ASPECTOS DA ESTRUTURA DAS PARTÍCULAS ELEMENTARES

SBI-IFUSP

305M810T0430

Humberto de Menezes França

Orientador: Dr.Gil da Costa Marques

Tese de Doutoramento apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
430
INSTITUTO DE FÍSICA

JUNHO/1979

À Maria Odete e aos nossos "peixinhos".

AGRADECIMENTOS

Sou muito grato aos amigos Gil da Costa Marques, Yogiro Hama e Adilson José da Silva cujo auxílio dinâmico foi indispensável para a realização deste estudo. Agradeço também ao companheiro Mauro Kyotoku a assessoria na parte de computação.

"Eu sei, por minha própria e penosa busca pessoal, com todos os seus becos sem saida, como é difícil dar um passo certo, por pequeno que seja, na compreensão daquilo que é realmente importante".

Albert Einstein

ÍNDICE

	RESUMO	2
	INTRODUÇÃO	4
I -	CONSIDERAÇÕES CLÁSSICAS QUALITATIVAS	7
II -	DISTRIBUIÇÃO DE CARGA DE PARTÍCULAS COM SPIN MEIO E ZERO	13
III -	DISTRIBUIÇÃO DE MAGNETIZAÇÃO DE PARTÍCULAS COM SPIN MEIO	26
IV -	DENSIDADE DE MATÉRIA HADRÔNICA DO NÚCLEON	34
V -	COMENTÁRIOS FINAIS	44
	APÊNDICE	48
	REFERÊNCIAS	51
	FIGURAS	55

RESUMO

Mostra-se que a atribuição de uma estrutura não puntiforme para uma partícula segue da exigência de uma formulação consistente do movimento da mesma quando se leva em conta a reação da radiação.

Apresenta-se um esquema que permite a determinação da estrutura das partículas elementares (ou qualquer outro sistema quântico), em termos de densidades de carga e magnetização, a partir do conhecimento dos seus fatores de forma eletromagnéticos. As novas conexões entre estas grandezas levam a uma descrição correta dos raios médios de carga.

A densidade de matéria hadrônica é obtida, adotando o modelo de Chou-Yang, a partir dos dados experimentais de colisões próton-próton a altas energias. Verificamos que, se a parte imaginária da amplitude elástica for positiva, a densidade de matéria hadrônica é muito semelhante à densidade de magnetização no interior do próton, o mesmo valendo para o nêutron.

ABSTRACT

It is shown how the attribution of a structure to a particle follows from the requirement of a consistent formulation of the motion of such a system when one takes into account the radiation reaction.

A scheme is presented which allows us to determine the structure of an elementary particle (or any other quantum system) in terms of charge and magnetization densities, out of its electromagnetic Form Factors. The new connection between these quantities leads us to a correct description of the mean charge--radius.

The hadronic matter density is obtained,by assuming the Chou-Yang model, out of the experimental data on pp collisions at high energies. It is shown that, under the hypothesis that the imaginary part of scattering amplitude be always positive, the hadronic matter density is very similar to the magnetization density within the proton. The same is true for the neutron.

INTRODUÇÃO

Desde o trabalho pioneiro de J.J.Thomson a nossa compreensão a respeito dos corpúsculos eletrizados de matéria tem sofrido grandes mudanças.

Em primeiro lugar, absorvemos o impacto de teorias conceitualmente diferentes da física newtoniana, como por exemplo a relatividade restrita e a mecânica quântica, afetando diretamente as propriedades cinemáticas e observacionais dos corpúsculos de matéria.

Em segundo lugar, o desenvolvimento espetacular das técnicas experimentais trouxe à luz uma variedade enorme de partículas elementares, bem como uma ampla descrição de suas propriedades.

Verificou-se então que as partículas diferiam entre si, não apenas quanto à intensidade da interação, mas também se distinguiam quanto à massa, à carga, ao spin e ao momento de dipolo magnético. Na nossa maneira de entender, estes fatos já revelavam que a simples conceituação destes corpúsculos como objetos puntiformes não poderia ser mantida.

Atualmente, existem muitas evidências de que as partículas são extensas. A sua estrutura espacial é responsável por grande número de suas propriedades e o seu conhecimento pode se constituir num importante ingrediente para a compreensão dos fenômenos microscópicos.

Assim sendo, achamos interessante caracterizar a estrutura de algumas partículas em termos de conceitos simples como densidade de carga de corrente e de matéria. Isto é o que será feito neste trabalho.

Com esse objetivo em mente discutiremos o assunto tanto no contexto da física clássica como em um nível mais fundamental, isto é, microscópico e consequentemente quântico.

No que diz respeito à distribuição de carga, existe na literatura[1-5] grande variedade de trabalhos cuja finalidade é encontrar u-

ma conexão desta grandeza física com os fatores de forma eletromagnéticos. Tais conexões são claras apenas no limite não relativístico (massa >> momento transferido) e levam a dificuldades[4] no que diz respeito à previsão de raios médios de carga.

Por outro lado, existem modelos em que as mencionadas conexões são de especial relevância. Este é o caso do modêlo de Chou-Yang[6] que se popularizou na última década pela sua simplicidade e capacidade de previsão. Entretanto, este modêlo tem falhado na descrição de dados experimentais recentes fazendo com que nos deparemos com o problema da identificação das razões deste fracasso[7].

Neste trabalho obteremos novas relações entre os fatores de forma eletromagnéticas e as densidades de carga e de magnetização. Além de implicações interessantes para o modelo de Chou-Yang[6], estas relações exibem propriedades desejáveis pois nos levam ao resultado correto no limite não relativístico[3] bem como a uma descrição consistente dos raios médios de carga para partículas de spin 1/2 e spin 0.

O plano de exposição do nosso trabalho é o seguinte.

Para maior clareza apresentamos, no próximo capítulo, uma análise sucinta do problema da extensão de partículas no contexto da física clássica. Mostramos que a simples imposição do princípio de causalidade, para fenômenos que envolvem a reação da radiação, leva à conclusão que uma partícula (sem spin), com massa m e carga e, não pode ter um raio menor que e^2/m aproximadamente[8]. A comparação com a análise do problema da reação da radiação, no contexto da mecânica quântica não relativística[9], indica que o raio da partícula é da ordem de seu comprimento de onda Compton.

Propomos, no capítulo II, um método que nos permite relacionar as distribuições de carga, de qualquer sistema quântico, aos seus fatores de forma eletromagnéticos. Resultados explicitos, são apresenta

dos para partículas de spin 0 e 1/2.

No capítulo III estendemos o método visando relacionar os fatores de forma às correntes intrínsecas[10] que geram o momento de dipolo magnético de partículas de spin 1/2.

Os novos resultados são comparados com análises feitas anteriormente[1-5]. Para o caso do proton encontramos que a sua densidade de carga é mais concentrada do que a sua densidade de magnetização, sendo que ambas são esfericamente simétricas com um raio de aproximadamente 0.9 fm.

Comentamos, ainda, o comportamento assintótico (grandes momentos transferidos) dos fatores de forma do proton com base na nossa interpretação física destas funções.

No capítulo IV apresentamos uma análise dos dados experimentais de colisões próton-próton elásticas a altas energias, com base no conceito conhecido de densidade de "matéria hadrônica"[6]. Comparamos então a densidade de matéria assim obtida, com as densidades de carga e magnetização do próton discutidas nos capítulos anteriores. Verificamos que, se a parte imaginária da amplitude de espalhamento próton-próton for sempre positiva, a sua densidade de matéria é muito semelhante à sua densidade de magnetização. As implicações deste fato para colisões nêutron-próton, a altas energias são mencionadas.

As conclusões a que chegamos são comentadas no capítulo V.

I - CONSIDERAÇÕES CLÁSSICAS QUALITATIVAS

A teoria clássica de partículas puntiformes com carga elétrica exibe duas dificuldades principais[11,12]: 1) a presença de massas eletromagnéticas infinitas; 2) a previsão de fenômenos considerados não físicos como soluções do tipo "runaway" e violação da causalidade. A escala de tempo na qual tal violação ocorre, indica que uma descrição consistente do movimento levando em conta a reação da radiação, somente pode ser atingida por uma teoria quântica[9]. Entretanto, a similaridade[9] existente entre as abordagens clássica e quântica do problema da reação da radiação, sugere que mesmo uma análise clássica, poderá trazer algum esclarecimento à questão da extensão das partículas.

Desde Abraham e Lorentz, muitos autores[12] tentaram contornar a primeira dificuldade acima mencionada, construindo modelos nos quais a carga elétrica da partícula se distribui em uma região finita do espaço. Este procedimento introduz uma arbitrariedade muito grande na teoria, tendo em vista a enorme variedade de distribuições de carga que poderiam ser associadas a uma mesma partícula com carga e e massa m. Além disso, não é claro que o simples fato de atribuirmos uma extensão ao corpúsculo, elimine as dificuldades relacionadas às soluções "runaway" e à violação da causalidade.

Uma discussão detalhada a este respeito foi recentemente feita por nós[8]. Partindo de uma equação do movimento relativística, justificamos as aproximações necessárias para a obtenção de uma equação do movimento linear e uma equação para o balanço de energia, válidas no limite não relativístico. Estas aproximações consistem, essencialmente em supor que a força externa $\vec{F}_{ext}$ não varia nas dimensões da partícula eletrizada, e também que a sua densidade de carga $\rho_{ch}(\vec{x})$ seja esfericamente simétrica. Obtivemos assim, a seguinte equação linear:

$$m\dot{\vec{v}}(t) = \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{rad} \tag{1.1}$$

Aqui $m = m_0 + m_e$ é a massa física da partícula, m_0 é a massa mecânica(de natureza não eletromagnética) e m_e é a massa eletrostática. Também supuzemos que o objeto não possui momento magnético e momento angular intrínsecos. A força devida à reação da radiação $\vec{F}_{rad}$ é dada por[8]:

$$\vec{F}_{rad}(t) = \int_0^\infty d\tau\, H(\tau)\left[\dot{\vec{v}}(t) - \dot{\vec{v}}(t-\tau)\right] \tag{1.2}$$

e depende de valores retardados da aceleração $\dot{\vec{v}}(t-\tau)$ bem como, da estrutura eletromagnética detalhada da partícula, visto que a função $H(\tau)$ em (1.2) é definida como:

$$H(\tau=|\vec{x}|) = \frac{8\pi}{3}|\vec{x}|\int d^3x'\, \rho_{ch}(|\vec{x}'|)\,\rho_{ch}(|\vec{x}+\vec{x}'|) \tag{1.3}$$

A solução geral da equação (1.1) foi obtida pelo método da função de Green permitindo que concluíssemos, independentemente do modelo, que a teoria clássica não relativística é livre de soluções não físicas, (como"runaway") e não viola a causalidade, desde que $m_0 > m_e/3$ ou equivalentemente:

$$m - \frac{4}{3}m_e > 0 \tag{1.4}$$

É evidente que a relação acima não pode ser satisfeita por uma partícula puntiforme. Se, por outro lado, a partícula for extensa a relação (1.4) fornece um limite inferior para o seu raio médio de carga. No caso de distribuições de carga simples, isto pode ser facilmente

ilustrado através de uma estimativa da massa eletromagnética, que é dada por:

$$m_e = \frac{1}{2}\int d^3x\, d^3x' \frac{\rho_{ch}(\vec{x})\,\rho_{ch}(x')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

$$\equiv \frac{e^2}{\pi}\int_0^\infty dq\, f_{ch}^2(q^2) \tag{1.5}$$

onde

$$f_{ch}(q^2) = \frac{1}{e}\int d^3x\, \rho_{ch}(|\vec{x}|)\, \exp(i\vec{q}\cdot\vec{x}) \tag{1.6}$$

Se tomarmos como exemplo uma distribuição de carga tipo Yukawa, teremos

$$f_{ch}(q^2) = \left(1 + \frac{\langle R^2\rangle_{ch}}{6} q^2\right)^{-1} \tag{1.7}$$

onde $\langle R^2\rangle_{ch}^{1/2}$ é o raio quadrático médio de carga.

