UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE FÍSICA

Estados Exóticos do Charmonium

RAPHAEL MOREIRA DE ALBUQUERQUE

Tese de doutorado apresentada ao Instituto
de Física da Universidade de São Paulo para
a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientadores : Prof^a. Dr^a. Marina Nielsen (Univ. São Paulo, Brasil)

Prof. Dr. Stephan Narison (Univ. Montpellier 2, França)

Banca Examinadora :

Prof^a. Dr^a. Marina Nielsen (Univ. São Paulo, IFUSP - Brasil)

Prof. Dr. Stephan Narison (Univ. Montpellier 2, LUPM - França)

Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra (Univ. São Paulo, IFUSP - Brasil)

Prof. Dr. Jean-Marc Rene Richard (Univ. de Lyon, IPNL - França)

Prof. Dr. Ricardo D'Elia Matheus (Univ. Estadual Paulista, IFT - Brasil)

Dr Stephan NARISON
OCD & HEP-MAD Conferences Chairman
Physique Theorique & Astrophysiques
CNRS-Montpellier (FR)

SÃO PAULO, 2012

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e
Informação
do Instituto de Física da Universidade de São
Paulo

Albuquerque, Raphael Moreira de

Estados Exóticos do Charmonium. – São Paulo, 2013.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.
Instituto de Física – Depto. de Física Experimental

Orientador: Profa. Dra. Marina Nielsen
Co-Orientador: Prof. Dr. Stephan Narison

Área de Concentração: Física

Unitermos: 1.Física; 2. Física de partículas;
3.Interações fundamentais; 4. Cromodinâmica quântica;
5. Teoria quântica de campos.

USP/IF/SBI-098/2012

THESE de DOCTORAT

(en COTUTELLE)

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER 2 - FRANCE

Spécialité: Physique

Ecole Doctorale: I2S - Information, Structures and Systèmes

Laboratoire d'accueil: LUPM-UM2

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE SAO PAULO - BRESIL

Spécialité: Physique

Ecole Doctorale: Sciences Exactes et Naturelles

Laboratoire d'accueil: IF-USP

présentée et soutenue publiquement par:

Raphael Moreira de ALBUQUERQUE

le 18 Février 2013

ETATS EXOTIQUES DU CHARMONIUM

Devant le JURY composé de:

S. NARISON	Université de Montpellier 2, LUPM - France	Directeur de Thèse
M. NIELSEN	Université de São Paulo, IFUSP - Brésil	Co-directeur de Thèse
F. FEINSTEIN	Université de Montpellier 2, LUPM - France	Président du Jury
J-M. RICHARD	Université de Lyon 1 - France	Rapporteur
V.I. ZAKHAROV	ITEP - Russie	Rapporteur

Laboratórios envolvidos no projeto de pesquisa :

**Instituto de Física
de São Paulo**

Apoio Financeiro :

n. processo : 2008/58289-8

Langue de Rédaction du Manuscrit

Cette thèse a été réalisée sous la “Convention de Cotutelle de Thèse” approuvée par le Conseil Scientifique plénier du 7 juillet 2011. Cette Convention régleme les relations entre l’Université de Montpellier 2 Sciences et Techniques (Montpellier, France) représentée par son Président Madame le Professeur Danièle HERIN, conformément à l’arrêté du 6 janvier 2005, régissant les cotutelles internationales de thèses, et l’Université de São Paulo (São Paulo, Brésil) représentée par son Président Monsieur le Professeur João Grandino Rodas, conformément à législation du pays concerné.

L’Article 2 du Titre II - Modalités Pédagogiques de cette Convention prévoit que :

“... La thèse sera rédigée et soutenue en langue ANGLAIS. Lorsque les langues nationales des deux pays concernés sont différentes, le doctorant est tenu de compléter la thèse par un résumé écrit et oral dans l’autre langue. Le doctorant établira le résumé en langue : Anglais, Français et Portugais.”

Aos meus queridos pais e irmãos,
Ademir, Hilda, Fábio e Dany,
e à minha amada,
Natalia.

Agradecimentos

À Marina Nielsen por sua objetividade, clareza e empolgação. Seus ensinamentos foram essenciais à minha formação e sua conduta será sempre referência para a minha carreira profissional. Foi uma imensa honra tê-la como orientadora ao longo de todos esses seis anos. Muito obrigado!!

Ao prof. Narison por ter me recebido em Montpellier e ter me aceitado como seu aluno de doutorado. Tenho muita estima por suas cobranças e por sua constante busca pela excelência em nossos trabalhos. Seus ensinamentos também foram muito importantes para a minha formação.

Ao brilhante grupo GRHAFITE : Anderson, André, Camila, Celso Lima, David, Érike, Jorge Noronha, Jorgivan, Marina, Navarra, Patrícia, Paulo, Renato, Ricardo, Robilotta, Roni, Samuel, Stéfano. A todos os professores e funcionários que colaboraram com o desenvolvimento direta ou indiretamente deste trabalho. Especiais agradecimentos aos professores Fernando Navarra, Manoel Robilotta e Ricardo Matheus que participaram do meu exame de qualificação. Suas contribuições foram essenciais para a finalização deste trabalho. Meus respeitosos agradecimentos aos membros da minha banca examinadora, em particular aos professores Jean-Marc Richard e Stephan Narison que vieram da França para participar da minha defesa aqui no Brasil.

Ao meu grande amor Natalia por estar sempre ao meu lado, me apoiando e me dando toda força que preciso para vencer desafios e conquistar os meus objetivos. Você me torna uma pessoa completa!! Te amo!!

À minha família que apostam em mim incondicionalmente e que neste momento compartilham de toda essa alegria e de mais essa conquista. Amo todos vocês!!

À FAPESP pelo apoio financeiro e por viabilizar o desenvolvimento do meu projeto de pesquisa em Montpellier, na França. Essa colaboração foi fundamental para que eu realizasse o programa de Cotutela de Teses entre a Universidade de São Paulo e a Universidade de Montpellier 2 e me tornasse doutor em ciências por ambas as universidades.

Raphael Moreira de Albuquerque

Resumo

Nesta tese é utilizado o método das Regras de Soma da QCD para estudar a natureza dos seguintes estados ressonantes do charmonium: $Y(3930)$, $Y(4140)$, $X(4350)$, $Y(4260)$, $Y(4360)$ e $Y(4660)$. Há fortes evidências de que estes estados possuam estruturas hadrônicas não convencionais (ou exóticas) uma vez que as suas respectivas massas e canais de decaimento observados experimentalmente são inconsistentes com o que é esperado para o estado ressonante convencional do charmonium ($c\bar{c}$). O mesmo fenômeno ocorre no setor do bottomonium ($b\bar{b}$), onde os novos estados $Y_b(10890)$ e $Y_b(11020)$ observados recentemente poderiam indicar a existência de novos estados exóticos do bottomonium. Neste sentido, verifica-se que o estado $Y(4140)$ pode ser descrito ou por uma estrutura molecular $D_s^*\bar{D}_s^* (0^{++})$ ou mesmo uma mistura entre os estados moleculares $D_s^*\bar{D}_s^* (0^{++})$ e $D^*\bar{D}^* (0^{++})$. Já os estados $Y(3930)$ e o $X(4350)$ não podem ser descritos por correntes moleculares $D^*\bar{D}^* (0^{++})$ e $D_s^*\bar{D}_{s0}^* (1^{--})$, respectivamente. Verifica-se também que a estrutura molecular $\psi' f_0(980) (1^{--})$ descreve muito bem a massa do estado $Y(4660)$. Uma extensão ao setor do bottomonium indica que o estado molecular $\Upsilon' f_0(980)$ é um bom candidato para descrever a estrutura do estado $Y_b(10890)$. É feita também uma estimativa para os possíveis estados moleculares formados por mésons D e B , que poderão ser observados em futuros experimentos realizados pelo LHC.

Um amplo estudo, utilizando o formalismo das Regras de Soma e também da Dupla Razão das Regras de Soma, é feito para calcular as massas dos bárions pesados na QCD. As estimativas para as massas dos bárions com um (Qqq) e com dois (QQq) quarks pesados são um excelente teste para a capacidade do método das regras de soma em prever a massa dos bárions que ainda não foram observados.

Palavras-chave: QCD, Física de Partículas, Física Hadrônica, Fenomenologia, Bárions e Mésons, Regras de Soma da QCD.

Abstract

In this thesis, the QCD sum rules approach was used to study the nature of the following charmonium resonances: $Y(3930)$, $Y(4140)$, $X(4350)$, $Y(4260)$, $Y(4360)$ and $Y(4660)$. There is strong evidence that these states have non-conventional (or exotic) hadronic structures since their respective masses and decay channels observed experimentally are inconsistent with what expected for a conventional charmonium state ($c\bar{c}$).

The same phenomenon occurs on the bottomonium sector ($b\bar{b}$), where new states like $Y_b(10890)$ and $Y_b(11020)$ observed recently could indicate the existence of new bottomonium exotic states. In this way, one verifies that the state $Y(4140)$ could be described as a $D_s^*\bar{D}_s^*(0^{++})$ molecular state or even as a mixture of $D_s^*\bar{D}_s^*(0^{++})$ and $D^*\bar{D}^*(0^{++})$ molecular states. For the $Y(3930)$ and $X(4350)$ states, both cannot be described as a $D^*\bar{D}^*(0^{++})$ and $D_s^*\bar{D}_{s0}^*(1^{-+})$, respectively. From the sum rule point of view, the $Y(4660)$ state could be described as a $\psi' f_0(980)(1^{--})$ molecular state. The extension to the bottomonium sector is done in a straightforward way to demonstrate that the $\Upsilon' f_0(980)$ molecular state is a good candidate for describing the structure of the $Y_b(10890)$ state. In the following, one estimates the mass of the exotic B_c -like molecular states using QCD Sum Rules - these exotic states would correspond to bound states of $D^{(*)}$ and $B^{(*)}$ mesons. All of these mass predictions could (or not) be checked in a near future experiments at LHC.

A large study using the Double Ratio of Sum Rules approach has been evaluated for the study of the heavy baryon masses in QCD. The obtained results for the unobserved heavy baryons, with one (Qqq) and two (QQq) heavy quarks will be an excellent test for the capability of the sum rule approach in predicting their masses.

Keywords: QCD, Particle Physics, Hadronic Physics, Phenomenology, Baryons and Mesons, QCD Sum Rules.

Résumé

Cette thèse a utilisé la méthode des règles de somme de QCD pour étudier la nature des résonances du charmonium suivantes : $Y(3930)$, $Y(4140)$, $X(4350)$, $Y(4260)$, $Y(4360)$ et $Y(4660)$. Il y a des fortes indications que ces états ont des structures hadroniques non conventionnelles (ou exotiques) lorsque leurs masses respectives et les modes de désintégration observés expérimentalement sont incompatibles avec ce qui est attendu pour l'état conventionnel du charmonium ($c\bar{c}$). Le même phénomène se produit dans le secteur du bottomonium ($b\bar{b}$), où les nouveaux états $Y_b(10890)$ et $Y_b(11020)$ observées récemment pourraient indiquer l'existence de nouveaux états exotiques du bottomonium. De cette façon, on vérifie que l'état $Y(4140)$ peut être décrit soit par une structure moléculaire $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$ ou par un mélange entre les états moléculaires $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$ et $D^* \bar{D}^* (0^{++})$. Les états $Y(3930)$ et $X(4350)$ ne peuvent pas être décrites par les courants moléculaires $D^* \bar{D}^* (0^{++})$ et $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$, respectivement. On vérifie également que la structure moléculaire $\psi' f_0(980) (1^{--})$ reproduit très bien la masse de l'état $Y(4660)$.

Une extension naturelle au secteur du bottomonium indique que l'état moléculaire $\Upsilon' f_0(980)$ est un bon candidat pour l'état $Y_b(10890)$. On a également fait une estimation pour les états moléculaires possibles formées par des mésons D et B , ce qui pourra être observé dans des expériences futures au LHC.

Une vaste étude, en utilisant le formalisme habituel des règles de somme et aussi le Double Rapport des Règles de Somme, est fait pour calculer les masses des baryons lourds en QCD. Les estimations pour les masses des baryons avec un (Qqq) et deux (QQq) quarks lourds sont un excellent test pour la capacité de la méthode de règles de somme à prédire les masses des baryons qui n'ont pas encore été observés.

Mots-clés : QCD, Physique des Particules, Physique Hadronique, Phénoménologie, Baryons et Mésons, Règles de Somme de QCD.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Estados Exóticos do Charmonium	3
1.1.1	Y(4260), Y(4360) e Y(4660)	5
1.1.2	Y(4140)	7
1.1.3	Y(3930)	8
1.1.4	X(4350)	9
1.1.5	$Y_b(10890)$	11
1.2	Espectroscopia do Méson B_c	12
1.3	Bárions Pesados na QCD	13
1.3.1	Bárions com um quark pesado (Qqq)	13
1.3.2	Bárions com dois quarks pesados (QQq)	15
2	Regras de Soma da QCD	17
2.1	Função de Correlação	18
2.2	Expansão em Produto de Operadores Locais	21
2.3	Lado da QCD	30
2.4	Lado Fenomenológico	30
2.5	Princípio da Dualidade Quark-Hádron	34
2.6	Cálculo da Massa nas QCDSR	36
2.6.1	Janela de Borel	37

2.7	Regras de Soma de Energia Finita (FESR)	39
2.8	Dupla Razão das Regras de Soma (DRSR)	40
3	Estados Exóticos do Charmonium	43
3.1	Parâmetros da QCD	43
3.2	Estados Moleculares	44
3.2.1	$D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$	44
3.2.2	$D^* \bar{D}^* (0^{++})$	50
3.2.3	$D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$	53
3.2.4	$D^* \bar{D}_0^* (1^{-+})$	57
3.2.5	$D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{--})$ e $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$	59
3.2.6	$D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^* (0^{++})$ e $D_0^* \bar{D}_0^* (0^{++})$	64
3.2.7	$B_s^* \bar{B}_{s0}^* (1^{--})$, $B^* \bar{B}_0^* (1^{--})$, $B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^* (0^{++})$ e $B_0^* \bar{B}_0^* (0^{++})$	69
3.2.8	$J/\psi f_0(980) (1^{--})$	71
3.2.9	$J/\psi \sigma(600) (1^{--})$	77
3.2.10	$\Upsilon f_0(980) (1^{--})$ e $\Upsilon \sigma(600) (1^{--})$	78
3.2.11	$DB (0^+)$, $D^* B (1^+)$, $DB^* (1^+)$ e $D^* B^* (0^+)$	80
4	Bárions Pesados na QCD	93
4.1	Família de Bárions (Qqq)	95
4.1.1	$\Xi_Q (Qsq)$ e $\Lambda_Q (Qqq')$	97
4.1.2	$\Omega_Q (Qss)$ e $\Sigma_Q (Qqq)$	101
4.1.3	Uma Estimativa para κ	106
4.1.4	$\Xi'_Q (Qsq)$	106
4.1.5	$\Xi_Q^* (Qsq)$ e $\Sigma_Q^* (Qqq)$	111
4.1.6	$\Omega_Q^* (Qss)$	114
4.1.7	Separações Hiperfinas	118
4.2	Família de Bárions (QQq)	119

4.2.1	$\Omega_{QQ} (QQs)$ e $\Xi_{QQ} (QQq)$	121
4.2.2	$\Omega_{QQ}^* (QQs)$ e $\Xi_{QQ}^* (QQq)$	125
4.2.3	$\Omega_{bc} (bcs)$ e $\Xi_{bc} (bcq)$	133
5	Conclusões	137
A	Relações úteis para as QCDSR	143
A.1	Grupo SU(N)	143
A.2	Álgebra das Matrizes de Dirac	145
A.3	Técnicas de Integração	147
A.3.1	Função Delta de Dirac	147
A.3.2	Transformada de Fourier	147
A.3.3	Rotação de Wick	147
A.3.4	Parametrização de Schwinger e Feynman	148
A.3.5	Integrais Gaussianas	148
A.3.6	Integrais no Momento	149
A.3.7	Função Gama $\Gamma(N)$	150
A.3.8	Integral $I_{nml}(Q^2)$	153
A.3.9	Integral $I_{nmkl}(Q^2)$	154
A.3.10	Integrais Gaussianas do tipo $G_n(Q^2)$	155
A.3.11	Integrais Gaussianas do tipo $G_N(Q^2)$	156
B	Propagador Completo da QCD	157
B.1	Condensados de Quarks e Misto	158
B.1.1	Condensado de Quarks $\langle \bar{q}q \rangle$	159
B.1.2	Condensado Misto $\langle \bar{q}Gq \rangle$	161
B.2	Emissão de Glúons	165
B.2.1	Limite $m_q \rightarrow 0$	167

B.3 Condensado de Glúons	168
B.4 Resumo das Contribuições	171
Lista de Figuras	175
Lista de Tabelas	183
Referências Bibliográficas	185

Capítulo 1

Introdução

Na física de partículas, os hádrons são representados por partículas compostas de quarks e glúons que interagem através das interações fortes. Os hádrons são divididos em duas categorias: os mésons (formados por um par quark-antiquark, ou $q\bar{q}$) e os bárions (formados por três quarks, ou qqq). As interações fortes, responsáveis por manterem os quarks como estados ligados no interior dos hádrons, são descritas por uma teoria quântica de campos não-abeliana chamada Cromodinâmica Quântica (QCD, do inglês *Quantum ChromoDynamics*) [1]. Na QCD, os quarks e glúons são partículas fundamentais que sentem os efeitos da interação forte e que possuem a chamada carga de cor. Com esta carga, as partículas tornam-se então “coloridas” e interagem via troca de glúons, que por sua vez é a partícula mediadora da força forte. Note a analogia com a Eletrodinâmica Quântica (QED, do inglês *Quantum ElectroDynamics*), onde as partículas carregadas eletromagneticamente interagem por meio da troca de fótons [1]. No entanto, a QCD apresenta algumas propriedades fundamentais que a torna uma teoria muito mais complexa do que a QED. Destas propriedades destacam-se as duas mais importantes: a liberdade assintótica e o confinamento.

No início da década de 1970, os físicos H. David Politzer, David J. Gross e Frank Wilczek [2] demonstraram que a constante de acoplamento forte entre os quarks e glúons

se torna arbitrariamente fraca em pequenas distâncias, ou em regime de altas energias, mas por outro lado se torna intensamente forte no regime de baixas energias. No primeiro caso, a QCD deve ser descrita por uma teoria fracamente acoplada ($g_s \rightarrow 0$) e poderia, em princípio, ser avaliada através de métodos perturbativos. Entretanto, no limite de baixas energias, a QCD se torna uma teoria fortemente acoplada ($g_s \gg 1$) e os processos físicos que ocorrem neste regime são dominados por efeitos altamente não perturbativos. Esse comportamento peculiar da “constante” de acoplamento forte da QCD está relacionado à propriedade da liberdade assintótica.

Uma outra observação importante a ser feita é que, por imposição do Princípio de Exclusão de Pauli [1], os estados ligados formados neste regime de baixas energias devem obrigatoriamente corresponderem a estados singletos de cor. Portanto, como os quarks e os glúons isoladamente não podem ser descritos como estados singletos de cor, eles nunca poderão ser observados livres na natureza. Essa característica está associada ao mecanismo do confinamento, que garante que os quarks e os glúons estão permanentemente confinados no interior dos hádrons.

Sabe-se que os hádrons são estados singletos de cor formados no regime de baixas energias e a interação forte entre eles é mediada pela troca de mésons (e.g. píons e káons) e não mais diretamente por glúons. Neste cenário a QCD não é capaz de descrever adequadamente os hádrons e suas interações em termos dos graus de liberdade de quarks e glúons. Consequentemente, torna-se necessário construir modelos físicos que incorporem as propriedades fundamentais da QCD e que possam descrever a física dos hádrons de forma consistente e coerente com as observações experimentais.

Um destes modelos, inspirado na proposta feita, independentemente, pelos físicos Murray Gell-Mann [3] e George Zweig [4], e que é amplamente utilizado para classificar os hádrons e calcular suas massas e larguras de decaimento [5], é o Modelo dos Quarks Constituintes (CQM, do inglês *Constituent Quark Model*). De acordo com o CQM, os mésons são partículas compostas por um par quark-antiquark ($q_i \bar{q}_i$), enquanto que os bárions são

partículas compostas por três quarks ($\epsilon_{ijk} q_i q_j q_k$), onde os índices representam as cores dos campos dos quarks q . Para serem observáveis físicos no CQM, as partículas devem estar em uma configuração singlete de cor (carga de cor nula).

Vale ressaltar que, além das estruturas convencionais ($q\bar{q}$) e (qqq) do CQM, a QCD admitiria a existência das mais variadas estruturas internas para os hádrons como: glueballs ($gg, ggg, \dots$) [6], estados híbridos ($q\bar{q}g, qq\bar{q}g, \dots$) [7], moléculas hadrônicas ($D\bar{D}, D^*\bar{D}, \dots$) [8–10], estados de multiquarks ($qq\bar{q}\bar{q}$) [11,12], entre outras. De fato, embora o quadro atual da Física de partículas revele que a grande maioria dos hádrons observados seja muito bem descrita pelo CQM, recentes descobertas sobre o espectro do charmonium ($c\bar{c}$), realizadas pelas colaborações BaBar [13] e Belle [14], têm indicado a possível existência de mésons com uma subestrutura muito mais complexa do que $q\bar{q}$. Como ainda não há confirmação experimental de que esses estados de fato existam convencionou-se chamá-los de estados exóticos.

1.1 Estados Exóticos do Charmonium

No começo do século XXI, dois grandes centros de pesquisa iniciaram a execução de experimentos com o intuito de avaliar a Violação de Simetria CP no Modelo Padrão, são eles:

- Colaboração BaBar no *Stanford Linear Accelerator Collider*, Estados Unidos (SLAC),
- Colaboração Belle no *High Energy Accelerator Research Organization*, Japão (KEK).

Ambas as colaborações analisam colisões e^+e^- operando em uma energia de centro de massa (E_{CM}) próxima à 10,6 GeV. Nesta E_{CM} , há uma grande produção de pares $B\bar{B}$, daí o nome Fábricas de B . Os mésons B que são produzidos decaem predominantemente em canais contendo quarks c e antiquarks $\bar{c}$, o que faz com que os hádrons charmosos (mésons D ou o charmonium $c\bar{c}$) estejam presentes nos estados finais observados.

A produção do charmonium nas Fábricas de B pode também ocorrer no processo que ficou conhecido como Irradiação do Estado Inicial (ISR, do inglês *Initial State Radiation*). No ISR, o estado inicial e^+ ou e^- irradia um fóton altamente energético e o par e^+e^- subsequente se aniquila numa E_{CM} menor. Quando a energia do fóton irradiado (γ_{ISR}) está na faixa entre 4.0 e 5.0 GeV, a aniquilação e^+e^- ocorre em uma E_{CM} que corresponde à região de massa dos estados excitados do charmonium $c\bar{c}$.

De acordo com o CQM, amplamente utilizado no estudo da espectroscopia hadrônica, o esperado era que os processos ISR produzissem uma enorme quantidade de dados fenomenológicos sobre a família 1^{--} dos estados excitados do charmonium, dentre eles o $\psi(3770)$, o $\psi(4040)$, o $\psi(4160)$ e o $\psi(4415)$. Contudo, os primeiros estados ressonantes 1^{--} produzidos experimentalmente: $Y(4260)$, $Y(4360)$ e $Y(4660)$, além de possuírem uma massa incompatível com o espectro previsto pelo CQM, também apresentaram um canal de decaimento completamente diferente do esperado para os estados convencionais do charmonium.

Embora na Ref. [15] os autores argumentam que o $Y(4360)$ e o $Y(4660)$ são estados convencionais do charmonium, em particular os estados 3^3D_1 e 5^3S_1 respectivamente, suas massas são inconsistentes com os valores estimados pelo CQM na Ref. [5]. Além disso, a ausência da produção de estados charmosos também seria inconsistente com uma estrutura convencional $c\bar{c}$. Um bom resumo sobre esses novos estados pode ser encontrado nas Refs. [16, 17]. Diante deste impasse entre as previsões teóricas do CQM e os dados experimentais, tornou-se necessário a construção de modelos em que a estrutura hadrônica desses novos estados vão além da estrutura convencional $c\bar{c}$.

No presente trabalho será utilizado o método das Regras de Soma da QCD (QCDSR, do inglês “*QCD Sum Rules*”), proposto em 1979 por M. Shifman, A.I. Vainshtein e V.I. Zakharov [18–20], para estudar se esses novos estados do charmonium são compatíveis com uma estrutura exótica, como os estados moleculares.

Figura 1.1: Distribuição da massa invariante dos sistemas [13, 14]: **a)** $J/\psi \pi^+ \pi^-$ e **b)** $\psi(2S) \pi^+ \pi^-$ obtidos em processos ISR.

1.1.1 $Y(4260)$, $Y(4360)$ e $Y(4660)$

Em 2005, os experimentos que utilizavam os processos ISR, realizados pela colaboração BaBar, indicaram um pico de ressonância em torno de 4300 MeV, produzido na reação [21]:

$$e^+ e^- \longrightarrow \gamma_{ISR} Y(4260) \longrightarrow \gamma_{ISR} J/\psi \pi^+ \pi^-.$$

A largura medida para o estado intermediário $Y(4260)$ foi de aproximadamente 90 MeV. Este estado foi confirmado também pela colaboração CLEO [22]. A proximidade entre a massa do $Y(4260)$ e do estado $\psi(4153)$, levou alguns autores à identificá-los como uma só partícula. No entanto, o canal de decaimento sem charme (ou *Hidden-Charm decay channel*) e a largura observados para o $Y(4260)$ não estão de acordo com o esperado pela CQM para os estados ressonantes do charmonium, que deveriam decair predominantemente em canais que conteriam mésons D (ou *Open-Charm decay channel*) e com uma largura muito maior do que os 90 MeV. Uma das primeiras propostas para o $Y(4260)$ foi feita por Maiani *et al* [23], na qual estabelece que este estado poderia ser descrito por um estado de tetraquarks $[cs][\bar{c}\bar{s}]$.

Recentemente, a colaboração Belle não só confirmou a existência do estado $Y(4260)$ [25], como também, anunciou a descoberta de mais dois outros mésons vetoriais [14], o

Figura 1.2: Distribuição da massa invariante do dipión nos decaimentos [24]: $Y(4260) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ (esquerda), $Y(4360) \rightarrow \psi(2S) \pi^+ \pi^-$ (centro) e $Y(4660) \rightarrow \psi(2S) \pi^+ \pi^-$ (direita).

$Y(4360)$ e o $Y(4660)$, cujos picos de ressonância estão em torno de 4360 MeV e 4660 MeV, respectivamente. Ambos possuem os números quânticos $J^{PC} = 1^{--}$ e são produzidos na seguinte reação:

$$e^+ e^- \longrightarrow \gamma_{ISR} \psi' \pi^+ \pi^-.$$

As larguras totais do $Y(4360)$ e do $Y(4660)$ foram medidas [14] e seus valores aproximados são, respectivamente, 74 ± 18 MeV e 48 ± 15 MeV. Com estes valores para as massas e larguras, verificou-se que os estados, $Y(4360)$ e $Y(4660)$, também não são consistentes com estados convencionais 1^{--} do charmonium na região de massa 4000 – 5000 MeV. As distribuições da massa invariante obtidas pelas colaborações BaBar e Belle são mostradas na Fig.(1.1).

Uma informação importante para entender a estrutura destes estados é saber qual estado ressonante intermediário é o responsável pela produção do par de píons nos respectivos canais de decaimento. Do espectro de massa invariante do dipión, mostrado na Ref. [24] e aqui reproduzido na Fig.(1.2), verifica-se que apenas o $Y(4660)$ tem um estado intermediário bem definido e consistente com $f_0(980)$ [24]. Devido a este fato e a proximidade da massa do sistema $\psi(2S) - f_0(980)$ com a massa do méson $Y(4660)$,

na Ref. [26], o $Y(4660)$ é considerado como um estado molecular $\psi(2S) - f_0(980)$. Há também outras interpretações para o $Y(4660)$ como a que o considera um barionium [27] ou mesmo um estado convencional do charmonium 5^3S_1 [15]. Para os outros dois mésons, $Y(4260)$ e $Y(4360)$, a Fig.(1.2) indica que os pares de píons em seus respectivos canais de decaimento são mais consistentes com o méson escalar σ [24, 28] do que com o $f_0(980)$.

No presente trabalho [29], é utilizado o método das QCDSR para estudar se uma função de correlação baseada nas correntes moleculares $J/\psi f_0(980)$ e $J/\psi \sigma(600)$, com $J^{PC} = 1^{--}$, pode descrever ao menos a estrutura de um desses novos estados do charmonium.

1.1.2 Y(4140)

A colaboração CDF encontrou evidências para uma nova partícula chamada $Y(4140)$ [30], produzida pelo colisor de partículas Tevatron no FERMILAB. O sinal desta partícula, com 3.8σ de significância, foi encontrado (ver Fig.1.3) no decaimento de mésons B , com uma massa e largura total, respectivamente, dados por: $M_{Y(4140)} = (4143.0 \pm 2.9 \pm 1.2) \text{ MeV}$ e $\Gamma = (11.7_{-5.0}^{+8.3} \pm 3.7) \text{ MeV}$. O estado final do decaimento é composto de pares de múons e de mésons K :

$$\begin{aligned} B^+ &\rightarrow Y(4140)K^+ \\ Y(4140) &\rightarrow J/\psi \phi \rightarrow \mu^+ \mu^- K^+ K^-. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Como o $Y(4140)$ decai em dois mésons vetoriais com $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$, então seus números quânticos C e G devem ser positivos. A interpretação do $Y(4140)$ como um estado convencional $c\bar{c}$ é complicada pois, como salientado pelas colaborações CDF [30] e Belle [42], a massa desse estado está acima do limiar da energia de produção de estados charmosos (mésons D , por exemplo) e, portanto, um estado $c\bar{c}$ com essa massa deveria decair predominantemente em um canal contendo esses estados charmosos ($C = \pm 1$) e possuir uma largura total maior do que a que foi observada experimentalmente. Na

Figura 1.3: Evidências da observação da partícula $Y(4140)$ pela colaboração Belle [30]. Uma das curvas (azul) representa o background esperado composto por mésons K ($M_{KK} \simeq 1.0 \text{ GeV}$), enquanto que a outra curva (vermelha) é o ajuste aos eventos experimentais observados.

Ref. [31], os autores interpretaram o $Y(4140)$ como um parceiro molecular do estado $Y(3930)$, que também foi observado pelas colaborações Belle e BaBar [32, 33] próximo ao limiar da energia de produção dos mésons J/ψ e ω . Por fim, ambas as colaborações concluíram que o $Y(4140)$ é provavelmente um estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$ com $J^{PC} = 0^{++}$ ou 2^{++} . Na Ref. [34], os autores interpretaram o $Y(4140)$ como um charmonium híbrido com $J^{PC} = 1^{-+}$. Há muitos trabalhos e artigos publicados sobre as possíveis interpretações teóricas para a estrutura do estado $Y(4140)$ e uma discussão mais completa pode ser encontrada nas referências [35–40].

No presente trabalho [35], é utilizado o método das QCDSR para estudar se uma função de correlação baseada em uma corrente molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$, com $J^{PC} = 0^{++}$, pode descrever a estrutura do estado $Y(4140)$.

1.1.3 $Y(3930)$

Outro estado de interesse é o chamado $Y(3930)$. O sinal observado deste estado possui uma significância de 8.1σ e foi observado no canal de decaimento $B \rightarrow Y(3930)K$ pela

colaboração Belle [32] e confirmada pela colaboração BaBar [33]. A massa e a largura total experimental são dadas por [41]: $M_{Y(3930)} = (3917.5 \pm 2.7) \text{ MeV}$ e $\Gamma = (27 \pm 10) \text{ MeV}$.

Caso fosse um estado convencional do charmonium, o estado $Y(3930)$ possuiria um canal de decaimento predominantemente composto por mésons D . Contudo, experimentalmente este estado decai no seguinte canal:

$$Y(3930) \rightarrow J/\psi \omega . \quad (1.2)$$

Um fato interessante é que este estado tem uma massa aproximadamente 200 MeV abaixo da massa do $Y(4140)$. Esta diferença poderia estar relacionada aos quarks constituintes de ambas as partículas. Note que a diferença entre as massas dos quarks é da ordem de: $m_s - m_q \simeq 100 \text{ MeV}$. Logo, caso fosse possível descrever o estado $Y(4140)$ como um estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$, então bastaria trocar o quark s pelo quark q na constituição desta molécula para automaticamente obter o estado molecular singlete de isospin $D^* \bar{D}^*$, com $J^{PC} = 0^{++}$, cuja massa deveria ser da ordem de 200 MeV menor do que a do $Y(4140)$, ou seja $M \simeq 3940$. Neste sentido, o estado molecular $D^* \bar{D}^*$ seria um bom candidato para descrever o estado $Y(3930)$.

No presente trabalho [35], é utilizado o método das QCDSR para estudar se uma função de correlação baseada em uma corrente molecular $D^* \bar{D}^*$, com $J^{PC} = 0^{++}$, pode descrever a estrutura do estado $Y(3930)$.

1.1.4 X(4350)

Procurando por sinais em seus experimentos do estado $Y(4140)$, a colaboração Belle [42] encontrou no processo $\gamma\gamma \rightarrow J/\psi \phi$ evidências para uma nova estrutura no espectro de massa do canal $J/\psi \phi$ próxima ao valor de 4.35 GeV, ver Fig.(1.4). A significância observada deste sinal foi de 3.2σ e a massa e a largura total deste novo estado chamado de $X(4350)$ são: $M_{X(4350)} = (4350.6_{-5.1}^{+4.6} \pm 0.7) \text{ MeV}$ e $\Gamma = (13.3_{-9.1}^{+7.9} \pm 4.1) \text{ MeV}$. Os possíveis

Figura 1.4: Distribuição da massa invariante do sistema $J/\psi \phi$ [42].

números quânticos para um estado decaindo em $J/\psi \phi$ são $J^{PC} = 0^{++}$, 1^{-+} e 2^{++} . Destes números quânticos, o 1^{-+} não é consistente com o modelo de quarks e, portanto, um estado com esta característica é considerado como um estado exótico [17]. Na Ref. [42], foi observado que a massa do $X(4350)$ também é consistente com a massa de um estado tetraquark $c\bar{s}\bar{c}s$ com $J^{PC} = 2^{++}$, cuja estrutura também foi proposta pelos autores na Ref. [43]. Uma outra possibilidade é a de um estado molecular $D_s^{*+} \bar{D}_{s0}^{*-}$ feita na Ref. [44], cujo estado possui uma configuração $J^P = 1^-$ e sem uma conjugação de carga definida. Vale ressaltar que um estado molecular $D_s \bar{D}_{s0}$, com $J^{PC} = 1^{--}$, já foi estudado pela primeira vez na Ref. [45]. A massa encontrada foi de (4.42 ± 0.10) GeV, que é consistente com a massa do $X(4350)$, mas não possui os números quânticos adequados. Observe que a corrente hadrônica utilizada em [45] possui a seguinte configuração molecular: $D_s^{*+} \bar{D}_{s0}^{*-} + \bar{D}_s^{*-} D_{s0}^{*+}$, resultando em um estado com $J^{PC} = 1^{--}$. Logo, rearranjando os termos desta corrente hadrônica de tal forma que a conjugação de carga seja positiva, obtém-se uma nova configuração molecular: $D_s^{*+} \bar{D}_{s0}^{*-} - \bar{D}_s^{*-} D_{s0}^{*+}$, que permite estudar a molécula $D_s \bar{D}_{s0}$ com $J^{PC} = 1^{-+}$. Há ainda outras possíveis interpretações para este estado, como indicado na Ref. [46], onde o $X(4350)$ é descrito como um estado excitado do charmonium na onda- P , Ξ''_{c2} . Já na Ref. [47], este estado é interpretado como um estado misto do charmonium

com o estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$.

No presente trabalho [48], utilizam-se as QCDSR para estudar se a função de correlação baseada em uma corrente molecular $D_s^* \bar{D}_{s0}^*$, com $J^{PC} = 1^{-+}$, pode descrever a estrutura do estado $X(4350)$, conforme sugerido pela Colaboração Belle.

1.1.5 $Y_b(10890)$

A colaboração Belle anunciou a primeira observação dos canais de decaimento [49]:

$$e^+e^- \rightarrow \Upsilon(1S)\pi^+\pi^- , \quad \Upsilon(2S)\pi^+\pi^- , \quad \Upsilon(3S)\pi^+\pi^- , \quad \Upsilon(1S)K^+K^- .$$

que ocorrem em uma energia de centro de massa ~ 10.87 MeV. Esses canais de decaimento podem ter como estado intermediário o estado ressonante do bottomonium $\Upsilon(5S)$. As larguras de decaimento total e parcial observadas nas seções de choque são dadas por:

$$\Gamma = 55 \pm 28 \text{ MeV} \quad (1.3)$$

$$\Gamma_{\Upsilon(1S)\pi^+\pi^-} = 0.59 \pm 0.04(\text{stat}) \pm 0.09(\text{syst}) \text{ MeV} \quad (1.4)$$

$$\Gamma_{\Upsilon(2S)\pi^+\pi^-} = 0.85 \pm 0.07(\text{stat}) \pm 0.16(\text{syst}) \text{ MeV} \quad (1.5)$$

Quando comparados esses valores às larguras do canal de decaimento dos primeiros estados ressonantes do bottomonium $\Upsilon(2S)$, $\Upsilon(3S)$ e $\Upsilon(4S)$ verifica-se que elas diferem ao menos em duas ordens de grandeza dos valores obtidos em (1.5). Este resultado não está de acordo com o esperado para os estados ressonantes do $b\bar{b}$ e, portanto, a hipótese desses canais de decaimento serem produzidos pelo estado $\Upsilon(5S)$ não é a mais indicada. Como sua estrutura ainda não está bem definida, convencionou-se chamar este estado intermediário de $Y_b(10890)$, uma vez que a massa experimental observada é:

$$M_{Y_b} = (10888.4 \pm 2.7 \pm 1.2) \text{ MeV} . \quad (1.6)$$

Posteriormente esses canais de decaimento também foram reproduzidos por experimentos realizados pela colaboração BaBar [50], que não só confirmou a existência do estado $Y_b(10890)$ como também a existência de mais um estado no espectro do bottomonium, o $Y_b(11020)$.

No presente trabalho [29], é utilizado o método das QCDSR para estudar se uma função de correlação baseada nas correntes moleculares $\Upsilon f_0(980)$ e $\Upsilon \sigma(600)$, com $J^{PC} = 1^{--}$, pode descrever a estrutura desse novo estado do bottomonium $Y_b(10890)$.

1.2 Espectroscopia do Méson B_c

Um outro setor interessante é o do espectro dos mésons $B_c \equiv B_c^+(c\bar{b})$ e $B_c^-(\bar{c}b)$, uma vez que os canais de decaimento deles estão sendo investigados por experimentos realizados pelas colaborações CDF e D0. Confirmada a existência dos estados moleculares no espectro do charmonium, espera-se que muitos outros estados exóticos sejam observados. Uma possibilidade seria a de que os mésons $B^{(*)}(b\bar{q})$ e $D^{(*)}(c\bar{q})$ também possam formar estados ligados na região do espectro dos mésons B_c , dando origem aos estados moleculares $D^{(*)}B^{(*)}$.

Na Ref. [51], o modelo de interação por troca de um bóson (OBE, do inglês One Boson Exchange model) é utilizado para investigar esses estados moleculares. Dentro do modelo OBE, foi utilizada a notação de cinco estrelas, quatro estrelas, para classificar os estados moleculares de acordo com a probabilidade dos mésons $\mathcal{D}^{(*)} = [D^{(*)-}, D^{(*)0}, D^{(*)+}]$ e $\mathcal{B}^{(*)} = [B^{(*)-}, B^{(*)0}, B^{(*)+}]$ formarem estados ligados. Assim, um estado com cinco estrelas indicaria uma alta probabilidade de que este estado molecular pudesse corresponder a um estado ligado, enquanto que um estado molecular com apenas uma estrela tem baixa probabilidade de ser formado. Os autores deste trabalho encontraram seis estados moleculares com cinco estrelas.

No presente trabalho [52], é estudado se estes estados moleculares com cinco estrelas

também correspondem a estados ligados no formalismo das regras de soma da QCD.

1.3 Bárions Pesados na QCD

Os bárions pesados constituem a categoria de hádrons formados por três quarks, onde ao menos um deles é um quark pesado c (=charme) ou b (=bottom). As primeiras evidências experimentais destes bárions surgiram em meados da década de 1970, com experimentos realizados pelo Laboratório Nacional de Brookhaven (BNL, do inglês Brookhaven National Laboratory), pela Organização Européia para Pesquisas Nucleares (CERN, do antigo acrônimo francês para Centre Européen pour la Recherche Nucléaire) e por outras colaborações.

A espectroscopia dos bárions pesados é uma área de grande interesse para a Física Hadrônica, uma vez que vários desses estados já foram observados, ver Tabelas (4.1) e (4.2). Desta forma é possível usar essas informações - tais como massa, números quânticos, largura de decaimento, etc - para testar e desenvolver modelos físicos capazes de descrever com maior segurança essas propriedades dos bárions pesados que ainda não foram observados experimentalmente [53–62].

No presente trabalho [63,64] é utilizado o método da Dupla Razão das Regras de Soma da QCD (DRSR), para estimar as massas dos seguintes bárions pesados:

- com um quark pesado (Qqq): Λ_Q , Σ_Q , Ξ_Q e Ω_Q ;
- com dois quarks pesados (QQq): Ξ_{QQ} e Ω_{QQ} .

1.3.1 Bárions com um quark pesado (Qqq)

O Λ_b foi o primeiro bottom-bárion (bárion com um quark b) observado [65] e foi confirmado por várias colaborações. A massa desse estado é [41]: $M_{\Lambda_b} = (5620.2 \pm 1.6)$ MeV. Somente em 2007, mais de 15 anos depois da observação do Λ_b , os bárions Σ_b e o Σ_b^* foram observados pela colaboração CDF [67]. Eles foram observados no canal de

Tabela 1.1: Massas dos bárions $\Sigma_b^{(*)}$ observados pela colaboração CDF.

Bárion	Massa (MeV)
Σ_b^+	$5807.8_{-2.2}^{+2.0} \pm 1.7$
Σ_b^-	$5815.2 \pm 1.0 \pm 1.7$
Σ_b^{*+}	$5829.0_{-1.8-1.8}^{+1.6+1.7}$
Σ_b^{*-}	$5836.4 \pm 2.0_{-1.7}^{+1.8}$

decaimento $\Sigma_b^{(*)\pm} \rightarrow \Lambda^0 \pi^\pm$ com as massas dadas na Tabela 1.1.

Seguindo essas descobertas, a colaboração D0 observou o bárion Ξ_b^- no canal de decaimento $\Xi_b^- \rightarrow J/\psi \Xi^-$, com a massa [67]: $M_{\Xi_b}^{(D0)} = (5774 \pm 11 \pm 15)$ MeV. Essa observação foi confirmada pela colaboração CDF, mas com uma massa um pouco maior [67]: $M_{\Xi_b}^{(CDF)} = (5792.9 \pm 2.5 \pm 1.7)$ MeV. O resultado da colaboração CDF está em excelente acordo com as previsões feitas por Karliner *et al.* [53], $M_{\Xi_b} = (5795 \pm 5)$ MeV, e por Jenkins [66], $M_{\Xi_b} = (5805.7 \pm 8.1)$ MeV.

O bárion Ω_b^- foi observado pela primeira vez pela colaboração D0 no canal de decaimento $\Omega_b^- \rightarrow J/\psi \Omega^-$ com a massa [68]: $M_{\Omega_b}^{(D0)} = (6165 \pm 10 \pm 13)$ MeV. Essa massa é muito maior que o esperado [53] e maior que as previsões teóricas de diferentes cálculos. Entretanto, uma nova observação do Ω_b^- , feita pela colaboração CDF, obteve uma massa [70]: $M_{\Omega_b}^{(CDF)} = (6054.4 \pm 6.8 \pm 0.9)$ MeV, em melhor concordância com os resultados teóricos apresentados na Tabela 1.2.

Tabela 1.2: Previsões teóricas para a massa do bárion Ω_b .

Modelo Teórico	Ref.	Massa (MeV)
QCDSR	[56]	5820 ± 230
	[57]	6036 ± 81
Lattice	[61]	$6006 \pm 10 \pm 19$
$1/N_c$	[62]	6039.1 ± 8.3
Quark Models	[69]	6052.1 ± 5.6

Medidas preliminares da massa do Ω_b^- feitas pelo LHCb [71] estão em excelente acordo com as medidas feitas pela colaboração CDF [70], o que desfavorece o valor da massa encontrado pela colaboração D0.

No presente trabalho [63], foram analisadas as separações de massa entre os bárions pesados de spin $3/2^+$ e $1/2^+$, devido à quebra de simetria $SU(3)$, usando a DRSR. Os resultados obtidos para a massa dos bárions pesados poderão ser comparados com os valores detectados em futuros experimentos nos aceleradores de partículas.

1.3.2 Bárions com dois quarks pesados (QQq)

Até o momento, a espectroscopia bariônica conta apenas com uma única confirmação experimental de um bárion com dois quarks pesados, o Ξ_{cc} , feita pela colaboração SELEX [72]: $M_{\Xi_{cc}} = 3519 \pm 1$ MeV. Com o avanço tecnológico promovido pelos grandes aceleradores de partículas, com destaque para o LHCb, há uma grande expectativa que novos resultados nesta área sejam encontrados nos próximos anos.

No presente trabalho [64], são feitas as previsões teóricas para as massas desses novos bárions pesados, utilizando a DRSR. Neste sentido, a confirmação experimental destas previsões poderá dar uma maior confiabilidade nos resultados calculados com a DRSR.

Capítulo 2

Regras de Soma da QCD

As Regras de Soma da QCD [18] consistem de um método analítico da física hadrônica que parametriza os aspectos não perturbativos do vácuo da QCD, em termos dos chamados condensados de quarks e glúons, na tentativa de descrever diversas propriedades do estado fundamental dos hádrons.

No núcleo das QCDSR está a função de correlação, que contém a corrente hadrônica determinada pelos números quânticos e pelo correto conteúdo de quarks na estrutura do hádron a ser estudado. As propriedades hadrônicas são obtidas através da comparação entre duas possíveis descrições das funções de correlação: descrevendo-as usando o desenvolvimento teórico da QCD perturbativa, em termos dos campos de quarks e glúons, e da inclusão das contribuições não perturbativas parametrizadas pelos condensados. Esta descrição é comumente conhecida como o Lado da QCD das regras de soma. Por outro lado é possível descrevê-las em termos de uma função espectral que contenha separadamente a contribuição de um único estado fundamental do hádron e do seu contínuo de ressonâncias. Considerando informações experimentais, parâmetros fenomenológicos e de propriedades gerais da teoria de campos locais, esta descrição caracteriza o Lado Fenomenológico das regras de soma.

Em geral, o grande mérito das QCDSR é poder extrair analiticamente os mais variados

Figura 2.1: Representação da função de correlação (a) de dois pontos e (b) de três pontos.

parâmetros hadrônicos, tais como: massa dos quarks, constantes de decaimento, fatores de forma, momentos magnéticos e outros. Além disso, tem-se por construção um modelo físico que considera simultaneamente tanto os efeitos não perturbativos do vácuo da QCD a baixas energias, como também toda a informação teórica da QCD Perturbativa a altas energias. Contudo, a precisão das QCDSR é limitada por aproximações da função de correlação tanto no lado da QCD como no lado fenomenológico e, portanto, devem ser estudadas caso a caso para determinar seus limites de validade e suas margens de erro.

As seções seguintes mostrarão com maiores detalhes as características das QCDSR mais relevantes para este trabalho, identificando os passos necessários para a sua aplicação na determinação da massa dos hádrons.

2.1 Função de Correlação

As funções de correlação podem ser obtidas dos diagramas mostrados na Fig.(2.1), em que os estados inicial e final são hádrons. A chamada função de correlação de dois pontos, útil para calcular massas e constantes de decaimento, está relacionada à amplitude da Fig.(2.1a) e é calculada pela expressão:

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T [j(x) j^\dagger(0)] | 0 \rangle \quad (2.1)$$

onde q é o quadrimomento total e $j(x)$ é a corrente hadrônica construída com os números quânticos e o correto conteúdo de quarks da estrutura do hádron.

O cálculo dos fatores de forma e das larguras de decaimento de um vértice de interação entre três partículas escalares X , Y e Z é feito utilizando a função de correlação de três pontos, representada na Fig.(2.1b), e cuja expressão é dada por:

$$\Phi(q, k, p) = \int d^4x \int d^4y e^{ip \cdot x} e^{ik \cdot y} \langle 0 | T [j_X(x) j_Y(y) j_Z^\dagger(0)] | 0 \rangle \quad (2.2)$$

onde p e k são os momentos que saem do loop, respectivamente, nos pontos x e y . Esta expressão é útil para estudar canais de decaimento na forma $Z \rightarrow XY$.

No caso em que as Eqs.(2.1) e (2.2) são utilizadas para estudar os hádrons vetoriais, deve-se analisar separadamente as estruturas de Lorentz presentes nas funções de correlação de mésons e bárions.

Para mésons vetoriais descritos por uma corrente conservada $j_\mu(x)$, as estruturas de Lorentz da função de correlação a serem consideradas são:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T [j_\mu(x) j_\nu^\dagger(0)] | 0 \rangle = - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \Pi_1(q^2) \quad (2.3)$$

onde $\Pi_1(q^2)$ é uma função invariante por Transformações de Lorentz e deve conter os números quânticos do méson vetorial em questão. A conservação da corrente implica que a função de correlação (2.3) seja transversal ao momento total q .

Caso as correntes não sejam conservadas, uma componente longitudinal associada a um estado escalar aparecerá na função de correlação (2.3) e, desta forma, a nova estrutura de Lorentz é dada por:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \Pi_1(q^2) + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \Pi_0(q^2) \quad (2.4)$$

onde as duas funções invariantes, $\Pi_1(q^2)$ e $\Pi_0(q^2)$, são independentes e possuem respecti-

vamente os números quânticos do estado vetorial e escalar. Uma vez calculada a expressão completa de $\Pi_{\mu\nu}(q)$, é possível determinar as duas funções invariantes utilizando as seguintes expressões:

$$\Pi_1(q^2) = -\frac{1}{3} \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \Pi_{\mu\nu}(q) \quad (2.5)$$

$$\Pi_0(q^2) = \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \Pi_{\mu\nu}(q) . \quad (2.6)$$

Portanto, as funções de correlação de dois pontos descritas por correntes não conservadas possibilitam calcular a massa e a constante de decaimento de dois estados ao mesmo tempo, um vetorial e outro escalar.

