

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

DECAIMENTO DE RESSONÂNCIAS GIGANTES
EM NÚCLEOS ESFÉRICOS E DEFORMADOS

INSTITUTO DE FÍSICA
Serviço de Biblioteca e Informação
Tombo: 3547

Max Roos

Tese apresentada no Instituto de Física
da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de
"Doutor em Ciências"

SÃO PAULO
2001

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Roos, Max de Oliveira

Decaimento de Ressonâncias Gigantes em Núcleos
Esféricos e Deformados. São Paulo, 2001.

Tese (Doutoramento) - Universidade de São Paulo
Instituto de Física – Departamento de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Hélio Dias

Área de Concentração: Física Nuclear

Unitermos: 1. Decaimento Estatístico; 2. Ressonâncias
Gigantes; 3. Núcleos Esféricos; 4. Núcleos Levemente
Deformados.

USP/IF/SBI-041/2001

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

DECAIMENTO DE RESSONÂNCIAS GIGANTES
EM NÚCLEOS ESFÉRICOS E DEFORMADOS

SBI-IFUSP



305M810T3547

Max Roos

Tese apresentada no Instituto de Física
da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de
"Doutor em Ciências"

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação

Tombo: 3547 ex. 1

ÁREA DE CONHECIMENTO: FÍSICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: FÍSICA NUCLEAR

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Hélio Dias (Orientador) - IFUSP

Prof. Dr. João Dias de Toledo Arruda - IFUSP

Prof. Dr. Maurício Porto Pato - IFUSP

Prof. Dr. Marcelo Chiapparini - UERJ

Prof. Dr. Sérgio José Barbosa Duarte - CBPF

SÃO PAULO - SP

2001

Prof. Armando Corbapi Parreira
Presidente da Comissão de Pós Graduação

Ao meu pai Arnaldo Roos
(in memoriam)

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Hélio Dias pela orientação nesta tese.

Aos professores, colegas e funcionários do Instituto de Física da Universidade de São Paulo que, de alguma forma, vieram a colaborar com a concretização deste trabalho.

Ao programa PICD/CAPES da Universidade Federal de Mato Grosso pelo suporte financeiro.

RESUMO

O decaimento de ressonâncias gigantes ($RG's$) em núcleos tipicamente esféricos, ^{40}Ca , ^{90}Zr e ^{208}Pb , são interpretados em termos de suas larguras de escape nos processos direto e de pré-equilíbrio. Os cálculos são embasados na Teoria Estatística de Múltiplas Etapas de Núcleo Composto, de Feshbach, Kerman e Koonin (FKK). É feito um estudo comparativo, analítico e numérico, entre as aproximações FKK e de Obložinský, no contexto de densidade de níveis, no cálculo das larguras de damping e de escape. No caso das larguras de damping (Γ^\downarrow) não há diferença apreciável entre as referidas formulações no intervalo de energia estudado. Por outro lado, para as larguras de escape (Γ^\uparrow) podemos ter diferenças apreciáveis dependendo do núcleo, do tipo de nucleon emitido e da própria energia de excitação. A largura total das $RG's$, $\Gamma (= \Gamma^\downarrow + \Gamma^\uparrow)$, para algumas $RG's$ nos núcleos mencionados acima, é comparada com dados experimentais e com outros cálculos teóricos, obtendo-se uma razoável concordância de resultados.

No que se refere a núcleos deformados, apresentamos uma proposta teórica para o cálculo da largura de escape do decaimento direto de $RG's$. Consideramos um núcleo constituído de um coroço levemente deformado com simetria axial acoplado a um par partícula-buraco. O sistema formado decai, emitindo um nucleon, através do processo direto.

ABSTRACT

The decay of Giant Resonances (*GR's*) in typically spherical nuclei, ^{40}Ca , ^{90}Zr e ^{208}Pb , are interpreted in terms of its escape widths in the direct and preequilibrium processes. The calculations are based in the Statistical Multi-Step Compound Theory of Feshbach, Kerman and Koonin (FKK). It is made a comparative study, analytical and numeric, between the FKK and of Obložinský approaches, in the level density context, for the calculations of the damping and escape widths. In the case of the damping widths (Γ^\downarrow) there is no appreciable difference among the mentioned formulations in the energy interval studied. On the other hand, for the escape widths (Γ^\uparrow) we can have significant differences depending on the nucleus, of the type of emitted nucleon and of the excitation energy. The total width, Γ ($= \Gamma^\downarrow + \Gamma^\uparrow$), for some *GR's* of the nuclei mentioned above, it is compared with experimental data and with other theoretical calculations, being obtained a reasonable agreement among the results.

For deformed nuclei, we presented a theoretical proposal for the calculation of the escape width in the direct decay of a given *GR*. We considered a nucleus constituted of a core softly deformed with axial symmetry coupled to a pair particle-hole. The formed system decay emitting a nucleon through direct process.

Índice

| | |
|---|------|
| Lista de Tabelas | viii |
| Lista de Figuras | ix |
| Introdução | 1 |
| 1 Fundamentação Teórica | 4 |
| 1.1 Teoria Estatística de Reações de Múlti-Estágios | 4 |
| 1.2 A Hipótese do Encadeamento | 6 |
| 2 Ressonâncias Gigantes em Núcleos Esféricos | 9 |
| 2.1 Estruturas de Energia e de Momento Angular | 11 |
| 2.1.1 As funções Y | 11 |
| 2.1.2 As funções X | 16 |
| 2.2 Apresentação do problema | 18 |
| 2.3 A escolha do espaço de configuração | 19 |
| 2.4 Larguras de damping nas aproximações de FKK e de Obložinský | 21 |
| 2.5 Processo de pré-equilíbrio no decaimento de RG's | 23 |
| 2.5.1 Resultados e discussões | 26 |
| 2.6 Processo direto no decaimento de RG's | 33 |
| 2.6.1 Resultados e discussões | 35 |
| 3 Ressonâncias Gigantes em Núcleos Deformados | 39 |
| 3.1 A descrição de núcleos deformados | 40 |

| | | |
|-----------------------------------|---|-----------|
| 3.2 | O potencial deformado de partícula única | 44 |
| 3.2.1 | O potencial deformado de Woods-Saxon | 46 |
| 3.2.2 | Base de oscilador harmônico deformado | 50 |
| 3.2.3 | Elementos de matriz do Hamiltoniano deformado | 52 |
| 3.2.4 | Densidade de níveis de partícula única | 53 |
| 3.2.5 | Distribuições de Spin | 54 |
| 3.3 | Funções de onda para estados de núcleos deformados | 59 |
| 3.4 | Larguras de escape para núcleos deformados | 61 |
| Considerações Finais | | 67 |
| Apêndices | | 69 |
| A | Espectros de Partícula Única para os núcleos ^{40}Ca , ^{90}Zr e ^{208}Pb | 69 |
| B | Parâmetros dos potenciais | 72 |
| C | Reacoplamento de momentos angulares | 73 |
| Referências Bibliográficas | | 78 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Comparação entre as funções Y' s de FKK e de Oblozinký no processo de escape de pré-equilíbrio | 26 |
| 2.2 | Larguras de escape em RG's. | 36 |
| A.1 | Espectro de partícula única para o ^{40}Ca | 69 |
| A.2 | Espectro de partícula única para o ^{90}Zr | 70 |
| A.3 | Espectro de partícula única para o ^{208}Pb | 71 |
| B.1 | Parametrização do potencial de Woods-Saxon esférico | 72 |

Listas de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Partição do espaço de Hilbert (Hipótese do Encadeamento) | 6 |
| 2.1 | Funções Y^ν com $\nu = n, n+1$ ou $n-1$ indicando que o processo ocorre sem mudança no número de éxcitons, com a criação ou aniquilação de um par partícula-buraco. | 12 |
| 2.2 | Funções X^ν com $\nu = n, n+1$ ou $n-1$ indicando que o processo ocorre sem mudança no número de éxcitons, com a criação ou aniquilação de um par partícula-buraco. | 16 |
| 2.3 | Esquema do decaimento de escape de uma GR | 19 |
| 2.4 | Representação dos estados de partícula-única e de buraco-único envolvidos nos cálculos das larguras de damping e de escape. | 20 |
| 2.5 | Larguras de damping ($1p - 1h \rightarrow 2p - 2h$) para as ressonâncias gigantes E0, E1 e E2 no ^{40}Ca , calculadas (a) na aproximação FKK e (b) na aproximação de Obložinský | 22 |
| 2.6 | Larguras de damping ($1p - 1h \rightarrow 2p - 2h$) para as ressonâncias gigantes E0, E1 e E2 no ^{90}Zr , calculadas (a) na aproximação FKK e (b) na aproximação de Obložinský | 23 |
| 2.7 | Larguras de damping ($1p - 1h \rightarrow 2p - 2h$) para as ressonâncias gigantes E0, E1 e E2 no ^{208}Pb , calculadas (a) na aproximação FKK e (b) na aproximação de Obložinský | 24 |
| 2.8 | Larguras de escape no processo de pré-equilíbrio para o ^{40}Ca | 27 |
| 2.9 | Larguras de escape no processo de pré-equilíbrio para o ^{90}Zr | 28 |
| 2.10 | Larguras de escape no processo de pré-equilíbrio para o ^{208}Pb | 29 |
| 2.11 | Parâmetro a como função do número de massa A [22]. A reta que aparece no gráfico corresponde a $a = \frac{A}{8}$ | 30 |
| 2.12 | Esquema de acoplamento de momento angular correspondendo ao decaimento através do processo direto em RG's. | 33 |

Introdução

As ressonâncias gigantes (RG's) são estados nucleares altamente coletivos localizados no intervalo de 10 a 30 MeV do espectro de excitação nuclear, sendo que a sua energia de excitação varia monotonamente com o número de massa (A) de cada núcleo, aproximadamente com $A^{-\frac{1}{3}}$.

A primeira RG observada experimentalmente foi a de dipolo, em experiências de fotoabsorção em núcleos pesados [1]. Posteriormente, com o desenvolvimento das técnicas experimentais, outras multipolaridades (monopolô, quadrupolo, octupolo) foram observadas [2] [3] [4] [5].

Um objeto de estudos teóricos da excitação e decaimento das RG's, alvo de grande interesse nas últimas décadas, é com respeito a maneira pela qual esses estados altamente coletivos se fragmentam. Um dos parâmetros eleitos para estes estudos é a largura da ressonância (Γ).

Macroscópicamente, as RG's podem ser descritas através do modelo da gota líquida [6], [7], onde os nucleons são considerados como dois tipos de fluídos incompressíveis (prótons e nêutrons), que se movimentam no interior nuclear. Microscópicamente, elas podem ser vistas como superposições coerentes de excitações do tipo partícula-buraco.

Particularmente, como as RG's situam-se acima do limiar de emissão de partículas, cálculos microscópicos da largura de decaimento devem levar em conta, além do espectro discreto, estados ressonantes metaestáveis situados na parte contínua do espectro de partícula única. Isto nos permite escrever a Largura Total, Γ , da RG como a soma de duas componentes: a Largura de Escape, Γ^\dagger , devido ao acoplamento das excitações partícula-buraco ao contínuo, e a Largura de Damping (amortecimento), Γ^\ddagger , que se identifica com o grau de fragmentação da intensidade da ressonância devido ao acoplamento de configurações nucleares intrínsecas mais complexas.

O grande número de configurações partícula-buraco que contribuem para definir o estado de uma dada RG, dificulta enormemente o cálculo e a interpretação dessas ressonâncias. A Teoria Estatística de Múltiplas Etapas de Núcleo Composto de Feshbach, Kerman e Koonin [8], com a incorporação de efeitos coletivos [9] [10] [11] [12], tem-se mostrado convenientemente simples para o tratamento teórico das RG's em núcleos esféricos.

Por outro lado, como a região energética das RG's é relativamente alta, o movimento intrínseco dos nucleons pode polarizar o caroço, no sentido de movimento em um campo médio de Woods-Saxon, e assim deformar o núcleo e também o próprio campo médio. Surge então a necessidade de modelar o tratamento que deve ser dado a núcleos que possuam desvios da simetria esférica. Uma proposta para inclusão destes efeitos é apresentada por Kerman e Piza [13], onde eles obtiveram amplitudes de escape em ressonâncias análogas isobáricas de estados rotacionais em núcleos deformados a partir do produto de amplitudes de escape intrínsecas por um coeficiente dado pela combinação linear de coeficientes de Clebsch-Gordan.

A motivação para este trabalho vem da aplicação dos modelos expostos acima no estudo da estrutura de ressonâncias gigantes em núcleos esféricos e deformados. Obviamente, como tais aproximações são feitas a luz da teoria de reações, o formalismo a ser utilizado deve ser modificado em ordem a atender as especificações do problema de estrutura nuclear.

Apresentamos, no Capítulo 1, a fundamentação teórica básica necessária para o desenvolvimento do cálculo do decaimento de $RG's$ em processos de múltiplos estágios de núcleo composto.

As larguras de decaimento em ressonâncias gigantes para núcleos esféricos são estudadas no Capítulo 2. Apresentamos uma comparação entre os formalismos de Feshbach, Kerman e Koonin e de Obložinský para o cálculo das larguras de damping, no que se refere a maneira pela qual é utilizada o cálculo da densidade de níveis. No caso das larguras de escape, são feitos cálculos analíticos e numéricos comparando as duas aproximações citadas. Nas secções 2.5.1 e 2.6.1, apresentamos e analisamos os resultados obtidos nos casos de decaimento de pré-equilíbrio e direto, respectivamente, sendo encontrado uma razoável concordância com dados experimentais e com outras previsões teóricas encontradas na literatura.

No Capítulo 3, fazemos uma descrição do formalismo necessário para o estudo de núcleos deformados. Apresentamos, então, uma proposta teórica para o cálculo da largura de escape de $RG's$ no processo direto em núcleos deformados (secção 3.4).

Finalmente, em Considerações Finais, apresentamos um sumário suscinto dos principais ítems estudados e de possíveis aperfeiçoamentos para melhorar a teoria desenvolvida.

Capítulo 1

Fundamentação Teórica

1.1 Teoria Estatística de Reações de Múlti-Estágios

A teoria estatística de reações, de Feshbach, Kerman e Koonin [8] [9], distingue as reações em dois tipos: estatísticas compostas de multi-estágios, nas quais o núcleo alvo é excitado até formar um estado metaestável e então decai, e estatísticas diretas de multi-estágios, nas quais o sistema decai sem a formação de estados intermediários. A secção de choque total é, então, a soma destas duas contribuições, com a parte composta de multi-estágios dominando próximo à região de evaporação (partículas emitidas com pouca energia e estados excitados na vizinhança da região de alta energia do espectro) e a parte direta de multi-estágios dominando próximo à região direta (partículas emitidas com altas energias e estados excitados na vizinhança da região de baixa energia do espectro).

A interpretação da teoria é feita com base no modelo de éxcitons [14] [15] [16], no qual o sistema, núcleo alvo mais partícula incidente, é descrito em termos do modelo de camadas de partícula única. Estados excitados são caracterizados pelo número de éxcitons, ou seja, pela soma de partículas e buracos.

Neste contexto, considera-se que a reação ocorre numa seqüência de estágios, onde cada estágio envolve uma classe de excitações com uma certa complexidade. O incremento da complexidade é caracterizado pelo aumento do número de excitons. As excitações do n -ésimo estágio são mais complexas que as do $(n - 1)$ -ésimo estágio e menos complexas que as do $(n + 1)$ -ésimo estágio.

Tanto os processos diretos como os de núcleo composto envolvem estágios de complexidade crescente. Em cada estágio pertencente ao processo direto, pelo menos uma partícula estará no contínuo. No caso do processo de núcleo composto, todas as partículas estarão ligadas em um dado potencial.

Duas suposições fundamentais são feitas na teoria FKK. A primeira, a hipótese do encadeamento (*chaining hypothesis*), é que a interação residual só pode induzir transições do n -ésimo estágio para os $(n \pm 1)$ -ésimos estágios. A segunda, uma hipótese estatística, assume que as fases relativas de certos elementos de matriz são aleatórias. No processo composto de multi-estágios, elementos de matriz envolvendo diferentes momentos angulares totais, paridades e outros números quânticos necessários para identificar um canal específico assume-se ter fases relativas aleatórias, tal que nenhum termo de interferência sobrevive ao processo de média estatística. No processo direto de multi-estágios, os únicos elementos de matriz que irão interferir construtivamente sobre o processo de média são aqueles envolvendo a mesma mudança em momento da partícula no contínuo. A "memória" da direção inicial é, portanto, preservada e resulta em uma anisotropia na distribuição angular.

1.2 A Hipótese do Encadeamento

Como na teoria FKK original, também assumimos a hipótese do encadeamento, isto é, que uma partição encadeada do espaço de Hilbert, em espaços \mathcal{P} e \mathcal{Q} , existe (Figura 1.1).

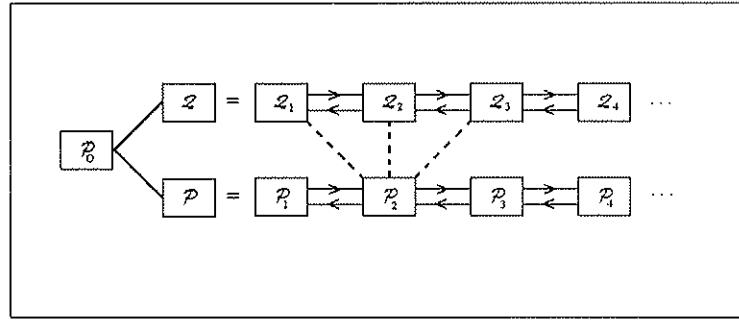


Figura 1.1: Partição do espaço de Hilbert (Hipótese do Encadeamento)

Uma partição encadeada a \mathcal{Q} consiste de um conjunto de sub-espacos \mathcal{Q}_n com operadores de projeção Q_n tais que:

$$\sum_n \mathcal{Q}_n = \mathcal{Q} ; \quad \sum_n Q_n = Q ; \quad Q_n Q_m = \delta_{nm} \quad (1.1)$$

e

$$h_{nm} = Q_n h_{QQ} Q_m = 0 \quad \text{se } |n - m| \geq 2. \quad (1.2)$$

As equações (1.1) definem a partição, enquanto que a equação (1.2) é a condição de encadeamento. Esta última implica em um sub-espaco ordenado com respeito ao aumento de complexidade, tal que, um dado espaço \mathcal{Q}_n estará conectado , pelo operador h_{QQ} , apenas aos seus vizinhos na cadeia, sendo um deles mais complexo que \mathcal{Q}_n e outro menos.

Neste ponto, é ilustrativo exemplificar a construção do encadeamento em uma situ-

ação em que temos um núcleo excitado na RG por exemplo por uma radiação gama. Suponhamos que v é um operador de dois corpos

$$v = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\alpha'\beta'} v(\beta'\alpha'; \alpha\beta) a_{\beta'}^\dagger a_{\alpha'}^\dagger a_\beta a_\alpha, \quad (1.3)$$

onde a^\dagger e a são os operadores de criação e aniquilamento da interação residual da hamiltoniana nuclear do modelo de camadas de partícula única. O espaço \mathcal{P}_0 é formado por estados onde o núcleo está no estado fundamental, embora qualquer \mathcal{P}_n sirva como canal de entrada.

Uma vez que as RG's podem ser vistas como superposições coerentes de excitações do tipo partícula-buraco, um estado que descreve o núcleo excitado até a RG pode ser escrito como:

$$\psi_1 = a_{\gamma'}^\dagger a_\gamma \psi_o \quad (1.4)$$

onde ψ_o é o estado fundamental do núcleo satisfazendo:

$$(T + v) \psi_o = 0 \quad (1.5)$$

sendo T o operador de energia cinética.

Quando v atua sobre ψ_1 , ele gera uma combinação linear de estados $\mathcal{P}_o, \mathcal{P}_1$ e \mathcal{Q}_1 :

$$v\psi_1 = [v, a_{\gamma'}^\dagger a_\gamma] \psi_o - a_{\gamma'}^\dagger a_\gamma T \psi_o \quad (1.6)$$

Os estados \mathcal{P}_1 e \mathcal{Q}_1 são do tipo $2p - 2h$. Esses aparecem no primeiro termo $[v, a_{\gamma'}^\dagger a_\gamma]$ e são combinações lineares do tipo

$$v(\beta'\alpha'; \beta\gamma) a_{\beta'}^\dagger a_{\alpha'}^\dagger a_\beta a_\gamma \psi_o. \quad (1.7)$$

O segundo termo é também composto de combinações lineares de $2p - 2h$. A restrição para \mathcal{Q}_1 está na imposição de que todos os estados de partícula na equação (1.7) sejam ligados em um potencial definido. O espaço \mathcal{Q}_1 é referido como espaço de "doorway" e os estados definidos pela equação (1.7) são chamados de estados de "doorway". O próximo espaço mais complexo, \mathcal{Q}_2 , é obtido fazendo v atuar nos estados (1.7), gerando estados $3p - 3h$ que definem \mathcal{Q}_2 . Continuando o processo, o espaço \mathcal{Q} torna-se um conjunto ordenado de \mathcal{Q}_n sub-espacos com n partículas ligadas e n buracos.

