

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

FLUTUAÇÕES DE CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS
INTERAGINDO COM MEIOS ATÔMICOS
COERENTEMENTE PREPARADOS

Luciano Soares da Cruz

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: T436A

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade
de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção
do Grau de Doutor em Ciências

Orientador: Prof. Dr. Paulo Alberto Nussenzveig

Paulo Nussenzveig

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Antônio Zelaquett Khoury (IF-UFF)
- Prof. Dr. Luis Eduardo E. de Araujo (IFGW-Unicamp)
- Prof. Dr. Mario José de Oliveira (IF-USP)
- Prof. Dr. Arnaldo Gammal (IF-USP)

São Paulo

- 2005 -

SBI-IFUSP



305M810T4364

Armando Corbani Ferraz
Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

df. 28/07/05.

539.1

C95-4

2

5.1

FICHA CATALOGRÁFICA

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Cruz, Luciano Soares da

Flutuações de Campos Eletromagnéticos Interagindo com
Meios Atômicos Coerentemente Preparados.
São Paulo 2005.

Tese (Doutoramento) - Universidade de São Paulo
Instituto de Física – Depto. de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Paulo Alberto Nussenzveig
Área de Concentração: Física

Unitermos:

1. Física Atômica;
2. Interação;
3. Espectroscopia atômica;
4. Ótica Quântica

USP/IF/SBI-062/2005

Resumo

Neste trabalho estudamos, experimental e teoricamente, as flutuações de campos eletromagnéticos após a interação com sistemas atômicos em configuração de dois níveis com degenerescências. Estes sistemas atômicos eram preparados em superposições coerentes de seus estados obtidas através dos fenômenos de Transparência e Absorção Eletromagneticamente Induzidas.

O sistema físico foi considerado em dois modelos teóricos semiclássicos distintos: resposta atômica linear e difusão de fase. Estes modelos se baseiam no fato de que lasers de diodo possuem excesso de ruído na fase, que durante o processo de interação coerente com o sistema atômico é transferido ressonantemente para o ruído de intensidade.

Em nossa análise, observamos resultados não triviais em relação aos sinais de ruído e correlação entre os campos medidos. Verificamos que, num vapor atômico, a largura Doppler associada à transição tem um papel fundamental na composição do sinal de ruído. Observamos que mesmo transições que, a priori, estariam não ressonante podem ter contribuição significativa para o sinal de ruído.

Os modelos teóricos desenvolvidos apresentaram um bom acordo qualitativo com parte dos dados experimentais e se mostraram uma ferramenta útil para a análise da influência dos efeitos coerentes nas flutuações dos campos, quando o laser possui excesso de ruído de fase.

Abstract

We present a theoretical and experimental investigation of the fluctuations of electromagnetic fields after the interaction with degenerate two-level atomic systems. These atomic systems were prepared in coherent superpositions of the states obtained through Electromagnetically Induced Transparency (EIT) and Absorption (EIA).

The physical system was studied in two semi-classical models: linear atomic response and phase diffusion. These models are based on the fact that diode lasers have excess phase noise, which in the interaction process is transferred to intensity noise.

We observed non trivial results about the noise signals and the correlations between the fields. We showed that, in atomic vapor, the Doppler width has a fundamental role in the origin of the noise signal.

The theoretical models show good qualitative agreement with part of the experimental result features and are a powerful tool to analyze field fluctuations, when the laser has excess phase noise.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientador, Paulo Nussenzveig, que além de mentor e amigo apresentou-me a beleza da física fundamental e as sutilezas da “não-intuitiva” mecânica quântica. A sua empolgação científica sempre nos guiou através de nossos objetivos e me levou, em grande parte, a ser o físico que sou.

Ao Daniel Felinto, um grande amigo e físico. Em nossa interação pude aprender muito e posso afirmar que foi um dos períodos mais frutíferos de meu doutorado. Nossas discussões sobre física e sua maneira de abordar um problema me mostraram um exemplo que desde então tento seguir.

Ao Marcelo Martinelli, um amigo e membro do LMCAL tão histórico quanto eu. Pude acompanhar de perto sua “caminhada” de estudante a professor da USP e aprender muito com ele e os passos que trilhou.

Ao José Gabriel Aguirre Gómez, um grande amigo acima de tudo, que com seu ponto de vista muitas vezes distinto do meu trazia uma forma diferente de abordar a pesquisa em nosso laboratório e tornava o convívio ainda mais divertido.

Aos amigos Alessandro e Katiúscia com os quais pude conviver bastante e sei que são mãos e mentes habilidosas para prosseguir com as pesquisas no LMCAL.

Aos diferentes setores de serviços técnicos do IFUSP: ao pessoal das oficinas mecânicas, ao pessoal da eletrônica e as secretárias do Departamento de Física Experimental. Seu trabalho foi imprescindível em todos os momentos.

Agradeço, em especial, ao Professor Arturo Lezama com o qual a interação foi marcante e me ensinou um modo vívido e consciente de olhar os problemas físicos e buscar as suas soluções, bem como os primeiros passos na arte de pescar. Provavelmente, também foram os últimos, percebi que levo muito mais jeito para a física...

Ao amigo Paulo Valente que pude reencontrar no Uruguai e propiciou uma estadia muito agradável num ambiente em que as discussões sobre física eram constantes e sempre

um bom motivo para levantar cedo nas frias manhãs uruguaias.

Agradeço aos professores Antônio Zelaquett, Luis Eduardo E. de Araujo, Mario J. de Oliveira e Arnaldo Gammal por aceitarem fazer parte de minha banca examinadora e pelas suas valiosas sugestões que ajudaram a melhorar o meu trabalho.

Um agradecimento deve ser feito ao CNPq e ao seu projeto Milênio, em particular, aos técnicos do setor de importação, que foram habilidosos em ilustrar o que de fato é burocracia. Com sua ajuda pude adquirir paciência e tolerância para com os outros diante de suas incapacidades, como por exemplo de até mesmo fornecer uma simples informação sobre a localização de um equipamento ou o andamento de um processo.

Agradeço a minha família: minha mãe que sempre me apoiou em cada decisão, mesmo aquelas que ela não compreendia muito bem; meu pai que de sua maneira particular me incentivava a sempre mostrar do que eu era capaz; meu irmão, que acima de tudo como amigo, sempre esteve comigo e tolerou minhas constantes mudanças de humor. Ao Sr. Fabel, por seu apoio e interesse por meu trabalho. Em especial, a minha esposa que, como tal, esteve a todo instante ao meu lado e com seu incentivo e aconselhamento foi sempre um grande apoio e a minha visão isenta diante de questões que sozinho não seria capaz de julgar bem. Aos pequenos Anthony e Toby que, mesmo sem entender o porquê, me acompanhavam acordados em minhas longas horas de estudo noites a dentro.

Agradeço também, a todos os amigos que fiz durante minha graduação e pos-graduação. Com alguns pude manter um contato mais próximo e longo, com outros nem tanto. Porém, todos de algum modo tiveram um papel durante o período do doutorado e na minha formação como físico e pessoa.

Por fim, agradeço a Fundação de Amparo a Pesquisa de São Paulo (FAPESP) por seu apoio financeiro na realização deste trabalho.

Aos meus pais, irmão e esposa.

“Não é bom se limitar a um conjunto de opiniões. É um erro se esforçar para compreender as coisas e depois parar neste ponto. Primeiramente se esforce muito para garantir que compreendeu o básico, depois pratique para que o que você aprendeu renda frutos. Isso é algo que se perpetuará por toda a sua vida. Não se conforme com apenas aquele conhecimento que você adquiriu, e sim pense: ‘Isso não é o suficiente’. Você deve buscar durante toda a vida a melhor forma de seguir o Caminho. E deve estudar, deixando que a mente trabalhe sem descanso. O Caminho está nisso.”

Yamamoto Tsunetomo - samurai do século XVII

(extraído do livro Hagakure)

Índice

1	Introdução	1
2	Interação Átomo-Campo	9
2.1	O Operador densidade para um sistema atômico	10
2.2	A descrição do campo eletromagnético	14
2.3	Equações de Bloch para interação átomo-campo	17
2.4	Sistemas atômicos simples	18
2.4.1	Sistemas de três níveis e EIT	18
2.4.2	Sistemas de quatro níveis e EIA	25
2.5	Sistemas de dois níveis com degenerescência	31
2.5.1	Equações de Bloch para sistemas de dois níveis com degenerescência	32
2.5.2	Interação com um único campo eletromagnético	38
2.5.3	Interação com dois campos eletromagnéticos	43
2.6	Comentários finais	47
3	Ruído e Métodos de Cálculos	49
3.1	Modelos para interação com um campos eletromagnéticos	51
3.1.1	Modelo de difusão de fase	52
3.1.2	Modelo de resposta atômica linear	60

3.2	Breve discussão sobre modelos para interação com dois campos eletromagnéticos	67
3.3	Comentários finais	69
4	Métodos Experimentais	71
4.1	Os átomos de rubídio e sua estrutura hiperfina	71
4.2	O Laser	76
4.2.1	O laser de semicondutor	77
4.2.2	Laser de diodo com cavidade externa	80
4.2.3	O ruído em lasers de diodo	81
4.3	Moduladores acusto-óticos	83
4.4	Célula de prova	86
4.5	Sistema de detecção	88
4.6	Comentários finais	92
5	Resultados experimentais e teóricos	95
5.1	Aparato experimental	96
5.2	Descrição dos Procedimentos Experimentais	102
5.3	Medidas com varredura de campo magnético	104
5.3.1	Medidas em Hanle-EIT	104
5.3.2	Medidas em Hanle-EIA	109
5.4	Medidas com varredura em frequência	112
5.4.1	Medidas em EIT	113
5.4.2	Medidas em EIA	115
5.5	Comparação entre dados experimentais e teóricos	119
5.6	Comentários Finais	129

6	Conclusões e perspectivas	131
6.1	Conclusões Gerais	131
6.2	Perspectivas	135
A	Sistemas de dois níveis	137
B	Distribuição de velocidades no vapor atômico	145
C	Processos estocásticos	149
C.1	Processo estocástico	149
C.2	A integral estocástica	151
D	Deteção balanceada	155
E	Informações adicionais sobre o Rubídio	161
E.1	Posições das linhas da estrutura hiperfina	161
E.2	Fatores giromagnéticos	163
E.3	Força de oscilador e “branching ratio”	163
E.4	Pressão de vapor	164

Capítulo 1

Introdução

Nos estudos em ótica quântica, por muito tempo, a ênfase era colocar em evidência propriedades intrinsecamente quânticas do campo. Esse objetivo, embora ainda permaneça em algumas situações, está cada vez mais sendo desviado para a aquisição de controle sobre propriedades quânticas de sistemas de átomos e campos. A mecânica quântica é, basicamente, uma teoria de informação. Elementos existentes nesta teoria, tais como interferência (indistingüibilidade) e emaranhamento, permitem manipular as propriedades de sistemas de átomos e campos, de modo a utilizá-las para processar e transmitir informação.

Os efeitos coerentes em meios atômicos têm um espaço importante nessa nova visão. A evolução dos estados atômicos sob influência de campos eletromagnéticos sofre um forte efeito das chamadas “coerências” entre estes estados. Isto nos leva a um grande número de fenômenos interessantes, alguns deles até mesmo contra-intuitivos.

Os sistemas de átomos e campos acoplados se mostram bons candidatos para a demonstração dos princípios da Informação Quântica: a luz é um ótimo meio para a transmissão da informação e os átomos para o seu processamento e armazenamento. Assim, os efeitos coerentes tornam-se o modo eficiente de troca de informação entre esses dois

sistemas, através de propriedades como o emaranhamento [1].

O fenômeno de aprisionamento coerente de população (CPT - *Coherent Population Trapping*) [2] foi observado experimentalmente pela primeira vez por Alzetta e seus colaboradores [3] e denominado de ressonância escura. Ao aplicar um campo magnético inhomogêneo longitudinal numa amostra de vapor de sódio foi observado que algumas regiões, ao longo do percurso de um feixe laser, não apresentavam emissão de fluorescência. Isto pôde ser explicado com a figura de estados “claros” e “escuras”, que surgem da superposição coerente dos níveis atômicos. Num processo de CPT os átomos são bombeados para o estado escuro (que não interage com a luz), o que acarreta a ausência de fluorescência.

Este mesmo mecanismo leva ao fenômeno de Transparência Induzida Eletromagneticamente (EIT - *Electromagnetically Induced Transparency*) [4, 5, 6], que consiste no fato de que um feixe de prova fraco pode ter sua absorção drasticamente reduzida na presença de outro feixe intenso de bombeio quando a condição de ressonância de dois fótons, denominada ressonância Raman, é satisfeita. Na ausência do feixe de bombeio o meio é opaco e ocorre absorção para o feixe de prova.

A EIT provoca grandes modificações nas propriedades absorptivas e dispersivas do meio atômico, o que leva à possibilidade de observação de novos efeitos. O cancelamento de absorção no regime de EIT [7, 8] torna possível a realização de laser sem inversão de população (LWI - *Lasing Without Inversion*) [9, 10]. No regime de EIT também é possível observar ressonâncias com largura subnatural, que podem chegar a uns poucos Hz com o uso de gás *buffer* [11] ou células com *coating* anti-relaxação [12]. Estas ressonâncias estreitas podem ser utilizadas em esquemas de magnetometria altamente sensível [13] e espectroscopia de precisão [14].

Além do interesse pelos fenômenos associados às propriedades não-lineares provocadas no meio, ocorreu uma grande repercussão das medidas de propagação ultra-lenta da luz

em EIT: foi observada uma velocidade de apenas 17 m/s [15]. Em meios em que se observa “luz lenta” é possível também até mesmo armazenar luz (“luz parada”) [16], ou seja, pulsos de luz enviados à amostra eram “parados” (absorvidos pelo meio atômico) e sua informação permanecia na coerência atômica e depois podia ser recuperada em um novo pulso de luz. Também já foi demonstrado o uso deste tipo de armazenamento de luz num protocolo de memória quântica [17], em que se obteve memórias com tempo de vida superior a 4 milissegundos.

A maioria dos fenômenos coerentes estão associados com o aprisionamento coerente de população e o cancelamento da absorção da luz. Contudo, em certas condições, a interação coerente pode aumentar a absorção do meio na ressonância. Esse fenômeno, que pode ser considerado o oposto a EIT, é denominado Absorção Eletromagneticamente Induzida (EIA - *Electromagnetically Induced Absorption*). A EIA foi prevista e observada pela primeira vez por Lezama e colaboradores em 1998 [18].

Este fenômeno ocorre no caso de dois campos ressonantes interagindo com um sistema atômico de dois níveis com degenerescências ¹ [19, 20], na condição que o momento angular do estado excitado é maior que o do estado fundamental ($F_e = F_g + 1$). Um efeito similar também pode ser observado no caso de um único laser na presença de um campo magnético, neste caso denominado Hanle-EIA [21, 22]. O aumento de absorção do meio ocorre devido à transferência espontânea de coerência dos estados excitados para os estados fundamentais [23, 24].

Na EIA temos a possibilidade de medir velocidade de grupo negativa para pulsos de luz, ou seja, propagação de pulso “superluminal”, como comentado em [25, 26]. Muito recentemente, foi mostrado que é possível observar o armazenamento de luz no meio atômico também no regime de EIA [27], como foi feito em EIT. Isto representa uma potencial aplicação desse tipo de fenômeno coerente em informação quântica.

¹Sistema formado por dois estados com subníveis Zeeman.

O estudo das flutuações de campos eletromagnéticos interagindo com um meio atômico no regime de EIT foi iniciado no nosso grupo em 2001. Na época, havia trabalhos sugerindo que o fenômeno de EIT funcionasse para campos de um único fóton, o que permitiria produzir memórias quânticas e realizar operações de chaveamento. Porém, não havia nenhuma investigação experimental das propriedades dos campos em EIT que permitisse dar maior confiança às propostas teóricas. Várias dessas propostas dependiam de cálculos em que (apenas) um dos campos é tratado quanticamente [28, 29, 30].

O objetivo maior do início dessa linha de pesquisa era compreender qual o papel da interação com o meio atômico sobre as flutuações dos campos. Era conhecido e bastante relatado o efeito dos campos sobre o meio atômico que resultava na EIT, ou seja, uma mudança das propriedades do sistema atômico induzida pela interação ressonante.

Contudo, muito pouco era dito ou compreendido sobre o que os átomos causavam ao campo. Um estudo sobre as propriedades dos campos após sua interação com o meio atômico era pouco estudada, apesar de explorada em diversas propostas teóricas. Consideramos que esta era uma questão importante na qual poderíamos dar contribuições relevantes.

Nós realizamos as primeiras medidas de propriedades dos campos em EIT. O sistema que usamos foi o de três níveis em configuração Λ . Neste trabalho [31] observamos três características interessantes das flutuações dos campos no regime de EIT:

- Estatística superpoissoniana no ruído de ambos os campos (aqui denominados bombeio e sonda), que se apresentava como um pico bem pronunciado na ressonância de EIT;
- Maior sensibilidade ao efeito coerente no sinal de ruído que no sinal DC. Para intensidades muito baixas dos feixes não observávamos o efeito de EIT no sinal DC, porém tínhamos uma assinatura muito clara no ruído.

- Correlação entre os campos, que inicialmente eram independentes (obtidos de lasers distintos), após a interação com o meio atômico na região da ressonância EIT.

Além dos resultados experimentais, também tínhamos um modelo quântico que apresentava bom acordo com o que foi observado e, ainda, nos dava a previsão da existência de emaranhamento entre os campos sonda e bombeio, se estes fossem coerentes [32]. Esta previsão nos fez iniciar um projeto de construção de dois lasers de Ti:Safira para a verificação do emaranhamento entre os campos na EIT.

Continuamos o estudo neste sistema através de uma verificação mais detalhada da dependência do resultado das medidas com os parâmetros e um maior controle nas condições experimentais. Para nossa surpresa, observamos que ao variar as intensidades dos campos para valores mais elevados o sinal de correlação passava a anticorrelação, o que não era previsto por nosso modelo quântico. Além disso, verificamos que não eram observados apenas picos mas, dependendo da frequência de análise e intensidade dos campos, tínhamos estruturas bem mais ricas, por exemplo do tipo “M”, com regiões de correlação e anticorrelação.

Até então todos os nossos experimentos acima citados foram realizados com lasers de diodo, inclusive os que serão apresentados nesta tese. Devido a diversos problemas com a importação do equipamento para os lasers Ti:Safira, a construção destes só foi iniciada no fim do segundo semestre de 2004 e sua finalização está prevista para antes do fim deste ano.

Os comportamentos observados não eram previstos pela teoria e foi descoberto que a região que correspondia aos parâmetros do experimento era instável na teoria. Um novo modelo semi-clássico de difusão de fase, no qual as fases dos campos são consideradas variáveis estocásticas foi proposto e obtivemos muito bom acordo com os dados observados no experimento, inclusive as regiões de anti-correlação. Estes resultados estão em fase de preparação para publicação [33].

Nesta tese estudamos, experimental e teoricamente, as flutuações de campos eletromagnéticos após a interação com sistemas atômicos em configuração de dois níveis com degenerescências. Estes sistemas atômicos eram preparados em superposições coerentes de seus estados dadas pelos fenômenos de Transparência e Absorção Eletromagneticamente Induzida.

O problema foi abordado através da observação das flutuações dos campos que, ao interagir com os átomos, são modificadas devido o efeito coerente ressonante. O estudo realizado foi extensivo, aproveitando os diversos parâmetros que podíamos manipular: intensidade, dessintonia dos campos, isótopo, transição e degenerescência da amostra atômica.

O sistema físico de estudo foi abordado através de dois modelos teóricos semi-clássicos distintos: resposta atômica linear e difusão de fase. Nesta abordagem tentamos obter de maneira clara qual o papel da interação atômica e ressonâncias coerentes nas flutuações dos campos.

A tese está dividida da forma que consideramos mais adequada para a abordagem tanto experimental quanto teórica de nosso tema. O capítulo 2 tem o objetivo de apresentar ao leitor os conceitos básicos e essenciais para a compreensão do estudo que foi realizado. Revisamos os conceitos de operador densidade e campos eletromagnéticos oscilantes. Apresentamos da forma mais simples possível os efeitos coerentes EIT e EIA, através de modelos atômicos de três (configuração Λ) e quatro (configuração N) níveis, respectivamente. Também descrevemos os sistemas de dois níveis com degenerescências que foram usados em nosso estudo experimental.

No capítulo 3 são descritos os modelos teóricos desenvolvidos para a análise das flutuações dos campos. Como poderá ser visto, nestes modelos determinamos as flutuações para os sistemas de dois níveis degenerados. Contudo, o grande número de níveis atômicos a ser considerado implica que as soluções são obtidas por cálculos numéricos e

também, em alguns casos, temos limitações computacionais.

No capítulo 4 fazemos a descrição dos principais elementos utilizados nos aparatos experimentais, além de informações técnicas, descrevendo suas principais características. Também apresentamos os métodos de medida utilizados e alguns pormenores importantes sobre o sistema de medida e sua calibração.

No capítulo 5 apresentamos o experimento que realizamos, os dados experimentais e os resultados das simulações obtidas com nossos modelos. Os capítulos anteriores foram idealizados para possibilitar um entendimento claro de toda informação que é apresentada neste capítulo. Também fazemos o confronto entre dados experimentais e teóricos, que mostra as similaridades e as discrepâncias.

O sexto e último capítulo apresenta as conclusões sobre o trabalho realizado, alguns comentários adicionais e traçamos o “caminho” que consideramos adequado para a continuação dessa linha de pesquisa. Também temos propostas de experimentos que possam esclarecer melhor a física descrita neste trabalho.

Capítulo 2

Interação Átomo-Campo

Neste capítulo apresentamos boa parte da base conceitual necessária para a descrição dos processos de interação entre a luz e a matéria. Faremos uma descrição dos efeitos coerentes de nosso interesse em modelos de sistemas atômicos mais simples (três e quatro níveis), nos quais podemos observar os elementos físicos para se obter esses efeitos.

Também apresentaremos os sistemas de dois níveis com degenerescência, que são a base de nosso estudo experimental. Além de representar um refinamento em relação aos modelos atômicos mais simples, também são uma aproximação mais realista dos sistemas atômicos com os quais lidamos no laboratório. Outro fator que torna o estudo em sistemas de dois níveis com degenerescência bastante atraente é a relativa simplicidade do aparato experimental, como descreveremos no capítulo correspondente.

Determinamos a dinâmica de interação entre um campo eletromagnético e um sistema de dois níveis com degenerescência, que é um problema que pode ser resolvido por completo. Também apresentaremos o caso da interação de dois campos eletromagnéticos de frequências distintas interagindo com uma mesma transição hiperfina. Discutiremos as dificuldades que este sistema apresenta e determinaremos uma solução aproximada ao considerar um dos campos fraco e inserir sua interação com o sistema atômico de forma

perturbativa.

2.1 O Operador densidade para um sistema atômico

No século passado, com o advento da mecânica quântica, a maneira de descrever e interpretar os sistemas físicos foi transformada. A Mecânica Clássica é determinística: qualquer sistema físico do qual se conhece bem a posição e o momento iniciais, e pode-se obter as suas equações de movimento, tem sua dinâmica completamente conhecida em qualquer instante de tempo. Na Mecânica Quântica isso não é tão simples e a descrição dos sistemas passa para uma teoria probabilística.

Na descrição de Schrödinger, a evolução temporal de um sistema quântico é dada pelo seu vetor de estado (dependente do tempo), que é representado por $|\psi(t)\rangle$ ¹. A função de onda que representa esse estado num sistema de coordenadas \vec{x} é dada por:

$$\psi(\vec{x}, t) \equiv \langle \vec{x} | \psi \rangle \quad (2.1)$$

Devemos ainda definir duas propriedades dos estados quânticos: a superposição (eq. 2.2) e o produto escalar (eq. 2.3) entre estados.

$$|\psi\rangle = \sum_k c_k |\psi_k\rangle \quad (2.2)$$

$$\langle \phi | \psi \rangle \equiv \int \phi^*(\vec{x}, t) \psi(\vec{x}, t) d\vec{x} \quad (2.3)$$

Na equação 2.2 os coeficientes c_k podem ser números complexos. O conjunto formado por todos os possíveis estados quânticos do sistema juntamente com as duas operações

¹Esta notação para a descrição dos estados quânticos é devida a Dirac. Um vetor de estado é indicado por $|\ \rangle$.

definidas formam um espaço vetorial linear que denominamos Espaço de Hilbert ² O valor esperado de um operador \mathcal{O} do sistema é dado por:

$$\langle \mathcal{O} \rangle \equiv \langle \psi(t) | \mathcal{O} | \psi(t) \rangle \equiv \int \psi^*(\vec{x}, t) \mathcal{O} \psi(\vec{x}, t) d\vec{x} \quad (2.4)$$

A dinâmica para o vetor $|\psi(t)\rangle$ pode ser obtida resolvendo a equação de Schrodinger, que em termos do hamiltoniano total H é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} H |\psi(t)\rangle \quad (2.5)$$

A solução da equação 2.5 pode ser apresentada convenientemente em termos dos autovalores E_k e seus respectivos auto-estados $|\phi_k\rangle$, que são uma solução independente do tempo (estacionária) da equação de Schrödinger e formam uma base completa ($\sum_k |\phi_k\rangle \langle \psi_k| = 1$) e ortornomal ($\langle \phi_k | \phi_l \rangle = \delta_{kl}$) no espaço de Hilbert. Também podemos utilizar esta base para descrever o estado do sistema $|\psi(t)\rangle$:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_k |\phi_k\rangle \langle \phi_k | \psi(t) \rangle = \sum_k |\phi_k\rangle c_k(t) \quad (2.6)$$

Toda a descrição até aqui pressupõe que o estado do sistema pode ser descrito por uma função de onda. Contudo, isso nem sempre é verdade. Um sistema que pode ser caracterizado por uma função de onda é chamado de **estado puro** e, de acordo com os postulados da mecânica quântica, é um sistema que tem seu estado completamente definido.

²Na verdade, existem outras condições que devem ser satisfeitas pelos estados (além da adição e produto escalar) para, de fato, termos um espaço de Hilbert. Isto pode ser visto, por exemplo, nas referências [34, 35].

Os sistemas que são descritos por uma soma de diversas funções de onda são denominados **estados não puros**. Por exemplo, quando realizamos medidas sobre um pequeno sistema que interage com um outro que contém um grande número de graus de liberdade ou realizamos medidas que não são perfeitas, perdemos informações sobre o estado que queremos determinar e isto torna o estado não puro, em outras palavras, estes processos incluem incertezas clássicas, que não estão associadas às incertezas quânticas como as determinadas pelo princípio de Heisenberg.

A inclusão de incertezas de natureza clássica torna o estado uma mistura estatística de diversos estados quânticos. A forma mais adequada de descrever este tipo de sistema é através do **operador densidade** (também chamado de matriz densidade), que surge como uma resposta natural à necessidade de incluir na descrição de sistemas quânticos estas incertezas clássicas, e possibilita lidar ao mesmo tempo com as probabilidades estatísticas e as incertezas quânticas advindas dos postulados fundamentais da teoria. O operador densidade é definido como:

$$\rho(t) \equiv \sum_k p_k |\psi_k(t)\rangle \langle \psi_k(t)| = \sum_k \sum_{ij} p_k c_{ik}(t) c_{jk}^*(t) |\phi_i\rangle \langle \phi_j| \quad (2.7)$$

Os elementos p_k representam a probabilidade de encontrar o sistema num determinado estado $|\psi_k(t)\rangle$ e a soma é realizada sobre todos os estados possíveis para o sistema. Temos ainda a condição de normalização $\sum_k p_k = 1$. Nesta descrição um estado puro é aquele no qual apenas um dos p_k é não nulo e representa um caso muito particular do operador densidade:

$$\rho(t) = |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| \quad (2.8)$$

Quando expressamos o operador em termos de uma base ortonormal, os elementos não diagonais $\rho_{ij} = \sum_k p_k c_{ik}(t) c_{jk}^*(t)$ são proporcionais aos termos cruzados e representam a

interferência entre os estados $|\phi_i\rangle$ e $|\phi_j\rangle$, estes elementos são denominados **coerências**. Se estes termos são diferentes de zero é possível observar fenômenos associados a interferência quântica nessa base. Os termos diagonais do operador densidade $\rho_{ii} = \sum_k p_k |c_{ki}|^2$ estão associados a probabilidade de encontrar o átomo num dado estado da base e são denominados **populações**. Como o operador densidade é hermitiano, sempre é possível obter uma base na qual ele é diagonal, o que significa que o conceito de coerência está associado sempre à base em que os estados são expressos.

O valor esperado para qualquer variável dinâmica \mathcal{O} do sistema (eq. 2.4) é dado pelo cálculo do traço $tr()$ ³ do operador $\mathcal{O}\rho(t)$, ou seja:

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_k p_k \langle \psi(t) | \mathcal{O} | \psi(t) \rangle = tr(\mathcal{O}\rho(t)) \quad (2.9)$$

Através do operador densidade podemos ainda calcular o efeito da interação entre átomos e o “ambiente”. Se considerarmos o operador densidade do sistema global (átomos + ambiente) podemos obter um traço parcial sobre os estados do ambiente e extrair a informação apenas das variáveis do sistema atômico.

A evolução no tempo do operador densidade pode ser obtida através da derivação da equação de Schrödinger [35] para o sistema e resulta em:

$$\dot{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho(t)] \quad (2.10)$$

A equação 2.10 é denominada de equação quântica de Liouville (também conhecida com equação de Liouville-Von Neumann). Uma descrição mais completa da interação do sistema atômico pode ser feita ao introduzir o efeito de “relaxação” das populações e coerências através das taxas de decaimento radiativo nas equações de movimento.

Para um cálculo dessas taxas através de “primeiros princípios” é necessário determinar as contribuições da interação do sistema com o vácuo quântico (todos os modos vazios do

³Soma sobre os elementos da diagonal principal de uma matriz.

campo eletromagnético) [36]. Contudo, essas contribuições também podem ser inseridas de forma fenomenológica:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{relax} \quad (2.11)$$

A equação 2.11 é denominada **equação ótica de Bloch** [37] e o segundo termo inclui todos os efeitos de relaxação impostos ao sistema e que discutiremos nas seções posteriores para cada sistema atômico em particular.

2.2 A descrição do campo eletromagnético

Antes de apresentarmos as interações entre luz e átomos propriamente ditas, vamos revisar algumas questões importantes sobre a descrição dos campos eletromagnéticos. A manifestação de qualquer fenômeno elétrico e/ou magnético, inclusive a propagação de ondas eletromagnéticas num meio, é descrita pelas equações de Maxwell [38]:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t) \quad (2.12)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{j}(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t) \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \quad (2.14)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.15)$$

O campo elétrico é representado por $\vec{E}(\vec{r}, t)$ e o vetor de intensidade magnética por $\vec{H}(\vec{r}, t)$. Estes se relacionam ao vetor deslocamento $\vec{D}(\vec{r}, t)$ e ao campo magnético $\vec{B}(\vec{r}, t)$, respectivamente, da seguinte forma:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t) \quad (2.16)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{M}(\vec{r}, t) \quad (2.17)$$

Nas equações anteriores são definidas a polarização $\vec{P}(\vec{r}, t)$ e magnetização $\vec{M}(\vec{r}, t)$ que podem ser induzidas no meio. A densidade de carga e a de corrente são representadas por $\rho(\vec{r}, t)$ e $\vec{j}(\vec{r}, t)$, respectivamente.

Vamos assumir que nossa amostra atômica é neutra ($\rho = 0$ e $\vec{j} = 0$). Além disso, vamos considerar que todas as transições que ocorrem neste sistema são do tipo **dipolo elétrico** [36, 39] e, portanto, os campos eletromagnéticos induzidos na amostra são causados pelos momentos de dipolo dos átomos. Neste caso, temos que os campos tornam-se simplesmente $\vec{D}(\vec{r}, t) \equiv \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t)$ e $\vec{B}(\vec{r}, t) \equiv \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t)$ e a equação do campo elétrico para uma onda eletromagnética no meio se reduz a:

$$-\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}(\vec{r}, t) \quad (2.18)$$

A polarização representa a resultante macroscópica da soma dos momentos de dipolo induzidos de cada átomo: $\vec{P} = N \langle \vec{d} \rangle$, onde N é a densidade de átomos na região de interação com o campo ⁴ e $\langle \vec{d} \rangle = -e \langle \vec{r} \rangle$ é a média dos momentos de dipolo individuais (e é a carga do elétron e \vec{r} é o raio vetor desse elétron). No formalismo do operador densidade, a polarização pode ser escrita como:

⁴A polarização é dada como uma densidade de dipolos induzidos num certo volume (no nosso caso, limitado pela região de interação com o campo eletromagnético) e, do mesmo modo, também definimos N como uma densidade, assim a expressão para a polarização está dimensionalmente adequada.

$$\begin{aligned}
\vec{P} = N \text{tr}(\vec{d}\rho) &= N \sum_{ij} e\langle u_i | \vec{r} | u_j \rangle \rho_{ij} \\
&= N \sum_{ij} \vec{d}_{ij} \rho_{ij}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Vamos considerar o campo eletromagnético como uma onda plana que se propaga ao longo da direção z com uma polarização qualquer q de uma dada base ortogonal. Podemos reescrever a equação (2.18) como:

$$-\frac{\partial^2 E_q}{\partial z^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_q}{\partial t^2} = -\frac{N}{c^2} \sum_{ij} d_{ijq} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho_{ij} \tag{2.20}$$

Numa descrição rigorosa do problema é necessário descrever o campo eletromagnético em sua forma quântica, ou seja, em termos de operadores. Contudo, quando o campo eletromagnético que atua na amostra atômica é suficientemente intenso podemos tratá-lo classicamente [39], por isso a chamada aproximação semiclassica. Com isto em mente, vamos escrever o campo da seguinte forma:

$$E_q(z, t) = \mathcal{E}(z, t) \hat{e}_q e^{ikz - i(\omega t + \phi)} + \mathcal{E}^*(z, t) \hat{e}_q^* e^{-ikz + i(\omega t + \phi)} \tag{2.21}$$

O vetor de onda é definido por $k = 2\pi/\lambda$. Vamos assumir que a amplitude do campo $\mathcal{E}(z, t)$ varia numa escala temporal muito maior que a de um ciclo de oscilação do campo e é praticamente constante em dimensões comparadas às atômicas. Estas aproximações são bastante plausíveis para os comprimentos de onda típicos da região ótica do espectro eletromagnético. Podemos expressar isso através das equações:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} \ll k\mathcal{E} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} \ll \omega\mathcal{E} \tag{2.22}$$

Esta é a chamada “ aproximação de amplitude (envelope) lentamente variável ”. Nestas condições podemos reescrever a equação 2.20 mantendo apenas as primeiras derivadas

no tempo e no espaço para a amplitude do campo:

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathcal{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{E} = iN \sum_{ij} d_{ij}\tilde{\rho}_{ij} \quad (2.23)$$

Na equação 2.23, $\rho_{ij} = \tilde{\rho}_{ij}e^{ikz-i(\omega t+\phi)}$. Estaremos utilizando a aproximação acima citada em todos os nossos cálculos posteriores.

2.3 Equações de Bloch para interação átomo-campo

Como já comentado, podemos determinar a solução do sistema átomo-campo através do cálculo das equações de Bloch. Vamos separar o hamiltoniano em duas partes: H_0 que é o hamiltoniano do átomo na ausência do campo eletromagnético (hamiltoniano livre) e H_I que é o hamiltoniano de interação propriamente dito e a parte responsável por descrever como a luz atua sobre os átomos (e vice-versa). O hamiltoniano total é, obviamente, a soma das contribuições de cada parte.

$$H_{0ij} = \hbar\omega_i\delta_{ij}|u_i\rangle\langle u_j| \quad (2.24)$$

$$H_{Iij} = \sum_q d_{ij}^{(q)} E^{(q)}(t)|u_i\rangle\langle u_j| \quad (2.25)$$

$$H_{total} = \sum_{ij} (H_{0ij} + H_{Iij}) \quad (2.26)$$

As interações do tipo dipolo elétrico são descritas por um hamiltoniano de interação de forma $H_I = -e\vec{r}\cdot\vec{E}$. No potencial de interação temos, ainda, a soma sobre as componentes q da polarização do campo incidente descritas na base adequada [40, 41]. Podemos reescrever a equação de Bloch (eq. 2.11) para estes hamiltonianos como:

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}(t) &= -\frac{i}{\hbar} [H_{total}, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{relax} \\
&= -\frac{i}{\hbar} \sum_{ij} [H_{0ij} + H_{Iij}, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{relax}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Os termos do hamiltoniano de interação dependem do sistema de níveis tratado, da mesma forma que os termos de relaxação. Na próxima seção discutiremos alguns sistemas de níveis em particular e determinaremos explicitamente esses termos.

2.4 Sistemas atômicos simples

Com o principal intuito de apresentar os efeitos coerentes, vamos introduzir dois sistemas atômicos simples: o sistema de três níveis (configuração Λ) e o sistema de quatro níveis (configuração N), nos quais poderemos observar Transparência e Absorção Eletromagneticamente Induzidas, respectivamente. Nestes sistemas, por lidarmos com um número pequeno de equações, é possível obter soluções analíticas. Mesmo que se trabalhe com uma solução numérica, é muito mais fácil analisar a contribuição dos diversos termos e influência dos parâmetros do sistema.

2.4.1 Sistemas de três níveis e EIT

Como sabemos, um campo eletromagnético quando ressonante com uma certa transição atômica será absorvido e depois de um certo tempo (tempo de relaxação do sistema) emitido na forma de fluorescência. Se a amostra for submetida a um segundo campo eletromagnético também ressonante com uma outra transição, mas com um estado em comum com a primeira teremos novamente absorção deste campo e emissão de fluo-

rescência. Contudo, ao aplicarmos os dois campos simultaneamente, podemos eliminar a emissão de fluorescência.

A primeira observação dessa modificação das características de absorção e dispersão do meio através da interação não linear com campos óticos foi realizada por Alzetta e colaboradores [3]. Neste experimento uma amostra de vapor de sódio foi excitada por um laser intenso e submetida a um campo magnético longitudinal inhomogêneo. Ao longo da célula de vapor foram observadas linhas escuras (ausência de fluorescência), esse efeito foi denominado de “ressonância escura”. Este tipo de fenômeno pode ser explicado utilizando o conceito de estados “claros” e “escuras”, que são superposições coerentes dos níveis atômicos.

As observações realizadas em [3] estavam associadas a um fenômeno que foi depois denominado de Aprisionamento Coerente de População (CPT - *Coherent Population Trapping*) [42, 43]. Nos processos de CPT, os átomos são bombeados para um estado escuro que não interage com a luz, o que pode eliminar a emissão de fluorescência. No fenômeno de EIT também temos o bombeamento do sistema atômico para um estado em particular: uma superposição coerente de estados que é “não absorvedora” (estado escuro). Uma boa revisão sobre o fenômeno de CPT é a Ref. [2].

Este mesmo mecanismo leva a um dos nossos fenômenos de interesse: a Transparência Induzida Eletromagneticamente (EIT - *Electromagnetically Induced Transparency*). A EIT foi observada pela primeira vez em 1988 por Kocharovskaya e Khannin [6] e, independentemente, por Harris [4] em 1989. O nome EIT foi utilizado pela primeira vez por Harris e colaboradores [5].

Para uma discussão mais detalhada do fenômeno vamos considerar um sistema de três níveis. Este sistema tem três possibilidades de acoplamento com os dois campos, que se diferenciam pelo estado em comum entre as transições: na configuração Λ (λ) o estado em comum é o excitado, na V é o estado fundamental e na cascata é o intermediário,

como pode ser visto na figura 2.1.

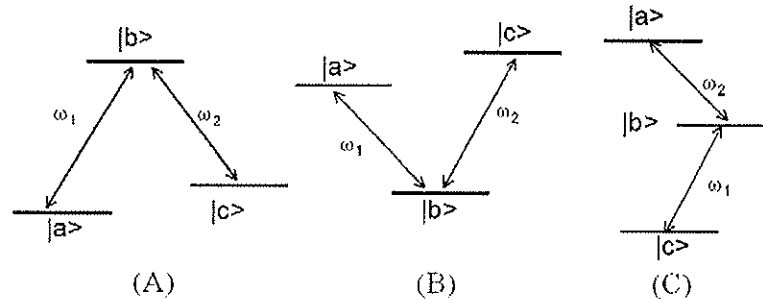


Figura 2.1: Possíveis configurações de um sistema de três níveis com dois campos eletromagnéticos acoplados: (A) configuração Λ (lambda), (B) configuração V e (C) configuração cascata.

Para nossa apresentação do efeito de EIT vamos considerar uma configuração Λ (ver fig. 2.2) [44, 45]. Também é possível observar EIT nas configurações V [46, 47] e cascata [48, 49]. Porém, tem aplicações mais limitadas e não mostram EIT na definição estrita do fenômeno porque não temos, de fato, a formação de um estado escuro (meta)estável, mas podem apresentar uma redução de absorção apreciável. Além dessas configurações, existe um número muito grande de propostas e experimentos que utilizam configurações com mais de dois campos, que se acoplam com um número maior de níveis.

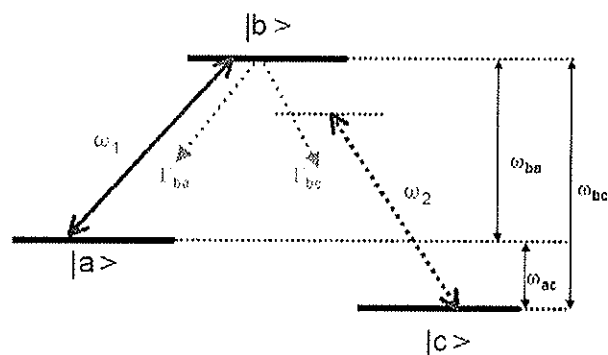


Figura 2.2: Sistema de três níveis em configuração Λ . Representamos os campos acoplados e as taxas de decaimento espontâneo.

Os níveis $|a\rangle$ e $|c\rangle$ são fundamentais e têm a mesma paridade. O nível $|b\rangle$ é o nível excitado e possui paridade oposta aos fundamentais. O hamiltoniano livre é dado por:

$$H_\Lambda = \hbar [\omega_a |a\rangle \langle a| + \omega_b |b\rangle \langle b| + \omega_c |c\rangle \langle c|] \quad (2.28)$$

O hamiltoniano de interação na aproximação de dipolo elétrico, já incluindo a aproximação R.W.A (ver apêndice A) pode ser escrito como:

$$V_\Lambda = \hbar [\Omega_1 |a\rangle \langle b| e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + \Omega_2 |c\rangle \langle b| e^{i(\omega_2 t + \phi_2)}] + h.c. \quad (2.29)$$

Na equação anterior definimos as frequências de Rabi: $\Omega_1 = -\frac{E_1 \mu_{ab}}{\hbar}$ e $\Omega_2 = -\frac{E_2 \mu_{cb}}{\hbar}$. As equações óticas de Bloch (2.11) são calculadas a partir de:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H_\Lambda + V_\Lambda, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel} \quad (2.30)$$

Os termos de relaxação incoerente são incluídos de forma fenomenológica [37]. Explicitamente, temos as seguintes equações para as populações (ρ_{ii}) e coerências (ρ_{ij}) do sistema:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{aa} &= -i\Omega_1 e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} \rho_{ba} + i\Omega_1^* e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} \rho_{ab} + \Gamma_{ba} \rho_{bb} \\ \dot{\rho}_{bb} &= -i\Omega_1^* e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} \rho_{ab} + i\Omega_1 e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} \rho_{ba} - i\Omega_2^* e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \rho_{cb} + \\ &\quad + i\Omega_2 e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} \rho_{bc} - (\Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}) \rho_{bb} \\ \dot{\rho}_{cc} &= -i\Omega_2 e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} \rho_{bc} + i\Omega_2^* e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \rho_{cb} - \Gamma_{bc} \rho_{bb} \\ \dot{\rho}_{ab} &= i\omega_{ab} \rho_{ab} - i\Omega_1 e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} (\rho_{bb} - \rho_{aa}) + i\Omega_2 e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} \rho_{ac} - \frac{\Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}}{2} \rho_{ab} \\ \dot{\rho}_{bc} &= i\omega_{bc} \rho_{bc} - i\Omega_2^* e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} (\rho_{cc} - \rho_{bb}) - i\Omega_1^* e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} \rho_{ac} - \frac{\Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}}{2} \rho_{bc} \\ \dot{\rho}_{ac} &= i\omega_{ac} \rho_{ac} + i\Omega_1 e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} \rho_{bc} - i\Omega_2^* e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} \rho_{ab} - \gamma \rho_{ac} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Nas equações acima, $\omega_{ab} = \omega_b - \omega_a$, $\omega_{bc} = \omega_b - \omega_c$ e $\omega_{ac} = \omega_a - \omega_c$. Os parâmetros Γ_{ba} e Γ_{bc} são as taxas de decaimento do estado excitado por emissão espontânea para os

estados $|a\rangle$ e $|c\rangle$, respectivamente. Por simplicidade, vamos considerar a partir de agora, que $\Gamma_{ba} = \Gamma_{bc} = \frac{\Gamma}{2}$.