Assim, a massa eletromagnética torna-se

$$m_e = \frac{\sqrt{6}}{4}\, e^2 / \langle R^2\rangle_{ch}^{1/2} \tag{1.8}$$

e a desigualdade (1.4) pode ser escrita como:

$$\langle R^2\rangle_{ch}^{1/2} > \frac{\sqrt{6}}{3}\, e^2/m \simeq e^2/m \tag{1.9}$$

Este interessante resultado, que pode ser generalizado para qualquer distribuição de carga, mostra que a teoria é causal desde que

o raio da partícula seja maior que o raio "clássico" e^2/m .

Evidentemente, esta não é a primeira vez que se impõe restrições ao raio da partícula no contexto da física clássica.

Podemos lembrar que, baseado no simples argumento de que a velocidade dos constituintes é menor que a velocidade da luz $(v<1)$, Møller[13] mostrou que um sistema com momento angular interno $\vec{S}$ não nulo, deve ter um raio maior que um valor mínimo proporcional a $|\vec{S}|$, isto é:

$$R > |\vec{S}|/m \tag{1.10}$$

onde R é associado à distribuição de massa.

Uma outra estimativa do raio de uma partícula com carga e e momento magnético $\vec{\mu}$, pode ser obtida da desigualdade

$$m = m_0 + m_e > m_e \geq \frac{e^2}{2R} + \frac{|\vec{\mu}|^2}{R^3} \tag{1.11}$$

Aqui, a massa eletromagnética foi estimada, supondo que a carga se distribui uniformemente em uma superfície esférica de raio R, enquanto que o momento magnético é gerado por correntes na mesma superfície. Se tomarmos para $|\vec{\mu}|$ o valor experimental do momento magnético do próton por exemplo, obtemos de (1.11) que

$$R > 0.4/m \tag{1.12}$$

onde m é agora a massa do próton. É evidente a semelhança com o resultado (1.10) devido a Møller.

É claro que as estimativas acima só devem ser consideradas qualitativamente. O que elas sugerem é que ao nível microscópico quânti

co a extensão, ou raio, deve ser da ordem do comprimento de onda Compton $\lambda = 1/m$ da partícula.

Veremos, em seguida, que a análise quântica não relativística do problema da reação da radiação, apresentada por Moniz e Sharp[9], reforça este ponto.

Em seu estudo, Moniz e Sharp concluem que a força da reação é da forma:

$$\vec{F}_{rad} = -\frac{2}{3} e^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} A_n(\lambda) \frac{d^{n+1} \vec{v}}{dt^{n+1}}(t) \tag{1.13}$$

com

$$A_n(\lambda) = C_n \lambda^{n-1} \tag{1.14}$$

Os coeficientes C_n saõ adimensionais (nulos para valores pares de n) com uma dependência simples[9] em n, que não vemos necessidade de explicitar.

Por outro lado, da expansão de $\dot{\vec{v}}(t-\tau)$ no resultado clássico (1.2), obtém-se uma expressão formalmente idêntica a (1.3), com a diferença que $A_n(\lambda)$ é substituido por[8,9]:

$$A_n = \frac{1}{e^2} \int d^3x \, d^3x' \, \rho_{ch}(|\vec{x}+\vec{x}'|) \, \rho_{ch}(|\vec{x}'|) \, |\vec{x}|^{n-1} \tag{1.15}$$

Da comparação de (1.15) e (1.14) observamos dois aspectos interessantes:

a) Para o cálculo clássico, envolvendo distribuições de carga simples, contribuem valores pares e ímpares de n, enquanto que quanticamente, a contribuição de valores pares é nula. Conforme observou Caldirola[14], isto equivale a eliminar de (1.13) as derivadas ímpares da velocidade, isto é, as forças de reação da radiação do tipo conservati-

vo. Em outras palavras, no formalismo quântico não relativístico a força de reação da radiação é totalmente dissipativa.

b) Simples análise dimensional de (1.15) mostra que $A_m \sim R^{m-1}$ e a comparação com (1.14) sugere[9] que ao nível quântico o raio da partícula seja da ordem do compriemnto de onda Compton. Conforme foi lembrado por Sharp[15], a condição (1.9) que garante a causalidade e a não existência de soluções "runaway", será respeitada se $R \simeq 1/m$ visto que $e^2 = 1/137 \ll 1$.

É desnecessário enumerarmos aqui outros cálculos[16] cujo resultado qualitativo é essencialmente o mesmo, ou seja, que a partícula deve ter uma certa extensão e que o limite puntiforme é obtido tomando-se $m \to \infty$.

O que se pode deduzir com as considerações deste capítulo é que, para uma teoria da reação da radiação ser consistente ao nível clássico, a partícula deve ser extensa. A análise do mesmo problema no nível quântico leva-nos a um resultado semelhante.

Veremos, no próximo capítulo, que uma conexão consistente entre os fatores de forma eletromagnéticos e a densidade de carga (no sistema de repouso da partícula) leva-nos a resultados compatíveis com aqueles apresentados aqui.

II - DISTRIBUIÇÃO DE CARGA DE PARTÍCULAS COM SPIN MEIO E ZERO

Muitas informações acerca da estrutura eletromagnética de um sistema (átomo,núcleo ou núcleon) podem ser obtidas através do estudo das interações destes objetos com campos eletromagnéticos macroscópicos. Como exemplo, podemos citar os efeitos Stark e Zeemam para o átomo, as medidas de momentos de quadrupolo nucleares e também as medidas dos momentos magnéticos dos núcleons. A vantagem deste procedimento é permitir uma clara separação entre o que é desconhecido, no caso o átomo ou o núcleo ou o núcleon, e os instrumentos de investigação que são os campos eletromagnéticos externos.

Devido à natureza microscópica do núcleon fica muito difícil explorar os detalhes da sua estrutura por meio de campos eletromagnéticos macroscópicos. Devido a isto usa-se um elétron como corpo de prova da estrutura eletromagnética do núcleon. A idéia é que este eletron, em um processo de espalhamento,pode gerar campos que variem apreciavelmente nas dimensões do núcleon permitindo que detectemos os efeitos da sua extensão.

Desejamos discutir neste capítulo como se pode extrair informações detalhadas a respeito da estrutura do próton a partir de experimentos de colisões com eletrons. Com a finalidade de facilitar a discussão começaremos com uma breve recapitulação das propriedades eletromagnéticas do elétron e do núcleon no contexto da mecânica quântica relativística.

Uma excelente descrição das propriedades eletromagnéticas do elétron, em interação com um potencial externo $A_\mu^{(x)}$, pode ser obtida da equação de Dirac. O acoplamento mínimo é postulado e a equação básica torna-se[17]:

$$(i\not\partial - m_e)\psi(x) = e\, A_\mu(x)\gamma^\mu\psi(x) \qquad (2.1)$$

Apesar do sucesso deste procedimento, sabe-se que ele tem limitações. Dificuldades surgem, por exemplo, quando se tenta estender a validade de (2.1) visando descrever as propriedades eletromagnéticas do nucleon. A simples alteração da massa ($m_e \to m \simeq 0.94$ GeV) não é suficiente, visto que para o neutron $e = 0$. Mesmo para o proton, uma equação do tipo (2.1) forneceria um momento de dipolo magnético em contradição com aquele observado experimentalmente.

Face a este problema, Foldy[1] propoz que, para o núcleon, a equação (2.1) fosse generalizada para:

$$(i\not\partial - m)\psi(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\epsilon_n \Box^n A_\mu(x)\right)\gamma^\mu\psi(x) +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty}\left(\mu_n \Box^n \partial_\nu A_\mu(x)\right)\sigma^{\mu\nu}\psi(x) \qquad ((2.2)$$

A interação descrita por (2.2) é obviamente característica de um objeto extenso. Os coeficientes ϵ_n e μ_n são parâmetros necessários para a descrição fenomenológica da interação do nucleon com o potencial eletromagnético externo $A_\mu(x)$. Por exemplo $\epsilon_0 = -e$ para o próton, $\epsilon_0 = 0$ para o nêutron, μ_0 está relacionado com o momento magnético anômalo etc... Os demais parâmetros estariam relacionados à estrutura detalhada das densidades de carga e magnetização do nucleon, cujo estudo é o objetivo deste trabalho.

Conforme a proposta de Foldy[1] os parâmetros ϵ_n e μ_n

seriam determinados da comparação de (2.2) com dados experimentais da interação do nucleon com um corpo de prova cuja estrutura eletromagnética fosse melhor conhecida, como por exemplo o elétron.

Nesta altura é interessante discutir o que a equação (2.1) nos diz a respeito das propriedades eletromagnéticas do elétron. Um bom exemplo é o átomo de hidrogênio que é muito bem descrito pelo limite não relativístico[18] de (2.1).

Neste limite os termos mais importantes da energia de interação eletrostática H_{st} do elétron com o potencial ϕ_{ext} gerado pelo próton, são[18]:

$$H_{st} = e\phi_{ext} - \frac{e}{8m_e^2}\vec{\nabla}\cdot\vec{E}_{ext} + \cdots \tag{2.3}$$

onde o segundo termo é conhecido como termo de Darwin.

A interpretação física de (2.3) pode ser feita da seguinte maneira[1]. Consideremos a interação eletrostática de um elétron extenso com um potencial externo $\phi_{ext}(\vec{x})$. Se $\phi_{ext}(\vec{x})$ varia pouco nas dimensões do elétron podemos expandi-lo nas vizinhanças do seu centro de carga, isto é:

$$H_{st} = \int d^3x\, \rho_{ch}(\vec{x})\, \phi_{ext}(\vec{x}) \simeq$$

$$\simeq \int d^3x\, \rho_{ch}(\vec{x}) \left[\phi_{ext}^{(0)} + x_i \partial_i \phi_{ext}^{(0)} + \frac{1}{2} x_i x_j \partial_i\partial_j \phi_{ext}^{(0)} + \cdots\right] \tag{2.4}$$

Se $\rho_{ch}(\vec{x})$ tem simetria esférica, então:

$$H_{st} \simeq e\phi_{ext} - \frac{e}{6}\langle R^2\rangle_{ch}\vec{\nabla}\cdot\vec{E}_{ext} + \cdots \tag{2.5}$$

A comparação com (2.3) implica que o raio de carga do elé - tron é tal que:

$$\langle R^2 \rangle_{ch} \equiv \frac{1}{e} \int d^3x \, |\vec{x}|^2 \rho_{ch}(|\vec{x}|) = \frac{3}{4 m_e^2} \tag{2.6}$$

Conclui-se então que o elétron de Dirac possui uma extensão efetiva tal que o seu raio médio pode ser estimado pela expressão acima. Logo, segundo Foldy[1], a interação (2.1) não é a de uma partícula puntiforme.