Analogamente o canal aberto \mathcal{P} também pode ser particionado da mesma maneira. O espaço \mathcal{P}_1 contém estados $2p - 2h$, definidos na equação (1.7), para os quais, pelo menos um dos estados β' ou α' estão no contínuo. \mathcal{P}_n contém pelo menos uma partícula no contínuo juntamente com $(n - 1)$ partículas e n buracos representando o resto do sistema. O espaço \mathcal{P} também satisfaz a hipótese do encadeamento, a saber:

$$P_n v P_m = 0 \quad \text{se} \quad |n - m| \geq 2. \quad (1.8)$$

Capítulo 2

Ressonâncias Gigantes em Núcleos Esféricos

A Teoria Estatística de Múltiplas Etapas de Núcleo Composto (MSC) [8] fornece uma maneira de calcularmos as larguras Damping e de Escape de Ressonâncias Gigantes (RG). Segundo esta teoria a largura total (Γ_{nJ}) de uma RG com momento angular J , a uma dada energia de excitação E e em uma configuração próxima ao n -ésimo estágio da cadeia, pode ser dada por:

$$\langle \Gamma_{nJ} \rangle = \langle \Gamma_{nJ}^\downarrow \rangle + \sum_{\nu=n-1}^{n+1} \sum_{js} \int_0^{E-B} \langle \Gamma_{nJ}^{js\nu}(U) \rho_{s\nu}(U) \rangle dU \quad (2.1)$$

onde $\langle \Gamma_{nJ}^\downarrow \rangle$ é a largura de damping e o termo remanescente a direita da igualdade é a largura de escape, com $\nu = n - 1$, $\nu = n$ e $\nu = n + 1$ correspondendo a emissão de um núcleon com a simultânea criação de um par partícula-buraco, a nenhuma mudança no número de excitons e a aniquilação de um par partícula-buraco, respectivamente. Nesta expressão, ρ é a densidade de níveis de partícula única, U é a energia do núcleo residual e B a energia de ligação do núcleon emitido. Note-se que o n -ésimo estágio está relacionado com o número de excitons, $N = p + h$, por $N = 2n$ ou $N = 2n + 1$, com $N = p + h + 1$, de acordo se o núcleo está sendo descrito por um número par ou ímpar de excitons,

respectivamente.

A densidade de níveis, ρ , com spin J e energia E , construída através do modelo de excitons onde adota-se um igual espaçamento, g , entre os estados, para as configurações de p partículas- h buracos é expressa por:

$$\rho_{ph}(E, J) = \frac{g(gE)^{N-1}}{p!h!(N-1)!} R_N(J) \quad (2.2)$$

onde

$$R_N(J) = \frac{(2J+1)}{\pi^{\frac{1}{2}} N^{\frac{3}{2}} \sigma^3} e^{-(J+1/2)^2/N\sigma^2} \quad (2.3)$$

é a distribuição de spins dos níveis de partícula única. O parâmetro de cut-off de spin de partícula única (σ) e o espaçamento entre os níveis (g) são dados por [8]:

$$g \sim \frac{3A}{4\pi^2}, \quad \sigma = \left[\frac{\sqrt{12}}{45\pi} \frac{A^{5/3}}{g} \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

Além das considerações feita acima, em ordem para descrever o comportamento microscópico do mecanismo de equilíbrio, o modelo adota que a interação entre os excitons é uma força do tipo δ expressa por:

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_0 \left(\frac{4}{3} \pi r_0^3 \right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (2.5)$$

onde V_0 é um parâmetro de intensidade e $r_0 = 1,20 \text{ fm}$ é a constante de raio nuclear.

Para o cálculo das larguras assume-se ainda a fatorização na dependência em energia e momento angular da densidade de estados. Para o escape todas as larguras envolvidas no processo de emissão de núcleons irão assumir a forma:

$$\langle \Gamma_{nJ}^{js\nu}(U) \rho_{s\nu}(U) \rangle = X_{nJ}^{js\nu}(U) Y_n^\nu(U) \quad (2.6)$$

e para as larguras de damping a forma:

$$\langle \Gamma_{nJ}^{\downarrow} \rangle = X_{nJ}^{\downarrow} Y_n^{\downarrow}(E) \quad (2.7)$$

As funções Y contém toda a dependência em energia originária da densidade final de níveis, enquanto as funções X contém a estrutura de momento angular inclusa na força- δ e a distribuição de spins dos níveis de partícula única. No caso da largura de escape a função X também carrega uma dependência em energia devida a largura depender do estado do núcleo residual caracterizado pela energia U e spin s .

2.1 Estruturas de Energia e de Momento Angular

2.1.1 As funções Y

As funções Y , que contém a dependência em energia na fatorização das larguras, podem ser representadas, para cada estágio n , pelos diagramas esquemáticos mostrados na Figura ??.

Nestes diagramas, as linhas duplas denotam o núcleon levando ao sistema composto, setas subindo (descendo) representam partículas (buracos), as linhas tracejadas representam a interação residual e as três linhas verticais representam os éxitos que não participam da interação.

As funções Y representadas por estes diagramas podem ser calculadas utilizando-se as expressões da teoria FKK original [8] ou da formulação proposta por Obložinský [18] [19]. Ambas teorias consideram um espaçamento equidistante ($\frac{1}{g}$) entre os estados de partícula única e a energia de excitação E esta distribuida entre p partículas e h

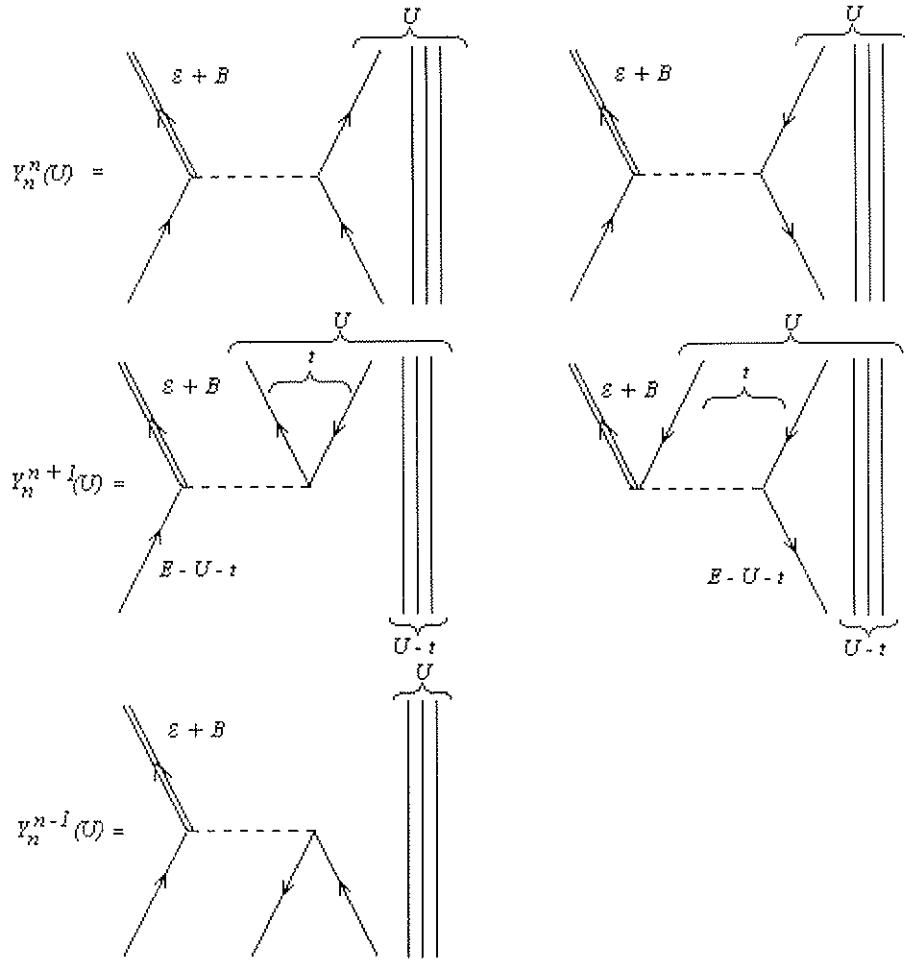


Figura 2.1: Funções Y^ν com $\nu = n, n + 1$ ou $n - 1$ indicando que o processo ocorre sem mudança no número de excitons, com a criação ou aniquilação de um par partícula-buraco.

buracos. Basicamente as diferenças entre as referidas teorias aparecem na formulação de

Obložinský, a saber:

- (i) considera-se um poço de potencial com profundidade finita,
- (ii) dois vínculos de energia são impostos: excitações de partícula única não podem exceder a energia de ligação de núcleon B , e que a energia de buraco único não deve exceder a energia de Fermi F ,
- (iii) no cálculo das densidades de partícula-buraco são incluídos os efeitos de *blocking*

de Pauli, e

(iv) a derivação das expressões é feita utilizando o metodo de Darwin e Fowler [17], o qual emprega funções geradoras complexas.

As expressões para escape das funções Y , segundo FKK, são:

$$Y_n^n(U) = gp \left(\frac{p-1}{2} + h \right) (N-1) \xi^{N-2} \left(1 - \frac{N-2}{N-1} \xi \right) \quad (2.8)$$

$$Y_n^{n-1}(U) = \frac{hp(p-1)}{4E} \left[\frac{(N-1)!}{(N-4)!} \right] \xi^{N-4} (1-\xi)^2 \quad (2.9)$$

$$Y_n^{n+1}(U) = g(gE) \xi^N \quad (2.10)$$

onde $\xi = U/E$. A expressão para damping é:

$$Y_n^1(E) = g \frac{(gE)^2}{2(n+1)} \quad (2.11)$$

e, sua representação esquemática é a mesma do segundo tipo de diagrama ($Y_n^{n+1}(U)$) exceto que a dupla seta deve ser trocada por uma seta simples, pois neste caso o núcleon representado por ela permanece ligado.

Segundo Obložinský, mantendo-se a notação acima, as funções Y para escape são dadas por:

$$\begin{aligned}
Y_n^n(U) &= \frac{1}{2} \frac{g^3}{\omega(p, h, E)} \frac{\Theta(U - E + 2B)}{N - 2} \left\{ (U - E + 2B) \omega(p - 2, h, U^{N-2}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\omega(p - 2, h, (E - 2B)^{N-1}) - \omega(p - 2, h, U^{N-1})}{N - 1} \right. \\
&\quad \left. + B \frac{\omega(p - 1, h - 1, U^{N-2})}{N - 2} \right\} \tag{2.12}
\end{aligned}$$

$$Y_n^{n+1}(U) = \frac{\omega(p - 2, h - 1, U)}{\omega(p, h, E)} \omega(2, 1, E - U) \tag{2.13}$$

$$Y_n^{n+1}(U) = \frac{1}{2} \frac{g^3}{\omega(p, h, E)} \frac{\omega(p, h - 1, U^N)}{N(N - 1)} \tag{2.14}$$

e para damping:

$$Y_n^\downarrow(E) = {}_a Y_n^\downarrow + {}_b Y_n^\downarrow \tag{2.15}$$

com:

$$\begin{aligned}
{}_a Y_n^\downarrow &= \frac{1}{2} \frac{g^4}{\omega(p, h, E)} \\
&\times \left[\frac{\omega(p - 1, h, E^{N+1}) - \omega(p - 1, h, (E - B)^{N+1})}{(N - 1) N (N + 1)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{B \omega(p - 1, h, (E - B)^N)}{(N - 1)} - \frac{B^2 \omega(p - 1, h, (E - B)^{N-1})}{2(N - 1)} \right] \tag{2.16}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 {}_b Y_n^\downarrow &= \frac{1}{2} \frac{g^4}{\omega(p, h, E)} \\
 &\times \left[\frac{\omega(p, h - 1, E^{N+1}) - \omega(p, h - 1, (E - B)^{N+1})}{(N - 1) N (N + 1)} \right. \\
 &+ \frac{B \omega(p, h - 1, (E - F)^N)}{N} \\
 &\left. + \frac{\omega(p, h - 1, E^2 (E - F)^{N-1}) - \omega(p, h - 1, (E - B)^2 (E - F)^{N-1})}{2 (N - 1)} \right] \tag{2.17}
 \end{aligned}$$

Nestas expressões, a densidade de partícula-buraco $\omega(p, h, E)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
 \omega(p, h, E) &= \frac{g^N}{p! h! (N-1)!} \sum_{i=0}^p \sum_{k=0}^h (-1)^{i+k} \binom{p}{i} \binom{h}{k} \Theta(E - \alpha_{ph} - iB - kF) \\
 &\quad \times (E - A_{ph} - iB - kF)^{N-1} \tag{2.18}
 \end{aligned}$$

onde B é a energia de ligação e F a energia de Fermi,

$$\alpha_{ph} = \frac{1}{2} \left(\frac{p^2 + p}{g} + \frac{h^2 - h}{g} \right) \tag{2.19}$$

$$A_{ph} = \frac{1}{2} \left(\frac{p^2 + p}{g} + \frac{h^2 - 3h}{g} \right) \tag{2.20}$$

e, para as demais densidades, usamos a notação compacta:

$$\omega(p, h, U^{N+\nu}) = \begin{cases} \frac{g^{p+h}}{p! h! (N-1)!} \sum_{i=0}^p \sum_{k=0}^h (-1)^{i+k} \binom{p}{i} \binom{h}{k} \\ \times \Theta(U - iB - kF) (U - iB - kF)^{N+\nu} & \text{para } U > 0 \\ 0 & \text{para } U \leq 0 \end{cases} \tag{2.21}$$

2.1.2 As funções X

As funções X , contendo o acoplamento de momento angular esta representada na Figura 2.2.

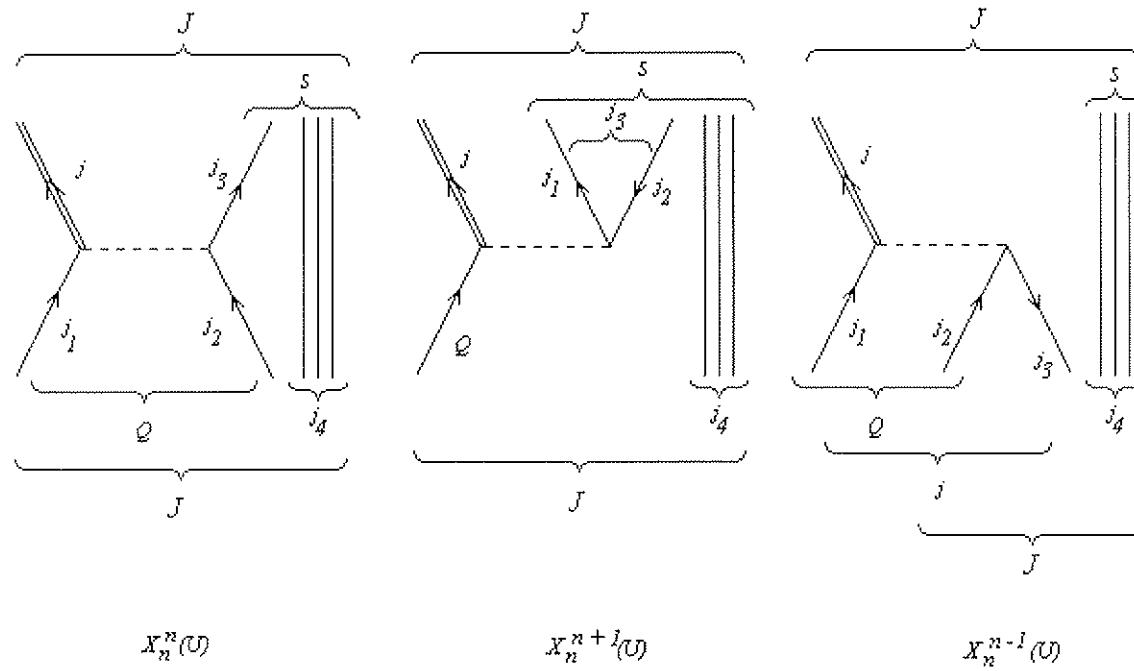


Figura 2.2: Funções X^ν com $\nu = n, n + 1$ ou $n - 1$ indicando que o processo ocorre sem mudança no número de excitons, com a criação ou aniquilação de um par partícula-buraco, respectivamente.

As expressões para escape para cada uma destas funções, incluindo a dependência em spin dos excitons que estão interagindo, são [8, 9]:

$$\begin{aligned}
X_{nJ}^{jsn}(U) &= 2\pi \frac{(2j+1)(2s+1)}{R_N(J)} \sum_{Qj_3j_4} (2Q+1) F(Q) (2j_3+1) R_1(j_3) R_{N-2}(j_4) \\
&\times \left(\begin{array}{ccc} j & j_3 & Q \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2 \left\{ \begin{array}{ccc} j & j_3 & Q \\ j_4 & J & s \end{array} \right\}^2 I^2(j_1, j_2, j_3, J) \Delta(QJj_4)
\end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned}
X_{nJ}^{js(n+1)}(U) &= 2\pi \frac{(2j+1)(2s+1)}{R_N(J)} \sum_{Qj_3j_4} (2Q+1) F(j_3) (2j_3+1) R_1(Q) R_{N-1}(j_4) \\
&\times \left(\begin{array}{ccc} j & Q & j_3 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2 \left\{ \begin{array}{ccc} j & j_3 & Q \\ j_4 & J & s \end{array} \right\}^2 I^2(j_1, j_2, j_3, J) \Delta(QJj_4)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned}
X_{nJ}^{js(n-1)}(U) &= 2\pi \frac{R_{N-3}(s)}{R_N(J)} \sum_{Qj_3j_4} (2Q+1) F(Q) (2j_3+1) R_1(j_3) \\
&\times \left(\begin{array}{ccc} j & j_3 & Q \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2 I^2(j_1, j_2, j_3, j) \Delta(jsJ)
\end{aligned} \tag{2.24}$$

onde a densidade de momento angular de pares é:

$$F(Q) = \sum_{j_1j_2} (2j_1+1) R_1(j_1) (2j_2+1) R_1(j_2) \left(\begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & Q \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2, \tag{2.25}$$

as funções $R_N(J)$ são dadas pela equação (2.3) e a função delta triangular, $\Delta(j_a j_b j_c)$, encerra a conservação do momento angular ($|j_a - j_b| \leq j_c \leq |j_a + j_b|$).

Para damping temos:

$$\begin{aligned}
X_{nJ}^\downarrow &= 2\pi \frac{1}{R_N(J)} \sum_{Qj_3j_4} R_1(Q) R_{N-1}(j_4) (2j_3+1) F(j_3) (2j+1) R_1(j) \\
&\times \left(\begin{array}{ccc} j & j_3 & Q \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2 I^2(j_1, j_2, Q, j) \Delta(j_4 Q J)
\end{aligned} \tag{2.26}$$

com $F(j_3)$ definida pela equação (2.25).

As integrais, I , que aparecem nas equações acima são definidas por:

$$I(j_1, j_2, Q, j) = \left(\frac{4}{3} \pi r_o^3 \right) V_o \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty R_{j_1}(r) R_{j_2}(r) R_Q(r) R_j(r) \frac{dr}{r^2} \quad (2.27)$$

onde as funções $R_j(r)$ são as partes radiais das funções de onda de oscilador harmônico para estados ligados [20], dadas por:

$$\begin{aligned} R_j(r) &= R_{nl}(r) \\ &= \frac{1}{(2l+1)!!} \left\{ \frac{2^{l-n+3} (2n+2l-1)!!}{b^3 \pi^{1/2} (n-1)!!} \right\}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r}{b} \right)^l e^{-r^2/2b^2} {}_1F_1 \left(1-n, l + \frac{3}{2}; \frac{r^2}{b^2} \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde a série confluente hipergeométrica é dada por:

$${}_1F_1 \left(1-n, l + \frac{3}{2}; \frac{r^2}{b^2} \right) = \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{(n-1)! 2^k}{(n-k-1)! k!} \frac{(2l+1)!!}{(2l+2k+1)!!} \left(\frac{r}{b} \right)^{2k} \quad (2.29)$$

e o fatorial duplo é definido por:

$$n!! = n(n-2)(n-4)\dots(2 \text{ ou } 1). \quad (2.30)$$

2.2 Apresentação do problema

O problema que se propõe resolver é de como um sistema (núcleo) a uma dada energia E com uma configuração de $1p - 1h$ decai no primeiro estágio da cadeia de decaimento. Os elementos de matriz médios quadráticos necessários para calcular as larguras médias de damping e de escape são calculados usando uma interação residual de dois corpos de alcance nulo.

