

ives do monte lima

26

U.T. 201



LARGURAS PARCIAIS DE DECAIMENTOS BARIÔNICOS COM  
EMIÇÃO DE PÍONS

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
INSTITUTO DE FÍSICA DA UNIVERSIDADE DE S. PAULO

SÃO PAULO NOVEMBRO DE 1973



## AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Paulo Leal Ferreira, pela sugestão e orientação deste trabalho, e pela amizade e atenção recebidas durante o mesmo.
- Ao Conselho Nacional de Pesquisa, cuja ajuda financeira possibilitou a realização deste trabalho.
- A Francisco Mauro Witkowski, pelas proveitosas e esclarecedoras discussões.
- Ao Instituto de Física Teórica e colegas, pelo apoio e incentivo recebidos.

# Í N D I C E

	Pág.
I. INTRODUÇÃO .....	1
II. CINEMÁTICA E ESPAÇO DE FASE DE SISTEMAS COLINEARES .....	4
1. Cinemática de Sistemas Colineares .....	4
2. Espaço de Fase de Sistemas Colineares .....	7
III. CÁLCULO DAS LARGURAS PARCIAIS DE DECAIMENTO BARIÔNICO COM EMISSÃO DE PÍONS .....	9
1. Modelo a Quarks e Modelo a Quarks Harmônico e Simétrico .....	9
2. Operador H e Operador $M^2$ .....	11
3. Operador de Interação .....	12
4. Cálculo de Larguras Parciais em Sistemas Colineares .....	13
5. Misturas de Configurações .....	18
6. Cálculo de Decaimento $N(1535) N$ .....	19
7. Fórmulas Explícitas para as Larguras Parciais de Ressonâncias Bariônicas com Emissão de Píons .....	22
IV. ESCOLHA DOS PARÂMETROS, RESULTADOS NUMÉRICOS E COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS OBTIDOS POR FAIMAN E HENDRY .....	26
1. Parâmetros Envolvidos .....	26
2. Observações e Conclusões .....	31
APÊNDICE	
CONSTRUÇÃO DOS ESTADOS BARIÔNICOS .....	32
A-I . Simetrias das Funções de Onda de Três Partículas .....	32
A-II . Regras de Composição .....	33
A-III. Estados de Spin .....	33
A-IV . Funções de Onda de Spin Unitário .....	34
A-V . Estados de SU (6) .....	35
A-VI . Estados Orbitais Internos .....	35
A-VII. Função de Onda Bariônica Completa .....	37

ELEMENTOS DE MATRIZ .....	40
A-VIII. Matrizes Espaciais .....	40
A- IX . Matrizes de Spin Unitário .....	41
A- X . Matrizes de Spin .....	44
REFERÊNCIAS E NOTAS .....	45

## I. INTRODUÇÃO

Reexaminamos o problema das larguras de ressonâncias bariônicas sob o ponto de vista do modelo a quarks harmônico e simétrico. Neste modelo, os bárions são constituídos de três quarks, tendo funções de onda completamente simétricas pela permutação dos constituintes, com simetria  $SU(6) \times O_L(3)$ , sendo a base de  $O_L(3)$  constituída de autofunções do momento angular total  $L$ .

Este trabalho segue as linhas gerais de diversos autores que já estudaram o problema (1). Assim, o pión é tratado como um quantum de campo, e não como um estado ligado quark-antiquark. Ainda mais, é admitida a aditividade da interação bárion-méson, o decaimento se dando por meio da desexcitação de um quark, sendo a interação adotada a de Yukawa na aproximação estática.

No entanto, ao considerarmos a natureza essencialmente não relativística do grupo  $SU(6) \times O_L(3)$ , chegamos a um ponto fundamental do nosso tratamento do problema: procuramos calcular as larguras em um sistema em que as velocidades das partículas sejam mínimas (mais precisamente, a maior das velocidades seja mínima). Este sistema é o sistema semi-Breit (SB) em que, para o decaimento

$$B_i \rightarrow B_f + \pi \quad (I-1)$$

as velocidades dos bárions inicial e final são iguais e opostas (2). Por outro lado, desde que as funções de ondas bariônicas no modelo a quarks harmônico e simétrico são dadas no sistema de repouso do bárion, temos, em princípio, que aplicar a elas uma transformação de Lorentz de maneira a levá-las para o sistema SB. O fator de contração de Lorentz  $\gamma$  introduzido é o mesmo para os dois bárions (velocidades iguais e opostas), o que torna o cálculo mais simétrico e mais simples.

Neste trabalho mostra-se que, no cálculo das larguras no sistema SB, os elementos de matriz podem ser obtidos dos elementos de matriz no centro de massa mediante uma simples lei de substituição do momentum do méson no centro de massa pelo respectivo momentum no SB, multiplicado pelo fator  $\frac{1}{\gamma}$ , sendo o fator de espaço de fase coerentemente calculado neste último

sistema. Com o objetivo de comparação com a experiência, passa-se, finalmente, do  $\Gamma_{SB}$  calculado para a largura  $\Gamma$  no sistema de repouso da ressonância.

Outro ponto levado em conta neste trabalho, é representado pelo fato de que o hamiltoniano  $H$  para três partículas sujeitas a forças harmônicas, nos leva a trajetórias de Regge parabólicas, enquanto que as trajetórias experimentais são lineares. Assim, seguindo uma sugestão de Feynman, Kislinger e Ravndal (3), introduzimos no nosso cálculo o operador massa ao quadrado  $M^2$ , que tem como autofunções as do operador  $H$  e que, ao mesmo tempo, nos dá as trajetórias lineares exigidas pela experiência.

Calculando as larguras em primeira ordem de perturbação, verificamos que elas dependem apenas de dois parâmetros: a constante de acoplamento quark-píon, proveniente da interação de Yukawa na aproximação estática adotada, e a constante elástica das forças harmônicas, sendo esta dada pela inclinação das trajetórias de Regge e a primeira calculada a partir desta e de resultados experimentais para as larguras dos estados puros.

No entanto, é nossa opinião que, no espírito do modelo a quarks, misturas de configurações entre estados de uma mesma banda  $N$  devem ser considerados. Isto introduz um crescente número de parâmetros (os ângulos de mistura) à medida que  $N$  cresce. Portanto, calculamos aqui, larguras de ressonâncias bariônicas até a banda  $N = 1$ , pois, a partir de  $N = 2$  as misturas de configurações passam a exercer uma influência considerável.

O presente trabalho está organizado como segue:

O Capítulo II é dedicado a um estudo conjunto da cinemática de sistemas de referências colineares (inclusive o sistema SB).

No Capítulo III, após um breve esquema das afirmações básicas do modelo a quarks harmônico e simétrico, introduzimos os operadores  $H$ ,  $M^2$  e o operador  $\mathcal{O}$  de interação adotado.

Em seguida, apresentamos o cálculo propriamente dito das larguras de decaimento para o estado fundamental em sistemas colineares (tendo como caso particular os sistemas CM e SB) e demonstramos a lei de substituição mencionada acima. Apresentamos ainda duas tabelas com as fórmulas explícitas das largu-

ras de ressonância puras, até  $N = 1$ , decaindo para o octeto e o decuplo do estado fundamental ( $56, L = 0$ ), e discutimos alguns casos de mistura de configuração.

No Capítulo IV, discutimos a escolha dos parâmetros, apresentando uma comparação com os resultados obtidos por Faiman e Hendry (1) no estudo do mesmo problema, os respectivos resultados numéricos e sua confrontação com os experimentais.

Com o objetivo de verificação das modificações introduzidas pelo sistema SB, apresentamos ainda um cálculo da razão  $\Gamma_{FH}/\Gamma$ , onde  $\Gamma_{FH}$  e  $\Gamma$  são as larguras obtidas por Faiman-Hendry e por nós, respectivamente.

## II. CINEMÁTICA E ESPAÇO DE FASE DE SISTEMAS COLINEARES

### 1. Cinemática de Sistemas Colineares

Nesta seção, teceremos algumas considerações a respeito da cinemática dos sistemas de referências colineares, ou seja, os sistemas de referência definidos por

$$\begin{aligned} \alpha \vec{p}_i + \beta \vec{p}_f &= \vec{0}' \\ \alpha + \beta &= 1 \end{aligned} \quad \text{(II-1)}$$

onde  $\vec{p}_i$  e  $\vec{p}_f$  são os momenta dos bárions  $B_i$  e  $B_f$  da reação (I-1), respectivamente. Desses sistemas, será de especial interesse para nós o sistema SB, o sistema de velocidades mínimas.

Chamando  $\vec{q}$  o momentum do pión na reação (I-1), temos, pela conservação do momentum:

$$\vec{p}_i - \vec{p}_f = \vec{q} \quad \text{(II-2)}$$

que, juntamente com (II-1), nos dá:

$$\begin{aligned} \vec{p}_i &= \alpha \vec{q} \\ \vec{p}_f &= -\beta \vec{q} \end{aligned} \quad \text{(II-3)}$$

A partir de (II-1) e (II-3), e utilizando-nos da conservação de energia

$$E_i = E_f + E_\pi \quad \text{(II-4)}$$

obteremos, após um cálculo simples, o momentum do pión em qualquer sistema de referência colinear:

$$q^2 = \frac{[(M_i + M_f)^2 - M_\pi^2][(M_i - M_f)^2 - M_\pi^2]}{4(\alpha M_f^2 + \beta M_i^2 - \alpha\beta M_\pi^2)} \quad \text{(II-5)}$$

onde  $M_i$ ,  $M_f$  e  $M$  são as massas de repouso de  $B_i$ ,  $B_f$  e do pión, respectivamente.

Vejamos, agora, as características destes sistemas.

a) Sistema Centro de Massa (sistema de repouso do bárion  $B_i$ ).



De (II-3), temos:

$$\alpha = 0, \beta = 1, \quad (\text{II-6})$$

logo:

$$q_{cm}^2 = \frac{[(M_i + M_f)^2 - M_H^2][(M_i - M_f)^2 - M_H^2]}{4M_i^2} \quad (\text{II-7})$$

b) Sistema de repouso do bárion  $B_f$ :

De (II-3) :  $\alpha = 1, \beta = 0,$

logo

$$q_f^2 = \frac{[(M_i + M_f)^2 - M_H^2][(M_i - M_f)^2 - M_H^2]}{4M_f^2}$$

c) Sistema Breit

Definido por:  $\vec{p}_i = -\vec{p}_f$ . Assim, de (II-1), temos

$$\alpha = 1/2, \beta = -1/2$$

portanto

$$q_B^2 = \frac{[(M_i + M_f)^2 - M_H^2][(M_i - M_f)^2 - M_H^2]}{2(M_f^2 + M_i^2 - \frac{M_H^2}{2})}$$

d) Sistema semi-Breit (SB)

Definido por velocidades dos bárions inicial e final iguais e opostas:  $\vec{v}_i = -\vec{v}_f$

Escrevendo (II-1) sob a forma

$$\alpha \gamma_f M_f \vec{v}_f + \beta \gamma_i M_i \vec{v}_i = \vec{0}$$

e lembrando que os fatores de contração de Lorentz,  $\gamma_i$  e  $\gamma_f$ , são iguais, pela própria definição do sistema SB, obtemos

$$\alpha M_f - \beta M_i = 0$$

que, juntamente com  $\alpha + \beta = 1$ , nos traz:

$$\alpha = \frac{M_i}{M_i + M_f}, \quad \beta = \frac{M_f}{M_i + M_f} \quad \text{(II-8)}.$$

Assim, tem-se:

$$q_{SB}^2 = \frac{(M_i + M_f)^2}{4M_i M_f} \left[ (M_i - M_f)^2 - M_f^2 \right] \quad \text{(II-9)}.$$

Podemos notar que o sistema semi-Breit envolve as menores velocidades. De fato, de (II-3) e (II-1), temos:

$$\frac{p_i^2}{M_i^2} = \alpha^2 \frac{q^2}{M_i^2}$$

$$\frac{p_f^2}{M_f^2} = (1 - \alpha^2) \frac{q^2}{M_f^2}$$

(II-10)

Por (II-10), verificamos que um acréscimo em  $\alpha$  acarreta um aumento em  $p_i^2/M_i^2$  e uma diminuição de  $p_f^2/M_f^2$ . Logo, o menor valor de

Max  $\left\{ \frac{p_i^2}{M_i^2}, \frac{p_f^2}{M_f^2} \right\}$  é alcançado quando

$$\frac{p_i^2}{M_i^2} = \frac{p_f^2}{M_f^2}$$

De (II-3) e (II-1), notamos que esta igualdade é válida se as igualdades (II-8) forem obedecidas, ou seja, se o referencial usado for o sistema SB.

Portanto, em vista da natureza não relativística do grupo  $SU(6) \times O_L(3)$ , é inteiramente razoável a prescrição de que as funções de onda harmônicas devem ser usadas no sistema SB (ou "sistema de menores velocidades") sempre que esse grupo estiver envolvido em determinado cálculo.

Deve-se notar, ainda, a simetria introduzida pelo sistema SB, devida à igualdade

$$\gamma_i = \gamma_f$$

Nenhum dos outros sistemas colineares goza desta propriedade.

