad j = 1, 2 \dots N_J \quad (6.1)$$

O volume de reconstrução apresenta dimensões  $L \times S \times A$ , em que  $L$  representa a largura da câmara,  $A$  sua extensão axial e  $S$  a separação entre os detectores e igual a  $L$ . Definimos  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$  como os números de amostras nas direções cartesianas, de modo que a matriz imagem possui  $N_x \times N_y \times N_z = N_J$  elementos.  $N_z$  é também o número de amostras axiais definido na Seção 2.4.6. Com isso, estamos determinando que o número de cortes de reconstrução corresponda ao de amostras axiais dos dados.

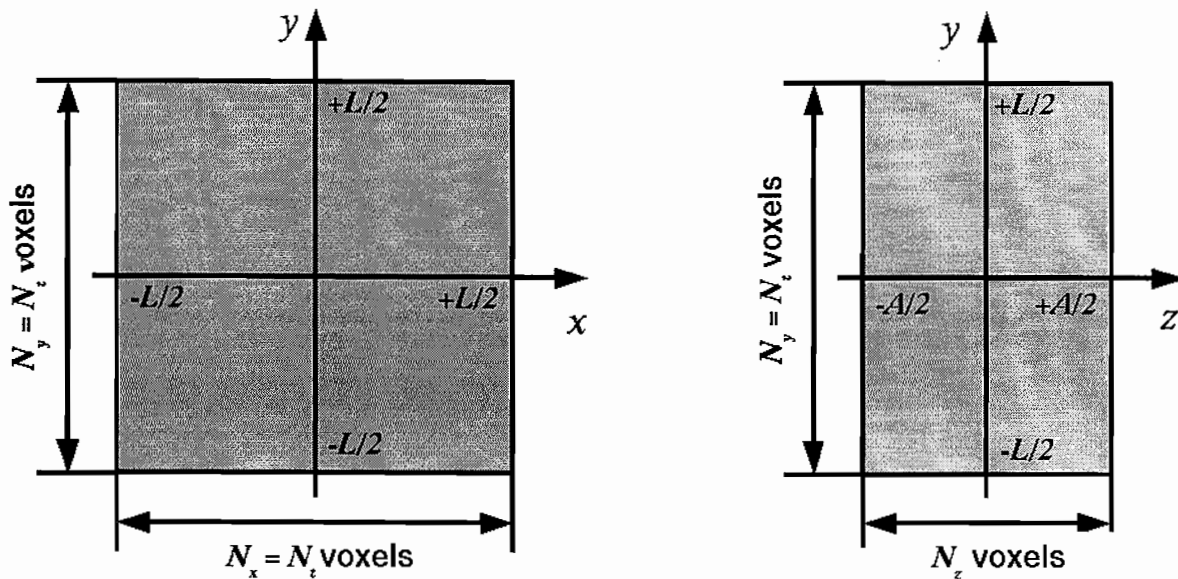


Figura 6.1: Matriz de reconstrução.

Também adotamos  $N_x = N_y = N_t$ , em que  $N_t$  é o número de amostras das projeções unidimensionais (a amostragem é realizada na direção transaxial ou radial). Assim, os intervalos de amostragem, que definem o tamanho dos voxels, são dados por  $\delta_x = \delta_y = \delta_t = L/N_t$  e  $\delta_z = A/N_z$ . Cada voxel apresenta, portanto, seção transaxial quadrada. A Tabela 6.1 sintetiza todos os parâmetros envolvidos na amostragem de dados e imagem.

Na implementação, determinamos o valor da  $i$ -ésima amostra de uma dada coordenada  $w$  no centro de um intervalo:

$$w_i = \left( k_i + \frac{1}{2} \right) \delta_w, \quad 0 \leq k_i < N_w, \quad k_i \text{ inteiro} \quad (6.2)$$

## 6.2 O Projetor-Retroprojetor

O cerne dos algoritmos de reconstrução é o Projetor-Retroprojetor (PR), pois qualquer método efetua ao menos uma retroprojeção dos dados ou ciclos de projeção de imagens e retroprojeção. O projetor denota o operador de projeção (a matriz de aquisição  $C$ ), e o retroprojetor o operador de retroprojeção ( $C^T$ ).

Tais operações envolvem a obtenção dos coeficientes  $c_{ij}$ . Representados pela matriz  $C$  em (4.8), são supostos conhecidos e determinados a partir da geometria de aquisição

	Coordenada(s)	Domínio	Número de Amostras	Intervalo de Amostragem
Dados (tubos)	$\theta$	$[0, \pi]$	$N_\theta$	$\delta_\theta = \pi/N_\theta$
	$t$	$[-L/2, +L/2]$	$N_t$	$\delta_t = L/N_t$
	$z_1, z_2$	$[-A/2, +A/2]$	$N_z$	$\delta_z = A/N_z$
Imagem (voxels)	$x$	$[-L/2, +L/2]$	$N_x = N_t$	$\delta_x = \delta_t$
	$y$	$[-L/2, +L/2]$	$N_y = N_t$	$\delta_y = \delta_t$
	$z$	$[-A/2, +A/2]$	$N_z$	$\delta_z$

Tabela 6.1: Parâmetros de amostragem.  $L$  representa a extensão transaxial ou largura da câmara e  $A$  a extensão axial.

e de outras características do sistema. Na ausência de uma modelagem mais completa, consideramos apenas a geometria.

Em ART e MLEM, os coeficientes são definidos como frações de contribuição ou probabilidades, conceito extendido a FBP em sua implementação discreta. Cada  $c_{ij}$  é modelado como sendo a fração de intersecção do tubo  $i$  com o voxel  $j$ , ou, de forma simplificada, por

$$c_{ij} \approx \frac{l_{ij}}{\delta}, \quad (6.3)$$

em que  $l_{ij}$  é o segmento de intersecção de uma linha representativa do tubo  $i$  com o voxel  $j$  e  $\delta$  é um tamanho característico dos voxels (por exemplo, sua extensão média, ou, no caso de voxels cúbicos, o comprimento da aresta). O fator  $\delta$  pode ser desconsiderado, já que em (6.3) é o mesmo para todos os voxels. Assim, adotamos tão somente

$$c'_{ij} \approx l_{ij} \quad (6.4)$$

Cumpramos notar que (6.4) tem dimensão de comprimento, ao passo que  $c_{ij}$  deve ser adimensional. No entanto, sua adoção equivale a considerar  $C$  com um fator de escala dimensional, e isso pode ser compensado nas imagens por uma normalização.

A aproximação de tubos – que são volumes alongados – por linhas representa uma grande simplificação no cálculo numérico dos coeficientes. E, dadas as grandes dimensões de  $C$  em reconstrução tomográfica, os coeficientes têm de ser obtidos e empregados dinamicamente e de forma otimizada pelos algoritmos de reconstrução. De outro modo, seria requerida uma grande capacidade de armazenamento computacional.

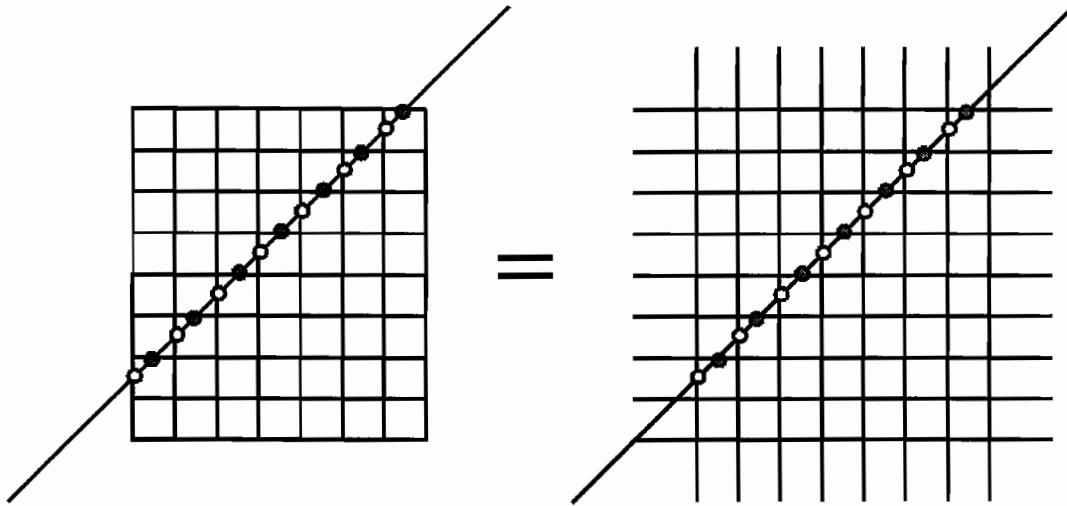


Figura 6.2: Princípio do algoritmo de Siddon no plano. O conjunto de pontos de intersecção de um tubo com a grade pode ser decomposto em dois grupos: intersecções com planos verticais e intersecções com planos horizontais.

R. L. Siddon [59] propôs, em artigo de 1985, um algoritmo para a obtenção otimizada dos segmentos (6.4). Se considerarmos que os voxels são delimitados por planos, um tubo (na forma de uma linha representativa) que cruze o volume de reconstrução determinará um conjunto de pontos de intersecção com esses planos. Logo, cada segmento  $l_{ij}$  pode ser determinado pela distância entre dois pontos de intersecção consecutivos na linha.

Siddon explora o fato de que a intersecção de uma linha com uma grade de planos compreende um conjunto de pontos discriminados por grupo de planos ortogonais. A Figura 6.2 ilustra como, no caso 2D, os pontos de intersecção podem ser decompostos em dois conjuntos.

O algoritmo propõe a decomposição do volume de reconstrução em grupos ortogonais de planos paralelos. Em 3D, a decomposição se dá em três conjuntos, associados às direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Os pontos de intersecção de um tubo são facilmente determinados para cada grupo de planos, pois, calculado o primeiro, os demais são obtidos por recursão.

Os conjuntos de intersecções paramétricas da linha,  $\{\gamma_{x,k}\}$ ,  $\{\gamma_{y,k}\}$  e  $\{\gamma_{z,k}\}$ , obtidos individualmente, são fundidos em um só e o conjunto final,  $\{\gamma_k\}$ , comporta todas as



intersecções paramétricas do tubo com a grade volumétrica. Assim, para cada projeção ou retroprojeção de um dado tubo  $i$ , obtém-se o conjunto  $\{l_{ij}\}$ , com  $j \in \mathcal{J}_i$ , empregado dinamicamente pelos algoritmos de reconstrução.

## 6.3 Simetrias Geométricas

Como os coeficientes  $c_{ij}$  são determinados geometricamente, seguem as propriedades de simetria da matriz de voxels. Certos grupos de tubos geram o mesmo conjunto de segmentos de intersecção e isso pode ser explorado para evitar cálculos redundantes na execução do PR. O fato nos permite reduzir o alto custo computacional da reconstrução 3D, ainda proibitivo na rotina clínica. Por isso, empregamos esse recurso em nossas implementações.

Sobre a geometria definida na Seção 6.1, divisamos três grupos de simetrias: angulares, transaxiais e axiais. A Figura 6.3 demonstra cada caso para um exemplo de matriz de voxels.

A simetria angular se verifica no ângulo azimutal de projeção  $\theta$  e se apresenta quádrupla. O voxel  $(x, y, z)$ , interceptado pelo tubo  $(\theta, t, z_1, z_2)$ , abriga um segmento de intersecção equivalente àqueles de três outros voxels:  $(-y, x, z)$ <sup>1</sup>, interceptado pelo tubo  $(\theta + \pi/2, t, z_1, z_2)$ ;  $(-x, y, z)$ , interceptado pelo tubo  $(\theta - \pi, t, z_1, z_2)$ ; e  $(y, x, z)$ , interceptado pelo tubo  $(\pi/2 - \theta, t, z_1, z_2)$ .

A simetria transaxial atua sobre os tubos de posições transaxiais simétricas  $t$  e  $-t$ . O voxel  $(x, y, z)$ , interceptado pelo tubo  $(\theta, t, z_1, z_2)$ , abriga um segmento de intersecção equivalente ao voxel  $(-x, -y, z')$ , interceptado pelo tubo  $(\theta, -t, z_1, z_2)$ , em que  $z'$  é dada por

$$z' = z_1 + z_2 - z \quad (6.5)$$

A simetria axial ocorre sobre os tubos de posições axiais simétricas  $(z_1, z_2)$  e  $(z_2, z_1)$ . O voxel  $(x, y, z)$ , interceptado pelo tubo  $(\theta, t, z_1, z_2)$ , abriga um segmento de intersecção equivalente ao voxel  $(x, y, z')$ , interceptado pelo tubo  $(\theta, t, z_2, z_1)$ .

Logo, o conjunto de todas as simetrias permite associar a uma dada combinação tubo-voxel 15 outras combinações para as quais os segmentos de intersecção correspondentes são iguais. A Tabela 6.2 relaciona todas as combinações.

<sup>1</sup>Deve ser assim interpretado: as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  deste voxel assumem, respectivamente, os valores  $-y^*$ ,  $x^*$  e  $z^*$ , em que  $x^*$ ,  $y^*$  e  $z^*$  são os valores das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  do voxel anterior.

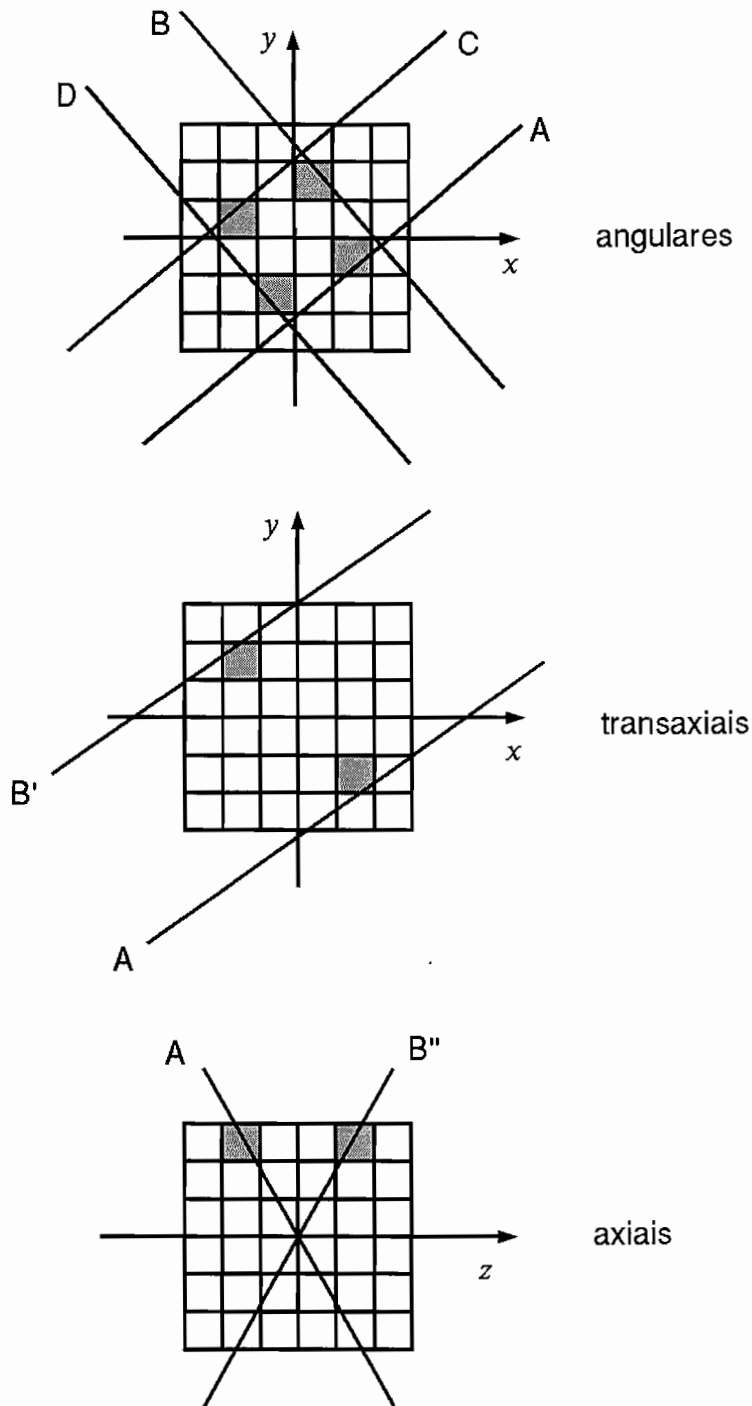


Figura 6.3: Simetrias geométricas. Para uma LR de referência (A), há uma ou mais outras LRs simétricas (B, B', B'', C e D). Em cada figura, os voxels sombreados abrigam segmentos de intersecção equivalentes. Na figura do centro, os dois voxels estarão em posições axiais diferentes se as LRs forem oblíquas.

Na implementação, dois cuidados devem ser tomados: discriminar os tubos auto-simétricos, para que não sejam contabilizados mais de uma vez na projeção ou retroprojeção, e restringir o domínio de varredura das coordenadas.

As auto-simetrias ocorrem para  $\theta = 0, \pi/4, \pi/2$  ou  $3\pi/4$ ; para  $t = 0$ ; ou para  $z_1 = z_2$ . Em nossa implementação, as auto-simetrias angulares e transaxiais não-ocorrem, pois definimos  $N_\theta$  e  $N_x = N_y = N_t$  como inteiros pares. Quando ocorre a auto-simetria axial, contabilizamos as simetrias axiais apenas uma vez.

Tubo	Voxel interceptado	Simetria
1 $(\theta, t, z_1, z_2)$	$(x, y, z)$	(referência)
2 $(\theta + \pi/2, t, z_1, z_2)$	$(-y, x, z)$	angular
3 $(\pi - \theta, t, z_1, z_2)$	$(-x, y, z)$	angular
4 $(\pi/2 - \theta, t, z_1, z_2)$	$(y, x, z)$	angular
5 $(\theta, -t, z_1, z_2)$	$(-x, -y, z')$	transaxial
6 $(\theta + \pi/2, -t, z_1, z_2)$	$(y, -x, z')$	transaxial angular
7 $(\pi - \theta, -t, z_1, z_2)$	$(x, -y, z')$	transaxial angular
8 $(\pi/2 - \theta, -t, z_1, z_2)$	$(-y, -x, z')$	transaxial angular
9 $(\theta, t, z_2, z_1)$	$(x, y, z')$	axial
10 $(\theta + \pi/2, t, z_2, z_1)$	$(-y, x, z')$	axial angular
11 $(\pi - \theta, t, z_2, z_1)$	$(-x, y, z')$	axial angular
12 $(\pi/2 - \theta, t, z_2, z_1)$	$(y, x, z')$	axial angular
13 $(\theta, -t, z_2, z_1)$	$(-x, -y, z)$	axial transaxial
14 $(\theta + \pi/2, -t, z_2, z_1)$	$(y, -x, z)$	axial transaxial angular
15 $(\pi - \theta, -t, z_2, z_1)$	$(x, -y, z)$	axial transaxial angular
16 $(\pi/2 - \theta, -t, z_2, z_1)$	$(-y, -x, z)$	axial transaxial angular

Tabela 6.2: Simetrias geométricas na matriz de voxels. Em todos os 16 casos, os segmentos de intersecção do tubo com o voxel são iguais.  $z' = z_1 + z_2 - z$ .  $0 \leq \theta \leq \pi/4$ ,  $0 \leq t \leq L/2$ ,  $-A/2 \leq z_1 \leq +A/2$  e  $z_1 \leq z_2 \leq +A/2$ .

A varredura dos dados durante a operação do PR se dá a partir das coordenadas dos tubos. Quando as simetrias geométricas não são empregadas, todo o domínio de  $(\theta, t, z_1, z_2)$  é varrido – respectivamente,  $[0, \pi]$ ,  $[-L/2, +L/2]$ ,  $[-A/2, +A/2]$  e  $[-A/2, +A/2]$ , conforme indicado na Tabela 6.1. No entanto, ao considerarmos as simetrias, devemos varrer os domínios  $[0, \pi/4]$ ,  $[0, L/2]$ ,  $[-A/2, +A/2]$  e  $[z_1, +A/2]$ ,

respectivamente. De outro modo, o conjunto de dados  $\mathcal{I}$  não seria varrido por inteiro e pelo menos um dos tubos seria considerado mais de uma vez na projeção ou na retroprojeção.

Quando utilizarmos as simetrias geométricas, cada tubo contabilizado na projeção ou retroprojeção (o tubo de referência) deve ser seguido, necessariamente, pelos 15 tubos a ele simétricos. Essa adaptação à implementação do PR não altera o resultado de reconstruções simultâneas, como FBP e MLEM, para as quais os voxels são atualizados simultaneamente na mesma retroprojeção. Contudo, em reconstrução iterativa não simultânea, como ART e OSEM, a ordenação, importante nesse caso, deve ser otimizada para que a convergência não seja prejudicada ou mesmo impedida.

Idealizada originalmente por M. Egger [15], o aproveitamento de simetrias pode reduzir o tempo de processamento da reconstrução 3D em uma ordem de grandeza. Nossa implementação e a original diferem na amostragem da imagem e no sistema de coordenadas para os tubos<sup>2</sup>.

## 6.4 Reconstrução

Na implementação dos algoritmos de reconstrução, introduzimos os fatores  $\eta_j$  na forma discretizada de (4.2) (FBP) e na relação iterativa (4.16) (MLEM), de modo a incorporar correções na reconstrução.

Os fatores  $\eta_j$  foram introduzidos na Seção 5.6. Na Seção 6.5 adiante, discutimos sobre a implementação de correções e sua incorporação em  $\eta_j$ .

Os coeficientes  $c_{ij}$  são dados por (6.4) e determinados pelo Projetor-Retroprojetor (PR), conforme o algoritmo de Siddon.

Cada imagem reconstruída foi normalizada para que a soma total de contagens equivalha a um certo valor. Justificamos o recurso no próximo capítulo.

<sup>2</sup>No trabalho de Egger,  $N_\theta$  e  $N_t$  são inteiros ímpares, o que permite auto-simetrias extras, dificultando a implementação e impedindo a aplicação direta de FFT (*Fast Fourier Transform*) em eventuais filtragens; por outro lado, convenientemente situa a origem do sistema de coordenadas no centro de um voxel e a posição  $t = 0$  no centro de um tubo; o número de cortes de reconstrução ( $2N_z - 1$ ) difere do de amostras axiais ( $N_z$ ); e os tubos são referenciados por  $(\theta, t, \phi, \bar{z})$ , em que  $\phi$  é o ângulo axial (2.3) e  $\bar{z} = (z_1 + z_2)/2$ .

**(a) FBP**

No último parágrafo da Seção 4.5.1, discorremos sobre uma alternativa à reconstrução por FBP 3D na qual podemos evitar lidar com projeções paralelas 2D truncadas. Por sua simplicidade, selecionamos essa variante do método para implementação. O algoritmo consiste em filtrar e retroprojetar sobre o volume da imagem as projeções paralelas unidimensionais, diretas e oblíquas. A forma explícita implementada segue a expressão

$$\lambda_j = \frac{1}{\eta_j} \sum_{\substack{i \in \mathcal{I}_j \\ \phi_i \leq \phi_{\max}}} l_{ij} \hat{p}_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_J, \quad (6.6)$$

em que  $\hat{p}_i$  representa projeções filtradas.

As projeções unidimensionais são amostradas em  $N_t$  tubos. Definimos  $N_t$  na forma  $2^k$ ,  $k$  inteiro, e assim realizamos, para cada projeção, FFT, seguida da filtragem no domínio de freqüências e FFT inversa. Para atenuar o ruído, efetuamos o janelamento de freqüência, de acordo com (4.6), com corte a 50% da freqüência espacial de amostragem  $\omega_A = 1/\delta_i = N_i/L$ , comumente usado em reconstruções clínicas:

$$\Omega(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{para } \omega \leq \omega_A/2 \\ 0 & \text{para } \omega > \omega_A/2 \end{cases} \quad (6.7)$$

Ao fim da reconstrução, adotamos valor nulo para os voxels negativos.

**(b) ART**

A relação (4.9) foi implementada na forma relaxada

$$\lambda_j^{(i)} = \lambda_j^{(i-1)} + \zeta (p_i - q_i) \frac{l_{ij}}{\sum_{k \in \mathcal{J}_i} l_{ik}^2}, \quad j \in \mathcal{J}_i, \quad \phi_i \leq \phi_{\max}, \quad (6.8)$$

em que

$$q_i = \sum_{k \in \mathcal{J}_i} l_{ik} \lambda_k^{(i-1)} \quad (6.9)$$

e  $\zeta$  denota o parâmetro de relaxação.

A ordenação dos hiperplanos (4.7) faz-se definindo uma ordem para a varredura das coordenadas dos tubos e das simetrias geométricas. Em ART, essa ordenação é importante para a convergência (ver Capítulo 4).

A varredura sobre as coordenadas amostradas é estruturada em laços ou *loops* de programação. Do laço mais externo ao mais interno, a varredura segue a ordem  $\theta$ ,  $t$ ,  $z_1$  e  $z_2$  (isto é,  $z_1$  é incrementada somente quando  $z_2$  percorrer todo o seu domínio de varredura, e assim sucessivamente).

A ordenação das simetrias seguiu a mesma seqüência apresentada na Tabela 6.2. Para um dado tubo contabilizado (na projeção ou retroprojeção), são contabilizados, na seqüência, os tubos simétricos de 2 a 16 na tabela. Cabe observar que a seqüência privilegia a alternância de tubos ortogonais em  $\theta$  (por exemplo, de 1 para 2, de 12 para 13, etc), o que favorece e acelera a convergência.

Não consideramos nenhum critério objetivo para os ordenamentos descritos, mas os adotamos porque verificamos, por tentativa e erro, que levam à convergência. De modo geral, experimentamos dificuldades de convergência quando a coordenada  $\theta$  é varrida num laço interno.

O algoritmo é inicializado com uma imagem nula  $\lambda_j^{(0)} = 0, \forall j$ . Também por tentativa e erro, experimentamos dificuldades de convergência, para esta particular implementação, com inicializações por imagens uniformes<sup>3</sup>.

Ao fim de cada iteração, voxels negativos são reescalados para zero antes da normalização da imagem.

### (c) MLEM

Implementamos (4.16) na forma

$$\lambda_j^{(n+1)} = \frac{1}{\eta_j} \lambda_j^{(n)} \sum_{\substack{i \in \mathcal{I}_j \\ \phi_i \leq \phi_{\max}}} l_{ij} \frac{p_i}{q_i}, \quad j = 1, 2 \dots N_J, \quad (6.10)$$

em que

$$q_i = \sum_{k \in \mathcal{I}_i} l_{ik} \lambda_k^{(n)} \quad (6.11)$$

O algoritmo é inicializado com uma imagem uniforme a partir da média de contagens.

### (d) OSEM

A relação (4.21) foi implementada empregando (6.10). Os subconjuntos  $\mathcal{S}_m$  foram definidos a partir do particionamento do conjunto de tubos  $\mathcal{I}$  sobre o ângulo azimutal

<sup>3</sup>Verificamos que o problema ocorre quando os níveis de intensidade na imagem inicial ultrapassam certo valor. A ocorrência do fato também varia com a relaxação.

$\theta$ , em partes iguais, não superpostas e complementares (cada  $S_m$  apresenta o mesmo número de tubos e tal que  $\bigcup_{m=1}^{N_S} S_m = \mathcal{I}$ ).

Efetuamos duas implementações de OSEM, uma com  $N_S = 4$  subconjuntos e outra com  $N_S = 8$ . Em cada caso, definimos um ordenamento de subconjuntos que privilegia a alternância de grupos de tubos ortogonais entre si no ângulo  $\theta$ . Esse simples procedimento permite uma rápida incorporação da informação presente nos dados na imagem. Discriminando cada subconjunto quanto ao domínio de varredura em  $\theta$ , o ordenamento perfaz as seqüências:

- para  $N_S = 4$ :  $[0, \pi/16], [\pi/8, 3\pi/16], (\pi/16, \pi/8] \in (3\pi/16, \pi/4]$ .
- para  $N_S = 8$ :  $[0, \pi/32], [\pi/8, 5\pi/32], [\pi/16, 3\pi/32], [3\pi/16, 7\pi/32], (\pi/32, \pi/16], (\pi/32, 3\pi/16], (3\pi/32, \pi/8] \in (7\pi/32, \pi/4]$ .

Deve ser notado que, em cada caso, a união de todos os conjuntos abrange o domínio  $[0, \pi/4]$  em  $\theta$  (e não  $[0, \pi]$ ), compatível com o aproveitamento das simetrias geométricas.

## 6.5 Correções

As correções atuam de duas formas: sobre os dados ou concomitantes à reconstrução. Neste último caso, fazem-se por meio dos fatores  $\eta_j$ . Os fatores são obtidos previamente por uma projeção/retroprojeção do conjunto de tubos por meio do PR, antes da reconstrução propriamente dita.

Em nossas implementações, incorporamos correções nos métodos FBP, MLEM e OSEM. Em ART, não há uma maneira simples de introduzi-las, de modo que, neste caso, efetuamos apenas pré-correções.

### (a) Normalização de Detector (ND)

Na implementação, os pesos rotacionais assumem, conforme (5.1) e (5.2), a forma discretizada

$$(6.12) \quad \vartheta_i = \frac{\pi}{2} - \arcsen \left( \frac{T}{t_i \sqrt{2}} \right),$$

em que  $t_i$  denota a posição transversal do tubo  $i$  e onde escolhemos  $T = S$  (isto é, a largura da câmara equivale à distância de separação entre os detectores).

Quando a ND é aplicada aos dados, submetemos à reconstrução o conjunto normallizado

$$(6.13) \quad d_i^{(ND)} = \frac{\partial_i}{p_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_I,$$

conforme (5.3). Para incorporá-la à reconstrução, adotamos, em (6.6) e (6.10),

$$(6.14) \quad \eta_j^{(ND)} = \sum_{\substack{i \in I_j \\ \phi_i \leq \phi_{\max}}} l_{ij} \partial_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_J,$$

conforme (5.10). Neste caso, CS e ND são concomitantes em FBP e MLEM/OSEM. Em ART, aplicamos a ND somente sobre os dados.