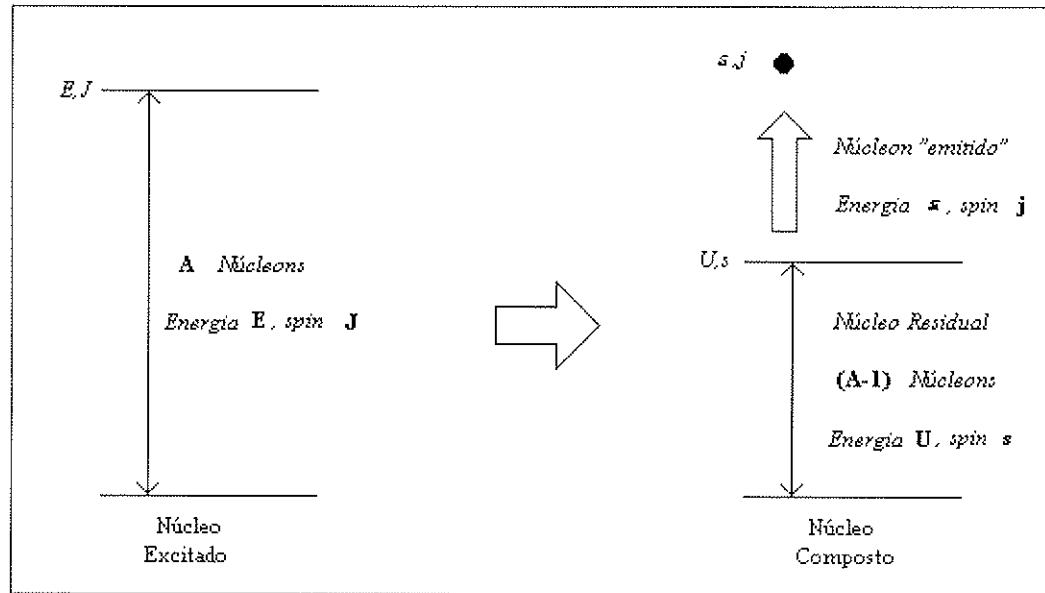


Figura 2.3: Esquema do decaimento de escape de uma GR

Esquemáticamente este decaimento está representado na Figura 2.3.

Para o processo de escape ocorrer nesta situação é fácil ver que os únicos diagramas de acoplamento de momento angular que podem sobreviver a nossa condição inicial são aqueles correspondentes a criação de um novo par partícula-buraco ou então com a manutenção do número de excitons. Em outras palavras, como nossa configuração inicial é do tipo $1p - 1h$, o decaimento pode ocorrer em um processo de pré-equilíbrio ($1p - 1h \rightarrow 2p - 2h$) ou em um processo direto ($1p - 1h \rightarrow 1p - 1h$), em ambos, com uma partícula no contínuo.

2.3 A escolha do espaço de configuração

A configuração do espaço de partícula única deve ser definida para que possamos simular, de alguma maneira, a parte contínua do espectro, em cujos estados é que o núcleon emitido estará.

Os estados de partícula única escolhidos foram os gerados por um potencial esférico de Woods-Saxon em uma base de Oscilador Harmônico. Os estados de partícula (de buraco) ligados são calculados em ordem a reproduzir os estados de partícula (de buraco) experimentais. A partir daí calcula-se os estados de partícula no contínuo mantendo-se a melhor parametrização encontrada para o dito potencial. O espectro assim descrito está representado na Figura 2.4.

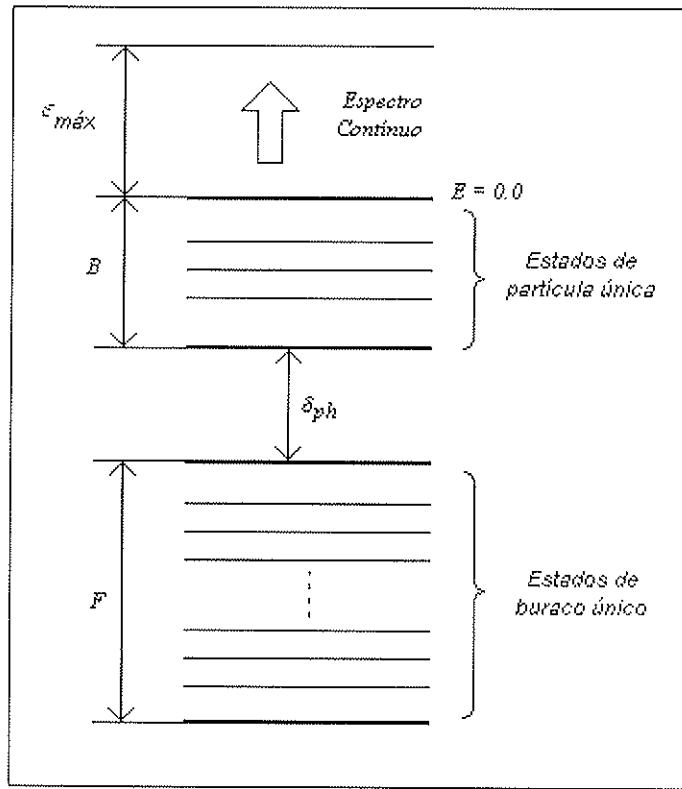


Figura 2.4: Representação dos estados de partícula-única e de buraco-único envolvidos nos cálculos das larguras de damping e de escape.

É necessário, também, calcular a energia de corte ($\epsilon_{máx}$) do espectro discretizado de partícula única no contínuo, definida por:

$$\epsilon_{máx} = E - B - \frac{1}{2}\delta_{ph} \quad (2.31)$$

onde E é a energia do estado excitado (energia disponível no sistema), B é a energia de separação do núcleon emitido e δ_{ph} é a diferença de energia de Fermi (F) e primeiro estado de partícula única, correspondendo a mínima energia (subestimada) necessária para a criação de um par partícula-buraco. $\epsilon_{máx}$ é, portanto, a energia máxima que o núcleon emitido pode ter.

2.4 Larguras de damping nas aproximações de FKK e de Obložinský

Uma comparação numérica entre as larguras de damping utilizando os formalismos de FKK e de Obložinský é apresentada por Ceneviva e outros [21], que mostram que não há diferença apreciável entre as duas aproximações (figuras 2.5, 2.6 e 2.7). A diferença nestas formas de cálculo é basicamente devida aos fatores dependentes da energia e das densidades de níveis, as funções Y^\dagger , uma vez que os fatores que carregam a parte geométrica (de momento angular), as funções X^\dagger , não mudam entre os formalismos estudados.

Nosso intuito nesta secção é mostrar analiticamente que na região das RG's (entre 10 e 20 MeV) estes dois formalismos fornecem aproximadamente os mesmos resultados no cálculo da largura de damping, ou seja, queremos mostrar que:

$$\frac{Y_{Obložinský}^\dagger}{Y_{FKK}^\dagger} \approx 1 \quad (2.32)$$

Nas equações de Obložinský para damping (2.15), (2.16) e (2.17), considerando que:

-em todos os casos estudados $F > E$ e assim todos os termos, onde aparece a $(E - F)$, irão se anular devido ao argumento da função de Heaviside na equação (2.21) ser negativo, como consequência disto k sempre será nulo aí.

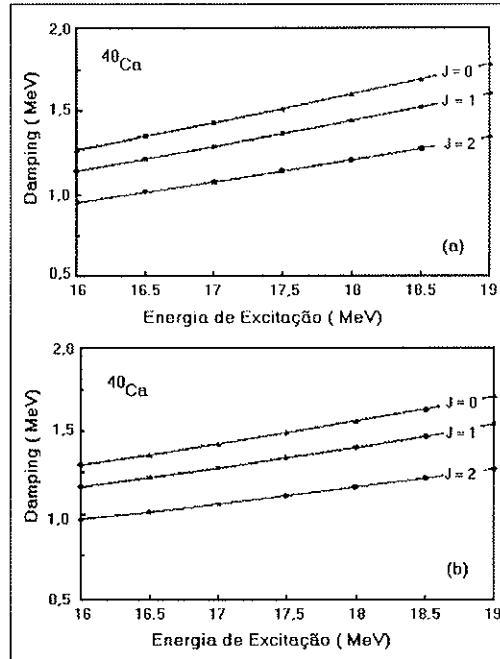


Figura 2.5: Larguras de damping ($1p - 1h \rightarrow 2p - 2h$) para as ressonâncias gigantes E0, E1 e E2 no ^{40}Ca , calculadas (a) na aproximação FKK e (b) na aproximação de Obložinský

-em geral $B < E < 2B$ e portando isto limita o número de partículas, nas equações (2.21) e (2.18), em 1(uma)($p_{máx} = 1$).

Então, substituindo $h = 0$ e $p = 1$ nas expressões $\omega(p, h, U^{n+\nu})$ necessárias para calcular a função Y^\downarrow de Obložinský, temos:

$$Y_{Obložinský}^\downarrow = \frac{1}{12} g^3 E^2 \frac{3B - E}{B} \quad (2.33)$$

Temos, então, que a razão entre as funções Y de Obložinský e de FKK é:

$$\frac{Y_{Obložinský}^\downarrow}{Y_{FKK}^\downarrow} = \frac{1}{2} \frac{3B - E}{B} \quad (2.34)$$

Em geral $B \leq E \leq 2B$ (dependendo do núcleo e do tipo de partícula) e a razão acima terá valores entre 1.0 e 0.5, respectivamente.

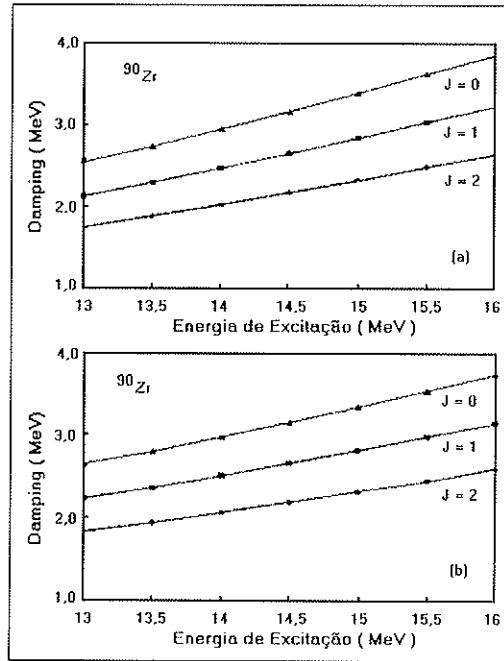


Figura 2.6: Larguras de damping ($1p - 1h \longrightarrow 2p - 2h$) para as ressonâncias gigantes E0, E1 e E2 no ^{90}Zr , calculadas (a) na aproximação FKK e (b) na aproximação de Obložinský

2.5 Processo de pré-equilíbrio no decaimento de RG's

A largura total de escape é definida por:

$$\langle \Gamma_{nJ}^\uparrow \rangle = \sum_{\nu=n-1}^{n+1} \sum_{js} \int_0^{E-B} \langle \Gamma_{nJ}^{js\nu}(U) \rho_{s\nu}(U) \rangle dU \quad (2.35)$$

A maneira mais simples de efetuar o cálculo desta expressão é primeiro somar sobre todos os spins do núcleo residual, s , e após isto calcular a integral em energia. Note-se que na primeira soma só consideramos os termos correspondentes a emissão direta e de pré-equilíbrio, pois a outra possibilidade, correspondendo a aniquilação de um par ($\nu = n - 1$) com o estado inicial de $1p - 1h$, corresponderia a emissão gama, não contribuindo para a largura de escape de partículas do doorway.

Nesta secção consideraremos somente o processo de pré-equilíbrio.

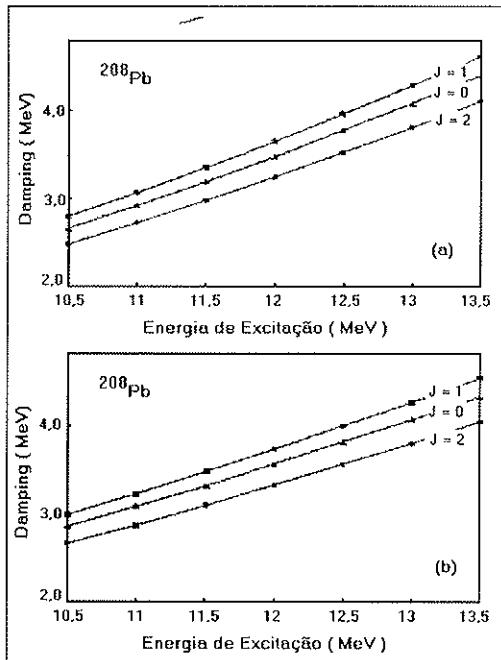


Figura 2.7: Larguras de damping ($1p - 1h \longrightarrow 2p - 2h$) para as ressonâncias gigantes E0, E1 e E2 no ^{208}Pb , calculadas (a) na aproximação FKK e (b) na aproximação de Obložinský

Os termos correspondentes a criação de um novo par partícula-buraco no processo de pré-equilíbrio são calculados usando-se os mesmos elementos de matriz nuclear da teoria de Feshbach, Kerman e Koonin, entretanto quando o número de excitons permanece constante (processo direto) devemos recalcular estes elementos em ordem a satisfazer a condição de que o decaimento se processa com $1p - 1h$ tanto na configuração inicial quanto na configuração final. Isto será feito na secção 2.6. Também, os elementos provenientes do termo em energia, na fatoração da largura, no caso do decaimento de $1p - 1h$ para $2p - 2h$ são válidos tanto na aproximação FKK quanto na aproximação de Obložinský, já no processo direto ambas deve-se incluir algumas alterações, novamente para satisfazer as nossas condições iniciais.

Aplicando-se a fatoração exposta na equação (2.6), a função X que aparece é a da

equação (2.23) Somando-se sobre s , e aplicando-se a relação de completeza dos coeficientes $6 - j$, dada por:

$$\sum_s (2s+1)(2Q+1) \left\{ \begin{array}{ccc} j & J & s \\ j_4 & j_3 & Q \end{array} \right\}^2 = 1 \quad (2.36)$$

com

$$\left\{ \begin{array}{ccc} j & j_3 & Q \\ j_4 & J & s \end{array} \right\}^2 = \left\{ \begin{array}{ccc} j & J & s \\ j_4 & j_3 & Q \end{array} \right\}^2 \quad (2.37)$$

a função X , torna-se independente do núcleo residual e pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} X_{nJ}^{\dagger n+1} &= 2\pi \sum_{jQj_3j_4} (2j+1) F(j_3) (2j_3+1) \frac{R_1(Q) R_{N-1}(j_4)}{R_N(J)} \\ &\times \left(\begin{array}{ccc} j & Q & j_3 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2 I^2(j_1, j_2, j_3, J) \Delta(QJj_4). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Por outro lado, usando a função Y apropriada (FKK ou Obložinský) na equação (2.35) e integrando-se na energia do núcleo residual, podemos escrever que:

$$\langle \Gamma_{nJ}^\dagger(E) \rangle = Y_n^{\dagger n+1}(E) X_{nJ}^{\dagger n+1}. \quad (2.39)$$

onde, se usarmos a aproximação de FKK, teremos:

$$Y_n^{\dagger n+1}(E) = Y_{FKK}^\dagger = \int_0^{E-B} g(gE) \frac{U^N}{E^N} dU = g^2 \frac{(E-B)^{N+1}}{E^{N-1}(N+1)} \quad (2.40)$$

ou, se usarmos a aproximação de Obložinský, usando as mesmas considerações que fizemos na secção anterior, teremos:

$$\begin{aligned}
Y_n^{\uparrow n+1}(E) &= Y_{Oblo}^{\uparrow} = \int_0^{E-B} \frac{1}{2} \frac{g^3}{\omega(p, h, E)} \frac{\omega(p, h-1, U^N)}{N(N-1)} dU \\
&= \frac{1}{2} \frac{g^3 g}{g^2 B N(N-1)} \left\{ \int_0^{E-B} U^N \Theta(U) dU - \int_0^{E-B} (U-B)^N \Theta(U-B) dU \right\} \\
&= \frac{1}{2} \frac{g^2}{B N(N-1)} \left\{ \frac{(E-B)^{N+1}}{(N+1)} - \int_B^{E-B} (U-B)^N dU \right\}
\end{aligned}$$

ou seja:

$$Y_n^{\uparrow n+1}(E) = Y_{Oblo}^{\uparrow} = \frac{1}{2} \frac{g^2}{B N(N-1)} \left\{ \frac{(E-B)^{N+1}}{(N+1)} - \frac{(E-2B)^{N+1}}{(N+1)} \right\} \quad (2.41)$$

Colocando $N = 2$ nas expressões (2.40) e (2.41), segue-se que:

$$\frac{Y_{Oblo}^{\uparrow}}{Y_{FKK}^{\uparrow}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{g^2}{2B} \left(\frac{(E-B)^3}{3} - \frac{(E-2B)^3}{3} \right)}{\frac{g^2 (E-B)^3}{3E}} = \frac{E}{4B} \left[1 - \left(\frac{E-2B}{E-B} \right)^3 \right] \quad (2.42)$$

e uma análise entre os formalismos de FKK e de Obložinský para o cálculo da largura total de escape pode ser feita em analogia a feita para o processo de damping. Os resultados estão apresentados na tabela 2.1 para vários valores de E e uma comparação de cálculos numéricos será apresentada na próxima seção.

Tabela 2.1: Comparaçāo entre as funções Y' s de FKK e de Oblozinký no processo de escape de pré-equilíbrio

| $\frac{E}{B}$ | 2 | 1.5 | 1.4 | 1.3 | 1.2 | 1.1 |
|--|-----|------|------------|------------|-------------------|-----------------------|
| $\frac{Y_{Oblo}^{\uparrow}}{Y_{FKK}^{\uparrow}}$ | 0.5 | 0.75 | ~ 1.4 | ~ 4.5 | ~ 20 (vinte) | ~ 200 (duzentos) |

2.5.1 Resultados e discussões

Apresentamos nas figuras 2.8, 2.9 e 2.10 os resultados dos cálculos das Larguras de Escape de Ressonâncias Gigantes no processo de pré-equilíbrio para os núcleos ^{40}Ca , ^{90}Zr e

^{208}Pb , respectivamente. No Apêndice A, podem ser encontrados os espectros de partícula-única calculados e utilizados no cálculo das larguras. No Apêndice B, apresentamos os parâmetros dos potenciais utilizados no cálculo destes espectros.

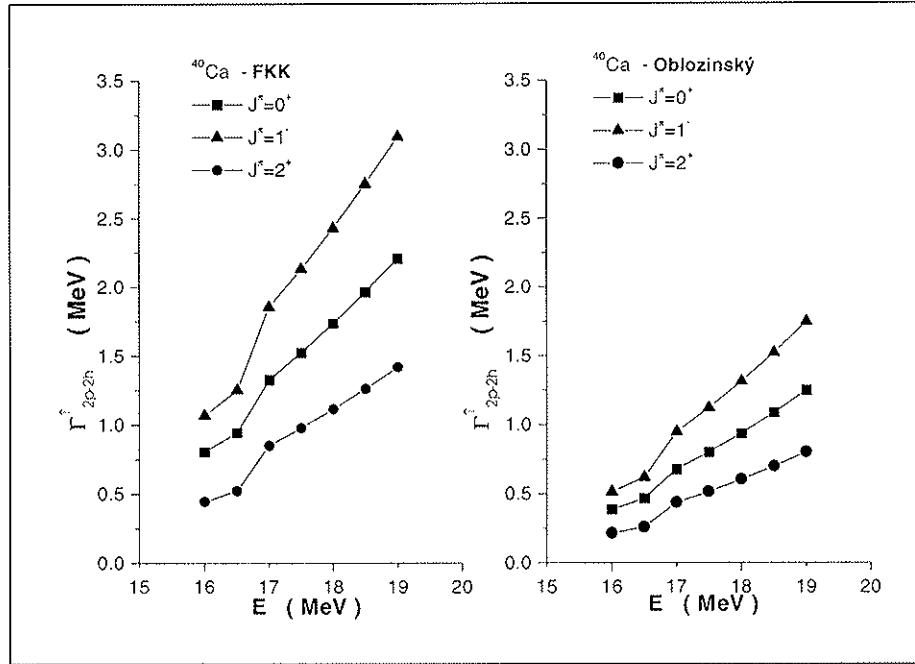


Figura 2.8: Larguras de escape no processo de pré-equilíbrio para o ^{40}Ca .

