Universidade de São Paulo
Instituto de Física

" Soluções de grande comprimento de oscilação para o problema dos neutrinos solares"

Alberto Martin Gago Medina

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ex. 1
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
3513
INSTITUTO DE FÍSICA

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Comissão Examinadora:
Profa. Dra. Renata Zukanovich Funchal -Orientadora
Prof. Dr. Oscar J. P. Éboli - IFUSP
Prof. Dr. Jacques R. D. Lépine - IAG/USP
Prof. Dr. Ronald C. Shellard - CBPF
Prof. Dr. Vicente Pleitez - IFT/UNESP

São Paulo
2001

Prof. Armando Corbani Ferraz
Presidente da Comissão de Pós Graduação

SBI-IFUSP
305M810T3513

data da defesa 27/03/01

539.7215
M494s
D
ex.1

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Gago, Alberto Martin
Soluções de grande comprimento de oscilação para o problema dos neutrinos solares.
São Paulo, 2001.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física – Departamento de Física Nuclear.

Orientador: Profa. Dra. Renata Zukanovich Funchal
Área de Concentração: Partículas Elementares

Unitermos: 1. Neutrino solares; 2.Massa e mistura de Neutrinos; 3. Regime de quase-vácuo; 4. Violação do princípio de equivalência.

USP/IF/SBI-018/2001

Dedico mi trabajo,

A mi hijita Lorenita y a mi esposa Sofia por todo su amor y cariño.

A mi Papi, Alberto y a mi Mami, Maria Antonieta, por todo su amor y apoyo que siempre me dieron.

Agradecimentos

À Renata, por todo seu apoio e ajuda incondicional durante todo este período de Doutorado, assim como por seu entusiasmo contagiante e também por sua valiosa amizade.

Ao Vicente, por toda a confiança que sempre depositou em mim, e por estar sempre presente incentivando-me desde o inicio do Doutorado.

Ao Hiroshi, por toda sua ajuda que sempre me deu a qual foi fundamental para a realização desta tese, assim como tudo o que aprendi com ele de física de neutrinos.

Ao Walter, por sua inestimável amizade, que esteve sempre para me ajudar e torcendo por meu sucesso.

Ao Edivaldo, pela sua ajuda fundamental no momento final de entrega desta tese e assim pela exatidão em seus comentários.

A meus amigos incondicionais Alexandre e Juan Yuri, com os quais compartilhei momentos tão importantes.

Ao Grupo de Estudo de Física e Astrofísica de Neutrinos, onde todas as discussões serviram para enriquecer meu conhecimento na área.

Finalmente, gostaria de agradecer a todos que direta ou indiretamente me ajudaram a realizar este trabalho.

À Fapesp, pelo apoio financiero e respeito que guarda a seus bolsistas.

Resumo

Esta tese apresenta uma análise estatística detalhada dos dados de experimentos com neutrinos solares mais recentes, com duas diferentes soluções para oscilações de neutrinos, ambas caracterizadas por um grande comprimento de oscilação. A primeira baseada no mecanismo de oscilação padrão, ou seja, induzida por massa, sendo esta estudada nos casos de duas e três gerações e dentro do regime de quase-vácuo. E a segunda, uma exótica, que usa como mecanismo de oscilação uma possível violação do princípio de equivalência, que foi analisada somente para o caso de duas gerações, sendo este discutido para transições entre neutrinos ativos, e entre neutrinos ativos e estéreis. Nossos resultados mostraram que ambas soluções são consistentes com os dados de neutrinos solares e, também, no caso específico do quase-vácuo, observamos que a hipótese de três gerações ficou desfavorecida.

Abstract

This thesis presents a well detailed statistical analysis using the recent data from solar neutrino experiments. This analysis was done in the framework of two different solutions of neutrino oscillations, both characterized by a long oscillation wavelenght. The first was based on the standard mass induced oscillation mechanism, here we worked in the scheme of two and three neutrino generations within the quasivacuum regime. The second was an exotic mechanism, where the neutrino oscillation is due to a possible breakdown of the equivalence principle, this alternative was analyzed only for two neutrino generations, in the cases for the conversion among active to active neutrino and active to sterile neutrino. Our results show a good agreement between the solar neutrino data and both solutions, also in the specific case of quasivacuum, we found that the hyphotesis for the three neutrino generation is disfavored.

Índice

Introdução **1**

1 Aspectos gerais da física de neutrinos massivos **4**

1.1 Neutrinos e Modelo Padrão Eletrofraco 5

1.1.1 Termo de massa de Dirac 5

1.1.2 Termos de massa de Majorana 5

1.1.3 Neutrinos de Dirac-Majorana 6

1.2 Medição direta da massa do neutrino 7

1.3 Matriz de mistura dos neutrinos 9

1.4 Oscilações de neutrinos no vácuo 10

1.5 Oscilações de neutrinos na matéria 12

1.5.1 Equação do MSW 13

1.5.2 Aproximação adiabática 15

1.5.3 Correções à aproximação adiabática 16

1.6 Violação de CP em oscilações de neutrinos no vácuo 18

1.6.1 Parâmetro $\Delta P(\nu_\alpha, \nu_\beta)$ 18

1.6.2 Algumas hierarquias de massas 19

1.6.3 Limites para J_{CP} e $\Delta P(\alpha, \beta)$ 19

2 Neutrinos no Sol e tratamento estatístico dos dados **23**

2.1 Neutrinos solares e Modelo Padrão Solar 23

2.1.1 Incertezas no cálculo dos fluxos 26

2.2 Detecção dos neutrinos solares 27

2.2.1 Experimento de Homestake 29

2.2.2 Experimentos com gálio 30

2.2.3 Experimento de Super-Kamiokande 31

2.3 Análise estatística dos dados 32

2.3.1 Média temporal da $P(\nu_e \to \nu_e)$ 32

2.3.2 Cálculo das taxas totais 33

2.3.3 Cálculo de χ^2_{taxas} 34

2.3.4 Cálculo do espectro dos elétrons de recuo em Super-Kamiokande 37

2.3.5 Cálculo da dependência com o ângulo zenital 37
2.3.6 Cálculo da variação sazonal 39
2.3.7 Cálculo dos níveis de confiança e graus de liberdade 40

3 Oscilações de neutrinos solares na região de quase-vácuo 41
3.1 Oscilação no quase-vácuo 42
3.1.1 Duas gerações (2ν) 42
3.1.2 Três gerações (3ν) 46
3.2 Análise dos resultados 47
3.2.1 Caso 2ν 48
3.2.2 Caso 3ν 49
3.2.3 Vínculos em θ_{13} 52
3.2.4 Previsões para a variação sazonal 53

4 Violação do princípio de equivalência e neutrinos solares 61
4.1 Formalismo teórico 62
4.2 Análise 64
4.2.1 Conversão $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$ 65
4.2.2 Conversão $\nu_e \to \nu_s$ 69
4.3 Testes da solução com VPE em experiências de longa distância . . 73

Conclusões e perspectivas 76

A 79

Referências 83

Lista de Figuras

1.1 Diagramas de Feynman para a interação de corrente carregada e neutra entre neutrinos e matéria usual. 13
1.2 ΔP máximo para Δm^2_{12} (atmosférico) e Δm^2_{23} (LSND). 21
1.3 ΔP máximo para Δm^2_{12} (solar) e Δm^2_{23} (atmosférico). 22

2.1 Fluxo de neutrinos solares segundo o MPS de Bahcall e Pinsonneault (1998), para cada reação de fusão nuclear dentro do Sol. . 25
2.2 Cadeia próton-próton no Sol 28
2.3 Ciclo Carbono-Nitrogênio-Oxigênio no Sol 29
2.4 Ilustração da chegada dos neutrinos à Terra em função do ângulo zenital θ. 38

3.1 Contornos de iso-probabilidade $P(\nu_e \to \nu_e)$ na superfície do Sol. . 45
3.2 Regiões permitidas pelas taxas totais e combinação, e as excluidas pelo espectro, calculadas em duas gerações com f_b fixo, para oscilação no vácuo sem efeitos de matéria 50
3.3 Regiões permitidas pelas taxas totais e a combinação, em duas gerações, f_b fixo e para o vácuo, com efeitos de matéria. 50
3.4 Regiões permitidas pelas taxas totais, em três gerações com f_b fixo. 54
3.5 Regiões excluidas pelo espectro em três gerações. 55
3.6 Regiões permitidas pela combinação em três gerações, com f_b fixo. 56
3.7 Espectro de Super-Kamiokande obtidos para PMA das taxas, espectro e combinação, em diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$. 57
3.8 Regiões permitidas pela combinação em três gerações, com f_b livre. 58
3.9 $\chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ para as taxas em função de f_b fixo, para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$. 59
3.10 $\chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ para taxas, espectro e combinação em função de $\sin^2\theta_{13}$ para f_b fixo. 59
3.11 Variação sazonal para Super-Kamiokande nos pontos de melhor ajuste local e global nos contextos de duas e três gerações. 60
3.12 Variação sazonal para ^{7}Be, calculada nos pontos de melhor ajuste local e global nos contextos de duas e três gerações. 60

4.1 Regiões permitidas pelas taxas totais medidas pelos experimentos solares para os parâmetros da solução baseada em VPE no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$ 65
4.2 Projeções a 99% N.C. das elipses teóricas, pontos de melhor ajuste de VPE e experimentais, sobre os planos que representam as taxas totais dos experimentos (GALLEX/GNO, SuperKamiokande), (Homestake, SuperKamiokande) e (GALLEX/GNO, Homestake) para o caso $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$. 67
4.3 Regiões permitidas pelo espectro de energia de Super-Kamiokande para os parâmetros da solução baseada em VPE no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$. 67
4.4 Regiões permitidas pela combinação de taxas totais e espectro para os parâmetros da solução baseada em VPE no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$. 68
4.5 Espectro de energia para Super-Kamiokande para os parâmetros de melhor ajuste da solução baseada em VPE, no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$. 68
4.6 Regiões permitidas pelas taxas totais medidas pelos experimentos solares para os parâmetros da solução baseada em VPE no caso de $\nu_e \to \nu_s$ 70
4.7 Projeções a 99% N.C. das elipses teóricas, pontos de melhor ajuste de VPE e experimentais, sobre os planos que representam as taxas totais dos experimentos (GALLEX/GNO, SuperKamiokande), (Homestake, SuperKamiokande) e (GALLEX/GNO, Homestake) para o caso $\nu_e \to \nu_s$. 70
4.8 Regiões permitidas pelo espectro de energia de Super-Kamiokande para os parâmetros da solução baseada em VPE no caso de $\nu_e \to \nu_s$. 71
4.9 Regiões permitidas pela combinação de taxas totais e espectro para os parâmetros da solução baseada em VPE, no caso de $\nu_e \to \nu_s$ . . 72
4.10 Espectro de energia para Super-Kamiokande para os parâmetros de melhor ajuste da solução baseada em VPE, no caso de $\nu_e \to \nu_s$. 72
4.11 Curvas de exclusão para VPE em experimentos de longa distância para $\nu_\mu \to \nu_e$. 75

Lista de Tabelas

2.1 Previsões do Modelo Padrão Solar para os fluxos de neutrinos solares. 25
2.2 Previsões do Modelo Padrão Solar das taxas nos experimentos do cloro e gálio, para cada uma das reações que geram neutrinos no Sol. 31
2.3 Médias das seções de choque dos experimentos do cloro, gálio e Super-Kamiokande, no espectro de energia de cada uma das distintas fontes de neutrinos no Sol. 35
2.4 Incertezas relativas $\Delta \ln C_{ik}$. 35
2.5 Incertezas relativas $(\Delta \ln \phi_l)_m$. 36
2.6 Taxas totais de neutrinos solares observadas pelos experimentos atuais. 36
2.7 Dados do espectro do elétron de recuo de Super-Kamiokande, com seus respetivos erros. 38
2.8 Dados de Super-Kamiokande para a dependência com oângulo zenital. 40

3.1 Valores em duas gerações no quase-vácuo dos pontos de melhor ajuste, $\chi^2_{\rm min}$ e os níveis de confiança, para taxas totais, espectro e combinação, com f_b fixo e livre. 49
3.2 Valores em três gerações no quase vácuo dos pontos de melhor ajuste, $\chi^2_{\rm min}$ e níveis de confiança, para taxas totais, espectro e combinação, com f_b fixo e livre. 52

4.1 Valores dos parâmetros de melhor ajuste para a solução baseada em VPE para o problema dos neutrinos solares no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$. 66
4.2 Valores calculados para as taxas totais obtidas para os parâmetros de melhor ajuste para a solução baseada em VPE para o problema dos neutrinos solares no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$. 66
4.3 Valores dos parâmetros de melhor ajuste para a solução baseada em VPE para o problema dos neutrinos solares no caso de $\nu_e \to \nu_s$. 69
4.4 Valores das taxas totais obtidas para os parâmetros de melhor ajuste para a solução baseada em VPE para o problema dos neutrinos solares no caso de $\nu_e \to \nu_s$. 69

4.5 Níveis de confiança para diferentes soluções ao problema dos neutrinos solares. 77

Introdução

O Modelo Padrão Eletrofraco tem sido testado nas últimas décadas de forma extremamente precisa. Até o presente momento ele tem sido capaz de explicar praticamente todos os dados experimentais coletados.

O setor de neutrinos é o único que parece hoje estar indicando uma física além da padrão. Isto se deve à existência de evidências robustas de conversão de sabor, vindas dos neutrinos solares [1, 2, 3, 4, 5] e dos neutrinos atmosféricos [6, 7], que somente podem ser explicadas com física nova. Somadas a estas evidências existe outra, que é bastante controversa, obtida com os neutrinos gerados no laboratório de Los Alamos e observados pelo experimento LSND [8].

Vejamos brevemente do que se tratam estas evidências.

Chamamos de neutrinos solares aos neutrinos do elétron produzidos no Sol e detectados aqui na Terra. O fato experimental de que estes neutrinos solares desapareçam em seu trajeto do Sol até sua detecção na Terra, representa a evidência mais antiga de que algum tipo de conversão de sabor de neutrinos ocorre na natureza. Esta anomalia se manifesta na medida do fluxo de neutrinos do elétron, feito pelas experiências com neutrinos solares, que é sempre muito menor do que o esperado teoricamente, o que permite inferir o desaparecimento de neutrinos do elétron. Apesar desta anomalia ter tanto tempo de existência, quase 30 anos, a tendência dos dados não indica convergência para uma solução estável, nem exclui qualquer solução. Assim, hoje ainda temos várias soluções possíveis para este problema, não existindo um consenso, pelo menos do ponto de vista estatístico, para escolher alguma solução em particular.

A evidência dos neutrinos atmosféricos está baseada nas experiências que observam desaparecimento dos neutrinos do múon gerados na atmosfera a partir dos raios cósmicos. Embora contundentes, as observações dos experimentos com neutrinos atmosféricos, ainda não conseguem observar um ciclo de oscilação, o que significa que não se pode estabelecer se temos um fenômeno de *oscilação* ou somente de *conversão* de sabor. Embora exista uma indefinição sobre a dinâmica, esta anomalia consegue somente ser explicada via mecanismos que tenham uma dependência do tipo L/E_ν, onde L é a distância do ponto de produção ao ponto de detecção e E_ν é a energia dos neutrinos [9], e ao mesmo tempo exclui várias outras formas possíveis de soluções [10], o que é uma grande vantagem

em comparação ao caso dos neutrinos solares. É importante notar também que os resultados atmosféricos parecem estar sendo confirmados pelo experimento de desaparecimento de múons, K2K [11].

O resultado do experimento LSND é a única evidência de mudança de sabor que usa um feixe de neutrinos gerados por um acelerador. Esta experiência que consegue medir a conversão de sabor $\overline{\nu}_\mu \to \overline{\nu}_e$ dentre todas as evidências, é a única em que foi observado aparecimento. No entanto, parte da região de parâmetros dentro do contexto da solução por massa permitida pelo LSND já foi excluída, sendo que a região que ainda é permitida deve em breve ser estudada pelo experimento MiniBooNE do Fermilab [12].

Devemos comentar que embora tenhamos diversos mecanismos que dão boas soluções para as anomalias solar e atmosférica, a solução considerada mais *natural* é a dada pelo mecanismo de oscilação induzida por massa. Isto se apoia no fato que este mecanismo é o único que pode dar uma explicação a todas as evidências de forma consistente. Apesar disso ser um bom argumento para considerar somente como solução este mecanismo, observamos que outros mecanismos existem e ainda não há nenhum experimento que determine qual é a verdadeira dinâmica por detrás da conversão de sabor. Por esta razão, durante nossa pesquisa temos feito distintas abordagens do problema de conversão de sabor. Estas abordagens foram as seguintes: analisar soluções padrão e exóticas para o problema dos neutrinos solares, investigar vínculos experimentais para violação de CP no setor leptônico [13], estudar vínculos para os parâmetros de descoerência quântica aplicadas ao contexto das oscilações de neutrinos usando os dados de experimentos de acelerador e reator [14], e finalmente testar as potencialidades das futuras experiências de longa distância, para distinguir mecanismos que solucionam o problema dos neutrinos atmosféricos [15, 16].

De todos estes tópicos desenvolvidos, enfocaremos nesta tese o estudo detalhado das soluções para o problema dos neutrinos solares. Isto significa estudar uma solução padrão, a do quase-vácuo (QV) [17], que está baseada no mecanismo de oscilação via massa, e a outra não padrão que é a solução usando o mecanismo de oscilação devido à violação do princípio de equivalência (VPE) [18, 19, 20], sendo que dentro da faixa de parâmetros que estudamos, ambas soluções são caracterizadas por um grande comprimento de onda, sendo este da ordem da distância Terra-Sol.

Esta tese será dividida em quatro capítulos. No Capítulo 1 faremos uma descrição teórica da fenomenologia de neutrinos massivos, colocaremos a definição de termo de massa (Dirac e Majorana), comentaremos limites diretos para as massas dos neutrinos, descreveremos oscilações no vácuo e na matéria e faremos também uma pequena discussão de limites de violação de CP para neutrinos no vácuo. No Capítulo 2 faremos uma descrição breve das distintas reações que produzem neutrinos no Sol, assim como do modelo padrão solar, comentaremos também as diversas experiências com neutrinos solares e suas técnicas de detecção e final-

mente descreveremos todos os ingredientes usados para a análise estatística, esta parte tem fundamental importância para a interpretação de nossos resultados. Nos Capítulos 3 e 4, são apresentados os resultados das nossas análises dos dados das experiências com neutrinos solares para a solução usando QV e VPE, respectivamente. Por fim, discutiremos nossos resultados e as possibilidades destes serem testados.

Capítulo 1

Aspectos gerais da física de neutrinos massivos

Temos hoje evidências muito consistentes de que os neutrinos sofrem algum tipo de conversão de sabor. As mais relevantes provêm dos dados de neutrinos atmosféricos [1, 2] e solares [3, 4, 5, 6, 7], havendo também alguns resultados de experimentos com feixes de neutrinos fabricados pelo homem, como é o caso do LSND [8], que parecem indicar que mudanças de sabor ocorrem no setor leptônico. Existem vários mecanismos dinâmicos que dão uma boa explicação para estas evidências [9, 10, 11]. Porém, o que é mais conservador e simples, além de conseguir explicar todas as evidências, é o mecanismo de oscilação induzida por massa, o que implica ir além do Modelo Padrão Mínimo.

Neste capítulo, nos concentraremos em discutir aspectos gerais da física de neutrinos, baseados na hipótese de que o neutrino é uma partícula de massa não nula. Uma das motivações de se discutir somente o mecanismo de oscilação induzida por massa, é devido ao fato que este representa a mais provável explicação das presentes anomalias (solar, atmosférica e LSND), como foi mencionado antes aqui e na introdução. Outra motivação, é que esta discussão será fundamental para o entendimento do Capítulo 3, que estuda a solução do QV ao problema dos neutrinos solares, e mesmo do Capítulo 4, onde trabalhamos com um mecanismo exótico, VPE, como solução no tratamento deste mesmo problema. Como veremos, a fenomenologia do mecanismo de oscilação via VPE pode ser compreendida re-interpretando os resultados de oscilação induzida por massa, fazendo uma substituição apropriada dos parâmetros de oscilação com massa pelos correspondentes de VPE.

1.1 Neutrinos e Modelo Padrão Eletrofraco

No contexto do Modelo Padrão eletrofraco $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [12], o neutrino é uma partícula fundamental com spin semi-inteiro e carga nula. Ele é afetado somente pela interação fraca, através das interações de corrente carregada descritas pela lagrangiana [12, 13]:

$$\mathcal{L}^{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{\nu}_e, \overline{\nu}_\mu, \overline{\nu}_\tau\right) \gamma^\lambda \frac{\mathbf{1} - \gamma^5}{2} \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} W_\lambda^+ + \text{h.c.}\,, \tag{1.1}$$

e de corrente neutra

$$\mathcal{L}^{NC} = \frac{g}{2\cos\theta_W} \left(\overline{\nu}_e, \overline{\nu}_\mu, \overline{\nu}_\tau\right) \gamma^\lambda \frac{\mathbf{1} - \gamma^5}{2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} Z_\lambda + \text{h.c.}, \tag{1.2}$$

onde somente são considerados interações de campos de mão esquerda (L). Isto está apoiado no fato de existir evidência experimental para que o neutrino seja considerado uma partícula com helicidade definida, isto é, neutrinos de mão esquerda e anti-neutrinos de mão direita, o que é consistente com a hipótese de massa nula.

No entanto, não existe nenhuma razão fundamental para justificar o fato dos neutrinos não terem massa. Nas seções seguintes discutiremos as caraterísticas dos distintos tipos de massa, Dirac ou Majorana, que podem ser incluídos numa extensão do Modelo Padrão Mínimo.

1.1.1 Termo de massa de Dirac

Um termo de massa do tipo Dirac acopla a componente de mão esquerda com a componente de mão direita, de um mesmo campo, de forma que:

$$\mathcal{L}^D = -\overline{\psi} m_D \psi = \left(\overline{\psi}_L m_D \psi_R + \overline{\psi}_R m_D \psi_L\right), \tag{1.3}$$

para o caso de três gerações, m_D representa uma matriz diagonal 3×3, e ψ é um vetor composto de três espinores, que é dado por:

$$\psi = \psi_L + \psi_R. \tag{1.4}$$

1.1.2 Termos de massa de Majorana

Uma partícula se diz de Majorana, quando esta é idêntica a sua antipartícula, o que pode se expressar como $\psi = \psi^c$[1], em particular, quando um neutrino é de

[1] Explicitamente $\psi^c = C\gamma^0\psi^* = i\gamma^2\psi^*$.

Majorana, o neutrino é igual a seu anti-neutrino. Podemos construir a partir dos campos ψ_L e ψ_R, dois novos campos:

$$\chi = \psi_L + \psi_L^c, \tag{1.5}$$
$$\omega = \psi_R + \psi_R^c, \tag{1.6}$$

onde os campos χ e ω estão satisfazendo a condição de campo de Majorana, $\chi = \chi^c$ e $\omega = \omega^c$.

Assim, podemos escrever dois termos de massa:

$$\mathcal{L}_L^M = -\frac{1}{2}\overline{\chi} m_L^M \chi = -\frac{1}{2}\left(\overline{\psi}_L^c m_L^M \psi_L + \overline{\psi}_L m_L^M \psi_L^c\right), \tag{1.7}$$

e,

$$\mathcal{L}_R^M = -\frac{1}{2}\overline{\omega} m_R^M \omega = -\frac{1}{2}\left(\overline{\psi}_R^c m_R^M \psi_R + \overline{\psi}_R m_R^M \psi_R^c\right), \tag{1.8}$$

observemos que os termos de Majorana violam o número leptônico total por duas unidades.

1.1.3 Neutrinos de Dirac-Majorana

Combinando os três termos de massa das Eqs. (1.3), (1.7) e (1.8), é possível escrever um termo global de massa, da seguinte forma:

$$\mathcal{L}^{D+M} = \mathcal{L}_L^M + \mathcal{L}^D + \mathcal{L}_R^M, \tag{1.9}$$

que explicitamente pode ser escrito como:

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\overline{\psi}_L m_D \psi_R - \frac{1}{2}\overline{\psi}_L^c m_L^M \psi_L - \frac{1}{2}\overline{\psi}_R^c m_R^M \psi_R + \text{h.c.}, \tag{1.10}$$

onde o termo h.c. denota o hermiteano conjugado. Devido a que $\overline{\psi}_L \psi_R = \overline{\psi}_L^c \psi_R^c$, podemos escrever a Eq. (1.10) de maneira mais compacta:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{D+M} &= -\frac{1}{2}\left(\overline{\psi}_L \ \overline{\psi}_R^c\right)\begin{pmatrix} m_L^M & m_D \\ m_D & m_R^M \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi_L^c \\ \psi_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \\ &= -\frac{1}{2}\left(\overline{\psi}_L \ \overline{\psi}_R^c\right) \mathrm{M} \begin{pmatrix} \psi_L^c \\ \psi_R \end{pmatrix} + \text{h.c.},\end{aligned} \tag{1.11}$$

sendo este o termo de massa mais geral, chamado de termo de Dirac-Majorana. É importante salientar que o fenômeno de oscilação que discutiremos mais adiante vai ser independente do tipo de termo de massa que admitiremos para os neutrinos.

Mecanismo see-saw

Vale a pena comentar que existe um mecanismo capaz de explicar os pequenos valores esperados para as massas dos neutrinos.

Este é chamado de mecanismo **see-saw** [14], e implica supor que $M \equiv m_R^M \gg m_D \equiv m$ com $m_L^M = 0$. Logo, diagonalizando a matriz $\mathbf{M}$ da Eq. (1.11), no contexto deste mecanismo, temos o aparecimento de dois autovalores $m_1 \simeq M$ e $m_2 \simeq m^2/M$. O mais massivo, m_1, coincidiria com o auto-estado quase-de-mão-direita e o m_2, muito menos massivo, com o auto-estado quase-de-mão-esquerda. Sendo que, o único auto-estado observável é o menos massivo, dado que no mecanismo **see-saw** se considera que M é da ordem da escala na qual se quebra a simetria de grande unificação (10^{10}GeV $\lesssim M \lesssim 10^{15}$GeV), e o m é da ordem da massa dos quarks ou léptons. Logo este mecanismo permite explicar porque as massas dos neutrino são tão pequenas, já que estas são da ordem de m^2/M.

1.2 Medição direta da massa do neutrino

Com o propósito de medir de forma direta a massa absoluta do neutrino, têm sido elaborados experimentos, que procuram por esta massa a partir da análise dos parâmetros cinemáticos dos produtos de um decaimento conhecido, onde aparecem os neutrinos. Nesta seção, mencionaremos brevemente os limites de massa direta do neutrino para cada um dos três sabores.

Na Ref. [15], Fermi propôs a procura da massa do neutrino a partir do decaimento β do trítio, ^{3}H, que pode ser escrito como:

$$^3\mathrm{H} \rightarrow {}^3\mathrm{He} + e^- + \bar{\nu}_e \,. \tag{1.12}$$

O espectro de energia dos elétrons emitidos neste decaimento, seguem a seguinte expressão:

$$\frac{dN}{dE} \propto p\,(Q-E)\sqrt{(Q-E)^2 - m_{\nu_e}^2}\,, \tag{1.13}$$

onde p e E são o momento e a energia dos elétrons, respectivamente, e $Q = 18,6$ keV é a energia liberada no decaimento da Eq. (1.12). Da Eq. (1.13) podemos observar que se admitirmos que $m_{\nu_e} = 0$ a energia máxima possível do elétron será $E^{\max} = Q$, no caso geral $E^{\max} = Q - m_{\nu_e}$. Vemos então que a determinação precisa do ponto final do espectro permite determinar/limitar a massa do neutrino. Até agora não se tem evidência em favor de $m_{\nu_e} \neq 0$, sendo o limite atual [16]:

$$\text{“}m_{\nu_e}\text{”} < 2,5 \text{ eV } (95\% \text{ N.C.})\,, \tag{1.14}$$

colocamos entre parentesis o nível de confiança (N.C.) do resultado. Para o ν_μ, temos limites obtidos a partir do decaimento do píon em repouso, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$.

O limite mais recente é [17]:

$$\text{“}m_{\nu_\mu}\text{”} < 170\,\text{keV}\,(95\%\,\text{N.C.})\,. \tag{1.15}$$

Para o ν_τ, os decaimentos estudados são do tipo $\tau^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau$, $\tau^+ \to \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau$ e $\tau^- \to n\pi + \nu_\tau$. Sendo o limite atual [18],

$$\text{“}m_{\nu_\tau}\text{”} < 18,2\,\text{MeV}\,(95\%\,\text{N.C.})\,. \tag{1.16}$$

Colocamos o símbolo “ ” em cada massa, para chamar a atenção que se considerarmos neutrinos massivos, os autos-estados de interação ou sabor, ν_e, ν_μ e ν_τ, não coincidem necessariamente com os auto-estados de massa ν_1, ν_2 e ν_3, sendo que no caso em que a matriz de mistura não é diagonal, não é trivial re-interpretar os limites citados acima. A suposição convencional é que a matriz de mistura entre os auto-estados da base de sabor e da base de massa, é praticamente diagonal. Discutiremos a matriz de mistura e sua relação com os auto-estados de sabor e de massa na próxima seção.

Duplo decaimento β sem neutrinos

Definindo-se $\overline{\nu}_e$ como a partícula produzida no decaimento β^- do neutron, implica que os $\overline{\nu}_e$'s seriam capazes de produzir pósitrons mediante a reação inversa:

$$\overline{\nu}_e + p \to n + e^+, \tag{1.17}$$

porém não estaria permitida a produção de elétrons via :

$$\overline{\nu}_e + n \not\to p + e^-. \tag{1.18}$$

De forma paralela, se definimos o ν_e como a partícula produzida no decaimento β^+ do próton, teríamos que os ν_e's poderiam produzir elétrons mediante a reação:

$$\nu_e + p \to n + e^-, \tag{1.19}$$

mas não seria possível produzir pósitrons pela reação

$$\nu_e + p \not\to n + e^+. \tag{1.20}$$

Estas reações indicam que $\overline{\nu}_e$ e ν_e são distintos. De fato, se permitimos que sejam possíveis as reações das Eqs. (1.18) e (1.20), poderíamos ter o chamado duplo decaimento β sem neutrinos, proposto por Furry [19], e que pode ser descrito como:

$$(A, Z) \to (A, Z+1) + e^- + \overline{\nu}_e \to (A, Z+2) + 2e^-, \tag{1.21}$$

onde o neutrino produzido do primeiro decaimento é reabsorvido pelo núcleo, produzindo no estado final dois elétrons sem a presença de neutrinos. Conseqüentemente, a comprovação experimental do decaimento da Eq. (1.21) indicaria que o neutrino é uma partícula de Majorana. Além disso, esta experiência fornece um limite para a massa $m^M_{\nu_e}$. Sendo que o limite mais forte na atualidade é $m^M_{\nu_e} < 0,35$ eV, dado pela colaboração Heidelberg-Moscow [20].

1.3 Matriz de mistura dos neutrinos

No Modelo Padrão o setor de leptons é, praticamente, simétrico ao setor de quarks. A diferença está em que não são incluídos os neutrinos de mão direita. Incluindo estes, a simetria é exata e os neutrinos, de forma análoga aos quarks, adquiririam massa. E assim teríamos um termo:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\nu^{\text{massa}} &= (\overline{\nu}_e, \overline{\nu}_\mu, \overline{\nu}_\tau) \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{e\mu} & m_{e\tau} \\ m_{\mu e} & m_{\mu\mu} & m_{\mu\tau} \\ m_{\tau e} & m_{\tau\mu} & m_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \\ &= (\overline{\nu}_e, \overline{\nu}_\mu, \overline{\nu}_\tau)\, \mathbf{M}_\nu \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{1.22}$$

onde, $\mathbf{M}_\nu$ é uma matriz arbitraria, não necessariamente diagonal. A matriz $\mathbf{M}_\nu$ pode ser diagonalizada pela seguinte transformação biunitaria:

$$\mathbf{U_L}^\dagger \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{e\mu} & m_{e\tau} \\ m_{\mu e} & m_{\mu\mu} & m_{\mu\tau} \\ m_{\tau e} & m_{\tau\mu} & m_{\tau\tau} \end{pmatrix} \mathbf{V_R} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \equiv \mathbf{M}_\nu^d\,, \tag{1.23}$$

a matriz diagonal $\mathbf{M}_\nu^d$ é a matriz de massa na base dos auto-estados ν_1, ν_2 e ν_3, onde as matrizes $\mathbf{U}$ e $\mathbf{V}$ conectam aos auto-estados de interação, ν_e, ν_μ e ν_τ com os auto-estados de massa ν_1, ν_2 e ν_3, da seguinte forma:

$$\nu'_{\mathbf{L}} = \mathbf{U_L}^\dagger \nu_{\mathbf{L}}\,, \quad \nu'_{\mathbf{R}} = \mathbf{V_R}^\dagger \nu_{\mathbf{R}}\,, \tag{1.24}$$

onde

$$\nu' = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad \nu = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \tag{1.25}$$

O fato de que apenas os neutrinos de mão esquerda possam ser observados, implica que no tratamento de oscilações somente trabalhamos com a matriz $\mathbf{U_L}$. Esta matriz, que chamaremos só de $\mathbf{U}$, é a matriz de mistura leptônica na representação de Maki-Nakagawa-Sakata [21], análoga a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [22] do setor de quarks, e se escreve como:

$$\begin{aligned}\mathbf{U} &= \mathbf{U}_{23}(\theta_{23}) \times \mathbf{\Gamma}(\delta) \times \mathbf{U}_{13}(\theta_{13}) \times \mathbf{U}_{12}(\theta_{12}), \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{1.26}$$

onde $\mathbf{U}_{12} = e^{i\lambda_2\theta_{12}}$, $\mathbf{U}_{13} = e^{i\lambda_5\theta_{13}}$ e $\mathbf{U}_{23} = e^{i\lambda_7\theta_{23}}$, com λ_i as matrizes de Gell-Mann de SU(3) e $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $i, j = 1, 2, 3$, e δ representa a fase de violação

de CP, que aparece na matriz $\mathbf{\Gamma}$, e esta definida como,

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} e^{-i\delta} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \tag{1.27}$$

A matriz de mistura leptônica dada na Eq. (1.26), fica no caso de duas gerações reduzida à seguinte forma:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} . \tag{1.28}$$

Embora esta matriz represente um caso particular, será de grande utilidade já que devido a sua forma simples, ajuda a entender de maneira mais fácil o fenômeno de oscilação de neutrinos. Além disso, a análise que faremos no Capítulo 3 dos dados de neutrinos solares sob a ótica das oscilações de neutrinos em três gerações, pode ser estudada do ponto de vista de duas gerações.

