UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE FÍSICA

**Estudo de Fissão e Espalação em Núcleos Actinídeos e
Pré-actinídeos a Energias Intermediárias**

CARLOS DAVID GONZALES LORENZO

Orientador: Prof. Dr. Airton Deppman

**Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto
de Física para a obtenção do título de Mestre em
Ciências.**

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Airton Deppman (IFUSP)

Prof. Dra. Alinka Leppine (IFUSP)

Prof. Dr. Brett Vern Carlson (ITA)

São Paulo

2015

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**Estudo de Fissão e Espalação em Núcleos Actinídeos e
Pré-actinídeos a Energias Intermediárias**

CARLOS DAVID GONZALES LORENZO

São Paulo

2015

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Gonzales Lorenzo, Carlos David

Estudo de fissão e espalação em núcleos actinídeos e pré-actinídeos a energia intermediárias. São Paulo, 2015.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo.
Instituto de Física. Depto. Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Airton Deppman

Área de Concentração: Física Nuclear

Unitermos: 1. Interações nucleares; 2. Física computacional;
3. Método de Monte Carlo; 4. Spallation; 5. Distribuição de
massa.

USP/IF/SBI-055/2015

Dedico este trabalho a, minha mãe, meu pai, meus irmãos, à família inteira, aos companheiros do laboratório e a todos aqueles que me apoiaram e me incentivaram durante a pesquisa e desenvolvimento deste trabalho.

Agradecimentos

Ao professor Airton, por ter acreditado em mim e por sempre ter estado disposto a me apoiar no desenvolvimento deste trabalho, incentivando a maioria das minhas decisões.

À Pós-Doutoranda Gayane Karapetyan pela paciência, compreensão e pela sua disponibilidade para responder às minhas perguntas no desenvolvimento deste trabalho.

À Evandro e Israel, companheiros do grupo de pesquisa, por ter me ajudado nas minhas dúvidas do código CRISP.

Aos professores que tive oportunidade de conhecer durante o período das disciplinas, professor Emerson Passos e o Professor José Maria da universidade de Barcelona.

Aos meus pais, Candelária Lorenzo e Abraham Gonzales por ter sido meu suporte na minha vida. Amo vocês.

Aos meus amigos do instituto de física, por sempre me ouvirem e me apoiarem nas minhas decisões.

À Simone Morais Palmeira e Noemi Silva, por sua importante ajuda na correção do português.

Aos meus grandes amigos de longa data: Nilo Barrantes Melgar, Nadia Lucia Mamani Paredes e Elizabeth Pastrana pelo apoio tanto no aspecto profissional quanto pessoal.

À CAPES pelo suporte financeiro.

Agradeço também a todas as pessoas que estiveram ao meu lado me apoiando, direta ou indiretamente, obrigado.

E o mais importante, à Deus por ter me conduzido até este momento, colocando as pessoas certas no meu caminho.

*“Si he logrado ver más lejos, ha sido
porque he subido a hombros de
gigantes”.*

Isaac Newton

Resumo

Neste trabalho apresentamos um estudo das reações de *spallation* a energias intermediárias em núcleos actínídeos e pré-actínídeos. Para esta finalidade foi utilizado o modelo de Monte Carlo CRISP (Colaboração Rio-São Paulo), que neste estudo foi importante na reprodução da distribuição de massa de produtos residuais e as seções de choque de fissão e espalação. Estes observáveis são importantes para o estudo de Reatores Híbridos ADS considerado como dispositivos promissores para a transmutação de resíduos nucleares. Os modelos físicos necessários para uma correta simulação de dados experimentais foram já implementadas no CRISP, como o modelo de evaporação para emissão de partículas descrito por Weisskopf de 1937, e para fissão o clássico modelo de Bohr/Wheeler de 1939. Para a obtenção da distribuição dos fragmentos de massa de fissão o CRISP conta também com um modelo baseado na parametrização multimodal de fissão, que simula os processos de fissão simétrica e assimétrica predominantes em altas e baixas energias, respectivamente. Os resultados obtidos do CRISP depois da aplicação dos modelos mencionados, foram os rendimentos de massa dos fragmentos residuais, os quais foram analisadas para o cálculo da seção de choque de fissão e espalação mediante uma fórmula implementada no modelo. Com o resultado se fez o gráfico da distribuição de massa para cada uma das reações analisadas. Uma das reações estudadas foi a reação induzida por fótons de Bremsstrahlung com energias máximas de 50 e 3500 MeV em um alvo de ^{181}Ta , calculando a distribuição de massa de fissão e espalação, mostrando bons resultados de acordo com os dados experimentais. Nas reações induzidas por prótons foram calculadas as seções de choque de fissão e espalação assim como sua respectiva distribuição de massa dos produtos residuais. Neste caso estudamos duas reações, sendo: a reação p (1 GeV) + ^{208}Pb , e a reação de p (660 MeV) + ^{238}U . Para a primeira reação com chumbo os resultados do CRISP foram comparados com dados experimentais, e também com os resultados obtidos do modelo MCNPX-Bertini do trabalho de Baylac-Domengetroy de 2003, que simulou a mesma reação com chumbo. Obtendo-se melhores resultados com o CRISP mas com uma superestimação de dados no final da distribuição calculada. No caso do urânio, foi necessário usar a chamada fissão superassimétrica porque a distribuição de massa experimental é mais complexa e o modelo multimodal clássico não é suficiente para sua correta simulação. Foi também estudado as reações induzidas por dêuterons usando o modelo CRISP, mostrando os resultados da distribuição de massa para ^{197}Au e ^{208}Pb com algumas limitações do modelo para este tipo de reações.

Palavras-chave: CRISP, Monte Carlo, Spallation, Multimodal, Fotofissão, Evaporação, Espalação, Distribuição de Massa, Simétrica, Assimétrica, Superassimétrica, Bremsstrahlung, Actínídeos, Pré-actínídeos, MCNPX-Bertini.

Abstract

In this work we present a study of the spallation reactions by intermediate energies in actinide and pre-actinide nuclei. For this purpose we used the Monte Carlo model CRISP (Rio-São Paulo Collaboration), for our study was important in the reproduction of the mass distribution of waste products and the total fission and spallation cross sections. These observables are important for the study of Accelerator Driven System Reactors (ADS) considered as promising devices for the transmutation of nuclear waste. The physical models needed for a correct simulation of experimental data were already implemented in CRISP, such as the evaporation model for emission of particles described by Weisskopf in 1937, and the classical Bohr/Wheeler model in 1939, for fission. To obtain the fragment mass distribution for fission, CRISP has a model based on multimodal fission parameter, which simulates the processes called symmetric and asymmetric fission that are predominant at high and low energies respectively. The CRISP results, obtained after the application of the above mentioned models, were the mass yield of residual fragments, which were analyzed to calculate the fission and spallation cross section using a formula that was implemented in the CRISP model. With these result was obtained the mass distribution for each reaction analyzed. One of the reactions studied was a reaction induced by Bremsstrahlung photons with endpoint energies of 50 MeV and 3500 in a target ^{181}Ta , calculating the fission and spallation mass distribution, showing good results according the experimental data. In the reactions induced by protons were calculated fission and spallation cross sections as well as their respective mass distribution of the residual products. In this case we study two reactions, as follows: p (1 GeV) + ^{208}Pb , and p (660 MeV) + ^{238}U . For the first reaction with lead, the results of CRISP were compared with experimental data and with results obtained of MCNPX-Bertini model of Baylac-Domengetroy work in 2003, simulated the same reaction with lead. Obtaining better results with CRISP, but with data-overestimated at the end of calculated distribution. For uranium it was necessary to use the called superasymmetric fission, because the experimental mass distribution is more complicated and the classical model is not sufficient for a correct simulation. Has been also studied the reactions induced by deuterons using the CRISP model, showing the mass distribution results for ^{197}Au and ^{208}Pb with some limitations of model for this type of reactions.

Keywords: CRISP, Monte Carlo, Spallation, Multimodal, Photofission, Evaporation, Spallation, Mass Distribution, Symmetric, Asymmetric, Super-Asymmetric, Bremsstrahlung, Actinides, Pre-actinides, MCNPX-Bertini.

Sumário

Lista de Abreviaturas	p. ix
Lista de símbolos	p. x
Lista de Figuras	p. xi
Lista de Tabelas	p. xviii
1 Introdução	p. 1
1.1 Objetivos	p. 5
2 Fundamento teórico	p. 7
2.1 Reações nucleares a energias intermediárias	p. 7
2.2 Descrição geral de uma reação de “Spallation”	p. 8
2.2.1 Os modos de desexcitação	p. 9
2.2.2 <i>Spallation</i> , fissão e multi-fragmentação	p. 10
2.3 A Cascata Intranuclear	p. 14
2.3.1 O modelo de Cascata Intranuclear	p. 14
2.3.2 Cascata Intranuclear de Bertini	p. 15
2.4 A desexcitação	p. 20
2.4.1 Modelo de evaporação	p. 20
2.5 Modelo de fissão nuclear	p. 25
2.5.1 A energia de ligação	p. 26

2.5.2	Distribuição de massa	p. 27
2.5.3	O modelo de gota líquida para fissão	p. 28
2.5.4	Modelo para a probabilidade de fissão	p. 32
3	Metodologia	p. 35
3.1	Ferramentas Computacionais	p. 35
3.2	Modelo CRISP	p. 35
3.2.1	Modelo de cascata no CRISP (MCMC)	p. 37
3.2.2	Modelo de evaporação e fissão no CRISP (MCEF)	p. 45
3.2.3	Fotofissão a energias intermediárias	p. 48
3.2.4	Geração de fragmentos de fissão	p. 49
3.2.5	Modo de fissão superassimétrica	p. 54
4	Resultados e Discussão	p. 57
4.1	Observações gerais	p. 57
4.2	Resultados	p. 59
4.2.1	Fissão e espalação induzida por fóton em ^{181}Ta	p. 59
4.2.2	Fissão e espalação induzida por próton em ^{208}Pb	p. 70
4.2.3	Fissão e espalação induzida por próton em ^{238}U	p. 75
4.2.4	Fissão e espalação induzida por dêuteron em ^{208}Pb	p. 82
4.2.5	Fissão e espalação induzida por dêuteron em ^{197}Au	p. 85
5	Conclusões	p. 88
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	p. 91
	Referências Bibliográficas	p. 92

Lista de Abreviaturas

CRISP	Colaboração Rio-São Paulo
HETC	High Energy Transport Code
LAHET	Los Alamos High Energy Transport Code
MCEF	Monte Carlo para Evaporação e Fissão
MCMC	Monte Carlo Multicolisional
MCNPX	Monte Carlo N-Particle eXtended
MM-RNRM	Multimodal - Random Neck Rupture Model

Lista de símbolos

Δ	Ressonância Delta
Δp	Incerteza do momento
Δx	Incerteza da posição
Σ	Fração de energia transferida para graus de liberdade coletivos
$\bar{\sigma}$	Seção de choque corrigida
ε_F	Energia de fermi
λ	Caminho livre médio específico
$\tilde{\lambda}$	Comprimento de onda de De Broglie da dispersão
$\sigma_{A,Z}$	Seção de choque independente do nuclídeo com carga Z e massa A
A_P	Massa do projétil
A_S	Número de massa média
A_T	Massa do núcleo alvo
g	Seção geométrica do núcleo
r	Raio do núcleo
r_d	Raio do dêuteron
r_{eff}	Alcance efetivo das interações nucleares
r_p	Raio do próton
$x = \frac{E_c^0}{2E_s^0}$	Parâmetro de fissilidade
Y_A	Rendimento total para um determinado número de massa A
$Y_{A,Z}$	Rendimento independente do nuclídeo (Z,A)
Z_P	Carga do projétil
Z_T	Carga do núcleo alvo

Lista de Figuras

2.1	Mecanismo de <i>spallation</i> [imagem obtida do site da International Atomic energy Agency https://www-nds.iaea.org/spallations/ .)]	p. 9
2.2	Diagrama de classificação de <i>spallation</i> (e <i>deep spallation</i>), fissão e multi-fragmentation em um campo de multiplicidade de fragmentos pesados contra a massa do fragmento, segundo Hüfner [50].	p. 11
2.3	Diferenças no rendimento de massa de produtos residuais (<i>product mass yield</i>) $\sigma(A)$, para a reação $p + {}^{181}\text{Ta}$, obtido como uma função da energia incidente de prótons, dos trabalhos de Nervik e Seaborg (340 MeV) [27] e Grover (5.7 GeV) [51]. Figura obtida de Morrissey, et al. [52].	p. 12
2.4	Curvas de rendimento de massa de fotofissão para ${}^{197}\text{Au}$ e ${}^{209}\text{Bi}$ a $E = 1000$ MeV, por círculos e quadrados abertos para ${}^{197}\text{Au}$ e ${}^{209}\text{Bi}$, respectivamente. As distribuições dos rendimentos de massa são reproduzidos por funções de Gauss, como é mostrado na figura pelas curvas sólida e tracejada para ${}^{197}\text{Au}$ e ${}^{209}\text{Bi}$, respectivamente. [53]. Os resultados do modelo PICA3/GEM são mostrados nos mesmos símbolos (círculos e quadrados) de cor preto.	p. 13
2.5	Divisão de zonas de densidade do núcleo consideradas no modelo de Bertini. Imagem de [17]	p. 15
2.6	Esquema de cascata de Bertini.	p. 16
2.7	Esquema do atravessar de um nucleon em uma superfície separadora das regiões de densidades diferentes.	p. 16
2.8	Interação de dois feixes de partículas. No feixe 1, as partículas são caracterizadas pela densidade ρ_1 e momento $\mathbf{p}_1$. Em feixe 2, partículas são caracterizadas por ρ_2 e momento $\mathbf{p}_2$. σ_{12} é a seção de choque para a interação entre uma partícula do feixe 1 com momento $\mathbf{p}_1$ e uma partícula do feixe 2 com momento $\mathbf{p}_2$. O termo $(v_{12}t)$ é igual à distância atravessada durante o tempo t e a velocidade v_{12}	p. 19

2.9	Energia de deformação do núcleo em função de um parâmetro α que caracteriza a distância entre os pré-fragmentos. A curva sólida refere-se a um núcleo pesado, a curva pontilhada a um núcleo mais leve e a curva tracejada representa uma situação em que não há mais barreira de fissão para um núcleo bem pesado. E_a é a energia de ativação [62].	p. 26
2.10	A energia de enlace por nucleon B/A como uma função de A [63]. . . .	p. 27
2.11	Distribuição das massas dos fragmentos de fissão: Revisão sistemática sobre as características estruturais na fissão de baixa energia de núcleos pesados. Círculos e cruzes indicam esses núcleos para os quais as distribuições de A e Z respectivamente, foram medidos. As inserções mostram a massa, elementos e distribuições dos fragmentos de fissão respectivamente [66].	p. 28
2.12	Deformações da superfície do núcleo para diferentes valores dos parâmetros de α_2 e α_4 . Adaptado de [69].	p. 31
2.13	(a) Figura esquemática do contorno da energia de deformação como uma função de parâmetros de deformação de quadrupolo e hexadecapolo. (b) A barreira de energia potencial ao longo do “caminho de fissão” indicado como a linha tracejada in (a). (De Bjørnholm, S. and Lynn, J. E., <i>Rev. Mod. Phys.</i> , 52, 725, 1980 [71])	p. 32
2.14	Esquema da energia potencial nuclear no ponto de equilíbrio e no ponto de sela, com indicação dos níveis no estado de transição. Imagem obtida de [72]. .	p. 33
3.1	Representação esquemática do mecanismo de cascata intranuclear na abordagem multicolisional. Imagem da referência [46].	p. 39
3.2	Diagrama do potencial nuclear no modelo de gás de Fermi. Imagem de [83]. .	p. 41
3.3	Estrutura de camada no espaço de fase dos momentos para a explicação do mecanismo de Pauli [46].	p. 43
3.4	Diagrama do processo de competição evaporação/fissão que acontece no núcleo residual simulado no CRISP. A sequência de cascata é mostrado até a terceira probabilidades de fissão. Figura obtida de [5].	p. 47

- 3.5 Seções de choque absoluta de fotofissão por nucleon como uma função da energia do fóton incidente. (a) ^{208}Pb (b) ^{232}Th (c) ^{238}U e (d) ^{237}Np . Imagem obtida do trabalho de mestrado de Andrade E. [72] p. 48
- 3.6 Representação dos três canais de fissão do modelo de ruptura multimodal, de [37]. O canal *Superlong* (linha tracejada), *Standard I* (linha pontilhada) e *Standard II* (círculos abertos). A soma dos três canais é representada pela curva continua. Os dados experimentais (quadrados sólidos) mostram a distribuição de massa dos fragmentos residuais de uma reação induzida com fótons de Bremsstrahlung num alvo de urânio: γ (50 MeV) + ^{238}U p. 51
- 3.7 Da referência [34] temos as distribuições de massa dos fragmentos de fissão induzida por prótons com energia $E_p = 660$ MeV para os alvos: (a) ^{241}Am (b) ^{238}U , e (c) ^{237}Np . Os símbolos sólidos; quadrado, círculo e triângulo são as seções de choque experimentais em unidades de mb indicados para cada um dos alvos, como uma função da cadeia isobárica A . A linha preta sólida corresponde ao cálculo pelo modelo CRISP e a linha pontilhada dá os resultados de um mínimo sobre chis-quadrados do ajuste dos dados experimentais. p. 54
- 3.8 Da referência [33] temos as distribuições de massa dos fragmentos de fissão induzida por fótons de Bremsstrahlung para os alvos de ^{238}U (a), (c); e ^{232}Th (b) e (d). Rendimentos de massa como uma função de número de massa A em unidades de mb por equivalente quanta ($mb/eq.q$) a $E_{max} = 3500$ MeV (a), (b); e $E_{mx} = 50$ MeV (c), (d). Os símbolos quadrado e círculo são os rendimentos de massa experimentais para em unidades de $mb/eq.q$, indicados para cada um dos alvos. A linha preta sólida corresponde ao cálculo pelo modelo CRISP. . . . p. 55
- 3.9 Da referência [22] é mostrada a distribuição de massa dos produtos de decaimento-binário de fissão induzida por prótons com energia $E_p = 660$ MeV no alvo de ^{238}U . Os círculos representam as seções de choque em mb para o alvo indicado e como uma função de uma cadeia isobárica A e dados extraídos das referências [3, 90, 91]. A linha sólida corresponde ao processo de fissão e a linha tracejada representa os resultados de *deep-spallation*, ambos calculados com o modelo CRISP. Os parâmetros utilizados para a modelagem desse processo são mostrados na referência já mencionada. p. 56

- 4.1 Plataforma *Root Object Browser* que é usado pelo CRISP para mostrar a distribuição de massa, carga, nêutrons e partículas alfa em um processo dado (MultimodalFission, MCEF, MCMC). Aqui é mostrado a distribuição de rendimento de massa *Yield* do núcleo fissionante para o processo de fissão multimodal induzida por fótons de Bremsstrahlung em um alvo de ^{181}Ta a $E_{max} = 3500$ MeV. p. 57
- 4.2 Arquivo INPUT de entrada de dados para o começo da cascata, em uma reação induzida por fótons de Bremsstrahlung em um alvo de ^{181}Ta a uma energia máxima de 50 MeV. p. 58
- 4.3 Gráfico da distribuição do rendimento de massa *Yield*, do núcleo fissionante obtido pelo CRISP, para as energias de 50 MeV [(a) e (c)] e para 3500 MeV [(b) e (d)]. Os casos (a) e (b) corresponde ao processo de fissão e (c) e (d) corresponde ao processo de espalação. A legenda mostra a massa média do processo (Mean), assim como também a raiz quadrática média dos valores de massa (RMS). O número de eventos simulados para a cascata foi de 5×10^6 , e de 5×10^3 para o processo de MCEF. p. 59
- 4.4 Código utilizado para o cálculo da seção de choque dos produtos de fissão e espalação de ^{181}Ta com energias máximas dos fótons incidentes de $E = 50$ e 3500 MeV. p. 61
- 4.5 Tabela de dados para o caso de fissão a 50 MeV: A no intervalo de [72-86], contagens Y, seção de choque de fissão para ^{181}Ta em μb (micro-barn). p. 64
- 4.6 Rendimentos de massa de produtos de fissão induzida por fótons a $E_{\gamma max} = 50$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) [35], cálculo pelo modelo CRISP é dada pela linha tracejada. Dados normalizados do CRISP com os dados experimentais (curva contínua vermelha). p. 65
- 4.7 Rendimentos de massa de produtos de fissão induzida por fótons a $E_{\gamma max} = 3500$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) [35], cálculo pelo modelo CRISP é dada pela linha tracejada. Dados normalizados do CRISP com os dados experimentais (curva contínua vermelha). p. 65

- 4.8 Soma dos rendimentos de massa dos produtos de fissão e espalação induzida por fótons a $E_{\gamma max} = 50$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) [35], cálculo pelo modelo CRISP para fissão é dada pela curva de linha pontilhada, e para espalação é dada pela curva em linha tracejada (de cor vermelha). Em ambos casos de fissão e espalação estão normalizados pelo mesmo fator de $K=5.0$ p. 66
- 4.9 Soma dos rendimentos de massa de produtos de fissão e espalação induzida por fótons a $E_{\gamma max} = 3500$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) obtidos de [92], cálculo pelo modelo CRISP (normalizado) para fissão é dada pela curva de linha pontilhada, e para espalação é dada pela curva em linha tracejada. A curva vermelha representa a soma dos resultados dos rendimentos de fissão e espalação. Em ambos casos de fissão e espalação estão normalizados pelo mesmo fator de $K=6.5$ p. 67
- 4.10 Rendimento de massa total de fissão+espalação para $E_{\gamma max} = 3500$ MeV calculados com o modelo CRISP e fazendo alterações no fator Σ : (a) $\Sigma = 0.9$, (b) $\Sigma = 0.7$, (c) $\Sigma = 0.5$, (d) $\Sigma = 0.3$, (e) $\Sigma = 0.1$, (f) $\Sigma = 0.0$. O número de casos simulados para a cascata foi de 5×10^6 , e de 2×10^2 para o processo de MCEF. p. 69
- 4.11 Gráfico da distribuição do rendimento de massa *Yield*, para o processo de fissão (a) e espalação (b) em um alvo de ^{208}Pb induzido por prótons a $E_p = 1000$ MeV. A legenda mostra a massa média do processo (Mean), assim como também a raiz quadrática média dos valores de massa (RMS). O número de eventos simulados para a cascata foi de 5×10^3 , e de 1×10^3 para o processo de MCEF. p. 71
- 4.12 Tabela de dados: A, contagens Y, seção de choque de fissão para ^{208}Pb em μb para o processo de fissão (a) e espalação (b). p. 72
- 4.13 Distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 1000$ MeV em ^{208}Pb : dados experimentais (■) [44]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (linha tracejada). Resultado do CRISP normalizado com os dados experimentais (curva contínua vermelha). p. 73
- 4.14 Distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 1000$ MeV em ^{208}Pb : dados experimentais (■) [44]. Cálculo pelo modelo CRISP é dada pela curva sólida vermelha. Cálculo pelo modelo MCNPX-Bertini [26] é dada pela curva sólida azul. p. 74

- 4.15 Distribuições de massa de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 660$ MeV em ^{238}U : dados experimentais (■) [3, 91]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (curva contínua vermelha). p. 77
- 4.16 Gráfico da distribuição do rendimento de massa *Yield*, para o processo de fissão (a) e espalação (b), em um alvo de ^{238}U com prótons induzidos a $E_p = 660$ MeV. A legenda mostra a massa média do processo (Mean), assim como também a raiz quadrática média dos valores de massa (RMS). O número de eventos simulados para a cascata foi de 5×10^3 , e de 2×10^3 para o processo de MCEF. p. 79
- 4.17 Tabela de dados: A no intervalo [48-61], contagens Y, seção de choque de fissão para ^{238}U em μb (micro-barn) para o processo de fissão. p. 80
- 4.18 Distribuição de massa de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 660$ MeV em ^{238}U : dados experimentais (■) [3, 91]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (curva contínua vermelha). p. 81
- 4.19 Tabela de dados: A no intervalo de [82 - 96], contagens Y, seção de choque dos fragmentos de fissão em μb , para a reação: $d(1\text{GeV}) + ^{208}\text{Pb}$ p. 83
- 4.20 Distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por dêuterons a $E_d = 1$ GeV em ^{208}Pb : dados experimentais (■) [96]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (linha tracejada). Resultado do CRISP normalizado com os dados experimentais (curva contínua vermelha). p. 84
- 4.21 Distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por dêuterons a $E_d = 1$ GeV em ^{208}Pb : dados experimentais (■) [96]. Resultado do CRISP para fissão (linha tracejada). Resultado do CRISP para espalação (linha pontilhada). Soma total dos resultados obtidos pelo modelo CRISP (curva contínua). p. 85
- 4.22 Distribuição de massa de produtos de fissão e espalação induzida por dêuterons a $E_d = 4.4$ GeV em um alvo de ^{197}Au em unidades de mb : dados experimentais (■) [97], cálculo pelo modelo CRISP em linha tracejada (azul), dados obtidos do modelo de Botvina em linha pontilhada (preto) [102]. p. 86

- 4.23 Distribuição de massa de produtos de fissão e espalação (mb), induzida por dêuterons a $E_d = 4.4$ GeV em um alvo de ^{197}Au : dados experimentais (■) [97], cálculo pelo modelo CRISP em linha tracejada (azul), aqui foi considerando apenas 9% do resultado do CRISP (para fissão e espalação). Dados obtidos do modelo de Botvina é mostrada em linha pontilhada (preto) [102]. A soma dos resultados do CRISP e de Botvina são mostrados na curva contínua vermelha. . p. 87

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros para os cálculos de distribuições de massa da referência [34]	p. 54
4.1	Valores dos parâmetros para o cálculo da distribuição de massa de fissão para a reação: $^{181}\text{Ta} + \gamma$. Parâmetros experimentais de [35].	p. 63
4.2	Valores dos parâmetros do cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $p(1000 \text{ MeV}) + ^{208}\text{Pb}$	p. 70
4.3	Valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $p(660 \text{ MeV}) + ^{238}\text{U}$	p. 76
4.4	Valores dos parâmetros do cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $p(660 \text{ MeV}) + ^{238}\text{U}$	p. 78
4.5	Valores dos parâmetros do cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $d(1 \text{ GeV MeV}) + ^{208}\text{Pb}$	p. 82

1 *Introdução*

Diversos grupos de pesquisa e instituições internacionais tem dedicado muita atenção ao estudo de reações nucleares em energias intermediárias e altas já que envolve um grande número de fenômenos físicos, como é o processo de *spallation* [1]. Este termo foi originalmente utilizado para descrever uma reação nuclear onde o núcleo alvo era quebrado em vários fragmentos induzidos por prótons energéticos. Existem vários aspectos das reações nucleares que são descritos com base em tratamentos estatísticos como por exemplo em reações de baixa energia (alguns MeV), o decaimento do núcleo composto se dá através da evaporação de nucleons, em um processo descrito estatisticamente por Weiskopf [2]. Para energias um pouco maiores (dezenas de MeV) há maior probabilidade do núcleo fissionar, e a distribuição de massa dos fragmentos também pode ser descrita em termos estatísticos usando o chamado modelo multimodal [3]. A descrição desses sistemas nucleares excitados por ferramentas estatísticas é fundamental para o sucesso do método de Monte Carlo [4] na simulação de reações nucleares [5–8]. As características gerais das reações nucleares são compatíveis à aplicação do método Monte Carlo, já que temos um grande número de processos ocorrendo simultaneamente e que são escolhidos aleatoriamente, base fundamental do método de Monte Carlo onde a decisão de cada passo é tomada em base estocástica. O uso do método de Monte Carlo tem historicamente levado a resultados interessantes no entendimento dos processos nucleares e aplicações em situações práticas, como a previsão de comportamento de reatores nucleares, controle e manipulação de radiação, produção de materiais devido à radiação, dosimetria e medicina nuclear [9].

