UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

QUEBRA DE SIMETRIA CHIRAL E CÁLCULO DE C_K/C_π

MANOEL ROBERTO ROBILOTTA

tese apresentada para
obtenção do grau de
mestre em ciências

orientador : Dr. ISIDORO KIMEL

- 1973 -

Agradeço

ao professor Isidoro Kimel pela orientação séria e dedicada;

aos professores Jaime Tiomno, Jorge André Swieca, Roland Koberle, Eduardo Galli, Henrique Fleming e Ching Hung Woo pela orientação durante o período março de 1969 a março de 1972;

ao Sr. Perclides pelos serviços de xerox;

à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro

R E S U M O

Considerando-se a não-invariança do vácuo por SU(3) e supondo-se a mistura η-η' decorrente deste fato, calcula-se o quociente C_K/C_π usando-se simetria chiral. Mostra-se que, se a densidade da hamiltoniana que quebra a simetria chiral se transforma segundo as representações $(3,\overline{3})\oplus(\overline{3},3)$ ou $(8,8)$, aparecem inconsistências, que podem ser contornadas com o uso da representação $(3,\overline{3})\oplus(\overline{3},3)\oplus(8,8)$.

A B S T R A C T

Taking into account the non invariance of the vacuum by SU(3) and assuming the η-η' mixing arising from it, the C_K/C_π ratio is evaluated using chiral symmetry. It is shown that if the symmetry breaking hamiltonian density transforms according to either one of the $(3,\overline{3})\oplus(\overline{3},3)$ or $(8,8)$ representations, inconsistences will appear. This can be avoided using the $(3,\overline{3})\oplus(\overline{3},3)\oplus(8,8)$ representation.

SUMÁRIO

I - INTRODUÇÃO

Desde que foram descobertas na natureza as primeiras partículas, houve tentativas de classificá-las em famílias. Entre os muitos modos possíveis de se efetuar esta classificação destaca-se o baseado na simetria unitária, cujas origens são encontradas na física nuclear.

No estudo do núcleo atômico notou-se que as interações entre prótons e nêutrons em seu interior eram praticamente independentes das propriedades eletromagnéticas dessas partículas. Isso deu impulso à idéia de se considerarem as interações fortes como independentes da carga elétrica e, do ponto de vista de interações fortes, os prótons e os nêutrons passaram a ser considerados como manifestações diferentes de um mesmo ente, o núcleon. Então, desprezadas as interações eletromagnéticas, a lagrangeana que descreve os núcleos atômicos deve permanecer inalterada quando se trocam os campos de um próton (p) ou de um nêutron (n) por uma combinação do tipo $p\cos\alpha + n\operatorname{sen}\alpha$, sendo α um ângulo qualquer. Matematicamente,essa propriedade é expressa pela invariança da lagrangeana de interações fortes por rotações em um espaço fictício de duas dimensões, chamado espaço de spin isotópico. Essas rotações pertencem ao grupo SU(2).

Posteriormente muitas outras partículas , além do próton e do nêutron, foram classificadas em multi - pletos de spin isotópico, sendo o conceito de invariança - das interações fortes por transformações do grupo SU(2) extendido para todas as manifestações dessas interações.

Era essa a situação até o começo da década de 60, quando foi formulada a teoria de simetria unitá - ria, que propunha reunir em super-multipletos partículas de mesmo spin e paridade, pertencentes a diferentes multipletos isotópicos. A sua formulação matemática era baseada na idéia de invariança aproximada das interações fortes por transformações do grupo SU(3). No entanto, se, no caso de simetria de isospin, as diferenças entre as massas de um multipleto são da ordem de 1% dessas massas e podem ser atribuídas a interações eletromagnéticas, o caso de simetria unitária é totalmente outro. Neste as diferenças relativas das massas dentro de um multipleto chegam a ser da ordem de 30% dessas massas e não se tem idéia de quais sejam as causas da quebra de simetria. Contudo, foi proposta uma hamiltoniana efetiva de quebra de simetria, baseada na suposição de que a parte da hamiltoniana das interações fortes que quebra SU(3) se transforma como a oitava componente de um octeto de SU(3). Os maiores êxitos dessa hipótese foram a obtenção das fórmulas de massa de Gell-Mann e Okubo e a previsão teórica da partícula Ω^-.

As transformações do grupo SU(3) têm oito geradores, seis dos quais podem ser identificados com as cargas correspondentes às correntes hadrônicas vetoriais que participam de interações fracas e eletromagnéticas. No entanto, apesar das correntes hadrônicas axiais participarem também das interações fracas, suas cargas não têm papel no esquema SU(3). Para englobar numa simetria também as cargas axiais foi proposto um grupo maior de transformações, o grupo SU(3) $\otimes$ SU(3), cujos geradores seriam compostos por combinações de cargas vetoriais e axiais [1]. Embora houvesse sido postulado que a álgebra das correntes hadrônicas fosse exatamente a dos geradores do grupo SU(3) $\otimes$ SU(3), sabia-se que as interações fortes não eram invariantes por transformações desse grupo; por isso, como no caso de SU(3), foi proposta uma hamiltoniana efetiva de quebra de simetria, com a forma $H'=H_0+cH_8$, onde H_0 é um escalar de SU(3), H_8 a oitava componente de um octeto e c um parâmetro suposto pequeno ($|c|\approx 0,1$).

Em 1968 Gell-Mann, Oakes e Renner (GMOR) publicaram um trabalho onde foram reunidos os conceitos de simetria chiral quebrada e dominância das divergências das correntes axiais por mésons pseudo-escalares (PCAC) [2]; supondo a densidade da hamiltoniana que quebra a simetria pertencente à representação $(3,\overline{3}) \otimes (\overline{3},3)$ de SU(3) $\otimes$ SU(3), puderam estimar o valor do parâmetro c. Foi encontrado o valor $c\simeq -1,25$, grande em relação ao originalmente proposto, $|c|\approx 0,1$, e próximo de $-\sqrt{2}$, para o qual a simetria SU(2) $\otimes$ SU(2) é exata. Nesse trabalho não foi considerada a mistura η-η' e, dentro dos 25% de precisão das estimativas, obteve-se um vácuo invariante por SU(3) e as constantes de decaimento dos pseudo-escalares encontradas eram todas iguais.

Na presente tese é usado esse trabalho de GMOR como base para o cálculo de C_K/C_π ,sendo C_K e C_π definidos por†

$$<0|\ A^\mu_\pi(\vec{y},t)|\pi(p)> \equiv ip^\mu C_\pi e^{i(\vec{p}.\vec{y}-p_0t)} \qquad (1)$$

$$<0|\ A^\mu_K(\vec{y},t)|K(p)> \equiv ip^\mu C_K e^{i(\vec{p}.\vec{y}-p_0t)}. \qquad (2)$$

Essas grandezas podem ser medidas nos decaimentos $\pi \to \mu+\nu$ e $K \to \mu+\nu$.

Este trabalho baseia-se ainda nas seguintes hipóteses e considerações :

1) A álgebra de correntes de Gell-Mann é suposta correta.