Devemos ressaltar que o estudo feito aqui se refere ao decaimento, das ressonâncias gigantes, de $1p - 1h$ para $2p - 2h$, no processo que inclui o escape de um próton ou de um nêutron. A energia máxima no espectro de partícula-única ($\epsilon_{máx}$) depende da energia da excitação (E), da energia de ligação do núcleon (B) e da energia mínima necessária para a criação de um par partícula-buraco (δ_{ph}), ou seja:

$$\epsilon_{máx} = E - B - \frac{1}{2}\delta_{ph} \quad (2.43)$$

onde δ_{ph} é calculada usando valores teóricos das energias de ligação de núcleons:

$$\delta_{ph} = B(A, X) - B(A + 1, X + 1) \quad (2.44)$$

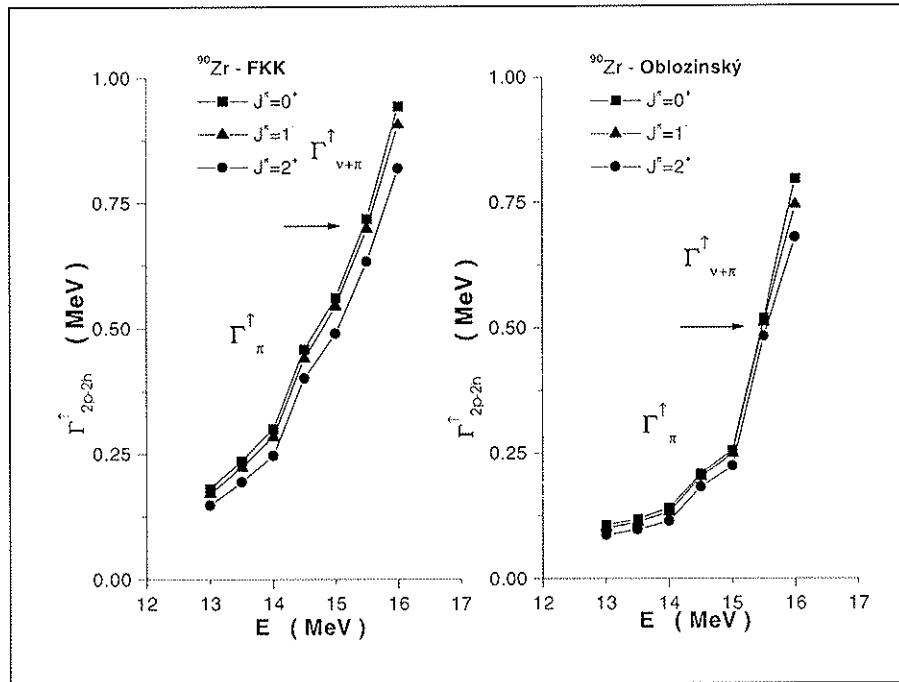


Figura 2.9: Larguras de escape no processo de pré-equilíbrio para o ^{90}Zr .

com $X = Z$ or N , dependendo se δ_{ph} está sendo calculado para prótons ou para nêutrons. Note-se que se $E < B + \frac{1}{2}\delta_{ph}$ nenhuma emissão de núcleon irá ocorrer dependendo do núcleo, da energia de separação do núcleon emitido e da energia de excitação da ressonância. Os valores teóricos de δ_{ph} , ou equivalentemente $B(A, X)$ e $B(A+1, X+1)$, são calculados com o ajuste do espectro de partícula única e coincidem com os valores experimentais. Desta maneira dependendo do núcleo e da energia de separação do núcleon teremos ou não escape com este núcleon. Nossos cálculos indicam que no caso do ^{40}Ca só há escape de próton, para o ^{90}Zr prótons e nêutrons são emitidos, com o escape de nêutrons ocorrendo a partir de $\sim 15,5\text{ MeV}$ e para o ^{208}Pb a emissão de nêutrons domina o escape com uma pequena contribuição de emissão de prótons a partir $\sim 14\text{ MeV}$.

Um outro ponto que deve ser considerado no cálculo da largura de uma dada ressonância refere-se a dependência com a densidade de níveis de partícula única (g). Várias es-

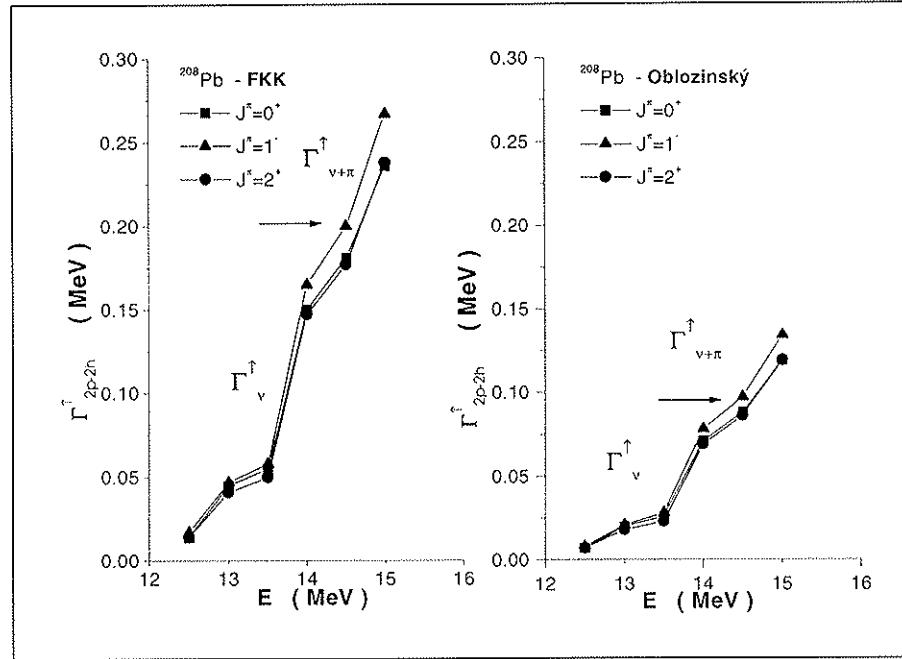


Figura 2.10: Larguras de escape no processo de pré-equilíbrio para o ^{208}Pb .

timativas são feitas no cálculo dessas densidades, sendo uma delas a dada pela equação (2.4). De fato g , nesta aproximação, é calculado [22] [8] a partir da expressão:

$$g = \frac{6}{\pi^2} a \quad (2.45)$$

onde a é um parâmetro relacionado com a energia de excitação

$$E = a\tau^2 - \tau \quad (2.46)$$

onde τ é a temperatura nuclear. A altas energias de excitação $(gE)^{\frac{1}{2}} \gg 1$ tal que $a \sim \frac{E}{\tau^2}$.

O parâmetro a é estimado a partir do gráfico 2.11 e para a equação (2.4), a estimativa para a é tomado pela reta $\frac{A}{g}$ e por consequência g tem a referida forma na teoria FKK. Esta aproximação, embora válida para um grande número de núcleos, não dá conta de efeitos, como por exemplo, os de estrutura de camadas como pode ser observado no gráfico 2.11.

Em nossos cálculos escolhemos a densidade de níveis de partícula única do oscilador

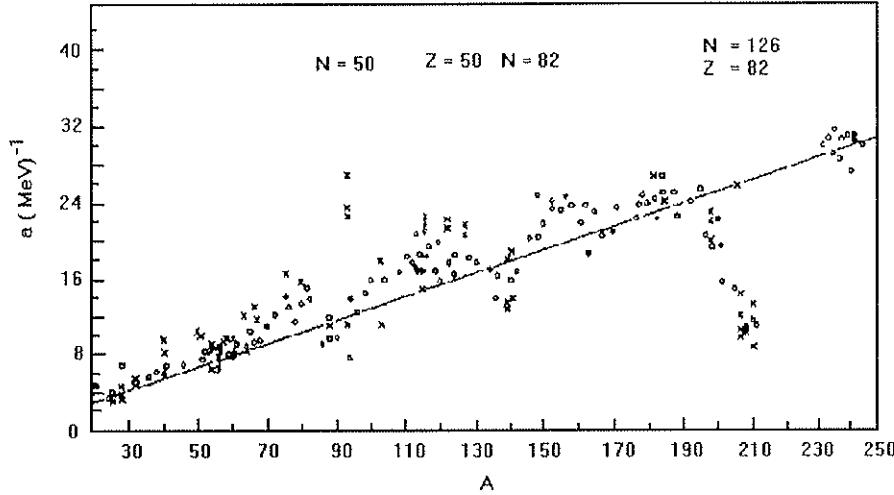


Figura 2.11: Parâmetro a como função do número de massa A [22]. A reta que aparece no gráfico corresponde a $a = \frac{A}{8}$

harmônico [22],

$$g = \frac{2 \left(N_{\max} + \frac{3}{2} \right)^2}{\hbar \omega} \approx \frac{3}{5} \frac{A}{\pi^2}. \quad (2.47)$$

para o ^{40}Ca e ^{90}Zr ($g = 2.43 \text{ MeV}^{-1}$ e 5.47 MeV^{-1} , respectivamente). Nesta expressão, N_{\max} é o número quântico do oscilador da última camada preenchida e $\hbar \omega = 41 A^{-\frac{1}{3}}$. A justificativa para tal escolha é que com esta expressão obtemos valores de g que estão razoavelmente de acordo as estimativas de Dilg [23]. Para o ^{208}Pb usamos $a = 10,03$ [23] obtendo um correspondente $g = \frac{6}{\pi^2}a = 6,09 \text{ MeV}^{-1}$.

Quanto ao comportamento da largura de escape como função da energia de excitação, podemos notar que as $\Gamma_{2p-2h}^\uparrow(E)$ aumentam com a energia, enquanto aparecem pontos aparentemente singulares onde há uma "quebra" na monotonicidade das curvas, no intervalo de energia estudado. A explicação para tais comportamentos está no espaço de configuração de partícula única no contínuo e nas funções Y .

Para ^{40}Ca , o espaço de configuração no contínuo é $\left(2p_{\frac{3}{2}}, 2p_{\frac{1}{2}}\right)^\pi$ até $\sim 16,5 \text{ MeV}$ e a inclusão do estado $\left(1f_{\frac{5}{2}}\right)^\pi$ a partir de $\sim 17 \text{ MeV}$ não altera significativamente o comportamento das larguras das RG's, embora corresponda a uma contribuição de ~ 18 , 22 e 30% para as ressonâncias 0^+ , 1^- e 2^+ , respectivamente. Convém notar que $\epsilon_{máx}^\nu < 0$, de forma que o sistema não tem energia suficiente para ejetar nêutrons.

Para o ^{90}Zr , os estados de partícula única possíveis no contínuo são $\left(3s_{\frac{1}{2}}, 2d_{\frac{3}{2}}\right)^\pi$ até $\sim 14 \text{ MeV}$, $\left(3s_{\frac{1}{2}}, 2d_{\frac{3}{2}}, 1h_{\frac{11}{2}}\right)^\pi$ de 14 a 16 MeV , e $\left(2f_{\frac{7}{2}}\right)^\nu$ a partir de $\sim 15,5 \text{ MeV}$, $\left(2f_{\frac{7}{2}}, 3p_{\frac{1}{2}}\right)^\nu$ a partir de $\sim 16 \text{ MeV}$. O comportamento de $\Gamma_{2p-2h}^\dagger(E)$ não tem explicação somente na geometria do problema, mas também na competição entre as funções Y_{FKK}^\dagger e $Y_{Obložinský}^\dagger$. As funções Y , na aproximação FKK, são funções crescentes, tanto para prótons como para nêutrons. Na aproximação de Obložinský, estas funções são crescentes para prótons e decrescentes para nêutrons. O que acontece é que até $\sim 15 \text{ MeV}$ só existe escape de prótons e uma proporcionalidade entre as larguras Γ_{FKK}^\dagger e $\Gamma_{Obložinský}^\dagger$ pode ser estabelecida ($\Gamma_{FKK}^{\dagger\pi} \sim 2 \times \Gamma_{Obložinský}^{\dagger\pi}$). Isto está diretamente relacionado ao fato de $Y_{FKK}^{\dagger\pi} \sim 2 \times Y_{Obložinský}^{\dagger\pi}$, nesta região de energia. Quando incrementamos o espaço de nêutrons a partir de $\sim 15,5 \text{ MeV}$, a contribuição de nêutrons para a largura de escape torna-se muito significativa ($\sim 50\%$ da largura de escape total). Isto ocorre porque em $\sim 15,5 \text{ MeV}$, $Y_{Obložinský}^{\dagger\nu} \sim 5 \times Y_{FKK}^{\dagger\nu}$. A competição entre os canais abertos de decaimento explica então o comportamento das $\Gamma_{2p-2h}^\dagger(E)$.

Para o ^{208}Pb , apesar de $\epsilon_{máx}^\pi \approx 4,9 \text{ MeV}$ na energia máxima estudada ($\sim 15 \text{ MeV}$) com o espaço de próton $\left(2g_{\frac{9}{2}}, 1i_{\frac{11}{2}}\right)^\pi$ válido somente de 14 a 15 MeV , não há contribuição significativa para as larguras de escape dentro do intervalo de energia estudado. Para

nêutrons temos $\left(2h_{\frac{11}{2}}, 4p_{\frac{3}{2}}\right)^\nu$ em $\sim 12,5 \text{ MeV}$ e com a inclusão dos estados $\left(4p_{\frac{1}{2}}, 3f_{\frac{7}{2}}\right)^\nu$ à energia de $\sim 13,5 \text{ MeV}$ temos o comportamento similar ao do ^{40}Ca em $\sim 17 \text{ MeV}$ nas larguras das RG's. O espaço de configuração cresce então a partir de $\sim 14 \text{ MeV}$ com a incorporação dos níveis $\left(3f_{\frac{5}{2}}, 1k_{\frac{19}{2}}\right)^\nu$ e em 15 MeV com o nível $\left(1j_{\frac{13}{2}}\right)^\nu$, sem mudança significativa no comportamento das $\Gamma_{2p-2h}^\dagger(E)$.

Resumindo, nesta secção demonstramos analiticamente que as larguras de damping usando o formalismo de densidades partícula-buraco de Obložinský [18] [19] fornecem resultados semelhantes aos obtidos usando a teoria desenvolvida por Feshbach, Kerman e Koonin [8]. Estes resultados concordam com os resultados numéricos efetuados por Ceneviva e outros [21], de sorte que a escolha de uma destas aproximações não afeta, significativamente, o cálculo da largura de damping.

Demostramos também, analíticamente e numéricamente, que a mesma conclusão não pode ser aplicada ao processo de escape de pré-equilíbrio e um estudo mais rigoroso deve ser feito sobre qual aproximação deve ser escolhida para ser aplicada ao problema estudado, inclusive com respeito a escolha do espaço de configuração de partículas no contínuo. Alguns resultados das larguras de escape no processo de pré-equilíbrio são apresentados juntamente com os do processo direto na secção 2.6.1. Uma análise entre estes e o processo de damping também é feita a luz das informações experimentais disponíveis.

2.6 Processo direto no decaimento de RG's

A interação entre uma partícula e um buraco levando a emissão de uma partícula, através do processo com número de excitons constante (processo direto), é calculado em analogia aos elementos de matriz nucleares da teoria FKK, construídos para um número ímpar de excitons com uma interação de força do tipo delta. Para o caso em que o decaimento ocorre com um número par de excitons o diagrama esquemático de acoplamento de momento angular é mostrado na figura 2.12.

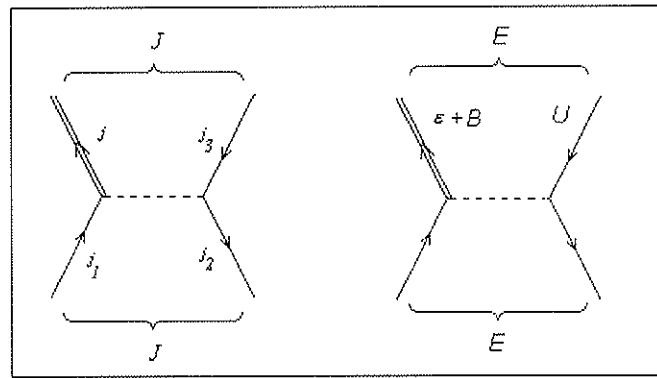


Figura 2.12: Esquema de acoplamento de momento angular correspondendo ao decaimento através do processo direto em RG's.

O elemento de matriz nuclear para este acoplamento é dado por:

$$\hat{M} = \hat{j}\hat{j}_1\hat{j}_2\hat{j}_3 \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & j_3 & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} I(j_1, j_2, j_3, j) \quad (2.48)$$

onde $I(j_1, j_2, j_3, j)$ é a integral radial de overlap (2.27) e $R(r)$, naquela fórmula, são as funções de onda radiais de oscilador harmônico antes e depois da interação.

Para obter as funções X , somamos os quadrados destes elementos de matriz mediando-os sobre os estados iniciais e finais. O número de estados iniciais e finais depende das densidades envolvidas. As densidades expostas na função Y são determinadas pela den-

sidade de estados de partícula única, enquanto as densidades de momento angular são levadas em conta nas funções X . A função distribuição de spin,

$$R_N(j) = \frac{(2j+1)}{\pi^{\frac{1}{2}} N^{\frac{3}{2}} \sigma^3} e^{-(j+1/2)^2/N\sigma^2} \quad (2.49)$$

representa a fração de estados com N -éxcitons com momento angular j . O processo de média nos estados iniciais requer a soma sobre j_1 e j_2 , mediados pelo fator de peso $R_1(j_1) R_1(j_2) / R_N(J)$, expressando a probabilidade de que o estado inicial de N -éxcitons tem a respectiva estrutura de momento angular. A soma sobre o estado final requer a soma sobre j_3 mediada por $R_1(j_3)$. Desta maneira, a função X pode ser escrita como:

$$X_{nJ}^{jn} = 2\pi \frac{(2j+1)}{R_N(J)} \sum_{j_1 j_2 j_3} (2j_3+1) F(J) R_1(j_3) \begin{pmatrix} j & j_3 & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^2 I^2(j_1, j_2, j_3, j) \Delta(j_3 J). \quad (2.50)$$

Aqui, $F(J)$ é a densidade de momento angular de pares de estados e é expressa por:

$$F(J) = (2j_1+1) R_1(j_1) (2j_2+1) R_1(j_2) \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^2 \Delta(j_1 j_2 J), \quad (2.51)$$

onde a função triangular Δ , $\Delta(j_a j_b J)$, encerra a conservação do momento angular.

A função Y contendo a dependência em energia originária da densidade de níveis final de estados é a mesma proposta por Feshbach, Kerman e Koonin para processos com $\Delta n = 0$, desde que a contagem para contribuições do tipo $2p - 1h$ e $1p - 1h$ tem as mesmas expressões finais.

A função Y é mostrada na figura 2.12 e é dada por [8]:

$$Y_n^n(U) = gp \left(\frac{p-1}{2} + h \right) (N-1) \xi^{N-2} \left(1 - \frac{N-2}{N-1} \xi \right) \quad (2.52)$$

com $N = p + h$ e $\xi = U/E$.

A expressão para este diagrama usando a formulação de Obložinský pode ser calculada e resulta em:

$$Y_n^n(U) = \omega(p-1, h, U) \quad (2.53)$$

Colocando $p = 1$ e $h = 1$ nestas duas últimas expressões, vemos que os resultados são idênticos e iguais a g .

Para calcular a largura total de escape no processo direto, integramos a função $Y_n^n(U)$ para todas as possíveis energias do núcleo residual

$$Y(E) = \int_0^{E-B} g dU = g(E-B) \quad (2.54)$$

e efetuamos a somatória sobre todos os momentos angulares j no espaço de configuração do contínuo.

A expressão para a largura total de escape no processo direto é, então, dada por:

$$\langle \Gamma_J^\dagger \rangle = X_J Y^\dagger(E) \quad (2.55)$$

onde

$$X_J = 2\pi \sum_{j j_1 j_2 j_3} \frac{(2j+1)(2j_3+1)F(J)R_1(j_3)}{R_2(J)} \begin{pmatrix} j & j_3 & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^2 I^2(j_1, j_2, j_3, j) \Delta(j j_3 J), \quad (2.56)$$

e $Y^\dagger(E)$ dada pela equação (2.54).

2.6.1 Resultados e discussões

Apresentamos na tabela abaixo as larguras de escape em RG's para os processos de pré-equilíbrio (Γ_{2p-2h}^\dagger) e para os processos diretos (Γ_{1p-1h}^\dagger) . A parametrização dos

potenciais utilizada nos cálculos dos espectros de partícula única e os referidos espectros podem, novamente, serem encontradas nos Apêndices A e B, respectivamente. Uma vez que os valores obtidos usando a formulação de Obložinský ou a aproximação FKK possuem praticamente a mesma ordem de grandeza e, dependendo da parametrização utilizada em cada uma delas, levam a resultado equivalentes, levamos em conta para efeito de comparação somente as Γ_{2p-2h}^\dagger oriúndos da teoria FKK. As Γ_{1p-1h}^\dagger são idênticas nas duas aproximações estudadas.

Tabela 2.2: Larguras de escape em RG's.

E_{exc} e Γ_{exp} são as energias de excitação e larguras totais experimentais, respectivamente. Todas as energias e larguras estão em MeV .

| Núcleo | RG | E_{exc} | Γ_{exp} | Γ^\downarrow [21] | Γ_{2p-2h}^\dagger | Γ_{1p-1h}^\dagger | $\frac{\Gamma^\dagger}{\Gamma} (\%)$ [12] |
|------------|------|----------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---|
| ^{40}Ca | $E0$ | $17,5 \pm 0,40$ [24] | $4,95 \pm 0,25$ [24] | $\sim 1,4$ | 1,52 | 2,04 | ≥ 50 |
| | $E2$ | $14,0$ [25] | $2,0$ [25] | ? | 0,07 | 0,09 | |
| | $E2$ | $17,5$ [25] | $3,0$ [25] | $\sim 1,2$ | 0,98 | 0,15 | |
| ^{90}Zr | $E0$ | $16,1 \pm 0,4$ [26] | $3,1 \pm 0,4$ [26] | $\sim 3,8$ | 0,98 | 1,69 | $10 - 20$ |
| | $E2$ | $14,0 \pm 0,4$ [26] | $3,0 \pm 0,5$ [26] | $\sim 2,0$ | 0,32 | 0,03 | |
| ^{208}Pb | $E0$ | $13,7 \pm 0,4$ [27] | $3,0 \pm 0,5$ [27] | $\sim 4,2$ | 0,02 | 0,46 | $10 - 15$ |
| | $E1$ | $13,4$ [28,29] | $4,0$ [28,29] | $\sim 4,5$ | 0,02 | 0,08 | |
| | $E1$ | $19,3 \pm 0,3$ [30] | $2,5 \pm 0,2$ [30] | ? | 0,05 | 0,99 | |

A largura total de escape da RGE0 do ^{40}Ca , $\Gamma^\dagger \sim 3,6 MeV$, concorda com a estimativa de Dias et al [12] que preveem uma contribuição predominantemente de escape em núcleos leves ($A \leq 40$). A RGE2, à $\sim 17,5 MeV$, tem uma contribuição de damping de $\Gamma^\downarrow \sim 1,2 MeV$ [21], e portanto, uma largura total $\Gamma (= \Gamma^\downarrow + \Gamma^\dagger) \sim 2,3 MeV$. Este resultado, embora não correspondendo as expectativas, pode ser devido ao fato de que a

bem conhecida RGE2 do ^{40}Ca divide-se em dois centróides em ~ 14 e $17\ MeV$, podendo este efeito estar relacionado com a polarização do núcleo pelo movimento intrínseco dos nucleons em um campo deformado, especialmente no que se refere às larguras de escape no processo direto. Embora o ^{40}Ca seja considerado eminentemente esférico, em altas energias de excitações (como na região das RG's), talvez seja mais conveniente trata-lo não como um núcleo esférico, mas sim como um núcleo "levemente" deformado.