### (b) Correção de Sensibilidade (CS)

Como referido na Seção 5.3, a CS é efetivada quando asseguramos implicitamente a relação (5.4):

$$(6.15) \quad \sum_{i \in I_j} c_{ij} = 1$$

Nos algoritmos implementados, admitimos (5.8) com (6.4):

$$(6.16) \quad \eta_j = \sum_{\substack{i \in I_j \\ \phi_i \leq \phi_{\max}}} l_{ij}$$

Cumpre notar que, com (6.16), a forma implementada (6.6) de FBP, por exemplo, pode ser expressa como

$$(6.17) \quad \lambda_j = \sum_{\substack{i \in I_j \\ \phi_i \leq \phi_{\max}}} c_{ij} p_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_J,$$

em que

$$(6.18) \quad c_{ij} = \frac{\sum_{\substack{i \in I_j \\ \phi_i \leq \phi_{\max}}} l_{ij}}{l_{ij}}$$

É evidente, neste caso, que a relação (6.15) se verifica para  $c_{ij}$ . O mesmo ocorre para MLEM/OSEM em (6.10). É importante dizer que, nas formas implementadas (6.6), (6.8) e (6.10) e (6.15), contabilizamos apenas os tubos válidos (aqueles para os quais  $\phi \leq \phi_{\max}$ ) nos somatórios.

Deve ser observado que (6.16) garante apenas a CS e pressupõe que os dados já estejam compensados por ND.



### (c) Correção de Espalhamento (CE)

Como descrito na Seção 5.4, a CE é aplicada, individualmente, sobre cada uma das projeções paralelas unidimensionais que compõem os sinogramas.

Cada projeção é amostrada em  $N_t$  valores  $p_i$ . Aqueles que obedecerem à condição (5.6), para dado  $\beta$ , são empregados na interpolação que modela a distribuição de eventos de espalhamento no perfil.

Para minimizar erros associados à flutuação estatística nos dados, o valor de  $p_{\max}$  é determinado tomando-se a média dos 10% maiores valores  $p_i$  da projeção.

Como função de interpolação, foi utilizado um polinômio de 7º grau. Um polinômio tem a desvantagem de não ser positivo definido, já que contagens não podem ser negativas; no entanto, empregamo-lo com o intuito de permitir flexibilidade de ajustes em perfis de projeção assimétricos.

Em nossa implementação, realizamos o ajuste pelo método dos mínimos quadrados, o que nos leva a um sistema de equações lineares com 8 equações para um polinômio de 7º grau (porquanto são 8 parâmetros a serem determinados) [24, 67].

O sistema de equações é resolvido por um método direto (no caso, Gauss-Jordan, de inversão de matrizes) em subrotina específica. Determinados os parâmetros de interpolação, a função é calculada para todas as posições amostradas  $t_i$  da projeção.

A correção (5.5) é então efetuada, com alguns cuidados, porém. Devido às flutuações nos dados, eventualmente o polinômio  $p_E(t_i)$  pode ser negativo ou maior que o sinal  $p_i$ . No caso em que  $p_E(t_i) < 0$ , adotamos  $p_E(t_i) = 0 \Rightarrow p_i^{(CE)} = p_i$ , e no caso em que  $p_E(t_i) > p_i$ , adotamos  $p_i^{(CE)} = 0$ .

A CE pressupõe que os dados estejam compensados por ND e é aplicada sempre antes da CA.

### (d) Correção de Atenuação (CA)

A implementação da CA emprega os fatores de atenuação (3.1) na forma discretizada

$$\alpha_i = \exp \left( - \sum_{j \in \mathcal{J}_i} l_{ij} \mu_j \right), \quad (6.19)$$

em que  $\mu$  representa o mapa de atenuação. O mapa segue a mesma amostragem das imagens de reconstrução (Figura 6.1).

Quando a CA atua sobre os dados, aplicamos a reconstrução sobre os valores corrigidos

$$p_i^{(CA)}(t) = \frac{p_i}{\alpha_i}, \quad i = 1, 2 \dots N_I, \quad (6.20)$$

conforme (5.7). Para incorporá-la à reconstrução, adotamos, conforme (5.9),

$$\eta_j^{(CA)} = \sum_{\substack{i \in \mathcal{I}_j \\ \phi_i \leq \phi_{\max}}} l_{ij} \alpha_i, \quad j = 1, 2 \dots N_J, \quad (6.21)$$

que são previamente calculados e empregados em FBP, MLEM e OSEM.

Em nosso trabalho, o mapa  $\mu$  não é determinado a partir de imagens de transmissão, de fato. Antes, empregamos os mapas de atenuação ideais editados no simulador SimSET (ver próximo capítulo para detalhes).

Os mapas ideais editados no simulador são definidos para a energia de 511 keV. Para simular imagens de transmissão reconstruídas a partir de aquisições com fontes de  $^{137}\text{Cs}$ , convertemos os mapas ideais para a energia de 662 keV dos fótons de emissão daquele radionuclídeo.

Para esse fim, implementamos um programa específico. Aqui, fizemos uso das tabelas de dados do próprio SimSET, que relacionam índices nos mapas editados a coeficientes de atenuação linear e energias de fótons. Por fim, os mapas foram borrados por filtro gaussiano para simular resolução espacial imperfeita.

### (e) Correções Múltiplas

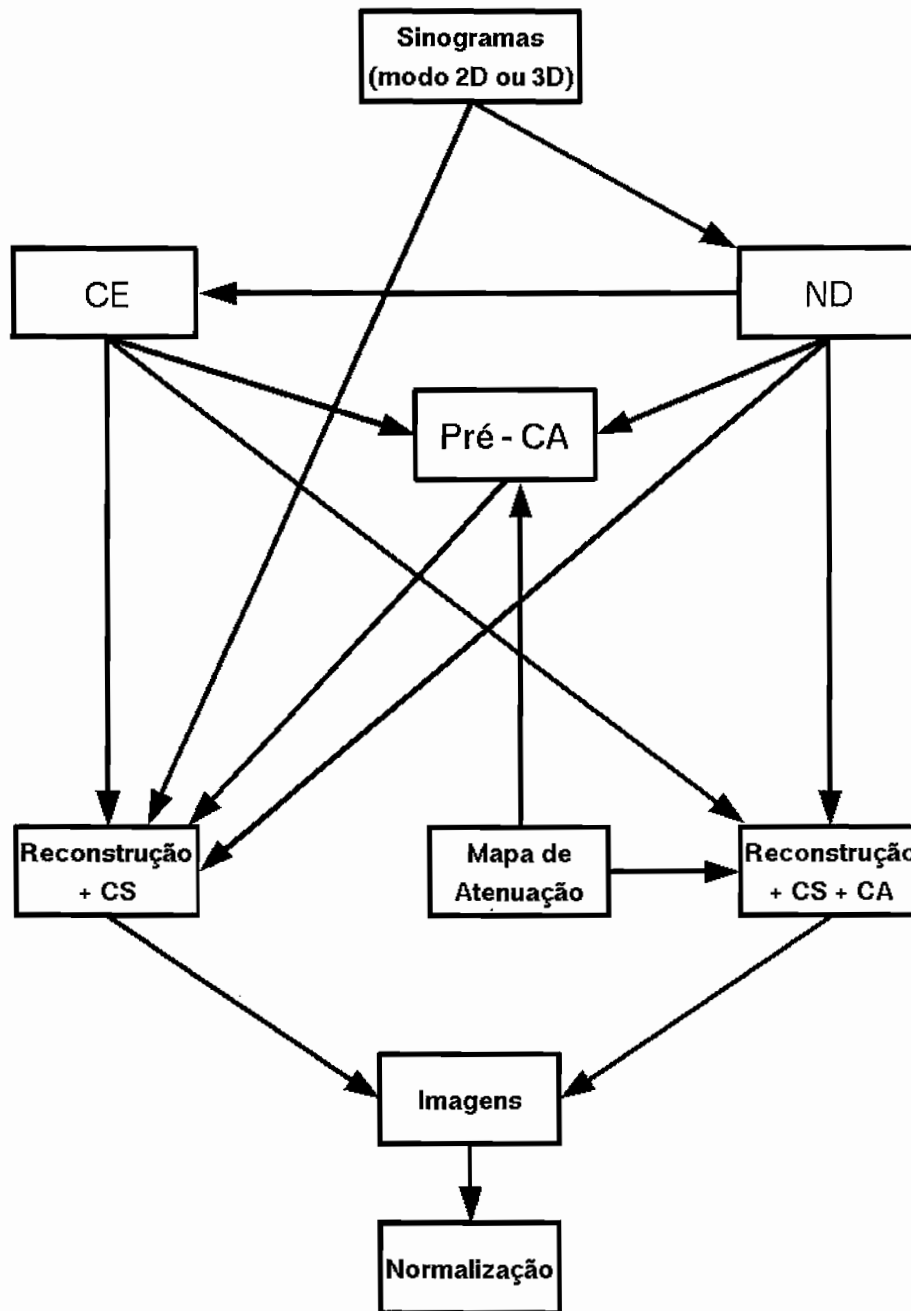
Em sua forma implementada, as correções múltiplas empregadas em nosso trabalho estão sintetizadas na Tabela 6.3. Nem todas as combinações possíveis de correções foram utilizadas e devemos referir a Seção 5.7 no que tange à ordem de aplicação e tipo (se sobre dados ou incorporadas). Na Figura 6.4 esquematizamos todos os processamentos utilizados, cada caminho indicado pelas setas representa uma possibilidade. No próximo capítulo, descrevemos em que situações os empregamos.

ND <sup>a</sup>	ND <sup>b</sup>	CE	CA <sup>a</sup>	CA <sup>b</sup>	CS <sup>c</sup>	CS <sup>d</sup>	$\eta_j$	dados
✓					✓	n	n	$p_i/\rho_i$
✓		✓			✓	n	n	$(p_i/\rho_i)^{(CE)}$
✓		✓	✓		✓	n	n	$(p_i/\rho_i)^{(CE)}/\alpha_i$
					n		1	$p_i$
					n	✓	$\sum_i l_{ij}$	$p_i$
✓					n	✓	$\sum_i l_{ij}$	$p_i/\rho_i$
	✓				n	✓	$\sum_i l_{ij}\rho_i$	$p_i$
✓		✓			n	✓	$\sum_i l_{ij}$	$(p_i/\rho_i)^{(CE)}$
✓			✓		n	✓	$\sum_i l_{ij}$	$p_i/(\rho_i\alpha_i)$
✓				✓	n	✓	$\sum_i l_{ij}\alpha_i$	$p_i/\rho_i$
✓		✓		✓	n	✓	$\sum_i l_{ij}\alpha_i$	$(p_i/\rho_i)^{(CE)}$

Tabela 6.3: Correções múltiplas implementadas. Os somatórios contabilizam tubos válidos ( $\phi_i \leq \phi_{\max}$ ).

<sup>a</sup> aplicada sobre dados <sup>b</sup> incorporada à reconstrução <sup>c</sup> em ART <sup>d</sup> em FBP, MLEM ou OSEM

n = não se aplica



• Figura 6.4: Processamentos realizados. Cada caminho representa um processamento. CA = correção de atenuação, CE = correção de espalhamento, CS = correção de sensibilidade e ND = normalização de detector.

# Capítulo 7

## Materiais e Métodos

### 7.1 Introdução

Nosso propósito primário é investigar o impacto da reconstrução volumétrica sobre a quantificação em imagens DHCI. Isso torna nosso trabalho um estudo de avaliação. Além disso, é realizado sobre dados de aquisição simulados.

Para uma avaliação adequada, analisamos um grupo de parâmetros para caracterizar a qualidade das imagens para quantificação. Também consideramos avaliações visuais. Como trabalhamos com dados simulados, os objetos originais são conhecidos e, assim, as medidas puderam ser comparadas àquelas ideais.

Imagens foram analisadas isoladamente ou comparadas entre si, Figura 7.1. Da série de comparações, a mais importante abrange os modos de aquisição e reconstrução. Nosso interesse é determinar quanto e quando, em DHCI, o modo 3D é vantajoso em relação ao 2D, no que tange aos parâmetros de avaliação.

Como objetivo secundário, comparamos o desempenho de algoritmos de reconstrução associados ou não a métodos de correção de efeitos físicos degradantes. Avaliamos se o *modus operandi* de cada método de reconstrução leva a diferenças nos parâmetros de avaliação e se a atuação de uma ou mais correções apresenta melhorias nas imagens resultantes.

Por fim, como complemento do trabalho, explicitamos detalhes pouco discutidos na literatura acerca de aspectos da implementação de algoritmos, especialmente aqueles associados às correções. Por exemplo, apresentamos evidências das situações nas quais é vantajoso aplicar uma correção (ou combinação delas) sobre dados, incorporá-la à reconstrução ou mesmo negligenciá-la.

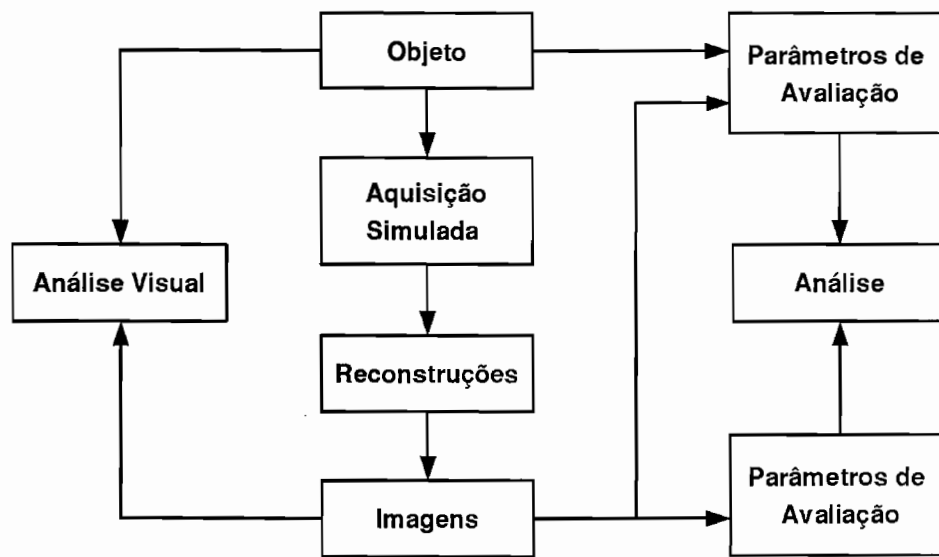


Figura 7.1: Metodologia de estudo.

A consecução de tal proposta demandou a resolução de problemas variados. Tivemos de determinar quantos e quais objetos seriam adquiridos, os parâmetros de aquisição e a configuração do sistema de detecção. Foi preciso definir, dentre as muitas possibilidades, quantos e quais métodos de reconstrução seriam utilizados, bem como as correções empregadas e sua forma de aplicação. Depois de selecionados, alguns métodos necessitaram ser otimizados (como ART e a correção de espalhamento). Foi necessário definir e aplicar critérios de parada para os algoritmos iterativos. Por fim, tivemos de estabelecer um procedimento adequado para comparar imagens, já que, para um mesmo conjunto de dados, os níveis de intensidade variam com algoritmos de reconstrução e correções.

As simulações foram efetuadas por meio do pacote de programas SimSET (*Simulation System for Emission Tomography*) [20,21,42] para pesquisa em tomografia por emissão, desenvolvido na University of Washington, EUA. Objetos de interesse foram editados no SimSET, para cujas aquisições simuladas foram definidos parâmetros típicos empregados na rotina clínica. O sistema DHCI simulado reproduz características de um sistema comercial selecionado. Reproduzimos assim condições de simulação próximas de um experimento real, dentro dos parâmetros permitidos pelo SimSET.

Algoritmos de reconstrução e correções, bem como para análise de dados, foram

por nós implementados em rotinas específicas para a leitura da saída (sinogramas) do simulador. Todos os processamentos foram realizados num microcomputador PC IBM-compatível com processador Intel Pentium IV 1,8 GHz e sistema operacional Linux. Imagens foram visualizadas e parcialmente processadas nos programas Khoros [36], em sua versão estudante, e ImageJ (*Image Processing and Analysis in Java*). Ambos, assim como o simulador, são softwares de uso livre. A Tabela 7.1 apresenta as plataformas de processamento empregadas.

A seguir, descrevemos os objetos empregados nas simulações e seus propósitos (Seção 7.2), o simulador SimSET (Seção 7.3), o conjunto de aquisições realizadas (Seção 7.4) e as ferramentas de reconstrução e correções (Seção 7.5). Também explicitamos os parâmetros de avaliação (Seção 7.6) e, por fim, descrevemos os estudos propostos (Seção 7.7).

	Plataforma	Desenvolvedor
Aquisição	Simulation System for Emission Tomography - SimSET ( <a href="http://depts.washington.edu/~simset/html/simset_main.html">depts.washington.edu/ ~simset/html/simset_main.html</a> )	University of Washington, EUA
Reconstrução, correções e análise de dados	algoritmos implementados	o autor
Visualização de imagens análise de dados	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Khoros Pro 2001 Student Version (<a href="http://www.khoral.com">www.khoral.com</a>)</li> <li>• ImageJ (<a href="http://rsb.info.nih.gov/ij">rsb.info.nih.gov/ij</a>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Khoral Inc., EUA</li> <li>• Wayne Rasband, National Institute of Mental Health, EUA</li> </ul>

Tabela 7.1: Plataformas de processamento.

## 7.2 Modelos Físicos

Os objetos empregados no trabalho são representações matemáticas de modelos físicos usados em testes de avaliação, também denominados *phantoms* na literatura internacional. Como as aquisições são simuladas, os modelos foram editados no SimSET (ver Seção 7.3 adiante). Para cada modelo, são construídos um mapa de atividade (distribuição das concentrações de atividade) e um mapa de atenuação (distribuição de coeficientes de atenuação linear de radiação). Na Figura 7.2, apresentamos os mapas empregados e na Tabela 7.2, uma síntese dos modelos.

Os modelos são:

- **fonte linear** (M-FL), centralizada no Campo de Visão (CV) do sistema de detecção (coincidindo com o eixo de rotação da câmara). Foi empregado para estimar a resolução espacial intrínseca.
- **cilindro uniforme com ar** (M-UA): tem dimensões 20 cm × 20 cm (diâmetro × extensão axial) e é preenchido com um gás (ar) ativo (distribuição uniforme, portanto). A interação de fótons de 511 keV com o ar é desprezível, de modo que os dados de aquisição ficam isentos de efeitos significativos de atenuação e espalhamento. Por essa razão, empregamos o modelo nos estudos de otimização de algoritmos e correções.
- **cilindro uniforme com água** (M-U): é equivalente ao modelo anterior, porém preenchido com solução aquosa de  $^{18}\text{F}$ . Por sua geometria simples, foi empregado na estimação das correções de atenuação e espalhamento e nos estudos de quantificação.
- **cilindro NEMA** (M-NEMA): compreende um cilindro 20 cm × 20 cm com distribuição uniforme de atividade em água. Porta em seu interior três alvos cilíndricos não ativos de 5 cm × 20 cm, preenchidos, cada um, com água, ar e material equivalente a osso<sup>1</sup>. Este modelo é utilizado em estudos experimentais de controle de qualidade em PET, segundo normas da NEMA, National of Electrical Manufacturers Association, dos EUA [51]. Os alvos do M-NEMA simulam os tecidos moles dos pulmões e da coluna vertebral.

---

<sup>1</sup>Referimo-nos aqui às propriedades de atenuação de radiação.



- **cilindro uniforme com alvos idênticos (M-CI):** tem dimensões 20 cm × 20 cm e distribuição de atividade uniforme em água. Porta em seu interior quatro alvos cilíndricos de 20 mm × 40 mm, preenchidos com soluções ativas. A proporção das concentrações de atividade entre os alvos e o fundo (região externa aos alvos dentro do cilindro) é de 10:7:5:3:1.
- **cilindro uniforme com alvos diferentes (M-CD):** tem dimensões 20 cm × 20 cm e distribuição de atividade uniforme em água. Porta em seu interior quatro alvos cilíndricos preenchidos com soluções ativas, de igual concentração de atividade. Os alvos possuem a mesma extensão axial de 40 mm e diâmetros diferentes: 7 mm, 10 mm, 15 mm e 20 mm. A proporção das concentrações de atividade entre os alvos e o fundo é de 10:1.

A água é usada como simulador de tecidos moles devido às suas características de interação e peso atômico efetivo. Os alvos do M-CI e M-CD simulam lesões ativas, como tecidos cancerígenos que metabolizam mais a glicose, por isso adequados para os estudos de quantificação.

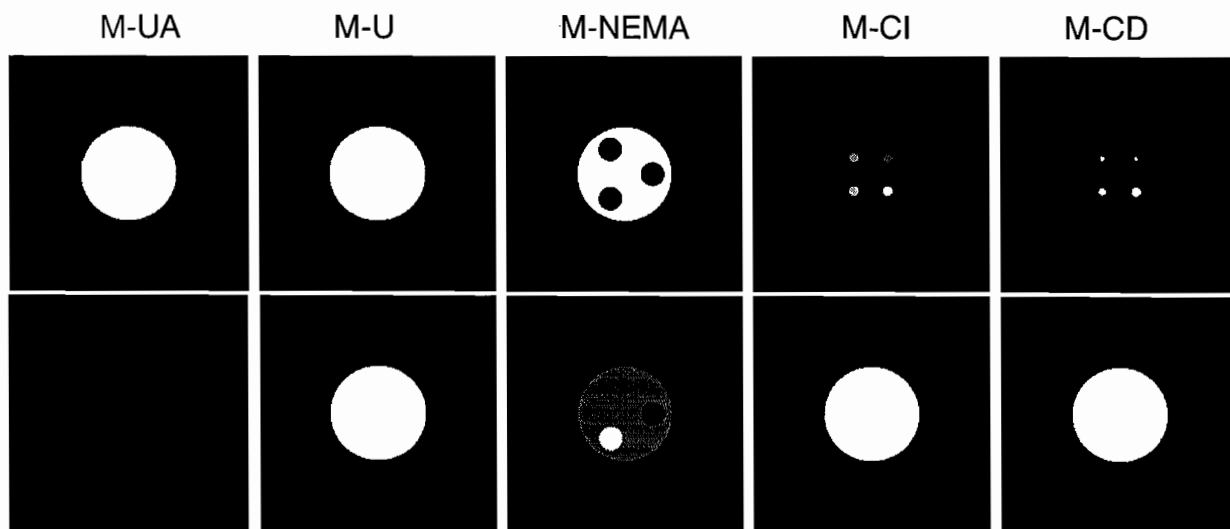


Figura 7.2: Mapas de atividade (acima) e atenuação (abaixo) editados. A fonte linear (M-FL) não está representada. Para facilitar a visualização, as escalas de níveis de cinza não são as mesmas em todos os mapas. Os mapas de atenuação para M-U, M-CI e M-CD são equivalentes.

Os modelos foram posicionados com seus eixos coincidindo com o eixo  $z$  do sistema de aquisição e centralizados em seu Campo de Visão (CV). A distância entre o centro dos alvos e o centro do modelo é de 6cm no M-NEMA e de 5 cm no M-CI e no M-CD.

A atividade inicial total em cada modelo é de  $3,7 \times 10^7$  Bq (1m Ci). Tal valor é típico para um volume M-U em aquisições DHCI clínicas, pois contrabalança sensibilidade e efeitos de tempo morto. Na Tabela 7.3, apresentamos as concentrações de atividade consideradas.

Modelo	Descrição	Estudo proposto (ver Seção 7.7)
M-FL	fonte linear	<ul style="list-style-type: none"> <li>• determinação da resolução espacial intrínseca</li> </ul>
M-UA	cilindro uniforme com ar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• otimização da reconstrução algébrica</li> <li>• definição de iteração de parada</li> <li>• avaliação dos efeitos da normalização de detector</li> <li>• avaliação dos efeitos da correção de sensibilidade</li> </ul>
M-U	cilindro uniforme com água	<ul style="list-style-type: none"> <li>• avaliação dos efeitos e otimização da correção de espalhamento</li> <li>• avaliação dos efeitos da correção de atenuação</li> <li>• avaliação das condições de quantificação</li> </ul>
M-NEMA	cilindro NEMA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• avaliação dos efeitos da correção de espalhamento</li> <li>• avaliação das condições de quantificação</li> </ul>
M-CI	cilindro com alvos idênticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• avaliação das condições de quantificação</li> </ul>
M-CD	cilindro com alvos diferentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• avaliação das condições de quantificação</li> </ul>

Tabela 7.2: Modelos físicos adotados e estudos propostos. Os mapas de atividade e atenuação associados estão esquematizados na Figura 7.2 (exceto os para M-FL) e as concentrações de atividade ministradas estão relacionadas na Tabela 7.3 a seguir.

Modelo	Região	Meio	Concentração		$R_{ref}$	$C_{ref}$
			( kBq / cm <sup>3</sup> )	( $\mu$ Ci / cm <sup>3</sup> )		
M-UA	todo	ar	5,89	0,1592	–	–
M-U	todo	água	5,89	0,1592	–	–
M-NEMA	alvo 50 mm	água	0	0	0	1
	alvo 50 mm	ar	0	0	0	1
	alvo 50 mm	“osso”	0	0	0	1
	fundo	água	7,25	0,1959	–	–
M-CI	alvo 20 mm	água	16,95	0,4582	3	2
	alvo 20 mm	água	28,25	0,7637	5	4
	alvo 20 mm	água	39,55	1,069	7	6
	alvo 20 mm	água	56,49	1,527	10	9
	fundo	água	5,65	0,1527	–	–
M-CD	alvo 7 mm	água	56,91	1,538	10	9
	alvo 10 mm	água	56,91	1,538	10	9
	alvo 15 mm	água	56,91	1,538	10	9
	alvo 20 mm	água	56,91	1,538	10	9
	fundo	água	5,69	0,1538	–	–

Tabela 7.3: Concentrações de atividade nos diferentes modelos físicos. Os alvos estão identificados por seu diâmetro.  $R_{ref}$  = relação concentração de atividade (c. a.) no alvo / c. a. no fundo;  $C_{ref} = R_{ref} - 1 = |c. a. no alvo - c. a. no fundo| / c. a. no fundo$ . O fundo compreende a região circundante aos alvos.

### 7.3 O Simulador SimSET

O pacote SimSET modela a instrumentação e os processos físicos envolvidos em TE (PET ou SPECT) por meio do método de Monte Carlo. É estruturado em módulos, de forma que a saída de dados de um módulo possa ser direcionada como entrada para outro. O principal módulo do SimSET é o Gerador da História de Fóton (PHG, *Photon History Generator*) [21], que modela a emissão de fótons e seu transporte através de meios heterogêneos (objeto e detector).

O Módulo de Colimador (CM, *Collimator Module*) recebe fótons do PHG e os rastreia através de um colimador modelado. O Módulo de Detector (DM, *Detector Module*) especifica o detector usado, recebe fótons na saída do CM ou diretamente do PHG, e rastreia os fótons e registra as interações de cada fóton em seu interior.

Os módulos podem gerar um arquivo com o registro do rastreamento de cada fóton (arquivo de história do fóton). O Módulo de Amostragem (BM, *Binning Module*) amostra os fótons rastreados e pode ser aplicado sobre arquivos de história ou na saída dos demais módulos durante a simulação. O BM gera um arquivo de dados amostrados. O PHG também gera arquivos com sumários da simulação e estatísticos.

O BM ainda permite a amostragem de dados de coincidência em canais de espalhamento, discriminando número de espalhamentos (e não energia). Em nossas simulações, amostramos as contagens em dois conjuntos. O primeiro contabiliza coincidências reais, cujos fótons de aniquilação não sofreram interação Compton, e o segundo considera eventos com pelo menos um fóton espalhado uma ou mais vezes no objeto e/ou no cristal de cintilação. Se somados tubo a tubo os dois conjuntos, obtemos um **conjunto ordinário** com todos os eventos.

Todos os módulos são configurados por arquivos de parâmetros. O PHG e o CM empregam tabelas de dados. Os objetos volumétricos discretizados são editados no Editor de Objetos (OE, *Object Editor*), aplicativo que gera dois arquivos, um para a distribuição de atividade e outro para o mapa de atenuação, (Figura 7.2). Os arquivos do objeto são lidos pelo PHG nas simulações.

O propósito do PHG é gerar e propagar fótons de acordo com as especificações do objeto e discriminar os fótons não absorvidos por um grupo de critérios como posição, direção de propagação e energia. Um valor a ser determinado é simplesmente o número de contagens detectadas.

No entanto, simular o número de decaimentos naturalmente produzido numa aquisição real é inviável. Assim, a cada fóton (ou coincidência) é atribuído um peso determinado pelo elemento de volume no qual ele(a) foi gerado(a), a quantidade de radionuclídeos alocada naquele volume e o número de decaimentos que está sendo simulado. Em cada tubo amostrado, a soma dos pesos corresponde à média esperada de contagens para atividade e duração especificadas.

O SimSET provê um fator de qualidade  $Q$  (número entre 0 e 1), por meio do qual estimamos a quantos eventos reais cada evento simulado corresponde em termos de variância. Esse fator pode ser empregado para determinar o número adequado de decaimentos a serem inicializados nas simulações. O total de contagens esperado para uma aquisição é dado pelo somatório de pesos em todos os tubos amostrados; o número de decaimentos inicializados em geral não altera esse valor, mas determina sua variância.

A eficiência de simulação pode ser aumentada com técnicas de redução de variância [22, 23]. Tais técnicas aumentam a velocidade de convergência de estatísticas, permitindo poupar tempo de simulação. O SimSET dispõe de quatro, dos quais empregamos três: detecção forçada e não absorção forçada, ambos no PHG, e interação forçada, no DM.

Na detecção forçada, quando um fóton é espalhado no objeto, o ângulo de espalhamento é forçado a direcionar o fóton ao detector. A não absorção forçada permite a propagação de um fóton que deveria ser absorvido numa simulação normal. A interação forçada obriga todo fóton incidente no detector a interagir. Como os fótons submetidos a tais operações não correspondem a processos físicos reais, uma modificação nos pesos associados é feita para evitar desvios das médias esperadas.

