



# Estudo de Efeitos Transientes na Conjugação de Fase em Cristais Dopados com Cr<sup>3+</sup> : Modelo e Experiência

Paulo César de Souza

**Banca Examinadora:** 

Prof. Dr. Ricardo Josué Horowicz – IFUSP

Prof. Dr. Luiz Antonio de Oliveira Nunes – IFQSC/USP

Prof. Dr. José Roberto Leite - IFUSP



Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Josué Horowicz



São Paulo, março de 1998.

defore afortal

## FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Souza, Paulo César de

535.2

ST292 M

Estudo de Efeitos Transientes na Conjugação de Fase em Cristais Dopados com Cr<sup>3+</sup> : Modelo de Experiência. São Paulo, 1998.

Dissertação (Mestrado) Universidade de São Paulo. Instituto de Física - Departamento de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Josué Horowicz Área de Concentração: Ótica Não-Linear

Unitermos: 1. Conjugação de Fase; 2. Efeitos Transientes; 3. Ótica Não-Linear.

USP/IF/SBI-035/98

### Agradecimentos

Ao Ricardo pela orientação e apoio sempre presentes.

Ao Prof. Mikiya Muramatsu pelo empréstimo das instalações do Laboratório de Óptica e os préstimos de distinção valorosa sem o qual este trabalho não seria possível.

Ao Prof. Tomaz Catunda pelas valorosas discussões e apoio inigualável.

Ao Prof. Paulo Nussenzveig pela ajuda na apresentação da dissertação.

Ao Gilder pela inestimável ajuda na aquisição dos dados sem o qual não seria possível terminar em tempo este trabalho.

Ao Fernando Shiota pela preciosa ajuda no laboratório.

Ao Marcelo Mota pela atenção sempre presente.

Aos técnicos do Laboratório de Ótica Quântica: Eduardo Dourado e Fábio Pitorri, pela ajuda na preparação das figuras do texto.

Ao pessoal do Laboratório de Óptica: Diogo (dioguito), Raul, Félix, Eduardo e Nilton.

Ao Alexandre Rigotti (Gnomo) pela revisão do texto.

Ao Hamilton (Jun) pela ajuda no sistema de aquisição.

Aos colegas da pós : Marcelo Martinelli, Fábio Cuppo, Mário(BS), Sarah (Flipper),

Jacinto(Capiau), Márcio, José Aguirre(Cubano), Luís pinheiro(Molinho).

Às secretárias do Departamento de Física Experimental, Iracema, Daise, Eliane,

Rosana, Lourdes pela atenção e apoio.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Ao meu filho Daniel , minha esposa Kaká e aos meus pais Dionísio e Doralice

#### Resumo

Nós estudamos experimentalmente e teoricamente Efeitos Transientes em Conjugação de Fase por Mistura Degenerada de Quatro Ondas em cristais dopados com  $Cr^{3+}$ . Estudamos os efeitos transientes na conjugação de fase em Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>(Rubi) e GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>(aluminato de gadolíneo) com um laser de Ar<sup>+</sup> (em  $\lambda$ =514,5nm).

Um novo modelo teórico é apresentado que explica razoavelmente os resultados experimentais cuja compreensão anterior pela literatura era devido somente pela parte absortiva do índice de refração[12] pois em cristais dopados com  $Cr^{3+}$  (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> e GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) a parte dispersiva do índice de refração não-linear  $n_2$  é pelo menos uma ordem de grandeza maior que a parte absortiva[15,28].

### Abstract

We have studied experimentally and theoretically Transient Effects in Degenerate Four-Wave Mixing by Phase Conjugation in ion-doped crystals with  $Cr^{3+}$ . We have studied transient effects in phase conjugation in  $Al_2O_3:Cr^{3+}(Ruby)$  and  $GdAlO_3:Cr^{3+}(Gadolinium Aluminate)$  with an Argon laser (at  $\lambda$ =514.5nm).

A new theoretical model is presented that reasonably explains our experimental results whose understanding in previous papers was due to the imaginary part of the refraction index[12] because in crystals doped with  $Cr^{3+}$  (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> and GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) the real part of the nonlinear refraction index  $n_2$  is at least one order of magnitude greater than the imaginary part[15,28].

# Índice

I.	Introdução	1
II.	Ótica Não-Linear e Conjugação de Fase	3
I	I.1. Conjugação de Fase e Holografia	3
	II.1.1. Holografia	8
	II.1.2. A Conjugação de Pase	Δ
I	I.2. Da Ótica Não-Linear à Conjugação de Fase	т Я
I	I.3. Equações de Maxwell em Meios Não-Lineares	7
	II.3.1. As Equações de Maxwell	9
	II.3.2. A Equação de Onda em Meio Não-Linear	1
Ι	I.4. O Modelo de Yariv-Pepper	22
	II.4.1. Mistura de Quatro Ondas Degeneradas em Frequencia	23
	II.4.2. Principio de Geração de una condu conjugada	1
]	I.5. O Modelo de Abrams-Lind	32
	II.5.1. Suscettoindade em um sistema de Dois Arveis	35
	n.5.2. Enclosed de Crain de Caringeore de Fase por Mistura Degenerada de	
III	. Modelo Teórico da Conjugação de Fase por Mistura Degenerada de	
Qu	atro Ondas (CFMD4O) em Cristais Dopados com Or - em riogano	14
1r	ansiente	15
	III.1. Cristais Dopados com Cr <sup>3+</sup>	т.) . —
	III.2. Sistemas de Três Níveis	47 10
	III.2.1. Equações de Taxa em um Sistema de Três Níveis	40
	III 3. Efeitos Não-Lineares em Cristais com n <sub>2</sub> Saturável	52
	III.3.1. Modelo de Suscetibilidade em Sistema de Três Níveis	55
	III.3.2. Efeitos Transientes na CFMD4O em Absorvedores Saturados	62
	III.3.3. Modelo Teórico da Eficiência da CFMD4O com 1/2 Saturaver em regime entregime	60
IV	7. Parte Experimental	09
	IV 1 Montagem Experimental	69
	IV.1.1. Laser	70
	IV.1.2. Cristais Utilizados	72
	IV.1.3. Obturador Mecânico (Chopper)	75
	IV 1.5 Detetores	_75
	IV.1.6. Sistema de Aquisição dos Dados	77
	IV.1.7. Alinhamento da Montagem	_//
	IV 2 Resultados Experimentais	78
	IV.2.1. Medida da Curva da Eficiência da CFMD4O no Estado Estacionário	- 78
v	Conclusão	88
v	I Apêndices	89
*	VI.1. Cálculo da Refletividade na CFMD4O para o Sistema de Dois Níveis em	89
	Kegime Estacionario[10]	92
	VI.2. Componente de Fourier da Folarização	-

i

VI.3. Josept	Cálculo da Refletividade na CFMD4O para o Modelo de Silberberg e E [12] em Regime Transiente	Jar- 93
VI.4. Saturá	Cálculo da Refletividade na CFMD4O em Regime Transiente com <i>n</i> <sub>2</sub>	95
VI.5.	Medida dos Índices de Refração Linear e Absorção das Amostras	97
VI.6.	Medida do Tempo do Estado Metaestável das Amostras	98
VI.7.	Calibração dos Detetores	_ 100
VI.8.	Medida da Cintura do Feixe de Bombeio	_ 102
VII. H	Referências	_ 108

# Índice de figuras

Figura II-1 Esquema básico da Holografia.	_ 4
Figura II-2 Arranio experimental para gravar um holograma de um objeto	
tridimensional[1].	_ 5
Figura II-3 A condição de Bragg exige que a diferença de caminho ótico	
$AO + OB$ seja joual a N $\lambda/n_0$ (N é um número inteiro qualquer).	_ 7
Figura II-4 Comparação das propriedades de um espelho de conjugação de fa	ıse
(ECE) e um espelho comum(figura retirada da referência[2]).	10
Figura II-5 Comparação entre as frentes de onda incidentes em um espelho	
convencional (comum) e num ECF[2].	12
Eigura II-6 Exemplo de ótica adaptativa. O alvo é iluminado por um laser de	
prova de baixa potência de diâmetro das dimensões do alvo. O objeto a ser	
focalizado espalha radiação em todas as direções e parte desta radiação incid	e
num amplificador que amplifica o sinal. O ECF cria o feixe conjugado com al	lta
notência que é direcionado no objeto alvo. O efeito é coerente para um sister	ma
de N amplificadores (notência proporcional a N <sup>2</sup> )[2].	13
Figura II-7 Um ECF compensa em tempo real as distorções que variam no	
tempo dentro de um ressonador ótico[29].	14
Figura II-8 Representação do processo de mistura de quatro ondas.	22
Figura II-9 Distribuição da intensidade dentro da região de interação no mei	0
$\pi = 3\pi$	20
não-linear correspondendo ao caso $\frac{1}{4} <  \kappa  L < \frac{1}{4}$ .	49
Figura II-10 Distribuição da intensidade dentro da região de interação no me	eio
$\pi$ three even to $ u  I = \frac{\pi}{2}$	30
nao-inear quando $ \mathbf{k} L = \frac{1}{2}$ .	1.
Figura II-11 Esquema da interação do campo ótico com os níveis de energia	. do
sistema atômico.	- 55
Figura II-12 Gráfico da parte real $\chi'(E)$ e imaginária $\chi''(E)$ da suscetibilidad	ae
para $I \ll I_s$ em função de $(\omega - \omega_0)$ .	34

ii

Figura II-13 Cálculo da eficiência (ou refletividade) da CFMD4O em função
do parâmetro de saturação s para vários valores de $\alpha_0 L$ no centro de linha ( $\delta = 0$
) usando equação eq. II-40 59
Figura II-14 Previsão teórica para refletividade em função do parametro
$s(s = \frac{I_1 + I_2}{2I_s} = \frac{I}{I_s}$ , supondo todas as intensidades iguais, com $I = I_1 = I_2$ ) para
vários valores de $\alpha_0 L$ em meio invertido ( $\alpha_0 < 0$ )40
Figura II-15 Refletividade em função do parâmetro de saturação $s=1/I_s$ para
$\alpha_{efrijn}L=1$ e vários valores do parâmetro de desintonia $\delta$ [10] 41
Figura II-16 Refletividade em função do parâmetro de saturação $s=I/I_s$ ( $I_s$ = $[E_s]^2$ (1 + $\delta^2$ )) com $\alpha_{efitin} L = 1$ e $\delta=15$ . A curva cheia( <u>a</u> ) representa o modelo
de Abram e Lind[10] e as linhas tracejadas( $\underline{b}, \underline{c}$ ) as soluções numéricas de
Brown[14]. A curva b é quando se leva em conta a absorção dos feixes de
bombejo na solução numérica, e a curva $\underline{c}$ considera-se a absorção dos feixes
de bombeio e a troca de energia entre os feixes de bombeio e prova. 42
Figura III-1 Esquema dos níveis do átomo de cromo na operação laser [17]. 40
Figura III-2 Diagrama simplificado dos niveis de energía para o lon de Cr
para uma radiação interagindo com a banda $F_2$ . Os atomos de er suo
bombeados para o estado excitado $T_2$ e decaem rapidamente para o estado fundamental <sup>4</sup> A <sub>2</sub> com um tempo
metaestavel "E e destes para o estado fundamentar 112 e e destes para o estado fundamentar 112 e e destes para 48
Eigure III-3 Cálculo da população do nível metaestável (eq. III-5) em função
do tempo normalizado por $\tau_0$ e para alguns valores do parâmetro de saturação
S
refletividade do feixe conjugado para vários valores do parâmetro de saturação
s com $\alpha_0 L=1$ em função do tempo normalizado por $\tau_0$ . O cálculo da
refletividade(eq. II-40) é feito usando-se a média WKB nos coeficientes
definidos na equação eq. III-22.
Figura III-5 Comparação entre o desenvolvimento temporal da renetividade
entre o nosso modelo e o modelo de Siberberg e Bar-Joseph [12] para ag
valores do parâmetro s de saturação com $u_{\theta L} = 0, 12$ em ranção do p
$t/\tau_0$ . Nos cálculos da refletividade em nosso modelo dimente os cálculos de
$cm^{-}/w e I_s = 1500 w/cm^{-}$ . Observanios que acia[15]( linhas tracejadas e
nossa teorra estad de acordo com e rente e a constitue de com e co
Figura IV-1 Montagem por nós utilizada para observar efeitos transientes na
conjugação de fase por mistura degenerada de quatro ondas69
Figura IV-2 Evolução temporal do feixe conjugado (medido pelo detetor $D_2$ )
usando o cristal de GdAlO <sub>3</sub> :Cr <sup>3+</sup> com espessura de $(0,094\pm 0,004)$ cm. No
sinal detectado por $D_2$ o obturador mecánico (Upp) 101 posio entre o espenio sinal detectado por $D_2$ o obturador mecánico (Upp) 101 posio entre o espenio
$M_1$ e o separador de feixe BS <sub>2</sub> (Figura IV-I). O obturador e figudo em eff 73
M <sub>1</sub> e o separador de feixe BS <sub>2</sub> (Figura IV-1). O obturador e figudo em epp 'ON' e desligado em Cpp 'OFF'73
M <sub>1</sub> e o separador de feixe BS <sub>2</sub> (Figura IV-1). O obturador e ngudo em epp 'ON' e desligado em Cpp 'OFF'73 Figura IV-3 Sinal observado pelo detetor D <sub>1</sub> em função do tempo com a obturação do feixe do laser (veia Figura IV-1). Este sinal apresenta a forma da
M <sub>1</sub> e o separador de feixe BS <sub>2</sub> (Figura IV-1). O obturador e ngudo em CPP 'ON' e desligado em Cpp 'OFF'73 Figura IV-3 Sinal observado pelo detetor D <sub>1</sub> em função do tempo com a obturação do feixe do laser (veja Figura IV-1). Este sinal apresenta a forma da luz espalha. O obturador é ligado em Cpp 'ON' e desligado em Cpp 'OFF'. 74

÷

Figura IV-4 Montagem experimental usada realizar o alinhamento do detetor  $D_2$  para a leitura de uma parte do feixe conjugado proveniente do separador de feixes BS<sub>2</sub>.

Di un IV 5 Defletividade R da CEMD4O em função do parâmetro de	
Figura IV-5 Kelletividade K da er ind to en angel T I + I	
saturação s definido por: $s \equiv \frac{I_1 + I_2}{2I_s}$ para nossa amostra de Rubi(Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> :Cr <sup>-</sup> )	
com L=(0,31±0,02)cm e $\alpha$ = (0,89±0,06)cm <sup>-1</sup> . Os círculos representam ponto	S
experimentais e a linha contínua representa o ajuste teórico feito conforme	-2
referência[15] para $\mu = (1.43 \pm 0.06) \ 10^{-8} \text{ cm}^2 \cdot \text{W}^{-1}$ e $I_s = (1.51 \pm 0.14) \cdot 10^{5} \text{ W.cm}^{-1}$	n -
extraídos do melhor ajuste.	80
Figura IV-6 Evolução temporal da refletividade R da CFMD4O em função do	)
parâmetro do tempo com s=0,46. No ajuste da curva teórica utilizamos os	
valores: $L=(0.31\pm0.02)$ cm, $\alpha=(0.89\pm0.06)$ cm <sup>-1</sup> ., $n_2=1.43.10^{-8}$ cm <sup>-2</sup> .W <sup>-1</sup> e	
$L=1.51.10^{3}$ W.cm <sup>-2</sup> .	82
Figura IV-7 Medida da refletividade da CFMD40 em função do parâmetro o	1e
saturação s para nossa amostra de GdAlO <sub>3</sub> :Cr <sup>3+</sup> com L=(0,094±0,004)cm e	
$\alpha = (1.37 \pm 0.24)$ cm <sup>-1</sup> . Os quadrados representam pontos experimentais e a linh	a
contínua representa o ajuste teórico feito conforme referência[15] com	
$n_{\sigma} = (7.4 \pm 1.1) \cdot 10^{-8} \text{ cm}^2 \cdot \text{W}^{-1}$ e $I_s = (1,42 \pm 0,21) \cdot 10^3 \text{ W.cm}^{-2}$ extraídos do melho	۲ 00
ainste	83
Figura IV-8 Refletividade em função do parâmetro de saturação s para noss	1
amostra de Aluminato de Gadolíneo (GdAlO <sub>3</sub> :Cr <sup>3+</sup> ) com L=(0,234±0,006)ci	m
$\alpha = (1, 11\pm 0, 10)$ cm <sup>-1</sup> na CFMD4O. Os triângulos representam pontos	
experimentais e a linha contínua representa o ajuste teórico feito conforme	
referência[15] para $n_2 = (4,7\pm0,8) \text{ cm}^2 \cdot \text{W}^{-1}$ e $I_s = (1,12\pm0,17) \cdot 10^5 \text{ W.cm}^2$	04
extraídos do melhor ajuste	_ 84
Figura IV-9 Evolução temporal da refletividade R da CFMD40 em função d	10
parâmetro do tempo para vários valores de s. No ajuste da curva teorica	
utilizamos os valores: L= $(0,094\pm0,004)$ cm, $\alpha = (1,37\pm0,24)$ cm .,	85
$n_2 = (7,4\pm1,1).10^{-8} \text{ cm}^2.\text{W}^{-1}$ e $I_s = (1,42\pm0,21).10^{-8} \text{ W. cm}^2$ .	_ 05
Figura IV-10 Evolução temporal da refletividade em função do tempo. No	
ajuste da curva teórica utilizamos os valores: $L=(0,234\pm0,00)$ cm <sup>-2</sup>	86
$(1,11\pm0,10)$ cm <sup>-1</sup> ., $n_2 = (4,7\pm0,8)$ cm <sup>2</sup> . W <sup>-1</sup> e $I_s = (1,12\pm0,17)$ . 10 w. cm <sup>-1</sup> .	_ 00
Figura VI-1 Montagem empregada para medir o indice de reliação inicar de	• <b>•</b> •
amostras. O detetor mede a intensidade do feixe para varios angulos o c a	98
partir da intensidade mínima podemos determinar o angulo de Brewster of	$r^{3+}$
Figura VI-2 Fluorescência do cristal de Aluminato de Gadolineo(GuAlo3.C	100
de (0,094±0,004)cm em função do tempo.	. 100
Figura VI-3 Montagem experimental para calibrar os detetores (DETTOO)	o de
usados na montagem experimental para observar o transferite na conjugaça	101
fase Gráfico da potê	ncia
Figura VI-4 Curva experimental da calibração do detetor (DET100) com uma	a
lida no "Power Meter" em função da tensão no detetor (DE 100)	ia é:
carga de 10K $\Omega$ . O fator de conversão de tensão nda no detetor em porta	102
$(0,41 \pm 0,03)$ mW/V	feixe
Figura VI-5 Montagem experimental para a mounda do porta gama	_103
laser que atravessa uma iente de distancia locar de soutient.	_

Figura VI-6 Medida experimental(curva <u>b</u>) ) da potência lida no detetor em função da posição x da lâmina para uma potência fixa do laser(600mW) na posição z<sub>1</sub>. A curva <u>a</u>) é a derivada numérica da curva experimental b) que pelo ajuste teórico nos fornece um raio w( $z_1$ )=(0,93±0,04)mm . A posição  $z_1$  é medida em relação a lente f500.\_\_\_\_\_\_\_\_105 Figura VI-7 Medida experimental(curvas <u>b</u>) ) da potência lida no detetor em função da posição x da lâmina para uma potência fixa do laser(600mW) na posição z<sub>2</sub>. A curvas <u>a</u>) é derivada numérica da curva experimental <u>b</u>) que pelo ajuste teórico nos fornece um raio  $w(z_2)=(0,684\pm0,018)$ mm . A posição  $z_2$  é medida em relação a lente f500.\_\_\_\_\_\_106

v

### I. Introdução

Neste trabalho estudamos efeitos de ótica não-linear associados com a mudança do índice de refração com a intensidade da luz em cristais dopados com  $Cr^{3+}$ :  $Al_2O_3:Cr^{3+}$  (Rubi) e GdAlO\_3: $Cr^{3+}$  (Aluminato de Gadolínio). Estudamos os Efeitos Transientes na Conjugação de Fase por Mistura Degenerada de Quatro Ondas(ETCFMD4O) em meios onde parte dispersiva do índice de refração não-linear( $n_2$ ) é maior que a parte imaginária de  $n_2$ . O estudo que desenvolvemos neste trabalho nos possibilita a construção de laseres com uma ótima estabilização e potência.

1

A parte da ótica não-linear que envolve a Conjugação de Fase por Mistura Degenerada de Quatro Ondas (CFMD4O) tem sido extensivamente estudada nas últimas décadas devido a enorme potencialidade destes efeitos e, outros como a biestabilidade ótica. A CFMD4O tem possui muitas aplicações como em ciência aplicada (ótica adaptativa, computação ótica, chaveamento ultra-rápido, etc.) e ciência pura (sistemas não-lineares, caos, "Squeezed-states", espectroscopia não-linear, etc.). A ótica não-linear possui um vasto campo de pesquisa em diversos meios como gases, sólidos, líquidos, aerossóis, plasmas; com diversos tipos de laseres cobrindo a região espectral do ultravioleta até o infravermelho (~10μm).

No capítulo II fazemos uma introdução dos conceitos relevantes em ótica nãolinear e revisamos os modelos fundamentais em conjugação de fase. Discutimos o modelo ponto de partida na teoria de conjugação de fase: O modelo de Yariv-Pepper. Discutimos extensivamente o modelo de Abrams-Lind e vimos que este modelo é muito útil no estudo da conjugação de fase quando estamos trabalhando com intensidades da ordem da intensidade de saturação do meio não-linear. Observamos que o modelo de Abrams-Lind pode ser empregado em muitas situações experimentais, como por exemplo no estudo de absorvedores saturáveis[11]. A diferença fundamental entre o modelo de Yariv-Pepper e o modelo apresentado por Abrams-Lind está no fato da aplicabilidade deste modelo (Yariv-Pepper) em certas condições. O modelo de Yariv-Pepper não pode ser empregado quando trabalhamos com intensidades dos

saturação do meio não-linear. campos da ordem da intensidade de saturação do meio não-linear e a não previsão da

(e.g. Rubi e Aluminato de Gadolíneo) para justificar a teoria que apresentamos neste No capítulo III fazemos uma ampla discussão de cristais dopados com  $Cr^{3+}$ 

No capítulo III recordamos o modelo proposto por Silberberg e Bar-Joseph calcular uma expressão analítica para a equação da refletividade do feixe conjugado. escrevemos a polarização efetiva que cada ion esta submetido para que possamos Pelo fato de cristais dopados com Cr<sup>3+</sup> apresentarem uma diferença de polarizabilidade torna-se inadequado o modelo de dois níveis [10] para descrever o meio não-linear. uma diferença de polarizabilidade entre os estados fundamental e excitados, e por isso características dos íons de  $Cr^{3+}$  vimos que cristais dopados com este íon apresenta capítulo sobre os efeitos transientes na conjugação de fase. Pelo estudo das

.(amoteia). era desprezada no centro de linha (freqüência interagindo ressonantemente com o modelo foi desenvolvido para absorvedores saturados e a parte real da suscetibilidade [12] no estudo de efeitos transientes em absorvedores saturados. Vimos que este

descrever a evolução temporal do feixe conjugado. temporal para chegarmos numa expressão analítica para a refletividade que possa  $Cr^{3+}$  no estudo de CFMD4O em regime estacionário e incorporamos a dependência por Catunda e colaboradores[15] para escrever a polarização para meios dopados com Cristais Dopados com ions de Cromo (Cr<sup>3+</sup>). Vimos que utilizamos a idéia proposta Transientes em Conjugação de Fase por Mistura Degenerada de Quatro Ondas em Apresentamos no capítulo III uma nova teoria para explicar os Efeitos

ser empregado em cristais dopados com Cr<sup>3+</sup>. os Efeitos Transientes na CFMD4O utilizando o modelo da referência[12] não pode os resultados que obtivemos. Vimos também que tentativas anteriores[31] de explicar experimentais que obtivemos e o modelo de Silberberg e Bar-Joseph [12] não explica Gadolíneo. Mostramos que nosso modelo teórico explica razoavelmente os dados os efeitos transientes na conjugação de fase nos cristais de Rubi e Aluminato de No capítulo IV descrevemos a montagem experimental utilizada para observar

# II.1. Conjugação de Fase e Holografia

Discutiremos nesta parte do trabalho os princípios básicos da Holografia e devido a sua semelhança com o processo conjugação de fase torna-se oportuno uma rápida discussão do processo.

# II.1.1. Holografia

O esquema básico da Holografia está mostrado na Figura II-1. A figura mostrada a seguir sintetiza o processo de produção de um holograma.



Figura II-1 Esquema básico da Holografia.