Alguns autores[19] invocam argumentos qualitativos para atribuir o resultado (2.6) ao "Zitterbewegung" do elétron. Não existe uma prova desta conjectura, ao que conhecemos. A análise de K.Huang[20] mostra que para sistemas (do tipo do átomo de hidrogênio) em que o elétron fica confinado em uma região cuja dimensão é L (raio de Bohr), a flutuação na posição gerada pelo "Zitterbewegung" é da ordem de λ^2/L ou de λ é o comprimento de onda Compton do elétron ($\lambda/L \simeq 10^{-2} << 1$) . Portanto, entendemos que o resultado (2.6) dificilmente poderá ser interpretado como uma pseudo-extensão de um objeto puntiforme.

Como podemos observar, a expressão (2.6) e o seu limite puntiforme (obtido se fizermos $m_e \to \infty$) são ambos compatíveis com as considerações do capítulo anterior. Veremos mais adiante que a interpretação do resultado (2.6) dada por Foldy[1] é consistente com o método de interpretação dos fatores de forma que proporemos.

Segundo Foldy[1] correções radiativas modificariam a estrutura simples da equação (2.1), que passaria a ter uma forma semelhante à da equação (2.2). Os novos coeficientes ϵ_n e μ_n seriam, em princípio, calculados teoricamente pela eletrodinâmica quântica e dariam informações adicionais a respeito da estrutura do elétron. Teríamos por exemplo, alterações[1] na relação (2.6).

Apesar da estrutura do elétron não ser perfeitamente conhecida (tendo em vista que não existe uma solução exata da eletrodinâmica quântica) é usual tomá-lo como corpo de prova na investigação experimental da estrutura eletromagnética do nucleon*.

A razão disto é que devido a pequenez da constante de acoplamento, o espalhamento elétron-próton é dominado pela troca de um foton entre eles, o que é justificado em teoria de perturbações[21] e confirmado experimentalmente. Mesmo nesta aproximação o espalhamento pode ser elástico ou inelástico. No caso do canal elástico o nucleon é reproduzido no estado final com estrutura idêntica (desconhecida) à do estado inicial.

Os canais inelásticos são gerados pela excitação do nucleon (variação de sua massa de repouso) seguida de sua "fragmentação" em duas ou mais partículas.

É óbvio que agora o nucleon excitado tem uma estrutura eletromagnética diferente daquela do estado inicial. Note-se que ambas são desconhecidas.

Neste ponto podemos dizer com maior clareza o propósito deste capítulo. É nossa intenção responder à seguinte pergunta: Qual é a densidade de carga $\rho_{dr}(\vec{x})$, no sistema de repouso do próton e associada ao estado fundamental do movimento interno de seus constituintes, que se pode inferir dos dados experimentais de espalhamento elástico elétron-próton?

Na aproximação de troca de um foton entre o elétron e o nucleon a amplitude de espalhamento elástica pode ser escrita sob a forma:

$$\text{amplitude} \sim \int d^4x \, A^{\mu}(x) \, J_{\mu}^{\text{proton}}(x) \qquad (2.7)$$

Daqui em diante discutiremos principalmente as propriedades de partícula extensa do próton. Quando nos referirmos a uma outra partícula ela será explicitamente mencionada.

onde $A^{\mu}(x)$ é o potencial eletromagnético de Møller gerado pelo elétron e $J_{\mu}^{proton}(x)$ é o elemento de matriz do operador densidade de corrente eletromagnética entre estados de uma partícula. É usual decompô-lo da seguinte maneira[21]:

$$J_{\mu}^{proton}(x) \equiv \langle \vec{p}',s' | \hat{J}_{\mu}(x) | \vec{p},s \rangle$$

$$\equiv \frac{em}{\sqrt{p_0 p_0'}} \bar{u}(p',s') \left[F_1(t)\gamma_{\mu} + i\sigma_{\mu\nu} q^{\nu} \frac{F_2(t)}{2m} \right] u(p,s)\, e^{i[(p'-p)\cdot x]} \qquad (2.8)$$

Aqui, $|\vec{p},s\rangle$ representa o estado de um próton com quadri-momento $p_{\mu} = (p_0, \vec{p}) = (\sqrt{m^2+\vec{p}^2}\,,\ \vec{p})$ e spin S.

As funções $F_1(t)$ e $F_2(t)$ são chamadas fatores de forma de Dirac e Pauli respectivamente e $t = q^2 = (p'-p)^2$ (na notação de Foldy[1] teríamos por exemplo $eF_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n t^n$). O volume de normalização V será tomado infinito mais adiante.

Desta maneira a nossa pergunta básica pode ser assim formulada: Qual dos fatores de forma (ou combinação deles) melhor representa a transformada de Fourrier da densidade de carga $\rho_{cw}(\vec{x})$ do próton?

Devido ao carater local[13] da interação eletromagnética, X_{μ}, em (2.7) e (2.8), representa um ponto arbitrário do próton extenso.

Não podemos então extrair, diretamente de (2.8), informação a respeito de como a carga se distribui ao redor do "centro de carga", visto que o princípio da incerteza não nos permite localizar este ponto.

Uma maneira de contornar esta dificuldade é através do uso de uma função que correlacione dois pontos no interior do nucleon extenso e que, ao mesmo tempo, elimine a incerteza na posição do objeto como um todo.

O método que usaremos[23] foi inspirado no esquema proposto por Weisskopf[24] no contexto da teoria de campos livres. O seu conteúdo pode ser entendido a partir da função de correlação construida da seguinte maneira:

$$W_{ch}(\vec{\xi}) = \frac{1}{e^2}\int d^3x\ \rho_{ch}\left(\vec{x}+\frac{\vec{\xi}}{2}\right)\rho_{ch}\left(\vec{x}-\frac{\vec{\xi}}{2}\right) \tag{2.9}$$

Esta função tem a interpretação[24] física de densidade de probabilidade de encontrarmos carga, separada pela distância $|\vec{\xi}|$ arbitrária, no interior de um próton em repouso. Se a partícula for puntiforme, por exemplo, teremos $W_{ch} = \delta^3(\vec{\xi})$ independentemente do fato de não podermos localizá-la precisamente. A extensão deste método visando correlacionar mais de dois pontos, parece-nos uma generalização desnecessária para o que pretendemos e não será estudada neste trabalho.

A conexão de $W_{ch}(\vec{\xi})$ com os fatores de forma medidos experimentalmente $F_1(t)$ e $F_2(t)$ pode ser obtida a partir da sua interpretação física dada acima. Se denotamos por $|0,r\rangle$ o estado de repouso de um próton com spin $\vec{r}$ ($r_\mu = (0,\vec{r})$ e $r\cdot r = -1$), o análogo de (2.9) seria[24]:

$$\frac{1}{e^2}\langle 0,r|\int d^3x\ \hat{J}_0(x_+)\,\hat{J}_0(x_-)\,|0,r\rangle \tag{2.10}$$

onde $\hat{J}_0(x_\pm)$ é o operador densidade de carga do nucleon, $x_\pm = \left(x_0, \vec{x}\pm\frac{\vec{\xi}}{2}\right)$ com x_0 e $\vec{\xi}$ arbitrários.

Antes de abstrairmos de (2.10) aquela parte que pode ser identificada com (2.9) enumeraremos algumas propriedades simples esperadas para $W_{ch}(\vec{\xi})$:

1) Devido à estabilidade do próton, $W_{ch}(\vec{\xi})$ não deve depender do instante arbitrário x_0.

2) A sua interpretação probabilística implica que $\int d^3\xi\, W_{ch}(\vec{\xi}) = 1$.

3) O limite puntiforme $W_{ch}(\vec{\xi}) \longrightarrow \delta^3(\vec{\xi})$ deve ser atingido se fizermos $F_1(t) \to 1$, $F_2(t) \to 0$ e $m \to \infty$, como

se pode deduzir da relação (2.6), de (2.2) e de (2.1).

4) Se o próton não for esfericamente simétrico e possuir, como muitos núcleos, uma deformação de quadrupolo (por exemplo) na direção $\vec{r}$ do spin, então, em princípio, W_{ch} dependerá explicitamente de $\vec{r}$. Veremos mais adiante que W_{ch} depende apenas de $\vec{\xi}$ como é esperado. Fazemos esta observação aqui porque se estendermos este método para o caso do deuteron (spin 1), obteremos uma função W_{ch} que dependerá explicitamente de $\vec{r}$, visto que o deuteron possui momento de quadrupolo.

Para o que segue, é conveniente exprimirmos (2.9) em termos da transformada de Fourrier $\mathcal{F}\, f_{ch}(\vec{q}) = \int d^3x\, \rho_{ch}(\vec{x}) \exp(i\vec{q}\cdot\vec{x})$, isto é:

$$W_{ch}(\vec{\xi}) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} f_{ch}(\vec{q}) f_{ch}(-\vec{q}) \exp(i\vec{q}\cdot\vec{\xi}) \qquad (2.11)$$

De forma a inferirmos de (2.10) a parte a ser igualada com W_{ch} definida em (2.9), tudo o que temos a fazer é excluir, dentre todos os elementos de matriz de $\hat{J}_0$ em (2.10), aquelas contribuições cujo estado final não exiba o mesmo sistema do inicial e que, por isso, não podem ser associadas a uma única densidade $\rho_{ch}(\vec{x})$. Assim, com a introdução em (2.10) do conjunto de estados do próton, com polarização definida no seu sistema de repouso*, obtemos:

$$W_{ch}(\vec{\xi}) = \frac{1}{e^2}\int d^3x \langle 0,r|\hat{J}_0(x_+)\sum_{\vec{p}}|\vec{p},s\rangle\langle\vec{p},s|\hat{J}_0(x_-)|0,r\rangle \qquad (2.12)$$

onde o quadri-vetor de spin, dado por:

---

* *Veja a propriedade 4) acima. Esta restrição será crucial para o cálculo das correntes que geram o momento de dipolo magnético, como veremos mais adiante.*

$$S_\mu = \left(\frac{\vec{r}\cdot\vec{p}}{m} , \vec{r} + \frac{\vec{p}(\vec{r}\cdot\vec{p})}{m(m+p^0)} \right) \tag{2.13}$$

foi obtido da transformação de Lorentz de $r_\mu = (0, \vec{r})$.

Usando os elementos de matriz (2.8) da corrente podemos exprimir W_{ch} em termos dos fatores de forma de Dirac e Pauli.