O cálculo da seção de choque de fissão e espalação dentro de diferentes modelos e a sua comparação com dados experimentais fornece uma oportunidade para avaliar a validade de vários mecanismos de foto-absorção ou de interação nucleon-nucleon, bem como para investigar as características de processos que ocorrem em reações induzidas por diferentes testes. As propriedades que podem ser utilizados para comparar os cálculos com

os dados experimentais são a distribuição de carga e de massa dos fragmentos, a dependência energética da seção de choque de fissão e a proporção de componentes simétricos e assimétricos dos produtos de fissão. Talvez o observável mais importante do processo é a distribuição de massa dos produtos resultantes já que proporciona a probabilidade dos produtos como uma função da massa, mostrando que tipo de elementos são mais prováveis aparecer em uma determinada reação de *spallation*.

A reação de Spallation é uma reação nuclear conhecida que consiste em uma interação de prótons, fótons ou nêutrons com um núcleo atômico. *Spallation* é um processo no qual os fragmentos do material (“Spal”) são ejetados do corpo devido impacto ou tensão. Neste trabalho utilizaremos este termo em inglês tendo em vista que é frequentemente utilizada pela comunidade científica. A tradução em português, “espalação” vai ser considerado como o processo no qual um núcleo pesado emite um grande número de nucleons devido ao impacto de uma partícula de alta energia, isto é, uma combinação dos processos da cascata e evaporação de nucleons. A energia inicial das partículas varia entre algumas centenas de MeV até poucos GeV por núcleo. Este processo de *spallation* em uma primeira descrição pode ser dividida em duas fases. A primeira é chamada de cascata intranuclear, onde a partícula incidente efetua múltiplos espalhamentos com os nucleons do núcleo ($T \sim 10^{-22}s$). Posteriormente segue a segunda fase, a qual é dividida em dois modos de desexcitação. O primeiro modo é denominado evaporação, que é o canal de desexcitação o qual envolve a dissipação de energia por meio de emissão de partículas secundárias (nêutrons, prótons, partículas alfa) do núcleo excitado. O segundo modo de desexcitação é o processo de fissão que é a quebra do núcleo instável em dois núcleos menores pelo bombardeamento de um tipo de partículas ($T \sim 10^{-16}s$). Temos atualmente alguns modelos teóricos que descrevem esses fenômenos, como por exemplo os modelos de Bertini [10] e Cugnon [11] que são utilizados na descrição da cascata intranuclear. No processo de desexcitação, o modo de evaporação é descrito por modelos baseados no modelo de Weisskopf [2] e o clássico modelo Bohr/Wheeler [12] para fissão. Todos estes modelos serão brevemente descritos no próximo capítulo.

No Brasil, colaboradores pertencentes aos grupos de Física Nuclear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP) e do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) desenvolveram modelos teóricos para simulação de reações de *spallation*. Estes modelos teóricos foram incorporados a um programa denominado CRISP (Colaboração Rio-São Paulo) [5, 13, 14], que é uma evolução dos modelos já desenvolvidos anterior-

mente pelos grupos de Física Nuclear do Rio de Janeiro e de São Paulo. O CRISP une os modelos MCMC (Monte Carlo Multicolisional) [15] e MCEF (Monte Carlo para Evaporação e Fissão) [16], que simulam, respectivamente, a cascata intranuclear e os processos de competição de fissão e evaporação nuclear. Na descrição do modelo de cascata no CRISP considera uma densidade nucleônica homogênea em uma esfera (o núcleo como uma esfera), os nucleons estão confinados em um poço esférico. Dentro desta esfera os nucleons estão em posições escolhidas de forma aleatória, e a distribuição dos momentos são escolhidos de acordo com o modelo de gás de Fermi [17, apêndice A] confinado no poço. Com estas hipóteses inicia-se a cascata, usando um tratamento semi-clássico para todas as partículas as quais são seguidas durante a evolução temporal da reação. A interface entre o MCMC e MCEF é feito por uma rotina simples que utiliza valores de massa, número atômico e energia de excitação do núcleo obtido no final do processo de análise de MCMC, e transfere como uma entrada INPUT para o modelo MCEF, o qual executa o processo de competição evaporação/fissão.

Diversos trabalhos já foram desenvolvidos mediante o uso do modelo de Monte Carlo, CRISP, e que vem sendo aperfeiçoado e melhorado constantemente nos últimos anos. Dentro da análise realizado com o CRISP, temos as reações induzidas por fótons [18–20], prótons [1, 21, 22] e elétrons [23, 24] em núcleos com número de massa $12 \leq A \leq 240$, e energias acima de ~ 50 MeV [5, 16, 18–20]. As reações induzidas por dêuterons não tem sido estudado com o CRISP e neste trabalho mostraremos alguns resultados de reações induzidas com dêuterons em núcleos pré-actínídeos ($A \approx 180 - 220$). A reação de spallation tem sido estudada por diversos autores utilizando o método de Monte Carlo para sua descrição [1, 17, 25–27]. Esta reação foi estudada usando o modelo CRISP [28–30] para o estudo de Reatores Híbridos ADS (da sigla em inglês Accelerator Driven System) [29, 30], estudo que ainda esta em fase de pesquisa. O desenvolvimento do estudo destes reatores tem sido proposto como alternativa aos reatores tradicionais e é de grande importância na atualidade já que é considerado como dispositivos promissores para a transmutação de resíduos nucleares, possibilitando a transmutação do lixo de reatores tradicionais em elementos com uma menor vida-media [31].

O processo de fissão nuclear é uma das reações mais estudadas desde o século passado e na atualidade [12, 18, 32]. Diversos trabalhos foram feitos usando o modelo CRISP para o processo de fissão induzida por prótons e fótons(fotofissão) a energias intermediárias e altas [19, 33–35]. Para a obtenção da distribuição dos fragmentos de fissão o CRISP conta

com um modelo baseado na parametrização multimodal de fissão [3,36,37]. Este modelo multimodal usa certos parâmetros como K_i , σ_i , e D_i que são a contribuição, dispersão e parâmetros de posição da função Gaussiana i th [33], que simula os processos chamados de fissão simétrica e assimétrica [38,39] que são predominantes em altas e baixas energias respectivamente. A chamada fissão superassimétrica [40] também é utilizada pelo modelo CRISP fazendo um reajuste no modelo multimodal [22]. Este modelo de fissão superassimétrica será utilizada quando os modelos de fissão simétrica e assimétrica não são suficientes para uma correta simulação da distribuição de massa de produtos residuais.

A fissão induzida com prótons é importante já que envolve problemas fundamentais, como a interação nucleon-nucleon, e as propriedades do núcleo em varias condições de excitação. Neste processo de fissão, o nucleon incidente (próton ou nêutron) que tem um grande momento angular, colide com um único nucleon na superfície do núcleo através de uma interação nucleon-nucleon. Já no processo de fotofissão, a energia intermediária, o fóton interage eletromagneticamente com o núcleo através de 3 principais processos: ressonância de dipolo gigante, mecanismo de quase-dêuteron (QDM), e ressonância Δ que são características pelo comprimento de onda do fóton incidente. Para núcleos pré-actinídeos, na fotofissão, os processos de quase-dêuteron e ressonância Δ são especialmente importantes devido a que tem um alto umbral de fissão (> 20 MeV) que suprime o canal de dipolo ressonante. Assim o fóton com uma energia maior de 20 MeV vê todos os nucleons dentro do núcleo de forma idêntica e interage com um par de nucleon-nucleon ou um nucleon individual transferindo sua energia cinética efetiva ao núcleo mas com um momento angular pequeno. Na análise de experimentos com fótons de Bremsstrahlung, o cálculo do rendimento total de fotofissão leva em conta as contribuições de diferentes modos de interação somando ao longo de todo o espectro de fótons [33,35].

Neste trabalho estudamos os processos de fissão e evaporação em alguns núcleos actinídeos (Th, U, Np) e pré-actinídeos ($A \approx 180 - 220$) induzidos por fótons, prótons e dêuterons em energias intermediárias. Mostraremos aqui os resultados obtidos usando o modelo CRISP da distribuição de massa dos fragmentos residuais para os processos de fotofissão e evaporação dos fragmentos em um alvo de ^{181}Ta , induzida por fótons de Bremsstrahlung com energia máximas (*endpoint*) de 50 e 3500 MeV; e sua respectiva comparação com os dados experimentais [35]. Mostraremos também os resultados calculados do CRISP da distribuição de massa dos fragmentos de fissão e evaporação da reação induzida por prótons em alvos de ^{238}U e ^{208}Pb . Para tal fim é preciso usar os tipos de fis-

são simétrica, assimétrica e superassimétrica que estão implementadas no modelo usado. Também serão mostrados as distribuições de massa dos fragmentos residuais do processo de fissão e evaporação da reação induzida por dêuterons em alvos de ^{197}Au e ^{208}Pb .

Também são conhecidos o uso de outros modelos para simulações de reações de *spallation* como por exemplo High Energy Transport Code (*HETC*) [41], Los Alamos High Energy Transport Code (*LAHET*) [42], Monte Carlo N-Particle eXtended (*MCNPX*) [43], trabalhos feitos com esses modelos foram desenvolvidos por Baylac-Domengetroy [26] para análise de reações de spallation induzidas por próton em um alvo de chumbo e bismuto. Um dos resultados obtidos em nosso trabalho é a comparação de produção de núclídeos residuais de fissão e evaporação usando o modelo CRISP com o trabalho de Baylac-Domengetroy, que usou o modelo MCNPX-Bertini [26], em uma reação de 1 A GeV $^{208}\text{Pb} + p$ (p : prótons). Os dados experimentais desta reação tem sido realizada recentemente no GSI Darmstadt na Alemanha [44] e serão comparados também com os resultados obtidos no CRISP e MCNPX-Bertini para sua respectiva análise.

1.1 Objetivos

Reproduzir a distribuição de massa dos produtos residuais de fissão e espalação utilizando o modelo CRISP, assim como também a comparação destes valores calculados com os dados experimentais obtidos por diferentes grupos de pesquisa. E a subsequente compreensão da física dos processos e a análise dos resultados. Estas reações foram induzidas por fótons, prótons e dêuterons a energias intermediárias em núcleos actinídeos e pré-actinídeos.

Portanto, de maneira mais específica para as reações estudadas se objetivou:

- Comparar os resultados calculados da distribuição de massa dos modelos CRISP e MCNPX-Bertini para os processo de fissão e espalação em chumbo e induzida por prótons a 1 GeV, e a comparação dos resultados obtidos destes modelos com os dados experimentais.
- A análise da distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação em uma reação com fótons de Bremsstrahlung em um alvo de tântalo.
- A análise da distribuição de massa utilizando o modelo multimodal incluindo a fissão superassimetica em uma reação de urânio com prótons a 660 MeV

O estudo de reações induzidas por dêuterons em alvos de chumbo e ouro também foram parte dos objetivos deste trabalho. Todas as reações estudadas no presente trabalho são apresentados a seguir:

- A reação com fótons de Bremsstrahlung γ : $^{181}\text{Ta} + \gamma$ (*bremss*), com energias máximas (*endpoint*) de 50 e 3500 MeV.
- As reações com prótons: $^{238}\text{U} + \text{p}$ (660 MeV) e 1 A GeV $^{208}\text{Pb} + \text{p}$.
- As reações induzidas com dêuterons: $^{208}\text{Pb} + \text{d}$ (1GeV) e $^{197}\text{Au} + \text{d}$ (4.4 GeV).

2 *Fundamento teórico*

Neste capítulo serão apresentados os conceitos e modelos físicos necessários para o entendimento das reações de *spallation* e dos processos de fissão e evaporação envolvidos.

2.1 Reações nucleares a energias intermediárias

Consideramos regiões de energias intermediárias aquelas em que a energia total do processo primário (primeira interação da partícula incidente com o núcleo, decaimento de uma partícula dentro do núcleo) está na faixa entre dezenas de MeV e dezenas de GeV. Nesta região o processo primário pode ser visto como a interação entre uma partícula externa ao núcleo e um nucleon ou *cluster* de nucleons (e.g. quase-dêuteron). Nesta faixa de energia a reação nuclear é compreendida em termos de duas fases distintas segundo proposto por Bohr [12]: a fase rápida ou cascata intranuclear, que segue à interação primária; a evaporação nuclear, que segue a partir da formação do núcleo residual formado ao final da cascata intranuclear. Diversos trabalhos foram feitos para desenvolver estes processos na área de simulação usando o método Monte Carlo e têm apresentado bons resultados. Baylac-Domengetroy [26] utilizou diversos modelos de simulação destes processos, como por exemplo o High Energy Transport Code (*HETC*) [41], Los Alamos High Energy Transport Code (*LAHET*) [42], Monte Carlo N-Particle eXtended (*MCNPX*) [43]. No Brasil tem sido desenvolvido nos últimos anos o modelo CRISP (Colaboração Rio - São Paulo) [13], que utiliza o método de Monte Carlo para simular processos de reações nucleares a intermediárias e altas energias. Neste trabalho usaremos esse modelo como ferramenta principal.

Uma das maneiras mais importantes para estudar as propriedades de um núcleo é provocar uma interação deste com um projétil devidamente escolhido e, em seguida, analisar as propriedades dos elementos formados após a interação. Segundo K. C. Chung [45], uma colisão nuclear, usualmente, apresenta no estágio inicial um núcleo–projétil *a* em

um certo estado quântico α (energia, momento angular, paridade, etc), incidindo sobre um núcleo alvo A em um certo estado quântico α' . Nas situações simples temos resultados de espalhamento elástico se os núcleos preservam os seus respectivos estados quânticos durante a colisão; e espalhamento inelásticos onde o núcleo alvo muda de estado quântico β' diferente ao original. Em geral, se a colisão produzir dois ou mais componentes finais, em que pelo menos um deles é diferente dos componentes originais, representando uma reação nuclear do tipo:

$$a_{\alpha} + A_{\alpha'} \rightarrow b_{\beta} + B_{\beta'} + \dots \quad (2.1)$$

2.2 Descrição geral de uma reação de “Spallation”

A reação de *spallation* [17] consiste de uma reação nuclear na qual uma partícula incidente como por exemplo um hádron (próton ou nêutron) ou fóton com energia E ($E \sim 50 \text{ MeV} - 2 \text{ GeV}$) interage com os nucleons no núcleo atômico gerando um processo que pode ser dividido em duas fases. Cabe notar que nesta faixa de energia considerada, o comprimento de onda da partícula incidente (λ) é da ordem da distância entre os nucleons do núcleo e portanto a interação se dá nucleon a nucleon ou no caso de fóton a interação ocorre com um par nucleon-nucleon ou um nucleon individual dentro do núcleo. Inicialmente no processo de *spallation*, temos o estágio denominado cascata intranuclear, onde a partícula incidente realiza espalhamento múltiplos com os nucleons do núcleo, depositando parte de sua energia no núcleo, e partículas secundárias também são emitidas pelo núcleo ($T \sim 10^{-22} \text{ s}$).

Posteriormente, no estágio denominado evaporação que é um canal de desexcitação que envolve a dissipação de energia através da emissão de partículas secundárias (nucleons ou núcleos leves como partículas alfa, dêuterons) do núcleo excitado, o segundo modo de desexcitação importante é a fissão ($T \sim 10^{-16} \text{ s}$). Em resumo, a reação resulta na emissão de uma serie de partículas secundárias, que são emitidas durante a evolução temporal da reação [46]. Na figura 2.1 se ilustra esquematicamente este processo da reação nuclear na qual um próton com uma dada energia interage com um núcleo atômico dando início à cascata intranuclear, formando um núcleo excitado que se estabiliza através da evaporação formando um resíduo de espalação ou produtos de fissão.

Figura 2.1: Mecanismo de *spallation* [imagem obtida do site da International Atomic energy Agency <https://www-nds.iaea.org/spallations/>.]

2.2.1 Os modos de desexcitação

Quando a cascata intranuclear for concluído e o último nucleon tenha sido ejetado, o núcleo é deixado em um estado excitado, a desexcitação do núcleo residual pode proceder de duas maneiras principais: evaporação e fissão. A duração típica do processo de desexcitação é 10^{-16} s . A evaporação é o modo de desexcitação dedicado para núcleos não físeis ou núcleos dificilmente físeis que tenham sido excitados acima da energia necessária para a separação de um nêutron. Neste processo o núcleo emite nucleons ou núcleos leves, tais como: D , T , He^3 , partículas α , Li , Be . Fissão é o segundo canal de desexcitação e durante este processo, o núcleo muda sua forma para alcançar em primeiro lugar o chamado ponto de sela na qual a fissão vai acontecer, em seguida, um segundo ponto, o ponto de cisão (a palavra “cisão” expressa movimento violento um pouco melhor do que “fissão”, e assim nós chamamos neste parte do trabalho de “cisão nuclear, [36] .), na qual o núcleo é dividido em dois fragmentos com massas diferentes.

O núcleo emite partículas até que sua energia de excitação fica abaixo da energia de ligação do último nucleon, e neste estado, cerca de 8 MeV de energia é remanescente. Tendo em conta que durante a desexcitação do núcleo, a emissão de fótons como radiação gama também é possível, assim essa energia remanescente será emitida fora do núcleo por radiação gama. As emissões gama não significam que o processo de desexcitação é o final

do processo mas por uma questão de fato, o núcleo resultante após decaimento gama é frequentemente um radioisótopo (isótopo radiativo) que decairá até um núcleo estável.

2.2.2 *Spallation*, fissão e multi-fragmentação

Temos mencionado que para energias intermediárias e altas (~ 40 MeV e 4 GeV), a reação nuclear pode ser entendida como um processo com duas etapas, a primeira chamada a cascata intranuclear, e a segunda fase que tem lugar a competição entre a evaporação e processo de fissão. No primeiro processo, cascata intranuclear, a energia e o momento da partícula incidente é distribuído entre alguns nucleons por meio de reações baryon–baryon que são principalmente elásticos, esta etapa termina quando não há nucleons com energia cinética suficientemente alta para que possa escapar da ligação nuclear, já posteriormente as colisões entre os nucleons levam apenas à termalização do sistema. O segundo passo depende da excitação do núcleo residual formada no final da cascata intranuclear, neste caso se a energia de excitação nuclear $E/A \leq 3$ MeV, a competição estatística entre evaporação e fissão ocorre. Para núcleos pesados ($A > 230$) fissão é o canal dominante, e na maioria dos casos a reação termina com a formação de dois fragmentos [6]. Para o caso de núcleos com $A < 230$, fissão é menos provável, e na maioria dos casos, o núcleo evapora até que não há energia suficiente para a evaporação de alguma partícula (próton, nêutron e partícula alfa são os mais frequentes). Em seguida o produto *spallation* é formado que é caracterizado pela sua massa e número atômico. Para uma energia de excitação maior que 3 MeV por nucleon, um processo totalmente diferente pode ocorrer, a multi-fragmentação nuclear [6, 47–49], este processo é muito mais rápido do que a concorrência de evaporação/fissão, e caracteriza-se pela produção simultânea de um grande número de fragmentos com massas e números atômicos diferentes.

Hüfner em 1985 propôs uma classificação dos diferentes tipos de interação encontrados em colisões nucleares (próton-núcleo, núcleo-núcleo) [50]. Fragmentos pesados podem ser formados por *spallation* (incluindo *deep spallation*), fissão ou multi-fragmentação. A figura 2.2, mostra os diferentes mecanismos em um diagrama de multiplicidade (m) de núcleos pesados versus a massa dos fragmentos. *Spallation* conduz os fragmentos cuja massa é próxima à massa do alvo A_T e apenas um fragmento pesado é observada ($m = 1$). A fissão é definido como um processo que conduz a duas massas de fragmentos com massas próximas de $A \approx \frac{A_T}{2}$, este processo compreende a bem conhecida fissão térmica e fissão violenta. O processo que conduz os fragmentos com $A \leq 50$ é chamada de multi-

Figura 2.2: Diagrama de classificação de *spallation* (e *deep spallation*), fissão e multi-fragmentação em um campo de multiplicidade de fragmentos pesados contra a massa do fragmento, segundo Hüfner [50].

fragmentação (m maior que 2). Note-se que este esquema é válido para $A_T \geq 200$. Para alvos menores a região do meio não aparece e *spallation* é dominante, juntamente com multi-fragmentação. Temos que tomar em conta que nem todos os fragmentos de massa com $50 \leq A \leq 2A_T/3$ são formados por fissão, Hüfner portanto, introduziu a palavra *deep spallation* para outro processo e representar a formação de fragmentos neste intervalo de massa, tendo em conta que neste mecanismo se considera $m = 1$, desde que a região de *deep spallation* pode ser uma continuação de *spallation* no sentido de valores mais baixos de A .

A seção de choque para produzir um fragmento do núcleo com número de massa A é chamada de rendimento de massa e é denotada por $\sigma(A)$, o qual depende do alvo Z_T , A_T , do projétil Z_P , A_P e da sua energia cinética E_P : $\sigma(A; A_P, A_T, E_P)$. Aqui vamos discutir algumas dependências da curva do rendimento de massa $\sigma(A; A_P, A_T, E_P)$ para isso mostraremos alguns exemplos particularmente instrutivos, a fim de discutir as características.

Primeiro mostramos a figura 2.3 do trabalho de Morrissey, et al. [52]. Para a reação $p\text{-}^{197}\text{Au}$ a 340 MeV podemos observar que para massas $A \geq 120$ (regime de *spallation*) o rendimento de massa é bastante amplo e o regime do meio é pequeno em seção de choque e claramente apresenta um pico de fissão em torno de $A_T/2$, aqui também a multi-fragmentação é ausente. Para a reação $p\text{-Ta}$ a 5.7 GeV temos uma curva de rendimento em massa com a ideia habitual de tentar identificar cada região do processo (*spallation*, fissão e multi-fragmentação), devido a *spallation*, e outro devido a fissão, temos assim

Figura 2.3: Diferenças no rendimento de massa de produtos residuais (*product mass yield*) $\sigma(A)$, para a reação $p + {}^{181}\text{Ta}$, obtido como uma função da energia incidente de prótons, dos trabalhos de Nervik e Seaborg (340 MeV) [27] e Grover (5.7 GeV) [51]. Figura obtida de Morrissey, et al. [52].

na figura 2.3 uma ambiguidade aparente. Se a distribuição de rendimento de massa total pode realmente ser descrita principalmente como a soma de uma distribuição muito ampla de *spallation* e muito plana de fissão, as duas distribuições se sobrepõem extensivamente. Nesta figura 2.3 o “ombro” perto à massa $A \approx 140$ poderia mostrar a transição de *spallation*-fissão com uma certa declinação da curva enquanto que a presença de um pico muito superficial de fissão entre $A \approx 50$ e $A \approx 100$ é também mostrada.

Para alvos com números de massa bem abaixo de $A \approx 230$ se espera que a maior parte dos produtos de reação sejam da *spallation*, a qual é uma combinação dos processos da cascata e evaporação de nucleons. Como é mencionado em Morrissey, et al. [52] para energias incidentes na faixa $100 < E < 500$ MeV os produtos de *spallation* formam uma distribuição de rendimento de massa característica que exhibe um máximo para produtos com números de massa perto do alvo e diminuindo de forma constante e rapidamente, muitas vezes ao longo de várias ordens de magnitude, com a diminuição do número de massa do produto. Para alvos com número de massa e energia incidente não muito baixas (por exemplo, como alvos tão pesados como a prata e com energias incidentes acima

de 0.3 GeV) uma zona especial de produtos é claramente distinguível apenas abaixo da região de *spallation*, a chamada zona de fissão. Na curva de rendimentos de massa, essa zona de produtos de fissão é geralmente caracterizado por um máximo mais ou menos distinguível aparecendo em um número de massa um pouco menor que a metade do número de massa do alvo (como é mostrado na figura 2.3, no caso da energia de 340 MeV).

Figura 2.4: Curvas de rendimento de massa de fotofissão para ^{197}Au e ^{209}Bi a $E = 1000$ MeV, por círculos e quadrados abertos para ^{197}Au e ^{209}Bi , respectivamente. As distribuições dos rendimentos de massa são reproduzidos por funções de Gauss, como é mostrado na figura pelas curvas sólida e tracejada para ^{197}Au e ^{209}Bi , respectivamente. [53]. Os resultados do modelo PICA3/GEM são mostrados nos mesmos símbolos (círculos e quadrados) de cor preto.

Mostramos agora resultados de um processo de fotofissão com fótons de Bremsstrahlung em um alvo de Au e Bi, estudado por H. Haba et al. [53]. A figura 2.4 mostra os rendimentos totais obtidos (*total chain yield*) para ^{197}Au e ^{209}Bi em uma energia máxima de $E_0 = 1000$ MeV e como uma função da massa A , por círculos e quadrados abertos para ^{197}Au e ^{209}Bi , respectivamente. Estas distribuições dos rendimentos de massa são bem reproduzidos por uma função de Gauss, como é mostrado na figura 2.4 pelas curvas sólida e tracejada para ^{197}Au e ^{209}Bi , respectivamente. Também são mostrados os rendimentos de massa calculados pelo modelo de evaporação generalizado (PICA3/GEM) [54] em $E_0 = 1000$ MeV e que são comparadas na figura 2.4 por os mesmos símbolos fechados de cor preto. Aqui é mostrado também uma distribuição de rendimento de massa simétrica.

2.3 A Cascata Intranuclear

2.3.1 O modelo de Cascata Intranuclear

Proposto pela primeira vez por Serber [55], o modelo de cascata intranuclear, é usado para descrever a interação entre hádrons de altas e intermediárias energias (píons, prótons, antiprótons ...) ou núcleos leves com um núcleo alvo. O núcleo é considerada sob um ponto de vista estatístico. Quando o núcleo está em repouso, é considerado como um gás de *Fermi degenerado* à temperatura zero [10]. Todas as partículas que são espalhadas ou produzidas durante a cascata são tratados no campo da mecânica clássica, que são definidos pela sua velocidade e a sua posição. Cada espalhamento que conduz a um nível de energia já ocupada é proibida porque os nucleons são férmions. De fato, apenas um férmion pode ocupar um determinado estado de acordo com o princípio de exclusão de Pauli.

Existem dois métodos principais para descrever a cascata intra-nuclear [26]. Na primeira aproximação (aproximação de Bertini [10]), a entrada de partículas atinge o material alvo (núcleos de alvo) que é considerada como um meio contínuo. As partículas têm um caminho livre médio específico $\lambda = (\rho\sigma)^{-1}$ neste meio (isto é dentro de um núcleo alvo). Depois de cada interação dentro do núcleo uma partícula é espalhada com um nucleon com que ele troca de energia. Na segunda aproximação (aproximação de Cugnon, [11]), a partícula de entrada é de livre propagação no material alvo (isto é, no interior de um núcleo alvo) até que esteja a uma distância mínima do nucleon d_{min} . A partícula é espalhada se $d_{min} \leq \sqrt{\frac{\sigma_{tot}}{\pi}}$, onde σ_{tot} é a seção de choque total de interação (espalhamento elástico ou inelástico).