Uma frente de onda plano-paralela proveniente de um laser ilumina um objeto (cuja imagem será reconstruída através do holograma) e um espelho plano. O feixe refletido pelo espelho e a luz espalhada pelo objeto na direção do meio fotosensível<sup>†</sup> são o feixe de referência  $\vec{E}_r(\vec{r},t)$ e feixe objeto  $\vec{E}_o(\vec{r},t)$ . A mesma situação pode ser vista pela Figura II-2[1] que representa a configuração experimental para se gravar um holograma num meio fotosensível.



Figura II-2 Arranjo experimental para gravar um holograma de um objeto tridimensional[1].

Vamos analisar o que acontece quando os dois feixes incidem no meio fotosensível, conforme vemos na Figura II-1.

O campo de referência e o campo objeto podem ser escritos como :

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Um meio fotosensível é um meio onde pode haver armazenagem temporária de padrões de intensidade, sendo que o tempo de armazenagem varia de material para material.

$$E_{r}(\vec{r},t) = \varepsilon_{r} e^{i(\omega t - \bar{k}_{r} \cdot \vec{r})}$$
$$E_{o}(\vec{r},t) = \varepsilon_{o} e^{i(\omega t - \bar{k}_{o} \cdot \vec{r})}$$
eq. II-1

k é vetor de onda ,sendo  $k = |\vec{k}_r| = |\vec{k}_o| = \frac{n_o 2\pi}{\lambda}$ ; onde  $n_0$  é o índice de refração do meio e  $\lambda$  o comprimento de onda da luz no vácuo. Os vetores de onda  $(\vec{k}_r, \vec{k}_o)$  dos feixes de referência e objeto fazem um ângulo  $\frac{\theta}{2}$  com a normal do meio, logo estes vetores podem ser escritos da seguinte forma:

$$\vec{k}_{r} = k \left[ sen(\frac{\theta}{2})\hat{i} + cos(\frac{\theta}{2})\hat{j} \right]$$
$$\vec{k}_{o} = k \left[ -sen(\frac{\theta}{2})\hat{i} + cos(\frac{\theta}{2})\hat{j} \right]$$



O campo total é a soma dos dois campos, logo temos:

$$E(x, y) = e^{i\omega t} \left[ \varepsilon_r e^{-ik(x \operatorname{sen}(\theta/2) + y \cos(\theta/2))} + \varepsilon_o e^{-ik(-x \operatorname{sen}(\theta/2) + y \cos(\theta/2))} \right]$$

eq. II-2

Se o meio fotosensível é uma emulsão fotográfica a densidade de prata depositada é proporcional a intensidade do campo, ou seja, proporcional ao quadrado do módulo do campo elétrico:

$$\left|E(x,y)\right|^{2} = \left|\varepsilon_{o}\right|^{2} + \left|\varepsilon_{r}\right|^{2} + \varepsilon_{o}\varepsilon_{r}^{*}e^{-2ikx\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)} + \varepsilon_{o}^{*}\varepsilon_{r}e^{+2ikx\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$
eq. II-3

Vamos supor , por simplicidade, que  $\varepsilon_o \in \varepsilon_r$  são reais<sup>†</sup> , logo podemos rescrever a equação eq. II-3 da seguinte maneira:

$$|E(x,y)|^2 = \varepsilon_o^2 + \varepsilon_r^2 + 2\varepsilon_o\varepsilon_r \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right)$$
 eq. II-4

onde  $\Lambda = \frac{2\pi}{2k \operatorname{sen}(\theta_2)} = \frac{\lambda}{2n_0 \operatorname{sen}(\theta_2)}$ . Não podemos esquecer que  $\theta$  é o ângulo entre os feixes dentro do material. Se o ângulo formado entre os feixes no ar for  $\theta_0$ , então dentro do material será  $\theta_0/n_0$  ( $n_0$  é o índice de refração do meio).

Para a reconstrução da imagem devemos proceder como mostra a Figura II-1 em sua parte inferior, ou seja, devemos iluminar o meio fotosensível (onde foi gravado o holograma) com o feixe de referência  $\vec{E}_r(\vec{r},t)$ . Para que possamos observar o holograma gravado no meio fotosensível deve haver uma interferência construtiva entre cada reflexão, isso exige que a diferença de caminho ótico seja igual a um múltiplo inteiro de  $\lambda$  (condição de Bragg). Podemos verificar esse fato pela Figura II-3.



Figura II-3 A condição de Bragg exige que a diferença de caminho ótico AO+OB seja igual a  $N\lambda/n_0$  (N é um número inteiro qualquer).

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Só estamos interessados na fase entre os campos de referência e objeto, pois é o deslocamento de fase que provoca o padrão de interferência.

O segmento AO+OB deve ser tal que :  $AO+OB = N\frac{\lambda}{n_0}$ , onde  $N \neq \text{um número}$ inteiro. Se observarmos a Figura II-3 verificamos que  $AO+OB = 2\Lambda \operatorname{sen}(\frac{\theta}{2})$ , portanto  $2\Lambda \operatorname{sen}(\frac{\theta}{2}) = N\frac{\lambda}{n_0}$ .

Concluímos que: como  $\Lambda$  é dado pela equação eq. II-4, a condição de Bragg só é satisfeita quando o feixe que irá fazer a leitura do holograma gravado incide na direção do feixe de referência  $\vec{E}_r(\vec{r},t)$  e o feixe difratado sai na direção de  $\vec{E}_o(\vec{r},t)$ . Este fato implica na reconstrução virtual da imagem vista pelo observador na direção do feixe difratado.

Nesta seção vimos a teoria básica do processo de Holografia. A construção de hologramas nos será útil para entendermos o processo de conjugação de fase que mostraremos na próxima seção.

# II.1.2. A Conjugação de Fase

Vamos mostrar nesta parte do trabalho o processo da conjugação de fase. Apresentaremos aqui uma visão abrangente do processo para que haja uma motivação do leitor a respeito do trabalho que apresentamos nesta dissertação. Estamos interessados em apresentar nesta seção as qualidades da conjugação de fase, e o processo de criação da conjugação de fase será vista nas seções posteriores.

# II.1.2.1. O que é Conjugação de Fase ?

Consideremos uma frente de onda monocromática que se propaga no sentido positivo do eixo z :

$$E_{p}(\vec{r},t) = Re\left[\psi(\vec{r}\,)e^{i(\omega t - kz)}\right] = Re\left[A_{3}(\vec{r}\,)e^{i\omega t}\right]$$

eq. II-5

a frente de onda é dada por sua amplitude  $\psi(\vec{r})$  que pode levar em conta imperfeições e distorções que ocorrem quando um feixe de laser se propaga num meio qualquer, por exemplo um vidro defeituoso. Se em alguma região do espaço próxima a  $z_0$ , nós possamos de alguma forma gerar um campo  $\vec{E}_c(\vec{r},t)$  que é descrito localmente por :

$$E_{c}(\vec{r},t) = \operatorname{Re}\left[\psi^{*}(\vec{r})e^{i(\omega t + kz)}\right] = \operatorname{Re}\left[A_{4}(\vec{r})e^{i\omega t}\right]$$

eq. II-6

então  $A_4(\vec{r}) = A_3^*(\vec{r})$ , para todo  $z < z_0$ . O campo  $\vec{E}_c(\vec{r},t)$  será denominado campo conjugado de  $\vec{E}_p(\vec{r},t)$ . Podemos notar que para obtermos o campo  $\vec{E}_c(\vec{r},t)$  do campo  $\vec{E}_p(\vec{r},t)$ , nós tomamos o complexo conjugado somente da parte espacial, deixando o fator  $e^{i\omega t}$  intacto. Isto é equivalente a deixar a parte espacial separada, mas revertendo o sinal de t, isto é, o campo  $\vec{E}_c(\vec{r},t)$  é relacionado com o campo  $\vec{E}_p(\vec{r},t)$ por uma reversão temporal.

A Figura II-4[2] compara a reflexão de um espelho convencional com a reflexão em um Espelho de Conjugação de Fase (ECF). No ECF o feixe incidente é refletido na mesma direção(independentemente da direção de incidência) e a mesma divergência do feixe incidente.



Figura II-4 Comparação das propriedades de um espelho de conjugação de fase (ECF) e um espelho comum(figura retirada da referência[2]).

Para ilustrarmos melhor as propriedades do ECF iremos realizar uma outra comparação com o espelho comum. No item a) da Figura II-5 temos um campo que se propaga na direção  $\vec{k}$  e é refletido por um espelho comum na direção  $\vec{k}$  com as seguintes propriedades:

• ambas as componentes paralelas ao plano do espelho de  $\vec{k}$  e  $\vec{k}'$  são iguais.

• as componentes perpendiculares ao plano do espelho de  $\vec{k}$  e  $\vec{k}'$  é tal que:

$$\vec{k}_{\perp} = -\vec{k}_{\perp}'.$$



Figura II-5 Comparação entre as frentes de onda incidentes em um espelho convencional (comum) e num ECF[2].

O item b) da Figura II-5 mostra o que acontece quando este mesmo campo é refletido por um ECF. Neste caso temos  $\vec{k} = -\vec{k}'$  (válido para ambas componentes de  $\vec{k}'$ , ou seja, as componentes paralela e perpendicular ao plano do espelho) qualquer que seja o ângulo de incidência. A Figura II-5 (itens c) e d) ) ilustra novamente a diferença entre os espelhos (comum e ECF) quando temos uma onda plana que se propaga através de um pedaço de vidro e é refletida por ambos. Vemos que a distorção de fase na onda em (2) é compensada em (4) para o ECF, enquanto que no espelho comum a distorção original de (2) é duplicada em (4).

Mostraremos agora duas aplicações práticas do ECF: um sistema de fusão a laser e a correção em tempo real de variações temporais em um ressonador ótico utilizando o ECF.

Na fusão a laser o objetivo do processo é focalizar precisamente um laser num alvo onde ocorrerá a fusão.



Figura II-6 Exemplo de ótica adaptativa. O alvo é iluminado por um laser de prova de baixa potência de diâmetro das dimensões do alvo. O objeto a ser focalizado espalha radiação em todas as direções e parte desta radiação incide num amplificador que amplifica o sinal. O ECF cria o feixe conjugado com alta potência que é direcionado no objeto alvo. O efeito é coerente para um sistema de N amplificadores (potência proporcional a N<sup>2</sup>)[2].

Na Figura II-6 vemos que o alvo é iluminado por um pulso de laser, uma pequena parcela da luz refletida passa por uma lente que colima o feixe para um amplificador e incide num ECF. O feixe conjugado ("refletido" pelo ECF) é novamente amplificado e atinge o alvo. Observamos que o ECF exerce um papel fundamental nesta experiência,

pois usando tecnologia convencional seria necessário um sistema complicado de sensores e servomecanismos para focalizar precisamente o laser no alvo desejado. Neste exemplo o ECF é usado como ótica adaptativa que trata de sistemas para correções de distorções na propagação de laseres.

Nas cavidades ressonantes o ECF tem a interessante propriedade de manter a cavidade sempre estável independendo de variações de seu comprimento (como acontece nas cavidades comuns) como pode ser visto na Figura II-7.



Figura II-7 Um ECF compensa em tempo real as distorções que variam no tempo dentro de um ressonador ótico[29].

### II.2. Da Ótica Não-Linear à Conjugação de Fase

Na ótica linear é bem conhecido que as propriedades óticas da matéria variam com a freqüência (ou comprimento de onda) da luz mas não com sua intensidade. Pode-se dizer que o objeto de estudo da Ótica Não-Linear é a variação destas propriedades com a luz. No entanto este campo de pesquisa só ganhou impulso como o surgimento do Laser, fonte de luz coerente de alta intensidade. As fontes clássicas de luz (fontes térmicas) usadas até então tinham intensidade muito baixa, de tal maneira que o campo da luz  $|\vec{E}|$  era muito menor que o campo elétrico atômico  $|\vec{E}_a|$ . No

limite  $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}_s|}$  é praticamente independente de  $|\vec{E}|$  para campo fora da ressonância atômica. Por isso, em geral, podemos expandir  $\chi(E)$  numa série de potências de  $E=|\vec{E}|$ :

$$\chi(\vec{E}) = \chi^{(1)} + \chi^{(2)}\vec{E} + \chi^{(3)}\vec{E}\vec{E} + O(4)$$
  
eq. II-7

desta maneira a polarização(CGS) induzida no material  $\vec{P} = \chi(\vec{E})\vec{E}$  fica:

$$\vec{P}(\vec{E}) = \chi^{(1)}\vec{E} + \chi^{(2)}\vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)}\vec{E}\vec{E}\vec{E} + O(4)$$
  
eq. II-8

Na interação da luz com a matéria considerou-se que o sistema atômico é perturbado pela interação como campo eletromagnético da luz, por isso o parâmetro natural da expansão é  $\frac{E}{E_a}$ <sup>‡</sup>, pois  $\frac{E}{E_a} \rightarrow 0$  ( $E_a = \frac{e}{a_0^2} \approx 1,715.10^7 \frac{statvolt}{cm}$ ) para um campo elétrico E incidindo no meio interagindo não ressonantemente. Desta maneira podemos estimar a ordem de grandeza dos fatores na equação eq. II-7 considerando a não-linearidade de origem atômica e normalizando em relação a  $\chi^{(1)}$  (na matéria condensada  $\chi^{(1)}$  é próximo de 1); temos então (no CGS):

$$\chi^{(2)}E \approx \frac{E}{E_a} \quad \therefore \ \chi^{(2)} \approx \frac{1}{E_a} = 5.8 \cdot 10^{-8} \frac{cm}{statvolt}$$
eq. II-9
$$\chi^{(3)}E^2 \approx \left(\frac{E}{E_a}\right)^2 \quad \therefore \ \chi^{(3)} \approx \frac{1}{E_a^2} = 3.4 \cdot 10^{-15} \frac{cm^2}{statvolt^2} \text{ (f)}.$$

<sup>‡</sup>  $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 5,292.10^{-9} \, cm$  é o raio de Bohr,  $\hbar$  é a constante de Planck,  $m_e$  é massa de repouso do elétron, e é a carga elétrica do elétron.

<sup>(†)</sup> No sistema internacional (SI) 1 statvolt/cm =  $2,99793.10^4$  V/m[29]

Podemos compreender agora porque as propriedades não-lineares não eram observadas com as fontes térmicas de luz. Estas fontes têm intensidade da ordem de  $10^3$  W/cm<sup>2</sup> (equivalente a um campo elétrico de aproximadamente  $10^3$  V/cm) enquanto que um pulso de laser focalizado pode chegar a intensidades equivalentes a campos elétricos *E* maiores que o campo  $E_a$  (o campo elétrico atômico é da ordem de  $10^8$  V/cm que equivale a uma intensidade de  $10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>).

Veremos na seção II.3.2 que a inclusão dos termos não-lineares nas equações de Maxwell dá origem a uma série de novos fenômenos. As equações de Maxwell (e a equação de onda) passam a ser não-lineares, o que significa que o princípio de superposição não é mais válido. Na Ótica Linear as ondas se propagam independentemente uma em relação a outra enquanto que na Ótica Não-Linear há interação e troca de energia entre elas (via meio não-linear) gerando os efeitos não-lineares.

Os termos  $\chi^{(n)}$  nas equações eq. II-7 e eq. II-8 dependem da freqüência de cada um dos campos envolvidos e do tipo de processo não-linear que ocorre. Na verdade  $\chi^{(n)}$  é um tensor de ordem n cujos elementos dependem da direção e freqüência dos m campos incidentes no meio  $E_{1}, E_{2}, ... E_{m}$  que interagem gerando um campo  $E_{m+1}$  (é um processo de ordem m).

Quando a freqüência de um ou mais dos campos, ou a sua soma ou diferença, se aproxima da freqüência de transição de um nível atômico ( ou seja, há ressonância) os termos de  $\chi^{(n)}$  ressonantes aumentam em algumas ordens de grandeza. Por isso, na ressonância nem sempre a expansão eq. II-7 continua sendo válida porque os termos de mais alta ordem continuam a ser importantes e não podem ser desprezados. Por exemplo, podemos saturar uma transição da linha D do vapor de sódio (Na) com intensidades menores que  $10^{-2}$ W/cm<sup>2</sup>. Este fato torna possível experiências em ótica não-linear com intensidades relativamente baixas. Porém, é preciso que esta intensidade de luz esteja concentrada numa largura espectral da ordem da linha da ressonância, que para o Na é da ordem de  $10^8$  Hz. Neste trabalho, como veremos posteriormente, a intensidade de saturação dos materiais utilizados é da ordem de  $10^3$ W/cm<sup>2</sup> o que permite saturar o meio com um laser de 1W de potência focalizando numa área de  $10^{-3}$  cm<sup>2</sup>.

16

## II.3. Equações de Maxwell em Meios Não-Lineares

Escreveremos nesta parte do trabalho as equações de Maxwell e veremos como a não-linearidade pode se tornar evidente nestas equações. As equações de Maxwell são o ponto de partida em ótica não-linear para a compreensão de vários processos não-lineares como: geração de onda conjugada, geração de harmônicos, retificação ótica, etc.

### II.3.1. As Equações de Maxwell

O campo eletromagnético pode ser descrito pelas equações de Maxwell[3]. Estas equações nos permite compreender a interação do campo eletromagnético com a matéria, em nosso caso essa interação estará representada na polarização do meio.

Escrevemos então as equações de Maxwell na seguinte forma:

Sistema Internacional (SI)

Sistema Gaussiano (CGS)

 $\nabla . \vec{D} = 4\pi \rho$ 

0

 $\nabla . \vec{D} = \rho$ 

eq. II-11

$$\nabla . \vec{B} = 0$$
  $\nabla . \vec{B} =$ 

eq. II-12

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial D}{\partial t} \qquad \qquad \nabla \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

eq. II-13

 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 

eq. II-14

O vetor  $\vec{D}$  é o vetor deslocamento do campo elétrico, este vetor expressa a contribuição do campo elétrico  $\vec{E}$  e a polarização  $\vec{P}$  macroscópica do meio descrito pela equação eq. II-15 :

$$\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} (\text{SI})^{\dagger}$$
 ou  $\vec{D} \equiv \vec{E} + 4\pi \vec{P} (\text{CGS})^{\dagger}$ 

 $\vec{H}$ , o vetor campo magnético, expressa a indução magnética  $\vec{B}$  e a magnetização macroscópica  $\vec{M}$ do meio dado por:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$
 (SI) ou  $\vec{H} = \vec{B} - \mu_0 \vec{M}$ (CGS)  
eq. II-16

onde  $\mu_0 \in \varepsilon_0$  representam a permissividade magnética e elétrica do vácuo.

A magnetização  $\vec{M}$  representa a contribuição média dos dipolo magnéticos por unidade de volume, similarmente a polarização  $\vec{P}$  também representa uma contribuição média dos momentos de dipolo elétrico do material.

As equações (eq. II-11 a eq. II-14) mostradas nesta seção resumem toda a teoria do eletromagnetismo clássico. Podemos resumir o que cada equação nos diz:

1. A equação eq. II-11 é a lei de Gauss na forma diferencial - nos diz que carga elétrica dá origem a um campo elétrico.

2. A próxima equação, eq. II-12, exprime que na natureza não podemos encontrar monopolos magnéticos.

3. Pela equação eq. II-13 concluímos que um campo magnético pode ser gerado por uma corrente elétrica (movimento de carga elétrica) e/ou por uma variação temporal no campo elétrico. Está equação é a lei de Ampère com as correções posta por Maxwell.

4. E a última equação, eq. II-14, é a lei de Faraday que reflete a natureza associada dos campos elétricos e magnéticos. Uma variação temporal no campo magnético induz um campo elétrico.

eq. II-15

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> No SI a polarização tem dimensão de: C/m<sup>2</sup>; o campo elétrico : V/m

<sup>\*</sup> No CGS todos os campos (E,P,B e M) tem a mesma dimensão.

Vimos nesta seção as equações de Maxwell e o significado de cada uma destas, podemos assim, com estas equações entender os processos de geração da onda conjugada e outros processos que envolvam a não-linearidade do meio de propagação da onda. Veremos que a criação da onda conjugada está associada com a nãolinearidade do meio de propagação da onda eletromagnética, mas para podermos observar como o feixe conjugado surge teremos que usar as equações de Maxwell para que possamos entender o processo mais claramente. Isto será feito na próxima seção.

# II.3.2. A Equação de Onda em Meio Não-Linear

A interação da radiação com a matéria pode ser bem descrita pelas equações de Maxwell. Estamos interessados em estudar os efeitos macroscópicos do campo eletromagnético e sua interação com a matéria, portanto não há necessidade de uma quantização do campo eletromagnético. Aplicaremos então as equações de Maxwell para compreender como o processo não-linear surge.

Os meios que estamos estudando são meios homogêneos, não magnéticos, não condutores e sem cargas livres. O vetor deslocamento é dado pela equação eq. III-8 no CGS como:

$$\vec{D} \equiv \vec{E} + 4\pi \vec{P}$$

onde  $\vec{P}$  é a polarização do meio de interação. Podemos sem perda de generalidade dividir a polarização em duas componentes; uma componente linear  $\vec{P}^L$  e outra componente não-linear  $\vec{P}^{NL}$ , como vemos a seguir:

$$\vec{P} \equiv \vec{P}^L + \vec{P}^{NL}$$

#### eq. II-17

onde  $\vec{P}^L = \chi_0 \vec{E}$  é a polarização linear, para campos elétricos não muito intensos, isto é, campos onde a aproximação do potencial do átomo ainda pode ser tratada como se fosse um potencial harmônico.

Vamos agora tomar o rotacional da equação eq. II-14 e substituindo a equação eq. II-13 nesta operação, temos :

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 (\vec{P}^L + \vec{P}^{NL})}{\partial t^2}$$

### eq. II-18

Obtemos assim a equação de onda. Observamos que a equação eq. II-18 se reduz a uma onda se propagando no vácuo com velocidade c para  $\vec{P} = 0$ . Podemos rescrever a equação eq. II-15 da seguinte forma:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n_0^2 1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 (\vec{P}^{NL})}{\partial t^2}$$

#### eq. II-19

onde  $n_0^2 = 1 + 4\pi\chi_0$ . Se o meio é linear ( $\vec{P}^{NL}=0$ ) temos uma onda se propagando com velocidade  $\frac{c}{n_0}$ . No caso não-linear não conhecemos a solução da equação eq. II-19, escrevemos assim, cada campo que participa do processo  $E_j$  (i=1,2,3...etc.) como:

$$E_i(\vec{r},t) = \varepsilon_i(\vec{r})e^{i(\omega_j t - k\vec{r})}$$

eq. II-20

 $\operatorname{com} k_j = n(\omega_j) \frac{\omega_j}{c}.$ 

Substituindo a equação eq. II-20 na equação eq. II-19 encontramos, em princípio,  $\varepsilon_j(\vec{r})$ . Para resolver a equação eq. II-19 é conveniente fazer a aproximação do pacote que varia lentamente (ou aproximação de Born), que consiste em supor que  $\varepsilon_j(\vec{r})$  varia muito mais lentamente que  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ . Se particularizarmos para um campo que se propaga na direção z temos:

$$\left|k^{2}\varepsilon_{i}\right| \gg \left|k\frac{\partial\varepsilon_{i}}{\partial z}\right| \gg \left|\frac{\partial^{2}\varepsilon_{i}}{\partial z^{2}}\right|$$

eq. II-21

Usando a equação eq. II-21 na equação eq. II-19 obtemos uma equação em primeira ordem para  $\varepsilon_i(\vec{r})$ .

$$\frac{\partial \varepsilon_j}{\partial z} = -i \frac{2\pi}{n_0^2} k_j P_j e^{-i\Delta \bar{k}\cdot \bar{r}} \quad (CGS)$$
$$\frac{\partial \varepsilon_j}{\partial z} = -i \frac{k_j}{2n_0^2 \varepsilon_0} P_j e^{-i\Delta \bar{k}\cdot \bar{r}} \quad (SI)$$

eq. II-23

eq. II-22

onde  $P_j$  é amplitude do j-ésimo termo da polarização não-linear dado por:

$$P_i^{NL}(\vec{r},t) = P_i(\vec{r})e^{i(\omega_j t - k'\vec{x})}$$

#### eq. II-24

As equações eq. II-22 e eq. II-23 são os pontos de partida para entender quantitativamente como o processo da geração da onda conjugada surge e, similarmente outros processos não-lineares como a geração de harmônicos, amplificação paramétrica e conversão ascendente em freqüência. Veremos na seção II.4 e também nas próximas seções como estas equações podem ser aplicadas para entender o processo de geração da onda conjugada.