O SimSET não modela a detecção de eventos acidentais, efeitos de tempo morto e decaimento de atividade. A resolução energética é modelada por uma função gaussiana, com largura à meia altura a ser escolhida. A Tabela 7.4 relaciona os fenômenos simulados e os não contemplados pelo simulador.

A Figura 7.3 apresenta o diagrama de operações do SimSET como foi utilizado neste trabalho. Quando o DM não é empregado e a saída do PHG é direcionada ao BM apenas, a simulação equivale à aquisição com um detector ideal (eficiência intrínseca e resoluções energética e espacial perfeitas) de geometria anelar.

Fenômenos simulados	Fenômenos não simulados
<ul style="list-style-type: none"> <li>• interações Compton (objeto e detector)</li> <li>• interações fotoelétricas (objeto e detector)</li> <li>• alcance de pósitron</li> <li>• não colinearidade de fótons</li> <li>• variação da eficiência geométrica do detector</li> <li>• resolução espacial finita da câmara</li> <li>• resolução energética finita dos detectores</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• detecção de eventos acidentais</li> <li>• efeitos de tempo morto</li> <li>• decaimento de atividade</li> </ul>

Tabela 7.4: Fenômenos simulados e não simulados pelo SimSET.

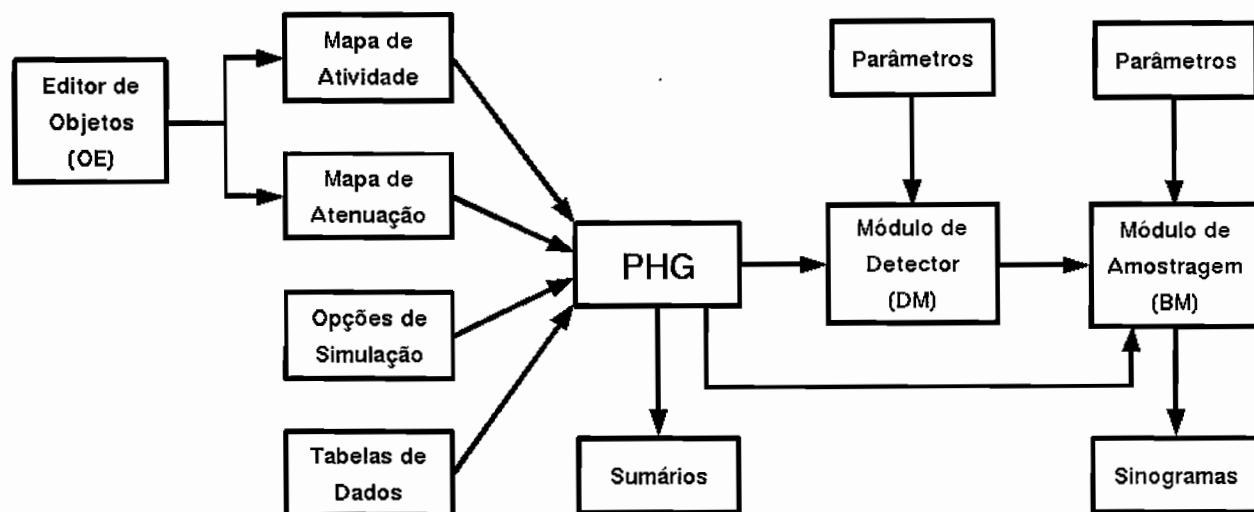


Figura 7.3: Diagrama de operações no SimSET.

## 7.4 Aquisições Simuladas

As simulações foram realizadas visando corresponder, com alguma fidelidade, a sistemas de aquisição e procedimentos comumente empregados na rotina clínica em DHCI. Como referência de sistema de aquisição, elegemos a câmara Vertex-Plus MCD/AC da ADAC Laboratories/Philips<sup>2</sup>.

A Tabela 7.5 apresenta os parâmetros da câmara modelada. Por simplicidade, limitamos a extensão axial a 20 cm, equivalente à dos modelos físicos, e igualamos a separação  $S$  entre os cristais à extensão transaxial  $L = 50,8$  cm (na câmara Vertex, a separação é otimizada para tratamento de eventos acidentais, que o SimSET não modela).

Câmara	<ul style="list-style-type: none"><li>• dois detectores planos</li><li>• cristais de NaI, espessura de 1,59 cm</li><li>• extensão axial: <math>A = 20,0</math> cm</li><li>• extensão transaxial: <math>L = 50,8</math> cm</li><li>• separação entre detectores: <math>S = L = 50,8</math> cm</li><li>• energia de referência: 511 keV (dos fótons de aniquilação)</li><li>• resolução energética: 15% FWHM (sobre 511 keV)</li></ul>
--------	--

Tabela 7.5: Câmara modelada.

A Tabela 7.6 apresenta os parâmetros de aquisição. A amostragem em  $N_z = 25$  intervalos axiais leva a  $25^2 = 625$  sinogramas no modo 3D, dos quais 600 são oblíquos e 25 diretos (cada canal de espalhamento no SimSET produz um tal conjunto). Na Tabela 7.7, apresentamos as principais aquisições simuladas. Simulações complementares são descritas nas Seção 7.7. Em todas empregamos os parâmetros de aquisição da Tabela 7.6.

Nas aquisições A-UA90 e A-UA15, não empregamos o Módulo de Detector do SimSET, de modo que o sistema virtual de detecção equivale a uma câmara anelar, contínua e ideal (ver Seção 7.3). Assim, a variação transversal de sensibilidade não se verifica, mas tão somente a axial.

<sup>2</sup>Esta câmara foi escolhida por sua importância histórica, é o modelo da primeira câmara DHCI a operar no Brasil, no Instituto do Coração do Hospital das Clínicas/FMUSP de São Paulo.

Tempo de aquisição	• 960 s (16 min)
Janelas de energia	• modo Fotopico-Fotopico com largura de 30% sobre 511 keV (434 keV a 588 keV)
Amostragem de dados	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>N_\theta = 96</math> ângulos azimutais</li> <li>• <math>N_t = 128</math> amostras transaxiais</li> <li>• <math>N_z = 25</math> amostras axiais (levando a 625 sinogramas)</li> <li>• 2 canais de espalhamento (um para eventos primários, outro para eventos com espalhamento)</li> </ul>
Rotação da câmara	• $180^\circ$ , com 32 paradas

Tabela 7.6: Parâmetros de aquisição.

Aquisição	Modelo físico	Detector	$\phi_{\max}$	Efeitos presentes
A-UA90	M-UA	anelar ideal	$90^\circ$	variação axial de sensibilidade (triangular)
A-UA15	M-UA	anelar ideal	$15^\circ$	variação axial de sensibilidade (trapezoidal)
A-UAD	M-UA	tabela 7.5	$15^\circ$	variação axial de sensibilidade (trapezoidal), variação transversal de sensibilidade
A-FL	M-FL	tabela 7.5	$15^\circ$	idem a A-UAD
A-U	M-U	tabela 7.5	$15^\circ$	variação axial de sensibilidade (trapezoidal), variação transversal de sensibilidade, alcance de pósitron, não-colinearidade, espalhamento e atenuação de radiação
A-NEMA	M-NEMA	tabela 7.5	$15^\circ$	idem a A-U
A-CI	M-CI	tabela 7.5	$15^\circ$	idem a A-U
A-CD	M-CD	tabela 7.5	$15^\circ$	idem a A-U

Tabela 7.7: Aquisições simuladas.



Para  $\phi_{\max} = 90^\circ$ , o perfil de sensibilidade é triangular, e para  $\phi_{\max} = 15^\circ$ , trapezoidal – isto é, uniforme no centro do CV (ver Seção 2.4.4). Nesse caso, a extensão axial da região uniforme (para a geometria da câmara modelada) abrange os cerca de 7 cm centrais (dentre os 20 cm da câmara), o que equivale a  $7 \text{ cm} / (20 \text{ cm} / N_z) \approx 9$  cortes reconstruídos.

O alcance de pósitron não foi modelado nas aquisições com os modelos M-UA (cilindro uniforme com ar) e M-FL (fonte linear), pois o alcance médio do pósitron em ar é da ordem de metro. A não-colinearidade de fótons foi ignorada nesses casos por ser irrelevante para os estudos aplicados (ver Seção 7.7).

Todas as simulações foram inicializadas com  $10^9$  decaimentos, que, conforme exposto na seção anterior, não reflete o número de decaimentos para a atividade e sistema modelados, mas determina a variância dos pesos de simulação.

O número de contagens numa aquisição real necessário para produzir a mesma variância de contagens de uma simulação é dado aproximadamente por  $Q \times N$ , em que  $Q$  é o fator de qualidade (referido na Seção 7.3) e  $N$  é o número de contagens da simulação (isto é, contagens ordinárias, não o somatório de pesos) [22, 23]. A simulação A-U, por exemplo (ver sumário no Apêndice A), inicializada com  $10^9$  decaimentos, gerou  $N \approx 4,1 \times 10^7$  e  $Q = 0,609$ , logo  $Q \times N \sim 10^7$  contagens, valor de mesma ordem de grandeza daqueles verificados em aquisições com a câmara Vertex para parâmetros e atividade no CV equivalentes. Encontramos valor semelhante para as demais simulações, justificando assim o valor de  $10^9$  decaimentos inicializados.

A aquisição A-UA90, em condições ideais, gerou um conjunto com um total de contagens  $\sim 10^9$ . As aquisições A-NEMA, A-CI e A-CD, em condições realistas, assim como a A-U, geraram um total da  $\sim 10^7$  coincidências no modo 3D. Em 2D (apenas os sinogramas diretos), o total é  $\sim 10^5$ .

## 7.5 Reconstrução e Correções

Os recursos de processamento empregados estão relacionados na Tabela 7.8. Nos Capítulos 4 e 5 já apresentamos e discutimos cada método.

	Designação	Discriminação
Algoritmos de reconstrução	FBP	• <i>Filtered Back-Projection</i>
	ART	• <i>Algebraic Reconstruction Technique</i>
	MLEM	• <i>Maximum Likelihood - Expectation Maximization</i>
	OSEM	• <i>Ordered Subsets - Expectation Maximization</i> , (4S = 4 subconjuntos, 8S = 8 subconjuntos)
Correções	ND	• Normalização de Detector
	CS	• Correção de Sensibilidade
	CE	• Correção de Espalhamento
	CA	• Correção de Atenuação

Tabela 7.8: Recursos para reconstrução.

Na reconstrução, FBP efetua janelamento de freqüências com corte a 50% da freqüência de amostragem para atenuação de ruído e OSEM atua em variantes com 4 e 8 subconjuntos. Os quatro algoritmos de reconstrução foram selecionados por serem representativos de todas as classes de métodos existentes (analíticos, algébricos e estatísticos, diretos e iterativos). Além disso, FBP e OSEM são também os únicos incorporados em equipamentos comerciais usados na rotina clínica. Ao final do processo de reconstrução, as imagens foram normalizadas; a justificativa segue na Seção 7.6.1 adiante.

Nas correções, a ND por pesos rotacionais compensa a variação transversal da eficiência geométrica em DHCI; a CS compensa a variação axial da eficiência geométrica na reconstrução 3D; a CE se faz por subtração de perfis de borda interpolados e a CA, por mapas de atenuação. Neste trabalho, a CS atua incorporada à reconstrução, a CE apenas sobre as projeções e a ND e a CA de ambas as formas.

Embora negligenciamos efeitos importantes como a eficiência intrínseca e a variação da resolução espacial de detector, esse grupo de correções compensa os efeitos degradantes essenciais nos dados. Outros, como os decorrentes de tempo morto, não

foram abordados pois o simulador não os modela (Tabela 7.4). Também não efetuamos correções de efeitos de volume parcial, já que em imagens clínicas não são realizadas (ver Seção 3.7).

A avaliação do desempenho de métodos de correção não é o escopo maior do nosso trabalho. Antes, interessa-nos mais sua atuação combinada à reconstrução sobre os parâmetros de avaliação. Por essa razão, optamos por empregar apenas um método para a CE e um para a CA.

A obtenção do mapa de atenuação poderia exigir a simulação de uma aquisição por transmissão (ver Seções 3.6 e 5.5). No entanto, na rotina clínica, os mapas produzidos são usualmente segmentados para preencher áreas distintas da imagem (tecidos ósseos, pulmões, tecidos moles, etc) com um mesmo coeficiente de atenuação correspondente ao tecido da área, descaracterizando fatores como ruído, por exemplo. Assim, não efetuamos simulações de Monte Carlo para transmissão.

Antes, para a CA empregamos os mapas de atenuação editados no SimSET (Figura 7.2), reamostrados para  $128 \times 128$  pixels. Os mapas foram convertidos para a energia de 662 keV, para simular a transmissão por  $^{137}\text{Cs}$ , fonte usada para a obtenção dos mapas de atenuação na Vertex, e em seguida filtrados por função gaussiana com  $\text{FWHM} = 8$  mm, para simular resolução espacial finita. A Figura 7.4 apresenta os mapas resultantes. O mapa MCA-1 foi empregado na CA dos modelos M-U, M-CI e M-CD, o MCA-2 em M-NEMA e o MCA-3 na avaliação da CA (ver Seção 7.7).

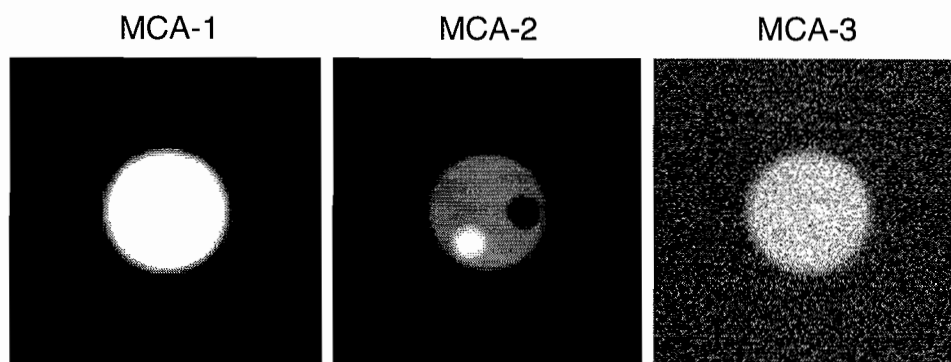


Figura 7.4: Mapas de atenuação empregados na correção de atenuação (662 keV, borrados com filtro gaussiano,  $\text{FWHM} = 2$  voxels); o mapa MCA-3 corresponde ao MCA-1 corrompido com ruído aditivo de distribuição normal, média nula e  $\text{FWHM} = 14\%$  do nível de intensidade no centro do objeto. Cortes centrais,  $128 \times 128$  pixels.

A associação entre algoritmos de reconstrução e correções teve de ser limitada devido ao grande número de possibilidades. Para tanto, o desempenho de algumas combinações foi avaliado de modo a definir quais seriam adequadas, sob critérios objetivos, aos estudos de quantificação (ver Seção 7.7). Os processamentos realizados foram esquematizados na Figura 6.4.

Diante da necessidade de ler a saída de dados do simulador e de incorporar correções ao projetor-retroprojetor, decidimos implementar todos os algoritmos. A opção nos trouxe a vantagem do controle absoluto dos códigos, já que, empregar códigos de outros pesquisadores demandaria, de qualquer forma, adaptações. A implementação dos algoritmos foi detalhada no Capítulo 6.

As rotinas de reconstrução foram disponibilizadas nos modos 2D e 3D. A reconstrução 3D emprega todos os sinogramas de um conjunto de dados (diretos e oblíquos) e a reconstrução 2D, apenas os sinogramas diretos. Para reconstruir, empregamos os arquivos de pesos da saída do simulador (ver Seção 7.3). Salvo menção em contrário, foram reconstruídos os conjuntos de dados ordinários (soma sobre os dois canais de espalhamento).

Nossa implementação apresenta um diferencial. Em virtude do alto custo computacional da reconstrução 3D, empregamos a idéia de M. Egger [15] para o aproveitamento de simetrias geométricas na matriz de reconstrução, o que nos permite evitar cálculos redundantes. A eficácia do procedimento nos permitiu reduzir em uma ordem de grandeza o tempo de processamento.

A Tabela 7.9 (consultar a Tabela 6.1 para notação) apresenta os parâmetros de amostragem das imagens. Cada reconstrução produziu uma imagem volumétrica seccionada em 25 cortes de  $128 \times 128$  voxels. Salvo menção em contrário, apresentamos, para visualização, o corte central de cada volume (Figura 7.5).

Os mapas editados no SimSET (Figura 7.2) apresentam amostragem mais refinada para simulação – 25 cortes de  $256 \times 256$  voxels (tamanho  $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ ). Para a CA e a avaliação de imagens, foram reamostrados com os parâmetros da Tabela 7.9. Assim, a imagem-objeto (i. e. o objeto discretizado) corresponde ao mapa de atividade amostrado em 25 cortes de  $128 \times 128$  voxels.

	axial	transaxial
Amostragem	$N_z = 25$ cortes	$N_x \times N_y = 128 \times 128$ voxels
Tamanho da imagem	$A = 20$ cm	$L \times S = 50,8$ cm $\times$ 50,8 cm
Tamanho do voxel	$\delta_z = 8$ mm	$\delta_x \times \delta_y = 4$ mm $\times$ 4 mm

Tabela 7.9: Parâmetros de imagem.

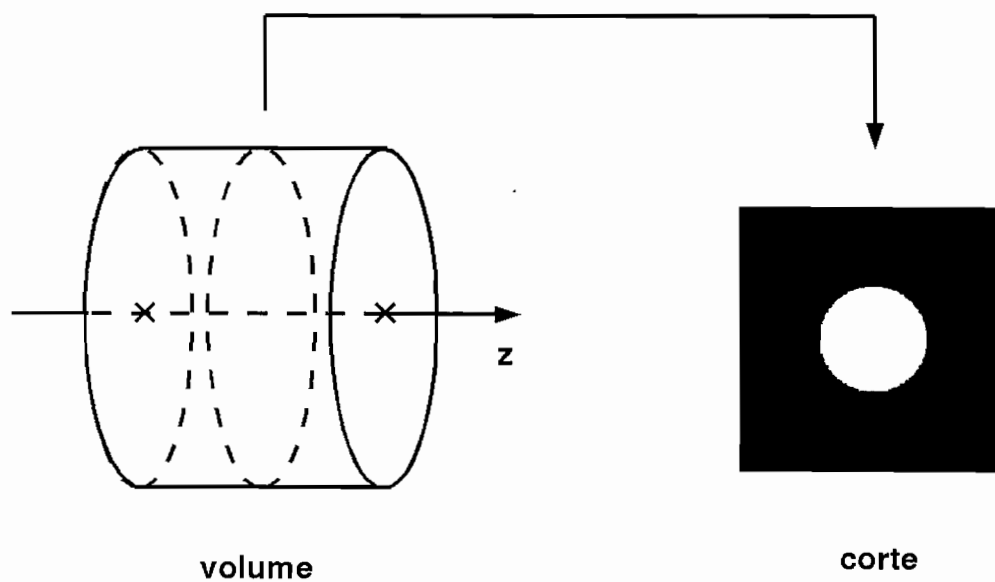


Figura 7.5: Para um dado volume reconstruído, o corte central é selecionado para visualização.

## 7.6 Parâmetros de Avaliação

Para o trabalho de avaliação, definimos um grupo de parâmetros com o propósito de permitir a otimização de algoritmos e análise da quantificação. Os parâmetros são obtidos diretamente das imagens reconstruídas, sobre **Regiões de Interesse (RI)**, e podem envolver apenas uma imagem (caracterização de propriedades) ou duas (comparação entre imagens).

Para um tratamento adequado de informações, seria conveniente considerar os valores  $\lambda_j$  verificados em cada voxel de uma imagem, como a medida de uma variável aleatória. Nesse contexto, podemos dizer que os parâmetros representam estatísticas – funções de variáveis aleatórias [47].

Os parâmetros empregados estão relacionados na Tabela 7.10 e sua descrição segue abaixo.

Nome	Notação	Avaliação
Média Amostral	$\langle \lambda \rangle$	convergência, diferença de níveis de intensidade entre imagens
Desvio Padrão Amostral	$\sigma$	incerteza, dispersão
Relação Sinal/Ruído	S/R	qualidade de sinal
Desvio Padrão Relativo	DPR	não-uniformidade devido a ruído
Contraste	$C$	contraste
Significância da Medida de Contraste	$T_C$	significância da medida de contraste
Detectabilidade	$T_D$	relação afim de contraste/ruído
Desvio Relativo Médio	DRM	desvio entre imagens ou entre dados

Tabela 7.10: Parâmetros de avaliação de imagens.

### (a) Média

A média amostral, ou simplesmente média, é dada por

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \lambda_j \quad j \in \text{RI}, \quad (7.1)$$

em que  $N$  é o número de voxels encerrados numa dada RI. Foi empregada para avaliar convergência dos algoritmos iterativos e comparar níveis de intensidade entre imagens.

### (b) Desvio Padrão

O desvio padrão determina variabilidade e serve como medida de incerteza e dispersão (em torno da média). Definido a partir da variância amostral [47], é dado por

$$\sigma = \left[ \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (\lambda_j - \langle \lambda \rangle)^2 \right]^{1/2} = \left[ \frac{N}{N-1} (\langle \lambda^2 \rangle - \langle \lambda \rangle^2) \right]^{1/2}, \quad j \in \text{RI}, \quad (7.2)$$

em que

$$\langle \lambda^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \lambda_j^2, \quad j \in \text{RI}, \quad (7.3)$$

é a média quadrática.

### (c) Relação Sinal/Ruído

Dentre as variadas definições de relação Sinal/Ruído (S/R), adotamos

$$\text{S/R} = \frac{\langle \lambda \rangle}{\sigma}, \quad j \in \text{RI}, \quad (7.4)$$

em que  $\langle \lambda \rangle$  e  $\sigma$  são empregados como estimativa de sinal e ruído, respectivamente. A S/R caracteriza qualidade de sinal.

### (d) Desvio Padrão Relativo

O Desvio Padrão Relativo (DPR) caracteriza não-uniformidade devido a ruído:

$$\text{DPR} = (\text{S/R})^{-1} = \frac{\sigma}{\langle \lambda \rangle}, \quad j \in \text{RI} \quad (7.5)$$

### (e) Contraste

O Contraste ( $C$ ) relaciona níveis de intensidade entre regiões diferentes de uma imagem. O contraste da região 1 em relação à região 2 é definido por

$$C = \left| \frac{\langle \lambda_1 \rangle - \langle \lambda_2 \rangle}{\langle \lambda_2 \rangle} \right| = \left| \frac{\langle \lambda_1 \rangle}{\langle \lambda_2 \rangle} - 1 \right| \quad (7.6)$$

A incerteza da medida pode ser estimada pelo desvio padrão associado, que determinamos via propagação de erros [68]:

$$\sigma_C = \frac{1}{\langle \lambda_2 \rangle^2} \sqrt{\langle \lambda_1 \rangle^2 \sigma_2^2 + \langle \lambda_2 \rangle^2 \sigma_1^2} \quad (7.7)$$

#### (f) Significância da Medida de Contraste

Ao obtermos  $C$  sobre uma dada imagem, devemos compará-lo ao contraste de referência  $C_{\text{ref}}$  da imagem-objeto (isto é, do mapa de atividade) correspondente e verificar se ambos são significativamente equivalentes. Por isso, mais propriamente do que apenas determinar  $C$  e  $\sigma_C$  definidos acima, é útil estabelecermos a significância da medida de contraste.

Determinar a significância estatística de medidas envolve a aplicação de testes de hipóteses [62]. Como não sabemos com rigor a distribuição das estatísticas, preferimos a aplicação de testes estatísticos a uma abordagem mais simples que nos fornece informação relevante.

De modo geral, podemos esperar que, no caso em que  $C$  e  $C_{\text{ref}}$  são significativamente equivalentes, a diferença entre ambos não é maior, em valor absoluto, que a estimativa  $\sigma_C$  da incerteza de contraste. Assim, definimos

$$T_C = \left| \frac{C - C_{\text{ref}}}{\sigma_C} \right| \quad (7.8)$$

e verificamos se  $T_C \lesssim 1$ . Em caso afirmativo, podemos dizer que, para as mesmas RIs, o contraste medido na imagem reconstruída é significativamente equivalente àquele da imagem-objeto original.

#### (g) Detectabilidade

Paralelamente, não basta que a significância de  $C$  seja satisfatória, é preciso que o nível de ruído na imagem não seja intenso a ponto de solapar o contraste eventualmente presente. Além de corretamente recuperado, o contraste precisa ser detectável em meio ao ruído.

As definições de detectabilidade variam. Em estudos de quantificação, é comum a adoção da relação contraste/ruído<sup>3</sup> [50]. Neste trabalho, optamos por uma variante

<sup>3</sup>Definida pela razão  $|\langle \lambda_1 \rangle - \langle \lambda_2 \rangle| / \sigma_2$ , em que 1 e 2 representam regiões distintas. Em geral, a RI 1 denota uma região mais ativa e a RI 2 o meio circundante.



associada, que definimos por

$$T_D = \left| \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\langle \lambda_1 \rangle - \langle \lambda_2 \rangle} \right|, \quad (7.9)$$

em que os índices 1 e 2 denotam RIs distintas na imagem.

Tal expressão relaciona a soma das dispersões em ambas as RIs, que denotam ruído, e a diferença entre os níveis de intensidade. Cumpre observar que, se essa diferença for significativamente maior (em valor absoluto) que a soma das dispersões, podemos dizer que, de modo geral, o contraste entre as regiões sobressaltam o ruído associado. Assim, à semelhança de  $T_C$ , verificamos se  $T_D \lesssim 1$  para atestar detectabilidade.

### (h) Desvio Relativo Médio

Definimos o que chamamos de Desvio Relativo Médio (DRM) da imagem A em relação à imagem B por

$$\text{DRM} = \sqrt{\frac{\Delta \lambda_{AB}^2}{\langle \lambda_B^2 \rangle}}, \quad (7.10)$$

em que

$$\Delta \lambda_{AB}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\lambda_{A,j} - \lambda_{B,j})^2, \quad j \in \text{RI}, \quad (7.11)$$

e  $\langle \lambda_B^2 \rangle$  é a média quadrática sobre a imagem B. A RI é equivalente em ambas as imagens.

A expressão (7.10) corresponde, de fato, à raiz quadrada do erro quadrático médio normalizado de  $\lambda_A$  relativo a  $\lambda_B$  e está definida no intervalo [0,1]. Assim, o DRM é uma forma de avaliar o quanto um vetor se diferencia de um outro.

O DRM foi aplicado principalmente para avaliar imagens reconstruídas em relação às imagens-objeto correspondentes, mas também sobre conjuntos de dados de medida (ver Seção 7.7).

## 7.6.1 Normalização de Imagens e Imagem Ideal

Quando empregamos métodos distintos para reconstruir a partir de um mesmo conjunto de dados, o total de contagens das imagens resultantes será diferente para cada método, em função das diversas abordagens. Isso nos traz dificuldades para comparar essas imagens entre si ou com a imagem-objeto, pois, em cada uma, níveis de intensidade diferentes podem representar a mesma atividade.

Para contornar essa dificuldade, adotamos um procedimento simples. Normalizamos a imagem-objeto e as imagens representativas reconstruídas a partir do mesmo conjunto de dados, de modo que, em todas, as somas totais de valores sejam numericamente equivalentes:

$$\sum_{j=1}^{N_j} \lambda_j = P, \quad \forall \text{ imagem.} \quad (7.12)$$

Assim, podemos dizer que, em cada imagem, as contagens totais representam a atividade total definida na imagem-objeto. Note-se que  $P$  pode ser arbitrário em quantificação relativa – parâmetros intra-imagem como o DPR e o contraste não são afetados por ele. Salvo menção em contrário, atribuímos a  $P$  o valor numérico de contagens verificado no conjunto de dados após a ND e a CE, quando efetuadas.

À imagem-objeto normalizada conforme (7.12), chamamos aqui de **Imagem Ideal**.

### 7.6.2 Regiões de Interesse

As RIs adotadas para o cálculo de parâmetros estão relacionadas na Tabela 7.11. Cada uma compreende todos os voxels inscritos no volume indicado. As RIs alvos coincidem com os alvos no modelo correspondente. O Fundo é centralizado, seu eixo coincidindo com o dos modelos, e seus 4 cm de extensão axial abrangem 5 cortes reconstruídos; no caso das aquisições com  $\phi_{\max} = 15^\circ$ , esses cortes situam-se na região em que o perfil de sensibilidade axial é uniforme (ver Seção 7.4).

Região de interesse	Dimensões	Modelo(s)
Alvo ar	cilindro 5 cm × 20 cm	M-NEMA
Alvo água	cilindro 5 cm × 20 cm	
Alvo "osso"	cilindro 5 cm × 20 cm	
Alvo 3:1	cilindro 20 mm × 40 mm	M-CI
Alvo 5:1	cilindro 20 mm × 40 mm	
Alvo 7:1	cilindro 20 mm × 40 mm	
Alvo 10:1	cilindro 20 mm × 40 mm	
Alvo 7 mm	cilindro 7 mm × 40 mm	M-CD
Alvo 10 mm	cilindro 10 mm × 40 mm	
Alvo 15 mm	cilindro 15 mm × 40 mm	
Alvo 20 mm	cilindro 20 mm × 40 mm	
Fundo	cilindro 20 cm × 4 cm, exclusive alvos	M-UA, M-U, M-NEMA M-CI, M-CD

Tabela 7.11: Regiões de interesse. Os volumes cilíndricos são identificados por diâmetro × extensão axial.

## 7.7 Métodos e Avaliações

Nesta seção descrevemos:

- os métodos de otimização de algoritmos, itens (a), (b) e (e);
- as avaliações de correções, itens (c) a (f);
- os estudos quantitativos, itens (g) a (i);
- e uma avaliação dos tempos de processamento, item (j).

Como o ruído tem um papel preponderante em quantificação, a otimização dos algoritmos iterativos visa obter o melhor compromisso entre convergência e amplificação de ruído. Analogamente, na otimização de correções, adotamos abordagens que favorecem o menor custo em termos de ruído.