1.4 Oscilações de neutrinos no vácuo

Pontecorvo propôs há quatro décadas que os neutrinos poderiam converter-se em anti-neutrinos [23], se o número leptônico fosse violado, como acontece no sistema $K^0 - \bar{K}^0$ onde existe violação de CP. O fenômeno de oscilação entre neutrinos de diferentes sabores foi proposto pela primeira vez por Maki *et al.* [21] e depois considerado, também, pelo Pontecorvo [24]. Nesta seção discutiremos o caso de oscilação no contexto de três gerações de neutrinos. Trabalhar em três gerações tem várias motivações, já que sabemos que existem três neutrinos auto-estados de sabor através de medidas da largura invisível do Z^0 ($N_\nu = 2,993 \pm 0,011$) [25], assim como das medidas diretas de ν_e [26], ν_μ [27] e ultimamente de ν_τ [28]. O caso de duas gerações pode ser visto como um caso particular de três gerações.

Considerando um neutrino que se propaga com um momento p, podemos representar este neutrino como uma superposição dos auto-estados de sabor $\nu_\alpha (\alpha = e, \mu, \tau)$ ou de massa $\nu_i (i = 1, 2, 3)$. Estes últimos com massa definida, propagam-se como auto-estados da Hamiltoniana [2]:

$$\mathbf{H}\nu_i = E_{\nu_i}\nu_i \ , \tag{1.29}$$

com autovalores:

$$E_{\nu_i} = \sqrt{m_i^2 + p^2} \simeq p + \frac{m_i^2}{2p} \simeq p + \frac{m_i^2}{2E_\nu} \ , \tag{1.30}$$

[2]Sempre usaremos a convenção $\hbar = c = 1$.

onde usamos a aproximação $m_i \ll p$ e $E_{\nu_1} \simeq E_{\nu_2} \simeq E_{\nu_3} \equiv E_\nu$. Então, na base dos auto-estados de massa a Hamiltoniana é diagonal e a equação de Schrödinger pode ser usada para descrever a evolução temporal de ν_i:

$$i\frac{d\nu_i}{dt} = \mathbf{H}\nu_i \ , \tag{1.31}$$

cuja solução é trivialmente:

$$\begin{pmatrix} \nu_1(t) \\ \nu_2(t) \\ \nu_3(t) \end{pmatrix} = e^{-i\mathbf{H}t} \begin{pmatrix} \nu_1(0) \\ \nu_2(0) \\ \nu_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-iE_{\nu_1}t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-iE_{\nu_2}t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-iE_{\nu_3}t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1(0) \\ \nu_2(0) \\ \nu_3(0) \end{pmatrix} . \tag{1.32}$$

Podemos escrever a equação anterior em termos dos auto-estados de sabor usando a matriz de mistura $\mathbf{U}$. Para um tempo t temos:

$$\begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \\ \nu_\tau(t) \end{pmatrix} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \nu_1(t) \\ \nu_2(t) \\ \nu_3(t) \end{pmatrix} = \mathbf{U}\, e^{-i\mathbf{H}t}\mathbf{U}^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e(0) \\ \nu_\mu(0) \\ \nu_\tau(0) \end{pmatrix} . \tag{1.33}$$

Como o operador $\mathbf{U}\, e^{-i\mathbf{H}t}\mathbf{U}^\dagger$ é em geral não diagonal, isto implica, que o conteúdo do neutrino de sabor no tempo t é em geral diferente do conteúdo no tempo $t = 0$. Assim, existe uma probabilidade não nula de que um sabor no tempo t qualquer, seja diferente do sabor inicialmente produzido em $t = 0$. Então combinando as Eqs. (1.30) e (1.33) a probabilidade de oscilação de um sabor α para outro β pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \to \nu_\beta;\, r) &= \left| \sum_{j=1}^{3} U_{\beta j} e^{-iE_{\nu_j}t} U^*_{\alpha j} \right|^2 \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 2\,\mathrm{Re} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=j+1}^{3} U_{\beta j} U^*_{\alpha j} U^*_{\beta k} U_{\alpha k} \left(1 - e^{-i\Delta_{kj}}\right) \ , \end{aligned} \tag{1.34}$$

sendo que para o caso de anti-neutrinos:

$$P(\overline{\nu}_\alpha \to \overline{\nu}_\beta;\, r) = \delta_{\alpha\beta} - 2\,\mathrm{Re} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=j+1}^{3} U^*_{\beta j} U_{\alpha j} U_{\beta k} U^*_{\alpha k} \left(1 - e^{-i\Delta_{kj}}\right) \ , \tag{1.35}$$

onde $\Delta_{jk} = \frac{\Delta m^2_{kj} r}{2E_\nu}$ e $\Delta m^2_{jk} = m^2_k - m^2_j$, e já usamos o fato de considerarmos o neutrino ultrarelativístico, $t \simeq r$. Portanto, r é a distância entre o ponto de produção e o ponto de detecção.

O fenômeno que acabamos de descrever é chamado de *oscilação de sabor* ou *oscilação de neutrinos*. Intuitivamente podemos entender este efeito como

um fenômeno de interferência quântica entre três ondas que se propagam com freqüências distintas.

Em duas gerações de neutrinos (por exemplo tomaremos aqui a oscilação entre ν_e e ν_μ) a Eq. (1.34) simplifica-se e obtemos a fórmula de sobrevivência em duas gerações:

$$P(\nu_e \to \nu_e;\, r) = P(\nu_\mu \to \nu_\mu;\, r) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2}{4E_\nu} r\right) , \tag{1.36}$$

onde parametrizamos a matriz de mistura da forma usual com um único ângulo θ e consideramos que $P(\nu_e \to \nu_\mu) = 1 - P(\nu_e \to \nu_e)$, por conservação da probabilidade. O comprimento de onda de oscilação é dado por:

$$\lambda_\nu = \frac{4\pi E}{\Delta m^2} = 2,48 \times 10^{-3} \left(\frac{\Delta m^2/E}{\mathrm{eV}^2/\mathrm{MeV}}\right)^{-1} \mathrm{km} . \tag{1.37}$$

Quando a propagação é "incoerente", perde-se a informação da fase $(\Delta m^2 r/4E_\nu)$ uma vez que o que observa-se é uma média, ou seja $\langle \sin^2\left(\frac{\Delta m^2}{4E_\nu} r\right)\rangle = \frac{1}{2}$, com isto a Eq. (1.36) fica:

$$P(\nu_e \to \nu_e;\, r) = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\theta . \tag{1.38}$$

Esta perda de coerência pode acontecer, por exemplo, quando o tamanho da zona de produção é maior que o comprimento de onda típico dos neutrinos.

1.5 Oscilações de neutrinos na matéria

Quando os neutrinos atravessam a matéria, a interação com ela pode modificar substancialmente a probabilidade de oscilação. Em particular, pode ocorrer um fenômeno de ressonância o que pode amplificar a probabilidade de oscilação, mesmo para valores pequenos do ângulo de mistura no vácuo. Esta possibilidade é muito interessante já que representa uma das possíveis explicações para o problema dos neutrinos solares. De fato, os neutrinos produzidos no Sol interagem com a matéria solar e ainda podem fazê-lo com a matéria terrestre (para os neutrinos que chegam do Sol durante a noite). Para algumas condições particulares podemos ter conversão de sabor para pequenos ângulos de mistura. Este fenômeno foi descoberto pela primeira vez por Mikheyev e Smirnov em 1985 [29] baseado no trabalho de Wolfenstein em 1978 [30], sendo por esta razão chamado de efeito MSW. A seguir discutiremos brevemente o efeito MSW. Para uma discusão mais completa veja [31].

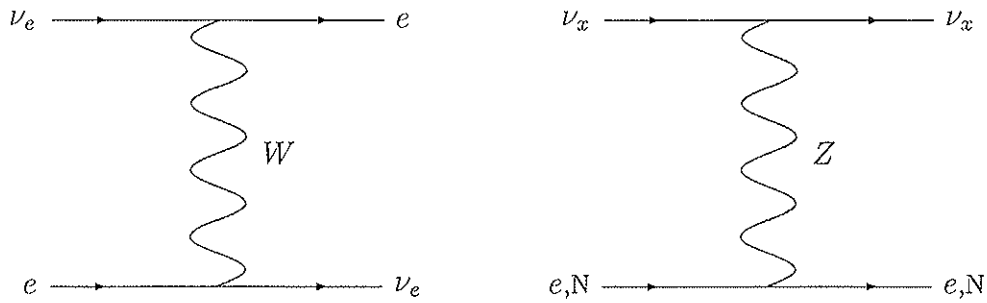


Figura 1.1: Diagramas de Feynman para a interação de corrente carregada e neutra entre neutrinos e matéria usual, $x = e, \mu, \tau$; N = nucleon.

1.5.1 Equação do MSW

Antes de definir a equação de evolução considerando o efeito MSW, re-escreveremos a equação de propagação dos neutrinos no vácuo na base dos auto-estados de sabor usando as Eqs. (1.30) e (1.31). Esta equação fica então da maneira seguinte:

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\\ \nu_\tau\end{pmatrix} = \mathbf{H}\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\\ \nu_\tau\end{pmatrix} = \mathbf{U}\frac{(\mathbf{M}_\nu^d)^2}{2E_\nu}\mathbf{U}^\dagger\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\\ \nu_\tau\end{pmatrix}, \tag{1.39}$$

onde $(\mathbf{M}_\nu^d)^2 = \mathrm{diag}(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$. Lembremos que a solução da Eq. (1.39) é dada pela Eq. (1.33). Os neutrinos interagem com a matéria usual por interação fraca pelas correntes carregadas e neutras com os elétrons e nucleons do meio (veja Fig. 1.1). Estas interações podem ser descritas de forma matricial, e geram um termo $\mathbf{A}$ que será chamado de *massa induzida* pelo efeito da matéria, e que adicionaremos ao Hamiltoniano da Eq. (1.39), ficando esta equação da seguinte forma:

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\\ \nu_\tau\end{pmatrix} = \frac{1}{2E_\nu}\left[\mathbf{U}(\mathbf{M}_\nu^d)^2\mathbf{U}^\dagger + \mathbf{A}\right]\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\\ \nu_\tau\end{pmatrix}. \tag{1.40}$$

Vamos supor que as interações dos neutrinos com a matéria seja somente do tipo padrão, ignorando assim a possibilidade de existirem outras correntes neutras que mudam sabor. Sendo os auto-estados de sabor os mesmos que os auto-estados de interação, a matriz de *massa induzida* $\mathbf{A}$, é diagonal e dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A^{CC} + A^{NC} & 0 & 0\\ 0 & A^{NC} & 0\\ 0 & 0 & A^{NC}\end{pmatrix}. \tag{1.41}$$

O termo de corrente carregada A^{CC} aparece somente para neutrinos do elétron, como vemos na Fig. 1.1. Os termos da corrente neutra para os três sabores são iguais. Por este motivo podemos eliminar o termo de *massa induzida* pela

corrente neutra, A^{NC}, que contribui somente para uma fase global, fazendo a seguinte redefinição da fase dos auto-estados de sabor na Eq. (1.40):

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \to \exp\left[-i\int dr\,\frac{A^{NC}(r)}{2E_\nu}\right]\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} . \tag{1.42}$$

Logo, o único termo essencial para a propagação do neutrino é o termo de *massa induzida* pela corrente carregada A^{CC}. Este termo é explicitamente escrito como:

$$A^{CC}(r) = 2\sqrt{2}G_F N_e(r)E_\nu \ , \tag{1.43}$$

onde G_F é a constante de Fermi, N_e é a densidade de elétrons do meio atravessado. A partir de agora, a *massa induzida* pela corrente carregada será denotado simplesmente como A. A Eq. (1.40) com a *massa induzida* da Eq. (1.43) é chamada de equação de Mikheyev–Smirnov–Wolfenstein (MSW).

O operador $[\mathbf{U}(\mathbf{M}_\nu^d)^2\mathbf{U}^\dagger + \mathbf{A}]$ no segundo membro da Eq. (1.40), pode ser diagonalizado através de uma matriz unitária $\mathbf{U}^m$:

$$(\mathbf{U}^m)^\dagger\left[\mathbf{U}(\mathbf{M}_\nu^d)^2\mathbf{U}^\dagger + \mathbf{A}\right]\mathbf{U}^m = \begin{pmatrix} M_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3^2 \end{pmatrix} . \tag{1.44}$$

Definimos assim novos auto-estados de massa como:

$$\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \\ \nu_3^m \end{pmatrix} = (\mathbf{U}^m)^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} . \tag{1.45}$$

Em geral os auto-estados ν_i^m não são auto-estados de massa na matéria, uma vez que a matriz $\mathbf{U}^m$ é em geral função de r. A equação de propagação dos auto-estados ν_i^m é a seguinte:

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \\ \nu_3^m \end{pmatrix} = \left[\frac{1}{2E_\nu}\begin{pmatrix} M_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3^2 \end{pmatrix} - i(\mathbf{U}^m)^\dagger\frac{d}{dr}\mathbf{U}^m\right]\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \\ \nu_3^m \end{pmatrix} . \tag{1.46}$$

No caso em que A é constante, temos que $d\mathbf{U}^m/dr = 0$, conseqüentemente os auto-estados ν_i^m se convertem nos auto-estados de massa na matéria. Neste caso a probabilidade de conversão $P(\nu_\alpha \to \nu_\beta;\, r)$, é análoga à Eq. (1.34), e é dada por:

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\beta;\, r) = \delta_{\alpha\beta} - 2\,\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=j+1}^{3} U_{\beta j}^m U_{\alpha j}^{m\,*} U_{\beta k}^{m\,*} U_{\alpha k}^m \left(1 - e^{-i\Delta_{kj}^m}\right) , \tag{1.47}$$

onde $\Delta_{jk}^m = \frac{\Delta M_{jk}^2 r}{2E_\nu}$ e $\Delta M_{jk}^2 = M_k^2 - M_j^2$. Os valores explícitos dos elementos da matriz de mistura $\mathbf{U}^m$ e as massas quadradas M_1^2, M_2^2 e M_3^3, para este caso de três gerações e A constante, podem ser encontrados em [32].

1.5.2 Aproximação adiabática

Para estudar algumas propriedades do comportamento da Eq. (1.46) é mais simples reduzí-la ao caso de duas gerações. Nesse caso, a Eq. (1.40) se escreve da forma seguinte:

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{4E_\nu}\begin{pmatrix} A(r) - \Delta m^2 c_{2\theta} & \Delta m^2 s_{2\theta} \\ \Delta m^2 s_{2\theta} & -A(r) + \Delta m^2 c_{2\theta} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \tag{1.48}$$

onde $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ é a única diferença de massa em duas gerações. A matriz de mistura na matéria, $\mathbf{U}^m$ esta definida como:

$$\mathbf{U}^m = \begin{pmatrix} \cos\theta_m & \sin\theta_m \\ -\sin\theta_m & \cos\theta_m \end{pmatrix}, \tag{1.49}$$

onde θ_m é o ângulo de mistura na matéria, dado por:

$$\sin 2\theta_m = \frac{s_{2\theta}}{\sqrt{(A/\Delta m^2 - c_{2\theta})^2 + s_{2\theta}^2}}. \tag{1.50}$$

Para o caso de dois neutrinos, e depois de alguns cálculos, a Eq. (1.46) pode ser expressada da seguinte forma:

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta M^2}{4E_\nu} & -i\frac{d\theta_m}{dr} \\ i\frac{d\theta_m}{dr} & \frac{\Delta M^2}{4E_\nu} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \end{pmatrix}, \tag{1.51}$$

onde $\Delta M^2 = M_2^2 - M_1^2$. Lembrando que o comprimento de onda no vácuo é $\lambda_\nu = \frac{4\pi E_\nu}{\Delta m^2}$, podemos escrever a Eq. (1.51) de forma mais compacta,

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \end{pmatrix} = \left[-\frac{\pi}{\lambda_\nu^m}\boldsymbol{\sigma}_3 + \frac{d\theta_m}{dr}\boldsymbol{\sigma}_2\right]\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \end{pmatrix}, \tag{1.52}$$

onde $\boldsymbol{\sigma}_i$ são as matrizes de Pauli, λ_ν^m é o comprimento de onda da oscilação na matéria, definido como:

$$\lambda_\nu^m = \frac{\lambda_\nu}{\sqrt{(A/\Delta m^2 - c_{2\theta})^2 + s_{2\theta}^2}}, \tag{1.53}$$

e

$$\frac{d\theta_m}{dr} = \frac{1}{2}\frac{\Delta m^2 s_{2\theta}}{(A - \Delta m^2 c_{2\theta})^2 + (\Delta m^2 s_{2\theta})^2}\frac{dA}{dr}. \tag{1.54}$$

No caso em que a densidade $N_e(r)$ varia pouco com r, mais precisamente, quando o ângulo de mistura na matéria varia muito lentamente, numa escala de distância da ordem do comprimento de onda da oscilação na matéria, temos que:

$$\left|\frac{d\theta_m}{dr}\right| \ll \frac{\pi}{\lambda_\nu^m}. \tag{1.55}$$

Aplicando esta condição, chamada de condição de adiabaticidade, à Eq. (1.52) esta fica:

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \end{pmatrix} \simeq -\frac{\pi}{\lambda_\nu^m}\boldsymbol{\sigma}_3 \begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \end{pmatrix} , \tag{1.56}$$

o que implica que os estados ν_1^m e ν_2^m, praticamente sempre coincidem com os auto-estados de massa na matéria. Esta é a chamada aproximação adiabática. A solução da Eq. (1.56) é dada por:

$$\begin{pmatrix} \nu_1^m(r) \\ \nu_2^m(r) \end{pmatrix} = \exp\left[i\pi\boldsymbol{\sigma}_3 \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{\lambda_\nu^m(r)}\right] \begin{pmatrix} \nu_1^m(r_0) \\ \nu_2^m(r_0) \end{pmatrix} . \tag{1.57}$$

Aplicando a Eq. (1.57) ao caso dos neutrinos solares que são criados no Sol e detectados na Terra (vácuo), o que significa que em r temos que:

$$\begin{pmatrix} \nu_1^m(r) \\ \nu_2^m(r) \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \nu_1(r) \\ \nu_2(r) \end{pmatrix} \tag{1.58}$$

e re-escrevendo em termos dos auto-estados de sabor, obtemos que:

$$\begin{pmatrix} \nu_e(r) \\ \nu_\mu(r) \end{pmatrix} = \mathbf{U}^\dagger(\theta) \exp\left[i\pi\boldsymbol{\sigma}_3 \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{\lambda_\nu^m(r)}\right] \mathbf{U}^m(\theta_m) \begin{pmatrix} \nu_e(r_0) \\ \nu_\mu(r_0) \end{pmatrix} . \tag{1.59}$$

Então a probabilidade de permanência $P(\nu_e \to \nu_e)$ é:

$$P(\nu_e \to \nu_e) = \left| c_\theta c_{\theta_m} e^{i\pi \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{\lambda_\nu^m}} - s_\theta s_{\theta_m} e^{-i\pi \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{\lambda_\nu^m}} \right|^2 . \tag{1.60}$$

Como a propagação destes neutrinos é incoerente, temos que fazer uma média do termo de interferência da Eq. (1.60), ficando esta:

$$P(\nu_e \to \nu_e) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos 2\theta_m \cos 2\theta\right) , \tag{1.61}$$

perdendo assim qualquer informação sobre a fase. Notemos que se substituimos nesta equação $\theta_m = \theta$, recuperamos a Eq. (1.38).

1.5.3 Correções à aproximação adiabática

A Eq. (1.61) é uma expressão analítica muito simples, que nos permite calcular $P(\nu_e \to \nu_e)$, quando um neutrino do elétron se propaga pela matéria. Esta será válida, sempre que se cumpra a condição de adiabaticidade dada pela Eq. (1.55). Quando esta condição é quebrada os auto-estados ν_i^m deixam de ser ortogonais entre si, e aparece a possibilidade não nula de conversão $\nu_1^m \leftrightarrow \nu_2^m$.

É claro das Eqs. (1.54) e (1.55), que a condição de adiabaticidade é crítica quando:

$$A(r_c) = 2\sqrt{2}G_F N_e(r_c)E_\nu = \Delta m^2 \cos 2\theta . \tag{1.62}$$

De fato, quando a Eq. (1.62) é satisfeita, $d\theta_m/dr$ e λ_ν^m alcançam simultaneamente seus valores máximos, assim como o ângulo de mistura ($\theta_m = \pi/4$), como vemos na Eq. (1.50). Esta Eq. (1.62) é chamada de condição de ressonância. Suponhamos que um neutrino se propaga de forma adiabática num meio que tem uma densidade decrescente, $dN_e(r)/dr < 0$, de forma que no ponto de criação, temos que $A(r_0) > \Delta m^2 \cos 2\theta$, desta maneira o neutrino pode passar durante sua propagação por um ponto de ressonância. Em boa aproximação, podemos supor que o neutrino se propaga adiabaticamente até chegar perto de um pequeno intervalo em torno do ponto de ressonância ($r_- < r_c < r_+$), onde a conversão $\nu_1^m \leftrightarrow \nu_2^m$ é possível, depois de atravessar este intervalo o neutrino continuaria se propagando adiabaticamente. Nesta situação a Eq. (1.59) se transforma da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \nu_e(r) \\ \nu_\mu(r) \end{pmatrix} &= \mathbf{U}^\dagger(\theta) \exp\left[i\pi\boldsymbol{\sigma}_3 \int_{r_+}^{r} \frac{dr}{\lambda_\nu^m(r)}\right] \begin{pmatrix} \mathrm{Amp}(\nu_1^m \to \nu_1^m) & \mathrm{Amp}(\nu_1^m \to \nu_2^m) \\ \mathrm{Amp}(\nu_2^m \to \nu_1^m) & \mathrm{Amp}(\nu_2^m \to \nu_2^m) \end{pmatrix} \\ &\times \exp\left[i\pi\boldsymbol{\sigma}_3 \int_{r_0}^{r_-} \frac{dr}{\lambda_\nu^m(r)}\right] \mathbf{U}^m(\theta_m) \begin{pmatrix} \nu_e(r_0) \\ \nu_\mu(r_0) \end{pmatrix} , \end{aligned} \tag{1.63}$$

onde $\mathrm{Amp}(\nu_i^m \to \nu_j^m) = \langle \nu_j^m(r_+) | \nu_i^m(r_-) \rangle$ é a amplitude de probabilidade de conversão $\nu_i^m \to \nu_j^m$. Quando o neutrino atravessa o intervalo em torno da ressonância, esta será a correção para a propagação adiabática. Observemos que a partir da Eq. (1.63) é possível voltar ao regime continuamente adiabático, somente precisamos fazer $\mathrm{Amp}(\nu_1^m \leftrightarrow \nu_2^m) = 0$. Supondo que perdéssemos a informação de fase de forma análoga à Eq. (1.61), teríamos que a partir da Eq. (1.63) a probabilidade $P(\nu_e \to \nu_e)$ ficaria:

$$P(\nu_e \to \nu_e) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - P_c\right) \cos 2\theta_m \cos 2\theta \ , \tag{1.64}$$

onde $P_c = P(\nu_1^m \leftrightarrow \nu_2^m) = |\mathrm{Amp}(\nu_1^m \to \nu_2^m)|^2$. Re-escrevendo a Eq. (1.55) avaliada no ponto de ressonância, podemos definir:

$$\gamma = \frac{\frac{\pi}{\lambda_\nu^m}}{\left|\frac{d\theta_m}{dr}\right|} = \frac{\Delta m^2 s_{2\theta}^2}{2E_\nu c_{2\theta} \left| d\log N_e/dr \right|_{r=r_c}} \gg 1 \ . \tag{1.65}$$

Este fator γ é chamado de parâmetro de adiabaticidade, no caso da Eq. (1.55), onde $\gamma \gg 1$, a propagação é adiabática o que implica que $P_c \sim 0$, de forma oposta quando $\gamma \sim 1$ e $P_c \sim 1$, o regime é não adiabático.

P_c em geral, pode ser obtida numericamente a partir da Eq. (1.48). Porém devido ao fato que a região dos efeitos não adiabáticos é pequena, podemos aproximar a densidade $N_e(r)$ por uma função simples. Este tipo de cálculo foi feito pela primeira vez, indepedentemente por Landau [33], Zener [34] e Stueckelberg [35], no contexto das transições atômicas e aplicado depois ao caso dos

neutrinos solares [36]. Nesta aproximação a probabilidade assume a seguinte expressão:

$$P_c = \frac{\exp\left[-\frac{\pi}{2}\gamma F\right] - \exp\left[-\frac{\pi}{2}\gamma\frac{F}{s_\theta^2}\right]}{1 - \exp\left[-\frac{\pi}{2}\gamma\frac{F}{s_\theta^2}\right]}\,, \tag{1.66}$$

onde γ é o parâmetro de adiabaticidade e $F = 1 - \tan\theta$, supondo uma variação linear da densidade.

1.6 Violação de CP em oscilações de neutrinos no vácuo

Entre os tópicos mais interessantes a serem estudados dentro da fenomenologia de neutrinos massivos está a violação de CP. Esta possibilidade surge de uma maneira natural se considerarmos que existe uma total analogia do sistema de quarks com o sistema de léptons, e sendo que a evidência de violação de CP direta no setor de quarks é um fato bem estabelecido [37]. Portanto, se o mecanismo de oscilação induzida por massa for realmente o que explica as anomalias solares, atmosféricas e o resultado do experimento LSND, a procura experimental de violação de CP no setor leptônico, será uma conseqüência imediata.

Discutiremos aqui brevemente a violação de CP no contexto das oscilações de neutrinos no vácuo.

1.6.1 Parâmetro $\Delta P(\nu_\alpha, \nu_\beta)$

Para ter a possibilidade de violação de CP no setor leptônico, devemos considerar pelo menos três gerações e a presença de uma fase complexa não nula na matriz de mistura. Este é o caso da matriz $\mathbf{U}$ mostrada na Eq. (1.26). Substituindo os respectivos elementos desta matriz nas Eqs. (1.34) e (1.35), vemos que:

$$P(\overline{\nu}_\alpha \to \overline{\nu}_\beta) \;\neq\; P(\nu_\alpha \to \nu_\beta)\,, \tag{1.67}$$

o que significa que a probabilidade de oscilação para neutrinos e anti-neutrinos não deve coincidir. Caso CP fosse conservada ambas probabilidades deveriam ser iguais.

Baseados na Eq. (1.67) podemos usar a diferença entre as probabilidades de oscilação, como observável para medir violação de CP, isto é:

$$\Delta P(\alpha, \beta) \;=\; P(\overline{\nu}_\alpha \to \overline{\nu}_\beta) - P(\nu_\alpha \to \nu_\beta)\,, \tag{1.68}$$

sendo que $\Delta P(e,\mu) = \Delta P(\mu,\tau) = \Delta P(\tau,e)$ e com sinal contrário para permutações não cíclicas. Mais explicitamente:

$$\begin{aligned} \Delta P(\alpha,\beta) &= \pm 4 J_{CP}(\sin\Delta_{12} + \sin\Delta_{23} + \sin\Delta_{31}) \\ &= \pm 4 J_{CP}\, S_{CP}\,, \end{aligned} \tag{1.69}$$

com sinal (+), para permutação cíclica, e (-) para anticíclica, $\Delta_{ij} = \Delta m^2_{ij} r/2E_\nu = \Delta m^2_{ij} L/2E_\nu$ e J_{CP} é o invariante de Jarlskog [38], que se define como:

$$J_{CP} = c^2_{13} s_{13} c_{12} s_{12} c_{23} s_{23} \sin\delta\,. \tag{1.70}$$

Portanto, o observável $\Delta P(\alpha,\beta)$ depende essencialmente dos ângulos de mistura e das diferenças de massas quadradas.

1.6.2 Algumas hierarquias de massas

Em três gerações podemos admitir alguns esquemas de solução de massas quadradas, compatíveis com as anomalias dos neutrinos solares, atmosféricos e os resultados da experiência LSND. Um deles é:

$$\begin{aligned} \Delta m^2_{12} &\sim (1,5-7)\times 10^{-3}\ \mathrm{eV}^2 \\ \Delta m^2_{23} &\sim (0,2-2)\ \mathrm{eV}^2\,. \end{aligned} \tag{1.71}$$

Este, que chamaremos de esquema I, está baseado, especificamente, nas diferenças de massas quadradas compatíveis com a evidência de Super-Kamiokande para oscilações de neutrinos atmosféricos (Δm^2_{12}) [2] e com o resultado do experimento LSND (Δm^2_{23}) [8]. O outro é:

$$\begin{aligned} \Delta m^2_{12} &\sim (2-20)\times 10^{-5}\ \mathrm{eV}^2 \\ \Delta m^2_{23} &\sim (1,5-7)\times 10^{-3}\ \mathrm{eV}^2 \end{aligned} \tag{1.72}$$

que chamaremos de esquema II. Esta hierarquia está baseada na solução tipo MSW, de grande ângulo de mistura para o problema dos neutrinos solares (Δm^2_{12}) [39] e na solução para os dados de neutrinos atmosféricos (Δm^2_{23}).

Não iremos considerar aqui as outras possíveis diferenças de massas quadradas que resolvem o problema dos neutrinos solares, pois para valores de $\Delta m^2_{12} \sim (10^{-10} - 10^{-5})\ \mathrm{eV}^2$, e para os valores típicos de L/E dos futuros experimentos terrestres, $\Delta_{12} \to 0$ e $\Delta_{23} \approx -\Delta_{31}$, assim o termo $S_{CP} \to 0$.

1.6.3 Limites para J_{CP} e $\Delta P(\alpha,\beta)$

Esquema I

O valor de J_{CP} neste caso é bastante restrito, pois a $P(\overline{\nu}_\mu \to \overline{\nu}_e)$ medida por LSND é da ordem $\mathcal{O}(10^{-3})$. Além disso, o resultado do LSND pode ser ainda

mais vinculado por outros experimentos terrestres [40, 41, 42, 43]. Uma análise detalhada destes vínculos e suas implicações para violação de CP, pode ser encontrada na Ref. [44], onde foi estabelecido um limite máximo de $J_{CP}(\delta = \pi/2)$:

$$J_{CP} \lesssim 0,0013\,, \tag{1.73}$$

onde este limite é consistente com o que pode ser obtido a partir de outras análises [45, 46] que usam o esquema de massas I. Porém, o limite que aparece na Eq. (1.73) depende do valor de Δm^2_{12} e Δm^2_{23} escolhido, ele nos dá uma idéia da ordem do J_{CP} nesta escala de massas. Este comentário será válido também no caso do limite de J_{CP} para o esquema II. Na Fig. 4.2 mostramos ΔP máximo em função de L/E, ΔP foi avaliado no valor máximo de J_{CP} para valores fixos de $\Delta m^2_{12} \sim 3,2 \times 10^{-3}\,\mathrm{eV}^2$ e $\Delta m^2_{23} \sim 1,0\,\mathrm{eV}^2$. Para referência marcamos os valores médios de $\langle L/E \rangle$ para K2K, 179 km/GeV [47], MINOS, 49 km/GeV [48] (usando a configuração de mais alta energia) e uma das configurações possíveis para as futuras fábricas de neutrinos em um anel de colisão de múons, 111 km/GeV (Muon Collider) [49]. A Fig. 4.2 pode ser aplicada, em primeira aproximação para qualquer experimento, já que depende somente de L/E. Daqui podemos notar que a observação de algum sinal de violação de CP vai ser muito difícil. Já que por exemplo, se tomarmos um valor típico (médio) de $\Delta P \sim 0,002$, a probabilidade tem que ser determinada com um erro menor que 10^{-4}, para ter 10% de erro em ΔP, o qual é bastante díficil de se obter experimentalmente. Sem contar que ainda não estamos levando em conta, a convolução da probabilidade com as informações experimentais (fluxos, resolução, eficiências, etc).

Esquema II

Neste caso o J_{CP} não está tão restrito como no esquema anterior. Isto se explica, porque a solução para o problema do neutrino solar que estamos supondo, tem grande ângulo de mistura, assim como a solução para o problema dos neutrinos atmosféricos. O único limite que temos aqui vem do experimento CHOOZ [43]. Neste caso pode se estabelecer o seguinte limite para $J_{CP}(\delta = \pi/2)$ [46, 50]:

$$J_{CP} \lesssim 0,04\,. \tag{1.74}$$

Na Fig. 4.3 mostramos ΔP máximo em função de L/E, avaliado para J_{CP} máximo e para os valores de $\Delta m^2_{12} \sim 1,0 \times 10^{-4}\mathrm{eV}^2$ e $\Delta m^2_{23} \sim 3,2 \times 10^{-3}\mathrm{eV}^2$. Aqui observamos que, embora os valores ainda permitidos para J_{CP} seja maiores que no caso do esquema I, os valores máximos para ΔP, não são muito grandes. A razão é que os valores de L/E relevantes para os experimentos futuros não são muito sensíveis a estas escalas de massas. Portanto, S_{CP} tende a ser pequeno, já que Δ_{12} é pequeno.

De forma geral, podemos dizer que seja qual for o esquema de massas escolhido, medir violação de CP vai ser muito complicado, pelo menos usando o

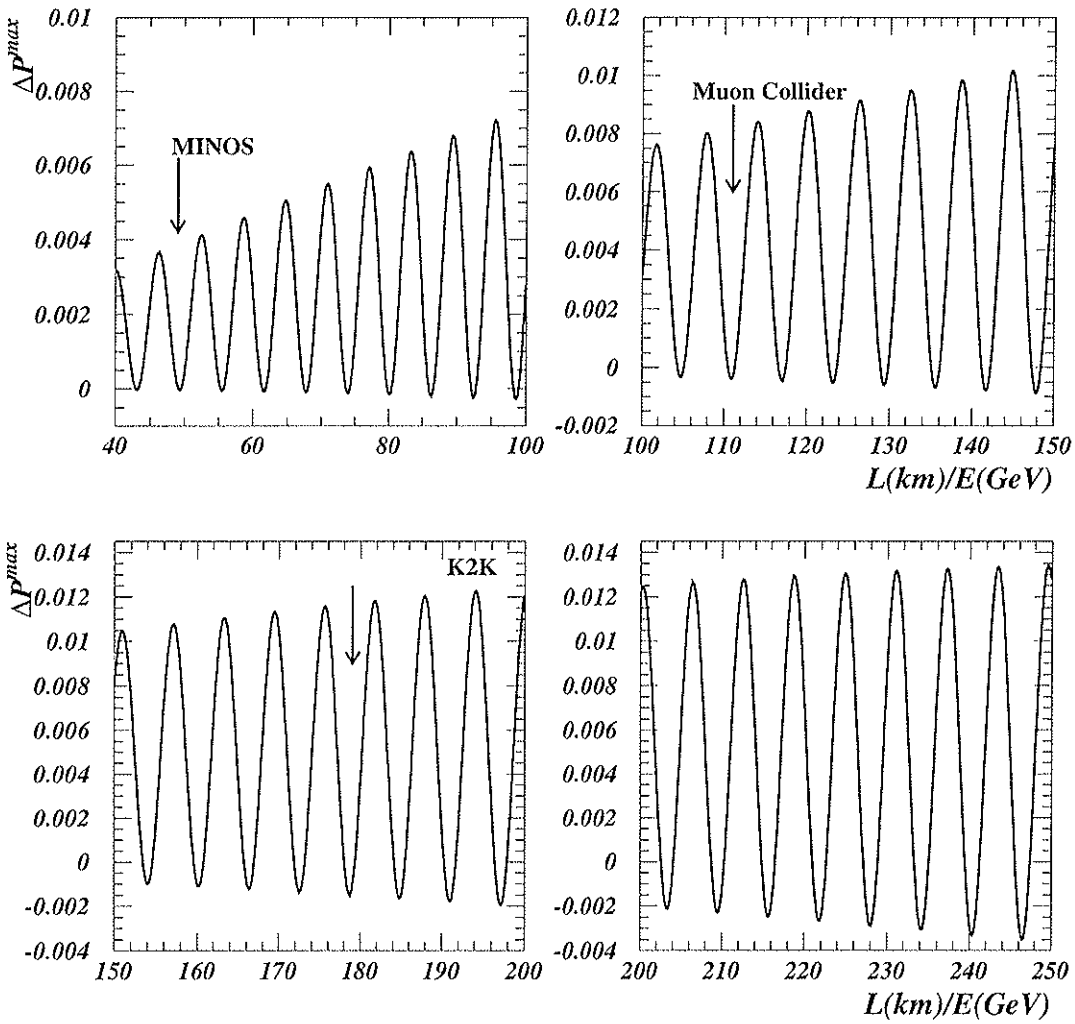


Figura 1.2: ΔP máximo para o esquema I.

observável baseado na definição da Eq. (1.68). Por esta razão, existem muitos trabalhos que analizam outros observáveis que possam potencializar algum efeito de violação de CP. É importante notar que aqui consideramos somente violação de CP no vácuo, sendo que para fazer um estudo mais completo devem ser incluídos possíveis efeitos de matéria que não são invariantes por transformação de CP. Discusões incluindo o efeito de matéria para violação de CP em oscilações de neutrinos podem ser encontradas em [51].