Para os bárions de spin $1/2^+$ e spin $3/2^+$, as expressões são dadas respectivamente por:

$$\Pi^{1/2}(q) = \not{q} F_1(q^2) + F_2(q^2) , \quad (2.7)$$

$$\Pi_{\mu\nu}^{3/2}(q) = g_{\mu\nu} \left[\not{q} F_1(q^2) + F_2(q^2) \right] + \dots , \quad (2.8)$$

onde devem ser calculadas as funções invariantes $F_1(q^2)$ e $F_2(q^2)$. No caso dos bárions de spin $3/2^+$, muitos trabalhos em regras de soma [73] demonstram que a estrutura $g_{\mu\nu}$ da função de correlação é capaz de fornecer as informações sobre o estado fundamental destes bárions.

Como dito anteriormente, nas QCDSR a descrição da função de correlação é feita de duas formas distintas. De um lado calcula-se a função de correlação, com a corrente hadrônica apropriada, em termos dos condensados e dos campos de quarks e glúons. Por outro lado, o cálculo é feito utilizando-se parâmetros fenomenológicos, tais como a massa e a constante de decaimento, e a forma como a corrente se acopla com o estado fundamental do hádron e seus estados ressonantes. Por fim, os resultados de ambas as descrições são comparados e os observáveis físicos do hádron podem ser estimados.

2.2 Expansão em Produto de Operadores Locais

O cálculo da função de correlação, envolvendo os graus de liberdade da QCD, fundamenta-se na Expansão em Produto de Operadores Locais (OPE) compostos por campos de quarks e glúons. Proposta por K.G. Wilson em [74], a OPE é uma tentativa de descrever analiticamente a estrutura complexa do vácuo da QCD. Sua aplicação na função de correlação (2.1) é feita da seguinte forma:

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T[j(x) j^\dagger(0)] | 0 \rangle = \sum_d C_d(q^2) \langle 0 | \hat{O}_d(0) | 0 \rangle \quad (2.9)$$

onde os coeficientes $C_d(q^2)$, chamados de coeficientes de Wilson, contém os efeitos perturbativos da QCD à altas energias, enquanto que os valores esperados no vácuo (VEV) dos operadores locais $\hat{O}_d(0)$ parametrizam os efeitos não perturbativos do vácuo da QCD através dos condensados. O índice d representa a dimensão do operador local. Nas QCDSR, o operador de dimensão zero é dado por $\hat{O}_0 = \hat{1}$ e, com isto, o coeficiente $C_0(q^2)$ representa as contribuições de origem perturbativa da QCD. Os operadores locais $\hat{O}_d$ mais conhecidos e de dimensão mais baixa são dados por:

$$\begin{aligned} \hat{O}_3 &= :\bar{q}(0)q(0): \equiv \bar{q}q \\ \hat{O}_4 &= :g_s^2 G_{\alpha\beta}^N(0)G_{\alpha\beta}^N(0): \equiv g_s^2 G^2 \\ \hat{O}_5 &= :\bar{q}(0) g_s \sigma^{\alpha\beta} G_{\alpha\beta}^N(0) q(0): \equiv \bar{q}Gq \\ \hat{O}_6^q &= :\bar{q}(0)q(0) \bar{q}(0)q(0): \equiv \bar{q}q\bar{q}q \\ \hat{O}_6^G &= :f_{NMK} g_s^3 G_{\alpha\beta}^N(0)G_{\beta\gamma}^M(0)G_{\gamma\alpha}^K(0): \equiv g_s^3 G^3 \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde o símbolo $::$ representa o ordenamento normal dos operadores, $q(0)$ é o campo dos quarks, $G_{\alpha\beta}^N(0)$ é o campo tensorial dos glúons, f_{NMK} é a constante de estrutura do grupo SU(3) e $\sigma_{\alpha\beta} = \frac{i}{2} [\gamma_\alpha, \gamma_\beta]$. Os VEVs da QCD destes operadores locais

$$\langle 0 | \hat{O}_d | 0 \rangle, \quad (2.11)$$

dão origem às expressões dos condensados de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$, de glúons $\langle g_s^2 G^2 \rangle$, misto $\langle \bar{q}Gq \rangle$, de quatro quarks $\langle \bar{q}q\bar{q}q \rangle$ e o triplo de glúons $\langle g_s^3 G^3 \rangle$. Em geral nas QCDSR, o uso dos condensados de até dimensão 6 é suficiente para calcular a maioria dos parâmetros hadrônicos. As discussões sobre os condensados de dimensão mais altas ($d > 6$), as dificuldades de introduzi-los adequadamente nas QCDSR e também sua relevância podem ser encontradas em [19, 75, 76].

A OPE de Wilson é útil então para transformar um produto não local de operadores, $q_a(x) \bar{q}_b(0)$, em uma soma de operadores locais $\hat{O}_d$, cujo valor esperado no vácuo formam os condensados. As principais contribuições são obtidas quando considerados somente os operadores de campo dos quarks leves ($q = u, d, s$). Em geral, os condensados formados por operadores de campo dos quarks pesados: $\langle \bar{Q}Q \rangle$, $\langle \bar{Q}GQ \rangle$, ... possuem ordens de grandeza desprezíveis e não contribuem para as QCDSR. No entanto, a relevância destes condensados deve ser reavaliada, principalmente nos casos em que os condensados de quarks leves estão ausentes da estrutura hadrônica, o que os tornam uma das principais fontes de efeitos não perturbativos do vácuo da QCD. De agora em diante, por convenção, os operadores de campo dos quarks $q_a(x)$ estarão associados aos quarks leves e $Q_a(x)$ aos quarks pesados.

A Eq.(2.9) é utilizada para calcular a contribuição dos termos dominantes da OPE, contudo é possível reescrevê-la em uma forma mais geral, onde as contribuições das correções radiativas na OPE são introduzidas. Para isto, utiliza-se o desenvolvimento feito em teorias de perturbação para propor a seguinte equação para a função de correlação no lado da QCD [77]:

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T[j(x) j^\dagger(0) e^{i \int d^4y \mathcal{L}_{int}(y)}] | 0 \rangle \quad (2.12)$$

onde a lagrangiana de interação entre quarks e glúons $\mathcal{L}_{int}$ é dada por:

$$\mathcal{L}_{int}(y) = t_{cd}^N g_s \bar{q}_c(y) \gamma^\alpha A_\alpha^N(y) q_d(y) \quad , \quad (2.13)$$

os índices romanos ($a, b, c, \dots$) representam a carga de cor dos campos de quarks e glúons, os índices gregos ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$) representam os índices espinoriais, t_{cd}^N são as matrizes de Gell-Mann, $g_s^2 = 4\pi\alpha_s$ é a constante de acoplamento forte da QCD, γ^α são as matrizes de Dirac, $A_\alpha^N(y)$ o campo dos glúons e $N = (1, \dots, 8)$ são os geradores do grupo SU(3). Expandindo em série a exponencial contida no VEV da Eq.(2.12), obtém-se:

$$\Pi(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^{n+1}}{n!} \int d^4x_0 d^4x_1 \dots d^4x_n e^{iq \cdot x_0} \langle 0 | T[j(x_0) j^\dagger(0) \mathcal{L}_{int}(x_1) \dots \mathcal{L}_{int}(x_n)] | 0 \rangle \quad (2.14)$$

Explicitamente, os primeiros termos desta expansão são dados por:

$$\begin{aligned} \Pi(q) &= i \int d^4x e^{iq \cdot x} \left\{ \langle 0 | T[j(x) j^\dagger(0)] | 0 \rangle + i \int d^4y \langle 0 | T[j(x) j^\dagger(0) \mathcal{L}_{int}(y)] | 0 \rangle \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \iint d^4y d^4z \langle 0 | T[j(x) j^\dagger(0) \mathcal{L}_{int}(y) \mathcal{L}_{int}(z)] | 0 \rangle + \dots \right\} \\ &\equiv i \int d^4x e^{iq \cdot x} \left\{ \Pi^{(0)}(x) + \Pi^{(1)}(x) + \Pi^{(2)}(x) + \dots \right\} \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde são definidas as funções $\Pi^{(n)}(x)$. Como esperado, a Eq.(2.1) é o termo de ordem dominante na expansão (2.15) e os demais termos contém as contribuições não perturbativas de ordem superior da OPE e as correções radiativas da QCD até $\mathcal{O}(g_s^2)$. Para exemplificar como a função de correlação (2.15) é escrita em termos da OPE, considere a corrente escalar: $j(x) = \bar{q}_a(x)q_a(x)$. Inserindo-a no VEV contido no primeiro termo da expansão da Eq.(2.15), obtém-se o produto temporalmente ordenado de quatro campos de quarks. Aplicando o teorema de Wick, este produto pode então ser escrito como:

$$\begin{aligned} \Pi^{(0)}(x) &= \langle 0 | T[\bar{q}_{a,i}(x)q_{a,i}(x)\bar{q}_{b,j}(0)q_{b,j}(0)] | 0 \rangle \\ &= - \langle 0_p | T[q_{a,i}(x)\bar{q}_{b,j}(0)] | 0_p \rangle \langle 0_p | T[q_{b,j}(0)\bar{q}_{a,i}(x)] | 0_p \rangle + \\ &\quad - \langle 0_p | T[q_{b,j}(0)\bar{q}_{a,i}(x)] | 0_p \rangle \langle 0 | : q_{a,i}(x)\bar{q}_{b,j}(0) : | 0 \rangle + \\ &\quad - \langle 0_p | T[q_{a,i}(x)\bar{q}_{b,j}(0)] | 0_p \rangle \langle 0 | : q_{b,j}(0)\bar{q}_{a,i}(x) : | 0 \rangle + \\ &\quad + \langle 0 | : \bar{q}_{a,i}(x)q_{a,i}(x)\bar{q}_{b,j}(0)q_{b,j}(0) : | 0 \rangle \\ &= -\text{Tr}[S_{ab}^0(x)S_{ba}^0(-x)] - \text{Tr}[\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x)S_{ba}^0(-x)] - \text{Tr}[S_{ab}^0(x)\mathcal{S}_{ba}^{q\bar{q}}(-x)] + \dots \end{aligned} \quad (2.16)$$

Figura 2.2: Diagramas associados à função $\Pi^{(0)}(x)$ da corrente escalar $j(x) = \bar{q}_a(x)q_a(x)$, onde o primeiro diagrama é a contribuição perturbativa e os demais diagramas representam os efeitos não perturbativos do vácuo da QCD. As bolhas cinzas dão origem aos condensados formados pelo VEV do campo dos quarks: $\langle 0 | : q_a(x)\bar{q}_b(0) : | 0 \rangle$.

onde ... representa os termos que são proporcionais aos condensados de dimensão mais alta na OPE - usando a hipótese da fatorização, por exemplo, obtém-se a contribuição do condensado de 4-quarks $\langle \bar{q}q\bar{q}q \rangle$ - e por simplicidade serão omitidos nos cálculos seguintes. A notação $|0_p\rangle$ representa o vácuo perturbativo, $|0\rangle$ é o vácuo físico da QCD, $S_{ab}^0(x)$ é o propagador perturbativo dos quarks livres:

$$S_{ab}^0(x) = i \delta_{ab} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left(\frac{\not{p} + m_q}{p^2 - m_q^2 + i\epsilon} \right) e^{-ip \cdot x} \quad (2.17)$$

e $\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x)$ é a correção não perturbativa ao propagador dos quarks e sua expressão é dada por:

$$\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) = \langle 0 | : q_a(x)\bar{q}_b(0) : | 0 \rangle \quad (2.18)$$

Cada um dos traços contidos na Eq.(2.16) corresponde a um diagrama representado na Fig.(2.2). Caso o vácuo da QCD pudesse ser tratado perturbativamente, os VEVs do ordenamento normal dos campos dos quarks na Eq.(2.16) resultariam em contribuições nulas e os produtos temporalmente ordenados se reduziriam aos propagadores perturbativos da teoria de campos. No entanto, o fato desses VEVs não se anularem é o que introduz as informações não perturbativas do vácuo da QCD nas regras de soma.

Analogamente, é feito o mesmo cálculo para os demais termos da expansão (2.15).

Figura 2.3: Diagramas associados à função $\Pi^{(1)}(x)$ da corrente escalar $j(x) = \bar{q}_a(x)q_a(x)$, onde as bolhas cinzas representam as contribuições não perturbativas do vácuo da QCD, relacionadas aos condensados formados pelo VEV do campo dos quarks e glúons: $\langle 0 | : q_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle$.

Mantendo-se apenas os VEVs mais relevantes para a OPE e utilizando a lagrangiana de interação (2.13), obtém-se a seguinte expressão para a função $\Pi^{(1)}(x)$:

$$\begin{aligned}
 \Pi^{(1)}(x) &= i t_{cd}^N \int d^4y \langle 0 | T [\bar{q}_a(x) q_a(x) \bar{q}_b(0) q_b(0) \bar{q}_c(y) \gamma^\alpha g_s A_\alpha^N(y) q_d(y)] | 0 \rangle \\
 &= -i t_{cd}^N \int d^4y \left\{ \text{Tr} [S_{bc}^0(-y) \gamma^\alpha S_{da}^0(y-x) \langle 0 | : q_a(x) g_s A_\alpha^N(y) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle] + \right. \\
 &\quad \left. + \text{Tr} [S_{ac}^0(x-y) \gamma^\alpha S_{db}^0(y) \langle 0 | : \bar{q}_a(x) g_s A_\alpha^N(y) q_b(0) : | 0 \rangle] \right\} \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

note que qualquer outro tipo de contração dos campos de quarks resulta em diagramas desconexos e, portanto, não contribuem para $\Pi^{(1)}(x)$.

Para o campo dos glúons $A_\alpha^N(y)$, presente no VEV da Eq.(2.19), é conveniente escolher o gauge do ponto-fixado ou o gauge de Fock-Schwinger [78]:

$$y^\alpha A_\alpha^N(y) = 0 . \quad (2.20)$$

de tal forma que no limite de baixas energias seja possível aproximar o campo $A_\alpha^N(y)$ em termos do campo tensorial totalmente antissimétrico dos glúons:

$$A_\alpha^N(y) \simeq -\frac{1}{2} G_{\alpha\beta}^N(0) y^\beta . \quad (2.21)$$

o que auxiliará na resolução das integrais da Eq.(2.19). Finalmente, a função $\Pi^{(1)}(x)$ é

reescreita no gauge de Fock-Schwinger como:

$$\begin{aligned}
\Pi^{(1)}(x) &= \frac{i t_{cd}^N}{2} \int d^4 y \left\{ \text{Tr} [S_{bc}^0(-y) \gamma^\alpha y^\beta S_{da}^0(y-x) \langle 0 | : q_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle] + \right. \\
&\quad \left. + \text{Tr} [S_{ac}^0(x-y) \gamma^\alpha y^\beta S_{db}^0(y) \langle 0 | : \bar{q}_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) q_b(0) : | 0 \rangle] \right\} \\
&= \text{Tr} \left[\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}G_{\alpha\beta}^N}(x) \mathcal{S}_{ba}^{G_{\alpha\beta}^N}(-x) \right] + \text{Tr} \left[\mathcal{S}_{ab}^{G_{\alpha\beta}^N}(x) \mathcal{S}_{ba}^{q\bar{q}G_{\alpha\beta}^N}(-x) \right] \quad (2.22)
\end{aligned}$$

onde foram feitas as seguintes definições:

$$\mathcal{S}_{ab}^{G_{\alpha\beta}^N}(x) = \frac{i t_{cd}^N}{2} \int d^4 y S_{ac}^0(x-y) \gamma^\alpha y^\beta S_{db}^0(y) \quad (2.23)$$

$$\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}G_{\alpha\beta}^N}(x) = \langle 0 | : \bar{q}_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) q_b(0) : | 0 \rangle \quad (2.24)$$

Observe que a Eq.(2.23) está associada a propagação de um quark, que em um determinado ponto emite um glúon não perturbativo, $G_{\alpha\beta}^N$ - no sentido de que o campo deste glúon é descrito no gauge de Fock-Schwinger, daí o caráter não perturbativo. Já a Eq.(2.24) recebe este glúon emitido para formar os condensados a partir do VEV dos campos de quarks e glúons. Os diagramas associados a cada um dos traços da Eq.(2.22) estão representados na Fig.(2.3).

Por fim, calcula-se a função $\Pi^{(2)}(x)$ da expansão (2.15). Logo:

$$\begin{aligned}
\Pi^{(2)}(x) &= -\frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{2} \iint d^4 y d^4 z \langle 0 | T [\bar{q}_a(x) q_a(x) \bar{q}_b(0) q_b(0) \bar{q}_c(y) \\
&\quad \times \gamma^\alpha g_s A_\alpha^N(y) q_d(y) \bar{q}_e(z) \gamma^\beta g_s A_\beta^M(z) q_f(z)] | 0 \rangle \\
&= \frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{2} \iint d^4 y d^4 z g_s^2 \langle 0 | T [A_\alpha^N(y) A_\beta^M(z)] | 0 \rangle \\
&\quad \times \left\{ \text{Tr} [S_{ba}^0(-x) S_{ae}^0(x-z) \gamma^\beta S_{fc}^0(z-y) \gamma^\alpha S_{db}^0(y)] \right. \\
&\quad + \text{Tr} [S_{ab}^0(x) S_{bc}^0(-y) \gamma^\alpha S_{de}^0(y-z) \gamma^\beta S_{fa}^0(z-x)] \\
&\quad \left. + \text{Tr} [S_{be}^0(-z) \gamma^\beta S_{fa}^0(z-x) S_{ac}^0(x-y) \gamma^\alpha S_{db}^0(y)] \right\} \quad (2.25)
\end{aligned}$$

Figura 2.4: Diagramas associados à função $\Pi^{(2)}(x)$ da corrente escalar $j(x) = \bar{q}_a(x)q_a(x)$. Os três primeiros diagramas fornecem as contribuições NLO, dadas pela função $\Pi_{NLO}^{(2)}$. Os últimos três diagramas, que contém as bolhas cinzas, fornecem as contribuições não perturbativas do vácuo da QCD, relacionadas aos condensados formados pelo VEV do campo glúons: $\langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle$.

Utilizando a definição do produto temporalmente ordenado do campos dos glúons, tem-se:

$$\begin{aligned} g_s^2 \langle 0 | T [A_\alpha^N(y) A_\beta^M(z)] | 0 \rangle &= g_s^2 \langle 0_p | T [A_\alpha^N(y) A_\beta^M(z)] | 0_p \rangle + \langle 0 | : g_s^2 A_\alpha^N(y) A_\beta^M(z) : | 0 \rangle \\ &\equiv \delta_{NM} g_s^2 S_{\alpha\beta}^{GG}(y-z) + \frac{y^\rho z^\lambda}{4} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \end{aligned} \quad (2.26)$$

Observe que o termo $S_{\alpha\beta}^{GG}(y-z)$ é o propagador perturbativo dos glúons, no espaço das coordenadas, e que no gauge de Feynman é dado por:

$$S_{\alpha\beta}^{GG}(y-z) = -i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left(\frac{g_{\alpha\beta}}{p^2 + i\epsilon} \right) e^{-ip \cdot (y-z)}. \quad (2.27)$$

Enquanto que o VEV da Eq.(2.26) contém as contribuições não perturbativas dos campos dos glúons e por esta razão é expresso no gauge de Fock-Schwinger (2.20). Inserindo a definição (2.26) na Eq.(2.25), obtém-se:

$$\begin{aligned}\Pi^{(2)}(x) &= \Pi_{NLO}^{(2)}(x) + \text{Tr} \left[\mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) S_{ba}^0(-x) \right] + \text{Tr} \left[S_{ab}^0(x) \mathcal{S}_{ba}^{(G^2)}(-x) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \text{Tr} \left[\mathcal{S}_{ab}^{G_{\alpha\rho}^N}(x) \mathcal{S}_{ba}^{G_{\beta\lambda}^M}(-x) \right]\end{aligned}\quad (2.28)$$

onde foi definida a correção não perturbativa ao propagador dos glúons:

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) &= \frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \\ &\times \iint d^4y d^4z y^\rho z^\lambda S_{ae}^0(x-z) \gamma^\beta S_{fc}^0(z-y) \gamma^\alpha S_{db}^0(y)\end{aligned}\quad (2.29)$$

Por simplicidade a função $\Pi_{NLO}^{(2)}(x)$, que está associada às correções radiativas da QCD até primeira ordem em g_s , não está devidamente explicitada, mas sua expressão pode ser obtida diretamente da Eq.(2.25). Os diagramas associados a cada um dos traços da Eq.(2.25) estão representados na Fig.(2.4).

Em geral, na teoria quântica de campos, os cálculos dos diagramas com loops fermiônicos implicam no traço dos propagadores destes férmions. Neste sentido, observe que as funções $\Pi^{(n)}(x)$, dadas pelas Eqs.(2.16), (2.22) e (2.25) possuem exatamente a forma de um traço dos propagadores perturbativos e também dos propagadores não perturbativos obtidos dos VEVs do vácuo da QCD. De maneira geral, é possível demonstrar que para qualquer corrente hadrônica $j(x)$ utilizada nas QCDSR, a forma das funções $\Pi^{(n)}(x)$ é sempre a mesma. Portanto, é conveniente introduzir a definição do propagador completo da QCD, dada por:

$$\mathcal{S}^{QCD}(x) = S_{ab}^0 + S_{\alpha\beta}^{GG}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{G_{\alpha\beta}^N}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}G_{\alpha\beta}^N}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) \quad (2.30)$$

onde cada um dos termos deste propagador é capaz de construir os diagramas mais relevantes para as QCDSR.

A análise detalhada sobre o cálculo do propagador completo da QCD é apresentada no Apêndice B. Em resumo, as expressões dos propagadores não perturbativos dos quarks leves, no espaço das coordenadas, ficam explicitadas por:

$$\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) = -\frac{\delta_{ab}}{12} \langle \bar{q}q \rangle + \frac{i \delta_{ab} \not{x}}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle - \frac{\delta_{ab} x^2}{192} \langle \bar{q}Gq \rangle + \frac{i \delta_{ab} x^2 \not{x}}{1152} m_q \langle \bar{q}Gq \rangle + \dots \quad (2.31)$$

$$\mathcal{S}_{ab}^{G_N^{\alpha\beta}}(x) = -\frac{i t_{ab}^N}{32\pi^2 x^2} (\sigma_{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma_{\alpha\beta}) + \dots \quad (2.32)$$

$$\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}G_N^{\alpha\beta}}(x) = -\frac{t_{ab}^N \sigma_{\alpha\beta}}{192} \langle \bar{q}Gq \rangle - \frac{i t_{ab}^N}{768} (\sigma_{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma_{\alpha\beta}) m_q \langle \bar{q}Gq \rangle + \dots \quad (2.33)$$

$$\mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) \simeq 0 \quad (2.34)$$

No caso dos propagadores não perturbativos dos quarks pesados, as contribuições do condensado de quarks $\langle \bar{Q}Q \rangle$ e do condensado misto $\langle \bar{Q}GQ \rangle$ são dadas por [79]:

$$\langle \bar{Q}Q \rangle \simeq -\frac{1}{48\pi^2 m_Q} \langle g_s^2 G^2 \rangle \quad (2.35)$$

$$\langle \bar{Q}GQ \rangle \simeq -\frac{5}{96\pi^2 m_Q} \langle g_s^3 G^3 \rangle. \quad (2.36)$$

Logo, essas contribuições são suprimidas principalmente pela presença da massa do quark pesado m_Q no denominador das Eqs.(2.35) e (2.36) e, portanto, ambos os condensados são desprezados no cálculo do propagador completo da QCD para quarks pesados. Desta forma, a contribuição não perturbativa mais relevante envolvendo os quarks pesados tem origem somente nos condensados de glúons (2.34). As expressões dos propagadores não perturbativos dos quarks pesados, no espaço dos momentos, ficam explicitadas por:

$$\mathcal{S}_{ab}^{Q\bar{Q}}(p) \simeq 0 \quad (2.37)$$

$$\mathcal{S}_{ab}^{G_N^{\alpha\beta}}(p) = -\frac{i t_{ab}^N}{4(p^2 - m_Q^2)^2} [\sigma_{\alpha\beta}(\not{p} + m_Q) + (\not{p} + m_Q)\sigma_{\alpha\beta}] \quad (2.38)$$

$$\mathcal{S}_{ab}^{Q\bar{Q}G_N^{\alpha\beta}}(p) \simeq 0 \quad (2.39)$$

$$\mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) = \frac{i \delta_{ab} m_Q}{12(p^2 - m_Q^2)^3} \left[1 + \frac{m_Q(\not{p} + m_Q)}{p^2 - m_Q^2} \right] \langle g_s^2 G^2 \rangle. \quad (2.40)$$

2.3 Lado da QCD

Escolhendo a corrente hadrônica, calculando a OPE até a dimensão desejada e definindo os condensados mais importantes que irão contribuir nas regras de soma, o próximo passo é expressar a função de correlação (2.1) em termos de uma relação de dispersão:

$$\Pi^{OPE}(q) = \int_{t_q}^{+\infty} ds \frac{\rho^{OPE}(s)}{s - q^2} \quad (2.41)$$

onde t_q é um limite cinemático imposto à integral e usualmente corresponde ao quadrado da soma das massas dos quarks constituintes do hádron. A densidade espectral da OPE, $\rho^{OPE}(s)$, é definida de tal forma que as contribuições dos termos perturbativos e dos condensados estejam inseridos nela através da seguinte relação:

$$\rho^{OPE}(s) = \mathcal{K}_0(s) + \mathcal{K}_3(s) \langle \bar{q}q \rangle + \mathcal{K}_4(s) \langle g_s^2 G^2 \rangle + \mathcal{K}_5(s) \langle \bar{q}Gq \rangle + \dots \quad (2.42)$$

onde:

$$\mathcal{K}_d(s) \equiv \frac{1}{\pi} \text{Im}[C_d(q^2)] . \quad (2.43)$$

Entre outras vantagens de se expressar a função de correlação em termos de uma relação de dispersão estão a de possibilitar uma melhor comparação entre o Lado da QCD e o Lado Fenomenológico, e fazer com que as contribuições do estado fundamental e as do contínuo sejam mais facilmente separadas.

2.4 Lado Fenomenológico

No lado fenomenológico, a função de correlação (2.1) é avaliada em termos dos parâmetros hadrônicos e a corrente é interpretada como um operador de criação e aniquilação do hádron em estudo. Utilizando a definição do produto temporalmente ordenado é possível

reescrever a função de correlação como:

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \{ \langle 0 | \theta(x_0) j(x) j^\dagger(0) | 0 \rangle + \langle 0 | \theta(-x_0) j^\dagger(0) j(x) | 0 \rangle \} \quad (2.44)$$

onde mais uma vez, por simplicidade, foi considerada a corrente escalar $j(x) = \bar{q}_a(x) q_a(x)$. Assumindo que os hádrons $H(p) \equiv H_p$ criados pela corrente $j(x)$ formam um conjunto completo de estados hadrônicos, então é possível definir o projetor unitário através da relação de completeza destes estados:

$$\sum_{H_p} \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\vec{p}}{2p_0} | H_p \rangle \langle H_p | = \hat{1}, \quad (2.45)$$

onde a soma envolve o estado fundamental do hádron e todos os seus estados ressonantes. Introduzindo este projetor entre as correntes $j(x)$ e $j^\dagger(0)$ em ambos os termos da Eq.(2.44), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi(q) = & i \int d^4x e^{iq \cdot x} \sum_{H_p} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2p_0} \left[\theta(x_0) \langle 0 | j(x) | H_p \rangle \langle H_p | j^\dagger(0) | 0 \rangle \right. \\ & \left. + \theta(-x_0) \langle 0 | j^\dagger(0) | H_p \rangle \langle H_p | j(x) | 0 \rangle \right] \end{aligned} \quad (2.46)$$

Expressando a corrente $j(x)$ em termos do operador de translação, $\hat{U} = e^{ip \cdot x}$, obtém-se:

$$j(x) = e^{ip \cdot x} j(0) e^{-ip \cdot x} \quad (2.47)$$

Inserindo-a na Eq.(2.46) a função de correlação se torna:

$$\begin{aligned} \Pi(q) = & i \int d^4x e^{iq \cdot x} \sum_{H_p} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2p_0} \left[\langle 0 | j(0) | H_p \rangle \langle H_p | j^\dagger(0) | 0 \rangle \theta(x_0) e^{-ip \cdot x} \right. \\ & \left. + \langle 0 | j^\dagger(0) | H_p \rangle \langle H_p | j(0) | 0 \rangle \theta(-x_0) e^{ip \cdot x} \right] \\ = & i \int d^4x e^{iq \cdot x} \sum_{H_p} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2p_0} \left[\theta(x_0) e^{-ip \cdot x} + \theta(-x_0) e^{ip \cdot x} \right] |\langle 0 | j(0) | H_p \rangle|^2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Note que é possível identificar o propagador de Feynman na Eq.(2.48):

$$\Delta_F(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2p_0} \left[\theta(x_0) e^{-ip \cdot x} + \theta(-x_0) e^{ip \cdot x} \right] = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{p^2 - E_H^2 + i\epsilon} \quad (2.49)$$

onde E_H é a energia associada ao estado $|H_p\rangle$. Portanto,

$$\Pi(q) = - \int d^4x e^{iq \cdot x} \sum_{H_p} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{p^2 - E_H^2 + i\epsilon} |\langle 0 | j(0) | H_p \rangle|^2 \quad . \quad (2.50)$$

Introduzindo a identidade,

$$\int_0^{+\infty} ds \delta(s - E_H^2) = 1 \quad (2.51)$$

em que a integral percorre todo o espectro de energia do hádron H , chega-se finalmente ao seguinte resultado

$$\begin{aligned} \Pi(q) &= - \int_0^{+\infty} ds \int d^4x e^{iq \cdot x} \sum_{H_p} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{p^2 - s + i\epsilon} |\langle 0 | j(0) | H_p \rangle|^2 \delta(s - E_H^2) \\ &= - \int_0^{+\infty} ds \sum_{H_p} \int d^4p \frac{1}{p^2 - s + i\epsilon} |\langle 0 | j(0) | H_p \rangle|^2 \delta(s - E_H^2) \delta(q - p) \\ &= \int_0^{+\infty} ds \frac{1}{s - q^2 - i\epsilon} \sum_{H_q} |\langle 0 | j(0) | H_q \rangle|^2 \delta(s - E_H^2) \\ &\equiv \int_0^{+\infty} ds \frac{\rho(s)}{s - q^2 - i\epsilon} \end{aligned} \quad (2.52)$$

onde é definido a densidade espectral como

$$\rho(s) = \sum_{H_q} |\langle 0 | j(0) | H_q \rangle|^2 \delta(s - E_H^2) \quad . \quad (2.53)$$

Fenomenologicamente, espera-se que a densidade espectral possa ser descrita por um estado fundamental bem definido, H_0 , e mais um contínuo formado por seus estados

ressonantes, H' . Experimentalmente, verifica-se que os estados ressonantes contribuem para a densidade espectral apenas após um determinado ponto chamado de limiar do contínuo. Essa descrição pode ser deduzida diretamente da Eq.(2.53) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\rho(s) &= |\langle 0|j(0)|H_0\rangle|^2 \delta(s - M_H^2) + \sum_{H'} |\langle 0|j(0)|H'\rangle|^2 \delta(s - E_{H'}^2) \\ &\equiv \lambda^2 \delta(s - M_H^2) + \theta(s - t_c) \rho^{cont}(s) ,\end{aligned}\tag{2.54}$$

onde λ é a constante de decaimento definida pelo acoplamento entre a corrente e o estado fundamental H_0 e t_c é o limiar do contínuo. Uma aproximação muito útil para a densidade espectral do contínuo, $\rho^{cont}(s)$, é dada por:

$$\rho^{cont}(s) \simeq \rho^{OPE}(s)\tag{2.55}$$

onde $\rho^{OPE}(s)$ é exatamente a densidade espectral no Lado da QCD, dada por (2.42). Como será discutido na seção seguinte, esta aproximação é justificada unicamente pelo princípio da dualidade quark-hádron. Logo,

$$\rho(s) = \lambda^2 \delta(s - M_H^2) + \theta(s - t_c) \rho^{OPE}(s) .\tag{2.56}$$

Utilizando esta expressão na Eq.(2.52), obtém-se a função de correlação no lado fenomenológico:

$$\Pi^{FEN}(q) = \frac{\lambda^2}{M_H^2 - q^2} + \int_{t_c}^{+\infty} ds \frac{\rho^{OPE}(s)}{s - q^2} ,\tag{2.57}$$

que será utilizada na comparação com a função de correlação no lado da QCD.

2.5 Princípio da Dualidade Quark-Hádron

A maior aplicabilidade das funções de correlação de dois pontos nas QCDSR é descrever as propriedades do estado fundamental dos hádrons. Uma vez que os hádrons estão intrinsecamente ligados à física de baixas energias, as expansões perturbativas feitas no lado da QCD - representadas pelos coeficientes de Wilson $C_d(q^2)$ - faz com que a função $\Pi^{OPE}(q)$ seja inadequada para descrever os estados fundamentais dos hádrons. Neste cenário, a aproximação considerada em (2.55) também deveria ser evitada no lado fenomenológico afim de preservar o caráter hadrônico da função $\Pi^{FEN}(q)$. Contudo, nas QCDSR há o chamado Princípio da Dualidade Quark-Hádron, que propõe a existência de uma escala de energia (usualmente da ordem de 1 GeV), onde o espectro hadrônico é equivalentemente descrito pelas funções de correlação tanto no lado da QCD como no lado fenomenológico, de tal forma que:

$$\Pi^{OPE}(q) \simeq \Pi^{FEN}(q) . \quad (2.58)$$

Dentre outras razões que impedem a igualdade em (2.58) de ser exata, destaca-se o truncamento da OPE no lado da QCD e o uso da parametrização (2.56) em termos de um parâmetro livre, o limiar do contínuo t_c , no lado fenomenológico. Portanto, para que os resultados das QCDSR possam ser extraídos da comparação entre as duas funções de correlação, deve-se garantir uma boa convergência da OPE e suprimir ao máximo as contribuições dos estados ressonantes no lado fenomenológico. Uma maneira prática de se fazer isto é utilizando a chamada Transformada de Borel, cuja definição é dada por [18, 19, 75]:

$$\mathcal{B}[g(Q^2)] \equiv g(\tau) = \lim_{\substack{Q^2, n \rightarrow \infty \\ n/Q^2 = \tau}} \frac{(-1)^n (Q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{\partial}{\partial Q^2} \right)^n g(Q^2) \quad (2.59)$$

onde Q^2 é o quadrimomento da partícula no espaço euclidiano ($Q^2 = -q^2$). O parâmetro τ é a variável da transformada e corresponde a um parâmetro livre da regra de soma.

Considere como exemplo a transformada de Borel das importantes funções abaixo:

$$\mathcal{B} [(Q^2)^k] = 0 \quad (2.60)$$

$$\mathcal{B} \left[\frac{(Q^2)^k}{(s + Q^2)^m} \right] = \sum_{j=0}^K \frac{(-1)^{k+j} k!}{j!(m-j-1)!(k-j)!} s^{k-j} \tau^{m-j-1} e^{-s\tau} \quad (2.61)$$

onde k, m são números inteiros positivos, s é uma variável arbitrária (independente de Q^2) e o limite superior K do índice da série é dado por

$$K = \begin{cases} m-1, & \text{if } k \geq m \\ k, & k < m \end{cases} \quad (2.62)$$

No lado da QCD, o processo de renormalização introduz termos de subtração em (2.41), que dão origem a polinômios em Q^2 . De acordo com a Eq.(2.60), estes termos de subtração são eliminados após a transformada de Borel. Além disso, os coeficientes de Wilson dos condensados de dimensão mais alta são proporcionais a termos na forma $1/(Q^2)^m$, onde m cresce com a dimensão do operador. Então, utilizando a Eq.(2.61), verifica-se que as contribuições dos condensados de dimensão mais alta são suprimidos fatorialmente. Isto tudo indica que a transformada de Borel ajuda a melhorar a convergência da OPE. No lado fenomenológico, a função de correlação (2.57) é proporcional ao termo $1/(s + Q^2)$. Após utilizar a transformada de Borel neste termo, tem-se:

$$\mathcal{B} \left[\frac{1}{s + Q^2} \right] = e^{-s\tau} \quad (2.63)$$

e assim as contribuições dos estados ressonantes são suprimidas exponencialmente. Portanto, garantindo que as contribuições dos condensados de ordem mais altas da OPE e dos estados ressonantes sejam suprimidas, a comparação entre as descrições nos lados da QCD e fenomenológico da função de correlação permite extrair as propriedades hadrônicas do estado fundamental dos hádrons.

2.6 Cálculo da Massa nas QCDSR

Aplicando a Transformada de Borel em (2.41) e (2.57) obtém-se, respectivamente:

$$\Pi^{OPE}(\tau) = \int_{t_q}^{+\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} \quad (2.64)$$

$$\Pi^{FEN}(\tau) = \lambda^2 e^{-M_H^2 \tau} + \int_{t_c}^{+\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} . \quad (2.65)$$

onde a massa do hádron H é dada por M_H . Assim, de acordo com o Princípio da Dualidade Quark-Hádron, as expressões das funções de correlação (2.64) e (2.65) podem ser comparadas:

$$\lambda^2 e^{-M_H^2 \tau} + \int_{t_c}^{+\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} = \int_{t_q}^{+\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} \quad (2.66)$$

considerando que $\rho^{OPE}(s)$ é contínuo em todo o intervalo de integração, então

$$\begin{aligned} \lambda^2 e^{-M_H^2 \tau} + \int_{t_c}^{+\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} &= \int_{t_q}^{t_c} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} + \int_{t_c}^{+\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} \\ \lambda^2 e^{-M_H^2 \tau} &= \int_{t_q}^{t_c} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} . \end{aligned} \quad (2.67)$$

Derivando (2.67) com relação à variável τ , tem-se:

$$\lambda^2 M_H^2 e^{-M_H^2 \tau} = \int_{t_q}^{t_c} ds s \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} . \quad (2.68)$$

Dividindo (2.68) por (2.67), obtém-se

$$M_H^2 = \frac{\int_{t_q}^{t_c} ds s \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau}}{\int_{t_q}^{t_c} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau}} \quad (2.69)$$

que é a equação nas QCDSR para determinar a massa do hádron estudado.

Figura 2.5: Comportamento esperado para a curva da massa obtida com as QCDSR. Por definição, a janela de Borel é a região onde há estabilidade em função de τ , dominância da contribuição do polo e uma boa convergência da OPE. O ponto que define o início da dominância do polo sobre o contínuo é dado por τ_{min} e o ponto a partir do qual não se pode mais garantir uma boa convergência da OPE é dado por τ_{max} . A massa do hádron M_H é extraída do ponto de estabilidade dentro da janela de Borel.

2.6.1 Janela de Borel

Dominância do Pólo sobre o Contínuo

Como o principal interesse é extrair informações do estado fundamental dos hádrons, é importante trabalhar numa região de τ , onde a contribuição do pólo seja maior que a contribuição do contínuo. Dessa forma, tenta-se garantir que as contribuições da OPE utilizadas nos cálculos das massas dos hádrons, venham diretamente do estado fundamental. Como foi visto anteriormente, foi utilizada a aproximação de que os estados ressonantes começam a contribuir para a OPE a partir de um ponto, chamado limiar do contínuo t_c . Logo, definindo a contribuição total $\Pi_{cont}(\tau)$ como:

$$\Pi_{total}(\tau) = \int_{t_q}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} \quad (2.70)$$

é possível separar as contribuições do polo $\Pi_{polo}(\tau)$ e as do contínuo $\Pi_{cont}(\tau)$, separando a integral acima da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Pi_{total}(\tau) &= \int_{t_q}^{t_c} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} + \int_{t_c}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s\tau} \\ &= \Pi_{polo}(\tau) + \Pi_{cont}(\tau) \end{aligned} \quad (2.71)$$

Um ponto na região de τ de grande interesse para as QCDSR é aquele onde a contribuição do polo é igual a contribuição do contínuo. Este ponto é definido como τ_{min} e garante que: $\Pi_{polo}(\tau_{min}) = \Pi_{cont}(\tau_{min})$. Um esquema de como as QCDSR se comportam qualitativamente em função do parâmetro τ é mostrado na Fig.(2.5).

Convergência da OPE

A transformada de Borel faz com que termos que antes dependiam de potências cada vez mais altas de $1/Q^2$, agora dependam de potências crescentes do parâmetro livre τ . Com isto, conforme o valor de τ vai diminuindo os condensados de dimensão mais alta na OPE passam cada vez mais a contribuir menos para o resultado final, o que, a princípio, poderia indicar uma boa convergência da OPE. Em geral, define-se o ponto τ_{max} onde a inclusão do condensado de dimensão mais alta na OPE altera no máximo entre 10% a 25% o resultado final obtido com as QCDSR.

Portanto, se a seguinte condição for satisfeita: $\tau_{min} < \tau_{max}$, então é possível definir uma região onde os resultados obtidos com as QCDSR são confiáveis. Esta região é a chamada Janela de Borel. Por outro lado, caso não seja possível definir uma Janela de Borel, não é possível extrair um resultado confiável das QCDSR, uma vez que não há

dominância das contribuições do polo e nem há uma boa convergência da OPE.

Na maioria dos casos, a convergência da OPE é obtida somente com os condensados de dimensão até 5, restando apenas analisar se os valores de τ_{min} e τ_{max} são suficientes para garantir uma boa Janela de Borel para as QCDSR.

Estabilidade em τ

Espera-se que a massa do hádron possua uma certa estabilidade em função do parâmetro livre τ , dentro da Janela de Borel. Isto porque, teoricamente a massa não deve depender deste parâmetro. Portanto, quando há uma grande dependência de M_H com relação à τ , esta é uma forte indicação de que é necessário reavaliar as QCDSR, seja incluindo mais condensados ou considerando outras aproximações para a densidade espectral. Um outro bom argumento para a estabilidade em τ vem da análise das regras de soma para o oscilador harmônico [77], onde o ponto de mínimo na curva das QCDSR para a massa do estado fundamental é o ponto que mais se aproxima do valor exato obtido com a Mecânica Quântica.

2.7 Regras de Soma de Energia Finita (FESR)

Existe também uma outra forma interessante para calcular as massas hadrônicas, conhecida como Regras de Soma de Energia Finita (FESR, do inglês *Finite Energy Sum Rules*).

As FESR são obtidas fazendo a expansão em torno de $\tau = 0$ na Eq.(2.68), logo:

$$\lambda^2 M_H^2 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \tau^n}{n!} M_H^{2n} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \tau^n}{n!} \int_{t_q}^{t_c} ds s^n \rho^{OPE}(s) . \quad (2.72)$$

Igualando os coeficientes do polinômio em τ , em ambos os lados da equação, obtém-se n

equações:

$$\lambda^2 M_H^{2n+2} = \int_{t_q}^{t_c} ds s^n \rho^{OPE}(s) , \quad (2.73)$$

com $n = 0, 1, 2, \dots$. Finalmente, dividindo duas equações subsequentes n e $n+1$, obtém-se a equação para a massa:

$$M_H^2 = \frac{\int_{t_q}^{t_c} ds s^{n+1} \rho^{OPE}(s)}{\int_{t_q}^{t_c} ds s^n \rho^{OPE}(s)} . \quad (2.74)$$

Em geral, as regras de soma dependem da definição do limiar do contínuo t_c e da variável τ . Nota-se que as FESR possuem uma vantagem em relação às QCDSR, uma vez que seu resultado depende apenas de t_c e não mais da variável τ . Desta forma, espera-se que os resultados obtidos com as FESR forneçam uma relação mais direta entre M_H e t_c , diminuindo assim a arbitrariedade na determinação destes valores. Idealmente é esperada uma região de estabilidade na função $M_H(t_c)$, o que é um bom critério para fixar tanto t_c quanto M_H . Contudo esta estabilidade nem sempre é observada nas FESR.

2.8 Dupla Razão das Regras de Soma (DRSR)

Como já foi observado, a função de correlação dos bárions contém duas funções invariantes por transformações de Lorentz, $F_1(q^2)$ e $F_2(q^2)$. No lado da QCD, após aplicar a transformada de Borel, a função de correlação para os bárions fica dada por:

$$\Pi^{OPE}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{t_q}^{+\infty} ds e^{-s\tau} \left[\not{q} \text{Im} F_1(s) + \text{Im} F_2(s) \right], \quad (2.75)$$

enquanto que no lado fenomenológico tem-se:

$$\Pi^{FEN}(\tau) = (\not{q} + M_H) \left[\lambda^2 e^{-M_H^2 \tau} + \int_{t_c}^{+\infty} ds \rho^{cont}(s) e^{-s\tau} \right], \quad (2.76)$$

onde λ é a constante de decaimento e M_H a massa do bárion. Note que foram utilizadas as relações de soma de espinores de Dirac para os bárions de spin $1/2^+$:

$$\sum_s u(q, s) \bar{u}(q, s) = \not{q} + M_H \quad (2.77)$$

e de Rarita-Schwinger para os bárions de spin $3/2^+$:

$$\sum_s u_\mu(q, s) \bar{u}_\nu(q, s) = (\not{q} + M_H) \left(g_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{q_\mu \gamma_\nu - q_\nu \gamma_\mu}{3M_H} - \frac{2q_\mu q_\nu}{3M_H^2} \right). \quad (2.78)$$

Assumindo novamente que as densidades espectrais do contínuo no lado fenomenológico correspondem a obtidas com a OPE, então

$$(\not{q} + M_H) \rho^{cont}(s) = \frac{1}{\pi} \left[\not{q} \text{Im} F_1(s) + \text{Im} F_2(s) \right]. \quad (2.79)$$

Utilizando o princípio da Dualidade Quark-Hádron e considerando que as estruturas $\not{q}$ e M_H são independentes uma da outra, é possível determinar as seguintes equações:

$$\lambda^2 e^{-M_H^2 \tau} = \frac{1}{\pi} \int_{t_q}^{t_c} ds e^{-s\tau} \text{Im} F_1(s), \quad (2.80)$$

$$\lambda^2 M_H e^{-M_H^2 \tau} = \frac{1}{\pi} \int_{t_q}^{t_c} ds e^{-s\tau} \text{Im} F_2(s). \quad (2.81)$$

A partir destas relações é possível determinar três formas distintas para calcular a massa, são elas:

$$\mathcal{R}_i^q = \frac{\int_{t_q}^{t_c} ds s e^{-s\tau} \text{Im} F_i(s)}{\int_{t_q}^{t_c} ds e^{-s\tau} \text{Im} F_i(s)}, \quad (i = 1, 2), \quad (2.82)$$

$$\mathcal{R}_{21}^q = \frac{\int_{t_q}^{t_c} ds e^{-s\tau} \text{Im} F_2(s)}{\int_{t_q}^{t_c} ds e^{-s\tau} \text{Im} F_1(s)}, \quad (2.83)$$

onde no ponto de estabilidade em τ , obtém-se:

$$M_H \simeq \sqrt{\mathcal{R}_i^q} \simeq \mathcal{R}_{21}^q . \quad (2.84)$$

Estas são as equações amplamente utilizadas nos cálculos das massas dos bárions em regras de soma. No entanto, os resultados obtidos com essas equações levam a incertezas da ordem de 15 – 20% [80–82]. Uma técnica que permite minimizar essas incertezas é dada pela Dupla Razão das Regras de Soma [63, 64, 83–85], que fornece as razões entre as massas dos bárions através das equações:

$$r_i^{sq} \equiv \sqrt{\frac{\mathcal{R}_i^s}{\mathcal{R}_i^q}} , \quad r_{21}^{sq} \equiv \frac{\mathcal{R}_{21}^s}{\mathcal{R}_{21}^q} . \quad (2.85)$$

que contém explicitamente os efeitos do termos que quebram a simetria SU(3). Como será amplamente discutido nas seções seguintes, essas relações são menos sensíveis à escolha da massa do quark pesado, às correções radiativas e ao valor do limiar do contínuo do que as simples razões $\mathcal{R}_i$ and $\mathcal{R}_{21}$.

Capítulo 3

Estados Exóticos do Charmonium

Neste capítulo serão estudados alguns estados moleculares na tentativa de descrever os novos estados observados na espectroscopia do charmonium, dentre os quais: o $Y(3930)$, o $Y(4140)$, o $X(4350)$, o $Y(4260)$, o $Y(4360)$ e o $Y(4660)$. Há fortes evidências de que estes estados não possuem estruturas hadrônicas convencionais, uma vez que as suas respectivas massas e canais de decaimento não são consistentes com o que é esperado para o estado ressonante do charmonium ($c\bar{c}$) em modelos de potencial. Outro fato muito interessante é a observação dos estados $Y_b(10890)$ e $Y_b(11020)$, que possuem uma massa e um canal de decaimento incompatíveis com o que é esperado para um estado ressonante convencional do bottomonium ($b\bar{b}$) e que também poderiam indicar a existência de novos estados exóticos neste setor. Diante deste cenário, utilizam-se as QCDSR para verificar se os estados moleculares podem descrever os possíveis candidatos a estados exóticos do charmonium e do bottomonium.

3.1 Parâmetros da QCD

Para cada um dos estados exóticos estudados nesta seção são utilizados os valores numéricos dos parâmetros da QCD que constam na Tabela (3.1).

Tabela 3.1: Parâmetros da QCD. O intervalo admitido para a massa dos quarks pesados é definido pelos valores extraídos na camada de massa (“on-shell mass”) e no esquema $\overline{MS}$ (“running mass”). Para uma comparação consistente com outras regras de soma, consideram-se os mesmos valores utilizados na literatura para os condensados e para os demais parâmetros.