Para a RGE0 do ^{90}Zr , temos uma largura total de escape $\Gamma^\dagger \sim 2,7\ MeV$. Nossos resultados indicam então que o decaimento desta ressonância deve ocorrer predominantemente através do escape, sendo a contribuição direta de aproximadamente 50 % da largura total. Outras estimativas para a largura de escape da RGE0 utilizando cálculos com RPA no contínuo [31] [32] ou utilizando um modelo híbrido de decaimento [33], encontram valores para a largura de escape de $0,520\ MeV$ e $0,410\ MeV$, respectivamente, entretanto estes cálculos levam em conta apenas o processo direto de decaimento.

Para o ^{208}Pb Dias et al [12] apontam um percentual de 10 a 15 % da largura de escape com relação a largura total. Nossos cálculos mostram um escape de $\sim 0,5\ MeV$ em comparação com os $\sim 4,0\ MeV$ encontrados para damping [21] na RGE0 em $\sim 13,5\ MeV$. A interpretação disto é que esta ressonância se fragmenta preferencialmente em configurações mais complexas do que $2p - 2h$. O mesmo se aplica a RGE1 em $13,5\ MeV$. Apenas na RGE1 em $\sim 19\ MeV$ temos uma largura de escape apreciável: $\frac{\Gamma^\dagger}{\Gamma_{\text{exp}}} \sim 40\ %$, sendo que esta contribuição de escape, para a largura da RG, acontece devido a ela estar localizada à uma energia de excitação relativamente alta.

Estes resultados para o ^{40}Ca , ^{90}Zr e ^{208}Pb são influenciados por uma série de apro-

imações e de parametrizações. As prováveis fontes de discrepâncias nos resultados são devidas a parâmetros como a intensidade da força delta (V_0) tomada como tendo o mesmo valor ($5,0 \text{ MeV}$) para todos os núcleos. Obviamente, este é somente um parâmetro médio e uma dependência de V_0 com características intrínsecas do núcleo e do estado da ressonância deve ser naturalmente esperado.

Um outro ponto importante refere-se as densidades de níveis de partícula única (g); tanto no processo de damping quanto no processo de escape e para a maioria dos núcleos duplamente mágicos, ou pelo menos com uma camada fechada, devem ser melhor estimadas uma vez que os cálculos das larguras das RG's são extremamente sensíveis ao valor desta grandeza.

Mais ainda, o espaço de configuração escolhido, tanto para estados ligados como para aqueles que aparecem no contínuo, é dependente de uma vasta parametrização dos potenciais utilizados para calculá-los e sujeito a sensíveis diferenças com respeito a posição dos estados de partícula única em relação ao nível de Fermi.

Note-se que apesar de todas estas limitações da teoria ainda conseguimos extrair informações importantes sobre as RG's dos núcleos estudados. Por exemplo, as ordens de grandezas são razoavelmente reproduzidas; a grande maioria dos resultados concordam com previsões de teorias mais sofisticadas e, finalmente com uma visão bastante simples conseguimos ter uma boa idéia de como as RG's se fragmentam para os núcleos estudados. Alguma melhora nas aproximações da teoria ainda podem ser feitas, sem alterar a simplicidade da mesma, em ordem a ajustar melhor os resultados, como comentado acima.

Capítulo 3

Ressonâncias Gigantes em Núcleos Deformados

O estudo de ressonâncias gigantes constitui uma sonda para o conhecimento da forma do núcleo. Neste sentido, é muito importante contar com modelos teóricos que nos permitam calcular as larguras de RG's também para núcleos que não tenham simetria esférica, ou seja, para núcleos ditos deformados.

O objetivo deste capítulo é apresentar uma proposta do cálculo das larguras em núcleos com pequenas deformações de sua simetria esférica. Consideramos o problema de como um sistema de um núcleon acoplado a um caroço deformado com simetria axial, numa excitação de RG, decai.

Com esse intuito, apresentamos a seguir uma breve descrição de núcleos deformados e da aproximação adiabática que utilizaremos para estabelecermos uma nomenclatura adequada ao tratamento do problema. Mostraremos então o procedimento de cálculo de densidade de níveis de partícula única e das distribuições de spin para núcleos deformados e como elas diferem daquelas utilizadas em núcleos com simetria esférica. Embasados nas considerações acima e nos modelos utilizados no capítulo anterior, construímos um

modelo teórico para o cálculo das larguras das RG's em núcleos deformados.

3.1 A descrição de núcleos deformados

Existem várias referências na literatura onde pode-se encontrar a descrição de núcleos deformados. Baseamo-nos pelas descrições encontradas em Bohr & Mottelson [22], Rowe [34] e Ring & Schuck [35].

Uma característica de sistemas que possuem espectros rotacionais é a existência de uma "deformação", cuja característica de anisotropia torna possível especificar a orientação do sistema como um todo. A deformação pode ser invariante com respeito a um subgrupo de rotações do sistema de coordenadas, como por exemplo no caso de deformações axialmente simétricas. Em tal situação, a deformação define somente parcialmente a orientação do sistema intrínseco de coordenadas, e os graus de liberdade rotacionais são correspondentemente restritos.

O Hamiltoniano que descreve a separação do movimento em componentes intrínseca e rotacional pode ser escrita como:

$$H = H_{intr}(q, p) + H_{rot,\alpha}(P_\omega). \quad (3.1)$$

O movimento intrínseco é descrito pelas coordenadas q e pelos seus momentos conjugados p , que são medidos em relação a um referencial de corpo fixo e são portanto escalares com respeito a rotações de um sistema de coordenadas externo. A orientação do referencial de corpo fixo, definido pela deformação do sistema, é especificada pelas variáveis angulares denotadas por ω . O Hamiltoniano rotacional não depende da orientação de ω (se não houverem forças externas atuando no sistema) e é função do momento conjugado P_ω . O

rótulo α , no Hamiltoniano rotacional na equação (3.1), indica que o movimento rotacional pode depender dos números quânticos α que especificam o estado intrínseco.

Os auto-estados do Hamiltoniano (3.1) são escritos na forma:

$$\Psi_{\alpha,I} = \Phi_{\alpha}(q)\varphi_{\alpha,I}(\omega). \quad (3.2)$$

Para cada estado intrínseco α , o espectro envolve uma seqüência de níveis rotacionais, especificado por um conjunto de números quânticos de momentos angulares denotado por I .

O movimento de rotação no espaço tri-dimensional envolve três variáveis angulares, tais como os ângulos de Euler, $\omega = \phi, \theta, \psi$, e portanto, três números quânticos são necessários para especificar o estado de movimento. O momento angular total I e a sua componente, $M = I_z$, em um eixo fixado espacialmente fornecem dois desses números quânticos; o terceiro é obtido considerando as componentes de I com respeito a um sistema de coordenadas com orientação ω . As componentes intrínsecas $I_{1,2,3}$ comutam com as componentes externas $I_{x,y,z}$, pois são independentes da orientação do sistema externo. Como um conjunto de variáveis de momento angular, podemos escolher \mathbf{I}^2, I_z e I_3 (figura 3.1). Os autovalores de I_3 são denotados por K e tem a mesma série de valores de M :

$$K = I, I - 1, \dots, -I. \quad (3.3)$$

Quando temos uma partícula acoplada a um caroço rotacional, o Hamiltoniano do sistema pode ser escrito como:

$$H = H_{rot} + H_{intr} = H_{rot} + T + V \quad (3.4)$$

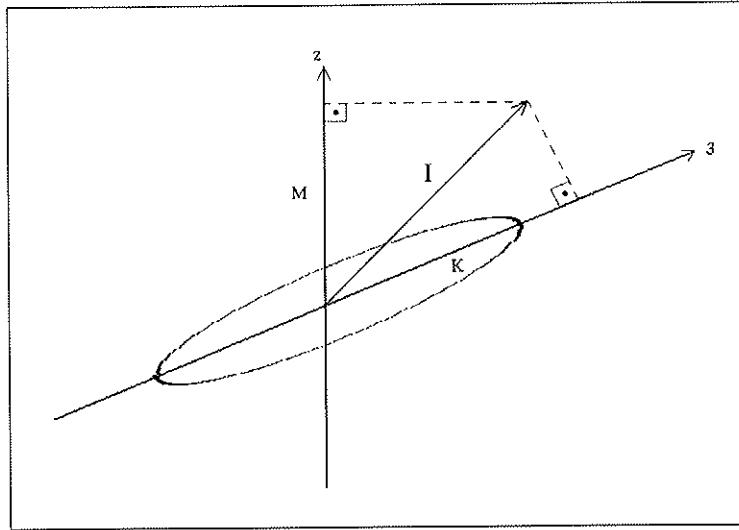


Figura 3.1: Momento angular total \mathbf{I} e suas projeções ao longo dos eixos que definem o sistema intrínseco ($I_3 = K$) e externo ($I_z = M$).

onde

$$H_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_o} \mathbf{R}^2 \quad (3.5)$$

é o Hamiltoniano rotacional, \mathbf{R} é o momento angular do caroço e \mathcal{J}_o o momento de inércia intrínseco. O momento angular total será então:

$$\mathbf{I} = \mathbf{R} + \mathbf{j} \quad (3.6)$$

com \mathbf{j} sendo o momento angular intrínseco da partícula (figura 3.2).

Assumiremos o caroço com simetria axial, ou seja, sua componente R_3 , com respeito ao eixo de simetria 3, é nula.

Se a freqüência rotacional é pequena comparada com a freqüência de excitação que caracteriza órbitas com diferentes orientações relativas ao potencial V , o movimento da partícula é fortemente acoplado ao caroço rotacional e segue-se um movimento de precessão em torno do eixo de rotação do caroço de uma maneira aproximadamente adia-

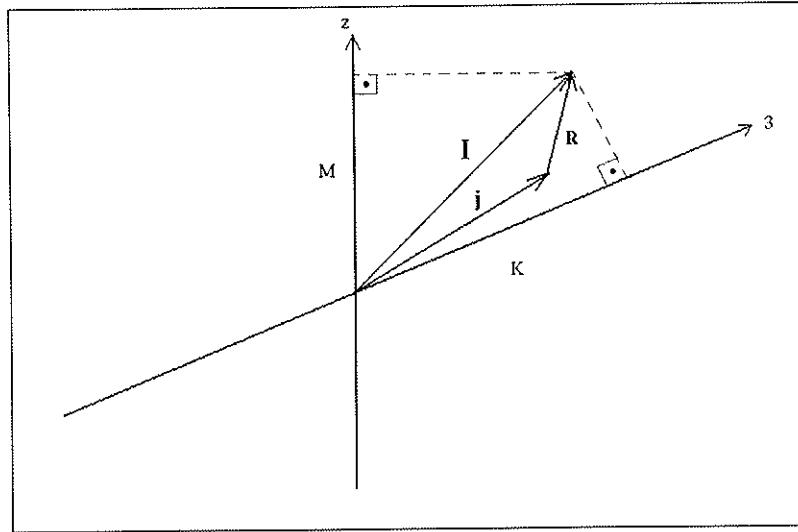


Figura 3.2: Momento angular total do sistema (**I**) de um núcleon com momento angular intrínseco **j** acoplado a um caroço rotacional com momento angular **R**.

bática.

A função de onda total do sistema é, então, dada por:

$$\Psi_{KIM} = \left(\frac{2I+1}{16\pi^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \Phi_K(q) \mathcal{D}_{MK}^I(\omega) + (-1)^{I+K} \Phi_{\bar{K}}(q) \mathcal{D}_{M-K}^I(\omega) \right\} \quad (3.7)$$

onde $\Phi_K(q)$ são autofunções de $H_{intr.}$; elas são funções somente das variáveis intrínsecas q , mas seus momentos angulares estão referenciados no sistema de corpo fixo, o qual depende da orientação do caroço definida por ω . As funções $\mathcal{D}_{MK}^I(\omega)$ são matrizes de rotação e são autofunções de H_{rot} .

As funções de onda (3.7) formam um conjunto completo ortogonal que fornece uma base conveniente para a descrição do sistema acoplado, quando a condição adiabática é satisfeita.

3.2 O potencial deformado de partícula única

Auto-estados de um campo nuclear médio deformado foram primeiramente calculados por Nilsson [36]. Seu oscilador harmônico deformado tem sido utilizado com sucesso na descrição de muitos aspectos do movimento de partícula única em núcleos deformados. O Hamiltoniano de Nilsson pode ser escrito como:

$$H = H_0 + C\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + Dl^2 \quad (3.8)$$

onde $C\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ é o termo de acoplamento spin-órbita usual, Dl^2 é o termo que fornece a correção do potencial de oscilador para grandes distâncias (importante para altos valores de l) e

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla'^2 + \frac{m}{2}(\omega_x^2x'^2 + \omega_y^2y'^2 + \omega_z^2z'^2) \quad (3.9)$$

onde x' , y' e z' são as coordenadas de uma partícula no sistema intrínseco de coordenadas. Considerando uma forma axialmente simétrica, com o eixo z como eixo de simetria, podemos introduzir um parâmetro de deformação, δ , através de

$$\omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega_0^2(1 + \frac{2}{3}\delta) \equiv \omega_{\perp}^2 \quad (3.10)$$

e

$$\omega_z^2 = \omega_0^2(1 - \frac{4}{3}\delta). \quad (3.11)$$

Com estas duas definições e a condição de volume constante,

$$\omega_{\perp}^2\omega_z = \omega_0^3(\delta), \quad (3.12)$$

a freqüência do oscilador deformado $\omega_0(\delta)$ está relacionada com a freqüência do oscilador não deformado ω_0^0 , por:

$$\omega_0(\delta) = \omega_0^0 \left(1 - \frac{4}{3}\delta^2 - \frac{16}{27}\delta^3\right)^{-\frac{1}{6}} \quad (3.13)$$

onde ω_0^0 é o valor de $\omega_0(\delta)$ para $\delta = 0$.

Coordenadas cartesianas são difíceis de se trabalhar com potenciais em $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ e \mathbf{l}^2 , assim, Nilsson introduziu um sistema de coordenadas adimensional dependente da deformação:

$$\mathbf{r} = \sqrt{\frac{m\omega_0(\delta)}{\hbar}} \mathbf{r}' \quad (3.14)$$

Com essas novas coordenadas H_0 é separado em um termo esféricamente simétrico, $\overset{\circ}{H}_0$, e um termo representando o acoplamento da partícula ao eixo de deformação, H_δ , o qual é proporcional a δ . O Hamiltoniano toma, então, uma forma mais detalhada:

$$H = \overset{\circ}{H}_0 + H_\delta + C\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + D\mathbf{l}^2 \quad (3.15)$$

Uma representação é usada onde $\overset{\circ}{H}_0$ é diagonal, juntamente com l^2 , l_z e s_z que comutam com $\overset{\circ}{H}_0$ mas não com o Hamiltoniano total. Os correspondentes números quânticos são denotados por l , Λ e Σ . O termo H_δ é diagonal em N , número quântico principal do oscilador, devido a transformação de coordenadas, e a componente do momento angular ao longo do eixo de simetria, j_z , não comuta com toda a Hamiltoniana. No potencial deformado os níveis de energia dependem de j_z ($j_z = l_z + s_z$) com os correspondentes números quânticos Ω , Λ e Σ .

Ao passo que no caso esférico todas as componentes de \mathbf{j} são degeneradas, as degenerescências nos níveis de energia deformados são duas vezes ($\pm\Omega$), onde Ω é a paridade [$\pi = (-1)^N$] são usados para descreverem os níveis de partícula única. Os estados

$|Nl\Lambda\Sigma>$ são os estados da base para os autoestados correspondendo a um específico Ω ; N referindo-se ao nível de camada do oscilador harmônico, tal que:

$$\overset{\circ}{H}_0 |Nl\Lambda\Sigma\rangle = \left(N + \frac{3}{2} \right) \hbar\omega_0 |Nl\Lambda\Sigma>. \quad (3.16)$$

3.2.1 O potencial deformado de Woods-Saxon

O potencial deformado de oscilador harmônico, usado em cálculos fenomenológicos realísticos, produzem efeitos indesejados conectados com o termo dependente da velocidade, $\sim l^2$, contido na Hamiltoniana. Tais efeitos não estão presentes no caso de potenciais finitos mais realísticos como os dos tipos de Woods-Saxon .

Um potencial nuclear realístico dependente da deformação é indispensável para a análise não somente dos modos de partícula única ou quase-partícula única, mas também para os modos coletivos (rotações nucleares, vibrações coletivas, processos de fissão, etc..), especialmente quando estamos interessados em uma descrição quantitativa do fenômeno observado. Como em Cwick et al. [37] e em Garcia et al. [38] [39] assume-se que a forma do núcleo é definida pela superfície Σ :

$$\Sigma : f(r, \theta, \phi) = 0. \quad (3.17)$$

A origem do sistema de coordenadas pode ser escolhida de tal maneira que coincida com o centro de massa correspondente a esta forma:

$$\int_{\mathbf{r} \in \text{Interior de } \Sigma} \mathbf{r} d^3\mathbf{r} = 0. \quad (3.18)$$

A forma da superfície nuclear é expandida em harmônicos esféricos, definida pela

relação:

$$f(r, \theta, \phi) \equiv r - R(\hat{\Omega}, \hat{\alpha}) \quad (3.19)$$

onde

$$R(\hat{\Omega}, \hat{\alpha}) = c(\hat{\alpha})R_0[1 + \sum_{\lambda \geq 2} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\hat{\Omega})] \quad (3.20)$$

define a distância da origem do sistema de coordenadas ao ponto da superfície nuclear cuja posição é especificada pelos ângulos $(\theta, \phi) \equiv \hat{\Omega}$. Nesta última equação $R_0 = r_0 A^{1/3}$ é o raio do núcleo esférico de volume idêntico ao do interior da superfície e $\hat{\alpha}$ denota o conjunto completo de parâmetros de deformação. O efeito da incompressibilidade da matéria nuclear é levada em conta pelo requerimento de que o volume envolto pela superfície Σ seja constante, independentemente da deformação nuclear (condição de volume constante):

$$\int_{\mathbf{r} \in \text{Interior de } \Sigma} d^3 \mathbf{r} = \frac{4}{3} \pi R_0^3. \quad (3.21)$$

Esta última equação define o fator de escala $c(\hat{\alpha})$:

$$c(\hat{\alpha}) = \left\{ \frac{4\pi}{\int \left[1 + \sum_{\lambda \geq 2} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\hat{\Omega}) \right]^3 d\Omega} \right\}^{1/3}. \quad (3.22)$$

No caso de formas axiais, a equação (3.20) é simplesmente:

$$R(t, \hat{\beta}) = c(\hat{\beta})R_0[1 + \sum_{\lambda \geq 2} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(t)], \quad (3.23)$$

onde $t = \cos \theta$. Na presença de multipolos ímpares, $\lambda = 3, 5, \dots$ nesta expansão, o requerimento (3.18) para fixar o centro de massa na origem pode ser satisfeito introduzindo a transformação de centro de massa:

$$z \longrightarrow z - z_{cm} \quad (3.24)$$

onde

$$\begin{aligned}
 z_{cm} &= \frac{\int_{\mathbf{r} \in \text{Interior de } \Sigma} \mathbf{r} d^3\mathbf{r}}{\int_{\mathbf{r} \in \text{Interior de } \Sigma} d^3\mathbf{r}} \\
 &= \frac{3}{8} R_0 c^4(\hat{\beta}) \int_{-1}^{+1} [1 + \sum_{\lambda \geq 2} \beta_\lambda Y_{\lambda 0}(t)]^4 t dt. \tag{3.25}
 \end{aligned}$$

A expansão em β definida na equação (3.23) é, usualmente limitada a coeficientes de ordem baixa: β_2 (quadrupolo), β_3 (octupolo) e β_4 (hexadecapolo). Para formas fortemente alongadas e com assimetria de massa, entretanto, deve-se usar multipolos de ordem superior.