A transição ótica entre estados fundamentais é proibida por paridade, porém temos a taxa de decaimento γ que representa a perda de coerência entre estados fundamentais por processos não radiativos. Fisicamente, γ está associado a dois fatores: colisões e tempo de interação finito entre os átomos e o feixe laser. Essa taxa têm um valor muito inferior ao da taxa de decaimento por emissão espontânea ($\gamma \ll \Gamma$).

É importante notar que cada taxa de decaimento implica numa escala de tempo da evolução do sistema, assim temos uma escala de tempo na configuração Λ de γ^{-1} que é muito maior que Γ^{-1} e que nos leva ao surgimento de uma ressonância estreita, claramente associada à coerência entre os estados fundamentais.

Vamos descrever o sistema num referencial girante (com a frequência ótica) ao introduzir as variáveis ditas lentas, assim passamos para uma descrição independente do tempo:

$$\begin{aligned}
 \rho_{ii} &= \sigma_{ii} \\
 \rho_{bc} &= e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \sigma_{bc} \\
 \rho_{ab} &= e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} \sigma_{ab} \\
 \rho_{ac} &= e^{-i[(\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_2 - \phi_1)]} \sigma_{ac}
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Com isto, podemos reescrever as equações de Bloch para as populações:

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_{aa} &= -i\Omega_1 \sigma_{ba} + i\Omega_1^* \sigma_{ab} + \frac{\Gamma}{2} \sigma_{bb} \\
 \dot{\sigma}_{bb} &= -i\Omega_1^* \sigma_{ab} + i\Omega_1 \sigma_{ba} - i\Omega_2^* \sigma_{cb} + i\Omega_2 \sigma_{bc} - \Gamma \sigma_{bb} \\
 \dot{\sigma}_{cc} &= -i\Omega_2 \sigma_{bc} + i\Omega_2^* \sigma_{cb} + \frac{\Gamma}{2} \sigma_{bb}
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

E as equações para as coerências:

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{ab} &= -\left(i\Delta_1 + \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{ab} - i\Omega_1(\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) + i\Omega_2\sigma_{ac} \\
\dot{\sigma}_{bc} &= -\left(i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{bc} - i\Omega_2^*(\sigma_{cc} - \sigma_{bb}) + i\Omega_1^*\sigma_{ac} \\
\dot{\sigma}_{ac} &= (i\Delta_R - \gamma)\sigma_{ac} - i\Omega_1\sigma_{bc} + i\Omega_2^*\sigma_{ab}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Além da mudança para variáveis lentas, nós definimos as desintonias $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_{ab}$, $\Delta_2 = \omega_2 - \omega_{cb}$ e $\Delta_R = \Delta_2 - \Delta_1$ (dessintonia Raman). As equações 2.33 e 2.34 formam um sistema de equações diferenciais de primeira ordem a coeficientes constantes. Além dessas equações, temos também a condição de normalização $\rho_{aa} + \rho_{bb} + \rho_{cc} = 1$, que está associada ao fato da população total do sistema ser conservada. Esse sistema de equações pode ser descrito de forma matricial:

$$\frac{d}{dt}x = Mx + x_0 \tag{2.35}$$

As matrizes M , x e x_0 contêm toda a informação sobre a evolução do sistema e suas formas e dimensionalidades dependerão do sistema físico que estará sendo tratado. Em particular, para o sistema de três níveis, x e x_0 são vetores de 9 elementos e M é uma matrix 9×9 . A solução para o estado estacionário ($\frac{d}{dt}x = 0$) pode ser encontrada através da inversão de M . A maneira mais direta de solucionar este sistema de equações é através da integração numérica.

Na figura 2.3(A) e (B) temos as populações dos estados fundamentais e do estado excitado, respectivamente. Vemos claramente a assinatura do efeito coerente na população do estado excitado, ou seja, quando a ressonância Raman é atingida ($\Delta_R = 0$) o estado excitado é bruscamente despulpado. Nas figura 2.3(C) e (D) temos o índice de refração e a absorção do meio, que apresentam uma assinatura clara da não linearidade introduzida pelo efeito EIT na região em torno da ressonância Raman.

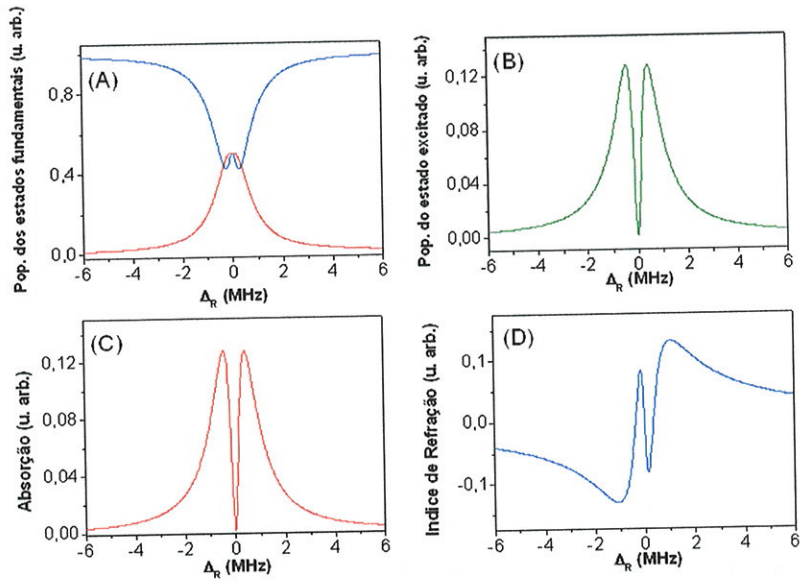


Figura 2.3: (A) Populações dos estados fundamentais (a em vermelho e c em azul), (B) população do estado excitado b , (C) absorção do meio e (D) índice de refração (em função de dessintonia Raman). $\Omega_1 = \Omega_2 = 0,25\Gamma$ e $\gamma = 0,01\Gamma$.

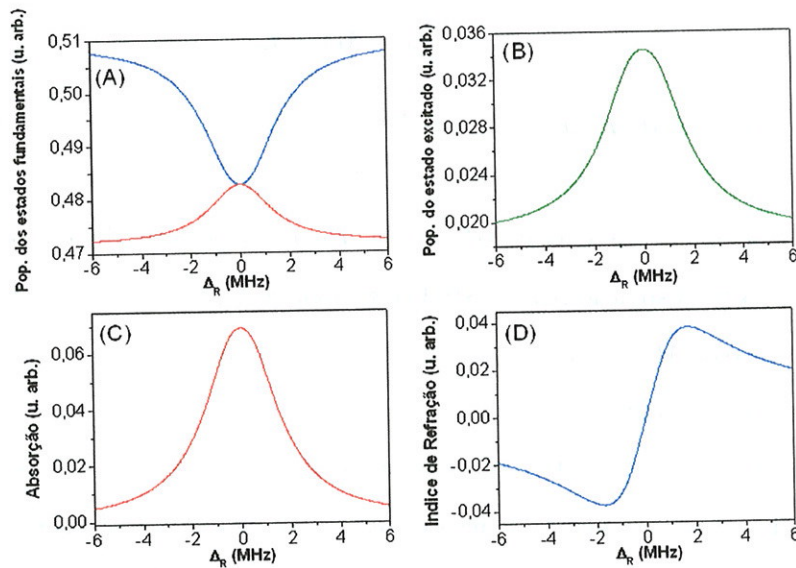


Figura 2.4: (A) Populações dos estados fundamentais (a em vermelho e c em azul), (B) população do estado excitado b , (C) absorção do meio e (D) índice de refração (em função de dessintonia Raman). $\Omega_1 = \Omega_2 = 0,25\Gamma$ e $\gamma = \Gamma$.

Um outro caso interessante é quando consideramos $\gamma = \Gamma$, cujo resultado pode ser visto na figura 2.4. Como já havíamos dito, a existência de duas escalas de tempo diferentes (ou se preferir a existência da coerência entre estados fundamentais) é responsável pelo efeito de EIT, ao considerarmos $\gamma = \Gamma$ esta condição é eliminada e o efeito de EIT desaparece. Vemos que neste caso o comportamento da absorção e do índice de refração é exatamente o mesmo de um sistema de dois níveis (ver apêndice A).

2.4.2 Sistemas de quatro níveis e EIA

O outro fenômeno coerente do meio atômico com o qual trabalhamos foi a Absorção Eletromagneticamente Induzida (EIA - *Eletromagnetically Induced Absorption*). Neste fenômeno temos um substancial aumento da absorção, que se apresenta na forma de um pico estreito. A primeira observação desse efeito foi realizada por Lezama e colaboradores, que também haviam previsto este efeito [18].

Este fenômeno ocorre no caso de dois campos ressonantes interagindo com um sistema atômico de dois níveis com degenerescências [19, 20], na condição que o momento angular do estado excitado é maior que o do estado fundamental ($F_e = F_g + 1$). Um efeito similar também pode ser observado no caso de um único laser na presença de um campo magnético, neste caso denominado Hanle-EIA [21, 22].

A explicação inicial para este efeito era baseada na redistribuição de população atômica entre os subníveis Zeeman do estado fundamental devido a diferença entre as probabilidades de transição [18, 19]. Estes cálculos previam que para a ocorrência da EIA era necessário que as transições fossem cíclicas. Porém, também, foi observado experimentalmente EIA em transições abertas [50, 51]. Isto é possível porque o aumento de absorção ocorre devido a transferência espontânea de coerência dos estados excitados para os fundamentais [23, 24], que em condições especiais pode ser predominante mesmo em transições abertas.

Um modelo simples para o estudo do efeito de EIA é o sistema de quatro níveis em N [52, 53]. Vamos apresentar este sistema em detalhes e mostrar o efeito de EIA e suas causas. O sistema de quatro níveis em configuração N (ver fig. 2.5) é o mais simples no qual podemos observar o fenômeno de EIA ⁵.

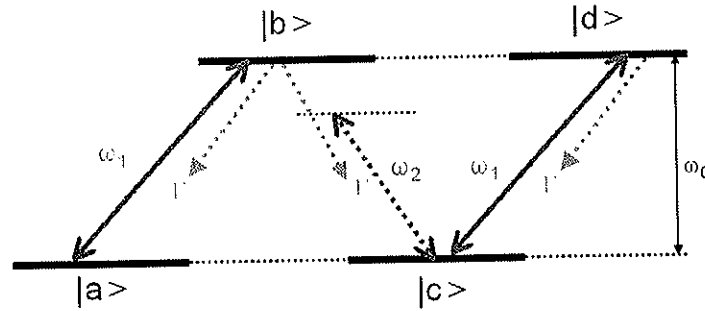


Figura 2.5: Sistema de quatro níveis em configuração N. Representamos os campos acoplados e as taxas de decaimento espontâneo.

Consideramos dois níveis fundamentais e dois excitados, ambos degenerados (apenas por simplicidade) que, como indicado na figura, interagem com dois campos de frequências óticas ω_1 e ω_2 . Os hamiltonianos livre e de interação (na aproximação R.W.A.) para este sistema são:

$$H_N = \hbar\omega_0 [|b\rangle \langle b| + |d\rangle \langle d|] \quad (2.36)$$

$$V_N = \hbar A \Omega_1 |a\rangle \langle b| e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + \hbar \Omega_1 |c\rangle \langle d| e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + \\ + \hbar B \Omega_2 |c\rangle \langle b| e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} + h.c. \quad (2.37)$$

Os parâmetros A e B (reais), com $A^2 + B^2 = 1$, desempenham o mesmo papel que os coeficientes de Clebsch-Gordan [54] e definem as taxas de transição entre os níveis $|a\rangle \rightleftharpoons |b\rangle$ e $|c\rangle \rightleftharpoons |d\rangle$, respectivamente. As transições $|a\rangle \rightleftharpoons |d\rangle$, $|b\rangle \rightleftharpoons |d\rangle$ e

⁵Este modelo não pode ser obtido acessando níveis de um átomo real (como descrito aqui), porém é bastante simples para se obter as características básicas da EIA

$|a\rangle \rightleftharpoons |c\rangle$ são proibidas. As frequências de Rabi são definidas por $\Omega_1 = -\frac{E_1\mu_{ab}}{\hbar} = -\frac{E_1\mu_{cd}}{\hbar}$ e $\Omega_2 = -\frac{E_2\mu_{cb}}{\hbar}$.

As equações de Bloch para o sistema de quatro níveis em N, já descrita em termos das variáveis lentas (apresentadas na eq. 2.39), são dadas por:

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{aa} &= -iA\Omega_1\sigma_{ba} + iA\Omega_1^*\sigma_{ab} + A^2\Gamma\sigma_{bb} \\
\dot{\sigma}_{bb} &= -iA\Omega_1^*\sigma_{ab} + iA\Omega_1\sigma_{ba} - iB\Omega_2^*\sigma_{cb} + iB\Omega_2\sigma_{bc} - \Gamma\sigma_{bb} \\
\dot{\sigma}_{cc} &= -i\Omega_1\sigma_{dc} + i\Omega_1^*\sigma_{cd} - iB\Omega_2\sigma_{bc} + iB\Omega_2^*\sigma_{cb} + B^2\Gamma\sigma_{bb} + \Gamma\sigma_{dd} \\
\dot{\sigma}_{dd} &= i\Omega_1\sigma_{dc} - i\Omega_1^*\sigma_{cd} - \Gamma\sigma_{dd} \\
\dot{\sigma}_{ab} &= i\Delta_1\sigma_{ab} + iA\Omega_1(\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) + iB\Omega_2\sigma_{ac} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ab} \\
\dot{\sigma}_{ac} &= -iA\Omega_1\sigma_{bc} + i\Omega_1^*\sigma_{ad} + i\Omega_2^*\sigma_{ab} + A\Gamma\sigma_{bb} - \gamma\sigma_{ac} \\
\dot{\sigma}_{ad} &= i(\Delta_1 + \Delta_R)\sigma_{ad} + i\Omega_1\sigma_{ac} - i\Omega_1\sigma_{bd} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ad} \\
\dot{\sigma}_{bc} &= -i\Delta_2\sigma_{bc} + i\Omega_1^*\sigma_{bd} - iA\Omega_1^*\sigma_{ac} + iB\Omega_2^*(\sigma_{bb} - \sigma_{cc}) - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bc} \\
\dot{\sigma}_{bd} &= i\Omega_1^*\sigma_{bc} - iA\Omega_1^*\sigma_{ad} - iB\Omega_2^*\sigma_{cd} - \Gamma\sigma_{bd} \\
\dot{\sigma}_{cd} &= -i\Delta_1\sigma_{cd} + i\Omega_1(\sigma_{cc} - \sigma_{dd}) - iB\Omega_2\sigma_{bc} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{cd}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{ii} &= \sigma_{ii} \\
\rho_{ab} &= e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} \sigma_{ab} \\
\rho_{bc} &= e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \sigma_{bc} \\
\rho_{cd} &= e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} \sigma_{cd} \\
\rho_{ac} &= e^{-i[(\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_2 - \phi_1)]} \sigma_{ac} \\
\rho_{bd} &= e^{-i[(\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_2 - \phi_1)]} \sigma_{bd} \\
\rho_{ad} &= e^{-i[(2\omega_1 - \omega_2)t + (2\phi_1 - \phi_2)]} \sigma_{ad}
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Nas equações 2.38 usamos $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_0$, $\Delta_2 = \omega_2 - \omega_0$ e $\Delta_R = \Delta_2 - \Delta_1$ (dessintonia Raman). Observe que a equação para $\dot{\sigma}_{ac}$ (coerência entre estados fundamentais) é a

única com a taxa de decaimento γ , que é não radiativa. Em todas as outras variáveis a taxa dominante é a taxa de emissão espontânea Γ . Do mesmo modo que na seção anterior, este é um sistema de equações diferenciais de primeira ordem e pode ser reescrito na forma matricial da equação 2.35 e resolvido numericamente.

Na figura 2.6 temos as populações, os sinais de absorção e índice de refração ao considerar $A = 0,9$ (lembramos que B é definido quando escolhemos o valor de A). Este parâmetro indica o “peso” da contribuição da transições $|a\rangle \rightleftharpoons |b\rangle$.

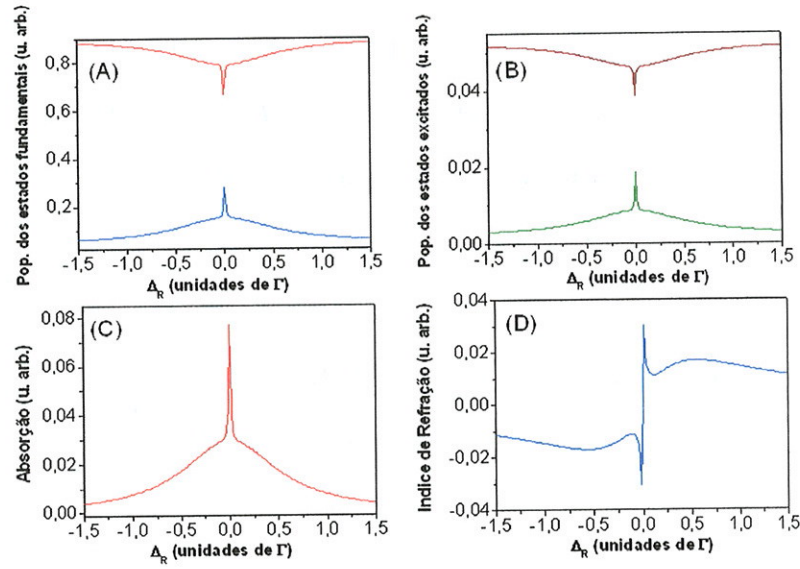


Figura 2.6: (A)Populações dos estados fundamentais (a em vermelho e c em azul), (B) populações dos estados excitados (b em verde e d em marrom), (C)absorção do meio (D) índice de refração (em função de dessintonia Raman); $\Omega_1 = 0,25\Gamma$, $\Omega_2 = 0,1\Gamma$, $\gamma = 0,01\Gamma$ e $A = 0,9$.

Neste caso temos um forte efeito de EIA, como pode ser visto no sinal de absorção [fig. 2.6(D)]. Um outro fato interessante é a curva de dispersão (índice de refração), vemos um grande aumento da dispersão anômala associada a EIA que pode ser utilizada para obter velocidades de grupo negativas para pulsos de luz (a chamada “luz rápida”), como mostrado em [25, 26].

Na figura 2.7 modificamos o parâmetro A para 0,5 e observamos uma diminuição do efeito de EIA. Na figura 2.8, praticamente, não se observa o sinal de EIA ao utilizar $A = 0,1$. Isto ocorre pois quanto menor o parâmetro A , maior é a probabilidade da população ser bombeada para o estado $|a\rangle$. Uma vez neste estado, a probabilidade de ser excitado para $|b\rangle$ é muito pequena ($P_{a \rightarrow b} = A^2$) e temos um “quase estado escuro” reproduzindo uma situação mais próxima ao fenômeno da EIT.

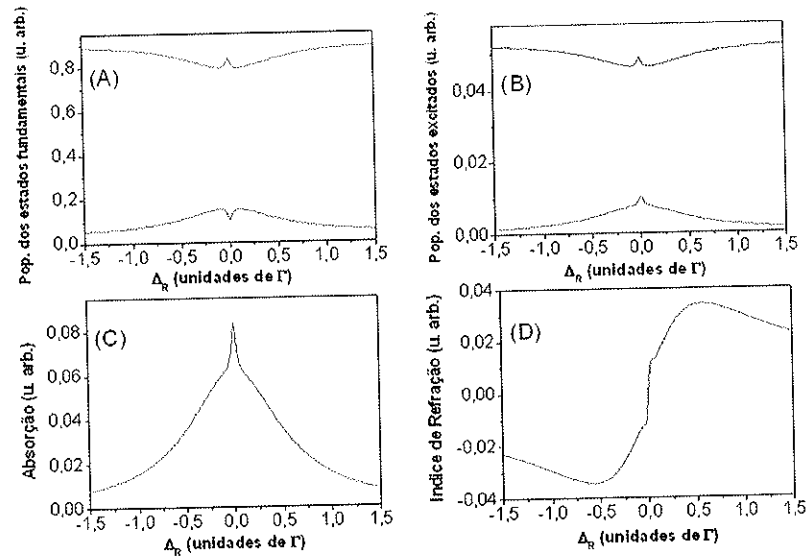


Figura 2.7: (A) Populações dos estados fundamentais (a em vermelho e c em azul), (B) populações dos estados excitados (b em verde e d em marrom), (C) absorção do meio e (D) índice de refração (em função de dessintonia Raman); $\Omega_1 = 0,25\Gamma$, $\Omega_2 = 0,1\Gamma$, $\gamma = 0,01\Gamma$ e $A = 0,5$.

Uma outra coisa importante a ser notada é que em momento algum temos um estado que é totalmente despopulado. Na EIA todos os estados são “claros”. Portanto, não há uma explicação simples para o fenômeno como ocorre para a EIT (baseada em CPT e estados escuros). Contudo, o efeito de EIA está relacionado às coerências não apenas entre os estados fundamentais, mas também da coerência entre estados excitados e sua transferência para a coerência entre fundamentais.

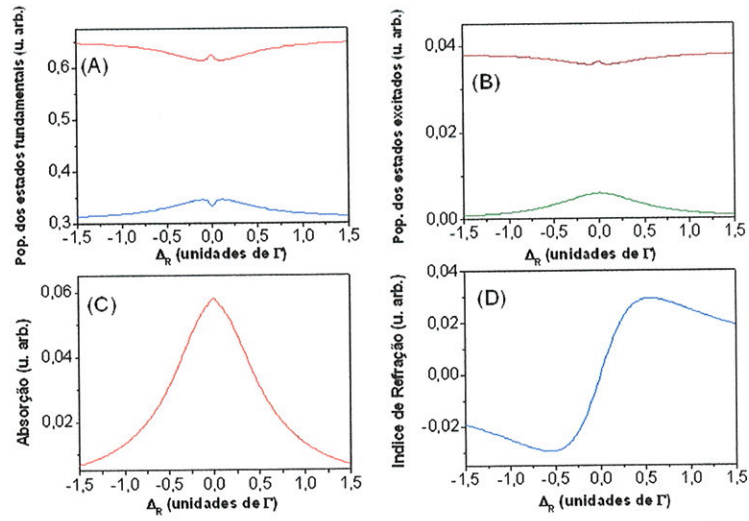


Figura 2.8: (A) Populações dos estados fundamentais (a em vermelho e c em azul), (B) populações dos estados excitados (b em verde e d em marrom), (C) absorção do meio e (D) índice de refração (em função de dessintonia Raman); $\Omega_1 = 0,25\Gamma$, $\Omega_2 = 0$, $\gamma = 0,01\Gamma$ e $A = 0,1$.

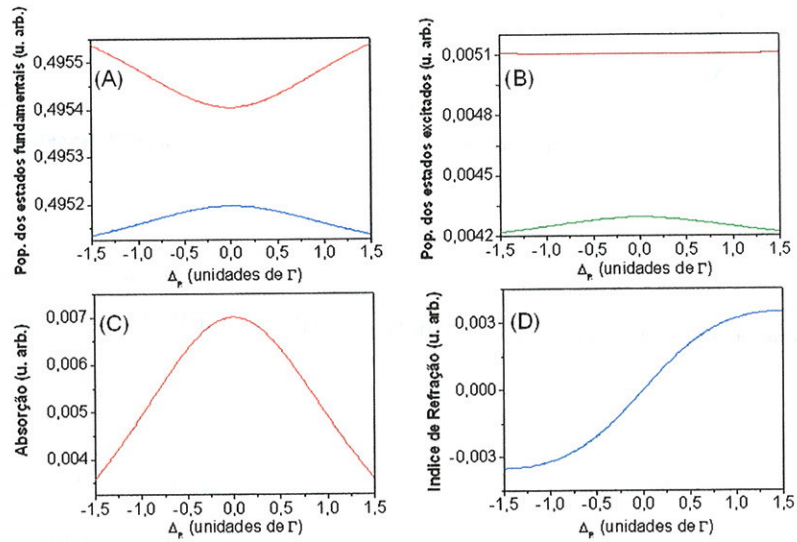


Figura 2.9: (A) Populações dos estados fundamentais (a em vermelho e c em azul), (B) populações dos estados excitados (b em verde e d em marrom), (C) absorção do meio e (D) índice de refração (em função de dessintonia Raman). $\Omega_1 = 0,25\Gamma$, $\Omega_2 = 0$, $\gamma = \Gamma$ e $A = 0,9$.

Nas figuras 2.9, fazemos $\gamma = \Gamma$ e isto leva a uma aniquilação completa da assinatura da EIA, mesmo com parâmetro $A = 0,9$. Temos um sinal de absorção idêntico ao obtido para sistemas de dois níveis. Pelas curvas das populações temos efetivamente uma despopulação da transição $|a\rangle \rightleftharpoons |b\rangle$ e o sistema $|c\rangle \rightleftharpoons |d\rangle$ saturado (metade da população total no estado excitado).

2.5 Sistemas de dois níveis com degenerescência

Muitos experimentos e modelos teóricos em EIT, EIA e outros efeitos coerentes relacionados requerem sistemas de três ou mais níveis. Em geral, é necessário que existam, pelo menos, dois estados fundamentais [20] que podem ser degenerados ou não. No caso de estados não degenerados, um experimento requer, pelo menos, dois lasers de frequências distintas (pelo menos alguns GHz) atuando a partir de cada nível fundamental (como nas figuras 2.2 e 2.5).

Os sistemas de dois níveis com degenerescências se mostram como um “ambiente” bastante útil para estes estudos de efeitos coerentes. Um ponto extremamente interessante nesse tipo de sistema é que podemos usar como fonte dos campos um único laser, garantindo com isso uma relação de fase bem definida entre os campos lasers que excitam os átomos. Isto possibilita a observação de estruturas muito mais estreitas nos sistemas atômicos, bem menores que a largura de linha natural ou a largura de linha dos lasers. Além disso, com a escolha das degenerescências dos níveis fundamental e excitado podemos observar tanto EIT ou EIA, ou seja, temos uma estrutura muito mais rica a explorar.

2.5.1 Equações de Bloch para sistemas de dois níveis com degenerescência

Um sistema de dois níveis com degenerescências consiste de um nível fundamental com um certo momento angular F_a e um nível excitado de momento angular F_b . Da mecânica quântica sabemos que também temos os números quânticos associados à projeção do momento angular: m_{F_a} e m_{F_b} . Assim, os níveis fundamental e excitado possuem degenerescências de $d_a = 2F_a + 1$ e $d_b = 2F_b + 1$ níveis (ver figura 2.10), respectivamente.

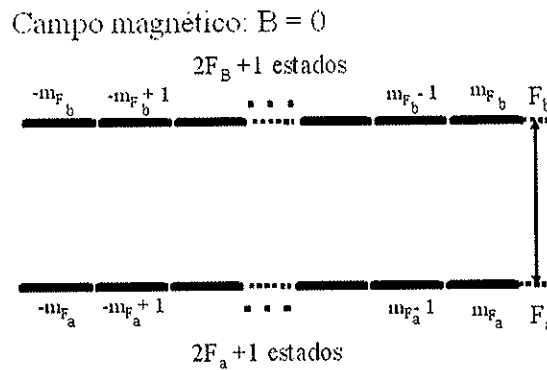


Figura 2.10: Sistema de dois níveis com degenerescência (campo magnético nulo).

Podemos encontrar uma analogia direta e “intuitiva” entre os modelos mais simples e os sistemas de dois níveis com degenerescência. Quando o nível excitado tem uma degenerescência menor que o fundamental ($F_a > F_b$) o sistema se comporta com um conjunto de sistemas Λ (figura 2.11). Em uma excitação do tipo Λ , quando a ressonância Raman é atingida, ocorre uma interferência destrutiva entre os dois caminhos de excitação possíveis e o meio apresenta uma diminuição da absorção, ou seja, a transparência.

Na situação em que a degenerescência Zeeman do estado excitado é maior que a do estado fundamental ($F_a < F_b$), o sistema de dois níveis se comporta como um conjunto de sistemas de três níveis em V , mas acoplados entre si devido às coerências entre os

estados fundamentais ou, dependendo das polarizações definidas para os campos, um quatro níveis similar a configuração N (figura 2.12). Neste caso, como vimos na seção anterior, isto nos leva a ressonâncias tipo EIA.

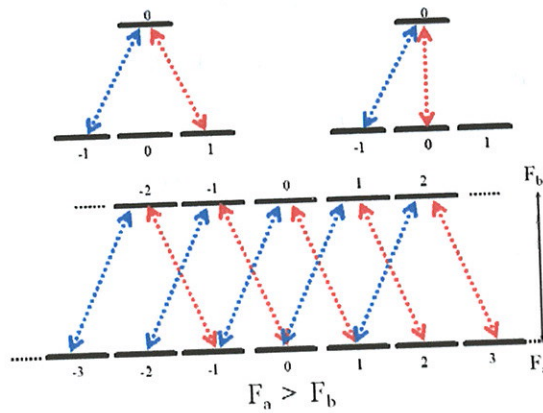


Figura 2.11: Esquema de níveis de alguns sistemas degenerados com $F_a > F_b$: (esquerda acima) $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ (campo azul σ^+ e vermelho σ^-); (direita acima) $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ (campo azul σ^+ e vermelho π) e (abaixo) sistema com degenerescência maior (campo azul σ^+ e vermelho σ^-)

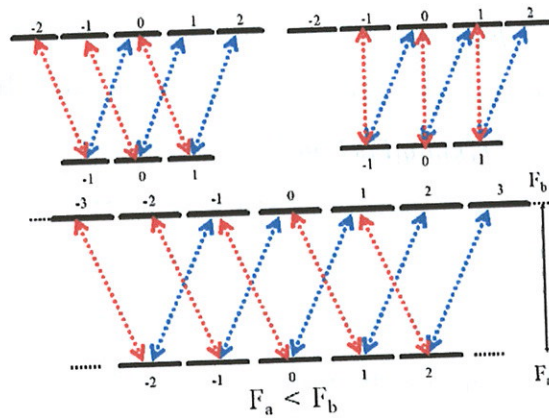


Figura 2.12: Esquema de níveis de alguns sistemas degenerados com $F_a < F_b$: (esquerda acima) $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ (campo azul σ^+ e vermelho σ^-), (direita acima) $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ (campo azul σ^+ e vermelho π) e (abaixo) sistema com degenerescência maior (campo azul σ^+ e vermelho σ^-)

Quando um sistema de dois níveis com degenerescência interage com um campo magnético externo a degenerescência é quebrada (efeito Zeeman). Para campos magnéticos pequenos, o deslocamento dos níveis é linear com o campo e dado por:

$$E_F = \hbar \mu_B g_F m_F B \quad (2.40)$$

Na equação 2.40, μ_B e g_F são o magneton de Bohr ($-9,274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$) e o fator giromagnético para o nível atômico F , respectivamente.

Um elemento de matriz do momento dipolar \vec{D} entre dois estados $|F_a m_a\rangle$ e $|F_b m_b\rangle$ pode ser expresso com o Teorema de Wigner Eckart [54] em termos de tensores irreduzíveis $\mathbf{T}^{(k)}$.

$$\begin{aligned} \langle \alpha_a F_a m_a | T_q^{(k)} | \alpha_b F_b m_b \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2F_a + 1}} \langle F_b k m_b q | F_b k F_a m_a \rangle \langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle \\ &= (-1)^{F_a - m_a} \begin{pmatrix} F_a & k & F_b \\ -m_a & q & m_b \end{pmatrix} \langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle \end{aligned} \quad (2.41)$$

Na equação 2.41, k é a ordem do tensor (no caso particular de um operador vetorial, $k = 1$), α representa a parte radial da função de onda, $\langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle$ é o elemento de matriz reduzido e $\langle F_b k m_b q | F_b k F_a m_a \rangle$ é o coeficiente de Clebsch-Gordan associado. O teorema de Wigner-Eckart permite separar a parte geométrica daquela que só depende das características específicas do átomo (elemento de matriz reduzido). Isto é muito útil nos cálculos que realizaremos adiante. Nestes sistemas, em particular, o elemento $\langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle$ é apenas uma constante, então podemos definir o operador momento de dipolo reduzido:

$$\vec{Q} = \frac{\vec{D}}{\langle \alpha_a F_a || \vec{D} || \alpha_b F_b \rangle} \quad (2.42)$$

Temos ainda $Q_{ab} = P_a \vec{Q} P_b$, onde P_a e P_b são projetores em cada nível e respeitam a relação $P_a + P_b = I$ (no subespaço $\{|a\rangle, |b\rangle\}$). O campo magnético adiciona um termo ao hamiltoniano livre:

$$H_0 = \hbar\omega_0 P_b + H_{mag} \quad (2.43)$$

$$H_{mag} = (\gamma_a P_a + \gamma_b P_b) F_z B \quad (2.44)$$

Na equação acima apresentamos os fatores giromagnéticos (γ_a e γ_b), já em unidades de frequência ($\gamma_F = \mu_B g_F$), e F_z é a projeção do operador de momento angular na direção do campo magnético (direção escolhida para o eixo de quantização).

Para a descrição completa do problema precisamos determinar as taxas de decaimento radiativas associadas ao sistema. Como esse sistema é bem mais complicado do que os vistos até agora (três e quatro níveis) e temos um interesse mais profundo nos resultados obtidos para ele, vamos calcular em detalhes as taxas de decaimento.

Nos sistemas degenerados temos, em geral, três possíveis canais pelos quais pode ocorrer o decaimento de um estado excitado para o fundamental e também três canais dos quais um estado fundamental pode receber fótons (ver figura 2.13) que correspondem às três polarizações possíveis (σ^+ , σ^- e π) em relação ao eixo de quantização escolhido. Podemos aproveitar as propriedades de ortogonalidade dos símbolos $3j$ (eq. 2.45) [54] na expressão 2.41.

$$\sum_{m_1} \sum_{m_2} \begin{pmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 & F_2 & F'_3 \\ m_1 & m_2 & m'_3 \end{pmatrix} = \frac{\delta(F_3, F'_3) \delta(m_3, m'_3)}{2F_3 + 1} \quad (2.45)$$

A taxa de emissão espontânea $\Gamma_{m_b \rightarrow m_a}$ para uma dada transição possível é [54]:

$$\Gamma_{m_b \rightarrow m_a} = \Gamma(2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} \begin{pmatrix} F_a & 1 & F_b \\ -m_a & q & m_b \end{pmatrix}^2 \quad (2.46)$$

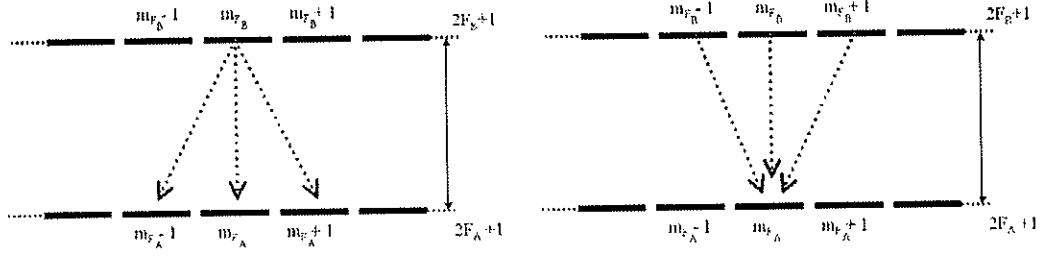


Figura 2.13: (esquerda) Decaimento espontâneo de um estado excitado e (direita) decaimento espontâneo para um estado do nível fundamental (cada canal de decaimento corresponde a uma possível polarização do campo).

A perda total de um estado excitado é dada pela soma sobre todas as transições possíveis e resulta em:

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_b m_b}}{\partial t} \right|_{rel} = - \sum_{m_a} \Gamma_{m_b \rightarrow m_a} \rho_{m_b m_b} = -\Gamma \rho_{m_b m_b} \quad (2.47)$$

Do mesmo modo, o crescimento da população de um estado fundamental será dado pela soma de todas as contribuições dos decaimentos permitidos (ver figura 2.13 direita) dos estados excitados:

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_a m_a}}{\partial t} \right|_{rel} = \Gamma (2F_b + 1) \sum_{m_b} \sum_{q=-1,0,1} \left(\begin{array}{ccc} F_a & 1 & F_b \\ -m_a & q & m_b \end{array} \right)^2 \rho_{m_b m_b} \quad (2.48)$$

A perda de um elemento de coerência ótica ($\rho_{m_b m_a}$) é dado por:

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_a m_b}}{\partial t} \right|_{rel} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{m_a m_b} \quad (2.49)$$

A perda de coerência entre dois subníveis distintos do estado excitado pode ser expressa, essencialmente, como:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \rho_{m_b m'_b}}{\partial t} \right|_{relax} &= -\frac{1}{2} \left[\sum_{m_a \neq m_b} \Gamma_{m_b \rightarrow m_a} + \sum_{m_a \neq m'_b} \Gamma_{m'_b \rightarrow m_a} \right] \rho_{m_b m'_b} + \\ &+ \sum_{m_1 \neq m_b, m_2 \neq m'_b} \Gamma_{m_1 m_2 \rightarrow m_b m'_b} \rho_{m_1 m_2} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Neste caso, como existe apenas um único nível (b), o segundo termo da equação 2.50 nulo. Além disso, $\Gamma_{m_b \rightarrow m_a} = \Gamma_{m'_b \rightarrow m_a} = \Gamma$, o que nos leva a:

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_b m'_b}}{\partial t} \right|_{relax} = -\Gamma \rho_{m_b m'_b} \quad (2.51)$$

O estado fundamental não tem perdas radiativas. Assim, ao escrevermos uma equação análoga à equação 2.50 para a perda de coerência entre estes subníveis, agora apenas o segundo termo da equação contribui:

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_a m'_a}}{\partial t} \right|_{relax} = \Gamma \sum_{m_b, m'_b} \sum_{q=-1,0,1} \langle F_a m_a | Q_q | F_b m_b \rangle \langle F'_b m'_b | Q_q | F'_a m'_a \rangle \rho_{m_b m'_b} \quad (2.52)$$

Isto nos dá um resultado importante: a coerência entre os distintos subníveis do nível excitado é transferida de forma coerente para o nível fundamental (como pode ser visto na eq. 2.52, com uma taxa de transferência de Γ). Esta propriedade está intimamente associada ao fenômeno de absorção induzida.

Com isto, podemos, finalmente, escrever uma expressão (na forma matricial) que engloba todas as contribuições para o decaimento radiativo⁶ associado ao processo de emissão espontânea:

⁶Se considerarmos a existência dos outros níveis de energia do átomo, a população nos dois níveis não deve se conservar nestes níveis. De modo que a probabilidade de decaimento do nível b para a agora deve ser contabilizada como $\alpha\Gamma$, onde α é um número real entre 0 e 1.

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{relax} = -\frac{\Gamma}{2} \{P_b, \rho\} + \Gamma (2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} Q_{ab}^q \rho Q_{ba}^q \quad (2.53)$$

Entretanto, também é necessário contabilizar a contribuição de outros processos como o efeito das colisões e o fluxo de átomos através da região de interação, do mesmo modo que fizemos para os sistemas atômicos mais simples. Isto é feito inserindo a taxa de decaimento γ ($\gamma \ll \Gamma$), que nos adiciona mais um termo na equação 2.53:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|^\gamma = -\gamma (\rho - \rho_0) \quad (2.54)$$

Na equação 2.54, $\rho_0 = P_a / (2F_a + 1)$ está associado aos átomos no estado fundamental que entram na região de interação. Portanto, as equações de Bloch com todas as contribuições inclusas podem ser escritas em sua forma matricial como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + W, \rho] - \frac{\Gamma}{2} \{P_b, \rho\} + \Gamma (2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} Q_{ab}^q \rho Q_{ba}^q - \gamma (\rho - \rho_0) \quad (2.55)$$

Até agora a descrição foi realizada sem explicitar o processo de interação entre átomos e luz, que está contido no hamiltoniano de interação (W). Vamos considerar dois casos distintos: no primeiro o sistema de dois níveis com degenerescência interage com um único campo eletromagnético de frequência ω_L , já no segundo a interação ocorre com dois campos de frequências distintas ω_1 e ω_2 ; em ambos os casos ainda podemos ter um campo magnético variável (lentamente).

2.5.2 Interação com um único campo eletromagnético

Para o caso de interação com um único campo eletromagnético clássico e um campo magnético variável (lentamente) aplicado à amostra atômica e longitudinal à direção de

propagação do campo eletromagnético, o termo de interação pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} W &= \hbar \frac{E \langle F_b \| \vec{D} \| F_a \rangle}{2\hbar} \hat{e} \cdot \vec{Q}_{ba} e^{-i(\omega_L t + \phi_L)} + \hbar \frac{E^* \langle F_b \| \vec{D} \| F_a \rangle^*}{2\hbar} \hat{e}^* \cdot \vec{Q}_{ab} e^{-i(\omega_L t + \phi_L)} \\ &= \hbar (V_{ba} e^{-i(\omega_L t + \phi_L)} + V_{ab} e^{-i(\omega_L t + \phi_L)}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Definimos $V_{ba} = \Omega_1 \hat{e} \cdot \vec{Q}_{ba} = (V_{ab})^\dagger$ e a frequência de Rabi da transição hiperfina $2\hbar\Omega_1 = E \langle F_b \| \vec{D} \| F_a \rangle$. O hamiltoniano total do sistema será dado por: $H = H_0 + W$ (como escrito anteriormente) e a evolução do operador densidade é dada pelas equações de Bloch (eq. 2.55).

Neste sistema podemos eliminar a dependência rápida com o tempo através de uma mudança para variáveis lentas. Contudo, devido ao grande número de estados (e equações) que podemos ter, usaremos um processo mais sistemático para escrevê-las: o espaço de Liouville [55, 56].

O espaço de Liouville se apresenta como uma forma prática e elegante de resolver o problema de equações matriciais de ordem elevada. Na tese apresentamos apenas os conceitos essenciais para a solução dos sistemas de dois níveis com degenerescência, porém uma boa referência para um estudo mais detalhado dos usos do espaço de Liouville é a Ref. [57].