O cálculo é apresentado no apêndice. O resultado é o seguinte:

$$W_{ch}(\vec{s}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left(\frac{1 - t/4m^2}{1 - t/2m^2} \right) G_E^2(t) \exp(i\vec{p}\cdot\vec{s}) \tag{2.14}$$

onde $t = 2m(m - \sqrt{m^2+\vec{p}^2})$ e $G_E(t) = F_1(t) + \frac{t}{4m^2} F_2(t)$.

Da simples inspeção de (2.14) verificamos imediatamente que todas as propriedades de W_{ch}, enumeradas anteriormente, são satisfeitas. Em particular notamos que W_{ch} não depende de $\vec{r}$. Isto significa que $\rho_{ch}(\vec{x})$ não possui deformação de quadrupolo na direção $\vec{r}$ do spin. Como a direção $\vec{r}$ do spin é irrelevante, (2.14) indica que $\rho_{ch}(\vec{x})$ tem simetria esférica e portanto $f_{ch}(\vec{q}^2) f_{ch}(-\vec{q}^2) = f_{ch}^2(q^2)$. Assim, a comparação de (2.14) com (2.11) fornece a resposta à nossa pergunta básica, isto é:

$$f_{ch}(q^2) = \left(\frac{1 - t/4m^2}{1 - t/2m^2} \right)^{1/2} G_E(t)$$

$$t = 2m(m - \sqrt{m^2+q^2}) \tag{2.15}$$

Um teste de consistência do método pode ser feito neste momento. Se $\rho_{ch}(\vec{x})$ é independente da direção $\vec{r}$ do spin, devemos obter a mesma função de correlação W_{ch}, se fizermos a seguinte substituição em (2.12):

$$\sum_{\vec{p}} |\vec{p},s\rangle\langle\vec{p},s| \longrightarrow \sum_{s} \sum_{\vec{p}} |\vec{p},s\rangle\langle\vec{p},s| \tag{2.16}$$

É fácil mostrar que (2.16) simplifica o cálculo de (2.12) e fornece a mesma função W_{ch} dada por (2.14), corroborando a assertiva feita acima.

Voltando ao resultado (2.15), verificamos que para $q^2 \ll m^2$ e consequentemente $t \simeq -q^2$, obtemos a relação usual devida a Sachs[3]:

$$f_{ch}(q^2) \simeq G_E(-q^2) \tag{2.17}$$

Esta relação tem sido criticada[5], não apenas por ser válida somente no limite de pequenos momentos transferidos, mas também por fornecer um resultado incorreto[25] para o raio quadrático médio de carga, isto é, $\langle R^2\rangle_{ch} = -6\left[\partial G_E(-q^2)/\partial q^2\right]_{q^2=0}$. Vejamos a seguir qual é a expressão para $\langle R^2\rangle_{ch}$ que pode ser obtida de (2.15).

Lembrando que o limite $q^2 \to 0$ de:

$$f_{ch}(q^2) = \frac{4\pi}{e}\int_0^\infty R^2 dR\, \rho_{ch}(R)\, \frac{\sin(qR)}{qR} \tag{2.18}$$

pode ser escrito como:

$$f_{ch}(q^2) \simeq 1 - \frac{q^2\langle R^2\rangle_{ch}}{3!} + \frac{q^4\langle R^4\rangle_{ch}}{5!} + \cdots \tag{2.19}$$

a comparação com o limite $q^2 \to 0$ de (2.15) fornece:

$$\langle R^2 \rangle_{ch} = \frac{3}{4m^2} + 6\left(\frac{\partial G_E}{\partial t}\right)_{t=0} \qquad (2.20)$$

Este resultado é idêntico a aquele obtido por Yennie[2] através de um raciocínio completamente diferente do nosso.

Para um elétron (ou muon) de Dirac ($G_E = 1$) obtemos novamente o resultado da nossa análise do termo de Darwin (veja (2.6))como é esperado.

O mesmo método acima exposto pode ser aplicado, muito facilmente, para partículas (ou núcleos) de spin 0.

Basta lembrarmos que para um pion, por exemplo, os elementos de matriz da corrente eletromagnética são usualmente escritos[26] como:

$$\langle \vec{p}' | \hat{J}_\mu(x) | \vec{p} \rangle = \frac{e\,(p'+p)_\mu}{2V\sqrt{p_0\, p_0'}} F_\pi(t)\, \exp[i(p'-p)\cdot x] \qquad (2.21)$$

onde $F_\pi(t)$ é o fator de forma do pion.

O cálculo da função de correlação $W_{ch}(\vec{s})$ é muito simples. Obtemos um resultado que é análogo a (2.15):

$$f_{ch}^{(\pi)}(q^2) = \frac{(1 - t/4m_\pi^2)}{(1 - t/2m_\pi^2)^{1/2}} F_\pi(t)$$

$$t = 2m_\pi\left(m_\pi - \sqrt{m_\pi^2 + q^2}\right) \qquad (2.22)$$

Notamos imediatamente, da comparação com (2.15), a presença de fatores diferentes, multiplicando F_π . Estes fatores não afetam o rio quadrático de carga pion,pois agora teremos:

$$\langle R^2 \rangle_{ch} = 6 \left. \frac{\partial F_\pi}{\partial t} \right|_{t=0} \tag{2.23}$$

É também muito fácil verificar que se tomarmos $F_\pi(t) = 1$ obteremos de (2.22) e (2.19) que

$$\langle R^2 \rangle_{ch} = 0$$

$$\langle R^4 \rangle_{ch} = \frac{15}{4 m_\pi^2} \tag{2.24}$$

resultados que estão em acordo com as correções eletrostáticas, tipo Darwin[27], de uma partícula de Klein-Gordon em um campo externo.

Voltando para o caso do próton vamos fazer agora alguns comentários sobre o comportamento assintótico $(-t \simeq 3m|\vec{q}_i| \longrightarrow \infty)$ de $G_E(t)$. Sucessivas integrações por partes[28] em (2.18) e o uso de (2.15) fornecem

$$G_E \xrightarrow[-t\to\infty]{} -4\pi\sqrt{2} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{-4m^2}{t^2}\right)^l \left(\frac{d}{dR}\right)^{2l-1} [R \rho_{ch}(R)]_{R=0} \tag{2.25}$$

Daqui segue que, se $\rho_{ch}(0)$ é finita, tem-se $G_E \sim t^{-4}$ enquanto que, se o produto $[R \rho_{ch}(R)]_{R=0}$ for finito, obtemos $G_E \sim t^{-2}$ (comportamento singular para a função de onda interna[29], surge da equação de Dirac com potencial fenomenológico tipo $V(R\to 0) \sim 1/R$, gerado pela troca de um gluon entre os quarks).

Como observação final queremos mencionar que podemos escrever o operador densidade de corrente do núcleon como a soma de dois termos:

$$\hat{J}_\mu(x) = \hat{J}^{conv.}_{\mu(x)} + \hat{J}^{spin}_{\mu(x)} \qquad (2.26)$$

A parte convectiva $\hat{J}^{conv.}_{\mu(x)}$ é definida como totalmente independente de spin e, consequentemente, com elementos de matriz análogos a (2.21), desde que $F_\pi(t)$ seja substituido por $G_E(t)$.

Assim sendo, a decomposição de Gordon[30] não fornece a parte convectiva correta pois neste caso teremos $F_1(t)$ no lugar de $G_E(t)$. É simples mostrar que se tomarmos a decomposição de Barnes[31]:

$$\langle \vec{p}',s' | \hat{J}^{conv.}_{\mu(0)} | \vec{p},s \rangle = \frac{e(p'+p)_\mu}{2V\sqrt{p_0 p_0'}} G_E(t) \frac{\bar{u}(p',s')\, u(p,s)}{(1 - t/4m^2)} \qquad (2.27)$$

obteremos a mesma função de correlação $W_{ch}(\vec{s})$ desde que usemos (2.27) no lugar da corrente completa, o que justifica o uso da decomposição de Barnes. Isto nos permite isolar a parte dependente de spin dos elementos de matriz, pois de (2.27), (2.26) e (2.8) segue:

$$\langle \vec{p}',s' | \hat{J}^{spin}_{\mu(0)} | \vec{p},s \rangle = \frac{em}{V\sqrt{p_0 p_0'}} \bar{u}(p',s') \Gamma^M_\mu u(p,s) \qquad (2.28)$$

onde

$$\Gamma^M_\mu = G_M(t)\left[\gamma_\mu - \frac{(p'+p)_\mu}{2m(1-t/4m^2)}\right]$$

$$G_M = F_1(t) + F_2(t) \qquad (2.29)$$

Este último resultado será utilizado no cálculo da densidade de magnetização do próton, como veremos no próximo capítulo.

III - DISTRIBUIÇÃO DE MAGNETIZAÇÃO DE PARTÍCULAS COM SPIN MEIO

Partículas de spin 1/2, possuem momentos de dipolo magnético intrínsecos que, em princípio, podem ser provocados por correntes internas estacionárias ou por pares de monopolos magnéticos.

A segunda possibilidade tem os atrativos de generalizar a teoria eletromagnética, com a introdução do conceito de carga magnética, e também de criar a possibilidade de incluirmos as interações fortes nos fenômenos eletromagnéticos.

O fato de não termos, até agora, observado experimentalmente monopolos magnéticos isolados, levou Jackson[10] a investigar a natureza dos dipolos magnéticos de algumas partículas elementares.

A comparação da sua análise teórica com os resultados experimentais mostra que, com grande precisão, todos os momentos magnéticos intrínsecos (do elétron, muon, próton, nêutron e núcleos) são gerados por correntes elétricas e não por pares de cargas magnéticas.

No capítulo anterior mostramos que o raio quadrático médio de carga de partículas com spin 1/2 é tal que $\langle R^2 \rangle_{ch} = 3/4\, M^2 + 6(\partial G_E/\partial t)_{t=0}$.

É portanto natural, esperarmos que as suas correntes intrínsecas, estejam confinadas em uma região do espaço cuja extensão deverá ser da mesma ordem de grandeza.

Estas correntes estacionárias geram um momento de dipolo magnético na direção $\vec{r}$ do spin (no sistema de repouso) e podem ser expressas em termos de uma densidade de magnetização $\rho_{mg}(\vec{x})$ através da relação:

$$\vec{J}_{spin}(\vec{x}) = \vec{\nabla} \times \left[\frac{e}{2m} \rho_{mg}(\vec{x}) \vec{r} \right] \qquad (3.1)$$

Na expressão acima adotamos a normalização $\int d^3x\, \rho_{mg}(\vec{x}) = G_M(0)$, sendo que para o próton $G_M(0) = 2.79$

Se desejamos medir a corrente intrínseca do próton, usando como corpo de prova um elétron, devemos lembrar que a corrente convectiva, gerada pelo recuo do alvo, deve ser separada da primeira.

Conforme vimos anteriormente isto é conseguido (ao nível de elementos de matriz) se usarmos o operador $\hat{J}_\mu^{spin}$ que satisfaz (2.26) e (2.28).