Estes modelos para a cascata intranuclear geralmente seguem aos nucleons de maneira clássica e considera o núcleo como um contínuo semelhante ao tratamento dado na difusão de partículas em um meio material. Os modelos de evaporação efetuam a desexcitação do núcleo excitado residual oriundo da fase de cascata fornecendo núcleos em estados energéticos menores. Porém a conexão entre estes dois modelos não é bem clara. Tal conexão dá origem a modelos intermediários, os chamados modelos de pré-equilíbrio [56–58].

Vamos descrever neste trabalho o modelo de Bertini (1963), que apesar de não ser utilizado no CRISP, constitui um dos mais populares na descrição do processo de cascata

intranuclear.

2.3.2 Cascada Intranuclear de Bertini

O modelo de cascata intranuclear de Bertini foi proposto em 1963 e descreve o núcleo de acordo com três zonas esféricas concêntricas, as quais são caracterizadas por uma dada densidade nuclear e um determinado potencial nuclear. A figura 2.5 exemplifica esta construção, com cada região possuindo uma dada densidade nucleônica constante e um dado potencial nuclear característico, o meio é considerado como um contínuo. A razão entre as densidades de prótons e de nêutrons para cada zona é considerado por hipótese constante e igual à razão de prótons e de nêutrons no núcleo [10]. Em outras palavras:

$$\frac{\rho_{n_i}}{\rho_{p_i}} = \frac{\rho_n}{\rho_p} = \frac{N}{Z}, \quad (2.2)$$

Figura 2.5: Divisão de zonas de densidade do núcleo consideradas no modelo de Bertini. Imagem de [17]

O princípio de Pauli é tratado supondo que somente os nucleons produzidos com uma energia maior que o nível de Fermi associado a uma dada zona de densidade são armazenados para a simulação de Monte Carlo. Como o meio é considerado contínuo o critério de colisão usado é o livre caminho médio, que para este caso é dado por:

$$\lambda_i = \frac{A}{\rho \times (Z \times \sigma_{ip} + (A - Z) \times \sigma_{in})} \quad (2.3)$$

onde o índice i , refere-se aos prótons (ip) e nêutrons (in), ρ à densidade de nucleons do núcleo, σ_{pp} , σ_{nn} e σ_{np} são as seções de choque para espalhamento de próton–próton, nêutron–nêutron e próton–nêutron, respectivamente. Este modelo considera também

uma energia de corte (cinética + potencial + massa) segundo Bertini, suas siglas em inglês “*Bertini cut-off Energy*”. Abaixo desta energia a cascata intra-nuclear cessa, dando espaço ao processo de evaporação. A figura 2.6 exemplifica o modelo da cascata de Bertini mostrando o processo dinâmico do nucleon no interior do núcleo como espalhamentos múltiplos e produção de ressonâncias e o posterior decaimento (produção de píons) no desenrolar da cascata.

Figura 2.6: Esquema de cascata de Bertini.

A representação esquemática de um nucleon entrando em uma zona de nova densidade é dada na figura 2.7.

Figura 2.7: Esquema do atravessar de um nucleon em uma superfície separadora das regiões de densidades diferentes.

Onde $\mathbf{e}_r$ e $\mathbf{e}_t$ os vetores unitários normal e tangencial à superfície que separa as regiões, e $p_{i\parallel} = \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{e}_t$ e $p_{i\perp} = \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{e}_r$ as componentes tangencial e perpendicular à superfície

que separa os dois meios, com $i = 1, 2$. Podemos dizer que,

$$p_{1\parallel} - p_{2\parallel} = 0, \quad (2.4)$$

$$p_{1\perp} - p_{2\perp} \neq 0, \quad (2.5)$$

Usando a relação de invariância do quadrimomento $\mathbf{p}_v = \begin{pmatrix} E \\ \mathbf{p} \end{pmatrix}$, $E_1^2 - \mathbf{p}_1^2 = E_2^2 - \mathbf{p}_2^2$, onde é assumido $c = 1$. Temos depois que as condições de contorno do atravessar são,

$$p_{1\parallel} - p_{2\parallel} = 0, \quad (2.6)$$

$$E_1^2 - \mathbf{p}_1^2 = E_2^2 - \mathbf{p}_2^2, \quad (2.7)$$

Como o nucleon pode ser transmitida ou refletida, o ângulo critico de reflexão também pode ser obtido de,

$$\sin(\theta_1) = \frac{p_{1\parallel}}{|\mathbf{p}_1|}, \quad (2.8)$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{p_{2\parallel}}{|\mathbf{p}_2|}, \quad (2.9)$$

usando a equação 2.6, o ângulo de espalhamento é obtido por,

$$\sin(\theta_2) = \frac{|\mathbf{p}_1|}{|\mathbf{p}_2|} \sin(\theta_1), \quad (2.10)$$

Podemos escrever o ângulo de reflexão total do nucleon. Para que a reflexão seja total, quando $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$, assim temos que $p_{1\perp}^2 = E_1^2 - E_2^2$ e $\cos \theta_1^{max} = \frac{p_{1\parallel}}{|\mathbf{p}_1|}$, ou,

$$\cos \theta_1^{max} = \frac{\sqrt{E_1^2 - E_2^2}}{|\mathbf{p}_1|}, \quad (2.11)$$

Agora, a probabilidade de interação entre o projétil e um nucleon do núcleo é estimado. Considere para isso a interação entre dois alvos idênticos, caracterizados por uma

densidade ρ_i e um momento p_i , com $i = 1, 2$ indicando cada uma destas. A probabilidade invariante da interação entre os dois alvos é definida por [59],

$$W_{12} = v_{12}\sigma_{12}\rho_1\rho_2, \quad (2.12)$$

onde v_{12} a velocidade relativa entre as partículas e σ_{12} a seção de choque de interação entre o alvo 1 com momento $\mathbf{p}_1$ com o alvo 2 com momento $\mathbf{p}_2$.

Supondo agora o segundo feixe é composto de partículas com momento de distribuição contínuo, podemos escrever,

$$W_{12} = \rho_1 \int v_{12}(\mathbf{p}_2)\sigma_{12}(\mathbf{p}_2) \frac{d\rho_2}{d\mathbf{p}_2} d\mathbf{p}_2, \quad (2.13)$$

onde o termo $\frac{d}{d\mathbf{p}_2}$ significa o gradiente em relação as coordenadas do vetor $\mathbf{p}_2$. Neste modelo se o feixe 1 representa o feixe de projéteis e o feixe 2 representa o alvo, a distribuição de momento 2 vai ser a distribuição de momento do núcleo alvo. O número de partículas de 1 entrando em 2 na superfície S unitária por unidade de tempo t é $n_1 = \rho_1 v_1 St$, segue daí que a seção de choque de interação é,

$$\omega = \frac{W_{12}}{\rho_1 v_1} = \frac{1}{v_1} \int v_{12}(\mathbf{p}_2)\sigma_{12}(\mathbf{p}_2) \frac{d\rho_2}{d\mathbf{p}_2} d\mathbf{p}_2 = \frac{1}{\lambda}, \quad (2.14)$$

onde v_1 é a velocidade no referencial de laboratório do projétil incidente no núcleo e λ_1 é o livre caminho médio segundo a figura 2.8.

Agora a probabilidade do nucleon interagir no intervalo $[x, x + dx]$ é definida por:

$$dP(x) = \omega \exp(-\omega x) dx, \quad (2.15)$$

A probabilidade de interação em um intervalo $[x, x + dx]$, onde $P(x)$ é a probabilidade do projétil interagir com um nucleon dentro do núcleo após percorrer uma distancia x .

$$P(x) = 1 - e^{(-\omega x)}, \quad (2.16)$$

A seção de choque ω depende da energia e geralmente não é possível de obter-se uma forma fechada para σ_{12} , assim a aproximação numérica seguinte (equação 2.17) é

Figura 2.8: Interação de dois feixes de partículas. No feixe 1, as partículas são caracterizados pela densidade ρ_1 e momento $\mathbf{p}_1$. Em feixe 2, partículas são caracterizadas por ρ_2 e momento $\mathbf{p}_2$. σ_{12} é a seção de choque para a interação entre uma partícula do feixe 1 com momento $\mathbf{p}_1$ e uma partícula do feixe 2 com momento $\mathbf{p}_2$. O termo $(v_{12}t)$ é igual à distância atravessada durante o tempo t e a velocidade v_{12} .

realizada para obter ω .

$$\omega = \frac{1}{v_1} \sum v_{12} \sigma_{12} \frac{d\rho_2}{d\vec{p}_2} \Delta \vec{p}_2, \quad (2.17)$$

O caminho desenvolvido pelo projétil é mostrado segundo a equação 2.16 e a cascata é com isso realizada. Após a cascata intranuclear o núcleo excitado é obtido, e sua energia de excitação é dada por,

$$E^* = \sum_{part=0}^{N_{par}} (\epsilon_{par} - \epsilon_{F_j}) + \sum_{bur=0}^{N_{bur}} (\epsilon_{bur} - \epsilon_{F_j}), \quad (2.18)$$

onde a primeira somatória é a soma das energias cinéticas das partículas produzidas na cascata comparada com a energia de Fermi (ϵ_{F_j}) do meio na qual as partículas se encontram, e o segundo termo é a soma das energias dos buracos criados no meio comparados novamente com a energia de Fermi do meio.

2.4 A desexcitação

2.4.1 Modelo de evaporação

Existem vários modelos de evaporação, o modelo mais utilizado neste tipo de processos é o modelo de Weisskopf [2], outro modelo também é de Hauser-Feshbach [60].

Nesta fase temos que após do processo de cascata intranuclear tem início ao processo de desexcitação chamada de “fase lenta” da reação nuclear onde o núcleo encontra-se com um excesso de energia, e para chegar ao estado de equilíbrio pode liberá-la por alguns processos, como a fissão e emissão de partículas.

O trabalho de Weisskopf, propõe o uso de métodos estatísticos no tratamento de reações nucleares. Aqui as expressões obtidas são para a probabilidade de emissão de nêutrons e partículas carregadas a partir de núcleos pesados. Para chegar às equações é feita uma analogia com a evaporação de um corpo sólido ou líquido a baixas temperaturas.

A aplicação do formalismo quântico para descrever a emissão de partículas por um núcleo pesado, é inviável pois é uma reação entre muitos corpos e traz complicações devido à intensa interação entre os vários constituintes do núcleo. Porém, Bohr [12] em 1936 propõe que na simples troca de energia da reação entre partícula ou quantum de luz com o núcleo, pode-se tirar uma simplificação do curso do processo nuclear, o qual se divide em duas fases, primeiro (i) na formação de um núcleo composto de um estado bem definido onde a energia incidente é compartilhada por todos os componentes do núcleo, e segundo (ii) a desintegração do sistema composto, a qual pode ser tratado independente do primeiro processo. O desenvolvimento da reação nuclear em duas fases levou a conclusões estatísticas que possibilitou uma analogia termodinâmica. Frenkel [61] enfatizou que a energia armazenada no núcleo pode ser comparada com a energia térmica de um corpo sólido ou líquido, de modo que a expulsão de partículas pelo núcleo é análogo a um processo de evaporação. Frenkel também faz aplicar métodos estatísticos de uma forma mais quantitativa dos processos nucleares em que os núcleos pesados são envolvidos aos quais se tornam altamente excitados, como por exemplo, no caso da colisão de nêutrons rápidos com núcleos pesados. Outro fato importante é sob as propriedades individuais de cada estado quântico que podem ser desprezadas, visto que a distância entre os níveis de energia é extremamente pequena, sendo possível obter informação estatística do comportamento destes núcleos.

Agora vamos analisar o estado de um núcleo A quando está excitado por uma energia de excitação E_A , que assumimos seja maior do que a energia de ligação de uma partícula elementar (prótons, nêutrons, α -partículas), a excitação pode ser provocada pela absorção de fótons ou pela colisão de um núcleo com um nêutron, próton ou outra partícula, em que o núcleo composto A é criado. Antes da colisão, a partícula deve ter uma energia cinética $E_A - E_0$, sendo E_0 a energia de ligação. A seção de choque, que é definida como sendo a área em que há probabilidade de interação entre uma partícula incidente e um núcleo alvo, pode ser facilmente determinada. Para que este processo estatístico seja válido a partícula incidente deve ser suficientemente energética (pelo menos 3 MeV para nêutrons incidentes, como é mostrado na equação 2.20) de modo que o comprimento de onda das partículas incidentes é muito menor do que o raio r do núcleo, assim a colisão pode ser descrita classicamente e a seção de choque será da ordem πr^2 .

Consideremos um processo no qual um núcleo excitado $A(E_A)$ decai pela emissão de um nêutron para um núcleo $B(E_B)$,

em uma visão estatística existem diferentes possibilidades para o processo, dependendo dos vários estados excitados do núcleo $B(E_B)$. A energia E_A deve ser muito maior do que a energia de ligação E_0 a qual liga o nêutron do núcleo, de fato existem grande número de níveis de $B(E_B)$ com energia menor do que $E_A - E_0$, sendo esta condição bem cumprida em núcleos pesados (número de massa $A > 100$),

$$E_A - E_0 > 3MeV \quad (2.20)$$

Agora vamos calcular a probabilidade por unidade de tempo $W_n(\epsilon)d\epsilon$ de um núcleo A, excitado por uma energia E_A , emitindo um nêutron com energia cinética entre ϵ e $\epsilon + d\epsilon$, resultando em um núcleo B com energia $E_B = E_A - E_0 - \epsilon$. Entende-se por $W_n(\epsilon)d\epsilon$ a média da probabilidade sob todos os estados excitados de A que se encontram perto de E_A . É claro que a probabilidade $W(\epsilon)d\epsilon$ não tem significado a menos que o intervalo $d\epsilon$ seja escolhido tão grande que há um grande número de níveis do núcleo B, com energias entre E_B e $E_B - d\epsilon$. Para ter uma função contínua $W_n(\epsilon)$ é necessário calcular a média ao longo de um certo número de estados finais. Vamos assumir sempre que o intervalo $d\epsilon$ é muito maior do que a distância entre os níveis dos núcleos nos estados excitados

considerados.

É possível dar uma expressão¹ para $W_n(\varepsilon)d\varepsilon$ como uma função da seção de choque $\sigma(E_A, \varepsilon)$ correspondente a um processo inverso da captura de um nêutron com energia ε por um núcleo $B(E_A - E_0 - \varepsilon)$ produzindo um núcleo composto A, de energia E_A . Tendo em conta também a regra de ouro de Fermi, onde a transição entre os dois processos se relaciona com os módulos quadrados de seus elementos de matrizes, e no caso de processos reversíveis eles são iguais. De modo que a seção de choque de ambos serão proporcionais.

$$W_n(\varepsilon)d\varepsilon = \sigma(E_A, \varepsilon) \frac{gm\varepsilon}{\pi^2\hbar^3} \frac{\omega_B(E_B)}{\omega_A(E_A)} d\varepsilon, \quad (2.21)$$

onde $\omega_A(E)dE$ e $\omega_B(E)dE$ são os números de níveis dos núcleos A e B respectivamente, entre E e $E + dE$. Sendo o valor de E medido no estado fundamental do núcleo em questão, m é a massa da partícula emitida, $\hbar$ é a constante de Plank dividida por 2π e g denota o número de estados de spin da partícula considerada ($g = 2$ para nêutrons e prótons, $g = 1$ para partículas α).

Introduzirmos o logaritmo da densidade de níveis como,

$$S_A(E) = \ln \omega_A(E), \quad S_B(E) = \ln \omega_B(E), \quad (2.22)$$

$S(E)$ corresponde à entropia do núcleo tendo uma energia entre E e $E + dE$, a equação anterior 2.21 pode ser escrita como,

$$W_n(\varepsilon)d\varepsilon = \sigma(E_A, \varepsilon) \cdot \frac{gm\varepsilon}{\pi^2\hbar^3} \cdot e^{S_B(E_A - E_0 - \varepsilon) - S_A(E_A)} d\varepsilon, \quad (2.23)$$

sendo esta a expressão geral para emissão de partículas de massa m , a partir de um sistema que tem uma energia livre E_A e uma densidade de níveis $\omega_A(E)$, é o sistema ex-

¹Para derivar a expressão $W(\varepsilon)d\varepsilon$, considere um núcleo e um nêutron limitados em um volume Ω , a probabilidade por unidade de tempo de um nêutron de energia na faixa $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ e velocidade $v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}$ ser capturado por um núcleo B de energia $E_A - E_0 - \varepsilon$, formando um núcleo A com energia na faixa $[E_A, E_A + d\varepsilon]$, dada por

$$\frac{gm\Omega}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{2m\varepsilon} d\varepsilon,$$

segue daí que

$$W(\varepsilon)d\varepsilon = W_c \frac{\omega_B}{\omega_A} \frac{gm\Omega}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{2m\varepsilon} d\varepsilon,$$

que conduz à equação 2.21

citado com uma densidade de níveis de $\omega_B(E)$. A formula usual para probabilidade de evaporação pode ser derivado da equação 2.23 assumindo que E_A é muito maior que a energia de ligação E_0 e a energia cinética ε , ou seja, $E_A \gg E_0$, $E_A \gg \varepsilon$, e que S_A e S_B as entropias de ambos estados são idênticas, assim: $S_A(E) \approx S_B(E)$. Dadas as condições estabelecidas, é possível expandir o valor da entropia de B em série de Taylor até a primeira ordem, sendo:

$$S_B(E_B \approx E_A - E_0 - \varepsilon) = S_A(E_A) - (E_0 + \varepsilon) \left(\frac{dS_A}{dE} \right) \Big|_{E_A} \quad (2.24)$$

Como consequência da lei da termodinâmica a derivada de S_A pode ser expressada como função da temperatura,

$$\frac{dS_A}{dE} = \frac{1}{T_A(E)}, \quad (2.25)$$

onde $T_A(E)$ é a temperatura à qual a energia mais provável de um corpo A é igual a E em equilíbrio termodinâmico. A temperatura T tem unidades de energia a qual é igual à temperatura ordinária vezes a constante de Boltzman k_B , que no caso de física de partículas ou nuclear tomamos como a unidade. De modo que chegamos à expressão usual que calcula a evaporação

$$W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \sigma(E_A, \varepsilon) \cdot \frac{gm}{\pi^2 \hbar^3} e^{-E_0/T_A(E_A)} \cdot \varepsilon e^{-\varepsilon/T_A(E_A)} d\varepsilon, \quad (2.26)$$

O significado físico de σ no processo de evaporação nuclear pode ser visto colocando $\sigma = q\gamma(E)$, onde q é a seção de choque usual de um corpo vaporizante e $\gamma(\varepsilon) \leq 1$ a razão entre o número de partículas capturadas pelo número de partículas incidentes de energia ε , e a seção de choque elástica de reflexão dada por $q[1 - \gamma(E)]$. Temos que observar que as condições para estabelecer a equação 2.26 não é possível já que em particular E_0 não é pequena em comparação com E_A , mas é possível levar a equação 2.24 a uma expressão semelhante a 2.26, assumindo que $\varepsilon \ll E_A - E_0$, assim temos,

$$S_B(E_A - E_0 - \varepsilon) = S_B(E_A - E_0) - \varepsilon / (T_B(E_A - E_0)) - f(\varepsilon), \quad (2.27)$$

assim como em 2.25, definimos

$$1/T_B(E) = dS_B/dE, \quad (2.28)$$

onde T_B é a temperatura na qual E é a mais provável energia do núcleo B em equilíbrio termodinâmico. $f(\varepsilon)$ contém todos os outros termos de desenvolvimento, temos,

$$W_n(\varepsilon)d\varepsilon = \sigma(E_A, \varepsilon) \cdot \frac{gm}{\pi^2 \hbar^3} e^{S_B(E_A-E_0)-S_A(E_A)} \cdot \varepsilon e^{-\varepsilon/T_B(E_A-E_0)} \cdot e^{-f(\varepsilon)} d\varepsilon, \quad (2.29)$$

Definindo a largura de decaimento do nêutron como a probabilidade de emissão do nêutron por um fator multiplicativo $\hbar$,

$$\Gamma_n = \hbar \int W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \bar{\sigma} \cdot \frac{gm}{\pi^2 \hbar^2} \cdot T_B^2(E_A - E_0) \cdot e^{S_B(E_A-E_0)-S_A(E_A)}, \quad (2.30)$$

Onde $\bar{\sigma}$ é o valor médio da seção de choque corrigida $\sigma(E_A, E)e^{-f(E)}$ calculado sobre uma distribuição de Maxwell, isto é,

$$\bar{\sigma} = \frac{\int \varepsilon \sigma(E_A, \varepsilon) e^{-\varepsilon/T_B - f(\varepsilon)} d\varepsilon}{\int \varepsilon e^{-\varepsilon/T_B} d\varepsilon} \quad (2.31)$$

A análise do comportamento do termo $f(\varepsilon)$ pode ser verificada no trabalho original de Weisskopf [2].

As fórmulas derivadas acima podem ser aplicados para a emissão das partículas carregadas (prótons, α -partículas). Tendo em conta que o campo de Coulomb tem uma forte influência sobre a seção transversal $\sigma(E_A, \varepsilon)$ para o processo inverso, porque repele e deflete as partículas carregada incidentes. Weisskopf fazendo a consideração clássica de que qualquer partícula incidente é absorvida, assim a seção de choque pode ser escrito como,

$$\sigma(E_A, \varepsilon_x) = \begin{cases} 0 & \text{si } \varepsilon_x < V_{Coulomb} \\ \sigma_0(1 - \frac{V}{\varepsilon_x}) & \text{si } \varepsilon_x \geq V_{Coulomb} \end{cases} \quad (2.32)$$

onde $\sigma_0 = \pi r^2$ e $V = ZZ' e^2/r$, sendo $Z \cdot e$ e r a carga e o raio do núcleo e $Z' \cdot e$ a carga

da partícula.

O tratamento do processo de evaporação pelo Método de Monte Carlo foram desenvolvidos por diversos autores, incluindo Dostrovsky et al. [7] e Deppman et al. [5]. Por exemplo os cálculos referentes ao processo de evaporação proposto por Dostrovsky et al. foram desenvolvidos para serem aplicados a intermediárias e altas energias de excitação a fim de determinar os diferentes tipos de partículas evaporadas, assim como a distribuição de massa do núcleo residual.

2.5 Modelo de fissão nuclear

Em 1934, Fermi começou experiências com a irradiação de urânio com nêutrons lentos de uma fonte de rádio-berílio. O objectivo destas experiências foi a descoberta dos elementos transurânicos, que pode ser produzido por captura de nêutrons de isótopos de urânio.

Os novos produtos radioativos foram encontrados, mas estudos posteriores demonstraram que as propriedades de rádio-químicos de muitos “novos elementos transurânicos” diferem daqueles esperados. O estudo desses produtos inusitados continuou até 1939, quando Hahn e Strassmann provaram que a nova atividade não pertence aos elementos pesados, mas sim para os elementos de massa média.

Apesar da fissão ser um processo exoenergético, este processo não ocorre de maneira espontânea e imediata. Precedendo o processo de liberação de energia, existe uma barreira que se caracteriza pelo aumento da energia potencial do núcleo em resposta à deformação da superfície. Na figura 2.9, podemos observar o comportamento desse processo onde a energia de ativação E_a de uma gota carregada, em função do parâmetro α que mede a deformação da superfície. A curva sólida refere-se a um núcleo pesado, a curva pontilhada a um núcleo mais leve e a curva tracejada representa uma situação em que não há mais barreira de fissão para um núcleo bem pesado.

Uma pequena deformação a partir de $\alpha = 0$, aumenta sua energia, e as forças de restauração tendem a trazê-lo de volta a situação inicial. Quando a deformação é suficientemente grande, um aumento de deformação faz diminuir a energia e a curva decresce depois de passar por um máximo. A partir daí o processo segue espontaneamente e os fragmentos se separam. Sendo assim pode ocorrer fissão se o núcleo receber uma ener-

gia de excitação igual ou superior a E_a , ou se a barreira for vencida a partir do estado fundamental do núcleo.

Figura 2.9: Energia de deformação do núcleo em função de um parâmetro α que caracteriza a distância entre os pré-fragmentos. A curva sólida refere-se a um núcleo pesado, a curva pontilhada a um núcleo mais leve e a curva tracejada representa uma situação em que não há mais barreira de fissão para um núcleo bem pesado. E_a é a energia de ativação [62].

Existem duas possibilidades de como pode ocorrer o processo de fissão: a primeira é um núcleo receber uma energia de excitação igual ou maior que E_a . Isso pode levar à deformação que é necessária para vencer a barreira de fissão. Esse é o caso do ^{236}U excitado pela captura de um nêutron pelo ^{235}U [62]. A outra possibilidade é a fissão espontânea. Nesse caso a barreira é vencida pelo efeito túnel a partir do estado fundamental do núcleo. O parâmetro Z^2/A , tem um papel importante no cálculo da probabilidade de um núcleo fissionar espontaneamente, e que será discutido amplamente no modelo de gota líquida.

2.5.1 A energia de ligação

A energia de ligação por núcleo B/A como uma função de A é mostrada na figura 2.11, aqui podemos ver que a maior estabilidade tem núcleos com $A = 40 - 120$, em que A é a massa atômica dos núcleos, isto é, localizado no meio da tabela periódica.

Figura 2.10: A energia de enlace por nucleon B/A como uma função de A [63].

Para núcleos leves o processo mais preferido é a fusão e para os pesados é fissão. Em ambos os casos, o núcleo final tem a energia de ligação maior do que os núcleos iniciais. Portanto, esses processos devem ir com liberação de energia.

2.5.2 Distribuição de massa

No experimento off-line (resultados obtidos depois de ter realizado a experiência) geralmente é detectado fragmentos que representam os produtos finais do processo de fissão, após nêutrons e emissão de raios gama do núcleo fissionante e os fragmentos principais. As medições da carga, massa, energia e distribuição de spin destes produtos, bem como a sistematização dos dados dentro várias representações de modelo pode dar uma informação sobre as propriedades dos fragmentos primários e os mecanismos de sua formação.

As propriedades dos fragmentos produzidos na fissão de núcleos actínídeos fornecem as informações importantes sobre a dinâmica do processo de fissão. Na fissão induzida de núcleos actínídeos, o núcleo alvo é inicialmente excitado por um feixe incidente de partículas carregadas, fótons ou nêutrons. Assim, o núcleo pode reduzir sua energia de excitação por emissão de nêutrons de pre-cisão (*pre-scission*). Eventualmente, o canal de fissão torna-se mais favorável, e a cisão ocorre. Os fragmentos nascentes são acelerados por sua repulsão mútua de Coulomb e pode-se emitir nêutrons pós-cisão e raios-gama. A

energia de excitação do sistema fissionante desempenha um papel importante na dinâmica do processo de fissão. A divisão assimétrica em um fragmento leve e pesada se pensa que resulta dos efeitos de camada (shell effects) [64], enquanto que a divisão simétrica é consistente com a clássica imagem de gota-líquida do núcleo fissionante [65].

Figura 2.11: Distribuição das massas dos fragmentos de fissão: Revisão sistemática sobre as características estruturais na fissão de baixa energia de núcleos pesados. Círculos e cruzes indicam esses núcleos para os quais as distribuições de A e Z respectivamente, foram medidos. As inserções mostram a massa, elementos e distribuições dos fragmentos de fissão respectivamente [66].

Na figura 2.11 mostra uma revisão sistemática sobre as características estruturais na fissão de baixa energia de núcleos pesados. A distribuição pode ser classificadas como uma função de massa do sistema fissionante, assim em baixas energias temos uma transição gradual a partir de uma distribuição Gaussiana em torno de $A = 210$, torna-se depois em uma distribuição de doble pico em torno de $A = 226$, com uma distribuição de triple pico também presente nesta região. Acima de $A = 257$, a distribuição muda abruptamente para uma pico simétrico estreito. A origem da fissão assimétrica está associada com a estrutura de camada do núcleo fissionante e de fragmentos nucleares.