Parâmetros	Valores	Refs.
m_b	$(4.17 - 4.70) \text{ GeV}$	[17, 20, 29, 41, 63, 64, 85–88]
m_c	$(1.23 - 1.37) \text{ GeV}$	[17, 20, 29, 41, 63, 64, 85–88]
$\hat{m}_s$	$(0.114 \pm 0.021) \text{ GeV}$	[17, 20, 29, 41, 63, 64, 85, 88]
$\langle \bar{q}q \rangle$	$-(0.23 \pm 0.03)^3 \text{ GeV}^3$	[17, 20, 29, 89–92]
$\langle g_s^2 G^2 \rangle$	$(0.88 \pm 0.25) \text{ GeV}^4$	[17, 20, 29, 63, 64, 85–99]
$\langle g_s^3 G^3 \rangle$	$(0.58 \pm 0.18) \text{ GeV}^6$	[20, 85–88]
$\kappa \equiv \langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{q}q \rangle$	(0.74 ± 0.06)	[29, 63, 64, 85]
$m_0^2 \equiv \langle \bar{s}Gs \rangle / \langle \bar{s}s \rangle$	$(0.8 \pm 0.2) \text{ GeV}^2$	[17, 20, 29, 63, 64, 88–93, 100]
$\rho \equiv \langle \bar{s}s\bar{s}s \rangle / \langle \bar{s}s \rangle^2$	$(0.5 - 2.0)$	[17, 20, 29, 63, 64, 85, 93–95]
$\Lambda(n_f = 4)$	$(324 \pm 15) \text{ MeV}$	[20, 41, 63, 64, 85, 94]
$\Lambda(n_f = 5)$	$(194 \pm 10) \text{ MeV}$	[20, 41, 63, 64, 85, 94]

3.2 Estados Moleculares

3.2.1 $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$

Uma das aquisições mais recentes desta lista de novos estados é o $Y(4140)$ observado pela Colaboração CDF no canal de decaimento [30]: $B^+ \rightarrow Y(4140)K^+ \rightarrow J/\psi \phi K^+$. A massa observada foi de $M = (4143.0 \pm 2.9 \pm 1.2) \text{ MeV}$, com uma largura total de $\Gamma = (11.7_{-5.0}^{+8.3} \pm 3.7) \text{ MeV}$.

Conforme discutido previamente, o fato do estado $Y(4140)$ não poder ser explicado como um estado convencional $c\bar{c}$, leva a muitas outras interpretações para a sua estrutura. Uma delas é o estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$, com $J^{PC} = 0^{++}$, que no presente trabalho será estudado utilizando as QCDSR. O primeiro passo das regras de soma é determinar qual a expressão da corrente hadrônica $j(x)$ que deve ser inserida na função de correlação. Uma possível corrente que se acopla ao estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$, com os números quânticos

Figura 3.1: Representação da contribuição perturbativa do estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$.

$J^{PC} = 0^{++}$, é dada por:

$$j_{D_s^* \bar{D}_s^*} = (\bar{s}_a \gamma_\mu c_a) (\bar{c}_b \gamma^\mu s_b) \quad (3.1)$$

onde a e b são os índices da carga de cor. Parametrizando o acoplamento do estado fundamental da molécula, $Y \equiv D_s^* \bar{D}_s^*$, à corrente (3.1), em termos da constante de decaimento λ , tem-se:

$$\langle 0 | j_{D_s^* \bar{D}_s^*} | Y \rangle = \lambda \quad (3.2)$$

a expressão da função de correlação no lado Fenomenológico do estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$ fica dada por:

$$\Pi^{FEN}(q^2) = \frac{\lambda_{D_s^* \bar{D}_s^*}^2}{M_Y^2 - q^2} + \int_{t_q}^{\infty} ds \frac{\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{OPE}(s)}{s - q^2} . \quad (3.3)$$

É importante salientar que não há uma correspondência direta entre a corrente e o estado hadrônico, uma vez que a corrente (3.1) pode ser reescrita em termos de uma soma de correntes de tetraquarks, através do uso das Transformações de Fierz. Contudo, é possível avaliar a magnitude do acoplamento entre a corrente e o estado analisando o valor da constante de decaimento $\lambda_{D_s^* \bar{D}_s^*}$.

No Lado da QCD, ao inserir a corrente (3.1) na função de correlação, obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi^{OPE}(q^2) &= \frac{i}{(2\pi)^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{ix \cdot (q - p_1 - p_2)} \\ &\quad \times \text{Tr} [\mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \gamma_\nu \mathcal{S}_{ba}^s(-x) \gamma_\mu] \text{Tr} [\mathcal{S}_{cd}^s(x) \gamma^\nu \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2) \gamma^\mu] \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde $\mathcal{S}^c(p)$ e $\mathcal{S}^s(x)$ são os propagadores completos dos quarks c e s , respectivamente.

Nos cálculos das QCDSR, o propagador dos quark s é mantido no espaço das coordenadas, enquanto que o propagador do quark c é levado para o espaço dos momentos, via Transformada de Fourier:

$$\mathcal{S}_{ab}^c(x) = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} \mathcal{S}_{ab}^c(p_1) . \quad (3.5)$$

Por simplicidade, a representação dos diagramas de um estado molecular é construída de tal forma que as duas linhas superiores representam os propagadores do quark e antiquark do méson D_s^* e as duas linhas inferiores representam o quark e o antiquark do outro méson $\bar{D}_s^*$. Assim, um exemplo é mostrado na Figura (3.1). Para calcular todas as contribuições para a função de correlação, utilizam-se as expressões dos propagadores contidas nas tabelas (B.2) e (B.1).

Para as regras de soma do estado molecular escalar $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$, são considerados os termos da OPE até dimensão 8. Em cada dimensão da OPE, são calculados a contribuição do termo dominante em α_s e as correções lineares na massa do quark s . Por fim, para cada dimensão determina-se a densidade espectral correspondente, de forma que a expressão para a densidade espectral total, $\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{OPE}(s)$, fica dada por:

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{OPE}(s) = \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{pert}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s}Gs \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle g_s^3 G^3 \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}Gs \rangle}(s) , \quad (3.6)$$

onde as expressões de cada uma dessas densidades espectrais são mostradas a seguir:

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{pert}(s) = \frac{3}{2^9 \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1 - \alpha - \beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^3 [\mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} - 4m_s m_c \beta] , \quad (3.7)$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) = \frac{3 \langle \bar{s}s \rangle}{2^5 \pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \left\{ \frac{m_s \mathcal{H}_{(\alpha)}^2}{1 - \alpha} - m_c \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\alpha \beta} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} [\mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} - 4m_s m_c \alpha] \right\} , \quad (3.8)$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) = \frac{m_c^2 \langle g_s^2 G^2 \rangle}{2^8 \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} d\beta (1 - \alpha - \beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} , \quad (3.9)$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s} G s \rangle}(s) = \frac{\langle \bar{s} G s \rangle}{2^6 \pi^4} \left\{ m_s (8m_c^2 - s) v - 3m_c \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} H(\alpha) \right\}, \quad (3.10)$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s} s \rangle^2}(s) = \frac{m_c \rho_{\langle \bar{s} s \rangle^2}}{8\pi^2} \left[(2m_c - m_s) v - m_s m_c^2 \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha} \delta \left(s - \frac{m_c^2}{\alpha(1-\alpha)} \right) \right], \quad (3.11)$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle G^3 \rangle}(s) = \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{2^{11} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \left[2m_c^2 (\alpha^4 + \beta^4) + (\alpha^3 + \beta^3) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right], \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_s^*}^{\langle \bar{s} s \rangle \langle \bar{s} G s \rangle}(s) = & -\frac{m_c \langle \bar{s} s \rangle \langle \bar{s} G s \rangle}{96\pi^2} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^2(1-\alpha)} \left\{ 12m_c \alpha \left(\alpha(1-\alpha) + m_c^2 \tau \right) + \right. \\ & \left. - m_s \left[2\alpha(8-5\alpha) \left(\alpha(1-\alpha) + m_c^2 \tau \right) + 5m_c^4 \tau^2 \right] \right\} \delta \left(s - \frac{m_c^2}{\alpha(1-\alpha)} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Por simplicidade, foram definidas as seguintes variáveis:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} &= m_c^2(\alpha + \beta) - \alpha\beta s \\ \mathcal{H}_{(\alpha)} &= m_c^2 - \alpha(1-\alpha)s \\ v &= \sqrt{1 - 4m_c^2/s} \\ \mathcal{L}_v &= \text{Log} \left(\frac{1+v}{1-v} \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

e os limites de integração são dados por:

$$\begin{aligned} \alpha_{max} &= (1+v)/2 \\ \alpha_{min} &= (1-v)/2 \\ \beta_{max} &= 1-\alpha \\ \beta_{min} &= \alpha m_c^2 / (s\alpha - m_c^2) . \end{aligned} \quad (3.15)$$

Resultados Numéricos

Para extrair a massa do estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$ (0^{++}) é utilizada a Eq.(2.69) junto com os parâmetros dados pela Tabela (3.1).

Na Fig.(3.2a) é mostrada a contribuição relativa de todos os termos da OPE considerados, para $\sqrt{t_c} = 4.60 \text{ GeV}$. Nela verifica-se que a partir de $\tau \leq 0.44 \text{ GeV}^{-2}$ a contribuição relativa do condensado de dimensão 8 é menor do que 15% da contribuição total. Portanto, é fixado o valor máximo de τ da Janela de Borel: $\tau_{max} = 0.44 \text{ GeV}^{-2}$. Por outro lado, o valor mínimo de τ é determinado impondo que a contribuição do pólo deva ser maior do que a do contínuo. Verifica-se na Fig.(3.2b) que esta condição é satisfeita a partir de $\tau \geq 0.35 \text{ GeV}^{-2}$. Desta forma, o valor mínimo da Janela de Borel é dado por: $\tau_{min} = 0.35 \text{ GeV}^{-2}$.

Na Fig.(3.2c), é mostrada a massa do estado molecular e suas respectivas Janelas de Borel definidas pelos parênteses, admitindo-se diferentes valores para o limiar do contínuo: $4.40 \leq \sqrt{t_c} \leq 4.70 \text{ GeV}$. O critério para a escolha do valor central de $\sqrt{t_c}$ é determinado pela curva que apresenta a melhor estabilidade com relação ao parâmetro τ dentro da Janela de Borel. Assim, conclui-se da Fig.(3.2c) que o limiar do contínuo é dado por:

$$\sqrt{t_c} = 4.55 \pm 0.15 \text{ GeV} . \quad (3.16)$$

Note que a regra de soma para o estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$ não admite um valor para o limiar do contínuo inferior à $\sqrt{t_c} < 4.40 \text{ GeV}$. Isto porque, abaixo deste valor não é mais possível garantir a convergência da OPE e a dominância das contribuições do pólo sobre o contínuo. Calculando a massa do estado molecular dentro da Janela de Borel, para cada valor de t_c , e variando os demais parâmetros da QCD, de acordo com as incertezas mostradas na Tabela (3.1), obtém-se o valor da massa do estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$:

$$M_{D_s^* \bar{D}_s^*} = (4.19 \pm 0.13) \text{ GeV} , \quad (3.17)$$

Figura 3.2: Molécula $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$, considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23$ GeV. **(a)** Convergência da OPE na região $0.30 \leq \tau \leq 0.55$ GeV $^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 4.60$ GeV. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{s}s \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{s}Gs \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}Gs \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 4.60$ GeV. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

que está em excelente acordo com o valor experimental da massa observada pela Colaboração CDF para o estado $Y(4140)$, além disso o valor central obtido para a massa está abaixo do limiar $E_{th} [D_s^* \bar{D}_s^*] \simeq 4.22$ GeV, onde a notação $E_{th} [M_1 M_2]$ é empregada e indica a energia correspondente à soma direta das massas dos mésons M_1 e M_2 . Contudo, considerando as incertezas, este estado molecular pode não formar um estado ligado. Também é possível deduzir da Eq.(2.69) o valor da constante de acoplamento λ para este estado:

$$\lambda_{D_s^* \bar{D}_s^*} = (0.044 \pm 0.011) \text{ GeV}^5, \quad (3.18)$$

que fornece a ordem de grandeza do acoplamento entre a corrente (3.1) e o estado molecular escalar $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$.

3.2.2 $D^* \bar{D}^* (0^{++})$

Analogamente ao estudo feito para o estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$, que pode descrever a estrutura do estado $Y(4140)$, é muito simples obter os resultados para o estado molecular $D^* \bar{D}^*$, com $J^{PC} = 0^{++}$. Para isto, basta fazer o limite $m_s \rightarrow 0$ e fazer as seguintes trocas nos condensados de quarks $\langle \bar{s}s \rangle \rightarrow \langle \bar{q}q \rangle$ e misto $\langle \bar{s}Gs \rangle \rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle$ nas equações das densidades espectrais do estado $D_s^* \bar{D}_s^*$. Diante dessas trocas obtém-se as regras de soma do estado molecular $D^* \bar{D}^*$, com $J^{PC} = 0^{++}$, para tentar descrever a estrutura do estado $Y(3930)$. Neste caso a corrente hadrônica é obtida diretamente da Eq.(3.1) e é dada por:

$$j_{D^* \bar{D}^*} = (\bar{q}_a \gamma_\mu c_a)(\bar{c}_b \gamma^\mu q_b) . \quad (3.19)$$

Resultados Numéricos

De acordo com a relação,

$$\kappa \equiv \langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{q}q \rangle = 0.74 \pm 0.06 , \quad (3.20)$$

a substituição dos condensados de quarks s pelos condensados de quarks q , nas expressões do estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$, leva a um aumento da ordem de 25% da contribuição dos condensados de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ e misto $\langle \bar{q}Gq \rangle$ para a OPE das regras de soma do estado molecular $D^* \bar{D}^* (0^{++})$. Como consequência disto, há uma piora na convergência da OPE e o limite superior da Janela de Borel, τ_{max} , deve ser definido quando a contribuição relativa do condensado de dimensão 8 é menor do que 20% da contribuição total. Seguindo este critério, na Fig.(3.3a) é mostrada a convergência da OPE, para $\sqrt{t_c} = 4.60 \text{ GeV}$, e é possível fixar o valor máximo de τ como: $\tau_{max} = 0.41 \text{ GeV}^{-2}$.

Figura 3.3: Molécula $D^* \bar{D}^*$ (0^{++}), considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23$ GeV. **(a)** Convergência da OPE na região $0.23 \leq \tau \leq 0.52$ GeV $^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 4.60$ GeV. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{q}q \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{q}Gq \rangle$, $+\langle \bar{q}q \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 4.60$ GeV. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

Analisando a Fig.(3.3b), verifica-se que a contribuição do pólo é maior do que a do contínuo quando $\tau \geq 0.34$ GeV $^{-2}$ e $\sqrt{t_c} = 4.60$ GeV. Este valor mínimo para τ , define o limite inferior da Janela de Borel em $\tau_{min} = 0.34$ GeV $^{-2}$.

Considerando os seguintes valores para o limiar do contínuo $4.40 \leq \sqrt{t_c} \leq 4.70$ GeV, e as demais incertezas nos parâmetros contidos na Tabela (3.1), a massa obtida é:

$$M_{D^* \bar{D}^*} = (4.15 \pm 0.14) \text{ GeV} . \quad (3.21)$$

Note que o valor central da massa está aproximadamente 130 MeV acima do limiar

Figura 3.4: Razão entre as massas dos estados moleculares $D_s^* \bar{D}_s^*$ e $D^* \bar{D}^*$, para $\sqrt{t_c} = 4.60$ GeV.

$E_{th}[D^* D^*] \simeq 4.02$ GeV. O que poderia indicar a existência de uma interação repulsiva entre os os mésons D^* , provavelmente causada por efeitos da interação forte. Contudo, considerando as incertezas, ainda é possível que o estado molecular $D^* \bar{D}^*$ forme um estado ligado. Em qualquer um dos casos, a massa desta molécula é completamente incompatível com a massa do estado observado $Y(3930)$: $M_{Y(3930)} = 3914.6^{+3.8}_{-3.4} \pm 2.0$ MeV.

Na Fig.(3.4), é mostrada a razão entre as massas dos estados moleculares $D_s^* \bar{D}_s^*$ e $D^* \bar{D}^*$ em função de τ , para $\sqrt{t_c} = 4.60$ GeV. A partir dela conclui-se que a massa do estado molecular $D^* \bar{D}^*$ é da ordem de 0.5% menor do que a massa de $D_s^* \bar{D}_s^*$. Esta pequena diferença entre as massas é completamente inesperada, uma vez que em geral cada quark s acrescentaria aproximadamente 100 MeV à massa de uma partícula. Portanto, o esperado era que a massa do estado $D_s^* \bar{D}_s^*$ fosse algo em torno de 200 MeV mais pesado do que a massa do estado $D^* \bar{D}^*$.

É ainda possível extrair uma outra informação bastante relevante das regras de soma do estado molecular $D^* \bar{D}^*$ (0^{++}). A troca dos quarks s pelos quarks de isospin q , poderia introduzir na estrutura interna da molécula um efeito amplamente estudado em modelos de potencial para o núcleon: a interação por troca de píons [102–104]. Neste caso, tal interação poderia justificar a elevação no valor da massa calculada pelas QCDSR, mesmo

retirando-se os quarks s da corrente. Assim, a descrição molecular $D^*\bar{D}^*$ para o $Y(3930)$ continuaria sendo válida. Para o valor da constante de acoplamento $\lambda_{D^*D^*}$ foi obtido:

$$\lambda_{D^*D^*} = (0.048 \pm 0.015) \text{ GeV}^5 . \quad (3.22)$$

Portanto, comparando os resultados (3.18) e (3.22), conclui-se que as correntes se acoplam com magnitudes similares aos seus respectivos estados moleculares e, que ambos os estados $D_s^*\bar{D}_s^*$ e $D^*\bar{D}^*$ descrevem uma partícula com massa compatível com a do estado $Y(4140)$. O fato de o $Y(4140)$ ter sido observado no canal de decaimento $Y(4140) \rightarrow J/\psi\phi$, poderia indicar que o estado $D_s^*\bar{D}_s^*$ é o mais compatível com um canal de decaimento que contenha o méson ϕ no estado final, uma vez que os quarks s fariam parte da estrutura interna deste méson. Contudo, o estado $D^*\bar{D}^*$ não pode ser desconsiderado visto que também possui os mesmos números quânticos de $Y(4140)$. Uma outra possibilidade é a de que o $Y(4140)$ possa ser uma mistura entre esses dois estados moleculares.

Os resultados aqui apresentados sobre as correntes moleculares $D_s^*\bar{D}_s^*$ e $D^*\bar{D}^*$ nas QCDSR estão publicados na Ref. [35].

3.2.3 $D_s^*\bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$

O outro possível estado exótico observado no canal de decaimento $\gamma\gamma \rightarrow \phi J/\psi$, pela colaboração Belle [42], é o estado $X(4350)$. Conforme discutido na Introdução, há fortes evidências de que o $X(4350)$ seja um estado exótico. Os possíveis números quânticos para um estado decaindo em $J/\psi\phi$ são $J^{PC} = 0^{++}$, 1^{-+} e 2^{++} . Assim, no presente trabalho, utilizam-se as regras de soma para estudar a função de correlação baseada em uma corrente molecular $D_s^*\bar{D}_{s0}^*$, com $J^{PC} = 1^{-+}$:

$$j_{D_s^*\bar{D}_{s0}^*}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\bar{s}_a \gamma^\mu c_a) (\bar{c}_b s_b) - (\bar{c}_a \gamma^\mu s_a) (\bar{s}_b c_b) \right] \quad (3.23)$$

para verificar se esta corrente pode descrever o novo estado exótico $X(4350)$.

Parametrizando o acoplamento do estado vetorial exótico $X \equiv D_s^* \bar{D}_{s0}^*$ à corrente (3.23) em termos da constante de decaimento $\lambda_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}$ obtém-se:

$$\langle 0 | j_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^\mu | X \rangle = \lambda_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*} \epsilon^\mu . \quad (3.24)$$

Inserindo a corrente (3.23) na função de correlação, obtém-se a expressão no Lado da QCD dada por:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{OPE}(q) = & -\frac{i}{2^9 \pi^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{ix \cdot (q-p_1-p_2)} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\mathcal{S}_{cd}^s(x) \gamma_\nu \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \\ & - \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \gamma_\nu \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\mathcal{S}_{cd}^s(x) \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \\ & - \text{Tr}[\mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{cd}^s(x) \gamma_\nu \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \\ & + \text{Tr}[\mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \gamma_\nu \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{cd}^s(x) \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \end{aligned} \right\} \quad (3.25) \end{aligned}$$

Uma vez que a corrente (3.23) não é conservada, deve-se considerar as estruturas de Lorentz para a função de correlação, conforme mostrado na Eq.(2.4). Portanto, é necessário calcular a função $\Pi_1(q^2)$, de acordo com a Eq.(2.6), visto que ela está diretamente associada ao estado vetorial 1^{-+} contido na corrente hadrônica.

Para as regras de soma do estado molecular $D_s^* \bar{D}_{s0}^*$, a função invariante $\Pi_1(q^2)$ é expandida em termos da OPE até dimensão 8. Em cada dimensão da OPE, são calculados a contribuição do termo dominante em α_s e as correções lineares na massa do quark s . Por fim, determina-se a densidade espectral correspondente, de forma que a expressão para a densidade espectral total, $\rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s)$, fica dada por:

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s) = \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{pert}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}Gs \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle g_s^3 G^3 \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}Gs \rangle}(s) , \quad (3.26)$$

onde as expressões de cada uma dessas densidades espectrais são apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{pert}(s) &= \frac{1}{2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^3 \left[2m_c^2 (1-\alpha-\beta)^2 \right. \\ &\quad \left. + 3(1+\alpha+\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} - 24m_s m_c \beta (1-\alpha-\beta) \right], \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) &= \frac{3\langle \bar{s}s \rangle}{2^7 \pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \left\{ \frac{m_s \mathcal{H}_{(\alpha)}^2}{\alpha(1-\alpha)} - m_c \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\alpha^2 \beta} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \left[2(1-\alpha-\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + m_s m_c \alpha (3+\alpha+\beta) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) &= \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left\{ m_c^4 \beta (1-\alpha-\beta)^3 - 6\alpha (1-2\alpha-2\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^2 \right. \\ &\quad \left. + 3m_c^2 (1-\alpha-\beta) \left[1+\alpha(1-2\alpha)+\beta(\alpha+3\beta) \right] \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right\}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}Gs \rangle}(s) &= -\frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{2^8 \pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \left\{ \frac{m_s}{\alpha} \left(8m_c^2 \alpha + (2-7\alpha) \mathcal{H}_{(\alpha,\beta)} \right) - \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\alpha^2 \beta} \left[3m_c \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left(\alpha(1-\alpha) - \beta(5\alpha+2\beta) \right) + m_s \alpha \beta \left(m_c^2 (3+4\alpha+3\beta) + \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) = -\frac{\rho_{\langle \bar{s}s \rangle}^2}{3 \cdot 2^6 \pi^2} \left[s + 8m_c^2 + 6m_s m_c \right] v, \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle G^3 \rangle}(s) &= \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{3 \cdot 2^{13} \pi^6} \left\{ 3 \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} \left[m_c^2 \left(1-2\beta + (\alpha+\beta)(3\alpha+\beta) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (1+\alpha+\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right] - m_c^4 \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^4} (1-\alpha-\beta)^3 \delta \left(s - \frac{m_c^2 (\alpha+\beta)}{\alpha\beta} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}Gs \rangle}(s) &= \frac{\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}Gs \rangle}{3 \cdot 2^7 \pi^2} \left\{ \frac{6m_c^2 v}{s} + m_c \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)^2} \left[6m_c (1-\alpha) \left(\alpha(1-3\alpha) + 2m_c^2 \tau \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - m_s \left(\alpha(1-\alpha)(6-13\alpha+20\alpha^2) - 2m_c^2 \tau (3-2\alpha-5\alpha^2) \right) \right] \delta \left(s - \frac{m_c^2}{\alpha(1-\alpha)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde as definições (3.14) e os limites de integração (3.15) foram utilizadas.

Figura 3.5: Molécula $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$, considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23$ GeV. **(a)** Convergência da OPE na região $0.17 \leq \tau \leq 0.43$ GeV^{-2} para $\sqrt{t_c} = 5.40$ GeV. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{s}s \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{s}G s \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}G s \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.40$ GeV. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

Resultados Numéricos

Para extrair a massa do estado molecular $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$ é utilizada a Eq.(2.69) junto com os parâmetros dados pela Tabela (3.1).

Na Fig.(3.5a) é mostrada a contribuição de todos os termos da OPE. A partir dela identifica-se que para $\tau \leq 0.32$ GeV^{-2} a contribuição do condensado de dimensão 8 é menor do que 5% da contribuição total, o que indica uma boa convergência da OPE. Assim, é fixado o valor máximo de τ como: $\tau_{max} = 0.32$ GeV^{-2} .

A Fig.(3.5b) mostra, fixado o limiar em $\sqrt{t_c} = 5.40$ GeV, que a contribuição do pólo

é maior do que a do contínuo somente quando $\tau \geq 0.25 \text{ GeV}^{-2}$ e é este o valor inferior da janela de Borel como $\tau_{min} = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$. Note que para $\sqrt{t_c} < 5.20 \text{ GeV}$ não é mais possível determinar uma janela de Borel válida.

A massa do estado exótico $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$ é então calculada, admitindo-se os seguintes valores para o limiar do contínuo: $5.20 \leq \sqrt{t_c} \leq 5.50 \text{ GeV}$. Na Fig.(3.5c), é mostrada a massa do estado molecular, para os diferentes valores de $\sqrt{t_c}$, com suas respectivas Janelas de Borel indicadas pelos parênteses.

Desta forma, considerando as incertezas das outras grandezas físicas contidas na Tabela (3.1), obtém-se finalmente que

$$M_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*} = (5.05 \pm 0.15) \text{ GeV} . \quad (3.34)$$

Evidentemente, este valor não é compatível com a massa do estado $X(4350)$ com $J^{PC} = 1^{-+}$, observada pela Colaboração Belle. Note também, que esta massa está muito acima do limiar $E_{th} [D_s^* \bar{D}_{s0}^*] = 4.43 \text{ GeV}$. Portanto, o estado molecular $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$ não é um bom candidato para descrever adequadamente o estado exótico $X(4350)$.

3.2.4 $D^* \bar{D}_0^* (1^{-+})$

Do estudo feito para o estado $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$ é muito simples obter os resultados para o estado molecular $D^* \bar{D}_0^*$, com $J^{PC} = 1^{-+}$. Para isto, basta fazer o limite $m_s \rightarrow 0$ e fazer a mudança nos condensados $\langle \bar{s}s \rangle \rightarrow \langle \bar{q}q \rangle$ e $\langle \bar{s}Gs \rangle \rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle$ nas equações das densidades espectrais da molécula $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$.

Resultados Numéricos

Como no caso anterior, a convergência da OPE é obtida no ponto em que a contribuição relativa do condensado de dimensão 8 é menor do que 5% da contribuição total - ver Fig.(3.6a). A dominância do pólo sobre o contínuo e a massa obtida das regras de soma

Figura 3.6: Molécula $D^*\bar{D}_0^*$ (1^{-+}), considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23$ GeV. **(a)** Convergência da OPE na região $0.17 \leq \tau \leq 0.43$ GeV $^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 5.30$ GeV. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle\bar{q}q\rangle$, $+\langle g_s^2 G^2\rangle$, $+\langle\bar{q}Gq\rangle$, $+\langle\bar{q}q\rangle^2 + \langle G^3\rangle$ e $+\langle\bar{q}q\rangle\langle\bar{q}Gq\rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.30$ GeV. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

para o estado molecular $D^*\bar{D}_0^*$ também são mostradas na Fig.(3.6b,c). Considerando o intervalo de valores para o limiar do contínuo: $(5.10 \leq \sqrt{t_c} \leq 5.40)$ GeV, as incertezas nos parâmetros da Tabela (3.1) e extraíndo os valores nas respectivas Janelas de Borel, obtém-se o valor final:

$$M_{D^*D_0^*} = (4.92 \pm 0.12) \text{ GeV} \quad (3.35)$$

que está aproximadamente 100 MeV abaixo da massa encontrada para o estado $D_s^*D_{s0}^*$ e muito acima do limiar $E_{th}[D^*D_0^*] \simeq 4.41$ GeV.

Portanto, do ponto de vista das regras de soma, nenhum dos estados moleculares

$D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$ e $D^* \bar{D}_0^* (1^{-+})$ é consistente com o estado $X(4350)$ observado pela Colaboração Belle. Os resultados aqui obtidos sobre estes dois estados moleculares nas QCDSR estão publicados na Ref. [48].

3.2.5 $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{--})$ e $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$

Um estado molecular com um méson vetorial D_s^* e um outro escalar D_{s0}^* , com conjugação de carga e paridade negativas, foi pela primeira vez estudado na Ref. [45] e a massa obtida foi de (4.42 ± 0.10) GeV. Nesta seção é feito um estudo análogo para o estado molecular $D_s^* D_{s0}^*$, com $J^{PC} = 1^{--}$, combinando as análises obtidas por dois métodos distintos em regras de soma: QCDSR e FESR, conforme descritos no Capítulo 2. Uma possível construção para a corrente hadrônica que descreva esse estado é dada pela combinação $D_s^{*+} D_{s0}^{*-} + D_s^{*-} D_{s0}^{*+}$. Logo:

$$j_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\bar{s}_a \gamma^\mu c_a) (\bar{c}_b s_b) + (\bar{c}_a \gamma^\mu s_a) (\bar{s}_b c_b) \right]. \quad (3.36)$$

Inserindo essa corrente na função de correlação, obtém-se a expressão no Lado da QCD dada por:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{OPE}(q) = & \frac{i}{2^9 \pi^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{ix \cdot (q - p_1 - p_2)} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\mathcal{S}_{cd}^s(x) \gamma_\nu \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \\ & + \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \gamma_\nu \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\mathcal{S}_{cd}^s(x) \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \\ & + \text{Tr}[\mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{cd}^s(x) \gamma_\nu \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \\ & + \text{Tr}[\mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \gamma_\nu \mathcal{S}_{ba}^s(-x)] \cdot \text{Tr}[\gamma_\mu \mathcal{S}_{cd}^s(x) \mathcal{S}_{dc}^c(-p_2)] \end{aligned} \right\} \quad (3.37) \end{aligned}$$

Neste caso a corrente (3.36) também não é conservada, logo é possível escrever a função de correlação em termos das duas funções invariantes por Transformações de Lorentz, $\Pi_1(q^2)$ e $\Pi_0(q^2)$, onde cada uma dessas funções está diretamente ligada aos estados com spin 1 e 0, respectivamente. Portanto, para estudar a molécula vetorial 1^{--} , utiliza-se o projetor

(2.5) para extrair $\Pi_1(q^2)$ da função de correlação (3.37). As densidades espectrais são calculadas até dimensão 6, considerando a contribuição do termo dominante em α_s e as correções lineares na massa do quark s . Então:

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s) = \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{pert}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}Gs \rangle}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) + \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle g_s^3 G^3 \rangle}(s), \quad (3.38)$$

onde as expressões de cada um dos termos da densidade espectral são dadas por:

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{pert}(s) = -\frac{1}{2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \mathcal{F}_3 [2m_c^2 (1-\alpha-\beta)^2 - 3(1+\alpha+\beta) \mathcal{F}_1] \quad (3.39)$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) = \frac{3m_s \langle \bar{s}s \rangle}{2^7 \pi^4} \left\{ \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \mathcal{H}_{(\alpha)}^2 - \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} [m_c^2 (5-\alpha-\beta) + 2\mathcal{F}_{(\alpha\beta)}] \right\} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) = & -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} \left\{ m_c^4 \alpha (1-\alpha-\beta)^3 + 3m_c^2 (1-\alpha-\beta) \right. \\ & \times [1 - \alpha(4+\alpha+\beta) + \beta(1-2\alpha-2\beta)] \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} + 6\beta(1-2\alpha-2\beta) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)}^2 \left. \right\} \quad (3.41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}Gs \rangle}(s) = & \frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{2^8 \pi^4} \left\{ 3m_c \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left(\alpha^2 - \alpha(1+\beta) - 2\beta^2 \right) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} - m_s \left[\int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \right. \right. \\ & \times \left(8m_c^2 \alpha + (2-\alpha) \mathcal{H}_{(\alpha)} \right) - \left. \left. \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left(m_c^2 (9-3\alpha-4\beta) + 7\mathcal{F}_{(\alpha\beta)} \right) \right] \right\} \quad (3.42) \end{aligned}$$

$$\rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) = -\frac{\rho \langle \bar{s}s \rangle^2}{2^6 \pi^2} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha [3m_c^2 - \alpha(1-\alpha)s] \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{\langle g_s^3 G^3 \rangle}(s) = & -\frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{5 \cdot 3 \cdot 2^{16} \pi^6} \left\{ 5 \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \left[m_c^2 \left(5\alpha^2 - \alpha(37-19\beta) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + 14(1-\beta)^2 \right) - 3(7+9\alpha+9\beta) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} \right] + m_c^4 \int_0^1 d\alpha \int_0^1 \frac{d\beta}{\beta^5} e^{-\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} m_c^2 \tau} \\ & \times (1-\alpha-\beta) \left[2m_c^2 \tau (1-\alpha-\beta)^2 - \beta \left(50\alpha^2 - \alpha(61-85\beta) + 35(1-\beta)^2 \right) \right] \right\} \quad (3.44) \end{aligned}$$

As definições (3.14) e os limites de integração (3.15) foram empregadas. Essas expressões também são utilizadas para os seguintes estados moleculares:

$$D^* \bar{D}_0^* (1^{--}) : \quad \rho_{D^* \bar{D}_0^*}^{OPE}(s) = \lim_{m_s \rightarrow 0} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s) \quad (3.45)$$

$$B_s^* \bar{B}_{s0}^* (1^{--}) : \quad \rho_{B_s^* \bar{B}_{s0}^*}^{OPE}(s) = \lim_{m_c \rightarrow m_b} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s) \quad (3.46)$$

$$B^* \bar{B}_0^* (1^{--}) : \quad \rho_{B^* \bar{B}_0^*}^{OPE}(s) = \lim_{\substack{m_c \rightarrow m_b \\ m_s \rightarrow 0}} \rho_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s) . \quad (3.47)$$

Resultados Numéricos

Utilizando os parâmetros da QCD dados pela Tabela (3.1), é possível calcular com as QCDSR a massa do estado molecular $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$. O resultado é mostrado na Fig.(3.7a), em função do parâmetro τ e para várias escolhas do valor do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. Nesse cálculo é utilizado o valor running da massa do quark c : ($m_c = 1.26 \text{ GeV}$). Observe que a estabilidade em τ é obtida quando $\sqrt{t_c} \geq 5.10 \text{ GeV}$, enquanto que a estabilidade em $\sqrt{t_c}$ é obtida somente a partir de $\sqrt{t_c} = 6.00 \text{ GeV}$. Construindo então a dependência da massa em função de $\sqrt{t_c}$, a partir dos pontos de mínimo em τ , obtém-se as curvas mostradas na Fig.(3.7b). É feita análise semelhante, considerando a massa on-shell do quark c ($m_c = 1.47 \text{ GeV}$), onde o resultado em função de $\sqrt{t_c}$ também é mostrado na Fig.(3.7b). Em seguida, é feita análise semelhante utilizando a FESR, para $n = 1$ na Eq.(2.74). Neste caso, como não há dependência em τ , as curvas das massas são obtidas diretamente em função de $\sqrt{t_c}$ e os resultados são mostrados na Fig.(3.7b).

Finalmente, comparam-se os resultados obtidos com as QCDSR com os obtidos com as FESR, considerando ambos os casos para a massa do quark c : running ($m_c = 1.26 \text{ GeV}$) e on-shell ($m_c = 1.47 \text{ GeV}$). Em cada caso, o valor da massa do estado molecular $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$ é extraído do ponto de interseção de ambas as regras de soma. Desta forma, obtém-se os seguintes valores:

Figura 3.7: Massa da molécula $D^* \bar{D}_0^*$ (1^{--}), calculada com as QCDSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: **(a)** em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. **(b)** em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ . Aqui também são mostrados os resultados obtidos com as FESR, com $n = 1$.

$$\begin{aligned}
 M_{D^* \bar{D}_0^*} &= 5.28 \text{ GeV} \quad \text{para } \sqrt{t_c} = 5.58 \text{ GeV} \quad \text{e } m_c = 1.26 \text{ GeV} \\
 &= 5.70 \text{ GeV} \quad \text{para } \sqrt{t_c} = 6.10 \text{ GeV} \quad \text{e } m_c = 1.47 \text{ GeV}.
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Observe que a massa do estado molecular aumenta consideravelmente quando é utilizada a massa on-shell do quark c . É interessante notar que a regra de soma do charmonium J/ψ demonstra que os cálculos feitos com a massa on-shell ($m_c = 1.47$ GeV) tendem a superestimar a massa do J/ψ [92]. O mesmo fenômeno ocorre no cálculo da massa do tetraquark $X(1^{++})$ [89]. Desta forma, no presente trabalho somente serão considerados os cálculos que utilizam a massa running para o quark c ($m_c = 1.26$ GeV). Então, incluindo as incertezas dos outros parâmetros da QCD, é possível deduzir que:

Figura 3.8: Razão entre as massas dos estados moleculares $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{--})$ e $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$, calculada com a DRSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: (a) em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. (b) em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ .

$$\begin{aligned}
 M_{D^* \bar{D}_0^*} &= 5268 (14)_{m_c} (3)_{\Lambda} (19)_{\langle \bar{q}q \rangle} (0)_{\langle G^2 \rangle} (0)_{m_0^2} (2)_{\langle G^3 \rangle} (5)_{\rho} \text{ MeV} , \\
 &= 5268 (24) \text{ MeV}.
 \end{aligned}
 \tag{3.49}$$

Utilizando o fato de que as FESR (com $n = 1$) fornece uma correlação mais robusta entre a massa do estado fundamental e a escolha do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$, assume-se que a massa do primeiro estado excitado seja aproximadamente igual à $\sqrt{t_c}$, logo a seguinte diferença entre as massas pode ser estimada:

$$M'_{D^* \bar{D}_0^*} - M_{D^* \bar{D}_0^*} \simeq 300 \text{ MeV} . \tag{3.50}$$

Este valor é muito menor do que usualmente é utilizado na literatura:

$$M_{\psi(2S)} - M_{J/\psi} \simeq 590 \text{ MeV} , \quad (3.51)$$

para fixar o valor arbitrário de t_c em diferentes cálculos em QCDSR dos estados moleculares. Esta diferença no valor do limiar do contínuo poderia indicar alguma nova dinâmica para os estados exóticos, em relação aos estados convencionais do charmonium $c\bar{c}$ e, portanto, necessita ser testada por outros modelos hadrônicos tais como CQM, AdS/QCD e/ou cálculos em rede. Na Fig.(3.10), o cálculo em DRSR é feito para estimar a razão entre as massas dos estados moleculares $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{--})$ e $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$. Desta figura, obtém-se o seguinte resultado:

$$r_{sd}^D = \frac{M_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*}}{M_{D^* \bar{D}_0^*}} = 1.018 (1)_{m_c} (4)_{m_s} (0.8)_{\kappa} (0.5)_{\langle \bar{q}q \rangle} (0.2)_{\rho} (0.1)_{\langle G^3 \rangle} . \quad (3.52)$$

Usando a massa do estado $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$, estimada em (3.49), conclui-se então:

$$M_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*} = 5363(33) \text{ MeV} \quad (3.53)$$

$$\Delta M_{sd}^D \simeq 95 \text{ MeV}. \quad (3.54)$$

onde $\Delta M_{sd}^D \equiv M_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*} - M_{D^* \bar{D}_0^*}$. Esses resultados indicam que as massas dos estados moleculares $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{--})$ e $D^* \bar{D}_0^* (1^{--})$ estão muito acima do limiar $E_{th} [D_s^* D_{s0}^*] = 4.43 \text{ GeV}$ e $E_{th} [D^* D_{s0}^*] = 4.41 \text{ GeV}$, respectivamente. O que desfavorece a interpretação desses estados moleculares corresponderem a estados ligados. Os resultados obtidos com este método de calcular as massas, extraindo os valores nos pontos de interseção entre as QCDSR e FESR, são similares aos encontrados na Ref. [45].

3.2.6 $D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^* (0^{++})$ e $D_0^* \bar{D}_0^* (0^{++})$

De forma análoga, é possível estender a análise feita na seção anterior para o caso dos estados moleculares escalares (0^{++}) . Para isto basta extrair a componente longitudinal

da função de correlação (3.37), que fornecerá a função invariante $\Pi_0(q^2)$. As densidades espectrais, calculadas até dimensão 6 na OPE, são obtidas por: $\rho_0^{OPE}(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im } \Pi_0(s)$.

Explicitamente as expressões para o estado molecular $D_{s_0}^* \bar{D}_{s_0}^* (0^{++})$ são:

$$\begin{aligned} \rho_{D_{s_0}^* \bar{D}_{s_0}^*}^{pert} = & -\frac{1}{2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \left[12m_c^4 (\alpha+\beta) (1-\alpha-\beta)^2 \mathcal{F}_{(\alpha\beta)}^2 \right. \\ & \left. - 2m_c^2 (1-\alpha-\beta) (7-19\alpha-19\beta) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)}^3 - 3(7-9\alpha-9\beta) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)}^4 \right] \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_{s_0}^* \bar{D}_{s_0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle} = & -\frac{3m_s \langle \bar{s}s \rangle}{2^7 \pi^4} \left\{ \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \frac{\mathcal{H}_{(\alpha)}^2}{\alpha(1-\alpha)} + \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left[2m_c^4 (\alpha+\beta) (1-\alpha-\beta) \right. \right. \\ & \left. \left. - m_c^2 (7-11\alpha-11\beta) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} - 10 \mathcal{F}_{(\alpha\beta)}^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_{s_0}^* \bar{D}_{s_0}^*}^{\langle G^2 \rangle} = & -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{12} \pi^6} \left\{ \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} \left[m_c^4 (1-\alpha-\beta)^2 \left(7\alpha^2 + \alpha(5+19\beta) + 6\beta(1+2\beta) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + 3m_c^2 (1-\alpha-\beta) \left(3\alpha^2 + \alpha(4+25\beta) - \beta(3-22\beta) - 3 \right) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} - 6\beta(9-10\alpha-10\beta) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)}^2 \right] \right. \\ & \left. - 2m_c^6 \int_0^1 d\alpha \int_0^1 d\beta \left[\frac{(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta)^3}{\alpha\beta^4} \right] e^{-\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} m_c^2 \tau} \right\} \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D_{s_0}^* \bar{D}_{s_0}^*}^{\langle \bar{s}Gs \rangle} = & -\frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{2^8 \pi^4} \left\{ 3m_c \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left[2m_c^2 (1-\alpha-\beta) (\alpha+\beta) (\alpha-2\beta) - \left(3\alpha(1+\alpha+\beta) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\beta(2-3\beta) \right) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} \right] + m_s \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \left[2m_c^2 \alpha - (2+9\alpha) \mathcal{H}_{(\alpha)} \right] + m_s \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left(21 \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} \right. \\ & \left. \left. + m_c^2 (9-17\alpha-18\beta) \right) + 2m_s m_c^4 \int_0^1 d\alpha \int_0^1 d\beta e^{-\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} m_c^2 \tau} \frac{(\alpha+\beta)(3-3\alpha-4\beta)}{\alpha\beta^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$\rho_{D_{s_0}^* \bar{D}_{s_0}^*}^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{3\rho \langle \bar{s}s \rangle^2}{2^5 \pi^2} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \left[m_c^2 - \alpha(1-\alpha)s \right] \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned}
\rho_{D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*}^{(G^3)} = & \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{5 \cdot 3 \cdot 2^{16} \pi^6} \left\{ 5 \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \left[m_c^2 \left(14 - \alpha(91 - 59\alpha - 127\beta) - 2\beta(41 - 34\beta) \right) \right. \right. \\
& + (33 - 81\alpha - 81\beta) \mathcal{F}_{(\alpha\beta)} \left. \right] + m_c^4 \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha} \int_0^1 \frac{d\beta}{\beta^6} (1-\alpha-\beta) e^{-\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} m_c^2 \tau} \left[4m_c^4 \tau^2 (\alpha + \beta) \right. \\
& \times (1-\alpha-\beta)^2 + 2m_c^2 \tau \beta (1-\alpha-\beta) \left(53\alpha^2 - \alpha(38 - 88\beta) - 35\beta(1-\beta) \right) \\
& \left. \left. + \beta^2 \left(100\alpha^3 + 140\beta(1-\beta)^2 - 13\alpha^2(23 - 25\beta) + 5\alpha(1-\beta)(35 - 73\beta) \right) \right] \right\}. \quad (3.60)
\end{aligned}$$

Essas expressões também são utilizadas para os seguintes estados moleculares:

$$D_0^* \bar{D}_0^* (0^{++}) : \quad \rho_{D_0^* \bar{D}_0^*}^{OPE}(s) = \lim_{m_s \rightarrow 0} \rho_{D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s) \quad (3.61)$$

$$B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^* (0^{++}) : \quad \rho_{B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^*}^{OPE}(s) = \lim_{m_c \rightarrow m_b} \rho_{D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s) \quad (3.62)$$

$$B_0^* \bar{B}_0^* (0^{++}) : \quad \rho_{B_0^* \bar{B}_0^*}^{OPE}(s) = \lim_{\substack{m_c \rightarrow m_b \\ m_s \rightarrow 0}} \rho_{D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s). \quad (3.63)$$

Resultados Numéricos

Para calcular a massa do estado molecular $D_0^* \bar{D}_0^* (0^{++})$ é utilizado os valores encontrados no ponto de interseção entre as equações das QCDSR e FESR. Logo, utilizando a Eq.(2.69) e a Eq.(2.74), juntamente com as densidades espectrais $\rho_{D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*}^{OPE}(s)$ e os parâmetros da Tabela (3.1), obtém-se os resultados mostrados na Fig.(3.9).

Na Fig.(3.9a), são mostrados os valores da massa, em função de τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Como pode ser observado, a estabilidade em τ é obtida quando $\sqrt{t_c} \geq 6.20 \text{ GeV}$. Construindo então a dependência da massa em função de $\sqrt{t_c}$, a partir dos pontos de mínimo em τ , obtém-se as curvas mostradas na Fig.(3.9b). Fazendo os cálculos com as FESR, para $n = 1$ na Eq.(2.74), obtém-se finalmente o resultado:

Figura 3.9: Massa da molécula $D_0^* \bar{D}_0^* (0^{++})$, calculada com as QCDSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: **(a)** em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. **(b)** em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ . Aqui também são mostrados os resultados obtidos com as FESR, com $n = 1$.

$$\begin{aligned}
 M_{D_0^* \bar{D}_0^*} &= 5955 (24)_{t_c} (14)_{m_c} (5)_{\Lambda} (36)_{\langle \bar{q}q \rangle} (4)_{\langle G^2 \rangle} (4)_{\langle G^3 \rangle} (12)_{\rho} , \\
 &= 5955 (48) \text{ MeV} .
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

Em seguida calcula-se a DRSR para estimar a razão das massas entre os estados moleculares $D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^* (0^{++})$ e $D_0^* \bar{D}_0^* (0^{++})$. Os resultados são apresentados na Fig.(3.10), de onde é possível extrair o seguinte valor:

$$r_{sd}^{0D} = \frac{M_{D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*}}{M_{D_0^* \bar{D}_0^*}} = 1.015 (1)_{m_c} (4)_{m_s} (2)_{\kappa} (1)_{\langle \bar{q}q \rangle} (0.5)_{\rho} . \tag{3.65}$$

Usando o valor de $M_{D_0^* \bar{D}_0^*}$, estimada em (3.64), obtém-se

Figura 3.10: Razão entre as massas dos estados moleculares $D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*$ (0^{++}) e $D_0^* \bar{D}_0^*$ (0^{++}), calculada com a DRSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: (a) em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. (b) em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ .

$$M_{D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*} = 6044(56) \text{ MeV} \quad (3.66)$$

$$\Delta M_{sd}^{0D} \simeq 89 \text{ MeV}. \quad (3.67)$$

Esses resultados indicam que as massas dos estados moleculares escalares são bem maiores do que no caso dos estados moleculares vetoriais. O mesmo ocorre no caso do charmonium onde a massa do méson vetorial J/ψ (1^{--}) é menor do que a massa do méson escalar χ_{c0} (0^{++}). Todos esses resultados para os estados moleculares $D_s^* \bar{D}_{s0}^*$ (1^{--}), $D^* \bar{D}_0^*$ (1^{--}), $D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^*$ (0^{++}) e $D_0^* \bar{D}_0^*$ (0^{++}) estão publicados na Ref. [85].

Figura 3.11: Resultados para as moléculas $B^* \bar{B}_0^* (1^{--})$ e $B_0^* \bar{B}_0^* (1^{--})$, calculados com as QCDSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_b = 4.17$ GeV: (a) e (b) em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. (c) e (d) em função de $\sqrt{t_c}$, obtidas com os respectivos pontos de estabilidade em τ . Aqui também são mostrados os resultados obtidos com as FESR, com $n = 1$.

3.2.7 $B_s^* \bar{B}_{s0}^* (1^{--})$, $B^* \bar{B}_0^* (1^{--})$, $B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^* (0^{++})$ e $B_0^* \bar{B}_0^* (0^{++})$

Como já foi observado fazendo a troca da massa do quark c pela do quark b nas expressões das densidades espectrais dos estados moleculares $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{--})$ e $D_{s0}^* \bar{D}_{s0}^* (0^{++})$ torna-se possível fazer a estimativa das massas dos possíveis estados moleculares no setor do bottomonium. Logo, analogamente aos cálculos que já foram feitos no setor do charmonium, obtém-se os resultados apresentados na Tabela (3.2).

Para os estados moleculares $B^* \bar{B}_0^* (1^{--})$ e $B_0^* \bar{B}_0^* (0^{++})$, foram apresentadas nas Figs.(3.11) o comportamento das QCDSR em função de τ , bem como as figuras que mostram respectivamente onde as QCDSR coincidem com as FESR. Nos dois casos, os valores da massa são extraídos no ponto de interseção dos dois métodos e considerando o valor da massa running do quark b ($m_b = 4.17$ GeV) - ver Tabela (3.2). Em seguida,

Figura 3.12: Razões entre as massas dos estados $B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^*$ (0^{++}) e $B_0^* \bar{B}_0^*$ (0^{++}) calculadas com a DRSR, considerando as contribuições da OPE até dimensão 6, a massa do running $m_b = 4.17 \text{ GeV}$ e apresentadas em função de $\sqrt{t_c}$, obtidas com os pontos de estabilidade em τ : (a) $M_{B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^*} / M_{B^* \bar{B}_0^*}$ e (b) $M_{B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^*} / M_{B_0^* \bar{B}_0^*}$.