Vamos agora relacionar $\rho_{mg}(\vec{x})$, definida em (3.1), com os fatores de forma eletromagnéticas do próton. Como vimos anteriormente no cálculo de $\rho_{ch}(\vec{x})$ isto é possível através do método da função de correlação que elimina a incerteza na posição do objeto como um todo. Construiremos no caso presente a seguinte função de correlação

$$W_{mg}(\vec{\xi},\vec{r}) = \int d^3x\, \vec{J}_{spin}(\vec{x}+\frac{\vec{\xi}}{2}) \cdot \vec{J}_{spin}(\vec{x}-\frac{\vec{\xi}}{2}) \qquad (3.2a)$$

Analogamente ao caso anterior, tal expressão será identificada com uma parte de:

$$\langle 0,r | \int d^3x\, \hat{\vec{J}}_{spin}(x_+) \cdot \hat{\vec{J}}_{spin}(x_-) | 0,r \rangle \qquad (3.2b)$$

onde $\hat{\vec{J}}_{spin}(x_\pm)$ é a parte vetorial do operador $\hat{J}_\mu^{spin}(x_\pm)$, $x_\pm = (x_0, \vec{x} \pm \vec{\xi}/2)$ com x_0 e $\vec{\xi}$ arbitrários.

O nosso propósito agora é estabelecer uma relação entre os fatores de forma de Dirac e Pauli e a transformada de Fourrier da densidade de magnetização:

$$f_{mg}(\vec{q}) = \int d^3x\, \rho_{mg}(\vec{x}) \exp(i\vec{q}\cdot\vec{x}) \qquad (3.3)$$

Usando (3.1) e (3.3) podemos escrever (3.2a) na forma:

$$W_{mg}(\vec{S},\vec{r}) = \frac{e^2}{4m^2}\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} f_{mg}(\vec{q})\, f_{mg}(-\vec{q})(\vec{r}\times\vec{q})^2 \exp(i\vec{q}\cdot\vec{S}) \qquad (3.4)$$

Para inferirmos de (3.2b) a parte a ser igualada com W_{mg} definida em (3.2a), tudo o que temos a fazer é excluir, dentre todos os elementos de matriz de $\hat{\vec{J}}_{Spin}$ em (3.2b), aquelas contribuições cujo estado final não exiba o mesmo sistema do estado inicial e que, por isso, não podem ser associadas a uma única corrente $\vec{J}_{Spin}(\vec{x})$ (ou densidade $\rho_{mg}(\vec{x})$) . Assim, com a introdução em (3.2b) do conjunto de estados do próton com polarização definida no seu sistema de repouso, obtemos:

$$W_{mg}(\vec{S},\vec{r}) = \sum_{\vec{p},S}\int d^3x \,\langle 0,r|\, \hat{\vec{J}}_{Spin}(x_+)\,|\vec{p},S\rangle\cdot\langle \vec{p},S|\, \hat{\vec{J}}_{Spin}(x_-)\,|0,r\rangle \qquad (3.5)$$

com

$$S_\mu = \left(\frac{\vec{r}\cdot\vec{p}}{m^2}\,,\ \vec{r} + \frac{\vec{p}\,(\vec{r}\cdot\vec{p})}{m(m+p_0)}\right)$$

Usando os elementos de matriz (2.28) da corrente de spin, podemos exprimir W_{mg} em termos dos fatores de forma de Pauli e Dirac.

O cálculo é apresentado no apêndice sendo que o resultado é o seguinte:

$$W_{mg}(\vec{S},\vec{r}) = \frac{e^2}{4m^2}\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{G_M^2(t)\,(\vec{r}\times\vec{p})^2}{(1-t/4m^2)(1-t/2m^2)} \exp(i\vec{p}\cdot\vec{S}) \qquad (3.6)$$

onde

$$t = 2m\left(m - \sqrt{m^2+\vec{p}^{\,2}}\right).$$

A comparação com (3.4) fornece a relação procurada :

$$f_{mg}(q^2) = \frac{G_M(t)}{\sqrt{\left(1-\frac{t}{4m^2}\right)\left(1-\frac{t}{2m^2}\right)}}$$

$$t = 2m\left(m - \sqrt{m^2+q^2}\right) \tag{3.7}$$

A primeira conclusão que se pode tirar de (3.7) é que, semelhantemente a $\rho_{ch}(R)$, $\rho_{mg}(R)$ possui simetria esférica. O limite de partícula puntiforme somente pode ser atingido se fizermos $G_M = \text{const.}$ e $m \to \infty$ como é esperado. Para $q^2 << m^2$ obtemos a relação usual devida a Sachs[3]

$$f_{mg}(q^2) \simeq G_M(-q^2) \tag{3.8}$$

Os raios médios de magnetização podem ser calculados se lembrarmos que

$$f_{mg}(q^2) = 4\pi \int_0^\infty R^2 dR\, \rho_{mg}(R)\, \frac{\sin(qR)}{qR} \tag{3.9}$$

No limite $q^2 \to 0$ podemos escrever:

$$f_{mg}(q^2)/G_M(0) = 1 - \frac{q^2\langle R^2\rangle_{mg}}{3!} + \frac{q^4\langle R^4\rangle_{mg}}{5!} + \cdots \tag{3.10}$$

de modo que a comparação com (3.7) fornece:

$$\langle R^2\rangle_{mg} = \frac{9}{4m^2} + \frac{6}{G_M(0)}\left(\frac{\partial G_M(t)}{\partial t}\right)_{t=0} \tag{3.11}$$

Este resultado difere daquele obtido de (3.8) pela inclusão

do termo $9/4m^2$.

Para um elétron (ou muon) de Dirac $(G_E = G_M = 1)$ obtemos de (2.20) e (3.11) :

$$\langle R^2 \rangle_{mg} \simeq 3 \langle R^2 \rangle_{ch} \tag{3.12}$$

Nesta aproximação a distribuição de magnetização destes leptons teria um raio quadrático médio 75% maior do que aquele da distribuição de carga. Evidentemente isto poderá ser bastante modificado para o caso de um lepton real visto que G_E e G_M dependem de t .Não discutiremos estas modificações neste trabalho. Para ter uma idéia da contribuição de $6(\partial G_E/\partial t)_{t=0}$ para o raio de carga do elétron, sugerimos ao leitor a interessante discussão qualitativa do Lamb "shift" apresentada por S.J.Brodsky[32].

No caso do próton se encontra experimentalmente[33] que $6[\partial G_E(t)/\partial t]^{1/2}_{t=0} = 0.88 \pm 0.03$ fm enquanto que $6[(\partial G_M(t)/\partial t)/G_M(t)]^{1/2}_{t=0} = 0.84 \pm 0.03$ fm . Se usarmos as expressões (2.20) e (3.11) obtemos os seguintes valores para os raios quadráticos médios de carga e magnetização:

$$\begin{aligned} \langle R^2 \rangle^{1/2}_{ch} &= 0.90 \pm 0.03 \text{ fm} \\ \langle R^2 \rangle^{1/2}_{mg} &= 0.92 \pm 0.03 \text{ fm} \end{aligned} \tag{3.13}$$

Logo, dentro da atual precisão experimental, os raios de carga e magnetização são praticamente iguais.

Estas alterações no cálculo dos raios, como por exemplo o raio de magnetização que passa de 0.84fm para 0.92fm, bem como as modificações para grandes q^2 introduzidas pela relação (3.7), podem produ

zir efeitos sensíveis no espectro do átomo de hidrogênio. Apenas para dar um exemplo, basta lembrarmos que a estrutura hiperfina é sensível a correções geradas pela extensão do próton. Não trataremos disto neste trabalho, mas sugerimos ao leitor interessado o " review " de S.J. Brodsky[32].

É bem conhecido o fato que experimentalmente é mais difícil medir $G_E(t)$ do que $G_M(t)$ à medida que $|t|$ aumenta. Devido a isto é usual extrapolar a proporcionalidade $2.79\, G_E \simeq G_M$, verificada quando $t \to 0$, para valores elevados de $|t|$. Baseados nas nossas relações (2.15) e (3.7), discutiremos agora as implicações dos desvios a essa proporcionalidade.

Das relações (2.15) e (3.7) verificamos que

$$\mu\, G_E / G_M = \frac{(2.79\, f_{ch} / f_{mg})}{(1 - t/4m^2)} \tag{3.14}$$

Na Figura 1 mostramos os dados experimentais da razão $\mu^2 G_E^2 / G_M^2$ onde $\mu = 2.79$. A curva cheia corresponde à hipótese $2.79\, f_{ch} / f_{mg} = 1$ (ou equivalente $2.79\, \rho_{ch}(R) = \rho_{mg}(R)$)sugerida pelo resultado (3.13). Para $|t| < 2\ GeV$ os pontos experimentais,estão acima da curva indicando que a densidade de carga deve ser mais concentrada do que a densidade de magnetização.

Este fato pode ser atribuido a presença de uma "nuvem" de pares de constituintes eletrizados, "orbitando" ao redor do centro de carga, de modo que sua contribuição para $\vec{J}_{spin} = \vec{\nabla} \times \left[\frac{e}{2m} \rho_{mg}(\vec{x})\, \vec{r} \right]$ seja apreciável, enquanto que a contribuição para $\rho_{ch}(\vec{x})$ é muito pequena ou nula.

Se estes pares realmente existem, eles devem necessariamente contribuir para a densidade de "matéria", como veremos ao analisarmos as colisões próton-próton a altas energias.

O comportamento assintótico $(-t \simeq 2m|\vec{q}| \to \infty)$ de $G_M(t)$, pode ser obtido de (3.7) e (3.9):

$$G_M \xrightarrow[-t\to\infty]{} \frac{2\pi t}{m^2} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{-4m^2}{t^2}\right)^l \left(\frac{d}{dR}\right)^{2l-1} [R\,\rho_{mg}(R)]_{R=0} \tag{3.15}$$

ou ainda

$$G_M \sim \frac{A}{t} + \frac{B}{t^3} + \cdots \tag{3.16}$$

onde A e B são constantes relacionadas com o comportamento detalhado de $R\,\rho_{mg}(R)$ na origem. Por outro lado o comportamento assintótico anteriormente obtido para G_E, ou seja (2.25), pode também ser escrito como

$$G_M \sim \frac{A'}{t^2} + \frac{B'}{t^4} + \cdots \tag{3.17}$$

onde A' e B' são constantes relacionadas com o comportamento detalhado de $R\,\rho_{ch}(R)$ na origem.

Se adotarmos uma hipótese mais fraca, isto é $\rho_{ch}(R) \sim \rho_{mg}(R)$ para $R \to 0$, obtemos, de (3.16) e (3.17), que $G_E^2/G_M^2 \xrightarrow[-t\to\infty]{} t^{-2}$. Como se pode ver da figura 1 este resultado não é descartado pelos dados experimentais.