Tem-se, para  $\gamma_i$  e  $\gamma_f$  :

$$\gamma \equiv \gamma_i = \gamma_f = \left[ 1 + \frac{(M_i - M_f)^2 - M_R^2}{4 M_i M_f} \right] \quad (\text{II-11})$$

## 2. Espaço de Fase em Sistemas Colineares

Daremos, agora, uma expressão geral para o espaço de fase de sistemas colineares.

Para o decaimento (I-1), o espaço de fase se escreve

$$\rho = \frac{V (2J_f + 1)}{(2\pi)^3} \int \delta(E_i - E_f - E_R) \delta(\vec{p}_i - \vec{p}_f - \vec{q}) d\vec{p}_f d\vec{q} \quad (\text{II-12})$$

onde  $V$  é um volume de normalização,  $J_f$  é o spin do bárion  $B_f$ , e  $E_i$ ,  $E_f$ ,  $E$ ,  $\vec{p}_i$ ,  $\vec{p}_f$ , e  $\vec{q}$  são as energias e momenta definidos na seção (II-1).

Considerando que  $d\vec{q} = q^2 d\Omega dq$ , onde  $d\Omega$  é um elemento de ângulo sólido, e integrando  $p_f$ , a expressão (II-12) se torna

$$\rho = \frac{V (2J_f + 1)}{(2\pi)^3} 4\pi \int q^2 \delta[E_i - \sqrt{M_f^2 + (p_i - q)^2} - \sqrt{M_R^2 + q^2}] dq \quad (\text{II-13})$$

Chamemos a expressão entre colchetes de  $f(q)$ . Neste caso

$$\left| \frac{df}{dq} \right| = \frac{(q - p_i) E_R + q E_f}{E_f E_R}$$

ou, usando (II-3),

$$\left| \frac{df}{dq} \right| = \frac{q (E_i - \alpha E_R)}{E_f E_R} \quad (\text{II-14})$$

Finalmente, fazendo uso da propriedade das funções  $\delta$  de Dirac

$$\int g(x) \delta[f(x)] dx = \frac{g(x_0)}{\left| \frac{df}{dx}(x_0) \right|} \quad ; \quad f(x_0) = 0$$

obtemos de (II-13) e (II-14) :

$$p = \frac{V(2J_{\ell}+1)}{(2\pi)^3} 4\pi q \frac{E_{\ell} E_{\pi}}{E_i - \alpha E_{\pi}} \quad (\text{II-15})$$

onde  $q$  é dado pela expressão (II-5).

Dois casos de especial interesse para nós são o do sistema centro de massa e do sistema SB, casos em que (II-14) se escreve

$$p_{\text{cm}} = \frac{V(2J_{\ell}+1)}{(2\pi)^3} 4\pi q \frac{E_{\ell} E_{\pi}}{M_i} \quad (\text{II-16})$$

e

$$p_{\text{SB}} = \frac{V(2J_{\ell}+1)}{(2\pi)^3} 4\pi q \frac{M_i + M_{\pi}}{2M_i} \quad (\text{II-17})$$

respectivamente, com  $q$  dado por (II-7) e (II-9).

### III. CÁLCULO DAS LARGURAS PARCIAIS DE DECAIMENTO BARIÔNICO COM EMISSÃO DE PÍONS.

Neste capítulo, calcularemos as expressões para as larguras parciais de decaimento bariônico com emissão de píons após um breve resumo dos conceitos fundamentais do modelo a quarks harmônico e simétrico.

#### 1. Modelo a Quarks e Modelo a Quarks Harmônico e Simétrico

O modelo a quarks, de grande sucesso na classificação dos hádrons, surgiu como resultado da procura de um modelo no qual os mésons e os bárions pertencessem a multipletos obtidos da decomposição de produtos de Kronecker de representações fundamentais do grupo SU (3). No modelo a quarks, os multipletos de mésons são obtidos do produto das representações fundamentais 3 e  $\bar{3}$ ,

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$$

enquanto que os bárions são obtidos de

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10.$$

As partículas fundamentais, bases das representações fundamentais 3 e  $\bar{3}$ , são chamadas quarks e antiquarks, respectivamente. Para o quark, os estados fundamentais são denominados p, n e  $\lambda$  (antiquarks:  $\bar{p}$ ,  $\bar{n}$ ,  $\bar{\lambda}$ ).

Desde que o número bariônico é um número quântico aditivo, e sendo os bárions formados por três quarks, vemos que o número bariônico do quark é dado por  $B = 1/3$ .

Vemos, pela Tabela 1, que são obedecidas as relações  $Y = B + S$ , e a relação de Gell-Mann-Nishijima

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}$$

Os antiquarks  $\bar{p}$ ,  $\bar{n}$  e  $\bar{\lambda}$  possuem números quânticos de sinais opostos aos da tabela abaixo.

Desde que o spin do bárion é semi-inteiro, o do quark também deve ser semi-inteiro. Tomamos para spin do quark o valor 1/2.

Damos abaixo uma tabela dos números quânticos aditivos dos quarks.

	B	I	$I_z$	Y	Q	S
p	1/3	1/2	1/2	1/3	2/3	0
n	1/3	1/2	-1/2	1/3	-1/3	0
$\lambda$	1/3	0	0	-2/3	-1/3	-1

Tabela 1: Números quânticos associados aos quarks. I e  $I_z$  são o spin unitário e sua terceira componente, respectivamente. Y é a hipercarga; Q é a razão da carga do quark para a do elétron; S é a estranheza.

Levando em conta o spin, podemos considerar um grupo maior, o grupo SU (6), cujos estados bases da primeira representação fundamental são dados por

$$p \uparrow n \uparrow \lambda \uparrow \quad p \downarrow n \downarrow \lambda \downarrow$$

onde as flechas indicam a componente  $s_z$  do spin do quark. Assim, os mésons são obtidos da decomposição

$$6 \otimes 6 = 1 \oplus 35$$

e os bárions

$$6 \otimes 6 \otimes 6 = 56 \oplus 70 \oplus 70 \oplus 20$$

1 e 20 são representações irredutíveis antisimétricas de SU (6), 35 e 56 simétricas e as representações 70 são mistas por permutação dos constituintes.

Dever-se-ia esperar a validade da estatística de Fermi para os quarks. No entanto, grande parte do sucesso do modelo a quarks repousa na afirmação de que os estados de bárions são completamente simétricos, ou seja, obedecem à estatística de Bose-Einstein.

Em 1964, Greenberg e Messiah (4) sugeriram que os quarks não são férmions, mas obedecem a uma paraestatística: os quarks são paraférmions de ordem 3, o que significa que três quarks podem estar ligados num estado simétrico, porém quatro já não podem. Este modelo a quarks simétrico admite, ainda, que as forças entre quarks são tais que os estados simétricos são os de mais baixa energia.

No modelo harmônico e simétrico, os quarks interagem

por hipótese, mediante forças elásticas. A função de onda total do sistema, suposta completamente simétrica, correspondente a uma representação dada de SU (6), a um multiplete de SU(3), e um momento angular total J e projeção J<sup>z</sup> são obtidos a partir de funções de onda do tipo SU (6) x O<sub>L</sub>(3), com simetria permutacional definida, por meio do método de Feynman, Kislinger, e Ravndal (3), que é desenvolvido no apêndice deste trabalho.

## 2. Operador H e Operador M<sup>2</sup>

O Hamiltoniano para três quarks interagindo por meio de forças harmônicas é dado por (1)

$$H = \sum_{b=1}^3 \frac{p_b^2}{2M_q} + \frac{1}{2} M_q \omega^2 \sum_{a < b} (\Gamma_a - \Gamma_b)^2 \quad (\text{III-1})$$

onde M<sub>q</sub> é a massa do quark, ω é a frequência do oscilador e p<sub>b</sub> são os momentos canonicamente conjugados às coordenadas Γ<sub>b</sub> das partículas. Tendo em vista a separação do movimento do centro de massa do movimento relativo das partículas, introduzimos as coordenadas de Jacobi:

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \frac{1}{3} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3) \\ \vec{\lambda} &= \frac{1}{\sqrt{6}} (\vec{r}_2 + \vec{r}_3 - 2\vec{r}_1) \\ \vec{\rho} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_2 - \vec{r}_3) \end{aligned} \quad (\text{III-2})$$

onde  $\vec{R}$  nos dá as coordenadas do centro de massa.

Expresso em termos de coordenadas de Jacobi, H toma a forma:

$$H = \frac{P^2}{6M_q} + \frac{1}{2M_q} (p_\lambda^2 + p_\rho^2) + \frac{3\alpha^4}{2M_q} (\lambda^2 + \rho^2) \quad (\text{III-3})$$

onde p<sub>λ</sub>, p<sub>ρ</sub> e p são os momenta canonicamente conjugados a  $\vec{\lambda}$ ,  $\vec{\rho}$  e  $\vec{R}$ , respectivamente, e α<sup>2</sup> = M<sub>q</sub> ω. As autofunções de H são combinações lineares de funções da forma e  $f_{k, l, m, \lambda}(\vec{\lambda})$   $f_{k, l, m, \rho}(\vec{\rho})$ , discutidas no Apêndice.

O Hamiltoniano H, dado por (III-3), porém, apresenta a desvantagem de nos conduzir a trajetórias de Regge parabóli-

cas, sendo as trajetórias experimentais lineares. Para a obtenção de trajetórias lineares, introduzimos, na linha da sugestão de Feynman et al (3), o operador massa ao quadrado, definido por

$$M^2 = P^2 + 3(\rho_\lambda^2 + \rho_\beta^2) + 3\Omega^2(\lambda^2 + \rho^2) \quad (\text{III-4})$$

Este operador tem como autofunções as do operador  $H$  e, ao mesmo tempo, nos dá as trajetórias lineares exigidas pelos resultados experimentais.

Notemos que poderemos passar do operador  $H$  para o operador  $M^2$  multiplicando (III-3) por  $6 M_q$ :

$$6H M_q = M^2$$

com

$$\Omega^2 = 3\alpha^4 \quad (\text{III-5})$$

### 3. Operador de Interação

Já foi visto que o nosso tratamento, seguindo tratamentos anteriores dados ao mesmo problema, admite que o pión é considerado como um quantum de campo e que o decaimento (I-1) se dá via a desexcitação de um quark. Assim, é inteiramente razoável adotar como interação o operador de interação de Yukawa na aproximação estática

$$O = \frac{f_q}{M_\pi} \sum_{\mu=1}^3 (\vec{\sigma}_m \cdot \vec{q}') (\vec{b}_m \cdot \vec{\pi}') e^{-i\vec{q}' \cdot \vec{r}_m} \frac{1}{(2E_\pi)^{1/2}} \quad (\text{III-6})$$

onde

- $f_q$  : constante de acoplamento quark-méson,
- $\vec{\sigma}, \vec{b}$  : matrizes de spin e spin unitário de Pauli,
- $\vec{q}'$  : momentum do pión,
- $\vec{r}_m$  : operador de campo de mésons pseudo escalares,
- $\vec{r}_n$  : coordenadas do quark  $n$ .

A somatória é sobre os quarks constituintes do bárion. Podemos escrever (III-6) na forma

$$O = \sum_n \frac{f_q}{M_\pi} \frac{1}{(2E_\pi)^{1/2}} e^{-i\vec{q}' \cdot \vec{r}_m} \sum_{ab} O_{ab}^m \quad (\text{III-7})$$



com

$$\sum_{ab} O_{ab}^m = \sum_{ab} \sigma_a^m \tau_b^m \varphi_a \eta_{-b} \quad a, b = +, -, 0 \quad (\text{III-7'})$$

e

$$\sigma_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_x \pm i \sigma_y) , \sigma_0 = \sigma_z \quad (\text{III-8})$$

$$\tau_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_x \pm i \tau_y) , \tau_0 = \tau_z \quad (\text{III-8'})$$

$$\varphi_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_x \pm i \varphi_y) , \varphi_0 = \varphi_z \quad (\text{III-8''})$$

Como o operador  $O$  é simétrico nos três quarks e deve ser aplicado a funções de onda também simétricas nos três ... quarks, podemos tirar a somatória sobre  $n$ , escrevendo

$$O = \frac{3 \int \varphi}{M_{\pi} (2E_{\pi})^{1/2}} e^{-i \vec{q} \cdot \vec{r}_1} \sum_{ab} O_{ab}^1 , \quad (\text{III-9})$$

O operador  $O_{ab}^1$  atuando somente sobre o primeiro quark.

#### 4. Cálculos de Larguras Parciais em Sistemas Colineares.

Baseados no que foi visto até agora e nas expressões dadas nos Apêndices para as funções de onda do bárion, passaremos agora ao cálculo da expressão para as larguras parciais do decaimento (I-1) em sistemas colineares, com os casos particulares CM e SB, de especial interesse para nós, explicitados. Em seguida mostramos como, a partir dos elementos de matriz calculados no centro de massa podemos, por meio de uma lei de substituição, obter os elementos de matriz no sistema SB que, juntamente com o espaço de fase (II-17) correspondente, nos darão a largura no sistema SB segundo a prescrição sugerida neste trabalho.