2.5.3 O modelo de gota líquida para fissão

O modelo da gota líquida foi proposto por Borh e Wheeler em 1939 [12]. Neste modelo assume-se que o núcleo seja uma gota uniformemente carregada, de densidade constante, com uma superfície bem definida. Em condições normais, a gota possui uma

forma esférica (ou uma pequena deformação intrínseca em certos casos). A partir do modelo elipsoidal para o núcleo, Bohr e Wheeler descrevem as deformações dos núcleos através da variação de seu raio. De modo que a coordenada radial R de um ponto de superfície pode ser expressa em termos de uma soma de polinômios de Legendre

$$R(\theta) = R_0 \left[1 + \sum_{l=0}^{\infty} \alpha_l P_l(\cos\theta) \right], \quad (2.33)$$

onde R_0 é o raio do núcleo sem deformação e α_l são os parâmetros de deformação. Seguindo o trabalho feito por Goldemberg [67], da condição de volume (densidade) constante decorre $\alpha_0 \neq 0$, e $\alpha_1 = 0$ porque o centro da gota deformada e não deformada são os mesmos, temos,

$$R(\theta) = R_0 [1 + \alpha_2 P_2(\cos\theta)], \quad (2.34)$$

A energia superficial de gota deformada de volume $\frac{4}{3}\pi R_0^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$, é dada por

$$E_s = 4\pi R_0^2 \tau \left(1 + \frac{2}{5} \alpha_2^2 + \frac{5}{7} \alpha_3^2 + \dots \right), \quad (2.35)$$

onde τ é a tensão superficial ($4\pi R_0^2 \tau = 17.97 \text{ MeV}$).

A energia Coulombiana da gota deformada é dada por

$$E_c = \frac{1}{2} \int V \rho d^3r, \quad (2.36)$$

$$V = V_0 + \delta V, \quad \rho = \rho_0 + \delta \rho;$$

sendo V e ρ , o potencial eléctrico e a densidade da gota respectivamente.

Fazendo as operações necessárias, a energia Coulombiana fica dada por,

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R_0} \left(1 - \frac{1}{5} \alpha_2^2 - \frac{10}{49} \alpha_3^2 + \dots \right), \quad (2.37)$$

Se escrevemos $E_s^0 = 4\pi R_0^2 \tau$ e $E_c^0 = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R_0}$ como a energia superficial e coulombiana de uma esfera uniformemente carregada de raio R_0 , temos as equações,

$$E_s = E_s^0 \left(1 + \frac{2}{5} \alpha_2^2 + \frac{5}{7} \alpha_3^2 + \dots \right), \quad (2.38)$$

$$E_c = E_c^0 \left(1 - \frac{1}{5}\alpha_2^2 - \frac{10}{49}\alpha_3^2 + \dots\right), \quad (2.39)$$

para verificar a estabilidade dos núcleos em relação às deformações, torna-se necessário calcular os valores de $\Delta E = E - E_0$, onde E é a energia da gota deformada, e E_0 é a energia da gota esférica. Partindo das aproximações adotadas e substituindo os valores de E e E_0 , chegamos a

$$\Delta E = \frac{1}{5}\alpha_2^2(2E_s^0 - E_c^0), \quad (2.40)$$

A estabilidade do núcleo para fissão espontânea, em termos das deformações, fica dada por

$$\text{Para } \Delta E > 0 \Rightarrow 2E_s^0 > E_c^0, \quad \text{O núcleo é estável}, \quad (2.41)$$

$$\text{Para } \Delta E < 0 \Rightarrow 2E_s^0 < E_c^0, \quad \text{O núcleo é instável}, \quad (2.42)$$

Por outro lado se tivermos $\Delta E = 0$, o núcleo estará em seu limite de estabilidade e nesse caso $2E_s^0 = E_c^0$. Nestas conclusões, Bohr e Wheeler definiram o parâmetro de fissilidade $x = \frac{E_c^0}{2E_s^0}$. Para o caso da deformação crítica $x = 1$, temos que

$$(Z^2/A)_{\text{critico}} = (40\pi r_0^3 \tau)/3e^2, \quad (2.43)$$

Burnett et al. (1964) [68] determinou o valor de $(Z^2/A)_{\text{critico}}$ como sendo 48.5 ± 0.5 , assim o parâmetro de fissilidade x para o caso de uma gota carregada, pode ser representado por $x = \frac{(Z^2/A)}{48.4 \pm 0.5}$.

Se apenas pequenas distorções axialmente simétricas foram consideradas, podemos concluir que i) se (Z^2/A) for menos que 48.4, o núcleo não atinge a deformação crítica ou “ponto de sela” sem antes absorver energia e, portanto, é estável contra fissão espontânea. ii) Se um núcleo possuir (Z^2/A) igual 48.4, pode ocorrer a deformação crítica e, portanto a fissão espontânea. iii) Para (Z^2/A) maior que 48.4, implicando em valores para Z superiores a aproximadamente 120, o modelo da gota líquida não prevê barreira de fissão. Nestas condições espera-se que esses núcleos se fissionem em um tempo comparável ao período de vibração nuclear.

A fim de verificar a estabilidade dos núcleos em relação a deformações da superfície nuclear é preciso calcular os valores ΔE , da variação de energia, para diferentes valores dos parâmetros α . Isto foi feito por Bohr e Wheeler conservando apenas termos de ordem par (deformações simétricas em relação a reflexões) até a ordem 4 (α_2 , α_4), os termos ímpares da expansão da equação 2.33 são descartados assim como os termos $n > 4$ já que são menores que os termos α_2 e α_4 . Assim para diferentes valores de α_2 e α_4 , o núcleo assume as formas da figura 2.12.

Figura 2.12: Deformações da superfície do núcleo para diferentes valores dos parâmetros de α_2 e α_4 . Adaptado de [69].

Segundo é descrito por Cyrel Wagemans [70], para $x < 1$, a energia de deformação tem um mínimo local para a forma esférica (todos $a_{\lambda\mu} = 0$), ou seja, o modelo da gota líquida prevê estados fundamentais esféricas para todos os núcleos estáveis. Os núcleos actínídeos comuns têm $0,68 < x < 0,76$, para tais valores de x a energia de deformação tem um ponto de sela com energia positiva em relação ao estado fundamental, a valores positivos do parâmetro deformação do quadrupolo a_{20} . Um diagrama esquemático de um modelo de cálculo da gota líquida é mostrado na figura 2.13, que é feita a partir da análise por Bjørnholm e Lynn [71]. Na parte superior dos contornos da energia de deformação estão desenhados como uma função de parâmetros de deformação de quadrupolo e hexadecapolo, mostrando o mínimo esférico e o ponto de sela indicado como “col”. A linha tracejada indica o caminho mais favorável para a fissão, e a “barreira de fissão”, isto é, a

energia potencial efetivo por este caminho, é mostrada na parte inferior da figura.

Figura 2.13: (a) Figura esquemática do contorno da energia de deformação como uma função de parâmetros de deformação de quadrupolo e hexadecapolo. (b) A barreira de energia potencial ao longo do “caminho de fissão” indicado como a linha tracejada in (a). (De Bjørnholm, S. and Lynn, J. E., *Rev. Mod. Phys.*, 52, 725, 1980 [71])

2.5.4 Modelo para a probabilidade de fissão

Aqui mostramos o formalismo descrito por Bohr e Wheeler [12] com a finalidade de obter a expressão da razão entre a largura de fissão e a largura de emissão de nêutrons, necessária ao cálculo da probabilidade de fissão Γ_f/Γ_n . Na figura 2.14 se mostra uma descrição mais detalhada da energia potencial nuclear em função da elongação (distância entre os centros dos extremos do núcleo deformado) B_f é a barreira de fissão, K é a energia cinética, ρ^* é a densidade de níveis do núcleo composto no estado de transição. O esquema da figura 2.14 foi obtida do trabalho da dissertação de mestrado de Andrade, E. [72].

Figura 2.14: Esquema da energia potencial nuclear no ponto de equilíbrio e no ponto de sela, com indicação dos níveis no estado de transição. Imagem obtida de [72].

Vamos mostrar agora o desenvolvimento da largura de fissão que é mostrado no livro de Vandenbosch, R. e Huizenga, J. [73]. Assim é possível escrever a largura de fissão, Γ_f , em termos do coeficientes de transmissão T_f e do espaçamento médio entre níveis de energia, d .

$$\Gamma_f = \frac{d}{2\pi} \sum T_f, \quad (2.44)$$

Para altas energias de excitação, pode-se integrar sobre os níveis de energia no estado de transição, tendo em conta que para energias acima da barreira da fissão se tem $T_f = 1$, tendo que,

$$\Gamma_f = \frac{d}{2\pi} \int_0^{E-B_f} \rho^*(E - B_f - K) dK, \quad (2.45)$$

Para o calculo da probabilidade de fissão relativa à emissão de nêutrons, pode-se reescrever a largura de emissão de nêutrons de uma forma mais adequada, assim como foi calculada para o caso de evaporação segundo Weisskopf.

Temos que, para um único canal de decaimento, $\Gamma_n = (d/2\pi)T_n$, onde T_n é o coeficiente de transmissão neste caso. No caso de vários estados finais possíveis, uma soma sobre os diversos coeficientes de transmissão deve ser considerada, $\Gamma_n = \frac{d}{2\pi} \sum T_n$.

Esta expressão para Γ_n é válida a baixas energias, onde apenas a emissão de ondas (caso $l = 0$) ocorre. Já para altas energias, em que há contribuição de outras ondas parciais, deve-se somar sobre todos os momentos angulares em um mesmo nível de energia final. Para altas energias também o momento angular é alto, resultando em maior densidade de níveis, assim a soma $\sum_l (2l + 1)T_l$, pode ser substituída pela integral $\int (2l + 1)T_l dl$. Considerando que T_l , coeficiente de transmissão associado a cada valor de momento, é a unidade até o momento angular máximo do nêutron, l_m , e zero para $l > l_m$, então,

$$\int_0^{l_m} (2l + 1)T_l dl \simeq l_m^2 = \left(\frac{R_p}{\hbar}\right)^2 = \frac{2mR^2\varepsilon}{\hbar^2}, \quad (2.46)$$

para o cálculo l_m , se considerou a emissão de um nêutron de energia ε e massa m da superfície nuclear numa direção tangente à superfície. R é o raio nuclear. Integrando agora sobre os níveis de energia finais do núcleo residual, $\rho^*(E - B_n - \varepsilon)$, temos:

$$\Gamma_n = \frac{d}{2\pi} \frac{2mR^2g}{\hbar^2} \int_0^{E-B_n} \varepsilon \rho^*(E - B_n - \varepsilon) d\varepsilon, \quad (2.47)$$

sendo g a degenerescência de spin (2 para nêutrons e prótons). Com o anterior chegamos então à forma integral da razão Γ_f/Γ_n a partir das equações 2.45 e 2.47,

$$\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n} = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2gA^{2/3}} \frac{\int_0^{E-B_f} \rho^*(E - B_f - K) dK}{\int_0^{E-B_n} \varepsilon \rho^*(E - B_n - \varepsilon) d\varepsilon} \quad (2.48)$$

3 *Metodologia*

Mostramos aqui os métodos utilizados no cálculo de reações de fissão e espalação estudadas com o método CRISP, os mecanismos utilizados neste modelo e variáveis físicas que envolvem estes processos.

3.1 Ferramentas Computacionais

Neste trabalho todas as reações estudadas foram calculadas computacionalmente mediante o uso de um modelo que usa modelos teóricos para simulações de reações nucleares. A ferramenta computacional principal usada foi o modelo de Monte Carlo CRISP (Colaboração Rio-São Paulo) que tem incorporados estes modelos teóricos [13]. O CRISP tem ferramentas matemáticas integradas que se encontram na plataforma de cálculo ROOT [74] e que foi desenvolvida pelo laboratório CERN.

3.2 Modelo CRISP

O modelo CRISP é um código de Monte Carlo escrito em linguagem C ++ para simulações de reações nucleares. Colaboradores pertencentes ao grupos de Física Nuclear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP) e do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) desenvolveram os modelos teóricos que foram incorporados ao CRISP e que levam às simulações de reações de *spallation* para núcleos com número de massa entre 12 até 240. Para o caso de fotofissão, fóton com energias entre 50 MeV, região em que o mecanismo de quase-dêuteron e ressonância bariônica é dominante [13], até 3.5 GeV, onde o mecanismo de foto-hadronização é dominante levando a efeitos de sombreamento na seção de choque [19]. Subsequentemente o CRISP tem sido aplicado para interações próton-núcleo a energias entre 200 MeV e 1.2 GeV e diferentes obser-

váveis, tais como multiplicidade de nêutrons e distribuições de produtos de espalação tem sido avaliada, apresentando bons resultados comparados com os dados experimentais [28,30,34].

Temos que considerar que a melhoria do modelo CRISP com o desenvolvimento de uma nova classe de modelo de Monte Carlo [15] considera o processo de cascata intranuclear como uma abordagem mais realista, considerando a sequência de tempo de acordo em [13], em que todas as partículas dentro do núcleo poderão participar da cascata, e trajetórias semi-clássicas de todas as partículas são seguidas durante o processo. Assim flutuações de densidade nuclear são levados em conta durante a cascata e também alterações no número de ocupações de cada nível de partícula-única são considerados como uma função do tempo. Modelos antigos como o modelo de cascata intranuclear ISABEL (INC) [75] e o modelo de Barashenkov e colaboradores [76] consideram a cascata intranuclear como uma sequência de eventos de partícula única baseada na hipótese pouco realista de que todas as outras partículas dentro do núcleo são objetos estáticos, sendo que cada ramificação de cascata é independente das demais. Estes modelos não consideram as colisões diretas entre partículas re-espalhadas levando a que alguns fenômenos físicos como o bloqueio de Pauli e as flutuações de densidade locais não sejam eficazmente tratadas na simulação.

Para o entendimento destes processos o CRISP basicamente desenvolve duas fases, inicialmente uma sequência rápida de interação nucleon-nucleon o qual transfere a energia da partícula incidente para um pequeno número de nucleons em comparação com o número de massa, começando o processo conhecido como cascata intranuclear, esta primeira interação, chamada de colisão primária, produz geralmente partículas secundárias as quais podem ser dois nucleons, no caso de espalhamento elástico, méson ou ressonâncias nucleônicas. As partículas secundárias geradas na colisão primária se propagam no interior do núcleo e podem interagir com outras partículas ou alcançar a superfície nuclear. Aqui, se a energia for superior à energia de ligação nuclear, tal partícula escapará, caso contrário será refletida de volta e continuará sua propagação no interior do núcleo. Este processo termina quando a energia de cada partícula dentro do núcleo é inferior à sua energia de separação. Neste ponto um núcleo residual excitado é formado e depois de um tempo a energia total é distribuído entre praticamente todos os nucleons do núcleo. Depois deste estado, inicia o processo lento de evaporação de partículas secundárias em competição estocástica com o processo de fissão. Usualmente, o mais importante pro-

cesso considerado neste estado é a emissão de nêutrons e, para núcleos pesados é a fissão.

Este modelo CRISP une os modelo MCMC (Monte Carlo Multicolisional) [15] e MCEF (Monte Carlo para Evaporação e Fissão) [16], que simulam, respectivamente, a cascata intranuclear e os processo de competição de fissão e evaporação nuclear. A interface entre o MCMC e MCEF é feito por uma rotina simples que toma os valores de massa, número atômico e energia de excitação do núcleo obtido no final do processo de análise de MCMC, e transfere como uma entrada “INPUT” para o modelo MCEF, o qual executa o processo de competição evaporação/fissão [13].

3.2.1 Modelo de cascata no CRISP (MCMC)

O modelo de cascata intranuclear do MCMC e em geral de diversos modelos baseados no método Monte Carlo, consideram a cascata intranuclear como uma sequência de eventos de partículas individuais. Estes modelos baseiam-se no princípio de que na cascata intranuclear ocorrem apenas interações binárias, sendo o tempo de interação muito menor do que o tempo médio gasto entre colisões sucessivas. Ou seja:

$$\tau \ll \frac{d}{v} \quad ; \quad \lambda \ll d, \quad (3.1)$$

onde τ é o tempo de interação, d e v representam a distância e velocidade relativas entre as partículas e λ é o comprimento de onda de De Broglie da dispersão. A cascata intranuclear considera partículas movendo-se em linhas retas e com comprimento de onda de De Broglie suficientemente pequeno para que a partícula incidente interaja individualmente com os nucleons. Isto é, as interações entre nucleons são independentes entre si, o que indica que o grau de dispersão de uma interação binária não é alterada pela presença de nucleon externos a ela. O processo de espalhamento binário depende dos efeitos de ligação e das correlações binárias nucleon-nucleon causados pela matéria nuclear. Dessa forma, o comprimento de De-Broglie deve ser pequeno em relação ao alcance efetivo das interações nucleares r_{eff} :

$$\lambda \ll r_{eff} \ll v\tau \ll d, \quad (3.2)$$

A condição que é mostrada em 3.2 indica que os modelos de cascata têm validade para interações envolvendo energias cinéticas entre nucleons da ordem de 250 MeV.

O modelo de Bertini [75] e o modelo ISABEL (INC) [77, 78] são alguns dos modelos precursores que usam esta abordagem de cascata intranuclear para o estudo de reações induzidas por nucleons a intermediárias e altas energias. Estes modelos descrevem a cascata intranuclear como uma sequência de eventos de partícula única baseada na hipótese pouco realista de que todas as outras partículas dentro do núcleo são simplesmente espectadores, pelo que cada ramificação da cascata é independente das demais. Esta hipótese não considera as colisões diretas entre partículas re-espalhadas fazendo com que alguns fenômenos físicos como o bloqueio de Pauli e as flutuações de densidade locais não sejam eficazmente tratadas na simulação. O princípio de exclusão de Pauli é levado em conta aceitando apenas as colisões onde os núcleos resultantes possuem uma energia maior que a energia de Fermi da região considerada. Estes modelos tem a desvantagem de não permitir seguir o curso dos nucleons durante o desenvolvimento da cascata, evitando obter informação de uma dada grandeza, como a energia de excitação, em qualquer instante de tempo no desenvolvimento da cascata.

A abordagem multicolisional [15] foi desenvolvida em vista do problema de interações isoladas e o seguimento da cascata no tempo. Neste modelo a dinâmica da fase rápida é descrita com base em uma superposição de histórias distintas de cascata de um corpo, o que significa um passo importante para o desenvolvimento realístico da cascata. Um modelo avançado que segue esta abordagem multicolisional é o modelo de INC Liege, sendo sua melhor versão o modelo INCL4 [79]. A classificação dos nucleons entre *ativos* e *espectadores* são incluídas neste modelo. Os nucleons *ativos* são as partículas que já colidiram com algum outro núcleo ativo (sendo o primeiro núcleo ativo a partícula incidente) e os *espectadores* que são as demais partículas que não interagem com outros espectadores durante a cascata. Estas restrições são impostas a fim de evitar a chamada ebulição nuclear espontânea ou “*nuclear boiling*” da esfera de Fermi [79], onde nucleons perto da superfície de Fermi podem obter energia através de colisões com outros nucleons espectadores é escapar do núcleo. Outra limitação do modelo de Liège é a inclusão arbitrária de um parâmetro de tempo de parada denominado “*stopping time*”, que é independente da energia incidente e do processo de excitação nuclear. Já para uma visão realística, cada evento de cascata deve possuir seu próprio tempo de parada, que deve depender fortemente da configuração nuclear inicial.

O modelo MCMC (MultiCollisional Monte Carlo), foi inicialmente desenvolvido para o estudo de colisões relativísticas de íons pesados [80, 81] e também para descre-

ver reações com fótons em altas energias (0.5 - 1.5 GeV) [15,82]. O modelo MCMC foi o primeiro a incluir píons e ressonâncias, especificamente as ressonâncias Δ , na dinâmica multicolisional da cascata intranuclear. Esta abordagem tem um efeito direto na multiplicidade das partículas emitidas e na energia de excitação do núcleo residual. No entanto, um dos efeitos mais importantes a incluir no modelo INC, é o efeito de Pauli que ainda é incluído da mesma forma que nos modelos convencionais. A principal diferença do modelo MCMC em relação aos demais modelos similares consiste na ordenação temporal da cascata onde todas as colisões binárias, reflexões e emissões de pré-equilíbrio das partículas são levadas em conta sem qualquer distinção entre partículas *ativas* e *espectadoras*. Essa análise multicolisional representa o processo mais sofisticado em termos de modelos de transporte, sendo que o destino de todo o sistema nuclear é univocamente determinado em função da condição inicial (interação inicial e estado nuclear fundamental). O diagrama apresentado na figura 3.1 mostra esquematicamente a evolução de um processo de cascata na abordagem multicolisional, que inclui interação inicial, emissões diretas de pré-equilíbrio, processo de reflexão na superfície nuclear, colisões binárias, movimento fermiônico e o mecanismo de bloqueio de Pauli são apresentadas. Todas essas interações foram amplamente explicadas nos trabalhos de Rodrigues, T. [46] e Gonzales, M. [83].

Figura 3.1: Representação esquemática do mecanismo de cascata intranuclear na abordagem multicolisional. Imagem da referência [46].

O CRISP que é um acoplamento dos modelos MCMC (Monte Carlo Multicolisional) [15] e MCEF (Monte Carlo para Evaporação e Fissão) [16], interpreta corretamente o comportamento médio de algumas grandezas em processos de reações com fótons a

energias intermediárias e altas. Segundo o trabalho de Deppman e colaboradores [13] mostra uma descrição mais profunda do modelo apresentando as melhorias significativas comparado com modelos similares:

- i) A excitação de ressonâncias mais pesadas que as ressonâncias Δ ,
- ii) um estado fundamental nuclear utilizando o modelo de gás de Fermi e o princípio de exclusão de Pauli,
- iii) um mecanismo de exclusão de Pauli mais realista,
- iv) o canal de quase-dêuteron na fotoprodução e
- v) um critério de parada da cascata livre de parâmetros e baseado estritamente em critérios energéticos.

A diferença fundamental do modelo em relação às outras versões é a dinâmica temporal total em que se desenvolve a cascata intranuclear [15]. As partículas participam em colisões binárias, reflexões na superfície e a emissão na fase de pré-equilíbrio. Na simulação multicolisional da cascata intranuclear se atualizam todas as variáveis cinemáticas das partículas dentro do núcleo permitindo uma descrição mais realista de vários fenômenos como o mecanismo do bloqueio de Pauli, e a influência do mecanismo de quase-dêuteron no processo de cascata. Este modelo multicolisional do modelo CRISP é um dos mais avançados em modelos de transporte porque o sistema nuclear está completamente determinado pela condição inicial (interação inicial e o estado do núcleo antes da colisão) e não depende de parâmetro nenhum, exceto parâmetros usados nos modelos das colisões entre partículas como o processo de evaporação e o modelo multimodal.

No CRISP, uma descrição correta da fase rápida da cascata intranuclear está baseada em um mecanismo de interação inicial que produz uma reação inicial que transfere energia a um ou vários nucleons do núcleo que interagem com os outros nucleons através de interações binárias. Com a evolução do sistema partícula inicial-núcleo o número de partículas envolvidas na dinâmica multicolisional aumentará, distribuindo a energia para todo o núcleo. Para o caso de energias intermediárias as partículas participantes no processo são nucleons, ressonâncias e píons já em altas energias, mésons leves e pesados são criados dentro do núcleo.

O modelo de cascata intranuclear CRISP, está baseado na hipótese de que o potencial nuclear é constante no espaço e no tempo, assim as trajetórias dos nucleons são retilíneas

entre duas interações consecutivas. Estas condições fazem do poço quadrado um ótimo candidato para que o efeito do potencial nuclear médio seja levado em conta no processo da cascata. Também é importante saber que esta aproximação tem pouca influência no cálculo de alguns efeitos finos de bloqueio de Pauli. O potencial usado para o efeito de confinamento é um poço quadrado como é mostrado na figura 3.2.

Figura 3.2: Diagrama do potencial nuclear no modelo de gás de Fermi. Imagem de [83].

O potencial nuclear é dada na forma:

$$V = V_0 = \varepsilon_F + B, \quad (3.3)$$

A energia de fermi ε_F depende da configuração de momentos (Gás de Fermi/Modelo de Camadas), sendo B a energia de ligação e é determinada a partir dos dados experimentais e é aproximadamente ~ 7 MeV [84]. Para núcleos pesados, a energia de Fermi considerada corresponde à profundidade de poço de nêutrons ε_F^n , uma vez que, na superfície de Fermi, as energias cinéticas dos prótons e nêutrons devem ser iguais como é mostrado na figura 3.2. A altura da barreira coulombiana V_C é calculada sobre a superfície nuclear com $r_{max} = r_0 \cdot A^{1/3}$,

$$V_C = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{r_{max}}, \quad (3.4)$$

onde Z_1 e Z_2 é a carga da partícula incidente e a carga remanescente do núcleo res-

pectivamente com $e^2 = 1.44 \text{ MeV}/\text{fm}$.

Também um dos aspectos mais importantes na simulação da cascata intranuclear é a inclusão dos fenômenos quânticos, como o princípio de exclusão de Pauli. No CRISP, o mecanismo de bloqueio de Pauli se explica pela divisão do espaço de fase em células. A célula correspondente a um nível quântico é determinada acordo ao modelo de gás de Fermi onde os componentes dos momentos, p_x , p_y e p_z , são bons números quânticos. Nesta abordagem, devido aos graus de liberdade de spin e isospin dos nucleons, é possível colocar até quatro nucleons em cada nível. O mecanismo de bloqueio de Pauli consiste na verificação, depois de cada possível interação entre diferentes partículas dentro do núcleo, se houver células disponíveis para o momento dos nucleons obtidos no estado final da reação. Se todos os nucleons secundários poderem ser corretamente colocados em níveis corretos, a interação é permitida, de outra forma é bloqueada. Este processo deve ser realizado no final de cada estado da cascata, e também na construção do estado fundamental no núcleo. Assim a construção do estado fundamental de maneira determinista, preenchendo todos os níveis disponíveis a partir da base do nível de Fermi, de acordo com o princípio de exclusão de Pauli. A energia de gap entre os níveis são obtidos acordo a seguinte expressão:

$$\Delta p = \frac{\hbar}{2\Delta x} \quad (3.5)$$

onde Δx é a incerteza da posição do nucleon e Δp a incerteza do momento. Uma forma consistente de se levar em conta a evolução temporal do espaço de fase dos nucleons pode ser obtida dividindo-se o espaço de momentos em células concêntricas com volume $4\pi p^2 \Delta p$, sendo p o valor do momento dos nucleons e Δp é um intervalo do momento que é calculado na base do princípio de incerteza de Heisenberg da equação 3.5. A figura 3.3 mostra a estrutura em camadas no espaço de fase dos momentos.

Figura 3.3: Estrutura de camada no espaço de fase dos momentos para a explicação do mecanismo de Pauli [46].