Se usarmos as relações de Sachs[3] isto é, $f_{ch}(q^2) = G_E(-q^2)$ e $f_{mg}(q^2) = G_M(-q^2)$ verificamos que as duas hipóteses acima mencionadas, isto é $2.79\,\rho_{ch}(R) = 2\,\rho_{mg}(R)$ ou $\rho_{ch} \sim \rho_{mg}$ para $R \to 0$, fornecem os resultados $\mu G_E/G_M = 1$ e $G_E/G_M \xrightarrow[-t\to\infty]{} \text{const}$. respectivamente (ver figura 1).

A conclusão que se pode tirar destas análises é que, embora $\langle R^2 \rangle_{ch}^{1/2} \simeq \langle R^2 \rangle_{mg}^{1/2} \simeq 0.9$ fm , as densidades de carga e de magnetização do próton são diferentes.

As implicações deste fato no que concerne ao modelo de Chou-Yang[6] serão discutidas no próximo capítulo.

IV - DENSIDADE DE MATÉRIA HADRÔNICA DO NÚCLEON

É bem conhecido que os núcleons interagem fortemente entre si e com outros hadrons. Essa propriedade é usualmente atribuida ao fato que os seus constituintes transportam, além da carga elétrica, uma "carga" hadrônica responsável pelas interações fortes apresentadas pelo núcleon.

Conforme vimos nos capítulos anteriores a carga elétrica e o momento de dipolo magnético do próton se distribuem numa região cujo raio é aproximadamente 0.9fm. Por isso é natural esperarmos que a matéria hadrônica também esteja concentrada em uma região caracterizada por um raio da mesma ordem de grandeza.

O elétron, que havia se revelado um excelente corpo de prova para a estrutura eletromagnética do nucleon, é insensível à sua "carga" hadrônica e, portanto, só pode dar informações indiretas acerca desta última. Por esse motivo, e também devido a ausência de uma teoria completa das interações fortes, a densidade de matéria (ou "carga") hadrônica das partículas é investigada principalmente através de modelos fenomenológicos para colisões hadron-hadron.

Um dos modelos mais populares, devido a Chou-Yang[6], se refere às colisões elásticas de hadrons a altas energias. Suas principais características serão descritas a seguir.

Consideremos uma colisão próton-próton elástica, com energia de centro de massa $\sqrt{s} \gg m$ e momento transversal transferido $\vec{q}_\perp$ tal que $q_\perp^2/s \ll 1$.

A seção de choque diferencial elástica é usualmente escrita como:

$$\frac{d\sigma}{dq_\perp^2}(q_\perp^2, s) = \pi \left[a_i^2(q_\perp^2, s) + a_r^2(q_\perp^2, s) \right] \qquad (4.1)$$

onde $a_i(q^2,s)$ é a parte imaginária da amplitude e $a_r(q^2,s)$ a parte real.

Usaremos algumas aproximações típicas de colisões a altas energias:

1) Tomaremos $a_r(q^2,s) \simeq 0$ visto que para as energias do ISR a contribuição de a_r para $d\sigma/dq^2$ é menor que 1% na direção dianteira.

2) Ignoraremos efeitos de spin que imaginamos diminuir à medida que a energia aumenta.

3) Para o cálculo da parte imaginária da amplitude de espalhamento suporemos válida a aproximação eikonal, isto é:

$$a_i(q^2,s) \simeq \int \frac{d^2b}{2\pi} \left(1 - \exp[-\chi(b,s)]\right) \exp(i\vec{q}\cdot\vec{b})$$

$$\equiv \left\langle 1 - \exp[-\chi(b,s)] \right\rangle_q \qquad (4.2)$$

Na expressão acima b é o parâmetro de impacto e $\chi(b,s)$ é a opacidade associada aos prótons em colisão, pois descreveremos o canal elástico como "sombra" dos canais elásticos.

No modelo de Chou-Yang[6], a opacidade por unidade de tempo $(\Delta\chi/\Delta x_0)$ é definida heuristicamente como sendo proporcional à superposição instantânea das densidades $\rho_h(\vec{x})$ de máteria hadrônica dos prótons que colidem com parâmetro de impacto b. Com a hipótese de que a trajetória seja aproximadamente retilínea (no limite $s \to \infty$) teremos:

$$\chi(b,s) \sim \int_{-\infty}^{+\infty} dx_0 \int d^3x\, \rho_h\left(\vec{x}-\frac{\vec{b}}{2},x_0\right) \rho_h\left(\vec{x}+\frac{\vec{b}}{2},x_0\right) \qquad (4.3)$$

Se denotarmos por $f_h(q^2)$ a transformada de Fourrier da densidade de matéria hadrônica no sistema de repouso do próton, isto é:

$$f_h(q^2) = \int d^3x\, \rho_h(\vec{x})\, \exp(i\vec{q}\cdot\vec{x}) \tag{4.4}$$

e por $\gamma = (1-v^2)^{-1/2} = \sqrt{s}/2m$, o fator de Lorentz de cada próton no sistema de centro de massa, podemos escrever a seguinte expressão para as densidades de "carga" hadrônica dos prótons:

$$\rho_h(\vec{x}\pm\frac{\vec{b}}{2}, x_0) = \gamma \int \frac{d^2q}{(2\pi)^3} f_h(q^2) \exp\left[i\vec{q}_\perp\cdot(\vec{x}_\perp \pm \frac{\vec{b}}{2}) + i\gamma q_\parallel (x_\parallel \pm v x_0)\right] \tag{4.5}$$

Aqui, $\vec{q}_\perp$ e $\vec{x}_\perp$ são vetores perpendiculares ao eixo de colisão e $q_\parallel$ e $x_\parallel$ são as componentes paralelas a este eixo.

Supuzemos, em analogia com ρ_{dr} e ρ_{mag} , que ρ_h tem simetria esférica e adotaremos a normalização $f_h(0) \equiv 1$.

A substituição de (4.4) em (4.3) fornece a expressão de Chou-Yang[6]:

$$\chi(b) = C \int \frac{d^2q}{2\pi} f_h^2(q^2) \exp(i\vec{q}\cdot\vec{b})$$

$$\equiv C \left\langle f_h^2(q^2) \right\rangle_b \tag{4.6}$$

onde o fator de proporcionalidade C é suposto independente do parâmetro de impacto b .

Originalmente Chou-Yang tomaram $\chi(b,s)$ independente da energia no limite $s \to \infty$. Entretanto, para energias finitas, se admite uma suave dependência[36] $C = C(s)$. Assim, conhecida a função $f_h(q^2)$,

o único parâmetro livre $C(s)$ é fixado para cada energia usando, por exemplo, a seção de choque total $\sigma_T(s)$ medida experimentalmente.

Na ausência de uma previsão teórica para $f_h(q^2)$ Yang e outros[6,37] propuzeram, heuristicamente, que a densidade de matéria hadrônica fosse proporcional à densidade de carga do próton. Baseados na interpretação dos fatores de forma dada por Sachs[3] tomaram:

$$f_h(q^2) \simeq G_E(-q^2) \simeq$$

$$\simeq f_d(q^2) \equiv (1 + q^2/0.71)^{-2}$$

$$\simeq G_M(-q^2)/2.79 \qquad (4.7)$$

visto que se verificava, dos dados experimentais de colisões elétron-próton, que $G_M(-q^2)$ era muito bem representado pela fórmula de dipolo $f_d(q^2)$ [38]. A substituição de (4.7) em (4.6) fornece:

$$\chi(b) \sim (\alpha b)^3 K_3(\alpha b) \qquad (4.8)$$

onde $K_3(\alpha b)$ é a função de Bessel modificada e $\alpha^2 = 0.71\ GeV^2$.

Com esse modelo, cuja hipótese essencial é a semelhança entre a densidade de carga (ou magnetização) e a densidade de matéria hadrônica, alguns autores[39] calcularam o comportamento de $d\sigma/dq^2$ como função de q^2. Verificou-se então que o modelo apresentava excelente acordo com os dados experimentais em um intervalo de sete ordens de magnitude para $d\sigma/dq^2$[40].

Foi prevista a existência de mínimos de difração para $d\sigma/dq^2$ (zeros de $a_\mu(q^2)$) sendo que o primeiro, em $q^2 \simeq 1.4\ GeV^2$, foi observado experimentalmente.

Um segundo mínimo era esperado para $q^2 \simeq 5 \sim 6\ GeV^2$ e não foi observado[41] em dados experimentais mais recentes ($q^2 \leq 10\ GeV^2$).

Este fato gerou uma série de críticas[7,42] ao modelo cujo principal atrativo, ao lado de sua grande simplicidade, era a sua capacidade de previsão.

Neste capítulo teceremos novas críticas não propriamente ao modelo de Chou-Yang[6], mas principalmente à proposta explicitada na relação (4.7) que por nós será modificada em conformidade com a nossa análise apresentada nos capítulos anteriores.

Nos restringiremos a discutir os dados experimentais de colisões próton-próton elásticas na energia de $\sqrt{s} = 53\ GeV$ [41,43,44] devido ao fato que a essa energia existem medidas até $q^2 \simeq 10\ GeV^2$.

É conveniente escrever (4.2) numa forma equivalente, isto é:

$$\langle \chi(b) \rangle_q = -\langle \ln [1 - \langle a_i(q^2) \rangle_b] \rangle_q \tag{4.9}$$

Se usarmos (4.6) e o resultado acima encontramos:

$$f_h^2(q^2) = \frac{\langle \chi(b) \rangle_q}{\langle \chi(b) \rangle_{q=0}} \tag{4.10}$$

Esta expressão permite o cálculo[40] de $f_h^2(q^2)$ desde que seja dada a amplitude de espalhamento $a_i(q^2)$, sem necessidade de conhecermos o parâmetro livre $C(s)$ introduzido em (4.6).

Se as hipóteses do modelo de Chou-Yang forem corretas, $f_h^2(q^2)$ deve ser uma quantidade positiva para qualquer valor de q (e independente da energia quando $s \longrightarrow \infty$).

A expressão (4.9) pode ser reescrita na forma:

$$\langle \chi(b) \rangle_q \simeq a_i(q^2) + \frac{a_i \otimes a_i}{2} + \frac{a_i \otimes a_i \otimes a_i}{3} + \ldots \qquad (4.11)$$

onde $\otimes$ indica o produto de convolução, isto é:

$$a_i \otimes a_i \equiv \int \frac{d^2\vec{k}}{2\pi}\, a_i(\vec{k})\, a_i(\vec{k}-\vec{q}) \qquad (4.12)$$

Segundo L.Durand e R.Lipes[45] a condição necessária para que f_h^2 (dada por (4.10)) seja positiva é que $a_i(q^2)$ possua um número par de zeros. Entretanto, como podemos ver de (4.11), $a_i(q^2) > 0$ é condição suficiente para garantir que $f_h^2(q^2) > 0$.