2) A densidade de hamiltoniana efetiva de quebra de $SU(3) \otimes SU(3)$ é do tipo

$$\mathcal{H}' = \mathcal{H}_0 + c\,\mathcal{H}_8 \qquad (3)$$

onde $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_8$ se transformam,respectivamente, como singleto e oitava componente de octeto de SU(3).Um problema fundamental é saber a que representação de $SU(3) \otimes SU(3)$ pertencem $\mathcal{H}_0$ e $\mathcal{H}_8$,uma vez que as divergências das correntes hadrônicas axiais dependem dessa representação . Isso pode ser constatado através de††

$$\frac{dQ^5_j(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\int A^0_j(\vec{x},t)\,d\vec{x} = \int \frac{d}{dt} A^0_j(\vec{x},t)\,d\vec{x}$$

$$= \int \partial_\mu A^\mu_j(\vec{x},t)\,d\vec{x} \qquad (4)$$

$$\frac{dQ_j(t)}{dt} = i\Big[H(t),Q^5_j(t)\Big] = i\Big[H'(t),Q^5_j(t)\Big]$$

$$= \int i\Big[\mathcal{H}'(\vec{x},t),Q^5_j(t)\Big]\,d\vec{x} \qquad (5)$$

---

† Os índices unitários 1, 2 e 3 são representados por π; 4, 5, 6 e 7, por K.

†† Os índices i, j, l variam de 1 a 8.

pois a parte de H invariante por SU(3) $\otimes$ SU(3) comuta com Q_j^5 . Comparando (4) e (5) pode-se escrever para as divergências das correntes axiais [3]

$$\partial_\mu A_j^\mu(\vec{x},t) = i\left[\mathcal{H}'(\vec{x},t),Q_j^5(t)\right] \qquad (6)$$

sendo este comutador dependente da representação. Atualmente não se sabe segundo qual representação $\mathcal{H}'$ se transforma e, por isso, neste trabalho são testadas as duas possibilidades mais populares, ou seja, as representações $(3,\overline{3}) \oplus (\overline{3},3)$ e (8,8) .

3) Sabe-se que os estados físicos das partículas η e η' são misturas de singleto e octeto de SU(3). Na teoria usual de mistura η-η' , onde se supõe o vácuo um escalar de SU(3), este fato é considerado quando se faz a hipótese de serem misturas de octeto e singleto os campos que criam os estados de uma partícula η ou η' a partir do vácuo. Contudo, quando se considera a alternativa de o vácuo não ser invariante por SU(3), surge a possibilidade de que um campo pertencente a um multipleto puro de SU(3) crie um estado misturado a partir desse vácuo. Dessa maneira, em princípio, estados de η e η' , que são misturados, podem ser criados pela ação sobre o vácuo de campos oitava componente de octeto e singleto, respectivamente. Ou, em outras palavras, a não-invariança do vácuo por SU(3) pode gerar a mistura η-η' . Nesta tese tal possibilidade é usada como hipótese de trabalho e a boa concordância dos resultados teóricos e experimentais é usada como justificativa "a posteriori" da mesma.

4) A constante C_8 e o ângulo Θ da mistura η-η' na teoria usual são definidos por

$$\langle 0|\, A_8^\mu(\vec{y},t)\, |\eta(p)\rangle \equiv ip^\mu C_8\cos\Theta\; e^{i(\vec{p}.\vec{y}-p_0t)} \qquad (7)$$

$$\langle 0|\, A_8^\mu(\vec{y},t)\, |\eta'(p)\rangle \equiv ip^\mu C_8\operatorname{sen}\Theta\; e^{i(\vec{p}.\vec{y}-p_0t)} \qquad (8)$$

As definições (1), (2), (7) e (8) podem ser unificadas por

$$\langle 0|\, A_j^\mu(\vec{y},t)\, |\alpha(p)\rangle \equiv iG_{j\alpha}C_j p^\mu\; e^{i(\vec{p}.\vec{y}-p_0t)} \qquad (9)$$

onde $|\alpha(p)>$ representa o estado de um méson cujo campo tem índice unitário α ($\alpha=0,1,\ldots,8$).Deve-se lembrar que os campos de índices $\alpha=8$ e $\alpha=0$ correspondem a η e η',respectivamente, conforme foi visto no parágrafo anterior. O coeficiente $G_{j\alpha}$ é definido por

$$\begin{aligned} G_{j\alpha} &= \delta_{j\alpha} \ , \quad j = 1,\ldots,7 \\ G_{88} &= \cos\Theta \\ G_{80} &= \operatorname{sen}\Theta \end{aligned} \tag{10}$$

5) Vale a relação

$$<0\left|\left[Q_j^5(t),\phi_\alpha(\vec{x},t)\right]\right|0> = i(2\pi)^{3/2}G_{j\alpha}C_j \tag{11}$$

onde ϕ_α é o campo da partícula de índice unitário α. Esta relação pode ser provada quando se supõe dominância dos estados intermediários de uma partícula, conforme está mostrado abaixo :

$$\begin{aligned} &<0\left|\left[Q_j^5(t),\phi_\alpha(\vec{x},t)\right]\right|0> \\ &= \sum_n\Big\{<0|Q_j^5(t)|n> <n|\phi_\alpha(\vec{x},t)|0> \\ &\quad -<0|\phi_\alpha(\vec{x},t)|n> <n|Q_j^5(t)|0>\Big\} \end{aligned} \tag{12}$$

sendo $|n>$ um conjunto completo de estados intermediários. Supondo que somente os estados de uma partícula contribuam :

$$\begin{aligned} &<0\left|\left[Q_j^5(t),\phi_\alpha(\vec{x},t)\right]\right|0> \\ &= \int d\vec{y}\int\frac{d\vec{p}}{2p_0}\ \{<0|A_j^0(\vec{y},t)|\alpha(p)><\alpha(p)|\phi_\alpha(\vec{x},t)|0> \\ &\quad -<0|\phi_\alpha(\vec{x},t)|\alpha(p)><\alpha(p)|A_j^0(\vec{y},t)|0>\} \end{aligned} \tag{13}$$

Usando-se a normalização

$$<0|\phi_\alpha(\vec{x},t)|\alpha(p)> = (2\pi)^{-3/2}\ e^{i(\vec{p}.\vec{x}-p_0t)} \quad , \tag{14}$$

a definição de C_j ,a eq. (9) e integrando, obtém-se a eq. (11) .

6) Não são consideradas cargas e correntes axiais de índice

unitário zero (singletos), uma vez que, atualmente, se conhece pouco a respeito destas corrente e cargas.

O esquema geral deste trabalho é o seguinte :

Seção II : Calculam-se as relações de comutação características da representação $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3)$, a partir das quais são efetuados os cálculos de C_K/C_π , $tg\Theta$ e $m^2_{\eta'}$. O valor de C_k/C_π é obtido em boa concordância com a experiência, enquanto que os valores teóricos de $tg\Theta$ e $m^2_{\eta'}$ não são simultaneamente ajustáveis aos valores experimentais.

Seção III: Repetem-se os cálculos acima usando a representação $(8,8)$ e se obtém o mesmo valor de C_K/C_π. Não existe nessa representação qualquer informação sobre $tg\Theta$ e $m^2_{\eta'}$.

Seção IV : Mostra-se que no uso da representação $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3) \oplus (8,8)$ se tem bastante flexibilidade para se evitar inconsistências. Também nesta representação se calcula C_K/C_π , obtendo-se o mesmo resultado das seções II e III.

Seção V : São apresentadas conclusões e comentários.

Apêndice A : É feito um apanhado geral da teoria usual da mistura η-η'.

Apêndice B : Convenções e notação usadas nesta tese.

II - CÁLCULO DE C_K/C_π, $tg\theta$ E $m^2_{\eta'}$ - REPRESENTAÇÃO $(3,\bar{3})\oplus(\bar{3},3)$

Conforme foi ressaltado na introdução, as relações de comutação características de uma representação - determinam as divergências das correntes axiais. O cálculo - das relações de comutação da representação $(3,\bar{3})\oplus(\bar{3},3)$ a ser apresentado tem como base o modelo de quarks, por razões didáticas apenas.