A expressão geral, calculada em primeira ordem de perturbação, para as larguras de decaimento, é dada por

$$\Gamma = 2\pi \overline{|\langle f | \mathcal{O} | i \rangle|^2} \rho(E_f) \quad (\text{III-10})$$

Para o decaimento (I-1),  $\mathcal{O}$  é o operador de transição (III-9), entre o estado bariônico inicial  $|i\rangle$  e o estado bariônico final  $|f\rangle$ ,  $\rho(E_f)$  é o fator de espaço de fase e

$$\overline{|\langle f | \mathcal{O} | i \rangle|^2} = \frac{1}{2J_i+1} \frac{1}{2J_f+1} \sum_i \sum_f |\langle f | \mathcal{O} | i \rangle|^2 \quad (\text{III-11})$$

é a média sobre todos os estados finais e iniciais dos elementos de matriz de transição.

Se substituirmos (II-5) na expressão (III-10), obteremos uma fórmula geral para as larguras parciais calculadas em sistemas colineares:

$$\Gamma = \frac{1}{2J_i+1} \frac{Vq}{\pi} \frac{E_f E_\pi}{E_i - \alpha E_\pi} \sum_i \sum_f |\langle f | \mathcal{O} | i \rangle|^2 \quad (\text{III-12})$$

onde  $q$  é dado por (II-5), e os elementos de matrizes dependem do sistema colinear escolhido.

Pelas considerações do Apêndice (A-VII), (em particular, a relação (A-12)) e levando em conta que estamos interessados apenas em decaimentos para o estado fundamental, podemos escrever, usando a expressão (A-12) para este último:

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{O} | i \rangle &= \langle 56, J_f, J_f^z | \mathcal{O} | A_i, J_i, J_i^z \rangle^{N_i} = \\ &= \frac{3 \rho q}{M_\pi (2E_\pi)^{1/2}} F_i F_f \sum_{S_1} \sum_{S_2} \sum_{S_1^z + S_2^z = J_i^z} (L_i, L_i^z, S_1, S_1^z | J_i, J_i^z) \times \\ &\times \langle L_f=0, L_f^z=0 | e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_i} | L_i, L_i^z \rangle_{S_1} \langle B_f^{2S_f^z+1}, S_f^z=J_f^z | \sum_{2b} \mathcal{O}_{2b}^1 | B_i^{2S_i^z+1}, S_i^z=J_i^z-L_i^z \rangle_{S_2} \end{aligned}$$

Aqui usamos a expressão (III-9) para o operador de interação.

Observe-se que tomamos o eixo de quantização na dire

reção do momentum  $\vec{q}$  do pñon. O elemento de matriz espacial é nulo, exceto se  $L_i^z = L_f^z = 0$ , como podemos verificar facilmente, e a expressão acima se reduz a

$$\begin{aligned} & \langle 56, J_f^z, J_f^3 | 0 | A_i, J_i, J_i^3 \rangle^{N_i} = \\ & = F_i F_f \frac{3f_f}{M_\pi (2E_\pi)^{1/2}} \sum_{s_i, s_f} (L_i^z 0 s_i s_f^z = J_i^z | J_i, J_i^z = s_i^z ) \langle 00 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i} | L_i 0 \rangle_{s_i}^{N_i} \times \\ & \quad \times \sum_{s_f} \langle B_f^{2s_f+1}, s_f^z = J_f^z | O_{ob}^1 | B_i^{2s_i+1}, s_i^z = J_i^z \rangle_{s_f}^{N_i} \end{aligned}$$

Finalmente, usando (A-14') :

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_f | \langle f | 0 | i \rangle |^2 = \\ & = \frac{9f_f^2}{M_\pi^2 2E_\pi} \sum_{J_i^z = J_f^z} (L_i^z 0 s_i J_f^z | J_i, J_i^z )^2 | \langle 56, 0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i} O_{ob}^1 | A_i, L_i \rangle^{N_i} |^2 \end{aligned} \quad . \quad (III-13)$$

Substituindo (III-13) em (III-12), obtemos a expressão para as larguras parciais para os decaimentos (I-1) em sistemas colineares:

$$\Gamma = \frac{18gV}{2J_i+1} C_{coi} \sum_{J_i^z = J_f^z} (L_i^z 0 s_i J_f^z | J_i, J_i^z )^2 | \langle 56, 0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i} O_{ob}^1 | A_i, L_i \rangle^{N_i} |^2 \quad (III-14)$$

com

$$C_{coi} = \frac{f_f^2}{M_\pi^2 4\pi} \frac{E_f}{E_i - \alpha E_\pi} \quad (III-15)$$

Como podemos ver por (A-14'), o cálculo do elemento de matriz em (III-14) envolve o cálculo de elementos de matrizes de  $SU(3) \times SU_2(2)$  e o de elementos de matriz espaciais, sendo estes últimos dependentes, no caso de considerarmos contrações de Lorentz das funções de onda dos bárions inicial e final, dos fatores  $\gamma_i$  e  $\gamma_f$ , ou seja, do particular sistema de

referência adotado. Observe-se que, em cada sistema de referência escolhido,  $q$  é dado por (II-5), com  $\alpha$  e  $\beta$  correspondentes.

Efetuada o cálculo das matrizes espaciais sem contração de Lorentz na função de onda e de  $SU(3) \times SU(2)$  com o auxílio das tabelas dos Apêndice (A-VIII), (A-IX) e (A-X) obteremos, para um sistema colinear genérico, a expressão para a largura parcial

$$\Gamma = K \frac{q^{2N_i+3}}{\Omega^{N_i}} (\sqrt{3})^{N_i} C_{col} \quad (\text{III-16})$$

com

$$C_{col} = C'_{col} e^{-q/\sqrt{3}\Omega} \quad (\text{III-16}')$$

Lembramos que  $C'_{col}$  é dado por (III-15) com  $\alpha = 0$ , enquanto que  $\Omega$  é o parâmetro introduzido no operador  $M^2$  dado por (III-4),  $K$  é uma constante, e  $N_i$  nos dá a banda a que pertence  $B_1$ .

A fórmula (III-16) não leva em conta efeitos de contração de Lorentz (5) nas funções de onda harmônicas. Tais efeitos, como veremos adiante são, no entanto, pequenos para o caso das larguras aqui calculadas (até  $N = 1$ ). Podemos, porém, considerar estas contrações e utilizar-nos de (III-14) para o cálculo de  $\Gamma$  no sistema SB, caso em  $\Gamma_{SB}$  é função de  $\vec{q}_{SB}$ , passando depois para o sistema de repouso da ressonância pela relação

$$\Gamma = \gamma \Gamma_{SB} \quad (\text{III-17})$$

onde  $\gamma$  é dado por (II-11).

Por outro lado, podemos deduzir uma lei de substituição que permite a passagem da matriz espacial em um sistema colinear genérico sem contração na função de onda para a matriz espacial no sistema SB com contração na função de onda.

Com efeito, a matriz espacial sem contração de Lorentz em qualquer sistema de referência é dado por

$$\langle f | e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_i} | i \rangle = \int \phi_f^*(x_1, y_1, z_1) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_i} \phi_i(x_1, y_1, z_1) dx_1 dy_1 dz_1 \quad (\text{III-18})$$

onde  $x_1, y_1, z_1$  são as coordenadas do quark 1,  $\phi_f$  e  $\phi_i$  são as funções de onda espaciais dos bárions final e inicial, respectivamente, e onde lembramos que o momentum  $\vec{q}$  tem a direção do eixo de quantização  $\underline{z}$ .

Se considerarmos contrações de Lorentz na direção  $\underline{z}$ , obteremos, no caso do sistema SB,

$$\begin{aligned} \langle p | e^{-i \vec{q} \cdot \vec{r}_1} | i \rangle_{SB} &= \int \phi_f^*(x_1, y_1, z_1) e^{-i q \cdot z_1} \phi_i(x_1, y_1, z_1) dx_1 dy_1 dz_1 \\ &= \frac{1}{\gamma} \int \phi_f^*(x_1, y_1, z_1) e^{-i \frac{q_{z0}}{\gamma} z_1} \phi_i(x_1, y_1, z_1) dx_1 dy_1 dz_1 \end{aligned}$$

Pelos dois resultados acima, vemos que a substituição

$$q \rightarrow q_{SB}/\gamma$$

acarreta a substituição

$$\langle f | e^{-i \vec{q} \cdot \vec{r}_1} | i \rangle \rightarrow \frac{1}{\gamma} \langle f | e^{-i \frac{q_{z0}}{\gamma} \cdot \vec{r}_1} | i \rangle$$

o que nos dá a lei de substituição: - obtemos o elemento de matriz espacial no sistema SB, a partir do elemento de matriz espacial (III-18), pela simples substituição do momentum do fóton  $\vec{q}$  por  $\vec{q}_{SB}/\gamma$

Assim, calculando as matrizes da expressão (III-14) com o auxílio das tabelas do Apêndice (A-VIII), (A-IX) e (A-X), e levando em conta a lei de substituição, obtemos a expressão geral para as larguras no sistema SB:

$$\Gamma_{SB} = K \frac{q^{2N_i+3}}{\Omega^{N_i}} \frac{(\sqrt{3})^{N_i}}{\gamma^{2N_i+2}} C_{SB} \quad (III-19)$$

com

$$C_{SB} = C'_{SB} e^{-\frac{q^2}{\sqrt{3} \Omega \gamma^2}} \quad (III-19')$$

$C'_{SB}$  é obtido de (III-15) mediante (II-8), e tem-se finalmente,

$$C_{SB} = \frac{f_1^2}{4\pi} \frac{1}{M_f^2} \frac{M_i + M_f}{2M_i} e^{-\frac{q^2}{\sqrt{3} \Omega \gamma^2}} \quad (III-20)$$

Levando em conta (III-17) obtem-se, finalmente:

$$\Gamma = K \frac{\beta^{2N_i+3}}{\gamma^{2N_i+1}} \left( \frac{\sqrt{3}}{\Omega} \right)^{N_i} C_{SB} \quad (\text{III-21})$$

Nas fórmulas (III-19) e (III-21),

$$\bar{q}^2 = \bar{q}_{SB}^2$$

e é dado por (II-9).

### 5. Misturas de Configurações

Até agora, consideramos os bárions apenas como estados puros. Devemos ressaltar que, no entanto, a partir da banda  $N = 1$ , começam a aparecer as misturas de configurações que, já em  $N = 2$ , passam a ter papel importante no cálculo das larguras parciais bariônicas.

Assim, em lugar de (A-12), podemos escrever, para as misturas de configurações:

$$\begin{aligned} |A_i, J_i, J_i^z\rangle^{N_i} = & F \sum_{\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2} (\alpha \sum_{S_i^z + L_i^z = J_i^z} (L_i, L_i^z, S_i, S_i^z | J_i, J_i^z) |L_i, L_i^z\rangle_{\mathcal{O}_1} |B_i^{2S_i+1}, S_i^z\rangle_{\mathcal{O}_2} + \\ & + \epsilon \sum_{S_i^z + L_i^z = J_i^z} (L_i, L_i^z, S_i', S_i'^z | J_i, J_i^z) |L_i, L_i^z\rangle_{\mathcal{O}_1} |B_i^{2S_i'+1}, S_i'^z\rangle_{\mathcal{O}_2}) \end{aligned}$$

com  $\alpha^2 + \epsilon^2 = 1$

Portanto, podemos escrever (A-15) sob a forma

$$\begin{aligned} |A_i, J_i, J_i^z\rangle^{N_i} = & \alpha \sum_{S_i^z + L_i^z = J_i^z} (L_i, L_i^z, S_i, S_i^z | J_i, J_i^z) |A_i, L_i\rangle_{\alpha}^{N_i} + \\ & + \epsilon \sum_{S_i^z + L_i^z = J_i^z} (L_i, L_i^z, S_i', S_i'^z | J_i, J_i^z) |A_i, L_i\rangle_{\epsilon}^{N_i} \end{aligned}$$

onde, usando (A-14'), temos

$$|A_i, L_i\rangle_{\alpha}^{N_i} = F \sum_{\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2} |L_i, L_i^z\rangle_{\mathcal{O}_1} |B_i^{2S_i+1}, S_i^z\rangle_{\mathcal{O}_2}$$

$$|A_i, L_i\rangle_{\epsilon}^{N_i} = F \sum_{\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2} |L_i, L_i^z\rangle_{\mathcal{O}_1} |B_i^{2S_i'+1}, S_i'^z\rangle_{\mathcal{O}_2}$$

Logo, podemos escrever, em lugar de (III-14):

$$P_{\text{mis}} = \frac{189V}{2J_x+1} C' \sum_{J_x^1=J_x^2} |\chi(L_i, 0, s_i, J_x^1 | J_x, J_x^1) \langle 56, 0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i} O_{0b}^1 | A_i, L_i \rangle_x^{N_i} + (L_i, 0, s_i, s_i^1 | J, J_x^1) \langle 56, 0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i} O_{0b}^1 | A_i, L_i \rangle_c^{N_i} |^2$$

(III-22)

com  $C'$  dado por (III-15).