De modo geral, efetuamos reconstruções por OSEM para propósitos de avaliação. Os modelos físicos são relacionados na Tabela 7.2, as aquisições na Tabela 7.7, os parâmetros de avaliação na Seção 7.6 e as RIs na Tabela 7.11.

Os resultados são apresentados e discutidos no próximo capítulo (nos subtítulos indicamos, entre parênteses, a seção associada).

### (a) Redução de ruído em reconstrução algébrica (Seção 8.1)

O desempenho de ART em termos de amplificação de ruído varia conforme a relaxação [25]. A relaxação pode ser otimizada com relação a muitos fatores; aqui, nos limitamos a otimizá-la em função do número de iterações  $n$  e do modo (2D e 3D). Para isso, efetuamos uma série de reconstruções por ART, sem correções, sobre os dados A-UA15 (cilindro uniforme com ar, adquirido em condições ideais) para valores diversos de  $\zeta$ , o parâmetro de relaxação – ver relação (6.8) – e de  $n$ . Das imagens, extraímos média e DPR na RI 20 cm  $\times$  4 cm.

As médias são comparadas à média da imagem ideal para verificar convergência e o DPR analisado para determinar amplificação de ruído. Então selecionamos os valores de  $\zeta$ , em 2D e em 3D, para os quais há o melhor compromisso entre convergência e ruído. As reconstruções subseqüentes com ART são efetuadas com os parâmetros selecionados.

**(b) Convergência e amplificação de ruído (Seção 8.2)**

Para determinar a iteração de parada dos algoritmos iterativos, analisamos convergência e amplificação de ruído nos algoritmos iterativos em função de número de iterações  $n$ . Para isso, reconstruímos os dados A-UA15 (cilindro uniforme com ar, detector anelar ideal) por todos os métodos, sem correções. Obtemos, sobre as imagens, média, DPR e DRM (relativo à imagem ideal), na RI 20 cm  $\times$  4 cm, em função de  $n$  e nos modos 2D e 3D.

As médias são comparadas à média da imagem ideal para verificar convergência, o DPR é analisado para determinar amplificação de ruído e o DRM serve a ambos os propósitos. Determinamos, para cada algoritmo, em 2D e em 3D, o número de iterações que oferecem o melhor compromisso entre convergência e ruído.

**(c) Efeitos da correção de sensibilidade (Seção 8.3)**

Para avaliar os efeitos da correção de sensibilidade, reconstruímos, por métodos 2D e 3D, os dados A-UA90 (cilindro uniforme com ar, detector anelar ideal,  $\phi_{\max} = 90^\circ$ ) e A-UA15 (idem, porém com  $\phi_{\max} = 15^\circ$ ) e extraímos a média por corte reconstruído na RI 20 cm  $\times$  20 cm. Como a aquisição é efetuada sobre uma distribuição simétrica e uniforme de atividade ao longo do eixo  $z$ , as médias refletem a sensibilidade na direção axial. Comparamos os resultados com e sem a correção.

**(d) Efeitos da normalização de detector (Seção 8.4)**

Para avaliar os efeitos da normalização por pesos rotacionais, reconstruímos os dados A-UAD (cilindro uniforme com ar e câmara DHCI, de modo que a variação transversal de sensibilidade esteja presente) por OSEM 8S 3D em três situações: normalização ausente, pré-normalização de projeções e normalização incorporada ao projetor.

Com o objetivo de avaliar as abordagens (ND sobre dados ou incorporada) em termos de ruído, obtemos média, DPR e S/R sobre a RI 20 cm  $\times$  4 cm e extraímos os perfis de contagem em cada caso.

**(e) Efeitos e otimização da correção de espalhamento (Seção 8.5)**

Para otimizar o algoritmo de correção de espalhamento, obtemos o DRM dos sinogramas ordinários corrigidos relativo aos sinogramas primários correspondentes (que

contam apenas com eventos primários, selecionados dentre os canais de espalhamento do SimSET) em função do parâmetro de ajuste  $\beta$  – ver relação (5.6).

À semelhança de (7.10), empregado para imagens, definimos o DRM entre dados por

$$\text{DRM}(\text{dados}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^I \left[ p_i^{(\text{ND} + \text{CE})} - p_i^{(\text{prim}, \text{ND})} \right]^2}{\sum_{i=1}^I \left[ p_i^{(\text{prim}, \text{ND})} \right]^2}}, \quad (7.13)$$

em que  $p_i^{(\text{ND} + \text{CE})}$  denota as contagens no tubo  $i$  corrigidas por CE e  $p_i^{(\text{prim}, \text{ND})}$ , as contagens de eventos primários. Em ambos os conjuntos efetuamos a ND.

Extendemos o procedimento também às imagens, onde obtemos o DRM (RI 20 cm  $\times$  4 cm) daquelas reconstruídas com dados ordinários corrigidos relativo àquelas reconstruídas com dados primários.

Para a otimização, avaliamos as aquisições A-U, A-NEMA, A-CI e A-CD, empregadas nos estudos quantitativos, de modo a nos permitir selecionar um  $\beta$  (parâmetro de ajuste da correção) ótimo para o qual o DRM seja, em média, mínimo para diferentes distribuições de atividade.

Para avaliarmos os efeitos do espalhamento e ilustrar a atuação da correção, comparamos os perfis de distribuição de espalhamento modelados nas projeções com os perfis de espalhamento nos dados.

#### (f) Efeitos da correção de atenuação (Seção 8.6)

Para avaliar os efeitos da correção de atenuação, reconstruímos o conjunto primário da aquisição A-U (cilindro uniforme) por OSEM 8S em três situações: correção ausente, pré-correção de projeções e correção incorporada ao projetor. Empregamos os dados primários para evitar a interferência dos efeitos de espalhamento.

Efetuamos as correções com o mapa ideal para a energia de 511 keV e com mapa a 662 keV (este borrado ou corrompido com ruído, para testar a robustez da CA com mapas ruidosos). Sobre a RI 20 cm  $\times$  4 cm das imagens, obtivemos média, DPR e S/R e extraímos perfis de contagem em cada caso.

Com o objetivo de avaliar as abordagens (CA sobre dados ou incorporada) em termos de ruído, obtivemos média, DPR e S/R sobre a RI 20 cm  $\times$  4 cm e extraímos os perfis de contagem em cada caso.

**(g) Resolução espacial (Seção 8.7)**

Aqui medimos a resolução espacial do sistema modelado. Para determinar a resolução intrínseca, reconstruímos os dados A-FL (fonte linear) por OSEM 8S 3D. Os 25 cortes são somados voxel a voxel para a formação de uma única imagem com flutuações reduzidas. Então extraímos um perfil de contagens de uma linha sobre a fonte, o que denota a PSF. A largura completa à meia altura (FWHM) estimada corresponde à resolução intrínseca. A resolução do sistema é dada por (2.2).

**(h) Contraste e detectabilidade (Seção 8.8)**

Nesta avaliação, desejamos determinar quanto o contraste e a detectabilidade, conforme definidos pelas relações (7.6), (7.8) e (7.9), variam de 2D para 3D e entre ferramentas de processamento. Para tanto, tomamos as aquisições A-NEMA, A-CI e A-CD, simuladas com parâmetros realistas sobre os modelos com alvos, e as reconstruímos por métodos variados, combinando algoritmos de reconstrução e correções.

Das imagens geradas, obtivemos  $T_C$  (significância de medida de contraste) e  $T_D$  (detectabilidade), nas quais o contraste  $C$  foi medido sobre as RIs correspondentes ao alvos nos modelos (a RI 1) em relação ao fundo (a RI 2), aqui definido pela RI 20 cm  $\times$  4 cm, sem alvos.

Como argumentado na Seção 7.6, a situação desejável é aquela em que  $T_C \leq 1$  e  $T_D \leq 1$ . Se, eventualmente, verificamos  $T_C > 1$  e  $T_D \leq 1$ , temos a situação em que o contraste recuperado na imagem não equivale àquele ideal,  $C_{ref}$ , definido nos modelos, embora o nível de ruído seja baixo o suficiente para que possa ser considerado detectável. No caso em que  $T_D > 1$ , os níveis de ruído são altos, o que sugere uma imagem inadequada para quantificação.

Para facilitar o estudo, criamos uma variável de classificação que assume três valores e denotam as três situações:

- “A” para  $T_C \leq 1$  e  $T_D \leq 1$
- “B” para  $T_C > 1$  e  $T_D \leq 1$
- e espaço vazio para  $T_D > 1$

Então, construímos duas tabelas, discriminando os modos de reconstrução (2D e 3D), a associação alvo-fundo, modelo físico/aquisição e método de processamento. São

estes resultados e sua análise os que nos permitem chegar aos objetivos centrais do trabalho.

**(i) Efeitos de volume parcial (Seção 8.9)**

Para avaliar os efeitos de volume parcial, reconstruímos os dados A-CI e A-CD, em 2D e 3D, por todos os métodos e considerando todas as correções. Então, obtemos a média sobre as RIs correspondentes aos alvos em função da relação de atividade ideal relativa ao fundo (para A-CI) e em função do diâmetro do alvo (para A-CD). Então, verificamos em que situações ocorrem subestimação de atividades e interpretamos os resultados.

**(j) Tempos de processamento (Seção 8.10)**

Para avaliar a variação no custo computacional dos algoritmos com o aproveitamento de simetrias geométricas no projetor-retroprojetor, reconstruímos o conjunto A-UA90 com FBP 3D e comparamos os tempos de processamento em cada caso.



# Capítulo 8

## Resultados e Discussão

Neste capítulo, apresentamos nossos resultados. Os métodos de otimização, estudo e análise foram descritos na Seção 7.7. Os modelos físicos estão relacionados na Tabela 7.2, os dados de aquisição, na Tabela 7.7, e os parâmetros de avaliação, na Seção 7.6. As Regiões de Interesse (RI) são identificadas por diâmetro  $\times$  extensão axial, conforme a Tabela 7.11.

### 8.1 Redução de Ruído em Reconstrução Algébrica

Nas Figuras 8.1 e 8.2, apresentamos média e DPR percentual (sobre a RI 20 cm  $\times$  4 cm) em função do parâmetro de relaxação  $\zeta$ , de imagens reconstruídas por ART com 2, 4 e 6 iterações sobre os dados A-UA15. Os distintos valores da média ideal em 2D e 3D decorrem do fato de que há mais contagens em 3D [em (7.12),  $P \sim 10^7$  contagens (2D) e  $P \sim 10^9$  (3D)].

Em ambos os modos (2D na Figura 8.1 e 3D na 8.2), podemos constatar por meio das médias que, para todas as iterações, a melhor recuperação média da imagem ideal na RI investigada ocorre para valores pequenos de  $\zeta$ , com o algoritmo dito sub-relaxado, isto é, para  $\zeta < 1$  [25]. O mesmo se verifica para os menores valores do DPR, que denota amplificação de ruído.

Baseados nesses resultados, definimos  $\zeta = 0,08$  para ART 2D e  $\zeta = 0,02$  para ART 3D, pois são valores que favorecem uma aproximação à imagem ideal em pelo menos 2 iterações. Nesse caso, a diferença entre a média e a média ideal é de cerca de 6% em 2D e de 7% em 3D, e o DPR é de 4% em 2D e de 6% em 3D.

Notadamente, o DRP apresenta comportamento diferenciado entre os modos, como pode ser verificado na Figura 8.2. A diferença certamente está associada ao volume e à redundância dos dados 3D, para os quais os erros estatísticos são menores.

Devemos observar que os valores de  $\zeta$  determinados representam uma otimização da reconstrução dos sinogramas A-UA15. No entanto, mesmo que tais parâmetros se mostrem sub-ótimos para outros conjuntos, ainda assim a reconstrução proverá imagens menos ruidosas que aquelas para o algoritmo não relaxado ( $\zeta = 1$ ), em função da sub-relaxação [25].

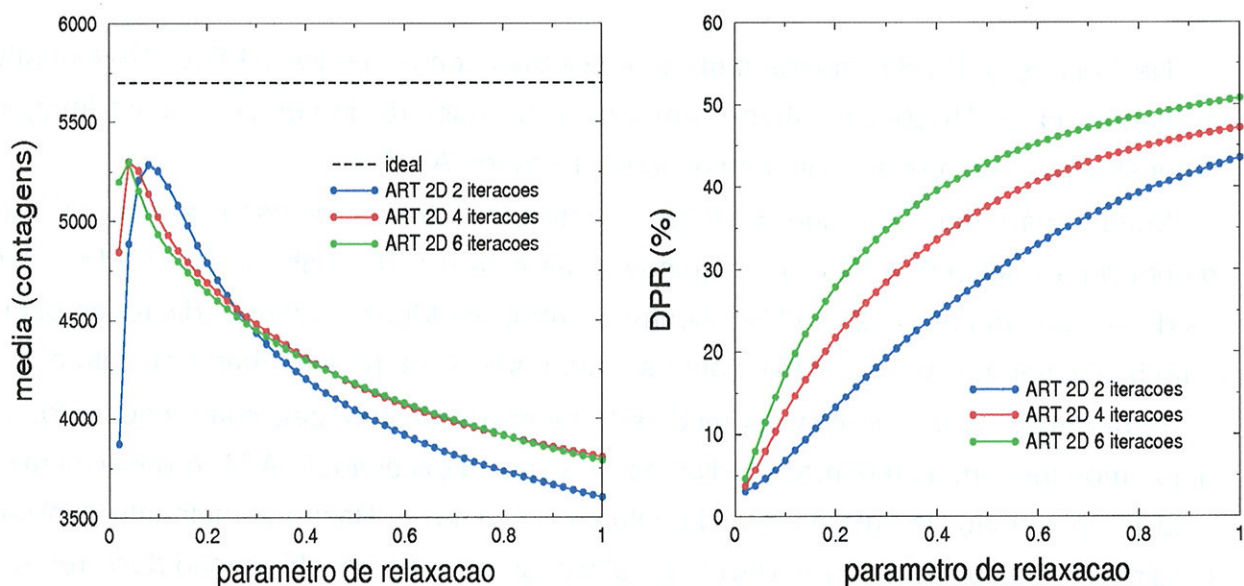


Figura 8.1: Média e DPR percentual em função do parâmetro de relaxação, RI 20 cm × 4 cm, aquisição A-UA15, reconstrução por ART 2D.

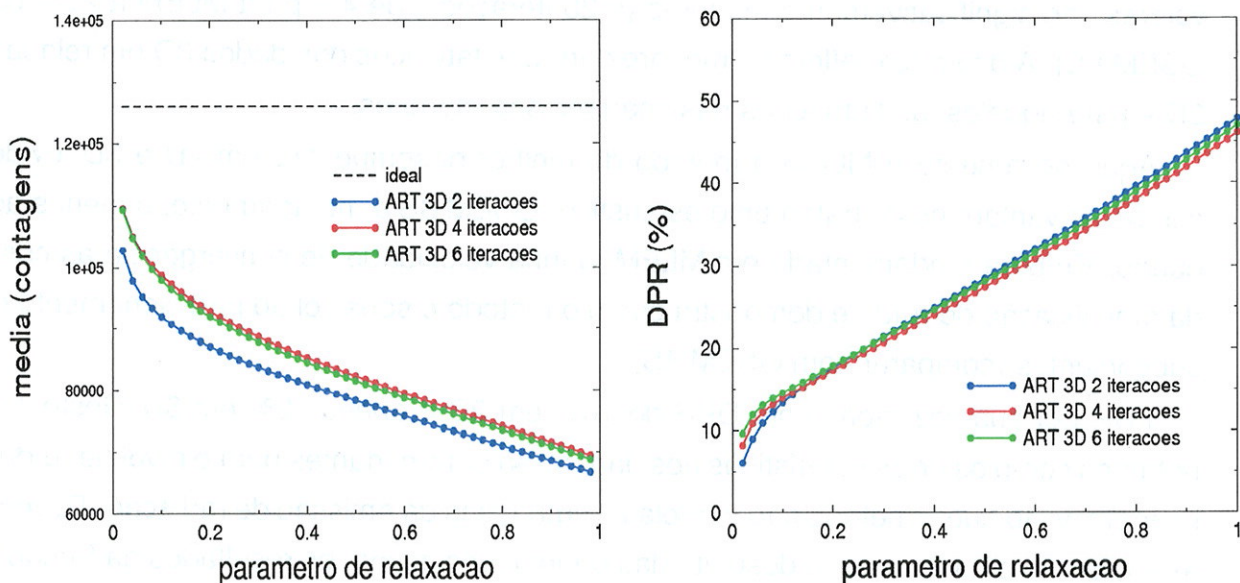


Figura 8.2: Média e DPR percentual em função do parâmetro de relaxação, RI 20 cm × 4 cm, aquisição A-UA15, reconstrução por ART 3D.

## 8.2 Convergência e Amplificação de Ruído

Na Figuras 8.3 a 8.5 apresentamos, respectivamente, média, DPR e DRM relativo à imagem ideal (RI 20 cm × 4 cm), em função do número de iterações, para imagens reconstruídas, por todos os algoritmos, com os dados A-UA15.

Vemos, na Figura 8.3, que a diferença absoluta entre as médias e a média ideal é menor para o algoritmo MLEM, chegando a ser nula em 2D, embora em OSEM e ART, as diferenças variem de 2% a 5% apenas. Porém, em MLEM, a menor diferença ocorre para 5 ou 6 iterações, enquanto os outros métodos o fazem para apenas 1 ou 2 iterações.

Para iterações crescentes, as médias tendem a se estabilizar, como esperado. Os algoritmos tendem às mesmas médias assintóticas, à exceção de ART. A possível razão está na dispersão de valores fora do volume do cilindro. Razão semelhante explica a média discrepante para FBP – deve-se à alocação errônea de informação decorrente do próprio método, que distribui, na retroprojeção, o valor associado a um tubo igualmente por todos os voxels por ele interceptados (ver Seção 4.3).

Conforme a Figura 8.4, o DPR é significativamente maior em 2D em comparação a 3D, aumentando consideravelmente para iterações crescentes e variando de acordo com o algoritmo (a 20 iterações, de 16% para MLEM a 60% para OSEM 8S). Em 3D, os valores são significativamente menores (a 20 iterações, de 4% para MLEM a 23% para OSEM 8S). A diferença reflete os menores erros estatísticos dos dados 3D em relação a 2D – para aqueles, as flutuações nas imagens são menores.

Aqui, novamente é MLEM o método de melhor desempenho, em 2D e 3D, evidenciando as vantagens do tratamento estatístico. OSEM 8S é, notadamente, o menos adequado. Embora fundamentado em MLEM, ganha velocidade de convergência às custas da amplificação de ruído e demonstra como o método é sensível ao particionamento dos subconjuntos (comparar com OSEM 4S).

FBP, por sua vez, apresenta DPR de 10% em 2D e apenas 2% em 3D. Neste caso, notamos como os erros estatísticos nos dados são determinantes para o nível de ruído na imagem, visto que o método não modela as flutuações da emissão de radiação. Devemos assinalar, no entanto, que, a despeito das observações acima, os resultados da Seção 8.8 nos permitem argumentar que OSEM 8S apresenta desempenho satisfatório para certas tarefas quantitativas, mais do que FBP.

O DPR pode ainda ser comparado àqueles esperados para os níveis de contagens presentes nas imagens. Uma estimativa pode ser estabelecida da seguinte forma. Se

supusermos uma distribuição Poisson para  $\{\lambda_j\}$ , o conjunto de valores numa imagem, então o DPR pode ser estimado por

$$\text{DPR(esperado)} = \frac{\sigma}{\langle \lambda \rangle} \sim \langle \lambda \rangle^{-\frac{1}{2}}, \quad (8.1)$$

já que  $\sigma^2 = \langle \lambda \rangle$  para distribuições Poisson. A distribuição de valores numa imagem reconstruída não é Poisson, mas (8.1) nos permite estimar a ordem de grandeza do DPR esperado. A partir das médias ideais (Figura 8.3), estimamos valores  $\sim 1,3\%$  em 2D e  $\sim 0,3\%$  em 3D, verificados quando o número de iterações é pequeno (Figura 8.4).

Também o DRM, Figura 8.5, aumenta significativamente em 2D para iterações crescentes (variando, a 20 iterações, de 16% para MLEM a 47% para OSEM 8S), mas tende a se estabilizar em 3D e em patamares menores (a 20 iterações, de 7% para MLEM a 18% para ART). Novamente, a razão reside na melhor relação/sinal ruído dos dados 3D. Já que as diferenças entre médias e média ideal acabam por se estabilizar após algumas iterações, o DRM aumenta em 2D devido ao ruído.

Dos métodos, MLEM apresenta o menor DRM a 5 ou 6 iterações. Os demais apresentam DRM mínimo nas primeiras iterações, porém maiores que o mínimo de MLEM. Em 2D, ART e OSEM 4S demonstram comportamento semelhante, com OSEM 8S apresentando os maiores valores. Em 3D, no entanto, a maior discrepância, à exceção de FBP, ocorre em ART. O DRM discrepante de FBP condiz com o exposto sobre as médias.

Como melhor referência para indicar uma iteração  $n$  de parada, adotamos diferença absoluta entre média e média ideal e DRM mínimos. A Tabela 8.1 apresenta o número de iterações que determinam ambos, para cada método e modo. Em alguns algoritmos, mais de um  $n$  apresentam diferenças ou DRM mínimos próximos (discrepâncias  $\lesssim 1\%$ ) e estão indicados pelo símbolo “ $\approx$ ”.

Com base nesses valores, adotamos, para cada algoritmo,

- $n = 2$  para ART 2D e  $n = 1$  para ART 3D,
- $n = 5$  para MLEM 2D e  $n = 6$  para MLEM 3D,
- $n = 1$  para OSEM 4S 2D e  $n = 1$  para OSEM 4S 3D, e
- $n = 1$  para OSEM 8S 2D e  $n = 1$  para OSEM 8S 3D.

Adotamos esses valores nos estudos quantitativos das Seções 8.8 e 8.9.

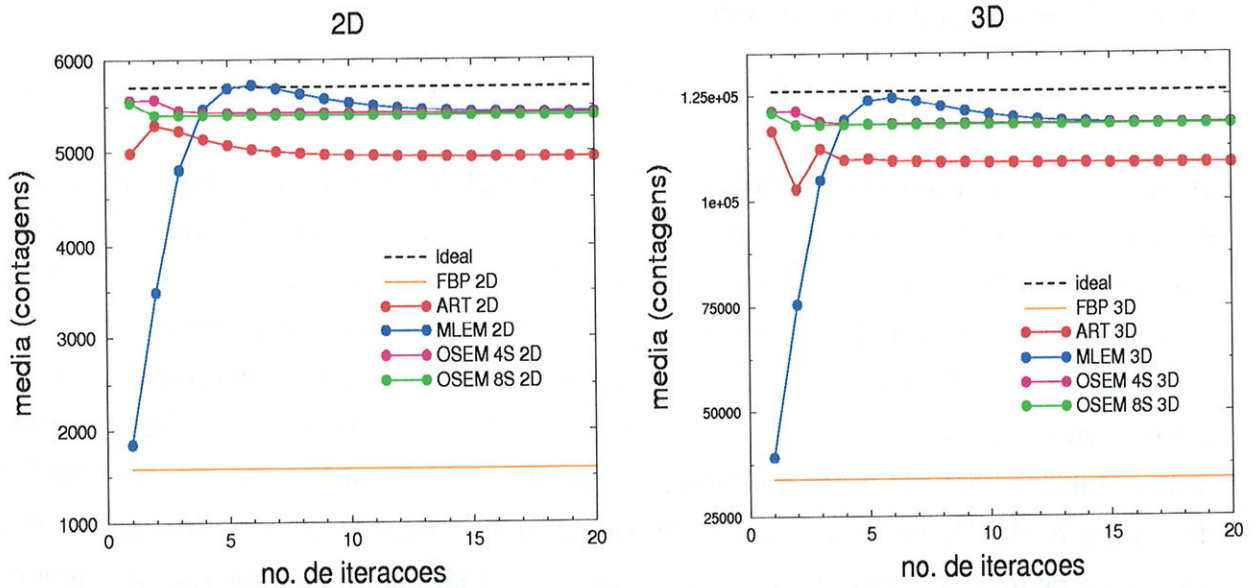


Figura 8.3: Médias em função do número de iterações, RI 20 cm × 4 cm, imagens reconstruídas com dados A-UA15.

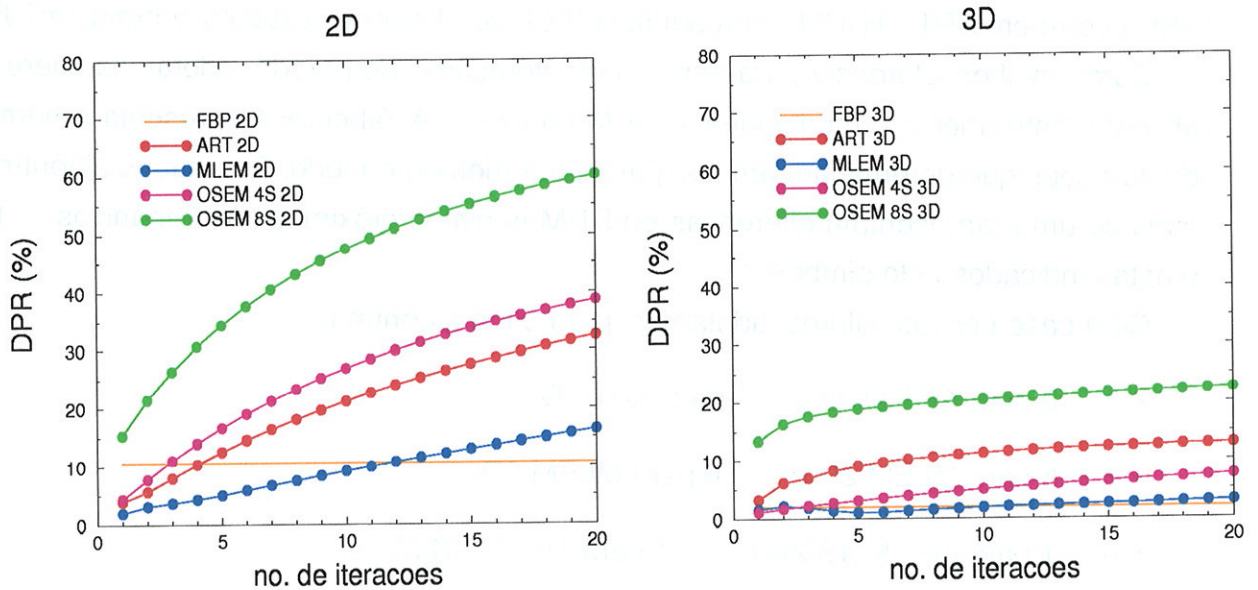


Figura 8.4: DPR percentual em função do número de iterações, RI 20 cm × 4 cm, imagens reconstruídas com dados A-UA15.

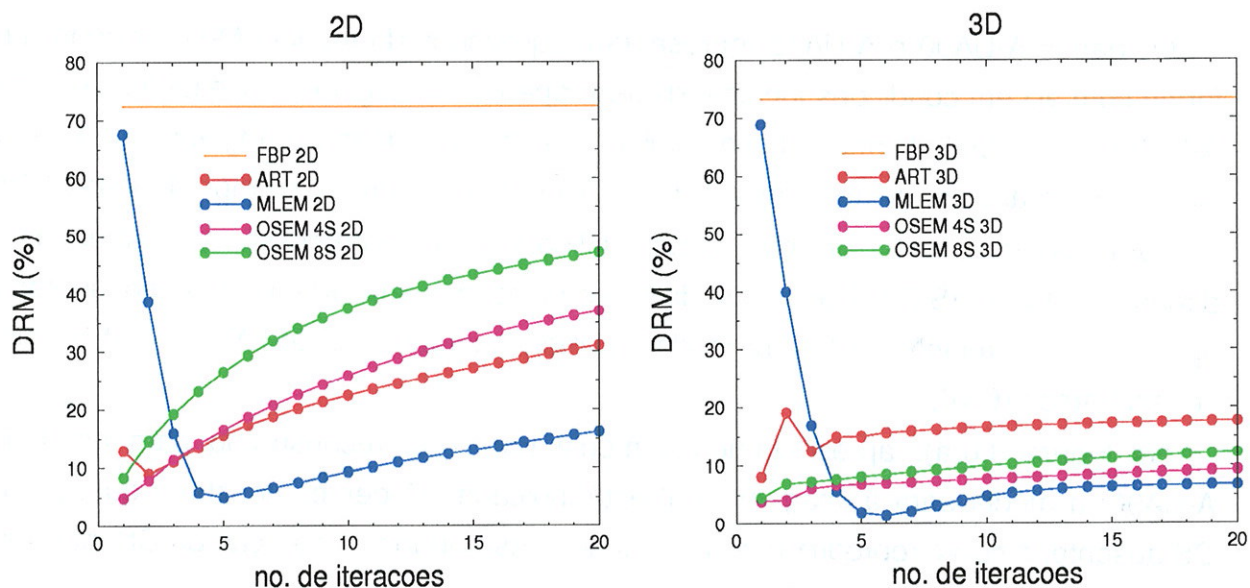


Figura 8.5: DRM percentual relativo à imagem ideal em função do número de iterações, RI 20 cm  $\times$  4 cm, imagens reconstruídas com dados A-UA15.

	Algoritmo	2D	3D
Diferença absoluta mínima entre média e média ideal	ART	2	1
	MLEM	6 ( $\approx$ 5)	6
	OSEM 4S	2 ( $\approx$ 1)	2 ( $\approx$ 1)
	OSEM 8S	1	1
DRM mínimo (relativo à imagem ideal)	ART	2	1
	MLEM	5	6
	OSEM 4S	1	1 ( $\approx$ 2)
	OSEM 8S	1	1

Tabela 8.1: Número de iterações para parâmetros mínimos.

### 8.3 Efeitos da Correção de Sensibilidade

Os dados A-UA90 e A-UA15 representam aquisições do modelo M-UA (cilindro uniforme com ar) em condições ideais e diferem apenas no ângulo de aceitação axial. Em A-UA90,  $\phi_{\max} = 90^\circ$ , de modo que o perfil axial de sensibilidade é triangular. Em A-UA15,  $\phi_{\max} = 15^\circ$ , e assim o perfil é trapezoidal, constante no centro do Campo de Visão (CV).