Um campo de quark q_a obedece, por ser uma representação tridimensional de SU(3), a relação de comuta - ção

$$\left[Q_\alpha, q_a\right] = \left(\frac{\lambda_\alpha}{2}\right)_{ab} q_b \,, \qquad a,b = 1,2,3 \qquad (15)$$

λ_α são as matrizes 3×3 de Gell-Mann.

A partir das cargas vetoriais (Q_α) e axiais (Q^5_α) podem ser construídos geradores de dois grupos SU(3) independentes, através das combinações

$$Q^L_\alpha = \frac{1}{2}\,(Q_\alpha + Q^5_\alpha)$$

$$Q^R_\alpha = \frac{1}{2}\,(Q_\alpha - Q^5_\alpha) \qquad (16)$$

Representam-se por L_a e R_a os campos pertencentes às representações tridimensionais dos grupos gerados por Q^L_α e Q^R_α, respectivamente. L_a e R_a estão relacionados aos quarks q_a através de

$$L_a = \frac{1}{2}\,(1+\gamma_5)\; q_a$$

$$R_a = \frac{1}{2}\,(1-\gamma_5)\; q_a \qquad (17)$$

Para L_a e R_a valem as relações de comutação

$$\left[Q^L_\alpha, L_a\right] = -\left(\frac{\lambda_\alpha}{2}\right)_{ab} L_b$$

$$\left[Q^R_\alpha, L_a\right] = 0$$

$$\left[Q^L_\alpha, R_a\right] = 0 \qquad (18)$$

$$\left[Q^R_\alpha, R_a\right] = -\left(\frac{\lambda_\alpha}{2}\right)_{ab} R_b$$

Com os campos L_a e R_a podem ser formadas as densidades hermitianas

$$u_\beta = \left\{ \bar{L}_a\left(\frac{\lambda_\beta}{2}\right)_{ab} R_a + \bar{R}_a\left(\frac{\lambda_\beta}{2}\right)_{ab} L_b \right\}$$

$$v_\beta = -i\left\{\bar{L}_a\left(\frac{\lambda_\beta}{2}\right)_{ab} R_b - \bar{R}_a\left(\frac{\lambda_\beta}{2}\right)_{ab} L_b\right\} \quad , \qquad (19)$$

que podem ser reescritas em :

$$u_\beta = \bar{q}_a \left(\frac{\lambda_\beta}{2}\right)_{ab} q_b \qquad (20)$$

$$v_\beta = -i\bar{q}_a \gamma_5 \left(\frac{\lambda_\beta}{2}\right)_{ab} q_b \ , \qquad (21)$$

onde $\beta = 0,1,\ldots,8$. .

Destas expressões pode-se constatar que u_β é escalar e v_β, **pseudo-escalar.**

Usando as equações (18), as definições dadas por (16) e

$$\left[\frac{\lambda_\alpha}{2} \ , \ \frac{\lambda_\beta}{2}\right] = i \ f_{\alpha\beta\gamma} \frac{\lambda_\gamma}{2} \qquad (22)$$

$$\left[\frac{\lambda_\alpha}{2} \ , \ \frac{\lambda_\alpha}{2}\right] = d_{\alpha\beta\gamma} \frac{\lambda_\gamma}{2} \qquad (23)$$

pode-se calcular as relações de comutação

$$\left[Q_\alpha, u_\beta\right] = i \ f_{\alpha\beta\gamma} \ u_\gamma \qquad (24)$$

$$\left[Q_\alpha, v_\beta\right] = i \ f_{\alpha\beta\gamma} \ v_\gamma \qquad (25)$$

$$\left[Q^5_\alpha, u_\beta\right] = -i \ d_{\alpha\beta\gamma} \ v_\gamma \qquad (26)$$

$$\left[Q^5_\alpha, v_\beta\right] = i \ d_{\alpha\beta\gamma} \ u_\gamma \qquad (27)$$

A densidade da hamiltoniana de quebra - $SU(3) \otimes SU(3)$ na representação $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3)$ é dada por :

$$\mathcal{H}' = -\varepsilon(u_0 + cu_8) \qquad (28)$$

onde u_0 e u_8 são as densidades definidas por (20), c e ε são adimensionais.

Para o cálculo de $\partial_\mu A^\mu_j$ usam-se (26) e (28) em (6)

$$\partial_\mu A^\mu_j = i\left[\mathcal{H}', Q^5_j\right] = -i\varepsilon\left[u_0 + cu_8, Q^5_j\right]$$
$$= \varepsilon(\sqrt{2/3} + cd_{8jj})v_j + \varepsilon\sqrt{2/3}\ c\delta_{8j} v_0 \qquad (29)$$

onde v_0 e v_j são definidos por (21).

Devido ao fato de (28) representar uma densidade de energia e u e v estarem relacionados por (26) e (27), pode-se concluir que essas densidades têm dimensão de massa ao cubo. Define-se então as constantes B e B_0 com dimensão $|M|^3$ tais que :

$$v_0 = B_0 \phi_0$$

$$v_j = B\ \phi_j \quad , \qquad (30)$$

sendo ϕ_0 o campo do η' e ϕ_j os campos do octeto de mésons - pseudo-escalares. Para estados na camada de massa, pode - se escrever com essas definições:

$$B_0 (2\pi)^{-3/2} \equiv <0|v_0|\eta'> \qquad (31)$$

$$B\ (2\pi)^{-3/2} \equiv <0|v_\pi|\pi> = <0|v_K|K> = <0|v_8|\eta> \qquad (32)$$

Tomando-se o valor esperado de $\partial_\mu A^\mu_j$ entre o vácuo e os estados de uma partícula, pode-se escrever, com o auxílio de (9), (31) e (32) :

$$<0|\partial_\mu A^\mu_\pi|\pi> \equiv m^2_\pi C_\pi = (\sqrt{2/3} + c/\sqrt{3})\varepsilon B(2\pi)^{-3/2} \qquad (33)$$

$$<0|\partial_\mu A^\mu_K|K> \equiv m^2_K C_K = (\sqrt{2/3} - c/2\sqrt{3})\varepsilon B(2\pi)^{-3/2} \qquad (34)$$

$$<0|\partial_\mu A^\mu_8|\eta> \equiv m^2_\eta C_8 \cos\Theta = (\sqrt{2/3} - c/\sqrt{3})\varepsilon B(2\pi)^{-3/2} \qquad (35)$$

$$<0|\partial_\mu A^\mu_8|\eta> \equiv m^2_{\eta'} C_8\, \mathrm{sen}\Theta = \sqrt{2/3}c\varepsilon B_0 (2\pi)^{-3/2} \qquad (36)$$

As equações (11), (27) e (30) permitem escrever :

$$G_{j1}C_j = d_{j1\beta}<0|u_\beta|0>B^{-1}(2\pi)^{-3/2}$$

$$G_{j0}C_j = d_{j0\beta}<0|u_\beta|0>B_0^{-1}(2\pi)^{-3/2} \qquad (37)$$

Com as definições :

$$\lambda_0 \equiv \langle 0|u_0|0\rangle$$

$$\lambda_8 \equiv \langle 0|u_8|0\rangle \qquad (38)$$

$$\lambda = \lambda_8/\lambda_0 \quad ,$$

obtem-se formas explícitas para os C_j :

$$C_\pi = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{\lambda}{\sqrt{3}}\right) \frac{\lambda_0}{(2\pi)^{3/2} B} \qquad (39)$$

$$C_K = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{\lambda}{2\sqrt{3}}\right) \frac{\lambda_0}{(2\pi)^{3/2} B} \qquad (40)$$

$$C_8 \cos\Theta = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{\lambda}{\sqrt{3}}\right) \frac{\lambda_0}{(2\pi)^{3/2} B} \qquad (41)$$

$$C_8 \operatorname{sen}\Theta = \sqrt{\frac{2}{3}}\, \lambda \frac{\lambda_0}{(2\pi)^{3/2} B_0} \qquad (42)$$