#### II.4. O Modelo de Yariv-Pepper

Vamos analisar nesta seção o modelo mais simples (básico) para a compreensão do processo de geração da onda conjugada. O processo envolvido na geração da onda conjugada foi sugerido primeiramente por Hellwarth[4] e as análises posteriores foram desenvolvidas por Yariv e Pepper[5]. Este modelo é o ponto de partida na teoria de conjugação de fase por mistura degenerada de quatro ondas (CFMD4O) e nos será muito útil na compreensão dos capítulos posteriores. Um dos pontos fundamentais deste modelo, que iremos apresentar nesta seção, é considerar que os feixes de bombeio possuem intensidades muito maiores que os feixes sonda e conjugado, isto simplifica muito o modelo como veremos posteriormente nesta seção.

# II.4.1. Mistura de Quatro Ondas Degeneradas em Freqüência

Podemos visualizar o processo de geração da onda conjugada pela Figura II-8 que representa o processo de mistura de quatro ondas. O processo de geração de uma conjugada é feito pela irradiação de 3 (três) ondas incidindo em um meio nãolinear dando origem ao feixe conjugado, como é representado pela figura a seguir:



Figura II-8 Representação do processo de mistura de quatro ondas.

Na Figura II-8 os campos  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$  são chamados de campos de bombeio e suas direções de propagação são colineares mas de sentidos opostos. O campo  $\vec{E}_3$  é a onda incidente ou campo sonda. O feixe irradiante  $\vec{E}_4$  é o campo resultante da interação dos campos de bombeio e o campo sonda com o meio não-linear. Nós podemos observar que os campos envolvidos no processo possuem a mesma freqüência e por isso dizemos que é uma mistura de quatro ondas degeneradas em freqüência(MD4O). Vamos desenvolver na próxima seção o formalismo da conjugação de fase para chegarmos numa expressão que quantifique o processo de geração da onda conjugada.

### II.4.2. Princípio de Geração de uma Onda Conjugada

Vimos na seção II.4.1 como a geração da onda conjugada pode ser representada. Nós propomos nesta seção como a geração do feixe conjugado pode ser explicada pelo formalismo das equações de Maxwell. Estudaremos assim, a interação dos feixes envolvidos no processo com o meio não-linear e como representar essa interação nas equações de Maxwell para obtermos uma compreensão quantitativa.

Vamos estudar um meio não-linear, e.g. um cristal não-linear, que possua as seguintes características: cristal simétrico, sem cargas livres, não magnético e não condutor. Estas características nos permite simplificar o problema. Podemos assim, considerar que o efeito não-linear (i.e. a geração da onda conjugada) que estamos interessados em estudar está contido no o terceiro termo da expansão de  $\chi$  na equação eq. II-7. O segundo termo da expansão da suscetibilidade não nos interessa pois está associado a gerações de efeitos que exigem que o cristal (ou meio) seja centrosimétrico e outras restrições, como por exemplo o casamento de fase. Os demais termos da expansão tornam-se irrelevantes devido a ordem de grandeza do termo  $\chi^{(3)}$  em relação aos próximos termos da série.

O efeito não-linear que gera a onda conjugada é devido a uma polarização microscópica de ordem 3 no meio de interação, escrevemos a i-ésima componente da polarização como se segue:

$$\left[P^{NL}\right]_{i} = \chi_{ijkl} E_{j} E_{k} E_{l}^{*}$$

eq. II-25

onde  $\chi_{ijkl}$  é uma componente do tensor de suscetibilidade caracterizando o meio nãolinear. Este tensor de grau 3 possui 81 componentes e trabalhar num meio onde não exista simetria os cálculos tornam-se muito complexos.

Pela nossa configuração mostrada na Figura II-8 temos três ondas planas incidentes no meio não-linear de comprimento L. Os feixes de bombeio  $\vec{E}_1 \in \vec{E}_2$  se propagam ao longo de uma direção z' e seus vetores de onda plana,  $\vec{k}_1 \in \vec{k}_2$ , são tais que  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$  (com  $\omega_1 = \omega_2$ ). Temos ainda o terceiro feixe chamado o feixe sonda que se propaga na direção z com vetor de onda  $\vec{k}_3$ . Vamos escrever os feixes de que participam do processo como segue :

$$E_{j1}^{(\omega_{1})}(\vec{r},t) = \varepsilon_{1j}(\vec{r})e^{i(\omega_{1}t-k_{1}z')}$$

$$E_{k2}^{(\omega_{2})}(\vec{r},t) = \varepsilon_{2k}(\vec{r})e^{i(\omega_{2}t-k_{2}z')}$$

$$E_{l3}^{(\omega_{3})}(\vec{r},t) = \varepsilon_{3l}(\vec{r})e^{i(\omega_{3}t-k_{3}z)}$$
eq. II-26

Os índices i, j, k e l representam coordenadas cartesianas x, y, ou z.

Agora vamos mostrar que a polarização não-linear pode observar uma onda irradiando na freqüência angular  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$  se propagando na mesma direção que a onda do feixe sonda mas em sentido inverso, dizemos uma onda conjugada. A componente i-ésima da polarização que irradia na freqüência  $\omega_1 + \omega_2 - \omega_3$  é :

$$\left[P^{NL(\omega_{1}+\omega_{2}-\omega_{3})}(\vec{r},t)\right]_{i} = \chi_{ijkl}\varepsilon_{1j}(z')\varepsilon_{2k}(z')\varepsilon_{3l}^{*}(z)e^{i[(\omega_{1}+\omega_{2}-\omega_{3})t-(\vec{k}_{1}+\vec{k}_{2}-\vec{k}_{3})\vec{r}]}$$
eq. II-27

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Usamos a notação de Einstein que indica a somatória sobre os índices repetidos.
Podemos representar o campo conjugado pela seguinte expressão:

$$\vec{E}_{A}(\vec{r},t) = \vec{\varepsilon}_{A}(z)e^{i(\omega t - kz)}$$

eq. II-28

onde assumimos que todas as freqüências são iguais, i.e.  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega$ . Se  $\vec{E}_4$  é a onda conjugada do campo sonda  $\vec{E}_3$  por definição  $\vec{k}_4$  é tal que :  $\vec{k}_3 + \vec{k}_4 = 0$ . Com isso na conjugação de fase sempre temos casamento de fase, ou seja,  $\Delta \vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 + \vec{k}_4 = 0$ . Este fato simplifica muito a montagem experimental para observarmos a conjugação de fase, haja vista que em outros processos, como a geração de harmônicos, o casamento de fase é fator definitivo para a observação do sinal harmônico.

Vamos relacionar o feixe sonda e a onda conjugada através da equação eq. II-22, com isso obtemos o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\frac{d\varepsilon_{4i}(z)}{dz} = i\kappa_{ij}\varepsilon_{3i}^{*}(z)$$
$$\frac{d\varepsilon_{3i}^{*}(z)}{dz} = i\kappa_{ij}^{*}\varepsilon_{4i}(z)$$

#### eq. II-29

onde  $\kappa_{ij} = -\frac{4\pi k}{n_0^2} \chi_{ijkl} \varepsilon_{1j} \varepsilon_{2k}$ . A equação eq. II-29 é o mesmo sistema obtido por Yariv e Pepper[5] e independentemente por Bloom e Bjorklund[6], é ponto de partida para a maior parte do formalismo da CFMD4O.

A equação eq. II-29 é um sistema de seis equações diferenciais a seis incógnitas. O tensor de suscetibilidade  $\chi_{ijkl}$  traduz todas as propriedades de simetria do meio não-linear possuindo 81 termos[7]. Usaremos as propriedades de simetria do meio não-linear para reduzir o número de componentes deste tensor. Em nosso caso o meio não-linear é isotrópico, isso nos permite eliminar 60 componentes restando-nos 21 componentes[8][9] a seguir:

 $\chi_{xxxx} = \chi_{yyyy} = \chi_{zzz}$   $\chi_{xxyy} = \chi_{xxzz} = \chi_{yyxx} = \chi_{zzxx} = \chi_{yyzz} = \chi_{zyy}$   $\chi_{xyxy} = \chi_{yxyx} = \chi_{xzzz} = \chi_{zzxx} = \chi_{yzyz} = \chi_{zyzy}$   $\chi_{xyyx} = \chi_{yxxy} = \chi_{xzzx} = \chi_{zxzx} = \chi_{yzyz} = \chi_{zyyz}$   $\chi_{xyxx} = \chi_{yxyy} + \chi_{xyyx} + \chi_{xxyy}$ 

Os elementos que permaneceram são os únicos que possuem a propriedade dos índices cartesianos (x, y e z) aparecendo em números pares (*xxyy*, *xyxy*, etc.) de vezes. Os índices não podem aparecer em número ímpar de vezes, porque, por exemplo, a componente  $\chi_{xyyy}$  daria resposta na direção x devido a um campo aplicado na direção y . Esta resposta deve desaparecer num material isotrópico, pois não há nenhuma razão para que a resposta deva ser na direção +x ou na direção -x.

Vamos abordar agora o caso com 3 ondas incidentes polarizadas linearmente. Nós vamos escolher um sistema de referência ortonormal 0xyz com a direção Oz sendo a direção de propagação da onda sonda, e o eixo Ox é determinado pela direção de polarização do campo elétrico. A parte espacial dos campos de bombeio  $\vec{\epsilon}_1$  e  $\vec{\epsilon}_2$  possuem componentes :

$$\vec{\varepsilon}_1 = (\varepsilon_{1x}, \varepsilon_{1y}, \varepsilon_{1z})$$
$$\vec{\varepsilon}_2 = (\varepsilon_{2x}, \varepsilon_{2y}, \varepsilon_{2z})$$

propagando-se ao longo de um eixo z' qualquer.

Notamos que o sistema de equações eq. II-29 se reduziram a um sistema de quatro equações diferenciais a quatro incógnitas, como vemos a seguir:

$$\frac{d\varepsilon_{4x}}{dz} = \beta \Big[ \chi_{xyyx} \Big( \varepsilon_{1y} \varepsilon_{2y} + \varepsilon_{1z} \varepsilon_{2z} \Big) + \chi_{xxxx} \varepsilon_{1x} \varepsilon_{2x} \Big] \varepsilon_{3x}^{*}$$

$$\frac{d\varepsilon_{4y}}{dz} = \beta \Big[ \chi_{xyxy} \varepsilon_{1x} \varepsilon_{2y} + \chi_{xxyy} \varepsilon_{1y} \varepsilon_{2x} \Big] \varepsilon_{3x}^{*}$$

$$\frac{d\varepsilon_{4z}}{dz} = \beta \Big[ \chi_{xyxy} \varepsilon_{1x} \varepsilon_{1z} + \chi_{xxyy} \varepsilon_{1z} \varepsilon_{2x} \Big] \varepsilon_{3x}^{*}$$

$$\frac{d\varepsilon_{3x}}{dz} = \beta^{*} \Big[ \chi_{xyyx} \Big( \varepsilon_{1y}^{*} \varepsilon_{2y}^{*} + \varepsilon_{1z}^{*} \varepsilon_{2z}^{*} \Big) + \chi_{xxxx} \varepsilon_{1x}^{*} \varepsilon_{2x}^{*} \Big] \varepsilon_{4x}$$

$$+ \beta^{*} \Big\{ [\chi_{xyxy} \varepsilon_{1y}^{*} \varepsilon_{2x}^{*} + \chi_{xxyy} \varepsilon_{1x}^{*} \varepsilon_{2x}^{*} \Big] \varepsilon_{4y} + \Big[ \chi_{xyxy} \varepsilon_{1z}^{*} \varepsilon_{2x}^{*} + \chi_{xxyy} \varepsilon_{1x}^{*} \varepsilon_{2z}^{*} \Big] \varepsilon_{4z} \Big\}$$
eq. II-30

onde  $\beta = -\frac{i4\pi k}{n_0^2}$ . Examinaremos os três casos particulares a seguir:

a) As polarizações das ondas incidentes são todas paralelas ao eixo Ox, então a equação eq. II-30 torna-se:

$$\frac{d\varepsilon_{4x}}{dz} = \beta \chi_{xxxx} \varepsilon_{1x} \varepsilon_{2x} \varepsilon_{3x}^*$$
$$\frac{d\varepsilon_{3x}^*}{dz} = \beta^* \chi_{xxxx} \varepsilon_{1x}^* \varepsilon_{2x}^* \varepsilon_{4x}$$

b) Os feixes de bombeio são polarizados no plano xOz, então temos:

2

$$\frac{d\varepsilon_{4x}}{dz} = \beta \Big[ \chi_{xyyx} \varepsilon_{1z} \varepsilon_{2z} + \chi_{xxxx} \varepsilon_{1x} \varepsilon_{2x} \Big] \varepsilon_{3x}^*$$

$$\frac{d\varepsilon_{4z}}{dz} = \beta \Big[ \chi_{xyxy} \varepsilon_{1x} \varepsilon_{2z} + \chi_{xxyy} \varepsilon_{1z} \varepsilon_{2x} \Big] \varepsilon_{3x}^*$$

$$\frac{d\varepsilon_{3x}^*}{dz} = \beta^* \Big[ \chi_{xyyx} \varepsilon_{1z}^* \varepsilon_{2z}^* + \chi_{xxxx} \varepsilon_{1x}^* \varepsilon_{2x}^* \Big] \varepsilon_{4x} + \beta^* \Big[ \chi_{xyxy} \varepsilon_{1z}^* \varepsilon_{2x}^* + \chi_{xxyy} \varepsilon_{1x}^* \varepsilon_{2z}^* \Big] \varepsilon_{4y}$$
c) E finalmente os campos de bombeio são polarizados no plano *yOz*, obtemos:

$$\frac{d\varepsilon_4}{dz} = \beta \chi_{xxxx} \left( \varepsilon_{1y} \varepsilon_{2y} + \varepsilon_{1z} \varepsilon_{2z} \right) \varepsilon_{3x}^*$$
$$\frac{d\varepsilon_{3x}^*}{dz} = \beta^* \chi_{xxxx} \left( \varepsilon_{1y}^* \varepsilon_{2y}^* + \varepsilon_{1z}^* \varepsilon_{2z}^* \right) \varepsilon_{4xx}^*$$

As configurações a) e c) nos permite encontrar uma expressão analítica para  $\varepsilon_4$ e  $\varepsilon_3^*$  em função de z resolvendo-se um sistema de equações diferenciais de 2 equações a 2 incógnitas; como feito por Yariv e Pepper[5]. A solução deste sistema de equações diferenciais utilizando as condições de contorno das amplitudes do campo sonda  $\varepsilon_3^*$  em z=0 e a amplitude do campo conjugado  $\varepsilon_4$  em z=L, é dado pelas seguintes expressões:

$$\varepsilon_{4x}(z) = i \frac{\kappa^*}{|\kappa|} \frac{\operatorname{sen}[|\kappa|(z-L)]}{\cos|\kappa|L} \varepsilon_{3x}^*(0)$$

$$\varepsilon_{3x}^{*}(z) = i \frac{|\kappa|}{\kappa^{*}} \frac{\cos[|\kappa|(z-L)]}{\cos[\kappa|L} \varepsilon_{3x}^{*}(0)$$

eq. II-31

onde 
$$\kappa = \left\langle -\frac{4\pi k}{n_0^2} \chi_{xxx} \varepsilon_{1x} \varepsilon_{2x} \right\rangle$$
, para o caso a),  $\varepsilon \kappa = \left\langle -\frac{4\pi k}{n_0^2} \chi_{xxx} \left( \varepsilon_{1x} \varepsilon_{2x} + \varepsilon_{1z} \varepsilon_{2x} \right) \right\rangle$ 

para o caso c). No termo  $\kappa$ , que aparece na solução da equação eq. II-31, foi realizado uma média WKB<sup>†</sup>. O nosso meio não-linear de comprimento L é tal que L>> $\lambda$ , a média WKB é aplicável devido as características do meio não-linear, isto é, as variações das características do meio não-linear são lentas em relação ao comprimento de onda  $\lambda$ . Esta simplificação é útil e razoável do ponto de vista físico. Nós podemos observar que neste modelo as intensidades dos feixes de bombeio são muito maiores que os feixes de prova (conjugado e sonda), isso simplifica muito a nossa análise e como veremos posteriormente o modelo deixa de ser válido quando não obedecemos esta condição.

<sup>†</sup> O método de Wentzel-Kramers-Brillouin é assintótico e a média de uma função f(z) é dada por:  $\langle f(z) \rangle = \frac{1}{\lambda} \int_{0}^{\lambda} f(z) dz$ , onde f(z) é uma função que varia rapidamente (da ordem de variação do parâmetro  $\lambda$ ). A solução obtida na equação eq. II-31 nos faz definir um novo ente que possa exprimir a qualidade do espelho conjugador e as características do meio não-linear. Definimos este ente pela razão das intensidades dos feixes conjugado e de sonda:

$$R = \left| \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3} \right|_{z=0}^2 = tan^2 |\kappa| L$$

eq. II-32

onde R é a eficiência do feixe conjugado que é gerado em z=0.

Vamos analisar a equação eq. II-32 :

• Se o argumento for tal que  $\frac{\pi}{4} < |\kappa| L < \frac{3\pi}{4}$ , temos uma eficiência maior que 1

(o meio se comporta como um meio amplificador) como mostrada pela Figura II-9. Uma análise pela mecânica quântica revela que a amplificação do feixe sonda e a geração do feixe conjugado provêm dos feixes de bombeio ,ou seja, para cada fóton adicionado ao feixe conjugado um fóton deve ser adicionado ao feixe sonda e há uma subtração de fótons simultaneamente dos feixes de bombeio.



Figura II-9 Distribuição da intensidade dentro da região de interação no meio não-linear correspondendo ao caso  $\frac{\pi}{4} < |\kappa| L < \frac{3\pi}{4}$ .

Suponhamos agora que aumentamos a intensidade dos feixes de bombeio tal que  $|\kappa|L = \frac{\pi}{2}$  (Figura II-10), obtemos assim uma singularidade; ou seja, teremos uma eficiência *R* infinita. A condição *R* infinito não representa um situação física, pois em nossa solução da equação eq. II-30 (caso a) e c) ) supomos os feixes de bombeio são tão intensos que não há interação com o meio não-linear, assim pela conservação de energia os feixes fracos (feixes de prova) só podem aumentar com a diminuição da energia dos feixes de bombeio (feixes fortes).



Figura II-10 Distribuição da intensidade dentro da região de interação no meio não-linear quando  $|\kappa|L = \frac{\pi}{2}$ .

Demonstramos que  $\varepsilon_4(\vec{r})$  é proporcional a  $\varepsilon_3^*(\vec{r})$  (parte espacial) quando  $\varepsilon_3(\vec{r})$  é uma onda plana. No caso geral, para uma frente de onda qualquer, podemos expandir  $\vec{E}_3(\vec{r})$ em componentes de Fourier de ondas planas; sendo o sistema de equações eq. III-27 linear, cada componente de  $\vec{E}_4(\vec{r})$  sempre será o campo conjugado de uma componente, ou seja, sempre há conjugação de fase para toda frente de onda:

$$\varepsilon_{\Lambda}(\vec{r})e^{i(\omega t+\vec{k}\cdot\vec{r}\,)}\propto \varepsilon_{\Lambda}^{*}(\vec{r})e^{i(\omega t+\vec{k}\cdot\vec{r}\,)}$$

Podemos fazer uma estimativa para o CS<sub>2</sub>, um liquido não-linear com  $\chi^{(3)}$  da ordem de 10<sup>-12</sup> *e.s.u.* Para a luz visível temos k da ordem de 10<sup>-5</sup> cm<sup>-1</sup>, assim  $|\kappa| \approx 10^{-7} \epsilon^2 cm^{-1}$ . Se desejarmos obter uma eficiência igual a 1 (R $\approx$ 1) para L=1 cm devemos ter um laser com potência de aproximadamente 10<sup>9</sup> W/cm<sup>2</sup>, potência que só é conseguida através de laseres pulsados com alta potência. Esta restrição pode ser contornada se trabalharmos em um meio não-linear ressonante, como por exemplo no vapor de sódio que possui  $\chi^{(3)}$  da ordem de 10<sup>-8</sup> *e.s.u.* para freqüências próximas a linha D.

Nesta seção expomos o modelo de Yariv e Pepper com detalhes devido a importância deste modelo em nosso trabalho e também pela relativa simplicidade na compreensão da geração da onda conjugada. Vimos que neste modelo uma das considerações cruciais foi supor que a ordem de grandeza dos feixes de bombeio é muito maior que os feixes de prova (conjugado e sonda), isso facilitou muito a compreensão da CFMD40. Daremos continuidade na próxima seção ao modelo de Abrams-Lind que também será fundamental para os cálculos que iremos fazer nas próximas seções na compreensão do modelo teórico apresentado neste trabalho.

#### II.5. O Modelo de Abrams-Lind

Apresentamos nesta seção o modelo proposto por Abrams e Lind[10] no cálculo da suscetibilidade de um sistema de dois níveis cuja radiação incidente pode interagir ressonantemente ou quase ressonantemente com estes níveis. Apesar de haver poucas situações em que a radiação interage somente com dois níveis do meio não-linear, o modelo de Abrams e Lind pode ser empregado no estudo de meios não-lineares provocados por uma absorção saturada; principalmente em corantes orgânicos[11]. O modelo que apresentaremos é o ponto de partida no cálculo da eficiência da conjugação de fase em regime transiente em absorvedores saturáveis[12]; e também será útil no desenvolvimento da teoria que desenvolveremos na seção III.3.3

para meios cristalinos com  $n_2$  saturável no estudo de efeitos transientes na CFMD4O onde o método é aplicável.

A motivação deste modelo deve-se principalmente à obtenção de uma alta eficiência na CFMD4O com intensidades da ordem da intensidade de saturação do meio não-linear, e quando estivermos trabalhando em sistemas ressonantes onde a não-linearidade é alta. Este modelo torna-se necessário, pois o modelo de Yariv e Pepper[5], visto na seção II.4, considera somente o termo da expansão da suscetibilidade (veja seção II.2) até a terceira ordem ,isto é, termos até  $\chi^{(3)}$ . Haja visto que esta expansão até o terceiro termo só é valida para intensidades dos campos tal que :  $I \ll I_s$ , e podemos assim considerar  $\chi^{(3)}$  constante[9]. Apesar do método ser baseado em sistemas de dois níveis ele pode ser modificado e estendido para que se possa empregá-lo em sistemas de quatro níveis.

### II.5.1. Suscetibilidade em um Sistema de Dois Níveis

Apresentaremos nesta seção o cálculo da suscetibilidade para uma radiação interagindo com um sistema de dois níveis cuja interação desta radiação com os outros níveis do sistema possa ser desprezada. O cálculo que desenvolveremos nesta seção torna-se necessário para que possamos calcular a eficiência da conjugação de fase no regime estacionário, pois pela expansão da polarização do meio podemos obter os termos não-lineares que dão origem ao feixe conjugado.

Vamos supor que temos um campo ótico de freqüência  $\omega$  interagindo quase em ressonância com dois níveis de um dado meio, isto é,  $\omega \cong \omega_0 \equiv \frac{\overline{E_2} - \overline{E_1}}{\hbar}$ ; sendo a interação quase ressonante , podemos desprezar a interação do campo ótico com os outros níveis do sistema. A Figura II-11 mostra a interação da radiação com o sistema:



Figura II-11 Esquema da interação do campo ótico com os níveis de energia do sistema atômico.

Para calcularmos a suscetibilidade do sistema de dois níveis utilizamos o formalismo quântico. A Hamiltoniana do sistema pode ser descrita por :

$$H = H_0 + V = \begin{bmatrix} \overline{E_1} & -\vec{\mu}.\vec{E} \\ -\vec{\mu}.\vec{E} & \overline{E_2} \end{bmatrix}$$

eq. II-33

onde:  $H_0$  é Hamiltoniana do sistema não perturbado, V descreve a interação dos níveis do átomo com a radiação eletromagnética;  $\overline{E_1}$  é o nível de energia inferior e  $\overline{E_2}$  o superior;  $\vec{\mu}$  é operador de dipolo induzido pelo campo ótico incidente  $\vec{E}$ .

A suscetibilidade do sistema é mostrada como segue (para detalhes dos cálculos veja referência [29]) :

$$\chi = -\frac{2\alpha_0}{k} \frac{i+\delta}{\left(1+\delta^2\right)\left[1+\frac{I}{I_s}\right]}$$

eq. II-34

onde definimos os seguintes parâmetros:

$$\alpha_0 \equiv \frac{\mu^2 \Delta N_0 T_2 k}{2\varepsilon_0 \hbar}, \text{ é a absorção linear do meio;}$$

 $\mu$  valor esperado do operador dipolo induzido pela interação com o campo elétrico  $\vec{E}$ ;

 $T_1$ ,  $T_2$  tempos de relaxação longitudinal e transversa;

 $k = \frac{\omega}{c}$  módulo do vetor de propagação da onda eletromagnética (c= velocidade da luz no vácuo);

 $\delta = (\omega - \omega_0)T_2$  desintonia do centro de linha normalizada;

 $\Delta N_0$  é variação da densidade média da diferença de população entre os 2 níveis quando na ausência de campo ótico.