Para ilustrar como a Correção de Sensibilidade (CS) se processa, reconstruímos os dados por OSEM 8S 3D. A ausência da compensação é simulada, neste caso, adotando  $\eta_j = 1, \forall j$ , na relação (6.10), utilizada na implementação de OSEM. De outro modo, consideramos (6.16).

Na Figura 8.6(a), apresentamos a média por corte reconstruído para os dados A-UA90; a média para a imagem ideal está indicada. Podemos constatar que, para a CS ausente, a curva reproduz o perfil axial de sensibilidade. A atuação da CS, por outro lado, promove uma equalização, aproximando o perfil da média ideal.

Na Figura 8.6(b), temos as médias para os dados A-UA15. Novamente, na ausência de CS as médias reproduzem o perfil axial de sensibilidade, neste caso uniforme no centro, o que condiz com o ângulo de aceitação axial restrito. Com a CS, o perfil também se equaliza.

É preciso lembrar que as reconstruções são efetuadas sobre os sinogramas válidos. Quando consideramos erroneamente a totalidade dos tubos (incluindo aqueles para os quais  $\phi > \phi_{\max}$ ), a CS supercompensa os perfis, ocasionando abaulamento no centro [curva verde, ainda na Figura 8.6(b)]

Cabe uma observação. Notamos que o ajuste à média ideal do perfil equalizado para  $\phi_{\max} = 15^\circ$ , na Figura 8.6(b) é melhor que aquele para  $\phi_{\max} = 90^\circ$ , na Figura 8.6(a). Isso acontece porque para  $\phi_{\max} = 90^\circ$  os erros estatísticos e de localização dos pontos de aniquilação são maiores.

Na Figura 8.7(a), ilustramos o caso 2D. No modo 2D não há variação axial de sensibilidade e o perfil é naturalmente equalizado. Na Figura 8.7(b), mostramos o que ocorre em ART 3D sobre os dados A-UA90. O perfil é equalizado nos cortes centrais, havendo, no entanto, subestimação nos cortes periféricos. Isso ocorre porque a atualização de informação na imagem é não simultânea e nos cortes periféricos há um menor número de tubos cruzando os voxels.

Nas Figuras 8.8 a 8.10, apresentamos a imagem  $\eta$  – o vetor de fatores (5.8) – com  $\phi_{\max} = 90^\circ$ , em 2D e 3D para os cortes central e periférico e os respectivos perfis.



Aqui, podemos constatar que, a menos das bordas das imagens, a eficiência geométrica axial intra-corte é constante. Em 2D, as imagens são idênticas para todos os cortes – a atuação da CS é inócua. Em 3D, contudo, os cortes apresentam variações: os patamares nos cortes centrais são maiores (Figura 8.9), refletindo maior sensibilidade, em relação aos cortes periféricos (Figura 8.10), de menor sensibilidade.

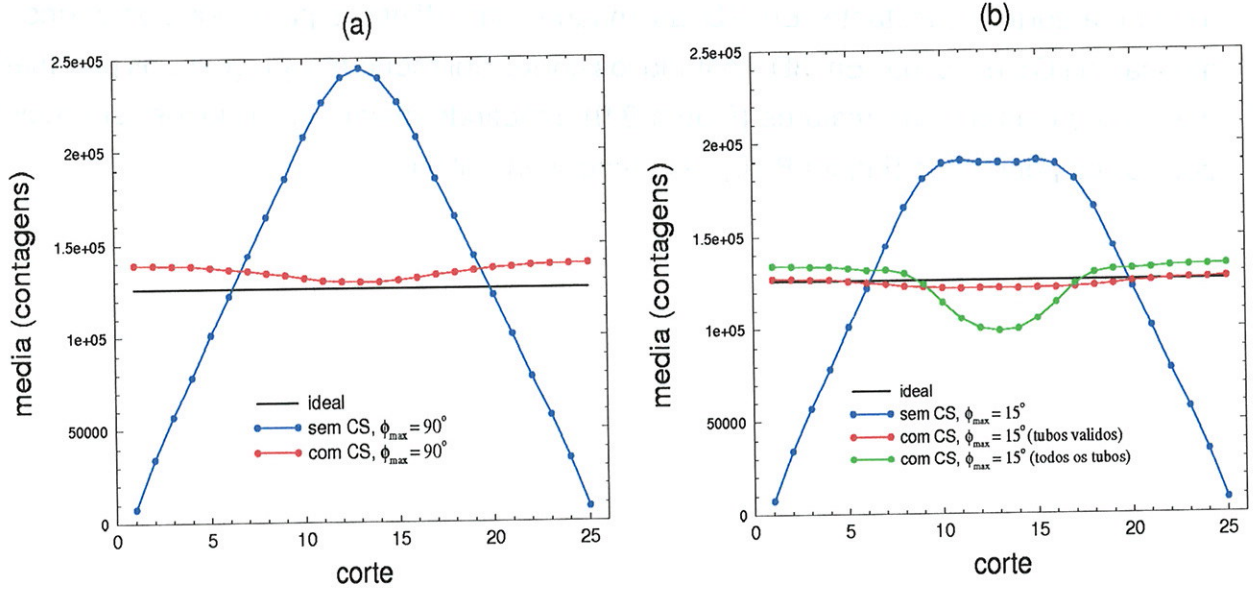


Figura 8.6: Média por corte na RI 20 cm  $\times$  20 cm, reconstrução por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem CS. (a) aquisição A-UA90 ( $\phi_{max} = 90^\circ$ ); (b) aquisição A-UA15 ( $\phi_{max} = 15^\circ$ ).

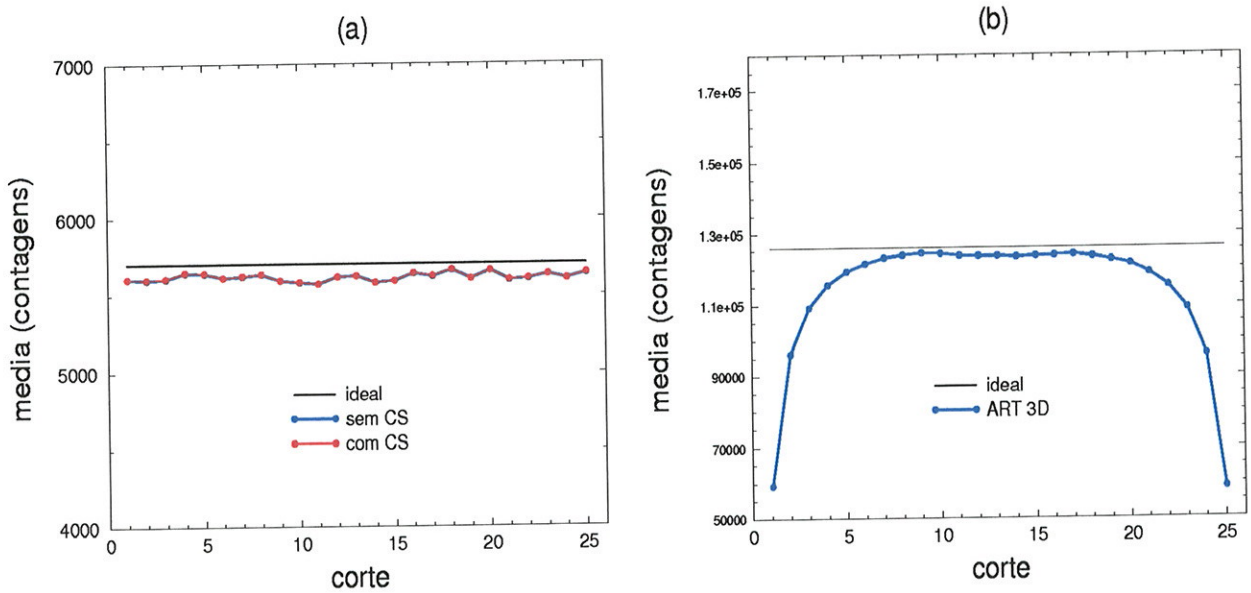


Figura 8.7: Média por corte na RI 20 cm  $\times$  20 cm, dados A-UA90. (a) reconstrução por OSEM 8S 2D, 2 iterações; (b) reconstrução por ART 3D,  $\zeta = 0,02$ , com CS.

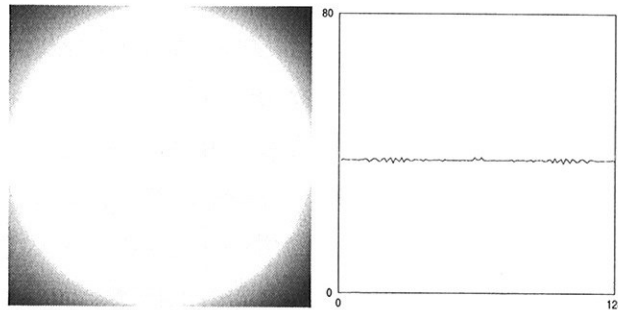


Figura 8.8: Imagem dos fatores  $\eta$  em 2D, corte central e perfil sobre a linha central,  $y = 0$ .

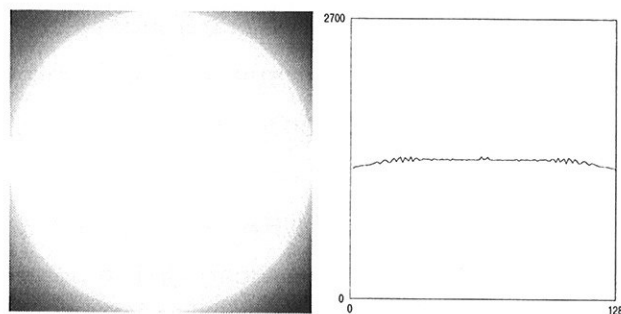


Figura 8.9: Imagem dos fatores  $\eta$  em 3D, corte central e perfil sobre a linha central,  $y = 0$ .

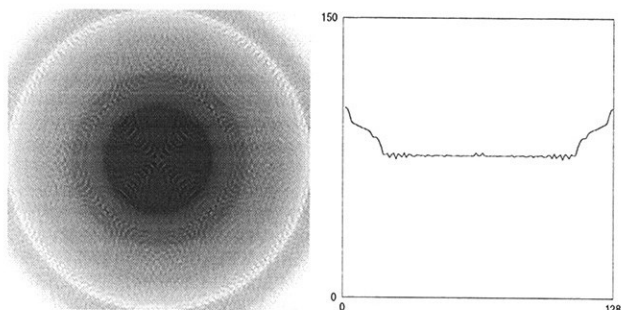


Figura 8.10: Imagem dos fatores  $\eta$  em 3D, corte periférico e perfil sobre a linha central,  $y = 0$ .

## 8.4 Efeitos da Normalização de Detector

Na Figura 8.12(a), apresentamos o perfil dos pesos rotacionais para a câmara modelada. Caracteristicamente, o perfil transversal de sensibilidade é maior no centro e, portanto, quando normalizamos uma projeção unidimensional, os dados são compensados por fatores menores no centro e maiores na borda, denotados pelo inverso dos pesos.

Na Figura 8.12(b), apresentamos os perfis de contagens sobre a linha  $y = 0$  para o corte central em três situações: ausência da Normalização de Detector (ND), ND sobre dados e ND no projetor. (Neste último caso, a imagem foi normalizada de forma que o total  $P$  de contagens a ela atribuído seja equivalente ao total para a imagem com ND sobre dados. Desse modo, ambas apresentam o mesmo nível médio de intensidade no centro.).

As imagens reconstruídas apresentam-se na Figura 8.11. Quando não aplicamos a ND, a maior sensibilidade no centro do CV leva a imagens com um artefato proeminente no centro do perfil. A atuação da ND, por sua vez, uniformiza os perfis no volume correspondente ao interior do cilindro. A normalização, portanto, é imprescindível para a correta interpretação de imagens.

Na Tabela 8.2 apresentamos média, DPR e S/R sobre a RI  $20 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ . Podemos constatar que, do ponto de vista da relação S/R, a correção das projeções é mais adequada que a incorporação da correção à reconstrução, o que pode também ser visualizado nas imagens.

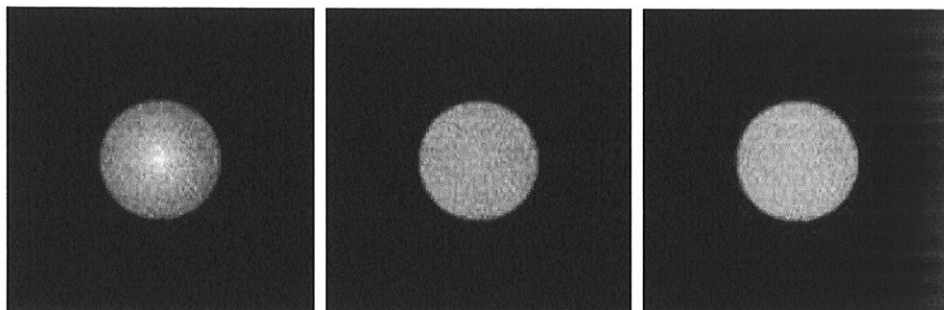


Figura 8.11: Imagens reconstruídas por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com dados A-UAD, cortes centrais. ND ausente (esquerda), ND no projetor (centro) e ND sobre dados (direita).

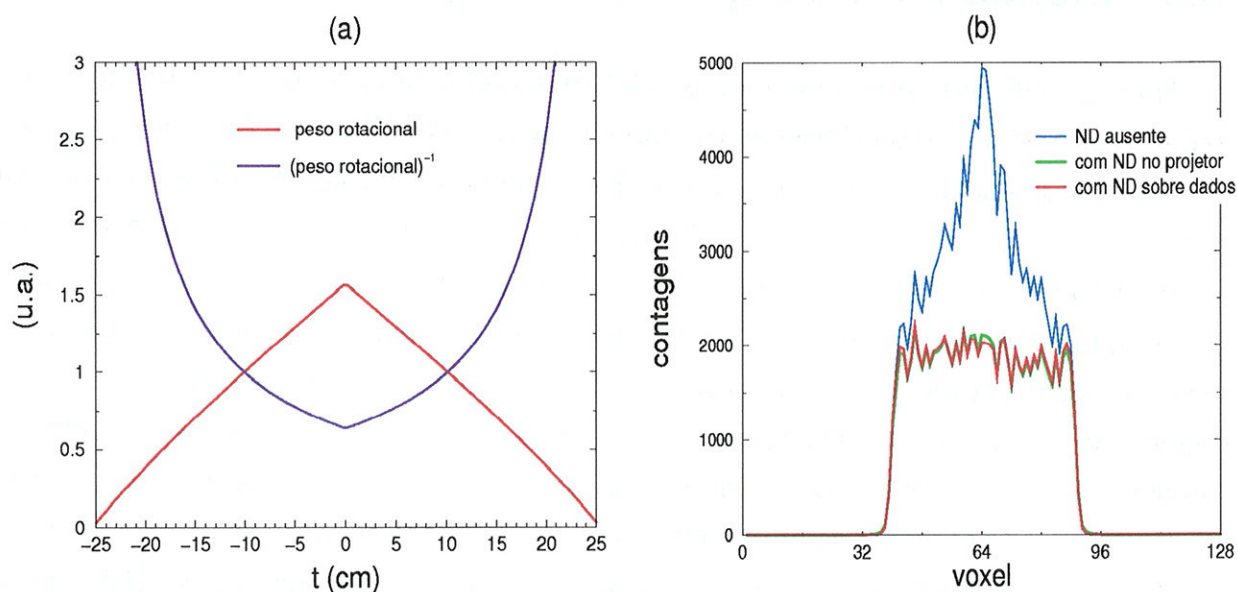


Figura 8.12: (a) Pesos rotacionais e seu inverso. (b) Perfis de contagens, dados A-UAD reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações. Corte central, linha central,  $y = 0$ .

	$\langle \lambda \rangle$	DPR (%)	S/R
ND ausente	2409,9	27,01	3,70
ND no projetor	1786,2	13,58	7,36
ND sobre dados	1793,8	12,62	7,92

Tabela 8.2: Parâmetros sobre a RI  $20 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ , aquisição A-UAD, reconstrução por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem correção.

## 8.5 Efeitos e Otimização da Correção de Espalhamento

Na Figura 8.13(a), apresentamos o DRM entre dados [relação (7.13)] em função de  $\beta$ , o parâmetro de ajuste da Correção de Espalhamento (CE). A Tabela 8.3 exibe os valores de  $\beta$ , em cada aquisição, para os quais o DRM é mínimo. Os valores ótimos ocorrem para  $0,15 \leq \beta \leq 0,22$ , levando a um DRM mínimo  $\sim 18\%$ . Esse percentual representa uma correção grosseira, apenas de primeira ordem, como de fato assinalamos no Capítulo 5.

A Figura 8.13(b) apresenta o DRM para imagens reconstruídas com os dados corrigidos em relação a imagens reconstruídas somente com os dados primários. Os valores ótimos de  $\beta$  são significativamente concordantes com a avaliação sobre os dados [na medida em que os DRM pouco variam na faixa  $0,15 \leq \beta \leq 0,22$ ; ver Figura 8.13(b)], embora os DRM mínimos sejam pouco maiores, da ordem de 22% (ver Tabela 8.3).

É importante compreender essa diferença ( $\sim 4$  pontos percentuais) no DRM mínimo entre os dois casos (dados e imagens). O que distingue as duas avaliações é tão somente o processo de reconstrução. Como apontado na Seção 3.3, a reconstrução é uma das fontes de ruído nas imagens, de modo que a diferença apontada deve-se a ela.

Para uma correção ótima aplicável a todas as distribuições de atividade de modo geral, selecionamos, com base nesses resultados,  $\beta = 0,18$  para a CE aplicada em estudos quantitativos. Esse valor é ótimo para A-NEMA (DRM = 17,43%), mas não leva a DRM significativamente maiores para os outros conjuntos (19,08% para A-U, 17,53% para A-CI e 17,62% para A-CD; comparar com a tabela).

Para ilustrar como a CE atua sobre os dados, apresentamos, na Figura 8.14, os perfis de duas projeções unidimensionais, uma em A-U (com cilindro uniforme) e outra em A-NEMA (com cilindro NEMA). É possível visualizar, em ambos os casos, a concentração dos eventos de espalhamento no centro dos perfis.

Notadamente, os perfis apresentam intensa flutuação. Embora o total de contagens em ambas as aquisições seja da ordem de  $10^7$ , uma aquisição 3D abrange até  $N_\theta N_z^2 = 60000$  projeções unidimensionais. Neste caso, cada projeção contabilizaria  $10^7/60000 \sim 10^2$  contagens em média apenas, acarretando grandes flutuações. As baixas contagens impõem uma limitação à atuação desta CE, que acaba por efetuar interpolações sobre perfis ruidosos.

Na Figura 8.15, apresentamos as distribuições de eventos de espalhamento apenas, superpostas pela modelagem efetuada pela correção. Vemos que o desempenho da modelagem é variável, dependendo da flutuação, em particular no exemplo de A-U, em

que a modelagem aparenta se ajustar menos à distribuição de espalhamento que em A-NEMA.

Na Figura 8.16 apresentamos os perfis corrigidos e os perfis de primários, que nos servem de referência. Cabe observar que, ao menos do um ponto de vista subjetivo da inspeção visual e qualitativa, o método pode prover perfis corrigidos aceitáveis, apesar das limitações impostas pela flutuação estatística, resultando em imagens viáveis (ver, p. ex., a Figura 8.21 adiante; comparar imagens da segunda coluna, nas quais foi efetuada a CE, com as da primeira coluna, sem correções).

A CE também depende da função de interpolação; aqui, empregamos um polinômio de 7º grau, com a intenção de flexibilizar a modelagem de distribuições assimétricas, mas os resultados atestam que tal nível de refinamento não traz maiores benefícios para projeções ruidosas.

Na Figura 8.17 mostramos como os perfis de eventos primários e de espalhamento podem ser discriminados nas imagens por meio dos canais de espalhamento do simulador. A depressão no centro dos perfis total e de primários deve-se à atenuação. Nesta região, é possível constatar que metade das contagens atribuídas à imagem (em azul) deve-se a espalhamento (em magenta), o que evidencia a necessidade de uma correção para fins de quantificação.

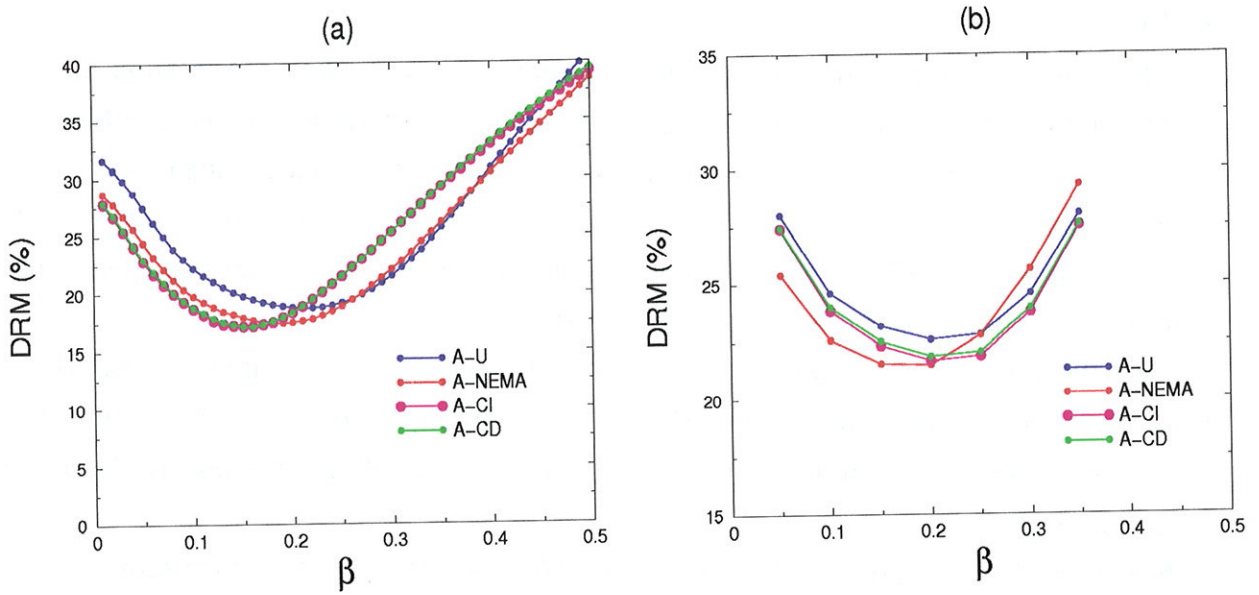


Figura 8.13: DRM percentual em função de  $\beta$  (RI 20 cm  $\times$  4 cm): (a) de dados ordinários corrigidos relativo a dados primários; (b) da imagem corrigida relativo à imagem com primários, reconstrução por OSEM 8S 3D, 2 iterações.

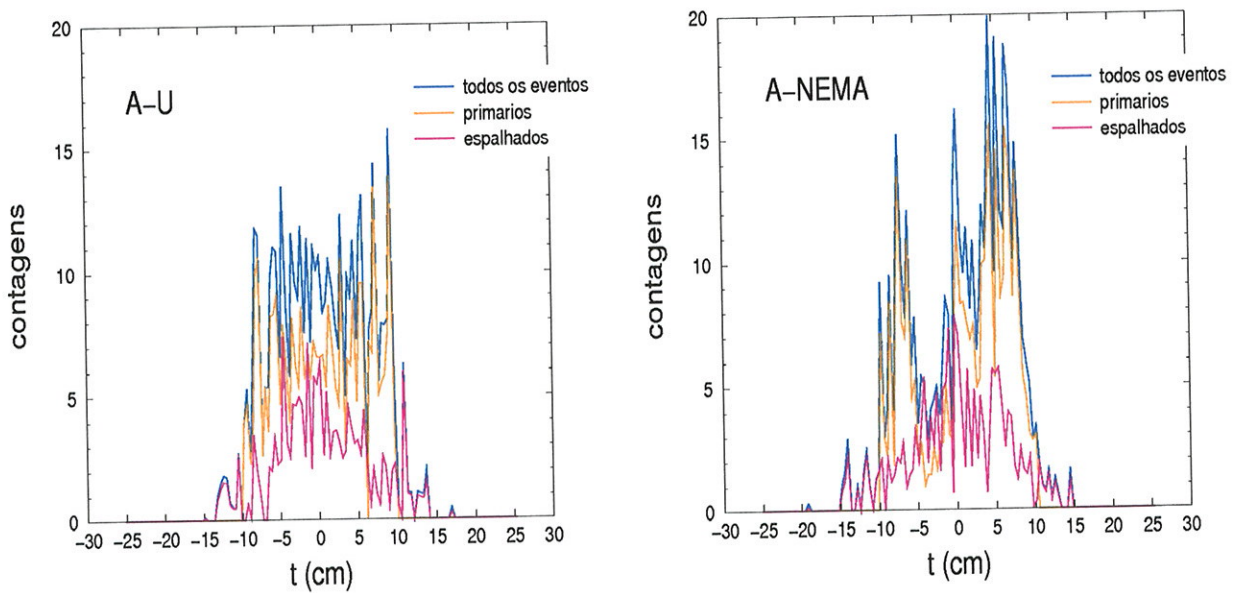


Figura 8.14: Perfis da projeção  $(\theta, t, z_1, z_2) = (0, t, 0, 0)$  nas aquisições A-U e A-NEMA.



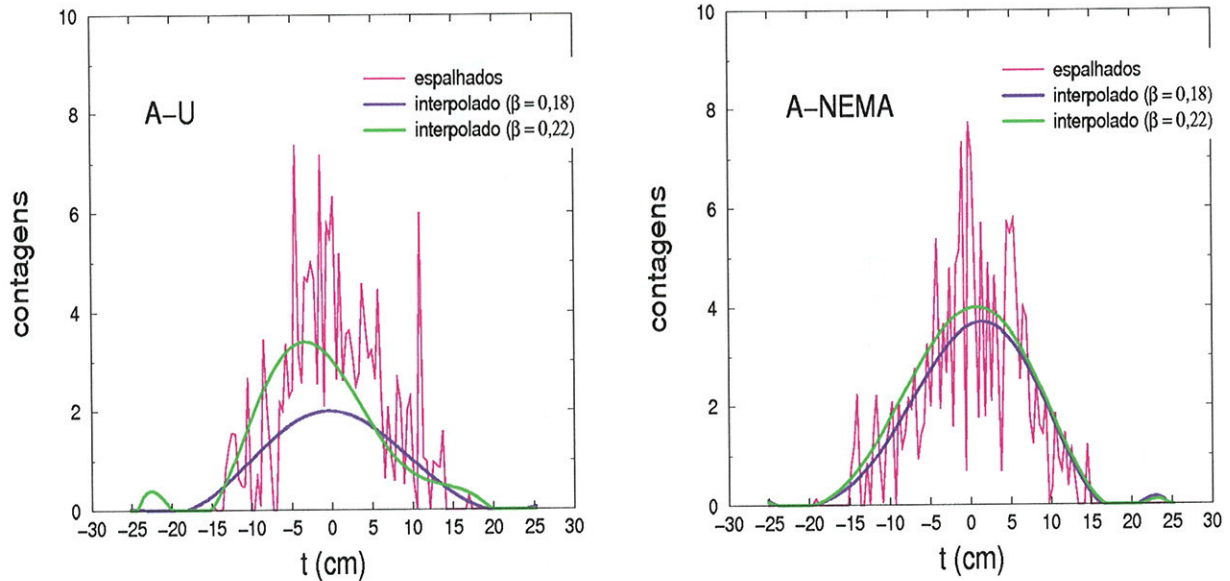


Figura 8.15: Modelagem da distribuição de espalhamento na projeção  $(\theta, t, z_1, z_2) = (0, t, 0, 0)$ , aquisições A-U e A-NEMA.

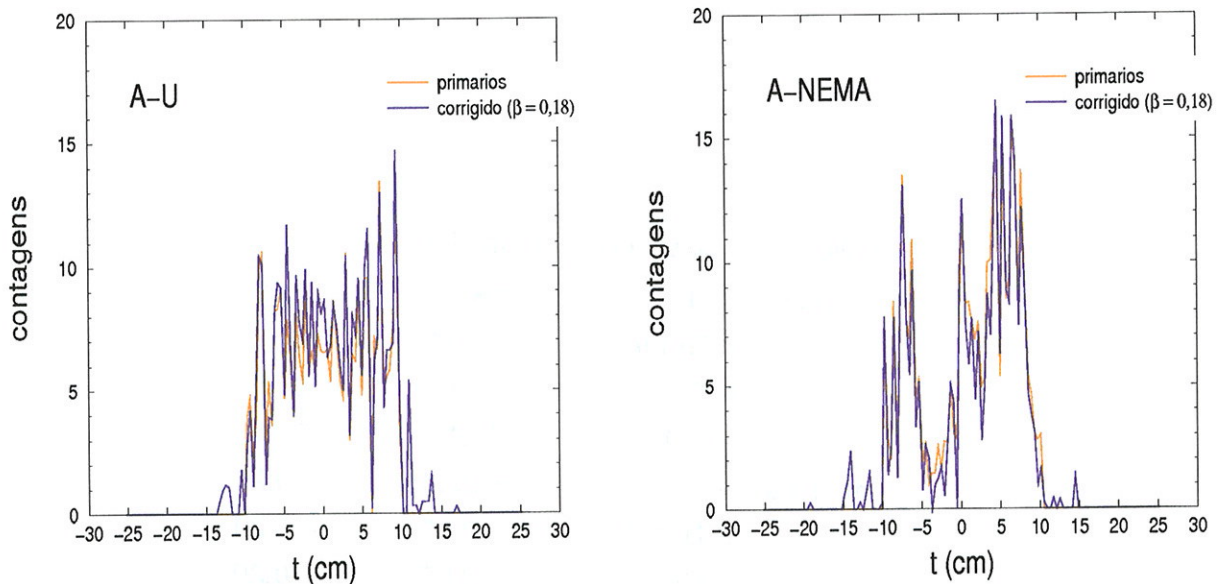


Figura 8.16: Comparação entre perfis de eventos primários e perfis ordinários corrigidos por CE,  $\beta = 0,18$ , projeção  $(\theta, t, z_1, z_2) = (0, t, 0, 0)$ , aquisições A-U e A-NEMA.