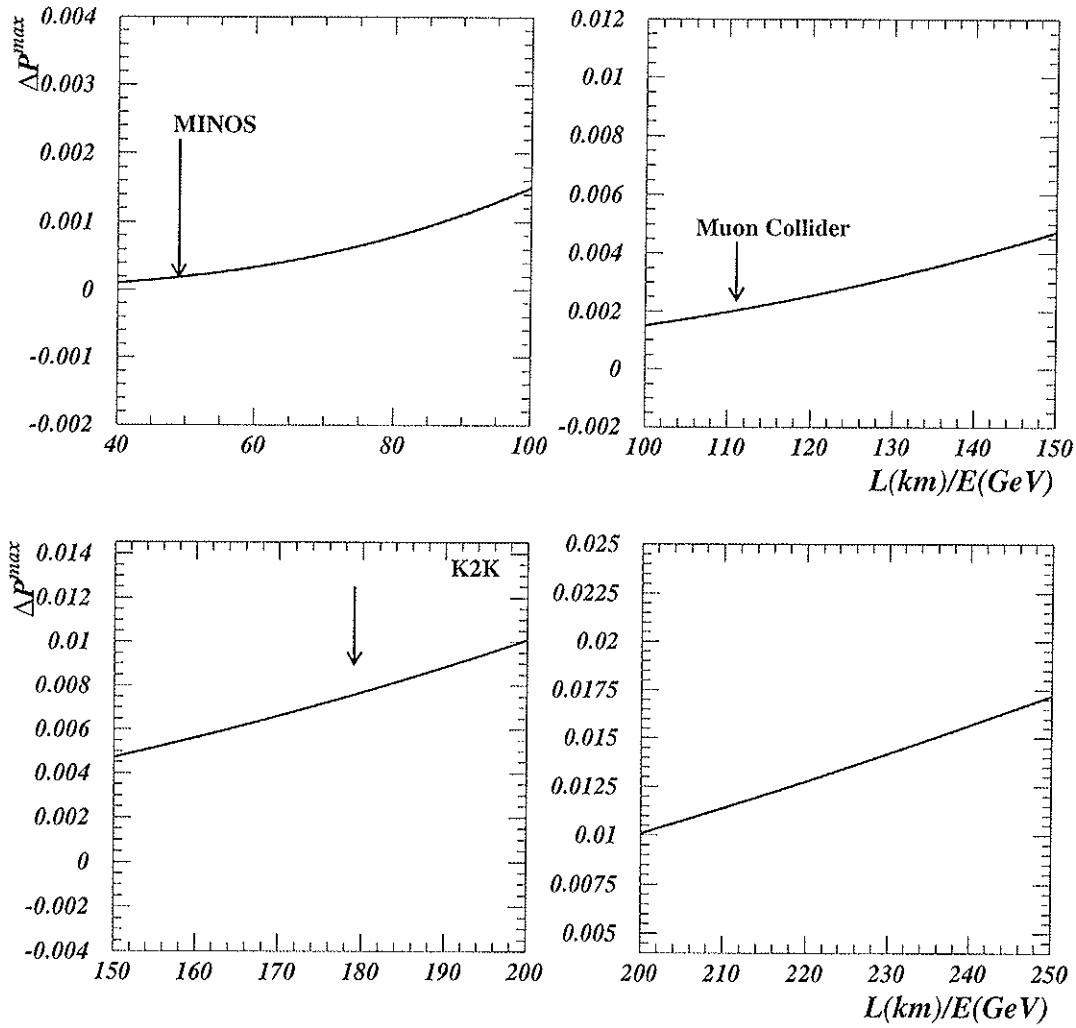


Figura 1.3: ΔP máximo para o esquema II.

Capítulo 2

Neutrinos no Sol e tratamento estatístico dos dados

Este capítulo dividi-se em duas partes.

Na primeira discutiremos brevemente o Modelo Padrão Solar, que permite calcular o fluxo de neutrinos e estimar o número de neutrinos que deveriam ser observados pelos experimentos atuais. Apresentaremos aqui também os dois tipos de experimentos com neutrinos solares cujos dados analisaremos do ponto de vista fenomenológico nos Capítulos 3 e 4.

Na segunda parte exporemos de forma detalhada os procedimentos que utilizaremos para analisar os dados experimentais no contexto dos modelos de oscilação estudados nesta tese. Em particular introduziremos aqui todos detalhes das análises estatísticas que faremos.

2.1 Neutrinos solares e Modelo Padrão Solar

O processo de fusão nuclear é o responsável por fornecer energia ao Sol. Este processo é possível, devido à alta temperatura existente no centro do Sol ($\sim 10^7$K). Esta permite que os prótons possam atravessar por tunelamento a barreira coulombiana que existe entre eles e se fusionar. A dependência com a energia da seção de choque de fusão é expressada por:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp(-2\pi\eta), \tag{2.1}$$

$$\eta = Z_1 Z_2 \frac{e^2}{\hbar v}, \tag{2.2}$$

onde, $S(E)$ é um fator da seção de choque que é característico de cada reação, $\exp(-2\pi\eta)$ é o fator de Gamow de penetração de barreira, e v é a velocidade relativa entre as partículas com cargas $Z_1 e$ e $Z_2 e$.

A reação de fusão nuclear é formalmente escrita como:

$$4p \rightarrow \alpha + 2e^{+} + 2\nu_e. \tag{2.3}$$

Esta reação libera uma energia de 26,73 MeV, e é feita através de dois sistemas de reações, sendo o primeiro a cadeia próton-próton (pp) e o segundo o ciclo Carbono-Nitrogênio-Oxigênio (CNO). Estes estão mostrados nas Figs. 2.2 e 2.3, respectivamente.

Na Fig. 2.2 observamos que as reações que geram os neutrinos do elétron (ν_e) na cadeia pp são:

$$p + p \rightarrow {}^{2}\mathrm{H} + e^{+} + \nu_e \quad (E_\nu \leq 0,42\,\mathrm{MeV}, \text{ neutrinos do } pp) \tag{2.4}$$
$$p + e^{-} + p \rightarrow {}^{2}\mathrm{H} + \nu_e \quad (E_\nu = 1,44\,\mathrm{MeV}, \text{ neutrinos do } pep) \tag{2.5}$$
$${}^{7}\mathrm{Be} + e^{-} \rightarrow {}^{7}\mathrm{Li} + \nu_e \quad (E_\nu = 0,861(0,383)\,\mathrm{MeV}, \text{ neutrinos do } {}^{7}\mathrm{Be}) \tag{2.6}$$
$${}^{8}\mathrm{B} \rightarrow {}^{7}\mathrm{Be} + e^{+} + \nu_e \quad (E_\nu \leq 15\,\mathrm{MeV}, \text{ neutrinos do } {}^{8}\mathrm{B}) \tag{2.7}$$
$${}^{3}\mathrm{He} + p \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + e^{+} + \nu_e \quad (E_\nu \leq 18,77\,\mathrm{MeV}, \text{ neutrinos do } hep). \tag{2.8}$$

Por outro lado, na Fig. 2.3 vemos que as reações no ciclo CNO são,

$${}^{13}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}\mathrm{C} + e^{+} + \nu_e \quad (E_\nu \leq 1,20\,\mathrm{MeV}, \text{neutrinos do N}) \tag{2.9}$$
$${}^{15}\mathrm{O} \rightarrow {}^{15}\mathrm{N} + e^{+} + \nu_e \quad (E_\nu \leq 1,73\,\mathrm{MeV}, \text{neutrinos do O}) \tag{2.10}$$
$${}^{17}\mathrm{F} \rightarrow {}^{17}\mathrm{O} + e^{+} + \nu_e \quad (E_\nu \leq 1,74\,\mathrm{MeV}, \text{neutrinos do F}), \tag{2.11}$$

onde E_ν é a energia do neutrino.

O arcabouço teórico que nos permite calcular tanto os fluxos quanto os espectros energéticos de todas estas reações que geram ν_e no Sol é o chamado modelo padrão solar (MPS). Existem varias versões deste modelo [1, 2, 3, 4, 5], porém, nesta tese usaremos como referência teórica, a versão de 1998 do modelo de Bahcall e Pinsonneault (BP98) [5].

O MPS esta baseado nas seguintes suposições: o Sol está em equilibrio hidrostático, o transporte de energia é feito por radiação ou convecção; e a energia é gerada por reações nucleares. Entre os parâmetros de entrada, estão: as seções de choque das reações nucleares, a luminosidade do Sol ($L_\odot$), a idade solar ($I_\odot$), a abundância dos elementos e a opacidade radiativa. Este último parâmetro está vinculado à equação que governa o transporte de energia no Sol. Uma vez definidas tanto nossas hipóteses quanto os parâmetros de entrada, o MPS é capaz de descrever: a dependência radial da temperatura, a densidade de matéria, a pressão, assim como os fluxos dos neutrinos. Uma explicação detalhada do MPS, pode ser encontrada na Ref. [6].

Apresentamos na Tabela 2.1 os fluxos de neutrinos previstos pelo MPS de BP98, para as reações das Eqs. (2.4) a (2.11), ilustrados na Fig. 2.1.

Como podemos observar na Tabela 2.1, de todas estas reações, a que tem o maior fluxo é a dos neutrinos do *pp* (reação da Eq. (2.4)). Embora seja esta

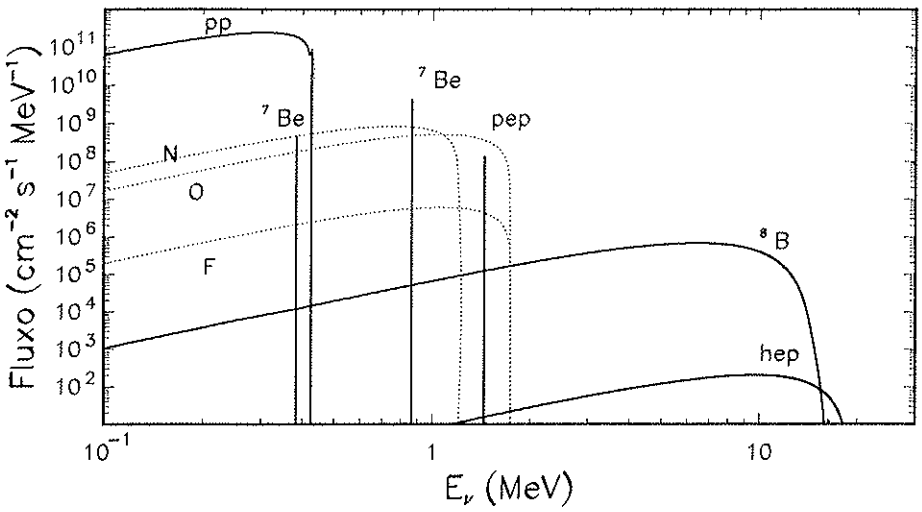


Figura 2.1: Fluxo de neutrinos solares segundo o MPS de Bahcall e Pinsonneault (1998), para cada reação de fusão nuclear dentro do Sol.

Reação	$\phi(\mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{s}^{-1})$
pp	$5,94 \times 10^{10}$
pep	$1,39 \times 10^{8}$
hep	$2,10 \times 10^{3}$
^{7}Be	$4,80 \times 10^{9}$
^{8}B	$5,15 \times 10^{6}$
^{13}N	$6,05 \times 10^{8}$
^{15}O	$5,32 \times 10^{8}$
^{17}F	$6,33 \times 10^{6}$

Tabela 2.1: Previsões do BP98 para os fluxos de neutrinos para todas suas possíveis fontes de produção no Sol.

a maior fonte de produção de neutrinos no Sol, sua energia máxima é pequena (0,420 MeV), fazendo impossível a detecção destes neutrinos na maioria dos experimentos.

A reação da Eq. (2.5) emite neutrinos monoenergéticos de 1,4 MeV, chamados neutrinos do *pep*.

A reação da Eq. (2.6) emite neutrinos monoenergéticos, chamados de neutrinos do ^{7}Be, que podem ter uma energia de 0,861 MeV (90 % das vezes) ou de 0,383 MeV (10 % das vezes). Seu fluxo é o segundo em importância depois do fluxo dos neutrinos do *pp*.

Os neutrinos gerados pela reação da Eq. (2.7), chamados de neutrinos do ^{8}B, são facilmente observados por qualquer experimento, pois tem uma energia máxima elevada ($\sim$ 15 MeV).

A reação da Eq. (2.8) gera os neutrinos mais energéticos de todos, chamados de neutrinos do *hep*. Sua energia máxima é de 18,77 MeV. Apesar deste fato facilitar uma possível detecção, seu fluxo é muito pequeno ($\phi(hep)/\phi(^8\mathrm{B}) \sim 10^{-3}$), sendo sua contribução muito menor que a das outras fontes.

Finalmente, os neutrinos do N, O e F, dados pelas reações das Eqs. (2.9), (2.10) e (2.11), respectivamente, vão ter contribuções pouco significativas para os experimentos, já que sua energia máxima é baixa e o fluxo também é pequeno em comparação ao dos neutrinos do *pp*.

2.1.1 Incertezas no cálculo dos fluxos

O cálculo dos fluxos com o MPS tem várias fontes de incertezas. Estas incertezas, serão de vital importância posteriormente, quando fizermos a avaliação do erro teórico nos cálculos do número de eventos observados pelos distintos experimentos que iremos analisar. Listaremos agora estas fontes de incertezas:

- fatores S das seções de choque das reações (equivalentes a $S(E)$ na Eq. (2.1)):

  $p + p \rightarrow {}^2\mathrm{H} + e^+ + \nu_e \quad (S_{11})$

  $^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + 2p \quad (S_{33})$

  $^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \rightarrow \gamma + {}^7\mathrm{Be} \quad (S_{34})$

  $^7\mathrm{Be} + p \rightarrow \gamma + {}^8\mathrm{B} \quad (S_{17})$

  $^{14}\mathrm{N} + p \rightarrow \gamma + {}^{15}\mathrm{O} \quad (S_{1,14})$

- $L_\odot$;

- $I_\odot$;

- opacidade (opa);

- metalicidade, Z/X, que representa a abundância dos elementos mais pesados que o hélio (Z), com respeito ao hidrogênio (X);
- razão de captura do ^{7}Be (C_{be}), que representa a incerteza na reação, $^7\text{Be} + e^- \rightarrow ^7\text{Li} + \nu_e$, e afeta de forma inversamente proporcional ao fluxo dos neutrinos do ^{8}B, já que a produção destes neutrinos está baseada na reação $^7\text{Be} + p \rightarrow ^8\text{B} + \gamma$;
- difusão (dif) do hélio e elementos mais pesados no Sol.

Para maiores detalhes sobre o cálculo destas incertezas e como elas afetam o MPS, veja Ref. [1].

2.2 Detecção dos neutrinos solares

Os experimentos de neutrinos solares que discutiremos, podem ser subdividos em dois tipos, baseados na técnica de detecção:

1. Experimentos radioquímicos (Homestake [7], GALLEX [8], GNO [9] e SAGE [10]);
2. Experimentos de espalhamento $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ (Kamiokande [11] e Super-Kamiokande [12]).

No primeiro tipo, os ν_e batem no detector que contem átomos X, seguindo o processo de decaimento β inverso:

$$\nu_e + X \rightarrow e^- + Y. \tag{2.12}$$

Depois de um certo tempo os átomos Y são extraídos quimicamente, e a partir destes é medida a razão de captura dos neutrinos. Este tipo de experimento tem a vantagem de poder detectar neutrinos de baixa energia, dependendo da energia mínima de detecção do tipo de átomo que forma o detector. As desvantagens são que não temos informação da energia, direção do ν_e, assim como do instante de interação do neutrino com o detector. Os resultados deste tipo de experimento, serão dados na unidade de neutrinos solares (UNS), que equivale a 10^{-36} capturas por átomo-alvo por segundo.

No segundo tipo, os ν_e são detectados a partir do processo de espalhamento, $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$. A grande vantagem deste tipo de experiência é que podemos ter informação do instante, direção e energia do ν_e incidente no detector, a partir dos e^- que são espalhados. A desvantagem, é que a energia mínima para detecção é bem mais alta que no caso dos experimentos radioquímicos, conseqüentemente estes experimentos, praticamente, são somente sensíveis aos ν_e do ^{8}B.

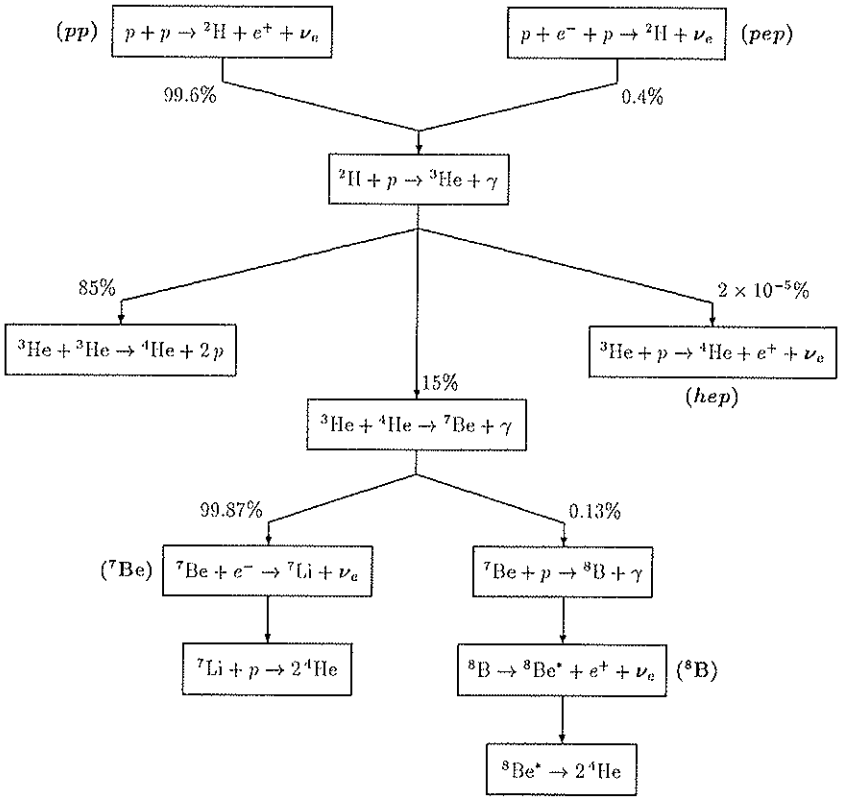


Figura 2.2: Cadeia pp

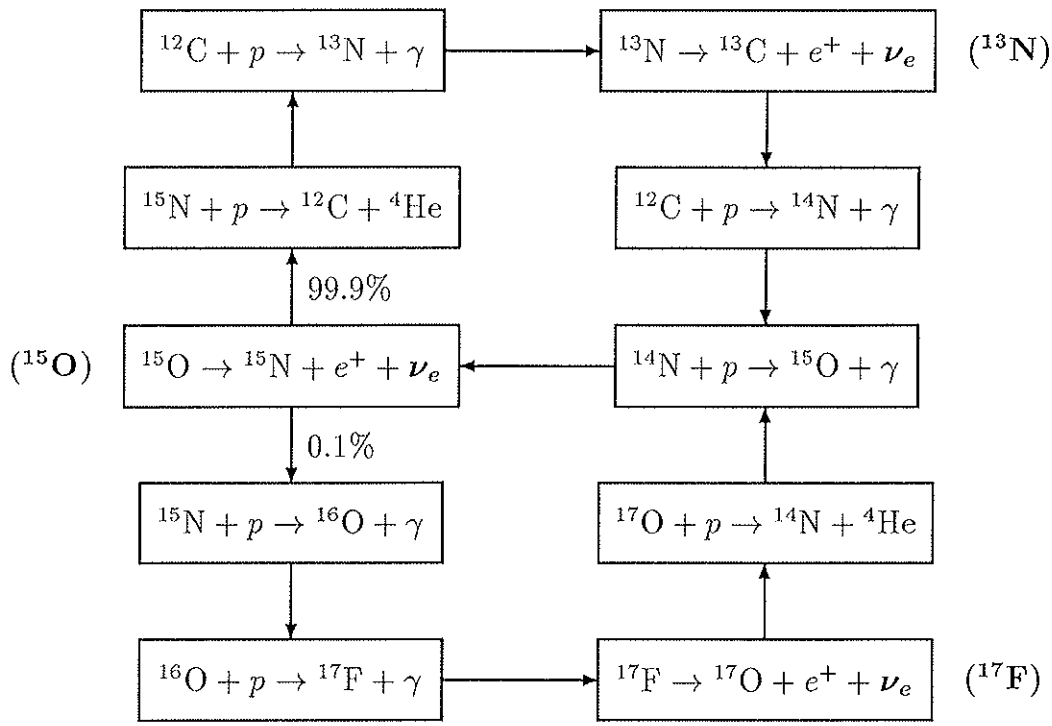


Figura 2.3: Ciclo CNO

2.2.1 Experimento de Homestake

A primeira experiência a observar neutrinos solares foi o experimento de Homestake [7] ou experimento com cloro. Este experimento, liderado por R. Davis, começou suas observações em torno de 1970, usando como alvo átomos de ^{37}Cl, que capturam os ν_e, seguindo o decaimento β inverso:

$$\nu_e +^{37} \mathrm{Cl} \rightarrow e^- +^{37} \mathrm{Ar}. \tag{2.13}$$

O detector contem 615 toneladas do líquido percloritileno (C_2Cl_4) em um tanque cilíndrico, que está localizado a uma profundidade de 1480 m abaixo da terra (equivalente a 4400 m de água) na mina de ouro de Homestake em Lead, South Dakota, EUA. Esta profundidade serve para evitar a produção de ^{37}Ar devido aos múons dos raios cósmicos. A abundância natural do núcleo de ^{37}Cl é de 24,43%, portanto, o número de núcleos no detector é de $2,2 \times 10^{30}$. A energia mínima do ν_e para se produzir a reação da Eq. (2.13) é de 0,814 MeV. Da Tabela 2.2, vemos que a contribução maior para o fluxo dos neutrinos que deveriam ser detectados é a dos neutrinos do ^{8}B, seguida da dos neutrinos mais energéticos do ^{7}Be, e de forma muito menor da dos neutrinos do O e N. Depois de um tempo de exposição de três meses, os átomos de ^{37}Ar gerados com a reação de captura eletrônica, são purgados com hélio e enviados a um contador proporcional. Logo, os ^{37}Ar

decaem, seguindo o processo inverso da Eq. (2.13), sendo que os elétrons de Auger de 2,82 keV vindos destes decaimentos, são usados para identificar os ^{37}Ar (35 dias de vida média), e assim medir a razão de captura ou taxa dos ν_e.

A taxa total prevista pelo BP98 é:

$$T_{\mathrm{Cl}}^{\mathrm{MPS}} = 7,7^{+1,2}_{-1,0} \text{ UNS}, \tag{2.14}$$

no entanto, a taxa total medida é [7]:

$$T_{\mathrm{Cl}}^{\mathrm{exp}} = 2,56 \pm 0,23 \text{ UNS}. \tag{2.15}$$

2.2.2 Experimentos com gálio

Entre os experimentos com gálio temos, GALLEX (Gallium Experiment) [8], GNO (Gallium Neutrino Observatory) [9] e SAGE (Soviet American Gallium Experiment) [10]. Todos estão baseados na seguinte reação:

$$\nu_e +^{71} \mathrm{Ga} \rightarrow e^- +^{71} \mathrm{Ge}, \tag{2.16}$$

sendo que a energia mínima do ν_e para que esta reação ocorra é 0,236 MeV. Este baixo limiar de energia faz com que estas experiências sejam as únicas capazes de detectar neutrinos do *pp*, sendo que outras contribuções, tais como a dos neutrinos do ^{7}Be, ^{8}B, N, O e F, menos relevantes, são também medidas (veja Tabela 2.2). A medição das taxas dos ν_e, é alcançada, a partir do decaimento via captura eletrônica do ^{71}Ge (processo inverso ao da Eq. (2.16)), com uma vida media de 11,43 dias. Estes átomos de ^{71}Ge são contados a partir da detecção dos elétrons de Auger e dos raios X gerados neste processo de decaimento. A taxa total esperada, aplicando o BP98 para um experimento com gálio é:

$$T_{\mathrm{Ga}}^{\mathrm{MPS}} = 129,0^{+8}_{-9} \text{ UNS}. \tag{2.17}$$

O experimento GALLEX começou em 1991, e está localizado no laboratório subterrâneo de Gran Sasso na Itália (a uma profundidade equivalente a 3300 m de água). O detector, contem 33 toneladas de gálio em forma de solução de cloreto de gálio ($GaCl_3$-HCl). Depois de três semanas de exposição, os átomos de ^{71}Ge que estão na forma de $GeCl_4$, são extraídos quimicamente e enviados como GeH_4 ao contador proporcional, onde o decaimento do ^{71}Ge via captura eletrônica acontece, e é feita a contagem destes átomos. A taxa total medida por este experimento é [8]:

$$T_{\mathrm{GALLEX}}^{\mathrm{exp}} = 77,5^{+7,6}_{-7,8} \text{ UNS}. \tag{2.18}$$

O experimento GNO é a continuação do experimento GALLEX, com a modernização de várias partes do sistema de adquisição de dados que foram usadas em GALLEX. A taxa total medida é [9]:

$$T_{\mathrm{GNO}}^{\mathrm{exp}} = 65,8^{+10,7}_{-10,2} \text{ UNS}. \tag{2.19}$$

Finalmente o experimento SAGE, localizado no observatório de neutrinos de Baksan nas montanhas do Cáucaso, embaixo do equivalente a 4715 metros de água, usa 60 toneladas de Ga líquido como detector. De forma similar aos experimentos GALLEX e GNO, o ^{71}Ge é extraído quimicamente e enviado a um contador proporcional, onde finalmente decae via captura eletrônica. A taxa total medida por SAGE é [10]:

$$T_{\rm SAGE}^{\rm exp} = 75,4 \pm 7,6 \ \ \text{UNS}. \tag{2.20}$$

Reação	Cl (UNS)	Ga (UNS)
pp	0,0	69,6
pep	0,2	2,8
hep	0,0	0,0
^{7}Be	1,15	34,4
^{8}B	5,9	12,4
^{13}N	0,1	3,7
^{15}O	0,4	6,0
^{17}F	0,0	0,1

Tabela 2.2: Previsões do BP98 para as taxas nos experimentos com cloro (Cl) e com gálio (Ga), para cada uma das possíveis fontes de produção de neutrinos no Sol.

2.2.3 Experimento de Super-Kamiokande

A observação de neutrinos solares no experimento de Super-Kamiokande é feita via o processo de espalhamento elástico neutrino-elétron na água:

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-, \tag{2.21}$$

os e^- espalhados (de recuo) no processo, emitem luz Čerenkov na água, que logo é coletada e amplificada pelos tubos das fotomultiplicadoras que circundam o tanque de água. A partir dessa medida, temos informação do seguinte:

- direção do neutrino incidente, obtida a partir do espalhamento dos elétrons de recuo, que seguem praticamente a mesma direção dos neutrinos;
- tempo exato da chegada dos neutrinos;
- distribução de energia dos elétrons de recuo, que é uma medida indireta da energia dos neutrinos.

O detector de Super-Kamiokande, está localizado na mina de Kamioka na cidade de Gifu no Japão, que encontra-se a 1000 m abaixo da terra (equivalente a 2700 m de água), tem a forma de dois cilindros coaxiais de igual altura, 42 m, e diâmetros de 35 m e 39 m, respectivamente, e contêm em torno de 50000 tons de água pura. Está dividido em duas partes oticamente isoladas, uma parte interior e outra exterior. A parte interna está equipada com 11146 fotomultiplicadoras, que apontam para o eixo central do cilindro, e a parte exterior que serve como blindagem da parte interior, tem 1885 fotomultiplicadoras, apontadas de forma contrária às fotomultiplicadoras interiores. Descrições detalhadas do detector podem ser encontradas nas Refs. [13, 14].

O experimento de Super-Kamiokande mede uma taxa total igual a [12]:

$$T_{\rm SK}^{\rm exp} = 0,465 \pm 0,015 \ . \tag{2.22}$$

Esta medida está normalizada ao valor esperado pelo BP98.

2.3 Análise estatística dos dados

A seguir descreveremos todos os ingredientes usados na análise estatística aplicada aos dados solares e que serão explorados ao longo desta tese, tanto para o estudo de QV quanto para o de VPE.

2.3.1 Média temporal da $P(\nu_e \to \nu_e)$

A distância Sol-Terra é variável durante o ano, devido a excentricidade ϵ ($= 0,0167$) da órbita terrestre ao redor do Sol. Explicitamente, esta distância como função de t e calculada em primeira ordem da excentricidade , é dada por:

$$L(t) = L_0 \left[1 - \epsilon \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right)\right] + \mathcal{O}(\epsilon^2), \tag{2.23}$$

onde $L_0 \simeq 1.496 \times 10^{11}$ m, é a distância média Sol-Terra que representa uma unidade astronômica (UA), e $T =$ um ano. Por outro lado, sabendo que a probabilidade de sobrevivência do ν_e ($P(\nu_e \to \nu_e)$) para os casos de QV e VPE, depende explicitamente da distância Sol-Terra, como veremos nos Capítulos 3 e 4, faremos uma média desta probabilidade durante o período de um ano, já que este é o período da orbita da Terra ao redor do Sol. Com este propósito, usaremos a seguinte aproximação analítica [15, 16]:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \frac{L_0^2}{L^2(\alpha)} \cos(f L(\alpha)) \simeq J_0(\epsilon f L_0) \cos(f L_0), \tag{2.24}$$

onde $\alpha = 2\pi t/T$, J_0 é a função de Bessel de ordem zero, f é $2E_\nu \, |\phi \Delta\gamma|$ (VPE) ou $\Delta m_{12}^2/2E_\nu$ (QV).

A média temporal da $P(\nu_e \to \nu_e)$, será denotada pelo símbolo $\langle P_{\rm n}(E_\nu, t)\rangle$, em todas nossas equações, com n=QV ou VPE, conforme o caso.

2.3.2 Cálculo das taxas totais

O ponto de partida das nossas análises, é a descrição do cálculo teórico das taxas totais de ν_e medidas pelos experimentos de Homestake, SAGE, GALLEX/GNO combinados, e Super-Kamiokande. No caso de Homestake, SAGE, GALLEX e GNO estas taxas se escrevem explicitamente como,

$$\begin{aligned} T_i^{\rm teo} &= \sum_k \phi_k \int {\rm d}E_\nu \lambda_k(E_\nu)\sigma_i(E_\nu)\langle P_{\rm n}(E_\nu, t)\rangle \\ &= \sum_k \phi_k C_{ik}^{\rm osc} = \sum_k T_{ik}^{\rm osc}, \end{aligned} \tag{2.25}$$

onde i = Cl ou Ga, a soma em k é feita sobre *pp*, *pep*, ^{7}Be, ^{8}B,^{13}N e ^{15}O, as seis fontes de neutrinos consideradas, outras fontes menores, como ^{17}F e *hep* serão negligenciadas, ϕ_k são os respectivos fluxos totais, que encontram-se na Tabela 2.1, com λ_k sendo o correspondente espectro de energia (normalizado a 1) de cada reação nuclear k no Sol [17], σ_i é a seção de choque de captura da reação correspondente para cada tipo de experimento, com Cl (Eq. (2.13)) ou com Ga (Eq. (2.16)), tomadas da Ref. [18]. As unidades da $T_i^{\rm teo}$ são as UNS.

Dentro da nossa análise, uma possibilidade que vamos estudar, é permitir a variação dos fluxos de ^{8}B e ^{7}Be com respeito a seu valor no MPS, e observar como isto afeta a qualidade do ajuste e as regiões permitidas. Para isto, consideraremos as constantes de normalização f_b e f_{be}, pelas quais multiplicamos aos fluxos de ^{8}B e ^{7}Be, respectivamente. Neste caso de fluxo livre, a Eq. (2.25) fica,

$$T_i^{\rm teo} = f_b\phi_{\rm B}C_{i{\rm B}}^{\rm osc} + f_{be}\phi_{\rm Be}C_{i{\rm Be}}^{\rm osc} + \sum_k \phi_k C_{ik}^{\rm osc}, \tag{2.26}$$

onde a última soma em k se restringe as outras quatro reações. No tratamento da VPE somente permitiremos a variação de f_b, com $f_{be} = 1$, mas no caso do QV, variaremos os dois simultaneamente, seguindo a relação,

$$f_{be} = f_b^{10/24}, \tag{2.27}$$

que vem do fato de assumirmos a lei de potências para os fluxos de ^{8}B e ^{7}Be dada por $\phi(^7{\rm Be}) = (\phi(^8{\rm B}))^{10/24}$ [19].