 $|E_s|^2 = \frac{\hbar^2}{T_1 T_2 \mu^2}$  intensidade de saturação no centro de linha;  $I_s = |E_s|^2 (1 + \delta^2)$  intensidade de saturação efetiva do sistema;

A equação eq. II-34 pode ser escrita como:  $\chi(E) = \chi'(E) - i\chi''(E)$ . A parte real  $\chi'(E)$  é responsável pela dispersividade do meio, e a parte imaginária  $\chi''(E)$  é responsável pela absorção do meio não-linear. Observe pela Figura II-12 o gráfico das duas partes da suscetibilidade:



Figura II-12 Gráfico da parte real  $\chi'(E)$  e imaginária  $\chi''(E)$  da suscetibilidade para  $I \ll I_s$  em função de  $(\omega - \omega_0)$ .

No gráfico da Figura II-12 supomos que a intensidade do campo incidente no meio não-linear é muito menor que a intensidade de saturação do meio, ou seja,  $I \ll I_s$ . A parte imaginária da suscetibilidade é uma "lorentziana" com uma largura da banda dada por:  $\Delta \omega = \frac{2}{T_2}$ . Podemos notar que a forma de linha da absorção é definida pela parte imaginária , isto é, por  $\chi$ "(E); conforme capítulo 7 da referência[13]. Pela equação eq. II-34 vemos que a suscetibilidade do meio varia com a intensidade do feixe incidente I.

A suscetibilidade obtida na equação eq. II-34 pelo formalismo quântico nos dá condições de obtermos os termos não-lineares da polarização responsáveis pelo feixe conjugado, podemos assim calcular a eficiência da conjugação de fase.

# II.5.2. Eficiência da CFMD4O em Sistema de Dois Níveis

Abrams e Lind[10] consideraram a mesma geometria na CFMD4O presente no modelo de Yariv e Pepper[5], além de considerar dois campos contrapropagantes  $E_1$  e  $E_2$ ; e dois campos de prova  $E_p$  e  $E_c$ . Conforme proposto inicialmente por Yariv e Pepper escrevemos o campo total como :  $E = E_0 + \Delta E$ , onde  $E_0 = E_1 + E_2$  e  $\Delta E = E_p + E_c$ ; e supomos que  $|E_0|^2 >> |\Delta E|^2$ . Os campos de bombeio se propagam na direção z', e os campos de prova se propagam na direção z (Figura II-8).

Vimos que os campos de prova podem ser tratados como uma perturbação no sistema, portanto é razoável fisicamente que façamos uma expansão de Taylor na polarização dada por:  $P(E) = \varepsilon_0 \chi(E)E$ , e considerar somente os termos até a primeira ordem na polarização:

$$P(E + \Delta E) = \varepsilon_0 \chi_0 E_0 + \varepsilon_0 \chi_0 \Delta E_0 - \frac{\varepsilon_0 \chi_0}{I_s} \left[ \frac{E_0 \Delta E^* + E_0^* \Delta E}{1 + \frac{|E_0|^2}{I_s}} \right] E_0$$

eq. II-35

onde 
$$\chi_0 = \chi(E_0) = \frac{-2\alpha_0}{k} \frac{i+\delta}{1+\delta^2} \frac{1}{\left(1+\frac{|E_0|^2}{I_s}\right)}.$$

Observamos que neste modelo há uma semelhança com o modelo de Yariv e Pepper no sentido de considerarmos os campos até a terceira ordem na expansão realizada na equação eq. II-35; mas difere por não aparecer o termo  $\chi^{(3)}$  que é constante, e surge também no denominador do terceiro termo da equação eq. II-35 o efeito da saturação.

Teremos que separar as componentes da polarização da equação eq. II-35 que se propagam como os campos  $E_p \, e \, E_c$ , isto pode ser feito de duas formas: por simples inspeção dos termos que se propagam como os campos de prova ou tomando as componentes de Fourier de cada campo<sup>†</sup>. Nos cálculos subsequentes não consideraremos a polarização dos campos de bombeio, isto é,  $E_1 \, e \, E_2$ ; pois neste modelo os feixes de bombeio não trocam energia com os feixes de prova e a absorção também é desprezada.

Os termos da polarização que se propaga como os campos conjugado  $E_c$  e  $E_p$ (veja apêndice VI.2) são respectivamente dados por:

$$\begin{split} P_{c} &= \frac{\varepsilon_{0}\chi_{0}}{\left(1 + \frac{\left|E_{0}\right|}{I_{s}}\right)} \Bigg[\varepsilon_{c} - \left(\varepsilon_{1}^{2}e^{-i2kt} + \varepsilon_{2}^{2}e^{i2kt} + 2\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}\right)\frac{\varepsilon_{p}^{*}}{I_{s}}\Bigg] \\ P_{p} &= \frac{\varepsilon_{0}\chi_{0}}{\left(1 + \frac{\left|E_{0}\right|}{I_{s}}\right)} \Bigg[\varepsilon_{p} - \left(\varepsilon_{1}^{2}e^{-i2kt} + \varepsilon_{2}^{2}e^{i2kt} + 2\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}\right)\frac{\varepsilon_{c}^{*}}{I_{s}}\Bigg] \end{split}$$

eq. II-36

Usando a aproximação do envelope que varia lentamente (veja equação eq. II-21) obtemos um sistema de duas equações acopladas para os campos de prova:

<sup>†</sup> A polarização de Fourier do campo  $P_c$  é dado por :  $P_c = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} e^{-i\omega_c t} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} P e^{-ikz} dz\right) dt$ .

$$\frac{d\varepsilon_c}{dz} = A(\xi)\varepsilon_c + B(\xi)\varepsilon_p^*$$

$$\frac{d\varepsilon_p^*}{dz} = -A(\xi)\varepsilon_p^* - B(\xi)^*\varepsilon_c$$
eq. II-37

onde os coeficientes da equação eq. II-37 são definidos no apêndice VI.1.

O sistema de equações apresentado acima (equação eq. II-37) possui uma diferença entre o sistema obtido por Yariv e Pepper (visto na seção II.4). No modelo proposto por Abrams e Lind os coeficientes da equação eq. II-37 não são constantes, pois existe o termo da fase dos campos incluso nos coeficientes  $A(\xi) \in B(\xi)$ ; por esta razão Abrams e Lind optaram por fazer uma aproximação WKB. Para justificar o emprego da aproximação WKB , Abrams e Lind supunham que os coeficientes  $A(\xi) \in B(\xi)$  variam mais rapidamente em distâncias comparadas com o comprimento de onda  $\lambda$  no meio que os campos  $\varepsilon_p(z) \in \varepsilon_c(z)$ ; e os campos de prova possuindo uma variação da ordem do comprimento L do meio não-linear na interação, e  $L >> \lambda$ . Aplicaremos portanto a média WKB nos coeficientes da equação eq. II-37 , substituindo-se assim pela suas médias:

$$\eta = \left\langle A(\xi) \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} A(\xi) d\xi$$
$$i\beta^* = \left\langle B(\xi) \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} B(\xi) d\xi$$

e finalmente obtemos:

$$\eta = \frac{\alpha_0 (1 - i\delta)}{\left(1 + \delta^2\right)} \frac{\left[1 + \frac{\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\right)}{I_s}\right]}{\left[1 + 2\frac{\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\right)}{I_s} + \left(\frac{\left(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2\right)}{I_s}\right)^2\right]}\right]}$$
$$\beta = \frac{-i\alpha_0 (1 + i\delta)}{\left(1 + \delta^2\right)} \frac{\left(2\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{I_s}\right)}{\left[1 + 2\frac{\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\right)}{I_s} + \left(\frac{\left(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2\right)}{I_s}\right)^2\right]}\right]}$$

eq. II-38

A solução do sistema de equações eq. II-37 (veja detalhes no apêndice VI.1.) com os coeficientes  $A(\xi)$  e  $B(\xi)$  sendo substituídos pelos coeficientes da equação eq. II-38, que levam em conta a média WKB, é :

$$\varepsilon_{c}(z) = i\beta^{*}e^{-i\eta^{"}z} \frac{\operatorname{sen}\gamma(z-L)}{\eta'\operatorname{sen}\gamma L + \gamma \cos\gamma L} \varepsilon_{p}^{*}(0)$$
$$\varepsilon_{p}^{*}(z) = e^{-i\eta^{"}z} \frac{\left(-\eta'\operatorname{sen}\gamma(z-L) + \gamma \cos\gamma(z-L)\right)}{\eta'\operatorname{sen}\gamma L + \gamma \cos\gamma L} \varepsilon_{p}^{*}(0)$$

eq. II-39

onde:  $\eta = \eta' - i\eta'' e \gamma = |\beta|^2 - \eta'^2$ . Podemos calcular a eficiência da conjugação de fase ou a refletância do feixe conjugado definida pela razão das intensidades dos feixes de prova:

$$R = \left| \frac{\varepsilon_c(0)}{\varepsilon_p(0)} \right|^2 = \left| \frac{\beta \tan \gamma L}{\gamma + \eta' \tan \gamma L} \right|$$

eq. II-40

A equação eq. II-40 pode ser comparada com a equação obtida no modelo de Yariv e Pepper[5] discutida na seção II.4. A condição de oscilação é atingida quando  $\eta' tan \gamma L = -\gamma$ , e quando  $\gamma$  é complexo devemos trocar tan  $\gamma L$  por tanh  $/\gamma/L$ . Podemos observar que na equação eq. II-40 não está presente o termo  $\eta''$ ; pois a parte imaginária de  $\eta$  é responsável somente pela fase entre os campos de prova (conforme equação eq. II-39) e por isso não pode haver alteração na energia dos campos.

A dependência da eficiência da conjugação de fase no meio não-linear pode ser sintetizada pela análise dos seguintes parâmetros: a) o produto do coeficiente de absorção (ou ganho para  $\alpha_0 < 0$ ) pelo comprimento do meio L, b) o parâmetro de saturação  $s \equiv \frac{I_1 + I_2}{2I_s} = \frac{I}{I_s}$  (supondo todas as intensidades iguais, com  $I = I_I = I_2$ ) e c)

o parâmetro de desintonia  $\delta$ .

Pela Figura II-13 observamos a curva da eficiência para vários valores de  $\alpha_0 L$ no centro de linha  $\delta=0$ . A eficiência da CFMD4O mostradas nas curvas da Figura II-13 é devida somente a rede absortiva e aumenta conforme o produto  $\alpha_0 L$ , mas não se aproxima de um. Se quisermos obter uma alta eficiência temos que trabalhar com meios invertidos, isto é, meios onde  $\alpha_0 < 0$  e  $\delta = 0$  (Figura II-14). Uma alta refletividade também pode ser obtida em meios absortivos trabalhando fora do centro de linha e aumentando o coeficiente de absorção do meio; neste caso a rede dispersiva supera a rede absortiva . Pela análise da equação eq. II-38 vemos que uma alta refletividade é obtida fora do centro de linha quando aumentamos a absorção do meio

e na mesma proporção  $(1+\delta^2)$ , ou seja, devemos fixar  $\alpha_{efetivo} L \equiv \frac{\alpha_0 L}{(1+\delta^2)} = \text{constante}$ ,

conforme Figura II-15. Na curva da eficiência Figura II-13 observamos que a eficiência atingia um máximo valor (saturação) para a intensidade incidente dos campos aproximadamente igual a  $I_s$ , conforme aumentamos a intensidade no meio. A saturação ocorre devido a uma saturação das moléculas excitadas do meio, pois a polarizabilidade do meio depende da diferença de população entre os dois níveis.



Figura II-13 Cálculo da eficiência (ou refletividade ) da CFMD4O em função do parâmetro de saturação s para vários valores de  $\alpha_0 L$  no centro de linha ( $\delta=0$ ) usando equação eq. II-40.



Figura II-14 Previsão teórica para refletividade em função do parâmetro  $s(s = \frac{I_1 + I_2}{2I_s} = \frac{I}{I_s}$ , supondo todas as intensidades iguais, com  $I = I_1 = I_2$ ) para vários valores de  $\alpha_0 L$  em meio invertido ( $\alpha_0 < 0$ ).



Figura II-15 Refletividade em função do parâmetro de saturação  $s=I/I_s$  para  $\alpha_{sletiv}L=1$  e vários valores do parâmetro de desintonia  $\delta$  [10].

Brown[14] aperfeiçoou o modelo de Abrams e Lind introduzindo a absorção dos feixes de bombeio e o efeito de trocas de energia entre os feixes de bombeio no processo de mistura das ondas, com isso o nosso sistema de duas equações (eq. II-37) acopladas passam à quatro; e o novo sistema pode ser resolvido numericamente. Na Figura II-16<sup>†</sup> apresentamos uma comparação entre o modelo apresentado nesta seção e a correção de Brown incluindo os efeitos de absorção e trocas de energia entre os feixes.

41

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Figura retirada da referência [14]



Figura II-16 Refletividade em função do parâmetro de saturação  $s=I/I_s$  ( $I_s$ = $|E_s|^2 (1 + \delta^2)$ ) com  $\alpha_{efetivo} L = 1$  e  $\delta=15$ . A curva cheia(<u>a</u>) representa o modelo de Abram e Lind[10] e as linhas tracejadas(<u>b</u>, <u>c</u>) as soluções numéricas de Brown[14]. A curva <u>b</u> é quando se leva em conta a absorção dos feixes de bombeio na solução numérica, e a curva <u>c</u> considera-se a absorção dos feixes de bombeio e a troca de energia entre os feixes de bombeio e prova.

Pelas várias figuras podemos concluir que: a) na Figura II-13 vimos que a eficiência era devida a grade de absorção do meio não-linear no centro de linha  $\delta = 0$ , b) na Figura II-14 temos um meio invertido, isto é, com ganho, e a refletividade é devida nesse caso a grade de ganho; c) e finalmente na Figura II-15 vimos que há a presença de duas grades dando origem ao feixe conjugado : uma absortiva e outra

42

dispersiva fora do centro de linha. No tratamento que Abrams e Lind fizeram não se levou em conta a absorção dos feixes de bombeio e nem as trocas de energia entre os feixes de prova e os feixes de bombeio e isto justifica a correção que Brown fez neste modelo.

O método de cálculo desenvolvido nesta seção será a base para prosseguirmos com o modelo que apresentaremos no capítulo III para cristais com índice de refração não-linear predominantemente dispersivo, e por isso foi abordado com detalhes - além de servir de modelo para uma melhor compreensão física dos efeitos não-lineares envolvidos.

#### Mistura por da Conjugação de Fase III. Modelo Teórico Quatro (CFMD4O) Cristais Ondas em Degenerada de Dopados com Cr<sup>3+</sup> em Regime Transiente

Vimos no capítulo II o desenvolvimento da teoria da conjugação de fase que foi primeiramente proposta por Hellwarth[4]. A extensão deste modelo feita por Yariv e Pepper[5] que consideraram dois feixes fortes contrapropagantes e feixes de prova fracos (sonda e conjugado) tal que podia-se desprezar as trocas de energia entre os feixes de bombeio e o feixe conjugado. Neste mesmo modelo viu-se que a nãolinearidade foi puramente dispersiva ( $\chi^{(3)}$ ) e a absorção linear e não linear dos feixes foram muito pequenas e podiam ser desprezadas. Observamos a necessidade do modelo de Abrams e Lind[10] quando: trabalhamos com campos óticos de alta intensidade, isto é, intensidades da ordem da intensidade de saturação do meio nãolinear , e em sistemas ressonantes onde a não-linearidade é alta e não podemos deixar de considerar termos além de  $\chi^{(3)}$ . Por estes motivos o modelo de Yariv e Pepper deixa de ser válido, justificando assim o modelo adotado por Abrams e Lind.

Neste capítulo trataremos dos requisitos necessários para desenvolver um modelo teórico que explique os efeitos transientes na CFMD4O em cristais. Estudaremos aqui os cristais dopados com  $Cr^{3+}$ : Rubi e GdAlO<sub>3</sub>: $Cr^{3+}$ , cuja não-linearidade ótica dispersiva é maior que a absortiva, conforme Catunda e colaboradores[15]. A idéia apresentada aqui é propor um modelo que venha suprir o espaço deixado pelo modelo apresentado por Silberberg e Bar-Joseph [12] que será visto na seção III.3.2, cujo desenvolvimento foi feito para absorvedores saturados de três níveis e o efeito não-linear era puramente absortivo. Para isso explicaremos como o átomo de  $Cr^{3+}$  se comporta numa matriz hospedeira e quais propriedades apresenta quando este mesmo átomo de  $Cr^{3+}$  é o agente dopante, justificando assim o modelo apresentado por nós.

## III.1. Cristais Dopados com Cr<sup>3+</sup>

Nesta seção estudaremos as características dos cristais dopados com  $Cr^{3+}$  como o Rubi (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) e o aluminato de gadolíneo (GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>), pois nosso desenvolvimento teórico-experimental é baseado neste dois cristais; mas nada impede, como veremos posteriormente, que o modelo apresentado na seção III.3.3 seja aplicado a outros cristais com diferentes características.

Os cristais dopados com  $Cr^{3+}$  como o Rubi e o aluminato de gadolíneo possuem uma estrutura similar à da perovskita. O íon de cromo fica submetido a um campo cristalino de simetria octaédrica apresentando distorção trigonal em sua estrutura e uma distorção spin-órbita.

O Rubi possui duas bandas bem largas[16,17] (aproximadamente de 1000Å)  ${}^{4}F_{2}$  (verde) e  ${}^{4}F_{1}$  (violeta) de absorção que são responsáveis pela cor característica do cristal. Na emissão laser os íons de cromo são bombeados do nível  ${}^{4}A_{2}$  (fundamental) não degenerado para essas bandas por uma lâmpada de flash (similar a usada em máquina fotográfica) e parte da luz que corresponde às freqüências destas bandas é absorvida pelos dopantes (Cr<sup>3+</sup>) no cristal hospedeiro. Com esta absorção os átomos de cromo do Rubi são promovidos a estes níveis, como pode ser visto pela Figura III-1 (referência [17]) :



Figura III-1 Esquema dos níveis do átomo de cromo na operação laser [17].

decaindo não radiativamente para o nível  ${}^{2}E$  como um tempo médio de aproximadamente  $\omega_{23}{}^{-1}=5.10^{-8}$  s ,pois esta transição é permitida pela regra de seleção de momento angular orbital e de spin. O nível  ${}^{2}E$  é não degenerado devido a uma distorção trigonal no campo cristalino octaédrico que os átomos de cromo estão expostos, portanto este nível é composto de dois níveis  $2\overline{A}$  e  $\overline{E}$  separados por  $\Delta E=29$ cm<sup>-1</sup>. O nível  $\overline{E}$  é o nível superior do sistema laser com um tempo de vida de aproximadamente  $3.10^{-3}$ s, que é relativamente longo comparado com transições permitidas próximas de  $5.10^{-8}$ s. O tempo médio das transições dos átomos de cromo que foram promovidos às bandas  ${}^{4}F_{2}$  e  ${}^{4}F_{1}$  para o nível fundamental e metaestável  ${}^{2}E$  são  $\omega_{21}{}^{-1} = 3, 3.10^{-6}$ s e  $\omega_{23}{}^{-1} = 5.10^{-8}$  s, respectivamente; conforme referências [16] e [17]. Isto é possível pois a transição do estado metaestável para o estado fundamental não é permitida por dipolo pela regra de seleção de spin. Concluímos que grande parte dos átomos excitados ,i.e. 99%, decaem para o nível metaestável e apenas 1% decaem para o nível fundamental; com isso o sistema possui uma eficiência quântica próxima de 1(um) [18].

46

No aluminato de gadolíneo o Gd substitui preferencialmente o Al, isto causa menos distorção no campo octaédrico do sistema e, portanto os níveis  $2\overline{A} \in \overline{E}$  têm uma separação de  $\Delta E=18$  cm<sup>-1</sup>, conforme Basso e colaboradores[18]. O tempo de vida do estado metaestável do cristal de GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> é maior que o do Rubi, pois o tempo de vida é inversamente proporcional ao quadrado da energia  $\Delta E$  entre os níveis  $2\overline{A} \in \overline{E}$ .

Vimos na seção III.1 que cristais dopados com cromo ,por exemplo Rubi e aluminato de gadolíneo, apresentam características de emissão laser, pois o átomo de  $Cr^{3+}$  nestes hospedeiros age mudando a resposta do meio a um campo ótico incidente atuando nas bandas de absorção ( ${}^{4}F_{2}$  e  ${}^{4}F_{1}$ ) do dopante. Podemos concluir que : se há um campo ótico interagindo somente com a banda  ${}^{4}F_{2}$  (verde) do átomo de cromo, o sistema pode ser tratado como um sistema de três níveis; pelas características que o dopante possui nos cristais de Rubi e GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>. Isto simplifica muito o tratamento que iremos dar continuidade na próxima seção .

#### III.2. Sistemas de Três Níveis

Estudaremos nesta seção como é o mecanismo de funcionamento de um átomo que pode ser tratado com um sistema de energia de três níveis; este estudo nos ajudará a compreender os efeitos não-lineares que iremos tratar nas próximas seções.

Os cristais dopados com  $Cr^{3+}$  como o Rubi e o aluminato de gadolíneo podem ser tratados como um sistema de três níveis, pois quando os íons de cromo são bombeados para a banda  ${}^{4}F_{2}$  decaem quase totalmente para o nível metaestável  ${}^{2}E$ , e deste para o estado fundamental  ${}^{4}A_{2}$ . Vamos simplificar esta situação, e então o sistema terá o seguinte aspecto:



Figura III-2 Diagrama simplificado dos níveis de energia para o íon de  $Cr^{3+}$ para uma radiação interagindo com a banda  ${}^{4}F_{2}$ . Os átomos de  $Cr^{3+}$  são bombeados para o estado excitado  ${}^{4}F_{2}$  e decaem rapidamente para o estado metaestável  ${}^{2}E$  e destes para o estado fundamental  ${}^{4}A_{2}$  com um tempo característico  $\tau_{0}$ .

Vimos na seção III.1 que a transição da banda  ${}^{4}F_{2}$  para o nível metaestável é muito rápida para este sistema, então podemos considerar a população desta banda como sendo aproximadamente nula. Definimos  $N_{0}$  a população total de íons de  $Cr^{3+}$  no cristal hospedeiro teremos então:  $N_{0} = N_{1} + N_{2} + N_{3}$ ; com  $N_{1}$ ,  $N_{2}$  e  $N_{3}$  as populações dos níveis 1, 2 e 3 (veja Figura III-2).

### III.2.1. Equações de Taxa em um Sistema de Três Níveis

Agora suponha que este sistema seja exposto a um feixe de luz de intensidade *I* e freqüência  $\omega$ , interagindo com a com a banda de absorção do cristal  ${}^{4}F_{2}$ . Os átomos de cromo possuindo uma seção de choque  $\sigma$  são promovidos do nível *1* para o nível *2* e deste decai rapidamente para o *3*. Equacionamos estes resultados através das equações de taxa[19] e poderemos prever a evolução das populações dos níveis em função do tempo e da intensidade da luz incidente. Teremos então o seguinte sistema de equações:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{\sigma I}{\hbar \omega} N_1 + \frac{N_3}{\tau_0}$$
eq. III-1

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{\sigma I}{\hbar\omega} N_3 - \frac{N_3}{\tau_0}$$

eq. III-2

$$N_0 = N_1 + N_3$$
 eq. III-3

Na equação eq. III-3 a população de  $N_2$  é desprezada, ou seja, aproximadamente igual zero, pelos argumentos discutidos na seção III.1. Nas equações eq. III-1 e eq. III-2,  $\sigma$ é a seção de choque do estado fundamental  ${}^{4}A_2$  (*I*) e  $\tau_0$  é o tempo de vida expontâneo do nível metaestável  ${}^{2}E$  (*3*). Se considerarmos a população do sistema constante e a população de  $N_2$  aproximadamente nula, temos:  $\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_3}{dt}$ . A equação eq. III-3 nos fornece  $N_1 = N_0 - N_3$ , derivando esta e sabendo que a variação da população do nível *1* é igual em módulo à variação do nível *3*, chegamos em:

$$\frac{dN_{3}}{dt} = \frac{I}{I_{s}} \frac{N_{0}}{\tau_{0}} - \frac{\left(1 + \frac{I}{I_{s}}\right)}{\tau_{0}} N_{3}$$

eq. III-4

onde :  $I_s = \frac{\hbar\omega}{\sigma\tau_0}$ , ou seja, o parâmetro de saturação do sistema.