é feito o cálculo com a DRSR para estimar a razão das massas entre os estados $B_s^* \bar{B}_{s0}^*$ e $B^* \bar{B}_0^*$ e os resultados são mostrados nas Figs.(3.12). A DRSR para os estados vetoriais 1^{--} é dada por:

$$r_{sd}^B = \frac{M_{B_s^* \bar{B}_{s0}^*}}{M_{B^* \bar{B}_0^*}} = 1.006 (1)_{m_b} (2)_{m_s} (1)_{\kappa} (0.5)_{\langle \bar{q}q \rangle} (0.2)_{\rho} (0.1)_{\langle G^3 \rangle} . \quad (3.68)$$

enquanto que para os estados escalares, obtém-se:

$$r_{sd}^{0B} = \frac{M_{B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^*}}{M_{B_0^* \bar{B}_0^*}} = 1.008 (1)_{m_b} (4)_{m_s} (2)_{\kappa} (1)_{\langle \bar{q}q \rangle} (0.5)_{\rho} . \quad (3.69)$$

Essas razões resultam nas massas obtidas para os estados moleculares mostradas na Tabela (3.2). Observe que as massas obtidas por este método indicam que nenhum dos estados moleculares estudados nesta seção são capazes de reproduzir a massa experimental observada para os novos estados ressonantes do bottomonium: $Y_b(10890)$ e $Y_b(11020)$. Todos esses resultados para os estados moleculares $B_s^* \bar{B}_{s0}^*$ (1^{--}), $B^* \bar{B}_0^*$ (1^{--}), $B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^*$ (0^{++}) e $B_0^* \bar{B}_0^*$ (0^{++}) também estão publicados na Ref. [85].

Tabela 3.2: Massas dos estados moleculares obtidas com as QCDSR e FESR. Estes resultados correspondem ao valor running das massas dos quarks pesados.

Estado	J^{PC}	Massa (MeV)
$B^* \bar{B}_0^*$	1^{--}	11302(30)
$B_s^* \bar{B}_{s0}^*$	1^{--}	11370(40)
$B_0^* \bar{B}_0^*$	0^{++}	11750(40)
$B_{s0}^* \bar{B}_{s0}^*$	0^{++}	11844(50)

3.2.8 $J/\psi f_0(980) (1^{--})$

O primeiro estado da família $J^{PC} = 1^{--}$ descoberto na aniquilação e^+e^- foi o estado $Y(4260)$ [21]. Repetindo a mesma análise que levou à observação do estado $Y(4260)$, no canal $e^+e^- \rightarrow \gamma_{ISR} \psi' \pi^+ \pi^-$, a Colaboração BaBar [105] identificou um outro pico de ressonância em torno do valor 4.32 GeV. Este novo estado, chamado $Y(4360)$, foi confirmado pela Colaboração Belle [14], que também anunciou mais uma nova descoberta para o espectro do charmonium, o estado $Y(4660)$.

Há muitas interpretações teóricas para estes estados [17, 106, 107]. No caso do estado $Y(4260)$, embora não seja consistente com o espectro convencional do charmonium [41], uma proposta para interpretá-lo como o estado excitado do charmonium $\psi(4S)$ foi feita na Ref. [108]. Há diversas propostas para a estrutura deste estado como: tetraquarks [23], moléculas $D_1 D$, $D_0 D^*$ [45, 109], $\Xi_{c1} \omega$ [110], $\Xi_{c1} \rho$ [111], $J/\psi f_0(980)$ [112], um charmonium híbrido [113], cusp [114], etc.

No presente trabalho é estudada a corrente que se acopla ao estado molecular formado pelos mésons J/ψ e $f_0(980)$, com os números quânticos $J^{PC} = 1^{--}$. Esta corrente pode ser escrita como:

$$j_\mu = (\bar{c}_a \gamma_\mu c_a) (\bar{s}_b s_b) . \quad (3.70)$$

Embora na Ref. [11] o méson $f_0(980)$ seja um forte candidato a um estado de tetraquark, foi mostrado na Ref. [91] que é difícil descrever em regras de soma os mésons escalares

leves - que contém somente quarks leves em sua constituição - como sendo estados de tetraquarks. Logo, nesta análise é admitido que o méson $f_0(980)$ possa ser descrito por um estado convencional quark-antiquark. Uma outra possibilidade para a corrente é considerar os termos vetorial e escalar em uma configuração de octeto de cor:

$$j_\mu^\lambda = (\bar{c}_a \lambda_{ab}^A \gamma_\mu c_b) (\bar{s}_c \lambda_{cd}^A s_d) . \quad (3.71)$$

onde λ^A são as matrizes de Gell-Mann. As duas correntes estão relacionadas pela seguinte troca: $j_\mu^\lambda \rightarrow j_\mu$, com $\lambda_{ab}^A \rightarrow \delta_{ab}$. Embora a corrente na Eq.(3.71) não possa ser utilizada para descrever estados moleculares, uma vez que os termos vetorial e escalar possuem carga de cor, por simplicidade ela continuará sendo chamada como uma corrente molecular. Note que as correntes nas Eqs.(3.70) e (3.71) não possuem termos com derivadas nos operadores de campo dos quarks e, considerando a teoria da renormalização dos operadores compostos [115], é esperado que essas correntes sejam renormalizáveis.

Inserindo a corrente (3.70) na função de correlação obtém-se a seguinte expressão, em termos dos propagadores completos da QCD:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{OPE}(q) &= \frac{i}{(2\pi)^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{ix \cdot (q-p_1-p_2)} \\ &\times \text{Tr} [\mathcal{S}_{ab}^c(p_1) \gamma_\nu \mathcal{S}_{ba}^c(-p_2) \gamma_\mu] \text{Tr} [\mathcal{S}_{cd}^s(x) \mathcal{S}_{dc}^s(-x)] . \end{aligned} \quad (3.72)$$

Com a Eq.(3.72), é possível determinar a densidade espectral no lado da QCD do estado exótico, com $J^{PC} = 1^{--}$, descrito por uma corrente molecular $J/\psi f_0(980)$ calculada até dimensão 6 na OPE:

$$\rho^{OPE}(s) = \rho^{pert}(s) + \rho^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) + \rho^{\langle G^2 \rangle}(s) + \rho^{\langle \bar{s}Gs \rangle}(s) + \rho^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) , \quad (3.73)$$

As expressões de cada uma das densidades espectrais acima, tanto para a corrente (3.70) quanto para (3.71), são dadas em uma notação compacta, uma vez que a diferença entre

elas é somente proporcional a um fator de cor. Desta forma são introduzidas as seguintes constantes:

Fator de Cor	Mésons em	Mésons em
	Singleto de Cor	Octeto de Cor
$\mathcal{N}$	$9/2^5$	1
$\mathcal{N}^*$	$-9/2^2$	1

onde foi usada a normalização para o fator de cor em relação ao valor da configuração dos mésons em octeto de cor. Com isto as expressões são dadas por:

$$\rho^{pert}(s) = \frac{\mathcal{N}}{3 \cdot 2^7 \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^3 \left[(1+\alpha+\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} - 4m_c^2(1-\alpha-\beta) \right], \quad (3.74)$$

$$\rho^{\langle \bar{s}s \rangle}(s) = \frac{\mathcal{N} m_s \langle \bar{s}s \rangle}{4\pi^4} \left\{ \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \frac{\mathcal{H}_{(\alpha)}^2}{\alpha(1-\alpha)} - \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \left(\mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} + 2m_c^2 \right) \right\}, \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \rho^{\langle G^2 \rangle}(s) = & -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^{11} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \left\{ \mathcal{N}^* \frac{6\mathcal{H}_{(\alpha)}^2}{\alpha(1-\alpha)} - \mathcal{N}^* \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\alpha^2 \beta^2} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \left[12m_c^2 \alpha \beta + \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right. \right. \\ & \times \left. \left(3(1-\alpha^2-\beta^2) - 4(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta) \right) \right] + 32\mathcal{N} m_c^2 \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\alpha^3 \beta} (1-\alpha-\beta) \\ & \times \left. \left[m_c^2 \beta(1-\alpha-\beta) + \left(3(1-\alpha-\beta) - \beta(1+\alpha+\beta) \right) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right] \right\}, \quad (3.76) \end{aligned}$$

$$\rho^{\langle \bar{s}Gs \rangle}(s) = -\frac{m_s \langle \bar{s}Gs \rangle}{3^2 \cdot 2^4 \pi^4} (32\mathcal{N} + 3\mathcal{N}^*) \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \alpha(1-\alpha)s, \quad (3.77)$$

$$\rho^{\langle \bar{s}s \rangle^2}(s) = -\frac{4\mathcal{N} \rho^{\langle \bar{s}s \rangle^2}}{9\pi^2} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \alpha(1-\alpha)s \quad (3.78)$$

Para extrair um resultado confiável nestas regras de soma, é necessário estabelecer que a contribuição relativa do condensado de dimensão 6 seja menor do que 20% da contribuição total da OPE, bem como as contribuições do pólo sejam maiores do que as

Figura 3.13: Molécula $J/\psi f_0(980)$ em uma configuração singleto de cor, considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.23 \text{ GeV}$. **(a)** Convergência da OPE na região $0.17 \leq \tau \leq 0.43 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 5.10 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle\bar{s}s\rangle$, $+\langle g_s^2 G^2\rangle$, $+\langle\bar{s}Gs\rangle$, $+\langle\bar{s}s\rangle^2$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.10 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

do contínuo. Na Fig.(3.13a), é mostrada a contribuição relativa dos termos da OPE no lado da QCD das regras de soma, para $\sqrt{t_c} = 5.10 \text{ GeV}$. Nela é possível verificar que a contribuição do condensado de dimensão 6 é menor do que 20% da contribuição total para valores de $\tau \leq 0.32 \text{ GeV}^{-2}$, garantindo uma boa convergência da OPE para valores abaixo de $\tau_{max} = 0.32 \text{ GeV}^{-2}$.

Na Fig.(3.13b), a contribuição do pólo é maior do que a do contínuo apenas para valores de $\tau \geq 0.28 \text{ GeV}^{-2}$, o que define portanto a Janela de Borel desta regra de soma como: $(0.28 \leq \tau \leq 0.32) \text{ GeV}^{-2}$.

Os resultados para a massa, admitindo para o limiar do contínuo os valores $\sqrt{t_c} = 5.10 \pm 0.10 \text{ GeV}$, são mostrados na Fig.(3.13c). Note que dentro das respectivas Janelas de Borel, há uma boa estabilidade dos valores da massa em função do parâmetro τ . Extraindo os valores da massa nessa região e considerando as incertezas indicadas na Tabela (3.1), obtém-se

$$M_{J/\psi f_0} = (4.67 \pm 0.12) \text{ GeV} . \quad (3.79)$$

Esta massa não é compatível com a proposta feita em [112], que descreve o estado $Y(4260)$ como uma molécula $J/\psi f_0(980)$. Por outro lado, este resultado está em excelente acordo com a massa observada do estado $Y(4660)$. A massa obtida está muito acima do limiar $E_{th}[J/\psi f_0(980)] \simeq 4.09 \text{ GeV}$ e, portanto, tal molécula não poderia consistir de um estado ligado. Contudo, deve-se considerar que a corrente (3.70) é escrita em termos de correntes hadrônicas que se acoplam não somente com o estado fundamental dos mésons J/ψ e $f_0(980)$, como também com todos os seus demais estados excitados que possuam os números quânticos $J^{PC} = 1^{--}$. Neste sentido, uma interessante interpretação torna-se possível a partir dos cálculos das regras de soma: a corrente (3.70) garantiria apenas que a massa em (3.79) está relacionada ao estado fundamental de uma molécula formada por dois mésons, que não necessariamente estejam em seus respectivos estados fundamentais. Ou seja, o primeiro estado excitado do J/ψ , o méson ψ' , poderia se ligar ao méson $f_0(980)$ formando assim o estado molecular $\psi' f_0(980)$. Considerando que o novo limiar $E_{th}[\psi' f_0(980)] \simeq 4.68 \text{ GeV}$ está um pouco acima do valor central da massa (3.79), há uma motivação a mais para relacionar a corrente (3.70) com o estado molecular $\psi' f_0(980)$.

Note também que os resultados obtidos com a corrente (3.70) indicam que, do ponto de vista das QCDSR, o estado molecular $J/\psi f_0(980)$ não corresponde à um estado ligado.

A interpretação do estado $Y(4660)$ como um estado molecular $\psi' f_0(980)$ foi primeiramente proposta na Ref. [26], tendo em vista o principal canal de decaimento deste estado: $Y(4660) \rightarrow \psi' \pi^+ \pi^-$.

Figura 3.14: Molécula $J/\psi f_0(980)$ em uma configuração octeto de cor, considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.23$ GeV. **(a)** Convergência da OPE na região $0.12 \leq \tau \leq 0.43$ GeV⁻² para $\sqrt{t_c} = 5.50$ GeV. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle\bar{s}s\rangle$, $+\langle g_s^2 G^2\rangle$, $+\langle\bar{s}Gs\rangle$, $+\langle\bar{s}s\rangle^2$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.50$ GeV. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

Analogamente, considera-se o caso da corrente (3.71), que descreve o estado molecular em configuração de octeto de cor. Neste caso, a região considerada para o limiar do contínuo é: $(5.40 \leq \sqrt{t_c} \leq 5.60)$ GeV. Os resultados são mostrados na Fig.(3.14), de onde é possível verificar que a Janela de Borel, para $\sqrt{t_c} = 5.50$ GeV, é definida na região: $(0.23 \leq \tau \leq 0.32)$ GeV⁻². Extraindo os valores das massas nas Janelas de Borel, para cada valor do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$, e considerando as incertezas indicadas na Tabela (3.1), obtém-se

$$M_{J/\psi f_0}^\lambda = (5.02 \pm 0.12) \text{ GeV} . \quad (3.80)$$

Este valor para a massa não é compatível com nenhum estado do charmonium observado. Além disso, comparando os resultados nas Eqs.(3.79) e (3.80), é possível concluir que um estado molecular com $\bar{c}\gamma_\mu c$ e $\bar{s}s$ em uma configuração octeto de cor possui uma massa maior do que a de um estado similar e com os mesmos constituintes só que em uma configuração singlete de cor. Este resultado é o oposto ao encontrado na Ref. [92] para a corrente $J/\psi \pi$. No entanto, na Ref. [92] o mesmo intervalo do limiar do contínuo foi utilizado para ambas as correntes. Caso fosse utilizado os valores $\sqrt{t_c} = (5.10 \pm 0.10) \text{ GeV}$ para a corrente da Eq.(3.71) não seria possível ao menos determinar uma Janela de Borel válida, como pode ser verificado na Fig.(3.14c) onde o menor valor possível para o limiar do contínuo é $\sqrt{t_c} = 5.30 \text{ GeV}$.

3.2.9 $J/\psi \sigma(600) (1^{--})$

É fácil estender o estudo feito na seção anterior para o estado molecular $J/\psi \sigma(600)$. Para isto basta fazer as trocas $m_s \rightarrow 0$, $\langle \bar{s}s \rangle \rightarrow \langle \bar{q}q \rangle$ e $\langle \bar{s}Gs \rangle \rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle$ nas densidades espectrais obtidas para o estado molecular $J/\psi f_0(980)$. Neste caso, para definir o valor de τ_{max} da Janela de Borel é necessário admitir que a contribuição relativa do condensado de dimensão 6 seja menor do que 25% da contribuição total. Isto decorre do fato que a OPE desta regra de soma possui uma pior convergência quando comparada com o caso da molécula $J/\psi f_0(980)$, uma vez que os condensados de quark $\langle \bar{q}q \rangle$ e misto $\langle \bar{q}Gq \rangle$ são proporcionais à massa do quark leve, m_q , e portanto não contribuem para a OPE.

Na Tabela (3.3) são apresentados os resultados das massas obtidas com as correntes (3.70) e (3.71). Como pode ser observado, a configuração em que os mésons constituintes do estado molecular $J/\psi \sigma(600)$ estão em octeto de cor apresenta uma massa maior do que a configuração singlete de cor. Novamente, em ambos os casos, a massa está muito acima do limiar $E_{th} [J/\psi \sigma(600)] \simeq 3.70 \text{ GeV}$, por isto, um estado ligado entre o méson J/ψ e $\sigma(600)$ não pode ser formado. A outra possibilidade seria considerar,

Tabela 3.3: Resultados para as correntes $J/\psi \sigma$.

corrente na Eq.	M (GeV)	$\sqrt{t_c}$ (GeV)
(3.70)	4.65 ± 0.13	5.10 ± 0.10
(3.71)	4.99 ± 0.11	5.50 ± 0.10

como feito anteriormente, o estado molecular formado pelo estado excitado ψ' e o méson $\sigma(600)$. Contudo, as massas obtidas continuam acima deste novo limiar $E_{th} [\psi' \sigma(600)] \simeq 4.32 \text{ GeV}$.

Portanto, o estado $Y(4660)$ não pode ser interpretado nem como um estado molecular $J/\psi \sigma(600)$ e nem como $\psi' \sigma(600)$, muito embora a massa obtida na configuração singleto de cor esteja compatível com o valor esperado experimentalmente para o $Y(4660)$.

3.2.10 $\Upsilon f_0(980) (1^{--})$ e $\Upsilon \sigma(600) (1^{--})$

Outra extensão bastante simples que se pode fazer utilizando as expressões das densidades espectrais das regras de soma do estado molecular $J/\psi f_0(980)$ é obtida trocando a massa do quark c pela do quark b : $m_c \rightarrow m_b$. Com isto, novas correntes moleculares no setor do bottomonium podem ser estudadas nas regras de soma, como por exemplo, as correntes dos estados moleculares: $\Upsilon f_0(980)$ e $\Upsilon \sigma(600)$, tanto na configuração singleto de cor como também na octeto de cor. O estudo dessas correntes é uma tentativa de explicar os novos estados que estão sendo observados no setor do bottomonium. Em particular, a Colaboração Belle anunciou a descoberta de uma nova ressonância [49], chamada $Y_b(10890)$, com uma massa: $M_{Y_b} = (10888.4 \pm 2.7 \pm 1.2) \text{ MeV}$. A hipótese de que o estado $Y_b(10890)$ consiste de um estado de tetraquark foi considerada em [116]. Uma outra explicação possível é a de que a ressonância observada experimentalmente esteja associada à alta produção de $\Upsilon(nS)\pi^+\pi^-$ ($n = 1, 2, 3$) no canal de decaimento [117]: $\Upsilon(5S) \rightarrow B^{(ast)} B^{(ast)} \rightarrow \Upsilon(1S, 2S)\pi^+\pi^-$.

Tabela 3.4: Resultados para as correntes $\Upsilon f_0(980)$ e $\Upsilon \sigma(600)$.

Estados	M_H (GeV)	Janela de Borel (GeV ⁻²)	$\sqrt{t_c}$ (GeV)
Singlete de Cor			
$\Upsilon f_0(980)$	10.75 ± 0.12	$0.11 \leq \tau \leq 0.15$	11.3 ± 0.1
$\Upsilon \sigma(600)$	10.74 ± 0.09	$0.11 \leq \tau \leq 0.13$	11.3 ± 0.1
Octeto de Cor			
$\Upsilon f_0(980)$	11.08 ± 0.11	$0.11 \leq \tau \leq 0.14$	11.7 ± 0.1
$\Upsilon \sigma(600)$	11.09 ± 0.10	$0.10 \leq \tau \leq 0.13$	11.7 ± 0.1

Resultados Numéricos

Os resultados numéricos para estas correntes apresentam uma convergência da OPE e uma dominância do pólo sobre contínuo similares ao encontrado no setor do charmonium. Na Tabela (3.4) são apresentados os resultados obtidos para as massas dos estados descritos pelas correntes $\Upsilon f_0(980)$ e $\Upsilon \sigma(600)$, junto com os respectivos valores para o limiar do contínuo e para a Janela de Borel.

Considerando as incertezas, todas as massas obtidas com estas duas correntes são compatíveis com a massa do estado $Y_b(10890)$ observado recentemente. Contudo, analisando os seguintes limiares:

$$E_{th}[\Upsilon(1S) f_0(980)] \simeq 10.44 \text{ GeV}$$

$$E_{th}[\Upsilon' f_0(980)] \simeq 11.00 \text{ GeV}$$

e considerando que os limiares com o méson σ estão aproximadamente 380 MeV abaixo destes valores, a única interpretação possível do $Y_b(10890)$ como uma molécula, dentre os estados moleculares estudados, é a de que ele pode ser descrito pelo estado molecular $\Upsilon' f_0(980)$. Os resultados aqui apresentados sobre as correntes moleculares $J/\psi f_0(980)$, $J/\psi \sigma(600)$, $\Upsilon f_0(980)$ e $\Upsilon \sigma(600)$ nas QCDSR estão publicados na Ref. [29].

3.2.11 DB (0^+), D^*B (1^+), DB^* (1^+) e D^*B^* (0^+)

Na Ref. [51], o modelo de interação por troca de um bóson (OBE, do inglês One Boson Exchange model) é utilizado para investigar estados moleculares que contém em sua estrutura mésons com números quânticos de charme e bottom iguais à um - são as chamadas moléculas do tipo B_c com *open charm* e *open bottom*. Dentro do modelo OBE, os autores utilizaram a notação de cinco estrelas, quatro estrelas, para classificar os estados moleculares de acordo com a probabilidade dos mésons $\mathcal{D}^{(*)} = [D^{(*)-}, D^{(*)0}, D^{(*)+}]$ e $\mathcal{B}^{(*)} = [B^{(*)-}, B^{(*)0}, B^{(*)+}]$ formarem estados ligados. Assim, um estado com cinco estrelas indicaria uma alta probabilidade de que este estado molecular corresponda a um estado ligado, enquanto que um estado molecular com uma estrela tem baixa probabilidade de ser formado. Na Ref. [51], foram encontrados cinco estados moleculares com cinco estrelas.

Desta forma, seria interessante utilizar as QCDSR para verificar se esses estados moleculares com cinco estrelas também correspondem a estados ligados no formalismo das regras de soma. Os estados moleculares considerados no presente trabalho são mostrados na Tabela (3.5), com suas respectivas correntes moleculares.

No lado Fenomenológico, a função de correlação é calculada inserindo os estados intermediários para cada hádron, $H = (DB, D^*B, DB^*, D^*B^*)$, e parametrizando o acoplamento destes estados à sua respectiva corrente hadrônica, em termos de um parâmetro

Tabela 3.5: Estados moleculares do tipo B_c e suas possíveis correntes hadrônicas.

Estado	$I(J^P)$	Corrente
DB	$0(0^+)$	$j_{DB} = (\bar{q}\gamma_5 c)(\bar{b}\gamma_5 q)$
D^*B^*	$0(0^+)$	$j_{D^*B^*} = (\bar{q}\gamma_\mu c)(\bar{b}\gamma^\mu q)$
D^*B	$0(1^+)$	$j_{D^*B}^\mu = i(\bar{q}\gamma^\mu c)(\bar{b}\gamma_5 q)$
DB^*	$0(1^+)$	$j_{DB^*}^\mu = i(\bar{q}\gamma_5 c)(\bar{b}\gamma^\mu q)$

λ_H , de forma que para os estados escalares 0^+ tem-se

$$\langle 0 | j_H | 0 \rangle = \lambda_H, \quad (3.81)$$

e para os estados pseudovetoriais 1^+

$$\langle 0 | j_H^\mu | 0 \rangle = \lambda_H \epsilon^\mu, \quad (3.82)$$

onde ϵ^μ é o vetor de polarização.

Considere primeiro a corrente molecular para o estado escalar DB (0^+). Calculando a função de correlação com a corrente $j_{DB}(x)$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi^{OPE}(q) &= \frac{i}{(2\pi)^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{ix \cdot (q - p_1 - p_2)} \\ &\times \text{Tr} [\mathcal{S}_{ab}^b(-p_1) \gamma_5 \mathcal{S}_{ba}^q(x) \gamma_5] \text{Tr} [\mathcal{S}_{cd}^c(p_2) \mathcal{S}_{dc}^q(-x)] . \end{aligned} \quad (3.83)$$

Nas QCDSR destes estados moleculares, é admitido somente as contribuições de ordem dominante em α_s e dos condensados até dimensão 8 na OPE. Assim, a densidade espectral obtida a partir da Eq.(3.83) fica dada por:

$$\rho_{DB}^{OPE}(s) = \rho_{DB}^{pert}(s) + \rho_{DB}^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) + \rho_{DB}^{\langle G^2 \rangle}(s) + \rho_{DB}^{\langle \bar{q}Gq \rangle} + \rho_{DB}^{\langle \bar{q}q \rangle^2}(s) + \rho_{DB}^{\langle g_s^3 G^3 \rangle}(s) + \rho_{DB}^{\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}(s), \quad (3.84)$$

onde as expressões de cada uma dessas densidades espectrais são mostradas a seguir:

$$\rho_{DB}^{pert}(s) = \frac{3}{2^{11}\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1 - \alpha - \beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^4, \quad (3.85)$$

$$\rho_{DB}^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) = -\frac{3\langle \bar{q}q \rangle}{2^7\pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} (\beta m_c + \alpha m_b) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^2, \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} \rho_{DB}^{\langle G^2 \rangle}(s) &= \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{2^{12}\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \left[3\alpha\beta(\alpha + \beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right. \\ &\quad \left. + 2(1 - \alpha - \beta)(\beta^3 m_c^2 + \alpha^3 m_b^2) \right], \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$\rho_{DB}^{\langle \bar{q}Gq \rangle}(s) = -\frac{3\langle \bar{q}Gq \rangle}{2^8\pi^4} \left[\int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \left(m_c + \alpha(m_b - m_c) \right) \mathcal{H}_{(\alpha)} \right. \\ \left. - 2 \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} (\beta^2 m_c + \alpha^2 m_b) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right], \quad (3.88)$$

$$\rho_{DB}^{\langle \bar{q}q \rangle^2}(s) = \frac{m_b m_c \rho \langle \bar{q}q \rangle^2}{16\pi^2} \lambda_{bc} v, \quad (3.89)$$

$$\rho_{DB}^{\langle G^3 \rangle}(s) = \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{2^{13}\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1 - \alpha - \beta) \left[2(\beta^4 m_c^2 + \alpha^4 m_b^2) \right. \\ \left. + (\alpha^3 + \beta^3) F(\alpha, \beta) \right], \quad (3.90)$$

$$\rho_{DB}^{\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}(s) = \frac{m_c m_b \rho \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}{2^5\pi^2} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \left[1 - \alpha + \alpha^2 \right. \\ \left. - \left(m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2) \right) \tau \right] \delta \left(s - \frac{m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2)}{\alpha(1-\alpha)} \right). \quad (3.91)$$

No caso de moléculas com quarks c e b em sua constituição, é necessário redefinir as funções $\mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}$, $\mathcal{H}_{(\alpha)}$ e v que aparecem nas expressões acima, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} &= m_b^2 \alpha + m_c^2 \beta - \alpha \beta s, \\ \mathcal{H}_{(\alpha)} &= m_b^2 \alpha + m_c^2 (1 - \alpha) - \alpha (1 - \alpha) s, \\ v &= \sqrt{1 - \frac{4m_c^2/s}{\lambda_{bc}^2}}, \\ \lambda_{bc} &= 1 + (m_c^2 - m_b^2)/s \end{aligned} \quad (3.92)$$

e também definir os novos limites de integração:

$$\begin{aligned}
\alpha_{max} &= \lambda_{bc}(1+v)/2, \\
\alpha_{min} &= \lambda_{bc}(1-v)/2, \\
\beta_{max} &= 1 - \alpha, \\
\beta_{min} &= \frac{\alpha m_b^2}{\alpha s - m_c^2}
\end{aligned}
\tag{3.93}$$

Resultados Numéricos

Para calcular a massa do estado molecular $DB(0^+)$ é utilizada a Eq.(2.69) juntamente com as densidades espectrais $\rho_{DB}^{OPE}(s)$ e os parâmetros da Tabela (3.1), de onde se obtém os resultados mostrados na Fig.(3.15).

Na Fig.(3.15a), é mostrada a contribuição relativa dos termos da OPE, para $\sqrt{t_c} = 7.20$ GeV. Nesta figura verifica-se que a contribuição do condensado de dimensão 8 é menor do que 15% da contribuição total, para valores de $\tau \leq 0.27 \text{ GeV}^{-2}$, o que indica uma boa convergência da OPE e fixa o valor máximo de τ na Janela de Borel: $\tau_{max} = 0.27 \text{ GeV}^{-2}$.

Na Fig.(3.15b), obtém-se o valor mínimo da Janela de Borel $\tau_{min} = 0.22 \text{ GeV}^{-2}$, que é o ponto onde a contribuição do pólo passa a ser maior do que a do contínuo.

Os resultados para a massa são apresentados na Fig.(3.15c), em função de τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Como pode ser observado, a Janela de Borel torna-se cada vez menor a medida que o valor de $\sqrt{t_c}$ vai diminuindo. Então, somente é possível admitir valores para $\sqrt{t_c}$ que permitam definir uma Janela de Borel válida. Neste sentido, o valor mínimo para a escolha do limiar do contínuo é dado por $\sqrt{t_c} = 7.00$ GeV. É também possível determinar que a melhor escolha para o valor do limiar do contínuo é $\sqrt{t_c} = 7.20$ GeV, uma vez que a curva correspondente a esta escolha apresenta uma melhor

Figura 3.15: Molécula $DB(0^+)$, considerados os termos da OPE até dimensão 8, $m_c = 1.23$ GeV e $m_b = 4.24$ GeV. **(a)** Convergência da OPE na região $0.14 \leq \tau \leq 0.36$ GeV $^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 7.20$ GeV. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{q}q \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{q}Gq \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 7.20$ GeV. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

estabilidade em função do parâmetro τ dentro da Janela de Borel, inclusive com a presença de um ponto de mínimo para o valor da massa.

Portanto, variando o valor do limite do contínuo no intervalo $\sqrt{t_c} = (7.00 - 7.30)$ GeV e os outros parâmetros indicados na Tabela (3.1), obtém-se:

$$M_{DB}^{(8)} = (6.77 \pm 0.11) \text{ GeV}. \quad (3.94)$$

A incerteza na massa, mostrada na Eq.(3.94), é a chamada incerteza da OPE. Sabe-se que a principal fonte de incerteza nas regras de soma vem da definição das massas dos

Figura 3.16: Molécula $DB(0^+)$, considerados os termos da OPE até dimensão 6, $m_c = 1.23$ GeV e $m_b = 4.24$ GeV. **(a)** Convergência da OPE na região $0.19 \leq \tau \leq 0.27$ GeV $^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 7.20$ GeV. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{q}q \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{q}Gq \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 7.20$ GeV. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

quarks pesados [18–20]. Conforme discutido na Ref. [118], há um outro tipo de incerteza, chamada de incerteza sistemática, relacionada à precisão limitada e intrínseca do método das QCDSR. Sem a estimativa dessa incerteza, o valor numérico das quantidades físicas extraídas dentro da Janela de Borel pode diferir significativamente de seu real valor. Na Ref. [118], foi mostrado que o uso de um limiar do contínuo dependente do parâmetro de Borel permite estimar a incerteza sistemática das QCDSR. Em particular, para o caso dos mésons D e D_s estudados em [118], a incerteza sistemática é da mesma ordem da incerteza da OPE. Neste sentido, uma tentativa de estimar a incerteza sistemática das

QCDSR também pode ser feita determinando a incerteza associada ao truncamento da OPE. Assim, é interessante analisar como as QCDSR se comportam quando somente as contribuições dos condensados de até dimensão 6 são considerados, ver Fig.(3.16).

Como pode ser visto na Fig.(3.16a), ao remover os condensado de dimensão 8 da análise anterior, verifica-se uma piora na convergência da OPE, uma vez que as contribuições mais importantes da OPE vêm dos termos $\langle \bar{q}q \rangle$ e $\rho \langle \bar{q}q \rangle^2$. Assim, para extrair resultados confiáveis das QCDSR deve-se admitir que a contribuição relativa do condensado de dimensão 6 seja menor do que 25% do total da contribuição. O valor mínimo de τ não sofre alterações nesta nova análise, pois o comportamento da dominância do pólo continua o mesmo. Logo, os resultados para a massa são mostrados na Fig.(3.16c), de onde se obtém:

$$M_{DB}^{(6)} = (6.63 \pm 0.09) \text{ GeV}. \quad (3.95)$$

Note que o valor em (3.95) difere ao máximo $\sim 5\%$ do que o obtido em (3.94). Além disso, a inclusão do condensado de dimensão 8 fornece uma melhor convergência da OPE, estabilidade em τ e uma melhor definição da Janela de Borel. Portanto, a contribuição dos condensados de dimensão 8 para os estados moleculares DB , D^*D , DB^* e D^*B^* será considerada nas QCDSR.

Finalmente, o valor para o estado $DB (0^+)$ é dado por:

$$M_{DB} = (6.75 \pm 0.14) \text{ GeV}. \quad (3.96)$$

Esta massa está $\sim 400 \text{ MeV}$ bem abaixo do limiar $E_{th}[DB]$, indicando que este estado molecular estaria fortemente ligado. Este resultado, para a energia de ligação, é diferente do que foi encontrado na Ref. [51] para o estado molecular $DB (0^+)$. Os autores em [51] encontraram uma energia de ligação menor do que 14 MeV , o que indicaria que o estado molecular DB fosse um estado fracamente ligado. Contudo, é muito importante

salientar que as corrente moleculares na Tabela (3.5) representam estados moleculares extremamente compactos, que são formados por dois pares de quark-antiquark em singleto de cor. Na Ref. [51], é descrita uma configuração onde é considerada a separação espacial entre os dois mésons constituintes de um estado molecular. Esta configuração poderia levar à formação de estados moleculares fracamente ligados. Portanto, o valor da massa encontrado em (3.96) poderia sugerir que, embora um estado molecular fracamente ligado $DB(0^+)$ possa existir, esta configuração não corresponderia ao estado fundamental do estado molecular $DB(0^+)$, com os mesmos números quânticos e conteúdo de quarks. Com a massa calculada, é possível obter a constante de acoplamento λ_{DB} :

$$\lambda_{DB} = (0.029 \pm 0.008) \text{ GeV}^5 . \quad (3.97)$$

Como já discutido anteriormente, a constante λ_{DB} fornece a magnitude do acoplamento entre a corrente e o estado. O resultado obtido em (3.97) possui a mesma ordem de grandeza que a constante de acoplamento encontrada para o $X(3872)$ [89], por exemplo. Isto indicaria que o estado molecular $DB(0^+)$ é bem representado pela respectiva corrente molecular na Tabela (3.5).

O próximo passo é estender as mesmas análises feitas para a molécula $DB(0^+)$ para estudar os demais estados moleculares apresentados na Tabela (3.5). Inserindo as respectivas correntes na função de correlação e calculando a OPE até dimensão 8, as densidades espectrais para o estado molecular $D^*B^*(0^+)$ são:

$$\rho_{D^*B^*}^{pert}(s) = \frac{3}{2^9\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1 - \alpha - \beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^4, \quad (3.98)$$

$$\rho_{D^*B^*}^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) = -\frac{3\langle \bar{q}q \rangle}{2^6\pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} (\beta m_c + \alpha m_b) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^2, \quad (3.99)$$

$$\rho_{D^*B^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) = \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{2^9\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1 - \alpha - \beta) (\beta^3 m_c^2 + \alpha^3 m_b^2) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}, \quad (3.100)$$

$$\rho_{D^*B^*}^{\langle \bar{q}Gq \rangle}(s) = -\frac{3\langle \bar{q}Gq \rangle}{2^7\pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \left(m_c - \alpha(m_c - m_b) \right) \mathcal{H}_{(\alpha)}, \quad (3.101)$$

$$\rho_{D^*B^*}^{\langle \bar{q}q \rangle^2}(s) = \frac{m_c m_b \rho_{\langle \bar{q}q \rangle}^2}{4\pi^2} \lambda_{bc} v, \quad (3.102)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D^*B^*}^{\langle G^3 \rangle}(s) &= \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{2^{11}\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta) \left[2(\beta^4 m_c^2 + \alpha^4 m_b^2) \right. \\ &\quad \left. + (\alpha^3 + \beta^3) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right], \end{aligned} \quad (3.103)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D^*B^*}^{\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}(s) &= -\frac{m_c m_b \rho_{\langle \bar{q}q \rangle} \langle \bar{q}Gq \rangle}{8\pi^2} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \delta\left(s - \frac{m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2)}{\alpha(1-\alpha)}\right) \\ &\quad \times \left[\alpha(1-\alpha) + \left(m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2) \right) \tau \right]. \end{aligned} \quad (3.104)$$

Para o estado molecular $D^*B(1^+)$ tem-se

$$\rho_{D^*B}^{pert}(s) = \frac{3}{2^{12}\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta)(1+\alpha+\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^4, \quad (3.105)$$

$$\rho_{D^*B}^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) = -\frac{3\langle \bar{q}q \rangle}{2^7\pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} \left[\beta m_c + \alpha(\alpha + \beta) m_b \right] \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^2, \quad (3.106)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D^*B}^{\langle G^2 \rangle}(s) &= \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{2^{12}\pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \left[\alpha\beta \left(3\alpha(\alpha + \beta) - \beta(2 - \alpha - \beta) \right) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right. \\ &\quad \left. + (\beta^3 m_c^2 + \alpha^3 m_b^2)(1 - \alpha - \beta)(1 + \alpha + \beta) \right], \end{aligned} \quad (3.107)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D^*B}^{\langle \bar{q}Gq \rangle}(s) &= -\frac{3\langle \bar{q}Gq \rangle}{2^8\pi^4} \left[\int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \left(m_c - \alpha(m_c - m_b) \right) \mathcal{H}_{(\alpha)} \right. \\ &\quad \left. - m_b \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} (2\alpha + 3\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right], \end{aligned} \quad (3.108)$$

$$\rho_{D^*B}^{\langle \bar{q}q \rangle^2}(s) = \frac{m_c m_b \rho \langle \bar{q}q \rangle^2}{16\pi^2} \lambda_{bc} v, \quad (3.109)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D^*B}^{\langle G^3 \rangle}(s) &= \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{2^{14} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta)(1+\alpha+\beta) \left[\right. \\ &\quad \times 2(\beta^4 m_c^2 + \alpha^4 m_b^2) + (\alpha^3 + \beta^3) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \left. \right], \end{aligned} \quad (3.110)$$

$$\begin{aligned} \rho_{D^*B}^{\langle \bar{q}q \rangle q G q[q]}(s) &= \frac{m_c m_b \rho \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q} G q \rangle}{2^5 \pi^2} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \delta\left(s - \frac{m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2)}{\alpha(1-\alpha)}\right) \\ &\quad \times \left[\alpha^2 - \left(m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2)\right) \tau \right]. \end{aligned} \quad (3.111)$$

Por fim as expressões para o estado $DB^*(1^+)$ são dadas por

$$\rho_{DB^*}^{pert}(s) = \frac{3}{2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta)(1+\alpha+\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^4, \quad (3.112)$$

$$\rho_{DB^*}^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) = -\frac{3\langle \bar{q}q \rangle}{2^7 \pi^4} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^2} \left[\beta(\alpha+\beta) m_c + \alpha m_b \right] \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)}^2, \quad (3.113)$$

$$\begin{aligned} \rho_{DB^*}^{\langle G^2 \rangle}(s) &= \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{2^{12} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \left[\alpha\beta \left(3\beta(\alpha+\beta) - \alpha(2-\alpha-\beta) \right) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right. \\ &\quad \left. + (\beta^3 m_c^2 + \alpha^3 m_b^2)(1-\alpha-\beta)(1+\alpha+\beta) \right], \end{aligned} \quad (3.114)$$

$$\begin{aligned} \rho_{DB^*}^{\langle \bar{q} G q \rangle}(s) &= -\frac{3\langle \bar{q} G q \rangle}{2^8 \pi^4} \left[\int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \left(m_c - \alpha(m_c - m_b) \right) \mathcal{H}_{(\alpha)} \right. \\ &\quad \left. - m_c \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} d\beta (3\alpha + 2\beta) \mathcal{F}_{(\alpha,\beta)} \right], \end{aligned} \quad (3.115)$$

$$\rho_{DB^*}^{\langle \bar{q}q \rangle^2}(s) = \frac{m_c m_b \rho \langle \bar{q}q \rangle^2}{16\pi^2} \lambda_{bc} v, \quad (3.116)$$

$$\rho_{DB^*}^{\langle G^3 \rangle}(s) = \frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle}{2^{14} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} (1-\alpha-\beta)(1+\alpha+\beta) \left[\right. \\ \left. \times 2(\beta^4 m_c^2 + \alpha^4 m_b^2) + (\alpha^3 + \beta^3) \mathcal{F}_{(\alpha, \beta)} \right], \quad (3.117)$$

$$\rho_{DB^*}^{\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}(s) = \frac{m_c m_b \rho \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}{2^5 \pi^2} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \delta\left(s - \frac{m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2)}{\alpha(1-\alpha)}\right) \\ \times \left[(1-\alpha)^2 - \left(m_c^2 - \alpha(m_c^2 - m_b^2)\right) \tau \right]. \quad (3.118)$$

Em todos os casos, é obtida uma boa convergência da OPE em uma região onde há dominância do pólo sobre o contínuo. Os resultados então são mostrados na Fig.(3.17).

Na Fig.(3.17a), é mostrada a massa do estado fundamental do estado molecular $D^*B^* (0^+)$, em função de τ . Para $\sqrt{t_c} = 7.80$ GeV, é fixada a seguinte Janela de Borel: $(0.18 \leq \tau \leq 0.21) \text{ GeV}^{-2}$. Nesta figura, também é possível verificar que há uma boa estabilidade das regras de soma, em função do parâmetro τ , dentro da Janela de Borel. Variando o limiar contínuo no intervalo $\sqrt{t_c} = (7.60 - 7.90) \text{ GeV}$, os outros parâmetros indicados na Tabela (3.1) e também estimando a incerteza devido à supressão da contribuição do condensado de dimensão 8, obtém-se:

$$M_{D^*B^*} = (7.27 \pm 0.12) \text{ GeV}, \quad (3.119)$$

$$\lambda_{D^*B^*} = (0.115 \pm 0.021) \text{ GeV}^5. \quad (3.120)$$

A massa obtida indica uma energia de ligação da ordem de $\sim 50 \text{ MeV}$ abaixo do limiar $E_{th}[D^*B^*]$. Considerando as incertezas, é ainda possível que este estado não corresponda a um estado ligado. Neste caso, nossos resultados para o estado molecular $D^*B^* (0^+)$ estão em boa concordância àqueles encontrados na Ref. [51].

Considerando agora o estado molecular $D^*B (1^+)$. Na Fig.(3.17 b), é apresentada a

Figura 3.17: A massa em função de τ , considerados os termos da OPE até dimensão 8, $m_c = 1.23$ GeV, $m_b = 4.24$ GeV e diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. **(a)** para o estado molecular D^*B^* (0^+). **(b)** para o estado molecular D^*B (1^+). **(c)** para o estado molecular DB^* (1^+). Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida.

massa do estado fundamental desta molécula, em função de τ . Para $\sqrt{t_c} = 7.70$ GeV, é fixada a Janela de Borel como: $(0.18 \leq \tau \leq 0.22) \text{ GeV}^{-2}$.

Variando o valor do limiar do contínuo no intervalo $\sqrt{t_c} = (7.50 - 7.80)$ GeV, os outros parâmetros indicados na Tabela (3.1) e também estimando a incerteza devido à supressão da contribuição do condensado de dimensão 8, obtém-se:

$$M_{D^*B} = (7.16 \pm 0.12) \text{ GeV}, \quad (3.121)$$

$$\lambda_{D^*B} = (0.058 \pm 0.013) \text{ GeV}^5. \quad (3.122)$$

A massa obtida indica uma energia de ligação da ordem de ~ 130 MeV para o estado

molecular $D^*B(1^+)$. Considerando as incertezas, este resultado também é compatível com o resultado obtido pelos autores em [51], onde esta molécula corresponderia a um estado fracamente ligado entre seus mésons constituintes.

Finalmente, é estudada a corrente molecular para o estado $DB^*(1^+)$. Como pode ser visto na Fig.(3.17c), há uma boa estabilidade do parâmetro τ dentro da Janela de Borel: $(0.21 \leq \tau \leq 0.25) \text{ GeV}^{-2}$, para $\sqrt{t_c} = 7.30 \text{ GeV}$. Fazendo o mesmo procedimento para estimar as incertezas no intervalo de $\sqrt{t_c} = (7.10 - 7.40) \text{ GeV}$, obtém-se:

$$M_{_{DB^*}} = (6.85 \pm 0.15) \text{ GeV}, \quad (3.123)$$

$$\lambda_{_{DB^*}} = (0.036 \pm 0.011) \text{ GeV}^5 \quad (3.124)$$

que indicaria uma energia de ligação da ordem de $\sim 330 \text{ MeV}$, muito maior do que o valor obtido em [51].

Os resultados aqui apresentados sobre as correntes moleculares $DB(0^+)$, $D^*B(1^+)$, $DB^*(1^+)$ e $D^*B^*(0^+)$ nas QCDSR estão publicados na Ref. [52].

Capítulo 4

Bárions Pesados na QCD

Os bárions pesados constituem a categoria de hádrons formados por três quarks, onde ao menos um deles é um quark pesado: c (=charme) ou b (=bottom). A espectroscopia bariônica é uma área de grande interesse na Física Hadrônica, pois permite estudar e desenvolver modelos físicos capazes de descrever as propriedades dos bárions pesados que já foram observados - tais como massa, números quânticos, largura de decaimento, etc - ver Tabelas (4.1) e (4.2), e também estimar com maior segurança as propriedades físicas daqueles que ainda não foram observados experimentalmente.

Uma ótima revisão sobre os bárions pesados é feita pela Ref. [53]. Dentre as mais recentes observações experimentais envolvendo os bárions com um quark b , destacam-se: a do bárion Λ_b^0 , observado pela colaboração LHCb [132] na reconstrução de estados finais exclusivos contendo o decaimento $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$; a dos bárions Σ_b , Σ_b^* , Ξ_b^- e Ω_b^- observados em colisões $\bar{p}p$ pelas Colaborações CDF e D0; e também a mais recente aquisição desta lista o bárion Ξ_b^{*-} que foi observado via decaimento forte $\Xi_b^{*-} \rightarrow \Xi_b^- \pi^+$ produzido por colisões pp pela colaboração CMS no LHC.

Atualmente, com o progresso das pesquisas realizadas pelas Colaborações CDF, D0, Belle, BaBar e LHC há grande expectativa na obtenção de novas informações sobre os bárions pesados, principalmente àquelas relacionadas aos bárions com dois e três quarks

Tabela 4.1: Bárions com quark c de spin $1/2^+$ e $3/2^+$ observados experimentalmente. São indicados na tabela: a massa atualizada dos bárions de acordo com o Particle Data Group (PDG) [41], o ano da primeira evidência experimental e a colaboração que realizou tal experimento.

	Bárions	Quarks	Isospin	Massa (MeV)	1 ^a Evidência Experimental
$J^P = 1/2^+$					
	Λ_c^+	(cud)	0	2286.46 ± 0.14	BNL, 1975 [119]
	Σ_c^{++}	(cuu)	1	2453.98 ± 0.16	BNL, 1975 [119]
	Σ_c^+	(cud)	1	2452.9 ± 0.4	BEBC, 1980 [120]
	Σ_c^0	(cdd)	1	2453.74 ± 0.16	ITEP, 1986 [121]
	Ξ_c^+	(csu)	1/2	$2467.8^{+0.4}_{-0.6}$	CERN, 1983 [122]
	Ξ_c^0	(csd)	1/2	$2470.88^{+0.34}_{-0.80}$	CLEO, 1989 [123]
	$\Xi_c'^+$	(csu)	1/2	2575.6 ± 3.1	CLEO, 1999 [124]
	$\Xi_c'^0$	(csd)	1/2	2577.9 ± 2.9	CLEO, 1999 [124]
	Ω_c^0	(css)	0	2695.2 ± 1.7	CERN, 1985 [125]
$J^P = 3/2^+$					
	Σ_c^{*++}	(cuu)	1	2517.9 ± 0.6	SERP, 1993 [126]
	Σ_c^{*+}	(cud)	1	2517.5 ± 2.3	CLEO, 2001 [127]
	Σ_c^{*0}	(cdd)	1	2518.8 ± 0.6	CLEO, 1997 [128]
	Ξ_c^{*+}	(csu)	1/2	$2645.9^{+0.5}_{-0.6}$	CLEO, 1996 [129]
	Ξ_c^{*0}	(csd)	1/2	2645.9 ± 0.5	CLEO, 1995 [130]
	Ω_c^{*0}	(css)	0	2765.9 ± 2.0	BaBar, 2006 [131]

pesados, os chamados Bárions Duplamente e Triplamente pesados. Estes resultados poderiam confirmar (ou não) as previsões teóricas feitas por modelos de potencial, Lattice QCD, Regras de Soma da QCD e diversos outros modelos. Neste sentido, o presente trabalho apresenta os estudos feitos sobre a espectroscopia dos bárions pesados, utilizando o formalismo das QCDSR e também da Dupla Razão das Regras de Soma no cálculo das massas dessas partículas. Os resultados sobre os bárions com um quark pesado (Qqq) estão publicados na Ref. [63], enquanto que os resultados sobre os bárions com dois quarks pesados (QQq) estão publicados na Ref. [64].

Os resultados numéricos das regras de soma dos bárions pesados são obtidos de acordo com os parâmetros da QCD contidos na Tabela (3.1).

Tabela 4.2: Bárions com um quark b de spin $1/2^+$ e $3/2^+$ observados experimentalmente.

	Bárions	Quarks	Isospin	Massa (MeV)	1 ^a Evidência	Experimental
$J^P = 1/2^+$						
	Λ_b^0	(bud)	0	5619.4 ± 0.7	CERN, 1981	[133]
	Σ_b^+	(buu)	1	5811.3 ± 1.9	CDF, 2007	[134]
	Σ_b^-	(bdd)	1	5815.5 ± 1.8	CDF, 2007	[134]
	Ξ_b^0	(bsu)	1/2	5788 ± 5	DELPHI, 1995	[135]
	Ξ_b^-	(bsd)	1/2	5791.1 ± 2.2	CDF, 2007	[136]
	Ω_b^-	(bss)	0	6071 ± 40	D0, 2008	[137]
$J^P = 3/2^+$						
	Σ_b^{*+}	(buu)	1	5832.1 ± 1.9	CDF, 2007	[134]
	Σ_b^{*-}	(bdd)	1	5835.1 ± 1.9	CDF, 2007	[134]
	Ξ_b^{*-}	(bsd)	1/2	5945.0 ± 0.7	CMS, 2012	[138]

4.1 Família de Bárions (Qqq)

Na Ref. [80], há um estudo completo feito em regras de soma sobre a família de bárions formados por um quark pesado, ($Q = c, b$), e mais dois quarks leves, ($q = u, d$). Portanto, um complemento natural à este trabalho seria a inclusão do quark estranho s nas correntes bariônicas utilizadas em [80], o que permitiria avaliar a quebra explícita da simetria quiral do grupo $SU(3)$ dos bárions pesados (Qqq), (Qsq) e (Qss).