Neste espaço podemos representar o operador densidade (ρ) como um vetor ⁷:

$$\rho \longleftrightarrow y \quad (2.57)$$

Um operador \mathcal{O} que atua sobre a matriz densidade ρ é associado aos operadores no espaço de Liouville como:

⁷A regra para se ordenar os elementos do operador densidade no novo vetor pode ser definida a priori e deve ser seguida consistentemente para a definição de todas as outras grandezas.

$$\begin{aligned}\mathcal{O}\rho &\longleftrightarrow \mathcal{L}(\mathcal{O}) \\ \rho\mathcal{O} &\longleftrightarrow \mathcal{R}(\mathcal{O})\end{aligned}\tag{2.58}$$

Os operadores $\mathcal{R}(\mathcal{O})$ e $\mathcal{L}(\mathcal{O})$ são as representações no espaço de Liouville do operador \mathcal{O} agindo pela direita ou esquerda, respectivamente. Pode-se demonstrar, ainda, que $\mathcal{L}(\mathcal{O})$ e $\mathcal{R}(\mathcal{O})$ são operadores lineares e comutam entre si para qualquer \mathcal{O} e \mathcal{O}' definidos, ou seja:

$$[\mathcal{L}(\mathcal{O}), \mathcal{R}(\mathcal{O}')] = 0\tag{2.59}$$

Para se explicitar a dependência “rápida” desses operadores com a frequência ótica podemos definir a transformação unitária

$$U = P_b e^{i\omega_L t} + P_a\tag{2.60}$$

De modo que $U^\dagger U = 1$ e também $[P_a, U] = [P_b, U] = 0$. Podemos escrever explicitamente o produto $\mathcal{L}(U)\mathcal{R}(U^\dagger)$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(U)\mathcal{R}(U^\dagger) &= \mathcal{L}(P_b)\mathcal{R}(P_b) + e^{i\omega_L t}\mathcal{L}(P_b)\mathcal{R}(P_a) \\ &\quad + e^{-i\omega t}\mathcal{L}(P_a)\mathcal{R}(P_b) + \mathcal{L}(P_a)\mathcal{R}(P_a)\end{aligned}\tag{2.61}$$

E, ainda, definir a matriz \mathcal{N} tal que

$$\begin{aligned}\mathcal{N} &= \mathcal{L}(P_b)\mathcal{R}(P_a) - \mathcal{L}(P_a)\mathcal{R}(P_b) \\ &= \mathcal{L}(P_b)\mathcal{R}(I - P_b) - \mathcal{L}(I - P_b)\mathcal{R}(P_b) \\ &= \mathcal{L}(P_b) - \mathcal{R}(P_b)\end{aligned}\tag{2.62}$$

Desse modo, pode-se escrever $\mathcal{L}(U)\mathcal{R}(U^\dagger) = e^{i\mathcal{N}\omega_L t}$, onde \mathcal{N} é uma matriz composta apenas de 0, +1 e -1 em sua diagonal e todos os outros elementos são nulos. Na prática a

matriz \mathcal{N} funciona como uma forma de “endereçamento” das exponenciais de frequência ótica. Se aplicamos a transformação sobre todos os termos das equações de Bloch, temos:

$$\frac{dy}{dt} = \exp[-i\mathcal{N}\omega_L t] \mathcal{A} \exp[i\mathcal{N}\omega_L t] y + y_0 \quad , \quad (2.63)$$

A matriz \mathcal{A} é a representação no espaço de Liouville de todos os termos das equações de Bloch e $\exp[-i\mathcal{N}\omega_L t] y_0 \exp[i\mathcal{N}\omega_L t] = y_0$ ⁸. O termo y_0 é a representação no espaço de Liouville de $\gamma\rho_0$.

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \equiv & -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{L}(H_0 + V) - \mathcal{R}(H_0 + V)] - \frac{\Gamma}{2} [\mathcal{L}(P_b) + \mathcal{R}(P_b)] \\ & -\gamma I + \Gamma(2F_b + 1) \left[\sum_{q=-1,0,1} \mathcal{L}(Q_{ab}^q) \mathcal{R}(Q_{ba}^q) \right] \end{aligned} \quad (2.64)$$

Na expressão acima definimos o elemento $V = V_{ba} + V_{ab}$. A equação (2.63) permite definir as variáveis lentas x simplesmente como:

$$x = \exp[i\mathcal{N}\omega_L t] y \quad (2.65)$$

Por fim, obtemos as equações de Bloch como:

$$\frac{dx}{dt} = \mathcal{B}x + y_0 \quad (2.66)$$

A matriz \mathcal{B} é a representação dos termos do Hamiltoniano no espaço de Liouville descritos no referencial das variáveis lentas, sua forma explicita é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{B} &= i\mathcal{N}\Delta_L + \mathcal{H}_{mag} + \mathcal{V} + \mathcal{R} \quad (2.67) \\ \mathcal{H}_{mag} &= -\frac{i}{\hbar} B\gamma_a [\mathcal{L}(P_a F_z) - \mathcal{R}(P_a F_z)] - \frac{i}{\hbar} B\gamma_b [\mathcal{L}(P_b F_z) - \mathcal{R}(P_b F_z)] \\ \mathcal{V} &= \hbar\Omega_1 \mathcal{D}_+ + \hbar\Omega_1^* \mathcal{D}_- \\ \mathcal{R} &= -\frac{\Gamma}{2} [\mathcal{L}(P_b) + \mathcal{R}(P_b)] - \gamma I + \Gamma(2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} \mathcal{L}(Q_{ab}^q) \mathcal{R}(Q_{ba}^q) \end{aligned}$$

⁸Isto ocorre porque y_0 é construído de tal modo que é um autovetor do operador $\exp[-i\mathcal{N}\omega_L t]$ com autovalor 1

Na equação 2.67, $\Delta_L = \omega_L - \omega_0$ é a dessintonia entre a frequência do laser e a da transição atômica. O termo \mathcal{H}_{mag} está associado à parte do hamiltoniano do campo magnético, \mathcal{V} a amplitude do feixe laser (frequência de Rabi) e \mathcal{R} às taxas de relaxação do sistema. Os operadores \mathcal{D}_+ e \mathcal{D}_- são definidos como:

$$\mathcal{D}_+ = -i \left[\mathcal{L} \left(\hat{e} \cdot \vec{Q}_{ba} \right) - \mathcal{R} \left(\hat{e} \cdot \vec{Q}_{ba} \right) \right] \quad (2.68)$$

$$\mathcal{D}_- = -i \left[\mathcal{L} \left(\hat{e}^* \cdot \vec{Q}_{ab} \right) - \mathcal{R} \left(\hat{e}^* \cdot \vec{Q}_{ab} \right) \right] \quad (2.69)$$

A polarização atômica pode ser obtida a partir de:

$$\vec{P}(t) = u^\dagger \cdot \mathcal{L}(\vec{D}_{ba})x(t) \quad (2.70)$$

O vetor u apresentado na equação 2.70 é construído de modo a representar o operador identidade no espaço de Liouville. Desse modo, a operação definida na equação (2.70) nada mais é que o traço sobre o operador de polarização no espaço de Liouville.

Como exemplo dos resultados dos cálculos apresentados até aqui temos, na figura 2.14, os sinais de absorção para as transições $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$, $F_a = 1 \rightarrow F_b = 1$ e $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ em função do deslocamento Zeeman dos níveis provocado pelo campo magnético. A resolução numérica das equações foi realizada considerando o isótopo do rubídio 87 (ver capítulo 4), que é constituído por dois níveis fundamentais ($F_a = 1, F_a = 2$). Nas duas primeiras curvas da figura 2.14 temos ressonâncias tipo EIT. Na última observamos um pico associado a EIA ($F_b = F_a + 1$) bem menos pronunciado, pois trata-se de uma transição aberta, ou seja, população no nível excitado $F_b = 2$ pode decair para o fundamental $F_a = 2$) e não mais interagir com a luz.

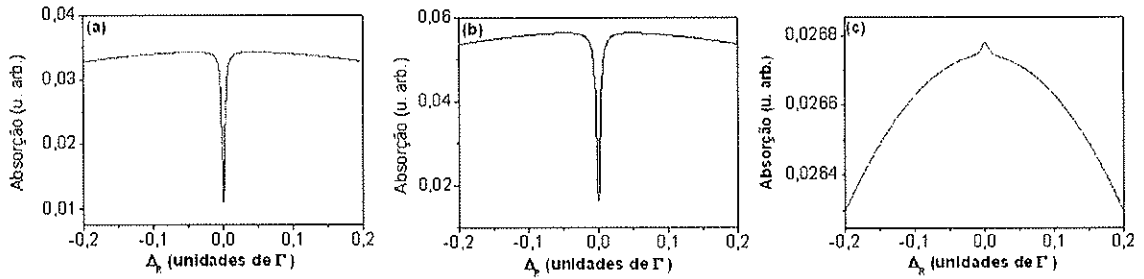


Figura 2.14: Sinal de absorção para transições partindo do estado fundamental $F = 1$ para os estados excitados: (a) $F_b = 0$, (b) $F_b = 1$ e (c) $F_b = 2$. Parâmetros: $\Omega = 0,2\Gamma$ (freq. de Rabi), $\gamma = 0,01\Gamma$ e $I = 3/2$ (spin nuclear).

2.5.3 Interação com dois campos eletromagnéticos

A situação de dois campos de frequências distintas atuando simultaneamente com uma mesma transição hiperfina é muito mais complexa e não possui uma solução para um caso geral [58], mesmo para o cálculo do estado estacionário. Tudo o que se pode fazer é escolher casos específicos para obter soluções aproximadas. Vamos apresentar um cálculo aproximado similar ao realizado nas referências [58, 59] para, entre outras coisas, deixar claras as dificuldades neste tipo de sistema pela inclusão de mais um campo eletromagnético.

Para obter uma solução para este sistema, vamos considerar a solução obtida na seção anterior (eq. 2.66) e introduzir o segundo campo de forma perturbativa, ou seja, vamos considerar o segundo campo apenas em primeira ordem. Este é o caso, por exemplo, de uma espectroscopia bombeio-sonda, em que o segundo campo será tomado como o campo sonda muito mais fraco. O hamiltoniano considerado é dado por:

$$W = W^{(0)} + W^{(1)} \quad (2.71)$$

$$W^{(0)} = \hbar V_{ba}^{(0)} e^{i\omega_1 t} + h.c. \quad (2.72)$$

$$W^{(1)} = \hbar V_{ba}^{(1)} e^{i\omega_2 t} + h.c. \quad (2.73)$$

Na aproximação R.W.A. podemos escrever ainda:

$$V_{ba}^{(0)} = \Omega_1 \hat{e} \cdot \vec{Q}_{ba} \quad (2.74)$$

$$V_{ba}^{(1)} = \Omega_2 \hat{e} \cdot \vec{Q}_{ba} \quad (2.75)$$

Estamos buscando uma solução perturbativa, que pode ser representada na forma:

$$\rho \simeq \rho^{(0)} + \rho^{(1)} \quad (2.76)$$

Na expressão 2.76, $\rho^{(0)}$ e $\rho^{(1)}$ são as soluções de ordem zero e ordem um em Ω_2 , respectivamente. Assim para a ordem zero, teremos:

$$\frac{d\rho^{(0)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + W^{(0)}, \rho^{(0)}] + \left. \frac{\partial \rho^{(0)}}{\partial t} \right|_{relax} \quad (2.77)$$

A solução de ordem zero nada mais é do que o resultado obtido para o caso de interação com um único campo, como determinado na seção anterior. Para o cálculo da solução de primeira ordem escrevemos:

$$\frac{d\rho^{(1)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + W^{(0)}, \rho^{(1)}] - \frac{i}{\hbar} [W^{(1)}, \rho^{(0)}] + \left. \frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} \right|_{relax} \quad (2.78)$$

Agora podemos fazer a primeira troca de variáveis (similar às variáveis lentas para o caso de um campo):

$$\begin{aligned} \rho_{ii} &= \sigma_{ii} \\ \rho_{ab} &= e^{i\omega_1 t} \sigma_{ab} \Rightarrow \dot{\rho}_{ab} = e^{i\omega_1 t} (i\omega_1 \sigma_{ab} + \dot{\sigma}_{ab}) = \dot{\rho}_{ba}^\dagger \end{aligned} \quad (2.79)$$

A solução geral para o sistema nas novas variáveis é dada por:

$$\sigma \simeq \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} \quad (2.80)$$

A solução de ordem zero nas variáveis lentas pode ser escrita como:

$$\frac{d\sigma^{(0)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + V^{(0)} - \hbar\omega_1 P_b, \sigma^{(0)}] + \left. \frac{\partial \sigma^{(0)}}{\partial t} \right|_{relax} \quad (2.81)$$

Para a primeira ordem vamos escrever explicitamente as equações nas variáveis lentas:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\sigma_{aa}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} V_{ab}^{(1)} e^{i\delta t} \sigma_{ba}^{(0)} + \frac{i}{\hbar} \sigma_{ab}^{(0)} V_{ba}^{(1)} e^{-i\delta t} \\ &\quad -\frac{i}{\hbar} [V_{ab}^{(0)} \sigma_{ba}^{(1)} - \sigma_{ab}^{(1)} V_{ba}^{(0)}] + \left. \frac{\partial \sigma_{aa}^{(1)}}{\partial t} \right|_{relax} \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\sigma_{bb}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} V_{ba}^{(1)} e^{-i\delta t} \sigma_{ab}^{(0)} + \frac{i}{\hbar} \sigma_{ba}^{(0)} V_{ab}^{(1)} e^{i\delta t} \\ &\quad -\frac{i}{\hbar} [V_{ba}^{(0)} \sigma_{ab}^{(1)} - \sigma_{ba}^{(1)} V_{ab}^{(0)}] + \left. \frac{\partial \sigma_{bb}^{(1)}}{\partial t} \right|_{relax} \end{aligned} \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\sigma_{ba}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} [\hbar(\omega_{ba} - \omega_1) + B\hbar(m_b\gamma_b - m_a\gamma_a)] \sigma_{ba}^{(1)} \\ &\quad + \frac{i}{\hbar} V_{ba}^{(1)} e^{-i\delta t} (\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{aa}^{(0)}) + \frac{i}{\hbar} V_{ba}^{(0)} (\sigma_{bb}^{(1)} - \sigma_{aa}^{(1)}) \\ &\quad + \left. \frac{\partial \sigma_{ba}^{(1)}}{\partial t} \right|_{relax} \end{aligned} \quad (2.84)$$

Das equações anteriores, podemos perceber que o sistema apresenta três tipos básicos de termos: aqueles que são independentes do tempo (oriundos da solução de ordem zero) e aqueles que oscilam numa frequência $\pm\delta = \pm(\omega_2 - \omega_1)$. Ainda é possível realizar uma nova mudança de variável, de modo a escrevermos:

$$\sigma^{(1)} = \sigma^{(+)}e^{i\delta t} + \sigma^{(-)}e^{-i\delta t} \quad (2.85)$$

Com isto é possível separar os termos de primeira ordem e aqueles que oscilam com frequência δ positiva e negativa. Por exemplo, as equações de Bloch para a componente de frequência positiva (σ^+) é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\sigma^{(+)} &= -i\delta\sigma^{(+)} - \frac{i}{\hbar} [H_0 + V^{(0)} - \hbar\omega_1 P_b, \sigma^{(+)}] - i [V^{(1)}, \sigma^{(0)}] \\ &+ \left. \frac{\partial\sigma^{(+)}}{\partial t} \right|_{relax} \end{aligned} \quad (2.86)$$

Na expressão acima $\sigma^+(t)$ é a matriz definida como:

$$\sigma^{(+)}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{aa}^{(+)}(t) & \sigma_{ab}^{(+)}(t) \\ \sigma_{ba}^{(+)}(t) & \sigma_{bb}^{(+)}(t) \end{pmatrix}$$

Esta matriz possui toda a informação relevante sobre o sistema, posto que $\sigma^{(+)} = (\sigma^{(-)})^\dagger$. Neste sistema a polarização total induzida (pelos dois campos) pode ser escrita como:

$$\vec{P}(t) = N \left[e^{i\omega_1 t} \sigma_{ab}^{(0)}(t) + e^{i\omega_2 t} \sigma_{ab}^{(+)}(t) + e^{i(2\omega_1 - \omega_2)t} \sigma_{ab}^{(-)}(t) \right] \vec{D}_{ba} + c.c. \quad (2.87)$$

Vemos inicialmente, como esperado, que o termo de ordem zero não tem dependência com a frequência do sonda. Nas situações de espectroscopia tipo bombeio-sonda o interesse está em observar a componente da polarização síncrona com o campo sonda. Neste caso essa componente é dada por:

$$\vec{P}_S(t) = N\sigma_{ab}^{(+)}(t)e^{i\omega_2 t}\vec{D}_{ba} \quad (2.88)$$

Este é o termo que oscila na frequência ω_2 e é proporcional aos elementos $\sigma_{ab}^{(+)}$ (ou $\sigma_{ba}^{(-)}$). Os termos diagonais da matriz $\sigma^{(+)}$ descrevem a modulação das populações e estão associados aos fenômenos coerentes do sinal de fluorescência.

Uma outra questão importante é que no caso da interação com dois campos de frequências distintas temos a indução de uma polarização que gera um novo campo que oscila na frequência $2\omega_1 - \omega_2$, sendo proporcional ao elemento $\sigma_{ab}^{(-)}(t)$ (ou $\sigma_{ba}^{(+)}(t)$). Esse tipo de termo é responsável pelo efeito denominado Mistura de Quatro Ondas (FWM - *Four Wave Mixing*) [60] .

Quando uma única transição atômica é excitada por dois campos óticos de frequências distintas, a polarização induzida no meio apresenta componentes de frequência ($\omega_1, \omega_2, 2\omega_1 - \omega_2$), ou seja, os átomos agem como um “misturador”, que gera novas frequências a partir do batimento entre os campos incidentes.

Este tipo de efeito pode ocorrer mesmo num sistema de dois níveis simples excitado por dois campos, ou seja, não é um efeito particular dos sistemas com degenerescências. É exatamente esse tipo de efeito que torna a solução tão complicada, pois não podemos obter de fato uma base de estados nos quais o sistema torna-se independente do tempo, que é um requisito fundamental para descrevermos o sistema como na seção anterior.

2.6 Comentários finais

Neste capítulo apresentamos boa parte do formalismo básico necessário para o tratamento dos efeitos coerentes, tais como: o operador densidade e a descrição do campo eletromagnético. Apresentamos o fenômeno de EIT através do sistema de três níveis e mostramos que o surgimento da ressonância estreita está intimamente associado à

existência da coerência entre os níveis fundamentais.

Também apresentamos um modelo simples para a descrição do fenômeno de EIA: o sistema de quatro níveis em N . Neste sistema mostramos a importância da transferência (espontânea) das coerências entre estados excitados para as coerências entre fundamentais para o fenômeno de EIA.

Apresentamos o formalismo básico para a descrição dos sistemas de dois níveis com degenerescência. Calculamos a sua dinâmica e obtivemos as equações do estado estacionário para o caso da interação desse sistema com um campo eletromagnético. Realizamos, também, um cálculo aproximado para o caso da interação com dois campos eletromagnéticos e mostramos as dificuldades que impedem de se obter uma solução geral para este problema.

No próximo capítulo, utilizaremos todo o ferramental desenvolvido até aqui para os sistemas de dois níveis com degenerescências no cálculo dos espectros de ruído através de dois modelos distintos: o modelo de difusão de fase e o modelo de resposta atômica linear.

Capítulo 3

Ruído e Métodos de Cálculos

No capítulo anterior foram apresentados alguns conceitos básicos sobre os efeitos coerentes em meios atômicos. Também discutimos as soluções estacionárias para estes sistemas. De tudo o que foi apresentado até aqui, nada foi dito sobre as flutuações no sistema.

Tanto os átomos como os campos eletromagnéticos apresentam, pelo menos, as flutuações associadas as suas propriedades quânticas ¹, em última instância ao princípio de incerteza de Heisenberg. Quando estes sistemas interagem, a informação obtida dessa interação não é transferida apenas para os valores médios, mas também há informação “adicional” que pode ser obtida das flutuações.

Em diversos processos na física atômica, as flutuações podem ser mais sensíveis aos efeitos coerentes e apresentar assinaturas claras desses efeitos, mesmo quando isso não ocorre no sinal DC (estado estacionário). Esta foi uma das observações em nosso primeiro trabalho nessa área [31], quando estudávamos as flutuações dos campos bombeio e sonda no regime de EIT para sistemas de três níveis.

Um dos primeiros trabalhos no estudo de um campo eletromagnético com flutuações

¹Em geral, os sistemas apresentam muito mais ruído associado a flutuações de origem clássica.

estocásticas (tipo movimento Browniano) e átomos de dois níveis foi realizado por Avan e Cohen-Tannoudji [61] em 1977. No início da década de 90, havia uma grande quantidade de estudos teóricos sobre a influência das flutuações de campos na dinâmica atômica de sistemas de dois e três níveis. Porém, em geral, o interesse era na observação de espectros de fluorescência e flutuações das populações atômicas.

Em 1991, Yabusaki e colaboradores [62] observaram que um campo de luz com grandes flutuações de fase ao interagir com uma amostra atômica ressonantemente tem um aumento do seu ruído de intensidade, que é proporcional a quão ressonantes estão átomos e campo. Isso ocorre porque o sistema atômico transfere ruído de fase para a quadratura de intensidade do campo, ou seja, a interação entre átomos e campo resulta em informação sobre a estrutura espectral da amostra atômica nas flutuações do campo. Este resultado deu origem a todo um novo ramo de espectroscopia atômica e foi uma das primeiras demonstrações da importância do estudo das flutuações.

Apesar da existência de um grande número de publicações que tratam das flutuações de sistemas atômicos (em geral, simples) com campos eletromagnéticos, ainda é um assunto que não possui uma teoria bem fechada e clara. Entre outras coisas, isso se deve à complexidade e abrangência do tema e às limitações dos métodos de cálculo.

Neste capítulo apresentaremos dois modelos para a descrição das flutuações de campos interagindo com sistemas atômicos de dois níveis com degenerescências. O primeiro é um modelo de difusão de fase em que consideramos que o campo possui uma fase descrita por uma variável estocástica. No processo de interação do campo com o sistema atômico ocorre a conversão desse ruído de fase para ruído de intensidade [63, 64].

O outro é um modelo de resposta atômica linear [65], no qual o ruído do campo é introduzido de forma perturbativa em primeira ordem. Este modelo apresenta uma simplicidade muito maior que o primeiro, o que o torna muito interessante para uma descrição mais sucinta do sistema físico em questão. Neste capítulo descreveremos cada

um dos modelos em detalhes.

3.1 Modelos para interação com um campos eletromagnéticos

Nesta seção descreveremos dois modelos para tratar da interação entre um campo eletromagnético ótico e uma amostra atômica submetida a um campo magnético variável lentamente. Uma primeira questão que pode ser abordada é o porquê de lidar com dois modelos. Cronologicamente iniciamos nosso trabalho com o modelo de difusão de fase, que se mostrou muito satisfatório no tratamento de sistemas de três níveis [33]. Este modelo é amplamente utilizado na descrição das flutuações de “pequenos” sistemas atômicos com campos eletromagnéticos, cuja fase é uma variável estocástica.

Seu grande mérito é descrever uma situação física muito próxima da real: neste modelo consideramos as flutuações de fase do laser como responsável pelo ruído que observamos no sistema atômico o que concorda muito bem com a situação experimental quando a ferramenta espectroscópica é o laser de diodo. Contudo, ao se lidar com um grande número de níveis o modelo torna-se bastante limitado do ponto de vista computacional. Como veremos em detalhes, a dimensão dos sistemas que precisamos lidar cresce muito com o número de níveis atômicos tornando os cálculos inviáveis.

Na busca por uma alternativa foi desenvolvido um modelo mais simples: o modelo de resposta linear atômica. Consideramos neste modelo também flutuações no campo eletromagnético, porém elas são introduzidas de forma perturbativa em primeira ordem. Como veremos, os cálculos são muito mais simples e, por isso podemos considerar em nosso cálculo as contribuições de todas as transições atômicas presentes e a distribuição de velocidades do vapor atômico (ver apêndice B), mesmo nos casos que temos um grande número de níveis.

3.1.1 Modelo de difusão de fase

O modelo de difusão de fase tem sido usado com bastante sucesso na descrição de sistemas atômicos que interagem com feixes lasers com grandes flutuações de fase [66, 67] (tipicamente, lasers de diodo). Temos diversas evidências experimentais de que o meio atômico é responsável por converter ruído de fase (presente no campo incidente) em ruído de intensidade [62].

Basicamente, consideramos que a fase do campo eletromagnético do laser flutua segundo um processo estocástico. Desse modo, o ruído no sistema é inserido através da fase do campo e pode ser convertido em ruído de intensidade pela interação com os átomos [63, 64]. Devemos lembrar que o cálculo com variáveis estocásticas deve levar em conta todas as contribuições destas variáveis até segunda ordem, seguindo as regras dos cálculos de Ito para processos estocásticos. Como já dito, este tipo de modelo foi desenvolvido para descrição da interação entre sistemas de três níveis e dois campos distintos, que foi apresentado em outra tese do nosso grupo [68].

Neste trabalho estamos calculando o modelo para um sistema atômico mais geral: o sistema de dois níveis com degenerescências. No cálculo, o sistema atômico interage com um único campo eletromagnético e a amostra também está submetida a um campo magnético longitudinal (com a direção de propagação do laser).

Para começar, em nossos experimentos utilizamos um campo eletromagnético intenso (intensidade algumas vezes superior à intensidade de saturação), o que nos permite usar a aproximação semiclássica, ou seja, consideramos um campo clássico:

$$\vec{E}_L(t) = \mathcal{E} e^{-i(\omega_L t + \phi_L)} \hat{e} + \mathcal{E}^* e^{+i(\omega_L t + \phi_L)} \hat{e}^* \quad (3.1)$$

Na equação 3.1, a variável \mathcal{E} é uma amplitude constante e complexa e ω_L é a frequência do laser. A fase ϕ_L é uma variável aleatória descrita como um processo de Wiener [69],

ou seja segue as relações dadas em 3.2.

$$\begin{aligned}\langle d\phi_L \rangle &= 0 \\ \langle d\phi_L^2 \rangle &= 2bdt \\ \langle d\phi_L^n \rangle &= 0, (n > 2)\end{aligned}\tag{3.2}$$

A largura espectral da Lorentziana do campo é de $2b$. Vamos iniciar nossa descrição discutindo qual é a resposta que obtemos do sistema, ou seja, qual grandeza é o nosso observável de interesse. Após a interação do sistema atômico com o campo teremos como campo de saída² o campo incidente adicionado da contribuição da polarização (complexa) induzida no meio:

$$\vec{E}_T(t) = \vec{E}_L(t) + i\kappa \left\{ \vec{P}(t) \right\}_v\tag{3.3}$$

O símbolo $\{\dots\}_v$ representa a integração de todos os átomos sobre o perfil Doppler, isto leva em conta a contribuição de cada átomo em função da classe de velocidades a que pertence. O parâmetro κ é apenas uma constante de proporcionalidade. A intensidade transmitida, numa dada polarização q , é dada por:

$$I_q(t) = \left| \hat{q}^* \cdot \vec{E}_T(t) \right|^2\tag{3.4}$$

As correlações de intensidade para duas polarizações q e q' em tempos distintos $t = 0$ e $t = \tau$ ³ são dadas por:

²Estamos utilizando a chamada “aproximação de amostra oticamente fina”, ou seja, consideramos que o meio atômico praticamente não modifica as propriedades do campo incidente. Desse modo, os diferentes átomos interagem com o mesmo campo independentemente de sua posição na amostra.

³No caso queremos as correlações entre dois instantes quaisquer t' e $t' + \tau$, porém este processo deve ser invariante por translação temporal, ou seja, só depende do intervalo de tempo τ . Assim por simplicidade tomamos $t' = 0$.

$$I_q(\tau)I_{q'}(0) = \left\{ I_q^0 + i\kappa E^*(\hat{e}^* \cdot \hat{q})(\hat{q}^* \cdot \left\{ \vec{P} \right\}_v) - i\kappa E(\hat{e} \cdot \hat{q}^*)(\hat{q} \cdot \left\{ \vec{P}^* \right\}_v) + O(\kappa^2) \right\} \\ \left\{ I_{q'}^0 + i\kappa E^*(\hat{e}^* \cdot \hat{q}')(\hat{q}'^* \cdot \left\{ \vec{P} \right\}_v) - i\kappa E(\hat{e} \cdot \hat{q}'^*)(\hat{q}' \cdot \left\{ \vec{P}^* \right\}_v) + O(\kappa^2) \right\}$$

$$I_q(\tau)I_{q'}(0) = I_q^0 I_{q'}^0 + I_q^0 \left\{ i\kappa E^*(\hat{e}^* \cdot \hat{q}')(\hat{q}'^* \cdot \left\{ \vec{P} \right\}_v) - i\kappa E(\hat{e} \cdot \hat{q}'^*)(\hat{q}' \cdot \left\{ \vec{P}^* \right\}_v) + O(\kappa^2) \right\} \\ + I_{q'}^0 \left\{ i\kappa E^*(\hat{e}^* \cdot \hat{q})(\hat{q}^* \cdot \left\{ \vec{P} \right\}_v) - i\kappa E(\hat{e} \cdot \hat{q}^*)(\hat{q} \cdot \left\{ \vec{P}^* \right\}_v) + O(\kappa^2) \right\} \\ - \kappa^2 E^{*2}(\hat{e}^* \cdot \hat{q})(\hat{e}^* \cdot \hat{q}') \left\{ (\hat{q}^* \cdot \vec{P}_1)(\hat{q}'^* \cdot \vec{P}_2) \right\}_{v_1 v_2} \\ - \kappa^2 E^2(\hat{e} \cdot \hat{q}^*)(\hat{e} \cdot \hat{q}'^*) \left\{ (\hat{q} \cdot \vec{P}_1^*)(\hat{q}' \cdot \vec{P}_2^*) \right\}_{v_1 v_2} \\ + \kappa^2 |E|^2(\hat{e}^* \cdot \hat{q})(\hat{e} \cdot \hat{q}'^*) \left\{ (\hat{q}^* \cdot \vec{P}_1)(\hat{q}' \cdot \vec{P}_2^*) \right\}_{v_1 v_2} \\ + \kappa^2 |E|^2(\hat{e} \cdot \hat{q}^*)(\hat{e}^* \cdot \hat{q}') \left\{ (\hat{q} \cdot \vec{P}_1^*)(\hat{q}'^* \cdot \vec{P}_2) \right\}_{v_1 v_2} + O(\kappa^3) \quad (3.5)$$

Acima $\{...\}_{v_1 v_2}$ representa a dupla integração em velocidade relativa ao perfil Doppler. Contudo, estamos interessados nas componentes do espectro de ruído que é determinado pela transformada de Fourier da função de correlação de intensidade, definido por:

$$S_{qq'}(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{i\omega\tau} [\langle I_q(\tau)I_{q'}(0) \rangle - \langle I_q(\tau) \rangle \langle I_{q'}(0) \rangle] \quad (3.6)$$

Lembramos que a polarização induzida pode ser escrita (no espaço de Liouville) como $\vec{P} = u^\dagger \mathcal{L}(\vec{D}_{eg})x$, $\vec{P}^\dagger = x^\dagger \mathcal{L}(\vec{D}_{eg})^\dagger u^\dagger$ e $\vec{P}^\top = x^\top \mathcal{L}(\vec{D}_{eg})^\top u^\top$ ⁴. Assim podemos escrever explicitamente a equação para o espectro de ruído (eq. 3.6) da seguinte forma:

⁴O símbolo $^\top$ significa apenas transposto (não conjugado). Isto é necessário para respeitar as relações entre dimensões nos produtos de matrizes.

$$\begin{aligned}
S_{qq'}(\omega) &= S_1(\omega) + S_2(\omega) + S_3(\omega) + S_4(\omega) \tag{3.7} \\
S_1(\omega) &= \kappa^2 |E|^2 \left\{ (\hat{e}^* \cdot \hat{q})(\hat{e} \cdot \hat{q}') u^\dagger \mathcal{L}(\hat{q}^* \cdot \vec{D}_{eg}) \langle x_1(\tau) x_2^\dagger(0) \rangle \mathcal{L}(\hat{q}' \cdot \vec{D}_{eg}) u \right\}_{v_1 v_2} \\
S_2(\omega) &= \kappa^2 |E|^2 \left\{ (\hat{e} \cdot \hat{q}^*)(\hat{e}^* \cdot \hat{q}') u^\top \mathcal{L}(\hat{q}^* \cdot \vec{D}_{eg})^* \langle x_1^*(\tau) x_2^\top(0) \rangle \mathcal{L}(\hat{q}' \cdot \vec{D}_{eg})^\top u \right\}_{v_1 v_2} \\
S_3(\omega) &= \kappa^2 E^2 \left\{ (\hat{e} \cdot \hat{q}^*)(\hat{e} \cdot \hat{q}') u^\top \mathcal{L}(\hat{q}^* \cdot \vec{D}_{eg})^* \langle x_1^*(\tau) x_2^\dagger(0) \rangle \mathcal{L}(\hat{q}' \cdot \vec{D}_{eg})^\dagger u \right\}_{v_1 v_2} \\
S_4(\omega) &= \kappa^2 E^2 \left\{ (\hat{e}^* \cdot \hat{q})(\hat{e}^* \cdot \hat{q}') u^\dagger \mathcal{L}(\hat{q}^* \cdot \vec{D}_{eg}) \langle x_1(\tau) x_2^\top(0) \rangle \mathcal{L}(\hat{q}' \cdot \vec{D}_{eg})^\top u \right\}_{v_1 v_2}
\end{aligned}$$

Para a determinação do espectro de ruído devemos calcular as funções definidas em 3.8. Para isto a dificuldade está associada ao cálculo das funções, que a partir de agora, definiremos como:

$$\begin{aligned}
G_{12}(\tau) &= \langle x_1(\tau) x_2^\dagger(0) \rangle \\
G_{21}(\tau) &= \langle x_1^*(\tau) x_2^\top(0) \rangle \\
G'_{12}(\tau) &= \langle x_1^*(\tau) x_2^\dagger(0) \rangle \\
G'_{21}(\tau) &= \langle x_1(\tau) x_2^\top(0) \rangle \tag{3.8}
\end{aligned}$$

Os vetores $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são soluções para as equações de Bloch do sistema atômico para as classes de velocidades distintas v_1 e v_2 , respectivamente. E os elementos definidos em 3.8 são equivalentes ao que no Espaço de Hilbert se define como os elementos da matriz de covariâncias do sistema.

Com a finalidade de calcular as matrizes de 3.8 devemos tomar as equações de Bloch do sistemas de dois níveis com degenerescência (sistema atômico em questão) e derivá-las para obter a solução do sistema. Contudo, como temos uma variável aleatória presente nestas equações a derivação deve seguir uma “receita” diferente da convencional que é definida pelas regras de cálculo de Ito [69] (ver apêndice C). Assim, a derivação sobre o vetor $x(t)$ (levando em conta até a segunda ordem na fase ϕ_L) resulta:

$$dx = \left[i\mathcal{N}(\omega_L dt + d\phi_L) - \mathcal{N}^2 \frac{d\phi_L^2}{2} \right] x + \exp[i\mathcal{N}(\omega_L t + \phi_L)] dy \quad (3.9)$$

Podemos substituir nas equações de Bloch para o sistema de dois níveis com degenerescência descritas no espaço de Liouville (equação 2.63) o resultado da equação 3.9 e usamos ainda o fato de que $\exp[i\mathcal{N}(\omega_L t + \phi_L)]y_0 = y_0$ ⁵. Dessa forma, obtemos a seguinte equação:

$$dx = \left[i\mathcal{N}(\omega_L dt + d\phi_L) - \mathcal{N}^2 \frac{d\phi_L^2}{2} \right] x + (\mathcal{A}x + y_0) dt \quad (3.10)$$

Ao tomar a média de ambos os lados da equação 3.10 e levar em conta as propriedades do incremento de Wiener e o fato de $x(t)$ ser uma função não antecipativa, ou seja $\langle x(t)d\phi_L \rangle = 0$, temos:

$$d\langle x \rangle = \{ [i\mathcal{N}\omega_L - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}] \langle x \rangle + \langle y_0 \rangle \} dt \quad (3.11)$$

Na expressão 3.11 temos toda a informação sobre as variáveis atômicas. Por exemplo, tomando $d\langle x \rangle = 0$ temos o estado estacionário para este sistema, como calculado no capítulo anterior. Com esta equação podemos ainda escrever as funções de interesse, por exemplo, $G_{12}(\tau)$. Como estamos interessados no espectro de ruído, ou seja, queremos representar estas funções no espaço de frequência, podemos calcular diretamente:

$$\begin{aligned} S_1(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} G_{12}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \\ &= \int_0^{\infty} G_{12}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau + \int_0^{\infty} G_{12}(-\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \int_0^{\infty} G_{12}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau + \int_0^{\infty} G_{21}(\tau)^\dagger e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \mathcal{G}_{12}(s = -i\omega) + \mathcal{G}_{21}^\dagger(s = i\omega) \end{aligned} \quad (3.12)$$

⁵Isto ocorre por que o vetor y_0 é definido de tal forma que ele é autovetor de $\exp[i\mathcal{N}(\omega_L t + \phi_L)]$ com autovalor 1.

Na expressão 3.12 nos usamos o fato de $G_{12}(-\tau) = (G_{21}(\tau))^\dagger$ e introduzimos $\mathcal{G}(s) = \int_0^\infty G(\tau)e^{-s\tau}d\tau$, que é a transformada de Laplace de $G(\tau)$. De maneira análoga podemos escrever as equações para as outras três componentes do espectro de ruído:

$$S_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{12}^\dagger(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau = \mathcal{G}_{12}^\dagger(s = -i\omega) + \mathcal{G}_{21}(s = i\omega) \quad (3.13)$$

$$S_3(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G'_{12}(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau = \mathcal{G}'_{12}(s = -i\omega) + \mathcal{G}'_{21}{}^\dagger(s = i\omega) \quad (3.14)$$

$$S_4(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G'_{12}{}^\dagger(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau = \mathcal{G}'_{12}{}^\dagger(s = -i\omega) + \mathcal{G}'_{21}{}^*(s = i\omega) \quad (3.15)$$

Vamos primeiro determinar o caso particular para o mesmo instante de tempo, ou seja, $\eta_{12} = \langle x_1(0)x_2^\dagger(0) \rangle = \langle x_1x_2^\dagger \rangle$.

$$\eta_{12} = \langle x_1x_2^\dagger \rangle = e^{i\mathcal{N}(\omega_L t + \phi_L)} y_1 y_2^\dagger e^{-i\mathcal{N}(\omega_L t + \phi_L)} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} d\eta_{12} = & \left\{ \left[i\mathcal{N}(\omega_L dt + d\phi_L) - \mathcal{N}^2 \frac{d^2\phi_L}{2} \right] x_1 + (\mathcal{A}_1 x_1 + y_{01}) \right\} y_2^\dagger e^{-i\mathcal{N}(\omega_L t + \phi_L)} \\ & + e^{i\mathcal{N}(\omega_L t + \phi_L)} y_1 \left\{ x_2^\dagger \left[-i\mathcal{N}(\omega_L dt + d\phi_L) - \mathcal{N}^2 \frac{d^2\phi_L}{2} \right] + (x_2^\dagger \mathcal{A}_2^\dagger + y_{02}) \right\} \\ & + [i\mathcal{N}(\omega_L dt + d\phi_L)] x_1 x_2^\dagger [-i\mathcal{N}(\omega_L dt + d\phi_L)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} d\langle \eta_{12} \rangle = & \{ i\omega_L (\mathcal{N} \langle \eta_{12} \rangle - \langle \eta_{12} \rangle \mathcal{N}) - b(\mathcal{N}^2 \langle \eta_{12} \rangle + \langle \eta_{12} \rangle \mathcal{N}^2) + \mathcal{A}_1 \langle \eta_{12} \rangle \\ & + \langle \eta_{12} \rangle \mathcal{A}_2^\dagger + y_{01} \langle x_2^\dagger \rangle + \langle x_1 \rangle y_{02}^\dagger + 2b\mathcal{N} \langle \eta_{12} \rangle \mathcal{N} \} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Lembramos que as matrizes \mathcal{A}_1 e \mathcal{A}_2 são as definidas na equação 2.64 e contém toda a informação da dinâmica do sistema atômico. Neste ponto, é conveniente separar o Hamiltoniano para o átomo livre em dois termos um associado a matriz \mathcal{A}_i propriamente

dita e outro associado ao desvio Doppler $\Delta_i = \kappa v_i$ (que multiplica a matriz \mathcal{N} que contém a informação das exponenciais de frequência ótica). Desse modo escrevemos uma nova matriz \mathcal{A}'_i , definida como:

$$\mathcal{A}'_i = -i(\omega_0 + \Delta_i)\mathcal{N} + \mathcal{A}_i \quad (3.19)$$

Com isto, podemos reescrever a equação 3.18 como:

$$\begin{aligned} d\langle\eta_{12}\rangle &= \{[i(\omega_L - \Delta_1)(\mathcal{N}\langle\eta_{12}\rangle) - i(\omega_L - \Delta_2)\langle\eta_{12}\rangle\mathcal{N}] - b(\mathcal{N}^2\langle\eta_{12}\rangle + \langle\eta_{12}\rangle\mathcal{N}^2) \\ &+ \mathcal{A}'_1\langle\eta_{12}\rangle + \langle\eta_{12}\rangle\mathcal{A}'_2 + y_{01}\langle x_2^\dagger\rangle + \langle x_1\rangle y_{02}^\dagger + 2b\mathcal{N}\langle\eta_{12}\rangle\mathcal{N}\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

A expressão 3.20 nos dá a solução particular $G_{12}(0)$. Para obter a solução para o caso geral $G_{12}(\tau)$ podemos aplicar o teorema de regressão [36] ao resultado obtido para o caso $G_{12}(0)$, assim temos:

$$\frac{d}{d\tau}G_{12}d\tau = \langle dx_1(\tau)x_2^\dagger(0)\rangle = [i(\omega_L - \delta_1)\mathcal{N} - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}'_1]^{-1}G_{12}(0) + \langle y_{01}x_2^\dagger\rangle \quad (3.21)$$

Podemos realizar esse mesmo cálculo para as outras componentes do espectro de ruído. A transformada de Laplace de 3.21 pode ser calculada através de:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{12}(s) &= [s - i(\omega_{L0} - \delta_1)\mathcal{N} - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}'_1]^{-1}G_{12}(0) \\ &+ \{s - [i(\omega_{L0} - \delta_1)\mathcal{N} - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}'_1]^{-1}\} s^{-1}\langle y_{01}x_2^\dagger(0)\rangle \end{aligned} \quad (3.22)$$

Definimos ainda as duas grandezas \mathcal{G}_{12}^0 e \mathcal{G}_{12}^{ST} :

$$\mathcal{G}_{12}^0 = \mathcal{G}_{12}(0) = \langle x_1(0)x_2^\dagger(0)\rangle_{ST} \quad (3.23)$$

$$\mathcal{G}_{12}^{ST} = -[i(\omega_{L0} - \delta_1)\mathcal{N} - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}'_1]^{-1}\langle y_{01}x_2^\dagger(0)\rangle_S \quad (3.24)$$

Apenas para simplificar a forma da resposta final do espectro de ruído vamos utilizar a seguinte relação entre matrizes:

$$(X - A)^{-1}x^{-1}B = (X - A)^{-1}B - X^{-1}A^{-1} \quad (3.25)$$

A expressão acima não é imprescindível para nossos cálculos, mas com seu uso podemos obter expressões da forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{12}(s) &= [s - (i\mathcal{N}\omega_L - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}_1)]^{-1}(G_{12}^0 - G_{12}^{ST}) + s^{-1}G_{12}^{ST} \\ \mathcal{G}_{21}(s) &= [s - (i\mathcal{N}\omega_L - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}_2)]^{-1}(G_{21}^0 - G_{21}^{ST}) + s^{-1}G_{21}^{ST} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{12}^\dagger(s) &= (G_{12}^0 - G_{12}^{ST})^\dagger [s - (i\mathcal{N}\omega_L - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}_1)^\dagger]^{-1} + (G_{12}^{ST})^\dagger s^{-1} \\ \mathcal{G}_{21}^\dagger(s) &= (G_{21}^0 - G_{21}^{ST})^\dagger [s - (i\mathcal{N}\omega_L - b\mathcal{N}^2 + \mathcal{A}_2)^\dagger]^{-1} + (G_{21}^{ST})^\dagger s^{-1} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Podemos obter expressões análogas para $G'_{12} = \langle x_1(\tau)x_2^\dagger(0) \rangle$. Apesar do caminho aparentemente “tortuoso”, as expressões obtidas em 3.26, 3.27 e as calculadas para G'_{12} ⁶ podem ser substituídas em 3.8 e temos o espectro de ruído para o sistema pelo modelo de difusão de fase.