Podemos resolver a equação eq. III-4, que é uma equação diferencial de primeira ordem, supondo que no instante t=0 o sistema está no estado fundamental *I*, e passa a evoluir no tempo com uma luz incidente de intensidade *I* e freqüência  $\omega$ :

$$N_3(t) = N_0 \frac{I/I_s}{\left(1 + \frac{I}{I_s}\right)} \left[1 - e^{\frac{t}{\tau}}\right]$$

eq. III-5

Desta última e da equação eq. III-3 chegamos em :

$$N_1(t) = \frac{N_0}{\left(1 + \frac{I}{I_s}\right)} \left[1 + \frac{I}{I_s} e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

eq. III-6

onde:  $\tau = \frac{\tau_0}{1 + I/I_s}$ .

O parâmetro  $I_s$  está relacionado com a intensidade incidente da seguinte forma para t>> $\tau_0$ : quando a radiação incidente I for tal que  $I \ll I_s$ , a maioria dos átomos de cromo estará no nível I e poucos estarão em 3. Se temos:  $I = I_s$ , pelas equações eq. III-5 e eq. III-6 vemos que há um equilíbrio $(N_1=N_3)$  das populações entre I e 3, mas se a radiação incidente no sistema for muito maior que a intensidade de saturação há uma inversão de população.

Pelas equações eq. III-5 e eq. III-6 vemos, respectivamente, que no momento que o campo ótico de intensidade I é ligado há um decréscimo e um acréscimo exponencial nas populações de  $N_3$  e  $N_1$ . No decorrer do tempo, o sistema tende ao equilíbrio enquanto houver campo ótico. Este equilíbrio só será atingido se o campo ótico estiver ativo por algumas unidades do tempo característico do sistema ( $\tau_0$ ). Para observar este efeito veja o seguinte gráfico:



Figura III-3 Cálculo da população do nível metaestável (eq. III-5) em função do tempo normalizado por  $\tau_0$  e para alguns valores do parâmetro de saturação s.

onde *s* é o parâmetro de saturação do sistema definido por:  $s \equiv I/I_s$ . O gráfico da Figura III-3 será útil para visualizar a participação das populações dos níveis 1 e 3 no efeito não-linear na CFMD4O, isto é, o efeito de saturação e o efeito transiente.

Concluímos pelas equações eq. III-5 e eq. III-6 que precisamos de intensidades menores em relação a um sistema de dois níveis para atingir a saturação , pois  $I_s$  é da ordem de 10<sup>3</sup> W/cm<sup>2</sup> em cristais dopados com Cr<sup>3+</sup>[15,23]. Num sistema de dois níveis a intensidade incidente deve ser muito alta devido ao tempo de relaxação longitudinal ser muito curto (da ordem de 10<sup>-9</sup>s).

Com a simplificação dos níveis de energia no átomo de cromo para três níveis  $(1, 2 \in 3)$  podemos obter equações para o novo sistema que explique a evolução temporal das populações quando um campo ótico de intensidade *I* e freqüência  $\omega$  interage com a banda  ${}^{4}F_{2}$  promovendo os átomos inicialmente no nível *I* para o nível 2. Como a eficiência quântica do sistema é próxima de 1 ,visto na seção III.1 ,os átomos decaem rapidamente do nível 2 para o 3. Vimos também que a saturação do sistema de três níveis é possível para baixas intensidades comparado com um sistema de dois níveis. A compreensão do sistema simplificado de três níveis será muito útil quando estudarmos efeitos não-lineares em cristais com esta característica, pois os efeitos óticos não-lineares induzidos pela luz incidente irão depender destas populações; visto que os efeitos não-lineares são devidos ao dopante.

# III.3. Efeitos Não-Lineares em Cristais com n<sub>2</sub> Saturável

Veremos nesta seção como podemos descrever os efeitos não-lineares de um cristal pela suscetibilidade dos diferentes níveis relevantes na interação da radiação incidente e os níveis de energia deste cristal. Os níveis de energia de um cristal que pode ser visto como um sistema de três níveis ( $Cr^{3+}$ ) possui diferentes características como os tempos de relaxação entre os níveis. Os tempos de relaxação entre os níveis nos diz como o sistema evolui quando uma radiação de freqüência  $\omega$ (verde) interage com os íons de  $Cr^{3+}$ .

As propriedades óticas não-lineares de cristais dopados com  $Cr^{3+}$ , por exemplo Rubi(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) e GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>, têm sido exploradas extensivamente em experimentos com redes induzidas por laser[20,21,22], conjugação de fase por mistura degenerada de quatro ondas[23,24] e outros. Em todos estes efeitos o índice de refração do cristal pode ser escrita como:

$$n = n_0 + n_2 I$$

eq. III-7

para o regime de baixa intensidade, isto é, intensidades bem abaixo da intensidade de saturação do cristal. No caso da conjugação de fase este efeito é conhecido como "Conjugação de Fase em Meio Kerr". O "Meio Kerr" pode ser entendido como um meio quase transparente cujas propriedades não-lineares dependem somente da intensidade da luz e essa dependência é linear com a intensidade. Na equação eq. III-7  $n_2$  é o índice de refração não-linear e  $n_0$  o índice de refração linear da amostra. No caso de cristais dopados com Cr<sup>3+</sup> mostraremos que a não-linearidade no índice de refração não só dependerá da intensidade incidente, mas também da diferença de polarizabilidade<sup>†</sup> [25](conforme citação da referência[24]) entre o estado fundamental  ${}^{4}A_2$  e o estado metaestável  ${}^{2}E$ , conforme mostrado por Catunda e colaboradores[15]. O modelo desenvolvido nas seções seguintes é baseado em cristais dopados com Cr<sup>3+</sup> (três níveis), mas o mesmo modelo pode ser estendido para sistemas de quatro ou mais níveis.

# III.3.1. Modelo de Suscetibilidade em Sistema de Três Níveis

Como foi visto na seção III.2, nós podemos simplificar os níveis de energia de cristais dopados com  $Cr^{3+}$  para três níveis. Será então razoável considerar fisicamente a participação destes níveis no processo dos efeitos não-lineares, pois cada nível possui diferentes características: como largura de linha e suscetibilidade distinta para cada nível. Se considerarmos os níveis fundamental e excitado, haverá assim uma diferença de polarizabilidade entre os estados *1* (fundamental) e *3* (metaestável) e a suscetibilidade  $\chi$  do cristal passa a ser dependente da populações nestes níveis[15,24,25,26,28].

Seguiremos aqui a idéia proposta por Maxwell-Garnett[26](conforme citação da referência [9]), e podemos escrever a suscetibilidade da seguinte forma:

$$\chi = \frac{N_1 \chi_1 + N_3 \chi_3}{N_0} + \chi_m$$

eq. III-8

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> a diferença de polarizabilidade existente no cromo é devido a susceptibilidades dos níveis fundamental e metaestável serem diferentes.

em que  $\chi_1$  e  $\chi_3$  são a suscetibilidade do estado fundamental e metaestável e  $\chi_m$  a suscetibilidade da matriz hospedeira, ou seja: a suscetibilidade do meio na ausência do dopante Cr<sup>3+</sup>. A suscetibilidade da matriz hospedeira é expressa por  $\chi_m$ , responsável pelos efeitos lineares tais como: absorção linear e dispersão linear. Note que aqui desprezamos a suscetibilidade do nível 2, pois os átomos do nível excitado decaem muito rapidamente ( $\approx 10^{-8}$ s) para o nível 3 (metaestável), e como estudaremos tempos da ordem do tempo de vida do estado metaestável ( $\approx 10^{-3}$ s), desprezamos a contribuição do termo da polarização do nível 2 (excitado); justificando assim a equação eq. III-8.

O resultado da equação eq. III-8 pode ser interpretado como se cada nível desse a sua contribuição conforme este vai sendo populado. Criamos assim, uma suscetibilidade resultante que irá depender das susceptibilidades dos níveis 1 e 3 e das populações destes níveis; além da contribuição da suscetibilidade  $\chi_m$  do meio hospedeiro.

Podemos relacionar o índice de refração complexo *n* do cristal com a suscetibilidade complexa do cristal através da equação de Clausius-Mossotti ou de Lorentz-Lorenz [27] (no CGS) dada por :

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} \left[ \frac{N_1 \chi_1 + N_2 \chi_2}{N_0} + \chi_m \right]$$

eq. III-9

Nós chamaremos de  $n_0$  o índice de refração da amostra sem a presença de campos óticos, ou seja, I=0. Neste caso praticamente toda a população de dopantes estará no estado fundamental e será nula a população do estado metaestável. Fisicamente isto é razoável, pois no equilíbrio térmico (em temperatura ambiente T=300K) aproximadamente toda a população dos átomos de cromo estarão no estado fundamental devido ao fator de Boltzmann:

$$\frac{N_3}{N_1} = e^{-\frac{\Delta E}{\kappa T}} \approx 10^{-30}$$

eq. III-10

54

 $\Delta E=14.10^3 \text{ cm}^{-1}$ , que é a energia do 'gap' da transição para o estado excitado. Concluímos que praticamente toda transferência de átomos de cromo do nível 1 para o nível 3 será via bombeio ótico :  $\hbar \omega \gg \kappa T$ . Obtemos através da equação eq. III-9, e da equação eq. III-10 ( $N_3 \approx 0$ ) uma relação entre  $n_0$  e a suscetibilidade da matriz hospedeira e a suscetibilidade do estado fundamental (nível 1) :

$$\frac{n_0 - 1}{n_0 + 2} = \frac{4\pi}{3} \left( \chi_1 + \chi_m \right)$$

eq. III-11

Conforme a referência [28],  $n_2$  é da ordem de  $10^{-8}$  cm<sup>2</sup>/W para o Rubi e aluminato de gadolíneo. É razoável portanto expandirmos o índice de refração complexo *n* da amostra como:

$$n = n_0 + \Delta n$$

eq. III-12

Se expandirmos a equação eq. III-9 chegamos em:

$$\Delta n = \frac{2\pi}{9} \frac{\left(n_0^2 + 2\right)^2}{n_0} \frac{\left(\chi_3 - \chi_1\right)}{1 + \frac{I}{I_s}} I \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$
eq. III-13

onde  $\tau = \frac{\tau_0}{1 + \frac{I}{I_s}}$ , por esta expressão quando  $t >> \tau$  (estado estacionário), temos:

$$n = n_0 + \frac{n_2}{1 + \frac{I}{I_s}}I$$

eq. III-14

com  $n_2 = \frac{2\pi \left(n_0^2 + 2\right)^2}{9} \frac{\left(\chi_3 - \chi_1\right)}{I_s}.$ 

Observamos que pela equação eq. III-14 quando  $I << I_s$  temos um meio nãolinear descrito anteriormente como meio "Kerr"(eq. III-7). Pelas referências citadas nesta seção vimos que existe uma diferença de polarizabilidade entre os estados fundamental e excitado e esta diferença que dará origem ao índice de refração nãolinear  $n_2$ ; e vimos também que o índice de refração não-linear é saturável compatível com a referência[15]. Concluímos que a saturação está associada à saturação da população do estado metaestável.

Antes da introdução do modelo que apresentarei na seção III.3.3, que leva em conta a parte dispersiva e absortiva do índice de refração não-linear no estudo de efeitos transientes na conjugação de fase em meio com  $n_2$  saturável, torna-se necessário apresentarmos o modelo proposto por Silberberg e Bar-Joseph[12]. Este modelo, como veremos seção III.3.2, é básico e só considera a parte absortiva do índice de refração; pois o meio considerado era um absorvedor saturado[11].

# III.3.2. Efeitos Transientes na CFMD4O em Absorvedores Saturados

Nesta seção apresentaremos o modelo proposto por Silberberg e Bar-Joseph [12] no estudo de efeitos transientes na conjugação de fase por mistura degenerada de quatro ondas em absorvedores saturados (corantes). Este modelo é introdutório e básico para a compreensão do modelo que iremos apresentar na seção III.3.3, pois estuda os efeitos transientes na CFMD4O em meios onde o índice de refração é puramente absortivo e a parte dispersiva pode ser desprezada.

Os absorvedores saturados possuem três níveis de energia: um nível fundamental (I), um nível de transição (2) e um nível metaestável (3). Os níveis presentes nos absorvedores são similares aos níveis presentes no Rubi, logo o esquema colocado na Figura III-2 dos níveis do  $Cr^{3+}$  se aplica neste caso. A análise realizada

para o estudo das populações dos níveis do cromo feita na seção III.2 é válida, portanto aplicaremos esta análise no estudo das propriedades óticas dos absorvedores saturados.

Se aplicarmos um campo ótico tal que possamos transferir os átomos do corante do nível fundamental *I* para o nível de bombeio *2* observamos que há uma rápida relaxação para o nível metaestável *3*, e do nível metaestável os átomos decaem para quase totalmente para o estado fundamental. Podemos tratar esse sistema em primeira análise como um sistema de dois níveis devido a população do nível de bombeio ser praticamente nula, portanto é razoável escrevermos a suscetibilidade para um átomo de dois níveis conforme capítulo 8 da referência [29] e referência [10].

Vamos escrever suscetibilidade para um átomo de dois níveis [29]:

$$\chi = \frac{-2\alpha_0}{k} \frac{i+\delta}{1+\delta^2+{s'}^2}$$

eq. III-15

onde:  $\delta$  é o termo de desintonia definido no capítulo II. O termo  $\alpha_0$  é coeficiente de absorção do campo ótico para baixas intensidades, isto é, quando a intensidade do campo ótico incidente total I é muito menor que a intensidade de saturação do meio  $I_s$ ; k é o número de onda e  $s' \equiv \frac{I}{I_s}$  é o parâmetro de saturação definido na seção III.2.1 ; I é intensidade total incidente no meio. O coeficiente de absorção  $\alpha_0$  presente na equação eq. III-15 depende da população do nível fundamental e da seção de choque da transição do nível fundamental para o nível excitado conforme capítulo 7 da referência[13]. Como vamos trabalhar quase no centro de linha o termo de desintonia  $\delta$  pode ser desprezado, e a equação eq. III-15 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\chi = \frac{-i\sigma N_0}{k} \frac{N_1(t)}{N_0}$$

eq. III-16

onde  $\sigma$  é a seção de choque da transição estimulada do nível fundamental (1) para o nível de bombeio (2) do corante; sendo  $N_{\theta}$  dado pela equação eq. III-3 e  $N_{I}(t)$  pela equação eq. III-6. Vimos que na equação eq. III-16 a suscetibilidade é puramente imaginária não possuindo termo real, portanto a rede de difração induzida pela mistura degenerada de quatro ondas que dará origem ao feixe conjugado será devido somente a absorção do meio.

A polarizabilidade do meio absorvedor pode ser escrita em termos da suscetibilidade definida na equação eq. III-16 como :

$$\vec{P} = \chi(\vec{E})\vec{E}$$

eq. III-17

No modelo considerado por Silberberg e Bar-Joseph [12] o campo elétrico total pode ser escrito em uma direção arbitrária como:  $E = E_0 + \Delta E$ , sendo  $E_0 = E_1 + E_2$  e  $\Delta E = E_p$  $+ E_c$ .  $E_1$  e  $E_2$  são os campos contrapropagantes com vetor de onda na direção z';  $E_p$ e  $E_c$  são respectivamente os campos de sonda e conjugado com vetor de onda na direção z, tal que  $|E_0|^2 >> |\Delta E|^2$ . Podemos então tratar o campo elétrico resultante com um termo de primeira ordem  $E_0$ e uma perturbação  $\Delta E$ .

Vimos que os campos óticos podem ser decompostos em um termo de primeira ordem e uma perturbação, portanto é razoável do ponto de vista físico fazermos uma expansão na polarização dada pela equação eq. III-17 para observarmos os efeitos desta perturbação na polarização no meio não-linear. Se fizermos uma expansão de Taylor na polarização do meio dada pela equação eq. III-17, esta pode ser separada em dois termos: um estacionário e outro dependente do tempo; como estamos interessados em efeitos transientes (dependentes do tempo), vamos ignorar por enquanto o efeito estacionário na polarização. O termo dependente do tempo da polarização depois da expansão de Taylor fica:

$$P = \frac{-i\sigma N_0 I_s^{\frac{1}{2}}}{k} e^{-t'(1+s_0)} (1-t'\Delta s) \left[ \frac{s_0(1+s_0) + \Delta s}{(1+s_0)^2} \right] (e_0 + \Delta e)$$

eq. III-18

onde definimos:  $e_0 \equiv \frac{E_0}{I_s^{\frac{1}{2}}}$ ,  $\Delta e \equiv \frac{\Delta E_0}{I_s^{\frac{1}{2}}}$  e t' = t/ $\tau_0$ ; convenientemente definimos:  $s_0 \equiv e_0^* e_0$  e  $\Delta s \equiv e_0^* \Delta e + e_0 \Delta e^*$ .

Pela equação eq. III-18 separamos os termos da polarização que se propagam da mesma forma que os campos de sonda  $E_p$  e conjugado  $E_c$ , ou seja, com mesma freqüência e vetor de onda k. Isto pode ser feito de duas maneiras: por inspeção, ou seja, verificando os termos da equação eq. III-18 que se propagam como  $E_p$  e  $E_c$ ; ou tomando-se as componentes de Fourier<sup>†</sup> da polarização .

A polarização conjugada  $P_c$  fica escrita como:

$$P_{c} = C \Biggl\{ \frac{\left(1 + p \left[(2 + p) - t' p (1 + p) e^{-t'(1 + p)}\right]\right)}{\left(1 + p\right)^{2}} e_{c} - \frac{p}{\left(1 + p\right)^{2}} \left(1 - \left[1 - t' p (1 + p)\right] e^{-t'(1 + p)}\right) e_{p}^{*}\Biggr\}$$

eq. III-19

onde:  $C = \frac{-i2\alpha_0}{k} I_s^{\nu_2}$ ,  $2\alpha_0 = \sigma N_0$ , t' = t/ $\tau_0$ ,  $|e_l| = |e_2|$  e  $p = 4|e_1|^2 \cos^2 \theta$ ; sendo  $\theta = kz'$ , o ângulo de fase dos feixes contrapropagantes. De forma análoga obtemos a polarização para  $P_p$ . Vamos considerar que os campos têm uma variação no envelope muito mais lenta que os termos com  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ ; usamos então :

$$I_s^{\frac{1}{2}} \frac{de_l}{dz} = \frac{ik}{2} P_l \qquad l = c, p$$

eq. III-20

com  $n_0 \approx 1$  (absorvedor saturável), e lembrando que a equação eq. III-20 deve ter um sinal negativo para o campo de sonda p.

Se substituímos a equação eq. III-20 para as amplitudes dos campos  $e_c(z)$  e  $e_p(z)$ , teremos um sistema de duas equações diferenciais acopladas de primeira ordem; similar às obtidas por Abrams e Lind[10]:

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Veja apêndice VI.2

$$\frac{de_c(z)}{dz} = \eta(t,\theta)e_c(z) + i\beta^*(t,\theta)e_p^*$$
$$\frac{de_p^*(z)}{dz} = -\eta^*(t,\theta)e_p^*(z) + i\beta(t,\theta)e_c$$

eq. III-21

Estas equações acopladas são facilmente resolvidas (cálculo similar é realizado no apêndice VI.1), e obtemos os seguintes resultados:

$$\eta(t,\theta) = \alpha_0 \left\{ \frac{1 + p[(2+p) - t^* p(1+p)]e^{-t^*(1+p)}}{(1+p)^2} \right\}$$
$$\beta^*(t,\theta) = i\alpha_0 \left\{ \frac{p}{(1+p)^2} [1 - [1 - t^* p(1+p)]e^{-t^*(1+p)}] \right\}$$

eq. III-22

A eficiência pode ser escrita como apresentado na seção II.5, mas antes de obtermos a eficiência dependente do tempo temos que eliminar a dependência da fase dos campos contida no termo p da equação eq. III-22 usando a média WKB, conforme referência[10]. Feita a média WKB nos coeficientes da equação eq. III-22 sobre os termos de fase poderemos usar a equação eq. II-40.

Na Figura III-4 apresentamos o comportamento da eficiência da conjugação de fase em função do tempo para vários valores do parâmetro de saturação<sup>†</sup> s, considerando a média WKB nos coeficientes da equação eq. III-21. Observamos que o efeito transiente começa a surgir quando o parâmetro de saturação começa a se aproximar de  $s \cong 0,5$ , e o efeito se torna abrupto conforme se vai aumentando o parâmetro s de saturação do meio não-linear. O transiente pode ser explicado da seguinte forma: a absorção do meio é que irá criar a grade de difração que os feixes de bombeio difratarão dando origem ao feixe conjugado, e como esta grade depende da intensidade da luz incidente o efeito transiente é observado dependendo da intensidade

† 
$$s \equiv \frac{I_1 + I_2}{2I_s} = \frac{I}{I_s}$$
, com  $I=I_1=I_2$ ; conforme definição da seção II.5.2.
do feixe incidente. Apesar das grades formadas devido aos absorvedores já estarem saturadas em altas intensidades - há um certo instante (antes de atingir o estado estacionário) que estas grades terão uma eficiência máxima e difratarão uma apreciável quantidade de luz, maior que o estado estacionário. O tempo de construção desta grade é inversamente proporcional à intensidade da luz incidente(veja equação eq. III-6), então esperamos picos mais intensos para altas intensidades (s >> 0, 5).



Figura III-4 Previsão teórica usando o modelo da referência [12] da refletividade do feixe conjugado para vários valores do parâmetro de saturação  $s \operatorname{com} \alpha_0 L=1$  em função do tempo normalizado por  $\tau_0$ . O cálculo da refletividade(eq. II-40) é feito usando-se a média WKB nos coeficientes definidos na equação eq. III-22.

O modelo que apresentamos nesta seção foi desenvolvido por Silberberg e Bar-Joseph[12] no estudo de efeitos transiente na CFMD4O em absorvedores saturáveis. Este modelo é em sua essência o modelo proposto por Abrams e Lind[10] para meios absortivos mas levando-se em conta a evolução temporal na suscetibilidade do meio não-linear. Vimos que o modelo proposto por Silberberg explica satisfatoriamente o transiente observado para intensidades acima da intensidade de saturação do meio nãolinear; e podemos, assim, dar seqüência ao modelo que iremos propor para meios dispersivos e absortivos. Veremos na próxima seção a extensão deste modelo para meios não-lineares onde a dispersividade é mais relevante que a parte absortiva e como responde a refletividade neste meio na resposta a um pulso de luz.

# III.3.3. Modelo Teórico da Eficiência da CFMD4O com $n_2$ Saturável em Regime Transiente

O regime transiente na CFMD4O foi proposta inicialmente por Silberberg e Bar-Joseph[12] para absorvedores saturados no estudo de corantes. Apresentaremos aqui o nosso modelo que leva em conta tanto a parte dispersiva quanto a parte absortiva do índice de refração, sendo a motivação deste modelo o estudo de cristais que possuem a parte dispersiva maior que a parte absortiva; pois conforme Catunda e colaboradores[28] a parte dispersiva é aproximadamente dez vezes maior que parte absortiva, no caso do Rubi e aluminato de gadolíneo.

Pela equação eq. III-8, que descreve o comportamento da suscetibilidade em cristais com três níveis, e a equação eq. III-5 escrevemos:

$$\chi = \frac{N_1\chi_1 + N_3\chi_3}{N_0} + \chi_m = \chi_0 + \Delta\chi$$

#### eq. III-23

com:  $\chi_0 = \chi_1 + \chi_m$ ,  $s' = \frac{I}{I_s}$  (*I* é a intensidade da luz incidente no meio),  $\Delta \chi = (\chi_3 - \chi_1) \frac{s'}{1+s'} [1 - e^{-t'(1+s')}]$ , e  $t' = t/\tau_0$ . A dependência temporal na suscetibilidade fica contida assim em  $\Delta \chi$ . Nota-se que a expansão feita na equação eq. III-23 está consistente com a equação eq. III-12, e pode-se observar que na suscetibilidade  $\chi$  separamos em uma parte forte  $\chi_0$  e uma parte fraca  $\Delta \chi$ ; sendo o termo fraco responsável pelos efeitos não-lineares do cristal como será visto posteriormente. Seguiremos a partir da equação eq. III-23 o modelo apresentado na seção II.5 conforme capítulo II. A diferença fundamental do modelo apresentado aqui em relação ao proposto por Abrams e Lind[10] são: a) sistema de três níveis e portanto a suscetibilidade é tal que  $\chi \propto \frac{s'}{1+s'}$  ao passo que para Abrams-Lind vale  $\chi \propto \frac{1}{1+s'}$ , b) existência da parte real de  $\chi$  (responsável pela dispersividade do meio) dependente da diferença de polarizabilidade entre os estados fundamental e metaestável; já que no modelo da referência[10] a parte dispersiva era existente somente quando trabalhavase fora do centro da linha  $\delta \neq 0$ .