Como ja foi mencionado na seção 2.2.3, o experimento de Super-Kamiokande tem uma forma de detecção de ν_e, diferente dos outros experimentos. Devido a

este fato, a expressão da taxa total em Super-Kamiokande pode ser escrita como,

$$T_{\rm SK}^{\rm teo} = \frac{f_b \int_{5.5-m_e}^{19.5} {\rm d}T_e \int {\rm d}E_\nu \lambda_{\rm B}(E_\nu) \left(\hat{\sigma}_{\nu_e}(E_\nu,T_e)\langle P_{\rm n}(E_\nu,t)\rangle + \hat{\sigma}_{\nu_x}(E_\nu,T_e)\left[\,1-\langle P_{\rm n}(E_\nu,t)\rangle\,\right]\right)}{\int_{5.5-m_e}^{19.5} {\rm d}T_e \int {\rm d}E_\nu \lambda_{\rm B}(E_\nu)\hat{\sigma}_{\nu_e}(E_\nu,T_e)}, \tag{2.28}$$

onde T_e é a energia cinética do elétron observada experimental, que variamos de 5,5 MeV-m_e até 19,5 MeV. No caso $m_e = 0,511$ MeV, é a massa do elétron e 5,5 MeV, é a energia mínima de detecção de um elétron em Super-Kamiokande. As seções de choque $\hat{\sigma}_{\nu_{e,x}}$ são definidas como,

$$\hat{\sigma}_{\nu_{e,x}}(E_\nu,T_e) = \int_0^{T_{\rm max}} \frac{{\rm d}\sigma_{\nu_{e,x}}(E_\nu,T_e')}{{\rm d}T_e'} \times {\rm Res}(T_e,T_e')\,{\rm d}T_e', \tag{2.29}$$

com $T_{\rm max} = E_\nu/(1+m_e/2E_\nu)$, onde ${\rm d}\sigma_{\nu_{e,x}}/{\rm d}T_e'$, são as seções de choque diferenciais correspondentes aos processos $\nu_e+e^- \to \nu_e+e^-$ e $\nu_x+e^- \to \nu_x+e^-$, $x=\mu,\tau$, respectivamente, que são tomadas da Ref. [20]. ${\rm Res}(T_e,T_e')$ é a função resposta ou resolução do detector que pode ser definida em boa aproximação como [21],

$${\rm Res}(T_e,T_e') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{\frac{-(T_e-T_e')^2}{2s^2}}, \tag{2.30}$$

com $s = 0,47\sqrt{T_e'/{\rm MeV}}$. Esta função resposta representa a probabilidade que um elétron com uma energia cinética **real** T_e', seja reconstruido experimentalmente com uma energia cinética observada T_e. Notemos que a taxa total da Eq. (2.28), dada para Super-Kamiokande, esta normalizada ao valor do BP98 (denominador), o que implica que $T_{\rm SK}^{\rm teo}$ seja um número adimensional.

2.3.3 Cálculo de $\chi^2_{\rm taxas}$

O método de análise das taxas envolve incertezas experimentais e teóricas. As incertezas experimentais são as associadas às medidas das taxas totais efetuadas por cada experimento. Como não existe correlação entre estas incertezas para experimentos diferentes, a matriz de erro experimental, $\sigma^2_{ij}({\rm exp})$, é diagonal e se escreve como:

$$\sigma^2_{ij}({\rm exp}) = \delta_{ij}\sigma_i^{\rm exp}\sigma_j^{\rm exp}. \tag{2.31}$$

onde i,j designam os diversos experimentos. Para entender a definição do erro teórico, é preciso escrever as taxas como são previstas pelo MPS

$$T_i^{\rm MPS} = \sum_k \phi_k C_{ik} = \sum_k T_{ik}, \tag{2.32}$$

com i = Homestake, SAGE, GALLEX/GNO e Super-Kamiokande, a soma em k é feita sobre todas as seis reações consideradas, os coeficientes C_{ik} representam a média das seções de choque para o i-ésimo detector, do espectro de energia da k-ésima reação. Para os experimentos com Cl ou Ga, os C_{ik} podem ser obtidos a partir dos $C_{ik}^{\rm osc}$ da Eq. (2.25), fazendo $\langle P_{\rm n}(E_\nu, t)\rangle = 1$. Os valores dos ϕ_k e dos C_{ik} são mostrados nas Tabelas 2.1 e 2.3, respectivamente.

	pp $\times 10^{-9}$	*pep* $\times 10^{-8}$	*hep* $\times 10^{-6}$	Be $\times 10^{-9}$	B $\times 10^{-6}$	N $\times 10^{-9}$	O $\times 10^{-8}$	F $\times 10^{-8}$
Ga	1,17	2,04	7,14	7,17	2,40	6,04	1,14	1,14
Cl	0	0,16	4,26	0,24	1,14	0,17	0,07	0,07
SK	0	0	0,514	0	0,194	0	0	0

Tabela 2.3: Valores dos C_{ik} para todas as fontes e tipos de experimento: Cl, Ga e Super-Kamiokande (SK). As unidades são tais que as $T_{ik} = \phi_k C_{ik}$, estão diretamente em UNS para Cl e Ga, e normalizadas ao BP98 para SK.

Como podemos observar a partir da Eq. (2.32), os erros teóricos podem vir de duas fontes: dos C_{ik} e dos ϕ_k. A matriz $\sigma_{ij}^2(\rm sc)$, que contem os erros dos C_{ik} é,

$$\sigma_{ij}^2(\rm sc) \;=\; \delta_{ij}\sum_k (T_{ik}\Delta \ln C_{ik})^2 \tag{2.33}$$

as incertezas relativas $\Delta \ln C_{ik}$, se encontram na Tabela 2.4.

	pp	*pep*	*hep*	Be	B	N	O	F
Ga	0,023	0,170	0,320	0,070	0,320	0,060	0,120	0,120
Cl	0	0,020	0,037	0,020	0,032	0,020	0,020	0,020
SK	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 2.4: Incertezas relativas $\Delta \ln C_{ik}$. Para sermos completos estamos listando também os valores das incertezas correspondentes as fontes de *hep* e F, embora não tenham sido utilizadas em nossos cálculos, isto se repetira em todas as Tabelas que involvem as fontes de neutrinos solares, colocaremos as contribuições das 8 fontes.

Por outro lado, a matriz $\sigma_{ij}^2(\rm flux)$, que contem erros do fluxo:

$$\sigma_{ij}^2(\rm flux) \;=\; \sum_{k,l} T_{ik}T_{jl}\sum_m (\Delta \ln \phi_k)_m (\Delta \ln \phi_l)_m, \tag{2.34}$$

onde a soma em k e l é feita sobre as seis reações, a soma em m sobre as onze fontes de erros consideradas. As fontes de erro para o ϕ_k são: S_{11}, S_{33}, S_{34}, S_{17}, $S_{1,14}$, Z/X, opacidade, $L_\odot$, $I_\odot$, dif, C_{be} (veja seção 2.1.1). Estes erros correspondentes

	pp	*pep*	Be	B	N	O	*hep*	F
S_{11}	0,002	-0,003	-0,016	-0,040	-0,039	-0,045	-0,001	-0,045
S_{33}	0,002	0,003	-0,023	-0,021	0,001	0,001	-0,024	0,001
S_{34}	-0,005	-0,007	0,080	0,075	-0,004	-0,004	-0,007	-0,004
$S_{1,14}$	-0,002	-0,002	0,000	0,001	0,118	0,143	-0,001	0,001
S_{17}	0,000	0,000	0,000	0,105	0,000	0,000	0,000	0,000
$L_\odot$	0,003	0,003	0,014	0,028	0,021	0,024	0,000	0,026
Z/X	-0,002	-0,005	0,019	0,042	0,063	0,070	-0,007	0,072
$I_\odot$	0,000	0,000	0,003	0,006	0,004	0,006	0,000	0,006
opa	0,003	0,005	-0,028	-0,052	-0,033	-0,041	0,011	-0,043
dif	0,003	0,004	-0,018	-0,040	-0,051	-0,055	0,007	-0,057
C_{be}	0,000	0,000	0,000	0,020	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 2.5: Incertezas relativas do fluxo, $(\Delta \ln \phi_l)_m$.

a cada ϕ_k, são mostrados na Tabela 2.5. Quando temos conversão de sabor, devemos substituir $T_{ik(jl)} \rightarrow T^{\rm osc}_{ik(jl)}$, nas matrizes $\sigma^2_{ij}(\rm sc)$ e $\sigma^2_{ij}(\rm flux)$.

Assim, com todas as incertezas experimentais e teóricas bem definidas, a matriz de erro total fica:

$$\sigma^2_{ij}(\rm tot) = \sigma^2_{ij}(\rm exp) + \sigma^2_{ij}(\rm teo), \tag{2.35}$$

onde $\sigma^2_{ij}(\rm teo) = \sigma^2_{ij}(\rm sc) + \sigma^2_{ij}(\rm flux)$. Conseqüentemente, o $\chi^2_{\rm taxas}$, fica definido como:

$$\chi^2_{\rm taxas} = \sum_{i,j} (T^{\rm teo}_i - T^{\rm exp}_i)\sigma^{-2}_{ij}(\rm tot)(T^{\rm teo}_j - T^{\rm exp}_j), \tag{2.36}$$

onde $i(j)$ correspondem aos quatro experimentos de neutrinos solares, Homestake, SAGE, GALLEX/GNO combinados e Super-Kamiokande, e $T^{\rm exp}_i$ são as taxas medidas experimentalmente que aparecem na Tabela 2.6.

Experimento	Taxa Observada	Ref.	BP98 [5]	Unidade
Homestake	2,56 ± 0,23	[7]	$7,7^{+1,2}_{-1,0}$	UNS
SAGE	75,4 ± 7,6	[10]	129^{+8}_{-9}	UNS
GALLEX/GNO	74,1 ± 6,8	[8, 9]	129^{+8}_{-9}	UNS
Super-Kamiokande	0,465 ± 0,015	[12]	$1,00^{+0,19}_{-0,14}$	$5,15 \times 10^6$ cm^{-2}s^{-1}

Tabela 2.6: Taxas totais de neutrinos solares observadas por Homestake, SAGE, GALLEX/GNO e Super-Kamiokande e previsões teóricas do MPS de BP98. Para Super-Kamiokande, mostramos o fluxo observado normalizado ao BP98.

2.3.4 Cálculo do espectro dos elétrons de recuo em Super-Kamiokande

Para o cálculo teórico do espectro de recuo dos elétrons, definimos a seguinte expressão:

$$S_i^{\text{teo}} = \frac{\displaystyle\int_{T_i^{\min}}^{T_i^{\max}} \mathrm{d}T_e \int \mathrm{d}E_\nu \lambda_{\mathrm{B}}(E_\nu)\left(\hat{\sigma}_{\nu_e}(E_\nu,T_e)\langle P_{\mathrm{n}}(E_\nu,t)\rangle + \hat{\sigma}_{\nu_x}(E_\nu,T_e)\left[\,1-\langle P_{\mathrm{n}}(E_\nu,t)\rangle\,\right]\right)}{\displaystyle\int_{T_i^{\min}}^{T_i^{\max}} \mathrm{d}T_e \int \mathrm{d}E_\nu \lambda_{\mathrm{B}}(E_\nu)\hat{\sigma}_{\nu_e}(E_\nu,T_e)}, \tag{2.37}$$

onde $T_i^{\min}$ e $T_i^{\max}$ são as energia cinéticas mínima e máxima, respectivamente, para o i-ésimo bin. O χ^2_{espec} fica definido da seguinte maneira,

$$\chi^2_{\text{espec}} = \sum_{i,j=1,18} (\alpha S_i^{\text{teo}} - S_i^{\text{exp}})\sigma_{ij}^{-2}(\alpha S_j^{\text{teo}} - S_j^{\text{exp}}), \tag{2.38}$$

onde α é um fator de normalização e os $S_{i(j)}^{\text{exp}}$ são os dados experimentais do espectro de Super-Kamiokande, que aparecem na Tabela 2.7, o σ_{ij}^{-2}, representa o erro total e foi calculado de forma similar ao prescrito na Ref. [22], ou seja:

$$\sigma_{ij}^2 = \delta_{ij}(\sigma^2_{i,\text{estat}} + \sigma^2_{i,\text{não-corr}}) + \sigma_{i,\text{corr}}\sigma_{j,\text{corr}} + \sigma_{i,\text{cal}}\sigma_{j,\text{cal}} \tag{2.39}$$

$\sigma_{\text{i,estat}}$ é o erro estatístico, $\sigma_{\text{i,não-corr}}$ e $\sigma_{\text{i,corr}}$ são os erros sistemáticos descorrelacionados e correlacionados, respectivamente, e $\sigma_{\text{i,cal}}$ são os erros devido ao cálculo do espectro esperado. Todos estes lidos da Tabela 2.7.

É importante notar que o fator de normalização α, é sempre variado no nosso cálculo do χ^2_{espec}, independentemente do valor do f_b adotado para o cálculo das taxas de Super-Kamiokande, seja este fixo (=1) ou livre. Já que a única informação nova que obtemos dos dados do espectro é sobre a sua forma, e isso independe da normalização global.

2.3.5 Cálculo da dependência com o ângulo zenital

O ângulo zenital é o ângulo que forma uma perpendicular à Terra, no ponto do experimento, com a direção de qualquer trajetória de uma partícula, como pode ser entendido a partir da Fig. 2.4. Então, quando a partícula vem seguindo esta perpendicular, vindo da acima, o ângulo é 0°, de embaixo, 180°, do horizonte 90°.

Portanto, as taxas observadas dos eventos de ν_e por Super-Kamiokande, como função deste ângulo zenital, podem ser sensíveis a qualquer efeito que sofram os ν_e ao atravessar alguma porção de matéria terrestre. Estas taxas similarmente aos S_i^{exp} estão normalizadas ao BP98, nós as denotaremos aqui como Z_i^{obs}.

Energia (MeV)	S_i^{exp}	σ_{estat}	σ_{corr}	σ_{cal}	$\sigma_{\text{não-corr}}$
5,5-6,0	0,461	0,0260	0,013	0,003	0,040
6,0-6,5	0,436	0,0200	0,013	0,003	0,025
6,5-7,0	0,453	0,0155	0,013	0,003	0,017
7,0-7,5	0,473	0,0160	0,013	0,005	0,017
7,5-8,0	0,489	0,0170	0,015	0,007	0,017
8,0-8,5	0,477	0,0170	0,018	0,009	0,017
8,5-9,0	0,453	0,0175	0,022	0,011	0,017
9,0-9,5	0,464	0,0190	0,025	0,014	0,017
9,5-10,0	0,471	0,0205	0,029	0,017	0,017
10,0-10,5	0,459	0,0210	0,033	0,020	0,017
10,5-11,0	0,451	0,0225	0,038	0,023	0,017
11,0-11,5	0,473	0,0255	0,043	0,026	0,017
11,5-12,0	0,455	0,0285	0,048	0,030	0,017
12,0-12,5	0,429	0,0315	0,053	0,034	0,017
12,5-13,0	0,488	0,0380	0,060	0,038	0,017
13,0-13,5	0,493	0,0455	0,066	0,043	0,017
13,5-14,0	0,585	0,0410	0,073	0,047	0,017
14,0-20,0	0,506	0,0485	0,092	0,058	0,017

Tabela 2.7: Dados do espectro dos elétron de recuo, S_i^{exp}, de Super-Kamiokande, e seus respectivos erros, σ_{estat}, σ_{corr}, σ_{cal} e $\sigma_{\text{não-corr}}$.

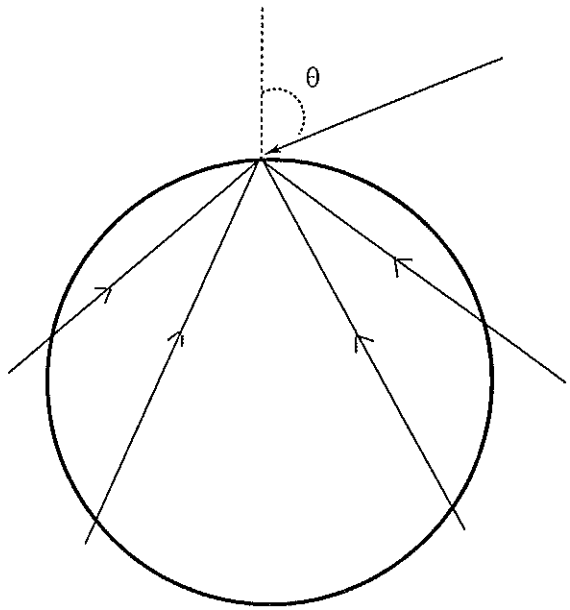


Figura 2.4: Ilustração da chegada dos neutrinos à Terra em função do ângulo zenital θ.

Definiremos o χ^2_{zenital} da seguinte forma:

$$\chi^2_{\text{zenital}} = \sum_{i=1,6} \frac{(\beta Z_i^{\text{teo}} - Z_i^{\text{obs}})^2}{\sigma^2_{Z,i}}, \tag{2.40}$$

onde o Z_i^{teo} é o valor teórico e Z_i^{obs} o valor observado. Super-Kamiokande divide seus dados em *bins* que correspondem a 5 *bins* noturnos e 1 *bin* diurno (veja Tabela 2.8). Neutrinos que sofrem oscilação devido a QV ou VPE, não apresentam dependência com o ângulo zenital, isto devido ao fato que o comprimento de onda de oscilação em ambos casos é da ordem da distância Sol-Terra, e por esta razão estes neutrinos são praticamente insensíveis aos efeitos da matéria terrestre (isto será discutido nos Capítulos 3 e 4), conseqüentemente usamos na Eq. (2.40), $\beta Z_i^{\text{teo}} \to \beta$. Ficando assim, uma contribuição constante do χ^2_{zenital} para o χ^2_{min} das taxas mais o espectro. Logo, esta contribuição somente afetará a qualidade do ajuste, mas não as regiões permitidas.

2.3.6 Cálculo da variação sazonal

Naturalmente, existe uma variação de sazonalidade, gerada pela excentricidade da órbita da Terra ao redor do Sol. Isto faz com que o fluxo dos neutrinos, que é proporcional a $1/L^2$, varie com o tempo. Para poder estimar a variação deste fluxo, usamos a distância, $L(t)$, Sol-Terra dada na Eq. (2.23). Com isto, podemos estimar a variação do fluxo em um ano como,

$$\Delta\phi_\nu \sim \Delta\left(\frac{1}{L^2}\right) \sim \frac{4\epsilon L_0}{L^3} \sim 4\epsilon\phi_\nu \sim 0,07\phi_\nu, \tag{2.41}$$

o que implica que o sinal dos neutrinos solares, pode variar $\sim 7\%$ em um ano. Para Super-Kamiokande, o nosso cálculo teórico da variação sazonal foi feito usando a seguinte expressão:

$$\text{Seas}(t) = \frac{L_0^2}{L^2(t)} \times S_i^{\text{teo}}(t), \tag{2.42}$$

onde S_i^{teo} vem da Eq. (2.37), fazendo $T_i^{\text{min}} = 5,5\text{MeV} - m_e$ e $T_i^{\text{max}} = 19,5\text{MeV}$, e substituindo a média temporal na probabilidade pela probabilidade explicitamente dependente do tempo t devido a distância $L(t)$, isto é $\langle P_n(E_\nu, t)\rangle \to P_n(E_\nu, t)$. Os dados experimentais que utilizaremos foram obtidos da Ref.[12].

No caso da previsão de variação sazonal do fluxo de ^{7}Be, para Borexino [23] e KamLAND [24], usamos a seguinte expressão:

$$\frac{S_{be}^{\text{osc}}(t)}{S_{be}^{\text{MPS}}(t)} = \langle P_n(E_\nu, t)\rangle_E + (1 - \langle P_n(E_\nu, t)\rangle_E) \times \frac{\sigma_{\nu_{\mu,\tau}-e}}{\sigma_{\nu_e - e}}). \tag{2.43}$$

Neste caso convoluímos a $P_n(E_\nu, t)$, com o espectro em torno da linha ^{7}Be, devido ao alargamento térmico [25]. Isto aparece como $\langle P_n(E_\nu, t)\rangle_E$ e a razão $\sigma_{\nu_{\mu,\tau}-e}/\sigma_{\nu_e-e} = 0,213\,(0,214)$ para Borexino (KamLAND), respectivamente [26].

Bin	$Z_i^{\rm obs}$
Dia	$0,456 \pm 0,007$
N1	$0,491 \pm 0,022$
N2	$0,468 \pm 0,021$
N3	$0,476 \pm 0,019$
N4	$0,467 \pm 0,020$
N5	$0,454 \pm 0,021$

Tabela 2.8: Dados de Super-Kamiokande para $Z_i^{\rm obs}$, para as cinco *bins* noturnos (N1,N2,N3,N4 e N5) e um *bin* diurno.

2.3.7 Cálculo dos níveis de confiança e graus de liberdade

Para o cálculo dos níveis de confiança, devemos considerar o número de parâmetros livres da hipótese de conversão, com a qual estamos trabalhando.

Para VPE são ($\sin^2 2\theta_G$, $|\phi\Delta\gamma|$) e para duas gerações no QV são ($\sin^2\theta_{12}$, Δm^2_{12}), para ambos os casos temos somente dois parâmetros, logo usaremos a seguinte condição para determinar as regiões permitidas $\chi^2 = \chi^2_{\rm min} + \Delta\chi^2$ onde $\Delta\chi^2$ = 4,61, 5,99 e 9,21 para 90, 95 e 99 % N.C., respectivamente. No caso de 3ν para o QV os parâmetros livres são ($\sin^2\theta_{12}$, $\sin^2\theta_{13}$, Δm^2_{12}), a condição será $\chi^2 = \chi^2_{\rm min} + \Delta\chi^2$ com $\Delta\chi^2$ = 6,25, 7,82 e 11,36 para 90, 95 e 99 % N.C., respectivamente.

O número de graus de liberdade (GL) serve para determinar a qualidade do ajuste e se define como,

$$N_{\rm GL} \equiv N_{\rm dados} - N_{\rm param} - N_{\rm norm}\ , \tag{2.44}$$

onde $N_{\rm dados}$ é o número de pontos experimentais, $N_{\rm param}$ é o número de parâmetros livres da hipótese considerada e $N_{\rm norm}$ são os parâmetros extras de normalização, tais como f_b, α ou β.

Capítulo 3

Oscilações de neutrinos solares na região de quase-vácuo

O déficit no fluxo de neutrinos solares, também conhecido como o problema dos neutrinos solares (PNS), tem sido confirmado claramente por diversos experimentos durante mais de 30 anos. Com este fato bem estabelecido, os esforços há algum tempo têm sido dirigidos para determinar qual é o mecanismo de conversão que explica este problema. Existem atualmente várias soluções possíveis para o PNS, tanto padrões [1, 2, 3, 4, 5], quanto exóticas [6, 7, 8]. Uma destas soluções exóticas, a que envolve uma violação do principio de equivalência [6] será discutida em detalhe no Capítulo 4.

As soluções que chamamos padrão estão relacionadas a oscilação induzida por massa que já discutimos no Capítulo 1. Como já vimos estas oscilações são função das diferenças de massas quadradas Δm^2, ângulos de mistura, energia E_ν dos neutrinos, que no caso do Sol está no intervalo $\sim [10^{-1}, 10]$ MeV, assim como também da densidade de elétrons do Sol, $N_e(r)$. A região de Δm^2 que contem estas soluções é $10^{-11}\text{eV}^2 \lesssim \Delta m^2 \lesssim 10^{-3}\text{eV}^2$. Na literatura estas soluções são divididas em dois tipos, o primeiro tipo é independente de qualquer efeito de matéria, esta solução onde $10^{-11}\text{eV}^2 \lesssim \Delta m^2 \lesssim 10^{-9}\text{eV}^2$, é chamada de oscilação no vácuo, e está associada a um comprimento de oscilação :

$$\lambda_{\text{vac}} = \frac{4\pi E_\nu}{\Delta m^2} = 2,48 \times 10^{-3} \left(\frac{\Delta m^2/E_\nu}{\text{eV}^2/\text{MeV}} \right)^{-1} \text{km}. \tag{3.1}$$

o mesmo que foi visto na Eq. (1.37) do Capítulo 1. O segundo tipo está na região $10^{-8}\text{eV}^2 \lesssim \Delta m^2 \lesssim 10^{-3}\text{eV}^2$, onde a conversão é controlada pelos efeitos de matéria, ou seja, pelo perfil da densidade de matéria, tanto no interior do Sol quanto no da Terra. Sendo que o efeito de materia está caraterizado pelo seguinte comprimento de oscilação [9]:

$$\lambda_{\text{mat}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2} G_F N_e(r)} = 1,62 \times 10^4 \left(\frac{N_e(r)}{\text{mol/cm}^3} \right)^{-1} \text{km}, \tag{3.2}$$

o qual por sua vez está relacionado com o ângulo efetivo de mistura na matéria θ_m [9][1],

$$\sin^2 2\theta_m = \frac{s_{2\theta}^2}{(\lambda_{\rm vac}/\lambda_{\rm mat} - c_{2\theta})^2 + s_{2\theta}^2}. \tag{3.3}$$

Podemos obter a Eq. (3.3) elevando ao quadrado a Eq. (1.50) e usando as Eqs. (3.1) e (3.2). Este tipo de solução, também chamada de solução tipo MSW, tem origem no mecanismo discutido no Capítulo 1.

Esta divisão tão abrupta entre as soluções, representa uma situação aproximada, já que o correto é ter uma transição contínua de um regime a outro, isto significa que a importância dos efeitos de matéria, deve ser gradual, tornando-se mais significativa a medida que o valor de $\Delta m^2/E_\nu$ cresce.

Tradicionalmente nas análises feitas para a solução do PNS usando a oscilação no vácuo [4, 5], os efeitos de matéria são ignorados, embora eles existam. Esta situação que é aproximadamente válida em geral, está baseada em dois fatos. O primeiro fato é que os efeitos de matéria somente afetam regiões marginais da solução. O segundo fato é que na faixa normalmente considerada para a oscilação no vácuo, $\Delta m^2/E_\nu \sim [10^{-11}, 10^{-8}]\mathrm{eV}^2/\mathrm{MeV}$, se cumpre, em geral, que $\lambda_{\rm mat}/\lambda_{\rm vac}$ tende a ser pequeno, neste caso vemos pela Eq. (3.3) que $\sin^2 2\theta_m \to 0$, implicando que os efeitos de matéria, devem se suprimir fortemente para qualquer conversão de sabor entre os neutrinos, tanto dentro do Sol como da Terra. Conseqüentemente, podemos compreender porque para a escala de diferença de massas quadradas, muito pequena, considera-se apenas oscilação no vácuo no trajeto Sol-Terra, partindo da superfície do Sol até o detector na Terra.

Quando incluimos a contribuição dos efeitos de matéria no interior do Sol para as chamadas oscilações no vácuo, este regime passa a ser chamado do quase-vácuo (QV). Tal regime já foi estudado em alguns artigos [11, 12, 13, 14, 15]. Aqui revisaremos o QV de uma forma mais completa, extendendo a faixa para $\Delta m^2/E_\nu \sim [10^{-11}, 10^{-7}]\,\mathrm{eV}^2/\mathrm{MeV}$, e trabalhando no esquema de duas e três gerações, isto será analizado usando os dados dos experimentos de neutrinos solares de Homestake [16], SAGE [17] GALLEX [18], GNO [19] e Super-Kamiokande [20].

3.1 Oscilação no quase-vácuo

3.1.1 Duas gerações (2ν)

Para obter a expressão da probabilidade de sobrevivência do neutrino do elétron (ν_e), incluindo as correções devido aos efeitos de matéria, devemos começar escrevendo a função do onda do neutrino que atinge a superfície do Sol,

$$|\psi_S\rangle = A_{\nu_1}(R_\odot)|\nu_1\rangle + A_{\nu_2}(R_\odot)|\nu_2\rangle, \tag{3.4}$$

[1] Veja também o Capítulo 1.

onde $A_{\nu_1}(R_\odot)$ e $A_{\nu_2}(R_\odot)$ são as amplitudes de probabilidade do neutrino na superfície do Sol, de se encontrar no auto-estado de massa ν_1 e ν_2, respectivamente.

Depois, no trajeto Sol-Terra, este estado ψ_S evolui no tempo desenvolvendo uma diferença de fase entre os auto-estados ν_1 e ν_2, que é determinada pelas respectivas massas m_1 e m_2, ficando a função de onda do neutrino no momento da chegada na superfície da Terra dada por :

$$|\psi_T\rangle = A_{\nu_1}(R_\odot)|\nu_1\rangle + A_{\nu_2}(R_\odot)e^{-i\Delta_{12}L}|\nu_2\rangle, \tag{3.5}$$

onde $\Delta_{12} \equiv \Delta m^2_{12}/2E_\nu$ com $\Delta m^2_{12} = m_2^2 - m_1^2$, L é a distância da superficie do Sol até o detector na Terra, e E_ν é a energia do neutrino. Logo, para calcular a probabilidade de permanência do ν_e, $P_{2\nu}(\nu_e \to \nu_e)$, é suficiente projetar a função de onda ψ_T na componente ν_e, para isto usamos a relação:

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta_{12}|\nu_1\rangle + \sin\theta_{12}|\nu_2\rangle, \tag{3.6}$$

onde θ_{12} é o ângulo de mistura. Assim temos que

$$\begin{aligned} P_{2\nu}(\nu_e \to \nu_e) &= |\langle\nu_e|\psi_T\rangle|^2 \\ &= |A_{\nu_1}(R_\odot)\cos\theta_{12} + A_{\nu_2}(R_\odot)\sin\theta_{12}e^{-i\Delta_{12}L}|^2 \\ &= \cos^2\theta_{12}|A_{\nu_1}(R_\odot)|^2 + \sin^2\theta_{12}|A_{\nu_2}(R_\odot)|^2 \\ &\quad + \sin 2\theta_{12}|A_{\nu_1}(R_\odot)A^*_{\nu_2}(R_\odot)|\cos\left(\Delta_{12}L + \beta\right), \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde $\beta \equiv \mathrm{Arg}[A_{\nu_1}(R_\odot)A^*_{\nu_2}(R_\odot)]$ corresponde à diferença de fase que desenvolvem os auto-estados ν_1 e ν_2 em seu trajeto do interior do Sol até chegar a sua superfície.

A probabilidade na Eq. (3.7) pode ser também reescrita em termos das amplitudes de probabilidade de sabor na superfície do Sol,

$$\begin{aligned} P_{2\nu}(\nu_e \to \nu_e) &= |A_{\nu_e}(R_\odot)|^2\left[1 - \sin^2 2\theta_{12}\sin^2\left(\frac{\Delta_{12}}{2}L\right)\right] \\ &+ |A_{\nu_x}(R_\odot)|^2\sin^2 2\theta_{12}\sin^2\left(\frac{\Delta_{12}}{2}L\right) \\ &- \sin 2\theta_{12}|A_{\nu_e}(R_\odot)A^*_{\nu_x}(R_\odot)| \\ &\times \left[2\cos 2\theta_{12}\sin^2\left(\frac{\Delta_{12}}{2}L\right)\cos\beta' - \sin\left(\Delta_{12}L\right)\sin\beta'\right], \end{aligned} \tag{3.8}$$

onde $A_{\nu_e}(R_\odot)$ e $A_{\nu_x}(R_\odot)$, são as amplitudes de probabilidade do neutrino de encontrar-se no estado ν_e e ν_x (x $= \mu, \tau$), respectivamente, na superfície solar e $\beta' \equiv \mathrm{Arg}[A_{\nu_e}(R_\odot)A^*_{\nu_x}(R_\odot)]$, é a diferença de fase desenvolvida entre os auto-estados de sabor. Para escrever a Eq. (3.7) na forma que aparece na Eq. (3.8), precisamos usar a seguinte a relação:

$$\begin{aligned} |A_{\nu_e}(R_\odot)|^2 &= |\langle \nu_e|\psi_S\rangle|^2 \\ &= \cos^2\theta_{12}|A_{\nu_1}(R_\odot)|^2 + \sin^2\theta_{12}|A_{\nu_2}(R_\odot)|^2 \\ &+ \sin 2\theta_{12}|A_{\nu_1}(R_\odot)A^*_{\nu_2}(R_\odot)|\cos\beta, \end{aligned} \tag{3.9}$$

juntamente com a condição de unitaridade $|A_{\nu_e}(R_\odot)|^2 + |A_{\nu_x}(R_\odot)|^2 = 1$.

Como na nossa análise usamos a expressão de probabilidade que é dada na Eq. (3.8), tivemos que calcular $A_{\nu_e}(R_\odot)$ e $A_{\nu_x}(R_\odot)$ a partir da integração da equação de evolução temporal dos neutrinos quando atravessam um meio material, que é,

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix} \nu_e(r) \\ \nu_\mu(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_e(r) & \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} \\ \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} & \Delta_{12}\cos 2\theta_{12} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_e(r) \\ \nu_\mu(r) \end{pmatrix}, \tag{3.10}$$

onde esta equação foi obtida a partir da Eq. (1.48), depois de omitir uma fase global $(-A(r) - \Delta m^2 c_{2\theta})$ e escrevê-la como função de $V_e(r)$ onde este termo está definido como,

$$V_e(r) \equiv \sqrt{2}G_F N_e(r) \simeq 7,6 \times 10^{-14} \times \left[\frac{N_e(r)}{1\ \mathrm{mol/cc}}\right]\ \mathrm{eV}, \tag{3.11}$$

e é chamado de potencial de matéria[2].

Substituindo $V_e = 0$, na Eq. (3.10) obtemos a conhecida expressão de probabilidade de sobrevivência no vácuo (veja Eq. (1.36)):

$$\begin{aligned} P_{2\nu(\mathrm{vac})}(\nu_e \to \nu_e) &= 1 - \sin^2 2\theta_{12}\sin^2\left(\frac{\Delta_{12}}{2}L\right) \\ &= 1 - \sin^2 2\theta_{12}\sin^2\left(1,27\left[\frac{\Delta m^2_{12}}{\mathrm{eV}^2}\right]\left[\frac{\mathrm{MeV}}{E_\nu}\right]\left[\frac{L}{\mathrm{m}}\right]\right). \end{aligned} \tag{3.12}$$

É conveniente notar que esta probabilidade pode também ser obtida a partir da Eq. (3.7), para o caso de supressão muito grande da conversão $\nu_e \to \nu_x$ dentro da matéria $\lambda_{\mathrm{mat}}/\lambda_{\mathrm{vac}} \to 0$, isto equivale a dizer que $\psi_S \equiv \nu_e \Longrightarrow A_{\nu_1}(R_\odot) \equiv \cos\theta_{12}$.