Da combinação de (33), (34), (35) e (36) com (39), (40), (41) e (42) determinam-se as massas dos pseudo-escalares :

$$m_\pi^2 = \frac{(\sqrt{2} + c)}{(\sqrt{2} + \lambda)} \frac{\varepsilon B^2}{\lambda_0} \qquad (43)$$

$$m_K^2 = \frac{(\sqrt{2} - \frac{c}{2})}{(\sqrt{2} - \frac{\lambda}{2})} \frac{\varepsilon B^2}{\lambda_0} \qquad (44)$$

$$m_\eta^2 = \frac{(\sqrt{2} - c)}{(\sqrt{2} - \lambda)} \frac{\varepsilon B^2}{\lambda_0} \qquad (45)$$

$$m^2_{\eta'} = \frac{c}{\lambda}\frac{B_0^2}{B^2}\frac{\varepsilon B^2}{\lambda_0} \tag{46}$$

As equações (43), (44) e (45) possuem tres parâmetros, $c, \lambda, \varepsilon B^2/\lambda_0$, que podem ser determinados em função das massas:

$$c = -\sqrt{2}\,\frac{m_K^2 m_\eta^2 + 3m_K^2 m_\pi^2 - 4m_\eta^2 m_\pi^2}{m_K^2 m_\eta^2 - 3m_K^2 m_\pi^2 + 2m_\eta^2 m_\pi^2} \tag{47}$$

$$\lambda = \sqrt{2}\,\frac{3m_\eta^2 - 4m_K^2 + m_\pi^2}{3m_\eta^2 - 2m_K^2 - m_\pi^2} \tag{48}$$

$$\frac{\varepsilon B^2}{\lambda_0} = \frac{m_K^2 m_\eta^2 - 3m_K^2 m_\pi^2 + 2m_\eta^2 m_\pi^2}{3m_\eta^2 - 2m_K^2 - m_\pi^2} \tag{49}$$

O quociente C_K/C_π é calculado através de (39), (40) e (48) :

$$\frac{C_K}{C_\pi} = \frac{\sqrt{2} - \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{2} + \lambda} = \frac{(m_\eta^2 - m_\pi^2)}{4(m_\eta^2 - m_K^2)} \tag{50}$$

Com as massas experimentais dos pseudo-escalares [4] obtém-se $C_K/C_\pi = 1{,}25$ a partir de (50), em boa concordância com o valor experimental [5] $C_K/C_\pi = 1{,}27 \pm 0{,}03$.

A tangente do ângulo da mistura η-η' é calculada a partir de (41), (42) e (48):

$$tg\Theta = \frac{\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{2}-\lambda}\frac{B}{B_0} = \frac{3m_\eta^2 - 4m_K^2 + m_\pi^2}{\sqrt{2}(m_K^2 - m_\pi^2)}\frac{B}{B_0} \tag{51}$$

O valor numérico desta expressão é $tg\Theta = -0,177 B/B_0$, sendo que o valor obtido a partir da teoria usual da mistura η-η' é $|tg\Theta| = 0,178$ (vide eq. A.11). Isto sugere que $|B_0/B| = 1$.

A massa do η' pode ser expressa em função das demais massas quando se substituem (47), (48) e (49) em (46) :

$$m_{\eta'}^2 = \frac{m_\eta^2 m_K^2 - 4m_\eta^2 m_\pi^2 + 3m_K^2 m_\pi^2}{4m_K^2 - 3m_\eta^2 - m_\pi^2} \; \frac{B_0^2}{B^2} \tag{52}$$

O uso das massas dos pseudo-escalares em (52) leva a $m_{\eta'} \simeq 61(B_0^2/B^2)m_\pi^2$, que com o valor $|B_0/B| = 1$ obtido a partir de $tg\Theta$, fica $m_{\eta'}^2 \simeq 61 m_\pi^2$, discordando em 25% do valor experimental que é $m_{\eta'}^2 \simeq 49 m_\pi^2$. Assim, tem-se uma inconsistência quando se usa a representação $(3,\overline{3}) \oplus (\overline{3},3)$.

III - CÁLCULO DE C_K/C_π - REPRESENTAÇÃO (8,8)

A representação (8,8) é constituída por 8 campos L_j e 8 campos R_j, auto-adjuntos, onde $j=1,\dots,8$. Estes campos, por serem representações de dimensão 8 de SU(3), satisfazem as relações de comutação :

$$\begin{aligned}
\left[Q_i^L, L_j\right] &= i f_{ijl} L_l \\
\left[Q_i^L, R_j\right] &= 0 \\
\left[Q_i^R, L_j\right] &= 0 \\
\left[Q_i^R, R_j\right] &= i f_{ijl} R_l
\end{aligned} \tag{53}$$

Com esses campos podem ser formadas 64 densidades hermitianas, das quais as seguintes tem interesse neste trabalho:

$$S_0 = (1/\sqrt{8}) L_j R_j \tag{54}$$

$$S_i = \sqrt{3/5}\, d_{ijl} L_j R_l \tag{55}$$

$$P_i = (1/\sqrt{3}) f_{ijl} L_j R_l \quad , \tag{56}$$

sendo S_0 e S_i escalares e P_i pseudo-escalar. Estas densidades foram normalizadas de modo que

$$\begin{aligned} \overline{S}_0 S_0 &= 1 \\ \overline{S}_j S_l &= \delta_{jl} \\ \overline{P}_j P_l &= \delta_{jl} \quad , \end{aligned} \tag{57}$$

quando se usa

$$\overline{L}_j L_l = \delta_{jl}$$

$$\overline{R}_j R_l = \delta_{jl}$$

e zero para os demais produtos.

Com o uso das equações (53), (54), (55), (56) e das relações

$$\begin{aligned} Q_i^L &= \frac{1}{2} (Q_i + Q_i^5) \\ Q_i^R &= \frac{1}{2} (Q_i - Q_i^5) \end{aligned} \tag{58}$$

podem ser deduzidas as seguintes relações de comutação :

$$\left[Q_i, S_0\right] = 0 \qquad (59)$$

$$\left[Q_i, S_j\right] = i f_{ijl} S_l \qquad (60)$$

$$\left[Q_i, P_j\right] = i f_{ijl} P_l \qquad (61)$$

$$\left[Q_i^5, S_0\right] = -i(\sqrt{3/2}) P_i \qquad (62)$$

$$\left[Q_i^5, S_j\right] = -i(3/\sqrt{5}) d_{ijl} P_l + \text{(decupletos)} \qquad (63)$$

$$\left[Q_i^5, P_i\right] = -i(\sqrt{3/2}) S_0 - i(3/\sqrt{5}) d_{ii8} S_8$$
$$+ \text{(termos que não contem } S_0 \text{ e } S_8\text{)}. \qquad (64)$$

Na obtenção das duas últimas equações foi necessário o uso de:

$$\{F_i, D_j\} = d_{ijl} F_l + \text{(decupletos)} \;,$$

$$\{F_j, F_j\} = \frac{3}{4} I + \frac{9}{5} d_{8jj} D_8 + \text{(termos que não contem } I \text{ e } D_8\text{)},$$

sendo $(F_i)_{jl} = -i f_{ijl}$

e $(D_i)_{jl} = d_{ijl}$.