Como visto em todo o procedimento do cálculo, utilizamos vetores $x_1(t)$ e $x_2(t)$ cujos índices estão associados a velocidades distintas dos átomos. Se realizamos o cálculo para amostra com os átomos em repouso (por, exemplo uma amostra de átomos frios) estes índices representam apenas um rótulo para dois átomos distintos. Nessa descrição a implementação do perfil Doppler é um processo bastante natural, ou seja, considerar que o vapor atômico é formado por átomos em diversas classes de velocidades distintas.

Para inserir a informação das diferentes classes de velocidades usamos a dessintonia entre o campo eletromagnético e a transição atômica. As contribuições das diversas dessintonias são mediadas pelo seu “peso” dado pela distribuição natural (associada à

⁶São obtidas expressões para G'_{12} muito similares às 3.26 e 3.27, por isso não apresentamos estas expressões na tese.

largura do perfil Doppler). Obviamente, isso também é mais um “complicador” que aumenta o tempo computacional para a realização do cálculo.

Um comentário importante sobre o cálculo de ruído pelo modelo de difusão de fase é que ao aplicar o teorema de regressão para obtermos as “matrizes de covariância” do sistema precisamos levar as equações do sistema pela segunda vez para o espaço de Liouville (as equações para determinar o estado estacionário já estavam no espaço de Liouville, como apresentado no capítulo 2). Esta operação aumenta bastante a dificuldade do ponto de vista de limitação computacional, por exemplo, para a transição mais simples $F = 0 \rightarrow F' = 1$ temos que $x(t)$ é um vetor coluna de 16 componentes, logo todos os operadores (no espaço de Liouville) são matrizes 16x16 (256 elementos). Para o cálculo das “matrizes de covariâncias”, ao passar novamente para o espaço de Liouville, todos os vetores são formados por 256 elementos e, portanto, os operadores neste “espaço expandido” são matrizes de 256x256 (65536 elementos). Isto ao considerarmos apenas a transição mais simples em que lidamos com um sistema de 4 níveis.

Os resultados obtidos com este modelo serão apresentados no capítulo 5, no qual faremos um confronto direto com os dados obtidos experimentalmente e o outro modelo que desenvolvemos. Será descrito na próxima seção: o modelo de resposta atômica linear.

3.1.2 Modelo de resposta atômica linear

Na seção anterior descrevemos o cálculo do modelo de difusão de fase. Como comentado, o modelo apresenta uma semelhança muito direta com as condições experimentais, mas também temos uma dificuldade técnica associada a resolução numérica para sistemas atômicos de muitos níveis.

Uma alternativa que encontramos foi um modelo bem mais simples em que também consideramos as flutuações do campo eletromagnético como responsável pelo ruído no sistema. Contudo, as flutuações são inseridas apenas em primeira ordem nos cálculos,

ou seja, é um modelo linearizado. Este modelo também foi aplicado na Ref. [65] com bons resultados.

Consideramos um campo clássico, como definido em 3.1, porém aqui a fase nada mais é que um simples parâmetro. Podemos descrever o campo como um valor médio mais um termo de flutuações, ou seja:

$$\vec{E}_{INC}(t) = [\bar{\mathcal{E}} + \delta\mathcal{E}(t)]e^{-i\omega_L t} \hat{e} + c.c. \quad (3.28)$$

O valor médio $\bar{\mathcal{E}}$ é constante e, a princípio, complexo (no qual temos incluso a informação de fase do campo) e o termo das flutuações é uma função complexa cuja média é nula. O termo $\delta\mathcal{E}(t)$ representa o ruído do campo laser e pode ainda ser descrito em termos de suas componentes reais $a(t)$ e $b(t)$:

$$\delta\mathcal{E}(t) = a(t) + ib(t) \quad (3.29)$$

Se simplificarmos nossas equações e considerarmos $\bar{\mathcal{E}}$ como um valor real ⁷, então $a(t)$ representa o ruído de amplitude do campo (em fase com o valor médio) e $b(t)$ o ruído de fase (em quadratura com o valor médio). Obviamente, se o valor médio é um número complexo os ruídos de amplitude e fase serão combinações de $a(t)$ e $b(t)$ determinadas pela fase associada ao valor médio.

Uma questão importante para a linearização é que as flutuações devem ser muito menores que o valor médio, ou seja, $|a(t)| \ll \bar{\mathcal{E}}$ e $|b(t)| \ll \bar{\mathcal{E}}$. Vamos fazer mais uma aproximação ao considerar que $a(t) = 0$, ou seja, as flutuações do campo se devem exclusivamente ao ruído de fase contido em $b(t)$. Esta aproximação é bastante razoável em nossos experimentos pois o ruído de fase do campo produzido por lasers de diodo é muitas vezes superior ao ruído de amplitude.

⁷Qualquer grandeza está definida a menos de uma fase global. Desse modo, considerar $\bar{\mathcal{E}}$ um número real não representa uma diminuição de generalização em nossos cálculos.

Como no modelo de difusão de fase vamos considerar que estamos na condição de amostra óticamente fina, assim o campo total após a interação pode ser descrito como:

$$\vec{E}(t) = [\mathcal{E}(t)\hat{e} + i\kappa\vec{\mathcal{P}}(t)]e^{-i\omega_L t} \quad (3.30)$$

O parâmetro κ é apenas uma constante de proporcionalidade. No processo de medida por detecção balanceada⁸ o campo total é projetado numa dada polarização \hat{q} :

$$E_q(t) = \hat{q}^* \cdot \vec{E}(t) \equiv \bar{E}_q + \delta E_q(t) \equiv [\bar{\mathcal{E}}_q + i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q] + [\delta\mathcal{E}(t) + i\kappa\delta\mathcal{P}_q(t)] \quad (3.31)$$

Na expressão 3.31, consideramos as componentes do campo incidente e polarização induzida projetadas na polarização q juntamente com suas respectivas flutuações. A polarização induzida, assim como o campo incidente, é descrita por um valor médio $\bar{\mathcal{P}}$ que, em geral, é número complexo e sua flutuação associada $\delta\mathcal{P}(t)$ também complexa. A intensidade nessa mesma polarização q é dada por:

$$I_q(t) = |\bar{E}_q|^2 + \delta I_q(t) \quad (3.32)$$

As flutuações de intensidade podem ser determinadas através das amplitudes dos campos:

$$\delta I_q(t) \approx (\bar{\mathcal{E}}_q^* - i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q^*)[\delta\mathcal{E}_q(t) + i\kappa\delta\mathcal{P}_q(t)] + c.c. \quad (3.33)$$

Calculamos os produtos (desprezamos termos de segunda ordem) e obtemos a transformada de Fourier da expressão dada em 3.33. A expressão no espaço de frequências para a flutuação de intensidades é:

$$\tilde{\delta I}_q(\omega) \approx \tilde{\delta I}_q^F(\omega) + \tilde{\delta I}_q^A(\omega) \quad (3.34)$$

⁸Em geral, as detecções de ruído são feitas por combinações de campos (ver apêndice D), de modo a analisar um batimento (tipicamente em RF) ao invés de um sinal diretamente na frequência ótica.

Na expressão 3.34 os termos $\tilde{\delta I}_q^F(\omega)$ se originam das flutuações do campo incidente e $\tilde{\delta I}_q^A(\omega)$ da componentes de polarização atômica induzidas, cujas formas são:

$$\begin{aligned}\tilde{\delta I}_q^F(\omega) &\approx (\bar{\mathcal{E}}_q^* - i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q^*)\tilde{\delta\mathcal{E}}_q(\omega) + (\bar{\mathcal{E}}_q + i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q)\tilde{\delta\mathcal{E}}_q^*(-\omega) \\ \tilde{\delta I}_q^A(\omega) &\approx \kappa \left[(\bar{\mathcal{E}}_q^* - i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q^*)\tilde{\delta\mathcal{P}}_q(\omega) + (\bar{\mathcal{E}}_q + i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q)\tilde{\delta\mathcal{P}}_q^*(-\omega) \right]\end{aligned}\quad (3.35)$$

As flutuações do campo incidente podem ser descritas em termos de suas componentes reais $a(t)$ e $b(t)$, as quais utilizaremos como um parâmetro em nosso cálculo. Entretanto, precisamos determinar a polarização induzida e suas flutuações, para isto devemos contabilizar as flutuações da resposta do sistema atômico.

Primeiramente, escreveremos $x(t) = \bar{x} + \delta x(t)$, o termo $\delta x(t)$ representa as flutuações correspondentes aos coeficientes lentamente variáveis de \bar{x} , que é a resposta estacionária da equação de movimento do sistema.

Para tornar mais simples a compreensão do processo de linearização nas equações de Bloch, vamos reescrever aqui as equações (no espaço de Liouville) que já foram apresentadas no capítulo 2:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \mathcal{B}x + y_0 \\ \mathcal{B} &= i\mathcal{N}\Delta_L + \mathcal{H}_{mag} + \mathcal{V} + \mathcal{R} \\ \mathcal{H}_{mag} &= -\frac{i}{\hbar}B\gamma_a [\mathcal{L}(P_a F_z) - \mathcal{R}(P_a F_z)] - \frac{i}{\hbar}B\gamma_b [\mathcal{L}(P_b F_z) - \mathcal{R}(P_b F_z)] \\ \mathcal{V} &= \hbar\Omega_1 \mathcal{D}_+ + \hbar\Omega_1^* \mathcal{D}_- \\ \mathcal{R} &= -\frac{\Gamma}{2} [\mathcal{L}(P_b) + \mathcal{R}(P_b)] - \gamma I + \Gamma(2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} \mathcal{L}(Q_{ab}^q) \mathcal{R}(Q_{ba}^q) \\ \Delta_L &= \omega_L - \omega_0\end{aligned}\quad (3.36)$$

Nas equações acima temos toda a informação sobre o sistema atômico. As flutuações na matriz \mathcal{B} têm contribuição unicamente do termo \mathcal{V} no qual temos as flutuações do

campo incidente inclusas na frequência de Rabi. Se definirmos uma nova matriz $\mathcal{B}' = \mathcal{B} - \mathcal{V}$, podemos escrever as equações definidas em 3.36 em duas partes, uma associada aos valores médios e outra às flutuações:

$$0 = \overline{\mathcal{B}}\bar{x} + \gamma y_0 \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \delta\dot{x}(t) &= \overline{\mathcal{B}'}\delta x + \bar{x}\delta\mathcal{V} + O(\delta^2) \\ &\approx \overline{\mathcal{B}'}\delta x + \beta[\mathcal{D}_-\delta\mathcal{E}(t) + \mathcal{D}_+\delta\mathcal{E}^*(t)]\bar{x} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Na equação 3.37, a matriz $\overline{\mathcal{B}}$ contém toda a informação dos valores médios do sistema ($\frac{d}{dt}\bar{x} = 0$). A constante β está associada a relação entre a amplitude do campo incidente (e sua flutuação) e a frequência de Rabi definida: $2\hbar\beta = \langle F_b || \vec{D} || F_a \rangle$. As flutuações da resposta atômica na aproximação linear (desprezamos termos de segunda ordem) estão dadas em 3.38, as matrizes \mathcal{D}_+ e \mathcal{D}_- foram previamente definidas em 2.68 e 2.69, respectivamente.

Podemos agora tomar a transformada de Fourier sobre a equação 3.38 e reescrevê-la como:

$$\widetilde{\delta x}(\omega) = [i\omega I + \overline{\mathcal{B}'}]^{-1}[\beta(\mathcal{D}_- - \mathcal{D}_+)\tilde{a}(\omega) + i\beta(\mathcal{D}_- - \mathcal{D}_+)\tilde{b}(\omega)]\bar{x} \quad (3.39)$$

Em 3.39 já escrevemos as flutuações do campo incidente em termos de suas componentes definidas por funções reais $[a(t)$ e $b(t)]$, podemos escrever a expressão para as flutuações na polarização:

$$\widetilde{\delta\mathcal{P}}_q(\omega) = f_a(\omega)\tilde{a}(\omega) + f_b(\omega)\tilde{b}(\omega) \quad (3.40)$$

Na equação 3.40, definimos as funções:

$$f_a(\omega) = \kappa\beta u^\dagger \mathcal{L}((\vec{q}^* \cdot \vec{D}_{ba})[i\omega I + \overline{\mathcal{B}'}]^{-1}[(\mathcal{D}_- + \mathcal{D}_+)\bar{x}] \quad (3.41)$$

$$f_b(\omega) = \kappa\beta u^\dagger \mathcal{L}((\vec{q}^* \cdot \vec{D}_{ba})[i\omega I + \overline{\mathcal{B}'}]^{-1}i[(\mathcal{D}_- - \mathcal{D}_+)\bar{x}] \quad (3.42)$$

Finalmente com os termos das flutuações na polarização calculados (3.40) podemos retornar à nossa equação para a flutuação na intensidade detetada (3.34), o que resulta em:

$$\begin{aligned}\tilde{\delta I}_q(\omega) &= g_q^a(\omega)\tilde{a}(\omega) + g_q^b(\omega)\tilde{b}(\omega) \\ g_q^a(\omega) &= (\bar{\mathcal{E}}_q^* - i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q^*)[\vec{q}^* \cdot \hat{e} + i f_a(\omega)] + (\bar{\mathcal{E}}_q + i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q)[\vec{q} \cdot \hat{e}^* - i f_a^*(-\omega)] \\ g_q^b(\omega) &= i(\bar{\mathcal{E}}_q^* - i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q^*)[\vec{q}^* \cdot \hat{e} + f_b(\omega)] - i(\bar{\mathcal{E}}_q + i\kappa\bar{\mathcal{P}}_q)[\vec{q} \cdot \hat{e}^* - f_b^*(-\omega)]\end{aligned}\quad (3.43)$$

Neste caso, como já temos a expressão explícita para as flutuações, o espectro de ruído pode ser calculado simplesmente como:

$$S_{qq'}(\omega) \equiv \langle \tilde{\delta I}_q(\omega) \tilde{\delta I}_{q'}^*(\omega) \rangle \quad (3.44)$$

No cálculo de 3.44 precisamos de maiores informações sobre as funções $\tilde{a}(\omega)$ e $\tilde{b}(\omega)$ para poder continuar. Para começar faremos uma aproximação “forte” para obtermos uma maior simplificação em nossos cálculos: vamos assumir que estas funções são não correlacionadas, ou seja, $\langle \tilde{a}(\omega) \tilde{b}(\omega') \rangle = \langle \tilde{a}(\omega) \tilde{b}^*(\omega') \rangle = 0$ ⁹. Com isto, obtemos uma expressão simples para o espectro de ruído:

$$S_{qq'}(\omega) \approx g_q^a(\omega)g_{q'}^{a*}(\omega)\langle |\tilde{a}(\omega)|^2 \rangle + g_q^b(\omega)g_{q'}^{b*}(\omega)\langle |\tilde{b}(\omega)|^2 \rangle \quad (3.45)$$

Mostramos que o espectro de intensidade de ruído pode ser obtido como função das quadraturas ortogonais do campo incidente (em nosso caso, tomamos amplitude e fase). Por fim, como nossa espectroscopia é realizada com laser de diodo podemos tomar $\tilde{a}(\omega) = 0$. Desse modo, o espectro de ruído na aproximação linear toma uma forma muito simples dada por:

⁹No caso de lasers de diodo é conhecido que existem correlações entre as quadraturas amplitude e fase [70, 71], portanto, essa aproximação deve ser considerada principalmente como uma forma de simplificar os cálculos.

$$S_{qq'}(\omega) \approx g_q^b(\omega)g_{q'}^{b*}(\omega)\langle|\tilde{b}(\omega)|^2\rangle \quad (3.46)$$

Neste cálculo podemos ainda incluir o efeito da distribuição de velocidades atômica considerando a contribuição das diversas classes de velocidade. Na prática, usamos a dessintonia entre o campo incidente e a transição atômica ($\Delta_L = \omega_L - \omega_0$). Fazemos o cálculo da resposta do sistema atômico para diversas dessintonias que recebem o seu “peso” na contribuição total dado pela gaussiana associada ao perfil Doppler e todas as contribuições são incluídas na resposta atômica ($\bar{x} + \delta x(t)$). No caso do modelo linear, por termos funções simples para o cálculo de ruído, podemos ainda incluir todas as transições permitidas, ou seja, dado um certo F_a podemos calcular a contribuição das transições para os estados excitados: $F_b = F_a - 1$, $F_b = F_a$ e $F_b = F_a + 1$.

Consideramos que o ruído é dado pela soma “incoerente” das contribuições de cada transição. Ao fazer isso estamos desprezando possíveis coerências entre os níveis excitados da estrutura hiperfina, ou seja, se fossemos descrever o operador densidade total do sistema, os elementos associados a cada uma das três transições permitidas estariam agrupados em matrizes bloco e os elementos de coerência entre os estados excitados de duas transições hiperfinas distintas seriam todos nulos. Dada a escala de tempo das taxas de decaimento dos estados excitados e diferença em energia entre os níveis hiperfinos essa aproximação de soma incoerente se mostra bastante razoável. Em termos da equação do espectro de ruído, podemos definir.

$$S_{qq'}(\omega) \approx G_q^b(\omega)G_{q'}^{b*}(\omega)\langle|\tilde{b}(\omega)|^2\rangle \quad (3.47)$$

Na equação 3.47 a função $G_q^b(\omega)$ nada mais é que a soma direta das funções $g_q^b(\omega)$ associadas a cada uma das transições e calculadas para todo o perfil Doppler. A possibilidade de inserir o efeito de todas as transições (mesmo de forma aproximada) e uma

“agilidade numérica” para realizar os cálculos neste modelos são os principais atrativos dessa abordagem.

A apresentação de resultados e a discussão do acordo com os resultados do experimento será realizada no capítulo 5. Consideramos mais adequado apresentarmos dados experimentais e teóricos “lado a lado” para uma comparação direta.

3.2 Breve discussão sobre modelos para interação com dois campos eletromagnéticos

No capítulo anterior, apresentamos um modelo para a determinação do estado estacionário de um sistema de dois níveis com degenerescência ao interagir com dois campos. Mesmo para o caso em que se busca apenas a solução estacionária, este sistema já não possui uma solução geral. A solução foi calculada para o caso que um dos campos é fraco e contribui apenas em primeira ordem (de forma perturbativa).

Uma possível tentativa para um cálculo de flutuações para o sistema com dois campos seria, a partir das equações para o estado estacionário desenvolvidas em 2.5.3 introduzir as flutuações apenas no primeiro campo (intenso). O segundo campo não poderia ter flutuações, uma vez que estas já foram desprezadas ao considerá-lo apenas em primeira ordem. Num modelo desse tipo o segundo campo apareceria apenas como um parâmetro e toda a dinâmica das flutuações seria introduzida pelas flutuações do primeiro campo.

Como veremos no capítulo 5, em todas nossas medidas os dois campos têm a mesma intensidade. Isto faz com que a aproximação de campo fraco não seja válida nem mesmo para o cálculo do estado estacionário. Isto torna essa abordagem muito pouco efetiva para uma comparação direta com o experimento.

Um modelo de difusão de fase também não é satisfatório e só poderia ser desenvolvido para casos muito específicos de estrutura de níveis e polarizações. O que torna a busca

por modelos deste tipo também pouco efetiva.

Uma outra abordagem é discutir quais realmente são as mudanças que ocorrem nos resultados da espectroscopia quando a varredura é realizada no campo magnético (para o caso de um campo eletromagnético) ou na frequência de um dos campos (para o caso de dois campos eletromagnéticos).

Vamos considerar a figura 3.1. No primeiro caso a frequência do laser está fixa e o desvio dos subníveis Zeeman é o responsável pela varredura. Quando o campo é nulo, os níveis do fundamental são completamente degenerados e devemos observar Hanle-EIT, devido à interferência destrutiva entre os caminhos.

No caso da figura à direita, os níveis do fundamental estão numa determinada posição (campo magnético nulo), ao variar a frequência do campo 2 é alcançada a desintonia Raman nula e temos a interferência destrutiva entre os caminhos.

Através dessa descrição consideramos que seria natural que os sinais obtidos com um tipo de varredura ou outro deveriam ser equivalentes. Dessa forma, nos casos em que os dois tipos de varreduras fossem equivalentes poderíamos usar o modelo desenvolvido para um campo para realizar previsões sobre o sistema de dois campos.

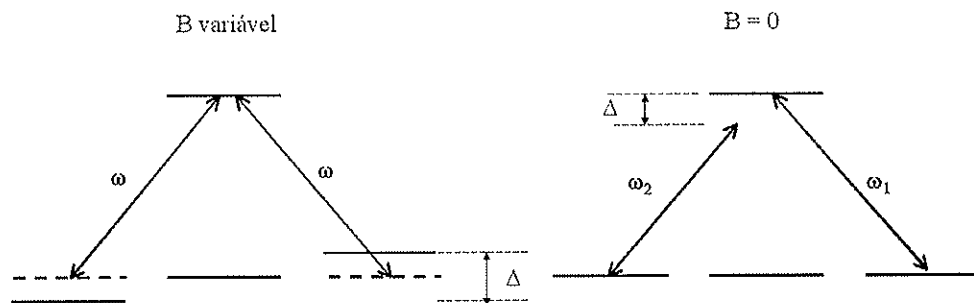


Figura 3.1: Comparação entre efeitos: (à esquerda) Hanle-EIT - varredura de campo magnético e (à direita) EIT - varredura da frequência de um dos campos para uma transição atômica $F = 1 \rightarrow F' = 0$.

Uma abordagem interessante é, através dos sinais experimentais obtidos, verificar em que casos os dois tipos de varredura são equivalentes e compreender quais elementos são importantes para esse comportamento.

3.3 Comentários finais

Neste capítulo apresentamos os dois modelos desenvolvidos para o sistema de dois níveis com degenerescências interagindo com um campo eletromagnético. Devemos deixar bem claras as diferenças entre os dois modelos.

No modelo de difusão de fase as flutuações estão na fase do campo, que é descrita como uma variável estocástica. Os cálculos seguem as regras de Ito, ou seja, levamos em conta as flutuações na fase até segunda ordem. Esse modelo tem uma relação direta com o sistema físico (laser de diodo) que está sendo tratado. A grande desvantagem é que não é muito prático realizar cálculos para qualquer degenerescência. A dimensão dos sistemas cresce muito rápido com o número de níveis atômicos. Assim o modelo acaba se tornando muito limitado.

No modelo linear também consideramos a flutuação no campo, porém essa é inserida de forma perturbativa e todos os cálculos são realizados apenas até a primeira ordem nas flutuações (por isso uma teoria linear). As equações obtidas para o cálculo linear são bem mais simples que para o outro modelo. Desse modo, todos os cálculos para qualquer degenerescência dos níveis da estrutura hiperfina do rubídio são realizados num tempo razoável.

Além desses modelos também apresentamos uma breve discussão sobre a dificuldade em desenvolver um modelo para o sistema atômico de muitos níveis interagindo com dois campos eletromagnéticos. Apresentamos algumas idéias de possíveis abordagens, entre elas, estudar as similaridades e diferenças observadas experimentalmente entre os dois

tipos de varredura e verificar a possibilidade de realizar previsões (de forma aproximada) no sistema com dois campos usando o modelo para um campo.

No próximo capítulo apresentaremos os principais elementos do aparato experimental, bem como as técnicas para a realização das medidas nos sistemas de dois níveis com degenerescências.

Capítulo 4

Métodos Experimentais

Nos capítulos anteriores discutimos os conceitos teóricos básicos e apresentamos os modelos para o cálculo de ruído nos sistemas de dois níveis com degenerescência.

Neste capítulo apresentamos os elementos essenciais de nossa montagem experimental, com ênfase às características de cada um dos elementos. As técnicas para a medida das flutuações e a calibração do sistema de medida também são discutidas.

Iniciamos o capítulo com a apresentação de algumas características dos átomos de rubídio, em especial sua estrutura hiperfina.

4.1 Os átomos de rubídio e sua estrutura hiperfina

O rubídio foi descoberto por Kirchhoff e Bunsen, em 1861, ao notarem a existência de novas linhas espectrais numa amostra de lepidolite. O seu nome deriva do latim *rubidus* (vermelho-escuro), referente à zona onde aparecem as linhas do seu espectro.

O rubídio tem número atômico 37 e pertence a família dos alcalinos (1A). Os átomos ditos hidrogenóides (apenas um elétron na última camada) são usados em larga escala nos experimentos de física atômica e ótica quântica: um dos principais motivos é exata-

mente a sua estrutura semelhante a do hidrogênio. Átomo muito estudado e do qual se conhece bem diversas de suas características. Desse modo, espécies atômicas semelhantes ao hidrogênio também devem compartilhar soluções semelhantes para sua dinâmica e, portanto, é muito mais simples criar modelos para explicar os efeitos físicos observados.

Entre os sucessos experimentais e teóricos obtidos com uso dos átomos alcalinos estão todo o desenvolvimento das técnicas de resfriamento e aprisionamento de átomos (Prêmio Nobel de 1997) e, conseqüente produção dos primeiros Condensados de Bose Einstein (Prêmio Nobel de 2001) ¹.

Os dois isotópos do rubídio em maior abundância na natureza são o ⁸⁵Rb e o ⁸⁷Rb com proporções de 72,17% e 27,83%, respectivamente. A transição de interesse em nossos estudos é a $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$,² que também é denominada linha D_2 , no comprimento de onda $\lambda = 780,24$ nm. Da teoria quântica para adição de momentos angulares podemos obter as transições hiperfinas que surgem devido ao acoplamento do spin do núcleo (I) com o spin do elétron (S). No caso do Rubídio devemos considerar os spins nucleares dos dois isótopos: $I = 5/2$ para ⁸⁵Rb e $I = 3/2$ para ⁸⁷Rb. Para o estado fundamental da transição ($5S_{1/2}$) temos $L = 0$ e $S = 1/2$. Pela adição de momentos angulares ($F = L + S + I$) teremos: $F = 2$ ou 3 para ⁸⁵Rb e $F = 1$ ou 2 para ⁸⁷Rb. Para o estado excitado ($5P_{3/2}$) temos $L = 1$ e $S = 1/2$ que nos dá mais possibilidades para a adição de momentos, resulta em $F' = 1, 2, 3$ ou 4 para o ⁸⁵Rb e $F' = 0, 1, 2$ e 3 para ⁸⁷Rb.

¹ Este tipo de física não se restringe aos alcalinos, muitos outros experimentos têm sido realizados com sucesso, por exemplo, utilizando alcalinos terrosos (família 2A) e alguns metais "terras raras", inclusive produção de Condensados de Bose-Einstein.

² Da notação espectroscópica nL_J : n é o número quântico principal, L é o momento angular orbital e $J = L + S$ representa o acoplamento do momento angular com o spin.

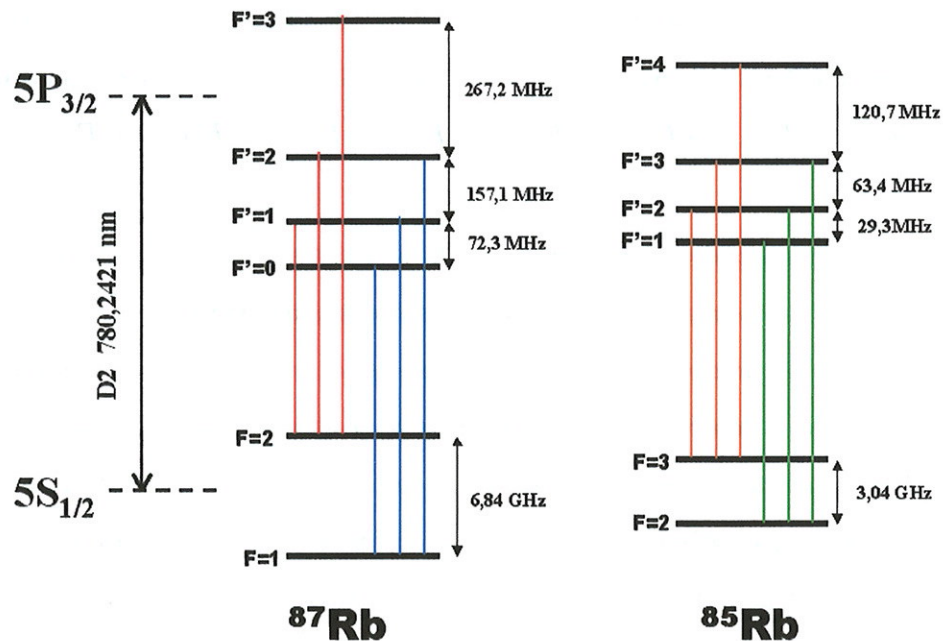


Figura 4.1: Representação esquemática da estrutura de níveis da linha D_2 para os isótopos 87 e 85 do Rubídio. Também representamos as transições permitidas por $\Delta F = 0, \pm 1$ para cada nível hiperfino.

Lembramos que pelas regras de transição por elemento de dipolo elétrico do átomo, as transições possíveis (permitidas) são aquelas que satisfazem as condições $\Delta F = 0, \pm 1$ e $\Delta m_F = 0, \pm 1$. Apresentamos na figura 4.1 o diagrama dos níveis hiperfinos e as transições permitidas para os dois isótopos na linha D_2 .

Devido à distribuição de velocidades da amostra atômica, o espectro de cada átomo será influenciado fortemente pelo efeito Doppler (ver apêndice B). O efeito global sobre o espectro de absorção da amostra será a composição dos perfis de cada átomo, que leva ao alargamento inhomogêneo de cada transição. Para o rubídio, à temperatura ambiente, a largura Doppler da linha D_2 é de aproximadamente 517 MHz.

Neste regime o perfil de absorção de um feixe monocromático que atravessa a amostra

revela apenas os perfis das quatro linhas (correspondentes a cada nível fundamental) com a largura Doppler e separadas de pelo menos 1 GHz que em ordem crescente de frequência são: $^{87}\text{Rb } F = 2 \rightarrow F'$, $^{85}\text{Rb } F = 3 \rightarrow F'$, $^{85}\text{Rb } F = 2 \rightarrow F'$ e $^{87}\text{Rb } F = 1 \rightarrow F'$.

A técnica que utilizamos para verificar a sintonia do feixe e capaz de distinguir a “posição” de cada transição é denominada **absorção saturada**. Esta consiste em enviar um feixe de bombeio suficientemente intenso através da amostra, de modo a saturar as transições hiperfinas e então medir o sinal de intensidade transmitido de um feixe fraco contrapropagante (ao primeiro) e de mesma frequência. Este processo seleciona os átomos que satisfazem a relação $\vec{k} \cdot \vec{v} = 0$, pois apenas estes estarão ressonantes com ambos os feixes. Como a transição está saturada, o sinal de transmissão medido terá picos estreitos com largura Γ e profundidade determinada pelo parâmetro de saturação na posição referente a uma dada transição. Ao fazermos uma varredura da frequência do laser podemos observar todas as transições permitidas dentro do perfil Doppler.

Na prática, retiramos uma pequena fração do feixe laser (com uma lâmina de vidro comum) e enviamos através de uma célula com o vapor atômico e retro-refletimos o próprio feixe de bombeio para que faça o papel de feixe de prova sobrepondo-o ao primeiro (ver fig 4.2).

Além dos três picos, referentes às transições (ditas diretas), também são observados três picos denominados *cross-over*. Estes surgem porque o feixe interage com átomos de diversas classes de velocidades diferentes e para algumas dessas classes os átomos estão ressonantes com duas transições distintas simultaneamente. Os picos de *cross-over* aparecem exatamente na frequência que é a média aritmética das frequências de duas transições diretas correspondentes.

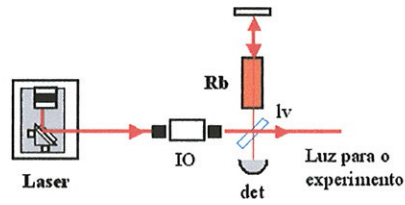


Figura 4.2: Esquema para medidas de absorção saturada. IO - isolador óptico; lv - lâmina de vidro e det - detector.

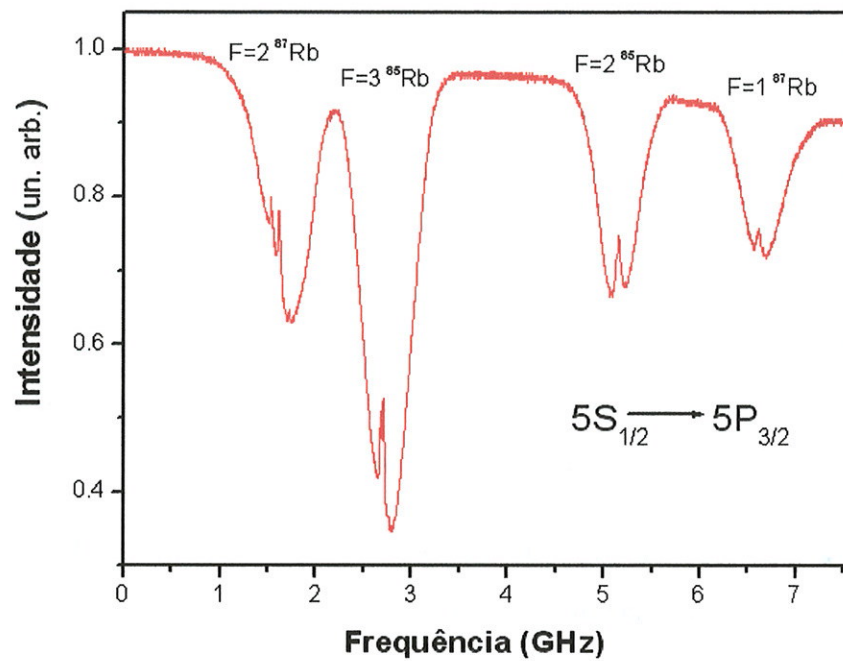


Figura 4.3: Sinal de absorção saturada com todas as linhas dos 2 isótopos do Rubídio: $^{87}\text{Rb } F = 2 \rightarrow F'$, $^{85}\text{Rb } F = 3 \rightarrow F'$, $^{85}\text{Rb } F = 2 \rightarrow F'$ e $^{87}\text{Rb } F = 1 \rightarrow F'$. Na parte de cima do gráfico temos uma representação das posições das linhas diretas de acordo com as cores e numeração da figura 4.1.

Através do sinal de absorção podemos calibrar a posição em frequência do laser. Uma varredura completa de todas as linhas dos dois isótopos de rubídio é apresentada na figura 4.3. No apêndice E temos tabelas com as posições em frequência de todas as

linhas diretas e cross-overs.

4.2 O Laser

O LASER, cuja sigla em inglês significa *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, possibilitou enormes avanços em diversas áreas das ciências. Em particular, o aprimoramento da física atômica e o surgimento dos estudos em ótica quântica. Em nossos dias, o laser é acima de tudo uma ferramenta de suma importância nas áreas de pesquisa e industrial.

Os lasers se apresentam nas mais diversas formas, usando diferentes materiais, sistemas atômicos e tipos de bombeamento ou técnicas de excitação. Desse modo, podemos encontrar lasers numa faixa espectral desde o infravermelho longínquo até o ultravioleta, ou mesmo, raio-X.

Apesar dessa grande variedade, os elementos essenciais que possibilitam a produção de luz laser continuam sendo os mesmos desde o primeiro inventado. Um laser de qualquer tipo necessariamente possui estes três elementos:

- Meio Laser: o meio adequado para que ocorra a inversão de população, pode ser uma coleção de átomos, moléculas, íons ou cristais semicondutores devidamente dopados ³.
- Processo de bombeamento: o mecanismo que leva o meio laser para níveis quânticos de maior energia, por exemplo, alta tensão num tubo de gás, um outro laser como etapa primária ou a corrente elétrica aplicada a uma junção semicondutora.
- Sistema de realimentação ótica: que define a forma pela qual a radiação emitida

³Também é possível obter emissão laser sem a necessidade de inversão de população [9, 10]. Contudo, nenhum sistema comercial ainda foi desenvolvido.

pode interagir com o meio através de diversas passagens óticas. Trata-se, em geral, de uma cavidade ótica formada por bons espelhos em torno do meio laser ou no caso de semicondutores a cavidade é formada pelas próprias faces clivadas do chip.

A literatura específica sobre os princípios básicos de um laser ou sobre um tipo de laser em específico é extensa, mas algumas boas referências mais gerais são [72, 73, 74]. Em nosso trabalho lidamos exclusivamente com lasers de diodo, por isso, no que segue estaremos apresentando em maior detalhe estes dispositivos.

4.2.1 O laser de semicondutor

Os lasers de diodo podem ser obtidos em praticamente todo o espectro visível devido às técnicas precisas de dopagem dos semicondutores e pesquisas em novos materiais. Este dispositivos têm um custo relativamente baixo, se comparados aos outros tipos de lasers, e são bastante versáteis. Estas foram algumas das características que difundiram o uso de lasers de diodo nas pesquisas de física atômica e ótica quântica. Os lasers de semicondutores podem fornecer tipicamente algumas dezenas de mW (em alguns casos até centenas) com correntes de injeção de centenas de mA.

Para o uso em espectroscopia de precisão é indispensável a estabilização desses lasers. A fonte de corrente para alimentação do laser deve ter baixo ruído e ser bastante estável. Vibrações mecânicas (por exemplo, da mesa ótica) e correntes de ar devem ser evitadas e um sistema de controle de temperatura com boa precisão deve ser utilizado.

O laser de diodo é basicamente formado por uma junção $P - N$, no interior de uma cavidade, que ao ser atravessada por corrente elétrica acima de um certo valor emite luz coerente.

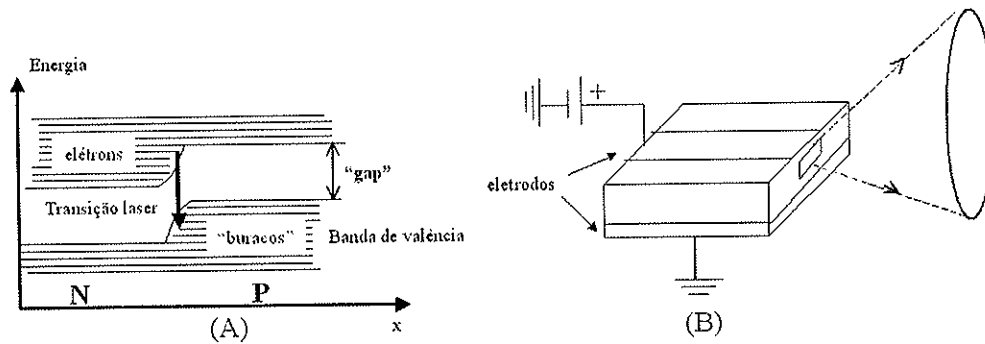


Figura 4.4: (A) Esquema de níveis de energia em função da posição para um laser de diodo. A emissão de luz está associada à recombinação elétron-buraco na junção $P - N$ e (B) Emissão de um laser semiconductor.

O princípio básico dos lasers de diodo pode ser resumido como segue: Quando uma corrente elétrica é enviada através de uma junção semicondutora $P - N$, os elétrons e “buracos” podem se recombinar na junção e a partir disso emitir energia em forma de radiação eletromagnética (fótons) (ver fig. 4.4(A)). Se a corrente utilizada está abaixo de um valor de limiar de oscilação do laser, então a maior parte da população eletrônica estará no nível inferior e a radiação será emitida de maneira espontânea ⁴

Todavia, para correntes superiores a este limiar temos uma produção muito maior de radiação por emissão estimulada. Esta radiação é amplificada pelas múltiplas reflexões nas faces do cristal semiconductor e pode se tornar forte o suficiente para que a emissão estimulada predomine sobre outros processos de relaxação que diminuiriam muito a inversão de população. A cavidade ótica, no caso dos lasers de diodo, é formada pelas próprias paredes da região de junção, produzidas pela clivagem do cristal semiconductor nos planos perpendiculares à direção de propagação da luz.

O modo de emissão longitudinal do laser é confinado pela cavidade (faces clivadas)

⁴Exatamente neste regime é que funcionam os dispositivos semicondutores denominados LEDs (*Light Emitting Diodes*).

num canal bem estreito da região ativa e deve corresponder a um número semi-inteiro de comprimentos de onda dentro da cavidade. De todos os modos possíveis, apenas aqueles nos quais os ganhos superam as perdas óticas poderão alcançar a condição de limiar.

A radiação num determinado modo estimula a emissão neste modo (caráter bosônico dos fótons), que por sua vez alimenta a intensidade desse modo. O confinamento transversal é mantido pela variação espacial do índice de refração devido ao uso de diferentes materiais semicondutores.

Como a luz é emitida de uma região retangular muito pequena (da ordem de 0,1 a 0,3 μm) o feixe de saída tem uma divergência muito elevada, como mostrado na figura 4.4(B). Tipicamente, o feixe tem ângulos de divergência de 30° para a direção perpendicular a junção e 10° na paralela. O feixe colimado é elíptico, mas pode-se obter um modo radialmente mais simétrico através do uso de prismas anamórficos.

A potência, o comprimento de onda e as demais características espectrais do laser de diodo são funções da corrente de injeção, temperatura, pressão e campos magnéticos externos. Porém, o comportamento é mais influenciado por temperatura e corrente, que podem ser manipulados para ajustar o comprimento de onda desejado. A potência da luz cresce linearmente com a corrente de injeção, exceto para valores de corrente abaixo do limiar e acima da saturação (do meio de ganho).

Devido às características das cavidades dos lasers de diodo, a largura de linha é da ordem de algumas dezenas de MHz. Como visto na seção 4.1, as transições hiperfinas têm largura de $\Gamma \approx 6$ MHz. Para que este tipo de estrutura seja resolvida é necessário que o laser possua uma largura de linha inferior à largura natural. Portanto, o chamado “laser livre” é largo demais para este tipo de medida espectroscópica. Isto torna necessário o uso de técnicas para reduzir a largura de linha do laser de diodo.

4.2.2 Laser de diodo com cavidade externa

Diversas técnicas, tanto óticas quanto eletrônicas, foram desenvolvidas para estreitar a largura de linha e controlar a frequência central dos lasers de diodo [75, 76]. Entre estes métodos, se destacam os chamados “métodos de cavidade externa”, que utilizam elementos óticos seletivos em frequência, tais como redes de difração ou “etalons”, para enviar uma pequena fração do feixe de saída de volta ao laser de diodo.

O sucesso desse tipo de método em lasers de diodo se deve à sua grande sensibilidade à realimentação ótica. Essa sensibilidade advém de três fatores principais: a cavidade formada pelas faces do diodo é extremamente pequena, possui uma baixa *finesse*⁵ (devido à qualidade ótica das faces como espelhos) e a curva de ganho é suave em função do comprimento de onda. Estes fatores fazem o ganho total do sistema depender muito pouco do comprimento de onda, assim o espectro pode ser facilmente perturbado pela realimentação.

A cavidade externa diminui a largura de linha do laser porque aumenta o fator de qualidade da cavidade (interna), aumentando o “tempo de vida” do fóton no meio de ganho. A taxa de emissão espontânea sofre uma queda com a cavidade externa, pois na competição por portadores serão privilegiados os modos selecionados pela cavidade externa.

Há diversas configurações dependendo dos elementos óticos e geometria escolhida. Vamos nos limitar à técnica que tem sido usada em nosso laboratório e chamada de **configuração Littrow** [77, 78]. A realimentação ótica é realizada enviando de volta ao laser uma pequena fração do feixe de saída que é difratada pela ordem -1 de uma rede de difração. O outro espelho dessa cavidade é a própria face traseira do laser de diodo.

O feixe de saída é obtido da ordem zero da rede de difração e a frequência emitida é

⁵Finesse é uma grandeza associada à qualidade da cavidade ótica, que é definida como

$$\mathcal{F} = \pi \frac{(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}}, \quad R_1 \text{ e } R_2 \text{ são as refletividades dos espelhos.}$$

controlada através do ajuste do ângulo da rede. Isto seleciona uma faixa razoavelmente estreita de frequência que, retornando à região emissora, poderá ser realimentada e estimulada. O ângulo da rede é controlado por parafusos diferenciais para o ajuste grosso e por uma Cerâmica Piezo Elétrica (PZT) para o ajuste fino e varredura em frequência.

O laser utilizado em nosso experimento é um diodo da **Sanyo LD 0785-0080-1** com potência de saída máxima de 80 mW (livre) e corrente de operação máxima 130 mA. A cavidade extendida é formada por uma rede holográfica de 1800 linhas/mm comercializada por Edmund Industrial Optics.