A energias intermédios, a excitação de *ressonâncias nucleônicas* é o principal mecanismo em reações nucleares, principalmente para reações fotonucleares. No modelo CRISP foram feitas melhorias nesta área para tornar o processo de simulação das reações nucleares mais realista. No modelo foram incluídas duas ressonâncias nucleônicas mais importantes após da ressonância Delta, chamados de ressonâncias D_{13} e F_{35} , a fim de descrever melhor as fotoreações no intervalo de energia entre 500 e 1000 MeV. Canais de decaimento possíveis com as suas respectivas probabilidades, para cada ressonância, como é explicado em Deppman, et al. [13], são:

$$N^*(P_{13}) \rightarrow n + \pi(100\%);$$

$$N^*(D_{13}) \rightarrow n + \pi(50\%);$$

$$N^*(D_{13}) \rightarrow n + \Delta + \pi \rightarrow n + \pi + \pi(25\%);$$

$$N^*(D_{13}) \rightarrow n + \rho \rightarrow n + \pi + \pi(25\%);$$

$$N^*(F_{35}) \rightarrow n + \pi(15\%);$$

$$N^*(F_{35}) \rightarrow \Delta + \pi \rightarrow n + \pi + \pi(25\%);$$

$$N^*(F_{35}) \rightarrow n + \rho \rightarrow n + \pi + \pi(60\%);$$

Uma das características do modelo CRISP é a independência do algoritmo da dinâmica da cascata intranuclear do mecanismo de interação inicial da reação, com isso o CRISP pode ser usado para a simulação de muitos processo nucleares com a adaptação de

um novo mecanismo de interação inicial. Na fase dinâmica de cascata intranuclear, além dos processo de espalhamento binários e decaimento de partículas, acontecem ao mesmo tempo processo de transmissão (emissões de pré-equilíbrio) e de reflexão de nucleons na superfície nuclear. Estes processo são incluídos no modelo CRISP, assumindo que a altura do potencial nuclear é a soma da energia de Fermi e da energia para superar a barreira de potencial da forma:

$$T_{cin}^0 > V_0, \quad \text{para partículas neutras,} \quad (3.6)$$

$$T_{cin}^0 > V_0 + V_C, \quad \text{para partículas carregadas,} \quad (3.7)$$

Durante as emissões de pré-equilíbrio, é assumido que a partícula emitida não interage mais com o núcleo e a energia de recuo do núcleo é insignificante. Na simulação da cascata, também está incluído o efeito túnel através da barreira de Coulomb usando uma equação de probabilidade [83, pág 16], para que as partículas carregadas possam ter uma probabilidade real de ser emitidas mesmo quando tiveram uma emissão energética impossível ($T_{cin}^0 < V_0 + V_C$).

O mecanismo de *quase-dêuteron* está incluído no modelo CRISP para ter em conta a possibilidade de efeitos de correlação entre dois corpos durante um processo de foto-absorção. Este mecanismo é relevante para as energias dos fótons incidentes entre ~ 40 MeV e ~ 140 MeV.

Outra característica importante do modelo CRISP é o tempo de parada da cascata intranuclear baseado em um critério totalmente energético livre de parâmetros. A cascata intranuclear no modelo continua evoluindo enquanto ainda exista pelo menos uma partícula que tenha a energia suficiente para sair do núcleo. No momento em que todos os nucleons no núcleo tiverem uma energia cinética menor do que o potencial nuclear do sistema a fase rápida da cascata intranuclear termina deixando o núcleo em um estado estacionário. O núcleo neste estado estacionário decai em uma fase de competição evaporação/fissão.

3.2.2 Modelo de evaporação e fissão no CRISP (MCEF)

Depois do processo de cascata intranuclear inicia-se o processo lento de evaporação de partículas secundárias em competição estocástica com o processo de fissão e que foi estudada com CRISP em referências [5, 16, 20], dando pela primeira vez uma explicação para a saturação abaixo da unidade para a fissilidade de núcleos pesados observado em experimentos de fotofissão em energias intermédios [85]. O modelo foi estendida também para simular reações em energias até 3.5 GeV [19], mostrando boa concordância com os dados experimentais. Depois de estabilização térmica nuclear, a competição entre processos de fissão e evaporação, que inclui nêutrons, prótons e partículas α , é determinada pelas relações entre as respectivas larguras segundo o modelo Weisskopf para evaporação e o modelo de Bohr-Wheeler para a fissão.

Estas relações são dadas por,

$$\frac{\Gamma_p}{\Gamma_n} = \left(\frac{E_p}{E_n}\right) \exp\{2(a_n)^{1/2}[(r_p E_p)^{1/2} - (a_n E_n)^{1/2}]\}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_n} = \left(\frac{2E_\alpha}{E_n}\right) \exp\{2(a_n)^{1/2}[(r_\alpha E_\alpha)^{1/2} - (a_n E_n)^{1/2}]\} \quad (3.9)$$

para evaporação e,

$$\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n} = K_f \{2[(a_f E_f)^{1/2} - (a_n E_n)^{1/2}]\}, \quad (3.10)$$

onde

$$K_f = K_0 \cdot a_n \frac{[2(a_f E_f)^{1/2} - 1]}{(4A^{2/3} a_f \cdot E_n)}, \quad (3.11)$$

para fissão.

$K_0 = 14.39$ MeV. Os parâmetros a_i representam a densidade de níveis calculada por parametrização do Dostrovsky [7] e E_i é dado por (E é a energia de excitação do núcleo

no estado inicial),

$$\begin{aligned} E_n &= E - B_n, \\ E_p &= E - B_p - V_p, \\ E_\alpha &= E - B_\alpha - V_\alpha, \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde B_n , B_p , e B_α são as energias de separação para nêutrons, prótons e partículas α , respectivamente. V_i representa o potencial de Coulomb.

$$\begin{aligned} E_f &= E - B_f, \\ a_f &= r_f a_n, \end{aligned} \quad (3.13)$$

B_f é a barreira de fissão. r_f é a razão de fissão, um parâmetro com dependência em $\frac{Z^2}{A}$.

Para o cálculo da probabilidade de emissão no modelo MCEF do CRISP, é definido segundo o trabalho de Deppman, et al. [5] como proporcional à largura correspondente, ou seja,

$$P_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\alpha}, \quad (3.14)$$

onde $k = n, p, \alpha$. Temos que considerar também que a fissão é um processo que compete a evaporação no sentido de que cada núcleo na seqüência de evaporação pode fissionar, formando dois fragmentos de massas diferentes. Com isso temos que a cada passo da evaporação o MCEF calcula a probabilidade de fissão definida por [5]:

$$F_i = \frac{(\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n})_i}{1 + (\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n})_i + (\frac{\Gamma_p}{\Gamma_n})_i + (\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_n})_i}, \quad (3.15)$$

Com as quantidades $\frac{\Gamma_p}{\Gamma_n}$, $\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_n}$ e $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n}$, calculadas nas equações 3.8, 3.9 e 3.10, respectivamente.

A interface entre o MCMC e MCEF é feito por uma rotina simples que toma valores de massa, número atômico e energia de excitação do núcleo obtido no final do processo de análise de MCMC, e transfere como uma entrada “INPUT” para o modelo MCEF, o qual executa o processo de competição de evaporação/fissão. Os símbolos na figura 3.4 representam os valores de probabilidade para os diferentes modos de desexcitação, onde o número subscrito indica a ordem das diferentes mudanças de fissão ou evaporação de partículas. Por exemplo f_1 mostra a primeira mudança de probabilidade de fissão, n_1 é a primeira mudança de emissão de nêutron, p_1 é a emissão de próton, $f_{3,pn}$ é a terceira mudança depois de sucessivas emissões de um próton e um nêutron, $\alpha_{2,n}$ é a segunda mudança de probabilidade para emissão de partículas alfa depois de uma emissão de nêutron.

Figura 3.4: Diagrama do processo de competição evaporação/fissão que acontece no núcleo residual simulado no CRISP. A sequência de cascata é mostrado até a terceira probabilidades de fissão. Figura obtida de [5].

3.2.3 Fotofissão a energias intermediárias

O processo de fotofissão a energias intermediárias, é um processo muito mais complexo para ser investigado em comparação com uma fissão induzida por hádrons, isto é devido a que os fótons interagem electromagneticamente com o núcleo a través da ressonância de dipolo gigante, mecanismo de quase-déuteron, e ressonância Δ . Para núcleos pre-actínídeos no processo de fotofissão o mecanismo de quase-déuteron e a ressonância de absorção Δ são particularmente importantes devido aos seus altos limiares de fissão > 20 MeV que suprimem os canais de fissão pela ressonância dipolo gigante, assim um fóton com energia acima de 20 MeV vê todos os nucleons dentro do núcleo de forma idêntica e interage com um par nucleon-nucleon ou um único nucleon, transferindo sua energia cinética efetiva mas relativamente momentos angulares pequenos para o núcleo. Neste contexto é bem diferente de fissão induzida por hádrons. Um hádron que possui um grande momento angular, colide com um único nucleon na região da superfície do núcleo através da interação forte nucleon-nucleon.

Figura 3.5: Seções de choque absoluta de fotofissão por nucleon como uma função da energia do fóton incidente. (a) ^{208}Pb (b) ^{232}Th (c) ^{238}U e (d) ^{237}Np . Imagem obtida do trabalho de mestrado de Andrade E. [72]

Mostramos agora seções de choque de fotofissão calculadas pelo CRISP em compa-

ração aos dados experimentais [86]. Na figura 3.5 nota-se um bom acordo entre cálculo e experimento. Na figura 3.5(a) é mostrado a seção de choque de ^{208}Pb , que acompanha a forma experimental em toda a extensão das energias consideradas. Para os núcleos ^{232}Th e ^{238}U dos casos (b) e (c), vê-se bons resultados obtidos pelo CRISP tanto em forma quanto em valor de seção de choque. Na figura 3.5(d) a fotofissão do ^{237}Np há um desacordo nítido no que diz respeito à seção de choque total, mas a forma esteja corretamente reproduzida.

3.2.4 Geração de fragmentos de fissão

O interesse sobre as distribuições de massa dos fragmentos de fissão tem aumentado nos últimos anos, principalmente devido à sua importância em muitas aplicações. É importante na física de reatores nucleares uma vez que o lixo nuclear produzido é em alto grau correlacionado a essas distribuições. Ainda no campo das ciências dos materiais e engenharia em aplicações onde a radioatividade está presente, como aplicações médicas ou de energia nuclear, é importante conhecer os danos causados as instalações sob o efeito da radiação do ponto de vista da dosimetria. Conhecer as distribuições em massa dos fragmentos de fissão é relevante para o cálculo da dose depositada nos materiais irradiados ao longo do tempo.

Além disso, as distribuições da massa podem dar muitas informações sobre o processo de fissão, permitindo o estudo das propriedades de núcleos no ponto de sela. Os diferentes processos através dos quais a fissão ocorre pode levar a fragmentos de massas diferentes. A baixas energias de excitação a fissão é principalmente assimétrica, resultando em um fragmento significativamente mais pesado do que o outro. Em energias de excitação mais elevadas as massas dos fragmentos se mostram mais semelhantes e perto da metade da massa do núcleo que fissionou.

Para núcleos submetidos a fissão, o modelo de produção de fragmentos que foi implementado no CRISP é determinado pelo modelo de ruptura multimodal *MM-RNRM* por sua sigla em inglês (Multimodal - Random Neck Rupture Model) [36]. Este modelo leva em conta os efeitos coletivos de deformação durante a fissão nuclear através do modelo da gota líquida, e incluindo efeitos de partícula-única através de correções do modelo de camada microscópico, este modelo cria vales no espaço de alongamento, onde cada vale corresponde a um modo diferente da fissão [36]. De acordo com este modelo, a distribuição de massa para núcleos pesados é determinado por uma soma incoerentes de três

modos diferentes de fissão: Um modo simétrico (*superlong*), e dois modos assimétricos (*Standard I e II*).

No modo simétrico (*Superlong*) o sistema fissionante é descrita pelo rendimento de fragmentos cujo número de massa está concentrada em torno $A_f/2$ (A_f e a massa do núcleo submetido a fissão). O modo *Standard I*, é caracterizado pela influência das camadas esféricas em que Z e N são próximas aos números (mágicos) 50 e 82 em um fragmento pesado e com uma intervalo de massa de 132 - 134. O modo *Standard II* é caracterizado pelo efeito de capas deformadas levando à formação de fragmentos com $Z_H = 52$ e $N_H = 86 - 88$ em um intervalo de massa 138-140 onde Z_H e N_H são os números de prótons e nêutrons, respectivamente, do fragmento pesado e A_H é o número de massa do fragmento pesado. Trabalhos usando este modelo já foram feitos para reações de fissão induzidos por fóton e prótons a energias intermediárias [3, 21, 33, 34, 37].

No modelo multimodal, a seção de choque de fissão, como uma função do número de massa é obtida pela soma das três funções gaussianas correspondentes aos três modos acima referidos [87]:

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{K_{1AS}}{\sigma_{1AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S - D_{1AS})^2}{2\sigma_{1AS}^2} \right) + \frac{K_{1AS}}{\sigma_{1AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S + D_{1AS})^2}{2\sigma_{1AS}^2} \right) + \right. \\ \left. \frac{K_{2AS}}{\sigma_{2AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S - D_{2AS})^2}{2\sigma_{2AS}^2} \right) + \frac{K_{2AS}}{\sigma_{2AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S + D_{2AS})^2}{2\sigma_{2AS}^2} \right) + \right. \\ \left. \frac{K_S}{\sigma_S} \exp \left(-\frac{(A - A_S)^2}{2\sigma_S^2} \right) \right], \quad (3.16)$$

Onde A é o número de massa do fragmento; A_S é o número de massa média que determina o centro da função Gaussiana; e K_i , σ_i , e D_i são os parâmetros de contribuição, dispersão e posição das componentes simétrica e assimétrica. Os índices AS e A representam as componentes simétrica e assimétrica. Para o caso de fotofissão consideramos o rendimento total de massa Y_A em unidades de mb/eq.q (mbarn por equivalente fóton) em vez da seção de choque na equação 3.16.

As posições dos picos pesado e leve do componente assimétrico na escala de massa A , é dado pelas quantidades $A_S + D_{iAS} = A_H$ e $A_S - D_{iAS} = A_L$, onde A_H e A_L são as massas do fragmento pesado e leve, respectivamente. O valor de $A_H + A_L = 2A_S$ são tratadas

como sendo a massa dos núcleos que é submetido à fissão em seu respectivo canal.

Um exemplo interessante para mostrar a diferença entre estes canais de fissão é mostrada no trabalho de Demekhina N. e Karapetyan G. [37]. Aqui é mostrado os dados experimentais da distribuição de massa dos fragmentos residuais de uma reação com fótons de Bremsstrahlung num alvo de urânio: γ (50 MeV) + ^{238}U . A figura 3.6 mostra a linha do canal *Superlong* (linha tracejada), *Standard I* (linha pontilhada) e *Standard II* (círculos abertos). A soma dos três canais é representada pela curva contínua.

Figura 3.6: Representação dos três canais de fissão do modelo de ruptura multimodal, de [37]. O canal *Superlong* (linha tracejada), *Standard I* (linha pontilhada) e *Standard II* (círculos abertos). A soma dos três canais é representada pela curva contínua. Os dados experimentais (quadrados sólidos) mostram a distribuição de massa dos fragmentos residuais de uma reação induzida com fótons de Bremsstrahlung num alvo de urânio: γ (50 MeV) + ^{238}U .

Na figura 3.6 o canal de fissão simétrica *Superlong* é mostrada como uma curva gaussiana com uma massa média A_S que é o centro desta curva, os parâmetros de contribuição e dispersão K_S e σ_S , são calculados empiricamente para uma boa reprodução dos dados experimentais. O primeiro canal de fissão assimétrica *Standard I* é representada como dois curvas gaussianas uma correspondente a um pico de massa leve A_{1L} e outro a um pico de massa pesada A_{1H} . Na equação 3.16 é mostrada dois expressões com fatores da forma: $(A - A_S - D_{1AS})^2 = (A - A_{1H})^2$, $(A - A_S + D_{1AS})^2 = (A - A_{1L})^2$, que representam os picos pesado e leve respectivamente. Da mesma forma para o segundo canal de fissão assimétrica *Standard II* é representada como duas curvas gaussianas uma correspondente a um pico de massa leve A_{2L} e outro a um pico de massa pesada A_{2H} . Na equação 3.16 é mostrada dois expressões com fatores da forma: $(A - A_S - D_{2AS})^2 = (A - A_{2H})^2$,

$(A - A_S + D_{2AS})^2 = (A - A_{2L})^2$, que representam os picos pesado e leve respectivamente. Para o caso de fissão assimétrica os parâmetros de contribuição e dispersão K_S e σ_S , são calculados empiricamente para uma reprodução dos dados experimentais. Já o parâmetro de posição D_{iAS} pode ser determinada pela equação $D_{iAS} = A_H - A_S$ e $D_{iAS} = A_L + A_S$, conhecendo o valor da massa média A_S e a posição aproximada dos picos de massa leve A_L e pesada A_H segundo é mostrado pelos dados experimentais e para cada tipo de fissão assimétrica.

Um importante observável no processo de fissão é a distribuição de carga de uma dada cadeia isobárica com número de massa A . Esta distribuição de carga pode ser considerada como uma distribuição Gaussiana [88, 89],

$$\sigma_{A,Z} = \frac{Y_A}{\Gamma_z \pi^{1/2}} \exp \left(-\frac{(Z - Z_p)^2}{\Gamma_z^2} \right), \quad (3.17)$$

Onde $\sigma_{A,Z}$ é a seção de choque independente do nuclídeo com carga Z e massa A (a expressão “independente” indica que a seção de choque da formação de um isótopo numa dada reação de *spallation*, é direta e independente do decaimento do núcleo pai, então a seção de choque é determinada como se mostra na equação 3.17 e como é explicado também em [35]).

O valor de σ_A corresponde à seção de choque total de fissão de uma cadeia isobárica com número de massa A . Os valores de Z_p e Γ_z podem ser representado como uma função linear com variação lenta ao número de massa dos fragmentos fissionantes,

$$Z_p = \mu_1 + \mu_2 A, \quad (3.18)$$

$$\Gamma_z = \gamma_1 + \gamma_2 A, \quad (3.19)$$

μ_i e γ_i foram determinados considerando uma análise sistemática da distribuição de número atômico dos fragmentos de fissão.

Similarmente para o caso de fotofissão onde temos que a distribuição de massa dos

fragmentos é,

$$Y_A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{K_{1AS}}{\sigma_{1AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S - D_{1AS})^2}{2\sigma_{1AS}^2} \right) + \frac{K_{1AS}}{\sigma_{1AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S + D_{1AS})^2}{2\sigma_{1AS}^2} \right) + \right. \\ \left. \frac{K_{2AS}}{\sigma_{2AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S - D_{2AS})^2}{2\sigma_{2AS}^2} \right) + \frac{K_{2AS}}{\sigma_{2AS}} \exp \left(-\frac{(A - A_S + D_{2AS})^2}{2\sigma_{2AS}^2} \right) + \right. \\ \left. \frac{K_S}{\sigma_S} \exp \left(-\frac{(A - A_S)^2}{2\sigma_S^2} \right) \right], \quad (3.20)$$

$$Y_{A,Z} = \frac{Y_A}{\Gamma_z \pi^{1/2}} \exp \left(-\frac{(Z - Z_p)^2}{\Gamma_z^2} \right), \quad (3.21)$$

onde $Y_{A,Z}$ é o rendimento independente do nuclídeo (Z,A). Y_A é o rendimento total para um determinado número de massa A, Z_p é a carga mais provável de isóbaros com número de massa A, e Γ_z é o parâmetro de largura. Z_p e Γ_z também são representados pela equação 3.18 e 3.19.

É importante ressaltar que nós começamos o processo de evaporação já com a distribuição dos núcleos obtidos no final da cascata intranuclear e o núcleo fissionante pode ser diferente daquele que iniciou a simulação de evaporação/fissão, porque nêutrons, prótons e partículas alfa podem evaporar antes da fissão acontecer.

As distribuições de número de massa dos fragmentos de fissão induzida por prótons são mostradas na figura 3.7 para os alvos de ^{241}Am , ^{238}U , e ^{237}Np obtida da referência [34]. Os resultados calculados com o CRISP são obtidos com os parâmetros da tabela 3.1.

A figura 3.8 mostra os rendimentos dos fragmentos de fissão induzida por fótons de Bremsstrahlung com endpoint de 3500 e 50 MeV em ^{232}Th e ^{238}U . O rendimento de massa como uma função do número de massa em unidades de mb por equivalente quanta (mb/eq.q). Os resultados obtidos usando o modelo CRISP são mostrados como uma linha sólida nas figuras mencionadas.

Figura 3.7: Da referência [34] temos as distribuições de massa dos fragmentos de fissão induzida por prótons com energia $E_p = 660$ MeV para os alvos: (a) ^{241}Am (b) ^{238}U , e (c) ^{237}Np . Os símbolos sólidos; quadrado, círculo e triângulo são as seções de choque experimentais em unidades de mb indicados para cada um dos alvos, como uma função da cadeia isobárica A . A linha preta sólida corresponde ao cálculo pelo modelo CRISP e a linha pontilhada dá os resultados de um mínimo sobre chis-quadrados do ajuste dos dados experimentais.

Tabela 3.1: Parâmetros para os cálculos de distribuições de massa da referência [34]

Parâmetro	^{241}Am	^{238}U	^{237}Np
K_{1AS}	45.0	53.80	49.0
σ_{1AS}	4.2	1.60	4.5
D_{1AS}	20.0	22.50	21.3
K_{2AS}	220.5	477.32	252.0
σ_{2AS}	7.0	4.29	6.5
D_{2AS}	25.5	22.90	26.3
K_S	2970.0	1396.45	2590.0
σ_S	15.0	14.20	13.7

3.2.5 Modo de fissão superassimétrica

Existem alguns casos em que não é suficiente considerar a fissão simétrica e assimétrica, devido que a curva traçada pela distribuição de massa tem um comportamento mais complexo. Um processo conhecido é que mostrado em [22] para a produção de fragmentos de fissão induzida por prótons a 660 MeV em um alvo de ^{238}U y ^{237}Np , onde um

Figura 3.8: Da referência [33] temos as distribuições de massa dos fragmentos de fissão induzida por fótons de Bremsstrahlung para os alvos de ^{238}U (a), (c); e ^{232}Th (b) e (d). Rendimentos de massa como uma função de número de massa A em unidades de mb por equivalente quanta (mb/eq.q) a $E_{\text{max}} = 3500$ MeV (a), (b); e $E_{\text{mx}} = 50$ MeV (c), (d). Os símbolos quadrado e círculo são os rendimentos de massa experimentais para em unidades de mb/eq.q, indicados para cada um dos alvos. A linha preta sólida corresponde ao cálculo pelo modelo CRISP.

novo componente S3 (*Standard III*) é adicionado à equação principal do modelo multimodal (equação 3.16) desenvolvendo o chamado mecanismo de produção de fragmentos super-assimétricos.

Para ter em conta a possibilidade de uma fissão super-assimétrica, é incluído outro modo de fissão, S3, ao modelo CRISP, que pode ser descrito por um modelo de forma Gaussiana MM-NRM já mencionado anteriormente [36],

$$\sigma(A)_{3AS} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{K_{3AS}}{\sigma_{3AS}} \exp\left(-\frac{(A - A_S - D_{3AS})^2}{2\sigma_{3AS}^2}\right) + \frac{K_{3AS}}{\sigma_{3AS}} \exp\left(-\frac{(A - A_S + D_{3AS})^2}{2\sigma_{3AS}^2}\right) \right], \quad (3.22)$$

Como no caso dos três modos previamente analisados (*modo superlong*, *Standard I* e *II*) em referência [34], K_{3AS} , σ_{3AS} e D_{3AS} , são parâmetros ajustáveis que permite descrever os dados experimentais para a produção de fragmentos através do canal de fissão.

Também neste trabalho é mostrado os resultados de processo de *deep-spallation* e *spallation* [50] em um alvo de ^{238}U . A figura 3.9 mostra os resultados obtidos através da inclusão do modo super-assimétrica para o ^{238}U , da referência [22], mostrando uma boa descrição dos dados experimentais com os resultados obtidos com CRISP. Devemos ter em mente que o mecanismo de *deep-spallation* dá apenas uma pequena contribuição na região de fragmentos pesadas $A > 200$, mostrando que a fissão super-assimétrica é um mecanismo importante na região de fragmentos de massa intermediária $160 < A < 200$. Para os fragmentos pesados já o processo de *spallation* aumenta significativamente sendo este mecanismo relevante nesta área, e como será mostrado no próximo capítulo.

Figura 3.9: Da referência [22] é mostrada a distribuição de massa dos produtos de decaimento-binário de fissão induzida por prótons com energia $E_p = 660$ MeV no alvo de ^{238}U . Os círculos representam as seções de choque em mb para o alvo indicado e como uma função de uma cadeia isobárica A e dados extraídos das referências [3, 90, 91]. A linha sólida corresponde ao processo de fissão e a linha tracejada representa os resultados de *deep-spallation*, ambos calculados com o modelo CRISP. Os parâmetros utilizados para a modelagem desse processo são mostrados na referência já mencionada.

4 Resultados e Discussão

4.1 Observações gerais

As versões do CRISP que foram utilizadas são o *crisp_v3.0.2* e *crisp_v3.0.3*, estas versões já melhoradas mostram com mais detalhe os seguimentos dos processos de cascata, evaporação e fissão, mostrando em cada passo as distribuições de massa, carga, nêutrons, prótons e partículas alfas. A figura 4.1 mostra a interface usada pelo modelo CRISP, o *Root Object Browser*.

Figura 4.1: Plataforma *Root Object Browser* que é usado pelo CRISP para mostrar a distribuição de massa, carga, nêutrons e partículas alfa em um processo dado (MultimodalFission, MCEF, MCMC). Aqui é mostrado a distribuição de rendimento de massa *Yield* do núcleo fissionante para o processo de fissão multimodal induzida por fótons de Bremsstrahlung em um alvo de ^{181}Ta a $E_{max} = 3500$ MeV.

Aqui temos dos passos importantes a considerar. Primeiro o processo de cascata intranuclear (MCMC), segundo o processo de competição evaporação/fissão (MCEF). Neste processo de competição (evaporação/fissão) são obtidos resultados do processo de fissão e a evaporação dos fragmentos para sua posterior análise. A informação obtida do processo

de fissão é analisada mediante o modelo multimodal, para conhecer o tipo de fissão que foi gerado, fissão simétrica ou assimétrica como será visto posteriormente. Para o processo da evaporação dos fragmentos é obtida a seção de choque de espalação dos fragmentos residuais.

A execução do processo de cascata é feito através de uma arquivo de entrada “INPUT” com as informações necessárias para sua execução. A figura 4.2 mostra os dados que são colocados no arquivo, como o número de massa, número atômico, tipo de interação, energia inicial da partícula incidente, e o número de eventos a ser simulado (*SimulationCases*). O tipo de interação é referido ao tipo de partícula incidente que vai interagir com o núcleo alvo, e que pode ser fótons de Bremsstrahlung (*bremss*), prótons ou dêuterons.

```

1 MCMC Input File
2 #####
3 #                CRISP
4 # COLABORATION RIO-SÃO PAULO
5 #####
6
7 NucleusName      Ta181
8 MassIndex       181
9 NucleusCharge    73
10 CascadeType     bremss
11 InitialEnergy   50
12 StepEnergy      50
13 EnergiesNumber  1
14 SimulationCases 5000000

```

Figura 4.2: Arquivo INPUT de entrada de dados para o começo da cascata, em uma reação induzida por fótons de Bremsstrahlung em um alvo de ^{181}Ta a uma energia máxima de 50 MeV.

A quantidade de *SimulationCases* representa o número de eventos a simular. Quanto maior é o número de eventos simulados temos resultados mais precisos, no entanto aumenta-se o tempo de simulação do processador. Como veremos nos resultados temos casos onde é preciso aumentar o número de casos a simular, devido a uma estatística pobre obtida, e para uma correta comparação com os dados experimentais.