Quanto a  $\chi$  e  $\epsilon$ , temos dois casos:

- A)  $\chi = \cos \theta$                        $\epsilon = \sin \theta$
- B)  $\chi = -\sin \theta$                        $\epsilon = \cos \theta$

$\theta$  é o ângulo de mistura.

O cálculo das matrizes da expressão (III-22) é feito de maneira análoga ao das matrizes para estados puros.

6. Cálculo do Decaimento  $N(1535) \rightarrow N\bar{N}$ .

Como ilustração da obtenção da fórmula geral (III-16) para as larguras parciais de decaimento, tomaremos o bárion  $N(1535)$  como sendo um estado puro e, a partir de (III-14), deduziremos a largura parcial para o decaimento  $N(1535) \rightarrow N\bar{N}$ .

Na notação do Apêndice (A-VII), temos, para os bárions envolvidos:

	$N(1535)$	$N(10)$
N	1	0
J	1/2	1/2
L	1	0
A	70	56
$B^{25+1}$	$8^2$	$8^2$

Portanto, para o decaimento considerado, a expressão (III-14) se escreve:

$$P = \frac{189V}{2} C' \sum_{J_x^1=J_x^2} (10 \ 1/2 \ J_x^1 | 1/2 \ J_x^1)^2 | \langle 56, 0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i} O_{0b}^1 | 70, 1 \rangle^1 |^2 \quad \text{(III-23)}$$

Usando as expressões explícitas de (A-14'), (A-14''), temos:

$$|70,1\rangle^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|70\rangle_2 |1\rangle_2^1 + |70\rangle_0 |1\rangle_0^1) \quad (\text{III-24})$$

$$|56,0\rangle^0 = |56\rangle_3 |0\rangle_3^0 \quad (\text{III-25})$$

Por outro lado, levando em conta (A-14) e (A-14'), (III-24) e (III-25) tomam a forma

$$|70,1\rangle^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|8^2, s_2^2\rangle_2 |1, L_2^2\rangle_2^1 + |8^2, s_2^2\rangle_0 |1, L_2^2\rangle_0^1) \quad (\text{III-26})$$

$$|56,0\rangle^0 = |8^2, s_2^2\rangle_3 |0,0\rangle_3^0 \quad (\text{III-27})$$

Substituindo (III-26) e (III-27) em (III-23), temos:

$$\begin{aligned} \Gamma = \frac{9gV}{2} c' \sum_{J_2^2 = J_2^1} (10 \frac{1}{2} J_2^1 | \frac{1}{2} J_2^2)^2 & \langle 8^2, s_2^2 | 0_{00}^1 | 8^2, s_2^2 \rangle_2 \langle 0,0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} | 1,0 \rangle_2^1 \\ & + \langle 8^2, s_2^2 | 0_{00}^1 | 8^2, s_2^2 \rangle_0 \langle 0,0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} | 1,0 \rangle_0^1 \end{aligned} \quad (\text{III-28})$$

Observe-se que (III-28) poderia ser obtida diretamente, substituindo (A-12) em (III-10) e usando o espaço de fase conveniente.

Como podemos ver no Apêndice,

$$\langle 0,0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} | 1,0 \rangle_2^1 = i \frac{g}{2\sqrt{4}\Omega V_2} e^{-\frac{\sqrt{1}g^2}{6\Omega}}$$

$$\langle 0,0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} | 1,0 \rangle_0^1 = 0$$

Logo, colocando em evidência, em (III-28), a matriz espacial não nula,

$$\Gamma = \frac{3\sqrt{1}}{2} \frac{g^2}{\Omega} c' \sum_{s_2^1} (10 \frac{1}{2} s_2^1 | \frac{1}{2} s_2^2)^2 \langle 8^2, s_2^2 | 0_{00}^1 | 8^2, s_2^2 \rangle_2 \quad (\text{III-29})$$

com 0 dado por (III-16'). Lembramos que os elementos de matriz em (III-29) seriam nulos se  $S_2^2 \neq S_1^2$  e que, desde  $L_1^2 = L_2^2 = 0$ ,  $J_1^2 = J_2^2 = S_1^2 = S_2^2$ .

Considerando (A-17), (A-16') e (A-16''), podemos escrever

$$|8^2, s_2^2\rangle_2 = |8^2\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1/2\rangle_2 |8\rangle_2 + |1/2\rangle_0 |8\rangle_0)$$



$$|R^2, S_f^z\rangle_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1/2 \rangle_\alpha | 8 \rangle_\alpha + 1/2 \rangle_\beta | 8 \rangle_\beta)$$

onde usamos as expressões explícitas (A-16'') de (A-16').

Substituindo estas funções de ondas em (III-29), considerando (III-7'), obtemos a expressão:

$$\Gamma = \frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{q^5}{\Omega} C \sum_{S_f^z} (1 \ 0 \ 1/2 \ S_f^z | 1/2 \ S_f^z)^2 | - \langle 1/2 | \sigma_0^z | 1/2 \rangle_\alpha \langle 8 | \tau_0^z | 8 \rangle_\alpha + \langle 1/2 | \sigma_0^z | 1/2 \rangle_\beta \langle 8 | \tau_0^z | 8 \rangle_\beta |^2$$

(III-30)

Neste ponto, devemos notar que a nossa reação<sup>8</sup> possui dois canais: o primeiro, correspondendo a  $P^* \rightarrow P\bar{\pi}^0$ , é caracterizado por  $I_1^z = + 1/2$  e  $I_f^z = + 1/2$ , enquanto que o segundo,  $P^* \rightarrow N\bar{\pi}^+$ , é caracterizado  $I_1^z = + 1/2$  e  $I_f^z = - 1/2$ .

Calculemos a expressão (III-30) para o primeiro canal. Como tomamos o eixo de quantização na direção do eixo  $\underline{z}$ , temos

$$q^+ = q^- = 0$$

e as transições se darão somente entre estados com  $S_1^z = S_f^z$ .

Lembrando que  $L_1^z = L_f^z = 0$ , obtemos então,  $J_1^z = J_f^z = \pm 1/2$ .

Vamos considerar a transição  $J_1^z = + 1/2 \rightarrow J_f^z = + 1/2$ , correspondendo, em (III-30), a  $S_f^z = + 1/2$ . Escrevendo as funções de onda em (III-30) sob a forma (A-13'), obtemos o termo .....  $S_f^z = + 1/2$  da somatória:

$$S_f^z = + 1/2$$

$$(1 \ 0 \ 1/2 + 1/2 | 1/2 + 1/2)^2 | - \langle + 1/2 | \sigma_0^z | + 1/2 \rangle_\alpha \langle 1, 1/2 | \tau_0^z | 1, 1/2 \rangle_\alpha + \langle + 1/2 | \sigma_0^z | + 1/2 \rangle_\beta \langle 1, 1/2 | \tau_0^z | 1, 1/2 \rangle_\beta |^2$$

$$= \frac{1}{3} | -(-\frac{1}{3})(-\frac{1}{3}) + (+1)(+1) |^2 = \frac{1}{3} \frac{64}{81}$$

onde usamos as matrizes calculadas no Apêndice (A-IX) e (A-X).

De maneira análoga encontramos o mesmo valor para o termo  $S_f^z = - 1/2$  da somatória.

Substituindo estes valores em (III-30), obtemos

$$\Gamma_1 = \frac{16\sqrt{3}}{81} \frac{q^5}{\Omega} C$$

onde  $\Gamma_1$  é a largura para o canal  $P^* \rightarrow P\bar{\pi}^0$ .

Não necessitaremos de calcular a largura  $\Gamma_2$  para o canal  $P^* \rightarrow N \bar{N}^+$ , se lembrarmos que a única modificação, com relação ao primeiro canal, residirá nos elementos de matriz de spin unitário. Com efeito, consultando o Apêndice (A-IX), observaremos que os elementos de matriz de spin unitário para o canal 2 diferem daqueles para o canal 1 por um fator  $\sqrt{2}$ , o que nos traz

$$\Gamma_2 = 2 \Gamma_1$$

Logo, a largura total será dada por

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 = 3 \Gamma_1,$$

ou seja,

$$\Gamma = \frac{16 \sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega} c \quad (\text{III-31})$$

Notemos que (III-31) é dado por (III-16), com

$$K = \frac{16 \sqrt{3}}{27} \text{ e } N_1 = 1.$$

### 7. Fórmulas Explícitas para as Larguras Parciais de Ressonâncias Bariônicas com Emissão de Píons

Damos nas tabelas 2 e 3 abaixo, as fórmulas obtidas para as larguras parciais de ressonâncias bariônicas conhecidas, consideradas contrações na função de onda, até a banda  $N = 1$ . Na notação espectral para as misturas, o superscrito de nota a escolha dos parâmetros  $\chi$  e  $\epsilon$ , discutida na seção anterior.

Os decaimentos  $B_1$ , com  $B_1$  pertencente à banda  $N_1 = 0$ , são energeticamente proibidos. Em todos os decaimentos aqui relacionados, o bárion  $B_1$  pertence à banda  $N_1 = 1$ . Além disso, todos os decaimentos são para o bárion  $\Delta(1236)$ .

$B_1$	$B_f$	$N_1$	$\Gamma$
$\Delta(1236)$	N	0	$\frac{16}{3} \frac{1}{\gamma} q^3 c_{SB}$
$\Sigma(1385)$	$\Lambda$	0	$\frac{8}{3} \frac{1}{\gamma} q^3 c_{SB}$

$B_i$	$B_f$	$N_i$	$\Gamma$
$\Sigma$ (1385)	$\Sigma$	0	$\frac{16}{9} \frac{1}{\gamma} q^3 c_{SB}$
$\equiv$ (1530)	$\equiv$	0	$\frac{8}{3} \frac{1}{\gamma} q^3 c_{SB}$
$\wedge$ (1405)	$\Sigma$	1	$\frac{\sqrt{3} q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
$\wedge$ (1520)	$\Sigma$	1	$\frac{\sqrt{3} q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
N (1535) (ou $S_{11}^b$ )	N	1	$\frac{4\sqrt{3} q^5}{27 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} (-\text{sen}\theta_s + 2\text{cos}\theta_s)^2 c_{SB}$
$\wedge$ (1670)	$\Sigma$	1	$\frac{\sqrt{3} q^5}{9 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
N (1520) (ou $D_{13}^b$ )	N	1	$\frac{2\sqrt{3} q^5}{135 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} (\text{sen}\theta_d + 2\sqrt{10}\text{cos}\theta_d)^2 c_{SB}$
$\Sigma$ (1670)	$\wedge$	1	$\frac{\sqrt{3} q^5}{27 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
$\Sigma$ (1670)	$\Sigma$	1	$\frac{50\sqrt{3} q^5}{81 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
$\wedge$ (1690)	$\Sigma$	1	$\frac{4\sqrt{3} q^5}{9 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
$\equiv$ (1820)	$\equiv$	1	$\frac{\sqrt{3} q^5}{27 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
N (1700) (ou $S_{11}^a$ )	N	1	$\frac{4\sqrt{3} q^5}{27 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} (\text{cos}\theta_s + 2\text{sen}\theta_s)^2 c_{SB}$
$\wedge$ (1670)	N	1	$\frac{4\sqrt{3} q^5}{45 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$
$\Sigma$ (1765)	$\wedge$	1	$\frac{4\sqrt{3} q^5}{45 \Omega} \frac{1}{\gamma^3} c_{SB}$

$B_i$	$B_f$	$N_i$	$\Gamma$
$\Sigma$ (1765)	$\Sigma$	1	$\frac{8\sqrt{3}}{135} \frac{q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} C_{SB}$
$\Lambda$ (1830)	$\Sigma$	1	$\frac{4\sqrt{3}}{15} \frac{q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} C_{SB}$
$\Xi$ (1930)	$\Xi$	1	$\frac{16\sqrt{3}}{45} \frac{q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} C_{SB}$
$\Delta$ (1650)	N	1	$\frac{2\sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} C_{SB}$
$\Sigma'$ (1750)	$\Lambda$	1	$\frac{\sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} C_{SB}$
$\Delta$ (1670)	N	1	$\frac{2\sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega} \frac{1}{\gamma^3} C_{SB}$

Tabela 2: Larguras obtidas para decaimentos  $B_i \rightarrow B_f + \pi$ , onde  $B_f$  pertence ao octeto do estado fundamental,  $\Gamma$  é definido pela (III-21) e  $\vec{q} = \vec{q}_{SB}$ .

$B_i$	$\Gamma_{B_i \rightarrow \Delta \pi}$
N (1535) (ou $S_{11}^b$ )	$\frac{8\sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega \gamma^3} (-\text{sen}\theta_s + 2\text{cos}\theta_s)^2 C_{SB}$
N (1520) (ou $D_{13}^b$ )	$\frac{8\sqrt{3}}{135} \frac{q^5}{\Omega \gamma^3} (20 + 21\text{sen}^2\theta_d - 10\text{sen}2\theta_d) C_{SB}$
N (1700) (ou $S_{11}^a$ )	$\frac{8\sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega \gamma^3} (\text{cos}\theta_s + 2\text{sen}\theta_s)^2 C_{SB}$
N (1670)	$\frac{56\sqrt{3}}{45} \frac{q^5}{\Omega \gamma^3} C_{SB}$

$B_1$	$\Gamma_{B_1 \rightarrow \Delta \tilde{\pi}}$
$\Delta (1650)$	$\frac{40\sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega \gamma^3} c_{SB}$
$\Delta (1670)$	$\frac{40\sqrt{3}}{27} \frac{q^5}{\Omega \gamma^3} c_{SB}$

Tabela 3: Larguras obtidas para decaimento  $B_1 \rightarrow \Delta + \tilde{\pi}$ .  $\Gamma$  é definido pela (III-21) e  $\vec{q} \equiv \vec{q}_{SB}$ .