4.2.3 O ruído em lasers de diodo

O laser de diodo tem características bem distintas de outros tipos de lasers. Um aspecto importante dos lasers de diodo é o seu espectro de ruído, principalmente em nossa pesquisa. É comum afirmar que um laser quando acima do limiar gera luz no estado coerente⁶. Contudo, isto nem sempre é verdade, em especial, para lasers de diodo.

Este tipo de laser possui uma cavidade de volume muito pequeno e de baixa *finesse*, assim as flutuações devido a emissão espontânea são bastante significativas e representam a principal causa da largura espectral. Além disso, o índice de refração do material semicondutor (n) é fortemente afetado pela corrente de injeção: a variação na intensidade do feixe causa uma modificação na densidade de portadores N_e , que causa uma mudança no índice de refração do meio e, conseqüentemente, um aumento adicional na flutuação da fase do campo.

No trabalho de Zhang e colaboradores [79] foram realizadas medidas do espectro de ruído de um laser de diodo em três situações distintas: o laser livre (apenas estabilizado em temperatura e corrente), o laser com cavidade externa e o laser de diodo injetado por

⁶Estado coerente é um estado quântico caracterizado, entre outras coisas, por suas quadraturas terem incerteza mínima, dada pelo princípio de incerteza de Heisenberg [34].

um laser de Ti:Safira. Foi observado a redução do ruído de fase do primeiro para o último caso, o ruído de intensidade se manteve praticamente constante. Contudo, mesmo no terceiro caso em que o laser de diodo age como um escravo reproduzindo as características do laser mestre (Ti:Safira), o ruído de fase medido foi de 46 dB acima do shot-noise ⁷. Portanto, mesmo no caso em que se observa uma largura de linha estreita para o modo principal do laser de diodo (quando injetado pelo Ti:Safira) temos um grande excesso de ruído de fase.

Uma característica importante para entender o ruído de fase dos lasers semicondutores é o fator α [71], que está associado à modificação do fator de ganho do meio com a densidade de portadores ⁸. O fator α modifica a largura de linha do laser:

$$\Delta_\omega = \frac{R}{N_f}(1 + \alpha^2) \quad (4.1)$$

Na expressão da largura de linha, R é a taxa de emissão espontânea e N_f é o número médio de fótons na cavidade. Para o caso em que α é nulo, a largura de linha se reduz a forma prevista por Schalow-Townes [80]. Este aumento da largura de linha (em relação ao previsto por Schalow-Towes) está associado diretamente com as características de emissão estimulada neste meio. A forte dependência entre o ganho e a densidade de portadores torna as características espectrais do laser sensíveis a outros modos, além do principal, que apesar de não oscilarem contribuem para o espectro total de ruído e geram esse excesso de ruído de fase observado.

Dessa forma, independentemente das técnicas que forem utilizadas para uma redução do ruído (de fase) teremos sempre um limite para o ruído mínimo do laser que é muito superior à incerteza mínima, como observada para um laser de Ti:Safira.

⁷Eles observaram 82 dB acima do shot-noise para o laser livre e 72 dB para o laser com cavidade externa.

⁸O fator α é definido como $\alpha = \frac{\frac{d}{dN_c} Re[n]}{\frac{d}{dN_c} Im[n]}$; $\frac{d}{dN_c} Re[n]$ e $\frac{d}{dN_c} Im[n]$ são as variações da parte real e imaginária do índice de refração do meio em função da densidade de portadores.

Também realizamos medidas do ruído de fase em nosso laser (com cavidade externa) através de uma técnica que usa uma cavidade ótica vazia para realizar o giro da elipse de ruído [81], que dispensa a necessidade de um oscilador local. Em nossas medidas verificamos que o ruído de fase é maior que 50 dB [68], que está de acordo com o obtido em [79].

4.3 Moduladores acusto-óticos

Diversos cristais têm coeficientes eletro-óticos significantes que possibilitam a modificação do índice de refração do material através da aplicação de campos eletromagnéticos. Um Modulador Acusto-Ótico (AOM - *Acousto-Optic Modulator*) é baseado no fato de que ondas estacionárias acústicas podem ser geradas no cristal através de um campo de rádio-frequência (RF). Luz transmitida através desse cristal sofrerá efeitos de difração pois a onda estacionária acústica é um potencial periódico para essa luz e efetivamente uma rede de difração⁹. O feixe difratado, além do desvio espacial, tem sua frequência deslocada pela frequência de modulação (ver fig. 4.5).

Como o ângulo de difração está ligado à frequência de modulação, pode-se redirecionar um feixe simplesmente variando a frequência do sinal de RF. A intensidade do feixe difratado pode ser controlada através da potência do sinal de RF. Dadas estas características, usos comuns de AOMs estão associados a varreduras rápidas através do controle da frequência e da potência da RF injetada no cristal.

⁹Outra forma de ver esse processo é considerando a recombinação dos fônons da rede com os fótons do feixe incidente, assim gerando novos fótons com frequências modificadas do valor da RF.

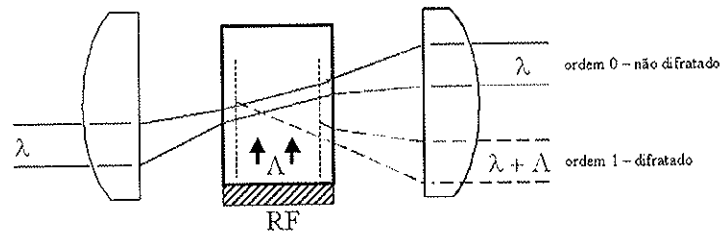


Figura 4.5: Esquema de um modulador acusto-ótico e produção do feixe difratado.

Em nosso experimento o principal motivo da aplicação é o deslocamento da frequência ótica e seu uso na varredura do campo eletromagnético injetado. Para um AOM ideal o feixe difratado tem as mesmas propriedades do feixe de entrada, a menos da frequência e direção. Porém, para AOMs reais há evidências que ocorra um aumento do ruído de fase após a passagem pelo cristal [82]. Esse ruído adicionado estaria associado a parte do feixe incidente que difrataria nas bordas do cristal, mas sem modificar a frequência, e parte dessa luz seria adicionada ao feixe de fato difratado, assim aumentando a incerteza em frequência do feixe e, conseqüentemente, o ruído de fase. Em nossos experimentos, a existência ou não desse acréscimo de ruído ao feixe é irrelevante, devido ao grande ruído de fase já existente nos lasers de diodo.

Um ponto importante do uso de AOMs em nossas medidas é que podemos utilizar um único laser como fonte para produzir dois campos, o que garante uma relação de fase muito bem definida entre os campos. Podemos deslocar a frequência de parte do feixe controladamente de algumas dezenas de MHz em relação à outra parte. O fato de usar lasers com a fase travada possibilita a observação de estruturas muito mais estreitas nos sistemas de dois níveis com degenerescências, bem menores que a largura de linha natural ou a do laser.

Nós utilizamos moduladores da *Crystal Technologies*, que são produzidos de cristais **TeO₂**, com frequência de modulação de RF de 200 MHz (modelo 3200-124). A RF é fornecida por geradores da mesma empresa nos modelos 1200 – *AIF0* 2.0 W que fornece

uma frequência fixa (valor medido: 200,258 MHz) e 1200AF – AEF0 1.0 W no qual a frequência pode ser variada através de um ajuste de tensão (V_{FM}).

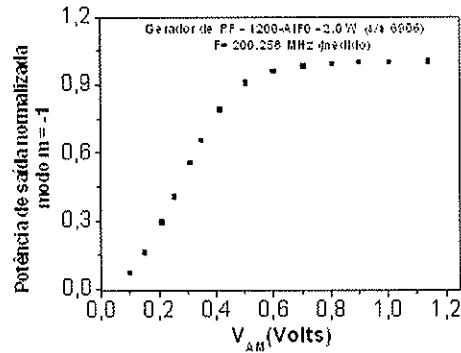


Figura 4.6: Potência de saída do feixe difratado (ordem 1) em função da tensão V_{AM} que determina a potência de RF imposta ao AOM pelo gerador de RF 1200 – AIF02.0W.

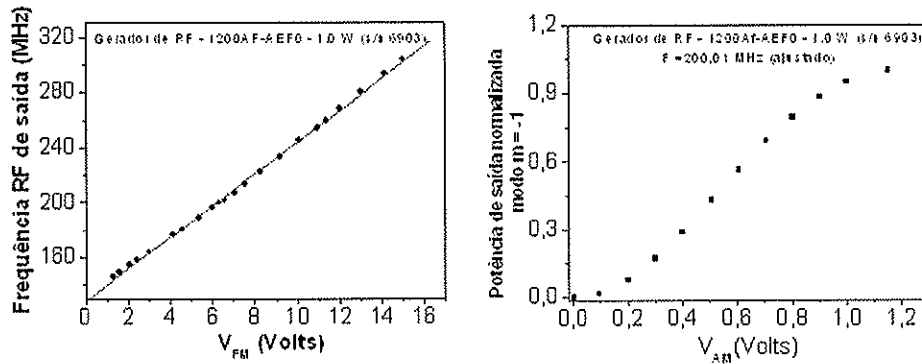


Figura 4.7: (esquerda) Frequência do feixe difratado de ordem 1 em função da tensão V_{FM} e (direita) Potência de saída do feixe difratado (ordem 1) em função da tensão V_{AM} que determina a potência de RF imposta ao AOM pelo gerador de RF 1200AF – AEF01.0W

Além disso, a intensidade do feixe difratado também pode ser controlada através do ajuste de outra entrada de tensão V_{AM} nos dois geradores de RF. Apresentamos as curvas características medidas: para o gerador de frequência fixa temos a eficiência de conversão para a primeira ordem em função da tensão V_{AM} na figura 4.6. A mesma medida é apresentada para o AOM em que a frequência pode ser variada, na figura 4.7 à esquerda. À direita é apresentada a curva da variação da frequência em função da tensão V_{FM} .

4.4 Célula de prova

Em medidas que se aproveitam da degenerescência dos níveis da estrutura hiperfina dos átomos é necessário o monitoramento e controle preciso do campo magnético ao qual estão submetidos. Qualquer campo espúrio quebra a degenerescência dos sub-níveis atômicos, assim modificando os sinais de ruído que possam ser observados. Para evitar estes efeitos é necessário blindar os átomos de campos magnéticos externos, ou seja, criar uma região de campo magnético nulo.

Para este tipo de tarefa, podem ser usados esquemas de pares de bobinas Helmholtz ou câmaras fabricadas com metais de alta permeabilidade magnética (μ_m). Esses materiais são ligas metálicas de níquel e ferro, como o μ -metal, que podem apresentar permissividades de $\mu_m = 10^4$ a 10^6 T.m/A.

Em geral, a principal fonte de campo magnético “espúrio” considerável é o próprio campo magnético terrestre, de aproximadamente 0,5 Gauss. Porém no ambiente do laboratório, devido à grande quantidade de equipamentos eletrônicos, é muito comum termos fontes adicionais de campos magnéticos alternados na frequência de 60 Hz (rede elétrica) e seus harmônicos. Todos os campos magnéticos em torno da câmara de blindagem devem ser considerados como o “ambiente magnético” e devem ser suprimidos. Um cuidado

importante a ser tomado é verificar se esse “ambiente magnético” possui campos intensos, nesse caso o material da blindagem pode ser saturado e seu desempenho comprometido.

No nosso caso particular, foi utilizada uma câmara produzida por Magnetic Shield Corporation. A câmara é constituída de três camadas de μ -metal, basicamente cilindros ocos com tampas e furo centrais no eixo axial para a passagem do feixe de luz.

Nos experimentos com sistemas de dois níveis com degenerescências podemos querer quebrar essa degenerescência de maneira controlada (varredura por campo magnético). Com esse intuito, a célula de vidro é condicionada num suporte cilíndrico (plástico) no qual foi enrolado um solenóide que nos possibilita submeter a amostra atômica a um campo magnético de alguns Gauss, paralelo à direção de propagação do feixe laser.

Além disso, a pressão de vapor da amostra atômica (número de átomos no vapor atômico) é bastante sensível à temperatura (ver apêndice E). Para um maior controle do número de átomos que interagem no experimento temos um sistema de controle de temperatura que é constituído por algumas espiras de fio de uma liga de níquel-cromo¹⁰ devidamente isoladas por uma capa de material plástico e enroladas na célula de vidro que contém os átomos. Estas espiras são enroladas na região das bordas da célula para evitar que haja condensação de rubídio nas janelas. Além disso o fio de níquel-cromo foi enrolado de modo que para cada espira temos uma adjacente em que a corrente esteja invertida para evitar efeitos de campo magnético devido a estas espiras.

A temperatura é monitorada por um circuito integrado LM35 (fixo na parede da célula) que fornece um valor de tensão correspondente à temperatura e o controle ativo é realizado por um controlador de temperatura microprocessado da Coel, modelo HW 4200, que determina a corrente a ser enviada para a resistência de aquecimento.

Na figura 4.8 temos o esquema de todo o conjunto (blindagem magnética, solenóide, resistência de aquecimento, sensor de temperatura e célula de vapor de rubídio) que

¹⁰O mesmo material utilizado para fabricar as resistências de chuveiro elétrico

constitue a célula de prova para o experimento.

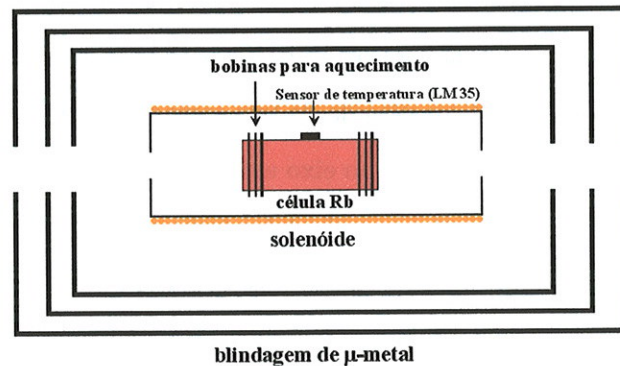


Figura 4.8: Esquema dos elementos que compoem a célula de prova utilizada nos experimentos: blindagem magnética, solenóide, bobinas de aquecimento, sensor de temperatura e célula de vapor de rubídio. Não está apresentado em escala.

4.5 Sistema de detecção

Parte essencial do experimento é a detecção dos campos eletromagnéticos após a interação com o meio atômico. A técnica utilizada para detetar o ruído dos campos é a detecção balanceada, cujos princípios são apresentados em detalhes no apêndice D. Nesta seção iremos descrever alguns detalhes técnicos importantes.

Numa medida de ruído, os fotodetetores são dispositivos fundamentais e sua calibração é de extrema importância para se obter um resultado experimental confiável. Uma forma de calibrá-los é incidir o feixe de luz e medir a resposta em frequência do detetor. Ao realizar a mesma medida para diferentes potências de luz obtemos a resposta do detetor para diferentes ruídos quânticos. Conhecendo a potência do feixe incidente temos informação suficiente para comparar a resposta espectral do detetor com a resposta da calibração feita para a mesma potência.

A calibração dos detetores é relativamente fácil, o que nos leva a escolher a técnica de detecção balanceada, que apresenta dois aspectos importantes: a confiabilidade no ruído de referência (shot noise) e condições de medidas da luz idênticas para ambos os detetores.

Alguns cuidados devem ser tomados, por exemplo em relação à eficiência dos detetores (que deve ser a mesma para ambos). Sabemos que no processo de medida fótons são convertidos em fotocorrentes, porém esse processo não é ideal. Parte da luz pode ser refletida na interface entre o detetor e o ar, além das perdas na janela de proteção. Muitas vezes o fóton incide no fotodiodo, mas não é absorvido, ou mesmo, o par fóton-elétron gerado pode se recombinar. Portanto, a eficiência é sempre inferior a 1.

Podemos definir a eficiência quântica (η) pela relação entre o número de elétrons gerados e fótons incidentes. Para um feixe monocromático podemos escrever:

$$\eta = \frac{h\nu i_s}{eP_{in}} \quad (4.2)$$

Na expressão de η , i_s é a fotocorrente gerada e P_{in} é a potência incidente. Uma forma de tratar o caso das perdas devido à eficiência é considerar um detetor ideal e um separador de feixe, em que ocorre a homodinagem do feixe incidente e o vácuo [83]. O resultado é que o sinal de ruído observado tende a shot-noise quanto maiores forem as perdas. Em nosso sistema de medida usamos detetores FND-100 da EG&G que possuem uma eficiência quântica superior a 86%.

As medidas de ruído são bastante delicadas, o que torna imprescindível verificar a “sanidade” de todo sistema eletrônico de detecção. Para isto, o primeiro teste é verificar a dependência do sinal de diferença da detecção balanceada (que deve ser o shot noise) em função da intensidade de entrada nos detetores, que deve ser linear. Na figura 4.9 apresentamos o sinal de soma e diferença da detecção balanceada. O feixe de prova foi obtido de nosso laser de diodo com cavidade externa.

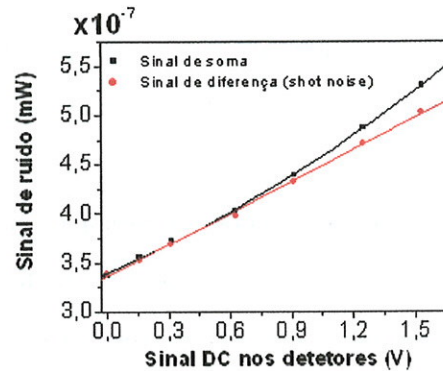


Figura 4.9: Sinal de calibração da detecção balanceada: (vermelho) diferença e (preto) soma.

O sinal de diferença é linear e, portanto, podemos afirmar que estamos medindo o shot noise e utilizá-lo como nosso sinal de referência. O ruído do laser tem, além da componente do shot-noise, uma componente que é quadrática com a intensidade. A verificação do sinal de diferença é fundamental para evitar duas situações muito ruins para a medida: a primeira está associada à saturação dos detetores quando a intensidade do feixe incidente é muito elevada, neste caso não temos uma medida real de todo o ruído que existe no sistema e a segunda quando a intensidade do feixe é muito baixa e a referência shot-noise fica muito próxima ao ruído eletrônico, o que torna a relação sinal-ruído muito ruim e, portanto, os sinais obtidos pouco confiáveis.

Na figura 4.10 apresentamos o sinal de shot noise (vermelho) e o ruído eletrônico (verde) o que mostra que temos uma boa relação sinal-ruído para o sistema.

Em nossos detetores, a fotocorrente é separada em duas componentes: o sinal DC (*Direct Current*) e o sinal de alta frequência (HF - *High Frequency*), que é medido no analisador de espectros. Como este equipamento é de vital importância em nosso experimento, vamos fazer uma breve descrição de seu funcionamento.

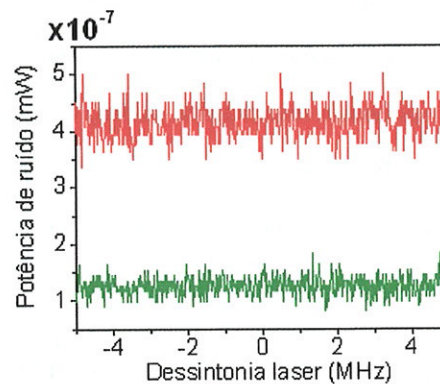


Figura 4.10: Sinal de calibração: (vermelho) shot noise e (verde) ruído eletrônico.

O analisador de espectros, em geral, pode ser descrito por um diagrama de blocos como o da figura 4.11. O sinal de entrada é amplificado e, através de um circuito misturador é produzido o batimento deste sinal a ser analisado e uma frequência intermediária (FI) ¹¹, que não é a frequência de análise que podemos ajustar no equipamento.

A frequência de análise do sinal de entrada é selecionada por um oscilador controlado por tensão (VCO) ao qual aplicamos uma rampa com uma certa velocidade de varredura (T_s). A saída do misturador é selecionada por um filtro passa-faixa sintonizado na frequência intermediária e cuja largura de banda RBW (*Resolution Band Width*) também pode ser ajustada pelo usuário.

A saída do filtro passa-faixas passa ainda por um detetor de pico, composto basicamente por um circuito retificador e depois por um filtro passa-baixa, que fornece a resolução da banda de vídeo do sinal de saída (VBW - *Video Band Width*). O VBW também pode ser ajustado pelo usuário, mas possui uma relação de dependência com o valor ajustado para o RBW. Obviamente, o valor de VBW deve ser inferior ao do RBW

¹¹Esta é uma frequência fixa para a qual a eletrônica do analisador é otimizada.

e define o quão suavizada será a curva apresentada no monitor de vídeo do equipamento.

A saída que é observada no monitor de vídeo é proporcional à potência ou à amplitude do sinal demodulado, em escala logarítmica (dBm) ou linear (mW). O monitor apresenta o resultado com a varredura controlada pelo mesmo gerador de rampa empregado na varredura da frequência. Em caso de medida em “zero-span” (uma frequência de análise fixa), a varredura do VCO é desligada e ele é mantido a uma frequência fixa.

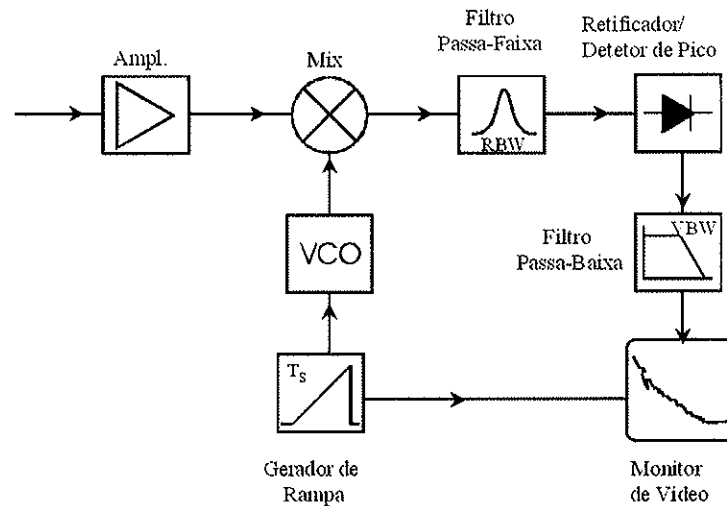


Figura 4.11: Diagrama de blocos básico de um Analisador de Espectros.

4.6 Comentários finais

Neste capítulo apresentamos os principais elementos que compõem o nosso sistema de medidas e discutimos algumas das características desses elementos. Também apresentamos informações mais específicas como, por exemplo, fabricante e modelos dos principais equipamentos.

Discutimos o nosso sistema de detecção e apresentamos os resultados de calibração desse sistema. Além disso, realizamos uma breve descrição do funcionamento de um analisador de espectros.

No próximo capítulo apresentaremos o aparato de medida completo, os procedimentos de medida e os dados experimentais propriamente ditos. Além disso, os resultados numéricos dos modelos desenvolvidos no capítulo 3 são confrontados com os dados experimentais observados.

Capítulo 5

Resultados experimentais e teóricos

Nos capítulos anteriores apresentamos conceitos físicos básicos para a compreensão deste trabalho, as teorias que utilizamos para modelar as interações entre átomos e campos e os elementos essenciais do aparato experimental.

Iniciamos este capítulo com a descrição do aparato de medida utilizado e o uso dos elementos já apresentados no capítulo 4. Também apresentamos o processo de medida, dados experimentais e os resultados numéricos obtidos para uma comparação direta com o experimento.

Como já dito anteriormente, temos uma grande quantidade de parâmetros que podem ser manipulados no experimento (e na teoria) e, portanto, uma grande quantidade de resultados que foram obtidos ao longo de todo o trabalho. Aqui nos restringiremos à apresentação dos resultados que consideramos mais contundentes e que se adequam para uma descrição concisa e mais clara possível da física envolvida nas flutuações dos campos após a interação com os átomos na situação das ressonâncias coerentes.

5.1 Aparato experimental

O aparato experimental utilizado em todas as medidas é representado na figura 5.1. O feixe de saída do laser de diodo é bastante elíptico. Para obtermos um feixe com modo espacial mais simétrico, utilizamos um par de prismas anamórficos. O isolador ótico tem a função de evitar que ocorra o retorno de parte do feixe sobre o laser de diodo, que poderia causar instabilidades ou até mesmo danificá-lo. O feixe é dividido em dois por uma lâmina $\lambda/2$ e o PBS 1, que um separador de feixe (cubo) sensível a polarização; cada um desses feixes é enviado a um dos moduladores acusto-óticos (AOMs). Utilizamos para cada feixe um arranjo de “passagem dupla” pelo AOM: um dos feixes é enviado através do PBS 2 para uma lente que foca o feixe no AOM de modo a garantir que todo o feixe passe pelo cristal. O feixe difratado (de ordem 1), com uma diferença de 200 MHz em relação ao feixe incidente, é retro-refletido para o AOM passando por uma lente e uma lâmina $\lambda/4$ duas vezes. O feixe de ordem 1 da segunda passagem sairá com uma diferença de 400 MHz (em relação ao incidente) e superposto ao feixe incidente, mas com a polarização ortogonal à do incidente (a dupla passagem pela $\lambda/4$ é equivalente a usar uma $\lambda/2$ em ângulo de 45° em relação à polarização incidente).

Com este artifício evitamos que ao variar a frequência do feixe também seja variado o seu ângulo de saída (ver seção 4.3). É importante que as posições espaciais dos feixes sejam sempre mantidas, pois desejamos sobrepor os dois feixes o melhor possível na região da célula de prova (cel 3).

O feixe de saída é refletido pelo cubo PBS2 e enviado à região para as medidas. Mesmo que a frequência seja variada, o efeito de compensação pela dupla passagem é mantido, assim não temos variação na posição espacial do feixe.

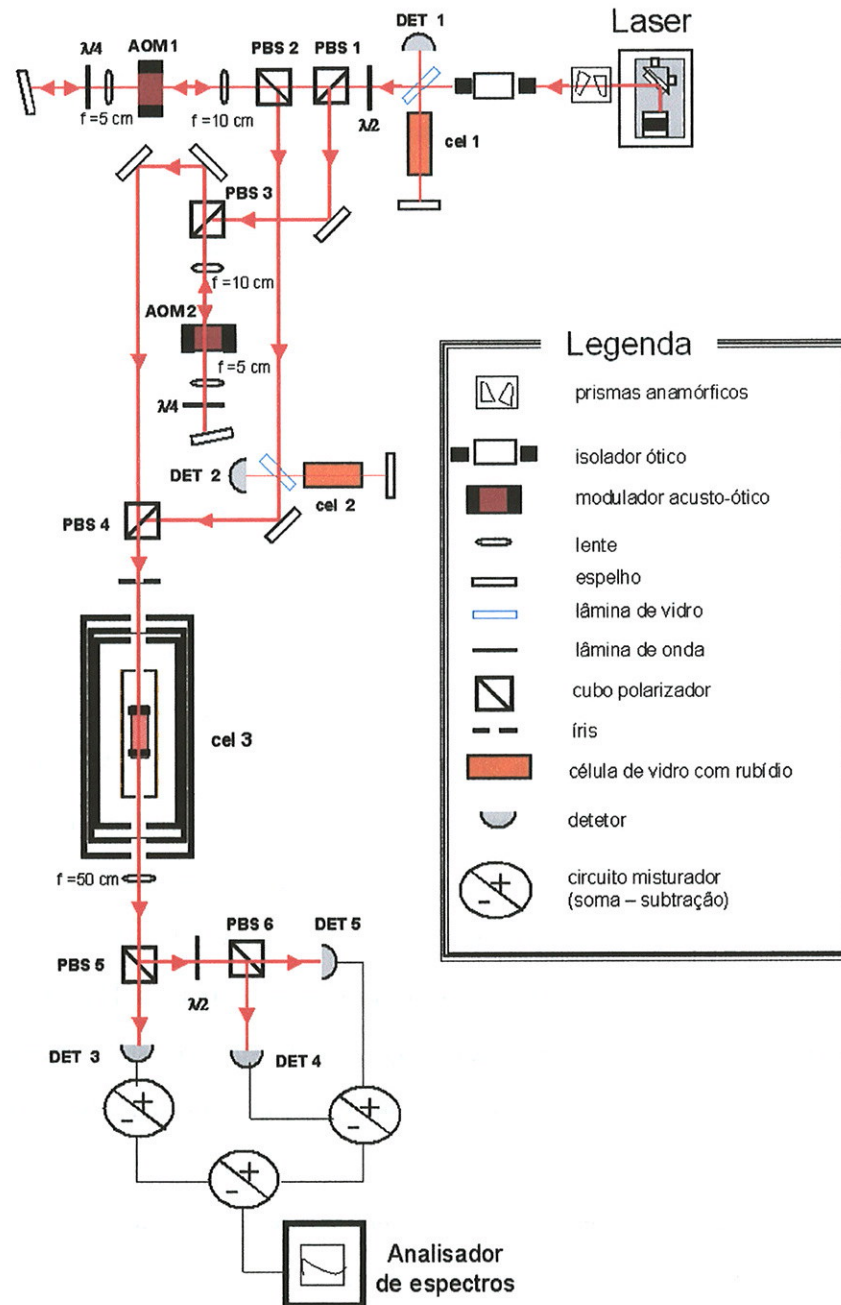


Figura 5.1: Aparato experimental para medidas em sistemas de dois níveis com degenerescências em células de vapor.

Uma montagem análoga é feita para o feixe enviado ao AOM 2. Neste caso, isto é feito para que este feixe também seja deslocado em 400 MHz em relação ao feixe original. O AOM 1 tem sua frequência variada em poucos MHz em relação ao feixe de frequência fixa.

Os feixes obtidos dos AOMs são sobrepostos no PBS 4 e enviados à célula de prova. Um detalhe importante é que a cel 3 foi colocada numa posição transversal ao campo magnético do laboratório ¹, para que o efeito da blindagem de μ -metal seja o mais eficiente. O campo magnético residual na região da blindagem magnética é inferior a 10 mGauss.

Após a interação com o meio atômico, o PBS 5 separa os feixes novamente e cada um é enviado para sua etapa de detecção. O feixe de frequência fixa (obtido do AOM 1) é analisado na detecção balanceada e o outro feixe é enviado ao detetor 3. Os detetores det 3, 4 e 5 são detetores do modelo FND-100 e fabricados pela EG&G. Estes detetores possuem eficiência quântica superior a 86%, largura de banda de 350 MHz e uma capacitância interna entre 8 e 10 pF. A corrente obtida nos detetores devido à conversão dos fótons é amplificada em duas etapas independentes: uma para a componente DC (*Direct Current*) do sinal e a outra para componente de alta frequência (HF - *High Frequency*). As saídas das componentes HF dos detetores são conectadas a circuitos de misturadores (indicados por SS) que realizam a soma e diferença entre os sinais e estão representados na figura 5.1 juntamente com o modo como foram conectados. O sinal obtido do circuito SS 3 é enviado ao analisador de espectros, que possui apenas um canal de entrada. As saídas DC podem ser observadas diretamente em osciloscópios e são utilizadas para balancear e monitorar as intensidades das foto-correntes.

Os det 1 e det 2 são detetores mais simples (modelo DET-100 comercializados pela

¹A direção do campo magnético do laboratório, na região da mesa ótica, é determinada com o uso de uma bússola.

Thorlabs) e utilizados apenas para obter o sinal DC das absorções saturadas. Na primeira absorção saturada temos o sinal do feixe laser original e na segunda o sinal deslocado em 400 MHz. Esse sinal é importante para verificarmos qual é a exata posição no perfil Doppler na qual estamos realizando as medidas. Todos os detectores têm saídas para os sinais DC que podem ser monitoradas em osciloscópios e que estão implícitas na figura 5.1.

Nosso principal interesse é sondar as modificações das flutuações dos campos em função dos diversos parâmetros que podemos alterar. Em particular, queremos verificar similaridades e diferenças entre o que é observado no sinal DC e no ruído. De nossa experiência anterior [32] sabemos que, em geral, o ruído é mais “sensível” que o DC, portanto pode nos fornecer mais informação sobre as ressonâncias coerentes observadas.

O sistema de detecção montado possibilita a medição do ruído de cada um dos feixes e, também, os sinais de soma e subtração entre os ruídos. Na figura 5.2 temos um exemplo dos sinais adquiridos durante nossas medidas ². Nas figuras 5.2(A) e 5.2(B) temos os sinais de ruído obtidos da detecção balanceada (det 4 e 5) e no det 3, respectivamente. As curvas apresentadas em 5.2(C) são a soma e subtração entre os sinais de ruído. Através dos sinais de soma e subtração podemos ter acesso ao sinal de correlação entre os campos.

²A nossa aquisição de dados é realizada através de uma interface programada em LabView.

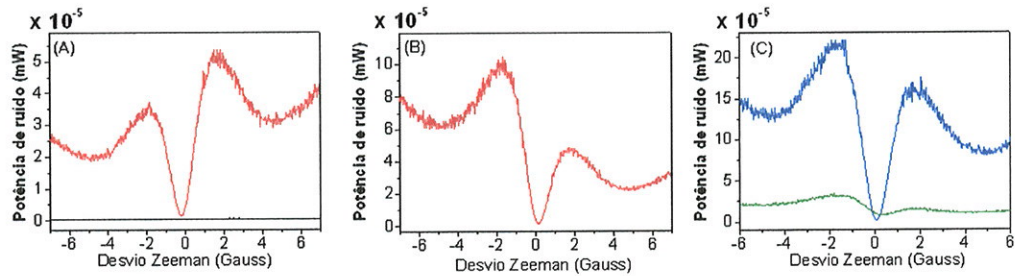


Figura 5.2: Sinais típicos medidos no experimento: (A) Sinal de ruído do feixe enviado à detecção balanceada (vermelho) e seu respectivo shot-noise (preto); (B) sinal do feixe enviado ao detetor 3 (ver figura 5.1) e (C) o sinal de soma (verde) e subtração (azul) entre os sinais de ruído dos dois feixes. A medida apresentada foi feita com o laser ajustado próximo à frequência da transição $^{87}\text{Rb}|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$. A intensidade (somada) dos feixes era $I=33,4 \text{ mW/cm}^2$.

Para uma comparação mais direta entre as diversas medidas realizadas (e modelos teóricos) é interessante calcular a correlação normalizada (limitada entre -1 e 1), cuja expressão é dada por:

$$Cor(\Omega) = \frac{I_+(\Omega) - I_-(\Omega)}{I_+(\Omega) + I_-(\Omega)} \frac{I_1(\Omega) + I_2(\Omega)}{\sqrt{4I_1(\Omega) \cdot I_2(\Omega)}} \quad (5.1)$$

Na expressão 5.1, $I_+(\Omega)$ e $I_-(\Omega)$ são os sinais de soma e subtração das foto-correntes, respectivamente. O sinal I_1 refere-se ao ruído do feixe 1 e I_2 ao do feixe 2. Todos os sinais de ruído são medidos na mesma frequência de análise Ω (ajustada no analisador de espectros).

Uma questão importante a ser discutida é o significado do sinal de correlação $Cor(\Omega)$ quando os dois feixes são obtidos a partir de um mesmo feixe como é o nosso caso. Como dito, estes feixes possuem uma relação de fase muito bem definida e, portanto, são correlacionados, pois as flutuações de ambos os feixes estão condicionadas pelas flutuações do feixe original.

Nos trabalhos em sistemas de três níveis realizadas em nosso grupo, os feixes denominados bombeio e prova eram obtidos de lasers independentes e verificávamos, que fora da região da ressonância, não havia correlação [68, 32].

No caso das medidas em sistemas de dois níveis com degenerescências quando medimos o parâmetro de correlação na ausência da célula de prova, ou seja, na ausência dos átomos, temos um valor diferente de zero. É importante entender que ao medir o sinal de diferença com os dois feixes na mesma intensidade é como uma medida de detecção balanceada e temos shot noise. No sinal de soma temos simplesmente o ruído total do feixe laser (ver fig. 5.3 (A)). Dessa forma, a correlação nada mais é que uma medida do ruído no laser normalizada pelo shot noise (fig. 5.3 (B)), que neste caso apresenta um valor médio em torno de 0,1 (na ausência dos átomos).

O resultado observado na figura 5.3 confirma que o significado do que denominamos correlação neste caso é um pouco distinto do que é entendido tradicionalmente, ou seja, os sinais de correlação que observamos nestes sistemas não têm exatamente o mesmo significado físico que o observado nos sistemas de três níveis.

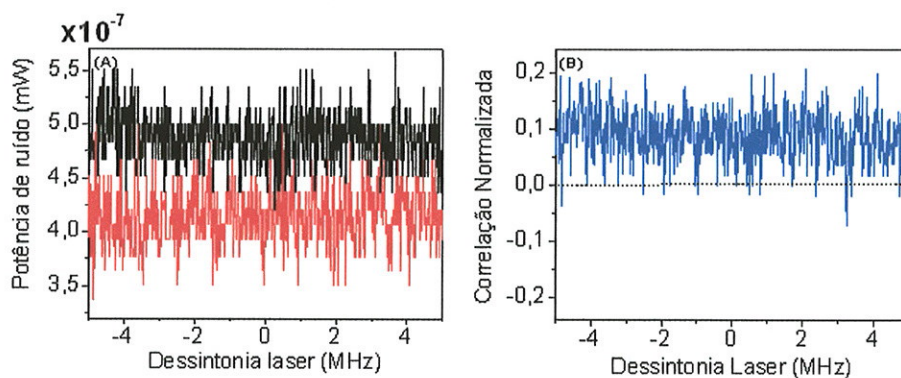


Figura 5.3: (A) Sinais de soma (preto) e diferença (vermelho) entre os feixes sem a célula de vapor de Rubídio e (B) a correlação medida (eq. 5.1).

Isto ocorre porque, de fato, estamos utilizando dois feixes que não são independentes inicialmente. Contudo, isso não diminui o nosso interesse nesta medida pois, como veremos nos resultados que serão apresentados, este sinal contém informação bastante interessante sobre as flutuações dos campos após sua interação com o sistema atômico.

5.2 Descrição dos Procedimentos Experimentais

Nos sistemas de dois níveis com degenerescência podemos observar tanto EIT quanto EIA dependendo da transição que acessamos. Além disso, nosso aparato experimental permite que a sondagem desses efeitos seja feita através da varredura de frequência de um dos feixes ou através da varredura de um campo magnético aplicado à amostra atômica.

Para a varredura por campo magnético ajustamos os AOMs para que os dois feixes tenham exatamente a mesma frequência e inserimos antes da célula de prova (cel 3) uma lâmina $\lambda/4$ ajustada para converter as polarizações lineares dos feixes em polarizações circulares ortogonais e após a célula outra $\lambda/4$ é inserida para que os feixes voltem às suas polarizações lineares (ver figura 5.4). Desse modo, neste tipo de medida cada campo possui uma polarização circular e, portanto, todas as transições realizadas são entre subníveis Zeeman que tenham $\Delta m_F = \pm 1$.

Como os dois campos eletromagnéticos têm a mesma frequência e são espacialmente superpostos é equivalente a considerar um único modo do campo de polarização linear interagindo com os átomos. Este tipo de medida é equivalente às realizadas num de nossos trabalhos em colaboração com o Prof. Arturo Lezama [65]. Um dos intuitos das medidas com o campo magnético realizadas era complementar e aprofundar o trabalho descrito na referência [65].

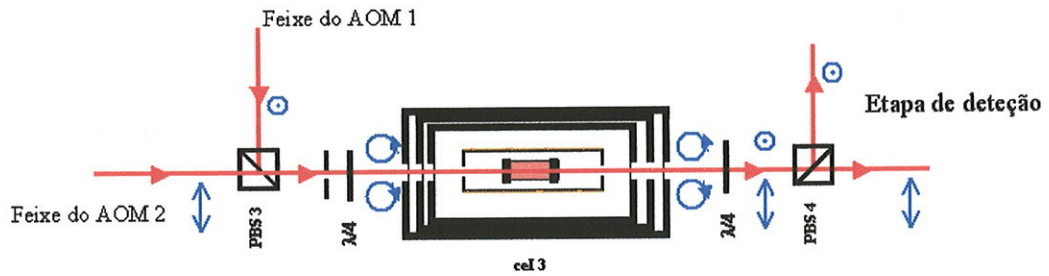


Figura 5.4: Detalhes do aparato experimental na configuração para medida com varredura do campo magnético com dois campos eletromagnéticos de mesma frequência e polarizações circulares ortogonais.

No caso em que as medidas são realizadas numa configuração tipo Hanle [84] [85], ou seja, é aplicado um único feixe laser (ou equivalente a isso) e a degenerescência dos subníveis Zeeman do nível fundamental e do excitado são “quebradas” pelo campo magnético aplicado a amostra, costumamos denominar os efeitos coerentes obtidos desse modo por Hanle-EIT e Hanle-EIA. Isto é apenas uma forma de distinguir do caso em que utilizamos dois feixes lasers de frequências distintas.

Na configuração com dois campos eletromagnéticos fixamos a frequência de um dos feixes (campo 1) e realizamos a varredura em torno dessa frequência com o outro campo (campo 2) através do AOM. Nestas medidas não há variação de campo magnético e mantemos a degenerescência dos níveis atômicos, que está limitada apenas pela eficiência da blindagem magnética.

Esperamos alguma similaridade entre esses dois tipos de espectroscopia pois os efeitos coerentes são ressonâncias observadas quando temos dessintonia Raman nula. Isto pode ser obtido aplicando um campo eletromagnético fixo e ajustando através do campo magnético a posição dos sub-níveis Zeeman ou através do ajuste das frequências entre dois campos eletromagnéticos distintos. Por uma questão de organização iremos apresentar

separadamente os dados obtidos com varredura de campo magnético e os com varredura de frequência de um dos campos.

5.3 Medidas com varredura de campo magnético

Como descrito no capítulo 2, quando temos uma transição na qual podemos obter um estado escuro isto leva naturalmente a EIT, ou seja, a população tende a ser bombeada para este estado e temos uma diminuição da absorção do campo incidente pelo sistema.

Por outro lado, a EIA é, normalmente, observada em transições fechadas (cíclicas). Por exemplo, a transição $^{87}\text{Rb}|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ é uma transição fechada: um átomo que esteja no nível excitado $F' = 3$, submetido a um campo polarizado circularmente σ^+ , não pode decair para o estado fundamental $F = 1$ (transição proibida por ΔF), assim o átomo só pode decair para $F = 2$ e depois ser novamente excitado para $F' = 3$ (por isso denominada cíclica). Além dessa transição, temos também a transição fechada do isótopo 85 $|5S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 4\rangle$, que também leva a EIA. As outras transições são todas abertas e, predominantemente, temos EIT.

Para simplificar a apresentação dos dados vamos dividir o que foi observado em termos do efeito coerente predominante, ou seja, apresentaremos em seções separadas para a EIT e EIA observadas nos dois isótopos.

5.3.1 Medidas em Hanle-EIT

Vamos iniciar a nossa análise pelos dados obtidos para Hanle-EIT, estaremos tratando das transições partindo do fundamental $F = 1$ e $F = 2$ para o rubídio 87 e 85, respectivamente. Vamos analisar semelhanças e diferenças apresentadas no regime de Hanle-EIT para os dois isótopos. Acreditamos que as diferenças existentes em suas estruturas de níveis e diferentes degenerescências devem influenciar nos sinais de ruído.

Um parâmetro importante com o qual estaremos lidando é a dessintonia do feixe laser em relação às transições atômicas no perfil Doppler. Fizemos diversas medidas nas quais o único parâmetro modificado é a frequência do laser, mas devemos deixar claro que essa frequência sempre é a frequência Raman, ou seja, a variação que estaremos fazendo com o campo magnético e, portanto, o desvio Zeeman dos níveis será sempre em torno desse valor de frequência.

Estaremos utilizando como zero de frequência para cada isótopo a posição do seu nível excitado de maior energia, ou seja, $F' = 4$ para o ^{85}Rb e $F' = 3$ para o ^{87}Rb . A posição de todas as linhas diretas e cross-overs nesta referência para cada uma das transições está apresentada na figura 5.5.