No final do processo de cascata um arquivo *cascata.root* é gerado com a informação necessária para começar o segundo processo de fissão/evaporação. Portanto o arquivo gerado servirá como entrada INPUT para o segundo processo e as informações necessárias são o número de massa, número atômico e a energia de excitação do núcleo composto gerado no final da cascata. No final do segundo processo outro arquivo *mcef.root* é gerado e servirá também como entrada INPUT para o processo da fissão multimodal.

4.2 Resultados

4.2.1 Fissão e espalação induzida por fóton em ^{181}Ta

A figura 4.3 mostra as distribuições dos rendimentos de massa dos fragmentos residuais *Yield*, do núcleo fissionante (distribuições de massa do processo de fotofissão e espalação obtido pelo CRISP).

Figura 4.3: Gráfico da distribuição do rendimento de massa *Yield*, do núcleo fissionante obtido pelo CRISP, para as energias de 50 MeV [(a) e (c)] e para 3500 MeV [(b) e (d)]. Os casos (a) e (b) corresponde ao processo de fissão e (c) e (d) corresponde ao processo de espalação. A legenda mostra a massa média do processo (Mean), assim como também a raiz quadrática média dos valores de massa (RMS). O número de eventos simulados para a cascata foi de 5×10^6 , e de 5×10^3 para o processo de MCEF.

Na figura 4.3a, pode-se observar uma distribuição com estatística menor (pobre estatística) em comparação com a distribuição da figura 4.3b que é mais próxima a uma curva

Gaussiana contínua. Isto acontece porque para núcleos pré-actinídeos a baixas energias (< 50 MeV) o parâmetro de fissilidade é menor que para altas energias [20], portanto temos poucos eventos de fissão a baixas energias com um erro estatístico grande, assim para representar melhor o processo de fissão é necessário aumentar o número de eventos a simular melhorando a nossa estatística de eventos obtendo um resultado mais próximo aos dados experimentais neste caso [35]. A massa média (A_S) do processo de fissão obtida foi de 88.5 e de 83.65 u.m.a. para as energias de 50 e 3500 MeV respectivamente, este valor foi usada para o ajuste multimodal do processo.

As figuras 4.3c e 4.3d mostram a distribuição inicial dos rendimentos de massa do processo de espalação. Pode-se observar que o rendimento de massa para espalação é de 4 ordens de magnitude maior que no caso de fissão para uma energia de $E = 3500$ MeV, e de quase 6 ordens de magnitude maior para o caso de $E = 50$ MeV. Assim pode-se dizer que para as reações induzidas por fótons temos que os rendimentos de massa para o processo de espalação é muito maior do que os rendimentos de fissão. O processo de espalação é considerada como uma combinação dos processos de cascata e evaporação de nucleons.

Para ambas energias de $E = 50$ e 3500 MeV, usamos um número de eventos a ser simulados na cascata de $N = 5 \times 10^6$, número grande comparada com o número de eventos simulados para o ^{238}U ou ^{208}Pb , que serão apresentadas posteriormente. Isto é devido a que temos uma baixa estatística, principalmente para o caso de $E = 50$ MeV. No segundo processo MCEF foi considerado um número de eventos 5×10^3 , número suficiente de simulações para esta fase de evaporação/fissão (Para um maior número de eventos de MCEF o resultado não varia significativamente).

O número de eventos totais N_{totais} que foi considerado no processo segundo o número de eventos tomados para a cascata $N_1 = 5 \times 10^6$ e para o processo de evaporação/fissão, $N_2 = 5 \times 10^3$, assim temos que $N_{\text{totais}} = 5 \times 10^6 \times 5 \times 10^3 = 25 \times 10^9$ eventos totais. Das figuras 4.3c e 4.3d temos que o número de eventos para espalação é da ordem de 1.5×10^8 , em bom acordo com o caso máximo de eventos N_{totais} ($1.5 \times 10^8 < N_{\text{totais}}$).

Temos que mencionar que até agora o CRISP não pode fazer fotoabsorção abaixo de 40 MeV, devido a que abaixo desta energia os processos de excitação coletiva como a ressonância gigante de dipolo elétrico (GDR) torna-se mais importante e não pode ser reproduzida com o modelo CRISP. Tendo em conta o anterior e como a seção de choque de fotofissão é uma medida que depende dos processos de fotoabsorção não será possível obter resultados reais nesta faixa de energia. A seção de choque total de fissão armaze-

nado no vetor *TVectorD* de nosso modelo, esta errada, devido ao fato de que a variável *total_counts* (quantidade total de entradas no processo da cascata) não representam a realidade do processo de fotoabsorção.

Com a distribuição dos rendimentos obtidos da figura anterior, nós calculamos as seções de choque dos produtos de fissão e espalação com o código que é mostrado na figura 4.4 e que foi implementada no CRISP.

```

118
119     for(int n=0 ; n < gr2->GetN() ; n++){
120
121         int Spall_A = gr2->GetX()[n];
122         double Y = gr2->GetY()[n];
123
124         rnt = 1.18*pow(Spall_A, 1./3.); //radio nuclear em 10e-15 m (femtômetros)
125         sf = TMath::Pi() * pow(rnt, 2.) * 10000.; //fm^2 -> micro-barn, seção geométrica
126         // count_totais = 1.91383e+9 é o número de contagens totais para Ta-50 MeV
127         // count_totais = 1.51551e+9 é o número de contagens totais para Ta-3500 MeV
128         // Y é o número de contagens obtidas para um dado valor de A -Spallation
129         //sc = (Y/553673000)*sf; // Ta-50 MeV, 5.53673e+08
130         sc = (Y/1515510000)*sf; // Ta- 3500 MeV
131         file_freq << Form("%d \t %f \t \t %f \n", Spall_A, Y , sc);
132     }
133     for(int n=0 ; n < gr3->GetN() ; n++){
134         int Spall_Z = gr3->GetX()[n];
135         double Y = gr3->GetY()[n];
136         file_freq2 << Form("%d \t %f \n", Spall_Z, Y);
137     }
138

```

Figura 4.4: Código utilizado para o cálculo da seção de choque dos produtos de fissão e espalação de ^{181}Ta com energias máximas dos fótons incidentes de $E = 50$ e 3500 MeV.

A figura 4.4 mostra o modelo feito para o cálculo da seção de choque de espalação. Aqui foi considerado o número de massa A , o raio nuclear r , e o número de contagens para uma massa dada, Y . A equação principal para o cálculo da seção de choque dos fragmentos de fissão e espalação é dada:

$$\sigma_A = K(Y/Count_totais) * g * 0.5, \quad (\mu b) \quad (4.1)$$

onde K é uma constante que servirá para ajustar os valores calculados com os experimentais. Y é o número de contagens obtidas para um dado valor de A . As contagens $Count_totais(50\text{MeV}) = 1.91383 \times 10^9$, e $Count_totais(3500\text{MeV}) = 1.51551 \times 10^9$, são os números de contagens totais dos processos de fissão e espalação para os casos de Ta-50 MeV e Ta-3500 MeV, respectivamente, obtidos pelo CRISP (em bom acordo com o número de eventos máximos a acontecer $N_{totais} = 25 \times 10^9$).

Sendo r é o radio do núcleo que é definido como, $r = 1.18 A^{1/3}$, em femtômetros (10^{-15} m). O valor de, $g = \pi(r)^2 \cdot 10^4$, é a seção geométrica do núcleo em unidades de

μb (microbarn). O fator 0.5 é devido à dupla contagem dos dois fragmentos gerados em cada evento no processo de fissão. No processo de espalação este fator de 0.5 já não é considerado.

Para a obtenção das distribuições dos rendimentos de massa de fissão das figuras 4.3a e 4.3b foi preciso utilizar o modelo multimodal para aproximar as distribuições dos dados experimentais mediante curvas Gaussianas para uma fissão simétrica ou assimétrica, como foi explicado no capítulo anterior.

A distribuição de massa dos fragmentos de fissão em núcleos actínídeos (Th, U, Np) induzida por diferentes projéteis a energias intermediárias, possuem modos de fissão simétrica e assimétricas. Essas distribuições podem ser representados por cinco curvas Gaussianas como foi mostrado no capítulo anterior (equação 3.20). E para o caso do núcleo pré-actínídeo é considerando o caso simétrico com uma contribuição pequena do caso assimétrico. É também conhecido que para núcleos pré-actínídeos ($A \approx 180 - 220$) a fissão a energias intermediárias é predominantemente simétrica devido à natureza da configuração experimental que foi encontrado em [89].

Para o caso de Ta, assumimos uma distribuição simétrica e segundo a equação 3.20 temos que a equação para fissão simétrica é reduzida a seguir:

$$Y_A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{K_S}{\sigma_S} \exp \left(-\frac{(A - A_S)^2}{2\sigma_S^2} \right) \right], \quad (4.2)$$

onde A é o número de massa do fragmento, A_S é o número de massa média que determina o centro da função Gaussiana, e K_S , σ_S , D_S são os parâmetros de contribuição, dispersão e posição da componentes simétrica da função gaussiana. Estes parâmetros são determinados segundo a distribuição dos dados experimentais a reproduzir, e serão determinados para ajustar a curva gerada pelos valores obtidos pelo CRISP.

No trabalho feito por Deppman et al. [35] mostra uma ajuste da distribuição de massa para o caso do processo de fotofissão em um alvo de ^{181}Ta através da equação 4.3. Esta equação é uma variação da equação 4.2, mas apenas das constantes, sendo: $\lambda_A = \frac{K_S}{\sqrt{2\pi}\sigma_S}$, $M_A = A_S$, $\Gamma_A^2 = 2\sigma_S^2$.

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros para o cálculo da distribuição de massa de fissão para a reação: $^{181}\text{Ta} + \gamma$. Parâmetros experimentais de [35].

Parâmetro	50 MeV	3500 MeV
$(\lambda_A)_{exp}$	0.00040 ± 0.00001	0.0410 ± 0.0002
$(\lambda_A)_{cal}$	0.0004	0.043
$(M_A)_{exp}$	88.0 ± 0.6	85.0 ± 0.6
$(M_A)_{cal}$	88.5	83.6
$(\Gamma_A)_{exp}$	14.39 ± 0.20	23.5 ± 0.3
$(\Gamma_A)_{cal}$	14.14	23.36

$$Y_f = \lambda_A \exp\left(-\frac{(A - M_A)^2}{\Gamma_A^2}\right) \quad (4.3)$$

A curva da equação 4.3 representa a distribuição de massa definida pela altura λ_A , a massa média M_A , e uma largura Γ_A da curva Gaussiana. Mediante um ajuste dos dados experimentais com uma curva que reproduz melhor estes dados, foi obtido os valores desses parâmetros de forma experimental [35] $((\lambda_A)_{exp}, (M_A)_{exp}, (\Gamma_A)_{exp})$. Estes parâmetros servirão como padrão para os valores dos parâmetros utilizados (calculados) neste caso $((\lambda_A)_{cal}, (M_A)_{cal}, (\Gamma_A)_{cal})$ é que são mostrados na tabela 4.1.

A massa média (M_A) calculada do CRISP para o processo de fissão e que foi mostrando na figura 4.3, é de 88.5 e de 83.65 u.m.a. para as energias de 50 e 3500 respectivamente.

A comparação dos parâmetros ajustados aos dados experimentais e os parâmetros calculados são apresentados na tabela 4.1.

Com todo o desenvolvido anteriormente vamos mostrar os resultados dos valores calculados da equação 4.1 para a fissão. A figura 4.5 mostra os resultados obtidos utilizando a equação 4.1 para o caso de fissão a $E = 50$ MeV. É apresentado o valor da massa do núcleo composto A, as contagens obtidas para esse valor de A, Y, e a respectiva seção de choque em μb . A constante utilizada foi de $K = 1$, mas para uma comparação com os dados experimentais será utilizado outro fator a ser analisado.

Tendo em conta que os valores experimentais para as energias de $E = 50$ MeV e $E = 3500$ MeV, são os rendimentos totais de fissão em unidades de μb (microbarn) por equi-

A	Counting	Cross Section
72	95.000000	0.018790
73	106.000000	0.021159
74	112.000000	0.022561
75	136.000000	0.027641
76	147.000000	0.030142
77	151.000000	0.031233
78	210.000000	0.043812
79	252.000000	0.053023
80	255.000000	0.054106
81	272.000000	0.058193
82	308.000000	0.066437
83	322.000000	0.070020
84	313.000000	0.068608
85	379.000000	0.083733
86	328.000000	0.073033

Figura 4.5: Tabela de dados para o caso de fissão a 50 MeV: A no intervalo de [72-86], contagens Y, seção de choque de fissão para ^{181}Ta em μb (micro-barn).

valente quanta ($\mu\text{b}/\text{eq.q}$) para o caso de $E = 50 \text{ MeV}$, e de milibarn por equivalente quanta ($\text{mb}/\text{eq.q}$) para o caso de $E = 3500 \text{ MeV}$. O termo de equivalente-quanta é dado porque o espectro de Bremsstrahlung medido foi em equivalente quanta por segundo(eq.q.s^{-1}). Daqui em diante para o Ta, vamos considerar seções de choque como rendimentos de fissão em unidades de $\mu\text{b}/\text{eq.q}$ ou $\text{mb}/\text{eq.q}$ conforme o caso.

O ajuste dos valores calculados com os dados experimentais levo a utilizar para o valor de K de 5.0 e 6.5 para as energias de 50 e 3500 MeV, respectivamente. Temos que ter em conta que esta aproximação se faz de modo que o ajuste dos valores calculados seja o mais próximo à distribuição dos dados experimentais, de modo que o valor de K é aproximado. O uso deste fator nos resultados calculados pelo CRISP é porque os resultados não representam totalmente a realidade do processo físico analisado (fotoabsorção), devido que temos uma faixa, abaixo de 40 MeV, que não pode ser analisada pelo CRISP, de modo que é preciso o uso de um fator de normalização para os dados experimentais e um número suficientemente grande de eventos a ser simulado. O espectro da distribuição da energia dos fótons de Bremsstrahlung, até um máximo E_{max} é como uma curva exponencial decrescente tendo que abaixo de 40 MeV a maior quantidade de fótons que não são reproduzidos pelo CRISP.

Mostraremos agora a comparação dos resultados experimentais e calculados dos rendimentos de massa para o processo de fissão da reação com fótons de Bremsstrahlung: $^{181}\text{Ta} + \gamma$ (*bremss*), com energias máximas de 50 e 3500 MeV. As figuras 4.6 e 4.7 mostram a comparação dos dados experimentais dos rendimentos de massa dos produtos de fissão obtidos de [35] (pequenos quadrados sólidos ■), com os rendimentos de massa dos

produtos de fissão obtidas pelo modelo CRISP (linha tracejada). Também é mostrado os dados normalizados com a dados experimentais (curva contínua vermelha).

Figura 4.6: Rendimentos de massa de produtos de fissão induzida por fótons a $E_{\gamma_{max}} = 50$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) [35], cálculo pelo modelo CRISP é dada pela linha tracejada. Dados normalizados do CRISP com os dados experimentais (curva contínua vermelha).

Figura 4.7: Rendimentos de massa de produtos de fissão induzida por fótons a $E_{\gamma_{max}} = 3500$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) [35], cálculo pelo modelo CRISP é dada pela linha tracejada. Dados normalizados do CRISP com os dados experimentais (curva contínua vermelha).

Das figuras 4.6 e 4.7, pode-se observar que a distribuição de dados experimentais esta de acordo com a nossa hipótese de distribuição simétrica. Também pode-se observar uma boa concordância entre os dados experimentais e os valores calculados pelo CRISP especialmente sobre a forma global da distribuição. Tal acordo é melhor vista quando o

resultado do CRISP é normalizado para os dados experimentais. Os valores de K utilizados foram de 5.0 e 6.5 para as energias de 50 e 3500 MeV, respectivamente.

Uma melhor comparação da distribuição dos rendimentos de massa é possível quando é mostrado ambos processo de fissão (fotofissão) e espalação como uma distribuição total. Isto foi possível somando as distribuições, já normalizadas, de fissão e espalação.

A distribuição total dos rendimentos de fissão e espalação calculados pelo CRISP são apresentados em uma mesma figura, somando ambos resultados e mostrando uma única curva fissão-espalação. A figura 4.8 mostra os resultados de cálculo da soma dos rendimentos dos fragmentos de fissão e espalação para o caso de 50 MeV. Para o processo de espalação não temos dados experimentais de modo que não é possível fazer uma comparação com os valores calculados.

Figura 4.8: Soma dos rendimentos de massa dos produtos de fissão e espalação induzida por fótons a $E_{\gamma_{max}} = 50$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) [35], cálculo pelo modelo CRISP para fissão é dada pela curva de linha pontilhada, e para espalação é dada pela curva em linha tracejada (de cor vermelha). Em ambos casos de fissão e espalação estão normalizados pelo mesmo fator de $K=5.0$.

Na figura 4.8 pode-se observar uma boa concordância entre os dados experimentais e os resultados obtidos pelo CRISP (normalizados) no intervalo de fissão. Já para o processo de espalação não é possível fazer uma análise devido a que não temos dados experimentais.

A figura 4.9 mostra os resultados de cálculo da soma dos rendimentos dos fragmentos de fissão e espalação para o caso de 3500 MeV. Os dados experimentais foram obtidos de [92] de modo que é possível fazer uma comparação mais detalhada de todo o processos.

Figura 4.9: Soma dos rendimentos de massa de produtos de fissão e espalação induzida por fótons a $E_{\gamma_{max}} = 3500$ MeV em ^{181}Ta : dados experimentais (■) obtidos de [92], cálculo pelo modelo CRISP (normalizado) para fissão é dada pela curva de linha pontilhada, e para espalação é dada pela curva em linha tracejada. A curva vermelha representa a soma dos resultados dos rendimentos de fissão e espalação. Em ambos casos de fissão e espalação estão normalizados pelo mesmo fator de $K=6.5$.

Na figura 4.9 pode-se observar as linhas correspondentes a fissão (linha pontilhada) e espalação (linha tracejada) e a soma de ambos processos mostrada como uma curva contínua vermelha. Pode-se observar como a curva contínua descreve bem o comportamento dos dados experimentais. Ao lado esquerdo da figura mostra-se alguns resultados experimentais que possivelmente seja do processo de multi-fragmentação [47, 49]. O processo de multi-fragmentação esta ainda em fase de estudo para sua implementação no CRISP e que implementado com os modelos já feitos de fissão e espalação faria um modelo ainda mais potente para o estudo de reações nucleares.

Os resultados das figuras 4.8 e 4.9 foram apresentadas no trabalho de Deppman e colaboradores “Bremsstrahlung-induced fission and spallation of the pre-actinide nucleus ^{181}Ta ” [35].

Temos que mencionar que para o processo de *MultimodeFission* no CRISP, consideramos um fator de correção “ Σ ”, que é definido como uma fração de energia transferida para graus de liberdade coletivos associados a deformações da superfície nuclear e à energia transferida aos núcleos dentro do núcleo. Este fator é uma correção na energia de excitação dos fragmentos para núcleos leves. Os nucleons leves gastam mais energia na deformação nuclear precedente à fissão devido a que possuem menor fissilidade [91,93].

Para o caso de ^{181}Ta a uma energia máxima de $E = 50$ MeV (dos fótons incidentes) nós consideramos o valor aproximado de $\Sigma = 0.5$ o que indica que a metade da energia incidente vai para a deformação do núcleo composto e a outra metade vai para os fragmentos como energia de excitação. Este valor de 0.5 ajusta-se melhor para sua comparação com os dados experimentais. Para o caso de ^{181}Ta a uma energia máxima de $E = 3500$ MeV (dos fótons incidentes) foi utilizado um valor $\Sigma \sim 0.0$ segundo a distribuição dos dados experimentais que é mostrado na figura 4.10, o que indica que quase toda a energia vai ser utilizado para a deformação do núcleo e quase nada para os núcleos dentro do núcleo.

Para ter uma melhor ideia da influência do fator de correção no processo de fissão, é mostrado uma figura 4.10. Esta figura mostra o comportamento do rendimento total do processo de fissão + espalação calculados com o modelo CRISP para o caso de $E = 3500$ MeV, fazendo variações no fator Σ .

Na figura 4.10 é mostrado vários casos do comportamento do rendimento de massa total de fissão + espalação calculados com o modelo CRISP para o caso de $E = 3500$ MeV, fazendo alterações no fator Σ . Para o valor do fator $\Sigma = 0.0$ como é mostrado na figura 4.10f, indica que toda a energia é utilizada para a deformação do núcleo e o posterior processo de fissão. Para o caso de $\Sigma = 1.0$, indica que toda a energia vai para os fragmentos (nucleons no núcleo) como energia de excitação. Um resultado interessante que é possível mencionar é que se o fator de correção fosse de $\Sigma = 0.9$ como é mostrado na figura 4.10a, temos que 90% da energia total que chega ao núcleo vai para os núcleons dentro do núcleo como energia de excitação, o restante 10% vai para a deformação do núcleo, assim depois do núcleo fissionar temos que os fragmentos gerados tem uma energia de excitação ainda grande (que vêm do 90%) e o processo de evaporação contínua mesmo assim tinha acontecido a fissão, gerando assim núcleos mais leves. É por isso que na figura 4.10a a linha vermelha obtida pelo CRISP é mostrado deslocado para fragmentos com menor número de massa.

Figura 4.10: Rendimento de massa total de fissão+espalação para $E_{\gamma\text{max}} = 3500$ MeV calculados com o modelo CRISP e fazendo alterações no fator Σ : (a) $\Sigma = 0.9$, (b) $\Sigma = 0.7$, (c) $\Sigma = 0.5$, (d) $\Sigma = 0.3$, (e) $\Sigma = 0.1$, (f) $\Sigma = 0.0$. O número de casos simulados para a cascata foi de 5×10^6 , e de 2×10^2 para o processo de MCEF.

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros do cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $p(1000 \text{ MeV}) + {}^{208}\text{Pb}$.

Parâmetro	${}^{208}\text{Pb}$
K_{1AS}	0.055
σ_{1AS}	3.97
D_{1AS}	25.15
K_{2AS}	0.034
σ_{2AS}	5.21
D_{2AS}	72.4
K_S	75.5
σ_S	17.93

4.2.2 Fissão e espalação induzida por próton em ${}^{208}\text{Pb}$

Nesta parte do trabalho, vamos fazer uma análise do processo de fissão e espalação induzida por prótons em um alvo de ${}^{208}\text{Pb}$. Para este fim vamos mostrar uma comparação com os dados obtidos pelo CRISP da distribuição dos fragmentos de massa de fissão e espalação em ${}^{208}\text{Pb}$ induzida por próton a $E_p = 1000 \text{ MeV}$, e que foram comparadas com os respectivos dados experimentais [44].

No trabalho feito por Baylac-Domengetroy [26] que é um estudo relacionadas à geração de produtos de reações nucleares em reatores Híbridos ADS (da sigla em inglês Accelerator Driven System) para a incineração de resíduos nucleares, é mostrado um ajuste da distribuição de massa para o processo de *spallation* (onde está incluído o processo de fissão e de espalação) em um alvo de ${}^{208}\text{Pb}$ com próton induzidos a uma energia de $E_p = 1000 \text{ MeV}$ e que será utilizado para uma comparação com os valores calculados pelo CRISP.

Em nosso cálculo foi assumido uma distribuição simétrica com uma pequena contribuição do componente assimétrico. Os resultados calculados do processo de fissão a partir do modelo CRISP para a reação: $p(1000 \text{ MeV}) + {}^{208}\text{Pb}$, são obtidos com os parâmetros do modelo multimodal MM-NRM [36] apresentados na tabela 4.2.

Também mostramos na figura 4.11 as distribuições dos rendimentos de massa *Yield* obtidos pelo CRISP para os processos de fissão e espalação da reação: $p(1000 \text{ MeV}) + {}^{208}\text{Pb}$.

Figura 4.11: Gráfico da distribuição do rendimento de massa $Yield$, para o processo de fissão (a) e espalação (b) em um alvo de ^{208}Pb induzido por prótons a $E_p = 1000$ MeV. A legenda mostra a massa média do processo (Mean), assim como também a raiz quadrática média dos valores de massa (RMS). O número de eventos simulados para a cascata foi de 5×10^3 , e de 1×10^3 para o processo de MCEF.

Na figura 4.11a, pode-se observar uma distribuição quase simétrica e com uma boa estatística. A massa média para este caso é de $A_S = 89.21$. Usamos para a cascata um número de eventos de $N = 5 \times 10^3$. E no segundo processo MCEF foi considerado um número de eventos 1×10^3 .

Com as contagens obtidas na distribuição da figura 4.11 para cada valor de A , nós calculamos as seções de choque para cada número de massa A , com a equação já conhecida,

$$\sigma_A = K(Y/Count_{totalis}) * g * 0.5, \quad (4.4)$$

onde K é uma constante que servirá para ajustar os valores calculados com os experimentais. O valor de Y é o número de contagens obtidas para um dado valor de A . O valor de $Count_{totalis} = 4.784 \times 10^6$, é o número de contagens totais obtidos no CRISP para o processo de fissão e espalação. $g = \pi(r + 1.2)^2 \cdot 10$, é a seção geométrica do núcleo em mb (milibarn). $r = 1.18 A^{1/3}$, em femtômetros (10^{-15} m) é o raio do núcleo. O aumento de $r_p = 1.2$ ao valor de r , refere-se ao raio do próton que é adicionado ao raio nuclear para o cálculo da choque seção geométrica. O fator 0.5 é devido à dupla contagem dos dois fragmentos gerados em cada evento no processo de fissão. No processo de espalação este fator já não é considerado.

A figura 4.17 mostra os resultados do cálculo da equação 4.4 para os processos de fissão e espalação. Nesta figura mostra o valor da massa do núcleo composto A, as contagens obtidas para esse valor de A, Y, e a respectiva seção de choque em μb . A constante utilizada aqui foi de $K = 1$, mas para uma comparação com os dados experimentais será utilizado outro fator a ser analisada.

A	Counting	Cross Section	A	Counting	Cross Section
22	36.000000	4.800892	158	11571.000000	4348.583984
23	30.000000	4.088860	159	12228.000000	4611.796387
24	20.000000	2.783585	160	11119.000000	4208.322266
25	26.000000	3.692340	161	10153.000000	3856.179443
26	48.000000	6.950387	162	12368.000000	4713.819824
27	44.000000	6.491844	163	14214.000000	5436.152832
28	50.000000	7.512098	164	13525.000000	5190.458984
29	51.000000	7.798007	165	15126.000000	5824.747559
30	55.000000	8.553837	166	18286.000000	7065.579102
31	72.000000	11.383952	167	21174.000000	8209.176758
32	83.000000	13.334963	168	22106.000000	8599.360352
33	83.000000	13.544034	169	25378.000000	9905.228516
34	108.000000	17.892218	170	27053.000000	10594.135742
35	120.000000	20.175144	171	28641.000000	11253.126953
			172	33464.000000	13191.371094
			173	32729.000000	12943.865234
			174	31137.000000	12354.336914

(a)

(b)

Figura 4.12: Tabela de dados: A, contagens Y, seção de choque de fissão para ^{208}Pb em μb para o processo de fissão (a) e espalação (b).

Com o desenvolvido até o momento nós mostraremos o resultado final da distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação calculados pelo CRISP. A figura 4.13 mostra a distribuição de massa de fissão e espalação para a reação: $p(1000\text{ MeV}) + ^{208}\text{Pb}$. Aqui é mostrado também os dados experimentais obtidos de [44], o resultado calculado pelo CRISP e o resultado normalizado com os dados experimentais. Esta normalização levou a utilizar o valor de $K = 1.7$.