Para o cálculo de C_K/C_π na representação (8,8) usa-se o mesmo método da seção anterior, sendo agora representados por ε', c', B', λ', λ'_0 e λ'_8 os parâmetros correspondentes a ε, c, B, λ, λ_0 e λ_8. Assim, a densidade da hamiltoniana de quebra de $SU(3)\otimes SU(3)$ é escrita

$$\mathcal{H}' = -\varepsilon'(S_0 + c' S_8) \qquad (65)$$

onde S_0 e S_8 são as densidades definidas por (54) e (55); ε' e c' são parâmetros adimensionais.

Para o cálculo de $\partial_\mu A^\mu_j$ usam-se (6), (65), (62) e (63) :

$$\partial_\mu A^\mu_j = i\left[\mathcal{H}', Q^5_j\right] = -i\varepsilon'\left[S_0 + c' S_8, Q^5_j\right]$$
$$= \varepsilon'\{\sqrt{3/2} + (3/\sqrt{5})c' d_{8jj}\} P_j + (\text{decupletos}) \qquad (66)$$

Os P_j são definidos em (56) e tem dimensão $[M]^3$. Introduz-se uma constante B' tal que

$$P_j = B'\phi'_j \qquad (67)$$

onde ϕ'_j representa os campos do octeto de pseudo-escalares. Assim, para estados na camada de massa, vale :

$$B'(2\pi)^{-3/2} = \langle 0|P_\pi|\pi\rangle = \langle 0|P_K|K\rangle = \langle 0|P_8|\eta\rangle \qquad (68)$$

As equações (9) e (68) permitem calcular o valor esperado de $\partial_\mu A^\mu_j$ entre o vácuo e estados de um pseudo-escalar

$$\langle 0|\partial_\mu A^\mu_\pi|\pi\rangle \equiv m^2_\pi C_\pi = (\sqrt{3/2} + \sqrt{3/5}c')\,\varepsilon' B'(2\pi)^{-3/2} \qquad (69)$$

$$\langle 0|\partial_\mu A^\mu_K|K\rangle \equiv m^2_K C_K = \{\sqrt{3/2} - \sqrt{3/5}(c'/2)\}\varepsilon' B'(2\pi)^{-3/2} \qquad (70)$$

$$\langle 0|\partial_\mu A^\mu_8|\eta\rangle \equiv m^2_\eta C_8 \cos\Theta = (\sqrt{3/2} - \sqrt{3/5}c')\varepsilon' B'(2\pi)^{-3/2} \qquad (71)$$

As equações (11), (64) e (68) permitem escrever

$$G_{jj}C_j = -\{\sqrt{3/2}\,\langle 0|S_0|0\rangle + 3/\sqrt{5}\, d_{8jj}\langle 0|S_8|0\rangle\}/B'(2\pi)^{3/2} \qquad (72)$$

Usando as definições

$$\lambda'_0 \equiv \langle 0|S_0|0\rangle$$

$$\lambda'_8 \equiv \langle 0|S_8|0\rangle \qquad (73)$$

$$\lambda' \equiv \lambda'_8/\lambda'_0$$

a expressão (72) pode ser escrita explicitamente :

$$C_\pi = -\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\,\lambda'\right)\frac{\lambda_0'}{(2\pi)^{3/2}B'} \tag{74}$$

$$C_K = -\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\,\frac{\lambda'}{2}\right)\frac{\lambda_0'}{(2\pi)^{3/2}B'} \tag{75}$$

$$C_8\cos\Theta = -\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\,\lambda'\right)\frac{\lambda_0'}{(2\pi)^{3/2}B'} \tag{76}$$

Do uso combinado de (69), (70), (71) e as equações acima tem-se, para as massas dos pseudo-escalares :

$$m_\pi^2 = -\frac{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\,c'\right)}{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\,\lambda'\right)}\,\frac{\varepsilon'B'^2}{\lambda_0'} \tag{77}$$

$$m_K^2 = -\frac{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\,\frac{c'}{2}\right)}{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\,\frac{\lambda'}{2}\right)}\,\frac{\varepsilon'B'^2}{\lambda_0'} \tag{78}$$

$$m_{\eta'}^2 = -\frac{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\,c'\right)}{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\,\lambda'\right)}\,\frac{\varepsilon'B'^2}{\lambda_0'} \tag{79}$$

Estas equações permitem que se calculem c' , λ' e $\varepsilon'B'^2/\lambda_0'$ a partir das massas dos pseudo-escalares:

$$c' = -\sqrt{\frac{5}{2}}\,\frac{m_K^2 m_\eta^2 + 3m_k^2 m_\pi^2 - 4m_\eta^2 m_\pi^2}{m_K^2 m_\eta^2 - 3m_K^2 m_\pi^2 + 2m_\eta^2 m_\pi^2} \tag{80}$$

$$\lambda' = -\sqrt{\frac{5}{2}}\,\frac{3m_\eta^2 - 4m_K^2 + m_\pi^2}{3m_\eta^2 - 2m_K^2 - m_\pi^2} \tag{81}$$

$$\frac{\varepsilon' B'^2}{\lambda'_0} = - \frac{m_\eta^2 m_K^2 + 2m_\eta^2 m_\pi^2 - 3m_K^2 m_\pi^2}{3m_\eta^2 - 2m_K^2 - m_\pi^2} \tag{82}$$

O quociente C_K/C_π pode ser calculada a partir de (74), (75) e (81) :

$$\frac{C_K}{C_\pi} = \frac{\sqrt{2} - \frac{\lambda'}{2}}{\sqrt{2} + \lambda'} = \frac{(m_\eta^2 - m_\pi^2)}{4(m_\eta^2 - m_K^2)} \tag{83}$$

Este valor é exatamente o obtido na representação $(3,\bar{3})\oplus(\bar{3},3)$ conforme pode ser visto na equação (50), estando também em boa concordância com a experiência. Contudo, devido ao fato de não ser possível a construção de um singleto pseudo-escalar na representação (8,8), $\mathcal{H}'$ não pode se transformar somente segundo esta representação, uma vez que nela não existe nenhuma informação sobre o η'.

IV - CÁLCULO DE C_K/C_π - REPRESENTAÇÃO $(3,\bar{3})\oplus(\bar{3},3)\oplus(8,8)$

Nas seções II e III mostrou-se não ser possível explicar consistentemente os dados experimentais a partir de uma hamiltoniana de quebra de simetria que se transforme inteiramente segundo as representações $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3)$ ou $(8,8)$. Contudo, Sirlin e Weinstein[6], preocupados em harmonizar os valores experimentais dos termos σ de π-N e os comprimentos de espalhamento π-π com o trabalho de GMOR, propuseram a idéia de $\mathcal{H}'$ se transformar segundo $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3) \oplus (8,8)$. Quando isto acontece, tem-se flexibilidade suficiente para o ajuste da teoria com os dados experimentais sem que haja grande violação de $SU(2) \otimes SU(2)$.

Também no presente caso, uma hamiltoniana deste tipo permite, além do cálculo de C_K/C_π, um ajuste consistente de $tg\theta$ e m^2_η, com os valores experimentais. Usa-se, então, a densidade de hamiltoniana

$$\mathcal{H}' = -R(u_0 + cu_8) - R'(S_0 + c'S_8) , \tag{84}$$

sendo R e R' os "pesos" com que cada representação contribui para $\mathcal{H}'$.