Analisaremos os dados experimentais de $d\sigma/dq^2$ para $\sqrt{s} = 53$ GeV , usando uma amplitude puramente imaginária, parametrizada na forma

$$a_i(q^2) = \sum_i A_i \exp(-B_i q^2) \qquad (4.13)$$

Isto faz com que sua transformada de Fourrier seja facilmente calculada. Explicitamente teremos:

$$\langle a_i(q^2) \rangle_b = \sum_i \frac{A_i}{2B_i} \exp(-b^2/4B_i) \qquad (4.14)$$

Consideraremos duas possibilidades:

1) Ajustamos os dados experimentais para $d\sigma/dq^2$ construindo $a_i(q^2)$ com dois zeros em $q^2 \simeq 1.4\ \text{GeV}^2$ e $q^2 \simeq 8\ \text{GeV}^2$ (análise semelhante à de Maehara et al.[46]). A qualidade do ajuste pode ser apreciada nas Figuras 2 e 3 onde esta parametrização é mostrada pela curva cheia. Os valores numéricos encontrados para A_i e B_i são mostrados na Tabela 1.

2) Na tabela 2 mostramos os valores de A_i e B_i que correspondem ao ajuste com $a_i(q^2) > 0$ (curva tracejada nas Figuras 2 e 3). Neste caso a nossa análise é parecida com a de E.Leader et al[47] sendo que chegaremos, também, a conclusões semelhantes.

Com esse procedimento pretendemos testar a viabilidade do modelo de Chou-Yang comparando $f_h(q^2)$, obtido de dados de colisões próton-próton, com $f_{ch}(q^2)$ e $f_{mg}(q^2)$ obtidos de (2.15) e (3.7) respectivamente. Aqui os dados experimentais de colisões elétron-próton colecionados por S.Blatnik[48] são usados para a determinação de $G_E(t)$ e $G_M(t)$ (para $-t > 2$ GeV os dados da Ref.48 envolvem a hipótese $G_E \sim G_M$).

O cálculo de $f_h^2(q^2)$ é feito numéricamente com o uso de (4.9) e (4.10). Uma vez efetuada a integração angular obtemos:

$$\langle \chi(b) \rangle_q = -\int_0^\infty b\,db\, J_0(qb) \ln\left[1 - \sum_i \frac{A_i}{2B_i} \exp\left(\frac{-b^2}{4B_i}\right)\right] \qquad (4.15)$$

onde $J_0(qb)$ é a função de Bessel de ordem zero.

No caso em que $a_i(q^2)$ possui dois zeros, e consequentemente é negativa no intervalo $1.4 \lesssim q^2 \lesssim 8$ GeV^2 ,obtemos valores negativos para $f_h^2(q^2)$ quando $q \gtrsim 2.5$ GeV ,em contradição com a hipótese de Chou-Yong[6] (ver também Ref 40 e 46). Isto é mostrado nas figuras 4 e 5 pela curva cheia.

Nestas figuras a curva tracejada indica $f_h(q)$ obtida supondo que $a_i(q^2) > 0$. Verificamos a grande semelhança entre $f_h(q)$ e $f_{mg}(q)/2.79$.

Este é o principal resultado deste capítulo. Ele mostra que o modelo de Chou-Yang é válido desde que identifiquemos a densidade de matéria hadrônica $\rho_h(\vec{x})$ do próton como sendo proporcional a sua densidade de magnetização $\rho_{mg}(\vec{x})$ cuja transformada de Fourrier é dada pe-

la expressão (3.7).

E.Leader et al[47], que incluiram a dependência com s e a parte real da amplitude em sua análise, também chegaram à conclusão que $f_h(q)/f_d(q) \geq 1$ confirmando o nosso resultado mostrado na figura 5. Entretanto não puderam, como nós, concluir que $\rho_h(\vec{x}) \sim \rho_{mg}(\vec{x})$ pois desconheciam a relação (3.7) supondo válida a relação (3.8).

Em trabalho recente Chou-Yang[49] tentam incluir efeitos de spin em seu modelo, introduzindo o conceito de "corrente de matéria hadrônica" analogamente à corrente de magnetização. Não discutiremos aqui tal generalização. Não obstante sugerimos a Referência 49 ao leitor interessado, mesmo porque ela foi uma das fontes inspiradoras das idéias apresentadas neste capítulo e nos anteriores.

Em resumo, a conclusão à qual se chega é que, se a parte imaginária da amplitude de espalhamento for sempre positiva (ou tiver um zero duplo em $q^2 \simeq 1.4\ GeV^2$) o modelo de Chou-Yang[6] é válido desde que a hipótese (4.7) seja substituida por:

$$f_h^2(q^2) \equiv \frac{\langle \chi(b) \rangle_q}{\langle \chi(b) \rangle_{q=0}} \simeq \frac{G_M^2(t)/(2.79)^2}{\left(1-\frac{t}{4m^2}\right)\left(1-\frac{t}{2m^2}\right)}$$

$$t = 2m\left(m - \sqrt{m^2+q^2}\right) \qquad (4.16)$$

Agora, fica mais natural a extensão do modelo de Chou-Yang[6] para colisões nêutron-próton a altas energias. A razão disto é que se observa das colisões com elétrons que $G_M(\text{próton})/2.8 \simeq G_M(\text{nêutron})/1.9$ embora $G_E(\text{próton}) \neq G_E(\text{nêutron})$. Isto implica, de acordo com (4.16), que as opacidades $\chi_{pp}(b)$ e $\chi_{pn}(b)$ são aproxi-

madamente iguais pois $m_p \simeq m_n$. Dados experimentais recentes[50-52] confirmam esta previsão do modelo de Chou-Yang como é mostrado na figura 6.

Neste ponto desejamos comentar a "versão modificada da relação entre distribuição de matéria e distribuição de carga" recentemente introduzida por Bourrely-Soffer-Wu[53].

Estes autores propõem que se modifique a relação (4.7) segundo o "ansatz":

$$f_h^2(q^2) \longrightarrow G_E^2(-q^2)\left(\frac{a^2-q^2}{a^2+q^2}\right) \qquad (4.17)$$

O parâmetro livre a^2 é determinado pelo ajuste com os dados experimentais para $d\sigma/dq^2$, sendo que encontram $a \simeq 2.257$ GeV como é esperado[40]. Embora (4.17) possa ter algum interesse prático computacional, a nossa opinião é que esta relação carece de significado físico não se acomodando ao modelo de Chou-Yang[6] visto que se torna negativa para $q^2 > a$. A nossa relação segue de maneira muito mais natural.

Como observação final queremos dizer que achamos interessante repetir a análise apresentada neste capítulo para outras energias do ISR e FNAL. Poderiamos assim verificar se a hipótese $\chi(b, s\to\infty) \longrightarrow$ $\longrightarrow \chi(b)$ é consistente com os dados experimentais recentes. Na Ref. 54 fizemos uma análise para seis energias, no intervalo $20 \leq \sqrt{s}$ ≤ 62 GeV , usando uma amplitude puramente imaginária com dois zeros. Concluimos que podemos escrever a opacidade na forma $\chi(b,s) =$ $= \chi_f(b) + \chi_0(b) \ln(s/4m^2)$, com $\chi_f(b) >> \chi_0(b)$ para $b \leq 1$ fm. A parte independente da energia apresentava uma transformada de Fourrier tal que $\langle \chi_f(b) \rangle_q \sim (1 + q^2)^{-4}$ sendo portanto mais próxima de $f^2_{mg}(q^2)$ do que de $f^2_{ch}(q^2)$. Entretanto a presença do termo $\chi_0(b) \ln(s/4m^2)$, cuja origem propusemos que seja o mecanismo de produ

ção de pions por "fonte clássica"[54], indica que a opacidade não atinge um limite independente da energia. Como já dissemos é necessário repetir esta análise usando uma amplitude positiva ou com zero duplo em $q^2 \simeq 1.4\ GeV^2$. Somente depois disto é que poderemos tirar conclusões definitivas com relação às hipóteses de Chou-Yang e de possíveis generalizações[55] deste modelo.

V - COMENTÁRIOS FINAIS

É bem sabido que as partículas elementares têm uma estrutura espacial. Mostramos aqui que essa já é uma exigência da teoria clássica pois, para termos uma descrição consistente do movimento com reação da radiação (não exibindo soluções do tipo "runaway" e acausalidade), a partícula deve ter um raio de carga maior que o raio clássico e^2/m.

A caracterização da estrutura das partículas em termos de conceitos familiares como distribuição de carga e magnetização é um velho problema dos físicos. É natural esperarmos que alguns aspectos da estrutura possam ser conhecidos a partir de experiências nas quais momento seja transferido a um corpo de prova (por exemplo o elétron). Como experiências de espalhamento elástico do elétron por sistemas quânticos são parametrizadas (dentro da aproximação de um fóton trocado), em termos de fatores de forma, o problema se reduz, em última análise, àquele de relacionar distribuições de carga e magnetização aos fatores de forma.

Destas relações obtemos parâmetros (raios médios, por exemplo) que podem ser comparados com resultados experimentais. Podemos assim, estabelecer critérios para decidir a respeito da qualidade de uma determinada conexão. Isto é muito relevante, tendo em vista que várias (diferentes) conexões entre fatores de forma e distribuição de carga já foram propostas. No entanto, não encontramos na literatura uma maneira sistemática de obter os raios médios esperados para partículas de spin 1/2 e zero.

Nesse trabalho propusemos um novo esquema, inspirado nas idéias de Weisskopf , para relacionar as densidades de carga e magnetização aos fatores de forma do sistema. A idéia é extremamente simples: con

sidera-se uma função de correlação clássica e procura-se, a seguir, identificá-la com a sua análoga quântica (isto é, aquela que pode ter, dentro do contexto quântico, o mesmo significado físico).

As principais virtudes do nosso método, e dos resultados que dele decorrem são as seguintes:

1) Eliminação da incerteza na posição do objeto extenso como um todo.

2) A generalização para qualquer sistema físico, partículas ou núcleos com spin arbitrário) é simples.

3) Os nossos resultados se reduzem, àqueles corretos no caso de pequenos momentos transferidos.

4) Obtém-se os raios médios de carga corretos.

Com relação ao último ítem gostaríamos de esclarecer que os raios médios* a respeito dos quais temos melhores informações (experimentais ou teóricas) são os que se referem às densidades de carga de partículas com spin 1/2 e zero. Sugerimos meios para fazer o mesmo com os raios médios* de magnetização.

No caso do elétron de Dirac ($G_E = G_M = 1$) obtivemos a partir de nossa expressão (2.20) um raio quadrático médio de carga em acordo com às correções de Darwin do átomo de hidrogênio. A questão que pode ser levantada agora é, qual seria o efeito do termo $6[\partial G_E(\text{eletron})/\partial t]_0$ no espectro do átomo de hidrogênio. S.J.Brodsky (estudando a contribuição, em ordem mais baixa, da correção de vértice para $G_E(\text{eletron})$ sugeriu que tal termo deva corresponder ao deslocamento de Lamb.O único ponto não claro da sua análise é com respeito à estimativa de um parâmetro de "corte" das divergências infravermelhas.

---

*momentos de distribuição

Existem áreas da física nas quais uma conexão como a nossa, entre fatores de forma e distribuição de carga e magnetização poderiam ser de interesse. Dentre estas aplicações fenomenológicas, duas foram discutidas ao longo desse trabalho.