Observação: Apesar de nossa discussão envolver apenas decaimentos a partir das bandas  $N=0$  e  $N=1$ , um caso especialmente simples e interessante ocorre na banda  $N=2$ , para a representação  $20$  de  $SU(6)$ , com  $L=1$ . Usando (A-14') e aplicando as regras de composição (A-2), podemos escrever

$$|20, 1\rangle^2 = |1\rangle_A^2 |20\rangle_A$$

Como o elemento de matriz  $\langle 0 | e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} | 1\rangle_A^2$  é nulo, a largura de decaimento para o estado fundamental  $|56, 0\rangle^0$  também é nula, o que explica a meta-estabilidade dos estados  $|20, 1\rangle^2$ , discutida por D. Faiman (6).

IV. ESCOLHA DOS PARÂMETROS, RESULTADOS NUMÉRICOS E COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS OBTIDOS POR FAIMAN E HENDRY.

1. Parâmetros envolvidos

Já vimos que, calculadas em primeira ordem de perturbação, as larguras dependem de apenas dois parâmetros, no caso de estados puros:  $\frac{f_q^2}{4\pi}$  e  $\Omega$ .

provenientes do operador de interação (III-6) e do operador massa ao quadrado (III-4), respectivamente.

$\Omega$  é dado pela inclinação das trajetórias de Regge, no plano  $(M^2, L)$ :

$$\Omega = \frac{1,05}{6} \frac{\text{GeV}^2}{c} \quad (\text{IV-1})$$

Substituindo em (III-21) o valor acima para  $\Omega$  e as larguras experimentais observadas na banda  $N_1=0$ , obtivemos, para  $\frac{f_q^2}{4\pi}$ , o valor médio dado por

$$\frac{f_q^2}{4\pi} \approx 0,030 \quad (\text{IV-2})$$

É interessante notar que este valor é aquele encontrado por Becchi e Morpurgo (7) que relaciona  $f_q$  com a constante de acoplamento píon-núcleon, pelo cálculo de matriz de interação de um quark entre estados nucleônicos:

$$f_q = 3/5 f$$

Aqui,  $f$  é a constante de acoplamento núcleon-píon bem conhecida:  $\frac{f^2}{4\pi} = .082$ .

Faiman e Hendry, calculando as larguras em base ao operador de interação (III-6) e o Hamiltoniano (III-3), obtiveram os seguintes resultados para os parâmetros:

$$\frac{f_q^2}{4\pi} = .055$$

$$\alpha = .10 \frac{\text{GeV}^2}{c}$$



$$M_F = 1.321 M_{ev}$$

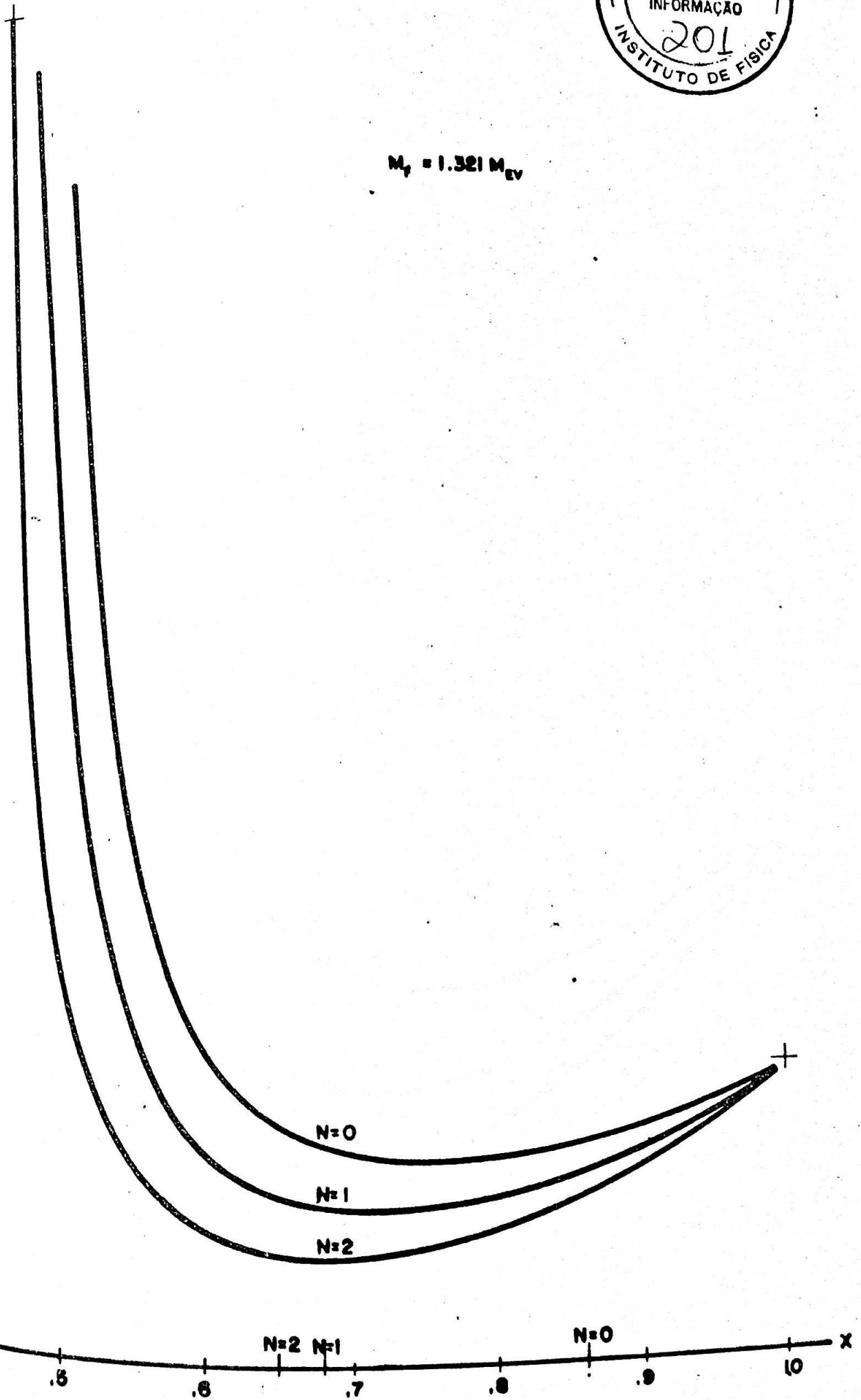
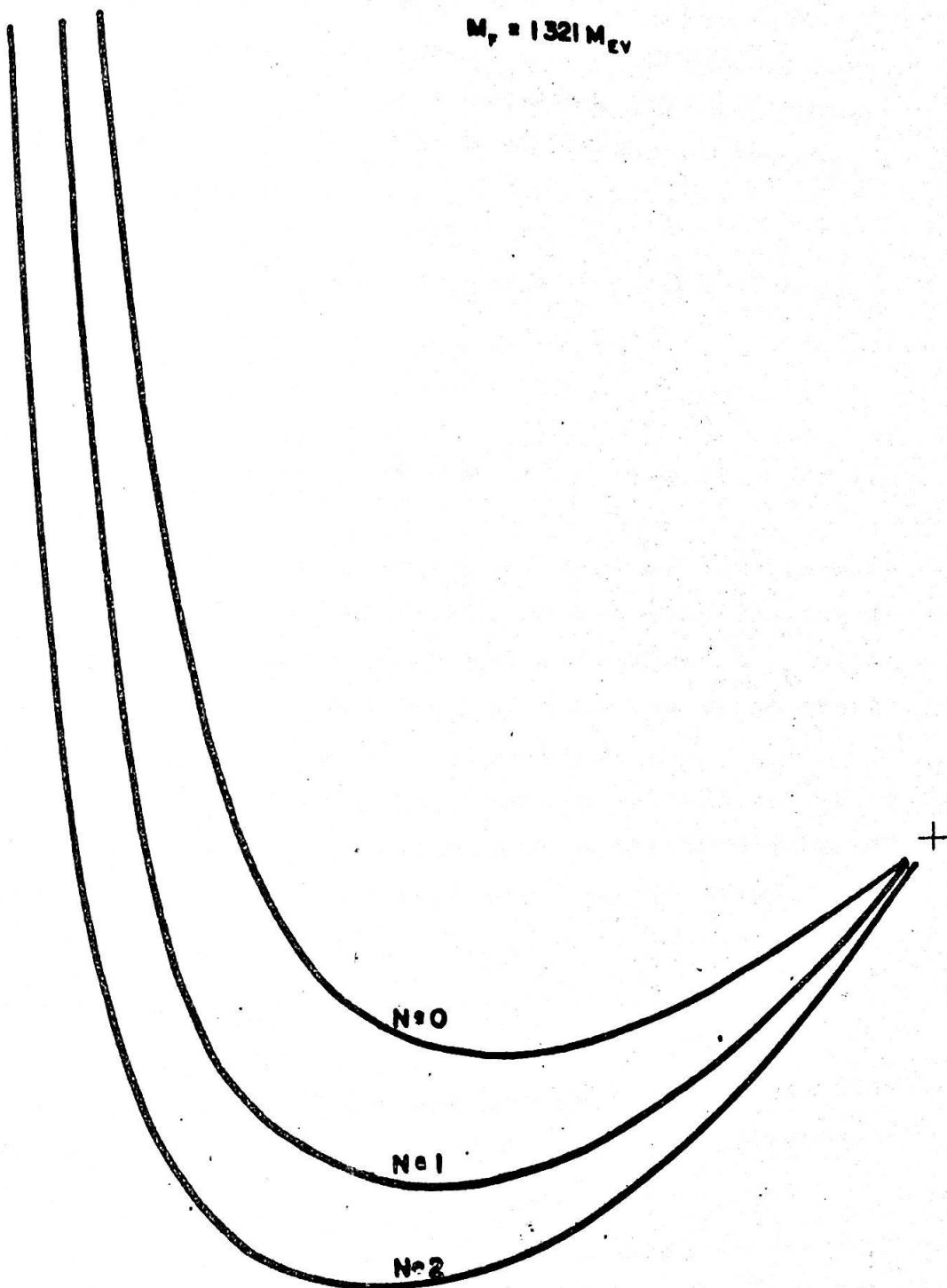


Fig.1. Variação da razão  $\frac{\Gamma_{FH}}{\Gamma}$  com  $x = \frac{M_F}{M_1}$ , usando os mesmos parâmetros para as larguras.

$M_1 = 1321 M_{EV}$



4 .5 .6 N=2 N=1 .7 .8 N=0 .9 10

Fig.2. Variação da razão  $\frac{\int FH}{\int}$  com  $x = \frac{M_S}{M_1}$ , usando parâmetros diferentes para as larguras.



Estes resultados foram obtidos por meio do melhor ajuste possível para os decaimentos  $N\bar{\pi}$  da banda fundamental ..

$N_1 = 0$ .

Notemos que, de (III-5), o resultado obtido por nós para  $\Omega$  é coerente com o obtido por Faiman e Hendry para  $\alpha$ .

Com o objetivo de verificação das modificações introduzidas pelo sistema SB, usamos as expressões (III-16) e (III-21) para o cálculo da razão  $\Gamma_{FH}/\Gamma$ , usando os mesmos parâmetros. A expressão obtida é dada por:

$$\frac{\Gamma_{FH}}{\Gamma} = \frac{1}{2^{2N+1}} x(1+x)^{2N+1} (1+x^2) \exp\left\{-\frac{M_f^2}{1.20} \frac{1}{x} [(1-x^2)^2 - 4(\phi-x)^2]\right\}$$

com  $x = M_f/M_1$ .

A expressão acima nos dá o gráfico (Fig.1), para ...

$M_f = 1.321 \text{ MeV}$

Os traços verticais no eixo  $x$  representam, para as bandas  $N=0$ ,  $N=1$  e  $N=2$ , os limites abaixo dos quais as curvas deixam de ter sentido. Estes limites são determinados pelas maiores massas observadas em cada banda. Como era de se esperar, para  $x=1$ , as larguras  $\Gamma$  e  $\Gamma_{FH}$  coincidem.

Usando os nossos parâmetros para o cálculo de  $\Gamma$ , e os de Faiman-Hendry para  $\Gamma_{FH}$ , obtemos um deslocamento das curvas para a razão  $\frac{\Gamma_{FH}}{\Gamma}$ , de tal maneira que, quando  $x=1$ ,

$$\frac{\Gamma_{FH}}{\Gamma} = 1,83, \text{ conforme a Fig. 2.}$$

Damos a seguir uma tabela comparando nossos resultados com os de Faiman-Hendry e com os resultados experimentais.