Neste modelo estamos trabalhando com cristais com alto índice de refração, ou seja, índice de refração linear  $n_0$  da ordem de 2; portanto é razoável considerarmos o efeito do campo local[30]. A presença do campo local que o dopante e o meio hospedeiro presencia deve ser considerado no cálculo da polarizabilidade do meio, pois pode haver um acréscimo na polarizabilidade ; por esta razão devemos escrever a polarizabilidade do sistema (no CGS) como:

$$\vec{P}(\chi) = \frac{\chi}{1 - \frac{4\pi}{3}\chi} \vec{E}$$

## eq. III-24

onde  $\chi$  é dado pela equação eq. III-23. Lembrando que supomos que o efeito nãolinear devido aos dopantes  $\Delta \chi$  é muito menor em relação a suscetibilidade da matriz hospedeira e a suscetibilidade do estado fundamental do dopante. Isto é equivalente a dizer que a variação do índice de refração do meio é muito pequena em relação ao índice de refração linear do meio, conforme equação eq. III-12.

Na equação eq. III-23 temos um termo de primeira ordem  $\chi_0$  e uma perturbação  $\Delta \chi$ , portanto é compreensível fazermos uma expansão na polarizabilidade dada pela equação eq. III-24; teremos então :

$$\vec{P} = \frac{\chi_0}{1 - \frac{4\pi}{3}\chi_0}\vec{E} + \frac{\chi_3 - \chi_1}{\left(1 - \frac{4\pi}{3}\chi_0\right)^2}\frac{s'}{1 + s'}\left[1 - e^{-t'(1 + s')}\right]\vec{E} = \vec{P}^L + \vec{P}^{NL}$$

eq. III-25

onde o primeiro termo  $\vec{P}^L = \frac{\chi_0}{1 - \frac{4\pi}{3}\chi_0} \vec{E}$  é responsável pela polarização linear do

meio que dará origem ao índice de refração linear do cristal e a absorção linear, conforme equação eq. III-11; e o segundo termo é a polarização não-linear com a dependência temporal inclusa. Com o uso índice de refração não-linear  $n_2$  definido na equação eq. III-14 e de  $n_0$  obtido da equação eq. III-11, escrevemos a polarização não-linear como segue:

$$P^{NL} = \frac{n_0 n_2 I_s}{2\pi} \frac{s'}{1+s'} \Big[ 1 - e^{-t'(1+s')} \Big] E$$

eq. III-26

esta equação descreve a mesma polarização para o estado estacionário quando t' $\rightarrow \infty$ , caso estudado na referência [15]. Procederemos conforme o modelo proposto por Abrams e Lind[10]; para isso teremos que expandir a polarização não-linear (equação eq. III-26) e manter os termos até a terceira ordem do campo elétrico:

$$P^{NL} = \frac{n_0 n_2 I_s^{\frac{N}{2}}}{2\pi} \left\{ \frac{\left(1 + p((2+p) - t' p(1+p))e^{-t(1+p)}\right)\Delta e}{\left(1 + p\right)^2} + \frac{p(-1 + (1 - t' p(1+p))e^{-t(1+p)})\Delta e^*}{\left(1 + p\right)^2} \right\}$$

eq. III-27

com:  $I = I_1 = I_2$ ,  $p = 4s\cos^2 \theta$  e  $\theta = kz'$  o ângulo de fase dos feixes contrapropagantes.

A expansão que fizemos na equação eq. III-27 até a terceira ordem do campo é similar a feita na equação eq. II-35, sugerida primeiramente no modelo de Abrams e Lind[10]; pois estamos interessados em efeitos não-lineares desta ordem. Com a expansão feita na equação eq. III-27 podemos separar a polarização não-linear da equação eq. III-27 em duas componentes como feito na equação eq. II-36, e obtemos:

$$P_{p} = \frac{n_{0}n_{2}I_{s}^{\frac{N}{2}}}{2\pi} \left\{ \left[ \frac{1 + p((2+p) - t p(1+p))e^{-t(1+p)}}{(1+p)^{2}} \right] e_{p} - \frac{p}{(1+p)^{2}} \left[ 1 - (1 - t p(1+p))e^{-t(1+p)} \right] e_{c}^{*} \right\}$$

$$P_{c} = \frac{n_{0}n_{2}I_{s}^{\frac{N}{2}}}{2\pi} \left\{ \left[ \frac{1 + p((2+p) - t p(1+p))e^{-t(1+p)}}{(1+p)^{2}} \right] e_{c} - \frac{p}{(1+p)^{2}} \left[ 1 - (1 - t p(1+p))e^{-t(1+p)} \right] e_{p}^{*} \right\}$$

## eq. III-28

As equações obtidas para polarizabilidade do meio não-linear  $P_p \, e \, P_c$  podem ser relacionadas pela equação eq. II-22 (no CGS), dando origem a um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem acopladas; similar as obtidas nas equações eq. III-21 com os novos coeficientes dados por (veja cálculo no apêndice VI.4):

$$\eta(t,\theta,s) = \alpha_0 + \frac{ikn_2}{n_0} \left\{ \frac{1 + p[(2+p) - t^* p(1+p)]e^{-t^*(1+p)}}{(1+p)^2} \right\}$$
$$\beta(t,\theta,s) = \frac{-kn_2^* I_s}{n_0} \left\{ \frac{p}{(1+p)^2} \left[ 1 - (1 - t^* p(1+p))e^{-t^*(1+p)} \right] \right\}$$

eq. III-29

No resultado da equação eq. III-29, que são os coeficientes da equação diferencial acoplada, levamos em conta a absorção (ganho) linear incluso no termo  $\alpha_0$ ; mas para podermos aplicar este resultado na equação da eficiência (eq. II-40) temos que aplicar a média WKB nos coeficientes sobre o angulo de fase  $\theta$  entre os campos de bombeio para que possamos calcular refletividade dependente do tempo e da intensidade da luz incidente. A eficiência dependente do tempo pode ser escrita conforme equação :

$$R(t,s) \equiv \left| \frac{\varepsilon_{o}(0)}{\varepsilon_{p}(0)} \right|^{2} = \left| \frac{\beta \tan \gamma L}{\gamma + \eta' \tan \gamma L} \right|$$

eq. III-30





A Figura III-5 apresenta uma comparação com o modelo que desenvolvemos nesta seção e o modelo desenvolvido por Silberberg e Bar-Joseph [12] para a evolução temporal da refletividade em função do tempo para alguns valores do parâmetro de saturação  $s \operatorname{com} \alpha_0 L$  fixo. Observamos que o nosso modelo apresenta altas refletividades para uma mesma absorção do meio comparada com a desenvolvida por Silberberg e Bar-Joseph[12], isto se deve a uma participação preponderante da dispersividade do meio; que é causada pela diferença de polarizabilidade entre os estados atômicos que interagem com os campos óticos dando origem ao feixe conjugado - como conseqüência conseguimos uma alta eficiência no meio cristalino. Podemos observar que para tempos tais que :  $t \gg \tau$ , os valores da eficiência estão de

acordo com a eficiência para o estado estacionário, conforme referência[15]. Verificamos que: se tomarmos o limite  $t' \rightarrow \infty$  e a média WKB na equação eq. III-29 encontramos, como era de se esperar, os seguintes valores de  $\eta \in \beta$ :

$$\eta = \alpha_{0} + i \frac{kn_{2}I_{s}}{n_{0}} \left\{ 1 - \frac{1 + (e_{1}^{2} + e_{2}^{2})}{\left[ 1 + 2(e_{1}^{2} + e_{2}^{2}) + (e_{1}^{2} - e_{2}^{2})^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$
$$\beta = \frac{kn_{2}I_{s}}{n_{0}} \frac{2e_{1}e_{2}}{\left[ 1 + 2(e_{1}^{2} + e_{2}^{2}) + (e_{1}^{2} - e_{2}^{2})^{2} \right]^{\frac{3}{2}}}$$

eq. III-31

com  $e_1^2 \equiv \frac{I_1}{I_s} e e_2^2 \equiv \frac{I_2}{I_s}$ .

As equações apresentadas em eq. III-31 são as mesmas obtidas por Catunda e colaboradores[15] para o regime estacionário. Verificamos assim que o nosso modelo é consistente com os resultados anteriores para cristais que apresenta um dispersividade do meio maior que a absorção.

O transiente que observamos tanto em nosso modelo como no modelo apresentado na seção III.3.2 pode ser entendido da seguinte forma: a) sabemos que para intensidades acima ou igual a intensidade de saturação do meio não-linear atingimos o estado estacionário das populações dos níveis 1 e 3 (veja Figura III-3) depois de algumas unidades do tempo de vida do estado metaestável(3); b) observamos(Figura III-3) que com o aumento do parâmetro s a população do estado metaestável sobe mais abruptamente comparado com s abaixo de 0,5. Enquanto a população do nível 3 evolui no tempo com s>0,5 a grade formada neste intervalo difrata uma máxima quantidade de luz, isto é, a grade atinge o contraste máximo e observamos o pico na refletividade. Para s<0,5 o contraste da rede é pouco e não observamos o transiente.

Nesta seção desenvolvemos uma teoria que podemos aplicar em meios onde a dispersividade do meio é de aproximadamente 10 vezes maior que a parte absortiva em cristais dopados com  $Cr^{3+}$  [28] no cálculo da evolução temporal da eficiência.

Concluímos que o modelo que desenvolvemos é mais adequado no estudos de cristais não-lineares, pois considera a participação das redes dispersivas na evolução temporal do feixe conjugado. O efeito transiente na eficiência da conjugação de fase foi observado primeiramente em cristal (Rubi) por Boothroyd e colaboradores[31], mas nesta referência o tratamento empregado foi para absorvedores saturados e não houve menção a dispersividade do meio.

O modelo que desenvolvemos neste capítulo irá nos possibilitar aplicá-lo no capítulo IV; onde verificamos a validade da teoria que desenvolvemos em cristais nãolineares como o Rubi e o aluminato de gadolíneo. Este modelo além de ser mais genérico pode ser empregado em cristais que possuam três ou mais para sistemas com algumas alterações na suscetibilidade do meio.

# IV. Parte Experimental

Vimos no capítulo III que desenvolvemos uma nova teoria que prevê efeitos transientes na conjugação de fase por mistura degenerada de quatro ondas. Comparamos nosso modelo teórico com o modelo proposto por Silberberg e Bar-Joseph[12] e vimos que o modelo apresentado por nós as refletividades são pelo menos duas ordens de grandeza maior que o apresentado na referência[12].

Nesta parte do presente trabalho confrontaremos nosso modelo com a experiência. Para que possamos comparar o nosso modelo com a experiência utilizaremos a montagem experimental da Figura IV-1.

## IV.1. Montagem Experimental

A montagem experimental que utilizamos para observar a CFMD4O em regime transiente é apresentada na Figura IV-1.



Figura IV-1 Montagem por nós utilizada para observar efeitos transientes na conjugação de fase por mistura degenerada de quatro ondas.

O feixe que emerge do laser  $Ar^+$  (514,5nm) é ora obstruído ora desobstruído pelo obturador mecânico(chopper) e focalizado pela lente f500 no cristal a ser estudado com a amostra no foco. O feixe principal é separado em duas componentes por um divisor de feixes(BS<sub>1</sub>): os feixes que incidem no cristal ( $I_1 e I_2$ ) são os campos de bombeio e a outra parte do feixe separada por BS<sub>1</sub> darão origem aos feixes de prova ( $I_c e I_p$ ). Os feixes de prova podem ser determinados pela medida do sinal lido nos detetores D<sub>1</sub> e D<sub>2</sub>.

Nas próximas seções vamos descrever os elementos que participaram da montagem para observar o efeito transiente na CFMD4O e sua função na experiência. Nesta montagem experimental utilizamos os seguintes equipamentos: Laser, obturador mecânico (chopper), lentes, espelhos, íris, detetores e osciloscópio.

#### IV.1.1. Laser

Utilizamos um laser de Ar<sup>+</sup> contínuo com potência nominal de 1,5W operando em 514,5nm no modo TEM<sub>00</sub>. A razão desta escolha reside no fato deste laser operando em 514,5nm (verde) interage com a banda  ${}^{4}F_{2}$  (verde) de absorção dos íons de cromo (Cr<sup>3+</sup>). Com isto esperamos que o efeito não-linear contido em  $n_{2}$  seja perceptível, pois o índice de refração não-linear  $n_{2}$  nestes materiais é da ordem de  $10^{-8} \frac{cm^{2}}{W}$  [24] e como podemos atingir intensidades da ordem de  $10^{4} \frac{W}{cm^{2}}$  (utilizandose uma lente f500) teremos uma variação no índice de refração da ordem de  $\Delta n \approx 10^{-4}$ , que é perceptível pelo nosso experimento.

#### IV.1.2. Cristais Utilizados

Nesta experiência utilizamos três matrizes hospedeiras: um cristal comercial de Rubi (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) com (0,31  $\pm$  0,02)cm de espessura e dois cristais de aluminato de gadolíneo (GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) possuindo (0,094 $\pm$  0,004)cm e (0,234 $\pm$  0,006)cm de espessuras. Estes cristais foram obtidos junto ao professor Tomaz Catunda(IFQSC-USP); sendo que as amostras de aluminato de gadolíneo foram crescidas pelos professores J.P. Andreeta e H. Scheel do Instituto de Física e Química de São Carlos da USP.

O uso de cristais de GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> e Rubi em nossa experiência para observar os efeitos transientes na CFMD4O se deve ao alto índice de refração não-linear ( $n_2$  da ordem de  $10^{-8} \frac{cm^2}{W}$  [24]) que estes cristais apresentam comparado com o CS<sub>2</sub>( $n_2$  da ordem de  $10^{-14} \frac{cm^2}{W}$  [32]), por exemplo. Com a característica de possuir um alto índice de refração não-linear( $10^6$  maior que o CS<sub>2</sub>) estes cristais (GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> e Rubi) se tornam excelentes para observar a CFMD4O em regime transiente não havendo a necessidade de se utilizar laseres pulsados de alta potência.

Os cristais de GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> possui uma vantagem em relação ao Rubi :  $\tau_0$  (o tempo de vida médio do estado metaestável) é da ordem de 10ms, o que torna a transferência de íons de Cr<sup>3+</sup> para o estado intermediário mais eficiente em relação ao Rubi que possui um  $\tau_0$  da ordem de 3ms.

Apresentamos algumas características medidas dos cristais (veja apêndices VI.5 e VI.) usados neste trabalho na tabela a seguir:

Tabela IV-1	Características	das	amostras	usad	as:
-------------	-----------------	-----	----------	------	-----

Amostra	Espessura L(cm)	Índice de refração linear n <sub>o</sub>	Coeficiente de absorção α(cm <sup>-1</sup> )	Tempo de vida do estado metaestável τ <sub>0</sub> Medido / Literatura	
Rubi	0.31+0.02	$1.72 \pm 0.06$	$0,89 \pm 0,06$	$(3,0\pm0,8)$ ms	3 ms[17]
$GdAlO_{2}:Cr^{3+}(1)$	$0.094 \pm 0.004$	$1.98 \pm 0.08$	$1,37 \pm 0,24$	$(11,5 \pm 1,0)$ ms	10 ms[18]
$GdAlO_3:Cr^{3+}(2)$	$0,234 \pm 0,006$	$1,95 \pm 0,07$	$1,11 \pm 0,10$	(11,7 ± 1,1 )ms	10 ms[18]

## IV.1.3.Obturador Mecânico (Chopper)

Utilizamos um obturador mecânico (chopper) para observar a evolução temporal do feixe conjugado e também para eliminar a luz espalhada na montagem (e.g. a luz espalhada(Figura IV-3) proveniente do cristal, separadores de feixe, lentes, etc.). A utilização do obturador facilita muito a detecção do sinal conjugado para intensidades dos feixes de bombeio relativamente baixas, ou seja, intensidades de bombeio muito menores que a intensidade de saturação do cristal. Se estivermos trabalhando com baixas intensidades a verdadeira intensidade do feixe conjugado pode ser mascarada pela luz espalhada e poderemos realizar uma falsa medida. Para eliminar este problema utilizamos o obturador(chopper) para que possamos saber o que é luz espalhada e o sinal quando realizarmos a medida do feixe conjugado pelo detetor D<sub>2</sub>.

O sinal do feixe conjugado lido pelo detetor  $D_2$  é apresentado na Figura IV-2.



Figura IV-2 Evolução temporal do feixe conjugado (medido pelo detetor  $D_2$ ) usando o cristal de GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> com espessura de (0,094± 0,004)cm. No sinal detectado por  $D_2$  o obturador mecânico (Cpp) foi posto entre o espelho  $M_1$  e o separador de feixe BS<sub>2</sub>(Figura IV-1). O obturador é ligado em Cpp 'ON' e desligado em Cpp 'OFF'.

A forma característica do sinal do feixe conjugado(Figura IV-2) quando obturamos somente o feixe de prova é semelhante ao apresentado por Liao e Bloom[23].

A curva do feixe conjugado apresentado na Figura IV-2 nos permite identificar o sinal conjugado da luz espalhada, pois a luz espalhada é uma onda quadrada no tempo (Figura IV-3). Observamos na Figura IV-3 que o sinal leva um certo tempo para atingir o nível máximo de tensão(próximo de 0,27 Volts) e um certo tempo para sair deste máximo e ir para próximo de 0 Volts, isto se deve ao feixe possuir um tamanho finito, ou seja, a pá do obturador leva um certo tempo para obstruir totalmente o feixe e outro tempo para permitir a passagem completa do feixe.



Figura IV-3 Sinal observado pelo detetor  $D_1$  em função do tempo com a obturação do feixe do laser (veja Figura IV-1). Este sinal apresenta a forma da luz espalha. O obturador é ligado em Cpp 'ON' e desligado em Cpp 'OFF'.

O feixe principal que emerge depois da lente f500 é dividido pelo separador de feixes  $BS_1$ , sendo uma parte deste sinal é desviada para criar o feixe sonda (sinal que emerge depois do separador  $BS_2$ ). O detetor  $D_1$  lê o sinal proveniente do separador de feixes  $BS_2$ , com isso indiretamente este detetor lê a forma de onda do feixe principal (sinal depois de f500). Concluímos que o detetor  $D_1$  lê a forma de onda da luz espalhada, pois toda luz que é espalhada provém do feixe principal.

### IV.1.4.Lentes, Íris e Espelhos

Na montagem apresentada na Figura IV-1 utilizamos uma lente de distância focal f=500mm para concentrar a energia do feixe laser no cristal. Podemos assim obter intensidades da ordem de  $10^4 \frac{W}{cm^2}$  para uma potência de 1,5W, o que é 10 vezes a intensidades de saturação dos cristais dopados com Cr<sup>3+</sup> [15]. Utilizamos outras lentes de distâncias focais de f=60mm e f=70mm para focalizar totalmente a luz do laser na área sensível dos detetores D<sub>2</sub> e D<sub>1</sub>, respectivamente. Em nossa montagem usamos quatro íris para eliminar a luz espalhada dos elementos óticos que participaram da montagem. Colocamos uma íris antes de cada detetor, e outras antes do cristal e dos feixes de prova. A razão do uso de tantas íris está no fato de haver muita luz espalhada vinda dos cristais que utilizamos em nossa experiência, sendo assim optamos pelo uso de várias íris para não comprometer a qualidade do sinal conjugado.

#### IV.1.5. Detetores

Utilizamos em nossas montagem detetores $(D_1 e D_2)$  de estado sólido (detetores de silício) modelo DET100 de fabricação Thorlabs. Estes detetores possuem as seguintes características(conforme fabricante):

- uma resposta espectral de 320nm à 1100nm, conveniente para o comprimento de onda que utilizaremos (514,5nm).
- possui uma fonte de alimentação interna de 12V para fornecer uma referência para o nível de operação do detetor.
- linear até 1mW.

O detetor pode ser acoplado a uma resistência de carga $(R_{carga})$  para gerar uma tensão que pode ser lida por um voltímetro ou osciloscópio. Se utilizarmos uma

resistência de carga  $R_{carga}$ =50 $\Omega$  teremos uma resposta<sup>†</sup> da ordem de 20ns para um cabo coaxial de 50 $\Omega$  de impedância. Nesta experiência estamos estudando tempos da ordem do estado metaestável do Cr<sup>3+</sup> nas matrizes hospedeiras de Rubi e GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>, e como vimos anteriormente estes tempos são de alguns milisegundos. Usaremos em nossa experiência uma resistência de carga  $R_{carga}$ =10K $\Omega$ , esta resistência nos dá uma resposta de aproximadamente de 3V e um tempo de resposta de 40 $\mu$ s<sup>‡</sup>, que é adequado aos efeitos que pretendemos observar.

A luz do laser que incide na área sensível do detetor provoca absorção de fótons da banda de valência do semicondutor para a banda de condução. A passagem de elétrons do semicondutor para a banda de condução devido aos fótons incidentes dá origem a uma corrente elétrica, e a intensidade da corrente elétrica será proporcional ao número de fótons incidentes no semicondutor. Deste fato podemos associar uma corrente elétrica, produzida pelos fótons incidentes no semicondutor, com a potência(energia por unidade de tempo) do feixe que incide no detetor, sendo que um aumento no número de fótons incidentes no detetor provocará também um aumento na corrente produzida no semicondutor.

A corrente produzida pela incidência da luz no detetor será transformada em tensão devido a resistência de carga  $R_{carga}$ , e esta tensão será lida pelo osciloscópio. Para que possamos transformar uma leitura de tensão fornecida por  $R_{carga}$  em potência devemos realizar uma calibração dos detetores.

Na experiência para observar o efeito transiente na CFMD4O (Figura IV-1) utilizamos dois detetores. O uso de dois detetores é útil na eliminação das flutuações do feixe proveniente do laser devido a : instabilidades no circuito eletrônico, variações na pressão do gás ,aquecimento do laser e do circuito eletrônico, etc. As variações observadas nos detetores provenientes da instabilidade do feixe do laser pode ser compensada quando calcularmos a refletividade, pois a esta variação é subtraída quando calculamos  $I_c/I_p$ .

76

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> tempo de subida ou descida, ou seja, tempo necessário para que o detetor perceba a mudança de um estado para o outro.

<sup>&</sup>lt;sup>‡</sup> Os dados que apresentamos aqui a respeito do detetor são cálculos feitos seguindo orientação do fabricante.

Calibramos(veja apêndice VI.7) os detetores com medidor de potência e encontramos o seguinte fator de conversão :  $(0,41 \pm 0,03)$  mW/V.

#### IV.1.6.Sistema de Aquisição dos Dados

Para realizarmos a aquisição dos dados na CFMD4O utilizamos os dois detetores $(D_1 e D_2)$  conectados aos canais CH1(detetor  $D_2$ ) e CH2(detetor  $D_1$ ) do osciloscópio<sup>†</sup>. O osciloscópio era controlado por um microcomputador (PC) através da interface serial (RS-232) por um programa desenvolvido por nós. A forma de onda proveniente dos detetores  $D_1 e D_2$  era visualizado por nós na tela do osciloscópio onde fazíamos a tomada dos dados para cada canal numa série de 1000 pontos; sendo ambos os sinais armazenados no micro. Após o armazenamentos das informações transmitidas pelo osciloscópio ao microcomputador podíamos tratar os dados com programas dedicados.

Este sistema de aquisição facilitou muito a tomada dos dados pois não precisamos desenvolver um sistema especial para fazer a coleta das informações lidas pelos detetores.

## IV.1.7.Alinhamento da Montagem

Para que o detetor  $D_2$  leia uma parte do feixe contrapropagante( $I_c$ ) proveniente do separador BS<sub>2</sub> (Figura VI-3) empregamos a técnica mostrada na Figura IV-4:

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Nossas medidas são feitas utilizando-se um osciloscópio digital (Tektronix TDS-320) com uma resposta de 500Msamples/s (100 MHz) e uma acurácia de 2%.



Figura IV-4 Montagem experimental usada realizar o alinhamento do detetor  $D_2$  para a leitura de uma parte do feixe conjugado proveniente do separador de feixes BS<sub>2</sub>.

A Figura IV-4 nos permite posicionar corretamente o detetor  $D_2$  para coletar uma porcentagem refletida por BS<sub>2</sub> de  $I_c$ , pois o sinal conjugado é muito fraco em relação ao feixe sonda  $I_p$ .( $I_c$  é aproximadamente 100 vezes menor que  $I_p$  para uma refletividade de 10%[15]).

### IV.2. Resultados Experimentais

Apresentaremos nesta seção os resultados que obtivemos no estudo da CFMD4O em regime transiente e em regime estacionário.