Nesta figura, os níveis estão apresentados fora de escala. A principal idéia aqui é criar uma “régua” de comparação entre as transições que levam a um mesmo efeito coerente, por isso apresentamos nas duas primeiras linhas as transições que levam a EIT e as duas últimas a EIA. Sobre cada “régua” está indicado o isótopo e o nível fundamental, os traços verticais representam as diferentes transições. Quando indicado por um único número trata-se de uma linha direta. Uma indicação com dois números i/j representa o pico de cross-over correspondente as transições i e j (ver seção 4.1).

Na parte debaixo das “réguas” temos a posição em frequência propriamente dita dada em MHz. Em toda a apresentação e discussão dos dados a posição no perfil Doppler estará associada a esta referência.

Os sinais DC (sinal de transmissão através da célula) mostram a assinatura característica da Hanle-EIT (figura 5.6), ou seja, um aumento da transmissão em função do campo magnético com um máximo em campo nulo. Vemos que estas curvas são praticamente idênticas. A intensidade total incidente na célula era de $33,4 \text{ mW/cm}^2$ (em cada polarização circular ortogonal tínhamos metade dessa intensidade).

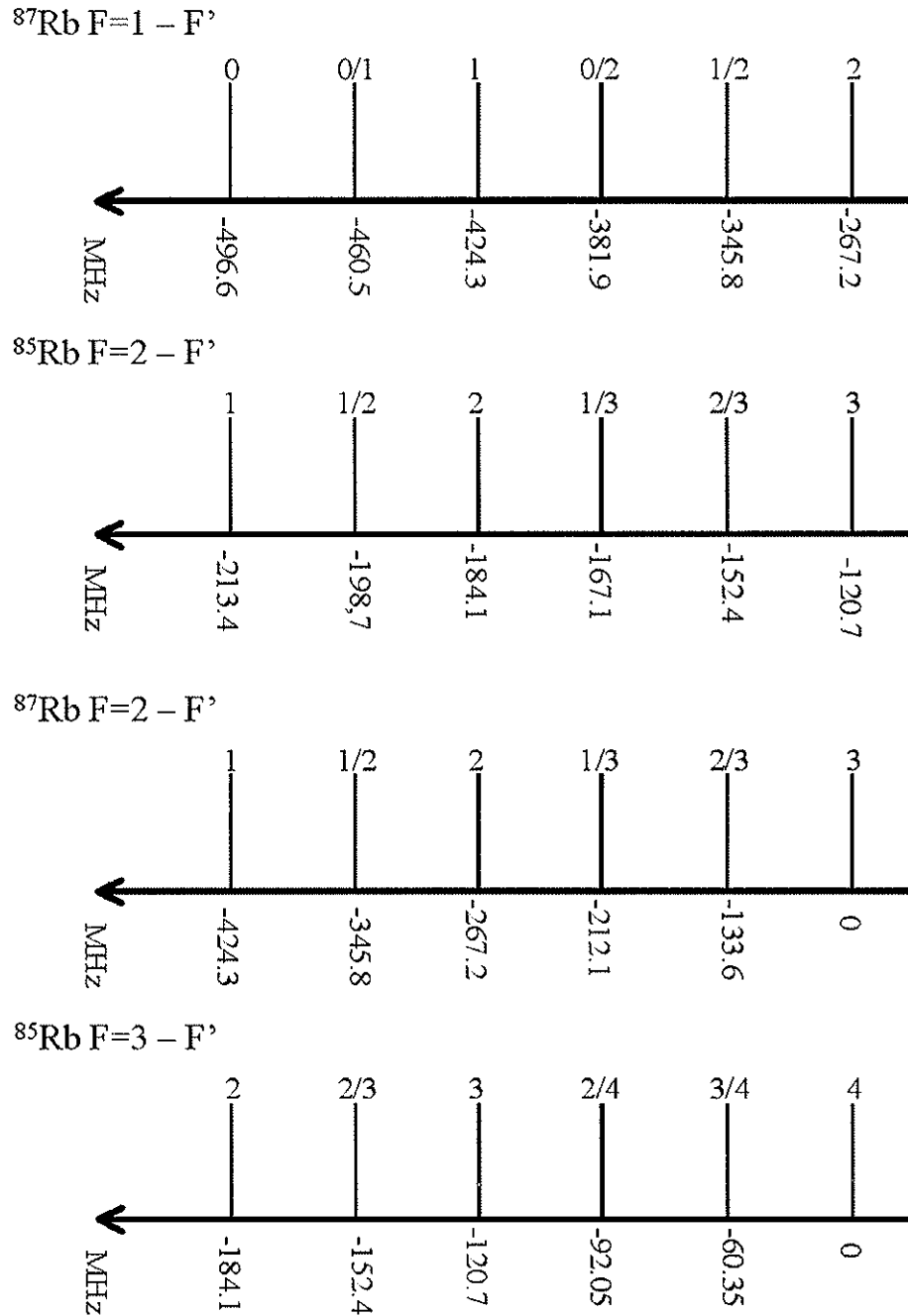


Figura 5.5: Referência em frequência das posições das linhas diretas e cross-overs para cada um dos isótopos tomando como referência zero o nível de mais alta energia do estado excitado da estrutura hiperfina de cada isótopo. As frequências são apresentadas fora de escala. As duas primeiras “régua” estão associadas a EIT e as últimas a EIA.

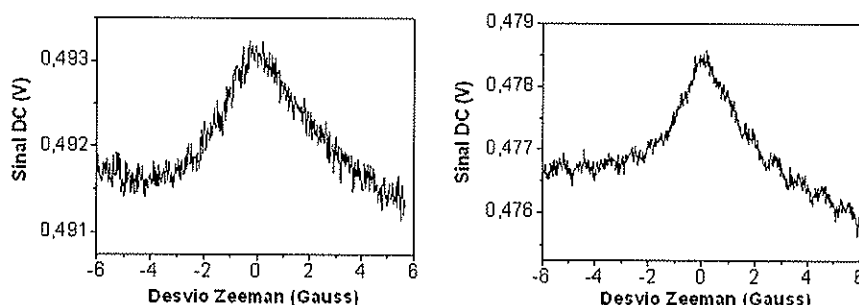


Figura 5.6: Sinais DC (transmissão) mostrando a ressonância EIT para os dois isótopos do rubídio: (à esquerda) a curva para o ^{85}Rb na posição Doppler $-169(5)$ MHz e (à direita) a curva para ^{87}Rb na posição Doppler $-429(5)$ MHz. Intensidade (somada) dos campos $33,4 \text{ mW/cm}^2$.

O sinal para a transição $F = 1$ foi medido numa posição Doppler de $-429(5)$ MHz e tem uma largura de $1,8(1)$ MHz e o sinal para transição $F = 2$ foi medido com o feixe na posição do Doppler de $-169(5)$ MHz e sua largura é $1,4(1)$ MHz. Para a conversão da unidade de campo magnético para frequência utilizamos o fator giromagnético associado a cada transição que para o ^{87}Rb é de $0,7 \text{ MHz/Gauss}$ e para o ^{85}Rb é de $0,5 \text{ MHz/Gauss}$.

Uma informação importante é que as medidas para a transição partindo de $F = 1$ foram realizadas à uma temperatura de 45°C , pois à temperatura ambiente o sinal do efeito coerente estava muito pequeno e a relação sinal-ruído era ruim. As medidas para a outra transição foram realizadas à temperatura ambiente (25°C).

Todas as nossas medidas de ruído foram realizadas a uma frequência de análise de 25 MHz, outros parâmetros importantes do analisador utilizados foram RBW de 1 MHz e VBW de 300 kHz.

Os sinais de ruído (para um dos feixes) e de correlação para os dois isótopos em duas posições diferentes do perfil Doppler são apresentados nas figuras 5.7 e 5.8, respectivamente. Vemos que para os dois isótopos o ruído apresenta uma estrutura similar a um "M" que tende a um valor mínimo de ruído para campo nulo. A estrutura apresentada pelo isótopo 85 é bastante assimétrica, ao contrário da observada para o outro isótopo.

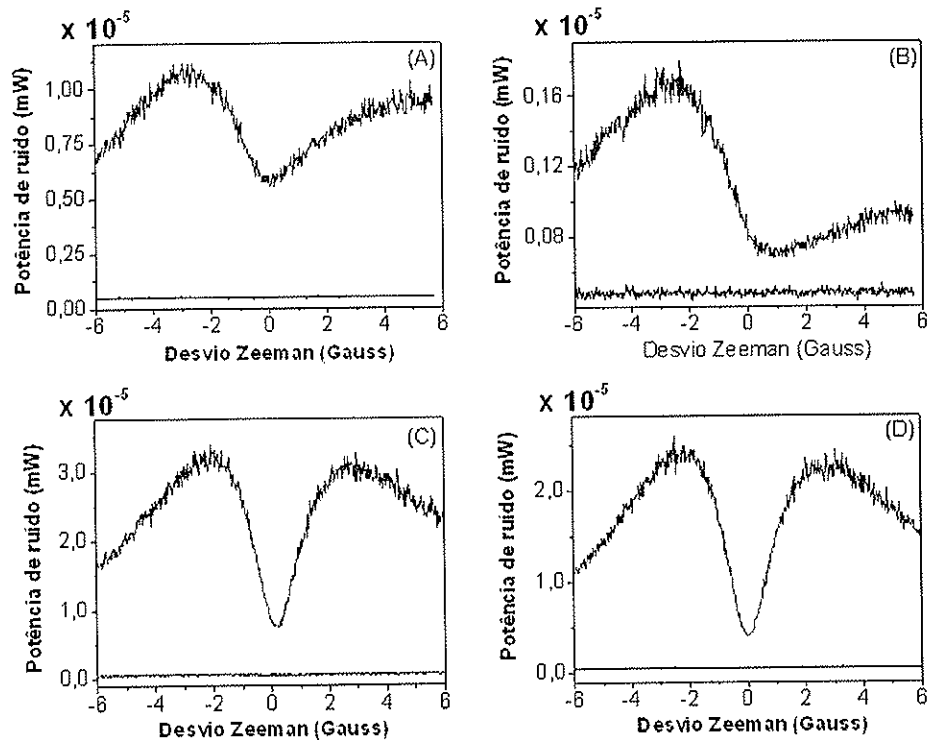


Figura 5.7: Sinais de ruído de um dos feixes (obtido da detecção balanceada) para os dois isótopos do rubídio nas transições de EIT : As curvas da primeira linha foram obtidas no ^{85}Rb com o feixe laser nas posições Doppler: $-169(5)$ MHz (curva A) e $-92(5)$ MHz (curva B). As curvas da segunda linha são do ^{87}Rb e foram obtidas nas posições Doppler: $-429(5)$ MHz (curva C) e $-249(5)$ MHz (curva D). Os shot-noise em cada caso são apresentados em preto. Intensidade (soma) dos campos $33,4$ mW/cm 2 .

No caso das correlações temos resultados completamente diferentes para cada isótopo. O sinal para o rubídio 87 apresenta uma correlação caracterizada por uma estrutura de pico (assimétrico) para qualquer posição do Doppler, mudando apenas um pouco a sua assimetria. O sinal do rubídio 85 lembra algo como um “degrau” e para posição na borda do Doppler com frequência maior que a da transição $F = 2 \rightarrow F' = 3$ temos o que parece ser um estrutura de pico (largo) se sobrepondo ao sinal de degrau.

Um outro fato interessante da figura 5.8 é que para ^{85}Rb a correlação é sempre maior que zero, enquanto que para o outro isótopo o pico tende a 1 e para valores positivos de campo magnético tende a -1 .

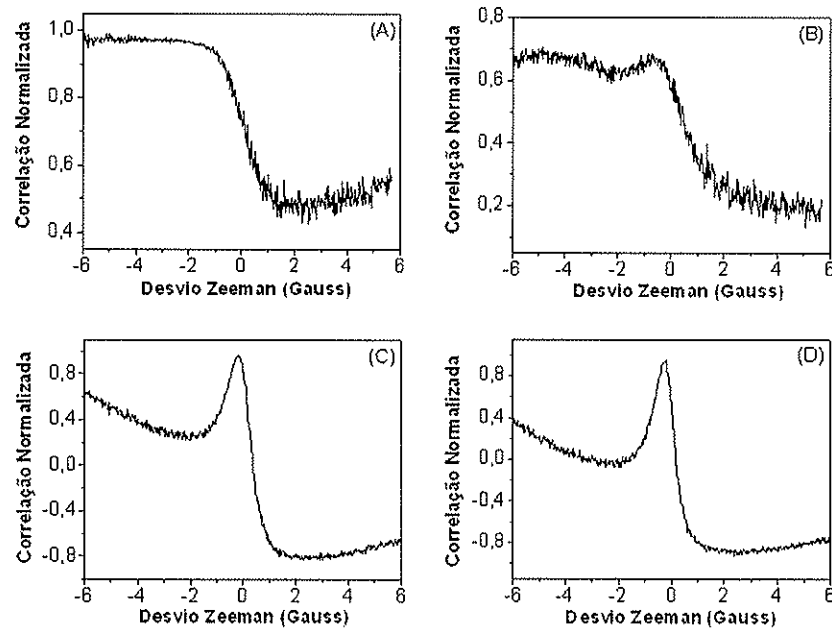


Figura 5.8: Sinais de correlação entre os feixes para os dois isótopos do rubídio nas transições de EIT: As curvas da primeira linha foram obtidas no ^{85}Rb com o feixe laser nas posições Doppler: $-169(5)$ MHz (curva A) e $-92(5)$ MHz (curva B). As curvas da segunda linha são do ^{87}Rb e foram obtidas nas posições Doppler: $-429(5)$ MHz (curva C) e $-249(5)$ MHz (curva D). Intensidade dos campos $33,4 \text{ mW/cm}^2$.

5.3.2 Medidas em Hanle-EIA

Como já comentado, observamos EIA nas transições fechadas que também têm degenerescência do nível excitado maior que do fundamental ³. Na figura 5.9 temos sinais DC com a assinatura da Hanle-EIA, porém observamos que a estrutura é assimétrica para posições mais afastadas da frequência da transição fechada e próxima às outras transições, que apresentam estados escuros e, portanto, possuem características de EIT. Nas figuras 5.9(C) e 5.9(F) temos larguras de $0,9(1)$ MHz e $1,3(1)$ MHz, respectivamente.

³Outra condição necessária para EIA é que o nível fundamental deve ter degenerescência maior que zero (mais de um nível), o que no caso das estruturas hiperfinas do rubídio é automaticamente satisfeito.

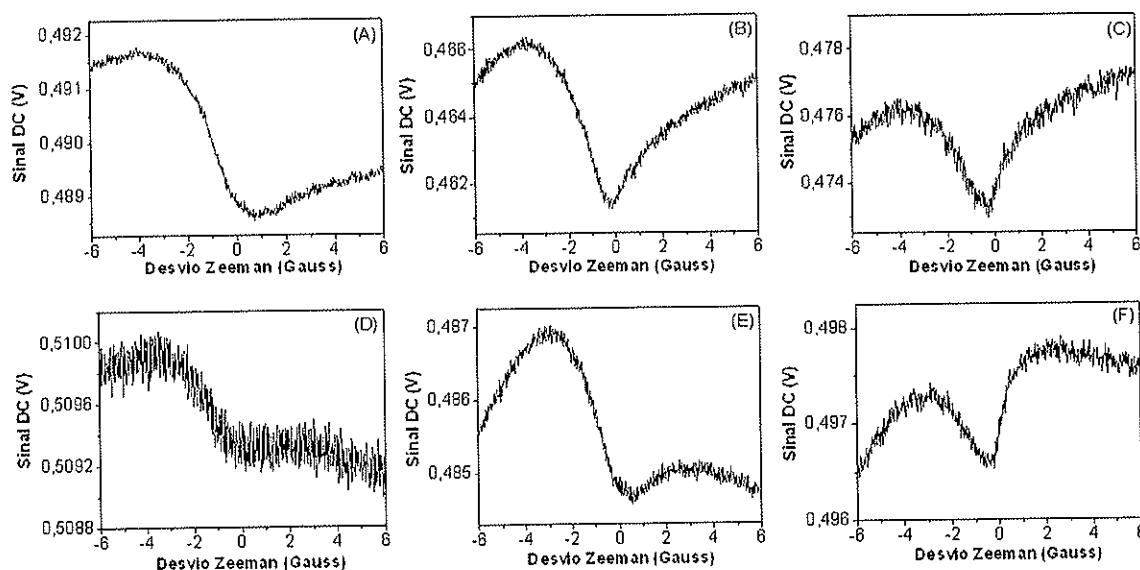


Figura 5.9: Sinais DC para três posições distintas do Doppler para cada isótopo do rubídio nas transições de Hanle-EIA: Para o ^{85}Rb temos as curvas (A) em -415(5) MHz, (B) em -16(5) MHz e (C) em 161(5) MHz. Para o ^{87}Rb temos as curvas (D) em -473(5) MHz, (E) em 1(5) MHz e (F) em 302(5) MHz. Intensidade dos campos $33,4 \text{ mW/cm}^2$.

Apresentamos na figura 5.10 o ruído de um dos feixes e na 5.11 o sinal de correlação entre os feixes para três posições distintas do perfil Doppler.

Os sinais de ruído têm um comportamento muito similar para os dois isótopos na ressonância EIA. Vemos que a figura de ruído em ambos tem uma estrutura em “M” que é bastante alterada dependendo da posição Doppler. Na figura 5.10 a forma assimétrica é bastante distinta dependendo se estamos a uma frequência menor ou maior que a frequência da transição fechada. Aparentemente, há uma frequência próxima à transição fechada na qual o sinal de ruído torna-se simétrico.

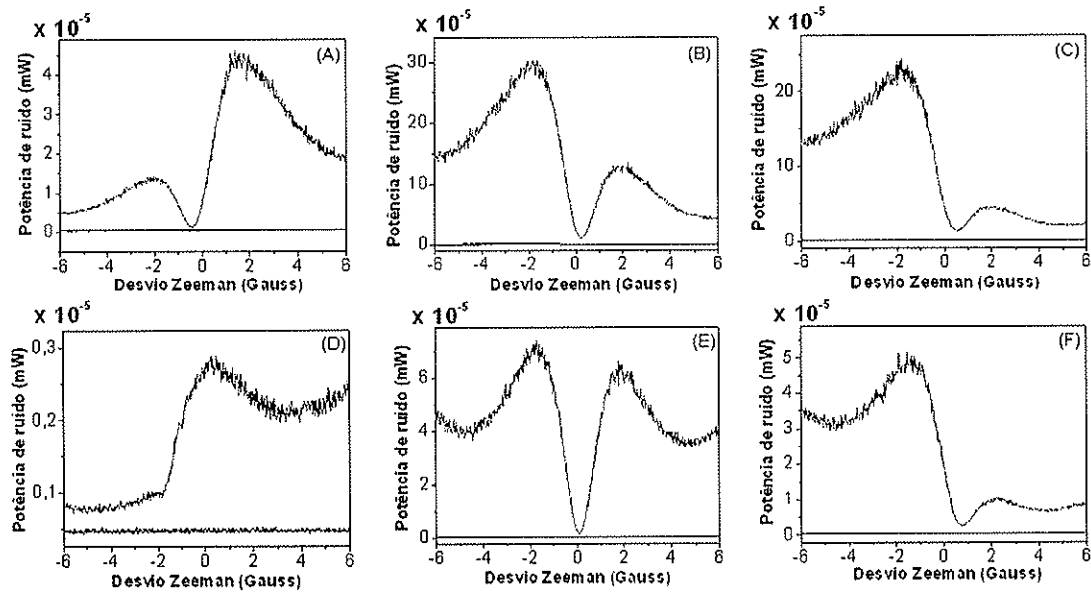


Figura 5.10: Sinais de ruído de um dos feixes para três posições do Doppler para cada isótopo do rubídio nas transições de Hanle-EIA: Para o ^{85}Rb temos as curvas (A) em -415(5) MHz, (B) em -16(5) MHz e (C) em 161(5) MHz. Para o ^{87}Rb temos as curvas (D) em -473(5) MHz, (E) em 1(5) MHz e (F) em 302(5) MHz. Intensidade dos campos 33,4 mW/cm².

Na figura de correlação temos um pico muito estreito (para os dois isótopos), bem mais estreito do que o sinal correspondente no DC. Nas figuras 5.11(B) e (D) temos larguras de 230(10) kHz e 190(10) kHz, respectivamente. Observamos que ao mudar a posição Doppler (mais próximo às bordas) o pico é alargado. Por exemplo, nas figuras 5.11(C) e (F) passamos para larguras de 430(10) kHz e 300(10) kHz, respectivamente. O limite para a largura da ressonância coerente está associado ao tempo de trânsito dos átomos na região de interação com os campos. Para temperatura ambiente e o diâmetro do feixe utilizado essa largura estaria limitada a algo em torno de 60 kHz, portanto, poderíamos observar sinais ainda mais estreitos. O fato interessante é que a assinatura da ressonância coerente aparece muito mais estreita no sinal de correlação que no DC, isso comprova que temos informação adicional nas flutuações dos campos que não podemos obter diretamente do sinal DC (associado ao estado estacionário).

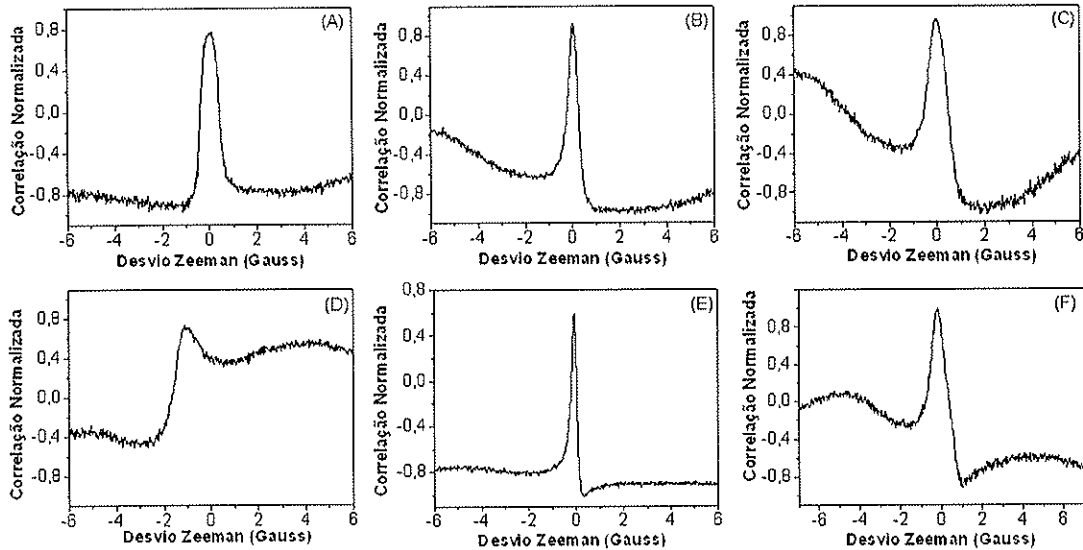


Figura 5.11: Correlação normalizada para três posições do Doppler para cada isótopo do rubídio nas transições de Hanle-EIA: Para o ^{85}Rb temos as curvas (A) em $-415(5)$ MHz, (B) em $-16(5)$ MHz e (C) em $161(5)$ MHz. Para o ^{87}Rb temos as curvas (D) em $-473(5)$ MHz, (E) em $1(5)$ MHz e (F) em $302(5)$ MHz. Intensidade dos campos $33,4 \text{ mW/cm}^2$.

5.4 Medidas com varredura em frequência

Nas medidas com dois campos eletromagnéticos de frequências distintas o campo magnético é desligado (não há corrente no solenóide), ou seja, temos campo magnético nulo, exceto por campos espúrios que não foram eliminados pela blindagem magnética.

Nesta montagem os campos incidem sobre os átomos com polarizações lineares ortogonais. Os dois campos são ajustados para que um dos campos tenha a frequência fixa numa dada posição no perfil Doppler (que será nossa frequência de referência como na figura 5.5) e o segundo campo realiza uma varredura em torno da frequência do primeiro campo de alguns poucos MHz.

Neste caso a ressonância coerente é obtida ajustando para que o campo variável tenha

a mesma frequência que o fixo (dessintonia Raman nula). Como já dito, esperamos similaridades entre este tipo de espectroscopia e a do tipo Hanle. Mantivemos a mesma intensidade de campos que no caso anterior, ou seja, cada feixe tinha intensidade de $16,7 \text{ mW/cm}^2$. Os parâmetros do analisador de espectros também foram mantidos: frequência de análise 25 MHz, RBW de 1 MHz e VBW de 300 kHz.

Vamos seguir uma organização similar à utilizada para varredura em campo magnético, ou seja, apresentaremos os resultados em termos das ressonâncias coerentes para os dois isótopos. Também discutiremos as semelhanças e diferenças observadas em função do tipo de varredura.

5.4.1 Medidas em EIT

Os sinais DC observados para a EIT no caso de varredura em frequência foram idênticos aos observados com varredura em campo ⁴. Na verdade, não é possível perceber qual tipo de varredura é utilizada apenas pela observação desse tipo de sinal. As larguras obtidas para o pico de EIT no sinal DC foram de $1,2(2) \text{ MHz}$ para o ⁸⁵Rb e de $1,9(2) \text{ MHz}$ para o ⁸⁷Rb.

Os sinais de ruído para o feixe de frequência fixa e correlação entre os campos são apresentados nas figuras 5.12 e 5.13, respectivamente. Tomamos dois pontos distintos no perfil Doppler: o primeiro próximo às transições para nível excitado com degenerescência mais baixa e o segundo com frequência superior às transições tipo $F_e = F_g + 1$, que neste caso são transições abertas e aparentemente contribuem pouco para o sinal total.

⁴Como os sinais têm a mesma forma, consideramos dispensável apresentar estas curvas.

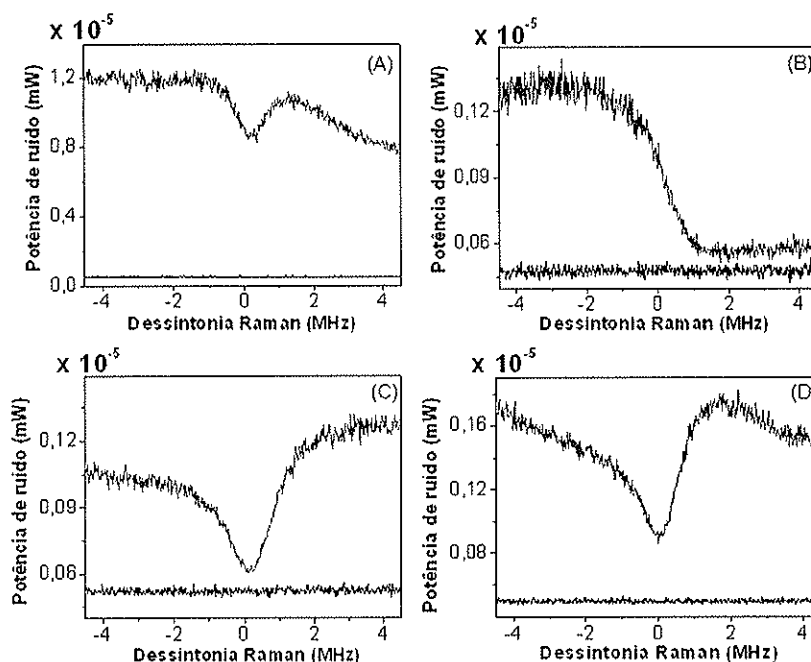


Figura 5.12: Sinais de ruído de um dos feixes (frequência fixa) em duas posições do Doppler para cada isótopo do rubídio na situação de EIT: Para o ^{85}Rb temos as curvas (A) em -296(5) MHz e (B) em 229(5)MHz . Para o ^{87}Rb temos as curvas (C) em -414(5)MHz e (D) em -151(5)MHz. Intensidade de cada um dos feixes $16,7 \text{ mW/cm}^2$.

O sinal de ruído aparentemente não tem informação adicional sobre os efeitos coerentes, além de estruturas tipo “M”, que também foram observadas na espectroscopia tipo Hanle. Na figura 5.13 novamente observamos uma estrutura tipo degrau para o isótopo 85 e um pico assimétrico para o isótopo 87. Se compararmos esta figura à sua correspondente para varredura em campo magnético (ver fig. 5.8), temos exatamente o mesmo tipo de estrutura em ambos os casos, o que comprova a intuição inicial de que devemos ter resultados similares para os dois tipos de varredura.

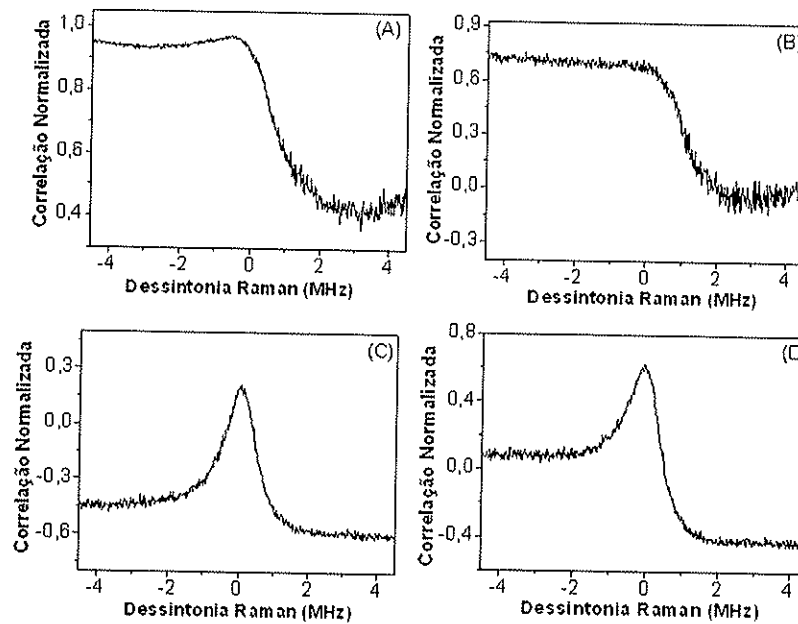


Figura 5.13: Sinais de correlação entre os feixes em duas posições do Doppler para cada isótopo do rubídio na situação de EIT: Para o ^{85}Rb temos as curvas (A) em $-296(5)$ MHz e (B) em $229(5)$ MHz. Para o ^{87}Rb temos as curvas (C) em $-414(5)$ MHz e (D) em $-151(5)$ MHz. Intensidade dos campos $16,7$ mW/cm^2 em cada feixe.

5.4.2 Medidas em EIA

As curvas no sinal DC apresentam uma estrutura tipo dispersiva para posições Doppler mais afastadas da transição fechada e próxima às outras transições, como pode ser observado na figura 5.14.

Para a posição Doppler com frequência superior à da transição fechada (responsável pelo efeito de EIA) a curva torna-se mais simétrica. Apesar de não observarmos curvas tão dispersivas com varredura de campo magnético, o comportamento em relação à assimetria das curvas em função da posição Doppler é muito similar.

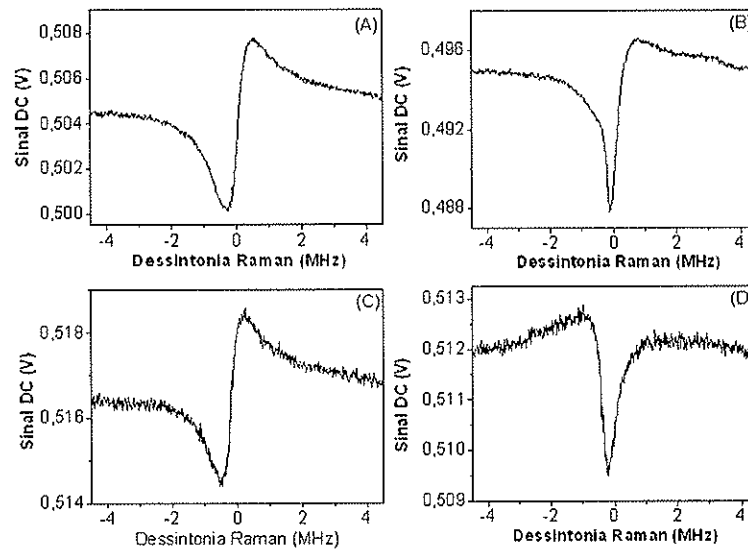


Figura 5.14: Sinais DC para duas posições distintas do Doppler para cada isótopo do rubídio na situação de EIA: Para o ^{85}Rb temos as curvas (A) em $-500(5)\text{MHz}$ e (B) em $290(5)\text{MHz}$. Para o ^{87}Rb temos as curvas (C) em $-401(5)\text{MHz}$ e (D) em $133(5)\text{MHz}$. Intensidade de cada um dos campos era de $16,7\text{ mW/cm}^2$.

Os sinais de ruído são mostrados na figura 5.15 e apresentam formas dispersivas, mas distintas, para cada isótopo. Observamos poucas mudanças dessa forma em função da posição no perfil Doppler, exceto no caso da figura 5.15 (A) para o isótopo 85. Nesta figura temos uma estrutura que lembra um pico assimétrico e foi medida para uma posição bem próxima à borda do perfil Doppler oposta à posição da transição fechada.

Estes sinais não apresentam qualquer relação ao que foi observado com varredura de campo magnético na situação equivalente (ver figura 5.10). Isto mostra que, para EIA, o sinal de ruído apresenta características bem diferentes dependendo do tipo de varredura.

No sinal de correlação, figura 5.16, temos picos assimétricos para os dois isótopos. Resultado muito similar ao observado para a varredura de campo magnético (fig. 5.11), mesmo que os sinais de ruído sejam tão diferentes (entre cada tipo de varredura).

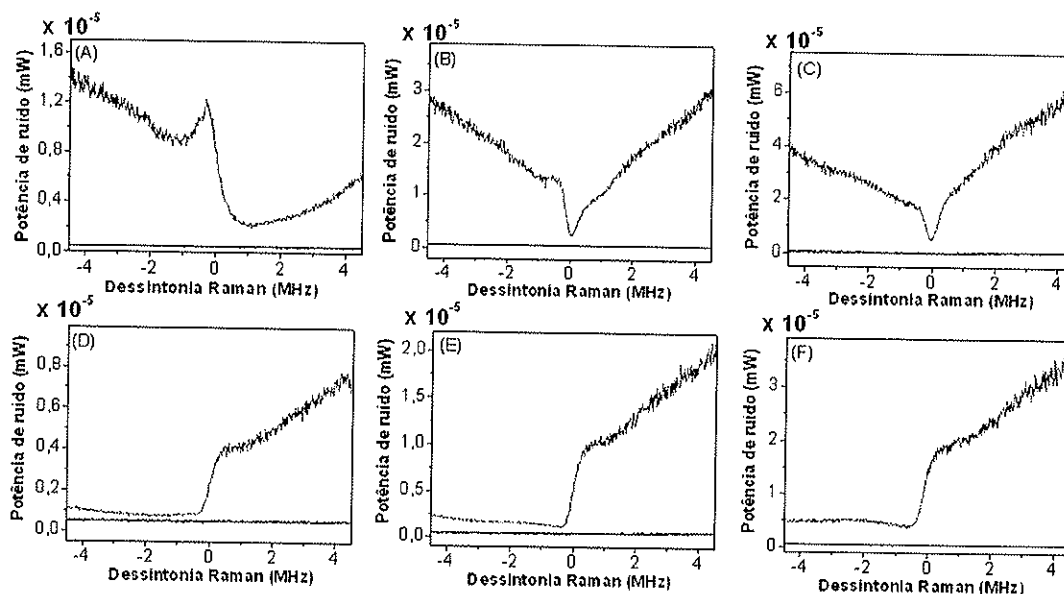


Figura 5.15: Sinais de ruído para o campo de frequência fixa em três posições distintas do Doppler para cada isótopo do rubídio na situação de EIA: Para o ^{85}Rb temos as curvas (A) em $-302(5)$ MHz, (B) em $-82(5)$ MHz e (C) em $55(5)$ MHz. Para o ^{87}Rb temos as curvas (A) em $-401(5)$ MHz, (B) em $-77(5)$ MHz e $-30(5)$ MHz. Intensidade de cada um dos campos era de $16,7 \text{ mW/cm}^2$.

Novamente, temos a estrutura de pico central bastante estreita. Para o rubídio 87 temos uma largura de $330(10)$ kHz medida na figura 5.16(D) e no rubídio 85 uma largura de $250(10)$ kHz obtida da figura 5.16(C).

Um fato intrigante é que no caso da varredura em frequência temos, além de um pico central estreito, uma estrutura mais larga similar a um pedestal. Esta estrutura tende a se sobrepor ao pico estreito para posições no Doppler mais próximas à transição fechada, sendo bem mais acentuada nas curvas de correlação para o isótopo 87. A mesma estrutura tipo pedestal não aparece nas curvas de correlação para a varredura em campo magnético (fig. 5.11) em nenhum dos isótopos.

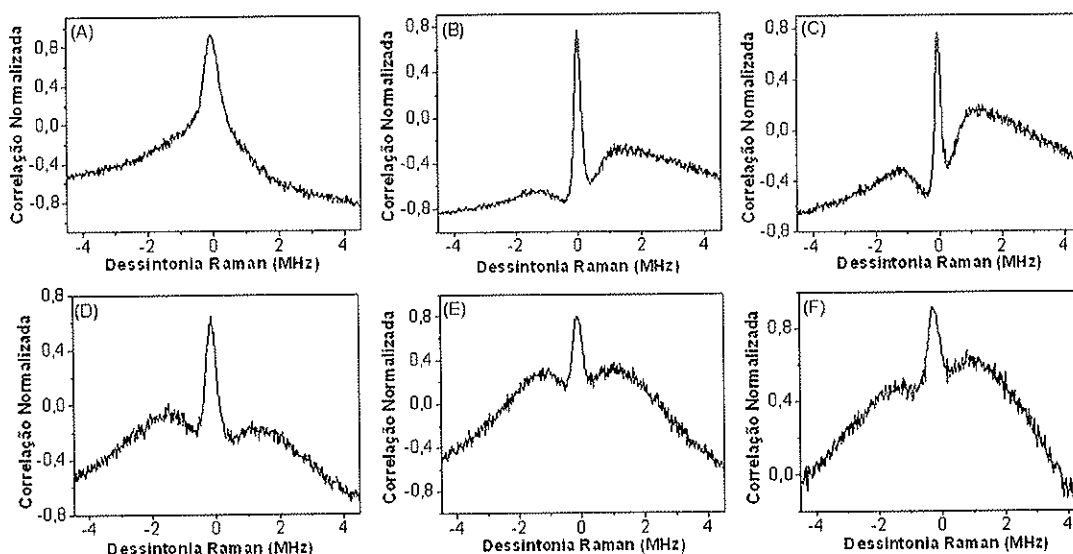


Figura 5.16: Correlação normalizada entre os feixes em três posições distintas do Doppler para cada isótopo do rubídio na situação de EIA: As curvas para o ^{85}Rb estão na primeira linhas: -302(5) MHz(A), -82(5) MHz(C), 55(5) MHz(E) e 140(5) MHz(G). As curvas para o ^{87}Rb estão na segunda coluna: -401(5) MHz(B), -77(5) MHz(D), -30(5) MHz(F) e 133(5) MHz(H). Intensidade de cada um dos campos era $16,5 \text{ mW/cm}^2$.

Vemos que os sinais de ruído e correlação nos revelam uma assinatura clara de qual isótopo está sendo observado, o que não ocorre com o sinal DC. Isto fortalece a questão da importância do estudo das flutuações como um modo de obter mais informação sobre o sistema atômico.

Além disso, percebemos que para as transições tipo EIA as estruturas observadas são muito mais sensíveis ao tipo de varredura que as transições de EIT. Acreditamos que isto está associado à natureza de cada um dos efeitos coerentes e que o efeito de EIT é muito mais robusto que o de EIA. Assim, variações na forma de espectroscopia e, mesmo dos outros parâmetros, afetam de maneira mais intensa as flutuações dos campos na condição de EIA.

Além das diversas medidas apresentadas na tese, também estudamos modificações dos sinais observados com a intensidade dos campos e a temperatura da amostra. Em relação à intensidade, para valores mais baixos verificamos as mesmas larguras características dos sinais, o que comprova que não tivemos alargamento por potência das estruturas associadas aos efeitos coerentes. O aumento da temperatura da amostra atômica e, conseqüente, aumento da densidade atômica tornava os sinais observados mais largos. Contudo, não mostrava nenhuma modificação qualitativa relevante. Não realizamos medidas para temperaturas muito elevadas (maiores que 60 °C), para evitar que não estivéssemos no regime de amostra ótica fina.

5.5 Comparação entre dados experimentais e teóricos

No capítulo 3 apresentamos dois modelos para a interação de um campo eletromagnético com um sistema de dois níveis com degenerescência submetido a um campo magnético longitudinal. Discutimos as dificuldades para um modelo com dois campos eletromagnéticos para uma situação geral. Agora passaremos à apresentação dos resultados numéricos obtidos e compará-los diretamente aos dados experimentais apresentados nas seções anteriores.

Para começar vamos discutir as limitações do modelo de difusão de fase. Como já dito, neste modelo para os cálculos de ruído é necessário levar os operadores pela segunda vez para o espaço de Liouville (ver seção 3.1.1). Em termos práticos, isto significa realizar cálculos com matriz de dimensão muito elevada.

Para um sistema que tenha nível fundamental de degenerescência F_a e nível excitado de F_b teremos para o cálculo do estado estacionário matrizes quadradas de dimensão $(2F_b + 1)^2 + (2F_a + 1)^2 + 2(2F_b + 1)(2F_a + 1)$, o que significa lidar com esse número ao quadrado de elementos. Porém, isto apenas para o cálculo do estado estacionário, para

determinar os espectros de ruído é necessário passar novamente para espaço de Liouville, o que significa lidar com matrizes de dimensão $[(2F_b+1)^2+(2F_a+1)^2+2(2F_b+1)(2F_a+1)]^2$, ou seja, teremos que realizar produtos e inverter matrizes de $[(2F_b+1)^2+(2F_a+1)^2+2(2F_b+1)(2F_a+1)]^4$ elementos. Por exemplo, para o cálculo do ruído da transição $F=1 \rightarrow F=0$ lidamos com matrizes 256×256 , para $F=1 \rightarrow F=1$ temos matrizes de 1296×1296 e para $F=1 \rightarrow F=2$ teremos 4096×4096 . Isto considerando apenas as transições partindo do estado fundamental $F=1$.

Isto torna o uso deste modelo para sistema de muitos níveis muito difícil. Obviamente, isto não retira o mérito do método que foi aplicado com bastante sucesso em sistemas menores, por exemplo nas Refs. [66, 67]. Em nosso grupo, este modelo foi utilizado para a descrição de um sistema de três níveis Λ com dois campos eletromagnéticos [68, 33] e chegamos a resultados qualitativos muito bons. Contudo, neste caso lidávamos com matrizes, no máximo, 81×81 .

Apresentamos nas figuras 5.17 e 5.18 o cálculo do ruído com o modelo de difusão de fase e de resposta atômica linear, respectivamente. Este cálculo corresponde à transição do rubídio 87 do fundamental $F=1$ na posição Doppler - 429 MHz; a curva experimental correspondente é apresentada na figura 5.7(C).

Em relação ao dado experimental vemos uma boa semelhança com os dois modelos teóricos. Na figura 5.17 temos o sinal de ruído total e as suas componentes referentes a cada transição. Neste caso, não calculamos a contribuição da transição $F=1 \rightarrow F'=2$. Porém, do modelo linear (fig. 5.18) vemos que a essa contribuição é de fato muito pequena. Um fato importante que pode ser observado nos dois modelos é que as duas transições mais próximas da frequência ajustada para o campo, $F=1 \rightarrow F'=0$ e $F=1 \rightarrow F'=1$, têm contribuições de mesma ordem para o ruído.