O potencial deformado de Woods-Saxon é definido da seguinte maneira [41]:

$$V(r, \hat{\beta}) = \frac{V_0}{1 + \exp [dist_\Sigma(r, \hat{\beta}) / a]} \tag{3.26}$$

onde $dist_\Sigma(r, \hat{\beta})$ é igual a distância (tomada com sinal negativo dentro da superfície) entre o ponto r e a superfície nuclear representada pela equação (3.23) e a denota a difusividade nuclear. A escolha acima tem fortes implicações geométricas [42]. A equação $V(r, \hat{\beta}) = const.$, a qual define superfícies equipotenciais, é estritamente equivalente a equação $dist_\Sigma(r, \hat{\beta}) = const.$. Para uma superfície definida por esta última temos:

$$\left| \nabla dist_\Sigma(r, \hat{\beta}) \right|^2 = 1 \quad \text{e} \quad \Delta dist_\Sigma(r, \hat{\beta}) = 0. \tag{3.27}$$

Portanto, para qualquer superfície equipotencial, o gradiente do potencial também é constante. Por exemplo, se selecionamos a superfície $dist_\Sigma(r, \hat{\beta}) = 0$, a qual corresponde a Σ definida por (3.23), podemos ver a área difusa do potencial é constante, independentemente da deformação nuclear. Usando a definição do potencial de Woods-Saxon acima garante-nos, também, uma difusividade constante em qualquer ponto da superfície.

O potencial spin-órbita é assumido na forma:

$$V_{so} = \lambda \left(\frac{\hbar}{2Mc} \right)^2 \left\{ \nabla \frac{V_0}{1 + \exp [dist_{\Sigma}(r, \hat{\beta})/a]} \right\} (\sigma \times \mathbf{p}), \quad (3.28)$$

onde λ denota a intensidade do potencial de spin-órbita, M é a massa nucleônica, o vetor operador \mathbf{s} composto pelas matrizes de Pauli está conectado com o operador de spin s do núcleon pela relação $s = \frac{1}{2}\sigma$, e \mathbf{p} é o operador de momento linear.

O potencial coulombiano para prótons, V_c , é assumido ter uma carga nuclear $(Z - 1)e$ distribuída uniformemente dentro da superfície Σ , e é calculado em coordenadas cilíndricas usando-se a seguinte expressão [43]:

$$V_c(z, \rho) = \rho_e \int_{z_1}^{z_2} dz' \left\{ \left[\rho_{\Sigma}^2 - \rho^2 - (z' - z)^2 - (z' - z) \frac{\partial \rho_{\Sigma}^2}{\partial z'} \right] F(a, b) + E(a, b) \right\}, \quad (3.29)$$

onde ρ_{Σ} é o valor de ρ para um ponto na superfície com coordenada z , ρ_e é uma densidade de carga constante, z_1 e z_2 são os limites de integração ao longo do eixo z (com $z_1 = -z_2$ para o caso simétrico), e

$$F(a, b) = a^{-1} \int_0^{\pi/2} d\varphi \left(1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \operatorname{sen}^2 \varphi \right)^{-1/2}, \quad (3.30)$$

$$E(a, b) = a \int_0^{\pi/2} d\varphi \left(1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \operatorname{sen}^2 \varphi \right)^{1/2}, \quad (3.31)$$

com $a^2 = (z' - z)^2 - (\rho' + \rho)^2$ e $b^2 = (z' - z)^2 - (\rho' - \rho)^2$ e as coordenadas z' e ρ' se referem aos pontos onde está a distribuição de carga.

A profundidade do potencial central é parametrizado como:

$$V = V_0 \left[1 \pm \kappa \frac{(N - Z)}{(N + Z)} \right] \quad (3.32)$$

com o sinal (+) para prótons e o sinal (-) para nêutrons, e κ depende da parametrização utilizada.

Existem várias parametrizações do potencial de Woods-Saxon que podem ser encontradas na literatura. Algumas das mais conhecidas são aquelas de Blomqvist e Wahlborn [44], de Chepurnov [45] e de Rost [46]. Outras como a parametrização "optimal" [47] [41] e a "universal" [48] [49] são também disponíveis.

3.2.2 Base de oscilador harmônico deformado

As autofunções de oscilador harmônico com simetria axial em um sistema de coordenadas cilíndricas

$$|n_\rho \ n_z \ \Lambda \ \Sigma\rangle = \psi_{n_\rho}^\Lambda(\rho) \ \psi_{n_z}(z) \ \psi_\Lambda(\varphi) \ \chi(\Sigma) \quad (3.33)$$

foram escolhidas como base para os cálculos do potencial deformado de partícula única. Na equação (3.33), $\Sigma = 2 m_s$ ($m_s = \pm \frac{1}{2}$) e

$$\psi_\Lambda(\Lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i\Lambda\varphi}, \quad (3.34)$$

$$\psi_{n_z}(z) = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{\pi} 2^{n_z} n_z!)}} \left(\frac{M\omega_z}{\hbar} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_{n_z}(\xi), \quad (3.35)$$

$$\psi_{n_\rho}^\Lambda(\rho) = \frac{\sqrt{n_\rho!}}{\sqrt{(n_\rho + |\Lambda|)!}} \left(\frac{2M\omega_\perp}{\hbar} \right)^{\frac{|\Lambda|}{2}} L_{n_\rho}^{|\Lambda|}(\eta). \quad (3.36)$$

Λ denota a projeção do momento angular orbital no eixo de simetria, e as coordenadas adimensionais (η, ξ) são

INSTITUTO DE FÍSICA

Serviço de Biblioteca e Informação
Tombo: 3547 ex. 1

$$\begin{aligned} \eta &= \left(\frac{M\omega_\perp}{\hbar} \right) \rho^2, \\ \xi &= \left(\frac{M\omega_z}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} z, \\ \rho^2 &= x^2 + y^2. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Os polinômios de Hermite e os polinômios generalizados de Laguerre são denotados por $H_{n_z}(\xi)$ e $L_{n_\rho}^{|\Lambda|}(\eta)$, respectivamente [50]. Os símbolos $\chi(m_s)$ são as funções de spin

$$\chi\left(\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi\left(-\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.38)$$

A energia de um dado estado base é dada por:

$$E_{n_\rho, n_z, \Lambda} = \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_z + \left(n_\perp + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_\perp, \quad (3.39)$$

onde

$$n_\perp = 2n_\rho + |\Lambda| \quad (3.40)$$

e o número quântico principal do oscilador é:

$$N = n_z + n_\perp. \quad (3.41)$$

As frequências ω_z e ω_\perp são obtidas impondo-se a condição de "conservação de volume"

$$\omega_\perp^2 / \omega_z = \omega_0^3 \quad (3.42)$$

e a condição de deformação do potencial:

$$\frac{\omega_\perp}{\omega_z} = \left[\frac{\langle z^2 \rangle_\Sigma}{\langle \rho^2 \rangle_\Sigma} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.43)$$

Os termos $\hbar\omega_0$ são obtidos pela relação:

$$\hbar\omega_0 = (\text{FACC}) \left(41A^{-\frac{1}{3}} \right) MeV \quad (3.44)$$

onde (FACC) é um parâmetro de entrada que serve para otimizar a estabilidade para grandes deformações; na maioria dos casos utiliza-se $(\text{FACC}) \approx 1, 2$.

3.2.3 Elementos de matriz do Hamiltoniano deformado

No cálculo dos elementos de matriz do Hamiltoniano de partícula única do potencial deformado de Woods-Saxon

$$H_{WS} = T + V + V_{so} + \frac{1}{2} (1 + \tau_3) V_c, \quad (3.45)$$

as simetrias do Hamiltoniano são explicitamente usadas. São elas: a simetria por reversão temporal, a simetria axial (com a escolha do eixo z como eixo de simetria), e, para multipolaridades ímpares, os parâmetros de deformação (β_λ) são nulos (paridade π).

A simetria por reversão temporal resulta na (dupla) degenerescência de Kramers de níveis, enquanto a simetria axial implica que a projeção do momento angular de partícula única no eixo de simetria

$$\Omega \equiv \Lambda + \frac{\Sigma}{2} \quad (3.46)$$

é uma constante de movimento. Ambas as simetrias implicam que as auto-energias não dependem do sinal de Ω . Portanto, ao invés de usar-se o espectro completo de Ω – *valores* gerados por N_{\max} camadas de osciladores harmônicos, isto é:

$$\Omega = -\frac{2N_{\max} + 1}{2}, -\frac{2N_{\max} + 1}{2} + 1, \dots, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{2N_{\max} + 1}{2} \quad (3.47)$$

podemos reter somente estados com Ω positivo, enquanto os estados bases remanescentes geram uma submatriz Hamiltoniana idêntica. Quando os parâmetros de deformação β_λ são zeros, cada Ω – bloco do Hamiltoniano separa-se adicionalmente em dois sub-blocos, um contendo somente estados de paridade positiva e outro negativa.

3.2.4 Densidade de níveis de partícula única

Um dos ingredientes fundamentais para o cálculo das larguras de RG's é a densidade de níveis de partícula única. Estudos prévios deste problema para o caso de núcleos deformados [38] [39] [40] [51] se fundamentam na inclusão dos efeitos coletivos no estudo das propriedades de estrutura do núcleo de um maneira adiabática, sem incluir procedimentos mais exatos em prol de se considerar a necessária conservação do número de partículas no sistema, como na aproximação de Lipkin-Nogami [52] [53]. Usando um enfoque microscópico combinatório para o cálculo das densidades de estados de partícula única podemos unir ambos os tratamentos.

O método de cálculo combinatório para a obtenção das densidades de níveis proporciona a possibilidade de realizarmos uma contagem direta do número de níveis com um número fixo de quase-partículas (ou de partícula-buraco) [38]. Parte-se de um conjunto finito de estados de partícula única obtidos a partir do modelo de camadas com um potencial nuclear apropriado. Usualmente, emprega-se nestes cálculos 100 orbitais de prótons e 100 de nêutrons, o que permite realizar o cálculo das densidades de estado de sistemas nucleares bastante pesados em um intervalo de energia acima de 10 MeV.

A interação de emparelhamento é levada em consideração a partir do emprego da teoria BCS em cada configuração. Realmente, todas as interações residuais que não sejam do tipo superfluído são desprezadas nesta análise. A energia total de cada configuração é determinada segundo a teoria de superfluidez do núcleo e a dependência na configuração introduzida na teoria BCS a partir do método de Bloqueio proposto por Wahlborn [54].

De acordo com cada configuração gerada, resolve-se um conjunto de equações BCS:

$$N = 2 \sum_i' U_{is}^2 \quad (3.48)$$

$$\frac{2}{G} = \sum_i' [(\varepsilon_i - \lambda_s)^2 + \Delta_s^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.49)$$

onde

$$U_{is}^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(\varepsilon_i - \lambda_s)}{[(\varepsilon_i - \lambda_s)^2 + \Delta_s^2]} \right). \quad (3.50)$$

Aqui, ε_i são as energias de partícula única, N o número de núcleons emparelhados, λ_s o potencial químico e Δ_s a função de correlação para uma dada configuração que supõe-se conhecida com antecedência.

A energia total para a configuração de acordo com o modelo BCS é:

$$E_s = \sum_j \varepsilon_j + 2 \sum_i' U_{is}^2 \varepsilon_i - \frac{\Delta_s^2}{G} \quad (3.51)$$

e a energia de excitação é calculada no final da diferença entre a energia total da configuração e a energia total do estado base onde a primeira soma inclui somente os orbitais bloqueados.

3.2.5 Distribuições de Spin

Os fenômenos coletivos nucleares tem recebido considerável atenção na análise de dados espectroscópicos dos níveis de baixa energia. Vários métodos teóricos tem sido empregados na descrição de níveis coletivos [55] [56] [57] para levar-se em consideração a inter-relação entre as excitações coletivas e o movimento individual dos núcleons em um campo auto consistente.

Estritamente falando, qualquer separação de variáveis coletivas deve estar acompanhada de um correspondente decréscimo do número de graus de liberdade internos. A partir do fato de que os movimentos coletivos são formados devido a núcleons profundos durante excitações internas e são determinados basicamente pelos níveis de partícula única adjacentes a superfície de Fermi, a exclusão dos graus de liberdade extras na região de baixa energia não deve afetar fortemente a densidade interna de estados excitados. Com base a estas condições a suposição de adiabaticidade está completamente justificada como primeiro passo da análise dos incrementos rotacionais na densidade de níveis dos núcleos.

O impacto do acoplamento coletivo de diferentes modelos teóricos para núcleos esféricos à baixas energias, considerando somente graus de liberdade internos, é que rotações não estão presentes e o acoplamento vibracional para núcleos pesados pode ser desprezado para estas energias [58] [59]. A validade das leis estatísticas na descrição da distribuição de spins dos níveis nucleares deve ser revisada quando se aplica à níveis com número fixo de núcleons.

Para núcleos esféricos, a distribuição de spin se escreve como:

$$R(J) = \frac{(2J+1)}{2(2\pi)^{\frac{1}{2}}\sigma^3} e^{-(J+1/2)^2/\sigma^2}, \quad (3.52)$$

a qual se deriva da suposição de que as projeções de spins se distribuem segundo uma distribuição gaussiana. Isto é fácil de ser notado quando o número de níveis é grande, entretanto, isto pode não ser válido para níveis com um pequeno número de excitons, para os quais a densidade de estados é também pequena para se aplicar um tratamento estatístico.

A contribuição coletiva na densidade de níveis nos núcleos deformados é definida pela

ordem de simetria da deformação nuclear. Para estes núcleos, o espectro de energia deve ser determinado, não somente pelas excitações internas, mas também pelas excitações oriundas da rotação do núcleo como um todo. Esta rotação conduz a um incremento na densidade de níveis nucleares. Para considerar os graus de liberdade rotacionais, as bandas rotacionais são construídas em cada estado particular, usando valores médios para as constantes rotacionais A_r e B_r com um momento de inércia \mathfrak{J}_\perp correspondente a uma determinada deformação. A energia das bandas, E_{IK^π} , assim construídas é:

$$E_{IK^\pi} = E_{K^\pi} + [I(I+1) - K^2]A_r + B_r(I + \frac{1}{2})(-1)^{I+\frac{1}{2}}\delta_{K,\frac{1}{2}} \quad (3.53)$$

onde E_{K^π} é a energia dos níveis de partícula única próximos ao nível de Fermi, $A_r = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{J}_\perp}$, e B_r é o parâmetro de desacoplamento (ajustável, em geral).

Na região de baixas energias, analisando sob o ponto de vista estatístico, o número de níveis é menor e suas energias, assim como a distribuição de números quânticos, podem sofrer fortes flutuações.

Em um núcleo deformado, para um dado momento angular, cada estado intrínseco gera uma banda rotacional no espectro de níveis do núcleo, portanto, o resultado total para todo o espectro necessita de um procedimento de soma similar ao realizado no caso esférico.

Para este caso, a expressões utizadas nos cálculos da distribuição de spins e da densidade de níveis de partícula única em núcleos deformados com simetria axial são, respectivamente:

$$R(I) = \frac{(2I+1)}{(8\pi)^{\frac{1}{2}}\sigma_{||}}e^{-I(I+1)/2\sigma_{||}^2} \quad (3.54)$$

e

$$\rho(U, I) = \omega(U)R(I) \quad (3.55)$$

onde $\omega(U)$ é a densidade de estados microscópica calculada segundo o modelo de super condutor estatístico-quântico [38].

Os parâmetros de cut-off de spin σ_{\perp}^2 e σ_{\parallel}^2 , correspondentes a distribuição de momento angular I e de projeção K no eixo de simetria do núcleo, podem ser estimados a partir do *espectro discreto* de partícula-buraco calculado como:

$$2\sigma_{\perp}^2 = \frac{1}{n} \sum_i^n I(I+1) \quad (3.56)$$

e

$$\sigma_{\parallel}^2 = \frac{1}{n} \sum_i^n K_i^2. \quad (3.57)$$

Nestas expressões n é o número de estados no intervalo de energia de excitação ΔU .

Os parâmetros σ_{\perp} e σ_{\parallel} na *região estatística* são calculados da seguinte maneira:

$$\sigma_{\perp}^2 = \frac{\mathfrak{F}_{\perp}\tau}{\hbar^2} \quad \text{e} \quad \sigma_{\parallel}^2 = \overline{\Omega}^2 g\tau \quad (3.58)$$

onde τ é a temperatura nuclear, g é a densidade níveis próxima a energia de Fermi e $\overline{\Omega}^2$ é o valor médio quadrático das projeções de momento angular de partícula única no eixo de simetria do núcleo deformado. O valor de g é calculado mediante ao processo de média em um intervalo de energia para uma distância entre as órbitas nucleares $\gamma = 41A^{\frac{-2}{3}}$:

$$g(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\gamma} \sum_i \exp\left\{-\frac{(\epsilon_i - \lambda)^2}{\gamma^2}\right\} \quad (3.59)$$

onde λ é a energia de Fermi, e ϵ_i a i -ésima energia de partícula única.

A energia de Fermi é definida mediante a solução da equação:

$$N = \int_{-\infty}^{\lambda} f(\epsilon) g(\epsilon) d\epsilon \quad (3.60)$$

onde N é o número de partículas, e $f(\epsilon)$ é o polinômio de correção:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^P C_m H_m(u) \quad (3.61)$$

com

$$C_m = \begin{cases} \frac{(-1)^{\frac{m}{2}}}{2^m (\frac{m}{2})!} & \text{se } m \text{ for par} \\ 0 & \text{se } m \text{ for ímpar} \end{cases} \quad (3.62)$$

e

$$u = \frac{\epsilon - \lambda}{\gamma}; \quad \gamma = \hbar\omega_0 = 41A^{-\frac{2}{3}}. \quad (3.63)$$

O momento de inércia \mathfrak{J}_{\perp} é dependente da energia da seguinte forma:

$$\mathfrak{J}_{\perp} = \begin{cases} (\mathfrak{J}_0 - \mathfrak{J}_{rig})[1 - \frac{U}{U_{crit}}] & \text{para } U < U_{crit} \\ \mathfrak{J}_{rig} & \text{para } U > U_{crit} \end{cases} \quad (3.64)$$

onde \mathfrak{J}_0 é o momento de inércia do estado fundamental, U_{crit} é o valor máximo da energia de transição do estado supercondutor para o estado normal dos sistemas de nêutrons e de prótons e \mathfrak{J}_{rig} é o momento de inércia de corpo rígido do núcleo.

A construção da distribuição de spin (3.54) requer o cálculo dos parâmetros de cut-off de spin paralelo e perpendicular ($\sigma_{\perp}^2 = \frac{\mathfrak{J}_{\perp}\tau}{\hbar^2}$ e $\sigma_{\parallel}^2 = \frac{\mathfrak{J}_{\parallel}\tau}{\hbar^2}$), ou equivalentemente as equações (3.58). Considerando somente deformações nucleares de tipo quadrupolar estas grandezas podem ser estimadas utilizando as expressões para os momentos de inércia paralelo e perpendicular [60, 61]:

$$\mathfrak{J}_{\parallel} = \frac{6}{\pi^2} \overline{\Omega}^2 a (1 - \beta_2^2)^{\frac{1}{3}} \quad (3.65)$$

$$\mathfrak{F}_\perp = \frac{2}{5} m_0 r_0^2 A^{\frac{5}{3}} (1 - \beta_2^2)^{-\frac{2}{3}} \quad (3.66)$$

onde β_2 é o parâmetro de deformação quadrupolar nuclear, m_0 e r_0 são a massa e o raio nucleônicos, respectivamente. Para a dependência do valor médio quadrático da projeção de momento angular $\overline{\Omega}^2$, usamos a parametrização $\overline{\Omega}^2 = \xi A^{\frac{2}{3}}$, onde $\xi = 0.19$ [60, 62]. A temperatura nuclear é estimada de acordo com a equação (2.46), sendo que a altas energias de excitação, como é o caso das energias de excitação das RG's, $E \approx a\tau^2$.

3.3 Funções de onda para estados de núcleos deformados

Várias propriedades de núcleos deformados exibem regularidades que podem ser descritas fazendo-se a separação entre uma estrutura intrínseca e uma estrutura rotacional. Podemos estabelecer relações puramente geométricas entre as propriedades de estados que compartilham estas estruturas. Kerman e Piza [13] obtiveram amplitudes de escape em ressonâncias análogas isobáricas de estados rotacionais em núcleos deformados a partir do produto de amplitudes de escape intrínsecas por um coeficiente dado por uma combinação linear de coeficientes de Clebsh-Gordan. Adotamos aqui, o mesmo procedimento para calcularmos as larguras de escape de ressonâncias gigantes em núcleos deformados a partir das obtidas em núcleos esféricos.