As divergências das correntes axiais são calculadas usando-se (6),(29) e (66)

$$\begin{aligned} \partial_\mu A^\mu_j &= i\left[\mathcal{H}', Q^5_j\right] \\ &= -iR\left[u_0 + cu_8, Q^5_j\right] - iR'\left[S_0 + c'S_8, Q^5_j\right] \\ &= R\{(\sqrt{2/3} + cd_{8jj})v_j + \sqrt{2/3}\, c\delta_{8j}\, v_0\} + \\ &+ R'\{(\sqrt{3/2} + 3c'd_{8jj}/\sqrt{5})P_j + (\text{decupletos})\} \end{aligned} \tag{85}$$

Como nos casos anteriores, para estados na camada de massa, definem-se B_0, B e B' por

$$\frac{B_0}{(2\pi)^{3/2}} = \langle 0|v_8|\eta'\rangle \tag{31}$$

$$\frac{B}{(2\pi)^{3/2}} = \langle 0|v_\pi|\pi\rangle = \langle 0|v_K|K\rangle = \langle 0|v_8|\eta\rangle \tag{32}$$

$$\frac{B'}{(2\pi)^{3/2}} = \langle 0|P_\pi|\pi\rangle = \langle 0|P_K|K\rangle = \langle 0|P_8|\eta\rangle \tag{68}$$

Com as eqs. (85),(31),(32),(68) e as definições

$$W \equiv (2\pi)^{-3/2}(\sqrt{2/3}\, RB + \sqrt{3/2}\, R'B') \tag{86}$$

$$X \equiv (2\pi)^{-3/2}(cRB/\sqrt{3} + c'R'B'\sqrt{3/5}) \tag{87}$$

pode-se escrever para o valor esperado de $\partial_\mu A^\mu_j$ entre o vácuo e estados de uma partícula

$$<0|\partial_\mu A^\mu_\pi|\pi> \equiv m^2_\pi C_\pi = W + X \tag{88}$$

$$<0|\partial_\mu A^\mu_K|K> \equiv m^2_K C_K = W - X/2 \tag{89}$$

$$<0|\partial_\mu A^\mu_8|\eta> \equiv m^2_\eta C_8 \cos\Theta = W - X \tag{90}$$

$$<0|\partial_\mu A^\mu_0|\eta'> \equiv m^2_{\eta'} C_8 \sin\Theta = \sqrt{2/3}\, cRB_0(2\pi)^{-3/2} \tag{91}$$

Chamando

$$C_\eta \equiv C_8\cos\Theta \tag{92}$$

e com o auxílio das eqs.(88),(89) e (90) pode-se escrever a relação

$$3C_\eta m^2_\eta - 4C_K m^2_K + C_\pi m^2_\pi = 0\ . \tag{93}$$

Quando se trabalha na representação $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3) \oplus (8,8)$ os campos dos pseudo-escalares são uma combinação de ϕ_α e ϕ'_j, sendo que ϕ_α se transforma segundo $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3)$ e ϕ'_j, segundo $(8,8)$. A combinação mais geral possível é

$$\psi_0 = \phi_0 \tag{94}$$

$$\psi_j = \phi_j\cos\beta + \phi'_j \operatorname{sen}\beta\ , \tag{95}$$

onde β é o ângulo de mistura entre as representações.

As eqs.(11),(37),(72),(94),(95) e as definições

$$Y \equiv (2\pi)^{-3/2}(\sqrt{2/3}\ \lambda_0\cos\beta/B - \sqrt{3/2}\ \lambda'_0\operatorname{sen}\beta/B') \qquad (96)$$

$$Z \equiv (2\pi)^{-3/2}(\lambda\lambda_0\cos\beta/\sqrt{3}B - \sqrt{3}\lambda'\lambda'_0\operatorname{sen}\beta/\sqrt{5}B') \qquad (97)$$

dão os C_j nesta representação misturada

$$G_{jj}C_j = Y + d_{8jj}\sqrt{3}Z \qquad (98)$$

$$G_{80}C_8 = \sqrt{2/3}\ \lambda\lambda_0(2\pi)^{-3/2}B_0^{-1} \ . \qquad (99)$$

Usando os valores de $G_{j\alpha}$ da eq.(10), tem-se

$$C_\pi = Y + Z \qquad (100)$$

$$C_K = Y - Z/2 \qquad (101)$$

$$C_\eta = Y - Z \qquad (102)$$

$$C_8\operatorname{sen}\Theta = \sqrt{2/3}\lambda\lambda_0(2\pi)^{-3/2}B_0^{-1} \ . \qquad (103)$$

Eliminando-se Y e Z entre as eqs.(100),(101) e (102) obtém-se a relação

$$3C_\eta - 4C_K + C_\pi = 0 \ . \qquad (104)$$

A substituição de $3C_\eta$ tirado de (104) em (93) leva a

$$\frac{C_K}{C_\pi} = \frac{(m_\eta^2 - m_\pi^2)}{4(m_\eta^2 - m_K^2)} \ . \qquad (105)$$

Este resultado é o mesmo das seções II e III ,eqs.(50) e (83) .

tgΘ

Das eqs.(102),(92) e (103) pode-se tirar

$$tg\Theta = \frac{\sqrt{2/3}\ \lambda\lambda_0(2\pi)^{-3/2}B_0^{-1}}{Y - Z} \qquad (106)$$

De (91) e (103) tira-se $m^2_{\eta'}$,

$$m^2_{\eta'} = \frac{cRB_0^2}{\lambda\lambda_0} \qquad (107)$$

Ao contrário das representações $(3,\overline{3})\oplus(\overline{3},3)$ e (8,8) , a representação $(3,\overline{3}) \oplus (\overline{3},3) \oplus (8,8)$ permite o cálculo de C_K/C_π sem inconsistências , pois as expressões de tgΘ e $m^2_{\eta'}$ contem um número muito grande de parâmetros, conforme pode ser visto nas eqs.(106) e (107),permitindo assim o ajuste dos valores experimentais .

V - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

1) O problema de saber a qual representação de $SU(3) \otimes SU(3)$ pertence $\mathcal{H}'$ continua sem solução . Contudo, nesta tese , é dada uma resposta de conteúdo negativo, ou seja, nem $(3,\overline{3}) \oplus (\overline{3},3)$ nem $(8,8)$ sozinhas conseguem explicar consistentemente os dados experimentais . A representação $(3,\overline{3}) \oplus (\overline{3},3)$ não serve porque leva a uma inconsistência, conforme pode ser visto no valor de $m^2_{\eta'}$, obtido a partir da eq.(52).A discrepância entre esse valor e o experimental é de 25% ; por isso , dentro desta precisão esta representação pode ser usada. A representação $(8,8)$ também não pode ser usada porque nela não é possível a construção de um singleto pseudo-escalar,não existindo assim campo a ser associado ao η' . A representação $(3,\overline{3}) \oplus (\overline{3},3) \oplus (8,8)$ pode explicar consistentemente os dados, uma vez

nela existem parâmetros mais que suficientes para um ajuste com a experiência . Deve-se notar, entretanto, que este aumento da flexibilidade do modêlo acarreta a diminuição da elegância do mesmo. Além disso, o fato de a representação misturada poder ser usada coerentemente não quer dizer que ela seja a única explicação possível .

2) Na seção IV foi feito o cálculo de C_K/C_π usando-se a representação $(3,\overline{3}) \oplus (\overline{3},3) \oplus (8,8)$ e, neste método, nota-se que não é necessário saber os "pesos" de cada representação na mistura e nem os valores de parâmetros tais como c, c', λ, λ'. Naquele cálculo, então, a mistura de representações serve somente para se ter flexibilidade suficiente para que não ocorram inconsistências, sendo o valor de C_K/C_π decorrente apenas das relações

$$3C_\eta m_\eta^2 - 4C_K m_K + C_\pi m_\pi^2 = 0 \tag{93}$$

$$3C_\eta - 4C_K + C_\pi = 0 \quad . \tag{104}$$

Este fato é bastante interessante, porque deve ser possível provar as relações acima de modo independente da representação de $SU(3) \otimes SU(3)$ usada.