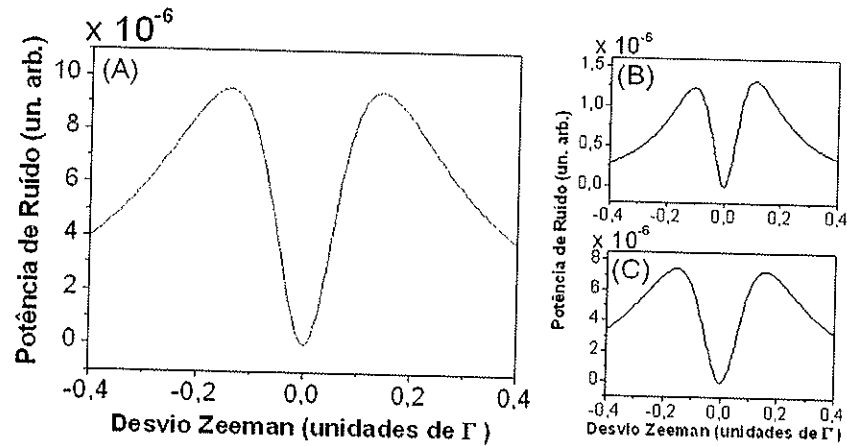


Figura 5.17: Sinal de ruído teórico para a transição partindo do fundamental $F = 1$ do ^{87}Rb para a posição Doppler em -429 MHz obtido com o modelo de difusão de fase. A curva (A) apresenta o sinal total de ruído e as curvas (B) e (C) correspondem as contribuições individuais das transições $F = 1 \rightarrow F' = 0$ e $F = 1 \rightarrow F' = 1$, respectivamente.

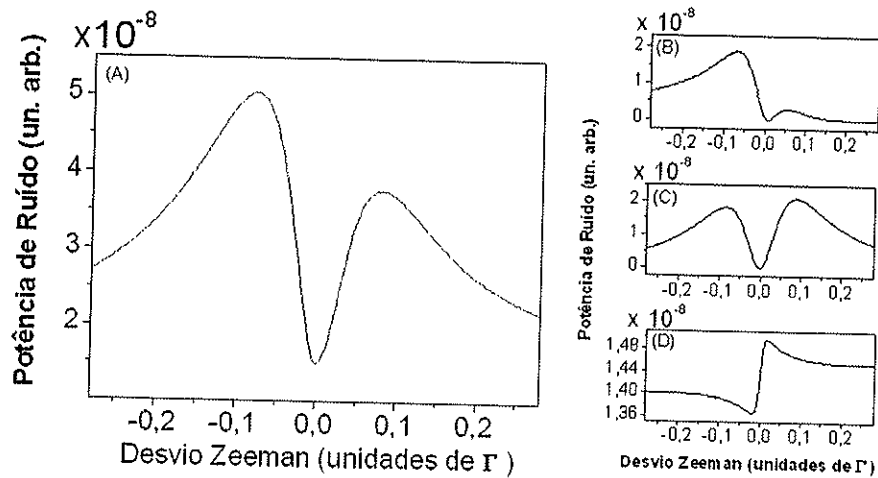


Figura 5.18: Sinal de ruído teórico para a transição partindo do fundamental $F = 1$ do ^{87}Rb para a posição Doppler em -429 MHz obtido com o modelo de resposta atômica linear. A curva (A) apresenta o sinal total de ruído e as curvas (B), (C) e (D) correspondem as contribuições individuais das transições $F = 1 \rightarrow F' = 0$, $F = 1 \rightarrow F' = 1$ e $F = 1 \rightarrow F' = 2$, respectivamente.

Com as figuras 5.17 e 5.18 queremos mostrar que os resultados obtidos com o modelo de difusão e com o de resposta linear são similares. O que, de certo modo, certifica a validade do modelo linear, que entre outras vantagens não usa a segunda passagem para o espaço de Liouville e, portanto, é muito mais “ágil” que o modelo de difusão. O modelo linear nos permite realizar cálculos para quaisquer degenerescências sem um gasto de “tempo computacional” exorbitante. No caso do modelo de difusão de fase não foi possível obter resultados para o caso de degenerescências mais elevadas.

Assim a análise que apresentaremos é baseada nos resultados obtidos com o modelo linear, que nos permite uma gama maior de cálculos. Em todos os cálculos são levadas em conta as contribuições das três transições permitidas ($\Delta m_F = 0, \pm 1$) e a distribuição de velocidades dos átomos.

Para facilitar a comparação dos dados experimentais com os teóricos, em alguns casos, iremos repetir algumas das curvas experimentais na mesma figura que apresentamos a curva teórica correspondente. Consideramos que isto será mais agradável ao leitor e mais efetivo para verificar semelhanças e diferenças entre dado teórico e experimental.

Na figura 5.19 temos curvas de ruído para o rubídio 85 transição do fundamental $F = 2$. Percebemos uma boa semelhança entre o dado experimental e o resultado teórico. Contudo, isto não se repete para a correlação, como pode ser visto na figura 5.20, nos dados experimentais temos aquele sinal de degrau e na previsão teórica temos picos.

Essa estrutura de degraus aparece apenas para essa transição tanto para varredura em campo magnético quanto em frequência. Portanto, é um resultado experimental bastante consistente. Nos resultados teóricos, mesmo modificando os parâmetros, não observamos nenhuma estrutura similar a esta de degrau. Não é claro qual é o elemento ausente em nosso modelo teórico que nos impede de obter esse tipo de estrutura.

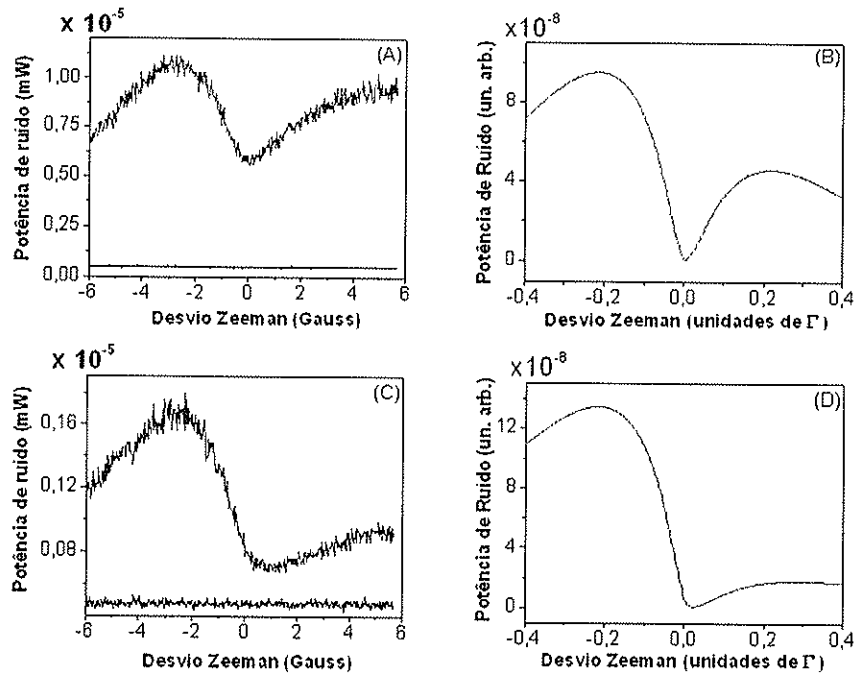


Figura 5.19: Comparação entre dado experimental e previsão teórica para o sinal de ruído da transição do fundamental $F = 2$ do ^{85}Rb em duas posições do perfil Doppler. As curvas (A) e (B) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $-169(5)$ MHz, respectivamente. As curvas (C) e (D) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $-92(5)$ MHz, respectivamente.

Em nossa previsão teórica são esperados picos no sinal de correlação, que são alargados para posições do Doppler de frequência superior à da transição $F = 2 \rightarrow F = 3$. Isto se assemelha, de certo modo, com aquela estrutura que começa a aparecer na figura 5.20(C) e lembra um pico largo sobreposto à estrutura de degrau.

Nos dados calculados para correlação sempre são previstos picos. Como na figura 5.21 para a EIT no rubídio 87. Além disso, nos sinais de correlação obtidos com o modelo teórico não temos a assimetria dos picos que aparece nos dados experimentais.

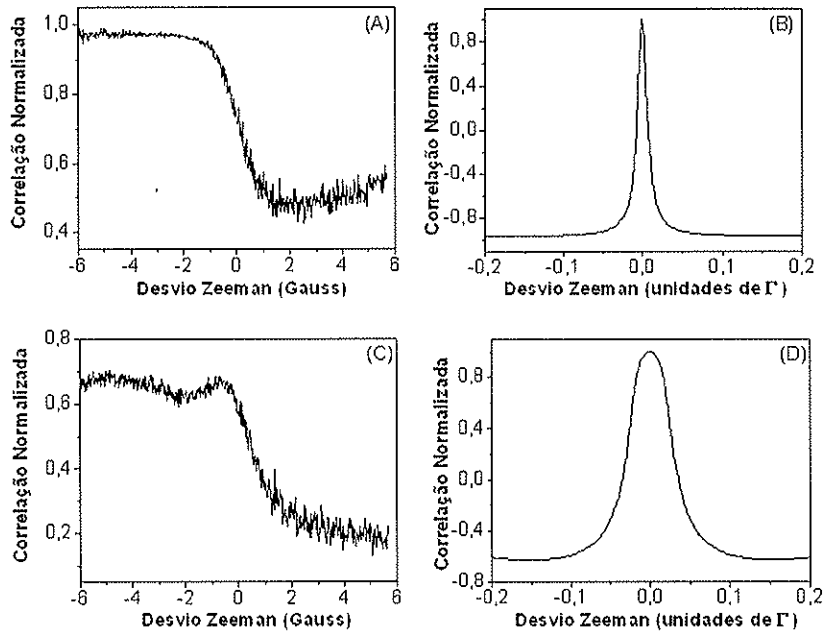


Figura 5.20: Comparação entre dado experimental e previsão teórica para o sinal de correlação para a transição do fundamental $F = 2$ do ^{85}Rb em duas posições do perfil Doppler. As curvas (A) e (B) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $-169(5)$ MHz, respectivamente. As curvas (C) e (D) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $-92(5)$ MHz, respectivamente.

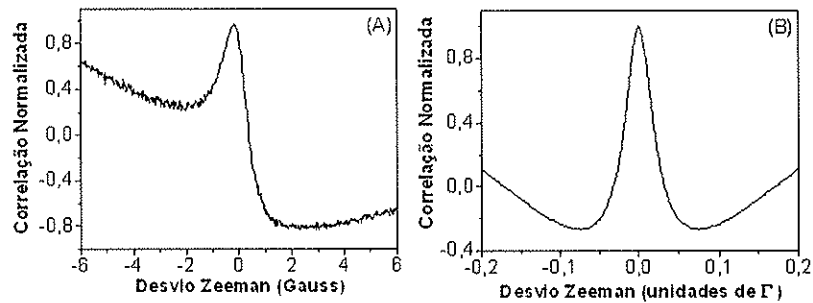


Figura 5.21: Comparação entre dado experimental e previsão teórica do sinal de correlação para a transição partindo do fundamental $F = 1$ do ^{87}Rb na posição Doppler de $-429(5)$ MHz. A curva (A) corresponde ao dado experimental e a (B) a previsão teórica.

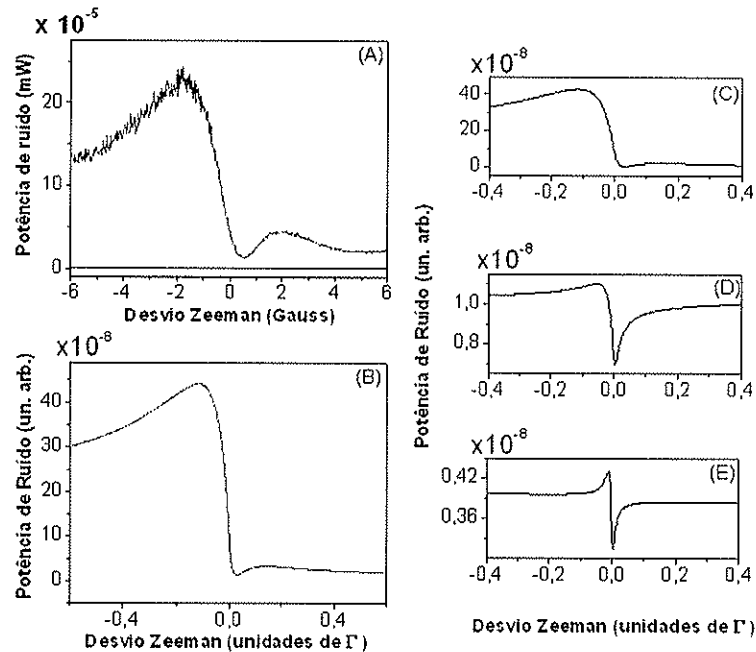


Figura 5.22: Sinal de ruído teórico para a transição partindo do fundamental $F = 2$ do ^{85}Rb para a posição do Doppler em -92 MHz obtido com o modelo de resposta atômica linear. A curva (A) apresenta o sinal total de ruído. A curva (B), (C) e (D) correspondem as contribuições individuais das transições $F = 2 \rightarrow F = 1$, $F = 2 \rightarrow F = 2$ e $F = 2 \rightarrow F = 3$, respectivamente.

Ainda sobre os resultados obtidos em EIT temos na figura 5.22, as contribuições individuais de cada uma das transições. Como este resultado foi obtido para a posição Doppler de -92 MHz seria esperado que no sinal de ruído a contribuição predominante estaria associada à transição mais próxima da ressonante: $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Contudo, o que observamos é que a contribuição mais importante é devida à transição $F = 2 \rightarrow F' = 1$ fora de sintonia com o campo por mais de 120 MHz.

Isto mostra claramente que considerar apenas a transição ressonante é uma resposta incompleta para o caso de vapores atômicos, que devido à distribuição de velocidades pode tornar as contribuições de transições não ressonantes muito mais importantes que das ressonantes. Neste caso, isto está associado à questão do coeficiente de “branching

ratio" ($0 \leq b \leq 1$), que representa a possível perda da população de uma transição atômica para outros níveis externos ao sistema de dois níveis com degenerescência em questão. Fisicamente, esta grandeza está associada à "força de oscilador" e às possibilidades de bombeio ótico de cada transição. Para o caso específico da figura 5.22, a transição $F = 2 \rightarrow F' = 1$ é fechada ($b = 1$) e a transição $F = 2 \rightarrow F' = 3$ tem $b \approx 0,45$. Desse modo, a transição fechada adquire um papel fundamental na contribuição para o ruído, mesmo fora de sintonia com o campo.

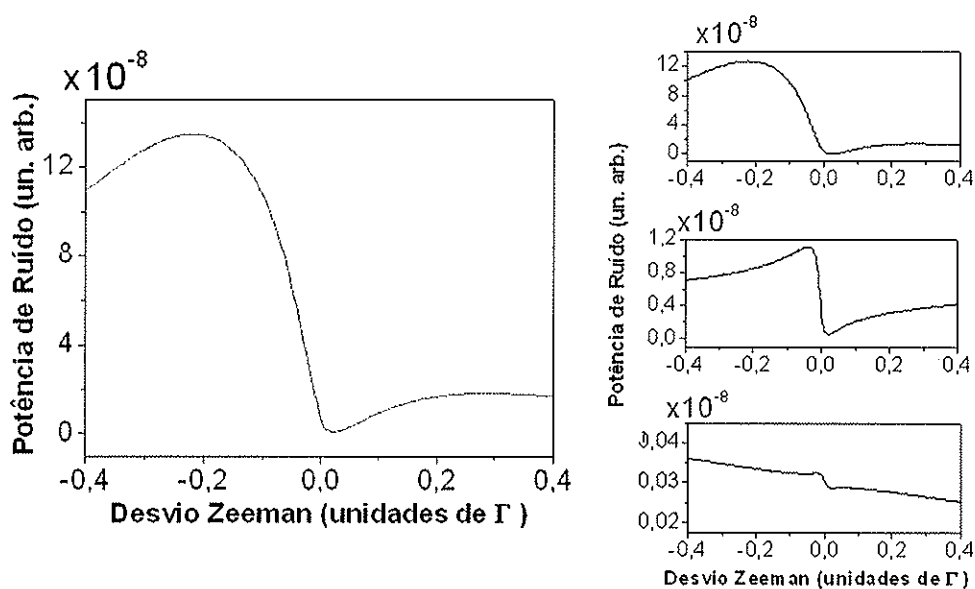


Figura 5.23: Comparação entre dado experimental e previsão teórica do sinal de ruído para a transição partindo do fundamental $F = 3$ do ^{85}Rb na posição Doppler de 161 (5) MHz. A curva (A) corresponde ao dado experimental, (B) a previsão teórica para o ruído total. Nas curvas (C),(D) e (E) apresentamos as contribuições individuais para as transições $F = 3 \rightarrow F' = 4$, $F = 3 \rightarrow F' = 3$ e $F = 3 \rightarrow F' = 2$, respectivamente.

Vamos analisar os resultados obtidos para a EIA. Na figura 5.23, obtida da transição do ^{85}Rb partindo do fundamental $F = 3$, temos o sinal experimental (5.23(A)) e o resultado teórico para comparação (5.23(B)), também apresentamos as curvas correspondentes à contribuição individual de cada transição. Neste caso a contribuição mais relevante advém da transição fechada.

Ainda para o ^{85}Rb na transição de EIA, temos dois sinais de correlações em posições distintas do Doppler na figura 5.24. Nestas figuras temos qualitativamente um bom acordo com o que foi observado experimentalmente. Vemos que ao mudar a posição Doppler ocorre uma mudança na largura do pico que é reproduzida no sinal previsto. Porém, na teoria os picos observados são sempre simétricos.

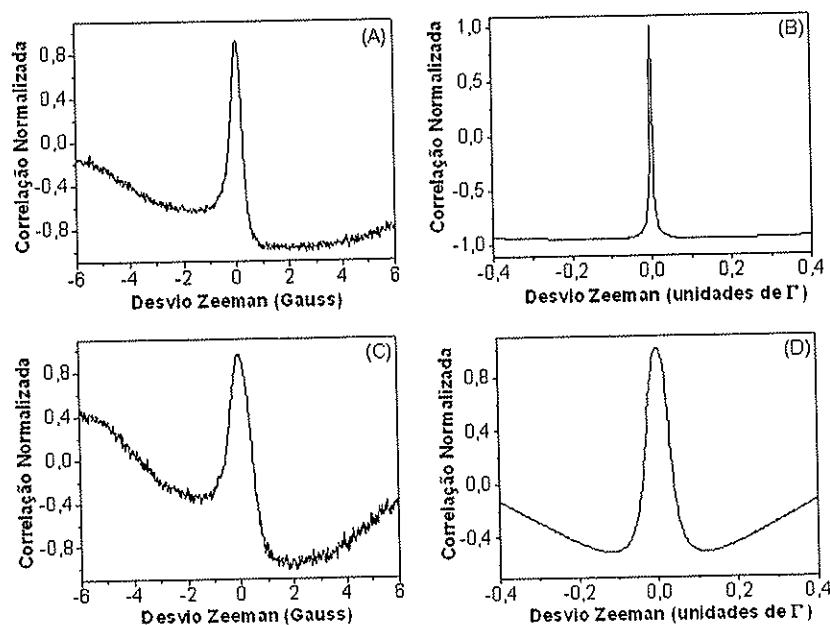


Figura 5.24: Comparação entre dado experimental e previsão teórica do sinal de correlação para transição do fundamental $F = 3$ do ^{85}Rb em duas posições distintas do Doppler. As curvas (A) e (B) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $-16(5)$ MHz, respectivamente. As curvas (C) e (D) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $161(5)$ MHz, respectivamente.

Na figura 5.25 apresentamos resultados experimentais e teóricos para a transição correspondente a EIA do isótopo ^{87}Rb ($F = 2$).

Observamos que a teoria prevê estruturas do tipo dispersivas nas figuras 5.25(D) e (F) que não correspondem exatamente ao observado no experimento. Para o dado experimental apresentado em 5.25(E) a curva teórica correspondente é mais simétrica que a observada experimentalmente. No geral, o modelo linear apresenta um acordo qualitativo satisfatório com os dados medidos.

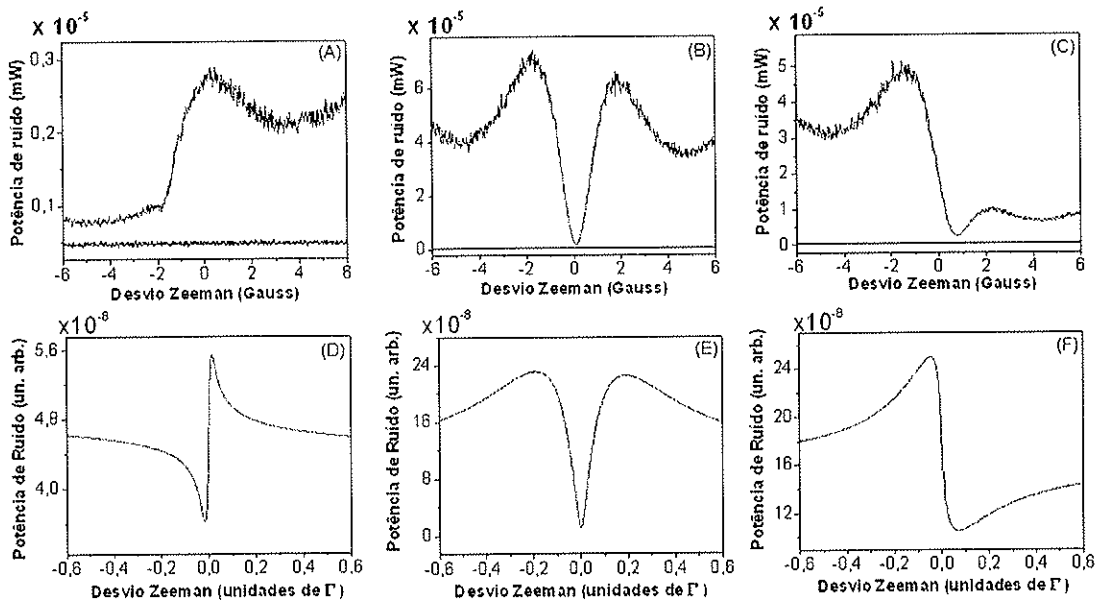


Figura 5.25: Comparação entre dado experimental e previsão teórica do sinal de ruído para a transição partindo do fundamental $F = 2$ do ^{87}Rb para três posições distintas do Doppler. As curvas (A) e (D) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $-473(5)$ MHz, respectivamente. As curvas (B) e (E) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $1(5)$ MHz, respectivamente. As curvas (C) e (F) correspondem ao resultado experimental e teórico para a posição Doppler em $302(5)$ MHz, respectivamente.

5.6 Comentários Finais

Neste capítulo apresentamos nosso aparato experimental e os procedimentos de medida utilizados. Também foram apresentados todos os dados obtidos para os efeitos coerentes de EIT e EIA para cada um dos isótopos (^{85}Rb e ^{87}Rb). Em nossas medidas tínhamos dois métodos distintos de espectroscopia: por variação de um campo magnético aplicado à amostra atômica (longitudinal ao feixe de luz) e por variação de frequência de um dos campos eletromagnéticos (o outro é mantido fixo).

Verificamos que para EIT os resultados com os dois tipos de varredura são similares. Porém, para EIA obtemos resultados bem diferentes dependendo da forma pela qual a ressonância coerente é sondada. Sabemos que a EIA é um efeito bem mais delicado de ser obtido que a EIT e acreditamos que é isto que observamos diretamente das flutuações dos campos.

Em nossos estudos do ruído observamos estruturas tipo “M”, estas são comumente relatadas nos trabalhos sobre conversão de ruído de fase para ruído de intensidade [86, 87]. Estas estruturas são similares às apresentadas em Espectroscopia por Modulação de Frequência [88], na qual o laser de largura de linha estreita é modulado por uma frequência de modo a apresentar bandas laterais simétricas em torno da frequência central em seu espectro. O tipo de espectroscopia que realizamos em nossas medidas é, de certo modo, similar a este processo e, portanto, observamos sinais semelhantes.

Também neste capítulo apresentamos os resultados numéricos dos modelos desenvolvidos para uma comparação direta com os dados experimentais obtidos. Apresentamos poucos dados com o modelo de difusão de fase que para sistemas atômicos de muitos níveis se mostra muito limitado. O modelo linear se mostrou muito mais prático e eficiente para os cálculos numéricos com muitos níveis atômicos. Foi possível incluir nos cálculos as três transições permitidas e a distribuição de velocidades dos átomos.

Além de comparar os resultados teóricos e experimentais, o nosso modelo permite verificar qual a contribuição de cada transição para o ruído total. Vimos que há casos nos quais a contribuição mais relevante é dada pela transição não ressonante, devido à distribuição de velocidades dos átomos, que permite classes de átomos que “fiquem ressonantes” (por efeito Doppler) com transições de frequência bem distinta da ajustada para o feixe laser.

Observamos uma estrutura estranha para o sinal de correlação nas transições do ^{85}Rb , $F = 2$ em forma de degrau e que a teoria não prevê. Esse tipo de estrutura aparece em ambas as formas de varredura. Para a transição de EIT do outro isótopo é observado um pico na correlação como previsto pelo nosso modelo teórico. Ainda não temos claramente quais os ingredientes que estão ausentes na teoria e são os responsáveis por esse tipo de estrutura observada no experimento.

Devemos lembrar que no modelo linear introduzimos o ruído no campo de forma perturbativa apenas em primeira ordem, ou seja, é um modelo muito simples. As diferenças observadas entre teoria e experimento, muito provavelmente, estão associadas às ordens mais elevadas que foram desconsideradas no cálculo. Além disso, também desprezamos possíveis correlações entre o ruído de intensidade e fase do campo incidente. De fato, sabemos que estas correlações existem e são consequência do processo de produção de luz no laser de diodo. Contudo, não é claro qual seria o seu papel ou importância no processo de interação com os átomos.

No próximo capítulo apresentamos as conclusões gerais de nosso trabalho e as perspectivas de novas investigações experimentais e aprimoramentos de modelos teóricos com objetivo de aprofundar o conhecimento sobre o efeito dos sistemas atômicos (coerentemente preparados) nas flutuações dos campos.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas

6.1 Conclusões Gerais

Neste trabalho de tese apresentamos um estudo teórico e experimental das flutuações dos campos após a interação com sistemas de dois níveis com degenerescências coerentemente preparados, ou seja, em superposições especiais de seus estados quânticos, obtidas através dos efeitos coerentes de Transparência (EIT) e Absorção (EIA) Eletromagneticamente Induzidas.

O meu trabalho é uma evolução natural da pesquisa iniciada em nosso grupo em 2001, no qual propusemos estudar as modificações nas flutuações dos campos. As primeiras medidas nesta linha de pesquisa foram obtidas para um sistema atômico muito mais simples, o sistema de três níveis configuração Λ , na interação com dois lasers independentes que acessavam transições distintas da estrutura hiperfina. Um estudo extenso e aprofundado neste sistema nos revelou que a correlação entre os campos existia numa região de baixa intensidade. Para altas intensidades era observada a passagem para anticorrelação. Além disso, observamos uma rica estrutura nos sinais de ruído e correlação (com regiões de correlação e anticorrelação intercaladas) fortemente dependente de parâmetros como

a frequência de análise.

Estes novos resultados não estavam de acordo com o modelo quântico anteriormente proposto. Verificou-se que havia falhas neste modelo associada a regiões de estabilidade. Um novo modelo semiclássico de difusão de fase, no qual as fases dos campos são consideradas variáveis estocásticas foi proposto e obtivemos muito bom acordo com os novos resultados observados. Estes resultados estão numa fase de preparação para a publicação [33]. Detalhes parciais são encontrados na Ref. [68].

Nesta tese, estávamos interessados em estudar as flutuações dos campos em novas configurações de sistema atômico e, portanto, iniciamos os primeiros estudos em nosso grupo nos sistemas de dois níveis com degenerescências. Estes sistemas, devido ao maior número de níveis e possíveis configurações, nos permitem observar tanto EIT quanto EIA (estas foram as primeiras medidas no EIA realizadas no grupo) dependendo da relação entre a degenerescência do nível fundamental e o excitado.

Uma outra vantagem prática no estudo desses sistemas é que a espectroscopia dos níveis pode ser realizada com um único laser. Podemos obter os dois campos de um mesmo campo original e, portanto, temos campos com uma relação de fase muito bem definida, que permite observar estruturas muito mais estreitas do que seria possível se utilizássemos dois lasers completamente independentes. Isto nos permite usar um aparato experimental bem mais simples, pois em sistema de três níveis Λ , como nos trabalhos anteriores, os níveis fundamentais da estrutura hiperfina têm uma diferença de frequência em torno de 3 a 6 GHz (para rubídio) e seria necessário equipamentos especiais e muita eletrônica para realizar um “travamento” ativo das fases dos dois lasers de diodo.

Realizamos um estudo experimental nos sistemas de dois níveis com degenerescências, no qual observamos os sinais de ruído e correlação entre os campos para as duas transições de cada um dos isótopos e verificamos a dependência desses sinais em função dos parâmetros dos feixes de luz.

Vimos comportamentos similares para a EIT tanto na varredura de campo magnético (Hanle-EIT) quanto na varredura de frequência. No fenômeno EIA verificamos que existem diferenças claras nos sinais de ruído dependendo do tipo de varredura utilizado. Isto é uma indicação de que a EIA é um fenômeno muito mais “sensível” a modificação dos parâmetros do sistema que a EIT e, por isso, muito influenciado pela forma que a ressonância Raman é obtida.

Em nosso trabalho desenvolvemos dois modelos teóricos: o modelo de difusão de fase, que foi inspirado no que já havíamos utilizado com sucesso em sistemas de três níveis, e o modelo linear. O modelo de difusão de fase tem um atrativo natural de que está muito próximo da descrição do experimento: utilizamos o fato bem conhecido de lasers de diodo terem ruído de fase muito maior que de intensidade e consideramos fases estocásticas para introduzir as flutuações no sistema. Para o caso de sistema de dois níveis com degenerescências temos um problema de ordem técnica que limita em muito o uso desse modelo. Os cálculos crescem de maneira muito rápida com o número de níveis atômicos, o que torna impraticável o uso desse modelo dependendo da degenerescência dos níveis considerados.

No modelo linear, as flutuações são introduzidas de forma perturbativa e apenas em primeira ordem, por isso é um modelo muito mais simples e que nos permitiu realizar os cálculos considerando as contribuições de todas as transições permitidas e a distribuição de velocidades dos átomos. Com este modelo, realizamos os cálculos correspondentes a todas as situações experimentais.

Obtivemos resultados teóricos, em sua maioria, em bom acordo com o que foi observado experimentalmente. Uma falha muito clara do cálculo foi a grande diferença entre o sinais de correlação, medidos e teóricos, para transição ^{85}Rb partindo do fundamental $F = 2$, em que tínhamos experimentalmente uma estrutura tipo “degrau”. Ainda não está claro quais elementos estão ausentes no modelo e qual a razão física desse sinal tipo

degrau observado na experiência. Para as outras transições os resultados concordam muito melhor, exceto que assimetrias observadas no experimento não são reproduzidas na teoria.

Devemos lembrar que o modelo linear possui diversas aproximações, tais como considerar contribuições do ruído apenas em primeira ordem e desprezar possíveis correlações entre o ruído de intensidade e fase do campo incidente. De fato, sabemos que estas correlações existem, mas não é claro qual seria o seu papel ou importância no processo de interação com os átomos. Estes são alguns dos possíveis elementos que levam às discrepâncias observadas entre experimento e teoria.

Através da análise das contribuições individuais de cada transição do ruído, foi possível comprovar a importância de considerar a distribuição de velocidades característica dos vapores atômicos. Em certos casos a contribuição mais relevante para o ruído é obtida de transições que, a priori, seriam consideradas não ressonantes. Devido à distribuição de velocidades dos átomos, certos grupos de átomos de dadas classes de velocidades “ficam ressonantes” (por efeito Doppler) com transições de frequência bem distinta da ajustada para o feixe laser. Isto mostra que, em estudos que utilizam sistemas atômicos em vapor deve-se tomar o cuidado de verificar todas as possíveis contribuições, mesmo das transições não ressonantes para, então, buscar sistemas mais simples para estudo.

Uma outra questão importante para qual devemos chamar a atenção é que os dois modelos tratados têm como única fonte de ruído as flutuações do campo incidente (seja na fase como no modelo de difusão. Ou seja, em primeira ordem no modelo linear), ou seja, neste modelo não consideramos ruído de origem atômica. Os átomos agem como “correlacionadores” entre os campos e realizam a transferência do ruído da fase dos campos para a intensidade.

De fato, o modelo apresenta resultados muito próximos ao experimento devido à ferramenta utilizada na espectroscopia: o laser de diodo. Este dispositivo possui um

grande excesso de ruído de fase, que tem um efeito dominante no processo de interação com os átomos, muito maior do que seria o efeito do ruído de origem atômica.

Por fim, demos continuidade ao estudo das flutuações dos campos em um sistema atômico novo e observamos as flutuações no regime de EIT e de EIA. Aplicamos modelos semiclássicos que têm boa correspondência (qualitativa) com os dados experimentais para ambos os efeitos coerentes. Aprofundamos nosso conhecimento nos processos de correlações clássicas induzidas pela interação com o meio atômico preparado coerentemente. Também verificamos claramente o processo de transferência de ruído de fase dos campos produzidos por laser de diodo para a sua intensidade, intermediada pela interação atômica.

6.2 Perspectivas

As correlações apresentadas entre campos após a interação com o meio atômico são fortemente influenciadas pela natureza das flutuações associadas aos campos incidentes. Em todos nossos estudos até o presente momento, nossos campos incidentes possuem um grande excesso de ruído na fase (lasers de diodo), que é predominante nos processos de interação observados e, por isso, os modelos semiclássicos desenvolvidos são satisfatórios para descrição desses processos.

Nossas propostas futuras são voltadas para o uso de luz coerente, ou seja, as flutuações dos campos são de incerteza mínima (uma limitação quântica dada pelo princípio de incerteza de Heisenberg). Desde 2001, temos a proposta do estudo de correlações com uso de luz coerente: com esse intuito foi iniciada a construção de dois lasers de Ti:Safira. O processo de construção sofreu muitos atrasos, mas temos a previsão de ter estes equipamentos em pleno funcionamento no segundo semestre desse ano.

No primeiro modelo quântico desenvolvido, tínhamos a previsão do emaranhamento

entre os campos (coerentes) após a interação com o meio atômico no regime de EIT. A medida de emaranhamento entre os campos representa um grande passo em nossa pesquisa, pois esta propriedade é essencial para qualquer protocolo associado à Informação Quântica. Já foram observados efeitos quânticos interessantes nestes sistemas associados a medidas de “vácuo comprimido” no regime de EIT [89], que são elementos básicos para a medida de emaranhamento neste sistema atômico.

Os estudos de interação coerente em sistema de dois níveis com degenerescências poderão ser realizados com o uso de apenas um laser de Ti:Safira, abrindo um grande leque de possibilidades experimentais. Entre elas, as medidas de correlações (similares às descritas na tese) e um estudo do ruído obtido em qualquer quadratura selecionada pelo oscilador local, que é parte do feixe produzido pelo laser Titânio-Safira que não interage com os átomos.

O uso de campos coerentes também exige o uso do modelo quântico para previsões nestes sistemas. Neste caso, o ruído de origem atômica será predominante no processo das correlações entre os campos, uma vez que os campos incidentes são estados de incerteza mínima. Estes modelos devem incluir explicitamente o ruído dos átomos, que deve ser introduzido, por exemplo, por forças de Langevin [36]. Esta ainda é uma questão em aberto que precisa ser melhor analisada, mas que já tem estudos em sistemas de três níveis [90].

Os estudos apresentados nesta tese são uma premissa necessária para a compreensão das interações desses sistemas. As correlações observadas e a riqueza de configurações de níveis estudadas fornecem elementos importantes para a escolha de transições mais apropriadas para o estudo de efeitos quânticos. Com a finalização dos lasers de Ti:Safira, os caminhos abertos nessa tese deverão ser explorados em breve.

Apêndice A

Sistemas de dois níveis

A interação mais simples que podemos imaginar é a de um sistema atômico de dois níveis ($|a\rangle$ e $|b\rangle$) e um campo eletromagnético monocromático de frequência ω , dado por:

$$\vec{E}(z, t) = \mathcal{E}(z, t)\hat{e}e^{ikz-i(\omega t+\phi)} + \mathcal{E}^*(z, t)\hat{e}^*e^{-ikz+i(\omega t+\phi)} \quad (\text{A.1})$$

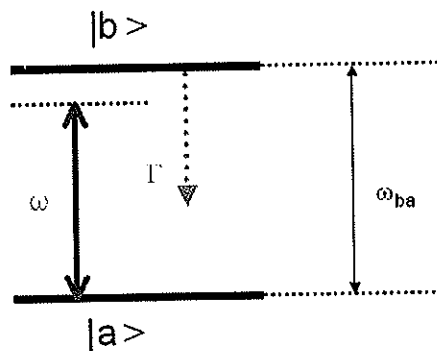


Figura A.1: Sistema de dois níveis.

Na expressão do campo eletromagnético, $\mathcal{E}(z, t)$ é uma função lentamente variável (envelope). Apesar de bem simples, esse sistema é muito propício para a demonstração de alguns conceitos e aproximações. Para esse sistema o hamiltoniano livre é:

$$H_A = \hbar\omega_a |a\rangle\langle a| + \hbar\omega_b |b\rangle\langle b| \quad (\text{A.2})$$

Para as frequências óticas típicas, o comprimento de onda ($\lambda \approx 10^{-7}$ m) é ordens de grandeza maior que as dimensões atômicas (10^{-10} m). Assim é razoável que desconsideremos as variações espaciais do campo elétrico durante o processo de interação. Além disso, podemos considerar que a interação é essencialmente dipolar [39], portanto o potencial de interação é dado por:

$$V = -\vec{d} \cdot \vec{E}(t) \quad (\text{A.3})$$

Na expressão acima, \vec{d} é o operador do momento de dipolo atômico ($\vec{d} = -e \cdot \vec{r}$, e é a carga do elétron e \vec{r} é o vetor posição). Também vamos considerar que o átomo está em repouso. Podemos escrever o operador densidade (ver seção 2.1) do sistema como:

$$\rho = \rho_{aa} |a\rangle\langle a| + \rho_{bb} |b\rangle\langle b| + \rho_{ab} |a\rangle\langle b| + \rho_{ba} |b\rangle\langle a| \quad (\text{A.4})$$

Como \vec{d} é um operador ímpar, os elementos de matriz da diagonal são nulos: $\langle b|D|b\rangle = \langle a|D|a\rangle = 0$. No caso de um sistema atômico de dois níveis, isto é sempre verdade. Contudo, para um sistema de dois níveis qualquer é necessário verificar que os estados a e b tenham paridade bem definida, para que esta afirmação seja correta. O operador de dipolo pode ser escrito na base dos estados atômicos como:

$$d = d_{ab} |a\rangle\langle b| + d_{ba} |b\rangle\langle a| \quad (\text{A.5})$$

Ao substituirmos A.5 em A.3 obtemos:

$$\begin{aligned} V = & - [d_{ab} \mathcal{E}^* e^{-i\omega t} |a\rangle\langle b| + d_{ba} \mathcal{E}^* e^{-i\omega t} |b\rangle\langle a|] \\ & - [d_{ab} \mathcal{E} e^{i\omega t} |a\rangle\langle b| + d_{ba} \mathcal{E} e^{i\omega t} |b\rangle\langle a|] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

O operador $|a\rangle\langle b|$ leva o átomo para o estado fundamental, enquanto que $|b\rangle\langle a|$ leva ao excitado. Estes operadores têm uma evolução livre proporcional a $e^{-i\omega_{ba}t}$ [34], assim o segundo e o terceiro termos de A.6 evoluem segundo a diferença de frequência $|\omega - \omega_{ab}|$ e os outros com uma frequência de $|\omega + \omega_{ab}|$, que é o dobro da frequência de ressonância.

Esses termos (não ressonantes) podem ser desprezados em intervalos de detecção grandes se comparados ao período ótico¹. Ao desprezar os termos não ressonantes do hamiltoniano de interação realizamos a chamada aproximação de onda girante (R.W.A. - *Rotating Wave Approximation*). Assim o hamiltoniano de interação é reduzido a:

$$V_{RWA} = - \{ d_{ab} \mathcal{E} e^{i\omega t} |a\rangle\langle b| + d_{ba} \mathcal{E}^* e^{-i\omega t} |b\rangle\langle a| \} \quad (\text{A.7})$$

No sistema de dois níveis podemos ainda assumir $d = d_{ab} = d_{ba}$. O hamiltoniano total do sistema é dado pela soma de A.7 e A.2 e com este podemos determinar as equações de Bloch [37]. Explicitamente, os elementos de matriz de $\dot{\rho}$ são:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{aa} &= i\Omega^* e^{-i\omega t} \rho_{ab} - i\Omega e^{i\omega t} \rho_{ba} \\ \dot{\rho}_{bb} &= i\Omega e^{i\omega t} \rho_{ba} - i\Omega^* e^{-i\omega t} \rho_{ab} \\ \dot{\rho}_{ba} &= i\Omega^* e^{-i\omega t} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) - i\omega_{ab} \rho_{ba} \\ \dot{\rho}_{ab} &= \dot{\rho}_{ba}^* \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Definimos a frequência de Rabi, $\Omega = -\frac{d\mathcal{E}}{\hbar}$, associada à transição. Podemos introduzir as variáveis lentas:

¹Uma outra forma de ver é que o fator $e^{-i\omega t}$ é associado ao operador de criação e $e^{-i\omega t}$ ao de aniquilação do campo. Assim, em $e^{i\omega t} |b\rangle\langle a|$ o átomo absorve um fóton e passa para o estado excitado e em $e^{-i\omega t} |a\rangle\langle b|$ o átomo emite um fóton e retorna ao estado fundamental, processos muito mais prováveis que o átomo absorver um fóton e passar para o estado fundamental ($e^{-i\omega t} |b\rangle\langle a|$) ou emitir um fóton e passar para o estado excitado ($e^{-i\omega t} |a\rangle\langle b|$). Esses processos menos prováveis são exatamente os termos não ressonantes do hamiltoniano de interação.

$$\begin{aligned}
\rho_{ab} &= e^{i\omega t} \sigma_{ab} \Rightarrow \dot{\rho}_{ab} = e^{i\omega t} (i\omega \sigma_{ab} + \dot{\sigma}_{ab}) \\
\rho_{ba} &= e^{-i\omega t} \sigma_{ba} \Rightarrow \dot{\rho}_{ba} = e^{-i\omega t} (-i\omega \sigma_{ba} + \dot{\sigma}_{ba}) \\
\rho_{bb} &= \sigma_{bb} \\
\rho_{aa} &= \sigma_{aa}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Com isto, eliminamos a dependência com o tempo dos coeficientes do sistema de equações A.8 e apresentamos um novo conjunto de equações:

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{aa} &= i\Omega^* \sigma_{ab} - i\Omega \sigma_{ba} \\
\dot{\sigma}_{bb} &= i\Omega \sigma_{ba} - i\Omega^* \sigma_{ab} \\
\dot{\sigma}_{ba} &= i\Omega^* (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) + i\delta \sigma_{ba} \\
\dot{\sigma}_{ab} &= -i\Omega (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) - i\delta \sigma_{ab}
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Nas equações A.10 definimos $\delta = \omega - \omega_{ab}$. Para determinarmos a forma final das equações de Bloch devemos inserir os termos de relaxação [37]. A taxa de decaimento radiativa (Γ) é causada pela perda de população do estado excitado através da emissão espontânea. Essa perda é proporcional a população existente no estado excitado e toda a população perdida pelo estado excitado volta ao estado fundamental, pois temos um sistema fechado (população se conserva).