Modo	$M_1$ (MeV)	$M_f$ (MeV)	$N_1$	$\Gamma$ (MeV)	$\Gamma_{FH}$ (MeV)	$\Gamma_{exp}$ (MeV)
$\Delta \rightarrow N\bar{\pi}$	1236	938	0	106	121	109-121
$\Sigma \rightarrow \Lambda\bar{\pi}$	1385	1115	0	38	48	30-35
$\Sigma \rightarrow \Sigma\bar{\pi}$	1385	1192	0	6	8	3,6-4,3

Modo	$M_i$ (MeV)	$M_f$ (MeV)	$N_i$	$\Gamma$ (MeV)	$\Gamma_{FH}$ (MeV)	$\Gamma_{exp}$ (MeV)
$\Xi \rightarrow \Xi \pi$	1530	1321	0	13	18	10
$\Lambda \rightarrow \Sigma \pi$	1405	1192	1	1,5	1,6	40
$\Lambda \rightarrow \Sigma \pi$	1520	1192	1	24	23	6
$\Lambda \rightarrow \Sigma \pi$	1670	1192	1	15	13	7-17
$\Sigma \rightarrow \Lambda \pi$	1670	1115	1	8	7	} $\Gamma_{tot} = 50$
$\Sigma \rightarrow \Sigma \pi$	1670	1192	1	83	72	
$\Lambda \rightarrow \Sigma \pi$	1690	1192	1	17	15	16-51
$\Xi \rightarrow \Xi \pi$	1820	1321	1	6	5	12-99
$N \rightarrow N \pi$	1670	938	1	40	32	42-70
$\Sigma \rightarrow \Lambda \pi$	1765	1115	1	32	26	18
$\Sigma \rightarrow \Sigma \pi$	1765	1192	1	15	13	1
$\Lambda \rightarrow \Sigma \pi$	1830	1192	1	91	79	22-45
$\Xi \rightarrow \Xi \pi$	1930	1321	1	108	98	42-140
$\Delta \rightarrow N \pi$	1650	938	1	32	25	36-56
$\Sigma \rightarrow \Lambda \pi$	1750	1115	1	12	10	-
$\Delta \rightarrow N \pi$	1670	938	1	33	26	26-45

Tabela 4: Decaimentos em octeto (estados puros) - (8).

Para os decaimentos em decupletos não temos, ainda, resultados experimentais. Damos, na Tabela 5, abaixo, os resultados previstos pelo nosso cálculo, para estados puros.

Modo	$M_i$ (MeV)	$M_f$ (MeV)	$\Gamma$ (MeV)
$N \rightarrow \Delta \bar{\pi}$	1670	1236	113
$\Lambda \rightarrow \Delta \bar{\pi}$	1650	1236	110
$\Lambda \rightarrow \Delta \bar{\pi}$	1650	1236	135

Tabela 5: Decaimentos em decuplete (estados puros).

## 2. Observações e Conclusões.

Os dados da Tabela 4 mostram, com relação aos resultados de Faiman e Hendry, várias melhoras para as bandas  $N=0$  e  $N=1$ . Para a banda  $N=2$ , como já foi dito, as misturas de configurações passam a exercer um papel importante e trazem novos parâmetros, os ângulos de mistura. Consideramos que o tratamento das ressonâncias da banda  $N=2$  como estados puros não tem, portanto, muito sentido. Daí não apresentarmos os resultados para a banda  $N=2$ , devido à complexidade da análise envolvendo misturas de configurações e aos erros experimentais. Apesar disso, o nosso cálculo permite prever a metaestabilidade, observada experimentalmente, das ressonâncias ligadas à representação 20 de  $SU(6)$ , com  $L=1$ , na banda  $N=2$ , como já foi visto no Capítulo III.

Notemos, ainda, que o presente tratamento deve ser modificado para decaimentos envolvendo pequeno espaço de fase como é o caso do decaimento  $\Lambda(1405) \rightarrow \Sigma \bar{\pi}$ , da Tabela 4.

Para estes casos, a obtenção do acordo com a experiência exige a introdução de termos adicionais ("termos de recuo") na interação quark-píon (III-6) (10).

Por último, devemos notar que os pontos que devem ser sublinhados, no nosso trabalho, são dados pelo tratamento coerente com a natureza não-relativística do grupo  $SU(6) \times O_L(3)$  e pela introdução do operador  $M^2$ , que nos conduz a trajetórias de Regge lineares.

APÊNDICE: CONSTRUÇÃO DOS ESTADOS BARIÔNICOS

Para a construção dos estados bariônicos no modelo a quarks harmônico e simétrico, vamos seguir o método utilizado por Feynman et al (3), que será agora esboçado.

A-I. Simetrias das Funções de Onda de Três Partículas.

Para três partículas constituintes, cada uma das quais pode estar em três estados,  $\underline{x}$ ,  $\underline{y}$  ou  $\underline{z}$ , temos estados compostos com quatro tipos de simetria por permutação dos constituintes:

$$|S\rangle = |xyz\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{6}} ( |xyz\rangle + |xzy\rangle + |yzx\rangle + |yxz\rangle + |zxy\rangle + |zyx\rangle )$$

$$|\alpha\rangle = |xyz\rangle_\alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}} ( |xyz\rangle + |xzy\rangle + |yxz\rangle + |yzx\rangle - 2|zxy\rangle - 2|zyx\rangle )$$

$$|\beta\rangle = |xyz\rangle_\beta = \frac{1}{2} ( |xyz\rangle - |xzy\rangle + |yxz\rangle - |yzx\rangle )$$

$$|A\rangle = |xyz\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{6}} ( -|xyz\rangle + |xzy\rangle - |yzx\rangle + |yxz\rangle - |zxy\rangle + |zyx\rangle )$$

(A-1)

onde, por exemplo,  $|xzy\rangle$  designa um estado normalizado em que a primeira partícula está no estado  $\underline{x}$ , a segunda no estado  $\underline{z}$  e a terceira no estado  $\underline{y}$ . Todos os estados são normalizados a 1. O estado  $|S\rangle$  é completamente simétrico por permutação dos constituintes, o estado  $|\alpha\rangle$  é simétrico por permutação do segundo e terceiro constituintes, o estado  $|\beta\rangle$  é antisimétrico por permutação dos segundo e terceiro constituintes e o estado  $|A\rangle$  é completamente antisimétrico.

Sé, por exemplo,  $x \equiv y$ , para termos a normalização correta dos estados compostos, devemos substituir  $|xyz\rangle + |yxz\rangle$  por  $\sqrt{2} |xxz\rangle$ , obtendo

$$|xxz\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{3}} ( |xxz\rangle + |xzx\rangle + |zxx\rangle )$$

Notemos que, se  $x = y = z$ , temos apenas o estado simétrico:  $|xxx\rangle_S = |xxx\rangle$

### A-II. Regras de Composição

Para combinar dois quaisquer dos estados  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $S$  ou  $A$  num estado composto com uma determinada simetria, necessitaremos de regras de composição. Estas regras são suficientes para a obtenção do estado composto com a simetria desejada. Designando por  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  os estados a serem acoplados e por  $|\lambda\rangle$  o estado resultante, verificamos as seguintes regras:

$$|1\rangle_S |2\rangle_S = |1\rangle_S$$

$$|1\rangle_S |2\rangle_\alpha = |1\rangle_\alpha$$

$$|1\rangle_S |2\rangle_\beta = |1\rangle_\beta$$

$$|1\rangle_S |2\rangle_A = |1\rangle_A$$

$$|1\rangle_A |2\rangle_\beta = |1\rangle_\alpha$$

$$|1\rangle_A |2\rangle_\alpha = |1\rangle_\beta$$

$$|1\rangle_A |2\rangle_A = |1\rangle_S$$

(A-2)

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_\alpha |2\rangle_\alpha + |1\rangle_\beta |2\rangle_\beta) = |1\rangle_S$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (-|1\rangle_\alpha |2\rangle_\alpha + |1\rangle_\beta |2\rangle_\beta) = |1\rangle_\alpha$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_\alpha |2\rangle_\beta + |1\rangle_\beta |2\rangle_\alpha) = |1\rangle_\beta$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (-|1\rangle_\alpha |2\rangle_\beta + |1\rangle_\beta |2\rangle_\alpha) = |1\rangle_A$$

Usaremos exhaustivamente estas regras na composição de funções de onda de  $SU(6)$  com simetria permutacional definida, que por sua vez, serão compostas com funções de onda pertencentes à base de  $O_L(3)$ , num estado total completamente simétrico.

### A-III. Estados de Spin

Neste caso,  $x$ ,  $y$  e  $z$  representam os valores da componente  $z$  do spin,  $+1/2$  e  $-1/2$ , que designaremos simplesmente, por  $+$  e  $-$ .

Verifica-se facilmente, em vista de (A-1), que  $|1\rangle_S$  representa o spin  $3/2$ , que  $|1\rangle_\alpha$ ,  $|1\rangle_\beta$  têm spin  $1/2$ , não havendo o

estado antisimétrico de spin. Explicitamente:

$$\begin{aligned}
 |3/2, +3/2\rangle_S &= |+++ \rangle_S = |+++ \rangle \\
 |3/2, +1/2\rangle_S &= |++-\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{3}} (|++-\rangle + |+-+\rangle + |-++\rangle) \\
 |3/2, -1/2\rangle_S &= |+-+\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{3}} (|+-+\rangle + |-+-\rangle + |--+\rangle) \\
 |3/2, -3/2\rangle_S &= |--- \rangle_S = |--- \rangle \\
 |1/2, +1/2\rangle_\alpha &= |++-\rangle_\alpha = \frac{1}{\sqrt{6}} (|++-\rangle + |+-+\rangle - 2|-++\rangle) \\
 |1/2, -1/2\rangle_\alpha &= |+-+\rangle_\alpha = -\frac{1}{\sqrt{6}} (|--+\rangle + |-+-\rangle - 2|+-+\rangle) \\
 |1/2, +1/2\rangle_\beta &= |++-\rangle_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} (|++-\rangle - |+-+\rangle) \\
 |1/2, -1/2\rangle_\beta &= |+-+\rangle_\beta = -\frac{1}{\sqrt{2}} (|--+\rangle - |-+-\rangle) \quad (A-3)
 \end{aligned}$$

#### A-IV. Funções de Onda de Spin Unitário

Neste caso, fazemos corresponder aos estados  $x$ ,  $y$  e  $z$  os estados de quark  $p$ ,  $n$  e  $\lambda$ , respectivamente. Portanto, as funções de onda de spin unitário serão dadas pelas relações .. (A-1) e pelas relações decorrentes, nos casos de termos dois ou três estados iguais.

Lembremos, ainda, em  $SU(3)$ , a representação 10 é simétrica, a representação 8 tem simetria mista (havendo, portanto, dois octetos,  $8_\alpha$  e  $8_\beta$ ), e a representação 1 é antisimétrica.

Para construir um determinado membro de um múltiplo de  $SU(3)$ , basta se saber de que quarks ele se compõe e aplicar (A-1).

Observação: Os isosingletos dos octetos não têm a função de onda sob nenhuma das formas (A-1). Isto porque eles pertencem a uma segunda representação do grupo simétrico  $S(3)$ . Da mesma maneira, as funções de onda de spin pertencem a uma outra representação  $S(3)$ . Estas funções têm a forma:

$$\begin{aligned}
 |xyz\rangle_\alpha(2) &= \frac{1}{2} (|xyz\rangle + |xzy\rangle - |yxz\rangle - |yzx\rangle) \\
 |xyz\rangle_\beta(2) &= \frac{1}{\sqrt{6}} (|yxx\rangle + |xxy\rangle - 2|yxx\rangle) \quad (A-1')
 \end{aligned}$$

$$|xyy\rangle_{\alpha}^{(2)} = -\frac{1}{\sqrt{6}} ( |yyx\rangle + |yxy\rangle - 2|xyy\rangle )$$

$$|xyz\rangle_{\beta}^{(2)} = \frac{1}{2\sqrt{3}} ( |xyz\rangle - |xzy\rangle - |yxz\rangle + |yzx\rangle - 2|zxy\rangle + 2|zyx\rangle )$$

$$|yxz\rangle_{\beta}^{(2)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} ( |xxy\rangle - |xyx\rangle )$$

$$|xyy\rangle_{\beta}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} ( |yyx\rangle - |yxy\rangle ) \quad (A-1')$$

Notemos, ainda, que os estados  $|xxy\rangle_{\alpha,\beta}$  não são obtidos a partir de  $|xyz\rangle_{\alpha,\beta}$ , mas de  $|xzy\rangle_{\alpha,\beta}$ .

#### A-V. Estados de SU (6).

Compondo os estados de SU (6) e de spin pelas regras de composição, obtêm-se os estados SU (6) com simetria permutacional definida.