3) A equação (93) mostra qual é o mecanismo de correção da fórmula de massa

$$3m_8^2 - 4m_K^2 + m_\pi^2 = 0 \tag{108}$$

quando é "ligada" a quebra do vácuo por SU(3), pois substituindo-se as eqs. (100), (101) e (102) em (93), obtém-se

$$m_8^2 - m_\eta^2 = -(m_\eta^2 - 2m_K^2/3 - m_\pi^2/3)\ Z/Y \ ; \tag{109}$$

Z será não nulo sempre que λ e/ou λ' também o forem, conforme pode ser visto na eq. (97). Assim, a não-invariança do vácuo por SU(3) gera $Z \neq 0$, que por sua vez provoca a separação entre m_8^2 e m_η^2 , eq. (109). Esse fato, associa do à notável coincidência dos valores teórico e experimental de C_K/C_π , justifica "a posteriori" as identificações

$$\phi_\eta \equiv \phi_8$$

$$\phi_{\eta'} \equiv \phi_0 \ ,$$

feitas na introdução deste trabalho. Pode-se concluir , então , que toda a responsabilidade pela mistura η-η' cabe ao vácuo, quebrado por SU(3) .

APÊNDICE A - TEORIA USUAL DE MISTURA η-η'

A explicação usual para o fato de a massa da oitava componente do octeto pseudo-escalar não ser encontrada na natureza consiste em supor que os estados físicos das partículas η e η' sejam misturas de octeto e singleto de SU(3). Além disso, costuma-se supor o vácuo invariante por SU(3). Quando se adota este ponto de vista, os campos que criam estados de uma partícula η ou η' a partir do vácuo devem ser também misturas de octeto e singleto. Assim, de acordo com esta teoria

$$\phi_\eta = \phi_8 \cos\Theta - \phi_0 \operatorname{sen}\Theta \tag{A.1}$$

$$\phi_{\eta'} = \phi_8 \operatorname{sen}\Theta + \phi_0 \cos\Theta \tag{A.2}$$

Uma lagrangeana fenomenológica que inclua mistura pode ser escrita (considerando-se somente os termos de massa)

$$L = -m_0^2\phi_0^2 - m_8^2\phi_8^2 - m_{08}^2\phi_0\phi_8 \, . \tag{A.3}$$

O ângulo Θ de mistura deve ser tal que para as partículas existentes na natureza não haja termos cruzados como $\phi_0\phi_8$. Tem-se, então,

$$L = -m_\eta^2\phi_\eta^2 - m_{\eta'}^2\phi_{\eta'}^2 \tag{A.4}$$

Impondo-se a igualdade das duas lagrangeanas, tiram-se as relações

$$m_\eta^2 + m_\eta^2 = m_8^2 + m_0^2 \tag{A.5}$$

$$\operatorname{sen}\Theta = (m_8^2 - m_\eta^2 / m_{\eta'}^2 - m_\eta^2)^{1/2} \tag{A.6}$$

$$\cos\Theta = (m_{\eta'}^2 - m_8^2 / m_{\eta'}^2 - m_\eta^2)^{1/2} \tag{A.7}$$

$$m_8^2 = m_\eta^2 \cos^2\Theta + m_{\eta'}^2 \sin^2\Theta \tag{A.8}$$

$$m_0^2 = m_\eta^2 \sin^2\Theta + m_{\eta'}^2 \cos^2\Theta \tag{A.9}$$

Para o cálculo numérico destas grandezas usam-se, além das massas experimentais, o valor de m_8^2 dado pela relação de Gell-Mann Okubo

$$m_8^2 = (4m_K^2 - m_\pi^2)/3 \tag{A.10}$$

Tem-se, então :

$$\begin{aligned} m_8^2 &= 17{,}07\ m_\pi^2 \\ m_0^2 &= 47{,}88\ m_\pi^2 \\ \mathrm{tg}\Theta &= 0{,}178 \quad . \end{aligned} \tag{A.11}$$

APÊNDICE B - NOTAÇÃO E CONVENÇÕES

Neste apêndice estão listadas a notação e algumas convenções usadas no presente trabalho.

NOTAÇÃO

H - hamiltoniana

$\mathcal{H}'$ - densidade de hamiltoniana

A_j^{μ} - corrente hadrônica axial

Q_j - carga vetorial-gerador de SU(3)

Q_j^5 - carga axial

CONVENÇÕES

1) Usa-se a métrica

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = -g_{00} = 1$$

2) Índices:

$a,b = 1,2,3$

$i,j,l = 1,\ldots,8$.

$\alpha,\beta,\gamma = 0,1,\ldots,8$

$\mu = 1,\ldots,4$

3) Quando usados como índices,

$\pi = 1,\ 2$ ou 3

$K = 4,\ 5,\ 6$ ou 7

4) Normalização :

$$\langle 0|0\rangle = 1$$

$$\langle\alpha(p)|\alpha(p')\rangle = 2p_0\ \delta(\vec{p}-\vec{p}\,')$$

$$\langle 0|\phi_\alpha(0)|\alpha(p)\rangle = (2\pi)^{-3/2} .$$

REFERÊNCIAS

(1) - Gell-Mann - Phys.Rev.,125:1067,1962.

(2) - Gell-Mann,Oakes & Renner - Phys.Rev.,175:2195,1968.
Idéias equivalentes às do artigo acima também foram desenvolvidas por
Glashow & Weiberg - Phys.Rev.Lett.,20:224,1968.

(3) - A relação (6) pode ser calculada de maneira mais rigorosa,por exemplo, em
Gross & Jackiw - Phys.Rev.,163:1688,1967.

(4) - Particle Data Group,1973 - Rev.Mod.Phys.,45:S1,1973.

(5) - Chounet,Gaillard & Gaillard - Phys.Lett.,C4:199,1972.

(6) - Sirlin & Weinstein - Phys.Rev.,D6:3588,1972.

ERRATA

pg 01 - 4º Parágrafo - 4ª linha

onde se lê : " E um fato experimental ... "

Leia-se: " É um fato experimental ... "

pg 01 - 4º Parágrafo - 10ª linha

Va 81 - falta essa referência :

L.C. Vaz, J.M. Alexander e G.R. Satchler

Phys. Rep. 69 (1981) 373

pg 05 - expressão (1):

onde se lê : $\sigma_F = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l^F$; onde λ é o ...

Leia-se : $\sigma_F = \pi ƛ^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l^F$; onde $ƛ$ é o ...

pg 08 - 5ª linha

onde se lê " ... distância radial r pode ser feita ... "

Leia-se " ... distância radial r) pode ser feita ... "

pg 09 - ÚLTIMO PARÁGRAFO:

onde se lê " ..., os parâmetros que definem a barreira são independentes do momento angular e iguais à posição, altura e largura da barreira de onda parcial com $l=0$, ou seja:

$$R_l = R_0$$

$$V_{B,l} = V_{B,0} = V_B \qquad (9)$$

$$w_l = w_0 \text{ "}$$

Leia-se : " ..., os parâmetros que definem a barreira são iguais à posição e curvatura da barreira de onda parcial com $l=0$, ou seja :

$$R_l = R_0 \qquad (9)$$

$$w_l = w_0 \text{ "}$$

pg 09 - expressão (8)

onde se lê : $w_l = \frac{1}{\mu} \left[\frac{d^2 V(r,l)}{dr^2} \right]_{R_l}^{1/2}$ (8)

Leia-se $\omega_e = \left[\frac{1}{\mu} \cdot \frac{d^2V}{dr^2}(r,\ell) \right]^{1/2}_{R_\ell}$ (8)

pg 10 - 1º parágrafo:

onde se lê: "..., e levando-se em conta as aproximações acima,..."