Figura 4.13: Distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 1000$ MeV em ^{208}Pb : dados experimentais (■) [44]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (linha tracejada). Resultado do CRISP normalizado com os dados experimentais (curva contínua vermelha).

Da figura 4.13, pode-se observar uma excelente concordância entre os dados experimentais e os valores calculados pelo CRISP (que é mostrado em linha tracejada) especialmente sobre a forma global da distribuição. Tal acordo é melhor vista quando o resultado do CRISP é normalizado para os dados experimentais (curva contínua). No caso específico da espalação temos que os resultados calculados mostram uma reprodução da distribuição de massa superestimada no final da curva aproximadamente no intervalo de $A = 180-210$. O fator de normalização utilizado foi de $1.7 > 1$. Assim temos que os resultados calculados pelo CRISP estão levemente subestimados, isto pode ser devido a que para reações induzidas por prótons há um processo que não foi considerado em nosso análise e que poderia ser importante considerar, o processo de fragmentação nuclear. Este processo foi explicado brevemente no capítulo 2 e acontece quando a energia de excitação nuclear $E^*/A \geq 3$ MeV.

Um trabalho interessante do estudo de reações de *spallation* induzidas por próton em um alvo de chumbo e bismuto foi desenvolvido por Baylac-Domengetroy [26], aqui mostra uma análise destas reações de *spallation* com modelos conhecidos como por exemplo o High Energy Transport Code (HETC) [41], Los Alamos High Energy Transport Code (LAHET) [42], Monte Carlo N-Particle eXtended (MCNPX) [43]. Um dos resultados ob-

tidos no trabalho de Baylac-Domengetroy foi a comparação das distribuições de massa residuais de fissão e evaporação usando o modelo MCNPX-Bertini para uma reação induzida por prótons a $E = 1$ GeV, em um alvo de chumbo. O termo “Bertini” refere-se ao fato de que o modelo físico no qual o modelo de Monte Carlo MCNPX é baseado, é o modelo Bertini que foi desenvolvido no capítulo 2. Os dados obtidos desta distribuição de massa utilizando o modelo MCNPX foram utilizados neste trabalho para fazer uma comparação com os dados obtidos no CRISP para a reação em análise: $p(1000 \text{ MeV}) + {}^{208}\text{Pb}$.

A figura 4.14 mostra a distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação calculados pelo CRISP e por o método MCNPX-Bertini. Os dados experimentais [44] são mostrados como pequenos quadrados sólidos (■).

Figura 4.14: Distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 1000$ MeV em ${}^{208}\text{Pb}$: dados experimentais (■) [44]. Cálculo pelo modelo CRISP é dada pela curva sólida vermelha. Cálculo pelo modelo MCNPX-Bertini [26] é dada pela curva sólida azul.

Na figura 4.14 é mostrado uma comparação das distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação obtidos por dois modelos diferentes e com os dados experimentais correspondentes. O resultado pelo modelo MCNPX-Bertini é mostrado como uma linha tracejada. O resultado pelo modelo CRISP é mostrado como uma curva contínua e que já foi mostrada na figura 4.13. Nesta figura pode-se observar que o ajuste feito pelo modelo CRISP tem uma melhor concordância com os dados experimentais do que o ajuste feito pelo modelo MCNPX-Bertini, mostrando a capacidade simuladora do modelo

utilizado neste trabalho.

4.2.3 Fissão e espalação induzida por próton em ^{238}U

Nesta parte do trabalho, vamos fazer uma análise do processo de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 660$ MeV em um alvo de ^{238}U . Para este fim vamos mostrar uma comparação com os dados obtidos pelo CRISP da distribuição dos fragmentos de massa de fissão e espalação em um alvo de ^{238}U induzida por próton a $E_p = 660$ MeV, e que foram comparada com os dados experimentais. Os resultados experimentais foram obtidos dos trabalhos realizados por Karapetyan [3] e Balabekyan [91].

O estudo do processo de fissão para esta reação: $p(660 \text{ MeV}) + ^{238}\text{U}$ utilizando o modelo CRISP já foi estudada por Deppman et al. [34], onde é apresentando uma análise dos rendimentos de fragmentos de fissão utilizando simulação com o modelo CRISP. Aqui mostramos um novo ajuste dos resultados obtidos por Deppman e colaboradores, e também a extensão da distribuição de massa para espalação. Os parâmetros encontrados no trabalho de Deppman [34] para o modelo multimodal de fissão serão usados aqui como ponto de partida para um novo ajuste dos resultados experimentais.

É conhecido que o modo assimétrico é predominante na fissão de núcleos actínídeos pesados em baixas energias, mas com o aumento da energia das partículas incidentes, a contribuição da fissão assimétrica diminui. A distribuição de massa dos fragmentos de fissão em núcleos actínídeos (Th, U, Np) induzida por diferentes projéteis a energias intermediárias, possuem modos de fissão simétrica e assimétricas [91, 94]. Estes modos simétrico e assimétricos são representadas pelo modelo de ruptura multimodal *MM-RNRM* por sua sigla em inglês (Multimodal - Random Neck Rupture Model) [36]. Segundo foi explicado no capítulo 3, este modelo é baseado em três modos de fissão: o modo simétrico (*superlong*), e dos modos assimétricos *Standard I* e *Standard II*, que são caracterizados pela influência das camadas esféricas. Essas distribuições podem ser representados por cinco curvas Gaussianas como foi mostrado no capítulo 3 (equação 3.16).

Vamos agora considerar uma importante ferramenta para conhecer o comportamento da distribuição de massa dos fragmentos de fissão, ou seja, o grau de contribuição simétrica ou assimétrica é a utilização de uma equação empírica para o valor crítico do

Tabela 4.3: Valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $p(660 \text{ MeV}) + {}^{238}\text{U}$.

Parâmetro	${}^{238}\text{U}$
K_{1AS}	2.0
σ_{1AS}	5.00
D_{1AS}	22.5
K_{2AS}	19.0
σ_{2AS}	5.59
D_{2AS}	22.0
K_S	9.05
σ_S	11.3

parâmetro de fissilidade definido por Chung et al. [95]:

$$(Z^2/A)_{cr} = 35.5 + 0.4(Z_f - 90) \quad (4.5)$$

onde Z_f é o número atômico do núcleo fissionante (o núcleo a fissionar depois de um prévio processo de evaporação inicial).

Também da fórmula de Chung (equação 4.5) poderíamos estimar o grau de simetria ou assimétrica do processo de fissão. De acordo com Chung para os núcleos com valores de Z^2/A maior do que o valor crítico, o modo da fissão simétrica é dominante, enquanto que o núcleo com valores menores do que o valor crítico, o canal principal é a distribuição assimétrica de fissão. O parâmetro de fissibilidade crítica para a reação $p(660 \text{ MeV}) + {}^{238}\text{U}$ é mostrado no trabalho de Deppman et al. [34], sendo $(Z^2/A)_{cr} = 36.3$. Também é mostrado o parâmetro de fissilidade promédio (Z^2/A) for ${}^{238}\text{U}$ é 37.3 ($A = 227$, $Z = 92$).

A pequena diferença entre os dois valores obtidos Z^2/A e $(Z^2/A)_{cr}$ poderia indicar a contribuição conjunta dos modos de fissão simétrica e assimétrica.

Os valores dos parâmetros utilizados do modelo multimodal para a simulação da distribuição de massa de fissão é mostrado na tabela 4.3.

No caso da reação com ${}^{238}\text{U}$ induzida por próton a $E_p = 660 \text{ MeV}$, mostramos na figura 4.15 a distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação calculados pelo CRISP, em um novo ajuste usando os parâmetros da tabela 4.3. Para o processo de fissão foi utilizada o modelo multimodal clássico com o ajuste de fissão simétrica e assimétrica.

Figura 4.15: Distribuições de massa de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 660$ MeV em ^{238}U : dados experimentais (■) [3, 91]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (curva contínua vermelha).

Da figura 4.15 pode-se observar, para o caso da fissão, uma boa concordância entre os dados experimentais e os valores calculados pelo CRISP, sobre a forma global da distribuição. Neste caso não foi necessário o uso de um fator de normalização, isto pode ser devido a que para este tipo de núcleos (actinídeos) como o urânio, temos uma grande fissilidade e o processo de fissão torna-se notável e o principal processo na formação de fragmentos residuais neste intervalo de massa ($A \approx 50 - 170$). Já para espalação a simulação se faz mais difícil devido a que temos dados experimentais com dispersão grande. Para os resultados do CRISP para espalação é mostrado um comportamento crescente, similar aos dados experimentais.

Na mesma figura 4.15 pode-se observar que temos dados experimentais onde não é possível uma reprodução com o modelo multimodal clássico, ao redor dos intervalos $A \approx (40 - 70)$ e $A \approx (150 - 180)$, então para tal fim vamos mostrar um novo ajuste dos dados experimentais incluindo também a fissão superassimétrica no modelo multimodal e que foi explicado no capítulo 3.

Temos que o ajuste do modelo multimodal clássico com a inclusão de fissão simétrica e assimétrica não é suficiente para uma boa análise dos dados experimentais. Para tal

Tabela 4.4: Valores dos parâmetros do cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $p(660 \text{ MeV}) + {}^{238}\text{U}$.

Parâmetro	${}^{238}\text{U}$
K_{1AS}	2.0
σ_{1AS}	5.00
D_{1AS}	22.5
K_{2AS}	19.0
σ_{2AS}	5.59
D_{2AS}	22.0
K_{3AS}	0.75
σ_{3AS}	20.59
D_{3AS}	57.0
K_S	9.05
σ_S	11.3

fim e como é mostrado em [22], apresenta-se um estudo de fissão superassimétrica para a mesma reação de fissão de: $p(660\text{MeV}) + {}^{238}\text{U}$, onde um terceiro modo de fissão *Standard III* (equação 3.22) é adicionado à equação geral do modelo multimodal (equação 3.16).

Os valores dos parâmetros utilizados no modelo multimodal (incluindo a fissão superassimétrica) para a simulação da distribuição de massa de fissão é mostrado na tabela 4.4.

Assim temos, um modo simétrico (S) e três modos assimétricos (1AS, 2AS, 3AS), com os respectivos parâmetros K_i , σ_i , e D_i que são os parâmetros de contribuição, dispersão e posição das componentes simétrica e assimétrica, respectivamente.

A figura 4.16 mostra as distribuições dos rendimentos de massa *Yield* obtidos pelo CRISP para o processo de fissão e espalação em um alvo de ${}^{238}\text{U}$ com prótons induzidos a $E_p = 660 \text{ MeV}$.

(a)

(b)

Figura 4.16: Gráfico da distribuição do rendimento de massa $Yield$, para o processo de fissão (a) e espalação (b), em um alvo de ^{238}U com prótons induzidos a $E_p = 660$ MeV. A legenda mostra a massa média do processo (Mean), assim como também a raiz quadrática média dos valores de massa (RMS). O número de eventos simulados para a cascata foi de 5×10^3 , e de 2×10^3 para o processo de MCEF.

Na figura 4.16a, pode-se observar a distribuição dos rendimentos de massa para o processo de fissão obtido pelo CRISP, com uma abordagem mais completa do modelo multimodal (fissão simétrica, assimétrica e superassimétrica). A massa média mostrada é de $A_S = 112.8$. Também pode-se encontrar do mesmo gráfico as posições dos picos pesado A_H e leve A_L do componente assimétrico na escala de massa A , sendo: $A_H = 134$ e $A_L = 92$. O valor de $A_H + A_L = 226$ ($\approx 2A_S$) em concordância com o modelo multimodal. Na figura 4.16b, é mostrada a distribuição dos rendimentos de massa para o processo de espalação obtido pelo CRISP. A massa média aqui mostrada é de $A_S = 230.7$.

Usamos para a cascata um número de eventos de $N = 5 \times 10^3$. No segundo processo MCEF foi considerado um número de eventos 2×10^3 . Temos que considerar que para

núcleos actínídeos como no caso de urânio a fissilidade do núcleo é próximo a 1 para energias intermediárias e altas [91]. Assim, pode-se observar da figura 4.16 que o número de contas para fissão é maior que para espalação, e com um intervalo da distribuição de massa para fissão de $A \approx 70-160$, mais amplo do que para espalação $A \approx 170-240$.

Com as contagens obtidas na distribuição da figura 4.16 para cada valor de A , nós calculamos as seções de choque para cada número de massa A com a equação de Chung, já mostrada para o caso de tântalo e chumbo.

$$\sigma_A = K(Y/Count_totais) * g * 0.5, \quad (4.6)$$

Da equação 4.6, K é uma constante de normalização com os dados experimentais. O valor de Y é o número de contagens obtidas para um dado valor de A . O valor de $Count_totais = 9.594 \times 10^6$, é o número de contagens totais obtidos no CRISP para o processo de fissão e espalação. O valor de, $g = \pi(r + 1.2)^2 \cdot 10$, é a seção geométrica do núcleo em unidades de mb (milibarn). O valor de r é o raio do núcleo que é definido como, $r = 1.18 A^{1/3}$, em femtômetros (10^{-15} m). O aumento de $r_p = 1.2$ refere-se ao raio do próton que é adicionado ao raio nuclear para o cálculo da choque seção geométrica. O fator 0.5 é devido aos dois fragmento de fissão que é gerado em cada evento, mas no processo de espalação este fator já não é considerado.

A figura 4.17 mostra os resultados do cálculo da equação 4.6 para o processo de fissão. Esta figura mostra o valor da massa do núcleo composto A , as contagens obtidas para esse valor de A , Y , e a respectiva seção de choque em μb .

A	Counting	Cross Section
48	3288.000000	390.104309
49	3592.000000	426.172333
50	3844.000000	456.070831
51	4336.000000	514.444092
52	4505.000000	534.495117
53	4770.000000	565.935974
54	4777.000000	566.766479
55	4768.000000	565.698669
56	4900.000000	581.359802
57	4874.000000	578.275024
58	4812.000000	570.919067
59	4861.000000	576.732666
60	4910.000000	582.546265
61	4678.000000	555.020630

Figura 4.17: Tabela de dados: A no intervalo [48-61], contagens Y , seção de choque de fissão para ^{238}U em μb (micro-barn) para o processo de fissão.

Com todo o desenvolvido até o momento nós podemos mostrar o resultado final da distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação calculados pelo CRISP mediante o modelo multimodal incluindo a superassimetria. A figura 4.18 mostra a distribuição de massa de fissão e espalação para a reação: $p(660 \text{ MeV}) + {}^{238}\text{U}$. Aqui é mostrado os dados experimentais obtidos de [3, 91], o resultado obtido pelo CRISP e o resultado normalizado com os dados experimentais. Aqui não foi necessário o uso de uma fator de normalização, isto pode ser devido a que para este tipo de núcleos (actínídeos) como o urânio, temos uma grande fissilidade e o processo de fissão torna-se notável e o principal processo na formação de fragmentos residuais neste intervalo de massa onde a fissão acontece ($\approx 40 - 180$).

Figura 4.18: Distribuição de massa de fissão e espalação induzida por prótons a $E_p = 660 \text{ MeV}$ em ${}^{238}\text{U}$: dados experimentais (■) [3, 91]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (curva contínua vermelha).

Da figura 4.18 pode-se observar o ajuste dos dados experimentais com o modelo multimodal incluindo a fissão superassimétrica. Este cálculo melhora o ajuste dos dados experimentais, especialmente sob os dados mostrados na base esquerda da curva Gaussiana de dois picos ao redor de $A \approx 40-70$. Pode-se dizer que tal contribuição na base esquerda da curva poderia ser devido a um novo modo de fissão assimétrica mas do lado direito ao redor de $A \approx 150 - 180$ não temos a mesma acumulação de dados experimentais, tal vez porque não foi possível uma medição de mais dados neste intervalo de massa,

Tabela 4.5: Valores dos parâmetros do cálculo da distribuição de massa de fissão com CRISP para a reação: $d(1 \text{ GeV MeV}) + {}^{208}\text{Pb}$.

Parâmetro	${}^{208}\text{Pb}$
K_{1AS}	0.175
σ_{1AS}	6.97
D_{1AS}	25.15
K_{2AS}	0.254
σ_{2AS}	8.21
D_{2AS}	72.4
K_S	75.5
σ_S	18.93

o também poderia indicar que a grande acumulação de dados experimentais do lado esquerdo é devido a uma contribuição dos processos de fissão e multi-fragmentação [47, 49] segundo o esquema feito por Hüfner e que é mostrado na figura 2.2. Assim é necessário uma implementação do modelo de multi-fragmentação no modelo CRISP, para uma melhor análise da distribuição de massa experimental. Para o processo de espalação temos que o ajuste segue o mesmo comportamento crescente dos dados experimentais. Em geral temos que a distribuição total calculada pelo CRISP para fissão e espalação (linha vermelha) tem uma boa reprodução dos dados experimentais.

4.2.4 Fissão e espalação induzida por dêuteron em ${}^{208}\text{Pb}$

Mostramos aqui a análise dos processos de fissão e espalação em um alvo de ${}^{208}\text{Pb}$ mas desta vez induzida por dêuterons a $E_d = 1 \text{ GeV}$. Sendo o chumbo um elemento pré-actínídeo consideraremos uma fissão simétrica com uma contribuição assimétrica pequena tal como foi considerado para a reação de prótons em um alvo de chumbo.

Os resultados calculados do processo de fissão a partir do modelo CRISP para a reação: $d(1 \text{ GeV MeV}) + {}^{208}\text{Pb}$, são obtidos com os parâmetros apresentados na tabela 4.5.

Da mesma forma como foi trabalhado em itens anteriores, nós calculamos as seções de choque para cada número de massa A, com a seguinte equação,

$$\sigma_A = K(Y/Count_totais) * g * 0.5, \quad (4.7)$$

K é a constante de normalização, Y é o número de contagens obtidas para um dado valor de A . O valor de $Count_totalis = 5.036 \times 10^6$, é o número de contagens totais obtidos no CRISP para o processo de fissão e espalação. $g = \pi(r + 2.4)^2 \cdot 10$, é a seção geométrica do núcleo em unidades de mb . $r = 1.18 A^{1/3}$, em femtômetros (10^{-15} m) e o aumento de $r_d = 2.4$ ao raio nuclear, refere-se ao raio do dêuteron e que é adicionado ao raio nuclear para o cálculo da seção de choque geométrica. O fator 0.5 é devido à dupla contagem dos dois fragmentos gerados em cada evento no processo de fissão. No processo de espalação este fator já não é considerado.

Com os resultados obtidos da equação 4.7, obtemos a seção de choque dos fragmentos de fissão e de espalação. Na figura 4.19 é mostrado os resultados para o caso da fissão. Aqui mostramos uma tabela de dados do número de massa A , as contagens obtidas para um A dado, Y , e a respectiva seção de choque em μb .

A	Counting	Cross Section
82	67346.000000	11899.554688
83	69701.000000	12383.684570
84	70651.000000	12621.050781
85	71841.000000	12903.003906
86	73352.000000	13244.853516
87	74678.000000	13555.659180
88	74434.000000	13582.153320
89	75253.000000	13802.806641
90	75619.000000	13941.141602
91	75676.000000	14022.562500
92	75302.000000	14023.484375
93	75299.000000	14092.814453
94	74532.000000	14018.116211
95	74006.000000	13987.234375
96	72487.000000	13766.489258

Figura 4.19: Tabela de dados: A no intervalo de [82 - 96], contagens Y , seção de choque dos fragmentos de fissão em μb , para a reação: $d(1\text{GeV}) + {}^{208}\text{Pb}$.

Mostraremos agora o resultado final da distribuição de massa dos fragmentos de fissão e espalação calculados pelo CRISP. A figura 4.20 mostra a distribuição de massa de fissão e espalação para a reação: $p(1\text{ GeV}) + {}^{208}\text{Pb}$. Aqui é mostrado os dados experimentais, o resultado obtido pelo CRISP e o resultado normalizado com os dados experimentais. Esta normalização levou a utilizar o valor de $K = 0.6 < 1$. O fator utilizado é menor a unidade, isto é porque temos valores calculados superestimados aos dados experimentais, o que poderia indicar que neste caso outros processos de produção de fragmentos poderiam tornar-se notáveis, como por exemplo o mecanismo de quase-dêuteron. E como também foi sugerido pelo professor Brett Vern Carlson do Instituto Tecnológico de Aeronáutica

(ITA), das reações induzida com dêutrons, uma porcentagem das partículas incidentes poderiam chegar ao núcleo como prótons e nêutrons separadamente uma vez que a ligação do dêuteron é quebrada pela força coulombiana do núcleo.

Figura 4.20: Distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por dêutrons a $E_d = 1$ GeV em ^{208}Pb : dados experimentais (■) [96]. Cálculo obtido pelo modelo CRISP (linha tracejada). Resultado do CRISP normalizado com os dados experimentais (curva contínua vermelha).

Da figura 4.20, pode-se observar que a forma global da distribuição calculada pelo CRISP (linha tracejada) tem um comportamento similar ao comportamento da distribuição dado pelo dados experimentais principalmente para o processo de fissão. A distribuição dos resultados do CRISP normalizado (linha contínua) mostra um ajuste melhor para fissão mas para o processo de espalação temos uma subestimação de dados. A forma global para espalação não é a mesma que dos dados experimentais. Aqui temos um deficit na distribuição para espalação para ser corrigido em futuros trabalhos utilizando o modelo CRISP.

Para ter uma melhor visão das distribuições de massa de fissão e espalação que foram calculados pelo CRISP separadamente, mostramos a figura 4.21 com os resultados obtidos para cada processo e a soma de ambos resultados calculados.

Figura 4.21: Distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação induzida por dêuterons a $E_d = 1$ GeV em ^{208}Pb : dados experimentais (■) [96]. Resultado do CRISP para fissão (linha tracejada). Resultado do CRISP para espalação (linha pontilhada). Soma total dos resultados obtidos pelo modelo CRISP (curva contínua).

Na figura 4.21, pode-se observar como as distribuições de massa dos fragmentos de fissão (linha tracejada) e espalação (linha pontilhada) se sobrepõem e se cruzam em aproximadamente $A = 138$. A soma de ambas distribuições (curva contínua) mostra um comportamento similar aos dados experimentais mas subestimada para espalação e superestimada para a fissão. Aqui temos encontrado uma dificuldade para o estudo de reações induzidas por dêuterons e que deverão ser abordadas em trabalhos futuros

4.2.5 Fissão e espalação induzida por dêuteron em ^{197}Au

Do trabalho feito por Balabekyan em [97] mostra a produção de seção de choque de 110 núclídeos radioativos, entre os números de massa $22 \leq A \leq 198$, os quais foram obtidos a partir da interação de dêuterons a 4,4 GeV com um alvo de ^{197}Au . A análise do rendimento da distribuição de massa permitiu considerar a coexistência de diferentes canais de interação: como evaporação, fissão e multi-fragmentação.

A figura 4.22 mostra os resultados obtidos com o modelo CRISP para fissão e espalação em linha tracejada (Azul) e junto com os resultados obtidos por Botvina, quem tem trabalhos feitos para o estudo do processo de multi-fragmentação da reação: d (4.4

GeV) + ^{197}Au , e que são mostrados nas referencias [98–101]. É importante mencionar que estes dados ainda não foram publicadas, e que foram usadas aqui para complementar os resultados calculados pelo CRISP. Os resultados da fragmentação de Botvina se mostram em linha pontilhada (preto). Aqui pode-se observar que o CRISP mostra uma grande superestimação para o calculo de fissão pelo que ainda esta em observação para seu melhoramento em interações com dêuterons.

Figura 4.22: Distribuição de massa de produtos de fissão e espalação induzida por dêuterons a $E_d = 4.4$ GeV em um alvo de ^{197}Au em unidades de mb : dados experimentais (■) [97], cálculo pelo modelo CRISP em linha tracejada (azul), dados obtidos do modelo de Botvina em linha pontilhada (preto) [102].

A figura 4.23 utiliza uma porcentagem de 9% do valor obtido pelo CRISP para fissão e espalação, mantendo os mesmos dados para espalação e do modelo de Botvina, assim obtemos um resultado mais próximo aos dados experimentais.

Figura 4.23: Distribuição de massa de produtos de fissão e espalação (mb), induzida por dêuterons a $E_d = 4.4$ GeV em um alvo de ^{197}Au : dados experimentais (■) [97], cálculo pelo modelo CRISP em linha tracejada (azul), aqui foi considerando apenas 9% do resultado do CRISP (para fissão e espalação). Dados obtidos do modelo de Botvina é mostrada em linha pontilhada (preto) [102]. A soma dos resultados do CRISP e de Botvina são mostrados na curva contínua vermelha.

5 *Conclusões*

O objetivo principal do trabalho foi o estudo das distribuições de massa dos fragmentos de fissão e espalação em reações induzidas por fótons, prótons e dêuterons em núcleos actínídeos e pré-actínídeos a energias intermediárias.

1. Para o estudo da reação com fótons de Bremsstrahlung em um alvo de ^{181}Ta , vimos que foi considerado um número de eventos a ser simulados na cascata de $N = 5 \times 10^6$, número maior com respeito às outras reações induzidas com prótons e dêuterons, devido a uma pobre estatística encontrada para o caso da energia de 50 MeV. Isto é devido a que para núcleos pré-actínídeos a baixas energias (< 50 MeV) o parâmetro de fissilidade é menor que para energias mais altas, portanto temos menos eventos de fissão que estão acontecendo assim que é necessário aumentar o número de eventos a simular para conseguir um resultado mais próximo aos dados experimentais. Também temos que dizer que o CRISP não pode fazer fotoabsorção abaixo de 40 MeV, pelo que não reproduz a realidade dos processo físicos abaixo dessa energia, portanto a reprodução dos dados experimentais torna-se mais difícil.

2. Para a mesma reação com tântalo, o fator de normalização utilizado K foi de 5.0 e 6.5 para as energias de 50 e 3500 MeV, respectivamente. Este fator de normalização é o fator que multiplicado com os resultados do CRISP ajusta-se melhor aos dados experimentais. O uso deste fator nos resultados calculados pelo modelo CRISP e porque esses resultados não representam totalmente a realidade do processo físico analisado, devido que temos uma faixa, abaixo de 40 MeV, que não pode ser analisada pelo modelo, de modo que é preciso o uso de um fator de normalização.

3. Também para o caso de ^{181}Ta tínhamos considerado o fator de correção “ Σ ” que está relacionada à energia transferida para graus de liberdade coletivos associados a deformações da superfície nuclear e à energia transferida aos núcleos dentro do núcleo. Para uma energia de $E = 50$ MeV foi considerado o valor de 0.5, isto significa que a metade

da energia incidente vai para a deformação do núcleo composto e a outra metade vai para os fragmentos como energia de excitação. Os resultados usando este fator de correção de 0.5 estão em bom acordo com os dados experimentais. Esse valor é aproximado e poderia variar ao redor de 0.5 ($\approx 0.45-0.55$). O comportamento da distribuição dos fragmentos de fissão para diferentes valores do fator de correção foi mostrado na figura 4.10. Já para o caso de $E = 3500$ MeV é considerado o valor de $\Sigma \approx 0.0$ segundo a distribuição dos dados experimentais que é mostrado na figura 4.10, o que indica que quase toda a energia vai ser utilizado para a deformação do núcleo e quase nada para os núcleos dentro do núcleo.

4. Também uma importante conclusão de utilizar o fator de correção é que se $\Sigma = 0.9$ como é mostrado na figura 4.10a, temos que 90% da energia total que chega ao núcleo vai para os núcleons dentro do núcleo como energia de excitação, o restante 10% vai para a deformação do núcleo, assim depois do núcleo fissionar temos que os fragmentos gerados tem uma energia de excitação ainda grande (que vêm do 90%) e o processo de evaporação contínua mesmo assim tinha acontecido a fissão, gerando assim núcleos mais leves. É por isso que na figura 4.10a a linha vermelha obtida pelo CRISP é mostrado deslocado para fragmentos com menor número de massa.