Como é sabido da teoria do SU (6), têm-se as seguintes decomposições, para as representações irredutíveis de dimensão 56, 70 e 20, correspondentes a três quarks:

$$56 = (8, 1/2) \oplus (10, 3/2)$$

$$70 = (1, 1/2) \oplus (8, 1/2) \oplus (8, 3/2) \oplus (10, 1/2)$$

$$20 = (1, 3/2) \oplus (8, 1/2)$$

Tem-se que 56 é simétrica, 70 é mista e 20 é antissimétrica por permutação de spin-spin unitário.

#### A-VI. Estados Orbitais Internos.

1a - Funções de Onda do Oscilador Harmônico Tridimensional até a Banda  $N = 1$ .

A autofunção do oscilador harmônico para um corpo é dada por

$$f_{klm} = N_{kl} Y_{lm}(\theta, \varphi) (\alpha r)^l e^{-1/2 \alpha^2 r^2} L_k^{l+1/2}(\alpha^2 r^2)$$

(A-4)

onde  $Y_{lm}$  são harmônicos esféricos;  $L_k^{l+1/2}$  são polinômios de Laguerre;  $\alpha$  é a constante elástica do oscilador e

$$N_{kl} = \alpha^3 \sqrt{\frac{K!}{(4K+2l+3)(\Gamma(k+l+\frac{1}{2}))^3}}$$

é a constante de normalização.

É válida, para os números quânticos  $k$  e  $l$ , a relação

$$2k + l = N$$

(A-5)

Separaremos a parte constituída pela constante  $N_{kl}$  e pelas constantes multiplicativas de  $Y_{lm}$  e  $L_k^{l+1/2}$  numa constante global, que chamaremos  $K_{klm}$ , que pode ser determinada de maneira simples, impondo a normalização a  $l$  das funções  $f_{klm}$

$$\int f_{klm}(\vec{r}) f_{klm}(\vec{r}) d\vec{r} = 1$$

As funções  $f_{klm}$ , juntamente com  $(K_{klm})^2$ , são relacionadas abaixo.

1)  $N=0$

$k=l=m=0$

$$f_{000}(\vec{r}) = K_{000} e^{-1/2\alpha^2 r^2} \quad (K_{000})^2 = \frac{\alpha^3}{\pi^{3/2}}$$

2)  $N=1$

$k=0 \quad l=1$

$$f_{011}(\vec{r}) = -K_{011} (\alpha r) e^{-1/2\alpha^2 r^2} \sin\theta e^{i\varphi} \quad (K_{011})^2 = \frac{\alpha^3}{\pi^{3/2}}$$

$$f_{010}(\vec{r}) = K_{010} (\alpha r) e^{-1/2\alpha^2 r^2} \cos\theta \quad (K_{010})^2 = \frac{2\alpha^3}{\pi^{3/2}}$$

$$f_{01-1}(\vec{r}) = K_{01-1} (\alpha r) e^{-1/2\alpha^2 r^2} \sin\theta e^{-i\varphi} \quad (K_{01-1})^2 = \frac{\alpha^3}{\pi^{3/2}}$$

(A-6)

22 - Autofunções do Hamiltoniano H

As autofunções do Hamiltoniano H dado por (III-2) e, portanto, do operador  $M^2$  dado por (III-4), são funções ou combinações lineares da forma.

$$\psi^N(\vec{R}, \lambda, \vec{p}) = e^{i\vec{p} \cdot \vec{R}} f_{k_\lambda l_\lambda m_\lambda}(\vec{\lambda}) f_{k_p l_p m_p}(\vec{p}) \quad (A-7)$$

onde  $f_{klm}$  são as autofunções definidas por (A-4) e (A-6) e os números quânticos  $k_\lambda, l_\lambda, k_p$  e  $l_p$  obedecem à relação (A-5).



É válida, também:

(A-8)

$$2k_\lambda + l_\lambda + 2k_\rho + l_\rho = N_\lambda + N_\rho = N$$

Para as funções  $\psi^N(\vec{R}, \vec{\lambda}, \vec{\rho})$ , usaremos a notação

$$\psi^N(\vec{R}, \vec{\lambda}, \vec{\rho}) = |L L^Z\rangle^N$$

onde  $L$  é o momento angular total da função  $\psi^N$ , acarretando

$$|l_\lambda - l_\rho| \leq L \leq |l_\lambda + l_\rho| \quad m_\lambda + m_\rho = L^Z \quad (A-9)$$

Levando em conta (A-7), (A-8) e (A-9), podemos escrever as funções de onda para as bandas  $N=0$  e  $N=1$  (as simetrias permutacionais estão expressas por um subscrito):

$$N=0 \quad |00\rangle_S^0 = e^{i \vec{p} \cdot \vec{R}} f_{000}(\vec{\lambda}) f_{000}(\vec{\rho})$$

$$N=1 \quad |10\rangle_S^1 = e^{i \vec{p} \cdot \vec{R}} f_{010}(\vec{\lambda}) f_{000}(\vec{\rho}) \quad (A-10)$$

$$|10\rangle_P^1 = e^{i \vec{p} \cdot \vec{R}} f_{000}(\vec{\lambda}) f_{010}(\vec{\rho})$$

Observemos que só consideramos estados com  $L^Z=0$ , pois o nosso interesse reside em decaimentos para o estado fundamental e, nesse caso, vale para as matrizes espaciais:

$$\int_S \langle 00 | e^{-i \vec{q} \cdot \vec{r}_1} |L L^Z\rangle_S^N = \int_{L^Z=0}$$

### A-VII. Função de Onda Bariônica Completa.

A função de onda bariônica completa será caracterizada por  $J$ , momento angular total, proveniente do acoplamento do momento angular orbital interno  $L$  com o spin  $S$  do bárion. Assim, podemos escrever

$$|A J J^Z\rangle^N = \sum_{S^Z + L^Z = J^Z} (L L^Z S S^Z | J J^Z) |L L^Z\rangle^N |B^{2S+1} S^Z\rangle \quad (A-11)$$

onde  $A$  e  $B$  dão o multipletto de  $SU(6)$  e de  $SU(3)$ , respectivamente, ao qual pertence a partícula ou ressonância bariônica de spin  $S$ , e  $N$  nos dá a banda à qual pertence a ressonância.

Vemos, aqui, que estamos acoplando a parte especial

da função de onda representada pelo ket  $|L L^z\rangle$ , com a parte de spin da função de onda de  $SU(6) |A, S^z\rangle$ . Como, no modelo a quarks simétrico, as funções de onda  $|A J J^z\rangle^N$  devem ser completamente simétricas por permutação dos quarks constituintes, devemos aplicar as regras de composição (A-2) à igualdade (A-11), obtendo

$$|A J J^z\rangle^N = F \sum_{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2} \sum_{S^z + L^z = J^z} (L L^z S S^z | J J^z) |L L^z\rangle^N |B^{2S+1}, S^z\rangle_{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2} \quad (A-12)$$

onde  $\mathcal{L}_1$  e  $\mathcal{L}_2$  representam os índices  $\alpha, \beta, S$  ou  $A$  definidos no Apêndice (A-II) e a somatória é tal que o estado  $|A, J, J^z\rangle^N$  é simétrico.  $F$  é o fator de normalização definido nas fórmulas (A-2).

O ket  $|U, S^z\rangle_{\mathcal{L}_2}$ , por sua vez, pode ser decomposto em uma parte de spin e uma parte de spin unitário. Para a obtenção da simetria  $\mathcal{L}_2$  usaremos, novamente, as regras de decomposição (A-2):

$$|B^{2S+1}, S^z\rangle_{\mathcal{L}_2} = G \sum_{\mathcal{L}_3 \mathcal{L}_4} |S S^z\rangle_{\mathcal{L}_3} |B Y I_z\rangle_{\mathcal{L}_4} \quad (A-13)$$

onde  $(Y, Y_z)$  nos dá a hipercarga e componente  $z$  do isospin da partícula ou ressonância. Considerando que o índice de simetria  $\mathcal{L}_3$  já nos mostra o spin  $S$  e que  $\mathcal{L}_4$  nos dá o multiplete  $B$ , podemos escrever (A-13) sob a forma:

$$|B^{2S+1}, S^z\rangle_{\mathcal{L}_2} = G \sum_{\mathcal{L}_3 \mathcal{L}_4} |S^z\rangle_{\mathcal{L}_3} |Y, I_z\rangle_{\mathcal{L}_4} \quad (A-13')$$

Notemos que, em (A-12), a simetria  $\mathcal{L}_1$  depende apenas de  $L$ , não importando a componente  $L^z$ , enquanto que a simetria  $\mathcal{L}_2$  depende apenas do multiplete de  $SU(6)$  considerado. Assim, sob o ponto de vista da simetria, podemos usar a notação:

$$|L L^z\rangle^N_{\mathcal{L}_1} |B^{2S+1}, S^z\rangle_{\mathcal{L}_2} = |L\rangle^N_{\mathcal{L}_1} |A\rangle_{\mathcal{L}_2} \quad (A-14)$$

$$\sum_{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2} |L\rangle^N_{\mathcal{L}_1} |A\rangle_{\mathcal{L}_2} = |A, L\rangle^N \quad (A-14')$$

Portanto, podemos escrever (A-12) sob a forma

$$|A J J^z\rangle^N = \sum_{S^z + L^z = J^z} (L L^z S S^z |J J^z) |A, L\rangle^N \quad (A-15)$$

Analogamente, (A-13) pode ser escrita, sob o ponto de vista da simetria, na forma

$$|S S^z\rangle_{\mathfrak{g}_3} |B Y I_z\rangle_{\mathfrak{g}_4} = |S\rangle_{\mathfrak{g}_3} |B\rangle_{\mathfrak{g}_4} \quad (A-16)$$

$$\sum_{\mathfrak{g}_3 \mathfrak{g}_4} |S\rangle_{\mathfrak{g}_3} |B\rangle_{\mathfrak{g}_4} = |^{2S+1} B\rangle_{\mathfrak{g}_2} \quad (A-16')$$

ou seja,

$$|^{2S+1} B, S^z\rangle_{\mathfrak{g}_2} = |^{2S+1} B\rangle_{\mathfrak{g}_2} \quad (A-17)$$

Assim, temos as seguintes expressões explícitas, para (A-14'),

$$|56, 0\rangle^0 = |0\rangle_S^0 |56\rangle_S$$

$$|70, 1\rangle^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} ( |1\rangle_{\alpha}^1 |70\rangle_{\alpha} + |1\rangle_{\beta}^1 |70\rangle_{\beta} ) \quad (A-14'')$$

e para (A-16')

$$|56\rangle_S$$

$$|^4 10\rangle_S = |3/2\rangle_S |10\rangle_S$$

$$|^2 8\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}} ( |1/2\rangle_{\alpha} |8\rangle_{\alpha} + |1/2\rangle_{\beta} |8\rangle_{\beta} )$$

$$|70\rangle_{\alpha}$$

$$|^2 10\rangle_{\alpha} = |1/2\rangle_{\alpha} |10\rangle_S$$

$$|^4 8\rangle_{\alpha} = |3/2\rangle_S |8\rangle_{\alpha}$$

$$|^2 8\rangle_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} ( - |1/2\rangle_{\alpha} |8\rangle_{\alpha} + |1/2\rangle_{\beta} |8\rangle_{\beta} ) \quad (A-16''')$$

(A-16''')

$$|70\rangle_{\theta}$$

$$|2\ 10\rangle_{\theta} = |1/2\rangle_{\theta} |10\rangle_S$$

$$|4\ 8\rangle_{\theta} = |3/2\rangle_S |8\rangle_{\theta}$$

$$|2\ 8\rangle_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1/2\rangle_{\lambda} |8\rangle_{\theta} + |1/2\rangle_{\theta} |8\rangle_{\lambda})$$

$$|2\ 1\rangle_{\theta} = |1/2\rangle_{\lambda} |1\rangle_A$$

(A-16")

### ELEMENTOS DE MATRIZ

#### A-VIII. Matrizes Espaciais

Daremos aqui os elementos de matriz espaciais de transição das bandas  $N=0$  e  $N=1$ , para a banda  $N=0$ . Para o cálculo destes elementos necessitaremos das integrais abaixo, em que devemos notar que o eixo de quantização foi tomado na direção  $z$ .

$$\int f_{klm}(\vec{r}) f_{k'l'm'}(\vec{r}) d\vec{r} = \delta_{kk'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

$$\int f_{000}(\vec{\lambda}) e^{i\sqrt{2/3} \vec{q}\cdot\vec{\lambda}} f_{000}(\vec{\lambda}) d\vec{\lambda} = \exp - \frac{q^2}{6 \alpha^2}$$

$$\int f_{000}(\vec{\lambda}) e^{i\sqrt{2/3} \vec{q}\cdot\vec{\lambda}} f_{010}(\vec{\lambda}) d\vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{q}{\alpha} \exp - \frac{q^2}{6 \alpha^2}$$

onde as funções  $f_{klm}$  são dadas, explicitamente, por (A-7).