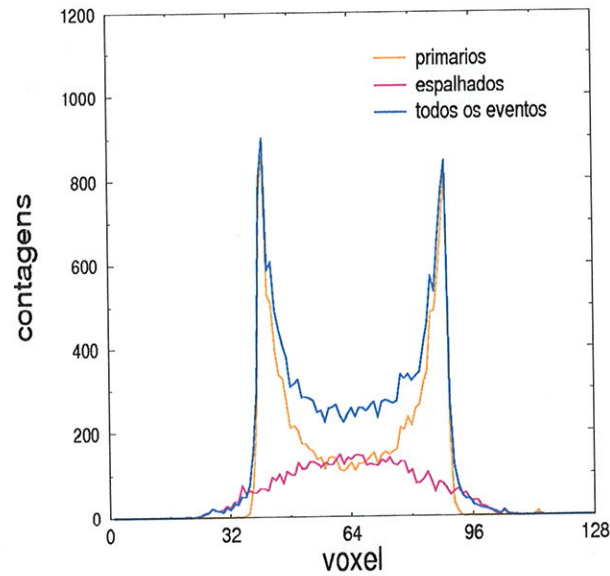


Figura 8.17: Perfis de contagens, dados A-U (cilindro uniforme com água), conjuntos primário, de espalhamento e ordinário, reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações, corte central, linha  $y = 0$ .

Avaliação	Aquisição	DRM mínimo (%)	$\beta$
Dados	A-U	18,76	0,22
	A-NEMA	17,43	0,18
	A-CI	17,16	0,15
	A-CD	17,17	0,16
Imagens	A-U	$\approx 22,6$	$\approx 0,20$
	A-NEMA	$\approx 21,5$	$\approx 0,20$
	A-CI	$\approx 21,7$	$\approx 0,20$
	A-CD	$\approx 21,9$	$\approx 0,20$

Tabela 8.3: DRM mínimos e  $\beta$  correspondentes para aquisições variadas.

## 8.6 Efeitos da Correção de Atenuação

Na Figura 8.18, apresentamos os perfis de imagens após correção da atenuação. Em 8.18(a), a correção foi efetuada pelo mapa ideal, para a energia de 511 keV, e em 8.18(b), pelo mapa para 662 keV borrado (MCA-1 da Figura 7.4). A Figura 8.19 apresenta as imagens correspondentes.

A concavidade no centro do perfil não corrigido (em azul na Figura 8.18, comparar com a imagem na Figura 8.19) reflete a atenuação de radiação. Observamos que, em ambos casos, a Correção de Atenuação (CA) efetivamente recupera as contagens no centro das imagens, produzindo perfis aproximadamente uniformes em ambos os casos, a menos da flutuação estatística.

Para o mapa a 662 keV, a recuperação produz níveis mais baixos que para 511 keV, pois o coeficiente de atenuação linear da água para fótons de 662 keV ( $\mu = 0,0856 \text{ cm}^{-1}$ ) é menor que aquele para fótons de 511 keV ( $\mu = 0,0958 \text{ cm}^{-1}$ ). Logo, os mapas de 662 keV levam a uma subestimação em comparação a 511 keV. Isso, contudo, não representa um problema maior em quantificação para o modelo considerado, pois os coeficientes  $\mu$  dos materiais atenuadores variam, de 511 keV a 662 keV, aproximadamente à mesma razão,  $\sim 10\%$ <sup>1</sup>. Assim, a recuperação das contagens ocorre do mesmo modo em todo o modelo.

Na Tabela 8.4 apresentamos os parâmetros  $\langle \lambda \rangle$ , DPR e relação S/R para as imagens, obtidos sobre a RI 20 cm  $\times$  4 cm. Para avaliar a robustez da CA com mapas ruidosos, incluímos um caso de correção com mapa para 662 keV corrompido com ruído gaussiano (mapa MCA-3, ver Figura 7.4).

As médias para mapas de 511 keV e 662 keV reforçam as observações acima. O nível de ruído indicado pelo DPR e pela S/R demonstram que incorporar a CA à reconstrução é preferível a corrigir as projeções, embora as diferenças não sejam consideráveis.

Os valores ainda indicam robustez da correção com mapas ruidosos – as médias apresentam níveis semelhantes para o caso com mapa para 662 keV, e nível de ruído ligeiramente maior.

---

<sup>1</sup>Para 511 keV,  $\mu_{\text{ar}} = 0,00011 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\mu_{\text{água}} = 0,0958 \text{ cm}^{-1}$  e  $\mu_{\text{osso}} = 0,19669 \text{ cm}^{-1}$ ; e para 662 keV,  $\mu_{\text{ar}} = 0,0001 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\mu_{\text{água}} = 0,08558 \text{ cm}^{-1}$  e  $\mu_{\text{osso}} = 0,17539 \text{ cm}^{-1}$ . Logo, as variações são de 9,1% (ar), 10,6% (água) e 10,8% ("osso")

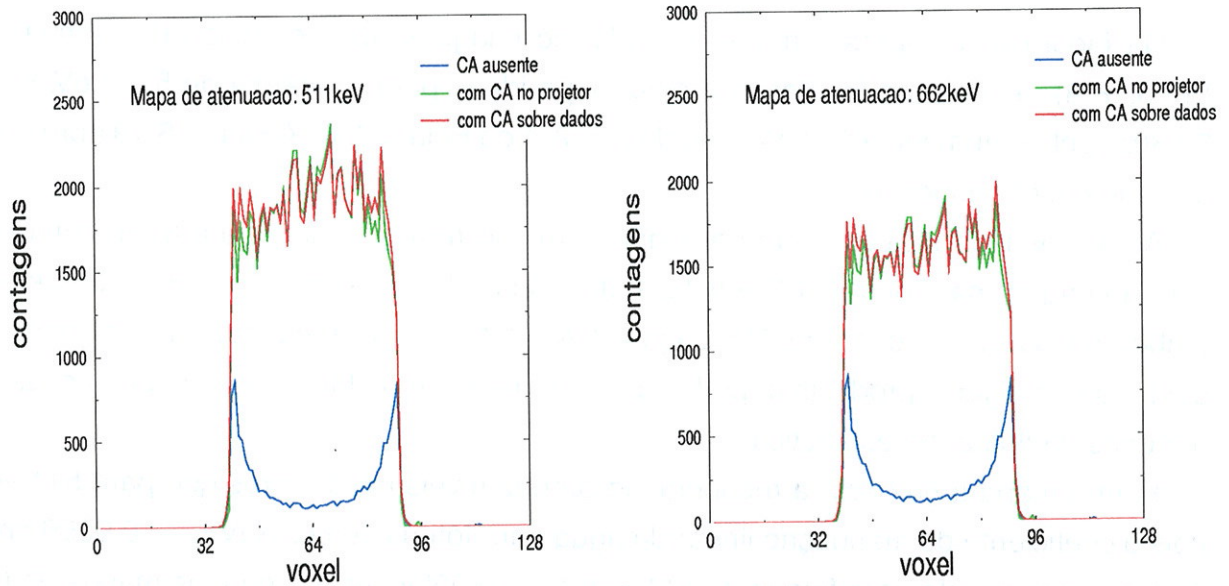


Figura 8.18: Perfis de contagens, dados primários da aquisição A-U reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem CA (mapas para 511 keV e para 662 keV borrado), cortes centrais, linha central,  $y = 0$ .

mapa de atenuação		$\langle \lambda \rangle$	DPR (%)	S/R
CA ausente		353,6	61,01	1,64
CA no projetor	511 keV ideal	1816,4	12,94	7,73
CA sobre dados	511 keV ideal	1809,4	13,06	7,66
CA no projetor	662 keV borrado	1565,3	11,88	8,42
CA sobre dados	662 keV borrado	1559,8	12,03	8,31
CA no projetor	662 keV borrado ruidoso	1567,2	13,68	7,31
CA sobre dados	662 keV borrado ruidoso	1546,2	14,02	7,14

Tabela 8.4: Média, DPR e S/R sobre RI 20 cm  $\times$  4 cm, dados primários da aquisição A-U reconstruídos por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com e sem CA.

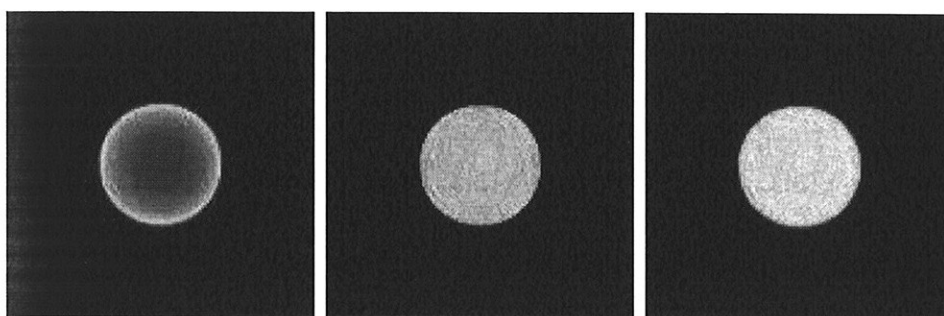


Figura 8.19: Imagens reconstruídas por OSEM 8S 3D, 2 iterações, com dados A-U, cortes centrais. CA ausente (esquerda), CA no projetor (centro) e CA sobre dados (direita). Mapa para 662keV borrado.

## 8.7 Resolução Espacial

Na Figura 8.20, apresentamos o perfil de contagens da imagem-soma sobre a linha central  $y = 0$ , o pico representando a LSF, a função de dispersão linear (aquisição A-FL, com fonte linear). A partir da largura completa à meia altura (FWHM), estimamos a resolução espacial intrínseca  $R_{\text{int}}$  no centro do CV ( $z = 0$  e  $t = 0$ ) em pouco mais de um pixel (com  $\delta_x = \delta_y = 4$  mm), ou

$$R_{\text{int}} = \text{FWHM} \approx 4,5 \text{ mm}, \quad (8.2)$$

que é próximo ao valor nominal de 4,8 mm, no centro do CV, dado pelo fabricante da câmara Vertex, ADAC-Philips.

Com  $S = 50,8$  cm em (2.1), estimamos

$$R_{\text{ang}} \approx 1,1 \text{ mm} \quad (8.3)$$

Considerando  $R_{\text{pos}} \approx 2,4$  mm, relativo ao alcance do pósitron na água, podemos estimar, a partir de (2.2) e dos valores acima, a resolução espacial do sistema  $R_{\text{sis}}$  modelado para distribuições de atividade em água:

$$R_{\text{sis}} \approx \left[ (4,5 \text{ mm})^2 + (2,4 \text{ mm})^2 + (1,1 \text{ mm})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \approx 5,2 \text{ mm} \quad (8.4)$$

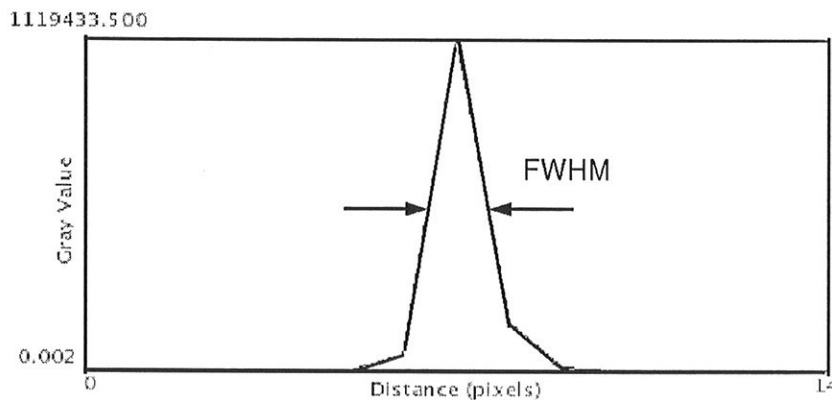


Figura 8.20: Perfil de contagens na imagem-soma, aquisição A-FL (fonte linear) reconstruída por OSEM 8S 3D, 2 iterações, linha  $y = 0$ . O gráfico foi gerado com auxílio do programa ImageJ. A abcissa denota a coordenada de um segmento de linha selecionado, e a ordenada o nível de intensidade na imagem. A largura do pico à metade da altura define sua FWHM.

## 8.8 Contraste e Detectabilidade

Para este estudo, definimos um conjunto de processamentos que associa algoritmos de reconstrução a métodos de correção. A cada associação atribuímos um índice de referência, conforme a Tabela 8.5.

Grupo	Índice	Algoritmo	Iterações (2D / 3D)	Correções <sup>1</sup>
I	1	FBP <sup>1</sup>	–	–
	2	ART <sup>2</sup>	2 / 1	–
	3	MLEM	5 / 6	–
	4	OSEM 4S	1 / 1	–
	5	OSEM 8S	1 / 1	–
II	6	FBP <sup>1</sup>	–	CE
	7	ART <sup>2</sup>	2 / 1	CE
	8	MLEM	5 / 6	CE
	9	OSEM 4S	1 / 1	CE
	10	OSEM 8S	1 / 1	CE
III	11	FBP <sup>1</sup>	–	CA <sup>3</sup>
	12	ART <sup>2</sup>	2 / 1	CA <sup>4</sup>
	13	MLEM	5 / 6	CA <sup>3</sup>
	14	OSEM 4S	1 / 1	CA <sup>3</sup>
	15	OSEM 8S	1 / 1	CA <sup>3</sup>
IV	16	FBP <sup>1</sup>	–	CE, CA <sup>3</sup>
	17	ART <sup>2</sup>	2 / 1	CE, CA <sup>4</sup>
	18	MLEM	5 / 6	CE, CA <sup>3</sup>
	19	OSEM 4S	1 / 1	CE, CA <sup>3</sup>
	20	OSEM 8S	1 / 1	CE, CA <sup>3</sup>

Tabela 8.5: Índices para combinação de métodos de reconstrução e correções. Todos os processamentos efetuam ND (sobre dados) e CS (no projetor).

<sup>1</sup> com filtro rampa e corte a 50% da frequência de amostragem <sup>2</sup> com  $\zeta = 0,08$  em 2D e  $\zeta = 0,02$  em 3D

<sup>3</sup> no projetor <sup>4</sup> sobre dados

Os algoritmos de reconstrução foram reunidos em quatro grupos (I, II, III e IV), referentes à aplicação de correções. Em todos os processamentos, efetuamos a ND e a CS. A ND atua sobre dados, pois precede a CE, que também atua sobre as projeções; a CS é incorporada à reconstrução. A CE precede a CA e esta é incorporada à reconstrução em FBP, MLEM e OSEM, visto que, na avaliação da Seção 8.6, demonstrou menor amplificação de ruído em relação à pré-correção. Em ART, a CA atua sobre dados. O valor de  $\zeta$  em ART foi definido na Seção 8.1 e o número de iterações para cada algoritmo foi otimizado na Seção 8.2. Os mapas de atenuação usados para a CA são o MCA-1 para A-CI e A-CD e MCA-2 para A-NEMA (ver Figura 7.4).

## MODO 2D

(G)	(i)	A-NEMA			A-CI				A-CD			
		Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
I	1			B				B			B	B
	2		B	A		B	A	A			A	B
	3		B	A		A	A	A			A	B
	4		B	A		B	A	A			A	B
	5		A	A			A	A			A	A
II	6			B				B			B	B
	7		A	A		A	A	A			A	B
	8		A	A		A	A	A			A	B
	9		B	A		A	A	A			A	B
	10		A	A			A	A			A	A
III	11					B	B	A			A	A
	12					A	A	A		A	B	B
	13					A	A	A		A	A	B
	14				B	A	A	A		A	A	B
	15	B			B	A	A	A		A	A	A
IV	16					B	B	A			A	A
	17		B	B		A	A	A		A	B	B
	18		B	B		A	A	A		A	A	B
	19		B	B		A	A	A		A	A	B
	20		B	A		A	A	A		A	A	A

Tabela 8.6: Classificação de  $T_C$  e  $T_D$ , reconstrução 2D: (A)  $T_C \leq 1$  e  $T_D \leq 1$ , (B)  $T_C > 1$  e  $T_D \leq 1$  (B), (espaço vazio)  $T_D > 1$ . (G) grupo, (i) índice do processamento.



Nas Tabelas 8.6 e 8.7, apresentamos a classificação do par de medidas  $T_C$  e  $T_D$  (os valores obtidos podem ser consultados no Apêndice B). Nas Figuras 8.21, 8.22 e 8.23 exibimos grupos selecionados de imagens para os três modelos estudados.

De 2D para 3D, o aumento de detectabilidade, conforme definida por  $T_D$ , se evidencia pela passagem de espaço vazio para “B”. Por sua vez, a recuperação (diga-se significativa) do contraste ideal  $C_{ref}$ , conforme definida por  $T_C$ , passa a ocorrer na passagem do conceito “B” para “A”.

Assim, fazemos as seguintes observações e avaliação:

## MODO 3D

(G)	(i)	A-NEMA			A-CI				A-CD			
		Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
I	1		B	B			B	B			B	B
	2		A	A		A	A	A			B	B
	3		B	A		B	A	A			A	A
	4		B	A		B	A	A			A	A
	5		A	A		A	A	A			A	A
II	6		B	B			B	B			B	B
	7		A	A		A	A	A			B	B
	8		A	A		A	A	A			A	A
	9		B	A		B	A	A			A	A
	10		A	A		A	A	A			A	A
III	11			B	B	B	B	B		B	B	A
	12	B	B	B	A	A	A	A		A	B	B
	13	B	B	B	B	A	A	A		A	B	A
	14				B	A	A	A		A	A	B
	15	B	B	B	A	A	A	A		A	A	A
IV	16		B	B	B	B	B	B		B	B	A
	17	B	A	A	A	A	A	A		A	B	B
	18	B	B	B	B	A	A	A		A	A	A
	19	B	B	B	B	A	A	A		A	B	A
	20	B	B	A	A	A	A	A		A	A	A

Tabela 8.7: Classificação de  $T_C$  e  $T_D$ , reconstrução 3D: (A)  $T_C \leq 1$  e  $T_D \leq 1$ , (B)  $T_C > 1$  e  $T_D \leq 1$  (B), (espaço vazio)  $T_D > 1$ . (G) grupo, (i) índice do processamento.

1.  $T_C$  e  $T_D$  têm de ser interpretadas com cautela. O fato de não ocorrer o conceito “B” nas tabelas não implica que as estruturas em questão não podem ser visualizadas nas imagens. Um exemplo é o alvo 3:1 em 2D, Grupo IV (Tabela 8.6, A-CI) . A tabela não indica detectabilidade, mas o alvo é visível nas imagens da Figura 8.22 (coluna central).

Num outro exemplo, a Tabela 8.6 indica, para A-NEMA, que o grupo III (apenas CA) em 2D não sugere detectabilidade em comparação aos demais (vêm-se muitos espaços vazios). Entretanto, a análise visual da Figura 8.21 (linha de cima, terceira coluna) permite constatar a presença do alvo que contém ar.

No entanto, essa diferença em detecção é menos proeminente nos modelos A-CI e A-CD, com meios atenuadores uniformes, representativos das situações clínicas mais relevantes em PET: a ocorrência de lesões ativas em tecidos vivos. Nesses casos, as classificações de  $T_C$  e  $T_D$  conferem com a análise visual. Assim, embora os resultados indiquem uma dependência com os modelos considerados, os parâmetros  $T_C$  e  $T_D$  ainda nos servem como indicativos das condições de detectabilidade e recuperação de contraste.

2. A detectabilidade está associada a ruído – quanto menor este, maior aquela, o que significa que, neste caso, podemos distinguir diferenças entre níveis de intensidade numa imagem em meio às flutuações. Do mesmo modo, ruído menor leva a uma acurácia maior na medida dos contrastes.

Por uma inspeção das tabelas (comparar ocorrência de “A” e “B” em ambas), constatamos que o modo 3D promove um aumento geral na detectabilidade em relação a 2D, acompanhada de melhorias na recuperação dos contrastes ideais. Isso também pode ser visualizado nas imagens (Figuras 8.22 e 8.23); em 3D são menos ruidosas, com os alvos se distinguindo mais do fundo em meio às flutuações. A mudança decorre do maior volume e redundância de informação presente nos dados 3D, que levam a menores erros estatísticos e favorecem as condições de consistência de estimadores, como o de verossimilhança, (4.13).

No entanto, observamos que esses ganhos não se verificam para estruturas pequenas (alvo 7 mm em A-CD, Tabela 8.7) e para o alvo com ar (em A-NEMA, Tabela 8.7).

3. O alvo 3:1 em A-CI demonstra baixa detectabilidade em 2D (ver Tabela 8.6 e Figura 8.22, colunas à esquerda e central). Isso ocorre por conta da menor relação sinal/ruído para este alvo, dados o menor contraste em relação ao fundo e os maiores erros estatísticos da aquisição 2D. Em 3D, no entanto, os erros estatísticos são menores e a detectabilidade aumenta sensivelmente (observar Grupos III e IV na Tabela 8.7, e Figura 8.22, coluna à direita; as medidas correspondentes estão nas páginas 152 e 153), ocorrendo recuperação do contraste ideal em alguns processamentos (12, 15, 17 e 20, Tabela 8.7).

Aqui fica evidente a superioridade do modo 3D na quantificação de regiões ativas de baixo contraste.

4. O alvo 7 mm em A-CD apresenta detectabilidade baixa ou mesmo nula em 2D. O modo 3D, entretanto, é incapaz de alterar essa condição de modo significativo segundo  $T_D$  (ver tabelas). Visualmente, por outro lado, o modo 3D produz um aumento de detectabilidade (Figura 8.23; em cada imagem, o alvo 7 mm encontra-se acima à direita), mas, como mostrado na próxima seção, os níveis de intensidade são subestimados, mesmo para o alvo 10 mm (acima à esquerda em cada imagem).
5. O fato de a atenuação ser diferente para os 3 alvos resulta em quantidades de eventos de espalhamento também diferentes. Por isso, presenciamos uma falsa atividade no alvo com ar, não ativo no modelo M-NEMA, evidente principalmente nos Grupos I e II, nos quais a CA não é realizada. Isso pode ser constatado na Figura 8.21 (o alvo com ar situa-se à direita em cada imagem; o alvo com “osso” está esquerda, embaixo). Isso ressalta a necessidade de corrigir atenuação por mapas de coeficientes apropriados para efeitos de quantificação, ainda mais importante em objetos com meios atenuadores não uniformes.

Ainda assim, nos Grupos III e IV, nos quais aplicamos a CA, a recuperação do contraste no alvo com ar é dificultada, podemos notar bordas pouco definidas e a presença de contagens em seu interior, devido a eventos com espalhamento não subtraídos pela CE e pouco absorvidos pelo ar.

6. Podemos verificar que as melhores condições de detectabilidade e recuperação de contraste ocorrem nos Grupos III e IV, em oposição aos Grupos I e II (comparar estes com aqueles nas tabelas). É possível constatar, por exemplo, que a CA permite a detecção e recuperação do contraste ideal no alvo 10 mm, em A-CD.

Isso indica que a CA é mais importante que a CE, e que esta é mais efetiva quando aplicada em conjunto com aquela – o que reforça as observações do ítem anterior. Além disso, as melhorias indicadas por  $T_C$  e  $T_D$  no modo 3D são também mais efetivas quando todas as correções são aplicadas, denotado pela ocorrência de “A” e “B” na Tabela 8.7, maior para o Grupo IV. O fato revela que, a despeito do ruído introduzido pelos métodos de correção, a sua aplicação conjunta leva a condições adequadas à quantificação.

7. Nas imagens 8.22 e 8.23, os métodos FBP e ART apresentam os maiores níveis de ruído visual, incluindo as regiões externas ao modelo, principalmente em 2D. Em FBP, isso ocorre devido à distribuição equitativa de valores nos voxels da imagem durante a retroprojeção. Em ART, está associado à forma de atualização de informação da imagem, não simultânea. Nesse aspecto, os algoritmos estatísticos (MLEM e OSEM), que modelam a distribuição de dados, têm melhor desempenho, como esperado.

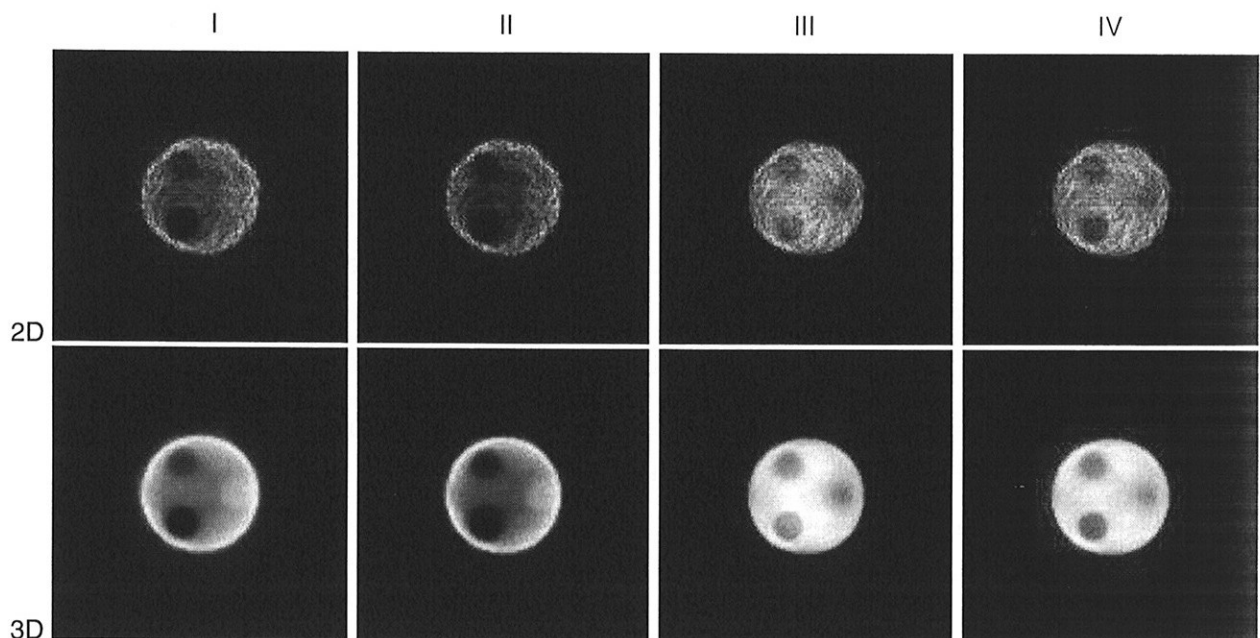


Figura 8.21: Imagens reconstruídas por OSEM 8S, aquisição A-NEMA, cortes centrais,  $128 \times 128$  pixels. Da esquerda para a direita, grupos de I a IV.

Em 3D, há um salto qualitativo generalizado, para todos os algoritmos. Para FBP, as imagens parecem mais suaves, o que decorre da supressão das componentes de alta frequência na etapa de filtragem das projeções. No entanto, seu desempenho nas tabelas indica que não é o mais adequado para quantificar.

A julgar pelos nossos resultados, os métodos de melhor desempenho em detectabilidade e recuperação de contraste competem a ART e OSEM 8S 3D, particularmente em A-CI (ver Tabela 8.7, Grupos III e IV). Os processamentos mencionados no item 3 correspondem a esses algoritmos. Visualmente, as imagens produzidas pelos métodos ART, MLEM e OSEM 8S são superiores às produzidas por FBP e OSEM 4S para identificação das estruturas presentes.

É importante dizer, no entanto, que o desempenho dos métodos dependem da forma como são otimizados. Em FBP, por exemplo, um filtro Hanning ou Butterworth otimizado para níveis de sinal/ruído nos dados certamente levaria a outros resultados. Do mesmo modo, poderíamos esperar melhorias em ART e OSEM, caso outros fatores fossem também considerados.

Por fim, cabe observar que a ND e a CE modificam a natureza estatística dos dados de emissão, que deixam de ser Poisson. Mesmo assim, a classificação das tabelas e imagens suaves revelam que os métodos estatísticos, que pressupõem dados Poisson, ainda assim apresentam bons desempenhos em detectabilidade e recuperação de contraste.