Podemos observar da Eq. (3.12), que esta probabilidade no vácuo, é invariante sob a transformação $\Delta m^2_{12} \to -\Delta m^2_{12}$ ou $\theta_{12} \to \frac{\pi}{2} - \theta_{12}$, portanto o espaço de parâmetros deve ser simétrico em Δm^2_{12} e θ_{12}. Desta maneira, é suficiente para cobrir toda a região de parâmetros, estudar somente $\Delta m^2_{12} > 0$ e $0 \leq \theta_{12} \leq \frac{\pi}{4}$. Este não é o caso das Eqs. (3.7), (3.8) e (3.10), usadas para o QV, que não apresentam esta invariância sob transformações em Δm^2_{12} ou θ_{12}. Conseqüentemente, o QV

[2]Notemos pela Eq. (1.43) que $V_e(r) = A^{CC}(r)/(2E_\nu)$.

não deve apresentar uma simetria nas regioẽs permitidas de Δm^2_{12} ou θ_{12}. Lembrando que as transformações $\Delta m^2_{12} \to -\Delta m^2_{12}$ e $\theta_{12} \to \frac{\pi}{2} - \theta_{12}$ são equivalentes, observamos que temos a possibilidade de escolher uma ou outra extensão para cobrir toda a região de parâmetros. Em nosso caso, fizemos a seguinte escolha:

$$\Delta m^2_{12} > 0 \text{ e } 0 \leq \theta_{12} \leq \frac{\pi}{2}, \tag{3.13}$$

onde a faixa de Δm^2_{12} que iremos considerar é :

$$10^{-11}\text{eV}^2 \lesssim \Delta m^2_{12} \lesssim 10^{-8}\text{eV}^2. \tag{3.14}$$

O limite inferior foi colocado com o intuito de ainda manter algum efeito de oscilação, já que por exemplo no caso dos neutrinos de ^{8}B ($\sim$ 10 MeV), o Δm^2_{12} deve ser maior ou da ordem de $\sim 10^{-11}$ eV^2, para ter alguma oscilação, veja Eq. (3.1) e Eq. (3.12). Por outro lado, no caso do limite superior, temos que para valores de Δm^2_{12} maiores que 10^{-8} eV^2, devemos ter muitos ciclos de oscilação no trajeto Sol-Terra, assim quando fazemos a média na energia da parte oscilatória da probabilidade, esta deve ficar praticamente constante($\sim \frac{1}{2}$), independente da energia.

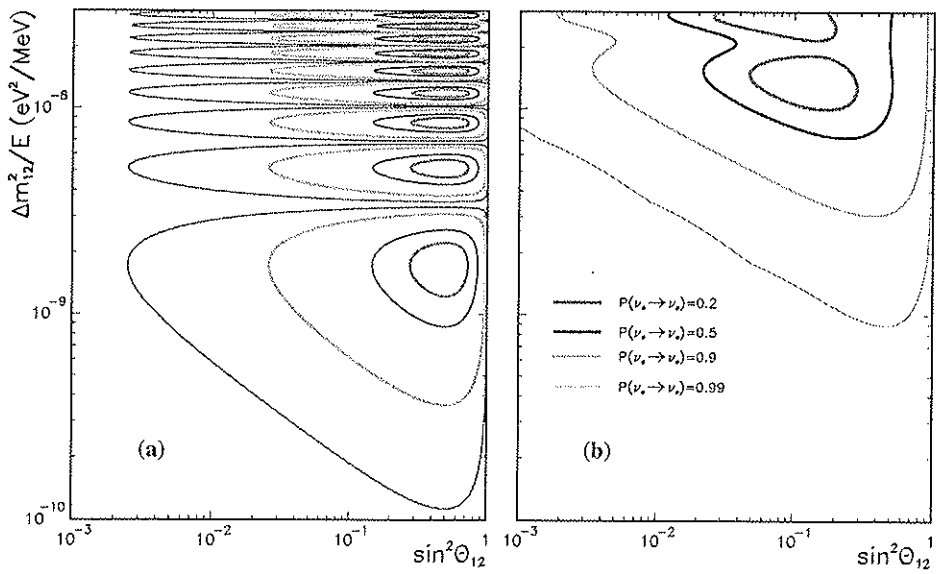


Figura 3.1: Contornos de iso-probabilidade de sobrevivência para ν_e na superfície do Sol, nos casos de (a) vácuo "puro"e de (b) quase-vácuo.

Gostaríamos de fazer algumas considerações aqui, relativas ao efeito de matéria na Terra e ao ponto de produção dos neutrinos no interior do Sol. Os efeitos de matéria na Terra não estão sendo levados em conta na nossa análise. Esta é de fato uma aproximação muito boa, já que para as densidades do elétron tanto na crosta ($N_e \sim 2$ mol/cc) quanto no núcleo ($N_e \sim 5$ mol/cc) da Terra, temos em geral que, $\lambda_{\rm mat}/\lambda_{\rm vac} \to 0$, o que nos leva a uma grande supressão do ângulo efetivo na matéria (Eq. (3.3)). Isto somente não é válido quando temos $\Delta m^2_{12} \sim 10^{-8}{\rm eV}^2$ e consideramos os neutrinos de mais baixa energia (i.e., *pp*), o que não afeta em nada nosso resultado. Como o ponto de produção dos ν_e está em uma região $r \lesssim 0,3R_\odot$ na qual $\lambda_{\rm mat}(r)/\lambda_{\rm vac}(r) \to 0$ ($\sin^2 2\theta_m(r) \to 0$), os neutrinos com Δm^2_{12} na faixa considerada não podem oscilar nesta região. Então as amplitudes de probabilidade $A_{\nu_1}(R_\odot)$ e $A_{\nu_2}(R_\odot)$, assim como β não vão depender do ponto de produção, logo nós assumiremos como ponto de produção o centro do Sol.

Finalmente, na Fig. 3.1(a) e (b), mostramos as probabilidades de sobrevivência, $P(\nu_e \to \nu_e)$, na superfície do Sol, para o vácuo "puro"(sem matéria) e o quase-vácuo (vácuo $\bigoplus$ matéria), respectivamente. Podemos observar que para valores de $\Delta m^2_{12}/E_\nu \sim \mathcal{O}(10^{-10})$ eV^2/MeV as duas probabilidades são ~ 1, para valores um pouco acima de 10^{-10} eV^2/MeV, estas já são bem diferentes. Assim, vemos que para $2,5\times 10^{-10}$ eV^2/MeV $\lesssim \Delta m^2_{12}/E_\nu \lesssim 2,5\times 10^{-9}$ eV^2/MeV o efeito de matéria suprime fortemente a oscilação dentro do Sol, no entanto quando $\Delta m^2_{12}/E_\nu$ cresce, já é possível ter a conversão dentro do Sol. É importante notar que para o valor máximo de $\Delta m^2_{12} = 10^{-8}{\rm eV}^2$ estudado aqui, os neutrinos do ^{8}B ($E_\nu \sim 10$ MeV), praticamente não sofrem conversão dentro do Sol. Este não vai ser o caso de neutrinos de mais baixas energia como são os correspondentes a *pp* e ^{7}Be.

3.1.2 Três gerações (3ν)

Quando consideramos três gerações, a equação de evolução para os neutrinos na matéria é dada pela Eq. (1.40), onde esta também pode ser escrita na forma,

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix} = \left\{\begin{pmatrix}V_e(r) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} + \mathbf{U}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & \Delta_{12} & 0\\ 0 & 0 & \Delta_{13}\end{pmatrix}\mathbf{U}^\dagger\right\}\times\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}, \tag{3.15}$$

onde $\Delta_{ij} \equiv \frac{\Delta m^2_{ij}}{2E}$ e $\mathbf{U}$ é a matriz de mistura leptônica, que será usada sem considerar a fase de violação de CP. E explicitamente é,

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}\\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13} & s_{23}c_{13}\\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13} & c_{23}c_{13}\end{pmatrix}, \tag{3.16}$$

onde, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $i,j = 1,2,3$. Esta matriz é a mesma da Eq. (1.26), onde tomamos $\delta = 0$.

Nós assumiremos que Δm^2_{13} é consistente com a faixa de solução para neutrinos atmosféricos, ($\sim 10^{-3} - 10^{-2}$) eV^2 [23]. Devido a esta suposição, a condição V_e, $\Delta_{12} \ll \Delta_{23} \sim \Delta_{13}$ é satisfeita. Esta situação, que é chamada de "escala de massa dominante" [24], permite desacoplar o ν_3 dos outros auto-estados de massa. Isto vai implicar em poder escrever $P_{3\nu}(\nu_e \to \nu_e)$ da seguinte forma [24, 25] (veja o apêndice):

$$P_{3\nu}(\nu_e \to \nu_e) = \sin^4\theta_{13} + \cos^4\theta_{13} \cdot P_{2\nu}(\tilde{\nu}_e \to \tilde{\nu}_e), \tag{3.17}$$

onde $P_{2\nu}(\tilde{\nu}_e \to \tilde{\nu}_e)$ é a probabilidade de sobrevivência efetiva em duas gerações [24, 25]. Para calcular esta probabilidade, continuamos usando a Eq. (3.8), só que as amplitudes de probabilidade, $A_{\tilde{\nu}_e}(R_\odot)$ e $A_{\tilde{\nu}_x}(R_\odot)$, envolvidas nesta equação, são agora obtidas a partir de :

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e(r) \\ \tilde{\nu}_\mu(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta_{13} \cdot V_e(r) & \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} \\ \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} & \Delta_{12}\cos 2\theta_{12} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e(r) \\ \tilde{\nu}_\mu(r) \end{pmatrix}, \tag{3.18}$$

onde $\tilde{\nu}_\alpha$ ($\alpha = e, \mu, \tau$) é definido como :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e(r) \\ \tilde{\nu}_\mu(r) \\ \tilde{\nu}_\tau(r) \end{pmatrix} = e^{-i\lambda_5\theta_{13}}e^{-i\lambda_7\theta_{23}}\begin{pmatrix} \nu_e(r) \\ \nu_\mu(r) \\ \nu_\tau(r) \end{pmatrix}. \tag{3.19}$$

Vemos que a Eq. (3.18) é idêntica a Eq. (3.10), se fizermos a substituição da densidade de elétron do Sol $N_e(r) \to \cos^2\theta_{13} \cdot N_e(r)$.

3.2 Análise dos resultados

Os resultados que serão apresentados neste Capítulo estão baseados na análise que publicamos em [26]. Usaremos os dados das taxas totais de Homestake, de GALLEX combinado com GNO, e de Super-Kamiokande, do espectro de recuo do elétron de Super-Kamiokande e também os dados da dependência com o ângulo zenital deste último experimento.

Para calcular as regiões permitidas usaremos a seguinte definição de χ^2_{comb},

$$\chi^2_{\text{comb}} = \chi^2_{\text{taxas}} + \chi^2_{\text{espectro}}. \tag{3.20}$$

Como conseqüência ao fato de ser os efeitos de matéria terrestre não importantes para o regime de QV, não teriamos efeito dia/noite neste caso, ou seja não esperamos uma variação das taxas entre os neutrinos observados de dia e os neutrinos observados a noite (que atravessam a Terra). Portanto, não precisamos incluir χ^2_{zenital} no cálculo das regiões permitidas. No entanto, é interessante adicionar este χ^2_{zenital}, que é igual a 3,23, como uma contribução constante no χ^2_{comb} que é apresentado nas tabelas que apresentam a qualidade dos distintos ajustes. Ficando redefinido o χ^2_{comb} como,

$$\chi^2_{\text{comb}} = \chi^2_{\text{taxas}} + \chi^2_{\text{espectro}} + \chi^2_{\text{zenital}}. \tag{3.21}$$

Além de analisar os casos de f_b fixo e livre, vamos a estudar a opção de renormalizar também o fluxo do ^{7}Be, usando a lei de potências entre os fluxos de ^{8}B e ^{7}Be, como foi comentado no Capítulo 2.

Vamos subdividir nossa análise nas seguintes partes: caso de duas gerações, três gerações, vínculos em θ_{13} e finalmente uma parte de previsões, usando como teste o sinal de variação sazonal.

Todos os dados experimentais usados aqui assim como as definições explícitas dos χ^2_{taxas}, χ^2_{espectro} e χ^2_{zenital} encontram-se no Capítulo 2.

3.2.1 Caso 2ν

Nas Figs. 3.2(a), 3.2(b) e 3.2(c), apresentamos as regiões permitidas pelas taxas, espectro e combinação, respectivamente, que foram obtidas sem efeitos de matéria para $f_b = 1$ ($f_{be} = 1$) fixo. Como era de se esperar para este caso de vácuo "puro", tanto as regiões permitidas quanto os pontos de melhor ajuste (PMA), são simétricos em torno de $\sin^2\theta_{12} = 0,5$. Uma observação fundamental para a interpretação de nossos resultados, é que a região permitida das taxas, esta praticamente excluida pela região do espectro, significando que uma região é inconsistente com a outra. Por outro lado, o PMA do espectro é bastante similar ao da combinação, devido ao grande peso estatístico do espectro na combinação (18 pontos).

Nas Figs. 3.3(a) e 3.3(b), temos as regiões permitidas pelas taxas totais e pela combinação, correspondente a oscilação no vácuo incluindo os efeitos de matéria. Para o caso da análise do espectro, estes efeitos não foram incluidos, já que são irrelevantes devido a faixa de energia dos neutrinos que o compoem (^{8}B), logo a Fig. 3.2(b) é válida também para o caso com matéria. Na Fig. 3.3(b), vemos claramente a falta de simetria com relação a $\sin^2\theta_{12} = 0,5$ na combinação, nas taxas esta assimetria não é muito visível. Esta perda de simetria, que indica a importância dos efeitos de matéria, começa a ser mais significativa a partir de $\Delta m^2_{12} \gtrsim 3 \times 10^{-10}$ eV^2, concordando com a Ref. [28]. Por outro lado, se compararmos as Figs. 3.3(a) com 3.2(b), vemos que a inconsistência entre o espectro e as taxas, ainda persiste neste caso. As figuras equivalentes para f_b livre, não foram apresentadas por serem similares.

Na Tabela 3.1, temos os PMA, χ^2_{min} e níveis de confiança, para os ajustes das taxas, do espectro e da combinação, para f_b fixo e livre. Também, incluimos um PMA local para a combinação, que explica um pouco melhor as taxas, e o PMA da combinação do vácuo "puro".

Notemos que na parte correspondente a f_b fixo, as qualidades dos ajustes das taxas e do espectro, separadamente, são excelentes. Depois, observamos que no ajuste do conjunto ou combinação a qualidade é reduzida, porém ainda bastante razoável, devido ao peso do espectro na análise, como já foi explicado anteriormente. Observamos, também, que o efeito de matéria não quebra a simetria dos

PMA das taxas, devido a região de Δm^2_{12} em que estes se encontram. Enquanto na combinação, esta simetria é quebrada, havendo, nesta situação, somente um único PMA. Finalmente, para os PMA no caso de f_b livre, temos uma ligeira melhoria na qualidade do ajuste das taxas, sendo este efeito um pouco mais forte para a combinação.

Caso	$\Delta m^2_{12} \times 10^{10}$ eV^2	$\sin^2\theta_{12}$	f_b	$\chi^2_{\rm min}$	N.C. (%)
Taxas	1,00	0,48/0,52	1 (fixo)	0,33	84,8
Espectro	6,5	0,38/0,62	–	10,5	78,7
Combinação(s/mat.)	6,6	0,33/0,67	1 (fixo)	26,8	31,4
Combinação	6,6	0,64	1 (fixo)	25,3	39,0
Combinação (T)	0,65	0,2/0,8	1 (fixo)	28,7	23,2
Taxas	0,88	0,34/0,66	1,20	0,02	88,8
Combinação(s/mat.)	6,6	0,33/0,67	0,73	23,1	45,5
Combinação	6,6	0,66	0,74	23,1	45,5
Combinação (T)	0,65	0,2/0,8	0,86	26,4	28,2

Tabela 3.1: Valores dos PMA, $\chi^2_{\rm min}$ e N.C para os ajustes com 2ν. Os parêntesis (s/mat.) indicam quando não foram incluídos os efeitos de matéria. Também, temos um PMA local da combinação (Combinação (T)), que explica um pouco melhor as taxas totais.

3.2.2 Caso 3ν

No caso de 3ν, as regiões permitidas pelas taxas, espectro e combinação, encontram-se nas Figs. 3.4, 3.5 e 3.6, respectivamente, e estão sendo apresentadas no plano $\sin^2\theta_{12} - \Delta m^2_{12}$, para valores distintos de $\sin^2\theta_{13}$. Estas regiões foram obtidas usando o valor do $\chi^2_{\rm min}$ global, calculado a partir da variação dos parâmetros, $\sin^2\theta_{13}, \sin^2\theta_{12}$ e Δm^2_{12} dentro da faixa permitida.

• f_b fixo

Na Fig. 3.4, são mostradas as regiões permitidas pelas taxas totais em 3ν, para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$. Observa-se que a região permitida vai diminuindo para valores maiores de $\sin^2\theta_{13}$, sendo que para $\sin^2\theta_{13} = 0,35$ somente sobrevive uma pequena região a 99% N.C. Este comportamento que é verificado na Fig. 3.10, indica de forma indireta a dificuldade de ajustar as taxas totais com uma solução independente da energia [29], já que para $\sin^2\theta_{13} \to 1$ ($\cos^2\theta_{13} \to 0$) a $P_{3\nu}$ tende a ficar constante.

Por outro lado, os efeitos de matéria começam a ser relevantes/assimétricos para valores de Δm^2_{12}, menores que 3×10^{-10}eV^2, na mesma região de Δm^2_{12} que

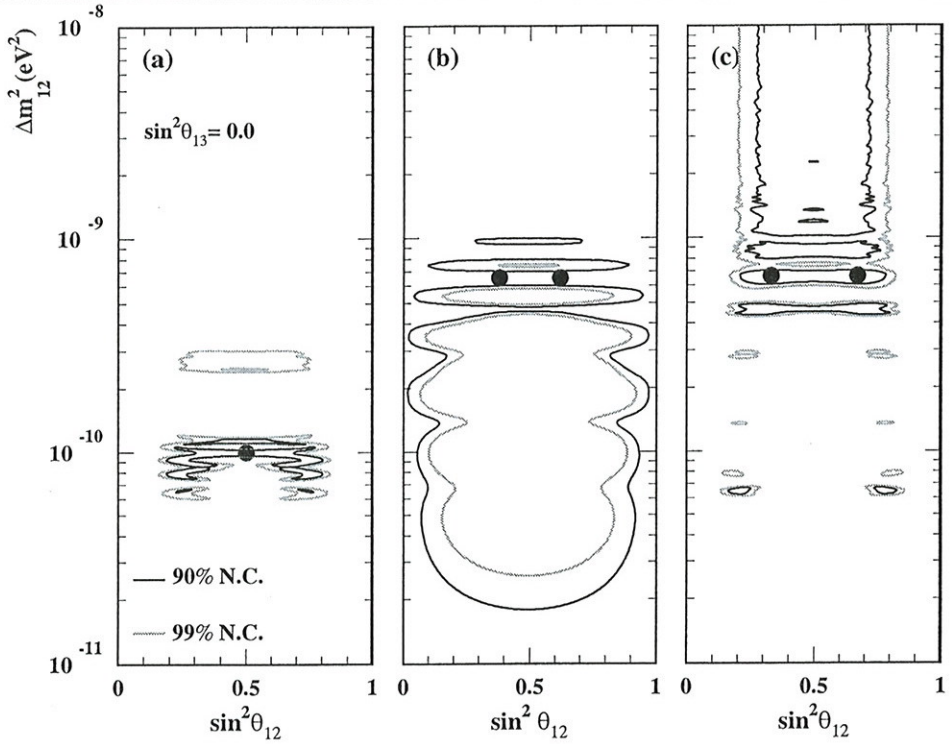
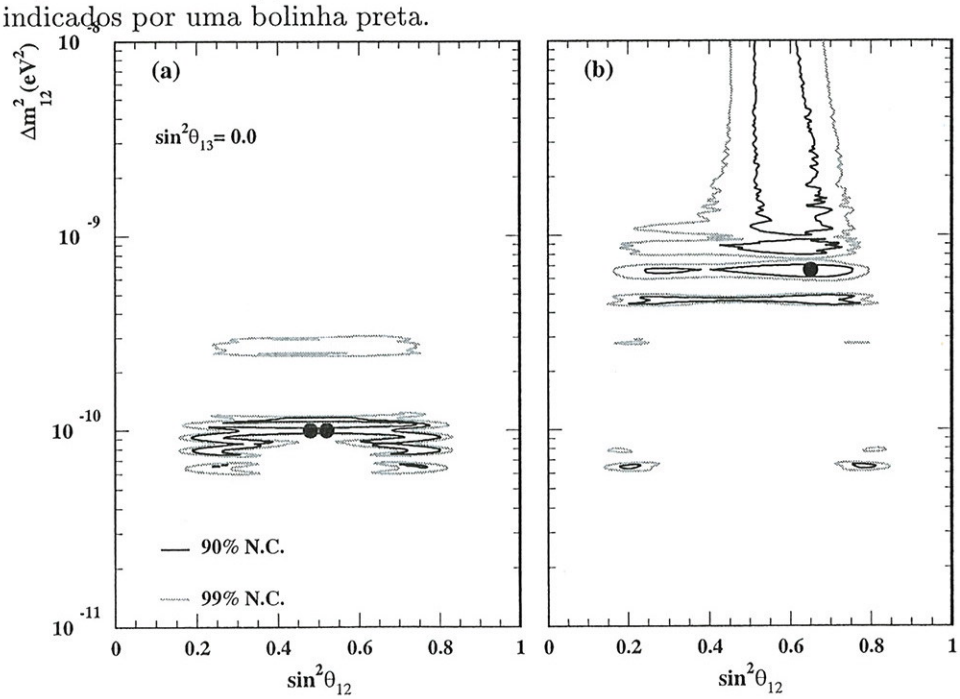


Figura 3.2: Regiões (a) permitidas pelas taxas totais, (b) excluidas pelo espectro e as permitidas pela (c) combinação, para vácuo sem efeitos de matéria. Os PMA estão indicados por uma bolinha preta.



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ex. 1
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
3513
INSTITUTO DE FÍSICA

Figura 3.3: Regiões permitidas pelas (a) taxas totais e (b) combinação, para oscilação no vácuo com efeitos de matéria. Os PMA estão indicados por uma bolinha preta.

eram para o caso com 2ν. A razão é que em 3ν o $V_e \to V_e \cos^2\theta_{13}$, e desta forma o efeito de matéria é importante para valores menores de Δm^2_{12}.

Na Fig. 3.5, são mostradas as regiões permitidas pelo espectro em 3ν. Pode-se ver que, conforme $\sin^2\theta_{13}$ cresce, a região excluida diminui e conseqüentemente a permitida aumenta, sendo que para $\sin^2\theta_{13} \to 0,75$, não temos região excluida pelo espectro, e portanto qualquer valor para os parâmetros Δm^2_{12} e $\sin^2\theta_{12}$ é permitido. Esta tendência é porque a $P_{3\nu}$ é praticamente constante para valores grandes de $\sin^2\theta_{13}$, então o χ^2 é independente dos valores de Δm^2_{12} e $\sin^2\theta_{12}$, juntamente com o fato de que para estes valores de $\sin^2\theta_{13}$ o χ^2 para o espectro permite um grau de confiança menor que 90 % para o ajuste, como se observa na Fig. 3.10.

Na Fig. 3.6, são mostradas as regiões permitidas pela combinação (taxas $\oplus$ espectro) para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$. Vemos que no caso de $\sin^2\theta_{13} \equiv 0,75$, só resta uma pequena região excluida a 90% N.C., comportamento similar ao do espectro para valores grandes do ângulo θ_{13}.

Na Fig. 3.7, é mostrado o espectro de recuo do elétron de Super-Kamiokande avaliado nos PMA das taxas, espectro e da combinação. Estes PMA foram obtidos separadamente para valores fixos de $\sin^2\theta_{13}$. Podemos observar que para valores baixos de $\sin^2\theta_{13} \lesssim 0,2$, os PMA das taxas não conseguem explicar adequadamente o espectro, o que é um reflexo da inconsistência entre as taxas e o espectro (veja discussão na seção 3.2.1). Já para valores maiores de $\sin^2\theta_{13}$, onde há maior independência energética na $P_{3\nu}$, as taxas começam a ter um espectro consistente com os dados de Super-Kamiokande. Entretanto, a combinação sempre ajusta bem os dados do espectro. Isto é esperado já que o PMA da combinação é controlado pelo espectro.

Na Tabela 3.2, temos os PMA, $\chi^2_{\rm min}$ e N.C., para as taxas, o espectro e a combinação obtidos no contexto de 3ν, para f_b fixo e livre. No caso f_b fixo, vemos que o PMA das taxas, está em $\sin^2\theta_{13} = 0$, também o PMA do espectro coincide com este valor de $\sin^2\theta_{13}$. Por outro lado, a combinação tem um mínimo em $\sin^2\theta_{13} = 0,12$, porém a pequena diferença de $\chi^2_{\rm min}(\theta_{13} = 0) - \chi^2_{\rm min}(\theta_{13} = 0,12) \simeq 0,3$, não têm uma significância estatística forte, para ser considerada uma indicação de que θ_{13} não é consistente com zero.

• f_b livre

Na Fig. 3.8, temos as regiões permitidas para a combinação, com f_b livre. As figuras para as taxas não são mostradas, já que são muito similares ao caso f_b fixo (Fig. 3.4). O espectro da Fig. 3.5 é valido para ambas as suposições de f_b, como já foi discutido no Capítulo 2 o seu tratamento é sempre o mesmo.

Na Fig. 3.9, apresentamos o gráfico de $\chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ para o ajuste das taxas totais em função de f_b, para três valores de θ_{13}. Vemos que quando θ_{13} cresce, f_b vai ficando em um intervalo mais restrito, até mais que a faixa permitida pelo

Caso	$\sin^2\theta_{13}$	$\Delta m^2_{12} \times 10^{10}$ eV^2	$\sin^2\theta_{12}$	f_b	$\chi^2_{\rm min}$	N.C. (%)
Taxas	0,0	1,00	0,48/0,52	1 (fixo)	0,33	56,6
Espectro	0,0	6,5	0,38/0,62	–	10,5	72,5
Combinação	0,12	4,6	0,75	1 (fixo)	25,0	35,0
Combinação (T)	0,12	0,66	0,17/0,83	1 (fixo)	27,3	24,3
Taxas	0,0	0,88	0,34/0,66	1,20	0,02	–
Combinação	0,0	6,6	0,66	0,74	23,1	39,6
Combinação (T)	0,1	0,65	0,14/0,86	0,82	24,5	32,2

Tabela 3.2: Valores dos PMA, $\chi^2_{\rm min}$ e N.C. para o ajuste com 3ν.

MPS [29], *i.e.*, $0,58 < f_b < 1,57$ dentro de 3 σ. Este comportamento também é explicado através da própia expressão de $P_{3\nu}$, já que quando $\sin^2\theta_{13} \to 1$, $\cos^2\theta_{13} \to 0$, assim a amplitude do termo $P_{2\nu}$ na Eq. (3.17), é menor, portanto a $P_{3\nu}$ admite somente pequenas variações. Logo, para obter o mesmo $\chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ não podemos ter grandes mudanças no valor de f_b.

Os PMA, colocados na Tabela 3.2, mostram uma leve melhoria na qualidade do ajuste, comparado ao caso f_b fixo.

3.2.3 Vínculos em θ_{13}

Com base nos nossos resultados podemos agora colocar um vínculo sobre o valor do ângulo θ_{13}, usando somente os dados de neutrinos solares.

Nossos vínculos podem ser vistos a partir da Fig. 3.10, onde mostramos a dependência de $\Delta\chi^2 \equiv \chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ com $\sin^2\theta_{13}$, no caso de f_b fixo. O primeiro comentário geral que pode ser feito sobre esta figura, é que praticamente para qualquer uma das situações estudadas, tais como taxas totais, espectro ou a combinação, o $\chi^2_{\rm min}$ sempre tende a estar em $\sin^2\theta_{13} \sim 0$, confirmando assim os resultados já mostrados na Tabela 3.1. Depois, podemos dizer que, trabalhando em forma individual com o espectro, não é possível impor nenhum vínculo, já que qualquer ângulo θ_{13} é permitido para níveis de confianças menores que 90% N.C. O que significa que o espectro é compatível com uma solução independente da energia, já que a medida que $\sin^2\theta_{13}$ cresce, entramos no contexto deste tipo de solução. No caso das taxas totais, há um vinculo que é $\sin^2\theta_{13} \lesssim 0,35$ a 99% N.C. Finalmente, para a combinação o limite é mais fraco, em comparação com as taxas, sendo $\sin^2\theta_{13} \lesssim 0,8$ a 99% N.C.

Limites similares também foram obtidos na Ref. [3], para o caso de oscilação do tipo MSW, esta semelhança poder ser bem entendida, já que para grandes valores de $\sin^2\theta_{13}$ as $P_{3\nu}$ para MSW e QV são proporcionais à $\sin^4\theta_{13}$.

Atualmente, temos limites muito restritivos para o valor de $\sin^2\theta_{13} \sim 0,05$,

que têm sido obtidos a partir da combinação dos dados de neutrinos atmosféricos de Super-Kamiokande com os dados do experimento de reator nuclear CHOOZ [31, 32]. Neste sentido, um dos intuitos do nosso estudo foi colocar um limite independente no valor de θ_{13} usando somente dados de neutrinos solares. Por esta razão, ignoramos no nosso estudo o limite calculado com os resultados de CHOOZ e Super-Kamiokande.

3.2.4 Previsões para a variação sazonal

Um observável que pode servir para distinguir qual é a solução ao PNS, é a variação sazonal. Notamos nas Eqs.(3.8), (3.12) e (3.17) que a probabilidade de oscilação deve ser afetada por esta variação já que é função da distância Sol-Terra. Na Fig 3.11, são mostradas diferentes curvas de variação sazonal para Super-Kamiokande, que foram obtidas para os nossos PMA globais e locais, que correspondem as entradas **Combinação** e **Combinação (T)**, respectivamente, nas Tabelas 3.1 (2ν) e 3.2 (3ν). Para comparação, estão colocados também, os dados atuais de Super-Kamiokande [12], estes dados são para uma energia do elétron $E_e > 5,5$ MeV, e contém o efeito de sazonalidade "natural" , devido a excentricidade. Podemos ver que nossas previsões são consistentes com os dados de Super-Kamiokande e também, consistentes entre si o que dificulta poder distinguir entre uma solução em 2ν ou 3ν.

Além de Super-Kamiokande, também estudamos previsões baseadas nos PMA globais e locais em 2ν e 3ν para a variação sazonal do fluxo do ^{7}Be de 0,862 MeV. Isto foi feito no contexto dos experimentos de Borexino [33] e KamLAND [34]. Em nossos cálculos, estamos levando em conta a distribuição para a linha de ^{7}Be em torno de 0,862 MeV. Na Fig. 3.12, apresentamos nossas previsões para o fluxo do ^{7}Be, normalizado a BP98, para Borexino (KamLAND é similar), vemos que este, em contraste ao caso de Super-Kamiokande, apresenta variações no tempo mais drásticas. Isto é porque o ^{7}Be é praticamente mono-energético. Aqui, vemos que as formas das curvas para 3ν e 2ν são um tanto parecidas entre si, por outro lado, embora as diferenças em supressão de ^{7}Be sejam bem distintas, não devem ser tomadas como algo absoluto, já que em nossas contas estamos considerando $f_{be} = 1$, significando que ainda temos liberdade de renormalizar e, assim, estas podem se tornar indistinguíveis. Isto é similar ao caso do espectro, onde somente a forma é importante.

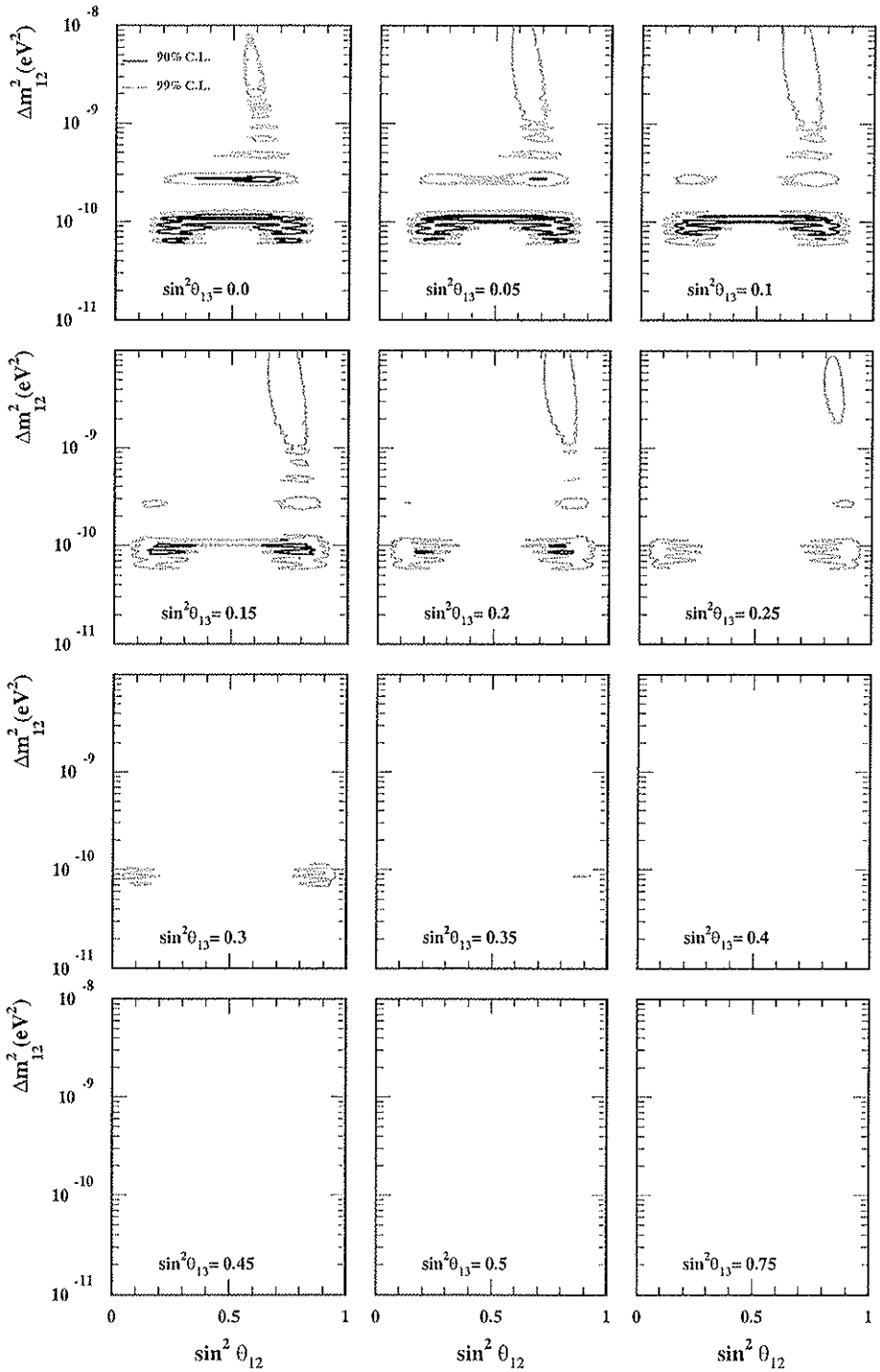


Figura 3.4: Regiões permitidas pelas taxas totais para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$, com f_b fixo.