Leia-se "..., e levando-se em conta as expressões II.9,..."

pg 12 - expressão (13)

onde se lê: "$V_N(\varepsilon) = 4\pi\gamma b R \Phi(\varepsilon)$; onde $R = C_1C_2/...$"

Leia-se: "$V_N(\varepsilon) = 4\pi\gamma b \bar{R} \Phi(\varepsilon)$; onde $\bar{R} = C_1C_2/...$"

pg 13 - expressão (19)

onde se lê: $\gamma = 0.9517\,(1 - 1.7826\, I^2)$ MeV

Leia-se: $\gamma = 0.9517\,[1 - 1.7826\,(N-Z)^2/A^2]$ MeV

pg 15 - expressão (31)

onde se lê: $f(x) = x^2 \cosh(x)$

Leia-se: $f(x) = x^2 \operatorname{senh}(x)$

pg 16 - expressão (33)

onde se lê: $B = 2V_0 - D\,[(R_{12}/a - 3)F - R_{12}/a]$

Leia-se $B = 2V_0 - D\,[(R_{12}/a + 3)F - R_{12}/a]$

pg 20 - 7ª linha

onde se lê "... o paencial é real por..."

Leia-se "... o potencial é real por..."

pg 22 - 4º parágrafo - 8ª linha

onde se lê "... de liberdade (St 81 b, Kr 83,..."

Leia-se "... de liberdade (St 81, Kr 83,..."

pg 25 - 11º linha

onde se lê "'... Para derivar expressões mais simples, Wong assume a colisão como sendo frontal, isto é, $\ell=0$..."

Leia-se "'... Para derivar expressões mais simples, Wong assume que a posição e curvatura da barreira não dependem do momento angular (equações II.9)."

As equações II.9 corretas, estão nesta errata.

pg 28 - equações 57

Onde se lê: "... para $x \to -\infty$

para $x \to -\infty$"

Leia-se: "... para $x \to +\infty$

paro $x \to -\infty$."

pg 28 - 4º Parágrafo

onde se lê: "E possivel desocoplar..."

Leia-se: "E possivel desacoplar..."

pg 30 - 3ª linha

onde se lê: "... soluções $Y_m(x)$ das equações..."

Leia-se: "... soluções $\overline{Y}_m(x)$ das equações..."

pg 30 - equações 64 -

onde se lê: $Y_m(x) = \begin{cases} \exp(-ikx) + r_m \exp(ikx), & \text{para } x \to +\infty \\ t_m \exp(-ikx), & \text{para } x \to -\infty \end{cases}$

Leia-se: $\overline{Y}_m(x) = \begin{cases} \exp(-ikx) + \overline{r}_m \exp(ikx), & \text{paro } x \to +\infty \\ \overline{t}_m \exp(-ikx), & \text{paro } x \to -\infty \end{cases}$

pg 30 - equação 65

onde se lê: " $Y_m(x) = U_{mo}\, Y_m(x)$ "

Leia-se: " $Y_m(x) = U_{mo}\, \overline{Y}_m(x)$ "

pg 30 - equação 66

onde se lê: " $T = \sum_m |U_{mo}|^2 |t_n|^2 \equiv \ldots$ "

Leia-se: " $T = \sum_m |U_{mo}|^2 |\overline{t}_m|^2 \equiv \ldots$ "

pg 31 - 2º parágrafo - 8ª linha, eq. 67 e 13ª linha

onde se lê "... auto estados $|\gamma(r)\rangle$ e ..."

Leia-se "... auto estados $|m(r)\rangle$ e ..."

onde se lê " $T(E) = \sum_m \langle \gamma(r) | 0 \rangle^2 \ldots$ "

Leia-se " $T(E) = \sum_m \langle m(r) | 0 \rangle^2 \ldots$ "

onde se lê "... fatores de peso $\langle \gamma(R) | 0 \rangle^2 \ldots$ "

Leia-se: "... fatores de peso $\langle m(R) | 0 \rangle^2 \ldots$ "

pg 32 - 3º linha e 4º linha

onde se lê: " ... $Q = Q + V_B$ "

Leia-se: " ... $\tilde{Q} = Q + \Delta V_B$ "

onde se lê: " ... valor de Q-de-reação e V_B é ... "

Leia-se " ... valor de Q-de-reação e ΔV_B é ... "

pg 32 - 1º linha

onde se lê: " ... onde as derivadas e são ... "

Leia-se: " ... onde as derivadas λ' e λ'' são ... "

pg 36 - 1º e 12º linha

onde se lê: " ... um valor para V_R igual à ... "

Leia-se: " ... um valor para $\overline{V_R}$ igual à ... "

onde se lê: " ... e então $V_R = V_c \cos\theta_L$ "

Leia-se: " ... e então $\overline{V_R} = V_c \cos\theta_L$ "

pg 49 - 3º parágrafo - 6º linha

onde se lê: " ... múltiplo. E necessário ... "

Leia-se: " ... múltiplo. É necessário ... "

pg 57 - 5º parágrafo - 5º linha

onde se lê: " ... estimado. E necessário ... "

Leia-se: " ... estimado. É necessário ... "

pg 73 - 3º parágrafo - 8ª linha

onde se lê: " ... satisfeitos. E possível ... "

Leia-se: " ... satisfeitos. É possível ... "

pg 82 - Cabeçalho da figura III.19

onde se lê: " ... do polígono, no espaço da figura ... "

Leia-se: " ... do polígono, mostrado na figura ... "

pg 84 - 2º parágrafo - 3º linha e 5º linha

onde se lê: " ... de fusão. E importante ... "

Leia-se: " ... de fusão. É importante ... "

onde se lê: " ... defeito de pulso, perda de energia ... "

Leia-se: " ... defeito de pulso ou a perda de energia ... "

pg 91 - Cabeçalho da figura III.22
onde se lê: " Dist4ibuiçaõ angular..."
leia-se: " Distribuiçaõ angular..."
pg 102 - 5º Parágrafo - 4º linha
onde se lê: "... produto Z_1Z_2. E mostrado..."
Leia-se: "... produto Z_1Z_2. É mostrado..."
pg 113 - Tabela IV.6 - Falta a referência citada
Per 86 - D. Pereira, J.C. Acquadro e O. Sala.
"Proceedings of the Symposium on the Many Facets of Heavy-Ion Fusion Reactions" - (1986), pg 563, Argonne - USA.
pg 123 - 1º Parágrafo - 9º linha
onde se lê: "..., os valores fornecidaos pelo ...".
Leia-se: "..., os valores fornecidos pelo ...".
pg 131 - 2º parágrafo - 6º linha
onde se lê: "... precisas. E também imprescindível..."
Leia-se: "... precisas. É também imprescindível..."
pg 115 - Legenda da figura IV.6
onde se lê: "... o código PGMWONG3 (Lig 86)."
Leia-se: "... o código PGMWONG3 (Li86b)."
pg 110 - 1º Parágrafo - último linha
onde se lê: "... 40% o valor de V_B."
leia-se: "... 40% o valor de ΔV_B."
pg 123 - 1º Parágrafo - 8º linha
onde se lê: "... foi a difusividade do potencial nuclear,..."
Leia-se: "... foi a difusividade dos coeficientes de transmissaõ T_ℓ^F, ..."
pg 123 - 2º Parágrafo - 18º linha
onde se lê: "..., uma primeira conclusaõ que pode ser feita é..."
Leia-se: "..., uma primeira impressaõ que se tem é..."