5. Para o caso da reação induzida com prótons em um alvo de ^{208}Pb vimos que a distribuição de massa calculada pelo CRISP, mostrada na figura 4.13, estão em excelente acordo aos dados experimentais, sobre a forma global da distribuição sendo melhor visualizada quando o resultado do CRISP é normalizado para os dados experimentais. O fator de normalização utilizado foi de 1.7, assim temos que os resultados calculados pelo CRISP estão levemente subestimados, isto pode ser devido a que para reações induzidas por prótons há um processo que não foi considerado em nossa análise e que poderia ser importante considerar, o processo de fragmentação nuclear. Para a distribuição de espalação vimos que os resultados calculados mostram uma distribuição de massa superestimada no final da curva, aproximadamente no intervalo de $A \approx 180-200$. Esta distribuição superestimada deverá ser corrigida no modelo para futuros trabalhos.

6. Também para a mesma reação induzida com prótons em um alvo de ^{208}Pb , vimos que na figura 4.14 os resultados obtidos pelo CRISP foram comparados com os resultados obtido no trabalho de Baylac-Domengetroy utilizando o modelo MCNPX-Bertini no ano 2003. Os resultados obtidos pelo CRISP mostraram uma melhor reprodução de acordo com os dados experimentais mas também com uma superestimação no final do processo de espalação pelo modelo utilizado. Já o modelo MCNPX-Bertini mostra um

comportamento similar mais com uma subestimação sobre a distribuição experimental.

7. Para o caso da reação induzida com prótons em um alvo de ^{238}U , foi utilizando o modelo multimodal incluindo uma fissão superassimétrica (figura 4.18). Este cálculo melhora o ajuste dos dados experimentais, especialmente sob os dados mostrados na base esquerda da curva Gaussiana de dois picos ao redor de $A \approx 40-70$. Pode-se dizer que tal contribuição na base esquerda da curva poderia ser devido a um novo modo de fissão assimétrica mas do lado direito ao redor de $A \approx 150 - 180$ não temos a mesma acumulação de dados experimentais, tal vez porque não foi possível uma medição de mais dados neste intervalo de massa, o também poderia indicar que a grande acumulação de dados experimentais do lado esquerdo é devido a uma contribuição dos processos de fissão e multi-fragmentação [47, 49] segundo o esquema feito por Hüfner e que é mostrado na figura 2.2. Aqui não foi necessário o uso de uma fator de normalização, isto pode ser devido a que para este tipo de núcleos (actínídeos) como o urânio, temos uma grande fissilidade e o processo de fissão torna-se notável e o principal processo na formação de fragmentos residuais neste intervalo de massa onde a fissão acontece ($\approx 40 - 180$).

8. Para a reação induzida com dêuteron em um alvo de ^{208}Pb pode-se observar que a forma global da distribuição calculada pelo CRISP (figura 4.20) para o caso da fissão tem um comportamento similar ao comportamento da distribuição dada pelos dados experimentais. A distribuição obtida pelo CRISP (normalizado), mostra um ajuste melhor para o processo de fissão mas para o processo de espalação temos uma subestimação de dados. A forma global para espalação não é a mesma que dos dados experimentais, tendo assim um deficit na distribuição de espalação para ser corrigida em futuros trabalhos. O fator de normalização foi de $K = 0.6 < 1$. O fator utilizado é menor a unidade, isto é porque temos valores calculados superestimados aos dados experimentais, o que poderia indicar que neste caso outros processos de produção de fragmentos poderiam tornar-se notáveis, como por exemplo o mecanismo de quase-dêuteron. E como também foi sugerido pelo professor Brett Vern Carlson do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), das reações induzida com dêutrons, uma porcentagem das partículas incidentes poderiam chegar ao núcleo como prótons e nêutrons separadamente uma vez que a ligação do dêuteron é quebrada pela força coulombiana do núcleo.

9. Para o caso de ^{197}Au , vimos que os resultados obtidos pelo CRISP para fissão e espalação, e com os resultados obtidos do modelo de Botvina para fragmentação, são mostrados na figura 4.22. Neste caso o CRISP não dá bons resultados no cálculo do

processo de fissão e espalação. Para um melhor ajuste com os dados experimentais se usa um porcentagem de 9% do valor obtido com CRISP do cálculo de fissão+espalação, e do modelo de Botvina, assim obtemos um resultado mais aproximado aos dados experimentais, e como foi mostrado na figura 4.23. Este tipo de reações esta ainda em observação para seu melhoramento pelo modelo CRISP.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Temos alguns pontos importantes que são deixados neste trabalho para ser melhorado e estudado.

A aperfeiçoamento do modelo CRISP para o estudo de reações induzidas com dêuterons, e discutir o problema da superestimação dos fragmentos de fissão e subestimação dos fragmentos de espalação, neste caso.

Um trabalho importante e indispensável é a implementação do modelo de multi-fragmentação no modelo CRISP para uma melhor análise da distribuição de massa.

Um trabalho interessante ficaria também em abordar o problema do CRISP para reproduzir a fotoabsorção abaixo de 40 MeV para as reações induzidas com fótons, e também o estudo do processo de fragmentação para o caso de reações induzidas por prótons. Estes problemas são os principais responsáveis para o uso do fator de normalização nos resultados obtidos pelo CRISP.

Referências Bibliográficas

- [1] MONGELLI, S. T. et al. Spallation physics and the ADS target design. *Brazilian Journal of Physics*, scielo, v. 35, p. 894 – 897, 09 2005. ISSN 0103–9733.
- [2] WEISSKOPF, V. Statistics and nuclear reactions. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 52, p. 295–303, Aug 1937. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.52.295>>.
- [3] KARAPETYAN, G. et al. Multimode approach to 241am and 237np fission induced by 660-mev protons. *Physics of Atomic Nuclei*, SP MAIK Nauka/Interperiodica, v. 72, n. 6, p. 911–916, 2009. ISSN 1063-7788. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S1063778809060027>>.
- [4] SOBOL, I.; VEGA, C. *Método de Montecarlo*. Mir, 1983. (Lecciones populares de matemáticas). Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=zciHPQAACAAJ>>.
- [5] DEPPMAN, A. et al. A monte carlo method for nuclear evaporation and fission at intermediate energies. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, v. 211, n. 1, p. 15 – 21, 2003. ISSN 0168-583X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X03012655>>.
- [6] DEPPMAN, A. et al. Monte carlo calculation of fragment distributions in nuclear reactions. *Science and Technology of Nuclear Installations*, 2012. ISSN 1687-6083. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/stni/2012/480343/abs/>>.
- [7] DOSTROVSKY, I.; RABINOWITZ, P.; BIVINS, R. Monte carlo calculations of high-energy nuclear interactions. i. systematics of nuclear evaporation. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 111, p. 1659–1676, Sep 1958. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.111.1659>>.
- [8] ANDRADE-II, E. et al. Monte carlo simulation of heavy nuclei photofission at intermediate energies. *AIP Conference Proceedings*, v. 1139, n. 1, 2009.
- [9] CHERRY, S.; SORENSON, J.; PHELPS, M. *Physics in Nuclear Medicine*. Elsevier Health Sciences, 2012. ISBN 9781455733675. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=UnDrbqfM2HUC>>.
- [10] BERTINI, H. Low-energy intranuclear cascade calculation. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 131, p. 1801–1821, Aug 1963. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.131.1801>>.

- [11] CUGNON, J. Proton-nucleus interaction at high energy. *Nuclear Physics A*, v. 462, n. 4, p. 751 – 780, 1987. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947487905756>>.
- [12] BOHR, N.; WHEELER, J. A. The mechanism of nuclear fission. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 56, p. 426–450, Sep 1939. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.56.426>>.
- [13] DEPPMAN, A. et al. The crisp package for intermediate- and high-energy photo-nuclear reactions. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, v. 30, n. 12, p. 1991, 2004. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/30/i=12/a=016>>.
- [14] RODRIGUES, T. E. et al. Photonuclear reactions at intermediate energies investigated via the monte carlo multicollisional intranuclear cascade model. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 69, p. 064611, Jun 2004. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.69.064611>>.
- [15] GONÇALVES, M. et al. Many-body cascade calculation for photonuclear reactions. *Physics Letters B*, v. 406, n. 1–2, p. 1–6, 1997. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037026939700662X>>.
- [16] DEPPMAN, A. et al. The {MCEF} code for nuclear evaporation and fission calculations. *Computer Physics Communications*, v. 145, n. 3, p. 385–394, 2002. ISSN 0010-4655. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465502002783>>.
- [17] ROSSI, P. C. R. *Reações Nucleares de Alta Energia (Spallation) e Sua Aplicação em calculo de Sistemas Nucleares Acionados por Fonte*. Tese (Doutorado) — Instituto de Pesquisas Nucleares, 2011, 2011.
- [18] DEPPMAN, A. et al. Photofissility of heavy nuclei at intermediate energies. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 66, p. 067601, Dec 2002. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.66.067601>>.
- [19] DEPPMAN, A. et al. Photofission and total photoabsorption cross sections in the energy range of shadowing effects. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 73, p. 064607, Jun 2006. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.73.064607>>.
- [20] DEPPMAN, A. et al. Photofissility of actinide nuclei at intermediate energies. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 87, p. 182701, Oct 2001. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.182701>>.
- [21] ANDRADE-II, E. et al. Fragment mass distributions in the fission of heavy nuclei by intermediate- and high-energy probes. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, v. 38, n. 8, p. 085104, 2011. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0954-3899/38/i=8/a=085104>>.

- [22] DEPPMAN, A. et al. Supersymmetric fission of heavy nuclei induced by intermediate-energy protons. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 88, p. 064609, Dec 2013. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.88.064609>>.
- [23] LIKHACHEV, V. et al. Quasi-free $^{238}\text{U}(e,e'f)$ cross section in macroscopic-microscopic approach. *Nuclear Physics A*, v. 713, n. 1–2, p. 24 – 44, 2003. ISSN 0375–9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947402013027>>.
- [24] LIKHACHEV, V. P. et al. Inclusive quasifree electrofission cross section for ^{238}U . *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 68, p. 014615, Jul 2003. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.68.014615>>.
- [25] KARAPETYAN, G.; BALABEKYAN, A.; DEMEKHINA, N. Spallation of ^{197}Au with 4.4-gev deuterons. *EPJ Web of Conferences*, EDP Sciences, v. 69, p. 00022, 2014.
- [26] BAYLAC-DOMENGETROY, V. Investigations related to the generation of reaction products in the target of accelerator driven systems for nuclear waste incineration. Forschungszentrum Karlsruhe GmbH Technik und Umwelt (Germany). Inst. fuer Reaktorsicherheit, 2003. ISSN 0947-8620. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10068/232306>>.
- [27] NERVIK, W.; SEABORG, G. Tantalum spallation and fission induced by 340-mev protons. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 97, p. 1092–1109, Feb 1955. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.97.1092>>.
- [28] ANEFALOS, S. et al. Developement of crisp package for spallation reaction studies and its utilization in ADS (Accelerator Driven System). *Brazilian Journal of Physics*, scielo, v. 34, p. 966 – 968, 09 2004. ISSN 0103-9733.
- [29] PEREIRA, S. A. et al. Spallation product distributions and neutron multiplicities for accelerator-driven system using the crisp code. *NUCLEAR SCIENCE AND ENGINEERING*, v. 159, n. 1, p. 102–105, May 2008. ISSN 0029-5639. Disponível em: <<http://www.producao.usp.br/handle/BDPI/29160?show=full>>.
- [30] ANEFALOS, S. et al. The utilization of crisp code in hybrid reactor studies. *Brazilian Journal of Physics*, scielo, v. 35, p. 912 – 914, 09 2005. ISSN 0103-9733.
- [31] MEDEIROS-ROMAO, L.; VANDEPLASSCHE, D. Accelerator Driven Systems. *Conf.Proc.*, C1205201, p. 6–10, 2012.
- [32] MORSE, D. H.; ANTOLAK, A. J.; DOYLE, B. L. Photofission in uranium by nuclear reaction gamma-rays. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, v. 261, n. 1–2, p. 378–381, 2007. ISSN 0168-583X. The Application of Accelerators in Research and Industry Proceedings of the Nineteenth International Conference on The Application of Accelerators in Research and Industry Nineteenth International Conference on The Application of Accelerators in Research and Industry. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X07008014>>.

- [33] DEPPMAN, A. et al. Photofission of ^{232}Th and ^{238}U at intermediate energies. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 87, p. 054604, May 2013. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.87.054604>>.
- [34] DEPPMAN, A. et al. Proton-induced fission on ^{241}Am , ^{238}U , and ^{237}Np at intermediate energies. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 88, p. 024608, Aug 2013. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.88.024608>>.
- [35] DEPPMAN, A. et al. Bremsstrahlung-induced fission and spallation of the pre-actinide nucleus ^{181}Ta . *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 91, p. 024620, Feb 2015. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.91.024620>>.
- [36] BROSA, U.; GROSSMANN, S.; MÜLLER, A. Nuclear scission. *Physics Reports*, v. 197, n. 4, p. 167 – 262, 1990. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037015739090114H>>.
- [37] DEMEKHINA, N.; KARAPETYAN, G. Multimode approximation for ^{238}U photofission at intermediate energies. *Physics of Atomic Nuclei*, SP MAIK Nauka/Interperiodica, v. 71, n. 1, p. 27–35, 2008. ISSN 1063-7788. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S1063778808010031>>.
- [38] DEMEKHINA, N.; KARAPETYAN, G. Symmetric and asymmetric modes of ^{232}Th photofission at intermediate energies. *Physics of Atomic Nuclei*, SP MAIK Nauka/Interperiodica, v. 73, n. 1, p. 24–33, 2010. ISSN 1063-7788. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S1063778810010047>>.
- [39] MASLOV, V. Symmetric/asymmetric ^{238}U neutron-induced fission up to 200 mev. *Nuclear Physics A*, v. 717, n. 1–2, p. 3 – 20, 2003. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947403005931>>.
- [40] TRZASKA, W. et al. Fragment mass distribution in superasymmetric region in proton-induced fission of U and Th . *Il Nuovo Cimento A*, Società Italiana di Fisica, v. 111, n. 8-9, p. 1055–1060, 1998. ISSN 0369-3546. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF03035992>>.
- [41] GABRIEL, T. A. *THE HIGH ENERGY TRANSPORT CODE, HETC*. Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee 37831 USA, September, 1985. Disponível em: <<http://www.ornl.gov/info/reports/1985/3445600558215.pdf>>.
- [42] PRAEL, R.; H., L. *User Guide to LCS : the LAHET Code System*. [S.l.]: Los Alamos National Laboratory, report LA-UR-89-3014, September, 1989.
- [43] WATERS, L. S. *MCNPX user's manual*. [S.l.: s.n.], November, 1999. ISBN TPO-E83-G-UG-X-00001.
- [44] ENQVIST, T. et al. Isotopic yields and kinetic energies of primary residues in 1 a gev $^{208}\text{Pb}+\text{p}$ reactions. *Nuclear Physics A*, v. 686, n. 1–4, p. 481 – 524, 2001. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947400005637>>.

- [45] CHUNG, K. C. *Introdução à física nuclear*. Brasil, Rio de Janeiro: Editora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2001. 224-256 p. ISBN 85-7511-015-2.
- [46] RODRIGUES, T. E. *O modelo de cascata intranuclear MCMC e aplicações para o mecanismo do quase-dêuteron e a fotoprodução de pions em energias intermediárias e altas*. Tese (Doutorado) — Instituto de Pesquisas Nucleares, 2005, 2005.
- [47] BONDORF, J. et al. Statistical multifragmentation of nuclei: (i). formulation of the model. *Nuclear Physics A*, v. 443, n. 2, p. 321 – 347, 1985. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947485902660>>.
- [48] BONDORF, J. et al. Statistical multifragmentation of nuclei. *Physics Reports*, v. 257, n. 3, p. 133 – 221, 1995. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037015739400097M>>.
- [49] BONDORF, J. et al. Statistical multifragmentation of nuclei: (ii). application of the model to finite nuclei disassembly. *Nuclear Physics A*, v. 444, n. 3, p. 460 – 476, 1985. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947485904634>>.
- [50] HÜFNER, J. Heavy fragments produced in proton-nucleus and nucleus-nucleus collisions at relativistic energies. *Physics Reports*, v. 125, n. 4, p. 129–185, 1985. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157385901243>>.
- [51] GROVER, J. Nuclear reactions of tantalum with 5.7-gev protons. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 126, p. 1540–1554, May 1962. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.126.1540>>.
- [52] MORRISSEY, D. et al. Target residues from the reaction of 8 gev ^{20}Ne with ^{181}Ta and ^{197}Au . *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 21, p. 1783–1798, May 1980. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.21.1783>>.
- [53] HABA, H. et al. Photofission of ^{197}Au and ^{209}Bi at intermediate energies. *Czechoslovak Journal of Physics*, Kluwer Academic Publishers-Plenum Publishers, v. 53, n. 1, p. A265–A271, 2003. ISSN 0011-4626. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10582-003-0034-7>>.
- [54] SATO, T. et al. Pica3, an updated code of photo-nuclear cascade evaporation code pica95, and its benchmark experiments. In: KLING, A. et al. (Ed.). *Advanced Monte Carlo for Radiation Physics, Particle Transport Simulation and Applications*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2001. p. 1139–1144. ISBN 978-3-642-62113-0.
- [55] SERBER, R. Nuclear reactions at high energies. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 72, p. 1114–1115, Dec 1947. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.72.1114>>.
- [56] BLANN, M. Preequilibrium decay. *Annual Review of Nuclear Science*, v. 25, n. 1, p. 123–166, 1975.

- [57] FESHBACH, H.; KERMAN, A.; KOONIN, S. The statistical theory of multi-step compound and direct reactions. *Annals of Physics*, v. 125, n. 2, p. 429 – 476, 1980. ISSN 0003-4916. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491680901402>>.
- [58] DEB, A.; ZHIVOPISTSEV, F. Study of the mechanisms of pre-equilibrium nuclear reactions in the microscopic approach. *Czechoslovak Journal of Physics B*, Kluwer Academic Publishers, v. 35, n. 10, p. 1103–1117, 1985. ISSN 0011-4626. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01596427>>.
- [59] LIFSHITZ, E. M.; LANDAU, L. D. *Statistical Physics*. Third edition: Part 1. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 1991. Oxford, England p. ISBN 07506-33727.
- [60] COLE, A. *Statistical Models for Nuclear Decay: From Evaporation to Vaporization*. CRC Press, 2000. (Series in Fundamental and Applied Nuclear Physics). ISBN 9781420033472. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=XxwVp4cmSTkC>>.
- [61] FRENKEL, I. *Soviet Physics Uspekhi*, v. 9, p. 553, 1936.
- [62] SCHECHTER, H.; C., B. *Introdução à Física Nuclear*. [S.l.: s.n.], 2007. ISBN 978-85-7108-288-5.
- [63] SERWAY, R.; JEWETT, J. *Física: para ciencias e ingenierías*. Thomson, 2005. (Física para ciencias e ingenierías). ISBN 9789706864253. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=3KSnsJALMEEC>>.
- [64] STRUTINSKY, V. Shells in deformed nuclei. *Nuclear Physics A*, v. 122, n. 1, p. 1–33, 1968. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947468906994>>.
- [65] MYERS, W. D.; SWIATECKI, W. J. Nuclear masses and deformations. *Nuclear Physics*, v. 81, n. 1, p. 1–60, 1966. ISSN 0029-5582. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029558266906390>>.
- [66] SCHMIDT, K.-H.; KELI, A.; RICCIARDI, M. V. Experimental evidence for the separability of compound-nucleus and fragment properties in fission. *EPL (Europhysics Letters)*, v. 83, n. 3, p. 32001, 2008. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0295-5075/83/i=3/a=32001>>.
- [67] GOLDEMBERG, J. Problemas atuais no estudo de física nuclear. *Revista Brasileira de Física*, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, v. 2, April 1972. Disponível em: <<http://www.sbfisica.org.br/bjp/download/v02/v02a25.pdf>>.
- [68] BURNETT, D. S. et al. Fission barrier of thallium-201. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 134, p. B952–B963, Jun 1964. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.134.B952>>.

- [69] COHEN, S.; SWIATECKI, W. The deformation energy of a charged drop: Iv. evidence for a discontinuity in the conventional family of saddle point shapes. *Annals of Physics*, v. 19, n. 1, p. 67 – 164, 1962. ISSN 0003-4916. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491662902348>>.
- [70] WAGEMANS, C. *The Nuclear Fission Process*. Library of congress cataloging-in publication data. Florida, USA: CRC pres, 2000. 8–10 p. ISBN 0-8493-5434-X.
- [71] BJØRNHOLM, S.; LYNN, J. E. The double-humped fission barrier. *Rev. Mod. Phys.*, American Physical Society, v. 52, p. 725–931, Oct 1980. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.52.725>>.
- [72] ANDRADE-II, E. *Estudo da Fissão de Núcleos Pesados Induzida por Fótons e Prótons a Energias Intermediárias e Altas via Monte Carlo*. Dissertação (Mestrado), 2012.
- [73] VANDENBOSCH, R.; HUIZENGA, J. R. In: HUIZENGA, R. V. R. (Ed.). *Nuclear Fission*. Academic Press, 1973. ISBN 978-0-12-710850-6. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780127108506500046>>.
- [74] TEAM, T. R. *ROOT: An object-oriented data analysis framework - user's guide 5.26*. [s.n.], December 2009. Disponível em: <<http://root.cern.ch/drupal/>>.
- [75] BERTINI, H. W. Intranuclear-cascade calculation of the secondary nucleon spectra from nucleon-nucleus interactions in the energy range 340 to 2900 mev and comparisons with experiment. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 188, p. 1711–1730, Dec 1969. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.188.1711>>.
- [76] BARASHENKOV, V. et al. Inelastic interactions of high energy nucleons with heavy nuclei. *Nuclear Physics A*, v. 222, n. 1, p. 204 – 220, 1974. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947474905946>>.
- [77] YARIV, Y.; FRAENKEL, Z. Intranuclear cascade calculation of high-energy heavy-ion interactions. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 20, p. 2227–2243, Dec 1979. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.20.2227>>.
- [78] YARIV, Y.; FRAENKEL, Z. Intranuclear cascade calculation of high energy heavy ion collisions: Effect of interactions between cascade particles. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 24, p. 488–494, Aug 1981. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.24.488>>.
- [79] BOUDARD, A. et al. Intranuclear cascade model for a comprehensive description of spallation reaction data. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 66, p. 044615, Oct 2002. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.66.044615>>.
- [80] DUARTE, S. B. *Reações Nucleares Relativísticas e o Método de Cascata Intranuclear*. Tese (Doutorado) — Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF, 1983.
- [81] GUDIMA, K.; MASHNIK, S.; TONEEV, V. Cascade-exciton model of nuclear reactions. *Nuclear Physics A*, v. 401, n. 2, p. 329 – 361, 1983. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947483905328>>.

- [82] PINA, S. de et al. Photonuclear k^+ production calculation near threshold. *Physics Letters B*, v. 434, n. 1–2, p. 1–6, 1998. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269398007266>>.
- [83] GONZALES, M. I. *Estudo da fotoprodução de mésons-vetoriais pelo método de Monte Carlo*. Tese (Doutorado) — Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 2011.
- [84] FIRESTONE, R. B.; BAGLIN, C. M.; CHU, S. *Table of isotopes*. Wiley, 1999. ISBN 9780471356332. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=W4JUAAAAMAAJ>>.
- [85] SANABRIA, J. C. et al. Photofission of actinide nuclei in the quasideuteron and lower part of the Δ energy region. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 61, p. 034604, Feb 2000. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.61.034604>>.
- [86] CETINA, C. et al. Photofission of heavy nuclei from 0.2 to 3.8 gev. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 65, p. 044622, Apr 2002. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.65.044622>>.
- [87] YOUNES, W. et al. Transition from asymmetric to symmetric fission in the $^{235}\text{U}(n, f)$ reaction. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 64, p. 054613, Oct 2001. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.64.054613>>.
- [88] KUDO, H. et al. Most probable charge of fission products in 24 mev proton induced fission of ^{238}U . *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 57, p. 178–188, Jan 1998. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.57.178>>.
- [89] DUIJVESTIJN, M. et al. Proton-induced fission at 190 mev of ^{nat}W , ^{197}Au , ^{nat}Pb , ^{208}Pb , and ^{232}Th . *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 59, p. 776–788, Feb 1999. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.59.776>>.
- [90] ADAM, J. et al. Investigation of formation of residual nuclei from natu by reactions with 660 mev protons. *AIP Conference Proceedings*, v. 769, n. 1, 2005.
- [91] BALABEKYAN, A. et al. Symmetric and asymmetric fission modes in proton-induced fission at 660 mev of ^{238}U . *Physics of Atomic Nuclei*, SP MAIK Nauka/Interperiodica, v. 73, n. 11, p. 1814–1819, 2010. ISSN 1063-7788. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S1063778810110025>>.
- [92] AMROIAN, K.; BARSEGHIAN, S.; DEMEKHINA, N. Measurement of the yield of Ta photodisintegration products. *Phys.Atom.Nucl.*, v. 56, p. 6–9, 1993.
- [93] WILKINS, B. D.; STEINBERG, E. P.; CHASMAN, R. R. Scission-point model of nuclear fission based on deformed-shell effects. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 14, p. 1832–1863, Nov 1976. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.14.1832>>.

- [94] NEWSON, H. W. Symmetric and asymmetric fission. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 122, p. 1224–1226, May 1961. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.122.1224>>.
- [95] CHUNG, C.; HOGAN, J. J. ^{238}U fission at energies up to 100 mev. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 25, p. 899–908, Feb 1982. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.25.899>>.
- [96] ENQVIST, T. et al. Primary-residue production cross section and kinetic energies in 1 a gev ^{208}pb on deuteron reactions. *Nuclear Physics A*, v. 703, n. 1–2, p. 435–465, 2002.
- [97] BALABEKYAN, A. R. et al. Target residues formed in the 4.4 gev deuteron-induced reaction on gold. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, v. 90, p. 054612, Nov 2014. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.90.054612>>.
- [98] AVDEYEV, S. et al. Multifragmentation in Collisions of 4.4gev-Deuterons with Gold Target. *Int.J.Mod.Phys.*, E19, p. 1155–1161, 2010.
- [99] AVDEYEV, S. et al. Emission time of the intermediate mass fragments in collisions of relativistic deuterons with the gold target. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, Allerton Press, Inc., v. 74, n. 4, p. 559–563, 2010. ISSN 1062-8738. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3103/S1062873810040295>>.
- [100] KARNAUKHOV, V. et al. Collective flow in nuclear fragmentation induced by 4.4 gev deuteron on gold target. *Physics of Particles and Nuclei Letters*, SP MAIK Nauka/Interperiodica, v. 8, n. 1, p. 19–22, 2011. ISSN 1547-4771. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1134/S1547477111010067>>.
- [101] BOTVINA, A. et al. Statistical simulation of the break-up of highly excited nuclei. *Nuclear Physics A*, v. 475, n. 4, p. 663–686, 1987. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947487902326>>.
- [102] BOTVINA, A.; ILJINOV, A.; MISHUSTIN, I. Multifragment break-up of nuclei by intermediate-energy protons. *Nuclear Physics A*, v. 507, n. 3â4, p. 649 – 674, 1990. ISSN 0375-9474. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037594749090174K>>.