Consideremos o problema de um único núcleon acoplado a um caroço simétrico deformado axialmente. Um conjunto de funções que formam uma base completa para a qual o sistema núcleon-caroço pode ser convenientemente descrito são as funções (3.7). Estas

podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r}'\omega | \alpha l j K I M \rangle &= \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \left\{ \mathfrak{D}_{MK}^I(\omega) \langle \mathbf{r}' | \eta_{\alpha l j K}^\dagger | 0 \rangle \right. \\ &\quad \left. + (-1)^{I+K} \mathfrak{D}_{M-K}^I(\omega) \langle \mathbf{r}' | \eta_{\alpha l j \bar{K}}^\dagger | 0 \rangle \right\} \end{aligned} \quad (3.67)$$

onde $\eta_{\alpha l j K}^\dagger$ e $\eta_{\alpha l j \bar{K}}^\dagger$ são os operadores de criação de férmiões nos estados intrínsecos $|\alpha l j K\rangle$ e para os estados reverso-temporais $(-1)^{j+K} |\alpha l j - K\rangle$, respectivamente.

Por outro lado, é mais conveniente termos, separadamente, os números quânticos do núcleon e do caroço desde que as condições de contorno no infinito são naturalmente expressos desta forma. Introduzimos então um segundo conjunto de base de estados:

$$\langle \mathbf{r}\omega | \alpha l j R I M \rangle = \sum_{mR_z} C_{mR_z M}^{jRI} \langle \mathbf{r} | \bar{\eta}_{\alpha l j m}^\dagger | 0 \rangle \sqrt{\frac{2R+1}{8\pi^2}} \mathfrak{D}_{R_z 0}^R(\omega) \quad (3.68)$$

onde o símbolo C é um coeficiente de Clebsh-Gordan ordinário com fases de Condon-Shortley, e $\bar{\eta}_{\alpha l j m}^\dagger$, agora, cria um núcleon no estado $|\alpha l j m\rangle$ no sistema de laboratório. Ele está relacionado com os operadores de criação que aparecem na equação (3.67) através da transformação:

$$\bar{\eta}_{\alpha l j m}^\dagger = \sum_K \mathfrak{D}_{mK}^j(\omega) \eta_{\alpha l j K}^\dagger. \quad (3.69)$$

Usando-se esta última equação e as propriedades das funções de rotação \mathfrak{D} , obtemos a transformação ortogonal que relaciona (3.67) e (3.68):

$$\begin{aligned} \langle \alpha l j R I M | \alpha l j K I M \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2R+1}{2I+1}} \left[C_{K 0 K}^{j R I} + (-1)^{j-I} C_{-K 0 -K}^{j R I} \right] \\ &\equiv \begin{bmatrix} j & R & I \\ K & 0 & K \end{bmatrix} \quad (K > 0) \end{aligned} \quad (3.70)$$

A combinação particular de combinações de coeficientes de Clebsh-Gordan que aparecem na equação (3.70) relaciona as simetrias das funções de onda pela condição de restrição

aos valores de R e K como sendo pares e positivos, respectivamente. Segue-se também, diretamente das propriedades dos coeficientes de Clebsh-Gordan, que

$$\sum_{K>0} \begin{bmatrix} j & R & I \\ K & 0 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j & R' & I \\ K & 0 & K \end{bmatrix} = \delta_{RR'} \quad (3.71)$$

e

$$\sum_R \begin{bmatrix} j & R & I \\ K & 0 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j & R & I \\ K' & 0 & K' \end{bmatrix} = \delta_{KK'}, \quad (3.72)$$

mostrando explicitamente que (3.70) é uma transformação ortogonal.

Podemos escrever a função de onda (3.7), ou equivalentemente (3.67), como:

$$\langle \mathbf{r}'\omega | KIM \rangle \equiv \sum_{\alpha l j} a_{\alpha l j}^K \langle \mathbf{r}'\omega | \alpha l j KIM \rangle \quad (3.73)$$

onde $a_{\alpha l j}^K$ são os coeficientes de Nilsson, os quais descrevem os estados intrínsecos na base $|\alpha l j\rangle$. Aplicando-se a propriedade descrita pela transformação ortogonal (3.70) esta última equação torna-se:

$$\langle \mathbf{r}'\omega | KIM \rangle = \sum_{\alpha l j} \sum_R a_{\alpha l j}^K \begin{bmatrix} j & R & I \\ K & 0 & K \end{bmatrix} \langle \mathbf{r}\omega | \alpha l j RIM \rangle. \quad (3.74)$$

3.4 Larguras de escape para núcleos deformados

Para calcular as larguras de escape de ressonâncias gigantes em núcleos deformados, consideremos um buraco acoplado a um caroço deformado com simetria axial e este sistema então acoplado a uma única partícula, como mostra a figura 3.3.

O estado inicial do sistema é escrito como:

$$|j_1(j_2R)I; JM\rangle = \sum_{m_1 M_I} \langle j_1 m_1 I \ M_I | JM \rangle |j_1, (j_2R)I; JM\rangle. \quad (3.75)$$

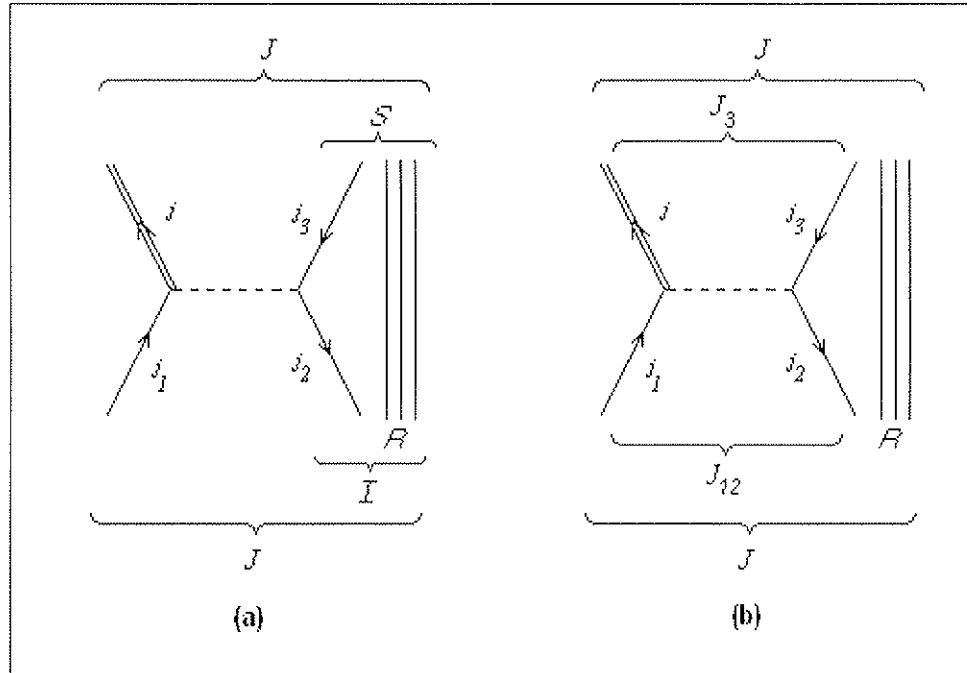


Figura 3.3: Esquemas de acoplamento de um par partícula e buraco com um caroço axialmente deformado.

O estado $|j_2R; IJM_I\rangle$, com uma pequena simplificação na notação, pode ser construído como o da equação (3.74), e assim:

$$|j_1(j_2R)I; JM\rangle = \sum_{m_1 M_I} \sum_{j_2 R} a_{j_2}^K \langle j_1 m_1 I M_I | JM \rangle \begin{bmatrix} j_2 & R & I \\ K & 0 & K \end{bmatrix} |j_1, j_2, R; JM\rangle_{j_1(j_2R)I; JM} \quad (3.76)$$

Note-se que este último auto-estado do sistema é gerado pelo acoplamento representado na figura 3.3 (a), o que não é conveniente, pois em princípio queremos que a interação residual atue somente entre os estados de partícula e de buraco. Uma maneira de se obter isto é utilizando os coeficientes de reacoplamento de Racah (vide Apêndice C). A transformação entre os acoplamentos $|j_1, j_2, R; JM\rangle_{j_1, (j_2R)I; JM}$ e $|j_1, j_2, R; JM\rangle_{(j_1j_2)J_{12}, R; JM}$, onde $\mathbf{J}_{12} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$,

é dada por:

$$|j_1, j_2, R; JM\rangle = \sum_{\substack{j_1, (j_2R)I; JM \\ J_{12}}} \langle (j_1j_2)J_{12}, R; JM | j_1, (j_2R)I; JM \rangle \quad |j_1, j_2, R; JM\rangle_{(j_1j_2)J_{12}, R; JM} \quad (3.77)$$

Substituindo (3.77) em (3.76) e utilizando a definição dos coeficientes de Racah em função dos símbolos $6 - j$ e dos coeficientes de Clebsh-Gordan em função dos símbolos $3 - j$, temos:

$$|j_1(j_2R)I; JM\rangle = \sum_{J_{12}} \sum_{j_2R} A_{j_1j_2J_{12}}^{R I J} |j_1, j_2, R; JM\rangle_{(j_1j_2)J_{12}, R; JM} \quad (3.78)$$

onde

$$\begin{aligned} A_{j_1j_2J_{12}}^{R I J} &= (-1)^{2j_1+j_2+R+J-I} \sqrt{2J+1} \sqrt{2J_{12}+1} \sqrt{2I+1} a_{j_2}^K \times \\ &\left[\begin{array}{ccc} j_2 & R & I \\ K & 0 & K \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc} j_1 & I & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ R & J & I \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3.79)$$

e também usamos $m_1 = \frac{1}{2}$, $M_I = -\frac{1}{2}$ e $M = 0$.

Analogamente:

$$|j(j_3R)S; JM\rangle = \sum_{J_3} \sum_{j_3R} A_{jj_3J_3}^{R S J} |j, j_3, R; JM\rangle_{(jj_3)J_3, R; JM} \quad (3.80)$$

com

$$\begin{aligned} A_{jj_3J_3}^{R S J} &= (-1)^{2j+j_3+R+J-S} \sqrt{2J+1} \sqrt{2J_3+1} \sqrt{2S+1} a_{j_3}^K \times \\ &\left[\begin{array}{ccc} j_3 & R & S \\ K & 0 & K \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc} j & S & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{ccc} j & j_3 & J_3 \\ R & J & S \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3.81)$$

onde $\mathbf{J}_3 = \mathbf{j} + \mathbf{j}_3$.

Utilizando os estados (3.78) e (3.80) podemos agora calcular as larguras de escape no processo direto de ressonâncias gigantes como:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{def}^\dagger &= \langle j_1(j_2R)I; JM | \hat{\Gamma}^\dagger | j(j_3R)S; JM \rangle \\
&= \sum_{J_{12}} \sum_{j_2 R} A_{j_1 j_2 J_{12}}^{R I J} \langle j_1, j_2, R; JM | \hat{\Gamma}^\dagger \sum_{J_3} \sum_{j_3 R'} A_{j_3 J_3}^{R S J} | j, j_3, R'; JM \rangle \\
&= \sum_{J_3 J_{12}} \sum_{j_2 R j_3 R'} A_{j_1 j_2 J_{12}}^{R I J} A_{j_3 J_3}^{R S J} \langle j_1, j_2, R; JM | \hat{\Gamma}^\dagger | j, j_3, R'; JM \rangle \delta_{R R'} \\
&= \sum_{J_{12} j_2 R j_3} A_{j_1 j_2 J_{12}}^{R I J} A_{j_3 J_3}^{R S J} \langle j_1, j_2, R; JM | \hat{\Gamma}^\dagger | j, j_3, R; JM \rangle \delta_{J_{12} J_3},
\end{aligned} \tag{3.82}$$

onde os termos $\langle j_1, j_2, R; JM | \hat{\Gamma}^\dagger | j, j_3, R; JM \rangle$ são calculados com expressões amálogas as das larguras calculadas para o caso puramente esférico (2.55).

$$\langle j_1, j_2, R; JM | \hat{\Gamma}^\dagger | j, j_3, R; JM \rangle = X^\dagger Y^\dagger. \tag{3.83}$$

com X^\dagger sendo dada por:

$$X^\dagger = 2\pi \frac{(2j+1)(2j_3+1)F(J_{12})R_1(j_3)}{R_2(J_3)} \left(\begin{array}{ccc} j & j_3 & J_3 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2 I^2(j_1, j_2, j_3, j) \Delta(jj_3 J_3) \delta_{J_{12} J_3}, \tag{3.84}$$

sendo

$$F(J_{12}) = (2j_1+1)R_1(j_1)(2j_2+1)R_1(j_2) \left(\begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right)^2 \Delta(j_1 j_2 J), \tag{3.85}$$

onde a função triangular Δ , $\Delta(j_a j_b J)$, encerra a conservação do momento angular. Nestas expressões, a distribuição de spin deve ser calculada com a expressão (3.54). A função Y

é calculada com a equação (2.54), sendo g agora sendo dada por (3.59), e para obtermos a largura total, devemos ainda efetuar a soma externa em j_1 e j_2 .

Note-se que os coeficientes de Nilsson que aparecem na equação (3.76) estão escritos na base esférica $|nlj\Omega\rangle$. Podemos obter estes coeficientes na base de oscilador deformado , $|n_\rho n_z \Lambda \Sigma\rangle$ ou, equivalentemente $|N n_z \Lambda \Sigma\rangle$ com $N = n_\rho + n_z$. A expansão em termos de estados bases rotulados pelo momento angular j pode ser obtida pelas funções de onda do oscilador deformado pela transformação [22]:

$$\begin{aligned} < Nl, j = l \pm \frac{1}{2}, \Omega | \nu > &= \sum_{\Lambda\Sigma} < l\Lambda \frac{1}{2}\Sigma | j\Omega > < Nl\Lambda\Sigma | \nu > \\ &= \pm \left(\frac{l \pm \Omega + \frac{1}{2}}{2l+1} \right)^{\frac{1}{2}} < Nl, \Omega - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | \nu > + \\ &\quad \left(\frac{l \mp \Omega + \frac{1}{2}}{2l+1} \right)^{\frac{1}{2}} < Nl, \Omega + \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | \nu > \end{aligned} \quad (3.86)$$

onde $\nu (= |N n_z \Lambda \Sigma\rangle)$ rotula os auto estados.

Um dado estado de partícula (ou buraco) única(o) pode ser escrito como uma expansão em termos de uma base deformada $|n_\rho n_z \Lambda \Sigma\rangle$ ou de uma base esférica $|nlj\rangle$, como:

$$|N \Omega\rangle = \sum_{n_\rho n_z \Lambda} a_{n_\rho n_z \Lambda} |n_\rho n_z \Lambda \Sigma\rangle \quad (3.87)$$

ou

$$|N \Omega\rangle = \sum_{nlj} a_{nlj} |nlj\rangle \quad (3.88)$$

respectivamente.

Multiplicando-se estas duas últimas expressões pela direita por $\langle nlj |$ vem que:

$$\langle nlj | N \Omega \rangle = \sum_{n_\rho n_z \Lambda} a_{n_\rho n_z \Lambda} \langle nlj | n_\rho n_z \Lambda \Sigma \rangle \quad (3.89)$$

$$\langle n'l'j' | N \Omega \rangle = \sum_{nlj} a_{nlj} \langle n'l'j' | nlj \rangle = \sum_{nlj} a_{nlj} \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{jj'} \quad (3.90)$$

e assim:

$$\langle nlj | N \Omega \rangle = a_{nlj} \quad (3.91)$$

Igualando-se (3.89) e (3.91) temos então que os coeficientes de Nilsson numa base esférica é dado por:

$$a_{nlj} = \sum_{n_\rho n_z \Lambda} a_{n_\rho n_z \Lambda} \langle nlj | n_\rho n_z \Lambda \Sigma \rangle \quad (3.92)$$

onde $\langle nlj | n_\rho n_z \Lambda \Sigma \rangle$ é dado pela equação (3.86) com $N = n_z + 2n_\rho + |\Lambda|$.

Considerações Finais

Neste trabalho apresentamos cálculos das larguras de decaimento de ressonâncias gigantes em núcleos esféricos e deformados. No que se refere a núcleos esféricos, obtivemos uma análise analítica nas larguras de damping, e, analítica e numérica nas larguras de escape nos processos de pré-equilíbrio [63] e direto [64] do decaimento das *RG's*. Apresentamos também uma proposta teórica para o cálculo de *RG's* em núcleos levemente deformados. Esta proposta se justifica pelo fato de que um núcleo, contituído de um caroço e de um par partícula-buraco, excitado à energia de *RG* deve levar em conta a possível polarização do caroço, e assim, dos graus de liberdade coletivos gerados pelo movimento intrínseco dos éxcitons considerados.

A análise dos resultados obtidos para as larguras de decaimento em ressonâncias gigantes nos núcleos esféricos ^{40}Ca , ^{90}Zr e ^{208}Pb , em comparação com os dados experimentais disponíveis e com outros cálculos teóricos mais refinados, permite-nos afirmar que o procedimento utilizado neste trabalho para estimar as larguras das *RG's* é bastante satisfatório.

O emprego em cálculos de estrutura nuclear de uma aproximação, como a de Feshbach, Kerman e Koonin, de origem na teoria de reações, se justifica pela simplicidade da modelagem e pelos próprios resultados obtidos, entretanto, o modelo necessita ainda de

alguns ajustes. Possíveis refinamentos no cálculo de larguras de RG's podem ser obtidas em função de melhores estimativas de alguns parâmetros utilizados no cálculo.

Por exemplo, a intensidade da interação residual, V_0 , tomada constante para todos os núcleos, deve ter, provavelmente, uma dependência da região de massa do núcleo estudado, ou seja, deve manifestar explicitamente uma dependência com Z e N . Além disso, V_0 deve também estar relacionada com o tipo de ressonância considerada (monopolar, dipolar, quadrupolar, etc...) através do momento angular desta ressonância, J . Um estudo sistemático para uma melhor estimativa de V_0 pode ser facilmente efetuado com os procedimentos e códigos computacionais desenvolvidos neste trabalho.

Outro ponto bastante importante se refere ao cálculo da densidade de níveis (g) e do espectro de energia de partícula única. O fato é que as estimativas das larguras das RG's são extremamente sensíveis as aproximações consideradas para o cálculo destas grandezas, especialmente no referente a núcleos esféricos, pela sistematização de quais estados de partícula considerar, tanto na parte discreta como na contínua do espectro.

Enfim, a extensão dos cálculos realizados para núcleos levemente deformados para núcleos medianamente e fortemente deformados através da sistemática desenvolvida neste trabalho pode ser facilmente obtida. Nestes casos, entretanto, a aproximação adiabática utilizada para núcleos levemente deformados não será mais válida e deveremos considerar o movimento intrínseco dos nucleons em um potencial puramente deformado. A facilidade maior é que a metodologia, bem estabelecida nesta tese, pode ser seguida diretamente para o cálculo das larguras de decaimento de $RG's$ nestes outros casos.