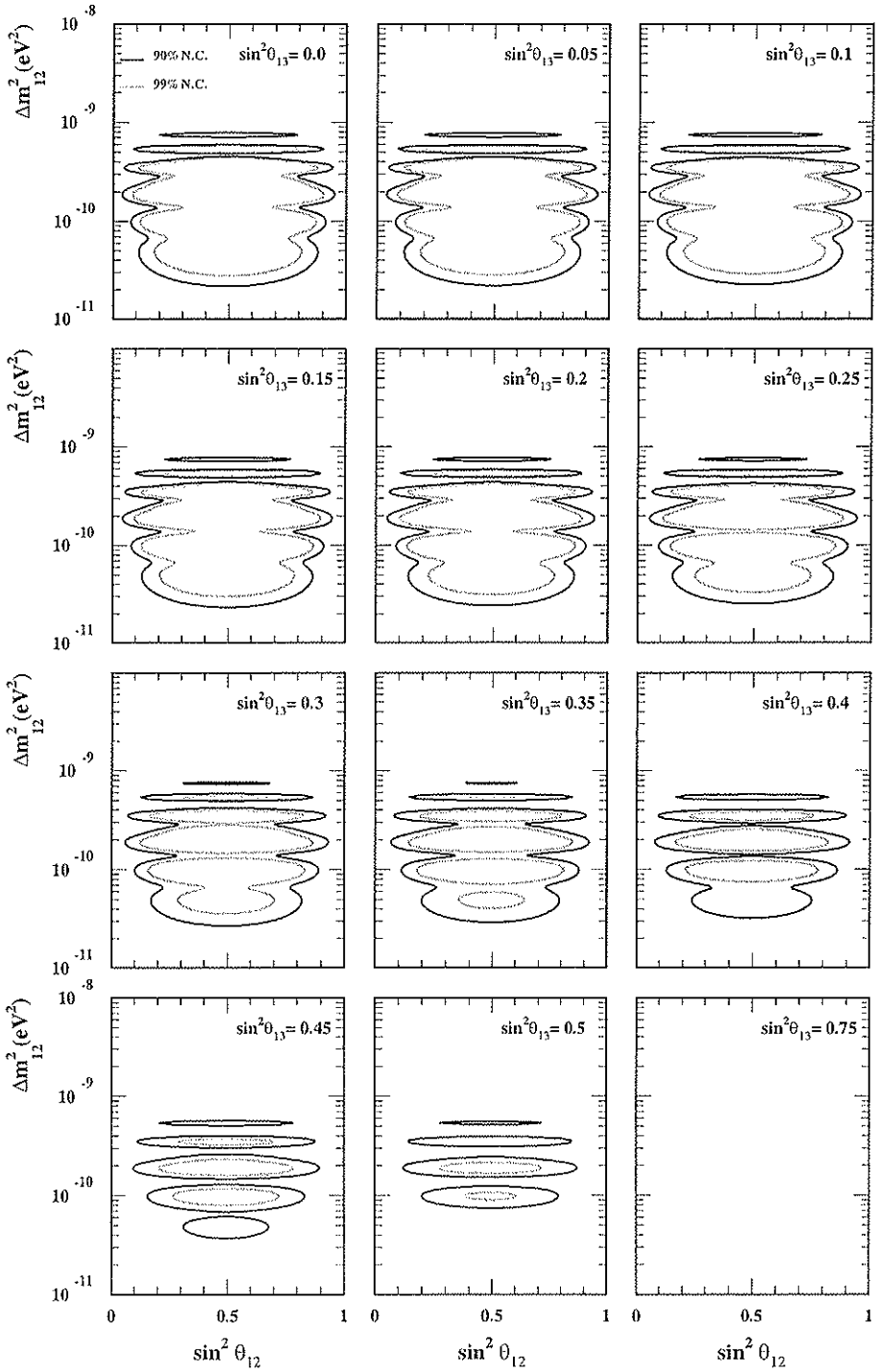


Figura 3.5: Regiões excluidas pelo espectro para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$.

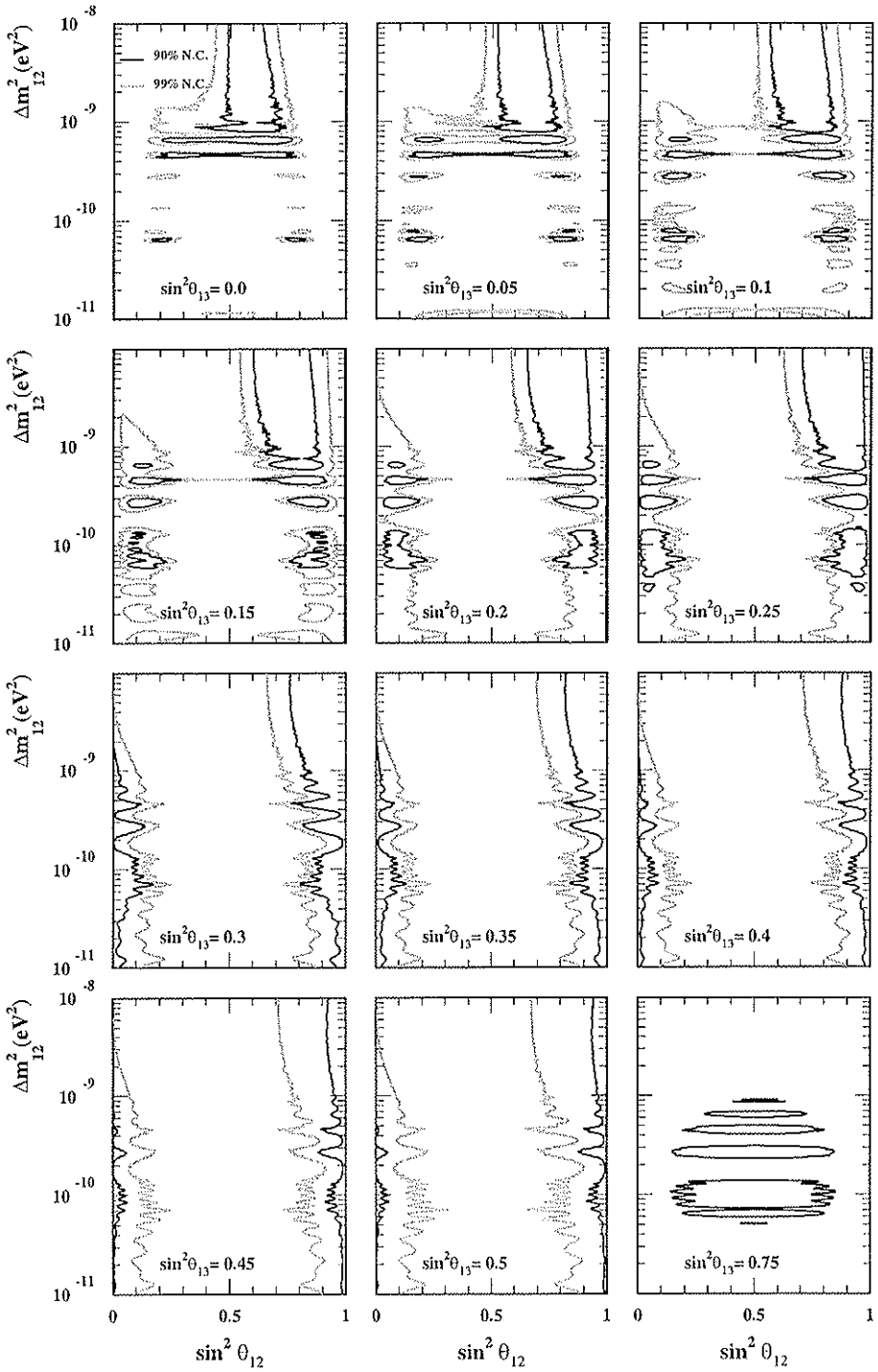


Figura 3.6: Regiões permitidas pela combinação, para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$, em três gerações, com f_b fixo.

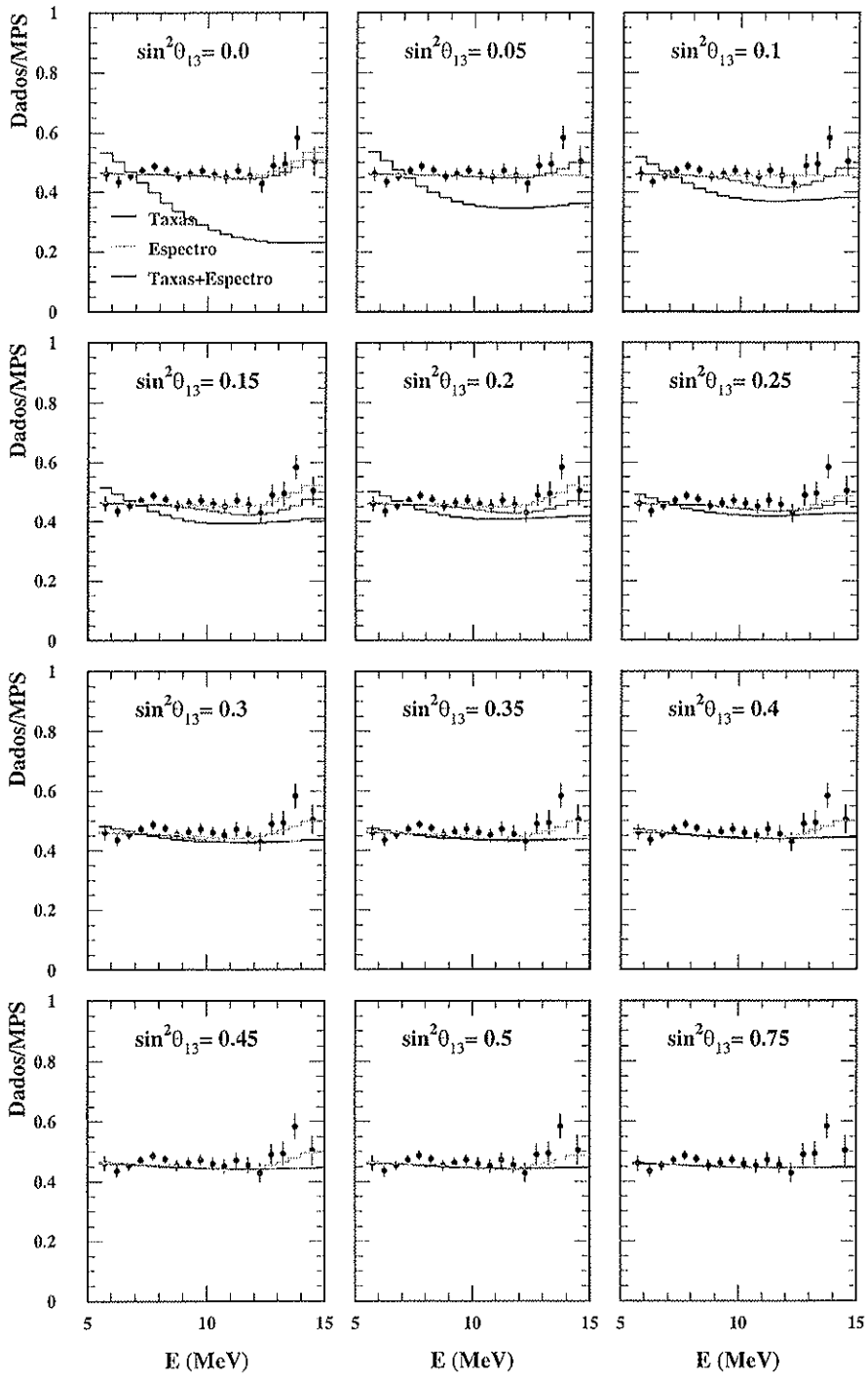


Figura 3.7: Espectro de Super-Kamiokande esperado para os PMA locais para as taxas, o espectro e a combinação, obtidos para valores fixos de $\sin^2\theta_{13}$.

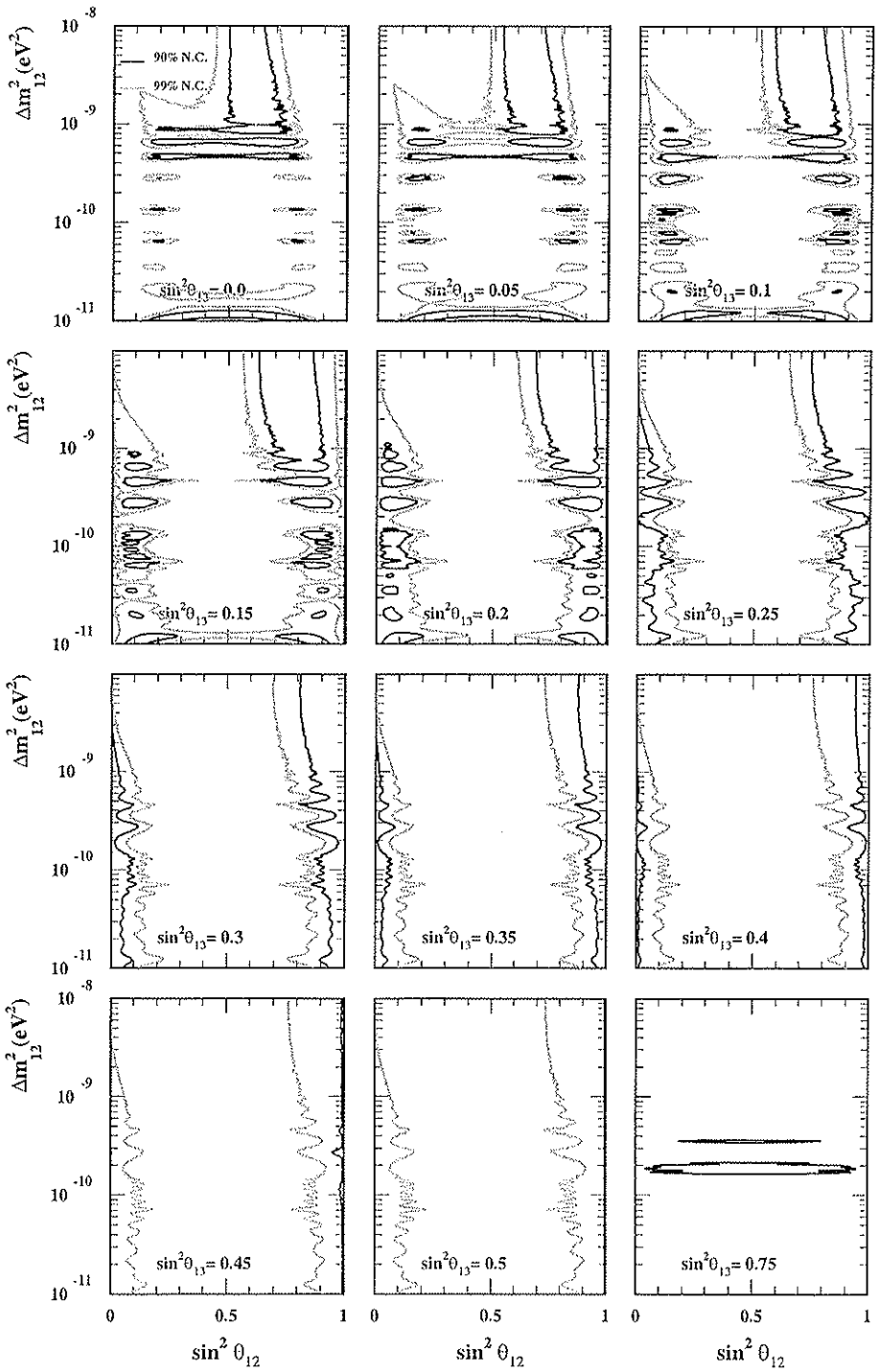


Figura 3.8: Regiões permitidas pela combinação, para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$, em três gerações, com f_b livre.

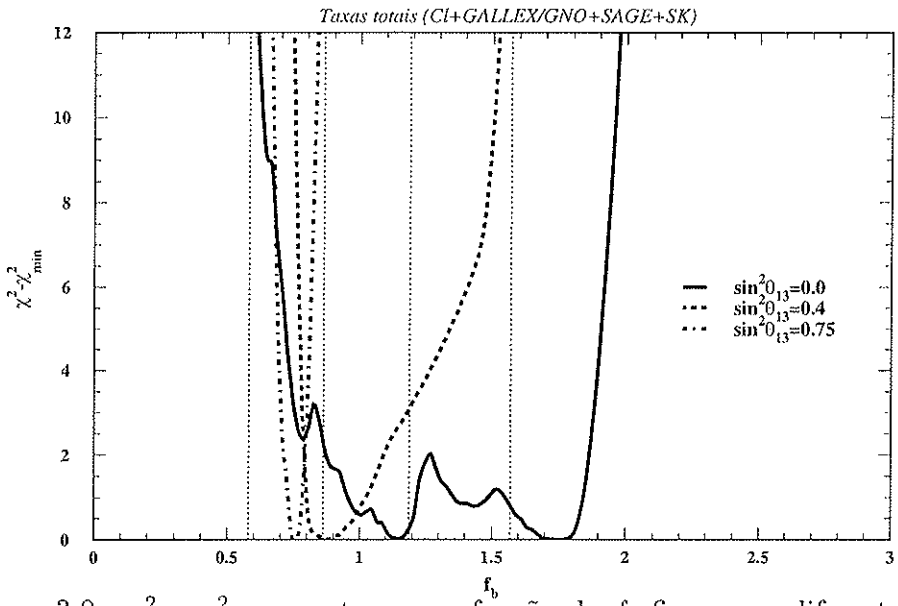


Figura 3.9: $\chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ para taxas em função de f_b fixo, para diferentes valores de $\sin^2\theta_{13}$.

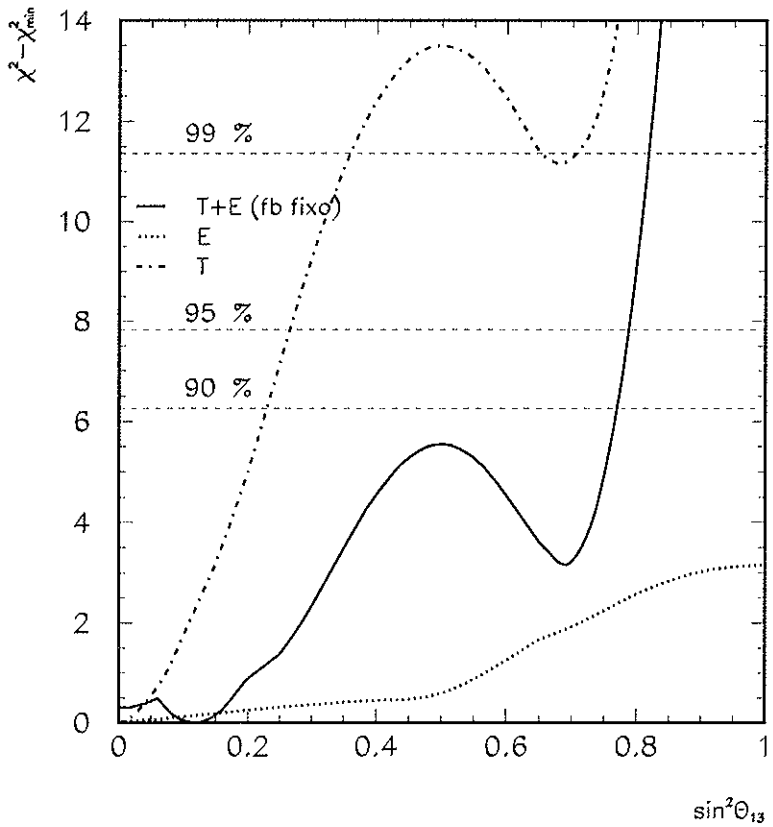


Figura 3.10: $\chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ para taxas(T), espectro(E) e combinação (T+E) em função de $\sin^2\theta_{13}$, para f_b fixo.

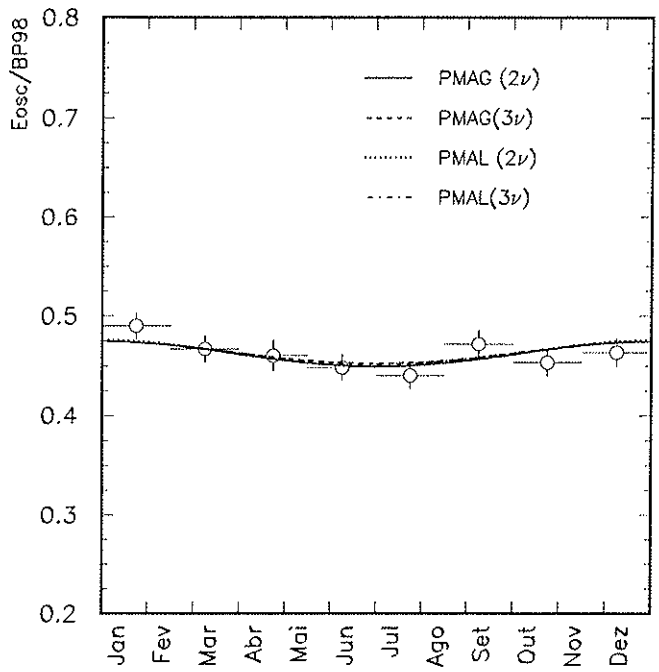


Figura 3.11: Variação sazonal esperada em Super-Kamiokande, para os PMA locais (PMAL) e globais (PMAG) em 2ν e 3ν. Os dados de Super-Kamiokande são da Ref. [12].

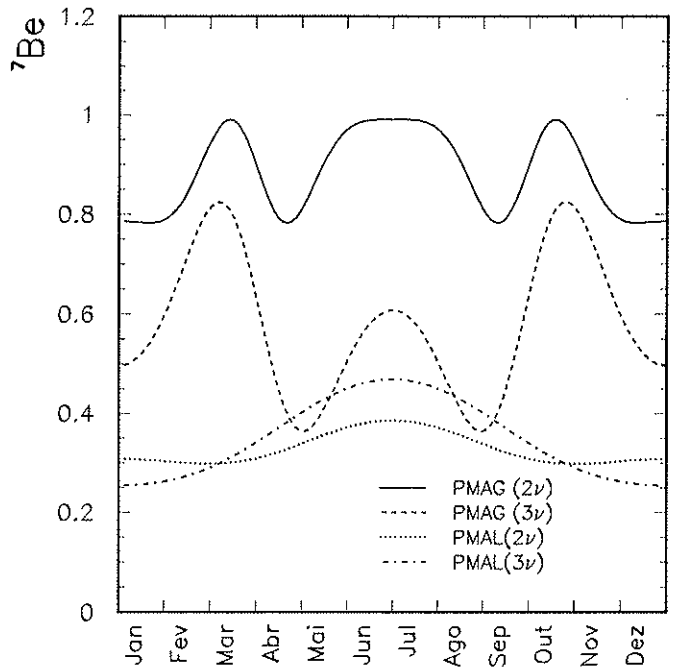


Figura 3.12: Variação sazonal para o fluxo de ^{7}Be normalizada com BP98, para Borexino ou KamLAND, calculada para os PMA locais (PMAL) e globais (PMAG) em 2ν e 3ν.

Capítulo 4

Violação do princípio de equivalência e neutrinos solares

O principio de equivalência de Einstein constitui uma das peças fundamentais da teoria geral da relatividade e nos diz o seguinte: "*para qualquer sistema de Lorentz posicionado em qualquer ponto do espaço-tempo, todas as leis (não gravitacionais) da física se reduzem a sua forma dada pela relatividade restrita*" em outras palavras, não é possível distinguir experimentos efetuados em um sistema de Lorentz local em uma certa região do espaco-tempo, de outros realizados em outra região diferente do espaço-tempo.

Durante mais de um século, vários experimentos vêm tentando verificar este principio fundamental. Entre os mais famosos pode-se destacar os experimentos do tipo Eötvös [1], os quais medem a aceleração gravitacional de corpos macroscópicos. Atualmente, esta medida tem uma precisão de uma parte em 10^{12} [2]. Também têm sido usadas partículas, tais como fotóns e neutrinos, para estudar uma possível violação do principio de equivalência (VPE), dado que por este principio todas as partículas devem se acoplar da mesma forma com a gravidade. Limites têm sido estabelecidos usando dados da SN1987A, comparando o tempo de chegada na Terra para fotóns e neutrinos, obtendo o seguinte resultado [3]:

$$|\gamma_\gamma - \gamma_\nu| \lesssim 10^{-3}.$$

De forma similar, a comparação do tempo de chegada de neutrinos e anti-neutrinos resulta em [4]

$$|\gamma_{\nu_e} - \gamma_{\bar{\nu}_e}| \leq 10^{-6},$$

em todas as expressões γ é um parâmetro do formalismo pós-newtoniano [5], que

para satisfazer o principio de equivalência, deve ser igual para todas as partículas. Em especial temos que para a relatividade geral $\gamma = 1$.

As implicações de uma VPE em física de neutrinos são muito importantes, já que deixar aberta esta possibilidade nos permite supor acoplamentos com a gravidade diferentes para os neutrinos auto-estados do campo gravitacional. Portanto, neutrinos propagando-se em um campo gravitacional poderiam sofrer mistura, sem precisar de massa. Este fato foi levantado por Gasperini [6] e paralelamente por Halprin e Leung [7].

Como conseqüência, qualquer dos experimentos na procura de oscilações de neutrinos, sejam estes neutrinos solares [8, 9, 10, 11, 12], atmosféricos [13, 14], produzidos em aceleradores ou em reatores nucleares [15, 16, 17], podem também ser estudados dentro do contexto de VPE.

Já foi mostrado que o sinal de oscilação observado pelo LSND [15] não pode ser explicado por oscilação induzida por VPE [18]. No caso dos neutrinos atmosféricos, também foi verificado que VPE não pode explicar os dados [19]. Portanto, estes dados permitiram colocar vínculos muito restritivos para VPE no canal $\nu_\mu \to \nu_\tau$ [19]. Por outro lado, usando os dados do experimento de acelerador CCFR [16] foram obtidos limites em $\nu_\mu \to \nu_e$ e $\nu_e \to \nu_\tau$ [20], os mais fortes com este tipo de experiência.

No caso dos neutrinos solares, certas soluções propostas usando VPE já foram excluidas [20], porém outras ainda são válidas e proporcionam uma boa explicação para o problema dos neutrinos solares [21, 22, 24].

Em particular, neste capítulo, discutiremos uma destas últimas soluções mostrando qual o seu status atual, em face dos últimos dados de neutrinos solares de Homestake [8], SAGE [9], GALLEX [10], GNO [11] e Super-Kamiokande [12].

4.1 Formalismo teórico

Em qualquer problema envolvendo gravitação, a definição da métrica é fundamental. Em nossa análise trabalharemos no chamado limite de campo fraco para uma fonte estática, onde a métrica efetiva, em primera ordem do potencial, é dada por :

$$g_{44} = 1 + 2\gamma\phi, \quad g_{ij} = -\delta_{ij}\left(1 - 2\gamma\phi\right), \tag{4.1}$$

onde γ é um parâmetro dependente da teoria que, no caso de não haver VPE, deve ser igual para todos os tipos de neutrinos e partículas em geral. Para o potencial gravitatório ϕ temos várias contribuições entre elas a do mesmo Sol, porém assumiremos como efetiva, a maior delas, a contribuição do chamado "Grande Atrator " [25], que tem um valor constante $\phi \sim 3 \times 10^{-5}$ [25, 26].

Admitindo que os neutrinos tem massa nula podemos substituir:

$$g_{\mu\nu}p^{\mu}p^{\nu} = 0, \tag{4.2}$$

onde p^{μ}, p^{ν} são os quadrimomentos do neutrino. Desta forma podemos obter a relação energia-momento :

$$E_{\nu}^{2}(1+2\gamma\phi) = p^{2}(1-2\gamma\phi), \tag{4.3}$$

daqui podemos obter os valores de energia para os neutrinos ν_j com um mesmo momento p, que são dados por:

$$E_{\nu_j} = (1-2\gamma_j\phi)p, \tag{4.4}$$

isto aplicado para o caso de dois neutrinos, significa que as duas componentes na base de interação gravitacional $(\nu_1, \nu_2)_G$ que formam um estado de interação fraca ν_e desenvolvem, depois de atravessar uma distância L, uma diferença de fase $\delta = 2(\gamma_1 - \gamma_2)\phi Lp$. Equivalentemente, para o caso de estados com uma mesma energia e momento diferente, é só trocar $p \to E_{\nu}$ e a diferença de fase fica,

$$\delta = 2(\gamma_1 - \gamma_2)\phi L E_{\nu}, \tag{4.5}$$

assim, podemos fazer uma correspondência direta com a diferença de fase do caso de oscilação induzida por massa (ver Capítulo1), simplesmente fazendo a substituição

$$\frac{\Delta m^2}{2E_{\nu}} \to 2E_{\nu}\left|\phi\Delta\gamma\right|, \tag{4.6}$$

com $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$. Para que a analogia seja completa temos igualmente que $\theta \to \theta_G$, onde θ_G e o ângulo da matriz de mistura $\mathbf{U_G}$ que conecta os auto-estados de interação fraca com os auto-estados gravitacionais dados pela seguinte relação:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_x \end{pmatrix} = \mathbf{U_G}\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}_G = \begin{pmatrix} \cos\theta_G & \sin\theta_G \\ -\sin\theta_G & \cos\theta_G \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}_G, \tag{4.7}$$

onde $\nu_x = \nu_{\mu(\tau)}$ ou ν_s (neutrino estéril). Assim, a probabilidade de sobrevivência para ν_e é:

$$P(\nu_e \to \nu_e) = 1 - \sin^2 2\theta_G \sin^2(\frac{\pi L}{\lambda_{\mathrm{VPE}}}), \tag{4.8}$$

onde o comprimento de onda λ é dado por,

$$\lambda_{\rm VPE} = \left[\frac{\pi \text{ km}}{5,07}\right]\left[\frac{10^{-15}}{|\phi\Delta\gamma|}\right]\left[\frac{\text{MeV}}{E_\nu}\right]. \tag{4.9}$$

Notemos da Eq. (4.9), que o comportamento com a energia do comprimento de onda para VPE é inverso do caso de oscilação induzida por massa (Eq. (1.36)).

É importante salientar que são fenomenologicamente equivalentes as expressões de probabilidade de oscilação de sabor para VPE (Eq. (4.8)) e a correspondente induzida por uma quebra da invariância de Lorentz [27, 28] que representa uma violação da relatividade restrita. Basta neste caso fazer a seguinte substituição: $\theta_G \to \theta_v$ e $|\phi\Delta\gamma| \to \delta v/2$ onde θ_v é o ângulo de mistura que relaciona auto-estados de velocidade a auto-estados de sabor e δv é a diferença de fase entre os chamados auto-estados de velocidade. Como conseqüência, todos os nossos resultados vão poder ser sempre re-interpretados em termos de uma violação da invariância de Lorentz.

4.2 Análise

Os resultados que serão apresentados neste capítulo vêm a ser uma atualização dos publicados em [21, 22] e uma versão completa do [23]. Aqui estaremos trabalhando com as taxas totais de Homestake, de GALLEX combinada com a de GNO, de Super-Kamiokande e de SAGE, assim como os dados do espectro de Super-Kamiokande e da dependência com o ângulo zenital. Todos estes dados encontram-se no Capítulo2.

Em todos nossos cálculos usaremos a expressão de probabilidade dada pela Eq. (4.8), que é uma probabilidade tipo vácuo aplicada ao caso de VPE. Como é lógico pensar, a probabilidade VPE deveria ser mais complicada já que os neutrinos solares devem ser afetados pelos efeitos de matéria tanto dentro do Sol quanto da Terra. Portanto, poderíamos ter expressões de probabilidade para VPE incluindo o efeito MSW. Estes tipos de soluções já foram excluídas [20]. Na faixa de $|\phi\Delta\gamma|$ que estudaremos aqui, que está ainda permitida, temos que $\lambda_{\rm mat}/\lambda_{\rm VPE} \to 0$ tanto dentro do Sol como da Terra. Assim, usando argumentos similares ao caso de QV, no Capítulo 3, teríamos que é totalmente válido trabalhar com a expressão simples de probabilidade da Eq. (4.8).

Vamos estudar separadamente as taxas totais, o espectro e posteriormente faremos sua combinação. Usaremos aqui os $\chi^2_{\rm taxas}$, $\chi^2_{\rm espectro}$, tal como foram descritos no Capítulo 2, e o $\chi^2_{\rm comb}$ definido como:

$$\chi^2_{\rm comb} = \chi^2_{\rm taxas} + \chi^2_{\rm espectro} + \chi^2_{\rm zenital}. \tag{4.10}$$

Já que no intervalo considerado para os parâmetros de VPE não somos sensíveis aos efeitos de matéria na Terra, nossos resultados não devem apresentar efeito

dia/noite, desta forma podemos tomar o χ^2_{zenital} sempre como uma contribução constante no χ^2_{comb}, e igual a 3,23, como já foi comentado no Capítulo 2.

Englobamos em nosso estudo os casos de transição entre neutrinos ativos $\nu_e \to \nu_{\mu,(\tau)}$ e de transição entre neutrino ativo a neutrino esteril $\nu_e \to \nu_s$, estudando em ambas situações os casos f_b fixo e igual 1 e f_b livre. É importante notar que a única diferença entre $\nu_e \to \nu_{\mu,(\tau)}$ e $\nu_e \to \nu_s$, é que no segundo caso não deve ser levada em conta a contribução da corrente neutra para Super-Kamiokande, pois o ν_s não interage nem via correntes carregada nem neutra.

4.2.1 Conversão $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$

Na Fig. 4.1 (a) e (b) estão mostradas as regiões permitidas para as taxas totais para os casos $f_b = 1$ fixo e f_b livre, respectivamente. É conveniente notar que se considerarmos como canal de conversão $\nu_e \to \nu_\mu$, teríamos que as pequenas ilhas que estão em $|\phi\Delta\gamma| > 2 \times 10^{-23}$ já estariam excluidas [20]. Podemos observar que as regiões permitidas para (a) e (b) são muito parecidas, sendo que para o caso f_b livre a região é ligeramente maior. Isto é esperado já que este caso permite que uma faixa maior dos parâmetros de VPE possam satisfazer as condições dos níveis de confiança discutidas na seção 2.3.7. Este comentário pode ser sempre aplicado tanto para as taxas totais quanto para a combinação.

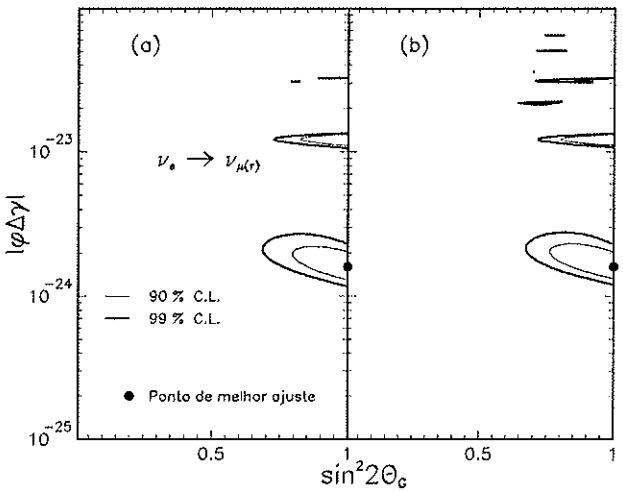


Figura 4.1: Regiões permitidas pelas taxas totais para os casos (a) f_b fixo e (b) f_b livre

Os pontos de melhor ajuste para as taxas e seus $\chi^2{}_{\text{min}}$, podem ser lidos da Tabela 4.1 para os casos f_b fixo e livre. Aqui, observamos que para o caso f_b livre obtemos um ajuste muito bom. Isto é evidente, já que observando a Tabela 4.2

vemos que as taxas avaliadas no PMA estão muito próximas de seus respectivos valores experimentais.