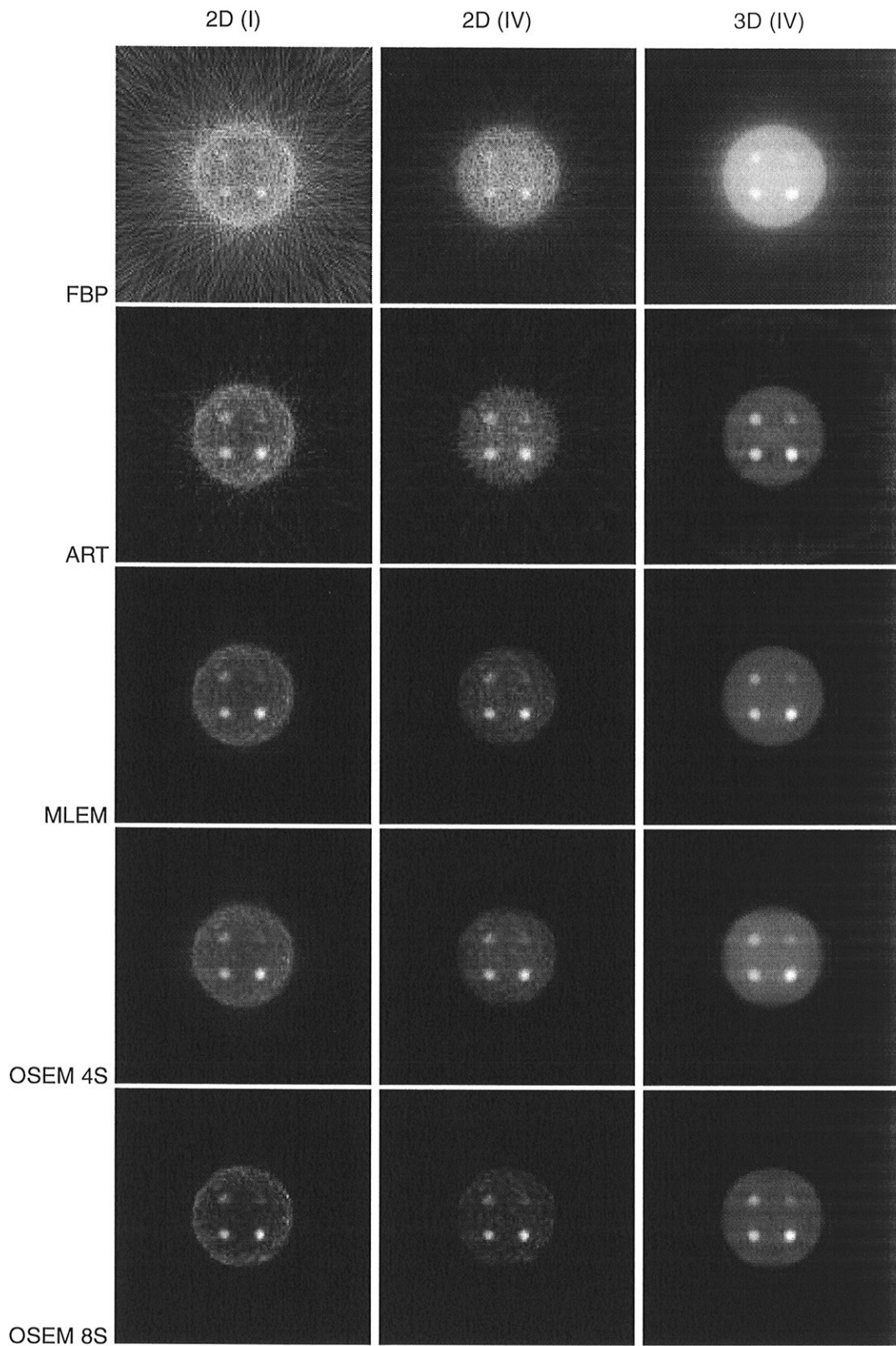


Figura 8.22: Imagens reconstruídas, aquisição A-CI, cortes centrais,  $128 \times 128$  pixels. Coluna à esquerda: 2D, Grupo I (CE e CA ausentes); coluna do centro: 2D, Grupo IV (com CE e CA); coluna à direita: 3D, Grupo IV.

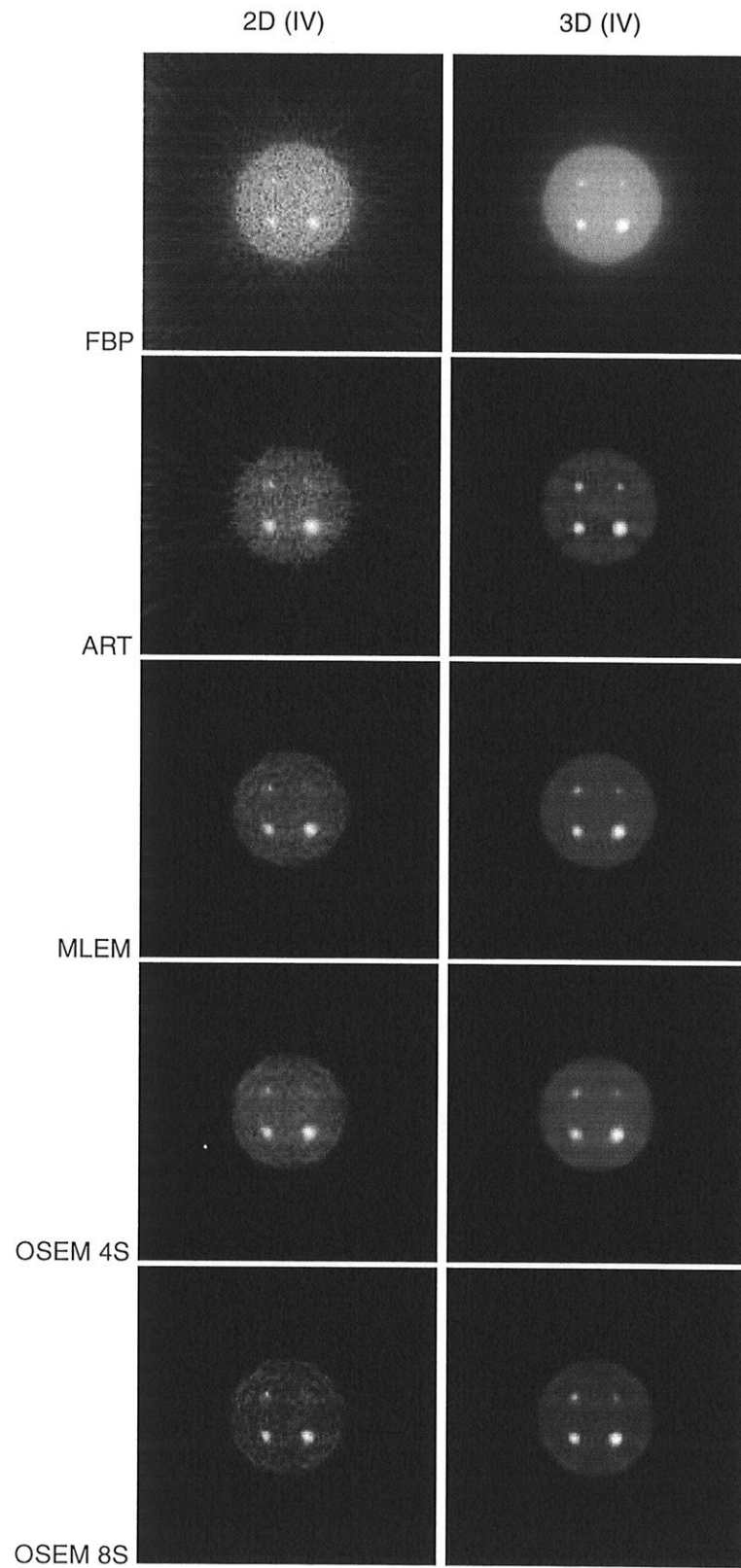


Figura 8.23: Imagens reconstruídas, aquisição A-CD, em 2D (coluna à esquerda) e 3D (coluna à direita), Grupo IV (com CE e CA). Cortes centrais,  $128 \times 128$  pixels.

## 8.9 Efeitos de Volume Parcial

Na Figura 8.24 apresentamos as médias de contagens sobre alvos, para A-CI, em função de  $R_{ref}$ , a relação ideal entre concentração de atividade no alvo e concentração de atividade no fundo (ver Tabela 7.3). As médias foram obtidas sobre imagens reconstruídas pelos processamentos 16 a 20 da Tabela 8.5.

Como, no modelo M-CI, os alvos têm concentrações de atividade diferentes, esperamos que as médias cresçam linearmente com  $R_{ref}$ . Podemos observar que as curvas são, de fato, aproximadamente lineares, apresentando-se mais regulares em 3D.

A Figura 8.25 apresenta as médias sobre alvos, para A-CD, em função do diâmetro do alvo. Neste caso, os alvos possuem a mesma concentração de atividade e deveríamos esperar retas horizontais para as médias. Notadamente, contudo, o que observamos é semelhante aos gráficos da Figura 8.24, denotando uma subestimação da atividade representada para os alvos menores. Também é possível notar uma inflexão nas curvas a partir do alvo de 10 mm.

Poderia o espalhamento estar associado a esse fenômeno? Para investigar essa possibilidade, efetuamos quatro simulações sobre variantes do modelo M-CD. Cada modelo variante (são também 4) corresponde ao M-CD, porém com fundo não ativo e apenas um alvo, estando os outros três ausentes.

Pretendemos com isso averiguar se as frações de espalhamento (razão entre o número de coincidências com espalhamento nos dados e total de coincidências) varia com o tamanho do alvo. Em caso positivo, a assimetria poderia explicar, ao menos em parte, a subestimação de atividade local para os alvos menores.

Empregando os mesmos parâmetros de aquisição e sistema modelado na aquisição A-CD (Tabelas 7.5, 7.7 e 7.6), chegamos aos valores da Tabela 8.8. Como se vê, as frações são semelhantes, de modo que o espalhamento não explica a subestimação de atividades.

Por outro lado, na Seção 8.7 determinamos que a resolução espacial do sistema modelado nas simulações é  $R_{sis} \approx 5,2$  mm. Conforme a relação (3.2) (Seção 3.7), o menor tamanho de uma estrutura no objeto abaixo do qual os efeitos de volume parcial se manifestam é de  $2 R_{sis} \approx 10,4$  mm nesse sistema. Esse valor supera o tamanho dos dois menores alvos em M-CD (7 mm e 10 mm), o que explica a subestimação dos alvos.

Em particular, compreende-se a razão da aparente inflexão das curvas na Figura 8.25 sobre o alvo de 10 mm – seu tamanho o coloca no limite da ocorrência dos efeitos de



volume parcial. É preciso observar, no entanto, que, mesmo estando acima do valor limite, os alvos de 15 mm e 20 mm não apresentam as mesmas médias. Contribui para isso a indefinição das bordas dessas estruturas devido à resolução espacial finita.

A essa análise, segue uma importante constatação. Os aumentos de detectabilidade e recuperação de contrastes no modo 3D, apontados na seção anterior, não se verifica para pequenas estruturas por conta dos efeitos de volume parcial. Estes, por sua vez, dependem da resolução espacial de sistema, que impõe um limite à detecção e que não pode ser compensado pelo modo de aquisição nem por algoritmos, a menos que se tenha informação privilegiada a respeito do objeto e da função resposta do sistema [27].

Aquisição	Total <sup>1</sup>	Primários <sup>1</sup> (P)	Espalhados <sup>1</sup> (E)	E / (P + E) (%)	E / P (%)
Alvo 7mm	9385	6750	2635	28,08	39,04
Alvo 10mm	18791	13512	5279	28,09	39,07
Alvo 15mm	44167	31777	12390	28,05	39,00
Alvo 20mm	76120	54801	21319	28,00	38,90

Tabela 8.8: Frações de espalhamento para aquisições A-CD variantes.<sup>1</sup> em contagens.

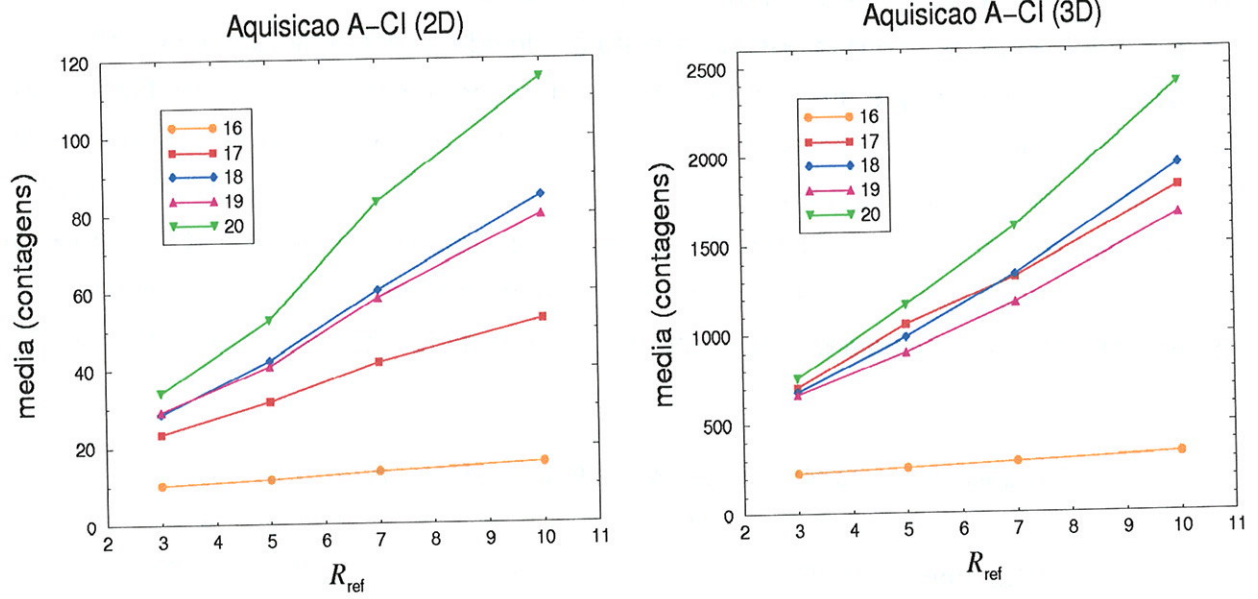


Figura 8.24: Médias sobre alvos em função da relação de atividade ideal.

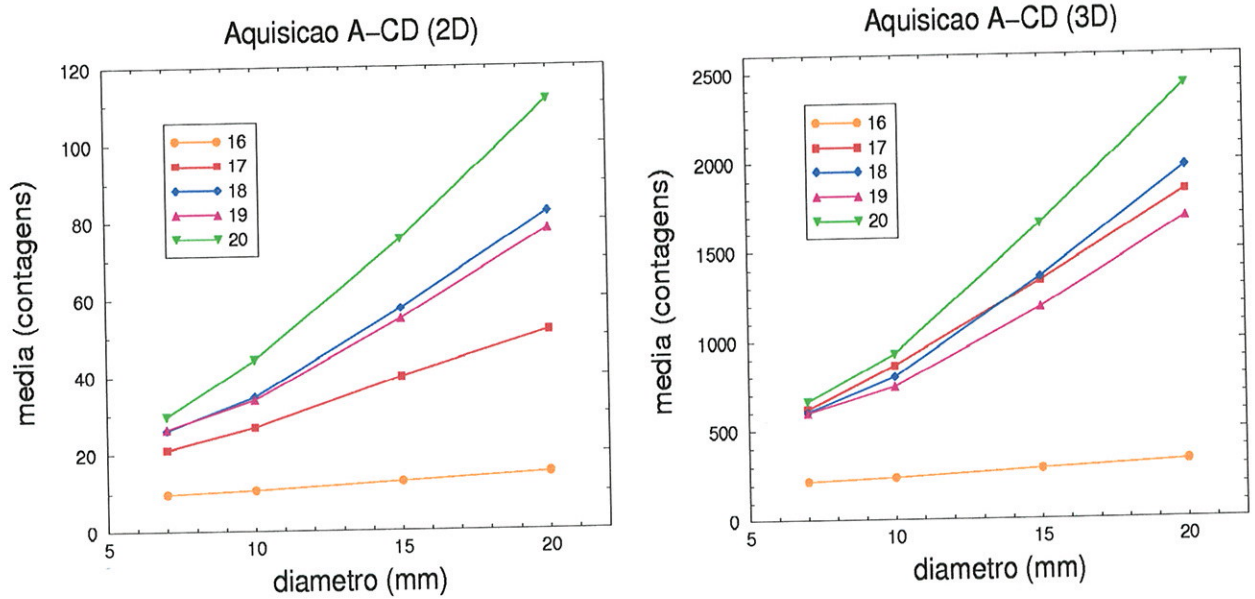


Figura 8.25: Médias sobre alvos em função do diâmetro.

## 8.10 Tempos de Processamento

No microcomputador empregado para nossos processamentos, estimamos o tempo de reconstrução dos dados A-UA90 (625 sinogramas) por FBP 3D em cerca de 6000 s, sem o aproveitamento das simetrias geométricas. Aqui, está incluído o tempo necessário para a obtenção dos fatores  $\eta_j$ . Com o aproveitamento das simetrias geométricas, entretanto, esse tempo recua para cerca de 600 s. Isso representa uma diminuição de uma ordem de grandeza no alto custo computacional da reconstrução volumétrica.

Com relação ao critério de parada adotado para a reconstrução iterativa, os algoritmos 3D de menor custo computacional são, na ordem, FBP, que efetua uma única retroprojeção dos dados; ART e OSEM, com um ciclo de projeção e retroprojeção cada; e, por fim MLEM, notadamente o mais lento, com cinco ciclos de projeção e retroprojeção.



# Capítulo 9

## Conclusão

Neste trabalho propusemos efetuar um estudo dos fatores que favorecem a quantificação em imagens de PET obtidas com sistemas baseados em câmaras de cintilação. Avaliamos as diferenças fundamentais entre os modos 2D e 3D de aquisição/reconstrução, com métodos diversos de reconstrução e de correções associados.

Dentre os métodos de reconstrução existentes, optamos por FBP, ART, MLEM e OSEM, que foram implementados em C e sobre a plataforma Linux. As correções consideradas foram: sensibilidade e normalização de detector, espalhamento e atenuação dos fótons de aniquilação.

Este estudo foi realizado com dados de aquisição 3D simulados usando algoritmo baseado no método de Monte Carlo. Foram adquiridos objetos diversos, com atividades no campo de visão do sistema de imagens modelado típicas da rotina clínica. Efeitos de tempo morto e ocorrência de eventos acidentais não foram incluídos.

Estabelecemos uma metodologia de avaliação de detectabilidade e recuperação de contraste dos objetos nas imagens, que contemplam os aspectos mais relevantes em quantificação. Análises visuais qualitativas também foram consideradas.

A seguir, sintetizamos nossas conclusões e fazemos algumas considerações finais:

1. A variação axial da eficiência geométrica da câmara DHCI pode ser equalizada com a restrição do ângulo de aceitação axial em aquisições 3D, porém às custas da perda de informação. Por outro lado, a correção de sensibilidade, incorporada ao processo de reconstrução, equaliza o perfil de sensibilidade axial, em qualquer ângulo de aceitação, sem o desperdício da informação 3D.
2. A normalização de detector por pesos rotacionais é fundamental para a formação

de imagens para fins de quantificação; de outro modo, estas são afetadas por um proeminente artefato central. A correção das projeções é preferível à incorporação da correção no projetor, pois leva a uma menor amplificação de ruído, além do que representa um procedimento de menor custo computacional. Esse resultado indica que incorporar correções à reconstrução pode produzir imagens com mais ruído.

3. Como correção de 1ª ordem, a correção de espalhamento por subtração de perfil de borda interpolado prescinde de refinamentos e pode empregar funções de interpolação mais simples que o polinômio de 7º grau usado. Apesar de limitada, sua aplicação é fundamental para quantificação, visto que a fração de eventos de espalhamento nos dados é significativa em PET, principalmente em 3D. Essa correção é mais efetiva quando é seguida da correção de atenuação.
4. A correção de atenuação pelos objetos com o uso de mapas de coeficientes de atenuação linear correspondentes deve ser preferivelmente incorporada à reconstrução, pois leva à menor amplificação de ruído que a correção das projeções.
5. Em termos de detectabilidade e recuperação de contrastes, aplicar a correção de atenuação apenas é mais efetivo que aplicar a correção de espalhamento apenas.
6. A metodologia desenvolvida para avaliar detectabilidade e recuperação de contraste por meio dos parâmetros  $T_C$  e  $T_D$  é capaz de fornecer informações relevantes e intuitivas. Embora não constituam testes estatísticos rigorosos, esses parâmetros funcionam como indicadores de qualidade de métodos de reconstrução e correção.
7. Dentre os métodos de reconstrução iterativos, MLEM apresenta a menor amplificação de ruído para iterações crescentes e a melhor convergência para alguma iteração. As observações se verificam mesmo quando comparado a FBP<sup>1</sup>. O ruído é um aspecto relevante para a quantificação, no entanto a menor amplificação não garante os melhores resultados (ver item 10).
8. Em comparação ao modo 2D, o modo 3D resulta em aumento da detectabilidade de estruturas de baixo contraste no objeto (ao menos até a proporção de 3:1 em relação ao fundo) e propiciar sua recuperação dentro das incertezas de medida.

---

<sup>1</sup>Neste caso, amplificação de ruído em MLEM só é maior que em FBP para um grande número de iterações.

Mostramos que essa propriedade é efetiva com a aplicação das 4 correções fundamentais consideradas.

9. Segundo nossos critérios de avaliação, os algoritmos de reconstrução com melhor desempenho a baixas contagens de aquisição são os estatísticos (MLEM e OSEM), capazes de oferecer condições mais adequadas de detectabilidade e recuperação de contraste, embora a natureza Poisson dos dados seja modificada pelas correções. FBP e ART têm desempenhos semelhantes em 2D.
10. Apesar de considerarmos um número limitado de fatores de otimização, nossas implementações de algoritmos de reconstrução proveram imagens bastante adequadas para as tarefas propostas. Em particular, ART e OSEM apresentaram melhor desempenho médio em termos de detectabilidade e recuperação de contraste em 3D, e em apenas uma iteração, enquanto que MLEM produziu imagens melhores para avaliação visual.
11. O aproveitamento de simetrias geométricas na implementação dos algoritmos de reconstrução permite reduzir os tempos de processamento em uma ordem de grandeza. Constitui, assim, um importante recurso para reduzir o alto custo computacional da reconstrução volumétrica. Por essa razão, nossa implementação de algoritmos representa um diferencial do trabalho.
12. A quantificação de pequenas regiões ativas é limitada pelos efeitos de volume parcial, que é, por sua vez, determinado pela resolução espacial do sistema. Além disso, esses efeitos não podem ser compensados pelo modo de aquisição utilizado. Essa observação é relevante em DHCI, pois a resolução espacial dos sistemas de aquisição é, em geral, um pouco pior que a de sistemas dedicados, e varia no campo de visão. Por isso, a definição correta de regiões de interesse pode ser problemática.

Baseados neste trabalho, consideramos adequado o seguinte conjunto de procedimentos a serem adotados em estudos de quantificação com imagens DHCI:

- Aquisição e reconstrução 3D, dadas a maior sensibilidade da aquisição e melhor relação sinal/ruído das imagens volumétricas em comparação à reconstrução em cortes.

- Aproveitamento de simetrias geométricas na matriz de reconstrução, para poupar tempo de processamento.
- Inclusão de, ao menos, quatro correções: normalização de detector, correção de sensibilidade, correção de espalhamento e correção de atenuação, visto que compensam os efeitos físicos degradantes essenciais, propiciando a proporcionalidade entre contagens e atividade, assim como recuperam, mesmo que parcialmente, o contraste.
- Reconstrução por OSEM com 8 subconjuntos, dado seu bom desempenho em apenas uma iteração, sob os critérios de nossa avaliação. Há que se considerar, no entanto, que esse desempenho pode variar com o modo como os subconjuntos são definidos e ordenados.

A reconstrução por ART pode ser adotada, mas deve ser aplicada com cautela, pois seu desempenho para uma dada tarefa também depende da forma como é otimizada.

MLEM apresenta o melhor compromisso entre convergência e amplificação de ruído, porém isso ocorre para um maior número de iterações em comparação a outros métodos iterativos, o que o torna um algoritmo lento.

Existem ainda inúmeras questões relevantes à quantificação que não foram abordadas neste trabalho, ou por se referirem a fenômenos não contemplados nas simulações, ou por necessidade de limitar opções de estudo. Assim, relacionamos aqui aquelas que julgamos mais relevantes e que merecem análise aprofundada e sugestões para a continuidade do trabalho:

- Analisar a variabilidade da classificação de detectabilidade e recuperação de contraste por  $T_C$  e  $T_D$  em função da definição, para cálculo, das regiões de interesse nas imagens (p. ex., como nossa análise da Seção 8.8 mudaria se limitássemos o fundo às regiões imediatamente externas aos alvos nos modelos físicos).
- Aplicar nossa metodologia de avaliação e analisar os resultados em função da relação sinal/ruído dos dados. Em nosso trabalho, a avaliação partiu de dados cujo total de contagens ( $\sim 10^7$ ) é típico na rotina clínica em DHCI, mas poderia incluir situações variadas, como também é freqüente na rotina, com altas e baixas densidades de contagens [50, 57, 61]. De particular interesse é comparar o desempenho



de processamentos quando a relação sinal/ruído é a mesma em 2D e 3D, pois é usual a injeção de atividade mais elevada em pacientes a fim de compensar a menor sensibilidade na aquisição 2D.

- Estender nossa avaliação às aquisições no modo Fotopico-Compton (ver Seção 2.4.3), que favorecem a maior ocorrência de eventos de espalhamento, mas que também é empregada na clínica para aumentar o número de eventos detectados.
- Estender nossa avaliação e analisar os resultados em função das frações de eventos com espalhamento e acidentais nos dados, já que em PET as sensibilidades a esses tipos de eventos, e também a coincidências reais, variam de formas distintas e não lineares. Nesse contexto, são úteis os trabalhos baseados em NEC (*Noise Equivalent Count Rates*) [39].
- Efetuar comparações entre modos e processamentos sobre parâmetros de quantificação clínicos, dentre os quais podemos citar o SUV (*Standardised Uptake Value*), muito empregado em diagnósticos oncológicos como índice de metabolismo de glicose para classificar tumores [75].
- Aplicar a metodologia a dados experimentais.

Por fim, propomos a extensão desses estudos a PET dedicada e a comparação com DHCI [65, 73, 74].



# Apêndice A

Neste apêndice apresentamos um exemplo de sumário de simulação gerado pelo SimSET. A simulação corresponde à aquisição A-U da Tabela 7.7.

Command line: phg phg\_params<sup>1</sup>

Execution of phg occurred on 02 06 2004 (08:43:08 PM)

Simulating PET.

Stratification is off.

Forced Detection is on.

Forced non-absorption is on.

Modelling positron range is on.

Isotope being modelled is f18

Modelling non-collinearity is on.

Modelling coherent scatter in object is off.

Modelling coherent scatter in tomograph is off.

Modelling polarization is off.

Photon energy is 511.0 keV.

Minimum energy threshold is 434.0

Acceptance angle is (+/-) 15.0 degrees.

Sine of acceptance angle is 0.259.

Number of decays to simulate = 1000000000.

Decay time = 960 seconds.

Collimator modelling is off.

Detector modelling is on.

Binning is on.

---

<sup>1</sup>phg\_params é o arquivo de parâmetros do módulo *Photon History Generator* (PHG) do SimSET.

Creation of target-cylinder history file is off.  
Debug options = 0.  
Voxel as point source is off.  
Voxel as line source is off.  
Random seed is 523883895 (from system clock).

#### Detector Parameters for det\_params<sup>2</sup>

Detector type is dual-headed planar  
Forced interaction is on  
Number of layers in detector is 1  
Layer 0 is 'NaI', depth = 1.590, status = active  
Inner radius of detector is 25.400  
Transaxial length of detector is 50.800  
Axial length of detector is 20.000  
Radial depth of detector is 1.590  
Number of detector views = 32  
Minimum detector angle = 0.00 radians  
Maximum detector angle = 3.14 radians  
Detector energy is being blurred by a Gaussian  
Energy resolution = 15.0%  
Reference energy = 511.0

#### Binning Parameters for bin\_params<sup>3</sup>

Binning parameters are ordered by:  
slowest varying to fastest (top of this list to bottom).

Number of scatter bins = 1, range = [0, 9] (# of scatters)  
Number of energy (1) bins = 1, range = [434.00, 588.00] (keV)  
Number of energy (2) bins = 1, range = [434.00, 588.00] (keV)  
Number of Z axis (1) bins = 25, range [-10.00, 10.00] (cm)  
Number of Z axis (2) bins = 25, range [-10.00, 10.00] (cm)  
Number of transaxial dist. bins = 128, range = [-25.40, 25.40] (cm)

---

<sup>2</sup>det\_params é o arquivo de parâmetros do módulo de detector (*Detector Module*) do SimSET.

<sup>3</sup>bin\_params é o arquivo de parâmetros do módulo de amostragem (*Binning Module*) do SimSET.

Number of azimuthal angle bins = 96, range = [0.00, 3.14] (radians)

Add to existing images is false.

Weight data is being summed in double precision

Weight image<sup>4</sup> format is four byte reals.

Weight image file name is 'weights'

Weight squared image format is four byte reals.

Weight squared image file name is 'weights\_squared'

Count image<sup>5</sup> format is four byte integers.

Count image file name is 'phg\_counts'

\*\*\*\*\* Simulation Beginning \*\*\*\*\*

10% tracked, CPU Time = 9654 seconds (11:27 PM - 02/06/04).  
20% tracked, CPU Time = 20136 seconds (02:22 AM - 02/07/04).  
30% tracked, CPU Time = 31208 seconds (05:27 AM - 02/07/04).  
40% tracked, CPU Time = 42666 seconds (08:41 AM - 02/07/04).  
50% tracked, CPU Time = 54358 seconds (11:56 AM - 02/07/04).  
60% tracked, CPU Time = 66066 seconds (03:12 PM - 02/07/04).  
70% tracked, CPU Time = 77544 seconds (06:23 PM - 02/07/04).  
80% tracked, CPU Time = 88651 seconds (09:29 PM - 02/07/04).  
90% tracked, CPU Time = 99186 seconds (12:25 AM - 02/08/04).  
100% tracked, CPU Time = 108912 seconds (03:08 AM - 02/08/04).

\*\*\*\*\* Simulation Finished \*\*\*\*\*

Tracked 2000000000 photons.

Real time for calculating time bin decays = 0.0 seconds.

Real time for tracking photons = 109495.4 seconds.

Total CPU time for calculating time bin decays = 0.0 seconds.

---

<sup>4</sup>Weight image é o arquivo de dados com somatórios de pesos.

<sup>5</sup>Count image é o arquivo de dados com contagens ordinárias.

Total CPU time for tracking photons = 108912.0. seconds

CPU time for simulation = 108912.0.

Execution of PHG finished on 02 08 2004 (03:08:03 AM)

\*\*\*\*\* Detected Photon Statistics \*\*\*\*\*

Total blue photons entering detector module = 341378537.

Total pink photons entering detector module = 341389469.

Total photons depositing energy in detector = 321670676.

Total photons absorbed in detector = 171262265.

Total weight absorbed in detector = 9.74e+08.

Total photons forced to absorb in detector = 0.

Total weight forced to absorb in detector = 0.00e+00.

Total first interaction absorptions = 60926087.

Total weight of first interaction absorptions = 3.38e+08.

Total photons passing through crystal without interacting = 0.