Assim, na notação do Apêndice (A-VI), os elementos de matriz espacial de interesse para nós são

$$\int \langle 00 | e^{-i \vec{q}\cdot\vec{r}_1} | 00 \rangle_0 = v^{-1/2} e^{-\frac{q^2}{6 \alpha^2}}$$

$$\int \langle 00 | e^{-i \vec{q}\cdot\vec{r}_1} | 10 \rangle^0 = v^{-1/2} e^{-\frac{q^2}{6 \alpha^2}}$$

$$\int \langle 00 | e^{-i \vec{q}\cdot\vec{r}_1} | 10 \rangle^1 = v^{-1/2} e^{-\frac{q^2}{6 \alpha^2}}$$

onde  $v$  é o volume de normalização

(A-18)

das autofunções do Hamiltonia-

A-IX. Matrizes de Spin Unitário

Aqui, relacionamos os elementos de matriz para os operadores (III-8'). Nesta relação subentende-se que os elementos não relacionados são nulos. Nós nos utilizaremos da notação introduzida em (A-VIII), ou seja,

$${}^s\langle 3' | \tau_j^1 | 3 \rangle_s$$

caracteriza uma transição entre multipletos de SU (3), enquanto que

$$\langle Y', I_z' | \tau_j^1 | Y, I_z \rangle_s$$

denota uma transição entre um membro individual do multipletto B para um membro individual do multipletto B'. O superscrito in dica aplicação de operador apenas ao primeiro quark.

A)  ${}^s\langle 10 | \tau_j^1 | 10 \rangle_s$

$$\tau_+^1$$

$${}^s\langle 1, 3/2 | \tau_+^1 | 1, 1/2 \rangle_s = \sqrt{2/3}$$

$${}^s\langle 1, 1/2 | \tau_+^1 | 1, -1/2 \rangle_s = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$${}^s\langle 1, -1/2 | \tau_+^1 | 1, -3/2 \rangle_s = \sqrt{2/3}$$

$${}^s\langle 0, 1 | \tau_+^1 | 0, 0 \rangle_s = 2/3$$

$${}^s\langle 0, 0 | \tau_+^1 | 0, -1 \rangle_s = 2/3$$

$${}^s\langle 1, 1/2 | \tau_+^1 | 1, -1/2 \rangle_s = \sqrt{2/3}$$

$$\tau_0^1$$

$${}^s\langle 1, 3/2 | \tau_0^1 | 1, 3/2 \rangle_s = 1$$

$${}^s\langle 1, 1/2 | \tau_0^1 | 1, 1/2 \rangle_s = 1/3$$

$${}^s\langle 1, -1/2 | \tau_0^1 | 1, -1/2 \rangle_s = -1/3$$

$${}^s\langle 1, -3/2 | \tau_0^1 | 1, -3/2 \rangle_s = -1$$

$${}^s\langle 0, 1 | \tau_0^1 | 0, 1 \rangle_s = 2/3$$

$${}^s\langle 0, -1 | \tau_0^1 | 0, -1 \rangle_s = -2/3$$

$${}^s\langle 1, 1/2 | \tau_0^1 | 1, 1/2 \rangle_s = 1/3$$

$${}^s\langle 1, -1/2 | \tau_0^1 | 1, -1/2 \rangle_s = -1/3$$

$$\tau_-^1$$

$${}^s\langle Y', I_z' | \tau_-^1 | Y, I_z \rangle_s = {}^s\langle Y, I_z | \tau_+^1 | Y', I_z' \rangle_s$$

B)  $\langle 8 | \tau_j^1 | 8 \rangle_\alpha$

$\tau_+^1$

$\langle 1, 1/2 | \tau_+^1 | 1, -1/2 \rangle_\alpha = -\sqrt{2}/3$

$\langle 0, 1 | \tau_+^1 | 0, 0 \rangle_\alpha = 1/3$

$\langle 0, 0 | \tau_+^1 | 0, -1 \rangle_\alpha = 1/3$

$\langle -1, 1/2 | \tau_+^1 | -1, -1/2 \rangle_\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\langle 0, 1 | \tau_+^1 | 0, 0, 0 \rangle_\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\langle 0, 0, 0 | \tau_+^1 | 0, -1 \rangle_\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tau_0^1$

$\langle 1, 1/2 | \tau_0^1 | 1, 1/2 \rangle_\alpha = -1/3$

$\langle 1, -1/2 | \tau_0^1 | 1, -1/2 \rangle_\alpha = 1/3$

$\langle 0, 1 | \tau_0^1 | 0, 1 \rangle_\alpha = 1/3$

$\langle 0, -1 | \tau_0^1 | 0, -1 \rangle_\alpha = -1/3$

$\langle -1, 1/2 | \tau_0^1 | -1, 1/2 \rangle_\alpha = 2/3$

$\langle -1, -1/2 | \tau_0^1 | -1, -1/2 \rangle_\alpha = -2/3$

$\langle 0, 0, 0 | \tau_0^1 | 0, 0 \rangle_\alpha = \sqrt{3}/3$

$\langle 0, 0 | \tau_0^1 | 0, 0, 0 \rangle_\alpha = \sqrt{3}/3$

$\tau_-^1$

$\langle Y', I'_z | \tau_-^1 | Y, I_z \rangle = \langle Y, I_z | \tau_+^1 | Y', I'_z \rangle$

c)  $\langle 8 | \tau_j^1 | 8 \rangle_\beta$

$\tau_+^1$

$\langle 1, 1/2 | \tau_+^1 | 1, -1/2 \rangle_\beta = +\sqrt{2}$

$\langle 0, 1 | \tau_+^1 | 0, 0 \rangle_\beta = 1$

$\langle 0, 0 | \tau_+^1 | 0, -1 \rangle_\beta = 1$

$\langle 0, 1 | \tau_+^1 | 0, 0, 0 \rangle_\beta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\langle 0, 0, 0 | \tau_+^1 | 0, -1 \rangle_\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tau_0^1$

$\langle 1, 1/2 | \tau_0^1 | 1, 1/2 \rangle_\beta = 1$

$\langle 1, -1/2 | \tau_0^1 | 1, -1/2 \rangle_\beta = -1$

$\langle 0, 1 | \tau_0^1 | 0, 1 \rangle_\beta = 1$

$\langle 0, -1 | \tau_0^1 | 0, -1 \rangle_\beta = -1$

$\langle 0, 0, 0 | \tau_0^1 | 0, 0 \rangle_\beta = \sqrt{3}/3$

$\langle 0, 0 | \tau_0^1 | 0, 0, 0 \rangle_\beta = \sqrt{3}/3$

$\tau'_-$

$$\langle Y_0, I_z | \tau'_- | Y_0, I_z \rangle = \langle Y_0, I_z | \tau'_+ | Y_0, I_z \rangle$$

b)  $\langle 8 | \tau'_+ | 10 \rangle$   
 $\tau'_+$

$$\langle 1, 1/2 | \tau'_+ | 1, -1/2 \rangle_S = 2/3$$

$$\langle 1, -1/2 | \tau'_+ | 1, -3/2 \rangle_S = 2\sqrt{3}/3$$

$$\langle 0, 1 | \tau'_+ | 1, -3/2 \rangle_S = \sqrt{2}/3$$

$$\langle 0, 0 | \tau'_+ | 0, -1 \rangle_S = \sqrt{2}/3$$

$$\langle 0, 0 | \tau'_+ | 0, -1 \rangle_S = \sqrt{2}/3$$

$$\langle -1, 1/2 | \tau'_+ | -1, -1/2 \rangle_S = 2/3$$

$$\langle 0, 0, 0 | \tau'_+ | 0, -1 \rangle_S = \sqrt{2}/3$$

$\tau'_-$

$$\langle 1, 1/2 | \tau'_- | 1, 3/2 \rangle_S = -2\sqrt{3}/3$$

$$\langle 1, -1/2 | \tau'_- | 1, 1/2 \rangle_S = -2/3$$

$$\langle 0, 0 | \tau'_- | 0, 1 \rangle_S = \sqrt{2}/3$$

$$\langle 0, -1 | \tau'_- | 0, 0 \rangle_S = \sqrt{2}/3$$

$$\langle -1, -1/2 | \tau'_- | -1, 1/2 \rangle_S = 2/3$$

$$\langle 0, 0, 0 | \tau'_- | 0, 1 \rangle_S = -\sqrt{2}/3$$

$\tau'_0$

$$\langle 1, 1/2 | \tau'_0 | 1, 1/2 \rangle_S = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\langle 1, -1/2 | \tau'_0 | 1, -1/2 \rangle_S = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\langle 0, 1 | \tau'_0 | 0, 1 \rangle_S = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\langle 0, -1 | \tau'_0 | 0, -1 \rangle_S = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\langle -1, 1/2 | \tau'_0 | -1, 1/2 \rangle_S = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\langle -1, -1/2 | \tau'_0 | -1, -1/2 \rangle_S = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\langle 0, 0, 0 | \tau'_0 | 0, 0 \rangle_S = \sqrt{2}/3$$

e)  $\langle 10 | \tau'_j | 8 \rangle$

$$\langle 10 | \tau'_j | 8 \rangle = \langle 8 | (\tau'_j)^\dagger | 10 \rangle_S$$

A-X). Matrizes de Spin.

Se o eixo de quantização tem a direção do momentum do pión, podemos escrever

$$q_+ = q_- = 0$$

Logo, dos operadores (III-8), o único com elementos de matriz não nulos é o operador  $\sigma_0$ . Só necessitaremos, portanto, dos elementos de matriz  $\langle \sigma_0^1 | \rangle_{\alpha_1 \alpha_2}$ , onde o superscrito indica a aplicação do operador apenas ao primeiro quark.

A)  $\langle 3/2 | \sigma_0^1 | 3/2 \rangle_S$

B)  $\langle 1/2 | \sigma_0^1 | 1/2 \rangle_{\alpha}$

$$\langle +3/2 | \sigma_0^1 | +3/2 \rangle_S = 1$$

$$\langle +1/2 | \sigma_0^1 | +1/2 \rangle_{\alpha} = -1/3$$

$$\langle +1/2 | \sigma_0^1 | +1/2 \rangle_S = 1/3$$

$$\langle -1/2 | \sigma_0^1 | -1/2 \rangle_{\alpha} = +1/3$$

$$\langle -1/2 | \sigma_0^1 | -1/2 \rangle_S = -1/3$$

$$\langle -1/2 | \sigma_0^1 | -3/2 \rangle_S = -1$$

C)  $\langle 1/2 | \sigma_0^1 | 1/2 \rangle_{\beta}$

D)  $\langle 1/2 | \sigma_0^1 | 3/2 \rangle_S$

$$\langle +1/2 | \sigma_0^1 | +1/2 \rangle_{\beta} = 1$$

$$\langle +1/2 | \sigma_0^1 | +1/2 \rangle_S = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\langle -1/2 | \sigma_0^1 | +1/2 \rangle_{\beta} = -1$$

$$\langle -1/2 | \sigma_0^1 | -1/2 \rangle_S = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

E)  $\langle 3/2 | \sigma_0^1 | 1/2 \rangle_{\alpha} = \langle 1/2 | \sigma_0^1 | 3/2 \rangle_S$

Observação: Podemos verificar que esta relação de elementos de matriz é válida também para a base da segunda representação mista do grupo simétrico S (3), ou seja, para as funções (A-1.)



REFERÊNCIAS E NOTAS

- 1) - Referimo-nos, principalmente, aos trabalhos de D. Faiman e A. Hendry, *Physical Review* 173, 1724 (1968) e D. Faiman, *N. Phys.*, B 32 (1971).
- 2) - O uso do sistema SB, em cálculos envolvendo funções de onda do tipo  $SU(6) \times O_L(3)$  foi proposto, inicialmente, por Le Yaouanc, L. Olivier, O. Pène e J. C. Raynal, *N. Phys.* . B 29, 204 (1971), em relação ao problema de eletroprodução de ressonâncias.
- 3) - R. P. Feynman, M. Kislinger e F. Ravndal, *Phys Rev.* 3, D 2706, (1971).
- 4) - A. Messiah e O. W. Greenberg, *Phys. Rev.*, 136, B 248 .... (1964); 138, B 1155 (1965).
- 5) - Tal efeito foi considerado por A. Itô, *Prog. Th. Phys.*, 47, nº 1, 228, (1972) no cálculo de larguras de ressonâncias mesônicas. Como já foi dito no Cap. I, em princípio, este efeito deve ser considerado na nossa prescrição, levando em conta que as funções de onda bariônicas são dadas no sistema de repouso da ressonância. As correspondentes funções no sistema SB seriam, assim, "Lorentz contraídas".
- 6) - D. Faiman, *Lettere al Nuovo Cimento*, IV, N225, 1231 (1970)
- 7) - C. Becchi e G. Morpurgo, *Phys. Rev.* 149, 1284 (1966); 140, B 687 (1965); *Phys. Letters* 17, 352 (1965).
- 8) - Particle Data Group, *Review of Particle Properties*, Abril 1972.
- 9) - Recentemente, M. Hirano, K. Iwata, Y. Matsuda e T. Murota, (Hokkaido University, preprint 1972), utilizaram a prescrição de uso do SB no cálculo de larguras das famílias  $N (J^P=3/2^-)$ ,  $(J^P=3/2^+)$ . O método utilizado é diferente do que aqui desenvolvemos. No entanto, não levaram eles

em conta misturas de configuração.

10 - A. N. Mitra e M. Ross, Phys Rev. 158, 1630 (1967).