Mediremos as curvas da refletividade para as amostras de Rubi e aluminato de gadolíneo. Com isso poderemos ajustar os pontos experimentais com o modelo teórico apresentado na referência[15] e poderemos obter os valores de  $n_2$  e as intensidades de saturação  $I_s$  para cada amostra estudada. Os valores ajustados de  $n_2$  e  $I_s$  de cada cristal nos possibilitará fazer a comparação entre o nosso modelo teórico apresentado no capítulo III com os dados experimentais.

# IV.2.1.Medida da Curva da Eficiência da CFMD4O no Estado Estacionário

Nesta parte do trabalho iremos expor a curva de refletividade da CFMD4O em regime estacionário nas amostras de aluminato de gadolíneo(GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) e Rubi. O ajuste da curva experimental da refletividade conforme expressão para a refletividade da referência[15] que é o limite da expressão deduzida por nós na equação eq. III-30 para tempos maiores que o tempo característico  $\tau_0$  do sistema.

Para realizarmos a medição da curva estacionária da CFMD4O, usaremos o arranjo experimental da Figura IV-1. A refletividade da CFMD4O é dada pela relação das intensidades dos feixes conjugado e sonda, isto é,  $R = I_c / I_p$ ; sendo: R a refletividade do feixe conjugado,  $I_c$  a intensidade do feixe conjugado e  $I_p$  a intensidade do feixe sonda.

A intensidade do feixe propagante  $I_1(0)$  (na primeira face do cristal em z'=0, isto é, antes da reflexão no cristal) e do feixe contrapropagante  $I_2(0)$  (em z' = L na segunda face antes da reflexão do cristal) pode ser determinada indiretamente pela medida da potência que incide no detetor  $D_1$ .

As intensidades dos feixes de bombeio ( $I_1$ ,  $I_2$ ) e dos feixes de prova ( $I_c$ ,  $I_p$ ) podem ser determinada através dos detetores D<sub>1</sub> e D<sub>2</sub>, pois conhecemos as percentagens de reflexão dos separadores BS<sub>2</sub> e BS<sub>1</sub>. Para determinar a intensidade dos feixes de bombeio no cristal precisamos determinar o diâmetro do feixe<sup>†</sup> na posição do cristal. Medimos o diâmetro do feixe gaussiano para várias potências e encontramos os resultados apresentados na Tabela VI-1 (apêndice VI.8).

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> O diâmetro do feixe gaussiano é determinado quando a intensidade do feixe cai a  $1/e^2$  em relação ao centro do feixe

# IV.2.1.1. Refletividade na CFMD4O no Cristal de Rubi(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) (Regime Estacionário e Transiente)

Apresentamos aqui as curvas da refletividade R na CFMD4O em regime estacionário e transiente em nossa amostra de Rubi.

A medida da curva da refletividade R na CFMD4O para nossa amostra de Rubi no regime estacionário é mostrada na Figura IV-5:



Figura IV-5 Refletividade R da CFMD4O em função do parâmetro de saturação s definido por:  $s = \frac{I_1 + I_2}{2I_s}$  para nossa amostra de Rubi(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) com L=(0,31±0,02)cm e  $\alpha$ = (0,89±0,06)cm<sup>-1</sup>. Os círculos representam pontos experimentais e a linha contínua representa o ajuste teórico feito conforme referência[15] para  $n_z$ =(1,43±0,06) 10<sup>-8</sup> cm<sup>2</sup>.W<sup>-1</sup> e  $I_s$ =(1,51±0,14).10<sup>3</sup> W.cm<sup>-2</sup> extraídos do melhor ajuste. Para ajustarmos os pontos experimentais da Figura IV-5 pela teoria desenvolvida por Catunda e colaboradores[15] aos nossos pontos procedemos da seguinte forma em relação aos campos de bombeio  $I_1$  e  $I_2$ : a) pela teoria desenvolvida nesta referência[15], os campos de prova  $(I_p, I_c)$  foram tratados como uma perturbação no sistema e portanto os campos de bombeio foram considerados constantes no meio não-linear; b) mas como os campos de bombeio variam em intensidade exponencialmente conforme a propagação no meio, é justificável que ao invés de considerarmos os campos como sendo os seus valores nas faces do cristal  $(I_1=I_1(0) \in I_2=I_2(0))$ , consideraremos os valores de suas médias atuando no cristal:

$$\langle I_1 \rangle = I_1(0).(1-R).\frac{1}{L} \int_0^L e^{-2\alpha_{0,1}z} dz$$
  
 $\langle I_2 \rangle = I_2(0)(1-R).e\frac{1}{L} \int_0^L e^{-2\alpha_{0,1}(L-z)} dz$ 

eq. IV-32

R é o coeficiente de reflexão da amostra e  $I_2(0) = I_1(0) \cdot (1-R)^2 \cdot e^{-2\alpha_0 L}$ . Vemos na primeira linha da equação eq. IV-32 que levamos em conta a reflexão sofrida pelo feixe propagante incidente  $I_1$  na primeira face do cristal e a média deste feixe ao longo do cristal. Pela nossa configuração experimental o feixe contrapropagante  $I_2$  provém do feixe propagante  $I_1$ ; portanto, além de considerarmos a média de  $I_2$  no meio cristalino de comprimento L, temos que levar em conta que o feixe  $I_2(0)$  provém de  $I_1(0)$ . Não podemos esquecer que:  $I_1(0)$  sofre uma reflexão na primeira face e é atenuado no meio até sofrer a segunda reflexão na segunda face - emergindo assim da segunda face e para refletir no espelho dielétrico dando origem ao feixe contrapropagante  $I_2(0)$ .

Observamos pela Figura IV-5 que nossos dados experimentais se ajustam bem ao ajuste realizado conforme pela referência[15] e os valores de  $n_2$  e  $I_s$ , segundo ajuste, estão de acordo com a literatura[15,35].



Figura IV-6 Evolução temporal da refletividade R da CFMD4O em função do parâmetro do tempo com s=0,46. No ajuste da curva teórica utilizamos os valores: L= $(0,31\pm0,02)$ cm ,  $\alpha = (0,89\pm0,06)$ cm<sup>-1</sup>.,  $n_2=1,43.10^{-8}$ cm<sup>2</sup>.W<sup>-1</sup> e  $I_s=1,51.10^{3}$ W.cm<sup>-2</sup>.

Expomos na Figura IV-6 a comparação entre o nosso modelo teórico desenvolvido no capítulo III para cristais dopados com  $Cr^{3+}$ . Observamos que os nossos dados experimentais estão razoavelmente de acordo com a nossa teoria, mas não conseguimos distinguir a o transiente previsto pelo nosso modelo teórico. No limite estacionário, isto é, para tempos muito maiores que o tempo  $\tau_0$ , há uma diferença de aproximadamente 10% entre a nossa teoria e os dados experimentais, achamos que isto se deve à luz espalhada.

# IV.2.1.2. Refletividade na CFMD4O para as Amostras de GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> em Regime Estacionário e Transiente

Mostramos nesta seção comparações entre o nosso modelo teórico para o regime transiente e os dados experimentais que obtivemos para as amostras de  $GdAlO_3:Cr^{3+}(Aluminato de Gadolíneo)$ . Para que possamos fazer esta comparação teremos que encontrar o índice de refração não-linear  $n_2$  e a intensidade de saturação das amostras de  $GdAlO_3:Cr^{3+}$ , Procedemos pelo ajuste da curva experimental(conforme referência[15]) da refletividade em regime estacionário para ambas amostras:



Figura IV-7 Medida da refletividade da CFMD4O em função do parâmetro de saturação s para nossa amostra de GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> com L=(0,094±0,004)cm e  $\alpha$ =(1,37±0,24)cm<sup>-1</sup>. Os quadrados representam pontos experimentais e a linha contínua representa o ajuste teórico feito conforme referência[15] com  $n_2$ =(7,4±1,1).10<sup>-8</sup> cm<sup>2</sup>.W<sup>-1</sup> e  $I_s$ =(1,42±0,21).10<sup>3</sup> W.cm<sup>-2</sup> extraídos do melhor ajuste.



Figura IV-8 Refletividade em função do parâmetro de saturação s para nossa amostra de Aluminato de Gadolíneo (GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) com L=(0,234±0,006)cm e  $\alpha$ = (1,11±0,10)cm<sup>-1</sup> na CFMD4O. Os triângulos representam pontos experimentais e a linha contínua representa o ajuste teórico feito conforme referência[15] para  $n_2$ =(4,7±0,8)cm<sup>2</sup>.W<sup>-1</sup> e  $I_s$ =(1,12±0,17).10<sup>3</sup> W.cm<sup>-2</sup> extraídos do melhor ajuste

As refletividades para as duas amostras de GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> nos permite testar o nosso modelo com os dados experimentais que obtemos. A Figura IV-9 e a Figura IV-10 mostra os dados experimentais para vários valores do parâmetro de saturação s  $(s \equiv \frac{I_1 + I_2}{2I_s})$  e a previsão teórica para os mesmos valores de s com os resultados dos ajustes em regime estacionário da refletividade mostrados na Figura IV-7e Figura IV-8.

84



Figura IV-9 Evolução temporal da refletividade R da CFMD4O em função do parâmetro do tempo para vários valores de s. No ajuste da curva teórica utilizamos os valores: L= $(0,094\pm0,004)$ cm,  $\alpha = (1,37\pm0,24)$ cm<sup>-1</sup>.,  $n_Z = (7,4\pm1,1).10^{-8}$  cm<sup>2</sup>.W<sup>-1</sup> e  $I_s = (1,42\pm0,21).10^{3}$ W.cm<sup>-2</sup>.



Figura IV-10 Evolução temporal da refletividade em função do tempo. No ajuste da curva teórica utilizamos os valores:  $L=(0,234\pm0,06)$ cm,  $\alpha=(1,11\pm0,10)$ cm<sup>-1</sup>.,  $n_2=(4,7\pm0,8)$ cm<sup>2</sup>.W<sup>-1</sup> e  $I_s=(1,12\pm0,17).10^3$ W.cm<sup>-2</sup>.

Pelas Figura IV-9 e Figura IV-10 observamos que nosso modelo funciona muito bem quando o parâmetro de saturação s é menor que 0,5 . Se o parâmetro de saturação s for da ordem ou maior que 0,5 o nosso modelo prevê o transiente mas difere de 10% a 30 % do valor experimental. Essa discrepância se deve principalmente a: luz espalhada , por nós considerarmos as médias dos feixes no cristal e os diâmetros médios dos feixes.

Nesta seção vimos o comportamento do estado estacionário para a CFMD4O no aluminato de gadolíneo. Analisamos nesta seção o desenvolvimento temporal da eficiência da conjugação de fase como resposta a um pulso de luz de forma quadrada produzida por um obturador mecânico(chopper). Analisamos a resposta do pulso de provocado pelo obturador nos detetores  $D_1 e D_2$  (ligados ao osciloscópio). Concluímos que o nosso modelo explica satisfatoriamente os Efeitos Transientes na Conjugação de

## V. Conclusão

Nosso trabalho de mestrado consistiu na elaboração de um novo modelo teórico para compreensão dos efeitos transientes na conjugação de fase por mistura de quatro ondas em cristais dopados com  $Cr^{3+}(Rubi (Al_2O_3:Cr^{3+}) e Aluminato de Gadolíneo(GdAlO_3:Cr^{3+}))$ . Comparamos os resultados experimentais com a teoria desenvolvida por nós e obtivemos um bom acordo entre ambos, conforme apresentado na parte experimental deste trabalho. Apesar de nosso modelo ser desenvolvido para cristais dopados com  $Cr^{3+}$ , este modelo pode ser empregado no estudo de cristais dopados com outros íons. (e.g.  $X^{4+}$ ).

O comportamento temporal da conjugação de fase que estudamos neste trabalho pode ser utilizado para conseguirmos altas refletividades em cavidades laseres e em operações óticas em que o feixe é modelado no tempo.

## VI. Apêndices

# VI.1. Cálculo da Refletividade na CFMD4O para o Sistema de Dois Níveis em Regime Estacionário[10]

Explicitaremos nesta seção os cálculos feitos por Abrams e Lind[10] para obter uma equação analítica para a refletividade.

Temos o seguinte sistema de equações diferencias acopladas (eq. II-37):

$$\frac{d\varepsilon_c}{dz} = A(\xi)\varepsilon_c + B(\xi)\varepsilon_p^*$$
$$\frac{d\varepsilon_p^*}{dz} = -A(\xi)\varepsilon_p^* - B(\xi)^*\varepsilon_c$$

com os coeficientes definidos como vemos a seguir:

$$A(\xi) = \frac{\alpha_0(1-i\delta)}{1+\delta^2} \frac{1}{\left[1+\frac{\left(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2\right)}{I_s}+\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2\cos\xi}{I_s}\right]^2}\right]$$
$$B(\xi) = \frac{-\alpha_0(1-i\delta)}{\left(1+\delta^2\right)I_s} \frac{\varepsilon_1^2e^{-\xi}+\varepsilon_2^2e^{+\xi}+2\varepsilon_1\varepsilon_2}{\left[1+\frac{\left(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2\right)}{I_s}+\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2\cos\xi}{I_s}\right]^2}\right]$$

Vamos utilizar a média WKB, ou seja, vamos supor que os coeficientes  $A(\xi)$  e  $B(\xi)$  variam mais rapidamente que os campos  $\varepsilon_c \in \varepsilon_p$  na região de interação. Uma outra maneira de justificar a aproximação WKB é que os campos de prova ( $\varepsilon_c \in \varepsilon_p$ ) possuem uma envoltória que varia da ordem do comprimento L (região de interação) enquanto os coeficientes  $A(\xi) \in B(\xi)$  variam da ordem de  $\lambda$ (comprimento de onda da radiação no meio não-linear). Aplicamos a média WKB nos coeficientes  $A(\xi) \in B(\xi)$  como vemos a seguir:

$$\left\langle A(\xi) \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} A(\xi) d\xi = \frac{\alpha_{0}(1-i\delta)}{1+\delta^{2}} \frac{1}{\left[1+\frac{\left(\epsilon_{1}^{2}+\epsilon_{2}^{2}\right)}{I_{s}}\right]^{2}} \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{1}{\left[1+\frac{2\epsilon_{1}\epsilon_{2}\cos\xi}{I_{s}}\right]} d\xi$$

Definitions: 
$$p = \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2 / I_s}{1 + \left(\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}{I_s}\right)}$$
; temos :  
 $\langle A(\xi) \rangle = \frac{\alpha_0 (1 - i\delta)}{1 + \delta^2} \frac{1}{\left[1 + \frac{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)}{I_s}\right]^2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left[1 + p\cos\xi\right]^2} d\xi$ 

1

Resolvendo-se a integral[33] na equação acima para  $\langle A(\xi) \rangle$  temos:

$$\eta \equiv \langle A(\xi) \rangle = \frac{\alpha_0 (1 - i\delta)}{1 + \delta^2} \frac{\left[1 + \frac{\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\right)}{I_s}\right]}{\left[1 + \frac{2\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\right)}{I_s} + \left(\frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{I_s}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

eq. VI-1

Aplicaremos agora a média WKB em  $B(\xi)$ , como mostramos a seguir:

$$\left\langle B(\xi) \right\rangle = \frac{-\alpha_0 (1 - i\delta)}{\left(1 + \delta^2\right) I_s \left[1 + \frac{\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\right)}{I_s}\right]^2} \left\{ \varepsilon_1^2 J_1 + \varepsilon_2^2 J_2 + 2\varepsilon_1 \varepsilon_2 J_3 \right\}$$

temos que resolver as seguintes integrais:

2

$$J_{1} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[ \frac{e^{-\xi}}{\left(1 + p\cos\xi\right)^{2}} \right] d\xi$$
$$J_{2} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[ \frac{e^{+\xi}}{\left(1 + p\cos\xi\right)^{2}} \right] d\xi$$
$$J_{3} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[ \frac{1}{\left(1 + p\cos\xi\right)^{2}} \right] d\xi$$

As integrais  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  podem ser resolvidas pelo método dos resíduos[33], e finalmente obtemos:

$$i\beta^* = \langle B(\xi) \rangle = \frac{-\alpha_0(1-i\delta)}{(1+\delta^2)} \frac{\left(\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{I_s}\right)}{\left[1+2\frac{(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)}{I_s} + \left(\frac{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}{I_s}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

eq. VI-2

As equações podem ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{d\varepsilon_{c}}{dz} = \eta\varepsilon_{c} + I\beta^{*}\varepsilon_{p}^{*}$$
$$\frac{d\varepsilon_{p}^{*}}{dz} = -\eta^{*}\varepsilon_{p}^{*} + I\beta\varepsilon_{c}$$

eq. VI-3

eq. VI-4

O sistema de equações acopladas (eq. VI-3) para os campos de sonda e conjugado pode ser resolvido pela derivação destas duas equações em relação a z. Se isolarmos os termos semelhantes conseguimos desacoplar ambas as equações, e obtemos um novo sistema de equações diferencias em segunda ordem mas desacopladas:

$$\frac{d^{2}\varepsilon_{c}}{dz^{2}} + (\eta^{*} - \eta)\frac{d\varepsilon_{c}}{dz} + (|\beta|^{2} - |\eta|^{2})\varepsilon_{c} = 0$$
$$\frac{d^{2}\varepsilon_{p}^{*}}{dz^{2}} + (\eta^{*} - \eta)\frac{d\varepsilon_{p}^{*}}{dz} + (|\beta|^{2} - |\eta|^{2})\varepsilon_{p}^{*} = 0$$

que possui soluções do tipo  $e^{\lambda z}$ .

A equação eq. VI-4 pode ser resolvida[34] com as condições de contorno apropriadas, isto é, explicitando o campo de sonda  $\varepsilon_p^*(0)$  e o campo conjugado  $\varepsilon_c(L) = 0$ , obtemos :

$$\varepsilon_{c}(z) = i\beta^{*}e^{-i\eta''z} \frac{\operatorname{sen}\gamma(z-L)}{\eta' \operatorname{sen}\gamma L + \gamma \operatorname{cos}\gamma L} \varepsilon_{p}^{*}(0)$$
$$\varepsilon_{p}^{*}(z) = \frac{\varepsilon_{p}^{*}(0)e^{-i\eta''z}}{\eta' \operatorname{sen}\gamma L + \gamma \operatorname{cos}\gamma L} [\gamma \operatorname{cos}\gamma(z-L) - \eta' \operatorname{sen}\gamma(z-L)]$$

onde  $\eta = \eta' - i\eta''$ .

A refletividade R é dada pela razão das intensidades do campo conjugado e do campo de sonda no ponto z=0, logo:

$$R = \left| \frac{\varepsilon_{c}(0)}{\varepsilon_{p}(0)} \right|^{2} = \left| \frac{\beta \tan \gamma L}{\gamma + \eta' \tan \gamma L} \right|$$

# VI.2. Componente de Fourier da Polarização

Vamos obter o valor da componente da polarização que se irradia com freqüência  $\omega_c = \omega_1 + \omega_2 - \omega_p$  (com  $\omega = \omega_c = \omega_1 = \omega_2 = \omega_p$ ), e que corresponde a um campo que se propaga na direção *Oz* no sentido negativo.

A componente de Fourier do campo conjugado é apresentada como segue:

$$P_{c} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} e^{-i\omega_{c}t} \left( \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} P e^{-ikz} dz \right) dt$$

sendo P(eq. II-35), a polarização do meio, dado por:

$$P = \varepsilon_{0} \chi_{0} \Big[ \Big( \varepsilon_{1} e^{-ikz'} + \varepsilon_{2} e^{+ikz'} \Big) + \Big( \varepsilon_{p} e^{-ikz} + \varepsilon_{c} e^{+ikz} \Big) \Big] e^{+i\omega t} - D\Big[ \Big( \varepsilon_{p}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{c} \varepsilon_{2}^{*} \varepsilon_{1} \Big) e^{-ik(2z'-z)} + \Big( \varepsilon_{c}^{*} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1} + \varepsilon_{p} \varepsilon_{2}^{*} \varepsilon_{1} \Big) e^{-ik(2z'+z)} \Big] e^{+i\omega t} + D\Big[ \Big( \varepsilon_{p}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2} + \varepsilon_{c} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1}^{*} \Big) e^{+ik(2z'+z)} + \Big( \varepsilon_{c}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2} + \varepsilon_{p} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1}^{*} \Big) e^{-ik(-2z'+z)} \Big] e^{+i\omega t} + D\Big[ \Big( \varepsilon_{p} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{p} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{c}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big) e^{-ikz} + \Big( \varepsilon_{c} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{c} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{p}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big) e^{+ikz} \Big] e^{+i\omega t} \Big] e^{+i\omega t} + D\Big[ \Big( \varepsilon_{p} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{p} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{c}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big) e^{-ikz} + \Big( \varepsilon_{c} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{c} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{p}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big) e^{+ikz} \Big] e^{+i\omega t} \Big] e^{+i\omega t} + D\Big[ \Big( \varepsilon_{p} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{p} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{c}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big) e^{-ikz} + \Big( \varepsilon_{c} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{c} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{p}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big) e^{+ikz} \Big] e^{+i\omega t} \Big] e^{+i\omega t} + D\Big[ \Big( \varepsilon_{p} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1}^{*} + \varepsilon_{p} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{p}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big) e^{-ikz} \Big] e^{+i\omega t} + \varepsilon_{p} \varepsilon_{2} \varepsilon_{2}^{*} + 2\varepsilon_{p}^{*} \varepsilon_{2} \varepsilon_{1} \Big] e^{+i\omega t} \Big] e^{+i\omega t} \Big] e^{+i\omega t} + U \Big[ \left( \varepsilon_{p} \varepsilon_{1} \varepsilon_{1} + \left| \varepsilon_{p} \varepsilon_{1} \right|^{2} \right) e^{-ikz} \Big] e^{-ikz$$

Desenvolvemos  $P_c$  e obtemos a expressão:

Obtemos a expressão final para a polarização do feixe conjugado como:

$$P_{c} = \frac{\varepsilon_{0}\chi_{0}}{\left(1 + \frac{|E_{0}|}{I_{s}}\right)} \left[\varepsilon_{c} - \left(\varepsilon_{1}^{2}e^{-i2kz'} + \varepsilon_{2}^{2}e^{i2kz'} + 2\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}\right)\frac{\varepsilon_{p}^{*}}{I_{s}}\right]$$

analogamente podemos obter a componente  $P_p$  para o campo sonda.

# VI.3. Cálculo da Refletividade na CFMD4O para o Modelo de Silberberg e Bar-Joseph[12] em Regime Transiente

Desenvolveremos nesta seção os cálculos feitos por Silberberg e Bar-Joseph[12] para absorvedores saturáveis em regime transiente.

A suscetibilidade para um sistema de dois níveis pode ser escrita da seguinte forma(eq. III-16):

$$\chi = \frac{-i\sigma N_0}{k} \frac{N_1(t)}{N_0} = -i\frac{\sigma N_0}{k} \left[\frac{1}{1+s} + \frac{s}{1+s}e^{-(1+s)t}\right]$$

eq. VI-5

com 
$$s = \frac{|E|^2}{I_s} = \frac{|E_1 + E_2 + E_p + E_c|^2}{I_s}$$
 e t' = t/ $\tau_0$ .

A polarização é escrita como(CGS):

$$\vec{P} = \chi(\vec{E})\vec{E}$$

Vamos fazer uma expansão em série de Taylor da equação eq. VI-5 (termos em parênteses) e obtemos:

$$P = \frac{-i\sigma N_0 I_s^{\frac{1}{2}}}{k} e^{-t'(1+s_0)} (1-t'\Delta s) \left[\frac{s_0(1+s_0) + \Delta s}{(1+s_0)^2}\right] (e_0 + \Delta e)$$

pela equação eq. VI-6 temos:  $\Delta s = e_0^* \Delta e + e_0 \Delta e^*$ ,  $s = s_0 + \Delta s = e_0^* e_0 + e_0^* \Delta e + e_0 \Delta e^*$ onde  $e = e_0 + \Delta e = \frac{E}{\sqrt{I_s}}, e_0 = e_1 + e_2 = \frac{E_1 + E_2}{\sqrt{I_s}}$  (campos de bombeio) e

 $\Delta e = e_p + e_c = \frac{E_p + E_c}{\sqrt{I_s}} \text{ (campo de prova).}$ 

A polarização pode ser explicitada em termo dos campos de bombeio e prova como:

$$P = \frac{C \exp\left[-t'(1+|e_0|^2)\right]}{(1+|e_0|^2)} \left\{ \left| e_0 \right|^2 (1+|e_0|^2) e_0 + \left| e_0 \right|^2 (1+|e_0|^2) \Delta e + (e_0^2 \Delta e^* + \left| e_0 \right|^2 \Delta e \right] \left[ 1-t' \left| e_0 \right|^2 (1+|e_0|^2) \right] \right\}$$
  
com  $C = \frac{-i2\alpha_0}{k} I_s^{\frac{1}{2}}, 2\alpha_0 = \sigma N_0$ .