Weight decremented for FI = 6.71e+07

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* Processing Binning Data \*\*\*\*\*

Total blue photons reaching the binning module in this  
simulation = 160837120

Total pink photons reaching the binning module in this  
simulation = 160833556

Total coincidences reaching the binning module in this  
simulation = 167276904

Total accepted blue photons in this simulation = 83238498

Total accepted pink photons in this simulation = 41410059

Total accepted coincidences in this simulation = 41410042

Sum of accepted coincidence weights in this  
simulation<sup>6</sup> = 3.274521e+07

---

<sup>6</sup>Média esperada para o total de contagens na simulação.

Sum of accepted coincidence squared weights in this  
simulation = 4.255028e+07

Quality factor in image data = 6.09e-01

Writing count image.

Writing weight image.

Converting weight file to single precision,  
this may take a while.

Writing weight squared image.

Converting weight squared file to single precision,  
this may take a while.

\*\*\*\*\* Finished Processing Binning Data \*\*\*\*\*





## Apêndice B

Neste apêndice, encontram-se tabelados os valores de  $C$  (contraste),  $T_C$  e  $T_D$  empregados na formação das Tabelas 8.6 e 8.7. O contraste de referência ( $C_{\text{ref}}$ ) é definido nos modelos físicos (última coluna da Tabela 7.3). As incertezas de medida são da ordem de  $10^{-1}$ .

## CONTRASTE (2D)

Método	A-NEMA			A-CI				A-CD			
	Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
$C_{ref}$	1	1	1	2	4	6	9	9	9	9	9
1	0,1	0,2	0,5	0,0	0,1	0,3	0,5	0,0	0,1	0,5	0,6
2	0,2	0,6	1,0	0,1	0,5	1,0	1,6	0,0	0,4	1,4	1,9
3	0,2	0,5	0,8	0,1	0,5	1,2	2,0	0,0	0,4	1,7	2,6
4	0,3	0,5	0,8	0,1	0,5	1,1	1,8	0,0	0,4	1,5	2,4
5	0,1	0,6	0,9	0,1	0,7	1,8	2,3	0,0	0,7	2,8	4,2
6	0,1	0,2	0,5	0,0	0,1	0,3	0,5	0,1	0,1	0,5	0,6
7	0,3	0,7	1,0	0,1	0,6	1,2	1,9	0,0	0,5	1,6	2,3
8	0,3	0,6	0,9	0,1	0,6	1,5	2,6	0,1	0,5	2,1	3,4
9	0,3	0,6	0,9	0,1	0,6	1,3	2,3	0,1	0,4	1,9	3,1
10	0,2	0,7	1,0	0,1	0,9	2,3	3,8	0,1	0,8	3,7	5,4
11	0,0	0,1	0,2	0,2	0,4	0,6	0,8	0,1	0,3	0,7	0,9
12	0,4	0,4	0,3	0,5	0,9	1,4	2,0	0,4	0,8	1,8	2,4
13	0,3	0,3	0,2	0,5	1,0	1,8	2,7	0,3	0,9	2,3	3,4
14	0,3	0,3	0,2	0,5	1,0	1,7	2,5	0,4	0,8	2,1	3,1
15	0,4	0,4	0,4	0,7	1,5	2,7	4,0	0,5	1,4	3,8	5,2
16	0,0	0,1	0,2	0,2	0,4	0,6	0,8	0,1	0,3	0,7	1,0
17	0,3	0,5	0,6	0,5	1,1	1,7	2,4	0,3	0,9	2,1	2,8
18	0,3	0,4	0,5	0,5	1,2	2,2	3,4	0,3	1,0	3,0	4,3
19	0,2	0,4	0,5	0,5	1,1	2,0	3,2	0,3	0,9	2,7	4,0
20	0,4	0,6	0,7	0,8	1,8	3,4	5,1	0,5	1,7	4,9	6,7

## CONTRASTE (3D)

Método	A-NEMA			A-CI				A-CD			
	Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
$C_{ref}$	1	1	1	2	4	6	9	9	9	9	9
1	0,1	0,2	0,5	0,0	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1	0,4	0,5
2	0,1	0,9	1,0	0,2	0,8	1,3	2,3	0,0	0,8	2,4	3,0
3	0,2	0,5	0,9	0,1	0,5	1,0	1,9	0,1	0,4	1,8	2,6
4	0,3	0,5	0,8	0,1	0,4	0,8	1,5	0,0	0,3	1,3	2,0
5	0,2	0,7	0,9	0,1	0,6	1,3	2,5	0,1	0,5	2,5	3,6
6	0,1	0,2	0,5	0,0	0,1	0,2	0,4	0,1	0,1	0,4	0,5
7	0,2	1,0	1,0	0,2	1,0	1,6	2,8	0,0	0,9	2,8	3,6
8	0,2	0,7	0,9	0,0	0,6	1,2	2,4	0,1	0,4	2,3	3,4
9	0,3	0,6	0,9	0,0	0,4	1,0	1,9	0,1	0,3	1,6	2,6
10	0,2	0,8	1,0	0,1	0,8	1,6	3,1	0,1	0,6	3,2	4,6
11	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,5	0,7	0,1	0,3	0,7	0,8
12	0,6	0,6	0,5	0,7	1,4	2,0	3,0	0,5	1,3	3,0	3,7
13	0,4	0,4	0,3	0,5	1,0	1,6	2,6	0,3	0,8	2,5	3,4
14	0,3	0,3	0,2	0,5	0,9	1,3	2,2	0,3	0,7	2,0	2,8
15	0,4	0,4	0,4	0,6	1,3	2,1	3,5	0,4	1,2	3,5	4,6
16	0,0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,5	0,7	0,1	0,3	0,7	0,8
17	0,6	0,8	0,9	0,8	1,7	2,4	3,6	0,5	1,5	3,6	4,5
18	0,3	0,5	0,6	0,5	1,2	2,0	3,3	0,3	1,0	3,2	4,4
19	0,2	0,4	0,5	0,5	1,0	1,6	2,7	0,3	0,8	2,4	3,5
20	0,4	0,6	0,7	0,7	1,6	2,6	4,4	0,4	1,4	4,6	5,9

$T_C$  (2D)

Método	A-NEMA			A-CI				A-CD			
	Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
1	3,2	3,3	2,3	4,8	3,7	2,6	1,3	4,3	3,3	1,7	1,4
2	1,9	1,2	0,1	3,0	1,2	0,0	0,5	2,9	1,4	0,7	1,8
3	1,9	1,5	0,6	3,4	1,0	0,2	0,5	3,0	1,3	0,7	1,5
4	1,9	1,8	0,7	3,8	1,4	0,1	0,5	3,3	1,7	0,7	1,7
5	1,4	0,7	0,2	1,8	0,3	0,4	0,4	1,8	0,4	0,7	1,0
6	3,0	3,1	2,2	4,6	3,6	2,5	1,2	4,1	3,3	1,6	1,3
7	1,4	0,7	0,0	2,3	0,7	0,3	0,6	2,3	0,9	0,9	1,9
8	1,4	0,9	0,3	2,7	0,6	0,3	0,4	2,3	0,9	0,8	1,4
9	1,4	1,1	0,3	3,0	0,9	0,3	0,5	2,5	1,3	0,8	1,5
10	1,1	0,4	0,1	1,4	0,1	0,4	0,3	1,4	0,1	0,6	0,9
11	4,9	4,6	4,4	3,2	2,2	1,3	0,4	3,2	2,0	0,6	0,2
12	2,0	2,2	2,4	1,2	0,2	0,6	0,8	1,4	0,4	1,1	2,1
13	2,5	2,6	2,8	1,2	0,0	0,6	0,6	1,3	0,2	0,9	1,6
14	2,7	2,8	2,8	1,2	0,1	0,6	0,6	1,4	0,3	1,0	1,9
15	1,7	1,8	1,9	0,4	0,3	0,5	0,4	0,6	0,2	0,7	1,0
16	4,9	4,5	4,3	3,1	2,1	1,2	0,3	3,2	1,9	0,6	0,1
17	2,3	1,8	1,4	1,1	0,1	0,7	0,8	1,3	0,2	1,2	2,2
18	2,7	2,3	1,9	1,1	0,2	0,6	0,5	1,2	0,0	0,9	1,4
19	3,0	2,5	2,1	1,1	0,1	0,6	0,5	1,2	0,1	0,9	1,7
20	1,6	1,3	0,9	0,2	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,6	0,8

$T_D$  (2D)

Método	A-NEMA			A-CI				A-CD			
	Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
1	3,0	1,6	0,6	39	2,5	1,1	0,8	6,8	3,0	0,8	0,5
2	2,5	0,9	0,4	3,6	0,9	0,5	0,4	216	1,2	0,3	0,2
3	2,5	0,9	0,5	4,4	0,9	0,5	0,5	25	1,3	0,4	0,2
4	2,0	0,9	0,5	3,7	0,9	0,5	0,4	28	1,3	0,4	0,2
5	5,7	1,0	0,6	4,5	1,1	0,6	0,6	61	1,4	0,4	0,2
6	3,0	1,5	0,7	28	2,6	1,1	0,8	6,0	3,1	0,8	0,5
7	2,7	0,9	0,5	4,7	1,0	0,5	0,4	16	1,3	0,4	0,2
8	2,8	0,9	0,6	7,3	1,0	0,6	0,5	8,9	1,5	0,4	0,2
9	2,3	0,9	0,5	6,1	1,0	0,5	0,5	9,0	1,5	0,4	0,2
10	6,7	1,0	0,7	5,8	1,2	0,7	0,6	20	1,5	0,4	0,3
11	9,0	2,7	1,4	1,7	1,0	0,6	0,6	2,5	1,2	0,5	0,4
12	1,2	1,3	1,9	1,1	0,6	0,4	0,4	1,7	0,8	0,3	0,2
13	1,2	1,2	1,7	1,1	0,6	0,4	0,4	1,9	0,9	0,3	0,2
14	1,4	1,4	1,8	1,0	0,6	0,4	0,4	1,7	0,8	0,3	0,2
15	1,0	1,2	1,3	1,0	0,7	0,5	0,5	1,9	0,9	0,3	0,2
16	12	2,5	1,3	1,7	1,0	0,7	0,6	2,6	1,2	0,6	0,4
17	1,5	1,0	0,8	1,1	0,6	0,4	0,4	2,0	0,8	0,3	0,2
18	1,4	0,9	0,7	1,2	0,6	0,4	0,4	2,3	0,9	0,3	0,2
19	1,6	1,0	0,8	1,1	0,6	0,4	0,4	2,1	0,9	0,3	0,2
20	1,4	1,0	0,8	1,1	0,7	0,5	0,5	2,2	0,9	0,4	0,2

$T_C$  (3D)

Método	A-NEMA			A-CI				A-CD			
	Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
1	4,6	4,5	3,1	8,3	6,7	4,8	2,7	6,7	5,3	3,3	2,6
2	1,7	0,2	0,0	2,0	0,3	0,3	0,6	1,8	0,3	1,1	1,2
3	2,2	1,3	0,4	4,4	1,5	0,0	0,5	3,2	1,5	0,8	0,9
4	2,3	1,9	0,8	5,7	2,4	0,4	0,4	4,2	2,5	0,5	0,9
5	1,8	0,8	0,2	3,0	0,7	0,2	0,5	2,3	0,8	0,9	0,8
6	4,4	4,2	2,8	7,8	6,5	4,7	2,6	6,4	5,1	3,2	2,5
7	1,4	0,1	0,0	1,5	0,0	0,4	0,6	1,4	0,1	1,1	1,1
8	1,6	0,8	0,2	3,4	0,9	0,2	0,5	2,3	1,1	0,9	0,8
9	1,6	1,2	0,3	4,3	1,6	0,1	0,5	3,1	1,8	0,7	0,9
10	1,4	0,5	0,1	2,3	0,3	0,3	0,4	1,7	0,5	0,8	0,7
11	11	10	9,4	6,5	4,5	2,7	1,1	5,1	3,1	1,3	0,8
12	1,4	1,5	1,9	0,7	0,5	0,7	0,7	0,7	0,2	1,3	1,3
13	3,3	3,3	3,5	1,6	0,0	0,6	0,6	1,5	0,2	1,1	1,0
14	3,3	3,3	3,4	1,7	0,3	0,5	0,7	1,7	0,5	1,0	1,1
15	2,9	3,0	3,0	1,0	0,4	0,6	0,5	1,0	0,1	1,0	0,9
16	12	11	10	6,7	4,6	2,7	1,1	5,2	3,1	1,3	0,7
17	2,1	1,0	0,4	0,4	0,6	0,7	0,7	0,6	0,3	1,2	1,2
18	4,3	3,5	2,7	1,5	0,2	0,6	0,5	1,4	0,0	1,0	0,9
19	4,4	3,6	2,8	1,7	0,0	0,6	0,6	1,6	0,3	1,1	1,0
20	3,5	2,7	1,8	0,7	0,5	0,6	0,4	0,8	0,2	0,9	0,7

$T_D$  (3D)

Método	A-NEMA			A-CI				A-CD			
	Alvo ar	Alvo água	Alvo osso	Alvo 3:1	Alvo 5:1	Alvo 7:1	Alvo 10:1	Alvo 7mm	Alvo 10mm	Alvo 15mm	Alvo 20mm
1	1,8	1,0	0,5	6,8	2,0	1,0	0,6	3,6	2,5	0,5	0,4
2	4,7	0,7	0,5	3,3	0,8	0,6	0,5	46	1,2	0,3	0,3
3	2,3	0,8	0,5	5,4	0,8	0,6	0,5	6,6	1,5	0,3	0,3
4	1,5	0,8	0,4	3,7	0,8	0,5	0,4	8,7	1,4	0,3	0,3
5	4,2	0,8	0,5	5,3	0,9	0,6	0,5	8,4	1,5	0,3	0,3
6	1,9	1,0	0,5	6,1	2,1	1,0	0,7	3,5	2,6	0,5	0,4
7	5,1	0,7	0,6	3,8	0,9	0,6	0,5	24	1,3	0,3	0,3
8	2,8	0,8	0,5	12	1,0	0,6	0,5	4,8	1,6	0,3	0,3
9	1,9	0,8	0,5	8,3	0,9	0,6	0,4	5,0	1,6	0,4	0,3
10	5,0	0,9	0,6	8,3	1,0	0,7	0,5	6,5	1,6	0,3	0,3
11	4,7	1,1	0,7	0,9	0,6	0,5	0,4	1,7	0,9	0,3	0,3
12	0,7	0,6	0,8	0,7	0,4	0,4	0,3	1,5	0,7	0,3	0,2
13	0,8	0,8	1,0	0,8	0,5	0,4	0,4	1,7	0,8	0,3	0,3
14	1,1	1,1	1,4	0,9	0,6	0,5	0,4	1,5	0,8	0,3	0,3
15	0,7	0,7	0,8	0,7	0,5	0,4	0,4	1,6	0,8	0,3	0,3
16	5,8	0,9	0,6	0,9	0,6	0,5	0,4	1,7	0,9	0,3	0,3
17	0,7	0,5	0,4	0,6	0,4	0,4	0,3	1,7	0,7	0,2	0,2
18	0,7	0,5	0,4	0,8	0,5	0,4	0,4	2,1	0,9	0,3	0,3
19	1,0	0,7	0,5	0,8	0,5	0,4	0,4	1,8	0,8	0,3	0,3
20	0,7	0,5	0,4	0,7	0,5	0,4	0,4	1,9	0,8	0,3	0,2





# Bibliografia

- [1] Anger, H. O. *A new instrument for mapping gamma-ray emitters.* Biology and Medicine Quarterly Report UCRL, 1957, 3653: 38, University of California Radiation Laboratory, Berkeley, 1957.
- [2] Anger, H. O.; Rosenthal, D. J. *Scintillation camera and positron camera.* In : *Medical Radioisotope Imaging.* IAEA, Viena, Austria, 1959.
- [3] Bailey, D. L.; Meikle, S. R. A convolution-subtraction scatter correction method for 3D PET. *Phys. Med. Biol.*, 39(3):411–424, 1994.
- [4] Beekman, F. J.; Defrise, M.; Viergever, M. A. Volumetric reconstruction of medical images. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 19(5):357–360, 2000.
- [5] Browne, J.; De Pierro, A. R. A row-action alternative to the EM algorithm for maximizing likelihoods in emission tomography. *IEEE Trans. Med. Imag.*, MI-15:687–699, 1996.
- [6] Brownell, G. L.; Sweet, W. H. Localization of brain tumors with positron emitters. *Nucleonics*, 11(11):40–45, 1953.
- [7] Buvat, I.; Castiglioni, I. Monte Carlo simulations in SPET and PET. *Quart. J. Nucl. Med.*, 46(1):48–61, 2002.
- [8] Carson, R. E. Precision and accuracy considerations of physiological quantitation in PET. *J. Cereb. Blood Flow Metab.*, 11(2):A45–A50, 1991.
- [9] Cherry, S. R.; Sorenson, J. A.; Phelps, M. E. *Physics in Nuclear Medicine, 3rd. ed.* W. B. Saunders Company, 2003. Cap. 6, 7, 13, 14, 15 e 18.
- [10] Clack, R.; Townsend, D.; Jeavons, A. Increased sensitivity and field of view for a rotating positron camera. *Phys. Med. Biol.*, 29:1421–1431, 1984.

- [11] Comtat, C.; Morel, C.; Defrise, M.; Townsend, D. W. The FAVOR algorithm for 3D PET data and its implementation using a network of transputers. *Phys. Med. Biol.*, 38:929–944, 1993.
- [12] Daube-Witherspoon, M. E.; Muehllehner, G. Treatment of axial data in three-dimensional PET. *J. Nucl. Med.*, 28:1717–1724, 1987.
- [13] Defrise, M.; Kinahan, P. E.; Townsend, D. W.; Michel, G.; Chibomana, M.; Newport, D. F. Exact and approximate rebinning algorithms for 3-D PET Data. *IEEE Trans. Med. Imag.*, MI-16:145–158, 1997.
- [14] Dempster, A. P.; Laird, N. M.; Rubin, D. B. Maximum likelihood from incomplete data via de EM algorithm. *J. Roy. Stat. Soc., Ser. B*, 39:1–38, 1977.
- [15] Egger, M. *Relatório de atividades de pós-doutoramento no Serviço de Informática do InCor*. Instituto do Coração, Hospital das Clínicas, FMUSP, São Paulo, 1997.
- [16] Evans, R. D. *The Atomic Nucleus*. McGraw-Hill, New York, 1955. Cap. 23.
- [17] Gonzalez, R. C.; Woods, R. E. *Digital Image Processing, 2nd. ed.* Addison-Wesley, 2002. Cap. 1 e 2.
- [18] Gordon, R.; Bender, R.; Herman, G. T. Algebraic reconstruction technique (ART) for three-dimensional reconstruction microscopy and X-ray photography. *J. Theoretical Biol.*, 29:471–481, 1970.
- [19] Grootenk, S.; Spinks, T. J.; Sashin, D.; Spyrou, N. M.; Jones, T. Correction for scatter in 3D brain PET using a dual energy window method. *Phys. Med. Biol.*, 41(12):2757–2774, 1996.
- [20] Harrison, R. L.; Haynor, D. R.; Gillispie, S. B.; Vannoy, S. D.; Kaplan, M. S.; Lewellen, T. K. A public-domain simulation system for emission tomography: photon tracking through heterogeneous attenuation using importance sampling. *J. Nucl. Med.*, 34(5):P60–P60 Suppl. S, 1993.
- [21] Harrison, R. L.; Vannoy, S. D.; Haynor, D. R.; Gillispie, S. B.; Kaplan, M. S.; Lewellen, T. K. Preliminary experience with the Photon History Generator Module of a public-domain simulation system for emission tomography. *IEEE Nucl. Sci. Symp.*, conf. rec.:1154–1158, 1993.

- [22] Haynor, D. R.; Harrison, R. L.; Lewellen, T. K. The use of importance sampling techniques to improve the efficiency of photon tracking in emission tomography simulations. *Med. Phys.*, 18(5):990–1001, 1991.
- [23] Haynor, D. R.; Harrison, R. L.; Lewellen, T. K.; Bice, A. N.; Anson, C. P.; Gillispie, S. B.; Miyaoka, R. S.; Pollard, K. R.; Zhu, J. B. Improving the efficiency of emission tomography simulations using variance reduction techniques. *IEEE Trans. Nuc. Sci.*, 37(2):749–753, 1990.
- [24] Helene, O. A. M.; Vanin, V. R. *Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*, 2a. ed. Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1991. Cap. 5.
- [25] Herman, G. T. *Image Reconstruction from Projections*. Academic Press, New York, 1980. Cap. 2, 6, 11 e 16.
- [26] Herman, G. T.; Meyer, L. B. Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 12(3):600–609, 1993.
- [27] Hoffman, E. J.; Huang, S.; Phelps, M. E. Quantitation in positron emission computed tomography: 1. Effect of object size. *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 3(3):299–308, 1979.
- [28] Hoffman, E. J.; Huang, S.; Phelps, M. E.; Kuhl, D. E. Quantitation in positron emission tomography: 4. Effect of accidental coincidences. *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 5(3):391–400, 1981.
- [29] Hudson, H. M.; Larkin, R. S. Accelerated image-reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE Trans. Med. Imag.*, MI-13:601–609, 1994.
- [30] Jones, T. The imaging science of positron emission tomography. *J. Nucl. Med.*, 23:807–813, 1996.
- [31] Kaczmarz, S. Angenaherte auflosung von systemen linearer gleichungen. *Bull. Acad. Pol. Sci. Lett. A*, 6-8A:355–357, 1937.
- [32] Kak, A. C.; Slaney, M. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press, New York, 1987. Cap. 3, 4 e 7.
- [33] Kinahan, P. E.; Rogers, J. G. Analytic 3D image reconstruction using all detected events. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 36(1):964–968, 1989.

- [34] Kinahan, P. E.; Townsend, D. W.; Beyer, T.; Sashin, D. Attenuation correction for a combined 3D PET/CT scanner. *Med. Phys.*, 25(10):2046–2053, 1998.
- [35] Knoll, G. F. *Radiation Detection and Measurement*. John Wiley & Sons, New York, 1989. Cap. 8, 9 e 10.
- [36] Konstantinides, K.; Rasure, J. R. The Khoros software-development environment for image-processing and signal-processing. *IEEE Trans. Imag. Proc.*, 3(3):243–252, 1994.
- [37] Kontaxakis, G.; Strauss, L. G. *Maximum Likelihood Algorithms for Image Reconstruction in Positron Emission Tomography*. MEDITERRA Publishers, Atenas, 1998.
- [38] Lange, K.; Carson, R. EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 8(2):306–316, 1984.
- [39] Lartzien, C.; Kinahan, P. E.; Comtat, C. A lesion detection observer study comparing 2-dimensional versus fully 3-dimensional whole-body PET imaging protocols. *J. Nucl. Med.*, 45(4):714–723, 2004.
- [40] Leahy, R.; Byrne, C. Recent developments in iterative image reconstruction for PET and SPECT. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 19(4):257–260, 2000.
- [41] Levitan, E.; Herman, G. T. A maximum a posteriori probability expectation maximization algorithm for image reconstruction in emission tomography. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 6(3):185–192, 1987.
- [42] Lewellen, T. K.; Anson, C. P.; Haynor, D. R.; Harrison, R. L.; Bice, A. N.; Schubert, S. F.; Miyaoka, R. S.; Gillispie, S. B.; Zhu, J. Design of a simulation system for emission tomographs. *J. Nucl. Med.*, 29(5):871, 1988.
- [43] Lewellen, T. K.; Miyaoka, R. S.; Swan, W. L. PET imaging using dual-headed gamma cameras: An update. *Nucl. Med. Commun.*, 20(1):5–12, 1999.
- [44] Lewitt, R. M.; Matej, S. Overview of methods for image reconstruction from projections in emission computed tomography. *Proceedings of the IEEE*, 91(10):1588–1611, 2003.

- [45] Lewitt, R. M.; Muehllehner, G.; Karp, J. S. Three-dimensional image reconstruction for PET by multi-slice rebinning and axial image filtering. *Phys. Med. Biol.*, 39:321–339, 1994.
- [46] Matej, S.; Lewitt, R. M. Efficient 3D grids for image-reconstruction using spherically-symmetrical volume elements. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 42(4):1361–1370, 1995.
- [47] Meyer, P. *Introductory Probability and Statistical Applications, 2nd ed.* Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1983. Cap. 13.
- [48] Michel, C.; Liu, X.; Sanabria, S.; Lonneux, M.; Sibomana, M.; Bol, A.; Comtat, C.; Kinahan, P. E.; Townsend, D. W.; Defrise, M. Weighted schemes applied to 3D-OSEM reconstruction in PET. *IEEE NSS-MIC, Rec M7-11*, 1999.
- [49] Michel, C.; Sibomana, M.; Bol, A.; Bernard, X.; Lonneux, M.; Defrise, M.; Comtat, C.; Kinahan, P. E.; Townsend, D. W. Preserving Poisson characteristics of PET data with weighted OSEM reconstruction. *IEEE NSS-MIC, Rec M8-61*, 1998.
- [50] Miyaoka, R. S.; Kohlmyer, S. G.; Lewellen, T. K. Hot sphere detection limits for a dual head coincidence imaging system. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 46(6):2185–2191, 1999.
- [51] National Electrical Manufacturers Association. *Performance Measurements of Positron Emission Tomographs.* NEMA Standard Publication NU 2-2000.
- [52] Ollinger, J. M. Model-based scatter correction for fully 3D PET. *Phys. Med. Biol.*, 41(1):153–176, 1996.
- [53] Patton, J. A.; Turkington, T. G. Coincidence imaging with dual-head scintillation camera. *J. Nucl. Med.*, 40(3):432–441, 1999.
- [54] Phelps, M. E. Nuclear Medicine, Molecular Imaging, and Molecular Medicine. *J. Nucl. Med.*, 43(2):13N–14N, 2002.
- [55] Radon, J. Über die bestimmung von funktionen durch ihre integralwerte gewisser mannigfaltigkeiten. *Berichte Saechsische Akademie der Wissenschaften*, 29:262–277, 1917.
- [56] Reader, A. J.; Erlandsson, K.; Flower, M. A.; Ott, R. J. Fast accurate iterative reconstruction for low statistics positron volume imaging. *Phys. Med. Biol.*, 43:835–846, 1998.

- [57] Riddell, C.; Carson, R. E.; Carrasquillo, J. A.; Libutti, S. K.; Danforth, D. N.; Whatley, M.; Bacharach, S. L. Noise reduction in oncology FDG PET images by iterative reconstruction: a quantitative assessment. *J. Nucl. Med.*, 42(9):1316–1323, 2001.
- [58] Shepp, L. A.; Vardi, Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. *IEEE Trans. Med. Imag.*, MI-1:113–122, 1982.
- [59] Siddon, R. L. Fast calculation of the exact radiological path for a three-dimensional CT array. *Med. Phys.*, 12(2):252–255, 1985.
- [60] Sobol, I. *Método de Monte Carlo*. Mir, 1983.
- [61] Sossi, V.; Krzywinski, M.; Cohen, P.; Mankoff, D. A.; Hudkins, K.; DeRosario, J.; Ruth, T. J. Effect of count rate on contrast in a dual head coincidence camera. *IEEE NSS-MIC*, Rec M11-116, 1999.
- [62] Spiegel, M. R. *Estatística, 3a. ed.* Makron Books, São Paulo, 1994. Cap. 10.
- [63] Swan, W. L.; Vannoy, S. D.; Harrison, R. L.; Miyaoka, R. S.; Lewellen, T. K. Randoms simulation for dual head coincidence imaging of cylindrically symmetric source distribution. *IEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-46(4):1156–1164, 1999.
- [64] Ter-Pogossian, M. M.; Phelps, M. E.; Hoffman, E. J.; Mullani, N. A. Positron-emission transaxial tomograph for nuclear imaging (PETT). *Radiology*, 114(1):89–98, 1975.
- [65] Tian, M.; Koyama, K.; Zhang, H.; Oriuchi, N.; Higuchi, T.; Endo, K. Assessment of myocardial viability with a positron coincidence gamma camera using fluorodeoxyglucose in comparison with dedicated PET. *Nucl. Med. Comm.*, 24(4):367–374, 2003.
- [66] Townsend, D. W.; Defrise, M. *Image reconstruction methods in positron tomography*. Publicação CERN 93-02, Genebra, Suíça, 1993.
- [67] Vanin, V. R.; Gouffon, P. *Tópicos Avançados em Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*. Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996. Cap. 10.
- [68] Vuolo, J. H. *Fundamentos da Teoria de Erros*. Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1992. Cap. 8.

- [69] Wang, C. X.; Snyder, W. E.; Bilbro, G.; Santago, P. Performance evaluation of filtered backprojection reconstruction and iterative reconstruction methods for PET images. *Comp. Biol. Med.*, 28:13–25, 1998.
- [70] Zaidi, H. Relevance of Accurate Monte Carlo modeling in nuclear medical imaging. *Med. Phys.*, 26(4):574–608, 1999.
- [71] Zaidi, H. Scatter modelling and correction strategies in fully 3-D PET. *Nucl. Med. Commun.*, 22(11):1181–1184, 2001.
- [72] Zaidi, H.; Hasegawa, B. Determination of the attenuation map in emission tomography. *J. Nucl. Med.*, 44(2):291–315, 2003.
- [73] Zhang, H.; Tian, M.; Oriuchi, N.; Higuchi, T.; Tanada, S.; Endo, K. Oncological diagnosis using positron coincidence gamma camera with fluorodeoxyglucose in comparison with dedicated PET. *Brit. J. Rad.*, 75(893):409–416, 2002.
- [74] Zhang, H.; Tian, M.; Oriuchi, N.; Higuchi, T.; Tanada, S.; Endo, K. Detection of lung cancer with positron coincidence gamma camera using fluorodeoxyglucose in comparison with dedicated PET. *Eur. J. Rad.*, 47(3):199–205, 2003.
- [75] Zimny, M.; Kaiser, H. J.; Wildberger, J.; Nowak, B.; Cremenius, U.; Sabri, O.; Buell, U. Analysis of FDG uptake with hibrid PET using standardized uptake values. *Eur. J. Nucl. Med.*, 28(5):586–592, 2001.

Esta tese foi composta em  $\text{\LaTeX}$ , texto em Helvética, equações em Times. Parte das figuras foram editadas no OpenOffice Draw. Gráficos foram editados no Grace