Bárions (Qsq) de Spin $1/2^+$

Uma possível escolha para as correntes bariônicas é obtida modificando as correntes contidas na Ref. [80], de tal forma que as novas expressões ficam dadas por:

$$\eta_{\Xi_Q} = \epsilon_{abc} [(q_a^T C \gamma_5 s_b) + b(q_a^T C s_b) \gamma_5] Q_c, \quad (4.1)$$

$$\eta_{\Lambda_Q} = \eta_{\Xi_Q} \quad (s \rightarrow q'), \quad (4.2)$$

$$\eta_{\Omega_Q} = \epsilon_{abc} [(s_a^T C \gamma_5 Q_b) + b(s_a^T C Q_b) \gamma_5] s_c, \quad (4.3)$$

$$\eta_{\Sigma_Q} = \eta_{\Omega_Q} \quad (s \rightarrow q), \quad (4.4)$$

$$\eta_{\Xi'_Q} = \frac{\epsilon_{abc}}{\sqrt{2}} [(s_a^T C \gamma_5 Q_b) q_c + (q_a^T C \gamma_5 Q_b) s_c + b((s_a^T C Q_b) \gamma_5 q_c + (q_a^T C Q_b) \gamma_5 s_c)] \quad (4.5)$$

onde foi empregada a notação usual e $q' \neq q$. O parâmetro b , que mistura a configuração dos quarks nas correntes bariônicas, foi incluso e seu valor numérico é estimado em [93]:

$$b = -1/5 , \quad (4.6)$$

no caso de bárions leves. E para os bárions pesados sem estranheza o valor de b é definido na região:

$$-0.5 \leq b \leq 0.5 . \quad (4.7)$$

Em ambos os casos, o valor obtido para b não favorece a escolha proposta por Ioffe [100]:

$$b = -1 . \quad (4.8)$$

Deve-se tomar cuidado para não confundir o parâmetro de mistura b com o campo do quark b_a .

Bárions (Qqq) de Spin $3/2^+$

Utilizando novamente as sugestões dadas na Ref. [80], as correntes para os bárions com um quark pesado e de spin $3/2^+$ são dadas por:

$$\eta_{\Xi_Q}^\mu = \sqrt{\frac{2}{3}} \epsilon_{abc} [(q_a^T C \gamma_\mu Q_b) s_c + (s_a^T C \gamma_\mu Q_b) q_c + (q_a^T C \gamma_\mu s_b) Q_c] \quad (4.9)$$

$$\eta_{\Omega_Q}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_{\Xi_Q}^\mu \quad (q \rightarrow s) \quad (4.10)$$

onde novamente obtém-se a corrente do bárion Σ_Q^* da Ref. [80] fazendo:

$$\eta_{\Sigma_Q}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_{\Xi_Q}^\mu \quad (s \rightarrow q) . \quad (4.11)$$

4.1.1 $\Xi_Q (Qsq)$ e $\Lambda_Q (Qqq')$

As expressões das densidades espectrais de Λ_Q foram obtidas no limite quiral $m_q = 0$ na Ref. [81] e as do Ξ_Q incluindo as expressões de quebra de simetria de SU(3) na Ref. [56]. Inserindo a corrente η_{Ξ_Q} na função de correlação (2.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi^{\Xi_Q}(q) = & -\frac{i \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn}}{2^4 \pi^4} \int d^4 x d^4 p e^{ix \cdot (q-p)} \left\{ \mathcal{S}_{il}^Q(p) \text{Tr} [\gamma_5 \mathcal{S}_{jm}^s(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{kn}^q(x) C] \right. \\ & \left. + b^2 \gamma_5 \mathcal{S}_{il}^Q(p) \gamma_5 \text{Tr} [\mathcal{S}_{jm}^s(x) C \mathcal{S}_{kn}^q(x) C] \right\}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

A expressão para o bárion Λ_Q é diretamente obtida da expressão acima, fazendo a troca do quark s pelo quark q' : $\Pi^{\Lambda_Q}(q) = \Pi^{\Xi_Q}(q) \quad (s \rightarrow q')$. As expressões das densidades espectrais são obtidas utilizando-se o propagador completo dos quarks e considerando as contribuições até dimensão 6 na OPE. Lembrando que no caso dos bárions há duas estruturas a serem calculadas, F_1 e F_2 , de acordo com a Eq.(2.7).

Densidades Espectrais para os Bárions Ξ_Q e Λ_Q

Estrutura F_1 :

$$\text{Im } F_1^{\text{pert}} = \frac{m_Q^4 (1 + b^2)}{2^9 \pi^3} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x} + 8x - x^2 - 12 \text{Log}(x) \right) \quad (4.13)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{q}q \rangle} = \frac{m_s}{2^5 \pi} \left((1 + b^2) \langle \bar{s}s \rangle - 2(1 - b^2) \langle \bar{q}q \rangle \right) (1 - x^2) \quad (4.14)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle g_s^2 G^2 \rangle} = \frac{(1 + b^2) \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{10} \pi^3} \left(1 + 4x - 5x^2 \right) \quad (4.15)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{q}Gq \rangle} = \frac{m_s}{3 \cdot 2^6 \pi} \left((1 + b^2) \langle \bar{s}Gs \rangle + 6(1 - b^2) \langle \bar{q}Gq \rangle \right) \delta[s - m_Q^2] \quad (4.16)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{q}q \rangle^2} = \frac{\pi(1 - b^2)}{6} \rho \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{s}s \rangle \delta[s - m_Q^2] \quad (4.17)$$

Estrutura F_2 :

$$\text{Im } F_2^{\text{pert}} = \frac{m_Q^5(1-b^2)}{2^7\pi^3} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{9}{x} - 9 - x + 6(1+1/x)\text{Log}(x) \right) \quad (4.18)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{q}q \rangle} = \frac{m_Q m_s}{2^4\pi} \left((1-b^2)\langle \bar{s}s \rangle - 2(1+b^2)\langle \bar{q}q \rangle \right) (1-x) \quad (4.19)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle g_s^2 G^2 \rangle} = \frac{m_Q(1-b^2)\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^9\pi^3} \left(\frac{2}{x} + 5 - 7x + 6\text{Log}(x) \right) \quad (4.20)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{q}Gq \rangle} = \frac{m_Q m_s}{3 \cdot 2^6\pi} \left((1-b^2)\langle \bar{s}Gs \rangle + 6(1+b^2)\langle \bar{q}Gq \rangle \right) \delta[s - m_Q^2] \quad (4.21)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{q}q \rangle^2} = \frac{\pi m_Q(1+b^2)}{6} \rho\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{s}s \rangle \delta[s - m_Q^2] \quad (4.22)$$

onde $x \equiv m_Q^2/s$. As densidades espectrais para o bárion Λ_Q são obtidas diretamente das expressões acima, fazendo as seguintes mudanças:

$$\begin{aligned} m_s &\rightarrow m_q \\ \langle \bar{s}s \rangle &\rightarrow \langle \bar{q}q \rangle \\ \langle \bar{s}Gs \rangle &\rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle \quad . \end{aligned} \quad (4.23)$$

Cálculo da Razão $\Xi_c(csq)/\Lambda_c(cud)$

A análise dos resultados na DRSR é feita em três etapas: 1) ajusta-se o parâmetro b da corrente bariônica de forma que o resultado seja relativamente independentemente da escolha de seu valor; 2) espera-se que as regras de soma apresentem uma boa estabilidade em função da variável τ e 3) também apresente estabilidade em função da escolha do limiar do contínuo t_c . Como na DRSR há 3 equações para determinar a massa do bárion estudado: r_{21}^{sq} , r_1^{sq} e r_2^{sq} , dadas pelas Eqs.(2.85). É conveniente escolher a regra de soma que satisfaça todos os três requisitos previamente discutidos.

Figura 4.1: Ξ_c/Λ_c : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.35 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 0.35 \text{ GeV}^{-2}$.

Na Fig.(4.1a), é analisado o comportamento das regras de soma em função do parâmetro b , onde são fixados os valores $\tau = 0.35 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$. O resultado apresenta estabilidade em torno do ponto $b = 0$, cujo valor está no intervalo dado pela Eq.(4.7). Portanto, para os bárions Ξ_c e Λ_c , essa é a melhor escolha para o parâmetro b :

$$b \simeq 0 \quad . \quad (4.24)$$

Na Fig.(4.1b), é apresentado o comportamento de τ , onde são fixados os valores $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$ e $b = 0$. Por fim, na Fig.(4.1c), fixado $b = 0$ e $\tau = 0.35 \text{ GeV}^{-2}$, são apresentadas as regras de soma em função do limiar do contínuo. Desta forma, verifica-se que a curva r_{21}^{sq} apresenta simultaneamente, dentre as três regras de soma, uma maior estabilidade em b , τ e t_c , e conseqüentemente menor influência da contribuição dos estados ressonantes.

Portanto, o valor obtido com a r_{21}^{sq} permite calcular a razão entre as massas:

$$r_{21}^{sq} \equiv \frac{M_{\Xi_c}}{M_{\Lambda_c}} = 1.080 (10)_{t_c} (2)_{\tau} (6)_{m_c} (2)_{m_s} (2)_{\rho} \quad (4.25)$$

onde foram considerados os valores: $t_c = (15.0 \pm 5.0) \text{ GeV}^2$ e $\tau = (0.35 \pm 0.05) \text{ GeV}^{-2}$. As incertezas mais relevantes para o resultado final são mostradas explicitamente em (4.25), em função de cada parâmetro da QCD considerado. Usando o valor experimental da massa do bárion Λ_c [41]:

$$M_{\Lambda_c}^{exp} = (2286.46 \pm 0.14) \text{ MeV} , \quad (4.26)$$

e adicionando quadraticamente todas as incertezas, obtém-se:

$$M_{\Xi_c} = (2469.4 \pm 26.6) \text{ MeV} , \quad (4.27)$$

que está em excelente acordo com o valor experimental observado [41]:

$$M_{\Xi_c}^{exp} = (2469.3 \pm 0.5) \text{ MeV} . \quad (4.28)$$

Cálculo da Razão $\Xi_b(bsq)/\Lambda_b(bud)$

Fazendo a seguinte mudança: $m_c \rightarrow m_b$ e repetindo a mesma análise da seção anterior, obtém-se um comportamento similar ao caso charmoso para as curvas da DRSR dos bárions $\Xi_b(bsq)$ e $\Lambda_b(bud)$, exceto obviamente pela mudança de escala nos parâmetros τ e t_c . Utilizando r_{21}^{sq} para extrair os resultados, com a escolha de $\kappa = 0.74$, obtém-se:

$$r_{21}^{sq} \equiv \frac{M_{\Xi_b}}{M_{\Lambda_b}} = 1.030 (2.5)_{t_c} (0.5)_{\tau} (1.5)_{m_b} (0.5)_{m_s} (0.5)_{\rho} \quad (4.29)$$

onde foram considerados os valores: $t_c = (62.5 \pm 17.5) \text{ GeV}^2$ e $\tau = (0.18 \pm 0.05) \text{ GeV}^{-2}$.

Usando o valor experimental da massa do bárion Λ_b [41]:

$$M_{\Lambda_b}^{exp} = (5619.4 \pm 0.7) \text{ MeV} , \quad (4.30)$$

e adicionando quadraticamente todas as incertezas, deduz-se:

$$M_{\Xi_b} = (5789 \pm 16) \text{ MeV} , \quad (4.31)$$

que também está de acordo com o valor experimental observado [41]:

$$M_{\Xi_b}^{exp} = (5792.4 \pm 3.0) \text{ MeV} . \quad (4.32)$$

4.1.2 Ω_Q (Qss) e Σ_Q (Qqq)

Inserindo a corrente η_{Ω_Q} na função de correlação (2.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi^{\Omega_Q}(q) = & -\frac{i \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn}}{2^4 \pi^4} \int d^4x d^4p e^{ix \cdot (q-p)} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \text{Tr}[\mathcal{S}_{il}^s(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5] \mathcal{S}_{kn}^s(x) + \mathcal{S}_{il}^s(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5 \mathcal{S}_{kn}^s(x) \\ & + b [\mathcal{S}_{il}^s(x) C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5 \mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5 + \gamma_5 \mathcal{S}_{il}^s(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{kn}^s(x)] \\ & + b^2 [\gamma_5 \mathcal{S}_{il}^s(x) \gamma_5 \text{Tr}[C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{kn}^s(x)] + \gamma_5 \mathcal{S}_{il}^s(x) C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Utiliza-se esta expressão para calcular as densidades espectrais do bárion Ω_Q até dimensão 6 na OPE, considerando os termos dominantes em α_s e os termos lineares na massa do quark s . A expressão da função de correlação para o bárion Σ_Q é diretamente obtida da expressão acima, fazendo a troca do propagador do quark s pela do quark leve q . Com isto, obtém-se também as densidades espectrais do Σ_Q , que já foram calculadas na Ref. [80].

Densidades Espectrais para os Bárions Ω_Q e Σ_Q Estrutura F_1 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{pert} &= \frac{m_Q^4(5b^2 + 2b + 5)}{2^{11}\pi^3} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x} + 8x - x^2 - 12\text{Log}(x) \right) \\ &\quad + \frac{3m_s m_Q^3(1 - b^2)}{2^8\pi^3} \left(\frac{2}{x} + 3 - 6x + x^2 + 6\text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}s \rangle} = -\frac{3\langle \bar{s}s \rangle}{2^6\pi} \left(2m_Q(1 - b^2)(1 - x)^2 - m_s(1 + b)^2(1 - x^2) \right) \quad (4.35)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle g_s^2 G^2 \rangle} = \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{12}\pi^3} \left((1 + b^2)(5 - 11x) + 2b(1 - 7x) \right) (1 - x) \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{\langle \bar{s}Gs \rangle} &= -\frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{3 \cdot 2^7\pi s} \left(3m_Q(1 - b^2)(6 - 13x) - 6m_s(1 + b)^2x \right. \\ &\quad \left. + m_s(7 + 22b + 7b^2)s \delta[s - m_Q^2] \right) \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{\pi \rho \langle \bar{s}s \rangle^2}{3 \cdot 2^3} \left((1 - b)^2 - 3m_s m_Q \tau (1 - b^2) \right) \delta[s - m_Q^2] \quad (4.38)$$

Estrutura F_2 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{pert} &= \frac{m_Q^5(1 - b)^2}{2^9\pi^3} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{9}{x} - 9 - x + 6(1 + 1/x)\text{Log}(x) \right) \\ &\quad + \frac{3m_s m_Q^4(1 - b^2)}{2^8\pi^3} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x} + 3 + 2x - 6\text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{q}q \rangle} = -\frac{3m_Q \langle \bar{s}s \rangle}{2^5\pi} \left(m_Q(1 - b^2)(1/x - 2 + x) - m_s(3 + 2b + 3b^2)(1 - x) \right) \quad (4.40)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle g_s^2 G^2 \rangle} = \frac{m_Q(1 - b)^2 \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{11}\pi^3} \left(\frac{2}{x} - 7 + 5x \right) \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{\langle \bar{s}Gs \rangle} &= \frac{m_Q \langle \bar{s}Gs \rangle}{3 \cdot 2^7\pi s} \left(3m_Q(1 - b^2)(1 + 6/x) - 3m_s(5 + 6b + 5b^2) \right. \\ &\quad \left. + m_s(25 + 22b + 25b^2)s \delta[s - m_Q^2] \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{\pi \rho \langle \bar{s}s \rangle^2}{3 \cdot 2^3} \left(m_Q(5 + 2b + 5b^2) - 3m_s(1 + m_Q^2 \tau)(1 - b^2) \right) \delta[s - m_Q^2] \quad (4.43)$$

Figura 4.2: Ω_c/Σ_c : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.60 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$.

Note que as densidades espectrais para o bárion Σ_Q são obtidas fazendo as seguintes mudanças nas expressões acima: $m_s \rightarrow m_q$, $\langle \bar{s}s \rangle \rightarrow \langle \bar{q}q \rangle$ e $\langle \bar{s}Gs \rangle \rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle$.

Cálculo da Razão $\Omega_c(css)/\Sigma_c(cqq)$

Na Fig.(4.2a), é analisado o comportamento das regras de soma em função do parâmetro b , onde conclui-se que a melhor escolha para o seu valor também é $b = 0$. Note ainda que, somente r_2^{sq} apresenta simultaneamente estabilidade em b e τ e por isto é a regra de soma escolhida para se extrair a razão entre as massas de Ω_c e Σ_c . Portanto, de acordo com a

Fig.(4.2c), obtém-se:

$$r_2^{sq} \equiv \frac{M_{\Omega_c}}{M_{\Sigma_c}} = 1.111 \ (1.4)_\tau (1.3)_{m_c} (16.4)_{m_s} (0.2)_\rho \quad (4.44)$$

onde foram considerados os valores: $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$ e $\tau = (1.1 \pm 0.1) \text{ GeV}^{-2}$. Neste caso, a incerteza por causa de t_c é desprezível. Utilizando o valor experimental da massa do bárion Σ_c [41]:

$$M_{\Sigma_c}^{exp} = (2453.6 \pm 2.5) \text{ MeV} , \quad (4.45)$$

e adicionando quadraticamente todas as incertezas, obtém-se:

$$M_{\Omega_c} = (2726.9 \pm 40.5) \text{ MeV} , \quad (4.46)$$

que está em excelente acordo com o valor experimental observado [41]:

$$M_{\Omega_c}^{exp} = (2697.5 \pm 2.6) \text{ MeV} . \quad (4.47)$$

Cálculo da Razão $\Omega_b(bss)/\Sigma_b(bqq)$

Repetindo a análise anterior feita para determinar a massa de Ω_c , é possível obter os mesmos resultados para o bárion Ω_b , apenas trocando o quark pesado c pelo b . Assim, na Fig.(4.3) são apresentados os comportamentos das regras de soma em função de b , τ e t_c , onde verifica-se que somente r_2^{sq} satisfaz todos os critérios de estabilidade. Logo, o valor da razão das massas é dada por:

$$r_2^{sq} \equiv \frac{M_{\Omega_b}}{M_{\Sigma_b}} = 1.0455 \ (20)_\tau (22)_{m_b} (41)_{m_s} (13)_\rho \quad (4.48)$$

onde foram considerados os valores: $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$ e $\tau = (0.25 \pm 0.05) \text{ GeV}^{-2}$. Usando o

Figura 4.3: Ω_b/Σ_b : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$.

valor experimental da massa do bárion Σ_b [41]:

$$M_{\Sigma_b}^{exp} = 5811.2 \text{ MeV} , \quad (4.49)$$

e adicionando quadraticamente todas as incertezas, deduz-se:

$$M_{\Omega_b} = (6075.6 \pm 37.2) \text{ MeV} , \quad (4.50)$$

que considerando as incertezas está de acordo com o valor experimental obtido pela Colaboração CDF [70]: $M_{\Omega_b}^{CDF} = (6054.4 \pm 6.9) \text{ MeV}$, mas não é compatível com a massa obtida pela Colaboração D0 [68]: $M_{\Omega_b}^{D0} = (6165.0 \pm 13.0) \text{ MeV}$.

4.1.3 Uma Estimativa para κ

Uma vez que as massas dos dois bárions Ξ_c e Λ_c já são conhecidas experimentalmente, é possível controlar a incerteza na determinação de κ , calculando-se a DRSR com as massas experimentais dos bárions e admitindo-se que a incerteza em κ produza em cada caso uma variação de 1σ no valor experimental. Desta forma é possível determinar o seguinte valor para κ :

$$\kappa = 0.74 \pm 0.06 , \quad (4.51)$$

que pode ser considerada uma estimativa muito mais precisa para a razão entre os condensados $\langle \bar{s}s \rangle$ e $\langle \bar{q}q \rangle$, do que os valores atualmente utilizados nas regras de soma. No presente trabalho, este será o valor utilizado nas regras de soma dos bárions que ainda não foram observados experimentalmente.

4.1.4 $\Xi'_Q (Qsq)$

Por fim, calcula-se a DRSR dos bárions Ξ'_c e Ξ'_b para determinar suas massas. Incluindo a corrente $\eta_{\Xi'_Q}$ na função de correlação (2.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi^{\Xi'_Q}(q) = & -\frac{i \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn}}{2^5 \pi^4} \int d^4x d^4p e^{ix \cdot (q-p)} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \text{Tr}[\mathcal{S}_{il}^q(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5] \mathcal{S}_{kn}^s(x) + \text{Tr}[\mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5] \mathcal{S}_{il}^q(x) \\ & + \mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5 \mathcal{S}_{il}^q(x) + \mathcal{S}_{il}^q(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5 \mathcal{S}_{kn}^s(x) \\ & + b [\mathcal{S}_{kn}^s(x) C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5 \mathcal{S}_{il}^q(x) \gamma_5 + \gamma_5 \mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{il}^q(x)] \\ & + b [\mathcal{S}_{il}^q(x) C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_5 \mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5 + \gamma_5 \mathcal{S}_{il}^q(x) \gamma_5 C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{kn}^s(x)] \\ & + b^2 [\gamma_5 \mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5 \text{Tr}[C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{il}^q(x)] + \gamma_5 \mathcal{S}_{kn}^s(x) C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{il}^q(x) \gamma_5] \\ & + b^2 [\gamma_5 \mathcal{S}_{il}^q(x) \gamma_5 \text{Tr}[C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{kn}^s(x)] + \gamma_5 \mathcal{S}_{il}^q(x) C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \mathcal{S}_{kn}^s(x) \gamma_5] \end{aligned} \right\} \quad (4.52) \end{aligned}$$

que é a expressão utilizada para o cálculo das densidades espectrais do bárion Ξ'_Q até dimensão 6 na OPE, considerando os termos dominantes em α_s e os termos lineares na massa do quark s .

Densidades Espectrais para o Bárion Ξ'_Q

Estrutura F_1 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{pert} = & \frac{m_Q^4(5b^2 + 2b + 5)}{2^{11}\pi^3} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x} + 8x - x^2 - 12\text{Log}(x) \right) \\ & + \frac{3m_s m_Q^3(1 - b^2)}{2^9\pi^3} \left(\frac{2}{x} + 3 - 6x + x^2 + 6\text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{(\bar{s}s)} = & -\frac{3m_Q(\langle\bar{s}s\rangle + \langle\bar{q}q\rangle)}{2^6\pi}(1 - b^2)(1 - x)^2 \\ & + \frac{m_s}{2^7\pi} \left[(5b^2 + 2b + 5)\langle\bar{s}s\rangle - 2(1 - b)^2\langle\bar{q}q\rangle \right] (1 - x^2) \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\text{Im } F_1^{(g_s^2 G^2)} = \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{12}\pi^3} \left((1 + b^2)(5 - 11x) + 2b(1 - 7x) \right) (1 - x) \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{(\bar{s}Gs)} = & -\frac{m_Q(\langle\bar{s}Gs\rangle + \langle\bar{q}Gq\rangle)}{2^8\pi s}(1 - b^2)(6 - 13x) \\ & + \frac{m_s x}{2^8\pi s} \left((3 + 2b + 3b^2)\langle\bar{s}Gs\rangle - (1 - b)^2\langle\bar{q}Gq\rangle \right) \\ & - \frac{m_s}{3 \cdot 2^8\pi} \left((13 + 10b + 13b^2)\langle\bar{s}Gs\rangle - 6(1 - b)^2\langle\bar{q}Gq\rangle \right) \delta[s - m_Q^2] \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\text{Im } F_1^{(\bar{s}s)^2} = \frac{\pi\rho\langle\bar{q}q\rangle\langle\bar{s}s\rangle}{3 \cdot 2^4} \left(2(1 - b)^2 - 3m_s m_Q \tau(1 - b^2) \right) \delta[s - m_Q^2] \quad (4.57)$$

Estrutura F_2 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{pert} = & \frac{m_Q^5(1 - b)^2}{2^9\pi^3} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{9}{x} - 9 - x + 6(1 + 1/x)\text{Log}(x) \right) \\ & + \frac{3m_s m_Q^4(1 - b^2)}{2^9\pi^3} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x} + 3 + 2x - 6\text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{\langle \bar{q}q \rangle} &= -\frac{3m_Q(\langle \bar{s}s \rangle + \langle \bar{q}q \rangle)}{2^6\pi}(1-b^2)(1/x-2+x) \\ &\quad + \frac{m_s m_Q}{2^6\pi} \left((1-b)^2 \langle \bar{s}s \rangle - 2(5+2b+5b^2) \langle \bar{q}q \rangle \right) (1-x) \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle g_s^2 G^2 \rangle} = \frac{m_Q(1-b)^2 \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{11} \pi^3} \left(\frac{2}{x} - 7 + 5x \right) \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{\langle \bar{s}Gs \rangle} &= \frac{\langle \bar{s}Gs \rangle + \langle \bar{q}Gq \rangle}{2^8\pi}(1-b^2)(6+x) \\ &\quad + \frac{m_s m_Q}{2^8\pi s} \left((1-b)^2 \langle \bar{s}Gs \rangle - 2(3+2b+3b^2) \langle \bar{q}Gq \rangle \right) \\ &\quad - \frac{m_s m_Q}{3 \cdot 2^8\pi} \left(5(1-b)^2 \langle \bar{s}Gs \rangle - 6(5+2b+5b^2) \langle \bar{q}Gq \rangle \right) \delta[s-m_Q^2] \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{\pi \rho \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{s}s \rangle}{3 \cdot 2^4} \left(2m_Q(5+2b+5b^2) - 3m_s(1+m_Q^2\tau)(1-b^2) \right) \delta[s-m_Q^2] \quad (4.62)$$

Cálculo da Razão $\Xi'_c(csq)/\Sigma_c(cqq)$

Da Fig.(4.4), verifica-se que r_2^{sq} satisfaz todos os critérios de estabilidade e fornece o seguinte resultado:

$$r_2^{sq} \equiv \frac{M_{\Xi'_c}}{M_{\Sigma_c}} = 1.043 \ (1)_\tau(2)_{m_c}(6)_{m_s}(2)_\rho(3)_b(7)_\kappa \quad (4.63)$$

onde foram considerados os valores: $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, $\tau = (0.9 \pm 0.1) \text{ GeV}^{-2}$ e $b = -(0.4 \pm 0.2)$. Utilizando o valor experimental da massa do bárion Σ_c [41], é estimada a massa:

$$M_{\Xi'_c} = (2559 \pm 25) \text{ MeV} , \quad (4.64)$$

que está em excelente acordo com a massa experimental observada [41]:

$$M_{\Xi'_c}^{exp} = (2576.8 \pm 3.0) \text{ MeV} . \quad (4.65)$$

Figura 4.4: Ξ'_c/Σ_c : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.9 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = -0.4$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = -0.4$ e $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$.

Cálculo da Razão $\Xi'_b(bsq)/\Sigma_b(bqq)$

Uma análise similar é feita para o bárion Ξ'_b . Neste caso, basta utilizar $m_q = m_b$ nas expressões das densidades espectrais obtidas para o bárion Ξ'_c . Os resultados da DRSR são então mostrados na Fig.(4.5), onde verifica-se que ambas as regras de soma r_1^{sq} e r_2^{sq} satisfazem os critérios de estabilidade e, portanto, uma média entre seus valores fornece o seguinte resultado:

$$\bar{r}^{sq} \equiv \frac{M_{\Xi'_b}}{M_{\Sigma_b}} = 1.0140 (34)_{\tau}(50)_{m_b}(17)_{m_s}(5)_{\rho}(20)_b(5)_{\kappa}(30)_{SR} \quad (4.66)$$

onde foram considerados os valores: $t_c = 60 \text{ GeV}^2$, $\tau = (0.5 \pm 0.1) \text{ GeV}^{-2}$ e $b = (0.0 \pm 0.2)$. A última incerteza é estimada pela escolha entre as duas regras de soma. Utilizando o

Figura 4.5: Ξ'_b/Σ_b : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$.

valor experimental da massa do bárion Σ_b [41]:

$$M_{\Sigma_b}^{exp} = 5811.2 \text{ MeV} , \quad (4.67)$$

a massa do bárion Ξ'_b é então estimada em:

$$M_{\Xi'_b} = (5893 \pm 42) \text{ MeV} . \quad (4.68)$$

Esta é uma previsão para a massa do bárion Ξ' e poderá ser comparada com a eventual descoberta desta partícula nos futuros experimentos realizados pelo LHC, CDF e D0.

4.1.5 Ξ_Q^* (Qsq) e Σ_Q^* (Qqq)

A próxima lista de partículas a serem estudadas pela DRSR são os bárions de spin $3/2^+$. Inserindo então a corrente $\eta_{\Xi_Q^*}^\mu$ na função de correlação (2.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\Xi_Q^*}(q) = & -\frac{2i \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn}}{3 \cdot 2^4 \pi^4} \int d^4x d^4p e^{ix \cdot (q-p)} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \mathcal{S}_{il}^s(x) \left(\text{Tr}[\mathcal{S}_{jm}^c(p) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{qT}(x) C \gamma_\mu] + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{qT}(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{jm}^c(p) + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{kn}^q(x) \right) \\ & + \mathcal{S}_{jm}^c(p) \left(\text{Tr}[\mathcal{S}_{il}^s(x) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{qT}(x) C \gamma_\mu] + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{qT}(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{il}^s(x) + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{il}^{sT}(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{kn}^q(x) \right) \\ & + \mathcal{S}_{kn}^q(x) \left(\text{Tr}[\mathcal{S}_{jm}^c(p) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{il}^{sT}(x) C \gamma_\mu] + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{il}^{sT}(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{jm}^c(p) + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{jm}^{cT}(p) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{il}^s(x) \right) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4.69)$$

Essa expressão é utilizada para extrair as densidades espectrais do bárion Ξ_Q^* até dimensão 6 na OPE, considerando os termos dominantes em α_s e os termos lineares na massa do quark s . Note que de acordo com a Eq.(2.8), somente os termos proporcionais à estrutura $g_{\mu\nu}$ irão ser importantes no cálculo das densidades espectrais e também na obtenção da funções invariantes F_1 e F_2 .

Densidades Espectrais para os Bárions Ξ_Q^* e Σ_Q^*

Estrutura F_1 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{pert} = & \frac{m_Q^4}{5 \cdot 3 \cdot 2^6 \pi^3} \left(\frac{6}{x^2} - \frac{45}{x} + 10 + 30x - x^3 - 60 \text{Log}(x) \right) \\ & + \frac{m_s m_Q^3}{3 \cdot 2^4 \pi^3} \left(\frac{2}{x} + 3 - 6x + x^2 + 6 \text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\text{Im } F_1^{(\bar{s}s)} = -\frac{m_Q}{6\pi} \left(\langle \bar{s}s \rangle + \langle \bar{q}q \rangle \right) (1-x)^2 - \frac{m_s}{12\pi} \left(2(1-x^2) \langle \bar{q}q \rangle - (1-x^3) \langle \bar{s}s \rangle \right) \quad (4.71)$$

$$\text{Im } F_1^{(G^2)} = -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^7 \pi^3} (7 - 3x - x^2)(1-x) \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{\langle \bar{s}Gs \rangle} &= \frac{7m_Q x}{3^2 \cdot 2^3 \pi s} \left(\langle \bar{s}Gs \rangle + \langle \bar{q}Gq \rangle \right) - \frac{m_s x}{3^2 \cdot 2^3 \pi s} \left((2-3x) \langle \bar{s}Gs \rangle - \langle \bar{q}Gq \rangle \right) \\ &\quad - \frac{m_s}{3 \cdot 2^4 \pi} \left(3 \langle \bar{s}Gs \rangle - 4 \langle \bar{q}Gq \rangle \right) \delta \left[s - m_Q^2 \right] \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{2\pi \rho \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{s}s \rangle}{9} \left(2 - m_s m_Q \tau \right) \delta \left[s - m_Q^2 \right] \quad (4.74)$$

Estrutura F_2 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{pert} &= \frac{m_Q^5}{2^9 \pi^3} \left(\frac{9}{x^2} + \frac{64}{x} - 72 - x^2 + 12(3 + 4/x) \text{Log}(x) \right) \\ &\quad + \frac{m_s m_Q^4}{3 \cdot 2^6 \pi^3} \left(\frac{3}{x^2} - \frac{16}{x} + 12 + x^2 - 12 \text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle} &= -\frac{m_Q^2}{18\pi} \left(\langle \bar{s}s \rangle + \langle \bar{q}q \rangle \right) \left(\frac{2}{x} - 3 + x^2 \right) \\ &\quad + \frac{m_s m_Q}{12\pi} \left((1+x) \langle \bar{s}s \rangle - 6 \langle \bar{q}q \rangle \right) (1-x) \end{aligned} \quad (4.76)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle G^2 \rangle} = \frac{m_Q \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^7 \pi^3} \left(\frac{8}{x} - 9 + 12x + 11x^2 + 15 \text{Log}(x) \right) \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{\langle \bar{s}Gs \rangle} &= \frac{m_Q}{3^2 \cdot 2^3 \pi} \left(\langle \bar{s}Gs \rangle + \langle \bar{q}Gq \rangle \right) (4 + 3x^2) + \frac{m_s m_Q \langle \bar{q}Gq \rangle}{3^2 \cdot 2^3 \pi s} \\ &\quad - \frac{m_s m_Q}{3 \cdot 2^3 \pi} \left(\langle \bar{s}Gs \rangle - 3 \langle \bar{q}Gq \rangle \right) \delta \left[s - m_Q^2 \right] \end{aligned} \quad (4.78)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{2\pi m_Q \rho \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{s}s \rangle}{9} \left(3 - m_s m_Q \tau \right) \delta \left[s - m_Q^2 \right] \quad (4.79)$$

Note que as densidades espectrais para o bárion Σ_Q^* são obtidas fazendo as seguintes mudanças nas expressões acima: $m_s \rightarrow m_q$, $\langle \bar{s}s \rangle \rightarrow \langle \bar{q}q \rangle$ e $\langle \bar{s}Gs \rangle \rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle$.

Cálculo da Razão $\Xi_c^*(csq)/\Sigma_c^*(cqq)$

Repete-se as mesmas análises da DRSR para o bárion Ξ_c^* .

Figura 4.6: Ξ_c^*/Σ_c^* : **a)** DRSR em função do parâmetro τ dado $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de t_c para $\tau = 0.9 \text{ GeV}^{-2}$.

Na Fig.(4.6a), são mostradas as regras de soma em função de τ . Desta análise, pode-se descartar r_{21}^{sq} , pois ela diverge completamente do resultado encontrado para r_1^{sq} e r_2^{sq} . Nota-se que r_2^{sq} possui uma maior estabilidade em τ e por isto será escolhida para extrair o seguinte resultado:

$$r_2^{sq} \equiv \frac{M_{\Xi_c^*}}{M_{\Sigma_c^*}} = 1.049 \text{ (1)}_{\tau} \text{ (10)}_{m_c} \text{ (4)}_{m_s} \text{ (4)}_{\rho} \text{ (20)}_b \text{ (18)}_{\kappa} \quad (4.80)$$

onde $\tau = (0.9 \pm 0.1) \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$. Utilizando o valor experimental [41]:

$$M_{\Sigma_c^*}^{exp} = (2518.1 \pm 1.2) \text{ MeV} , \quad (4.81)$$

e adicionando quadraticamente todas as incertezas, deduz-se:

$$M_{\Xi_c^*} = (2641 \pm 21) \text{ MeV} , \quad (4.82)$$

em excelente acordo com o valor esperado [41]:

$$M_{\Xi_c^*}^{exp} = (2645.9 \pm 0.5) \text{ MeV} . \quad (4.83)$$

Cálculo da Razão $\Xi_b^*(bsq)/\Sigma_b^*(bqq)$

Considerando agora o quark $Q = b$ na estrutura da corrente $\eta_{\Xi_Q^*}^\mu$, obtém-se um comportamento das regras de soma análogo ao do estudo anterior. Logo, a razão entre as massas é dada por:

$$r_2^{sq} \equiv \frac{M_{\Xi_b^*}}{M_{\Sigma_b^*}} = 1.022 (2)_\tau (2)_{m_b} (0.5)_{m_s} (1)_\rho (2)_b \quad (4.84)$$

onde $\tau = (0.25 \pm 0.05) \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$. As demais incertezas para o resultado final são desprezíveis. Utilizando o valor experimental [41]:

$$M_{\Sigma_b^*}^{exp} = (5832.7 \pm 6.5) \text{ MeV} , \quad (4.85)$$

e adicionando quadraticamente todas as incertezas, deduz-se:

$$M_{\Xi_b^*} = (5961 \pm 21) \text{ MeV} . \quad (4.86)$$

Esta é a estimativa para a massa do bárion Ξ_b^* e que poderá ser comprovada por futuros experimentos no LHC, CDF e D0 sobre a espectroscopia bariônica.

4.1.6 $\Omega_Q^* (Qss)$

Prosseguindo com as demais correntes dos bárions de spin $3/2^+$, é possível calcular a função de correlação (2.1) para a corrente $\eta_{\Omega_Q^*}^\mu$, logo:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\Omega_Q^*}(q) &= -\frac{2i}{3 \cdot 2^4 \pi^4} \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} \int d^4x d^4p e^{ix \cdot (q-p)} \\ &\times \left\{ \begin{aligned} &2\mathcal{S}_{il}^s(x) \left(\text{Tr}[\mathcal{S}_{jm}^c(p) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{sT}(x) C \gamma_\mu] + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{sT}(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{jm}^c(p) + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{jm}^c(p) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{kn}^s(x) \right) \\ &+ \mathcal{S}_{jm}^c(p) \left(\text{Tr}[\mathcal{S}_{il}^s(x) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{sT}(x) C \gamma_\mu] + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kn}^{sT}(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{il}^s(x) + \gamma_\nu C \mathcal{S}_{il}^s(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{kn}^s(x) \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.87) \end{aligned}$$

Densidades Espectrais para o Bárion Ω_Q^* Estrutura F_1 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{pert} &= \frac{m_Q^4}{5 \cdot 3 \cdot 2^5 \pi^3} \left(\frac{6}{x^2} - \frac{45}{x} + 10 + 30x - x^3 - 60 \text{Log}(x) \right) \\ &\quad + \frac{m_s m_Q^3}{3 \cdot 2^3 \pi^3} \left(\frac{2}{x} + 3 - 6x + x^2 + 6 \text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.88)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}s \rangle} = -\frac{\langle \bar{s}s \rangle}{6\pi} \left(2m_Q(1-x)^2 + m_s(1-2x^2+x^3) \right) \quad (4.89)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle G^2 \rangle} = -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^7 \pi^3} (7 - 3x - x^2)(1-x) \quad (4.90)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}Gs \rangle} = \frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{3^2 \cdot 2^3 \pi s} \left(28m_Q x - 2m_s x(1-3x) + 3m_s s \delta[s - m_Q^2] \right) \quad (4.91)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{4\pi \rho \langle \bar{s}s \rangle^2}{9} \left(2 - m_s m_Q \tau \right) \delta[s - m_Q^2] \quad (4.92)$$

Estrutura F_2 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{pert} &= \frac{m_Q^5}{3 \cdot 2^6 \pi^3} \left(\frac{9}{x^2} + \frac{64}{x} - 72 - x^2 + 12(3 + 4/x) \text{Log}(x) \right) \\ &\quad + \frac{m_s m_Q^4}{3 \cdot 2^5 \pi^3} \left(\frac{3}{x^2} - \frac{16}{x} + 12 + x^2 - 12 \text{Log}(x) \right) \end{aligned} \quad (4.93)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle} = -\frac{m_Q \langle \bar{s}s \rangle}{18\pi} \left(2m_Q(2/x - 3 + x^2) + 3m_s(5 - 6x + x^2) \right) \quad (4.94)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle G^2 \rangle} = \frac{m_Q \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^3 \cdot 2^6 \pi^3} \left(\frac{8}{x} - 9 + 12x - 11x^2 + 24 \text{Log}(x) \right) \quad (4.95)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}Gs \rangle} = -\frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{3^2 \cdot 2^2 \pi s} \left(2s(4 + 3x^2) - m_s m_Q + 6m_s m_Q s \tau \delta[s - m_Q^2] \right) \quad (4.96)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle^2} = \frac{4\pi m_Q \rho \langle \bar{s}s \rangle^2}{9} \left(3 - m_s m_Q \tau \right) \delta[s - m_Q^2] \quad (4.97)$$

Figura 4.7: Ω_c^*/Σ_c^* : **a)** DRSR em função do parâmetro τ dado $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de t_c para $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$.

Cálculo da Razão $\Omega_c^*(css)/\Sigma_c^*(cqq)$

Continuando os estudos com o bárion Ω_c^* , verifica-se na Fig.(4.7a), as regras de soma em função de τ . Desta análise, pode-se descartar r_{21}^{sq} e o resultado é obtido da média entre os valores de r_1^{sq} e r_2^{sq} . Logo:

$$\bar{r}^{sq} \equiv \frac{M_{\Omega_c^*}}{M_{\Sigma_c^*}} = 1.109 (10)_\tau (10)_{m_c} (4)_{m_s} (0.5)_\rho (8)_\kappa (3)_{SR} \quad (4.98)$$

onde $\tau = (1.0 \pm 0.2) \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$. Utilizando o valor experimental (4.81), calcula-se a massa:

$$M_{\Omega_c^*} = (2792 \pm 38) \text{ MeV} , \quad (4.99)$$

considerando as incertezas este resultado está em excelente acordo com o valor experimental [41]:

$$M_{\Omega_c^*}^{exp} = (2765.9 \pm 2.0) \text{ MeV} . \quad (4.100)$$

Cálculo da Razão $\Omega_b^*(bss)/\Sigma_b^*(bqq)$

Finalmente, é considerado o último bárion estudado no presente trabalho, o Ω_b^* . O valor da razão entre sua massa e a do bárion Σ_b^* é obtido através do valor médio entre r_1^{sq}

e r_2^{sq} :

$$\bar{r}^{sq} \equiv \frac{M_{\Omega_b^*}}{M_{\Sigma_b^*}} = 1.040 \ (4)_\tau (2)_{m_b} (4.6)_{m_s} (0.2)_\rho (6)_{sR} \quad (4.101)$$

onde $\tau = (0.30 \pm 0.05) \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$. Utilizando (4.85) e adicionando quadraticamente todas as incertezas, deduz-se:

$$M_{\Omega_b^*} = (6066 \pm 49) \text{ MeV} . \quad (4.102)$$

Esta é a estimativa para a massa do bárion Ω_b^* e que também poderá ser comprovada por futuros experimentos no LHC, CDF e D0 na área da espectroscopia bariônica. Todos os resultados e previsões para as massas dos bárions com um quark pesado (Qqq) estão resumidos na Tabela (4.3).

Tabela 4.3: Previsões das regras de soma para as massas dos bárions pesados, utilizando a técnica da DRSR, com os parâmetros da QCD dados na Tabela (3.1) e usando como *input* as massas dos bárions já observados [41].

Bárions	I	r^{sq}	Massa (MeV)	Dados Exp. (MeV)
$J^P = \frac{1}{2}^+$				
$\Xi_c(cqs)$	1/2		input	2469.3 ± 0.5
$\Omega_c(css)$	0		input	2697.5 ± 2.6
$\Xi_b(bqs)$	1/2		input	5792.4 ± 3.0
$\Xi'_c(cqs)$	1/2	1.043(10)	2559(25)	2576.8 ± 3.0
$\Xi'_b(bqs)$	1/2	1.014(7)	5893(42)	—
$\Omega_b(bss)$	0	1.0455(64)	6076(37)	6071 ± 40
$J^P = \frac{3}{2}^+$				
$\Xi_c^*(cqs)$	1/2	1.049(8)	2641(21)	2645.9 ± 0.5
$\Omega_c^*(css)$	0	1.109(17)	2792(38)	2765.9 ± 2.0
$\Xi_b^*(bqs)$	1/2	1.024(8)	5961(21)	—
$\Omega_b^*(bss)$	0	1.040(9)	6066(49)	—

4.1.7 Separações Hiperfinas

Combinando os resultados encontrados para a massa dos bárions de spin $1/2^+$ e $3/2^+$, resumidos na Tabela (4.3), é possível calcular os valores das separações hiperfinas entre suas massas. Estes resultados estão resumidos na Tabela (4.4).

Destes cálculos, conclui-se que o bárion Ω_Q^* pode apenas decair eletromagneticamente no canal: $\Omega_Q^* \rightarrow \Omega_Q + \gamma$, visto que:

$$M_{\Omega_c^*} - M_{\Omega_c} = 95(38) \text{ MeV} \quad (4.103)$$

$$M_{\Omega_b^*} - M_{\Omega_b} = -10(61) \text{ MeV} \quad (4.104)$$

e, portanto, não há energia suficiente para a produção de mais hádrons neste canal. Por outro lado, o bárion Ξ_Q^* poderia por exemplo decair no canal hadrônico: $\Xi_Q^* \rightarrow \Xi_Q + \pi$, uma vez que:

$$M_{\Xi_c^*} - M_{\Xi_c} = 173(21) \text{ MeV} \quad (4.105)$$

$$M_{\Xi_b^*} - M_{\Xi_b} = 169(21) \text{ MeV} \quad (4.106)$$

Note que, as previsões para as diferenças das massas $M_{\Omega_b^*} - M_{\Omega_b}$ e $M_{\Xi_b^*} - M_{\Xi_b}$ estão de acordo, considerando as incertezas, com os resultados obtidos por outros modelos teóricos - ver Tabela (4.4) - como no Modelos de Quarks (QM, do inglês Quark Models) [53] e na Expansão $1/N_c$ [62]. Contudo, apenas com as regras de soma é possível determinar com maior precisão o seguinte resultado:

$$M_{\Xi_b^*} - M_{\Xi_b} \simeq M_{\Xi_c^*} - M_{\Xi_c} \quad (4.107)$$

Espera-se que com as futuras descobertas no setor bariônico, como a observação dos bárions Ξ_b' , Ξ_b^* e Ω_b^* , seja possível testar as previsões das QCDSR para as separações hiperfinas dos bárions com um quark pesado.

Tabela 4.4: Previsões da DRSR e de outros modelos para as separações hiperfinas (em MeV) entre as massas dos bárions pesados.

Separações Hiperfinas	Dados Exp. [41]	DRSR	QM [53]	$1/N_c$ [62]
$M_{\Xi_c^*} - M_{\Xi_c}$	179(1)	173 (21)	—	—
$M_{\Xi_c^*} - M_{\Xi_c'}$	70(3)	82 (33)	—	63.2 (2.6)
$M_{\Omega_c^*} - M_{\Omega_c}$	70 (3)	95 (38)	70.8 (1.5)	60.6 (5.7)
$M_{\Xi_b^*} - M_{\Xi_b}$	—	169 (21)	164 (6)	—
$M_{\Xi_b^*} - M_{\Xi_b'}$	—	68 (47)	29 (6)	20.6 (1.9)
$M_{\Omega_b^*} - M_{\Omega_b}$	—	-10 (61)	30.7 (1.3)	19.8 (3.1)

4.2 Família de Bárions (QQq)

Prosseguindo os estudos sobre os bárions pesados, nesta seção será utilizada a DRSR para calcular as massas dos bárions com dois quarks pesados (QQq). No caso dos bárions de spin $1/2^+$ e $3/2^+$, que são constituídos por quarks u ou d , as massas já foram calculadas, utilizando as regras de soma pela primeira vez em [82]. Os resultados encontrados foram

$$\begin{aligned}
M_{\Xi_{cc}^*}(3/2^+) &= 3.58(5) \text{ GeV} , & M_{\Xi_{bb}^*}(3/2^+) &= 10.33(1.09) \text{ GeV} , \\
M_{\Xi_{cc}}(1/2^+) &= 3.48(6) \text{ GeV} , & M_{\Xi_{bb}}(3/2^+) &= 9.94(91) \text{ GeV} ,
\end{aligned} \tag{4.108}$$

e na Ref. [101]:

$$M_{\Xi_{bc}} = 6.86(28) \text{ GeV} . \tag{4.109}$$

Atualmente, somente os experimentos realizados pela colaboração SELEX sustentam a descoberta do primeiro bárion com dois quarks pesados. Este bárion, o Ξ_{cc}^+ (ccd), foi observado no canal de decaimento $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+$, com a massa

$$M_{\Xi_{cc}^+} = 3518.9 \pm 0.9 \text{ MeV} . \tag{4.110}$$

Como este canal de decaimento é consistente com uma partícula que possua isospin

$1/2$, ele também poderia ser útil nas buscas pelo bárion Ξ_{cc}^{++} (ccu). Contudo, as colaborações BaBar [139] e Belle [140] não encontraram nenhuma evidência experimental para o bárion Ξ_{cc}^+ nos canais de decaimento $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+$ e $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+$, e para o bárion Ξ_{cc}^{++} nos canais $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ e $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+ \pi^+$. Logo, ainda é necessário que novos experimentos sejam feitos para comprovarem de forma definitiva a observação dos bárions com dois quarks pesados.

Recentemente, alguns trabalhos em regras de soma da QCD publicaram os resultados para os bárions com dois quarks pesados [58]. Suas previsões para as massas $M_{\Xi_{cc}^*}$ e $M_{\Xi_{cc}}$ estão de acordo com o valor esperado experimentalmente para o bárion Ξ_{cc} em (4.110). Neste sentido, há uma forte motivação em melhorar esses resultados através do cálculo da razão da massa dos bárions (QQq) de spin $3/2^+$ e $1/2^+$, utilizando a Dupla Razão das Regras de Soma. Além disto, seria possível fazer mais previsões para o espectro dos bárions com dois quarks pesados, que poderão ser comprovados em futuros experimentos no LHC, CDF, D0, entre outras colaborações.