Os campos de bombeio são escritos da seguinte forma:

$$e_{1} = \frac{\varepsilon_{1}}{\sqrt{I_{s}}} \exp[-i(\omega t - kz')]$$
$$e_{2} = \frac{\varepsilon_{2}}{\sqrt{I_{s}}} \exp[-i(\omega t + kz')]$$

logo :  $|e_0|^2 = |e_1|^2 + |e_2|^2 + e_1^*e_2 + e_1e_2^* = 2|e_1|^2 + |e_1|^2 \exp(-i2kz') + |e_2|^2 \exp(-i2kz')$ , com  $|e_1| = |e_2|$  (ou seja, as amplitudes dos campos são iguais); assim a polarização pode ser rescrita como segue:

$$P = C \left\{ \frac{\left[1 + p\left[(2 + p) - t p(1 + p)\right]\exp\left[-t (1 + p)\right]\right]\Delta e}{\left(1 + p\right)^2} + \frac{p\left[-1 + \left[1 - t p(1 + p)\right]\exp\left[-t (1 + p)\right]\right]\Delta e^*}{\left(1 + p\right)^2}\right\}$$

eq. VI-6

onde  $|e_0|^2 = 2|e_1|^2(1 + \cos 2\theta) = 4|e_1|^2\cos^2\theta$ ,  $p = 4|e_1|^2\cos^2\theta$  |  $e \quad \theta = kz$  (ângulo de fase entre os campos de bombeio).

Se separamos as componentes de Fourier da polarização para os campos de prova, temos:

$$P_{p} = C \Biggl\{ \frac{\left[1 + p\left[(2 + p) - t'p(1 + p)\right]\exp\left[-t'(1 + p)\right]\right]e_{p}}{(1 + p)^{2}} - \frac{p\left[1 - \left[1 - t'p(1 + p)\right]\exp\left[-t'(1 + p)\right]\right]e_{c}^{*}}{(1 + p)^{2}}\Biggr\}$$
$$P_{c} = C \Biggl\{ \frac{\left[1 + p\left[(2 + p) - t'p(1 + p)\right]\exp\left[-t'(1 + p)\right]\right]e_{c}}{(1 + p)^{2}} - \frac{p\left[1 - \left[1 - t'p(1 + p)\right]\exp\left[-t'(1 + p)\right]\right]e_{c}^{*}}{(1 + p)^{2}}\Biggr\}$$

eq. VI-7

Usando a eq. II-22 obtemos:

$$\frac{de_c(z)}{dz} = \eta(t,\theta)e_c(z) + i\beta^*(t,\theta)e_p^*$$
$$\frac{de_p^*(z)}{dz} = -\eta^*(t,\theta)e_p^*(z) + i\beta(t,\theta)e_c$$

com os coeficientes  $\eta \in \beta$  definidos por :

$$\eta(t,\theta) = \alpha_0 \left\{ \frac{1 + p[(2+p) - t' p(1+p)]e^{-t'(1+p)}}{(1+p)^2} \right\}$$
$$\beta^*(t,\theta) = i\alpha_0 \left\{ \frac{p}{(1+p)^2} \left[ 1 - [1 - t' p(1+p)]e^{-t'(1+p)} \right] \right\}$$

Podemos aplicar a equação eq. II-40 para obtemos a refletividade para o modelo de Silberberg e Bar-Joseph , tomando o cuidado de realizar a média WKB nos coeficientes  $\eta \in \beta$  definidos nesta seção.

# VI.4. Cálculo da Refletividade na CFMD4O em Regime Transiente com $n_2$ Saturável

A suscetibilidade do sistema que estamos estudando é escrita da seguinte forma:

$$\chi = \frac{N_1\chi_1 + N_3\chi_3}{N_0} + \chi_m = \chi_0 + \Delta\chi$$

conforme equação eq. III-23. Pelas equações eq. III-5, eq. III-23 e eq. III-24 - a polarização pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\vec{P} = \frac{\chi}{1 - \frac{4\pi}{3}\chi} \vec{E} \cong \left[ \frac{\chi_0}{1 - \frac{4\pi}{3}\chi_0} + \frac{\left(1 - \frac{4}{3}\chi_0\right) + \frac{4\pi}{3}\chi_0}{\left(1 - \frac{4}{3}\chi_0\right)^2} \Delta \chi \right] \vec{E}$$

$$\vec{P} = \frac{\chi_0}{1 - \frac{4\pi}{3}\chi_0} \vec{E} + \frac{\chi_3 - \chi_1}{\left(1 - \frac{4}{3}\chi_0\right)^2} \frac{s'}{1 + s'} \left[1 - e^{-t'(1 + s')}\right] \vec{E} = \vec{P}^L + \vec{P}^{NL}$$

note que fizemos uma expansão até a primeira ordem na polarização. Estamos interessado no termo não-linear da polarização a polarização é escrita conforme equação eq. III-26

$$P^{NL} = \frac{n_0 n_2 I_s}{2\pi} \frac{s'}{1+s'} \Big[ 1 - e^{-t'(1+s')} \Big] E = \frac{n_0 n_2 I_{s-s}^{3/2}}{2\pi} \frac{|e|^2}{1+|e|^2} \Big\{ 1 - exp \Big[ -t' \Big( 1 + |e|^2 \Big) \Big] \Big\} e$$
eq. VI-8

onde  $e = e_0 + \Delta e = \frac{E}{\sqrt{I_s}}$ . O termo  $|e|^2 (e = e_1 + e_2 + e_p + e_c)$  pode se expandido e

retemos somente os termos até em primeira ordem :

$$|e|^{2} = (e_{0} + \Delta e)(e_{0}^{*} + \Delta e^{*}) \cong |e_{0}|^{2} + e_{0}\Delta e^{*} + e_{0}^{*}\Delta e$$
  
eq. VI-9

onde  $e_0 = e_1 + e_2$  e  $\Delta e = e_p + e_c$ .

Utilizamos o resultado expresso na equação eq. VI-9 e substituímos na equação eq. VI-8 e retendo somente os termos até a primeira ordem obtemos o seguinte resultado:
$$P^{Nt} = \frac{n_0 n_2 I_s^{\gamma_2}}{2\pi} \left\{ \frac{\left(1 + p((2+p) - t'p(1+p))e^{-t(1+p)}\right)\Delta e}{(1+p)^2} + \frac{p(-1 + (1-t'p(1+p))e^{-t(1+p)})\Delta e^*}{(1+p)^2} \right\}$$

sendo  $p \equiv |e_0|^2 = 4s\cos^2\theta$ , se considerarmos os feixes de bombeio iguais; ou seja,  $|e_1|^2 = |e_2|^2$ . Se utilizarmos o mesmo método empregado para obtermos a equação eq. II-36, chegamos em:

$$P_{p} = \frac{n_{0}n_{2}I_{s}^{\chi}}{2\pi} \left\{ \left[ \frac{1+p((2+p)-t\ p(1+p))e^{-t(1+p)}}{(1+p)^{2}} \right] e_{p} - \frac{p}{(1+p)^{2}} \left[ 1-(1-t\ p(1+p))e^{-t(1+p)} \right] e_{c}^{*} \right\}$$
$$P_{c} = \frac{n_{0}n_{2}I_{s}^{\chi}}{2\pi} \left\{ \left[ \frac{1+p((2+p)-t\ p(1+p))e^{-t(1+p)}}{(1+p)^{2}} \right] e_{c} - \frac{p}{(1+p)^{2}} \left[ 1-(1-t\ p(1+p))e^{-t(1+p)} \right] e_{p}^{*} \right\}$$

e através da equação eq. II-22 temos :

$$\eta(t,\theta,s) = \alpha_0 + \frac{ikn_2}{n_0} \left\{ \frac{1+p[(2+p)-t^*p(1+p)]e^{-t^*(1+p)}}{(1+p)^2} \right\}$$
$$\beta(t,\theta,s) = \frac{-kn_2^*I_s}{n_0} \left\{ \frac{p}{(1+p)^2} [1-(1-t^*p(1+p))e^{-t^*(1+p)}] \right\}$$

e finalmente:

$$R(t,s) \equiv \left| \frac{\varepsilon_{c}(0)}{\varepsilon_{p}(0)} \right|^{2} = \left| \frac{\beta \tan \gamma L}{\gamma + \eta' \tan \gamma L} \right|$$

Lembramos que a refletividade mostrada na equação eq. III-30 (a mesma nesta seção) supõe-se que já fizemos a média WKB sobre o ângulo de fase entre os campos de bombeio.

# VI.5. Medida dos Índices de Refração Linear e Absorção das Amostras

Medimos os índices de refração das amostras de Rubi e as de  $GdAlO_3:Cr^{3+}$  com um feixe de baixa potência (~30 mW) para não provocar efeitos não-lineares nos cristais. A montagem experimental que utilizamos é mostrada abaixo:



Figura VI-1 Montagem empregada para medir o índice de refração linear das amostras. O detetor mede a intensidade do feixe para vários ângulos  $\theta$  e a partir da intensidade mínima podemos determinar o ângulo de Brewster  $\theta_B$ .

Utilizamos um feixe polarizado paralelamente ao plano de incidência da amostra e variamos o ângulo formado entre o feixe e a normal do cristal. Coma a variação do ângulo  $\theta$  obtíamos diferentes intensidades lidas pelo detetor, e no ângulo cuja intensidade era mínima tínhamos o ângulo de Brewster dado por:

$$\theta_B = tan^{-1} n_0$$

onde  $n_0$  é o índice de refração que estamos interessados em obter. O ângulo  $\theta$  era determinado pela medida das distâncias : atenuador-amostra , amostra-detetor e atenuador-detetor.

A medida do coeficiente  $\alpha$  da absorção é determinado pela transmitância do

feixe(a baixa potência) incidente na amostra:  $T = \left(\frac{n_0 - 1}{n_0 + 1}\right)^4 e^{-\alpha L}$ .

# VI.6. Medida do Tempo do Estado Metaestável das Amostras

Para medirmos o tempo do estado metaestável dos íons de  $Cr^{3+}$  presente nas amostras hospedeiras de Rubi $(Al_2O_3:Cr^{3+})$  e Aluminato de Gadolíneo $(GdAlO_3:Cr^{3+})$ utilizamos a seguinte montagem experimental:



O laser de  $Ar^+$ , operando em 514,5nm (verde), é ora obstruído ora desobstruído pelo obturador mecânico gerando assim uma onda quadrada no tempo. A radiação incidente na amostra é absorvida pelos íons de  $Cr^{3+}$  e estes são bombeados para a banda  ${}^4F_2$  (verde) decaindo rapidamente para o estado metaestável  ${}^2E$  voltando ao estado fundamental  ${}^4A_2$ . Quando os íons de  $Cr^{3+}$  decaem do nível metaestável para o estado fundamental emitem um radiação com  $\lambda \cong 694$  nm (laranja), esta radiação é emitida em todas as direções. Para que possamos observar a radiação que a amostra emite colocamos um filtro laranja e fazemos a leitura do sinal pelo osciloscópio.

O sinal que vemos no osciloscópio quando o feixe do laser é obstruído completamente pela pá do obturado é apresentada na Figura VI-2. Sabemos que quando cessa o bombeio ótico dos íons de  $Cr^{3+}$  o sinal lido pelo osciloscópio apresenta um decaimento exponencial  $(e^{\frac{t}{\tau_0}})$ , com isso podemos determinar o tempo deste decaimento  $\tau_0$  pela Figura VI-2. Devido ao tamanho finito do feixe do laser devemos levar em conta o tempo que a pá do obturador leva para obstruir totalmente o feixe.



Figura VI-2 Fluorescência do cristal de Aluminato de Gadolíneo(GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>) de (0,094±0,004)cm em função do tempo.

Realizamos a medida do tempo  $\tau_0$  para as amostras que utilizamos neste trabalho e os resultados são apresentados na Tabela IV-1.

## VI.7. Calibração dos Detetores

Para calibrar os detetores utilizamos a seguinte configuração experimental :





Figura VI-3 Montagem experimental para calibrar os detetores(DET100) usados na montagem experimental para observar o transiente na conjugação de fase.

Para realizar a calibração usamos um separador de feixe (BS- "beam splitter") para que possamos saber transformar uma dada leitura de tensão do detetor em potência via medidor de potência ("power meter"). Variamos a intensidade do laser e obtemos vários pontos mostrados na Figura VI-4:



Figura VI-4 Curva experimental da calibração do detetor . Gráfico da potência lida no "Power Meter" em função da tensão no detetor (DET100) com uma carga de 10K $\Omega$ . O fator de conversão de tensão lida no detetor em potência é:  $(0,41 \pm 0,03)$  mW/V.

Na Figura VI-4 vemos a curva experimental da calibração do detetor com um fator de conversão de  $(0,41 \pm 0,03)$  mW/V. Podemos observar que o detetor apresenta uma linearidade pela curva de calibração. Esta linearidade nos assegura que tensões lidas pelo osciloscópio proveniente dos detetores garantem uma boa resposta até aproximadamente 1,7 mW de potência incidindo na área sensível do detetor.

### VI.8. Medida da Cintura do Feixe de Bombeio

Para que possamos medir a intensidade que incide no cristal teremos que medir o raio médio do perfil gaussiano W no foco da lente de 500mm (conforme Figura IV-1). A montagem experimental para determinar o raio médio do perfil gaussiano é apresentada a seguir :





A intensidade de um feixe gaussiano<sup>†</sup> é dado pela seguinte equação:

$$I(x, y, z) = I_0 \frac{W_0^2}{w^2(z)} e^{-2\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}}$$

eq. VI-1

onde:  $I_0$  é intensidade máxima do feixe (quando x, y =0) na posição z=0,  $w(z)^2 = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]$  com  $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  (comprimento de Rayleigh),  $w_0$  é a cintura

do feixe gaussiano em z=0.

A potência de um feixe gaussiano pode ser calculada pela equação eq. VI-1 para uma dada posição  $x_1$  da lâmina na direção  $x \in z_1$  na direção z por:

$$P(x_1, z_1) = P_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{x_1} \frac{e^{-2\frac{x^2}{w^2(x_1)}}}{w(z_1)} dx$$

eq. VI-2

onde  $P_0 = \frac{I_0 \pi W_0^2}{2}$ .

A medida do perfil gaussiano é feita da seguinte forma: Sabemos que o perfil de intensidade do feixe transversalmente (na direção x e y) é gaussiano, então faremos a medida deste perfil pelo translado de uma lâmina de aço delgada na direção x e subsequente medida da potência lida no detetor(Figura VI-5). O deslocamento da lâmina na direção x é feito por um transladador equipado com um motor de passo com uma resolução de 1/300 mm controlado via microcomputador (PC) montado por nós. O transladador é controlado por uma placa de aquisição(veja uma descrição detalhada na referência [35])e esta recebe a leitura do detetor e transforma o sinal analógico (do detetor) em digital. Um programa foi escrito para controlar o translado e a detecção do sinal do detetor para que possamos construir uma tabela(arquivo de dados) com os valores de tensão(lida no detetor) e deslocamento da lâmina. O translado da lâmina na direção x é feito de tal forma que o detetor possa ter toda potência do feixe incidindo em sua área sensível até a total obstrução do feixe pela lâmina, neste caso o detetor não terá nenhuma leitura de sinal.

Para medirmos o raio em uma dada posição após as medidas feitas da posição da lâmina e potência lida no detetor (conforme parágrafo anterior) podemos proceder de duas maneiras:

 a) Se o feixe possui um perfil realmente gaussiano podemos realizar uma medida rápida do raio, tomando para isso o deslocamento da lâmina entre 75% e 25% da potência total do feixe. O raio neste ponto é dado pela expressão derivada da equação eq. VI-2 por:

$$w(z) = \frac{\Delta x}{0,6745}$$

eq. VI-3

b) A derivada da potência lida no detetor pela posição será uma gaussiana se o feixe possuir um perfil gaussiano. Podemos assim ajustar uma gaussiana e encontrar w na posição  $z_1$  de medida.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Uma discussão detalhada é apresentada no capítulo 6 da referência [29].

Podemos aplicar qualquer dos métodos se o feixe possuir um perfil gaussiano mas se o feixe não possuir um perfil gaussiano o método a) se torna inviável. Aplicaremos convenientemente o método b) em nosso trabalho, pois neste método podemos saber qual é qualidade do perfil gaussiano e obter diretamente  $w(z_1)$  por um ajuste da derivada numérica da potência lida no detetor pela posição.

Realizamos a medida do translado da lâmina para uma posição de  $z_1$  (posição depois de BS<sub>1</sub> e antes do cristal, conforme ) para uma potência fixa do feixe. Para a posição de  $z_1$  obtemos a seguinte curva experimental:



Figura VI-6 Medida experimental(curva <u>b</u>) da potência lida no detetor em função da posição x da lâmina para uma potência fixa do laser(600mW) na posição  $z_1$ . A curva <u>a</u>) é a derivada numérica da curva experimental b) que pelo ajuste teórico nos fornece um raio w( $z_1$ )=(0,93±0,04)mm . A posição  $z_1$  é medida em relação a lente f500.

Para encontrarmos o valor de  $w_d$ (raio do feixe na cintura) necessitaremos de um outro valor do raio do feixe num ponto  $z_2$ , por exemplo. Realizaremos uma outra

105

série de medidas para encontrar o valor de raio do feixe na posição  $z_2$  e obtemos a seguinte curva experimental:



Figura VI-7 Medida experimental(curvas <u>b</u>) ) da potência lida no detetor em função da posição x da lâmina para uma potência fixa do laser(600mW) na posição  $z_2$ . A curvas <u>a</u>) é derivada numérica da curva experimental <u>b</u>) que pelo ajuste teórico nos fornece um raio  $w(z_2)=(0,684\pm0,018)$ mm. A posição  $z_2$  é medida em relação a lente f500.

As medidas de  $w(z_1)$  e  $w(z_2)$  nos fornece um  $w_0 = (65 \pm 3).10^{-4}$  cm para uma potência do feixe de 600mW.

Repetimos os procedimentos experimentais para obter novos valores de  $w_0$  para algumas potências e apresentamos a seguinte tabela:

Tabela VI-1 Resultados obtidos para a medida da cintura do feixe após a lente f500 para alguns valores de potência.

Potência do Feixe(mW)	W <sub>0</sub>	posição de z de $w_0$ em
		relação a lente f500
100	$(55 \pm 4).10^{-4}$ cm	$(51,00\pm0,20)$ cm

300	$(62 \pm 4).10^{-4}$ cm	$(54,10 \pm 0,20)$ cm
600	$(65 \pm 3).10^{-4}$ cm	$(57,70 \pm 0,20)$ cm

Para comprovarmos que o feixe tinha um perfil gaussiano na direção y fizemos algumas medidas para os mesmos valores de potência da Tabela VI-1 e obtemos uma discrepância de aproximadamente 3% sobres os dados apresentados nesta tabela. Isso nos assegura que o feixe possui perfil gaussiano tanto na direção x quanto na direção y.

#### VII. Referências

- [3] J.D. Jackson, "Classical Electrodynamics" (New York, Wiley)
- [4] R. W. Hellwarth, "Generation of time-reversed wave fronts by nonlinear refraction," J. Opt. Soc. Am. 67,1(1977).

[5] A. Yariv, D.M. Pepper, "Amplified reflection, phase conjugation, and oscillation in degenerate four-wave mixing," Opt. Lett. 1, 1 (1977).

[6] D.M. Bloom, G.C. Bjorklund, "Conjugate wave-front generation and image reconstruction by four-wave mixing," Appl. Phys. Lett. 31,592(1977).

[7] Paul N. Butcher, David Cotter, "The elements of nonlinear optics" (Cambridge University Press, 1990).

[8] D.Bellanger-Naulot, "Miroir conjugué en phase par mélange à 4 ondes dans SF6 à  $10\mu m$ ", These présentée pour obtenir le grade de docteur , Universite de Paris-Sud Centre D'Orsay (1984).

[9] Robert W. Boyd, "Nonlinear Optics" (Academic Press, London)

[10] R.L. Abrams, R.C. Lind, "Degenerate four-wave mixing in absorbing media," Opt. Lett. 2, 94 (1977); Opt. Lett. 3, 205 (1977).

[11]Y. Silberberg, I. Bar-Joseph, "Low-power phase conjugation in thin films of saturable absorbers," Opt. Comm. 39, 265 (1981).

[12] Y. Silberberg, I. Bar-Joseph, "Transient effects in degenerate four-wave mixing in saturable absorbers," IEEE J. Quantum Electronics 17,1967 (1981).

[13] Anthony E. Siegman, "Lasers" (California, University Science Books, 1986).

[14] W. P. Brown, "Absorption and depletion effects on degenerate four-wave mixing in homogeneously broadened absorbers," J. Opt. Soc. Am. 73,629 (1983).

[15] T. Catunda, A. M. Cansian, and J.C. Castro, "Saturation Effects in Degenerate Four-Wave Mixing in Ruby and GdAlO3:Cr3+," J. Opt. Soc. Am. B 8, 4(1991).

[16] D.C. Cronemeyer, "Optical absorption characteristics of pink ruby," J. Opt. Soc. Am. 56, 1703(1966).

[17] T.H. Maiman, "Optical and Microwave-Optical Experiments in Ruby," Phys. Rev. Letters 4,564(1960)

[18] H.C. Basso, "Propriedades óticas dos íons isolados e dos pares de  $Cr^{3+}$  em GdAlO<sub>3</sub>: $Cr^{3+}$ ", Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Física e Química de São Carlos, USP, 1980.

[19] A. E. Siegman, "Lasers" (University Science Books), 1986.

[20] H. Eichler, P. Glozbach, and B. Kluzowski, "Investigation of Spatial Hole-Burning in a Ruby Laser by Diffraction of Light," Z. Angew Phys.22,378(1970); H. J. Eichler, J. Eichler, J. Knof, and C.H. Noack, "Lifetimes of Laser Induced Population Density Gratings in Ruby," Phys. Status Solid A 52,481 (1979).

[21] H. Eichler, G. Salje, and H. Stahl, "Thermal Diffusion Measurements Using Spatially Periodic Temperature Distributions Induced Laser Light," J. Appl. Phys. 44, 5383 (1973).

[22] K.O. Hill, "Simple Transient Holograms in Ruby," Appl. Opt. 10,1695 (1971).

<sup>[1]</sup> Robert Guenter, "Modern Optics," (New York, Wiley).

<sup>[2]</sup> D. M. Pepper, "Application of Optical Phase Conjugation," Scientific American, January 1986.

[23]P.F. Liao and D.M. Bloom, "Continuos-Wave Backward-Wave Generation by Degenerate Four-Wave Mixing in Ruby," Opt. Lett 3,4 (1978).

[24] T. Catunda, "Conjugação de Fase e Modulação transversal de Fase em Cristais Dopados com Cr<sup>3+</sup>", Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Física e Química de São Carlos, USP, 1989.

[25] S. C. Weaver and S.A. Payne, "Degenerate Four-Wave Mixing of Cr3+ Doped Materials", Present at XVII International Conference on Quantum Electronics - THII3. Weaver, S. C. and Payne, S. A. Submitted to J. Chem. Phys. In March 1989.

[26] J. C. M. Garnett, "Optical properties of metallic colloids," Phylos. Trans. Roy. Soc. London 203,385 (1904) and A205

[27] H.A. Lorentz, "The Theory of Electrons" (New York, Dover).

[28] T. Catunda, J. P. Adreeta and J. C. Castro, "Differential interferometric technique for the measurement of the nonlinear index of refraction of Ruby and GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup>," Appl. Opt. 25, 2391 (1986).

[29] Amnon Yariv, "Quantum Electronics" (New York, Wiley).

[30]Max Born and Emil Wolf, "Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction to light." (New York, Pergamon Press)
[31]S.A. Boothroyd and C.G. Morgan "Temporal Development of Phase Conjugation in Ruby by Degenerate Four-Wave Mixing," J. Phys. D 16,L168 (1983).

[32]M. Sheik-Bahae, A.A. Said, T.H. Wei, D.J. Hagan, E.W. Van Styland, "Sensitive Measurement of Optical Nonlinearities Using a Single Beam", IEEE J. Quantum Electron. 26,760-769(1990).

[33]Richard Courant, "Introduction to calculus and analysis" (New York, Interscience Publishers)

[34] R Lester Ford, "Differential equations." (New York, McGraw-Hill)

[35] M. Martinelli, "Medidas de Efeitos Óticos Não-Lineares por Reflexão de Luz Polarizada", Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física da USP,1998.