Caso	$\sin^2 2\theta_G$	$\lvert\phi\Delta\gamma\rvert \times 10^{24}$	f_b	$\chi^2_{\rm min}$	N.C. (%)
Taxas Totais	1,0	1,60	1(fixo)	1,78	41,0
Espectro	0,66	0,95	-	8,68	89,3
Combinação	1,0	1,61	1(fixo)	17,65	82,0
Taxas Totais	1,0	1,63	0,79	0,39	53,0
Combinação	1,0	1,63	0,79	16,30	84,0

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros de melhor ajuste e $\chi^2_{\rm min}$ para oscilação de neutrinos induzida por VPE no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$.

No caso de f_b fixo, também vemos que o ajuste é muito bom. Porém aqui a razão para isso não é muito clara já que na Tabela 4.2 vemos que os valores das taxas para o PMA parecem inconsistentes com os dados atuais. Este fato pode ser melhor entendido se lembrarmos que na definição do $\chi^2_{\rm taxas}$ (Capítulo 2), aparece um erro teórico associado a cada taxa calculada, logo é necessário olhar estas taxas com seu erro teórico e compará-las aos valores experimentais com seus erros, para assim avaliar a consistência entre ambas. Mostramos isso na Fig. 4.2.

Taxas Totais	GALLEX/GNO-SAGE	Homestake	Super-Kamiokande
f_b fixo	76,1	3,3	0,58
f_b livre	73,8	2,7	0,46

Tabela 4.2: Valores calculados para as taxas totais para os parâmetros de melhor ajuste, no caso de $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$. As unidades são as mesmas que da Tabela 2.6.

Desta figura vemos claramente que para experimentos tipo GALLEX/GNO ou SAGE a concordância entre os pontos centrais é excelente. Por outro lado os pontos centrais teóricos e experimentais para Super-Kamiokande e Homestake são totalmente inconsistentes, se levarmos em conta apenas o erro experimental. Para Super-Kamiokande a inconsistência é muito maior que 3σ e para Homestake é praticamente igual a 3σ. No entanto incluindo o erro teórico estes resultados passam a ser bastante consistentes.

A região permitida para o espectro é mostrada na Fig. 4.3 e o resultado da combinação na Fig. 4.4. Os respectivos PMA assim como seus $\chi^2_{\rm min}$ estão na Tabela 4.1.

Dos valores da Tabela 4.1, podemos observar que o ajuste independente do espectro é muito bom. Este fato é confirmado pela Fig. 4.5 onde mostramos o

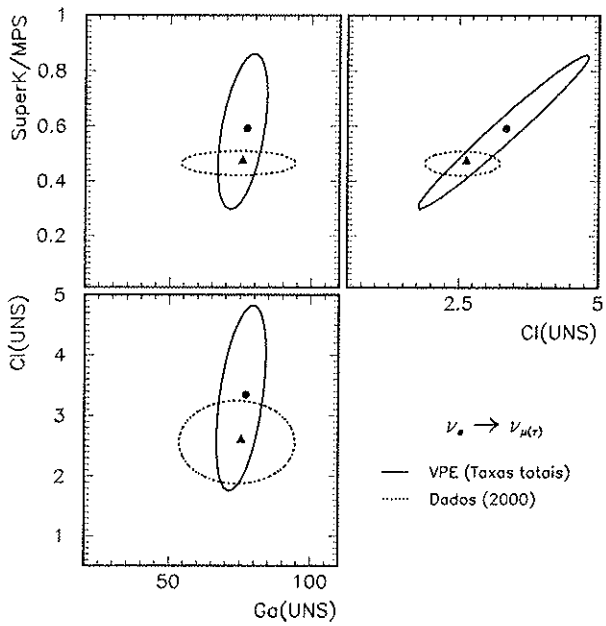


Figura 4.2: Taxas totais avaliadas no PMA de VPE comparadas com os dados experimentais das taxas de GALLEX/GNO(Ga), Homestake(Cl)e Super-Kamiokande (SuperK). Para cada plano o erro das elipses representa contornos de dois graus de liberdade (i.e. $\Delta\chi^2 = 9,21$). A projeção de uma elipse sobre qualquer eixo corresponde a $\pm 3\sigma$ para a taxa correspondente.

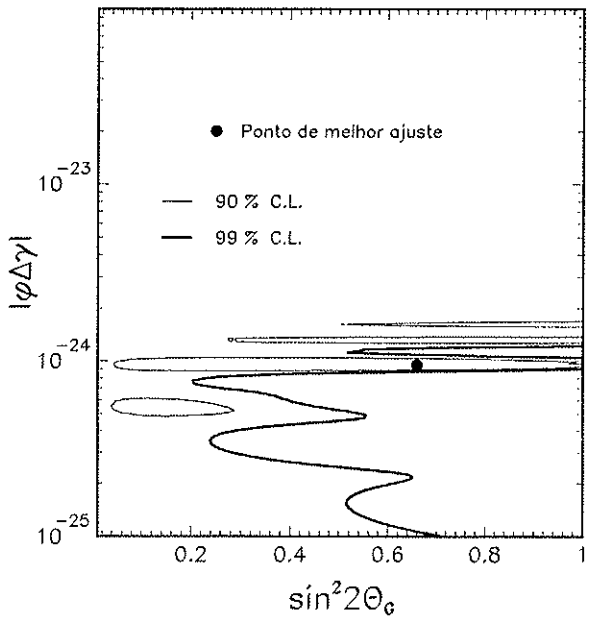


Figura 4.3: Regiões permitidas pelo espectro de energia do elétron de recuo medido por Super-Kamiokande para o caso $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu(\tau)}$.

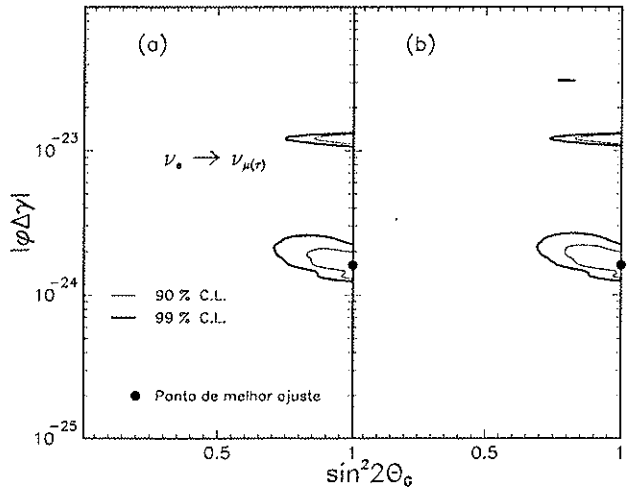


Figura 4.4: Regiões permitidas pela análise combinada das taxas totais + espectro de energia do elétron de recuo de Super-Kamiokande para os casos (a) f_b fixo e (b) f_b livre.

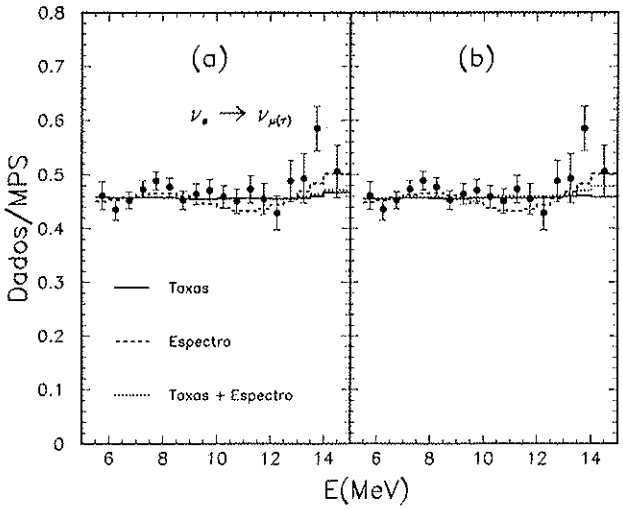


Figura 4.5: Espectro de energia do elétron de recuo esperado para Super-Kamiokande para os parâmetros de melhor ajuste da solução para o problema dos neutrinos solares baseada em VPE, para os casos (a) f_b fixo e (b) f_b livre.

espectro calculado no PMA, que apresenta uma ótima compatibilidade com os dados experimentais. Por outro lado, para o caso da combinação a qualidade do ajuste é muito boa nos dois casos, f_b fixo e livre. Para compreender a razão, é preciso observar a Fig. 4.3 e notar que a última ilha com 90% de confiança, na parte superior desta figura, está englobando o PMA para taxas totais (ver Fig. 4.1). Como conseqüência, temos um ajuste muito razoável quando combinamos o espectro e as taxas totais, e fica claro porque o PMA da combinação praticamente converge ao PMA obtido somente com as taxas totais. Isto também pode ser entendido de outro ponto de vista, olhando a Fig. 4.5 é possível apreciar que o PMA das taxas totais produz um espectro bastante razoável em comparação aos dados de Super-Kamiokande.

A qualidade dos novos ajustes apresentados aqui é melhor do que o que foi publicado em [21, 22]. Isto é devido a tendência atual dos dados do espectro de ser praticamente constantes com a energia, isso faz com que sejam mais compatíveis com as taxas totais se analisados sob a hipótese de VPE.

4.2.2 Conversão $\nu_e \to \nu_s$

Na Fig. 4.6 (a) e (b) são mostradas as regiões permitidas pelas taxas totais para os casos f_b fixo e f_b livre, respectivamente. Pode-se observar que estas regiões são muito parecidas com as apresentadas para o caso ativo ($\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$), com a única diferença que aqui só ficam as duas ilhas principais.

Caso	$\sin^2 2\theta_G$	$\lvert\phi\Delta\gamma\rvert \times 10^{24}$	f_b	$\chi^2_{\rm min}$	N.C. (%)
Taxas Totais	1,0	1,68	1(fixo)	3,80	15,0
Espectro	0,57	0,95	-	8,59	89,0
Combinação	1,0	1,63	1(fixo)	19,53	72,0
Taxas Totais	1,0	1,68	0,91	3,69	5,0
Combinação	1,0	1,63	0,91	19,48	67,0

Tabela 4.3: Valores dos parâmetros de melhor ajuste e $\chi^2_{\rm min}$ para oscilação de neutrinos induzida por VPE no caso de $\nu_e \to \nu_s$.

Taxas Totais	GALLEX/GNO-SAGE	Homestake	Super-Kamiokande
f_b fixo	73,3	3,3	0,50
f_b livre	72,8	3,0	0,46

Tabela 4.4: Tabela análoga a 4.2, para o caso $\nu_e \to \nu_s$.

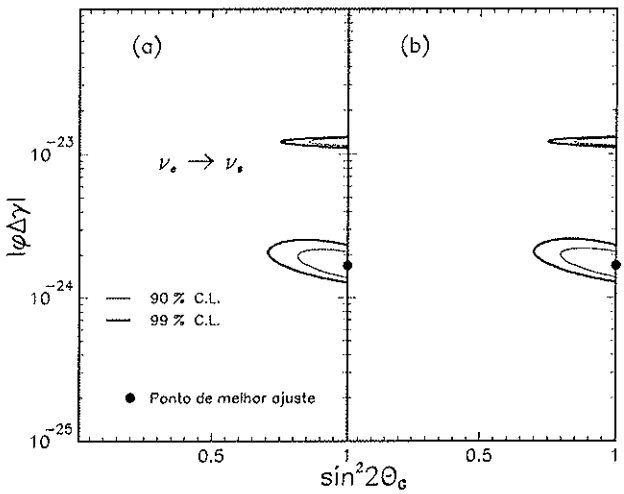


Figura 4.6: Regiões permitidas pelas taxas totais para os casos (a) f_b fixo e (b) f_b livre.

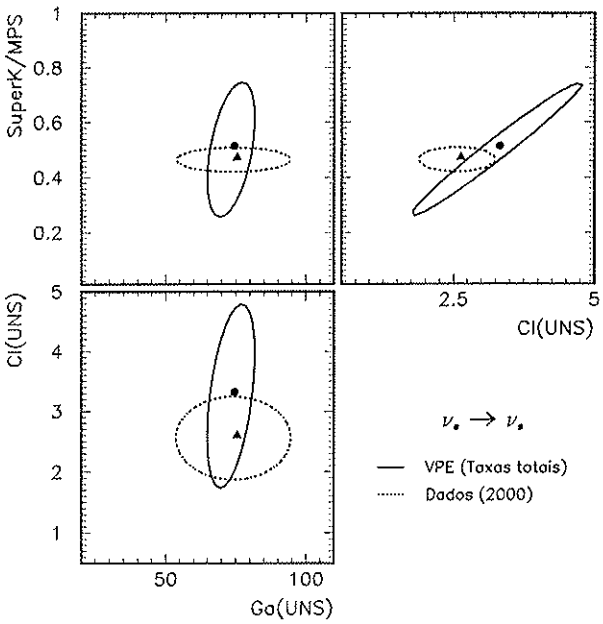


Figura 4.7: Taxas totais avaliadas no PMA de VPE comparadas com os dados experimentais das taxas de GALLEX/GNO(Ga), Homestake(Cl) e Super-Kamiokande (SuperK). Para cada plano o erro das elipses representa contornos de dois graus de liberdade (i.e. $\Delta\chi^2 = 9, 21$). A projeção de uma elipse sobre qualquer eixo corresponde a $\pm 3\sigma$ para a taxa correspondente.

No que diz respeito à qualidade do ajuste para as taxas totais, vemos na Tabela 4.3 que este caso é inferior, ao caso ativo $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$ (veja Tabela 4.1), isto vale tanto para f_b fixo quanto para f_b livre. É possível entender esta diminuição da qualidade apartir da Tabela 4.4, onde estão colocadas as taxas calculadas no PMA. Observamos que para GALLEX/GNO-SAGE e Homestake os valores das taxas estão mais afastados dos valores experimentais (veja Tabela 2.6) em comparação à separação destes valores experimentais e os calculados no caso ativo, mostrados na Tabela 4.2. Para Super-Kamiokande os dois resultados são iguais.

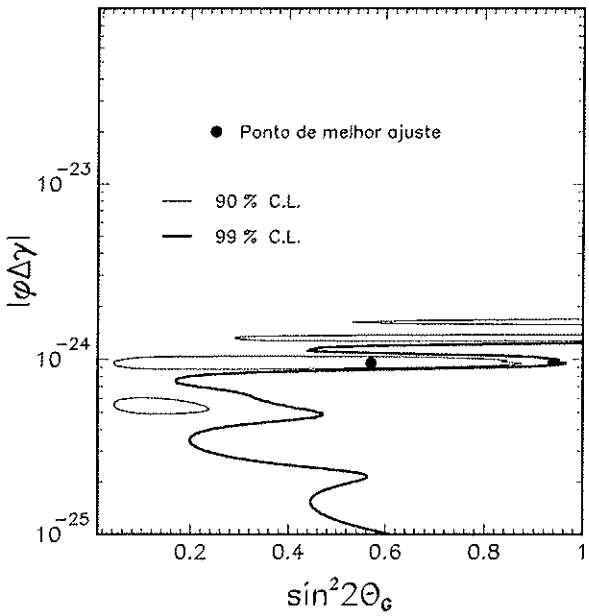


Figura 4.8: Regiões permitidas pelo espectro de energia do elétron de recuo medido por Super-Kamiokande para o caso $\nu_e \to \nu_s$.

Para f_b fixo também a qualidade é pior comparada com o caso ativo, isto pode ser bem entendido através da Fig. 4.7. Observamos que a consistência/inconsistência entre os pontos centrais das elipses que comparam o cálculo teórico com o resultado experimental são mais o menos similares ao caso ativo, considerando só os erros experimentais e ignorando os erros teóricos. Porém levando em conta também os erros teóricos, ou seja, vendo a elipse teórica como um todo, se vê que não contém o valor central experimental. Notemos o caso do plano (Homestake, Super-Kamiokande), contrariaremente ao que foi obtido no caso ativo em que a elipse teórica sempre envolve aos pontos centrais experimentais (Fig. 4.7).

Na Fig. 4.8 mostramos a região permitida para o espectro de Super-Kamiokande e na Fig. 4.9 a região correspondente para a combinação (taxas + espectro). Os PMA, $\chi^2_{\rm min}$ e níveis de confiança para o espectro e a combinação aparecem também na Tabela 4.3. Desta tabela observamos novamente que o ajuste do espectro con-

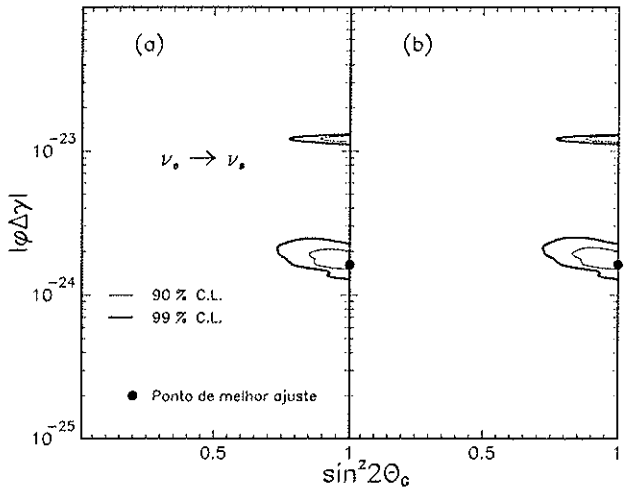


Figura 4.9: Regiões permitidas pela análise combinada das taxas totais + espectro de energia do elétron de recuo de Super-Kamiokande para os casos (a) f_b fixo e (b) f_b livre.

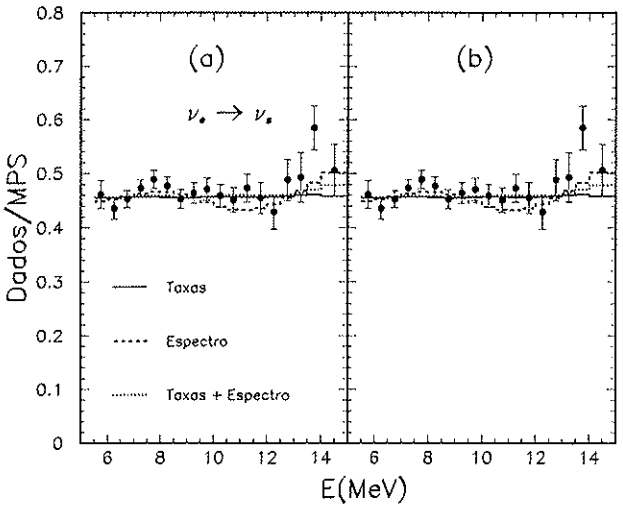


Figura 4.10: Espectro de energia do elétron de recuo esperado para Super-Kamiokande para os parâmetros de melhor ajuste da solução para o problema dos neutrinos solares baseada em VPE, para os casos (a) f_b fixo e (b) f_b livre.

tinua sendo muito bom, isto é confirmado pela Fig. 4.10, onde é mostrado o espectro avaliado neste PMA. Para o caso da combinação a qualidade é muito boa, da Fig. 4.10 observamos que o espectro avaliado no PMA para a combinação, parece estar em um acordo razoável com os dados. É interesante notar que embora não tenhamos um bom ajuste independente para taxas, a qualidade do ajuste para a combinação é muito boa, isto é devido ao fato do espectro ser muito bem ajustado pela conversão $\nu_e \to \nu_s$ e representar um peso grande no χ^2 global devido ao número de pontos do ajuste na combinação (18 pontos). Por outro lado lembremos que na combinação estamos levando em conta o χ^2_{zenital} que contribue para melhorar a qualidade global do ajuste já que os dados zenitais são bem consistentes com VPE.

4.3 Testes da solução com VPE em experiências de longa distância

Para completar nosso estudo, é muito importante averiguar onde poderá ser testada nossa solução para o problema de neutrinos solares baseada em VPE no futuro próximo. Com este intuito investigamos e discutimos as possibilidades de experimentos tais como K2K [30, 31] e MINOS [32, 33]. O experimento K2K tem uma distância entre o ponto de produção e o ponto de detecção de $L \simeq 250$ km com uma energia média do feixe de neutrinos do múon de 1,4 GeV. No caso do experimento MINOS, $L \simeq 730$ km, e têm três configurações energéticas possíveis para o feixe de neutrinos do múon, chamadas de baixa, média e alta energia, e que correspondem às energias médias de 3 GeV, 7 GeV e 15 GeV, respectivamente [33].

A região de parâmetros de VPE que poderá ser estudada por K2K e MINOS, foi obtida usando a seguinte condição :

$$\langle P(\nu_\mu \to \nu_e)\rangle \geqslant \mathrm{S}, \tag{4.11}$$

onde $\langle P(\nu_\mu \to \nu_e)\rangle$ é a probabilidade média de oscilação, S representa a sensibilidade experimental definida como $\mathrm{S} = N^{\nu_e}_{\text{min}}/N^{\nu_\mu}_{\text{CC}}$, onde $N^{\nu_e}_{\text{min}}$ é o número mínimo de eventos de neutrino do elétron a partir do qual o sinal pode ser considerado como sinal de oscilação e $N^{\nu_\mu}_{\text{CC}}$ é o número de eventos de neutrino do múon que deveríamos obter no caso de não ter oscilação. A definição explícita da probabilidade média é dada por :

$$\langle P(\nu_\mu \to \nu_e)\rangle = \frac{\int \frac{\mathrm{d}\phi_{\nu_\mu}}{\mathrm{d}E_\nu} \times P(\nu_\mu \to \nu_e) \times \sigma^{\nu_e}_{\text{CC}} \mathrm{d}E_\nu}{\int \frac{\mathrm{d}N^{\nu_\mu}_{\text{CC}}}{\mathrm{d}E_\nu} \mathrm{d}E_\nu}, \tag{4.12}$$

$d\phi_{\nu_\mu}/dE_\nu$ [1] é o fluxo de neutrinos de múon por GeV/kton/ano, $\frac{dN_{CC}^{\nu_\mu}}{dE_\nu}$ é a taxa de eventos de corrente carregada do neutrino de múon por GeV/kton/ano, $\sigma_{CC}^{\nu_e}$ é a seção de choque de corrente carregada do neutrino de elétron e $P(\nu_\mu \to \nu_e)$ é a probabilidade de oscilação dada pela Eq. (4.8).

Na Fig. 4.11, apresentamos as regiões que poderão ser testadas para os parâmetros de VPE no canal $\nu_\mu \to \nu_e$ [2] considerando as seguintes sensibilidades $S = 0,0025, 0,015$ e $0,1$, a primeira e a segunda correspondem as sensibilidades de MINOS para as configurações de alta e baixa energia [34], respectivamente, e a última sensibilidade é a esperada para K2K [31].

Da Fig. 4.11, podemos observar que o experimento K2K não será capaz de testar a solução de VPE. No entanto, a configuração de baixa energia para MINOS poderá estudar a ilha superior e parte da ilha inferior da Fig. 4.4, e finalmente a configuração de alta energia poderá cobrir completamente toda a região permitida por VPE.

Devemos observar que mesmo se MINOS conseguisse excluir a solução de VPE para o problema do neutrino solar, isto só seria feito para a hipótese em que a conversão que se produz no sol seja $\nu_e \to \nu_\mu$, porém esta solução ainda poderia sobreviver já que pode ser também interpretada como conversão $\nu_e \to \nu_\tau$.

Existe também a possibilidade de descartar por completo a solução de VPE ainda no próximo ano, no caso em que o experimento de reator de KamLAND [35] que medirá $\overline{\nu}_e \to \overline{\nu}_e$, consiga obter um sinal claro de oscilação. Isto seria uma evidência direta da solução de grande ângulo de mistura prevista pelo efeito de Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein [36] para neutrinos solares. Por outro lado, no caso em que KamLAND não meça sinal de oscilação, este experimento não poderá atingir a região de parâmetros da solução de VPE. Isto pode ser estimado usando a Eq. (4.11) com $\langle P(\nu_\mu \to \nu_e)\rangle \to P(\nu_\mu \to \nu_e)$ para grandes ângulos de mistura, $\sin^2 2\theta_G \to 1$, e considerando os valores menores que se possa medir para $|\phi\Delta\gamma|$ ou seja $\sin^2(|\phi\Delta\gamma|LE_\nu) \to (|\phi\Delta\gamma|LE_\nu)^2$. Substituindo tudo isto na Eq. (4.11) obtemos :

$$|\phi\Delta\gamma| \geq \frac{\sqrt{S}}{(L/\mathrm{km}) \times (E_\nu/\mathrm{GeV})} \times 2 \times 10^{-19} \simeq 6,5 \times 10^{-20}, \tag{4.13}$$

onde usamos $L \simeq 200$ km, a energia média do feixe de neutrinos do elétron $E_\nu \simeq 4,8$ MeV e a $S \simeq 0,1$ [35]. Este valor de $|\phi\Delta\gamma|$ está bem acima dos valores encontrados para a solução de VPE, de forma que este experimento não poderá testar de forma indireta esta solução.

[1] Para o caso de MINOS, o fluxo pode ser obtido apartir $\frac{dN_{CC}^{\nu_\mu}}{dE_\nu}$ dado na Fig.1 da Ref. [33], e usando a relação $\frac{d\phi_{\nu_\mu}}{dE_\nu} = \frac{dN_{CC}^{\nu_\mu}}{dE_\nu}/\sigma_{CC}^{\nu_\mu}$ onde o $\sigma_{CC}^{\nu_\mu}$ é a seção de choque de corrente carregada do neutrino do múon. O $\frac{d\phi_{\nu_\mu}}{dE_\nu}$ de K2K pode ser lido da Fig.2(c) da Ref. [30].

[2] Estamos considerando invariância em T logo $P(\nu_\mu \to \nu_e) = P(\nu_e \to \nu_\mu)$.

Neste caso em que KamLAND não observar diminuição de $\overline{\nu}_e$, a solução para o problema dos neutrinos solares que envolve VPE só poderá ser testada completamente, incluindo o canal $\nu_e \to \nu_\tau$, nas futuras fábricas de neutrinos [37].

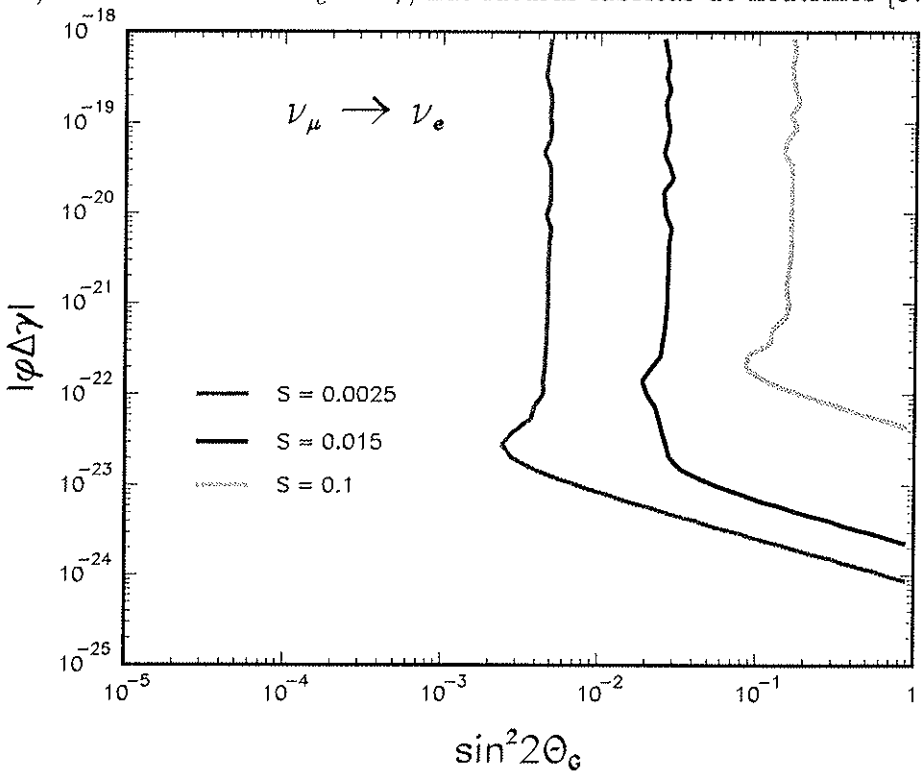


Figura 4.11: Curvas de exclusão para VPE para três diferentes sensibilidades S= $0,0025, 0,015$ e $0,1$, correspondendo a MINOS (alta energia), MINOS (baixa energia) e K2K, respectivamente. As regiões a direita das curvas são as regiões que poderão ser testadas.

Conclusões e perspectivas

Temos hoje muitos resultados experimentais com neutrinos solares e atmosféricos que indicam de maneira consistente mudanças de sabor nos neutrinos, apontando assim a necessidade de física nova para poder explicá-los. Como conseqüência, existem uma série de mecanismos de conversão de sabor dos neutrinos, que tentam explicar estes resultados. Neste sentido, para poder ter uma resposta sobre qual é o mecanismo responsável pela conversão de sabor, devemos analisar todas estas teorias de mudanças de sabor à luz dos dados experimentais, e quantificar até que ponto elas podem dar uma explicação a estas evidências. Nós estudamos dois destes mecanismos de mudança de sabor, usando-os como solução ao problema dos neutrinos solares, resultados que foram apresentados nos Capítulos 3 e 4.

Antes de comentar nossos resultados, descreveremos brevemente o que foi discutido em outros capítulos da tese. No Capítulo 1, foram introduzidos conceitos fundamentais para a compreensão do mecanismo de oscilação induzida por massa, sendo discutidos os casos de oscilação no vácuo e na matéria. Toda esta discussão serviu para entender melhor o Capítulo 3 que trata o caso de QV, e aplica-se também ao Capítulo 4 com VPE, simplesmente fazendo a substituição da Eq. (4.6). No Capítulo 2 fizemos uma descrição detalhada da análise estatística para tratar os dados de experimentos com neutrinos solares. É conveniente salientar que o tratamento estatístico usado para obter os resultados dos Capítulos 3 e 4 é independente do tipo de mecanismo de conversão, podendo ser de muita utilidade para analisar outros mecanismos no contexto dos neutrinos solares.

O primeiro do nossos resultados foi mostrado no Capítulo 3, onde estudamos o mecanismo de oscilação induzida por massa, assumindo como solução a região de diferenças de massas quadradas compatível com o quase-vácuo. Esta análise foi feita no contexto de duas e três gerações. Entre nossas principais conclusões, podemos mencionar que existe uma clara inconsistência entre a região de parâmetros permitida, obtida com o ajuste individual das taxas, comparada com a correspondente do espectro, isto foi observado tanto no caso de 2ν (comparação da Fig. 3.2(a) com a Fig. 3.2(b)), quanto para o caso de 3ν (comparação da Fig. 3.4 com a Fig. 3.5). Embora haja esta incompatibilidade, quando fazemos o ajuste global (taxas $\oplus$ espectro), a qualidade é bastante razoável, sendo que os PMA são predominantemente governados pelo espectro. Isto acontece devido ao

grande peso do espectro na análise estatística (18 pontos). Outra conclusão foi que observamos que os dados dos experimentos com neutrinos solares preferem o caso de 2ν ou $\sin^2\theta_{13} \to 0$ com respeito ao caso de 3ν (Fig. 3.9), verificando a tendência encontrada na análise dos dados de neutrinos atmosféricos combinados com o resultado de CHOOZ. O vínculo em θ_{13} foi $\sin^2\theta_{13} \lesssim 0,8(0,35)$ a 99% N.C., com o ajuste global (taxas).

O segundo de nossos resultados foi apresentado no Capítulo 4, onde foi analisado o mecanismo de oscilação via violação do princípio de equivalência. Vemos de forma contrária ao caso anterior, que aqui temos uma boa compatibilidade entre os ajustes independentes das taxas e o do espectro, sendo que a qualidade do ajuste global é muito boa. O ajuste foi um pouco melhor para o caso da conversão $\nu_e \to \nu_{\mu(\tau)}$ em relação ao caso $\nu_e \to \nu_s$. É conveniente salientar que a região de parâmetros de VPE que são solução ao problema dos neutrino solares, não foi ainda excluída por nenhum experimento terrestre.

Como conclusões gerais, temos que a forma espectro, praticamente constante com a energia, torna muito difícil poder distinguir alguma fenomenologia a partir dele. Nós obtivemos bons ajustes do espectro para as duas soluções que analisamos, apesar de terem dependências energéticas totalmente distintas, uma com um cumprimento de onda aproximadamente de $\lambda \propto E_\nu$ (QV) e a outra com $\lambda \propto 1/E_\nu$ (VPE). Esta indefinição na solução do PNS com os dados atuais se vê refletida também no caso de outras soluções possíveis, não podendo ser ainda descartada nenhuma delas. Ilustramos este fato na Tabela 4.5, onde colocamos entre os mecanismos de solução padrão (baseados em massa e mistura): QV, MSW de grande ângulo de mistura (GAM), pequeno ângulo de mistura (PAM) e *LOW*; e entre os mecanismos exóticos: VPE, correntes que trocam sabor (CTS) e conversão ressonante spin-sabor (CRSS).

Tipo de mecanismo	N.C.(%)
QV	39 (Tab. 3.1)
MSW(GAM)	59 [2]
MSW(PAM)	34 [2]
MSW(*LOW*)	40 [2]
VPE	82 (Tab. 4.1)
CTS	72 [3]
CRSS	78 [4]

Tabela 4.5: Diferentes tipos de solução para o PNS e seus N.C.. Todas as soluções foram obtidas considerando f_b fixo, duas gerações e o caso de transição entre neutrinos ativos.

No futuro próximo devemos ter os primeiros dados do experimento SNO (Sudbury Neutrino Observatory) [5], que conseguirá medir distintos observáveis, para

os quais já foram feitas algumas previsões, considerando somente as soluções padrão [6, 7], e a conclusão é que parece pouco provável que possa se ter uma única solução sem ambiguidades dentre essas. Com base nesses fatos, para se ter uma capacidade de discriminação maior das soluções atuais do PNS, parece bastante claro a necessidade de se explorar de forma paralela a região de baixa energia ($\sim$ 1 MeV) [8] para os neutrinos solares, já que SNO explora uma região de energia similar a Super-Kamiokande.

Por outro lado, temos algumas experiências de acelerador e reator que devem começar a tomar dados num futuro não tão distante. Dentre essas, o mais promissor parece ser o experimento de reator KamLAND [9], que deve testar a região de parâmetros da solução MSW (GAM). O outro é o experimento MINOS [10], que como foi apontado nesta tese, será capaz de testar a nossa solução de VPE, somente no caso do canal $\nu_e \to \nu_\mu$. Infelizmente, esta solução pode também ser interpretada como uma transição $\nu_e \to \nu_\tau$. O fato deste experimento não testar o canal $\nu_e \to \nu_\tau$ o impossibilita de explorar as outras soluções, além do fato de que esta experiência não é sensível à região de parâmetros das soluções padrão.