As estruturas de Lorentz das funções de correlação para os bárions de spin $1/2^+$ e $3/2^+$ são dadas respectivamente por (2.7) e (2.8). As correntes bariônicas utilizadas são dadas por:

spin $1/2^+$

$$\eta_{\Omega_{QQ}} = \epsilon_{ijk} [(Q_i^T C \gamma_5 s_j) + b(Q_i^T C s_j) \gamma_5] Q_k, \quad (4.111)$$

$$\eta_{\Xi_{QQ}} = \eta_{\Omega_{QQ}} \quad (s \rightarrow q), \quad (4.112)$$

spin $3/2^+$

$$\eta_{\Omega_{QQ}^*}^\mu = \frac{1}{\sqrt{3}} \epsilon_{ijk} [2(Q_i^T C \gamma^\mu s_j) Q_k + (Q_i^T C \gamma^\mu Q_j) s_k], \quad (4.113)$$

$$\eta_{\Xi_{QQ}^*}^\mu = \eta_{\Omega_{QQ}^*}^\mu \quad (s \rightarrow q), \quad (4.114)$$

onde foi empregada a notação usual. As expressões das densidades espectrais dos bárions

Ξ_{QQ} e Ξ_{QQ}^* já foram calculadas na Ref. [82], no limite quiral $m_q = 0$, até os condensados de dimensão 5 na OPE. No presente trabalho, são incluídos os termos de correção em primeira ordem na massa do quark s , que possibilitam o estudo sobre os bárions Ω_{QQ}^* e Ω_{QQ} . Em seguida, é utilizada a DRSR para estimar valores mais precisos das massas dos bárions Ξ_{QQ}^* calculadas em [82]. Todos os resultados em QCDSR envolvendo os bárions Ξ_{QQ} , Ξ_{QQ}^* , Ω_{QQ} e Ω_{QQ}^* estão publicados na Ref. [64].

4.2.1 $\Omega_{QQ} (QQs)$ e $\Xi_{QQ} (QQq)$

Inserindo a corrente $\eta_{\Omega_{QQ}}$ na função de correlação (2.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi^{\Omega_{QQ}}(q) = & -\frac{i \epsilon_{ijk} \epsilon_{i'j'k'}}{2^8 \pi^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{ix \cdot (q-p_1-p_2)} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_1) \text{Tr}[\gamma_5 C \mathcal{S}_{ii'}^{sT}(x) C \gamma_5 \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_2)] + \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_1) \gamma_5 C \mathcal{S}_{ii'}^{sT}(x) C \gamma_5 \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_1) \\ & + b \left[\mathcal{S}_{kk'}^Q(p_1) C \mathcal{S}_{ii'}^{sT}(x) C \gamma_5 \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_2) \gamma_5 + \gamma_5 \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_1) \gamma_5 C \mathcal{S}_{ii'}^{sT}(x) C \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_2) \right] \\ & + b^2 \left[\gamma_5 \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_1) \gamma_5 \text{Tr}[C \mathcal{S}_{ii'}^{sT}(x) C \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_2)] + \gamma_5 \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_1) C \mathcal{S}_{ii'}^{sT}(x) C \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_2) \gamma_5 \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4.115)$$

que é a expressão utilizada para obter as densidades espectrais do bárion Ω_{QQ} e, como dito anteriormente, calculadas até dimensão 5 na OPE, mantendo-se os termos dominantes em α_s e os termos em primeira ordem de expansão na massa do quark s .

Densidades Espectrais para os Bárions Ω_{QQ} e Ξ_{QQ}

Estrutura F_1 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{\text{pert}} = & \frac{m_Q^4}{2^{11} \pi^3} \left\{ 24 \left[3(1+b)^2 + 4(1-b)^2 x - 3(3-2b+3b^2)x^2 \right] \mathcal{L}_v \right. \\ & + v \left[2(15-42b+15b^2) - 36(3-2b+3b^2)x - \frac{2}{x}(31+22b+31b^2) \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{x^2}(5+2b+5b^2) \right] - \frac{24m_s}{m_Q}(1-b^2) \left[6(1-2x^2)\mathcal{L}_v - v \left(\frac{2}{x} + 1 + 6x \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.116)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{\langle \bar{s}s \rangle} &= -\frac{m_Q \langle \bar{s}s \rangle}{2^8 \pi} \left\{ 24(1-b^2)v - \frac{m_s}{m_Q} \left[v(7+4b+7b^2+8x(1+b+b^2)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{3}{v}(1+b^2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.117)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle G^2 \rangle} = \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{2^{12} \pi^3} (1-6b+b^2) \left[(1-2x)v - 4x^2 \mathcal{L}_v \right] \quad (4.118)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}Gs \rangle} = -\frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{2^6 \pi m_Q} (1-b^2) \frac{x}{v^3} (3-20x+38x^2) \quad (4.119)$$

Estrutura F_2 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{pert} &= \frac{m_Q^5}{2^9 \pi^3} \left\{ 6(1-b^2) \left[6 \left(2 - \frac{1}{x} - 2x \right) \mathcal{L}_v - v \left(6 - \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \right] \right. \\ &\quad + \frac{m_s}{m_Q} \left[12(2x(5+2b+5b^2) - 3(3+2b+3b^2)) \mathcal{L}_v \right. \\ &\quad \left. \left. + v \left(12(5+2b+5b^2) + \frac{4}{x}(5+8b+5b^2) + \frac{1}{x^2}(1-b)^2 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.120)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle} &= -\frac{m_Q^2 \langle \bar{s}s \rangle}{2^7 \pi} \left\{ 2v \left(8(1+b+b^2) + \frac{1}{x}(1-b)^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{3m_s}{m_Q} (1-b^2) \left(3v + \frac{1}{v} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.121)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle G^2 \rangle} = \frac{m_Q \langle g_s^2 G^2 \rangle}{2^{10} \pi^3} (1-b^2) \left[\left(3 + \frac{2}{x} \right) v - 2(3-x) \mathcal{L}_v \right] \quad (4.122)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}Gs \rangle} = -\frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{2^7 \pi v^3} x \left[5+6b+5b^2 - 2(9+14b+9b^2)x + 16(1+b+b^2)x^2 \right] \quad (4.123)$$

onde foram definidas as seguintes variáveis:

$$x \equiv \frac{m_Q^2}{s}, \quad v \equiv \sqrt{1-4x}, \quad \mathcal{L}_v \equiv \text{Log} \left(\frac{1+v}{1-v} \right). \quad (4.124)$$

Note que, fazendo as seguintes mudanças nas expressões acima: $m_s \rightarrow m_q$, $\langle \bar{s}s \rangle \rightarrow \langle \bar{q}q \rangle$ e $\langle \bar{s}Gs \rangle \rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle$, obtém-se as densidades espectrais da Ref. [82] para o bárion Ξ_{QQ} .

Figura 4.8: DRSR Ω_{cc}/Ξ_{cc} : **a)** em função do parâmetro τ , dados $b = -0.35$ e $t_c = 12.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(cc)$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{sq}(cc)$ é a curva contínua (verde). **b)** em função de t_c para $b = -0.35$ e $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$.

De acordo com a discussão feita na Ref. [82], a contribuição dos condensados mistos $\langle \bar{q}Gq \rangle$ possui termos proporcionais à $1/v^3$ (onde v está relacionada a velocidade do quark pesado), representando as interações do tipo Coulômbicas e, portanto, um tratamento completo sobre os efeitos não relativísticos deveriam ser, *a priori*, incluídos no estudo dos bárions pesados. Assim, por simplicidade, os autores do referido trabalho recomendam o truncamento da OPE até os condensados de dimensão 4 e condicionam a inclusão dos condensados mistos somente nos casos em que as estabilidades em τ e/ou em t_c são melhoradas. Conforme discutido anteriormente, a DRSR pode ser calculada utilizando as três equações dadas por (2.85).

Cálculo da Razão Ω_{QQ}/Ξ_{QQ}

Na Fig.(4.8a), são mostradas as DRSR $r_1^{sq}(cc)$ e $r_2^{sq}(cc)$ relacionadas à razão Ω_{cc}/Ξ_{cc} . A partir desta figura é possível verificar que somente $r_1^{sq}(cc)$ satisfaz o critério de estabilidade em τ . Desta forma, é apresentada na Fig.(4.8b) o comportamento de $r_1^{sq}(cc)$ em função de t_c , onde no ponto de estabilidade fornece o seguinte resultado:

Figura 4.9: DRSR Ω_{bb}/Ξ_{bb} : **a)** em função do parâmetro τ dados $b = -0.35$ e $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(bb)$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha). **b)** em função de t_c para $b = -0.35$ e $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$.

$$r_1^{sq}(cc) \equiv \frac{M_{\Omega_{cc}}}{M_{\Xi_{cc}}} = 1.026(5)_{m_c}(2)_{\bar{s}s}(4)_{m_s} , \quad (4.125)$$

os índices indicam as diferentes fontes de incertezas. Considerando o valor experimental $M_{\Xi_{cc}} \simeq 3.52 \text{ GeV}$ [41], a razão acima fornece:

$$M_{\Omega_{cc}} - M_{\Xi_{cc}} = 92(24) \text{ MeV} . \quad (4.126)$$

Em seguida, são analisadas as DRSR para os bárions pesados com dois quarks b . Na Fig.(4.9a) é mostrada somente a DRSR $r_1^{sq}(bb)$, uma vez que ela é a única que apresenta um bom comportamento em função de τ . Assim, da Fig.(4.9b) é extraído o valor para a razão das massas no ponto de estabilidade em t_c , cujo valor é dado por:

$$r_1^{sq}(bb) \simeq 1.0049(7)_{m_b}(3)_{\bar{s}s}(10)_{m_s} , \quad (4.127)$$

que corresponde a seguinte diferença entre as massas dos bárions Ω_{bb} e Ξ_{bb} :

$$M_{\Omega_{bb}} - M_{\Xi_{bb}} = 49(13) \text{ MeV} , \quad (4.128)$$

onde é utilizado o valor estimado na Ref. [82]: $M_{\Xi_{bb}} \simeq 9.94 \text{ GeV}$.

4.2.2 $\Omega_{QQ}^* (QQs)$ e $\Xi_{QQ}^* (QQq)$

Para estudar os bárions de spin $3/2^+$ é necessário calcular a função de correlação, utilizando as correntes (4.113) e (4.114). Com isto, inserindo a corrente $\eta_{\Omega_{QQ}}^\mu$ na função de correlação (2.1) obtém-se:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\Omega_{QQ}^*}(q) = & -\frac{i \epsilon_{ijk} \epsilon_{i'j'k'}}{3 \cdot 2^8 \pi^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{ix \cdot (q-p_1-p_2)} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & 4 \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_2) \text{Tr}[\mathcal{S}_{ii'}^s(x) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{jj'}^{Q^T}(p_1) C \gamma_\mu] + 4 \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_2) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{ii'}^{s^T}(x) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_1) \\ & + 2 \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_2) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{jj'}^{Q^T}(p_1) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{ii'}^s(x) + 2 \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_1) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kk'}^{Q^T}(p_2) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{ii'}^s(x) \\ & + 2 \mathcal{S}_{ii'}^s(x) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{jj'}^{Q^T}(p_1) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{kk'}^Q(p_2) + 2 \mathcal{S}_{ii'}^s(x) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kk'}^{Q^T}(p_2) C \gamma_\mu \mathcal{S}_{jj'}^Q(p_1) \\ & + \mathcal{S}_{ii'}^s(x) \text{Tr}[\mathcal{S}_{jj'}^Q(p_1) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{kk'}^{Q^T}(p_2) C \gamma_\mu] + \mathcal{S}_{ii'}^s(x) \text{Tr}[\mathcal{S}_{kk'}^Q(p_2) \gamma_\nu C \mathcal{S}_{jj'}^{Q^T}(p_1) C \gamma_\mu] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (4.129)$$

e a expressão análoga para a corrente $\eta_{\Xi_{QQ}}^\mu$ é obtida fazendo a troca dos propagadores do quark s pela dos quarks leve q . Portanto, utiliza-se esta expressão para calcular as densidades espectrais dos bárions Ω_{QQ}^* e Ξ_{QQ}^* , considerando as contribuições até dimensão 5 na OPE. As expressões das densidades espectrais do Ξ_{QQ}^* também já foram calculadas na Ref. [82].

Densidades Espectrais para os Bárions Ω_{QQ}^* e Ξ_{QQ}^*

Estrutura F_1 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{pert} = & -\frac{m_Q^4}{5 \cdot 3 \cdot 2^5 \pi^3} \left\{ 60(1-4x+4x^2+2x^3) \mathcal{L}_v - v \left(\frac{3}{x^2} - \frac{19}{x} + 98 - 130x - 60x^2 \right) \right. \\ & \left. + \frac{20m_s}{m_Q} \left[6(1-2x^2) \mathcal{L}_v - v \left(\frac{2}{x} + 1 + 6x \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.130)$$

$$\text{Im } F_1^{(\bar{s}s)} = -\frac{m_Q \langle \bar{s}s \rangle}{3 \cdot 2^5 \pi} \left\{ 32v - \frac{m_s}{m_Q} \left(v(3-4x) + \frac{5}{v} \right) \right\} \quad (4.131)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle G^2 \rangle} = -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^7 \pi^3} \left\{ 24x^2(2+x)\mathcal{L}_v + v(1+26x+12x^2) \right\} \quad (4.132)$$

$$\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}Gs \rangle} = \frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{3^2 \pi m_Q v^3} x^2(2-11x) \quad (4.133)$$

Estrutura F_2 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_2^{pert} = & -\frac{m_Q^5}{3^2 \cdot 2^6 \pi^3} \left\{ 48 \left(\frac{2}{x} - 3 + 5x^2 \right) \mathcal{L}_v - 2v \left(\frac{9}{x^2} + \frac{34}{x} - 10 - 60x \right) \right. \\ & \left. + \frac{3m_s}{m_Q} \left[24(5-6x-x^2)\mathcal{L}_v - v \left(\frac{3}{x^2} + \frac{10}{x} + 74 + 12x \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.134)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle} = -\frac{m_Q^2 \langle \bar{s}s \rangle}{3^2 \cdot 2\pi} \left\{ v \left(\frac{2}{x} + 7 \right) - \frac{3m_s}{m_Q} (1-2x) \frac{1}{v} \right\} \quad (4.135)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle G^2 \rangle} = -\frac{m_Q \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^3 \cdot 2^6 \pi^3} \left\{ 12(2+3x^2)\mathcal{L}_v - v \left(\frac{8}{x} - 11 - 18x \right) \right\} \quad (4.136)$$

$$\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}Gs \rangle} = \frac{\langle \bar{s}Gs \rangle}{3^2 \cdot 2^4 \pi v^3} (2-11x+12x^2-30x^3) \quad (4.137)$$

onde as densidades espectrais do bárion Ξ_{QQ}^* , que também foram calculadas na Ref. [82], são obtidas fazendo as mudanças: $m_s \rightarrow m_q$, $\langle \bar{s}s \rangle \rightarrow \langle \bar{q}q \rangle$ e $\langle \bar{s}Gs \rangle \rightarrow \langle \bar{q}Gq \rangle$.

Cálculo da Razão Ξ_{QQ}^*/Ξ_{QQ}

Até o momento foi utilizada a DRSR para calcular a razão das massas de bárions pesados com e sem o quark s . No entanto, com a possível observação experimental do bárion Ξ_{cc}^* é conveniente introduzir a DRSR entre bárions com spin $1/2^+$ e $3/2^+$ para calcular, por exemplo, a razão Ξ_{QQ}^*/Ξ_{QQ} . Para isto, utilizam-se as equações:

$$r_i^{3/1} \equiv \sqrt{\frac{\mathcal{R}_i^3}{\mathcal{R}_i^1}} : \quad i = 1, 2 \quad ; \quad r_{21}^{3/1} \equiv \frac{\mathcal{R}_{21}^3}{\mathcal{R}_{21}^1} , \quad (4.138)$$

Figura 4.10: DRSR Ξ_{cc}^*/Ξ_{cc} : **a)** em função do parâmetro b , dados $\tau = 0.8 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 25.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{3/1}$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha), $r_2^{3/1}$ é a curva contínua (verde) e $r_{21}^{3/1}$ é a curva pontilhada (azul); **b)** em função de τ para $b = -0.35$ e $t_c = 25.0 \text{ GeV}^2$; **c)** em função de t_c , para $b = -0.35$ e $\tau = 0.8 \text{ GeV}^{-2}$.

onde os índices superiores 3 e 1 correspondem respectivamente aos bárions de spin $3/2^+$ e $1/2^+$. Na Fig.(4.10), é mostrado o comportamento das regras de soma (4.138), considerando o termo dominante em α_s na expansão perturbativa da OPE, fixando $\tau = 0.8 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 25.0 \text{ GeV}^2$, cujos valores encontram-se nas respectivas regiões de estabilidade. Note que, somente $r_1^{3/1}$ e $r_2^{3/1}$ são estáveis em função do parâmetro de mistura b , além disso, também possuem soluções em comum quando:

$$b \simeq -0.35 \quad e \quad b \simeq 0.2 \quad (4.139)$$

Convenientemente, é fixado o valor $b = -0.35$ para as demais análises apresentadas nas Figs.(4.10b) e (4.10c). Verifica-se na Fig.(4.10c) a alta estabilidade da DRSR em função do limiar do contínuo t_c , o que demonstra a vantagem desta técnica quando comparada

Figura 4.11: DRSR Ξ_{bb}^*/Ξ_{bb} : **a)** em função do parâmetro τ , dados $b = -0.35$ e $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{3/1}$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha), $r_2^{3/1}$ é a curva contínua (verde) e $r_{21}^{3/1}$ é a curva pontilhada (azul); **b)** em função de t_c para $b = -0.35$ e $\tau = 0.6 \text{ GeV}^{-2}$.

às QCDSR usuais. Finalmente, deduz-se que:

$$\frac{M_{\Xi_{cc}^*}}{M_{\Xi_{cc}}} = 0.9994(3) \quad (4.140)$$

onde a incerteza tem origem na massa m_c , no acoplamento forte α_s e no condensado de glúons $\langle g_s^2 G^2 \rangle$.

Estendendo esta análise para os bárions pesados com dois quarks b , as curvas correspondentes são similares ao caso charmoso. Admitindo-se para este caso $b = -0.35$, verifica-se na Fig.(4.11a) que a estabilidade em τ inicia-se quando $\tau \geq 0.6 \text{ GeV}^{-2}$ e que os resultados mais confiáveis são obtidos com as regras de soma $r_1^{3/1}$ e $r_2^{3/1}$. Na Fig.(4.11b), ambas as curvas apresentam uma boa estabilidade em função de t_c , portanto obtém-se o seguinte resultado:

$$\frac{M_{\Xi_{bb}^*}}{M_{\Xi_{bb}}} = 1.0000 . \quad (4.141)$$

Correções em α_s

As correções radiativas devido ao acoplamento forte α_s geralmente contribuem significativamente para a função de correlação dos bárions [59,93]. Contudo, é simples verificar

Figura 4.12: NLO DRSR: **a)** Ξ_{cc}^*/Ξ_{cc} em função do parâmetro τ dados $b = -0.35$ e $t_c = 25.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{3/1}$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{3/1}$ é a curva contínua (verde); **b)** Ξ_{bb}^*/Ξ_{bb} em função de τ para $b = -0.35$ e $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$.

que nas razões simples $\mathcal{R}_i^3$ e $\mathcal{R}_i^1$ estas importantes contribuições se cancelam, restando apenas um termo proporcional às dimensões anômalas dos operadores. Considerando a dimensão anômala $\gamma = 2$ (resp. $-2/3$) para os bárions de spin $1/2$ (resp. $3/2$) [93], é possível fazer utilizar uma aproximação para o termo perturbativo da OPE da seguinte forma:

$$\mathcal{F}_i(\tau)|_{pert} \approx (\alpha_s(\tau))^{-\frac{\gamma}{\beta_1}} A_i \tau^{-3} \left(1 + K_i \frac{\alpha_s}{\pi} \right), \quad (4.142)$$

onde β_1 é o primeiro coeficiente da função- β ; A_i é a expressão conhecida do termo dominante na expansão perturbativa; K_i contém toda a informação sobre as correções radiativas e sua expressão é conhecida em alguns casos para bárions leves e pesados [59, 93]. Da Eq.(4.142), é possível calcular a nova expressão para a DRSR que considera os efeitos das correções radiativas (NLO) na OPE:

$$r_i^{3/1}|_{pert}^{NLO} \simeq r_i^{3/1}|_{pert}^{LO} \times \left[1 + \frac{2}{9} \frac{\alpha_s}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2, m_Q^2 \tau) \right]. \quad (4.143)$$

É importante observar que para $r_i^{3/1}$, as correções radiativas são induzidas pelas dimensões anômalas dos operadores, enquanto que àquelas devido ao termo K_i se cancelam nesta ordem de expansão em α_s . No entanto, isto não ocorre para a regra de soma $r_{21}^{3/1}$,

onde as correções radiativas dependem diretamente da diferença entre as funções $K_2 - K_1$. Portanto, daqui em diante somente serão considerados os resultados de $r_i^{3/1}$. Na Fig.(4.12), são mostradas as DRSR, em função de τ , para ambas as razões Ξ_{cc}^*/Ξ_{cc} e Ξ_{bb}^*/Ξ_{bb} . Note que a NLO DRSR, para o caso charmoso, apresenta um ponto de extremo no respectivo intervalo, indicando que seus resultados são mais confiáveis do que os valores obtidos no canal do quark b . Por fim, deduz-se que:

$$\frac{M_{\Xi_{cc}^*}}{M_{\Xi_{cc}}} = 1.0167(10)_{\alpha_s}(16)_{m_c}, \quad \frac{M_{\Xi_{bb}^*}}{M_{\Xi_{bb}}} = 1.0019(3)_{\alpha_s}(2)_{m_b}, \quad (4.144)$$

que correspondem as seguintes diferenças entre suas massas:

$$M_{\Xi_{cc}^*} - M_{\Xi_{cc}} = 59(7) \text{ MeV} \quad (4.145)$$

$$M_{\Xi_{bb}^*} - M_{\Xi_{bb}} = 19(3) \text{ MeV}, \quad (4.146)$$

onde é considerado o valor experimental $M_{\Xi_{cc}} = 3518.9 \pm 0.9 \text{ MeV}$. Para a massa do Ξ_{bb} , é utilizado o valor estimado na Ref. [82]: $M_{\Xi_{bb}} = 9.94 \text{ GeV}$. A separação das massas entre os bárions Ξ_{cc}^* e Ξ_{cc} , obtida com a DRSR, é comparável ao valor de 70 MeV estimado por Modelos de Potencial [53, 101], mas é maior do que os 24 MeV obtido em [141]. A separação das massas entre os bárions Ξ_{bb}^* e Ξ_{bb} , também está de acordo com os resultados previstos pelos Modelos de Potencial [53, 101]. Uma outra observação importante é que as separações de massa (4.146) não favorecem o canal de decaimento hadrônico, como por exemplo o $\Xi_{QQ}^* \rightarrow \Xi_{QQ} + \pi's$, uma vez que não há energia suficiente para a produção de píons. Portanto, do ponto de vista da DRSR o bárion Ξ_{QQ}^* deve decair predominantemente no canal eletromagnético:

$$\Xi_{QQ}^* \rightarrow \Xi_{QQ} + \gamma \quad (4.147)$$

Futuras descobertas sobre os bárions Ξ_{cc}^* e Ξ_{bb}^* poderão confirmar (ou não) as previsões

Figura 4.13: DRSR Ω_{cc}^*/Ξ_{cc}^* : **a)** em função do parâmetro τ dado $t_c = 25 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(cc)^*$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{sq}(cc)^*$ é a curva contínua (verde). **b)** em função de t_c para $\tau = 0.7 \text{ GeV}^{-2}$.

sobre a existência deste canal de decaimento.

Note que com os resultados obtidos em (4.146), também é possível estimar a massa dos bárions Ξ_{cc}^* e Ξ_{bb}^* em:

$$M_{\Xi_{cc}^*} \simeq 3.58 \text{ GeV} \quad \text{e} \quad M_{\Xi_{bb}^*} \simeq 9.96 \text{ GeV} . \quad (4.148)$$

Cálculo da Razão Ω_{QQ}^*/Ξ_{QQ}^*

Calculando a DRSR para os bárions Ω_{cc}^* e Ξ_{cc}^* , obtém-se os resultados mostrados na Fig.(4.13). Ambas as regras de soma, r_1^{sq} e r_2^{sq} , são estáveis em função de τ e do limiar do contínuo t_c . Estas estabilidades são obtidas no ponto $\tau \simeq 0.7 \text{ GeV}^{-2}$, na Fig.(4.13a), e quando $t_c \geq 20 \text{ GeV}$ na Fig.(4.13b). Desta forma, considerando o valor médio entre r_1^{sq} e r_2^{sq} dentro da região de estabilidade, obtém-se:

$$r^{sq}(cc)^* \equiv \frac{M_{\Omega_{cc}^*}}{M_{\Xi_{cc}^*}} = 1.026(4)_{\langle \bar{s}s \rangle} (4)_{m_s} (6)_{m_c} (1)_{t_c} , \quad (4.149)$$

cujo resultado permite estimar a diferença entre as massas dos bárions Ω_{cc}^* e Ξ_{cc}^* :

Figura 4.14: DRSR Ω_{bb}^*/Ξ_{bb}^* : **a)** em função do parâmetro τ dado $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(bb)^*$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{sq}(bb)^*$ é a curva contínua (verde). **b)** em função de t_c para $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$.

$$M_{\Omega_{cc}^*} - M_{\Xi_{cc}^*} = 94(27) \text{ MeV}, \quad (4.150)$$

onde é utilizado o valor experimental [41]: $M_{\Xi_{cc}^*} = 3518.9 \pm 0.9 \text{ MeV}$.

O caso análogo para os bárions pesados com dois quarks b é mostrado na Fig.(4.14). Considerando os critérios de estabilidade, obtém-se:

$$r^{sq}(bb)^* \equiv \frac{M_{\Omega_{bb}^*}}{M_{\Xi_{bb}^*}} = 1.0050(3)_{\langle \bar{s}s \rangle} (10)_{m_s} (4)_{\tau} (10)_{m_b}. \quad (4.151)$$

Utilizando o valor estimado na seção anterior: $M_{\Xi_{bb}^*} \simeq 9.96 \text{ GeV}$, é possível estimar a diferença:

$$M_{\Omega_{bb}^*} - M_{\Xi_{bb}^*} = 50(15) \text{ MeV}. \quad (4.152)$$

Este resultado está de acordo com o previsto por Modelos de Potencial [101]:

$$M_{\Omega_{bb}^*} - M_{\Xi_{bb}^*} |_{PM} \simeq 60 \text{ MeV}. \quad (4.153)$$

Com os resultados obtidos em (4.150) e (4.152), também é possível estimar a massa dos bárions Ω_{cc}^* e Ω_{bb}^* em

$$M_{\Omega_{cc}^*} \simeq 3.61 \text{ GeV} \quad \text{e} \quad M_{\Omega_{bb}^*} \simeq 10.01 \text{ GeV}. \quad (4.154)$$

Os valores encontrados para as separações das massas dos bárions pesados, dadas por (4.150) e (4.152), estão resumidos na Tabela (4.5).

4.2.3 Ω_{bc} (bcs) e Ξ_{bc} (bcq)

É possível também estudar os bárions com dois quarks pesados, onde um destes é o quark b e o outro o quark c . Logo, utiliza-se a seguinte corrente hadrônica para descrever os bárions de spin $1/2^+$, Ξ_{bc} (bcq) e Ω_{bc} (bcs):

$$J_{\Omega_{bc}} = \epsilon_{ijk} [(c_i^T C \gamma_5 s_j) + \beta (c_i^T C s_j) \gamma_5] b_k, \quad (4.155)$$

$$J_{\Xi_{bc}} = J_{\Omega_{bc}} (s \rightarrow q), \quad (4.156)$$

onde q e s são os campos dos quarks leves, c e b são os campos dos quarks pesados e β é um parâmetro arbitrário que mistura a configuração dos campos dos quarks na corrente. As expressões das densidades espectrais foram obtidas no limite quiral $m_q = m_s = 0$ nas Refs. [82, 101]. No presente trabalho, todas essas expressões foram devidamente reproduzidas, em seguida calcularam-se os termos de correção na massa do quark s para as contribuições perturbativas e para os condensados de quarks.

Densidades Espectrais para os Bárions Ω_{bc} e Ξ_{bc}

Estrutura F_1 :

$$\begin{aligned} \text{Im } F_1^{pert} = & \frac{(1 + \beta^2)}{2^9 \pi^3 s^2} \left\{ 6 \left[(m_c^4 + m_b^4) s^2 - 2m_c^4 m_b^4 \right] \mathcal{L}_v + 12(m_c^4 - m_b^4) s^2 \mathcal{L}_m \right. \\ & + \omega_{bc} \left[s^3 - 7(m_c^2 + m_b^2) s^2 - (7m_c^4 + 7m_b^4 - 12m_b^2 m_c^2) s \right. \\ & \left. \left. - 7m_b^2 m_c^2 (m_c^2 + m_b^2) + m_c^6 + m_b^6 \right] \right\} - \frac{m_s m_c}{2^7 \pi^3 s^2} (1 - \beta^2) \left\{ 3m_c^2 (s^2 - 2m_b^4) \mathcal{L}_v \right. \\ & \left. + 6m_c^2 s^2 \mathcal{L}_m - \omega_{bc} \left[2s^2 + (5m_c^2 - 4m_b^2) s - m_c^4 + 5m_b^2 m_c^2 + 2m_b^4 \right] \right\} \quad (4.157) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}s \rangle} &= \frac{m_c \langle \bar{s}s \rangle}{2^4 \pi s^2} (1 - \beta^2) \omega_{bc} (m_c^2 - m_b^2 - s) + \frac{m_s \langle \bar{s}s \rangle}{2^5 \pi s^3} (1 + \beta^2) \\
&\times \left\{ \frac{2}{\omega_{bc}} \left[(m_c^4 + m_b^4) s^2 - 2(m_c^2 + m_b^2)(m_c^2 - m_b^2)^2 s + (m_c^2 - m_b^2)^4 \right] \right. \\
&\left. + \omega_{bc} \left[s^2 + (m_c^2 + m_b^2) s - 2(m_c^2 - m_b^2)^2 \right] \right\} \quad (4.158)
\end{aligned}$$

$$\text{Im } F_1^{\langle G^2 \rangle} = -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3 \cdot 2^{10} \pi^3 s^2} (1 + \beta^2) \omega_{bc} (s + 3m_c^2 - 3m_b^2) \quad (4.159)$$

$$\begin{aligned}
\text{Im } F_1^{\langle \bar{s}Gs \rangle} &= -\frac{m_c \langle \bar{s}Gs \rangle}{2^5 \pi s^2} \frac{(1 - \beta^2)}{\omega_{bc}^3} \left[s^4 - (5m_c^2 + 2m_b^2) s^3 + (9m_c^4 + 3m_c^2 m_b^2 + 2m_b^4) s^2 \right. \\
&\left. - (m_c^2 - m_b^2)(7m_c^4 + m_c^2 m_b^2 - 2m_b^4) s + (m_c^2 - m_b^2)^3 (2m_c^2 - m_b^2) \right] \quad (4.160)
\end{aligned}$$

Estrutura F_2 :

$$\begin{aligned}
\text{Im } F_2^{\text{pert}} &= -\frac{m_b}{2^7 \pi^3 s} (1 - \beta^2) \left\{ 3 \left[m_b^2 s^2 - (m_c^4 - m_b^4 + 2m_c^2 m_b^2) s + 2m_c^4 m_b^2 \right] \mathcal{L}_v \right. \\
&- 6(m_b^2 s + m_c^4 - 2m_c^2 m_b^2 + m_b^4) s \mathcal{L}_m - \omega_{bc} \left[s^2 - 5(m_c^2 - 2m_b^2) s \right. \\
&- 2m_c^4 - 5m_c^2 m_b^2 + m_b^4 \left. \right] - \frac{3m_s m_c m_b}{2^6 \pi^3 s} (1 + \beta^2) \left\{ \left[(m_c^2 + m_b^2) s \right. \right. \\
&\left. \left. - 2m_c^2 m_b^2 \right] \mathcal{L}_v + 2(m_c^2 - m_b^2) s \mathcal{L}_m - \omega_{bc} (s + m_c^2 + m_b^2) \right\} \quad (4.161)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}s \rangle} &= -\frac{m_c m_b \langle \bar{s}s \rangle}{2^3 \pi s} (1 + \beta^2) \omega_{bc} + \frac{m_s m_b \langle \bar{s}s \rangle}{2^4 \pi s^2} (1 - \beta^2) \left\{ \omega_{bc} (m_c^2 - m_b^2 + s) \right. \\
&\left. + \frac{1}{\omega_{bc}} \left[m_b^2 s^2 + (m_c^4 + m_b^2 m_c^2 - 2m_b^4) s - (m_c^2 - m_b^2)^3 \right] \right\} \quad (4.162)
\end{aligned}$$

$$\text{Im } F_2^{\langle G^2 \rangle} = -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle (1 - \beta^2)}{3 \cdot 2^9 \pi^3 m_b s} \left\{ \omega_{bc} (2s - 2m_c^2 + 5m_b^2) - 6m_b^2 s (\mathcal{L}_v - \mathcal{L}_m) \right\} \quad (4.163)$$

$$\begin{aligned}
\text{Im } F_2^{\langle \bar{s}Gs \rangle} &= -\frac{m_c m_b \langle \bar{s}Gs \rangle}{2^5 \pi s} \frac{(1 + \beta^2)}{\omega_{bc}^3} \left\{ s^3 - (3m_c^2 + m_b^2) s^2 + (m_c^2 + m_b^2)(3m_c^2 - m_b^2) s \right. \\
&\left. - (m_c^2 - m_b^2)^3 \right\} \quad (4.164)
\end{aligned}$$

onde foram utilizadas as seguintes definições:

$$\lambda_{bc} = 1 + (m_c^2 - m_b^2)/s \quad (4.165)$$

$$\omega_{bc} = (s + m_c^2 - m_b^2)v \quad (4.166)$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{4m_c^2/s}{\lambda_{bc}^2}} \quad (4.167)$$

$$\mathcal{L}_v = \text{Log}\left(\frac{1+v}{1-v}\right) \quad (4.168)$$

$$\mathcal{L}_m = \text{Log}\left[\frac{(m_c^2 + m_b^2)s - (m_c^2 - m_b^2)(\omega_{bc} + m_c^2 - m_b^2)}{2 m_c m_b s}\right]. \quad (4.169)$$

Como nas seções anteriores, são estudadas as diferentes regras de soma na Fig.(4.15). Analisando especificamente a Fig.(4.15a), verifica-se que somente $r_1^{sq}(bc)$ e $r_2^{sq}(bc)$ são estáveis em função do parâmetro β e, além disso, apresentam soluções comuns em:

$$\beta = \pm 0.05. \quad (4.170)$$

Enquanto que, $r_{21}^{sq}(bc)$ não coincide em nenhum outro ponto com as demais DRSR e portanto não será utilizada nos cálculos seguintes. Note que, nas Figs.(4.15b) e (4.15c), ambas as regras de soma apresentam uma ótima estabilidade em função de τ e t_c . A partir destas figuras, é possível extrair o seguinte resultado:

$$r^{sq}(bc) \equiv \frac{M_{\Omega_{bc}}}{M_{\Xi_{bc}}} = 1.006(0.2)_{\bar{s}s}(1.4)_{m_s}(1)_{m_Q}, \quad (4.171)$$

onde os erros dos demais parâmetros são desprezíveis. Esta razão implica:

$$M_{\Omega_{bc}} - M_{\Xi_{bc}} = 41(7) \text{ MeV}, \quad (4.172)$$

onde é utilizado o valor central das regras de soma para a massa: $M_{\Xi_{bc}} \simeq 6.86 \text{ GeV}$. Por fim, todos os resultados encontrados para os bárions com dois quarks pesados encontram-se reunidos na Tabela (4.5).

Figura 4.15: DRSR Ω_{bc}/Ξ_{bc} : **a)** em função do parâmetro β dados $\tau = 0.8 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 50.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(bc)$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha), $r_2^{sq}(bc)$ é a curva contínua (verde) e $r_{21}^{sq}(bc)$ é a curva pontilhada (azul); **b)** em função de τ para $\beta = -0.05$ e $t_c = 50.0 \text{ GeV}^2$; **c)** em função de t_c para $\beta = -0.05$ e $\tau = 0.9 \text{ GeV}^{-2}$.

Tabela 4.5: Estimativa da DRSR para as separações hiperfinas entre as massas de diversos bárions com dois quarks pesados. É feita a comparação com os resultados obtidos por Modelos de Potencial (PM) [101, 142].

DRSR	Input (GeV)	Separações Hiperfinas (MeV)	PM (MeV)
$\Xi_{cc}^*/\Xi_{cc} = 1.0167(19)$	$\Xi_{cc} = 3.52$ [41]	$\Xi_{cc}^* - \Xi_{cc} = 59(7)$	70-93
$\Xi_{bb}^*/\Xi_{bb} = 1.0019(3)$	$\Xi_{bb} = 9.94$ [80]	$\Xi_{bb}^* - \Xi_{bb} = 19(3)$	30-38
$\Omega_{cc}/\Xi_{cc} = 1.0260(70)$	$\Xi_{cc} = 3.52$ [41]	$\Omega_{cc} - \Xi_{cc} = 92(24)$	90-102
$\Omega_{bb}/\Xi_{bb} = 1.0049(13)$	$\Xi_{bb} = 9.94$ [80]	$\Omega_{bb} - \Xi_{bb} = 49(13)$	60-73
$\Omega_{cc}^*/\Xi_{cc}^* = 1.0260(75)$	$\Xi_{cc}^* = 3.58$	$\Omega_{cc}^* - \Xi_{cc}^* = 94(27)$	91-100
$\Omega_{bb}^*/\Xi_{bb}^* = 1.0050(15)$	$\Xi_{bb}^* = 9.96$	$\Omega_{bb}^* - \Xi_{bb}^* = 50(15)$	60-72
$\Omega_{bc}/\Xi_{bc} = 1.0060(17)$	$\Xi_{bc} = 6.86$ [101]	$\Omega_{bc} - \Xi_{bc} = 41(7)$	70-89

Capítulo 5

Conclusões

No presente trabalho, utilizou-se o método das Regras de Soma da QCD para calcular as massas dos estados moleculares que podem estar associados aos estados exóticos do charmonium e do bottomonium. Também foram previstas as massas dos bárions pesados na QCD, que ainda não foram observados experimentalmente.

O estudo sobre as correntes moleculares $D_s^* \bar{D}_s^*$ (0^{++}) e $D^* \bar{D}^*$ (0^{++}) indicaram que a estrutura $Y(4140)$ observada pela colaboração CDF no decaimento $B^+ \rightarrow Y(4140) K^+ \rightarrow J/\psi \phi K^+$ pode ser muito bem descrita por ambas as correntes, uma vez que as massas calculadas foram: $M_{D_s^* \bar{D}_s^*} = (4.19 \pm 0.13) \text{ GeV}$ e $M_{D^* \bar{D}^*} = (4.15 \pm 0.14) \text{ GeV}$, e estão em excelente acordo com a massa experimental do estado $Y(4140)$. Uma possível interpretação deste resultado é a de que o estado $Y(4140)$ possa ser um estado composto por uma mistura entre essas duas correntes. Embora os autores da Ref. [31] sustentem que o estado $Y(3930)$ seja descrito por uma corrente molecular $D^* \bar{D}^*$ (0^{++}), os resultados encontrados no presente trabalho não favorecem essa interpretação.

As QCDSR para as correntes moleculares $D_s^* \bar{D}_{s0}^*$ (1^{-+}) e $D^* \bar{D}_0^*$ (1^{-+}) indicaram que a estrutura estreita $X(4350)$ observada pela colaboração Belle no processo de decaimento $\gamma\gamma \rightarrow X(4350) \rightarrow J/\psi \phi$ não pode ser descrita por nenhuma dessas correntes, uma vez que as massas obtidas para esses estados moleculares foram de: $M_{D_s^* \bar{D}_{s0}^*} = (5.05 \pm 0.15) \text{ GeV}$

e $M_{D^*\bar{D}_0^*} = (4.92 \pm 0.12) \text{ GeV}$.

Os três tipos de regras de soma utilizados no presente trabalho foram detalhados no Capítulo 2. O método das QCDSR é o mais usual para se calcular a função de correlação de dois pontos e é nele que está inserido a definição da chamada Janela de Borel, que é a região onde há dominância da contribuição do polo e uma boa convergência da OPE garantindo resultados confiáveis nas regras de soma. Já as FESR são construídas de tal forma a apresentarem uma boa relação entre a massa do estado hadrônico e o parâmetro do limiar do contínuo t_c . Neste sentido, foi proposto o estudo das correntes moleculares $D_s^*\bar{D}_{s0}^* (1^{--})$, $D^*\bar{D}_0^* (1^{--})$, $D_{s0}^*\bar{D}_{s0}^* (0^{++})$ e $D_0^*\bar{D}_0^* (0^{++})$, combinando os resultados obtidos a partir das QCDSR e das FESR. Esta técnica permitiu concluir que:

- o valor da massa encontrado no ponto de interseção entre os dois métodos, para todos os estados moleculares, estabelece um critério mais robusto para a definição do limiar do contínuo, em cada caso. Nas referências em QCDSR, o critério para a escolha deste parâmetro é usualmente baseado no sistema do charmonium, onde $\sqrt{t_c} \simeq M_{J/\psi} + 0.5 \text{ GeV}$. Os resultados encontrados para os estados 1^{--} indicaram um valor $\sim 250 - 300 \text{ MeV}$ para a diferença entre a massa do estado fundamental e a do primeiro estado excitado, cujo valor é extraído diretamente do valor do limiar do contínuo onde as QCDSR e as FESR coincidem. Logo, a escolha ad-hoc do limiar do contínuo no valor de 500 MeV acima da massa do estado fundamental pode não ser a mais indicada para os estados exóticos.
- os estados escalares 0^{++} : $D_{s0}^*\bar{D}_{s0}^*$, $D_0^*\bar{D}_0^*$, $B_{s0}^*\bar{B}_{s0}^*$ e $B_0^*\bar{B}_0^*$ apresentaram em média uma massa aproximadamente 550 MeV maior do que a massa obtida para os respectivos estados vetoriais 1^{--} : $D_s^*\bar{D}_{s0}^*$, $D^*\bar{D}_0^*$, $B_s^*\bar{B}_{s0}^*$ e $B^*\bar{B}_0^*$. Este é o caso, por exemplo, do charmonium onde a massa do estado $\chi_{c0} (0^{++})$ está acima da massa do estado $J/\psi (1^{--})$.
- de acordo com esta técnica, nenhum dos estados moleculares $D_s^*\bar{D}_{s0}^* (1^{--})$ e $D^*\bar{D}_0^* (1^{--})$ é capaz de oferecer uma descrição adequada para os estados exóticos do charmonium

$Y(4260)$, $Y(4360)$ e $Y(4660)$, uma vez que as massas encontradas estão muito acima dos valores observados experimentalmente.

Na tentativa de explicar ao menos o estado exótico $Y(4260)$, observado no espectro de massa invariante $Y(4260) \rightarrow J/\psi \pi\pi$, foram estudadas as correntes moleculares $J/\psi f_0(980)$ e $J/\psi \sigma(600)$ baseadas em uma configuração singleto e octeto de cor. As massas encontradas para as duas correntes na configuração singleto de cor foram praticamente as mesmas e a diferença foi somente de ~ 30 MeV: $M_{J/\psi f_0} = (4.67 \pm 0.12)$ GeV e $M_{J/\psi \sigma} = (4.65 \pm 0.13)$ GeV. Para esses estados moleculares com uma configuração octeto de cor a massa obtida foi ~ 400 MeV maior. Portanto, concluiu-se que a massa dos estados moleculares em uma configuração singleto de cor estão muito próximas da massa do estado $Y(4660)$. Este resultado não é compatível com a proposta feita pela Ref. [112], onde os autores concluem que o estado $Y(4260)$ pode ser descrito pela molécula $J/\psi f_0(980)$. Como a massa obtida no presente trabalho está muito acima do limiar $E_{th}[J/\psi f_0(980)] \simeq 4.09$ GeV, logo tal molécula não poderia ao menos consistir de um estado ligado. Contudo, deve-se considerar que a corrente (3.70) é escrita em termos de correntes hadrônicas que se acoplam não somente com o estado fundamental dos mésons J/ψ e $f_0(980)$, como também com todos os seus demais estados excitados que possuam os números quânticos $J^{PC} = 1^{--}$. Neste sentido, uma interessante interpretação torna-se possível a partir dos cálculos das regras de soma: a corrente (3.70) se acoplaria ao estado fundamental do estado molecular formado pelo primeiro estado excitado do J/ψ , o méson ψ' , com o méson $f_0(980)$. A massa então calculada em (3.79) é compatível com um estado molecular fracamente ligado entre os mésons ψ' e $f_0(980)$, uma vez que o valor central da massa deste estado está um pouco abaixo do limiar $E_{th}[\psi' f_0(980)] \simeq 4.68$ GeV. A interpretação do estado $Y(4660)$ como um estado molecular $\psi' f_0(980)$ foi primeiramente proposta na Ref. [26], tendo em vista que o principal canal de decaimento deste estado é: $Y(4660) \rightarrow \psi' \pi^+ \pi^-$.

Os resultados encontrados para os estados moleculares $\Upsilon f_0(980)$ e $\Upsilon \sigma(600)$ são com-

patíveis com a massa do estado $Y_b(10890)$ observado recentemente pela colaboração Belle. Contudo, analisando os seguintes limiares:

$$E_{th}[\Upsilon(1S) f_0(980)] \simeq 10.44 \text{ GeV} \quad \text{e} \quad E_{th}[\Upsilon' f_0(980)] \simeq 11.00 \text{ GeV}$$

e considerando que os limiares com o méson σ estão aproximadamente 380 MeV abaixo destes valores, a única interpretação possível do $Y_b(10890)$ como uma molécula, dentre os estados moleculares estudados, é a de que ele pode ser descrito apenas pelo estado molecular $\Upsilon' f_0(980)$.

Uma região que ainda conta com pouca informação experimental é a região dos mésons B_c ($b\bar{c}$). Assim, é proposta a existência de possíveis estados exóticos que poderão ser observados em um futuro próximo. Estes estados seriam descritos por estados moleculares formados pelos mésons D e B . Logo, foram utilizadas as QCDSR para estimar as massas dos estados moleculares: DB (0^+), D^*B^* (0^+), D^*B (1^+) e DB^* (1^+). O resultado para o estado molecular DB (0^+) foi de $M_{DB} = (6.75 \pm 0.14) \text{ GeV}$, que está $\sim 400 \text{ MeV}$ abaixo do limiar $E_{th}[D B] \simeq 7.15 \text{ GeV}$, indicando portanto que esta molécula forma um estado fortemente ligado. Outro estado molecular fortemente ligado encontrado foi a molécula DB^* (1^+), onde a massa obtida foi de $M_{DB^*} = (6.85 \pm 0.15) \text{ GeV}$, que está $\sim 330 \text{ MeV}$ abaixo do limiar $E_{th}[D B^*] \simeq 7.18 \text{ GeV}$. Esses dois resultados não estão de acordo com o previsto na Ref. [51], que propôs através do modelo de troca de um bóson (Modelo OBE) que ambas as moléculas formariam estados fracamente ligados, com uma energia de ligação da ordem de 10 MeV. Para os demais estados moleculares foram obtidas as massas $M_{D^*B^*} = (7.27 \pm 0.12) \text{ GeV}$ e $M_{D^*B} = (7.16 \pm 0.12) \text{ GeV}$. Considerando as incertezas, esses estados poderiam corresponder a estados fracamente ligados, uma vez que $E_{th}[D^*B^*] \simeq 7.32 \text{ GeV}$ e $E_{th}[D^*B] \simeq 7.29 \text{ GeV}$, o que estaria de acordo com as previsões feitas na Ref. [51] para os estados moleculares D^*B^* (0^+) e D^*B (1^+).

Para os bárions pesados foi utilizado o método da DRSR, que fornece a razão das massas entre dois bárions que diferem apenas pela quebra espontânea da simetria de

SU(3). Para os bárions com um quark pesado (Qqq), conclui-se que:

- foi estimado um valor mais preciso para a razão entre os condensados de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ e $\langle \bar{s}s \rangle$, dados pela constante: $\kappa = 0.738(29)$. Seu valor foi estimado calculando-se a DRSR de bárions que já foram observados experimentalmente. Desta forma, o uso do valor da massa experimental, reduz consideravelmente os erros sistemáticos das regras de soma.
- são feitas as previsões para as massas dos bárions $\Xi'_{c,b}$, Ω_b , Ξ_b^* e Ω_b^* , cujos valores constam na Tabela (4.3).
- o resultado encontrado para o bárion Ω_b : $M_{\Omega_b} = (6075.6 \pm 37.2) \text{ MeV}$ favorece o valor observado experimentalmente pela colaboração CDF [70] e não é compatível com a massa observada pela Colaboração D0 [68].
- um outro ponto interessante consiste nas estimativas das separações hiperfinas dos bárions com um quark pesado. As previsões para as separações $M_{\Omega_b^*} - M_{\Omega_b}$ e $M_{\Xi_b^*} - M_{\Xi_b'}$ estão de acordo, considerando as incertezas, com os resultados obtidos por outros modelos teóricos - ver Tabela (4.4) - como no Modelos de Quarks (QM, do inglês Quark Models) [53] e na Expansão em $1/N_c$ [62]. Contudo, apenas com as regras de soma é possível determinar com maior precisão o seguinte resultado:

$$M_{\Xi_b^*} - M_{\Xi_b} \simeq M_{\Xi_c^*} - M_{\Xi_c}$$

Espera-se que com as futuras descobertas no setor bariônico, como a observação dos bárions Ξ'_b , Ξ_b^* e Ω_b^* , seja possível testar as previsões das QCDSR para as separações hiperfinas dos bárions com um quark pesado.

- analisando ainda as separações hiperfinas, conclui-se com a DRSR que os bárions $\Omega_{c,b}^*$ somente podem decair em canais eletromagnéticos, uma vez que não há espaço de fase para a existência de canais de decaimento hadrônicos. Enquanto que para os bárions $\Xi_{c,b}^*$ esse canal torna-se acessível e o decaimento em píons poderá ser observado. Logo:

$$\Omega_Q^* \rightarrow \Omega_Q + \gamma, \quad \Xi_Q^* \rightarrow \Xi_Q + \pi.$$

- todas essas estimativas para os bárions com um quark pesado (Qqq) servirão como um excelente teste da capacidade do método das regras de soma para prever a massa de estados que ainda não foram observados.