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial \sigma_{bb}}{\partial t} \right|_{rel} &= -\Gamma \sigma_{bb} \\
\left. \frac{\partial \sigma_{aa}}{\partial t} \right|_{rel} &= \Gamma \sigma_{bb}
\end{aligned} \tag{A.11}$$

A perda das coerências é dada por:

$$\left. \frac{\partial \sigma_{ba}}{\partial t} \right|_{rel} = -\frac{\Gamma}{2} \sigma_{ba} \quad (\text{A.12})$$

Finalmente obtemos as equações óticas de Bloch para o sistema:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{aa} &= i\Omega^* \sigma_{ab} - i\Omega \sigma_{ba} + \Gamma \sigma_{bb} \\ \dot{\sigma}_{bb} &= i\Omega \sigma_{ba} - i\Omega^* \sigma_{ab} - \Gamma \sigma_{bb} \\ \dot{\sigma}_{ba} &= i\Omega^* (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) + \left(i\delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{ba} \\ \dot{\sigma}_{ab} &= -i\Omega (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) - \left(i\delta + \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{ab} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

O sistema de equações apresentado em A.13 pode ser descrito na forma matricial:

$$\frac{d}{dt} x = Mx + x_0 \quad (\text{A.14})$$

Podemos ainda fazer a seguinte mudança de variáveis:

$$x_1 = 2\text{Re}[\sigma_{ba}] = \sigma_{ba} + \sigma_{ab} \quad (\text{A.15})$$

$$x_2 = -2\text{Im}[\sigma_{ba}] = i(\sigma_{ba} - \sigma_{ab}) \quad (\text{A.16})$$

$$x_3 = \sigma_{bb} - \sigma_{aa} = 2\sigma_{bb} - 1 \quad (\text{A.17})$$

Neste nova descrição x_1 é a parte real da coerência σ_{ba} e x_2 é a parte imaginária. Em x_3 apresentamos a diferença de populações, usamos o fato da população ser conservada: $\sigma_{aa} + \sigma_{bb} = 1$. A matriz M , x e x_0 são:

$$M = \begin{bmatrix} -\Gamma/2 & \delta & 0 \\ -\delta & -\Gamma/2 & -\Omega \\ 0 & \Omega & -\Gamma \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Gamma \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

A polarização atômica é definida como $\vec{P} = N \text{tr}(\rho \vec{d})$ (N é a densidade de átomos), que resulta para este sistema:

$$P(t) = Nd[\cos(\omega t)x_1 - \text{sen}(\omega t)x_2] \quad (\text{A.19})$$

Isso mostra que x_1 é a componente que oscila em fase com o campo incidente e x_2 em quadratura. A dispersão é proporcional à parte real dos elementos não diagonais do operador densidade do sistema e a absorção é proporcional à parte imaginária, em nosso caso, x_1 e x_2 , respectivamente. Podemos obter a solução analítica do sistema para o estado estacionário ($\dot{x}(t) = 0$), que resulta em:

$$x_1 = -2\delta \mathcal{L}(\delta) \longmapsto \text{Dispersão} \quad (\text{A.20})$$

$$x_2 = \Gamma \mathcal{L}(\delta) \longmapsto \text{Absorção} \quad (\text{A.21})$$

$$x_3 = 2\Omega \mathcal{L}(\delta) - 1 \longmapsto \text{Inversão de população} \quad (\text{A.22})$$

Nas equações acima, \mathcal{L} é a curva Lorentziana e a sua largura a meia altura é $\Delta\omega$, que explicitamente são dadas nas expressões a seguir:

$$\mathcal{L}(\delta) = \frac{\Omega}{\delta^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (\text{A.23})$$

$$\Delta\omega = 2\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (\text{A.24})$$

Na figura A.2 temos curvas típicas para estas grandezas no sistemas de dois níveis.

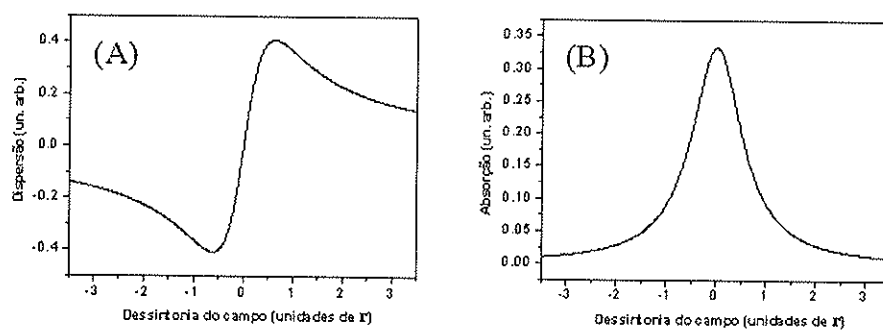


Figura A.2: (A) Dispersão e (B) absorção em um sistema de dois níveis. Utilizamos $\Omega = 0.5\Gamma$

Para intensidades altas teremos um efeito de saturação que limitará a população no estado excitado na ressonância. Essa dependência da ressonância com a intensidade também se apresenta em sistemas mais complicados, como os utilizados para descrição dos efeitos coerentes.

Apêndice B

Distribuição de velocidades no vapor atômico

Em muitos cálculos de ótica quântica e/ou física atômica é habitual considerar a situação em que os átomos estão em repouso. Contudo, em experimentos com o vapor atômico este tipo de suposição é completamente inapropriado. No vapor, os átomos têm uma distribuição de velocidades que é dada pela distribuição de Maxwell [74]:

$$F(\vec{v}) = \frac{N}{\sqrt{\pi^3} v_p^3} e^{(-\vec{v}/v_p)^2} d\vec{v} \quad (\text{B.1})$$

Na eq. B.1, $v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ é a velocidade mais provável, N é o número total de átomos por unidade de volume (densidade atômica), k_B é a constante de Boltzmann, m é a massa do átomo e T é a temperatura absoluta da amostra. Devido ao efeito Doppler, o átomo "vê" o campo com um certo deslocamento de frequência $\omega = \omega_L - \vec{k} \cdot \vec{v}$ e a dessintonia do átomo pode ser dada em função da velocidade:

$$\delta = \omega - \omega_0 = \omega_L - (\omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{v}) \quad (\text{B.2})$$

A absorção total é dada pela integral dos perfis de absorção individuais de um átomo

sobre todas as classes de velocidades ponderadas pela distribuição de velocidades (eq. B.1). Para uma onda plana que se propaga na direção \hat{z} com número de onda $|\mathbf{k}| = k_z = \frac{\omega_L}{c}$ a absorção de um átomo é dada por:

$$Abs(\delta) \propto \int_{-\infty}^{\infty} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \frac{F(v_x)F(v_y)F(v_z)}{\left(\delta - \frac{\omega_L v_z}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (\text{B.3})$$

Como apenas as componentes paralelas a velocidade de propagação da luz terão contribuições não nulas do efeito Doppler podemos integrar sobre as componentes v_x e v_y para todo o espaço de velocidades:

$$\begin{aligned} Abs(\delta) &\propto \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \frac{F(v_z)}{\left(\delta - \frac{\omega_L v_z}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \frac{e^{-\frac{mv_z^2}{2k_B T}}}{\left(\delta - \frac{\omega_L v_z}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Podemos ainda converter a integral de velocidade para frequência:

$$Abs(\delta) \propto N \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{c}{\omega_L} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{e^{-\frac{m}{2k_B T} \left(\frac{c}{\omega_L}\right)^2 (\omega - \omega_L)^2}}{(\omega - \omega_A)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (\text{B.5})$$

A curva da absorção total da amostra resulta da convolução dos perfis Lorentzianos individuais dos átomos com o perfil Gaussiano da distribuição de velocidades. Em geral, a largura da curva obtida em B.5 é a soma da largura da distribuição Gaussiana de velocidades com a largura natural da transição atômica. A temperatura ambiente a largura Doppler é $\Delta\omega_{Doppler} \simeq \frac{2\omega_L}{c} v_p \sqrt{\ln 2}$, muito superior a largura natural Γ .

No caso do rubídio, por exemplo, $\Delta\nu_{Doppler} \simeq 517$ MHz. Se definimos $\Delta\nu_{Doppler} \equiv \frac{\Delta\omega_{Doppler}}{2\pi}$ nos resulta que $\Delta\omega_{Doppler}/\Gamma \sim 100$. Portanto, a absorção linear de vapor de um sistemas de dois níveis será sempre alargada por efeito Doppler. Como os átomos contribuem individualmente de maneira distinta para o espectro esse alargamento é dito inhomogêneo.

Para o espectro de níveis da linha *D2* do rubídio a separação entre os níveis excitados é muito inferior à largura Doppler, o que impede que as diferentes transições hiperfinas do estado excitado possam ser resolvidas no sinal de absorção linear.

Apêndice C

Processos estocásticos

C.1 Processo estocástico

Uma variável $\mathbf{X}(t)$ é dita estocástica se uma sequência de valores $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots$ medida nos respectivos instantes de tempo t_1, t_2, t_3, \dots pode ser associada a uma densidade de probabilidade $p(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2; \mathbf{x}_3, t_3; \dots)$ que descreve completamente o sistema. Essa densidade de probabilidade pode ser ainda descrita em termos de uma densidade de probabilidade condicional:

$$p(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2; \dots | \mathbf{y}_1, \tau_1; \mathbf{y}_2, \tau_2; \dots) \equiv \frac{p(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2; \dots; \mathbf{y}_1, \tau_1; \mathbf{y}_2, \tau_2; \dots)}{p(\mathbf{y}_1, \tau_1; \mathbf{y}_2, \tau_2; \dots)} \quad (\text{C.1})$$

Na expressão acima descrevemos a probabilidade de medir \mathbf{x}_1 em t_1 , após medir \mathbf{x}_2 em t_2 , etc... sabendo que foi medido \mathbf{y}_1 em τ_1 , \mathbf{y}_2 em τ_2 , etc. Essa definição não depende de uma ordem temporal específica.

Para definir completamente um processo estocástico é necessário conhecer todas as possíveis densidades de probabilidade que podem ser associadas a ele. Se todas as densidades de probabilidades são conhecidas então o processo é dito separável.

O processo estocástico mais simples que pode ser considerado é aquele em que todas

as densidades de probabilidade são completamente independentes¹:

$$p(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2; \mathbf{x}_3, t_3; \dots) = \prod_i p(\mathbf{x}_i, t_i) \quad (\text{C.2})$$

Entretanto, o caso que nos interessa é quando a densidade de probabilidade de um dado instante depende unicamente do instante imediatamente anterior. Vamos definir os instantes de tempo na ordem $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq \dots \geq t_{n-1} \geq t_n$. Podemos escrever a probabilidade condicional como:

$$p(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2; \dots | \mathbf{y}_1, \tau_1; \mathbf{y}_2, \tau_2; \dots) \equiv p(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2; \dots | \mathbf{y}_1, \tau_1) \quad (\text{C.3})$$

A expressão C.3 é a definição do chamado **processo de Markov**. Assim podemos definir em termos das probabilidades condicionais simples $p(\mathbf{x}_1, t_1 | \mathbf{y}_1, \tau_1)$. Por exemplo, podemos escrever:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_2, t_2; \mathbf{y}_1, \tau_1) &\equiv p(\mathbf{x}_1, t_1 | \mathbf{x}_2, t_2; \mathbf{y}_1, \tau_1) p(\mathbf{x}_2, t_2 | \mathbf{y}_1, \tau_1) \\ &\equiv p(\mathbf{x}_1, t_1 | \mathbf{x}_2, t_2) p(\mathbf{x}_2, t_2 | \mathbf{y}_1, \tau_1) \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Na equação C.4 usamos a definição de probabilidade condicional (eq. C.1) na primeira linha e na segunda aplicamos a condição do processo de Markov (eq. C.3), que a probabilidade só depende do evento anterior mais recente.

Dos processos de Markov que podem ser definidos, o mais simples é o chamado processo de Wiener ². Este processo descreve, por exemplo, os fenômenos difusivos como o Movimento Browniano. O processo de Wiener pode ser definido para uma única

¹Isto é como considerar um processo físico cuja estatística é similar a lançamentos de um dado não viciado, ou seja, a resultado de um evento (face do dado obtida) não depende de qualquer resultado obtido antes ou depois.

²Temos outros processos de Markov, tais como o processo de Poisson, processo de Ornstein-Uhlenbeck, que não discutiremos. Contudo, a Ref. [69] é uma boa referência para um estudo mais aprofundado.

variável $W(t)$, cuja densidade de probabilidade condicional obedece uma equação de Focker-Planck [36] do tipo:

$$\frac{\partial}{\partial t} p(w, t|w_0, t_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(w, t|w_0, t_0) \quad (\text{C.5})$$

No processo de Wiener consideramos uma condição inicial dada por:

$$p(w, t|w_0, t_0) = \delta(w - w_0) \quad (\text{C.6})$$

Ao resolver a equação que define o processo aplicando a condição inicial dada, temos como solução:

$$p(w, t|w_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(t-t_0)}} e^{-\frac{(w-w_0)^2}{2(t-t_0)}} \quad (\text{C.7})$$

Portanto, obtivemos uma Gaussiana para a densidade de probabilidade do processo de Wiener. O valor médio e a variância da densidade de probabilidade são dados por:

$$\langle W(t) \rangle = w_0 \quad (\text{C.8})$$

$$\langle [W(t) - w_0]^2 \rangle = t - t_0 \quad (\text{C.9})$$

Isto mostra que um fenômeno descrito por um processo de Wiener possui uma distribuição que se alarga com o tempo, o que é observado no movimento Browniano.

C.2 A integral estocástica

Vamos definir como é realizada a integração no caso de um processo de Wiener. Consideremos uma função $G(t)$ arbitrária que só depende do tempo e a variável estocástica $W(t)$, que representa um processo de Wiener. Queremos calcular a integral definida por:

$$\int_{t_0}^t G(t') dW(t') \equiv ? \quad (\text{C.10})$$

Normalmente, a maneira de se calcular uma integral é dividir o intervalo $[t_0, t]$ em n sub-intervalos de modo que $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{n-1} \leq t$ e definimos pontos intermediários τ_i tais que $t_{i-1} \geq \tau_i \geq t_i$, como na figura C.1:

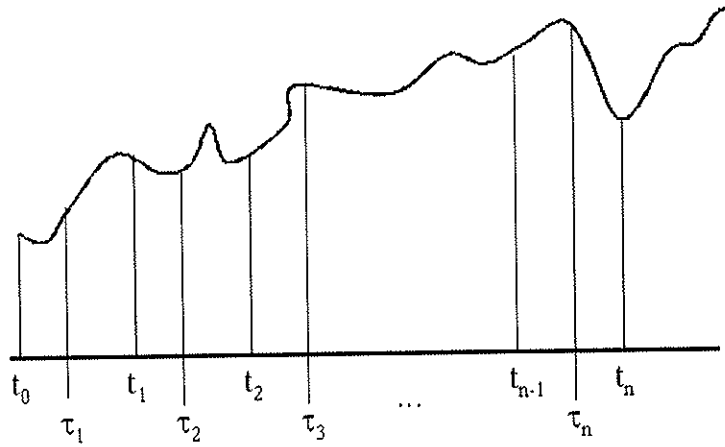


Figura C.1: Partição do intervalo de tempo para o cálculo da integral estocástica.

Assim a integral fica definida em termos do limite das somas parciais:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t G(t') dW(t') &\equiv \lim_{n \rightarrow \infty} S_n \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} G(\tau_i) [W(t_i) - W(t_{i-1})] \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

É fácil perceber que, em geral, a integral definida depende da escolha do ponto intermediária do ponto τ_i . Para uma escolha em que $G(\tau_i) = W(\tau_i)$, a soma S_n resulta em:

$$\begin{aligned} \langle S_n \rangle &= \left\langle \sum_{i=1}^n W(\tau_i) [W(t_i) - W(t_{i-1})] \right\rangle \\ &= \sum_{i=1}^n [\min(\tau_i, t_i) - \min(\tau_i, t_{i-1})] \\ &= \sum_{i=1}^n (\tau_i - t_{i-1}) \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Se, por exemplo, escolhermos para todo i que $\tau_i = \alpha t_i + (1 - \alpha)t_{i-1}$, então temos para a equação C.12 que $\langle S_n \rangle = \sum_{i=1}^n (\tau_i - t_{i-1})\alpha = (t - t_0)\alpha$, que significa que a integral

poderá assumir qualquer valor entre zero e $(t - t_0)$ dependendo da escolha dos pontos intermediários. Nós podemos fazer a escolha dos pontos intermediários caracterizados por $\alpha = 0$, que significa que escolhemos a condição $\tau_i = t_{i-1}$. Esta condição define a **Integral Estocástica de Ito** da função $G(t)$:

$$\int_{t_0}^t G(t') dW(t') \equiv ms - \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{i=1}^n G(t_{i-1}) [W(t_i) - W(t_{i-1})] \right\} \quad (\text{C.13})$$

Na expressão C.13 $ms - \lim$ denota o limite quadrático médio³.

Com isto podemos definir a regra de diferenciação de Ito, basicamente, devemos manter todos os termos até a a segunda ordem em $dW(t)$. Por exemplo, para o cálculo da derivada da exponencial de $W(t)$ temos:

$$\begin{aligned} d \{ \exp[W(t)] \} &= \exp[W(t) + dW(t)] - \exp[W(t)] \\ &= \exp[W(t)] \left[dW(t) + \frac{1}{2} dW(t)^2 \right] \\ &= \exp[W(t)] \left[dW(t) + \frac{1}{2} dt \right] \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

De forma mais geral:

$$\begin{aligned} df[W(t), t] &= \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} (dt)^2 + \frac{\partial f}{\partial W} dW(t) \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial W^2} (dW(t))^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial W \partial t} dt dW(t) + \dots \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

Podemos usar as características do processo de Wiener em que $(dt)^2 \rightarrow 0$, $dt dW(t) \rightarrow 0$, $(dW(t))^2 = dt$ e $(dW(t))^n = dt$ ($n > 2$), obtemos simplesmente que:

$$df[W(t), t] = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial W^2} \right) dt + \frac{\partial f}{\partial W} dW(t) \quad (\text{C.16})$$

³O limite quadrático médio é definido como $\lim_{n \rightarrow \infty} \int d\omega p(\omega) [X_n(\omega) - X(\omega)]^2 \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \langle (X_n - X)^2 \rangle = 0$. Esse tipo de limite é bem conhecido na teoria do espaço de Hilbert e costuma ser escrito como $ms - \lim_{n \rightarrow \infty} X_n = X$.

Apêndice D

Deteção balanceada

Os feixes de luz são monitorados por fotodetetores, que transformam os fótons em corrente elétrica através do processo de fotoionização. Essas medidas são destrutivas, ou seja, o feixe é completamente absorvido pelo detector. Neste caso (ideal), temos uma eficiência unitária para a conversão dos fótons.

A fotocorrente gerada no fotodetector pode ser descrita em termos do seu valor médio $i(t)$ e as flutuações que correspondem as flutuações da intensidade do campo. A variância da intensidade da luz pode ser caracterizada através da variância da fotocorrente definida por $(\Delta i)^2 = \langle i(t)^2 \rangle - \langle i(t) \rangle^2$. É importante notar que essa grandeza não depende apenas da flutuação da luz, mas também do processo de deteção em si.

Para a medida das flutuações, que são extremamente fracas, é necessário um sistema de deteção muito sensível. Qualquer medida absoluta do ruído quântico da luz apresentará alguns erros, mas que não serão determinantes porque o resultado experimental de interesse é a razão entre o ruído da luz e o ruído quântico padrão ou *shot noise*. Uma técnica interessante para estes casos é a deteção balanceada, que permite comparar o ruído de intensidade do feixe a ser analisado com o shot noise, bem como observar o sinal da intensidade do campo analisado.

O princípio básico da detecção balanceada está nas propriedades dos campos proveniente de um divisor de feixes. Consideremos o esquema apresentado na figura D.1. Temos o campo incidente $E_{in}(t)$ e o campo de referência $E_{lo}(t)$, que são campos clássicos. O campo $E_{lo}(t)$ é chamado de oscilador local e possui uma fase ϕ em relação ao campo $E_a(t)$ ¹, ou seja:

$$\begin{aligned} E_{in}(t) &= \mathcal{E}_{in}(t)e^{i\omega t} + c.c. \\ E_{lo}(t) &= \mathcal{E}_{lo}(t)e^{i\phi}e^{i\omega t} + c.c. \end{aligned} \quad (D.1)$$

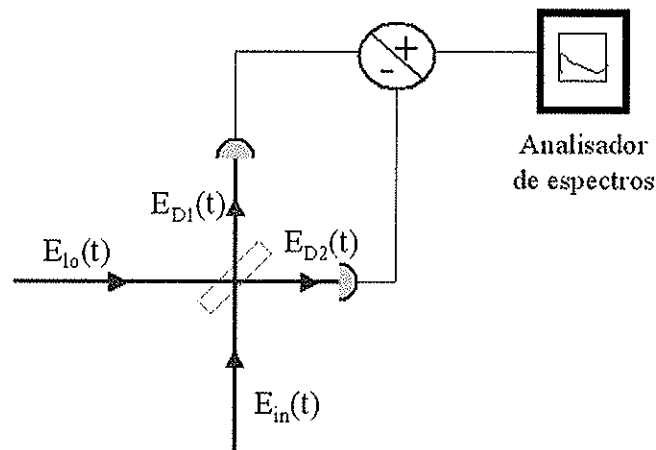


Figura D.1: Esquema dos campos eletromagnéticos numa detecção balanceada.

Quando o oscilador local tem a mesma frequência temos uma detecção homodina ². Os campos de entrada interferem no separador de feixe e os detectores D1 e D2 recebem o sinal de interferência. Podemos representar as amplitudes dos campos de entrada como:

¹Poderíamos considerar que cada campo possui uma dada fase, ϕ_{in} e ϕ_{lo} , mas como veremos o parâmetro de interesse é a diferença de fase entre os campos: $\phi = \phi_{lo} - \phi_{in}$. Por simplicidade tomamos $\phi_{in} = 0$ e, portanto, $\phi_{lo} = \phi$.

²Quando o oscilador local e o campo incidente têm frequências diferentes a detecção é dita heterodina.

$$E_{in}(t) = \mathcal{E}_{in} + \delta\mathcal{E}p_{in}(t) + i\delta\mathcal{E}q_{in}(t) \quad (D.2)$$

$$E_{lo}(t) = (\mathcal{E}_{lo} + \delta\mathcal{E}p_{lo}(t) + i\delta\mathcal{E}q_{lo}(t))e^{i\phi} \quad (D.3)$$

Estamos descrevendo os campos como um valor médio mais flutuações. Os índices p e q referem-se ao ruído de amplitude e fase, respectivamente. Vamos considerar ainda que o oscilador local é um campo muito intenso ($\mathcal{E}_{lo}^2 \gg \mathcal{E}_{in}^2$) e que o separador de feixes é 50%-50% e, portanto, a intensidade dos campos nos detetores é a mesma:

$$|\mathcal{E}_{D1}|^2 = |\mathcal{E}_{D2}|^2 = \frac{1}{2}|\mathcal{E}_{lo}|^2 \quad (D.4)$$

Todos os termos proporcionais a \mathcal{E}_{in} podem ser desconsiderados, uma vez que são muito pequenos se comparado aos termos de \mathcal{E}_{lo} . Os campos de saída são dados por:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{D1}(t) &= \sqrt{\frac{1}{2}}\mathcal{E}_{lo}(t) + \sqrt{\frac{1}{2}}\mathcal{E}_{in}(t) \\ \mathcal{E}_{D2}(t) &= \sqrt{\frac{1}{2}}\mathcal{E}_{lo}(t) - \sqrt{\frac{1}{2}}\mathcal{E}_{in}(t) \end{aligned} \quad (D.5)$$

Nas equações D.5, o sinal negativo na segunda equação está associado a conservação da energia. No processo de fotodeteção a corrente produzida no fotodetector é proporcional a intensidade do campo incidente, que é proporcional ao quadrado do modulo da amplitude do campo elétrico. A intensidade no fotodetector 1 é dada por:

$$\begin{aligned} |\mathcal{E}_1|^2 &= \frac{1}{2}(|\mathcal{E}_{lo}|^2 + \mathcal{E}_{lo}\mathcal{E}_{in}^* + \mathcal{E}_{in}\mathcal{E}_{lo}^* + |\mathcal{E}_{in}|^2) \\ &\approx \frac{1}{2}(|\mathcal{E}_{lo}|^2 + 2\mathcal{E}_{lo}\delta\mathcal{E}p_{lo} + 2\mathcal{E}_{lo}[\delta\mathcal{E}p_{in}(t)\cos(\phi) + i\delta\mathcal{E}q_{in}(t)\sin(\phi)]) \end{aligned} \quad (D.6)$$

Uma expressão similar pode ser obtida para o outro detetor. Podemos definir a diferença de fotocorrentes entre os detetores ($i_- = i_{D1} - i_{D2}$), que resulta em:

$$i_-(t) = i_{D1}(t) - i_{D2}(t) \approx 2\mathcal{E}_{lo}[\delta\mathcal{E}p_{in}(t)\cos(\phi) + i\delta\mathcal{E}q_{in}(t)\sen(\phi)] \quad (\text{D.7})$$

A diferença de corrente é proporcional a amplitude do oscilador local, mas as flutuações são as do campo incidente. A variância do sinal de diferença da fotocorrente é dada por:

$$\Delta i_-^2 \approx 4\mathcal{E}_{lo}[\delta\mathcal{E}p_{in}^2\cos^2(\phi) + \delta\mathcal{E}q_{in}^2\sen^2(\phi)] \quad (\text{D.8})$$

Nota-se que a variância é uma combinação das variâncias das flutuações das duas quadraturas do campo incidente. Em particular, para $\phi = 0^\circ$ temos um sinal proporcional a quadratura amplitude e para $\phi = 90^\circ$ temos a quadratura fase. Isto significa que podemos medir as flutuações de uma quadratura qualquer ϕ apenas com o ajuste da fase do oscilador local.

Podemos considerar agora o que ocorre quando não há um campo incidente E_{in} . Neste caso, sabemos da mecânica quântica, que temos apenas as flutuações do vácuo. Em termos dos nossos campos clássicos, podemos considerar um campo cuja média é nula e que possui flutuações dadas por $\delta\mathcal{E}_{vac} = \epsilon$ para qualquer quadratura. Para a variância da diferença de correntes teremos:

$$\Delta i_-^2 \approx 4\mathcal{E}_{lo}[\epsilon^2\cos^2(\phi) + \epsilon^2\sen^2(\phi)] = 4\mathcal{E}_{lo}\epsilon^2 \quad (\text{D.9})$$

Portanto, temos uma medida do ruído quântico padrão (shot-noise). Obviamente a medida das soma das fotocorrentes é proporcional ao ruído total detetado no sistema. No caso em que temos uma das entradas vazias, é o ruído do campo que faz o papel de oscilador local. Na soma das fotocorrentes recuperamos as flutuações do campo de

entrada. Tudo se passa como se tivéssemos um único detetor (na posição do separador de feixes) que mede o ruído total.

Apêndice E

Informações adicionais sobre o Rubídio

Neste apêndice apresentamos alguns dados adicionais que complementam as informações sobre os átomos de rubídio apresentadas na seção ??.

E.1 Posições das linhas da estrutura hiperfina

Na tabela E.1 apresentamos as posições em frequência das linhas diretas e linhas de crossover associadas as transições da figura E.1.

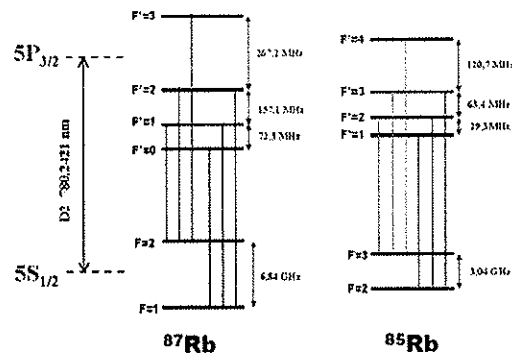


Figura E.1: Representação esquemática da estrutura de níveis da linha D_2 para os isótopos 87 e 85 do rubídio. Também representamos as transições permitidas por $\Delta F = 0, \pm 1$ para cada nível hiperfino.

Isótopo	Estado Fundamental	Estado(s) Excitado(s)	Posição (MHz)
87	$F = 2$	$F' = 3$	0
		$F' = 3 - F' = 2$	-133,6
		$F' = 3 - F' = 1$	-212,12
		$F' = 2$	-267,2
		$F' = 2 - F' = 1$	-345,75
		$F' = 1$	-424,3
87	$F = 1$	$F' = 2$	-267,2
		$F' = 2 - F' = 1$	-345,75
		$F' = 2 - F' = 0$	-381,9
		$F' = 1$	-424,3
		$F' = 1 - F' = 0$	-460,45
		$F' = 0$	-496,6
85	$F = 3$	$F' = 4$	0
		$F' = 4 - F' = 3$	-60,35
		$F' = 4 - F' = 2$	-92,05
		$F' = 2$	-120,7
		$F' = 3 - F' = 2$	-152,45
		$F' = 3$	-184,1
85	$F = 2$	$F' = 3$	-120,7
		$F' = 3 - F' = 2$	-152,4
		$F' = 3 - F' = 1$	-167,05
		$F' = 2$	-184,1
		$F' = 2 - F' = 1$	-198,75
		$F' = 1$	-213,4

Tabela E.1: Posições em frequência das transições hiperfinas para ^{85}Rb e ^{87}Rb . Tomamos como referência (zero) o sub-nível de energia mais alta do estado excitado de cada isótopo.

E.2 Fatores giromagnéticos

Os níveis hiperfinos são formados por $2F + 1$ níveis degenerados, onde F é o momento angular total ($F = L + S + I$). Essa degenerescência pode ser quebrada pela aplicação de um campo magnético à amostra. Essa “quebra” é proporcional a amplitude do campo magnético e ao fator giromagnético da transição. Alguns valores para os níveis hiperfinos do rubídio são apresentados na tabela E.2.

	rubídio 85		rubídio 87	
5S _{1/2} (Fundamental)	$F = 2$	-0.46722	$F = 1$	-0.70186
	$F = 3$	0.46639	$F = 2$	0.69906
5P _{3/2} (Linha D2)	$F' = 1$	-0.14001	$F' = 0$	————
	$F' = 2$	0.15511	$F' = 1$	0.93224
	$F' = 3$	0.54392	$F' = 2$	0.93224
	$F' = 4$	0.69945	$F' = 3$	0.93224

Tabela E.2: Fatores giromagnéticos para algumas transições do rubídio em kHz/mGauss.

E.3 Força de oscilador e “branching ratio”

Uma grandeza importante em relação às transições é a sua “força de oscilador”, que indica o quão fortemente uma transição se acopla ao campo eletromagnético. Além dessa grandeza, temos o “branching ratio”(b), que está associado a força de oscilador e ao efeito de bombeio ótico. Transições que têm $b = 1$ são ditas fechadas, ou seja, átomos excitados que estejam num certo nível superior só podem decair para um nível específico inferior e desse ser excitado novamente para o nível superior(processo cíclico). Na tabela E.3 apresentamos essas duas grandezas para as transições da linha D2.

Isótopo	E. Fundamental	E. Excitado	Força de oscilador	"Branching Ratio"
87	$F = 1$	$F' = 0$	0,250	1,00
		$F' = 1$	0,833	0,83
		$F' = 2$	0,625	0,50
87	$F = 2$	$F' = 1$	0,125	0,17
		$F' = 2$	0,625	0,50
		$F' = 3$	1,750	1,00
85	$F = 2$	$F' = 1$	0,750	1,00
		$F' = 2$	0,972	0,78
		$F' = 3$	0,778	0,44
85	$F = 3$	$F' = 2$	0,277	0,22
		$F' = 3$	0,972	0,55
		$F' = 4$	2,250	1,00

Tabela E.3: Valores de força de oscilador e branching ratio para as transições da linha D2 para os dois isótopos do rubídio.

E.4 Pressão de vapor

A pressão de vapor de uma substância pura em função de sua temperatura é obtida através da fórmula empírica [91]:

$$\log P_{10} = A + \frac{B}{T} + CT + D \log_{10} T \quad (\text{E.1})$$

A pressão é medida em Torr (1 Torr \approx 133,3 Pa) e para o rubídio as constantes empíricas são:

	Fase Líquida	Fase Sólida
A	15,88253	-94,0486
B	-4529,635	-1961,258
C	0.00058663	-0.03771687
D	-2.99138	42.57526

Tabela E.4: Coeficientes empíricos para o cálculo da pressão de vapor para o rubídio. Temperatura de fusão $\approx 40^{\circ}\text{C}$.

Na tabela E.4 apresentamos as constantes empíricas para a fase sólida e fase líquida. A temperatura de fusão para o rubídio é de aproximadamente 40°C .

Bibliografia

- [1] B. Julsgaard, A. Kozhekin, e E.S. Polzik. *Nature*, 413:400, 2001.
- [2] E. Arimondo. Coherent population trapping in laser spectroscopy. *Progress in Optics*, XXXV:257, 1996.
- [3] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, e G. Orriols. *Il Nuovo Cimento*, 36B:5, 1976.
- [4] S.E.Harris. *Phys. Rev. Lett*, 62:1033, 1989.
- [5] S.E.Harris, J.E.Field, e A. Imamoglu. *Phys. Rev. Lett.*, 64:1107, 1990.
- [6] O.A. Kocharovskaya e Y.I. Khannin. *JETP Lett*, 48:630, 1988.
- [7] S.E.Harris. *Phys. Today*, 50:36, 1997.
- [8] J.P. Marangos. *J. Mod. Opt.*, 45:45, 1998.
- [9] M.O. Scully, S.Y.Zhu, e A. Gavrielides. *Phys. Rev. Lett.*, 62:2813, 1989.
- [10] E. Harris e J.J. Macklin. *Phys. Rev. A*, 40:4135, 1989.
- [11] S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, e D. Meschede. *Phys. Rev. A*, 56:R1063, 1997.
- [12] D. Budker, V. Yashchuck, e M. Zolotarev. *Phys. Rev.A*, 61:013801, 1999.
- [13] M.O. Scully e M. Fleischauer. *Phys. Rev. Lett.*, 69:1360, 1992.

- [14] R. Wynands e A. Nagel. *Appl. Phys. B*, 68:1, 1998.
- [15] L.V. Hau, S.E. Harris, S. Dutton, e C.H. Behroozi. *Nature*, 397:594, 1999.
- [16] C. Liu, Z. Dutton, C.H. Behroozi, e L.V. Hau. *Nature*, 409:490, 2001.
- [17] B. Julsgaard, J. Sherson, J.I. Cirac, J. Fiurasek, e E.S. Polzik. *Nature*, 432:482, 2004.
- [18] A.M.Akulshin, S.Barreiro, e A.Lezama. *Phys. Rev.A*, 57:2996, 1998.
- [19] A. Lezama, S. Barreiro, e A.M.Akulshin. *Phys. Rev.A*, 59:4732, 1999.
- [20] A. Lipsich, S. Barreiro, A.M.Akulshin, e A. Lezama. *Phys. Rev.A*, 61:053803, 2000.
- [21] F. Renzoni, S. Cartavela, G. Alzetta, e E. Arimondo. *Phys. Rev. A*, 63:065401, 2001.
- [22] C. Andreeva, S. Cartaleva, Y. Dancheva, V. Biancalana, A. Burchianti, C. Marielli, E Mariotti, L.Moi, e K. Nasyrov. *Phys. Rev. A*, 66:012502, 2002.
- [23] A.V. Taichenachev, A.M.Tumaikin, e V.I.Yudin. *Phys. Rev. A*, 60:011802, 2000.
- [24] J.B. Kim, K. Kim, H.S. Moon, M.Kwon, e H.D.Park. *J. Korean Phys. Society*, 39:859, 2001.
- [25] A.M. Akulshin, S. Barreior, e A. Lezama. *Phys.Rev. Lett*, 83:4277, 1999.
- [26] A.M. Akulshin, A. Cimmino, e G.I.Opat. *Quantum Electron*, 32:567, 2002.
- [27] A. Lezama, A.M. Akulshin, A.I. Sidorov, e P. Hannaford. *arXiv:physics/0506199v1*.
- [28] M.D. Lukin e A. Imamoglu. *Phys. Rev. Lett.*, 84:4232, 2000.
- [29] M.D. Lukin, S.F. Yelin, e M Fleishhauer. *Phys. Rev. Lett.*, 84:1419, 2000.

- [30] S.G. Agarwal. *Phys. Rev. Lett.*, 71:1351, 1993.
- [31] C. L. Garrido Alzar, L. S. Cruz, J. G. Aguirre Gómez, M. França Santos, e P. Nussenzveig. Super-poissonian intensity fluctuations and correlations between pump and probe fields in electromagnetically induced transparency. *Europhys. Lett.*, 61:485, 2003.
- [32] C. L. Garrido Alzar. *Estudo de propriedades quânticas dos feixes sonda e de bombeio na transparência induzida por laser*. Tese de Doutorado, Instituto de Física – Universidade de São Paulo – Brasil, 2002.
- [33] L.S. Cruz, D. Felinto, J.G. Aguirre Gómez, M. Martinelli, P. Valente, A. Lezama, e P. Nussenzveig. Laser-noise-induced correlations and anti-correlations in electromagnetically induced transparency - em preparação.
- [34] Bernard Diu Claude Cohen-Tannoudji e Franck Laloe. *Quantum Mechanics - vol. I e II*. John Wiley & Sons, 1977.
- [35] Asher Peres. *Quantum Theory: Concepts and Methods*. Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [36] Jacques Dupont-Roc Claude Cohen-Tannoudji e Gilbert Grynberg. *Atom-Photon Interactions - Basic Processes and Applications*. John Wiley & Sons, 1992.
- [37] R. Loudon. *The quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 2000.
- [38] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc, 1998.
- [39] L. Allen e J.H. Eberly. *Optical Resonance and two-level atoms*. Dover Publications, Inc, 1983.
- [40] S. Huard. *Polarisation de la lumière*. Masson, 1994.

- [41] D.F. Kimball e David P. DeMille D.Budker. *Atomic Physics - An Exploration through problems and solutions*. Oxford University Press, 2004.
- [42] E. Arimondo e G. Orrils. *Lett. Nuovo Cimento*, 17:333, 1976.
- [43] R.M. Whitley e C.R. Stroud Jr. *Phys. Rev. A*, 14:1498, 1976.
- [44] Y.Q.Li e M. Xiao. *Opt. Lett.*, 21:1064, 1996.
- [45] J.M. Zhao, L.R. Wang, L.T. Xiao, Y.T. Zhao, W.B.Yin, e S. T. Jia. *Opt. Commun.*, 206:341, 2002.
- [46] K. Yamamoto, K. Ichimura, e N. Gemma. *Phys. Rev. A*, 58:2460, 1998.
- [47] J.A. Vaccaro, A.V. Durrant, D. Richards, S. A. Hopkins, H.X.Chen, , e K.E.Hill. *J. Mod. Opt.*, 45:315, 1998.
- [48] J.J. Clarke, W.A. van Wijngaarden, e H.X. Chen. *Phys. Rev.A*, 62:023818, 2001.
- [49] J.R. Boon, E. Zekou, D. McGloin, e M.H.Dunn. *Phys. Rev.A*, 59:4675, 1999.
- [50] C.Y. Ye, Y.V. Rostovtsev, A. S. Zibrov, e Y.M. Golubev. *Opt. Commun.*, 207:227, 2002.
- [51] Soo Kyoung Kim, Han Seb Moon, Kyoungdae Kim, e Jung Bog Kim. *Phys. Rev. A*, 68:063813, 2003.
- [52] A.V. Taichenachev, A.M. Tumaikin, e V.I. Yudin. *Phys. Rev. A*, 61:011802, 1999.
- [53] C. Goren, A.D. Wilson-Gordon, M. Rosenbluh, e H Friedmann. *Phys. Rev. A*, 69:053818, 2004.
- [54] M. Weissbluth. *Atoms and Molecules*. Academic Press, 1978.

- [55] U. Fano. *Phys. Rev.*, 131:259, 1963.
- [56] C. Feuillade e P.R. Berman. *Phys. Rev. A*, 29:1236, 1983.
- [57] S. Mukamel. *Principles of Nonlinear Optical Spectroscopy*. Oxford University Press, 1995.
- [58] A. Lezama, S. Barreiro, A. Lipsich, e A.M.Akulshin. *Phys. Rev. A*, 61:013801, 1999.
- [59] P. Valente. *Estudios de Efecos Transitorios Asociados a Resonancias Coherentes*. Tesis de Doctorado en Física, Facultad de Ingeniería-Universidad de La República-Uruguai, 2004.
- [60] R.W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 1992.
- [61] P. Avan e C. Cohen-Tanoudji. *J. Phys. B*, 10:155, 1977.
- [62] T. Yabusaki, T. Mitsui, e U. Tanaka. *Phys. Rev. Lett.*, 67:243, 1991.
- [63] W.V. Davis, M. Kauranen, E. M. Nagasako, R.J. Gerh, A.L. Gaeta, e R.W. Boyd. *Phys. Rev. A*, 51:4152, 1995.
- [64] J.C. Camparo e J. G. Coffer. *Phys. Rev. A*, 59:728, 1999.
- [65] M. Martinelli, P. Valente, H. Failache, D. Felinto, L. S. Cruz, P. Nussenzveig, e A. Lezama. Noise spectroscopy of non-linear magneto optical resonances in rb vapor. *Phys. Rev. A*, 69:043809, 2004.
- [66] R. Walser e P.Zoller. *Phys. Rev. A*, 49:5067, 1994.
- [67] M. H. Anderson, R. D. Jones, J. Cooper, S. J. Smith, D. S. Elliott, H. Ritsch, e P. Zoller. *Phys. Rev. Lett.*, 64(12):1346–1349, 1990.

- [68] J. G. Aguirre Gómez. *Correlações e Ruído de Intensidade e de Fase em Transparência Induzida Eletromagneticamente: Experimentos e Teorias*. Tese de Doutorado, Instituto de Física–Universidade de São Paulo–Brasil, 2004.
- [69] C. W. Gardiner. *Handbook of Stochastic Methods*. Springer-Verlag, 1990.
- [70] C.H. Henry. *IEEE J. Quantum Electron*, 19:1932, 1982.
- [71] C.H. Henry. *IEEE J. Quantum Electron*, 18:259, 1982.
- [72] A.E. Siegman. *LASERS*. University Science Books, 1986.
- [73] Alain Aspect Gilbert Grynberg e Claude Fabre. *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*. Ellipses, 1997.
- [74] W. Demtroder. *Laser Spectroscopy - Basic concepts and Instrumentation*. Springer-Verlag, 1995.
- [75] C. Wieman e Leo Holberg. *Rev. Sci. Instrum.*, 62:1098, 1990.
- [76] T. Ikegami, S. SudoHans, e Y. Sakai. *Frequency stabilization of semiconductor laser diodes*. Artech House, 1995.
- [77] L. Ricci, M. Weidemuller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W Konig, e T.W. Hansch. *Opt. Commun*, 117:541, 1995.
- [78] K.B. MacAdam, A Steinbach, e C Wieman. *Am. J. Phys.*, 60:1098, 1992.
- [79] T.C. Zhang, J.P. Poizat, P. Grelu, J.F. Roch, P. Grangier, F. Martin, A. Bramati, V. Jost, M.D. Levenson, e E. Giacobino. *Quantum Semiclass. Opt.*, 7:601, 1995.
- [80] M. Osinski e J. Buus. *IEEE J. of Quantum Eletron*, QE-23:9, 1987.

- [81] P. Galatola, L.A. Lugiato, M.G. Porreca, P. Tombesi, e G. Leuchs. *Opt. Commun.*, 85:95, 1991.
- [82] A. Lambrecht. *Atomes froids et fluctuations quantiques*. PhD Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - França, 1995.
- [83] Hans-A. Bachor. *A Guide to Experiments in Quantum Optics*. Wiley-VCH, 1998.
- [84] W. Hanle. *Z. Phys.*, 30:93, 1924.
- [85] M. O. Scully e M. S. Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1997.
- [86] D.H. McIntyre, C.E. Fairchild, J. Cooper, e R. Walser. *Opt. Letters*, 18:1816, 1994.
- [87] M. Bahoura e A. Clairon. *Opt. Letters*, 26:926, 2001.
- [88] M. H. Anderson, R. D. Jones, J. Cooper, S. J. Smith, D. S. Elliott, H. Ritsch, e P. Zoller. *Phys. Rev. A*, 42(11):6690–6703, 1990.
- [89] D. Akamatsu, K. Akiba, e M. Kozuma. *Phys. Rev. Lett.*, 92:203602–1, 2004.
- [90] P. B. Blostein. *Correlações de campo na transparência induzida electromagneticamente*. Tese de Doutorado, Instituto de Física – Universidade Federal do Rio de Janeiro – Brasil, 2004.
- [91] D.A. Steck. Rubidium 87 d line data. <http://steck.us/alkalidata>, 2003.