Apêndice A

A equação de evolução, para os neutrinos em três gerações dada pela Eq. (1.40), pode ser escrita como:

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix} = \left(\mathbf{U}_{23}\mathbf{U}_{13}\mathbf{U}_{12}\mathbf{H}_{\mathbf{M}}\mathbf{U}_{12}^\dagger\mathbf{U}_{13}^\dagger\mathbf{U}_{23}^\dagger + \mathbf{V}\right)\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}, \tag{A.1}$$

onde a matriz $\mathbf{H}_{\mathbf{M}}$ esta definida como,

$$\mathbf{H}_{\mathbf{M}} = \frac{(\mathbf{M}_\nu^d)^2}{2E_\nu} \tag{A.2}$$

e, $\mathbf{V}$ é o potencial de matéria que se escreve na forma matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix}\sqrt{2}G_F N_e(r) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}, \tag{A.3}$$

Podemos reescrever a Eq. (A.1) da seguinte forma,

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix} = \left(\mathbf{U}_{23}\mathbf{U}_{13}\mathbf{U}_{12}\mathbf{H}_{\mathbf{M}}\mathbf{U}_{12}^\dagger\mathbf{U}_{13}^\dagger\mathbf{U}_{23}^\dagger + \mathbf{U}_{23}\mathbf{V}\mathbf{U}_{23}^\dagger\right)\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}, \tag{A.4}$$

reagrupando e multiplicando por $\mathbf{U}_{23}^\dagger$ a esquerda obtemos

$$i\frac{d}{dr}\mathbf{U}_{23}^\dagger\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix} = \left(\mathbf{U}_{13}\mathbf{U}_{12}\mathbf{H}_{\mathbf{M}}\mathbf{U}_{12}^\dagger\mathbf{U}_{13}^\dagger + \mathbf{V}\right)\mathbf{U}_{23}^\dagger\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}, \tag{A.5}$$

multiplicando agora por $\mathbf{U}_{13}^\dagger$ a esquerda temos,

$$i\frac{d}{dr}\mathbf{U}_{13}^\dagger\mathbf{U}_{23}^\dagger\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix} = \left(\mathbf{U}_{12}\mathbf{H}_{\mathbf{M}}\mathbf{U}_{12}^\dagger\mathbf{U}_{13}^\dagger + \mathbf{U}_{13}^\dagger\mathbf{V}\mathbf{U}_{13}\mathbf{U}_{13}^\dagger\right)\mathbf{U}_{23}^\dagger\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}, \tag{A.6}$$

o que finalmente pode ser escrito como,

$$i\frac{d}{dr}\mathbf{U}_{13}^{\dagger}\mathbf{U}_{23}^{\dagger}\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix} = \left(\mathbf{U}_{12}\mathbf{H}_{\mathbf{M}}\mathbf{U}_{12}^{\dagger} + \mathbf{U}_{13}^{\dagger}\mathbf{V}\mathbf{U}_{13}\right)\mathbf{U}_{13}^{\dagger}\mathbf{U}_{23}^{\dagger}\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}. \quad \text{(A.7)}$$

Podemos agora redefinir os estados $\nu_e(r)$, $\nu_\mu(r)$, $\nu_\tau(r)$ como,

$$\begin{pmatrix}\tilde{\nu}_e(r)\\ \tilde{\nu}_\mu(r)\\ \tilde{\nu}_\tau(r)\end{pmatrix} = \mathbf{U}_{13}^{\dagger}\mathbf{U}_{23}^{\dagger}\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}. \quad \text{(A.8)}$$

Por outro lado, $\mathbf{H}' \equiv \mathbf{U}_{12}\mathbf{H}_{\mathbf{M}}\mathbf{U}_{12}^{\dagger} + \mathbf{U}_{13}^{\dagger}\mathbf{V}\mathbf{U}_{13}$ é igual a :

$$\mathbf{H}' = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sum -\Delta_{12}\cos 2\theta_{12}) + V\cos^2\theta_{13} & \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} & V\sin 2\theta_{13} \\ \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} & \frac{1}{2}(\sum +\Delta_{12}\cos 2\theta_{12}) & 0 \\ V\sin 2\theta_{13} & 0 & \frac{m_3^2}{2E_\nu} + V\sin^2\theta_{13} \end{pmatrix}, \quad \text{(A.9)}$$

onde $\Delta_{12} = (m_2^2 - m_1^2)/2E_\nu$ e $\sum = (m_2^2 + m_1^2)/2E_\nu$. Assumindo que $V\sin 2\theta_{13} \ll m_3^2$, a Eq. (A.9) fica,

$$\mathbf{H}' \sim \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sum -\Delta_{12}\cos 2\theta_{12}) + V\cos^2\theta_{13} & \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} & 0 \\ \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} & \frac{1}{2}(\sum +\Delta_{12}\cos 2\theta_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_3^2}{2E_\nu} \end{pmatrix}, \quad \text{(A.10)}$$

então, omitindo a fase global $\frac{1}{2}(\sum -\Delta_{12}\cos 2\theta_{12})$ podemos escrever

$$i\frac{d}{dr}\begin{pmatrix}\tilde{\nu}_e(r)\\ \tilde{\nu}_\mu(r)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V\cos^2\theta_{13} & \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} \\ \frac{1}{2}\Delta_{12}\sin 2\theta_{12} & \Delta_{12}\cos 2\theta_{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{\nu}_e(r)\\ \tilde{\nu}_\mu(r)\end{pmatrix}, \quad \text{(A.11)}$$

e

$$i\frac{d}{dr}\tilde{\nu}_\tau = \frac{m_3^2}{2E_\nu}\tilde{\nu}_\tau, \quad \text{(A.12)}$$

com isso obtemos a seguinte relação:

$$\begin{pmatrix}\tilde{\nu}_e(r)\\ \tilde{\nu}_\mu(r)\\ \tilde{\nu}_\tau(r)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{12} & \sin\theta_{12} & 0 \\ -\sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_1(r)\\ \nu_2(r)\\ \nu_3(r)\end{pmatrix}, \quad \text{(A.13)}$$

e como

$$\begin{pmatrix}\tilde{\nu}_e(r)\\ \tilde{\nu}_\mu(r)\\ \tilde{\nu}_\tau(r)\end{pmatrix} = \mathbf{U}_{13}^{\dagger}\mathbf{U}_{23}^{\dagger}\begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix} \Longrightarrow \mathbf{U}_{23}\mathbf{U}_{13}\begin{pmatrix}\tilde{\nu}_e(r)\\ \tilde{\nu}_\mu(r)\\ \tilde{\nu}_\tau(r)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\nu_e(r)\\ \nu_\mu(r)\\ \nu_\tau(r)\end{pmatrix}, \quad \text{(A.14)}$$

de forma que a Eq. (A.14) fica explicitamente igual a

$$\begin{pmatrix} \nu_e(r) \\ \nu_\mu(r) \\ \nu_\tau(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{13} & 0 & \sin\theta_{13} \\ -\sin\theta_{13}\sin\theta_{23} & \cos\theta_{23} & \cos\theta_{13}\sin\theta_{23} \\ -\sin\theta_{13}\cos\theta_{23} & -\sin\theta_{23} & \cos\theta_{13}\cos\theta_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e(r) \\ \tilde{\nu}_\mu(r) \\ \tilde{\nu}_\tau(r) \end{pmatrix}. \quad \text{(A.15)}$$

Conseqüentemente,

$$|\nu_e(0)\rangle = \cos\theta_{13}|\tilde{\nu}_e\rangle + \sin\theta_{13}|\tilde{\nu}_\tau\rangle, \quad \text{(A.16)}$$

onde devido à Eq. (A.13), temos que $\tilde{\nu}_\tau \equiv \nu_3$, portanto,

$$|\nu_e(0)\rangle = \cos\theta_{13}|\tilde{\nu}_e\rangle + \sin\theta_{13}|\nu_3\rangle. \quad \text{(A.17)}$$

Deixando este estado evoluir, temos após uma distância L

$$|\nu_e(L)\rangle = \cos\theta_{13}(A_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_e)}|\tilde{\nu}_e\rangle + A_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_\mu)}|\tilde{\nu}_\mu\rangle) + \sin\theta_{13}e^{-i\frac{m_3^2 L}{2E_\nu}}|\tilde{\nu}_3\rangle, \quad \text{(A.18)}$$

onde $A_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_e)}$ e $A_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_\mu)}$ são as amplitudes de probabilidade de $\tilde{\nu}_e$ permanecer como $\tilde{\nu}_e$ ou converter-se em $\tilde{\nu}_\mu$, estas amplitudes podem ser obtidas a partir da Eq. (A.11). Logo, para calcular a probabilidade de permanência de ν_e devemos fazer primeiro o produto,

$$\langle\nu_e(L)|\nu_e(0)\rangle = \cos^2\theta_{13}A_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_e)} + \sin^2\theta_{13}e^{-i\frac{m_3^2 L}{2E_\nu}}, \quad \text{(A.19)}$$

para obter,

$$\begin{aligned} P_{3\nu} &= |\langle\nu_e(L)|\nu_e(0)\rangle|^2 \\ &= \cos^4\theta_{13}P_{2\tilde{\nu}} + \sin^4\theta_{13} \\ &\quad + \cos^2\theta_{13}\sin^2\theta_{13}(A^*_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_e)}e^{-i\frac{m_3^2 L}{2E_\nu}} + A_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_e)}e^{i\frac{m_3^2 L}{2E_\nu}}), \end{aligned} \quad \text{(A.20)}$$

onde $P_{2\tilde{\nu}} = |A_{(\tilde{\nu}_e\to\tilde{\nu}_e)}|^2$. Quando $\frac{m_3^2 L}{2E_\nu} \gg 1$, o que é o caso no quase-vácuo com m_3^2 na escala atmosférica, então as médias na energia fazem com que $\langle\cos(\frac{m_3^2 L}{2E_\nu})\rangle = \langle\sin(\frac{m_3^2 L}{2E_\nu})\rangle = 0$. Assim, a probabilidade fica reduzida a,

$$P_{3\nu} = |\langle\nu_e(L)|\nu_e(0)\rangle|^2 = \cos^4\theta_{13}P_{2\tilde{\nu}} + \sin^4\theta_{13}. \quad \text{(A.21)}$$

Glossário

BP98 - Modelo Solar de Bahcall e Pinsonneault de 1998;

MPS - Modelo Padrão Solar;

MSW - Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein;

N.C. - Níveis de confiança;

PMA - Pontos de melhor ajuste;

PNS - Problema dos neutrinos solares;

QV - Quase-vácuo;

VPE - Violação do princípio de equivalência.

Referências

Introdução

[1] Homestake Collab., K. Lande *et al.*, Astrophys. J. **496**, 505 (1998).

[2] V. Gavrin pela Colaboração SAGE, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.-sno.laurentian.ca/V.Gavrin/index.html.

[3] Gallex Collab., W. Hampel *et al.*, Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).

[4] GNO Collab., M. Altmann *et al.*, Phys. Lett. B **490**, 16 (2000).

[5] Y. Suzuki pela Colaboração Super-Kamiokande, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/Y.Suzuki/index.html.

[6] Kamiokande Collab., H. S. Hirata *et al.* Phys. Lett. B **205**, 416 (1988); *ibid.* **280**, 146 (1992); Y. Fukuda *et al.*, *ibid.* B **335**, 237 (1994); IMB Collab., R. Becker-Szendy *et al.* Phys. Rev. D **46**, 3720 (1992); Soudan 2 Collab., W. W. M. Allison *et al.* Phys. Lett. B **391**, 491 (1997).

[7] Super-Kamiokande Collab., Y. Fukuda *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998); Phys. Rev. Lett. **82**, 2644 (1999).

[8] C. Athanassopoulos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3082 (1996); *ibid.* **81**, 1774 (1998); G. Mills pela Colaboração LSND, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canada, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/G.Mills/index.html.

[9] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone e G. Scioscia, Phys. Rev. D **59**, 033001 (1999); V. Barger, J. G. Learned, S. Pakvasa, T. J. Weiler, Phys. Rev. Lett. **82**, 2640 (1999); E. Lisi, A. Marrone e D. Montanino, Phys. Rev. Lett. **85**, 1166 (2000).

[10] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone e G. Scioscia, Phys. Rev. D **60**, 053006 (1999).

[11] M. Sakuda pela Colaboração K2K, seminário apresentado na XXX Inter-

national Conference on High Energy Physics (ICHEP 2000), Osaka, Japão, de 27 de julho a 2 de agosto, 2000, disponível em http://ichep2000.hep.-sci.osaka-u.ac.jp/scan/0728/pa08/sakuda/index.html.

[12] BooNe Collab., E. Church *et al.*, "*A proposal for an experiment to measure $\nu_\mu \to \nu_e$ oscillations and ν_μ disappearance at the Fermilab Booster: BooNe*", FERMILAB-P-0898 (1997).

[13] A. M. Gago, V. Pleitez e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D **61**, 016004 (2000).

[14] A. M. Gago, E. M. Santos, W. J. C. Teves e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D**63**, 073001 (2001).

[15] A. M. Gago, L. P. Freitas, O. L. G. Peres e R. Zukanovich Funchal, hep-ph/9911470, submetido para publicação.

[16] A. M. Gago, E. M. Santos, W. J. C. Teves e R. Zukanovich Funchal, hep-ph/0010092, a ser publicado no Phys. Rev. D.

[17] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D**63**, 013005 (2001).

[18] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. Lett. **84**, 4035 (2000).

[19] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**, 215 (2000).

[20] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **100**, 68 (2001).

Capítulo 1

[1] Kamiokande Collab., H. S. Hirata *et al.* Phys. Lett. B **205**, 416 (1988); *ibid.* **280**, 146 (1992); Y. Fukuda *et al.*, *ibid.* B **335**, 237 (1994); IMB Collab., R. Becker-Szendy *et al.* Phys. Rev. D **46**, 3720 (1992); Soudan 2 Collab., W. W. M. Allison *et al.* Phys. Lett. B **391**, 491 (1997).

[2] Super-Kamiokande Collab., Y. Fukuda *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998); Phys. Rev. Lett. **82**, 2644 (1999).

[3] Homestake Collab., K. Lande *et al.*, Astrophys. J. **496**, 505 (1998).

[4] Gallex Collab., W. Hampel *et al.*, Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).

[5] V. Gavrin pela Colaboração SAGE, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canada, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.-sno.laurentian.ca/V.Gavrin/index.html.

[6] GNO Collab., M. Altmann *et al.*, Phys. Lett. B **490**, 16 (2000).

[7] Y. Suzuki pela Colaboração Super-Kamiokande, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics

(Neutrino 2000), Sudbury, Canada, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/Y.Suzuki/index.html.

[8] C. Athanassopoulos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3082 (1996); *ibid.* **81**, 1774 (1998); G. Mills pela Colaboração LSND, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canada, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/G.Mills/index.html.

[9] M. C. Gonzalez-Garcia e C. Peña-Garay, hep-ph/0009041; N. Fornengo, M. C. Gonzalez-Garcia e J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **580**, 58 (2000); M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni e C. Peña-Garay e J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **63**, 033005 (2001).

[10] V. Barger, J. G. Learned, S. Pakvasa, T. J. Weiler, Phys. Rev. Lett. **82**, 2640 (1999); E. Lisi, A. Marrone e D. Montanino, Phys. Rev. Lett. **85**, 1166 (2000).

[11] M. M. Guzzo e H. Nunokawa, Astropart. Phys. **12**, 87 (1999); A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. Lett.**84**, 4035 (2000); S. Bergmann, M. M. Guzzo, P. C. de Holanda, P. I. Krastev e H. Nunokawa, Phys. Rev. D **62**, 073001 (2000).

[12] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam, in *Elementary Particle Theory, Proc. of the 8th Nobel Symposium*, Aspenäsgården, 1968, ed. por N. Svartholm (Almqvist e Wiksell, Estocolmo, 1968), p. 367.

[13] T. D. Lee and C.N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956); R. P. Feynman e M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109**, 193 (1958).

[14] M. Gell-Mann, P. Ramond e R. Slansky, em *Supergravity*, Proceedings of the Workshop, Stony Brook, New York, 1979, ed. por P. van Niuwenhuizen e D. Fredman (Amsterdam, North-Holland, 1979), p. 315; T. Yanagida, nos *Proceedings of the Workshop on Unified Theory and the Baryon Number on the Universe*, Tsukuba, Ibaraki, Japão, 1979, ed. por O. Sawada e A. Sugamoto (KEK Report 79-18, Tsukuba, Japão, 1979), p. 95.

[15] E. Fermi, Nuovo Cimento **11**, 1 (1934); Z. Phys. **88**, 161 (1934).

[16] V. M. Lobashev *et al.*, Phys. Lett. B **460**, 227 (1999).

[17] K. Assamagan *el al.*, Phys. Rev. D **53**, 6065 (1996).

[18] R. Barate *et al.*, Eur. Phys. J. C **2**, 395 (1998).

[19] W. H. Furry, Phys. Rev. **56**, 1184 (1939).

[20] L. Baudis *et al.* Phys. Rev. Lett. **83**, 41 (1999).

[21] Z. Maki, M. Nakagawa, e S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).

[22] N. Cabbibo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi e T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).

[23] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP. **6**, 429 (1958).

[24] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP. **26**, 984 (1968).

[25] Review of particle physics, C. Caso *et al.*, Eur. Phys. J. 3, 1 (1998).

[26] F. Reines e C. L. Cowan, Phys. Rev. **90**, 492 (1953).
[27] G. Danby *et al.*, Phys. Rev. Lett. **9**, 36 (1962).
[28] K. Kodama *et al.*, hep-ex/0012035.
[29] S. P. Mikheyev e A. Smirnov, Yad. Fiz. **42**, 1441 (1985) [Sov. J. Nucl. Phys. **42**, 913 (1986)]; Nuovo Cim. C **9**, 17 (1986).
[30] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978); *ibid.* **20**, 2634 (1979).
[31] T. K. Kuo e J. Pantaleone, Rev. Mod. Phys. **61**, 937 (1989).
[32] H. W. Zaglauer e K. H. Schwarzer, Z. Phys. **C 40**, 273 (1988).
[33] L. Landau, Phys. Z. Sowjetunion **2**, 46 (1932).
[34] C. Zener, Proc. R. Soc. London, Ser. A **137**, 696 (1932).
[35] E. C. G. Stueckelberg, Helv. Phys. Acta **5**, 369 (1932).
[36] W. C. Haxton, Phys. Rev. Lett. **57**, 1271 (1986); S. J. Parke, Phys. Rev. Lett. **57**, 1275 (1986).
[37] KTeV Collab., A. Alavi-Harati *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 22 (1999).
[38] C. Jarlskog, Phys. Rev. Lett. **55**, 1039 (1985).
[39] J. N. Bahcall, P. I. Krastev e A. Yu. Smirnov, Phys. Rev. D **58**, 096016 (1998); *ibid.* **60**, 093001 (1999); M. C. Gonzalez-Garcia, P. C. de Holanda, C. Peña-Garay e J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **573**, 3 (2000); G. L. Fogli, E. Lisi, D. Montanino e A. Palazzo, Phys. Rev. D **62**, 013002 (2000).
[40] B. Achkar *et al.*, Nucl. Phys. B **434**, 503 (1995).
[41] L. Borodovsky *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 274 (1992).
[42] The CHORUS Collab., seminário apresentado no XIX International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Stanford University, E.U.A., de 9 a 14 de agosto, 1999, hep-ex/990715.
[43] CHOOZ Collab., M. Apollonio *et al.*, Phys. Lett. B **420**, 397 (1998); *ibid.* **466**, 415 (1999).
[44] A. M. Gago, V. Pleitez e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D **61**, 016004 (2000).
[45] S. Choubey, S. Goswami e K. Kar, hep-ph/0004100.
[46] C. Albright *et al.*, hep-ex/0008064.
[47] K2K Collab., Y. Oyama, hep-ex/0004015.
[48] MINOS Collab., J. Schneps *et al.*, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**, 189 (2000).
[49] S. Geer, Phys. Rev. D **57**, 6989 (1998); **59**, 039903 (E) (1999).
[50] M. Tanimoto, Phys. Lett. B **462**, 115 (1999).
[51] J. Arafune, M. Koike e J. Sato, Phys. Rev. D **56**, 3093 (1997); **60**, 119905 (E) (1999). H. Minakata e H. Nunokawa, Phys. Rev. D **57**, 4403 (1998).

Capítulo 2

[1] J. N. Bahcall e M. H. Pinsonneault, Rev. Mod. Phys. **64**, 885 (1992).

[2] V. Castellani *et al.*, Phys. Lett. B **324**, 425 (1994).
[3] J. N. Bahcall e M. H. Pinsonneault, Rev. Mod. Phys. **67**, 78 (1995).
[4] S. Turck-Chièze e I. Lopes, Astrophys. J **408**, 347 (1993).
[5] J. N. Bahcall, S. Basu, e M. H. Pinsonneault, Phys. Lett. B **433**, 1 (1998).
[6] J. N. Bahcall, *Neutrino Astrophysics*, ed. por Cambridge University Press, 1989.
[7] Homestake Collab., K. Lande *et al.*, Astrophys. J. **496**, 505 (1998).
[8] Gallex Collab., W. Hampel *et al.*, Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).
[9] GNO Collab., M. Altmann *et al.*, Phys. Lett. B **490**, 16 (2000).
[10] V. Gavrin pela Colaboração SAGE, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.-sno.laurentian.ca/V.Gavrin/index.html.
[11] Kamiokande Collab., K. S. Hirata *et al.*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1297 (1990); *ibid.* **65**, 1301 (1991);*ibid.* **65**, 9 (1991); Phys. Rev. D **44**, 2241 (1991); *ibid.* **45** (1992).
[12] Y. Suzuki pela Colaboração Super-Kamiokande, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/Y.Suzuki/index.html.
[13] Y. Koshio, tese de Doutorado, Tokio, Japão (1998). .
[14] H. Ishino, tese de Doutorado, Tokio, Japão (1999).
[15] B. Faid, G. L. Fogli, E. Lisi e D. Montanino, Phys. Rev. D **55**, 1353 (1997).
[16] G. L. Fogli, E. Lisi, D. Montanino e A. Palazzo, Phys. Rev. D **62**, 113004 (2000).
[17] J. N. Bahcall, E. Lisi, D. E. Alburger, L. D. Braeckeler, S. J. Freedman, J. Napolitano, Phys. Rev. C **54**, 411 (1996).
[18] http://www.sns.ias.edu/ jnb/SNdata.
[19] J. N. Bahcall e A. Ulmer, Phys. Rev. D **53**, 4202 (1996).
[20] J. N. Bahcall, M. Kamionkowsky e A. Sirlin, Phys. Rev. D **51**, 6146 (1995).
[21] B. Faïd, G. L. Fogli, E. Lisi e D. Montanino, Astropart. Phys. **10**, 93 (1999).
[22] M. C. Gonzalez-Garcia, P. C. de Holanda, C. Peña-Garay e J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **573**, 3 (2000).
[23] C. Arpesella *et al.*, BOREXINO proposal, Vols. 1 e 2, Ed. por G. Bellin et al. (University of Milano, Milano, 1991); R. S. Raghavan, Science **267**, 45 (1995); veja também http://www.lngs.infn.it/site/exppro/borex/borexino.htm.
[24] KamLAND Collab., J. Busenitz *et. al.*, *Proposal for US Participation in KamLAND* (1999).
[25] J. N. Bahcall, Phys. Rev. D **49**, 3923 (1994).
[26] A. de Gouvea, A. Friedland e H. Murayama, Phys. Rev. D **60**, 093011

(1999).

Capítulo 3

[1] J. N. Bahcall, P. I. Krastev e A. Yu. Smirnov, Phys. Rev. D **58**, 096016 (1998); *ibid.* **60**, 093001 (1999).
[2] M. C. Gonzalez-Garcia, P. C. de Holanda, C. Peña-Garay e J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **573**, 3 (2000).
[3] G. L. Fogli, E. Lisi, D. Montanino e A. Palazzo, Phys. Rev. D **62**, 013002 (2000).
[4] V. Berezinsky, G. Fiorentini, e M. Lissia, Astropart. Phys. **12**, 299 (2000).
[5] V. Barger e K. Whisnant, Phys. Rev. D **59**, 093007 (1999).
[6] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. Lett.**84**, 4035 (2000); Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**, 215 (2000).
[7] S. Bergmann, M. M. Guzzo, P. C. de Holanda, P. I. Krastev e H. Nunokawa, Phys. Rev. D **62**, 073001 (2000).
[8] M. M. Guzzo e H. Nunokawa, Astropart. Phys. **12**, 87 (1999).
[9] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978); S. P. Mikheyev e A. Yu. Smirnov, Yad. Fiz. **42**, 1441 (1985) (Sov. J. Nucl. Phys. **42**, 1441 (1985)); Nuovo Cim. **9C**, 17 (1986).
[10] Z. G. Berezhiani e A. Rossi, Phys. Lett. B **367**, 219 (1996).
[11] S. Toshev, Phys. Lett. B **196**, 170 (1987).
[12] T. Kaneko, Prog. Theor. Phys. **78**, 532 (1987), M. Ito, T. Kaneko e M. Nakagawa, *ibid.* **79**, 13 (1988).
[13] S. T. Petcov, Phys. Lett. B **200**, 373 (1988); *ibid.* **214**, 139 (1988); *ibid.* **406**, 355 (1997).
[14] S. T. Petcov e J. Rich, Phys. Lett. B **224**, 426 (1989).
[15] J. Pantaleone, Phys. Lett. B **251**, 618 (1990).
[16] Homestake Collab., K. Lande *et al.*, Astrophys. J. **496**, 505 (1998).
[17] V. Gavrin pela Colaboração SAGE, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.-sno.laurentian.ca/V.Gavrin/index.html.
[18] Gallex Collab., W. Hampel *et al.*, Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).
[19] GNO Collab., M. Altmann *et al.*, Phys. Lett. B **490**, 16 (2000).
[20] Y. Suzuki pela Colaboração Super-Kamiokande, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/Y.Suzuki/index.html.
[21] Z. Maki, M. Nakagawa, e S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).

[22] N. Cabbibo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi e T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).

[23] Veja por exemplo: M. C. Gonzalez-Garcia *et al.*, Phys. Rev. D **58**, 033004 (1998); M. C. Gonzalez-Garcia, H. Nunokawa, O. L. G. Peres e J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **543**, 3 (1999); N. Fornengo, M. C. Gonzalez-Garcia e J. W. F. Valle, *ibid.* **580**, 58 (2000).

[24] G. L. Fogli, E. Lisi, e D. Montanino, Phys. Rev. D **49**, 3626 (1994); Astropart. Phys. **4**, 177 (1995).

[25] T. K. Kuo e J. Pantaleone, Phys. Rev. Lett. **57**, 1805 (1986); Phys. Rev. D **35**, 3432 (1987); Rev. Mod. Phys. **61**, 937 (1989).

[26] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D**63**, 013005 (2001).

[27] J. N. Bahcall e A. Ulmer, Phys. Rev. D **53**, 4202 (1996).

[28] A. Friedland, Phys. Rev. Lett. **85**, 936 (2000).

[29] Z. G. Berezhiani e A. Rossi, Phys. Lett. B **367**, 219 (1996).

[30] J. N. Bahcall, S. Basu, e M. H. Pinsonneault, Phys. Lett. B **433**, 1 (1998).

[31] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone e G. Scioscia, Phys. Rev. D **59**, 033001 (1999); veja também G. L. Fogli *et al.*, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**, 239 (2000).

[32] O. Yasuda, *New Era in Neutrino Physics*, ed. por H. Minakata e O. Yasuda, Universal Academic Press, Tokyo, 1999, p.165; Phys. Rev. D **58**, 091301 (1998); Acta. Phys. Polon. B **30** 3089 (1999).

[33] C. Arpesella *et al.*, BOREXINO proposal, Vols. 1 e 2, Ed. por G. Bellin et al. (University of Milano, Milano, 1991); R. S. Raghavan, Science **267**, 45 (1995); veja também http://www.lngs.infn.it/site/exppro/borex/borexino.htm.

[34] KamLAND Collab., J. Busenitz *et. al.*, *Proposal for US Participation in KamLAND* (1999).

Capítulo 4

[1] R. V. Eötvös, Math. Nat. Ber. Ungarn. **8**, 65 (1890); R. V. Eötvös, V. Pekar, e E. Fekete, Ann. Phys. (NY) **68**, 11 (1922).

[2] V. Braginsky e V. I. Panov, Sov. Phys. JETP **34**, 463 (1972); B. R. Heckel *et. al.*, Phys. Rev. Lett. **63**, 2705 (1989).

[3] M. J. Longo, Phys. Rev. Lett. **60**, 173 (1988); L. M. Krauss e S. Tremaine, Phys. Rev. Lett. **60**, 176 (1988).

[4] J. M. LoSecco, Phys. Rev. D **38**, 3313 (1988); S. Pakvasa, W. A. Simmons, e T. J. Weiler, *ibid.* **39**, 1761 (1989).

[5] Veja por exemplo, C. M. Will *Theory and Experiment in Gravitational Physics* ed. por Cambridge University Press, 1993.

[6] M. Gasperini, Phys. Rev. D **38**, 2635 (1988); *ibid.* **39**, 3606 (1989).
[7] A. Halprin e C. N. Leung, Phys. Rev. Lett. **67**, 1833 (1991).
[8] Homestake Collab., K. Lande *et al.*, Astrophys. J. **496**, 505 (1998).
[9] V. Gavrin pela Colaboração SAGE, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.-sno.laurentian.ca/V.Gavrin/index.html.
[10] Gallex Collab., W. Hampel *et al.*, Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).
[11] GNO Collab., M. Altmann *et al.*, Phys. Lett. B **490**, 16 (2000).
[12] Y. Suzuki pela Colaboração Super-Kamiokande, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/Y.Suzuki/index.html.
[13] Kamiokande Collab., H. S. Hirata *et al.* Phys. Lett. B **205**, 416 (1988); *ibid.* **280**, 146 (1992); Y. Fukuda *et al.*, *ibid.* B **335**, 237 (1994); IMB Collab., R. Becker-Szendy *et al.* Phys. Rev. D **46**, 3720 (1992); Soudan 2 Collab., W. W. M. Allison *et al.* Phys. Lett. B **391**, 491 (1997).
[14] Super-Kamiokande Collab., Y. Fukuda *et al.* Phys. Lett. B **433**, 9 (1998); Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998);Phys. Lett. B **436**, 33 (1989).
[15] C. Athanassopoulos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3082 (1996); *ibid.* **81**, 1774 (1998); G. Mills pela Colaboração LSND, seminário apresentado na XIX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000), Sudbury, Canadá, de 16 a 21 de junho, 2000, disponível em http://nu2000.sno.laurentian.ca/G.Mills/index.html.
[16] A. Romosan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2912 (1997); D. Naples *et al.*, Phys. Rev. D **59**, 031101 (1999).
[17] V. V. Ammosov *et al.*, Z. Phys. C **40**, 487 (1988).
[18] R. B. Mann e U. Sarkar , Phys. Rev. Lett.**76**, 865 (1996).
[19] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone e G. Scioscia, Phys. Rev. D **60**, 053006 (1999).
[20] J. Pantaleone, T. K. Kuo, e S. W. Mansour, Phys. Rev. D **61**, 033011 (2000).
[21] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. Lett. **84**, 4035 (2000).
[22] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**, 215 (2000).
[23] A. M. Gago, H. Nunokawa e R. Zukanovich Funchal, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **100**, 68 (2001).
[24] H. Casini, J. C. D'Olivo e R. Montemayor, Phys. Rev. D **61**, 105004 (2000).
[25] I. R. Kenyon, Phys. Lett. B **237**, 274 (1990).
[26] A. Halprin, C. N. Leung, e J. Pantaleone, Phys. Rev. D **53**, 5365 (1996).
[27] S. Coleman e S. L. Glashow, Phys. Lett. B **405**, 249 (1997).

[28] S. L. Glashow, A. Halprin, P. I. Krastev, C. N. Leung e J. Pantaleone, Phys. Rev. D **56**, 2433 (1997).
[29] J. N. Bahcall, S. Basu e M. H. Pinsonneault, Phys. Lett. B **433**, 1 (1998).
[30] K2K Collab., Y. Oyama, hep-ex/980314.
[31] K2K Collab., Y. Oyama, hep-ex/0004015.
[32] MINOS Collab., P. Adamson *et. al.*, relatório interno Fermilab No.NuMI-L-337 (1998).
[33] MINOS Collab., J. Schneps *et. al.*, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**, 189 (2000).
[34] A. Para, hep-ph/0005012.
[35] KamLAND Collab., J. Busenitz *et. al.*, *Proposal for US Participation in KamLAND* (1999).
[36] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978); S. P. Mikheyev e A. Yu. Smirnov, Yad. Fiz. **42**, 1441 (1985) (Sov. J. Nucl. Phys. **42**, 1441 (1985)); Nuovo Cim. **9C**, 17 (1986).
[37] S. Geer, Phys. Rev. D **57** , 6989 (1998); V. Barger, S. Geer, e K. Whisnant, *ibid.* **61** 053004 (2000).

Conclusões e perspectivas

[1] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone e G. Scioscia, Phys. Rev. D **59**, 033001 (1999); veja também G. L. Fogli *et al.*, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**, 239 (2000).
[2] M. C. Gonzalez-Garcia, hep-ph/0010136.
[3] M. M. Guzzo, disponível em http://www.ba.infn.it/now2000/views/slides/Guzzo.
[4] A. M. Gago, M. M. Guzzo, P. C. de Holanda, H. Nunokawa, V. Pleitez, R. Zukanovich Funchal, em preparação.
[5] A. B. McDonald, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **77**, 43 (1999); G. T. Ewan, W. F. Davidson, e C. K. Hargrove, Phys. Canada **48**, 112 (1992); SNO Collab, J. Boger *et. al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **449**, 172 (2000).
[6] J. N. Bahcall, P. I. Krastev e A. Yu. Smirnov, Phys. Rev. D **62**, 093004 (2000).
[7] J. N. Bahcall, P. I. Krastev e A. Yu. Smirnov, Phys. Rev. D **63**, 053012 (2001).
[8] C. Arpesella *et al.*, BOREXINO proposal, Vols. 1 e 2, Ed. por G. Bellin et al. (University of Milano, Milano, 1991); R. S. Raghavan, Science **267**, 45 (1995); veja também http://www.lngs.infn.it/site/exppro/borex/borexino.htm.

[9] KamLAND Collab., J. Busenitz *et. al.*, *Proposal for US Participation in KamLAND* (1999).

[10] MINOS Collab., P. Adamson *et. al.*, relatório interno Fermilab No.NuMI-L-337 (1998).