Experimentalmente, somente a colaboração SELEX sustenta a descoberta do primeiro bárion com dois quarks pesados. Este bárion, o Ξ_{cc}^+ (ccd), foi observado no canal de decaimento $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+$, com a massa: $M_{\Xi_{cc}^+} = (3518.9 \pm 0.9) \text{ MeV}$. Espera-se que nos experimentos realizados pelo LHC, muitos dados sobre os bárions pesados estejam disponíveis brevemente. Desta forma, torna-se interessante as estimativas para as massas dos bárions com dois quarks pesados (QQq), utilizando o método da DRSR. Assim, é feito o cálculo para a separação das massas entre os bárions Ξ_{cc}^* e Ξ_{cc} . O valor encontrado de 70 MeV é comparável ao que é estimado por Modelos de Potencial [53, 101], mas é maior do que os 24 MeV obtido em [141]. Já para a separação das massas entre os bárions Ξ_{bb}^* e Ξ_{bb} , também é encontrado um valor que está de acordo com os resultados previstos pelos Modelos de Potencial [53, 101]. Uma outra observação importante é que as separações de massa (4.146) não favorecem o canal de decaimento hadrônico, como por exemplo o $\Xi_{QQ}^* \rightarrow \Xi_{QQ} + \pi's$, uma vez que não há energia suficiente para a produção de píons. Portanto, do ponto de vista da DRSR o bárion Ξ_{QQ}^* deve decair predominantemente no canal eletromagnético: $\Xi_{QQ}^* \rightarrow \Xi_{QQ} + \gamma$.

Futuras descobertas sobre os bárions Ξ_{cc}^* e Ξ_{bb}^* poderão confirmar (ou não) as previsões sobre a existência deste canal de decaimento. Todos os demais resultados calculados com a DRSR para os bárions com dois quarks pesados encontram-se reunidos na Tabela (4.5).

Apêndice A

Relações úteis para as QCDSR

No presente trabalho foram utilizadas as unidades naturais $\hbar = c = 1$, além do uso da notação de Einstein que implica em uma soma sobre índices repetidos em uma equação. A escolha da métrica do espaço-tempo em 4 dimensões, no espaço de Minkowski, foi:

$$ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 \quad (\text{A.1})$$

onde x_0 é a coordenada temporal e $x_i (i = 1, 2, 3)$ são as coordenadas espaciais.

A.1 Grupo SU(N)

O grupo SU(N) é um grupo unitário composto por matrizes de ordem N e $\det = +1$. Todas as matrizes $N \times N$ pertencentes ao grupo SU(N) podem ser representadas por seus $(N^2 - 1)$ geradores. Em particular:

SU(2) $\rightarrow$ os 3 geradores são as matrizes de Pauli

SU(3) $\rightarrow$ os 8 geradores são as matrizes de Gell-Mann

Os geradores do grupo $SU(N)$ satisfazem a seguinte álgebra:

$$[t^A, t^B] = i f^{ABC} t^C \quad (A.2)$$

onde f^{ABC} é a constante de estrutura totalmente antissimétrica do grupo. É possível ainda definir a seguinte relação de anticomutação:

$$\{t^A, t^B\} = d^{ABC} t^C + \frac{1}{3} \delta^{AB} \quad (A.3)$$

onde d^{ABC} é a constante de estrutura totalmente simétrica do grupo. Algumas relações úteis do grupo $SU(N)$ são dadas por:

$$\delta_{aa} = N \quad (A.4)$$

$$f^{ABD} f^{ABD'} = N \delta^{DD'} \equiv C_A \delta^{DD'} \quad (A.5)$$

$$t_{ab}^A t_{bd}^A = \left(\frac{N^2 - 1}{2N} \right) \delta_{ad} \equiv C_F \delta_{ad} \quad (A.6)$$

$$t_{ab}^A t_{cd}^A = \frac{1}{2} \left(\delta_{ad} \delta_{bc} - \frac{1}{N} \delta_{ab} \delta_{cd} \right) \quad (A.7)$$

$$t_{ab}^A t_{cd}^A = C_F \delta_{ab} \delta_{cd} - C_A t_{ac}^A t_{bd}^A \quad (A.8)$$

$$\text{Tr} [t^A] = 0 \quad (A.9)$$

$$\text{Tr} [t^A t^B] = \frac{\delta^{AB}}{2} \quad (A.10)$$

$$\text{Tr} [t^A t^A] = \frac{N^2 - 1}{2} \quad (A.11)$$

os índices romanos maiúsculos denotam os geradores do grupo $SU(N)$, enquanto que os índices romanos minúsculos denotam a carga de cor.

A.2 Álgebra das Matrizes de Dirac

As matrizes de Dirac, γ^μ , satisfazem a seguinte álgebra:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2g_{\mu\nu} \quad (\text{A.12})$$

e satisfazem as seguintes relações:

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4 \quad (\text{A.13})$$

$$\gamma^0 = \gamma^{0T} = \gamma^{0\dagger} \quad (\text{A.14})$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \quad (\text{A.15})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma_\mu = -2\gamma_\alpha \quad (\text{A.16})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\mu = 4g_{\alpha\beta} \quad (\text{A.17})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\rho \gamma_\mu = -2\gamma_\rho \gamma_\beta \gamma_\alpha \quad (\text{A.18})$$

Considere agora as seguintes definições:

$$C = i\gamma^0\gamma^2 \quad (\text{A.19})$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = i(\gamma_\alpha \gamma_\beta - g_{\alpha\beta}) \quad (\text{A.20})$$

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{A.21})$$

de onde é possível demonstrar as propriedades:

$$C^{-1} = C^T = C^\dagger = -C \quad (\text{A.22})$$

$$C \gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu \quad (\text{A.23})$$

$$C \sigma_{\alpha\beta}^T C^{-1} = -\sigma_{\alpha\beta} \quad (\text{A.24})$$

$$C \gamma_5^T C^{-1} = \gamma_5 \quad (\text{A.25})$$

$$C \sigma_{\alpha\beta}^T \gamma_\rho^T C^{-1} = \sigma_{\alpha\beta} \gamma_\rho \quad (\text{A.26})$$

$$C (\gamma_5 \gamma_\alpha)^T C^{-1} = \gamma_5 \gamma_\alpha \quad (\text{A.27})$$

$$\sigma^{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} = 12 \quad (\text{A.28})$$

$$\sigma_{\alpha\beta} \gamma^\mu \sigma^{\alpha\beta} = 0 \quad (\text{A.29})$$

$$\sigma_{\alpha\beta} (\gamma_\mu \gamma_\nu) \sigma^{\alpha\beta} = 16 g_{\mu\nu} - 4 \gamma_\mu \gamma_\nu \quad (\text{A.30})$$

$$\gamma_5 = \gamma_5^T = \gamma_5^\dagger \quad (\text{A.31})$$

$$\gamma_5^2 = 1 \quad (\text{A.32})$$

$$\gamma_5^\dagger = -\gamma^0 \gamma_5 \gamma^0 \quad (\text{A.33})$$

$$\gamma^\mu \gamma_5 \gamma_\mu = -4 \gamma_5 \quad (\text{A.34})$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma_5\} = 0 \quad (\text{A.35})$$

$$[\gamma_5, \sigma_{\alpha\beta}] = 0 \quad (\text{A.36})$$

Os traços envolvendo as matrizes de Dirac e que aparecem durante o cálculo da função de correlação são dados por:

$$\text{Tr} [\hat{1}] = 4 \quad (\text{A.37})$$

$$\text{Tr} [\gamma_5] = 0 \quad (\text{A.38})$$

$$\text{O Traço de um } n^o \text{ ímpar de } \gamma'^s = 0 \quad (\text{A.39})$$

$$\text{Tr} [\gamma_\mu \gamma_\nu] = 4 g_{\mu\nu} \quad (\text{A.40})$$

$$\text{Tr} [\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_5] = 0 \quad (\text{A.41})$$

$$\text{Tr} [\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma] = 4 (g_{\mu\nu} g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho}) \quad (\text{A.42})$$

$$\text{Tr} [\sigma_{\alpha\beta}] = 0 . \quad (\text{A.43})$$

A.3 Técnicas de Integração

A.3.1 Função Delta de Dirac

A função Delta em 4 dimensões, dada por $\delta^{(4)}(x - y)$, é nula em qualquer região do espaço-tempo exceto em $x = y$ e satisfaz:

$$\int d^4x \delta^{(4)}(x - y) = 1 \quad (\text{A.44})$$

$$\int d^4x f(x) \delta^{(4)}(x - y) = f(y) \quad (\text{A.45})$$

A.3.2 Transformada de Fourier

Por convenção, nas transformadas de Fourier, o fator $(2\pi)^4$ está sempre presente no denominador das integrais no momento. Por exemplo:

$$f(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot x} F(p) \quad (\text{A.46})$$

$$F(p) = \int d^4x e^{ip \cdot x} f(x) \quad (\text{A.47})$$

Uma importante identidade que há entre a função Delta de Dirac e a transformada de Fourier é dada por:

$$\delta^{(4)}(x - y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{ip \cdot (x - y)} F(p) \quad (\text{A.48})$$

A.3.3 Rotação de Wick

A rotação de Wick é muito útil para encontrar soluções matemáticas, no espaço de Minkowski, para problemas que são mais simples de serem resolvidos no espaço Euclidiano. As rotações de Wick empregadas para as quadriposições x e para os quadrimomentos p são definidos respectivamente por:

$$\int d^4x = -i \int d^4x_E \quad (\text{A.49})$$

$$\int d^4p = +i \int d^4p_E \quad (\text{A.50})$$

onde o índice $_E$ é utilizado para os quadrivetores que estão no espaço Euclidiano.

A.3.4 Parametrização de Schwinger e Feynman

Uma forma muito útil para resolver as integrais no momento que aparecem do cálculo da função de correlação é por meio das chamadas parametrizações de Schwinger e Feynman.

1. Parametrização de Schwinger:

$$\frac{1}{(M^2 - p^2)^n} = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^{+\infty} d\alpha \alpha^{n-1} e^{-\alpha(M^2 - p^2)} . \quad (\text{A.51})$$

2. Parametrização de Feynman:

$$\frac{1}{a^\alpha b^\beta} = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 dx \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{[(a-b)x + b]^{\alpha+\beta}} . \quad (\text{A.52})$$

A.3.5 Integrais Gaussianas

Um exemplo sobre a aplicação da rotação de Wick é dado pelas integrais gaussianas, que são bem definidas somente no espaço euclidiano. Assim, para calcular a integral:

$$\int d^4x e^{ax^2 + iq \cdot x} \quad (a > 0) . \quad (\text{A.53})$$

é necessário levá-la do espaço de Minkowski para o espaço Euclidiano da seguinte forma:

$$\int d^4x e^{ax^2 + iq \cdot x} \stackrel{\text{Wick}}{=} -i \int d^4x_E e^{-ax_E^2 + iQ \cdot x_E} = -\frac{i\pi^2}{a^2} e^{-\frac{Q^2}{4a}} . \quad (\text{A.54})$$

Um cálculo análogo pode ser feito para demonstrar que:

$$\int d^4p e^{ap^2 - ip \cdot x} \stackrel{\text{Wick}}{=} i \int d^4p_E e^{-ap_E^2 + ip_E \cdot x} = \frac{i\pi^2}{a^2} e^{-\frac{x^2}{4a}}. \quad (\text{A.55})$$

A.3.6 Integrais no Momento

Para calcular a função de correlação é necessário resolver as integrais no momento do tipo:

$$\begin{aligned} \int d^4p \frac{e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - M^2)^k} \\ \int d^4p \frac{p_\mu e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - M^2)^k}. \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

Os resultados destas integrais são obtidos da seguinte forma:

1. Primeira integral: utilizando a parametrização de Schwinger

$$\int d^4p \frac{e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - M^2)^k} = \frac{(-1)^k}{(k-1)!} \int d^4p e^{-ip \cdot x} \int_0^{+\infty} \frac{d\alpha}{\alpha^{1-k}} e^{-\alpha(M^2 - p^2)}.$$

Invertendo as integrais e utilizando a integral gaussiana (A.55):

$$\begin{aligned} \int d^4p \frac{e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - M^2)^k} &= \frac{(-1)^k}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\alpha}{\alpha^{1-k}} e^{-\alpha M^2} \int d^4p e^{\alpha p^2 - ip \cdot x} \\ &= \frac{(-1)^k i \pi^2}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\alpha}{\alpha^{3-k}} e^{-\alpha M^2 + \frac{x^2}{4\alpha}} \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

2. Segunda integral: analogamente obtém-se

$$\int d^4p \frac{p_\mu e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - M^2)^k} = \frac{(-1)^k}{(k-1)!} \int d^4p p_\mu e^{-ip \cdot x} \int_0^{+\infty} \frac{d\beta}{\beta^{1-k}} e^{-\beta(M^2 - p^2)}.$$

A integral no momento pode ser reescrita em termos de uma derivada, logo:

$$\begin{aligned} \int d^4p \frac{p_\mu e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - M^2)^k} &= \frac{(-1)^k i}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\beta}{\beta^{1-k}} e^{-\beta M^2} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\int d^4p e^{\beta p^2 - ip \cdot x} \right] \\ &= \frac{(-1)^{k+1} \pi^2}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\beta}{\beta^{3-k}} e^{-\beta M^2} \frac{\partial}{\partial x^\mu} e^{\frac{x^2}{4\beta}} . \end{aligned}$$

Finalmente, obtém-se:

$$\int d^4p \frac{p_\mu e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - M^2)^k} = \frac{(-1)^{k+1} \pi^2}{2(k-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\beta}{\beta^{4-k}} x_\mu e^{-\beta M^2 + \frac{x^2}{4\beta}} . \quad (\text{A.58})$$

A.3.7 Função Gama $\Gamma(N)$

Nas QCDSR aparecem integrais do tipo:

$$\Gamma_N(Q^2) = \int_0^{+\infty} d\lambda \lambda^N e^{-\lambda f} , \quad (\text{A.59})$$

onde $f \equiv f(Q^2)$ é uma função positiva arbitrária e N é um número inteiro positivo. Essas integrais podem ser escritas em termos da função Gama, através da mudança de variável $u = \lambda f$, logo:

$$\Gamma_N(Q^2) = \frac{1}{f^{N+1}} \int_0^{+\infty} du u^N e^{-u} = \frac{\Gamma(N+1)}{f^{N+1}} , \quad (N > 0) . \quad (\text{A.60})$$

A função Gama, também conhecida como função de Euler, é definida por:

$$\Gamma(N+1) = \int_0^{+\infty} du u^N e^{-u} = N! . \quad (\text{A.61})$$

onde é explicitada sua relação com a função fatorial. A vantagem em utilizar a função Gama é a possibilidade de se fazer a extensão analítica das integrais (A.60) para regiões onde ela é divergente, por exemplo quando se admite valores negativos para N . Convenientemente, utiliza-se a variável n para indicar os valores negativos de N , de tal forma que: $|N| = -n$. Assim, a integral (A.60) pode ser reescrita como:

$$\Gamma_n(Q^2) = f^{n-1} \int_0^{+\infty} \frac{du}{u^n} e^{-u} = f^{n-1} \Gamma(-n+1), \quad (n > 0). \quad (\text{A.62})$$

A extensão analítica da função Gama pode ser feita utilizando a seguinte relação:

$$\Gamma(-n+1) = \frac{1}{(-n+1)} \Gamma(-n+2), \quad (\text{A.63})$$

onde evidentemente há uma divergência quando $n = 1$. Utilizando recursivamente esta relação é possível demonstrar que de fato há divergências para qualquer valor de $n > 0$:

$$\begin{aligned} \Gamma(-n+1) &= \frac{1}{(-n+1)(-n+2)} \Gamma(-n+3) \\ &= \frac{1}{(-n+1)(-n+2)(-n+3)} \Gamma(-n+4) \\ &= \dots \\ &= \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \Gamma(0). \end{aligned} \quad (\text{A.64})$$

Uma expressão muito útil para a função $\Gamma(0)$ é dada pela expansão da função $\Gamma(\epsilon)$, em torno de $\epsilon = 0$, que fornece:

$$\Gamma(0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \Gamma(\epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \mathcal{O}(\epsilon) \right], \quad (\text{A.65})$$

onde $\gamma_E \simeq 0.57723$ é o número de Euler-Mascheroni. Esta expansão permite reescrever a Eq.(A.64) como:

$$\Gamma(-n+1) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \Gamma(\epsilon - n + 1) = \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \mathcal{O}(\epsilon) \right] . \quad (\text{A.66})$$

Desta forma, a integral (A.62) fica dada por:

$$\Gamma_n(Q^2) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} f^{n-1-\epsilon} \Gamma(\epsilon - n + 1) . \quad (\text{A.67})$$

Em seguida, considerando as expansões em torno de $\epsilon = 0$, tem-se:

$$\begin{aligned} \Gamma_n(Q^2) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} f^{n-1} \left[1 - \epsilon \text{Log } f + \mathcal{O}(\epsilon^2) \right] \left[\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \mathcal{O}(\epsilon) \right] \\ &= \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} f^{n-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E - \text{Log } f + \mathcal{O}(\epsilon) \right] . \end{aligned} \quad (\text{A.68})$$

Note que agora a integral contém uma divergência que pode ser removida utilizando a regularização dimensional ($N_\epsilon = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E$). Portanto, o resultado final para a integral (A.62) é dado por:

$$\Gamma_n(Q^2) = \frac{(-1)^n}{(n-1)!} f^{n-1} \text{Log } f . \quad (\text{A.69})$$

Em resumo tem-se os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} d\lambda \lambda^N e^{-\lambda f} &= \frac{N!}{f^{N+1}} , & (N \geq 0) \\ \int_0^{+\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^n} e^{-\lambda f} &= \frac{(-1)^n}{(n-1)!} f^{n-1} \text{Log } f , & (n > 0) \end{aligned}$$

(A.70)

A.3.8 Integral $I_{nml}(Q^2)$

Considere a integral

$$I_{nml}(Q^2) = \int_0^{+\infty} \frac{d\alpha}{\alpha^n} \int_0^{+\infty} \frac{d\beta}{\beta^m} \frac{e^{-M^2(\alpha+\beta) - (\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta})Q^2}}{(\alpha+\beta)^l} . \quad (\text{A.71})$$

Para resolvê-la é necessário fazer as mudanças de variáveis:

$$\alpha = \lambda\alpha', \quad \beta = \lambda(1-\alpha'), \quad \left| \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(\alpha', \lambda)} \right| = \lambda \quad (\text{A.72})$$

que fornece o seguinte resultado:

$$I_{nml}(Q^2) = \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^n(1-\alpha)^m} \int_0^{+\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^{n+m+l-1}} e^{-\lambda[M^2+\alpha(1-\alpha)Q^2]} . \quad (\text{A.73})$$

Por simplicidade, foi omitido o apóstrofe da variável α' . Como visto anteriormente, a integral em λ possui dois resultados que dependem se a potência em λ for positiva ou negativa. Portanto, a integral $I_{nml}(Q^2)$ admite os seguintes resultados:

caso $n + m + l - 1 > 0$:

$$I_{nml}(Q^2) = (-1)^{n+m+l-1} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^n(1-\alpha)^m} \frac{\mathcal{H}_\alpha^{n+m+l-2}}{(n-m-l-2)!} \text{Log } \mathcal{H}_\alpha$$

caso $n + m + l - 1 \leq 0$:

$$I_{nml}^*(Q^2) = \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^n(1-\alpha)^m} \frac{(1-n-m-l)!}{\mathcal{H}_\alpha^{2-n-m-l}}$$

(A.74)

onde foi definida a função $\mathcal{H}_\alpha = M^2 + \alpha(1-\alpha)Q^2$.

A.3.9 Integral $I_{nmkl}(Q^2)$

Uma outra integral de grande interesse nas QCDSR é dada por:

$$I_{nmkl}(Q^2) = \int_0^{+\infty} \frac{d\alpha}{\alpha^n} \int_0^{+\infty} \frac{d\beta}{\beta^m} \int_0^{+\infty} \frac{d\gamma}{\gamma^k} \frac{e^{-M^2(\alpha+\beta) - (\frac{\alpha\beta\gamma}{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha})Q^2}}{(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)^l}. \quad (\text{A.75})$$

Para simplificar esta expressão, é feita a seguinte mudança de variáveis:

$$\alpha = \lambda\alpha', \quad \beta = \lambda\beta', \quad \gamma = \frac{\lambda\alpha'\beta'}{(1-\alpha'-\beta')}, \quad \left| \frac{\partial(\alpha, \beta, \gamma)}{\partial(\alpha', \beta', \lambda)} \right| = \frac{\lambda^2\alpha'\beta'}{(1-\alpha'-\beta')^2} \quad (\text{A.76})$$

que resulta em:

$$I_{nmkl}(Q^2) = \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^{n+k+l-1}} \int_0^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^{m+k+l-1}} (1-\alpha-\beta)^{k+l-2} \int_0^{+\infty} d\lambda \frac{e^{-\lambda[M^2(\alpha+\beta) + \alpha\beta Q^2]}}{\lambda^{n+m+k+2l-2}} \quad (\text{A.77})$$

onde novamente foram omitidos os apóstrofes das variáveis de integração. Note que neste caso a integral em λ também pode ser resolvida, utilizando a função Gama. Logo, a integral $I_{nmkl}(Q^2)$ admite os seguintes resultados:

caso $n + m + k + 2l - 2 > 0$:

$$I_{nmkl}(Q^2) = (-1)^{n+m+k} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^{n+k+l-1}} \int_0^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^{m+k+l-1}} \times \frac{(1-\alpha-\beta)^{k+l-2} \mathcal{F}_{\alpha\beta}^{n+m+k+2l-3}}{(n+m+k+2l-3)!} \text{Log } \mathcal{F}_{\alpha\beta} \quad (\text{A.78})$$

caso $n + m + k + 2l - 2 \leq 0$:

$$I_{nmkl}^*(Q^2) = \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^{n+k+l-1}} \int_0^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^{m+k+l-1}} \frac{(1-\alpha-\beta)^{k+l-2} (2-n-m-k-2l)!}{\mathcal{F}_{\alpha\beta}^{3-n-m-k-2l}}$$

onde foi definida a função $\mathcal{F}_{\alpha\beta} = M^2(\alpha + \beta) + \alpha\beta Q^2$.

A.3.10 Integrais Gaussianas do tipo $G_n(Q^2)$

Considere agora as seguintes integrais gaussianas do tipo:

$$G_n(Q^2) \equiv \int \frac{d^4x}{(x^2)^n} e^{a x^2 + i q \cdot x} \quad (a, n > 0) \quad , \quad (\text{A.79})$$

Para resolvê-las, utilizam-se a rotação de Wick e a parametrização de Schwinger:

$$\begin{aligned} G_n(Q^2) &= -i \int d^4x_E \frac{e^{-a x_E^2 + i Q \cdot x_E}}{(-x_E^2)^n} \\ &= \frac{(-1)^{n+1} i}{(n-1)!} \int d^4x_E e^{i Q \cdot x_E} \int_0^{+\infty} d\delta \delta^{n-1} e^{-(a+\delta)x_E^2} \\ &= \frac{(-1)^{n+1} i}{(n-1)!} \int_0^{+\infty} d\delta \delta^{n-1} \int d^4x_E e^{-(a+\delta)x_E^2 + i Q \cdot x_E} . \end{aligned} \quad (\text{A.80})$$

Completando o quadrado da exponencial, obtém-se:

$$\begin{aligned} G_n(Q^2) &= \frac{(-1)^{n+1} i}{(n-1)!} \int_0^{+\infty} d\delta \delta^{n-1} e^{-\frac{Q^2}{4(a+\delta)}} \int d^4x_E e^{-a \left[x_E + \frac{iQ}{2(a+\delta)} \right]^2} \\ &= \frac{(-1)^{n+1} i \pi^2}{(n-1)!} \int_0^{+\infty} d\delta \frac{\delta^{n-1}}{(a+\delta)^2} e^{-\frac{Q^2}{4(a+\delta)}} . \end{aligned} \quad (\text{A.81})$$

A expressão da integral gaussiana que interessa para os cálculos das QCDSR, é obtida fazendo a seguinte mudança na variável de integração: $\delta = \frac{1}{4\gamma}$, cujo resultado é dado por:

$$G_n(Q^2) = \frac{(-1)^{n+1} 2^{4-2n} i \pi^2}{(n-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\gamma}{\gamma^{n-1}} \frac{1}{(1+4a\gamma)^2} e^{-\left(\frac{\gamma}{1+4a\gamma}\right)Q^2} . \quad (\text{A.82})$$

Considere dois casos particulares que recorrentemente são utilizados:

$$\left(a = \frac{1}{4\alpha} \right) \Rightarrow G_n(Q^2) = \frac{(-1)^{n+1} 2^{4-2n} i \pi^2}{(n-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\gamma}{\gamma^{n-1}} \frac{\alpha^2}{(\alpha+\gamma)^2} e^{-\left(\frac{\alpha\gamma}{\alpha+\gamma}\right)Q^2} \quad (\text{A.83})$$

$$\left(a = \frac{1}{4\alpha} + \frac{1}{4\beta}\right) \Rightarrow$$

$$G_n(Q^2) = \frac{(-1)^{n+1} 2^{4-2n} i\pi^2}{(n-1)!} \int_0^{+\infty} \frac{d\gamma}{\gamma^{n-1}} \frac{\alpha^2 \beta^2}{(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)^2} e^{-\left(\frac{\alpha\beta\gamma}{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}\right)Q^2} \quad (\text{A.84})$$

A.3.11 Integrais Gaussianas do tipo $G_N(Q^2)$

Um outro tipo de integral gaussiana muito utilizada é dada por:

$$G_N(Q^2) \equiv \int d^4x (x^2)^N e^{a x^2 + i q \cdot x} \quad (a, N \geq 0) \quad . \quad (\text{A.85})$$

Além da rotação de Wick e da parametrização de Schwinger, para resolver este tipo de integral é utilizada a expressão (A.54): $G_0(Q^2) = -i \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 e^{-\frac{Q^2}{4a}}$, e a seguinte relação de recorrência:

$$G_N(Q^2) = \frac{\partial}{\partial a} G_{N-1}(Q^2) \quad (\text{A.86})$$

que permitem demonstrar o resultado para a integral:

$$G_N(Q^2) = \frac{(-1)^{N+1} i\pi^2}{a^{N+2}} e^{-\frac{Q^2}{4a}} \sum_{K=0}^N C_{NK} \left(\frac{Q^2}{4a}\right)^K \quad (\text{A.87})$$

onde foram definidas as constantes:

$$C_{NK} = \frac{(-1)^K N!}{K!(N-K)!} \frac{(N+1)!}{(K+1)!} \quad . \quad (\text{A.88})$$

Novamente considere os dois casos particulares para a escolha de a :

$$\left(a = \frac{1}{4\alpha}\right) \Rightarrow (-1)^{N+1} 4^{N+2} i\pi^2 \alpha^{N+2} e^{-\alpha Q^2} \sum_{K=0}^N C_{NK} (\alpha Q^2)^K \quad (\text{A.89})$$

$$\left(a = \frac{1}{4\alpha} + \frac{1}{4\beta}\right) \Rightarrow (-1)^{N+1} i\pi^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{4\alpha\beta}\right)^{N+2} e^{-\left(\frac{\alpha + \beta}{4\alpha\beta}\right)Q^2} \sum_{K=0}^N C_{NK} \left(\frac{\alpha\beta Q^2}{\alpha + \beta}\right)^K \quad (\text{A.90})$$

Apêndice B

Propagador Completo da QCD

Como visto no Capítulo 2, é conveniente introduzir a definição do propagador completo da QCD para incluir as contribuições não perturbativas do vácuo da QCD no formalismo das regras de soma. Sua expressão é dada por:

$$\mathcal{S}^{QCD}(x) = S_{ab}^0 + S_{\alpha\beta}^{GG}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) + \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) + \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{q\bar{q}G}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{\langle G^2 \rangle}(x) \quad (\text{B.1})$$

onde $S_{ab}^0(x)$ e $S_{\alpha\beta}^{GG}(x)$ são, respectivamente, os propagadores perturbativos dos quarks e glúons. Os propagadores não perturbativos são dados por:

$$\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) = \langle 0 | : q_a(x) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle \quad (\text{B.2})$$

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) = \frac{i t_{cd}^N}{2} \int d^4 y S_{ac}^0(x-y) \gamma^\alpha y^\beta S_{db}^0(y) \quad (\text{B.3})$$

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{q\bar{q}G}(x) = \langle 0 | : q_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab}^{\langle G^2 \rangle}(x) &= \frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \\ &\times \iint d^4 y d^4 z y^\rho z^\lambda S_{ae}^0(x-z) \gamma^\beta S_{fc}^0(z-y) \gamma^\alpha S_{db}^0(y) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

e são os responsáveis pela inclusão das contribuições dos condensados de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$, de glúons $\langle g_s^2 G^2 \rangle$ e mistos $\langle \bar{q}Gq \rangle$ na OPE, cujas expressões serão calculadas em seguida.

B.1 Condensados de Quarks e Misto

Como os VEVs são tratados como operadores locais, é razoável admitir pequenos valores de x nos campos dos quarks $q_a(x)$, presentes em (B.2) e (B.4). Fazendo então a expansão em uma série de Taylor, em torno de $x = 0$, obtém-se:

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) &= \langle 0 | : q_a(x) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | : q_a(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + x_\rho \langle 0 | : [\partial^\rho q_a(0)] \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + \frac{1}{2} x_\rho x_\lambda \langle 0 | : [\partial^\rho \partial^\lambda q_a(0)] \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + \dots\end{aligned}\quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{q\bar{q}G}(x) &= \langle 0 | : q_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | : q_a(0) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + x_\rho \langle 0 | : [\partial^\rho q_a(0)] g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + \dots\end{aligned}\quad (\text{B.7})$$

Para o condensado de glúons, a utilização do gauge de Fock-Schwinger já garante o caráter local do operador de campo dos glúons $G_{\alpha\beta}^N(0)$. Como a função de correlação é invariante de gauge, as derivadas ordinárias presentes nessas equações devem ser substituídas por derivadas covariantes: $D_\rho = \partial_\rho - i g_s A_\rho$. Observe que, no gauge de Fock-Schwinger, essa substituição é naturalmente obtida através do seguinte cálculo:

$$x^\rho D_\rho = x^\rho \partial_\rho - i g_s x^\rho A_\rho = x^\rho \partial_\rho + \frac{i g_s G_{\rho\lambda}(0)}{2} x^\rho x^\lambda = x^\rho \partial_\rho \quad (\text{B.8})$$

uma vez que o produto $G_{\rho\lambda}(0) x^\rho x^\lambda = 0$, devido às propriedades de simetria. Assim, os VEVs presentes em (B.2) e (B.4) podem ser reescritos como:

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) &= \langle 0 | : q_a(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + x_\rho \langle 0 | : [D^\rho q_a(x)|_{x=0}] \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle \\ &\quad + \frac{1}{2} x_\rho x_\lambda \langle 0 | : [D^\rho D^\lambda q_a(x)|_{x=0}] \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + \dots\end{aligned}\quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{q\bar{q}G}(x) &= \langle 0 | : q_a(0) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle \\ &\quad + x^\rho \langle 0 | : [D_\rho q_a(x)|_{x=0}] g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle + \dots\end{aligned}\quad (\text{B.10})$$

Figura B.1: a) condensado de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ e b) correções ao propagador proporcionais a massa do quark, onde o símbolo $\times$ indica a expansão em primeira ordem na massa. O baixo momento transferido pelos condensados é representado pelas linhas de momento interrompidas nos diagramas acima.

Como será visto na sequência, resolvendo cada um dos termos da expansão em Taylor das Eqs. (B.9) e (B.10), obtém-se as contribuições do condensado de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ e as do condensado misto $\langle \bar{q}Gq \rangle$.

B.1.1 Condensado de Quarks $\langle \bar{q}q \rangle$

O primeiro termo da expansão (B.9) é dado por:

$$\langle 0 | : q_a^\eta(0) \bar{q}_b^\xi(0) : | 0 \rangle = \mathcal{N}_1 \delta_{ab} \delta^{\eta\xi} \quad (\text{B.11})$$

onde $\mathcal{N}_1$ é um fator de normalização e são explicitados os índices espinoriais η e ξ . Para determinar $\mathcal{N}_1$, multiplica-se ambos os lados da expressão por $\delta^{ab} \delta_{\eta\xi}$ e reordena-se os campos dos quarks, assim:

$$\mathcal{N}_1 = -\frac{1}{12} \langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle \equiv -\frac{1}{12} \langle \bar{q}q \rangle$$

Logo, a contribuição não perturbativa do condensado de quarks é dada por:

$$\mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q}q \rangle}(x) = -\frac{\delta_{ab}}{12} \langle \bar{q}q \rangle \quad . \quad (\text{B.12})$$

O diagrama que representa o termo (B.12) é mostrado na Fig.(B.1a). O valor numérico

de $\langle \bar{q}q \rangle$ pode ser determinado, por exemplo, utilizando a hipótese de PCAC (Corrente Axial Parcialmente Conservada) [143]:

$$\langle \bar{q}q \rangle = -\frac{m_\pi^2 f_\pi^2}{2(m_u + m_d)} \quad (\text{B.13})$$

onde m_u e m_d são as massas dos quarks u e d , m_π e f_π são, respectivamente, a massa e a constante de decaimento do pión. Considerando os valores: $m_\pi = 138$ MeV, $f_\pi = 132$ MeV e os valores usuais para as massas dos quarks: $m_u + m_d \simeq 14$ MeV, obtém-se:

$$\langle \bar{q}q \rangle = -(0.228 \text{ GeV})^3 . \quad (\text{B.14})$$

É interessante notar que, devido a quebra espontânea de simetria do grupo SU(3) há também a necessidade de calcular o condensado de quark $\langle \bar{s}s \rangle$. A expressão do PCAC neste caso é dada por: $m_s \langle \bar{s}s \rangle = -m_K^2 f_K^2$, onde é utilizada as informações sobre o méson K . Nas QCDSR, é introduzido o parâmetro κ que relaciona os valores do condensado de quark leve $q = u, d$ e os do condensado de quark s através de:

$$\kappa = \frac{\langle \bar{s}s \rangle}{\langle \bar{q}q \rangle} . \quad (\text{B.15})$$

Ainda é possível extrair mais informações sobre os condensados de quarks, considerando o VEV do segundo termo da expansão em (B.9), logo:

$$\langle 0 | : D^\rho q_a^\eta(x) |_{x=0} \bar{q}_b^\xi(0) : | 0 \rangle = \mathcal{N}_2 \delta_{ab} (\gamma^\rho)^{\eta\xi} \quad (\text{B.16})$$

multiplicando ambos os lados por $\delta_{ab} (\gamma_\rho)^{\xi\eta}$ e utilizando a equação de Dirac para o campo fermiônico q_a^η : $\not{D} q_a^\eta = -im_q q_a^\eta$, obtém-se o fator de normalização $\mathcal{N}_2$:

$$\mathcal{N}_2 = -\frac{1}{48} \langle \bar{q}_a \not{D} q_a \rangle = \frac{i}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle . \quad (\text{B.17})$$

De acordo com a Eq.(B.9), multiplicando a Eq.(B.16) por x_ρ , obtém-se mais uma contribuição dos condensados de quarks:

$$\mathcal{S}_{ab}^{m\langle\bar{q}q\rangle}(x) = \frac{i \delta_{ab} \not{x}}{48} m_q \langle\bar{q}q\rangle \quad (\text{B.18})$$

onde este termo não irá contribuir no caso particular em que $m_q \rightarrow 0$. O diagrama associado a esta correção, em primeira ordem na massa do quark q , é representado na Fig.(B.1b). Portanto, as contribuições dos condensados de quarks para a função de correlação é calculada utilizando as expressões (B.12) e (B.18).

B.1.2 Condensado Misto $\langle\bar{q}Gq\rangle$

Considere agora o VEV do terceiro termo da expansão (B.9):

$$\langle 0 | : D^\rho D^\lambda q_a^\eta(x)|_{x=0} \bar{q}_b^\xi(0) : | 0 \rangle = \mathcal{N}_3 \delta_{ab} \delta^{\eta\xi} g^{\rho\lambda} . \quad (\text{B.19})$$

Multiplicando ambos os lados da equação por $\delta_{ab} \delta^{\eta\xi} g_{\rho\lambda}$, obtém-se:

$$\mathcal{N}_3 = -\frac{1}{48} \langle \bar{q}_a D^2 q_a \rangle . \quad (\text{B.20})$$

Para calcular a expressão $D^2 q_a$, é utilizada a propriedade do comutador das derivadas covariantes, D_ρ , que satisfaz:

$$[D_\rho, D_\lambda] = -ig_s G_{\rho\lambda} \quad (\text{B.21})$$

onde $G_{\rho\lambda} \equiv t^N G_{\rho\lambda}^N$ é o campo tensorial dos glúons. Após algumas manipulações algébricas, é fácil demonstrar que

$$\begin{aligned} \sigma^{\rho\lambda} [D_\rho, D_\lambda] q_a &= 2i (\not{D}\not{D} - D^2) q_a = -ig_s \sigma^{\rho\lambda} G_{\rho\lambda} q_a \\ \therefore (\not{D}\not{D} - D^2) q_a &= -\frac{1}{2} (g_s \sigma \cdot G q_a) . \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Figura B.2: Propagadores do condensado misto $\langle \bar{q}Gq \rangle$ com correções até primeira ordem na massa do quark leve m_q .

No caso de propagadores de quarks leves, somente são consideradas as contribuições dos termos até primeira ordem na massa do quark leve. Logo, o primeiro termo da Eq.(B.22) pode ser desprezado, uma vez que: $\not{D}\not{D}q_a = -m_q^2 q_a$. Desta forma, obtém-se:

$$D^2 q = \frac{1}{2} (g_s \sigma^{\rho\lambda} G_{\rho\lambda} q) \quad (\text{B.23})$$

que é uma expressão válida somente para os quarks leves. Neste caso, o fator de normalização é determinado por:

$$\mathcal{N}_3 = -\frac{1}{96} \langle \bar{q} g_s \sigma \cdot G q \rangle \equiv -\frac{1}{96} \langle \bar{q} G q \rangle . \quad (\text{B.24})$$

Lembrando ainda que, de acordo com (B.9), para calcular esta contribuição do condensado misto deve-se multiplicar a Eq.(B.19) pelo fator $\frac{1}{2} x_\rho x_\lambda$. Então:

$$\mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q} G q \rangle}(x) = -\frac{x^2 \delta_{ab}}{192} \langle \bar{q} G q \rangle \quad (\text{B.25})$$

Esta expressão é representada na Fig(B.2a) e é válida apenas para os quarks leves, onde a aproximação $m_q \rightarrow 0$ pode ser feita. Usualmente, o condensado misto é expresso em termos do condensado de quarks $\langle \bar{q} q \rangle$, através da relação:

$$\langle \bar{q} G q \rangle = m_0^2 \langle \bar{q} q \rangle \quad (\text{B.26})$$

onde $m_0^2 = 0.8 \text{ GeV}^2$ [20].

Considerando agora o quarto termo da expansão (B.9), obtém-se mais uma importante

contribuição para os condensados mistos:

$$\langle 0 | : D^\rho D^\lambda D^\mu q_a^\eta(x)|_{x=0} \bar{q}_b^\xi(0) : | 0 \rangle = \mathcal{N}_4 \delta_{ab} (g^{\rho\lambda} \gamma^\mu + g^{\mu\lambda} \gamma^\rho + g^{\mu\rho} \gamma^\lambda)^{\eta\xi} \quad (\text{B.27})$$

multiplicando ambos os lados por $g_{\rho\lambda} \delta_{ab} (\gamma_\mu)^{\xi\eta}$ e utilizando a equação de Dirac e a Eq.(B.23), obtém-se:

$$\mathcal{N}_4 = -\frac{1}{3^2 2^5} \langle \bar{q} D^2 \not{D} q \rangle = \frac{i m_q}{3^2 2^6} \langle \bar{q} G q \rangle \quad (\text{B.28})$$

que junto com o fator $\frac{1}{6} x_\rho x_\lambda x_\mu$ multiplicando a Eq.(B.27), fornece a contribuição do condensado misto proporcional à massa do quark:

$$\mathcal{S}_{ab}^{m\langle \bar{q} G q \rangle}(x) = \frac{i \delta_{ab} x^2 \not{x}}{1152} m_q \langle \bar{q} G q \rangle. \quad (\text{B.29})$$

O passo seguinte é considerar os termos da expansão em (B.10), que foram obtidas a partir do VEV: $\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{q\bar{q}G} = \langle 0 | : q_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle$. Neste caso, as contribuições mais relevantes serão àquelas proporcionais ao condensado misto. Uma observação extremamente importante para este VEV é sobre a presença dos índices de Lorentz, α e β , que precisam ser contraídos - na literatura convencionou-se chamar este tipo de contribuição como Contribuição não Fatoráveis. Como analisado no Capítulo 2, ver Eq.(2.22), a contração desses índices é feita com os termos do propagador $\mathcal{S}_{ab,\beta\alpha}^G(x)$ que será calculado mais adiante. Portanto, para lembrar da contração desses índices, uma notação usual para as contribuições não fatoráveis é dada por: $\mathcal{S}^*(x)$.

O primeiro termo da expansão (B.10) é dado por:

$$\langle 0 | : q_a^\eta(0) g_s G_{\alpha\beta}^N \bar{q}_b^\xi(0) : | 0 \rangle = \mathcal{N}_5 (\sigma_{\alpha\beta})^{\eta\xi} t_{ab}^N \quad (\text{B.30})$$

onde o fator $(\sigma_{\alpha\beta})^{\eta\xi}$ é escolhido de forma a preservar a antissimetria de ambos os lados da equação. Contraíndo com $(\sigma^{\alpha\beta})_{\xi\eta} t_{ba}^N$ e reordenando os campos de quarks e glúons,

obtem-se o fator de normalização:

$$\mathcal{N}_5 = -\frac{1}{192} \langle \bar{q} G q \rangle . \quad (\text{B.31})$$

Logo, a contribuição não fatorável para o condensado misto, e que está representada na Fig.(B.2c), é dada por:

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{* \langle \bar{q} G q \rangle}(x) = -\frac{t_{ab}^N \sigma_{\alpha\beta}}{192} \langle \bar{q} G q \rangle . \quad (\text{B.32})$$

Por fim, calcula-se o segundo termo da expansão (B.10):

$$\langle 0 | : D_\rho q_a^\eta(x) |_{x=0} g_s G_{\alpha\beta}^N \bar{q}_b^\xi(0) : | 0 \rangle = \mathcal{N}_6 (\sigma_{\alpha\beta} \gamma_\rho + \gamma_\rho \sigma_{\alpha\beta})^{\eta\xi} t_{ab}^N . \quad (\text{B.33})$$

E multiplicando ambos os lados desta equação por $(\sigma^{\alpha\beta} \gamma^\rho)_{\xi\eta} t_{ba}^N$, obtém-se o fator de normalização:

$$\mathcal{N}_6 = \frac{i m_q}{768} \langle \bar{q} G q \rangle \quad (\text{B.34})$$

De acordo com a Eq.(B.10), é ainda necessário multiplicar esta contribuição pelo fator x^ρ . Logo, a contribuição para o condensado misto proporcional à massa do quark, que está representada pela Fig.(B.2d), é dada por:

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{* m \langle \bar{q} G q \rangle}(x) = \frac{i t_{ab}^N}{768} (\sigma_{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma_{\alpha\beta}) \langle \bar{q} G q \rangle . \quad (\text{B.35})$$

Portanto, as Eqs. (B.12), (B.18), (B.25), (B.29), (B.32) e (B.35) fornecem as correções não perturbativas do vácuo da QCD mais relevantes para os propagadores:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab}^{q\bar{q}}(x) &= \mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q} q \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{m \langle \bar{q} q \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q} G q \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{m \langle \bar{q} G q \rangle}(x) + \dots \\ &= -\frac{\delta_{ab}}{12} \langle \bar{q} q \rangle + \frac{i \delta_{ab} \not{x}}{48} m_q \langle \bar{q} q \rangle - \frac{\delta_{ab} x^2}{192} \langle \bar{q} G q \rangle + \frac{i \delta_{ab} x^2 \not{x}}{1152} m_q \langle \bar{q} G q \rangle + \dots \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{q\bar{q}G}(x) &= \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{* \langle \bar{q} G q \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{* m \langle \bar{q} G q \rangle}(x) + \dots \\ &= -\frac{t_{ab}^N \sigma_{\alpha\beta}}{192} \langle \bar{q} G q \rangle - \frac{i t_{ab}^N}{768} (\sigma_{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma_{\alpha\beta}) m_q \langle \bar{q} G q \rangle + \dots \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

B.2 Emissão de Glúons

O propagador associado a emissão dos glúons, que contribuem para a formação dos condensados $\langle g_s^2 G^2 \rangle$ e $\langle \bar{q} G q \rangle$, é dado pela Eq.(B.3). Sua expressão é similar ao vértice de interação de quarks e glúons na QCD perturbativa, contudo o campo dos glúons é calculado no gauge de Fock-Schwinger. Desta forma, tem-se:

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) = \frac{i t_{cd}^N}{2} \int d^4 y S_{ac}^0(x-y) \gamma^\alpha y^\beta S_{db}^0(y) \quad (\text{B.38})$$

Levando os propagadores perturbativos dos quarks $S_{ab}^0(x)$ para o espaço dos momentos, obtém-se:

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) = \frac{i t_{cd}^N}{2} \iiint d^4 y \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot (x-y)} e^{-ip_2 \cdot y} \left[\frac{i \delta_{ac}(\not{p}_1 + m_q)}{p_1^2 - m_q^2} \right] \gamma^\alpha y^\beta \left[\frac{i \delta_{db}(\not{p}_2 + m_q)}{p_2^2 - m_q^2} \right]$$

Por simplicidade, ao longo do texto foram omitidos os termos infinitesimais $i\epsilon$ nos denominadores dos propagadores. Prosseguindo:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) &= -\frac{i t_{ab}^N}{2} \iint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} \frac{\not{p}_1 + m_q}{p_1^2 - m_q^2} \cdot \gamma^\alpha \cdot \frac{\not{p}_2 + m_q}{p_2^2 - m_q^2} \int \frac{d^4 y}{(2\pi)^4} y^\beta e^{iy \cdot (p_1 - p_2)} \\ &= -\frac{i t_{ab}^N}{2} \iint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} \frac{\not{p}_1 + m_q}{p_1^2 - m_q^2} \cdot \gamma^\alpha \cdot \frac{\not{p}_2 + m_q}{p_2^2 - m_q^2} \left(i \frac{\partial}{\partial p_2} \right)^\beta \delta^{(4)}(p_1 - p_2) \\ &= -\frac{t_{ab}^N}{2} \iint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} \delta^{(4)}(p_1 - p_2) \frac{\not{p}_1 + m_q}{p_1^2 - m_q^2} \cdot \gamma^\alpha \cdot \left(\frac{\partial}{\partial p_2} \right)^\beta \frac{\not{p}_2 + m_q}{p_2^2 - m_q^2} \\ &= -\frac{t_{ab}^N}{2} \iint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} \delta^{(4)}(p_1 - p_2) \frac{\not{p}_1 + m_q}{p_1^2 - m_q^2} \cdot \gamma^\alpha \cdot \left[\frac{\gamma^\beta}{p_2^2 - m_q^2} - \frac{2(\not{p}_2 + m_q)p_2^\beta}{(p_2^2 - m_q^2)^2} \right] \\ &= -\frac{t_{ab}^N}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - m_q^2)^2} (\not{p} + m_q) \cdot \left[\gamma^\alpha \gamma^\beta - \frac{2\gamma^\alpha p^\beta (\not{p} + m_q)}{p^2 - m_q^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

Um detalhe muito importante é que o propagador $\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x)$ sempre deve estar associado ao campo tensorial totalmente antissimétrico dos glúons $G_{\alpha\beta}^N$, de forma que os seus índices livres de Lorentz, α e β , possam ser contraídos. Logo, uma série de simplificações pode

ser feita devido à presença de $G_{\alpha\beta}^N(0)$, isto porque, somente os termos antissimétricos na troca de $\alpha \leftrightarrow \beta$ contribuirão para a integral acima. Rearranjando os termos da integral através das relações:

$$(\not{p} + m_q)\gamma^\alpha p^\beta(\not{p} + m_q) = -\gamma^\alpha p^\beta(p^2 - m_q^2) + 2p^\alpha p^\beta(\not{p} + m_q) \quad (\text{B.40})$$

$$\gamma^\alpha p^\beta = \frac{1}{2}(\gamma^\alpha p^\beta - \gamma^\beta p^\alpha) + \frac{1}{2}(\gamma^\alpha p^\beta + \gamma^\beta p^\alpha) \quad (\text{B.41})$$

$$\gamma^\alpha p^\beta - \gamma^\beta p^\alpha = \frac{1}{2}(\gamma^\alpha \gamma^\beta \not{p} - \not{p} \gamma^\alpha \gamma^\beta) \quad (\text{B.42})$$

obtém-se a expressão:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) &= -\frac{t_{ab}^N}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - m_q^2)^2} [(\not{p} + m_q)\gamma^\alpha \gamma^\beta + \gamma^\alpha p^\beta - \gamma^\beta p^\alpha] \\ &= -\frac{t_{ab}^N}{4} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - m_q^2)^2} [\gamma^\alpha \gamma^\beta (\not{p} + m_q) + (\not{p} + m_q)\gamma^\alpha \gamma^\beta] \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

Ainda utilizando as relações de simetria, é conveniente reescrever o propagador em termos da grandeza $\sigma^{\alpha\beta} = i(\gamma^\alpha \gamma^\beta - g^{\alpha\beta})$, sabendo que:

$$G_{\alpha\beta}^N(0) \gamma^\alpha \gamma^\beta = G_{\alpha\beta}^N(0) i\sigma^{\alpha\beta}. \quad (\text{B.44})$$

portanto é possível fazer a troca $\gamma^\alpha \gamma^\beta \rightarrow i\sigma^{\alpha\beta}$ na expressão do propagador $\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x)$. Finalmente, obtém-se a expressão final, no espaço das coordenadas, como:

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) = -\frac{i t_{ab}^N}{4} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot x} \left[\frac{\sigma^{\alpha\beta}(\not{p} + m_q) + (\not{p} + m_q)\sigma^{\alpha\beta}}{(p^2 - m_q^2)^2} \right] \quad (\text{B.45})$$

e, utilizando a definição da Transformada de Fourier, obtém-se no espaço dos momentos:

$$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(p) = -\frac{i t_{ab}^N}{4} \left[\frac{\sigma^{\alpha\beta}(\not{p} + m_q) + (\not{p} + m_q)\sigma^{\alpha\beta}}{(p^2 - m_q^2)^2} \right] \quad (\text{B.46})$$

Note ainda que é possível fazer mais uma simplificação, tomando-se o limite em que

Figura B.3: Representação dos propagadores **a)** de emissão de glúons e **b)** do condensado de glúons $\langle g_s^2 G^2 \rangle$.

as massas dos quarks são muito pequenas, o que é uma boa aproximação para os quarks com isospin u e d e para o quark estranho s .