Apêndice A

Espectros de Partícula Única para os núcleos ^{40}Ca , ^{90}Zr e ^{208}Pb

Tabela A.1: Espectro de partícula única para o ^{40}Ca

| nl_j | nêutrons | prótons | nl_j | nêutrons | prótons |
|------------|----------|----------|------------|----------|---------|
| $1s_{1/2}$ | -42.0883 | -33.2434 | $1f_{5/2}$ | -1.5092 | 4.8040 |
| $1p_{3/2}$ | -31.4454 | -23.1644 | $3s_{1/2}$ | 2.4685 | 7.2260 |
| $1p_{1/2}$ | -29.3441 | -21.2607 | $1g_{9/2}$ | 3.0780 | 9.5938 |
| $1d_{5/2}$ | -20.0624 | -12.2723 | $2d_{5/2}$ | 3.1039 | 8.2405 |
| $2s_{1/2}$ | -16.3365 | -8.7211 | $2d_{3/2}$ | 4.8272 | 9.3333 |
| $1d_{3/2}$ | -15.6406 | -8.3309 | $3p_{3/2}$ | 6.0284 | 10.3821 |
| $1f_{7/2}$ | -8.3694 | -1.0848 | $3p_{1/2}$ | 6.5174 | 10.8996 |
| $2p_{3/2}$ | -5.2069 | 1.4285 | $2f_{7/2}$ | 8.1028 | 12.2524 |
| $2p_{1/2}$ | -3.1025 | 3.0419 | $2f_{5/2}$ | 9.0788 | 13.0511 |

Tabela A.2: Espectro de partícula única para o ^{90}Zr

| nl_j | nêutrons | prótons | nl_j | nêutrons | prótons |
|------------|----------|----------|-------------|----------|---------|
| $1s_{1/2}$ | -42.4853 | -36.0347 | $2d_{3/2}$ | -4.4048 | 1.6264 |
| $1p_{3/2}$ | -35.9818 | -29.7617 | $1h_{11/2}$ | -3.0161 | 4.2467 |
| $1p_{1/2}$ | -34.9224 | -28.9901 | $2f_{7/2}$ | 0.8853 | 7.8908 |
| $1d_{5/2}$ | -28.6038 | -22.3588 | $3p_{3/2}$ | 1.3013 | 8.0168 |
| $1d_{3/2}$ | -26.1493 | -20.6075 | $3p_{1/2}$ | 2.0410 | 8.5030 |
| $2s_{1/2}$ | -25.2480 | -18.8217 | $2f_{5/2}$ | 3.7694 | 9.9234 |
| $1f_{7/2}$ | -20.5513 | -14.0873 | $4s_{1/2}$ | 5.1355 | 11.4133 |
| $1f_{5/2}$ | -16.2300 | -11.0373 | $1h_{9/2}$ | 5.4632 | 10.2607 |
| $2p_{3/2}$ | -16.1113 | -9.4955 | $3d_{5/2}$ | 5.6698 | |
| $2p_{1/2}$ | -14.4662 | -8.3519 | $1i_{13/2}$ | 6.1249 | |
| $1g_{9/2}$ | -11.9739 | -5.1501 | $3d_{3/2}$ | 6.3060 | |
| $2d_{5/2}$ | -7.1973 | -0.3388 | $2g_{9/2}$ | 7.2555 | |
| $1g_{7/2}$ | -5.4882 | -0.5886 | $4p_{3/2}$ | 8.7243 | |
| $3s_{1/2}$ | -5.3419 | 1.3952 | | | |

Tabela A.3: Espectro de partícula única para o ^{208}Pb

| nl_j | nêutrons | prótons | nl_j | nêutrons | prótons |
|-------------|----------|----------|-------------|----------|---------|
| $1s_{1/2}$ | -41.7548 | -33.3755 | $3p_{1/2}$ | -7.3694 | -0.1119 |
| $1p_{3/2}$ | -37.7945 | -30.1500 | $2g_{9/2}$ | -3.9233 | 3.6786 |
| $1p_{1/2}$ | -37.3831 | -28.9573 | $1i_{11/2}$ | -2.8754 | 3.7138 |
| $1d_{5/2}$ | -33.1231 | -26.0480 | $1j_{15/2}$ | -2.3553 | 5.1428 |
| $1d_{3/2}$ | -32.0935 | -23.7470 | $3d_{5/2}$ | -1.7227 | 6.1829 |
| $2s_{1/2}$ | -30.8393 | -22.6988 | $4s_{1/2}$ | -0.8954 | 7.1025 |
| $1f_{7/2}$ | -27.8604 | -21.1597 | $2g_{7/2}$ | -0.3123 | 6.0908 |
| $1f_{5/2}$ | -25.9097 | -17.7038 | $3d_{3/2}$ | -0.1831 | 7.1413 |
| $2p_{3/2}$ | -24.4408 | -16.6200 | $2h_{11/2}$ | 2.7378 | 10.5821 |
| $2p_{1/2}$ | -23.5928 | -15.7360 | $4p_{3/2}$ | 3.1621 | |
| $1g_{9/2}$ | -22.0909 | -15.5404 | $4p_{1/2}$ | 3.4932 | |
| $1g_{7/2}$ | -18.9156 | -11.0146 | $3f_{7/2}$ | 3.5049 | |
| $2d_{5/2}$ | -17.7372 | -10.1094 | $3f_{5/2}$ | 4.6333 | |
| $2d_{3/2}$ | -16.0245 | -8.6891 | $1k_{17/2}$ | 4.8607 | |
| $1h_{11/2}$ | -15.8821 | -9.2456 | $1j_{13/2}$ | 5.8731 | |
| $3s_{1/2}$ | -15.7875 | -8.0804 | $2h_{9/2}v$ | 6.4072 | |
| $1h_{9/2}$ | -11.2036 | -3.8307 | $5s_{1/2}$ | 6.5030 | |
| $2f_{7/2}$ | -10.8458 | -3.2918 | $4d_{5/2}$ | 6.6064 | |
| $1i_{13/2}$ | -9.2880 | -2.3277 | $4d_{3/2}$ | 7.1234 | |
| $3p_{3/2}$ | -8.4369 | -0.7684 | $3g_{9/2}$ | 7.4878 | |
| $2f_{5/2}$ | -8.1394 | -1.3514 | $3g_{7/2}$ | 8.3775 | |

Apêndice B

Parâmetros dos potenciais

Tabela B.1: Parametrização do potencial de Woods-Saxon esférico

| Núcleo | | V_0 (MeV) | r_0 (fm) | r_{so} (fm) | λ | κ | a_0 (fm) | a_{so} (fm) |
|-----------------------|-------|----------------|---------------|------------------|-----------|----------|---------------|------------------|
| $^{40}_{20}Ca_{20}$ | ν | 55,650 | 1,195 | 1,240 | 22,800 | 0,630 | 0,630 | 0,630 |
| | π | 55,590 | 1,200 | 1,240 | 19,900 | 0,630 | 0,630 | 0,630 |
| $^{90}_{40}Zr_{50}$ | ν | 53,625 | 1,240 | 1,240 | 29,090 | 0,630 | 0,625 | 0,630 |
| | π | 53,638 | 1,240 | 1,240 | 17,800 | 0,630 | 0,624 | 0,630 |
| $^{208}_{82}Pb_{126}$ | ν | 52,990 | 1,240 | 1,240 | 33,860 | 0,630 | 0,625 | 0,620 |
| | π | 49,950 | 1,275 | 0,980 | 17,800 | 0,860 | 0,750 | 0,750 |

Apêndice C

Reacoplamento de momentos angulares

Apresentamos neste apêndice, com o intuito de esclarecer a notação utilizada no texto, um breve resumo das principais definições e propriedades de acoplamentos de momentos angulares, principalmente no que se refere ao reacoplamento de momento angular que utilizamos no Capítulo 3. Optamos por um notação similar a encontrada em Bohr & Mottelson [22].

Se dois componentes em um sistema tem momentos angulares \mathbf{j}_1 e \mathbf{j}_2 , o acoplamento entre estes componentes só pode produzir estados com momento angular \mathbf{J} tal que:

$$|\mathbf{j}_1 - \mathbf{j}_2| \leq \mathbf{J} \leq \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 \quad (C.1)$$

Os estados acoplados JM podem ser escritos na forma:

$$\begin{aligned} |(j_1 j_2) JM\rangle &\equiv |j_1 j_2\rangle_{(j_1 j_2) JM} \\ &= \sum_{m_1 m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle |j_1 m_1, j_2 m_2\rangle \end{aligned} \quad (C.2)$$

onde os coeficientes da expansão são os coeficientes de Clebsh-Gordan, os quais obedecem as relações de ortogonalidade:

$$\sum_{m_1 m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | J' M' \rangle = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \quad (C.3)$$

$$\sum_{JM} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle \langle j_1 m'_1 j_2 m'_2 | JM \rangle = \delta_{m_1 m'_1} \delta_{m_2 m'_2} \quad (C.3)$$

correspondendo a ortogonalidade dos conjuntos de bases $j_1 m_1$, $j_2 m_2$ e $(j_1 j_2) JM$. O sinal dos coeficientes de Clebsh-Gordan depende da escolha de fases reais para os estados JM relativas aos estados $j_1 m_1$, $j_2 m_2$. Seguimos a convenção de Condon e Shortley, baseada nas relações

$$\langle jm | j_z | jm \rangle = m \quad$$

$$\langle jm \pm 1 | j_x \pm i j_y | jm \rangle = [(j \mp m)(j \pm m + 1)]^{\frac{1}{2}} \quad (C.4)$$

e na escolha de fases

$$\langle j_1 m_1 = j_1, j_2 m_2 = j_2 | J = j_1 + j_2, M = j_1 + j_2 \rangle = 1$$

$$\langle (j_1 j_2) J' M | j_{1z} | (j_1 j_2) JM \rangle \geq 0 \quad (J' \neq J) \quad (C.5)$$

Desde que $J_z = j_{1z} + j_{2z}$ é diagonal em J , a última prescrição é antisimétrica em j_1 e j_2 . Então, a ordem no acoplamento angular é importante e uma troca de j_1 e j_2 fornece:

$$|j_1 j_2\rangle_{(j_2 j_1) JM} = (-1)^{j_1 + j_2 - J} |j_1 j_2\rangle_{(j_1 j_2) JM} \quad (C.6)$$

Os coeficientes de Clebsh-Gordan possuem várias propriedades de simetria descrevendo o efeito de reversão de momentos angulares:

$$\langle j_1 m_1 \ j_2 m_2 | j_3 m_3 \rangle = (-1)^{j_1 + j_2 - j_3} \langle j_1 - m_1 \ j_2 - m_2 | j_3 - m_3 \rangle \quad (\text{C.7})$$

e

$$\begin{aligned} \langle j_1 m_1 \ j_2 m_2 | j_3 m_3 \rangle &= (-1)^{j_1 + j_2 - j_3} \langle j_2 m_2 j_1 m_1 | j_3 m_3 \rangle \\ &= (-1)^{j_1 - m_1} \left(\frac{2j_3 + 1}{2j_2 + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \langle j_1 m_1 \ j_3 - m_3 | j_2 - m_2 \rangle \\ &= (-1)^{j_2 - m_2} \left(\frac{2j_3 + 1}{2j_1 + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \langle j_3 - m_3 \ j_2 m_2 | j_1 - m_1 \rangle \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Os coeficientes de Clebsh-Gordan estão relacionados com os símbolos $3 - j$ de Wigner pela equação

$$\langle j_1 m_1 \ j_2 m_2 | JM \rangle = (-1)^{j_1 + j_2 - J} \left(\begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J \\ m_1 & m_2 & -M \end{array} \right) \quad (\text{C.9})$$

onde o aparecimento de $-M$ no símbolo $3 - j$ deve ser notado, isto é, a soma dos três índices embaixo de um símbolo $3 - j$ deve ser nula.

Coeficientes de reacoplamento

Três momentos angulares \mathbf{j}_1 , \mathbf{j}_2 e \mathbf{j}_3 podem se acoplar de várias maneiras para dar um resultante \mathbf{J} . Podemos primeiro efetuar o acoplamento $\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 = \mathbf{J}_{12}$ e subsequentemente $\mathbf{J}_{12} + \mathbf{j}_3 = \mathbf{J}$; outra possibilidade é $\mathbf{j}_2 + \mathbf{j}_3 = \mathbf{J}_{23}$ seguido de $\mathbf{j}_1 + \mathbf{J}_{23} = \mathbf{J}$. A transformação

entre estes dois esquemas de acoplamento

$$\begin{aligned}
 |j_1 j_2 j_3 >_{(j_1 j_2) J_{12}, j_3; JM} &\equiv \sum_{m_1 m_2 m_3 M_{12}} < j_1 m_1 j_2 m_2 | J_{12} M_{12} > < J_{12} M_{12} j_3 m_3 | JM > \times \\
 &\quad | j_1 m_1, j_2 m_2, j_3 m_3 > \\
 &= \sum_{J_{23}} < j_1, (j_2 j_3) J_{23}; J | (j_1 j_2) J_{12}, j_3; J > | j_1 j_2 j_3 >_{(j_1 j_2) J_{12}, j_3; JM} \tag{C.10}
 \end{aligned}$$

envolve um conjunto de coeficientes de expansão referidos na literatura como coeficientes de reacoplamento ou coeficientes de Racah. A transformação é independente da orientação do sistema como um todo, e por isso diagonal em M , com os coeficientes independentes de M .

Os coeficientes de reacoplamento são reais e, como coeficientes de transformação entre conjuntos completos de estados, obedecem relações de ortogonalidade e completeza tais como

$$\sum_{J_{12}} < j_1, (j_2 j_3) J_{23}; J | (j_1 j_2) J_{12}, j_3; J > < j_1, (j_2 j_3) J'_{23}; J | (j_1 j_2) J_{12}, j_3; J > = \delta_{J_{23} J'_{23}} \tag{C.11}$$

e

$$\begin{aligned}
 \sum_{J_{23}} < (j_1 j_3) J_{13}, j_2; J | j_1, (j_2 j_3) J_{23}; J > < j_1, (j_2 j_3) J_{23}; J | (j_1 j_2) J_{12}, j_3; J > \\
 &= < (j_1 j_3) J_{13}, j_2; J | (j_1 j_2) J_{12}, j_3; J >. \tag{C.12}
 \end{aligned}$$

Os coeficientes de reacoplamento possuem uma série de propriedades de simetria, as

quais podem ser convenientemente expressas em termos dos símbolos $6 - j$ definidos por

$$\begin{aligned} & \langle j_1, (j_2 j_3) J_{23}; J | (j_1 j_2) J_{12}, j_3; J \rangle \\ &= (-1)^{j_1+j_2+j_3+J} [(2J_{12} + 1)(2J_{23} + 1)]^{\frac{1}{2}} \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & J & J_{23} \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

Uma definição equivalente dos símbolos $6 - j$ é

$$\begin{aligned} & \langle (j_1 j_3) J_{13}, j_2; J | (j_1 j_2) J_{12}, j_3; J \rangle \\ &= (-1)^{j_1+j_2+j_3+J} [(2J_{12} + 1)(2J_{13} + 1)]^{\frac{1}{2}} \left\{ \begin{array}{ccc} j_2 & j_1 & J_{12} \\ j_3 & J & J_{23} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

Os símbolos $6 - j$ são invariantes sobre qualquer permutação de colunas ou troca de argumentos de cima e de baixo em qualquer duas colunas.

Referências Bibliográficas

- [1] G. C. Baldwin and G. S. Klaiber, Phys. Rev. **71** (1947) 3.
- [2] A. Van der Woude, Prog. Part. Nucl. Phys. **18** (1987) 217.
- [3] R. P. Pithan and T. H. Walcher, Phys. Lett. **B36** (1971) 563.
- [4] M. B. Lewis and F. E. Bertrand, Nucl. Phys. **A196** (1972) 337.
- [5] M. N. Narakeh, K. Van der Borg, T. Ishimatsu, H. P. Morsch, A. Van der Woude and F. E. Bertrand, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 676.
- [6] M. Goldhaber and E. Teller, Phys. Rev. **74** (1948) 1046.
- [7] V. H. Steinwedel and J. H. D. Jense, Z. Naturf. **5a** (1950) 413.
- [8] H. Feshbach, A.K.Kerman and S.Koonin, Annals of Physics **125**,(1980)429.
- [9] R. Bonetti, M. b. Chadwick, P. E. Hodgson, B. V. Carlson and M. H. Hussein, Physics Reports **202**, No. 4 (1991) 171-231.
- [10] A. K. Kerman and K. W. McVoy, Ann. Phys **122** (1988) 199.
- [11] M. S. Hussein, Ann. Phys. **99** (1976) 335.
- [12] H. Dias, M. Hussein and S.K. Adhikari, Phys. Rev. Lett. **57**,number 16, (1986) 1998

- [13] A.K.Kerman and A.F.R.T. Piza, Annals of Phys. **66**, 351 (1971).
- [14] J. J. Griffin, Phys. Rev. Lett. **17** (1966) 478; Phys. Lett. **B24** (1967)5.
- [15] M. Blann, Ann. Rev. Nucl. Sci. **25** (1975) 123.
- [16] E. Gadioli and L. Milazzo-Colli, Nucl. Phys. **35** (1962) 529.
- [17] A. Münster, Statistical Thermodinamics, Springer, Berlin, 1969, pg. 108.
- [18] P. Obložinský, Nucl. Phys. **A453**,127(1986).
- [19] P. Obložinský and M.B. Chadwick, Phys. Rev. **C 42** (1990) 1652 .
- [20] P. J. Brussaard and P. W. M. Glaudemans, *Shell-Model Applications in Nuclear Spectroscopy*, North-Holland Publishing Company, Netherlands,1977.
- [21] C. A. P. Ceneviva, N. Teruya, H. Dias and M. Hussein, Phys. Rev. **C 57** (1998) 3220.
- [22] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. 1, Benjamin, New York, 1969.
A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. 2, Benjamin, Reading, 1965.
- [23] W. Dilg, W. Shantl, H. Vonach and M. Uhl, Nucl. Phys. **A217** (1973) 269..
- [24] D. H. Youngblood, Y. W. Lui and H. L. Clark, Phys. Rev. **C 55** (1997) 2811.
- [25] J. A. Scarpaci, Y. Blumenfeld, Ph. Chomaz, N. Frascaria, J. P. Garron, M. Lamehi-Rachti, L. Lhenry, J. C. Roynette, T. Suomijärvi, D. Beaumel, P. Massolo, N. Alamanos, A. Gilibert and A. Van der Woude, Phys. Rev. Lett. **71**,number 23, (1993) 3766.

- [26] W. T. Borghols, S. Brandenburg, J. H. Meier, J. M. Shippers, M. M. Sharma, A. van der Woude, M. N. Harakeh, A. Lindhom, L. Nilsson, S. Crona, A. Håkansson, L. P. Ekströn, N. Olsson and R. De Leo, Nucl. Phys. **A504** (1989) 231.
- [27] D. H. Youngblood, P. Bogucki, J. D. Bronson, U. Garg, Y. W. Lui and C. M. Rozsa, Phys. Rev. **C 23** (1981) 1997.
- [28] K. Boretzky, J. Stroth, E. Wajda, T. Aumann, Th. Blaich, J. Cub, Th. W. Elze, H. Emling, W. Henning, R. Holzmann, K. Kligler, R. Kulessa, J. V. Kratz, D. Lambrecht, Y. Leifels, E. Lubkiewicz, K. Stelzer, W. Walus, M. Zinser and E. Zude, Phys. Lett. **B** (1996) 30.
- [29] A. Veyssiére, H. Beil, R. Bergère, P. Carlos and A. Laprêtre, Nucl. Phys. **A159** (1970) 561.
- [30] H. L. Clark, Y. W. Lui, D. H. Youngblood, K. Bachtr, U. Garg, M. N. Harakeh and Kalantar-Nayestanaki, Nucl. Phys. **A649** (1999) 57c.
- [31] A. F. R. de Toledo Piza, Rev. Bras. Fis. **17** (1987) 195.
- [32] N. Teruya, H. Dias and A. F. R. de Toledo Piza, Nucl. Phys. **A556** (1993) 157.
- [33] N. Teruya, C. A. P. Ceneviva, H. Dias and L. Losano, Phys. Rev. **C 55** (1997) 1998.
- [34] D. J. Rowe, *Nuclear Collective Motion*, Methuen and Co. LTD., London, 1970.
- [35] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer-Verlag New York Inc., 1980.
- [36] S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk, 29, no.16, 1955.

- [37] S. Cwiok, J. Dudek, W. Nazarewicz, J. Skalski and T. Werner, Comp. Phys. Comm. **46** (1987) 379.
- [38] F. Garcia, O. Rodriguez, E. Garrote and V. Rubchenya, Comp. Phys. Comm. **86** (1995) 129.
- [39] F. Garcia, O. Rodriguez, E. Garrote, R. Capote, F. Guzman, Comp. Phys. Comm. **120** (1999) 57.
- [40] F. Garcia, O. Rodriguez, H. Dias, J. D. T. Arruda Neto, F. Guzman and M. S. Hussein, Phys. Rev. **C60**, (1999) 6115.
- [41] J. Dudek, A. Majhofer, J. Skalski, T. Werner, S. Cwiok and W. Nazarewicz, J. Phys. **G5** (1979) 1359.
- [42] J. Dudek, W. Nazarewicz and P. Olanders, Nucl. Phys. **A420** (1984) 285.
- [43] D. L. Hill and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **89** (1953) 1543.
- [44] J. Blomqvist and S. Wahlborn, Ark. Fys. **16** (1960) 543.
- [45] V. A. Chepurnov, Yad. Fiz. **6** (1967) 955.
- [46] E. Rost, Phys. Lett. **B 26** (1968) 184.
- [47] J. Dudek and T. Werner, J. Phys. **G4** (1978) 1543.
- [48] J. Dudek, Z. Szymanski, T. Werner, A. Faessler and C. Lima, Phys. Rev. **C26** (1982) 1712.
- [49] W. Nazarewicz, J. Dudek, R. Bengtsson, T. Bengtsson and I. Ragnarson, Nucl. Phys. **A435** (1985) 397.

- [50] Handbook of Mathematical Function, Eds. M. Abramowitz and L. A. Stegun, Dover, New York (1965).
- [51] V. A. Rubchenya, *Yad. Fiz.* **11** (1970) 1028.
- [52] H. J. Lipkin, *Annals of Physics* **9** (1960) 272.
- [53] Y. Nogami, *Phys. Rev.* **134** (1964) B313.
- [54] S. Wahlborn, *Nucl. Phys.* **37** (1962) 554.
- [55] A. B. Migdal , Theory of finite Fermi systems and properties of atomic nuclei, Nauka Press (1968).
- [56] V. G. Soloviev, Theory of complex nuclei, Nauka Press, Moscow (1971).
- [57] V. G. Soloviev, Theory of atomic nuclei: quasiparticles and phonons, Nauka Pess, Moscow (1989).
- [58] M. Herman and G. Reffo, *Phys. Rev.* **C36** N4 (1987) 1546.
- [59] M. Herman and G. Reffo, *Phys. Rev.* **C37** (1988) 797.
- [60] D. O. Eremenko, O. V. Fotina, G. Giardina, A. Lamberto, F. Malaguti, S. Yu. Platonov, R. Sturiale and O. A. Yuminov, *Il Nuovo Cimento*, Vol 108 A, N. 7, (1995) 883.
- [61] V. A. Ageev, et al., *Sov. J. Nucl. Phys.* **46**, (1987) 700.
- [62] J. Toke and W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.* **A372** (1981) 141.

- [63] M. O. Roos, H. Dias, O. Rodriguez, N. Teruya e M.S.Hussein, submetido à Phys. Rev. C
- [64] M. O. Roos, H. Dias, O. Rodriguez, a ser submetido à Phys. Rev. C