B.2.1 Limite $m_q \rightarrow 0$

Quando os propagadores contém apenas quarks leves (u , d e s), é conveniente fazer a aproximação no limite em que $m_q \rightarrow 0$ para resolver a integral no momento contida na equação (B.45). Logo:

$$\tilde{\mathcal{S}}_{ab,\alpha\beta}^G(x) \equiv \lim_{m_q \rightarrow 0} \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) = -\frac{i t_{ab}^N}{4} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot x} \left[\frac{\sigma^{\alpha\beta} \not{p} + \not{p} \sigma^{\alpha\beta}}{p^4} \right] \quad (\text{B.47})$$

Utilizando o resultado da integral abaixo:

$$\int d^4 p \frac{\not{p} e^{-ip \cdot x}}{p^4} = \frac{2\pi^2 \not{x}}{x^2} \quad (\text{B.48})$$

é possível demonstrar que:

$$\tilde{\mathcal{S}}_{ab,\alpha\beta}^G(x) = -\frac{i t_{ab}^N}{32\pi^2 x^2} (\sigma^{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma^{\alpha\beta}) , \quad (\text{B.49})$$

que é a expressão utilizada quando a emissão de glúons é feita por quarks leves.

B.3 Condensado de Glúons

Como visto no Capítulo 2, no caso da corrente escalar, as contribuições não perturbativas devido aos condensados de glúons são obtidas a partir da Eq.(2.28):

$$\begin{aligned} \Pi^{(2)}(x) = & \Pi_{NLO}^{(2)}(x) + \text{Tr} \left[\mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) S_{ba}^0(-x) \right] + \text{Tr} \left[S_{ab}^0(x) \mathcal{S}_{ba}^{(G^2)}(-x) \right] \\ & + \frac{1}{2} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \text{Tr} \left[\mathcal{S}_{ab,\alpha\rho}^G(x) \mathcal{S}_{ba,\beta\lambda}^G(-x) \right] . \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

Note que o último traço contém os propagadores $\mathcal{S}_{ab,\alpha\rho}^G(x)$, que já foram calculados na seção anterior. Em uma teoria perturbativa, este termo estaria relacionado aos diagramas de troca de glúons entre dois quarks. Contudo, devido a presença do VEV: $\langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle$, os glúons trocados irão de fato contribuir para a formação do condensado de glúons. Uma relação muito importante que este VEV dos campos dos glúons satisfaz é dada por:

$$\langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle = \frac{\delta^{NM}}{96} (g_{\alpha\beta} g_{\rho\lambda} - g_{\alpha\lambda} g_{\rho\beta}) \langle g_s^2 G^2 \rangle . \quad (\text{B.51})$$

Com esta relação, é possível então calcular a contribuição dos condensados de glúons que são formados por glúons emitidos por dois quarks distintos.

As outras contribuições dadas pelos dois primeiros traços da Eq.(B.50), contém o propagador $\mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}$, definido por:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) = & \frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \\ & \times \iint d^4y d^4z y^\rho z^\lambda S_{ae}^0(x-z) \gamma^\beta S_{fc}^0(z-y) \gamma^\alpha S_{db}^0(y) \end{aligned} \quad (\text{B.52})$$

Fazendo a Transformada de Fourier dos propagadores dos quarks livres $S^0(x)$, levando-os para o espaço dos momentos, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}_{ab}^{(G^2)}(x) &= \frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \iiint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} S_{ae}^0(p_1) \gamma^\beta \\
&\quad \times S_{fc}^0(p_2) \gamma^\alpha S_{db}^0(p_3) \int \frac{d^4 y}{(2\pi)^4} y^\rho e^{i(p_2 - p_3) \cdot y} \int \frac{d^4 z}{(2\pi)^4} z^\lambda e^{i(p_1 - p_2) \cdot z} \\
&= \frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \iiint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} S_{ae}^0(p_1) \gamma^\beta \\
&\quad \times S_{fc}^0(p_2) \gamma^\alpha S_{db}^0(p_3) \left(i \frac{\partial}{\partial p_3} \right)^\rho \left[\delta^{(4)}(p_3 - p_2) \right] \left(i \frac{\partial}{\partial p_2} \right)^\lambda \left[\delta^{(4)}(p_2 - p_1) \right] \\
&= -\frac{t_{cd}^N t_{ef}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \iiint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3}{(2\pi)^4} e^{-ip_1 \cdot x} S_{ae}^0(p_1) \gamma^\beta \\
&\quad \times \delta^{(4)}(p_3 - p_2) \delta^{(4)}(p_2 - p_1) \left(\frac{\partial}{\partial p_2} \right)^\lambda \left(\frac{\partial}{\partial p_3} \right)^\rho \left[S_{fc}^0(p_2) \gamma^\alpha S_{db}^0(p_3) \right]. \quad (\text{B.53})
\end{aligned}$$

Para resolver esta equação, é necessário utilizar a expressão da derivada do propagador:

$$\left(\frac{\partial}{\partial p} \right)^\alpha S_{ab}^0(p) = \frac{i \delta_{ab}}{p^2 - m_Q^2} \left[\gamma^\alpha - \frac{2(\not{p} + m_Q)}{p^2 - m_Q^2} p^\alpha \right] \quad (\text{B.54})$$

que permite resolver as integrais em função da Delta de Dirac. Logo:

$$\begin{aligned}
&= -\frac{i t_{cb}^N t_{ac}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \iiint \frac{d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3}{(2\pi)^4 (p_1^2 - m_Q^2)(p_2^2 - m_Q^2)(p_3^2 - m_Q^2)} e^{-ip_1 \cdot x} \\
&\quad \times (\not{p}_1 + m_Q) \gamma^\beta \left[\gamma^\lambda - \frac{2(\not{p}_2 + m_Q)}{p_2^2 - m_Q^2} p_2^\lambda \right] \gamma^\alpha \left[\gamma^\rho - \frac{2(\not{p}_3 + m_Q)}{p_3^2 - m_Q^2} p_3^\rho \right] \delta^{(4)}(p_3 - p_2) \delta^{(4)}(p_2 - p_1) \\
&= -\frac{i t_{cb}^N t_{ac}^M}{8} \langle 0 | : g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0) : | 0 \rangle \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4 (p^2 - m_Q^2)^3} e^{-ip \cdot x} (\not{p} + m_Q) \gamma^\beta \\
&\quad \times \left[\gamma^\lambda - \frac{2(\not{p} + m_Q)}{p^2 - m_Q^2} p^\lambda \right] \gamma^\alpha \left[\gamma^\rho - \frac{2(\not{p} + m_Q)}{p^2 - m_Q^2} p^\rho \right]. \quad (\text{B.55})
\end{aligned}$$

Este resultado pode ser simplificado utilizando novamente os argumentos de simetria, as relações (B.40), (B.41) e (B.42) para as matrizes de Dirac e a relação (B.51) para o campo dos glúons que formarão os condensados. Após algumas manipulações algébricas,

obtem-se o resultado:

$$\mathcal{S}_{ab}^{\langle G^2 \rangle}(x) = \frac{i \delta_{ab}}{12} m_Q \langle g_s^2 G^2 \rangle \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{(p^2 - m_Q^2)^3} \left[1 + \frac{m_Q(\not{p} + m_Q)}{(p^2 - m_Q^2)} \right] .$$

Portanto, no espaço dos momentos, a expressão do propagador do condensado de glúons é dado por:

$$\mathcal{S}_{ab}^{\langle G^2 \rangle}(p) = \frac{i \delta_{ab}}{12(p^2 - m_Q^2)^3} \left[1 + \frac{m_Q(\not{p} + m_Q)}{(p^2 - m_Q^2)} \right] m_Q \langle g_s^2 G^2 \rangle . \quad (\text{B.56})$$

que claramente não contribui no caso limite em que $m_Q \rightarrow 0$.

O condensado de glúons foi primeiramente estimado em análises de decaimento leptônico dos mésons, ρ e ϕ , e de análises do espectro do charmonium através das regras de soma. Seu valor numérico é estimado em [19, 20]:

$$\langle g_s^2 G^2 \rangle = 0.88 \text{ GeV}^4 . \quad (\text{B.57})$$

Embora seja possível considerar mais termos no propagador completo da QCD (B.1), é preciso levar em conta a relevância destes termos para a OPE, uma vez que os condensados de dimensão mais alta vão se tornando cada vez mais difíceis de serem calculados. Sabendo que, para a grande maioria das regras de soma já feitas, os condensados de quarks, de glúons e o misto representam a parte mais importante das contribuições não perturbativas da OPE, então é muito conveniente truncá-la a partir dos condensados mistos. Contudo, em alguns casos que serão analisados posteriormente, a inclusão da contribuição dos condensados de dimensão $d = 6$, como por exemplo, o condensado de quatro quarks $\langle \bar{q}q \rangle^2$ e o triplo de glúons $\langle g_s^3 G^3 \rangle$, pode melhorar a convergência da OPE e garantir um resultado mais confiável para as QCDSR.

B.4 Resumo das Contribuições

Por fim, estão resumidas respectivamente nas Tabelas (B.1) e (B.2) os termos do propagador completo da QCD, calculado na seção anterior. Para os quarks pesados, no espaço dos momentos, tem-se:

$$\mathcal{S}_{ab}^Q(p) = S_{ab}^0(p) + S_{\alpha\beta}^{GG}(p) + \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(p) + \mathcal{S}_{ab}^{\langle G^2 \rangle}(p) + \mathcal{S}_{ab}^{\langle G^3 \rangle}(p) + \dots \quad (\text{B.58})$$

e para os quarks leves, no espaço das coordenadas:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab}^q(x) = & S_{ab}^0(x) + S_{ab}^m(x) + \mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q}q \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{m\langle \bar{q}q \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab}^{m\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) \\ & + \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) + \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{*\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) + \mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{*m\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) + \dots \end{aligned} \quad (\text{B.59})$$

Assim como as Regras de Feynman fornecem as peças fundamentais para a construção dos diagramas na QED, o conjunto dessas expressões também permite a construção dos diagramas mais relevantes para as regras de soma da QCD.

Tabela B.1: Propagador completo da QCD para os quarks pesados.

Representação
$S_{ab}^0(p) = \frac{i \delta_{ab} (\not{p} + m_Q)}{p^2 - m_Q^2}$
$S_{\alpha\beta}^{GG}(p) = -\frac{i g_{\alpha\beta}}{p^2}$
$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^G(p) = -\frac{i t_{ab}^N}{4} \left[\frac{\sigma^{\alpha\beta} (\not{p} + m_Q) + (\not{p} + m_Q) \sigma^{\alpha\beta}}{(p^2 - m_Q^2)^2} \right]$
$\mathcal{S}_{ab}^{\langle G^2 \rangle}(p) = \frac{i \delta_{ab}}{12(p^2 - m_Q^2)^3} \left[1 + \frac{m_Q (\not{p} + m_Q)}{(p^2 - m_Q^2)} \right] m_Q \langle g_s^2 G^2 \rangle$
$\mathcal{S}_{ab}^{\langle G^3 \rangle}(p) = \frac{i \delta_{ab}}{48} \left[\frac{(\not{p} + m_Q) [\not{p}(p^2 - 3m_Q^2) + 2m_Q(2p^2 - m_Q^2)] (\not{p} + m_Q)}{(p^2 - m_Q^2)^6} \right] \langle g_s^3 G^3 \rangle$

Tabela B.2: Propagador completo da QCD para os quarks leves.

Representação	
	$S_{ab}^0(x) = \frac{i \delta_{ab} \not{x}}{2\pi^2 x^4}$
	$S_{ab}^m(x) = -\frac{\delta_{ab} m_q}{4\pi^2 x^2}$
	$\tilde{S}_{ab,\alpha\beta}^G(x) = -\frac{i t_{ab}^N}{32\pi^2 x^2} (\sigma_{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma_{\alpha\beta})$
	$\mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q}q \rangle}(x) = -\frac{\delta_{ab}}{12} \langle \bar{q}q \rangle$
	$\mathcal{S}_{ab}^{m\langle \bar{q}q \rangle}(x) = \frac{i \delta_{ab} \not{x}}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle$
	$\mathcal{S}_{ab}^{\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) = -\frac{\delta_{ab} x^2}{192} \langle \bar{q}Gq \rangle$
	$\mathcal{S}_{ab}^{m\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) = \frac{i \delta_{ab} x^2 \not{x}}{1152} m_q \langle \bar{q}Gq \rangle$
	$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{*\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) = -\frac{i t_{ab}^N}{768} (\sigma_{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma_{\alpha\beta}) \langle \bar{q}Gq \rangle$
	$\mathcal{S}_{ab,\alpha\beta}^{*m\langle \bar{q}Gq \rangle}(x) = \frac{i t_{ab}^N}{768} (\sigma_{\alpha\beta} \not{x} + \not{x} \sigma_{\alpha\beta}) \langle \bar{q}Gq \rangle$

Lista de Figuras

1.1	Distribuição da massa invariante dos sistemas [13, 14]: a) $J/\psi \pi^+ \pi^-$ e b) $\psi(2S) \pi^+ \pi^-$ obtidos em processos ISR.	5
1.2	Distribuição da massa invariante do dipíon nos decaimentos [24]: $Y(4260) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ (esquerda), $Y(4360) \rightarrow \psi(2S) \pi^+ \pi^-$ (centro) e $Y(4660) \rightarrow \psi(2S) \pi^+ \pi^-$ (direita). . . .	6
1.3	Evidências da observação da partícula $Y(4140)$ pela colaboração Belle [30]. Uma das curvas (azul) representa o background esperado composto por mésons K ($M_{KK} \simeq 1.0 \text{ GeV}$), enquanto que a outra curva (vermelha) é o ajuste aos eventos experimentais observados.	8
1.4	Distribuição da massa invariante do sistema $J/\psi \phi$ [42].	10
2.1	Representação da função de correlação (a) de dois pontos e (b) de três pontos.	18
2.2	Diagramas associados à função $\Pi^{(0)}(x)$ da corrente escalar $j(x) = \bar{q}_a(x)q_a(x)$, onde o primeiro diagrama é a contribuição perturbativa e os demais diagramas representam os efeitos não perturbativos do vácuo da QCD. As bolhas cinzas dão origem aos condensados formados pelo VEV do campo dos quarks: $\langle 0 : q_a(x) \bar{q}_b(0) : 0 \rangle$	24
2.3	Diagramas associados à função $\Pi^{(1)}(x)$ da corrente escalar $j(x) = \bar{q}_a(x)q_a(x)$, onde as bolhas cinzas representam as contribuições não perturbativas do vácuo da QCD, relacionadas aos condensados formados pelo VEV do campo dos quarks e glúons: $\langle 0 : q_a(x) g_s G_{\alpha\beta}^N(0) \bar{q}_b(0) : 0 \rangle$	25

- 2.4 Diagramas associados à função $\Pi^{(2)}(x)$ da corrente escalar $j(x) = \bar{q}_a(x)q_a(x)$. Os três primeiros diagramas fornecem as contribuições NLO, dadas pela função $\Pi_{NLO}^{(2)}$. Os últimos três diagramas, que contém as bolhas cinzas, fornecem as contribuições não perturbativas do vácuo da QCD, relacionadas aos condensados formados pelo VEV do campo glúons: $\langle 0|:g_s^2 G_{\alpha\rho}^N(0) G_{\beta\lambda}^M(0):|0\rangle$ 27
- 2.5 Comportamento esperado para a curva da massa obtida com as QCDSR. Por definição, a janela de Borel é a região onde há estabilidade em função de τ , dominância da contribuição do polo e uma boa convergência da OPE. O ponto que define o início da dominância do polo sobre o contínuo é dado por τ_{min} e o ponto a partir do qual não se pode mais garantir uma boa convergência da OPE é dado por τ_{max} . A massa do hádron M_H é extraída do ponto de estabilidade dentro da janela de Borel. 37
- 3.1 Representação da contribuição perturbativa do estado molecular $D_s^* \bar{D}_s^*$ 45
- 3.2 Molécula $D_s^* \bar{D}_s^* (0^{++})$, considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23 \text{ GeV}$.
(a) Convergência da OPE na região $0.30 \leq \tau \leq 0.55 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 4.60 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{s}s \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{s}G s \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}G s \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 4.60 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 49

- 3.3 Molécula $D^* \bar{D}^* (0^{++})$, considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23 \text{ GeV}$.
(a) Convergência da OPE na região $0.23 \leq \tau \leq 0.52 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 4.60 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{q}q \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{q}Gq \rangle$, $+\langle \bar{q}q \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 4.60 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 51
- 3.4 Razão entre as massas dos estados moleculares $D_s^* \bar{D}_s^*$ e $D^* \bar{D}^*$, para $\sqrt{t_c} = 4.60 \text{ GeV}$. . . 52
- 3.5 Molécula $D_s^* \bar{D}_{s0}^* (1^{-+})$, considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23 \text{ GeV}$.
(a) Convergência da OPE na região $0.17 \leq \tau \leq 0.43 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 5.40 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{s}s \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{s}Gs \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{s}Gs \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.40 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 56
- 3.6 Molécula $D^* \bar{D}_0^* (1^{-+})$, considerados os termos da OPE até dimensão 8 e $m_c = 1.23 \text{ GeV}$.
(a) Convergência da OPE na região $0.17 \leq \tau \leq 0.43 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 5.30 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{q}q \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{q}Gq \rangle$, $+\langle \bar{q}q \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.30 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 58

- 3.7 Massa da molécula $D^*\bar{D}_0^*$ (1^{--}), calculada com as QCDSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: **(a)** em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. **(b)** em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ . Aqui também são mostrados os resultados obtidos com as FESR, com $n = 1$ 62
- 3.8 Razão entre as massas dos estados moleculares $D_s^*\bar{D}_{s0}^*$ (1^{--}) e $D^*\bar{D}_0^*$ (1^{--}), calculada com a DRSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: **(a)** em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. **(b)** em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ 63
- 3.9 Massa da molécula $D_0^*\bar{D}_0^*$ (0^{++}), calculada com as QCDSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: **(a)** em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. **(b)** em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ . Aqui também são mostrados os resultados obtidos com as FESR, com $n = 1$ 67
- 3.10 Razão entre as massas dos estados moleculares $D_{s0}^*\bar{D}_{s0}^*$ (0^{++}) e $D_0^*\bar{D}_0^*$ (0^{++}), calculada com a DRSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.26$ GeV: **(a)** em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. **(b)** em função de $\sqrt{t_c}$, obtida com os pontos de estabilidade em τ 68
- 3.11 Resultados para as moléculas $B^*\bar{B}_0^*$ (1^{--}) e $B_0^*\bar{B}_0^*$ (1^{--}), calculados com as QCDSR e considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_b = 4.17$ GeV: **(a)** e **(b)** em função de τ , para diferentes valores do limiar do contínuo $\sqrt{t_c}$. **(c)** e **(d)** em função de $\sqrt{t_c}$, obtidas com os respectivos pontos de estabilidade em τ . Aqui também são mostrados os resultados obtidos com as FESR, com $n = 1$ 69
- 3.12 Razões entre as massas dos estados $B_{s0}^*\bar{B}_{s0}^*$ (0^{++}) e $B_0^*\bar{B}_0^*$ (0^{++}) calculadas com a DRSR, considerando as contribuições da OPE até dimensão 6, a massa do running $m_b = 4.17$ GeV e apresentadas em função de $\sqrt{t_c}$, obtidas com os pontos de estabilidade em τ : **(a)** $M_{B_s^*\bar{B}_{s0}^*}/M_{B^*\bar{B}_0^*}$ e **(b)** $M_{B_{s0}^*\bar{B}_{s0}^*}/M_{B_0^*\bar{B}_0^*}$ 70

- 3.13 Molécula $J/\psi f_0(980)$ em uma configuração singleto de cor, considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.23 \text{ GeV}$. **(a)** Convergência da OPE na região $0.17 \leq \tau \leq 0.43 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 5.10 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{s}s \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{s}Gs \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.10 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 74
- 3.14 Molécula $J/\psi f_0(980)$ em uma configuração octeto de cor, considerados os termos da OPE até dimensão 6 e $m_c = 1.23 \text{ GeV}$. **(a)** Convergência da OPE na região $0.12 \leq \tau \leq 0.43 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 5.50 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{s}s \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{s}Gs \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 5.50 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 76
- 3.15 Molécula $DB(0^+)$, considerados os termos da OPE até dimensão 8, $m_c = 1.23 \text{ GeV}$ e $m_b = 4.24 \text{ GeV}$. **(a)** Convergência da OPE na região $0.14 \leq \tau \leq 0.36 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 7.20 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle \bar{q}q \rangle$, $+\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $+\langle \bar{q}Gq \rangle$, $+\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ e $+\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 7.20 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 84

- 3.16 Molécula $DB(0^+)$, considerados os termos da OPE até dimensão 6, $m_c = 1.23 \text{ GeV}$ e $m_b = 4.24 \text{ GeV}$. **(a)** Convergência da OPE na região $0.19 \leq \tau \leq 0.27 \text{ GeV}^{-2}$ para $\sqrt{t_c} = 7.20 \text{ GeV}$. As curvas mostram as contribuições relativas da OPE iniciando somente com as contribuições perturbativas e em seguida é adicionado uma por uma as contribuições dos demais condensados: $+\langle\bar{q}q\rangle$, $+\langle g_s^2 G^2\rangle$, $+\langle\bar{q}Gq\rangle$, $+\langle\bar{s}s\rangle^2 + \langle G^3\rangle$. **(b)** Contribuições relativas do pólo e do contínuo, para $\sqrt{t_c} = 7.20 \text{ GeV}$. **(c)** A massa em função do parâmetro da regra de soma τ , para diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 85
- 3.17 A massa em função de τ , considerados os termos da OPE até dimensão 8, $m_c = 1.23 \text{ GeV}$, $m_b = 4.24 \text{ GeV}$ e diferentes valores de $\sqrt{t_c}$. **(a)** para o estado molecular $D^*B^*(0^+)$. **(b)** para o estado molecular $D^*B(1^+)$. **(c)** para o estado molecular $DB^*(1^+)$. Em cada curva, a região limitada pelos parênteses indica uma Janela de Borel válida. 91
- 4.1 Ξ_c/Λ_c : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.35 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 0.35 \text{ GeV}^{-2}$ 99
- 4.2 Ω_c/Σ_c : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.60 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 15.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$ 103
- 4.3 Ω_b/Σ_b : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$ 105

- 4.4 Ξ'_c/Σ_c : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.9 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = -0.4$ e $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = -0.4$ e $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$ 109
- 4.5 Ξ'_b/Σ_b : **a)** DRSR em função do parâmetro b dados $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de τ para $b = 0$ e $t_c = 60.0 \text{ GeV}^2$; **c)** DRSR em função de t_c para $b = 0$ e $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ 110
- 4.6 Ξ_c^*/Σ_c^* : **a)** DRSR em função do parâmetro τ dado $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de t_c para $\tau = 0.9 \text{ GeV}^{-2}$ 113
- 4.7 Ω_c^*/Σ_c^* : **a)** DRSR em função do parâmetro τ dado $t_c = 14.0 \text{ GeV}^2$, onde r_1^{sq} é a curva pontilhada-tracejada (azul), r_2^{sq} é a curva pontilhada (verde) e r_{21}^{sq} é a curva contínua (vermelha); **b)** DRSR em função de t_c para $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$ 116
- 4.8 DRSR Ω_{cc}/Ξ_{cc} : **a)** em função do parâmetro τ , dados $b = -0.35$ e $t_c = 12.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(cc)$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{sq}(cc)$ é a curva contínua (verde). **b)** em função de t_c para $b = -0.35$ e $\tau = 1.0 \text{ GeV}^{-2}$ 123
- 4.9 DRSR Ω_{bb}/Ξ_{bb} : **a)** em função do parâmetro τ dados $b = -0.35$ e $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(bb)$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha). **b)** em função de t_c para $b = -0.35$ e $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ 124
- 4.10 DRSR Ξ_{cc}^*/Ξ_{cc} : **a)** em função do parâmetro b , dados $\tau = 0.8 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 25.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{3/1}$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha), $r_2^{3/1}$ é a curva contínua (verde) e $r_{21}^{3/1}$ é a curva pontilhada (azul); **b)** em função de τ para $b = -0.35$ e $t_c = 25.0 \text{ GeV}^2$; **c)** em função de t_c , para $b = -0.35$ e $\tau = 0.8 \text{ GeV}^{-2}$ 127
- 4.11 DRSR Ξ_{bb}^*/Ξ_{bb} : **a)** em função do parâmetro τ , dados $b = -0.35$ e $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{3/1}$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha), $r_2^{3/1}$ é a curva contínua (verde) e $r_{21}^{3/1}$ é a curva pontilhada (azul); **b)** em função de t_c para $b = -0.35$ e $\tau = 0.6 \text{ GeV}^{-2}$. . . 128

- 4.12 NLO DRSR: **a)** Ξ_{cc}^*/Ξ_{cc} em função do parâmetro τ dados $b = -0.35$ e $t_c = 25.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{3/1}$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{3/1}$ é a curva contínua (verde);
b) Ξ_{bb}^*/Ξ_{bb} em função de τ para $b = -0.35$ e $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$ 129
- 4.13 DRSR Ω_{cc}^*/Ξ_{cc}^* : **a)** em função do parâmetro τ dado $t_c = 25 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(cc)^*$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{sq}(cc)^*$ é a curva contínua (verde). **b)** em função de t_c para $\tau = 0.7 \text{ GeV}^{-2}$ 131
- 4.14 DRSR Ω_{bb}^*/Ξ_{bb}^* : **a)** em função do parâmetro τ dado $t_c = 100.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(bb)^*$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha) e $r_2^{sq}(bb)^*$ é a curva contínua (verde). **b)** em função de t_c para $\tau = 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ 132
- 4.15 DRSR Ω_{bc}/Ξ_{bc} : **a)** em função do parâmetro β dados $\tau = 0.8 \text{ GeV}^{-2}$ e $t_c = 50.0 \text{ GeV}^2$, onde $r_1^{sq}(bc)$ é a curva pontilhada-tracejada (vermelha), $r_2^{sq}(bc)$ é a curva contínua (verde) e $r_{21}^{sq}(bc)$ é a curva pontilhada (azul); **b)** em função de τ para $\beta = -0.05$ e $t_c = 50.0 \text{ GeV}^2$; **c)** em função de t_c para $\beta = -0.05$ e $\tau = 0.9 \text{ GeV}^{-2}$ 136
- B.1 a) condensado de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ e b) correções ao propagador proporcionais a massa do quark, onde o símbolo $\times$ indica a expansão em primeira ordem na massa. O baixo momento transferido pelos condensados é representado pelas linhas de momento interrompidas nos diagramas acima. 159
- B.2 Propagadores do condensado misto $\langle \bar{q}Gq \rangle$ com correções até primeira ordem na massa do quark leve m_q 162
- B.3 Representação dos propagadores **a)** de emissão de glúons e **b)** do condensado de glúons $\langle g_s^2 G^2 \rangle$ 167

Lista de Tabelas

1.1	Massas dos bárions $\Sigma_b^{(*)}$ observados pela colaboração CDF.	14
1.2	Previsões teóricas para a massa do bárion Ω_b	14
3.1	Parâmetros da QCD. O intervalo admitido para a massa dos quarks pesados é definido pelos valores extraídos na camada de massa (“on-shell mass”) e no esquema $\overline{MS}$ (“running mass”). Para uma comparação consistente com outras regras de soma, consideram-se os mesmos valores utilizados na literatura para os condensados e para os demais parâmetros.	44
3.2	Massas dos estados moleculares obtidas com as QCDSR e FESR. Estes resultados correspondem ao valor running das massas dos quarks pesados.	71
3.3	Resultados para as correntes $J/\psi \sigma$	78
3.4	Resultados para as correntes $\Upsilon f_0(980)$ e $\Upsilon \sigma(600)$	79
3.5	Estados moleculares do tipo B_c e suas possíveis correntes hadrônicas.	80
4.1	Bárions com quark c de spin $1/2^+$ e $3/2^+$ observados experimentalmente. São indicados na tabela: a massa atualizada dos bárions de acordo com o Particle Data Group (PDG) [41], o ano da primeira evidência experimental e a colaboração que realizou tal experimento.	94
4.2	Bárions com um quark b de spin $1/2^+$ e $3/2^+$ observados experimentalmente. . .	95

4.3	Previsões das regras de soma para as massas dos bárions pesados, utilizando a técnica da DRSR, com os parâmetros da QCD dados na Tabela (3.1) e usando como <i>input</i> as massas dos bárions já observados [41].	117
4.4	Previsões da DRSR e de outros modelos para as separações hiperfinas (em MeV) entre as massas dos bárions pesados.	119
4.5	Estimativa da DRSR para as separações hiperfinas entre as massas de diversos bárions com dois quarks pesados. É feita a comparação com os resultados obtidos por Modelos de Potencial (PM) [101,142].	136
B.1	Propagador completo da QCD para os quarks pesados.	172
B.2	Propagador completo da QCD para os quarks leves.	173

Referências Bibliográficas

- [1] M.E. Peskin e D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley (1995).
- [2] H.D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973); ibid, Phys. Rep. **14**, 129 (1974); D.J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973); ibid, Phys. Rev. D **8**, 3633 (1973).
- [3] M. Gell-Mann, Phys. Rev. Lett. **8**:214-2 (1964).
- [4] G. Zweig, CERN Preprint 8182/TH401: 24 (1964).
- [5] S. Godfrey e N. Isgur, Phys. Rev. D **32**, 189 (1985); S. Capstick e N. Isgur, Phys. Rev. D **34**, 2809 (1986).
- [6] H. Fritzsch e P. Minkowski, Nuovo Cim. **30A**, 393 (1975); V. Crede e C.A. Meyer, Prog. Part. Nucl. Phys. **63**, 74 (2009).
- [7] D. Horn e J. Mandula, Phys. Rev. D **17**, 898 (1978); P. Hasenfratz, R.R. Horgan, J. Kuti e J-M. Richard, Phys. Lett. B **95**, 299 (1980); T. Barnes, F.E. Close e F. de Viron, Nucl. Phys. B **224**, 241 (1983); T. Barnes, F.E. Close e E.S. Swanson, Phys. Rev. D **52**, 5242 (1995).
- [8] A. de Rujula, H. Georgi e S.L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **38**, 317 (1977); M.B. Voloshin e L.B. Okun, JETP Lett. **23**, 333 (1976); T.E.O. Ericson e G. Karl, Phys. Lett. B **309**, 426 (1993).

- [9] N.A. Tornqvist, Phys. Rev. Lett. **67**, 556 (1991); N.A. Tornqvist, Z. Phys. C **61**, 525 (1994).
- [10] F.E. Close, P.R. Page, Phys. Lett. B **578**, 119 (2004); F.E. Close, arXiv:0706.2709 [hep-ph].
- [11] R.L. Jaffe, Phys. Rev. D **15**, 267 (1977); R.L. Jaffe, Phys. Rev. D **17**, 1444 (1978).
- [12] M.J. Savage e M.B. Wise, Phys. Lett. B **248**, 177 (1990); J-M. Richard, Nucl. Phys. Proc. Suppl. B **21**, 254 (1991); A.V. Manohar e M.B. Wise, Nucl. Phys. B **399**, 17 (1993); L. Maiani *et al.*, Phys. Rev. D **71**, 014028 (2005).
- [13] B. Aubert *et al.* [BaBar Collab.], Phys. Rev. D **71**, 071103 (2005).
- [14] X.L. Wang *et al.* [Belle Collab.], Phys. Rev. Lett. **99**, 142002 (2007).
- [15] G.-J. Ding, J.-J. Zhu e M.-L. Yan, Phys. Rev. D **77**, 014033 (2008).
- [16] S. Godfrey e S.L. Olsen, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **58**, 51 (2008); arXiv:0801.3867 [hep-ph].
- [17] M. Nielsen, F.S. Navarra e S.H. Lee, Phys. Rept. **497**, 41 (2010).
- [18] M.A. Shifman, A.I. Vainshtein e V.I. Zakharov, Nucl. Phys. B **147**, 385 (1979).
- [19] L.J. Reinders, H. Rubinstein e S. Yazaki, Phys. Rept. **127**, 1 (1985).
- [20] Revisão e referências aos trabalhos originais: S. Narison, *QCD as a theory of hadrons*, Cambridge Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **17**, 1 (2002) [hep-h/0205006]; S. Narison, *QCD spectral sum rules*, World Sci. Lect. Notes Phys. **26**, 1 (1989); S. Narison, Acta Phys. Pol. B **26**, 687 (1995); Riv. Nuov. Cim. **10N2**, 1 (1987); S. Narison, Phys. Rept. **84**, 263 (1982).
- [21] B. Aubert *et al.* [BaBar Collab.], Phys. Rev. Lett. **95**, 142001 (2005).
- [22] Q. He *et al.* [CLEO Collab.], Phys. Rev. D **74**, 091104(R) (2006).
- [23] L. Maiani *et al.*, Phys. Rev. D **72**, 031502 (2005).
- [24] R. Faccini, arXiv:0801.2679 [hep-ex].

- [25] S.-K. Choi *et al.* [Belle Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **91**, 262001 (2003).
- [26] F.-K. Guo, C. Hanhart e U.-G. Meissner, *Phys. Lett. B* **665**, 26 (2008).
- [27] C.F. Qiao, *J. Phys. G* **35**, 075008 (2008).
- [28] E.M. Aitala *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 770 (2001).
- [29] R.M. Albuquerque, M. Nielsen e R.R. da Silva, *Phys. Rev. D* **84**, 116004 (2010).
- [30] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **102**, 242002 (2009).
- [31] X. Liu e S.-L. Zhu, *Phys. Rev. D* **80**, 017502 (2009); X. Liu e S.-L. Zhu, *Phys. Rev. D* **85**, 019902 (2012).
- [32] S.-K. Choi *et al.* [Belle Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **94**, 182002 (2005).
- [33] B. Aubert *et al.* [BaBar Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **101**, 082001 (2008).
- [34] N. Mahajan, *Phys. Lett. B* **679**, 228-230 (2009).
- [35] R.M. Albuquerque, M.E. Bracco e M. Nielsen, *Phys. Lett. B* **678**, 186 (2009).
- [36] Z.-G. Wang, *Eur. Phys. Journal C* **63**, 115 (2009).
- [37] T. Branz, T. Gutsche e V.E. Lyubovitskij, *Phys. Rev. D* **80**, 054019 (2009).
- [38] X. Liu, *Phys. Lett. B* **680**, 137 (2009).
- [39] X. Liu e H.-W. Ke, *Phys. Rev. D* **80**, 034009 (2009).
- [40] T. Branz, T. Gutsche e V.E. Lyubovitskij, arXiv:1001.3959 [hep-ph].
- [41] K. Nakamura *et al.* [Particle Data Group], *J. Phys. G* **37**, 075021 (2010).
- [42] C.P. Shen *et al.* [Belle Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **104**, 112004 (2010).
- [43] Fl. Stancu, *J. Phys. G* **37**, 14 (2010).
- [44] J.R. Zhang e M. Q. Huang, *Commun.Theor.Phys.* **54**, 1075-1090 (2010).
- [45] R.M. Albuquerque e M. Nielsen, *Nucl. Phys. A* **815**, 53 (2009); R.M. Albuquerque e M. Nielsen, *Nucl. Phys. A* **857**, 48 (2011) (Erratum).
- [46] X. Liu, G.Z. Luo e Z.F. Sun, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 122001 (2010).

- [47] Z.-G. Wang, Phys.Lett. B **690**, 403-406 (2010).
- [48] R.M. Albuquerque, J.M. Dias e M. Nielsen, Phys. Lett. B **690**, 141-144 (2010).
- [49] K.-F. Chen *et al.* [Belle Collab.], Phys. Rev. D **82**, 091106 (2010).
- [50] B. Aubert *et al* [BaBar Collab.], Phys. Rev. Lett. **102**, 012001 (2009).
- [51] Z.-F. Sun, X. Liu, M. Nielsen e S.-L. Zhu, Phys. Rev. D **85**, 094008, (2012).
- [52] R.M. Albuquerque, X. Liu e M. Nielsen, Phys. Lett. B **718**, 492 (2012).
- [53] M. Karliner, B. Keren-Zur, J.H. Lipkin e J.L. Rosner, Annals Phys. **324**, 2 (2009);
E. Klempt e J.M. Richard, Rev. Mod. Phys. **82**, 1095-1153 (2010).
- [54] R.S. Marques de Carvalho *et al.*, Phys.Rev. D **60**, 034009 (1999).
- [55] F. Hussain, J.G. Korner, M. Kramer e G. Thompson, Z. Phys. C **51**, 321 (1991).
- [56] F.O. Durães e M. Nielsen, Phys. Lett. B **658**, 40 (2007).
- [57] X. Liu, H-X. Chen, Y-R. Liu, A. Hosaka e S-L. Zhu, Phys. Rev. D **77**, 014031 (2008).
- [58] Z-G. Wang, Eur. Phys. J. C **61**, 321-329 (2009); Z-G. Wang, Eur. Phys. J. C **54**, 231-237 (2008); J-R. Zhang e M-Q. Huang, Phys. Rev. D **77**, 094002 (2008). J-R. Zhang e M-Q. Huang, Phys. Rev. D **78**, 094007 (2008); J-R. Zhang e M-Q. Huang, Phys. Rev. D **78**, 094015 (2008);
- [59] S. Groote, J.G. Korner e O.I. Yakovlev, Eur. Phys. J. C **58**, 355 (2008).
- [60] D. Ebert, R.N. Faustov e V.O. Galkin, Phys. Rev. D **72**, 034026 (2005).
- [61] W. Detmold, C-J. D. Lin e M. Wingate, Nucl. Phys. B **818**, 17-27 (2009); R. Lewis e R.M. Woloshyn, Phys. Rev. D **79**, 014502 (2009); H. Na e S. Gottlieb, arXiv:0812.1235 [hep-lat].
- [62] E. Jenkins, Phys. Rev. D **77**, 034012 (2008); E. Jenkins, Phys. Rev. D **55**, 10 (1997).
- [63] R.M. Albuquerque, S. Narison e M. Nielsen, Phys. Lett. B **684**, 236 (2010).

- [64] R.M. Albuquerque, S. Narison, Phys. Lett. B **694**, 217 (2010).
- [65] G. Bari *et al.*, Nuovo Cim. A **104**, 571; 1787 (1991).
- [66] E. Jenkins, Phys. Rev. D **54**, 4515 (1996); Phys. Rev. D **55**, 10 (1997).
- [67] V. Abazov *et al.* [D0 Collab.], Phys. Rev. Lett. **99**, 052001 (2007); D. Acosta *et al.* [CDF Collab.], Phys. Rev. Lett. **96**, 202001 (2006); T. Aaltonen *et al.* [CDF Collab.], Phys. Rev. Lett. **99**, 052002 (2007); T. Aaltonen *et al.* [CDF Collab.], Phys. Rev. Lett. **99**, 202001 (2007).
- [68] V. Abazov *et al.* [D0 Collab.], Phys. Rev. Lett. **101**, 232002 (2008).
- [69] M. Karliner, Nucl. Phys. B **187**, 21-28 (2009).
- [70] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collab.], Phys. Rev. D **80** 72003 (2009).
- [71] Y. Amhis e S. Malde [LHCb Collab.], See at cds.cern.ch: LHCb-CONF-2011-060.
- [72] M. Mattson *et al* [SELEX Collab.], Phys. Rev. Lett. **89**, 112001 (2002); A. Ochershvili *et al* [SELEX Collab.], Phys. Lett. B **628**, 18 (2005).
- [73] A. Khodjamirian, R. Ruckl, S. Weinzierl e O. Yakovlev, Phys. Lett. B **457**, 245 (1999); P. Ball e R. Zwicky, Phys. Rev. D **71**, 014015 (2005); M. Jamin e B.O. Lange, Phys. Rev. D **65** 056005 (2002); V.A. Sadovnikova, E.G. Drukarev e M.G. Ryskin, Phys. Rev. D **72**, 114015 (2005); S. Groote, J.G. Korner e O.I. Yakovlev, Eur. Phys. J. C **58**, 355 (2008); F.J. Ynduráin, The Theory of Quarks e Gluon Interactions 4th Ed., Springer (2006).
- [74] K.G. Wilson, Phys. Rev. **179**, 1499 (1969).
- [75] P. Colangelo e A. Khodjamirian, CERN-TH/2000-296; arXiv:0010175 [hep-ph].
- [76] S.N. Nikolaev e A.V. Radyushkin, JETP Lett. **37**, 526 (1983).
- [77] P. Pascual e R. Tarrach, QCD: Renormalization for the Practitioner, Lectures Notes in Physics **194**, Springer-Verlag (1984);

- [78] V.A. Fock, Sov. Phys. **12**, 404 (1937); J. Schwinger, *Particles, Sources and Fields*, Vol. 1, Addison-Wesley, Reading (1970).
- [79] E. Bagan, J.I. Latorre, P. Pascual e R. Tarrach, Nucl. Phys. B **254**, 555 (1985).
- [80] E. Bagan, M. Chabab, H.G. Dosch e S. Narison, Phys. Lett. B **278**, 367 (1992).
- [81] E. Bagan, M. Chabab, H.G. Dosch e S. Narison, Phys. Lett. B **287**, 176 (1992).
- [82] E. Bagan, M. Chabab e S. Narison, Phys. Lett. B **306**, 350 (1993).
- [83] S. Narison, Phys. Lett. B **605**, 319 (2005); S. Narison, Phys. Lett. B **387**, 162 (1996); S. Narison, Phys. Lett. B **210**, 238 (1988).
- [84] J.M. Dias, S. Narison, F.S. Navarra, M. Nielsen e J-M. Richard, Phys. Lett. B **703**, 274 (2011).
- [85] R.M. Albuquerque, F. Fanomezana, S. Narison e A. Rabemananjara, Phys. Lett. B **715**, 129 (2012).
- [86] S. Narison, Phys. Lett. B **693**, 559 (2010); S. Narison, Phys. Lett. B **705**, 544 (2011) (Erratum); S. Narison, Phys. Lett. B **706**, 412 (2011); S. Narison, Phys. Lett. B **706**, 412 (2011); S. Narison, Phys. Lett. B **707**, 259 (2012);
- [87] S. Narison, Phys. Lett. B **197**, 405 (1987); S. Narison, Phys. Lett. B **341**, 73 (1994); S. Narison, Phys. Lett. B **520**, 115 (2001).
- [88] S. Narison, Phys.Rev. D **74**, 034013 (2006); arXiv:0202200 [hep-ph]; S. Narison, Phys. Lett. B **466**, 345 (1999); S. Narison, Phys. Lett. B **358**, 113 (1995); S. Narison, Phys. Lett. B **216**, 191 (1989); S. Narison e H.G. Dosch, Phys. Lett. B **417**, 173 (1998); S. Narison, N. Paver, E. de Rafael e D. Treleani, Nucl. Phys. B **212**, 365 (1983); S. Narison e E. de Rafael, Phys. Lett. B **103**, 57 (1981); C. Becchi, S. Narison, E. de Rafael e F.J. Yndurain, Z. Phys. C **8**, 335 (1981).
- [89] R.D. Matheus, S. Narison, M. Nielsen e J.-M. Richard, Phys. Rev. D **75**, 014005 (2007).

- [90] S.H. Lee, K. Morita e M. Nielsen, Phys. Rev. D **78**, 076001 (2008).
- [91] R.D. Matheus, F.S. Navarra, M. Nielsen e R.R. da Silva, Phys. Rev. D **76**, 056005 (2007).
- [92] S. Narison, F.S. Navarra e M. Nielsen, Phys. Rev. D **83**, 016004 (2011).
- [93] Y. Chung *et al.*, Z. Phys. C **25**, 151 (1984); H.G. Dosch, M. Jamin e S. Narison, Phys. Lett. B **220**, 251 (1989).
- [94] S. Narison, Phys. Lett. B **673**, 30 (2009).
- [95] G. Launer, S. Narison e R. Tarrach, Z. Phys. C **26**, 433 (1984).
- [96] S. Narison, Phys. Lett. B **300**, 293 (1993); Phys. Lett. B **361**, 121 (1995).
- [97] R.A. Bertlmann, G. Launer e E. de Rafael, Nucl. Phys. B **250**, 61 (1985); R.A. Bertlmann *et al.*, Z. Phys. C **39**, 231 (1988).
- [98] F.J. Yndurain, Phys. Rept. **320**, 287 (1999).
- [99] J.S. Bell e R.A. Bertlmann, Nucl. Phys. B **177**, 218 (1981); J.S. Bell e R.A. Bertlmann, Nucl. Phys. B **187**, 285 (1981); R.A. Bertlmann, Acta Phys. Austr. **53**, 305 (1981).
- [100] B.L. Ioffe, Nucl. Phys. B **188**, 317 (1981); B.L. Ioffe, Nucl. Phys. B **191**, 591 (1981); A.A.Ovchinnikov e A.A.Pivovarov, Yad. Fiz. **48**, 1135 (1988).
- [101] E. Bagan, H.G. Dosch, P. Godzinsky, S. Narison e J.M. Richard, Z. Phys. C **64**, 57 (1994).
- [102] J. Iwadare, S. Otsuki, R. Tamagaki e W. Watari, Prog. Theor. Phys. **15**, 86-88 (1955).
- [103] J.L. Friar, B.F. Gibson e G.L. Payne, Phys. Rev. C **30**, 1084 (1984).
- [104] P. Stassart, Fl. Stancu e J.-M. Richard, J. Phys. G **26**, 397-403 (2000).
- [105] B. Aubert *et al.* [BaBar Collab.], Phys. Rev. Lett. **98**, 212001 (2007).
- [106] S. L. Olsen, Nucl. Phys. A **827**, 53c (2009).

- [107] N. Brambilla *et al.*, Eur. Phys. J. C **71**, 1534 (2011).
- [108] F.J. Llanes-Estrada, Phys. Rev. D **72**, 031503 (2005).
- [109] G.J. Ding, Phys. Rev. D **79**, 014001 (2009).
- [110] C. Z. Yuan, P. Wang, e X. H. Mo, Phys. Lett. B **634**, 399 (2006).
- [111] X. Liu, X. Q. Zeng, e X. Q. Li, Phys. Rev. D **72**, 054023 (2005).
- [112] A.M. Torres, K.P. Khemchandani, D. Gamermann e E. Oset, Phys. Rev. D **80**, 094012 (2009).
- [113] S. L. Zhu, Phys. Lett. B **625**, 212 (2005).
- [114] E. van Beveren e G. Rupp, arXiv:0605317 [hep-ph]; E. van Beveren e G. Rupp, arXiv:0904.4351 [hep-ph]; E. van Beveren e G. Rupp, Phys. Rev. D **79**, 111501 (2009).
- [115] J. A. Dixon e J. C. Taylor, Nucl. Phys. B **78**, 552 (1974); H. Kluberg-Stern e J. B. Zuber, Phys. Rev. D **12**, 467 (1975).
- [116] A. Ali, C. Hambrock e M. J. Aslam, Phys. Rev. Lett. **104**, 162001 (2010); J.-R. Zhang e M.-Q. Huang, J. High Energy Phys. **11**, 057 (2010).
- [117] Y.A. Simonov e A. I. Veselov, Phys. Lett. B **671**, 55 (2009); C. Meng e K. -T. Chao, Phys. Rev. D **77**, 074003 (2008); Phys. Rev. D **78**, 034022 (2008).
- [118] W. Lucha, D. Melikhov e S. Simula, Phys. Lett. B **701**, 82 (2011); W. Lucha, D. Melikhov e S. Simula, Phys. Lett. B **687**, 48 (2010).
- [119] E.G. Cazzoli *et al.*, Phys. Rev. Lett. **34**, 1125 (1975).
- [120] M. Calicchio *et al.*, Phys. Lett. B **93**, 521 (1980).
- [121] R. Ammar *et al.*, JETP Lett. **43**, 515 (1986).
- [122] S.F. Biagi *et al* [CERN WA62 Collab.], Phys. Lett. B **122**, 455 (1983).
- [123] P. Avery *et al* [CLEO Collab.], Phys. Rev. Lett. **62**, 863 (1989).

- [124] C.P. Jessop *et al* [CLEO Collab.], Phys. Rev. Lett. **82**, 494 (1999).
- [125] S.F. Biagi *et al* [CERN WA62 Collab.], Z. Phys. C **28**, 175 (1985).
- [126] V.V. Ammosov *et al.* [SERP Collab.], JETP. Lett. **58**, 247 (1993).
- [127] R. Ammar *et al.* [CLEO Collab.], Phys. Rev. Lett. **86**, 1167 (2001).
- [128] G. Brandenburg *et al.* [CLEO Collab.], Phys. Rev. Lett. **78**, 2304 (1997).
- [129] L. Gibbons *et al.* [CLEO Collab.], Phys. Rev. Lett. **77**, 810 (1996).
- [130] P. Avery *et al.* [CLEO Collab.], Phys. Rev. Lett. **75**, 4364 (1995).
- [131] B. Aubert *et al.* [BaBar Collab.], Phys. Rev. Lett. **97**, 232001 (2006).
- [132] R. Aaij *et al.* [LHCb Collab.], Phys. Lett. B **708**, 241 (2012).
- [133] M. Basile *et al.* [CERN R415 Collab.], Lett. Nuovo Cimento **31**, 97 (1981).
- [134] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collab.], Phys. Rev. Lett. **99**, 202001 (2007).
- [135] P. Abreu *et al.* [DELPHI Collab.], Z. Phys. C **68**, 541 (1995).
- [136] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collab.], Phys. Rev. Lett. **99**, 052002 (2007).
- [137] V.M. Abazov *et al.* [D0 Collab.], Phys. Rev. Lett. **101**, 232002(2008);
- [138] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collab.], Phys. Rev. Lett. **108**, 252002 (2012).
- [139] B. Aubert *et al.* [BaBar Collab.], Phys. Rev. D **74**, 011103 (2006).
- [140] R. Chistov *et al.* [Belle Collab.], Phys. Rev. Lett. **97**, 162001 (2006).
- [141] J. Vijande, H. Garcilazo, A. Valcarce e R. Fernandez, Phys. Rev. D **70**, 054022 (2004).
- [142] B. Silvestre-Brac, Prog. Part. Nucl. Phys. **36**, 263 (1996).
- [143] V.M. Belyaev, V.M. Braun, A. Khodjamirian e R. Ruckl, Phys. Rev. D **51**, 6177 (1995); T. Fuchs e S. Scherer, Phys. Rev. C **68**, 055501(2003); A.L. Adler e R.F. Dashen, *Current Algebras and Applications to Particle Physics*, Ed. Benjamin (1968); S. Treiman e D.J. GROSS, *Lectures on Current Algebra and Its Applications*, Ed. Princeton University Press (1972).