A primeira aplicação diz respeito à razão $\mu^2 G_E^2/G_M^2$. Mostramos aqui que(a partir dos resultados experimentais e das nossas relações (2.15) e (3.7)) a densidade de carga do próton deve ser mais concentrada do que a distribuição de magnetização. Isto indica que a matéria também deve estar distribuida de uma forma diferente da carga,o que pode ser entendido como sendo devido à existência de pares ou como uma manifestação dos gluons.

A distribuição de matéria é um ingrediente básico do modelo de Chou-Yang. A nossa idéia foi a de, adotando este modelo, extrairmos a densidade de matéria do próton. Chegamos à conclusão que a sua densidade de matéria hadrônica é muito semelhante à sua densidade de magnetização (discrepâncias da ordem de 10% nas transformadas de Fourrier). É importante lembrar que essa conclusão depende da hipótese de que a parte imaginária da amplitude de espalhamento seja sempre positiva (ou exiba um zero duplo para $q^2 \simeq 1.4\ GeV^2$)em todo o intervalo de observação ($q^2 \leq 10\ GeV^2$ da seção de choque diferencial. Esta hipótese, já feita por outros autores, carece de confirmação experimental até o presente momento. Experimentos de polarização, por exemplo, poderiam esclarecer esse ponto desde que conhecessemos a parte real da amplitude de espalhamento fora da direção dianteira.

Concluimos assim que o modelo de Chou-Yong pode ser compatível com os dados recentes de espalhamento núcleon-núcleon elástico a altas energias e grande momento transferido. Para que isto seja possível basta identificarmos $\rho_h(\vec{x})$ com $\rho_{mg}(\vec{x})$. Este resultado é bastante interessante tendo em vista que ele nos permite entender, à luz do modelo

de Chou-Yang, a semelhança, verificada experimentalmente, entre as opacidades $\chi_{pp}^{(b)}$ e $\chi_{pm}^{(b)}$.

A semelhança entre $\rho_h(\vec{x})$ e $\rho_{mag}(\vec{x})$ pode ser de grande importância para modelos de produção de muitas partículas em colisões de alta energia. A razão disto é que em muitos destes modelos $\rho_h(\vec{x})$ é um ingrediente básico a partir do qual são calculados observáveis como por exemplo, multiplicidade médias, seções de choque inclusivas etc...O fato de $\rho_h(\vec{x})$ poder ser inferida dos dados experimentais de colisões com elétrons, é muito interessante para a física de hadrons que está ainda num estágio inicial exploratório.

Mesmo no campo da física nuclear, as relações obtidas, nos capítulos II e III, entre as densidades de carga e magnetização e os fatores de forma G_E e G_M, podem se revelar de grande utilidade. A razão disto é simples. Como é sabido, estão se realizando no SLAC experiências de colisões elásticas, a grandes momentos transferidos, de elétrons com núcleos. Um dos objetivos deste estudo é determinar o comportamento a pequenas distâncias das funções de onda nucleares. Esta informação é extraida dos dados experimentais para a seção de choque, usando-se como "imput" as densidades de carga e magnetização dos núcleons. Como vimos dos nossos resultados (2.15) e (3.7), f_{ch} e f_{mag} tornam-se diferentes das relações usuais, devidas a Sachs, para valores de $-t \gtrsim 1.5\ GeV^2$. Teremos portanto distorções apreciáveis caso usemos (2.17) no lugar de (2.15) ou (3.8) no lugar de (3.7). Na verdade poderemos analisar os dados do SLAC, complementados por informações teóricas relativas às funções de onda nucleares, para consolidarmos a preferência pelas novas relações entre fatores de forma e distribuições de carga e magnetização propostas neste trabalho.

APÊNDICE

Apresentaremos aqui um esboço do cálculo das funções de correlação $W_{ch}(\vec{s})$, definida em (2.12), e $W_{mg}(\vec{s},\vec{r})$ definida em (3.5).

Elas serão obtidas como casos particulares de uma função mais geral $W_{\mu\nu}(\vec{s},\vec{r})$ tal que:

$$W_{\mu\nu}(\vec{s},\vec{r}) = \sum_{\vec{p}} \int d^3x \langle \vec{Q},r| \hat{J}_\mu(x_+)|\vec{p},s\rangle\langle\vec{p},s|\hat{J}_\nu(x_-)|\vec{Q},r\rangle \qquad (A.1)$$

Aqui $|\vec{Q},r\rangle$ representa o estado de repouso do próton com quadri-momento $Q_\mu = (m, \vec{Q}=0)$ e "spin" $r_\mu = (0,0,0,1)$.

Para efeito de cálculo escrevemos os elementos de matriz da corrente numa forma equivalente a (2.8), isto é:

$$\langle \vec{p}',s'|\hat{J}_\mu(0)|\vec{p},s\rangle = \frac{e\,m}{V\sqrt{p_0 p'_0}}\,\bar{u}(p',s')\,\Gamma_\mu(p',p)\,u(p,s) \qquad (A.2)$$

onde

$$\Gamma_\mu(p',p) = G_M(t)(\gamma_\mu + K_\mu) \qquad (A.3)$$

com

$$K_\mu = \frac{(p'+p)_\mu}{2m}\left(\frac{\frac{G_E}{G_M}-1}{1-t/4m^2}\right) \qquad (A.4)$$

sendo $G_E = F_1 + \frac{t}{4m^2}F_2$, $G_M = F_1 + F_2$ e

Com essa notação, e com a substituição $\lim_{V\to\infty}\left(\frac{1}{V}\sum_{\vec{p}}\right) \longrightarrow$ $\longrightarrow \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}$, obtemos de (A.1)

$$W_{\mu\nu}(\vec{\xi},\vec{r}) = e^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{m}{p0} T_{\mu\nu} \exp(i\vec{p}\cdot\vec{\xi}) \qquad (A.5)$$

onde $T_{\mu\nu}$ é um longo traço

$$T_{\mu\nu} = tr\left[\Gamma_\mu(Q,p)\left(\frac{\not p + m}{2m}\right)\left(\frac{1+\gamma_5 \not s}{2}\right)\Gamma_\nu(p,Q)\left(\frac{\not Q + m}{2m}\right)\left(\frac{1+\gamma_5 \not r}{2}\right)\right] \qquad (A.6)$$

A expressão (A.6) pode ser calculada de acordo com os teoremas usuais para o cômputo de traços de matrizes gama, sendo que o resultado é o seguinte:

$$\frac{4m^2}{G_M^2} T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(m^2 - p\cdot Q + p\cdot Q\, s\cdot r - s\cdot Q\, p\cdot r - m^2 r\cdot s) +$$

$$+ K_\mu K_\nu (m^2 + p\cdot Q - p\cdot Q\, s\cdot r + s\cdot Q\, p\cdot r - m^2 r\cdot s) +$$

$$+ (p_\mu Q_\nu + p_\nu Q_\mu)(1 - r\cdot s) + [K_\mu (p+Q)_\nu + K_\nu (p+Q)_\mu] m (1 - r\cdot s) +$$

$$+ s\cdot Q[p_\mu r_\nu + p_\nu r_\mu + m(K_\mu r_\nu + K_\nu r_\mu)] + r\cdot p[s_\mu Q_\nu + s_\nu Q_\mu + m(K_\mu s_\nu + K_\nu s_\mu)] +$$

$$+ (r_\mu s_\nu + r_\nu s_\mu)(m^2 - p\cdot Q) + i m \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}(p-Q)^\alpha (r+s)^\beta +$$

$$+ i(K_\mu \epsilon_{\nu\alpha\beta\gamma} - K_\nu \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}) p^\alpha Q^\beta (r+s)^\gamma \qquad (A.7)$$

onde usamos as equações $r\cdot Q = p\cdot s = 0$.

A expressão para $W_{ch}(\vec{\xi})$ é obtida de $W_{\mu\nu}(\vec{\xi},\vec{r})$ com a seguinte particularização(*):

(*) *Para justificativa física ver capítulo II*

$$W_{ch}(\vec{\xi}) = \frac{1}{e^2} W_{00}(\vec{\xi}, \vec{r}) \tag{A.8}$$

Dos resultados (A.5) e (A.7), uma simples álgebra fornece

$$W_{ch}(\vec{\xi}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left(\frac{1 - t/4m^2}{1 - t/2m^2} \right) G_E(t) \exp(i\vec{p}\cdot\vec{\xi}) \tag{A.9}$$

com $t = 2m(m - p_0) \equiv 2m(m - \sqrt{m^2 + \vec{p}^2})$

A expressão para $W_{mg}(\vec{\xi}, \vec{r})$ é obtida de $W_{M}(\vec{\xi}, \vec{r})$ com a particularização(+):

$$W_{mg}(\vec{\xi}, \vec{r}) = \sum_{j=1}^{3} W_{jj}(\vec{\xi}, \vec{r}) \Big|_{G_E = 0} \tag{A.10}$$

de modo que, dos resultados (A.5) e (A.7), uma simples álgebra fornece

$$W_{mg}(\vec{\xi}, \vec{r}) = \frac{e^2}{4m^2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{(\vec{r} \times \vec{p})^2 G_M^2(t)}{(1 - t/4m^2)(1 - t/2m^2)} \exp(i\vec{p}\cdot\vec{\xi}) \tag{A.11}$$

com $t = 2m(m - p_0)$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
430
INSTITUTO DE FÍSICA

(+) *Para justificativa física ver capítulo III*

REFERÊNCIAS

(1) L.L.Foldy: Phys.Rev. 87, 688 (1952).

(2) D.R.Yennie, M.M.Levy and D.G.Ravenhall: Rev.Mod.Phys. 20, 144 (1957).

(3) F.J.Ernest, R.G.Sachs and K.C.Wali: Phys.Rev.119, 1105 (1960); R.G.Sachs: Phys.Rev. 126, 2256 (1962).

(4) N.Gourdin: Nuovo Cim. 36, 129 (1965).

(5) G.N.Fleming: "Physical Reality and Mathematical Description", D.Reidel Publ.Co., Holland (1974) pg. 357.

(6) T.T.Chou and C.N.Yang: Phys.Rev. 170, 1591 (1968).

(7) U.P.Sukhatme: Phys.Rev.Lett 38, 124 (1977).

(8) H.M.França, G.C.Marques and A.J.da Silva: Nuovo Cim. 48A, 65 (1978).

(9) E.J.Moniz and D.H.Sharp: Phys.Rev. D15, 2850 (1977).

(10) J.D.Jackson: "The nature of intrinsic magnetic dipole moments", CERN Report Nº 77-17 (1977).

(11) J.D.Jackson: "classical Eletrodynamics", second edition, John Wiley & Sons.Inc., New York (1975) cap.17

(12) T.Erber: Fortschr.Phys. 9, 343 (1961).

(13) C.Møller: Communication from Dublin Institute for Advance Studies A Nº 5 (1949) (não publicado); G.N.Fleming: Phys.Rev. 137B, 188 (1965).

(14) P.Caldirola: Nuovo Cim., Supl.vol.III. série X, 297 (1956).

(15) Agradecemos a D.H.Sharp por esta observação

(16) R.H.Young: Am.J.Phys., 44, 581 (1976); M.H.MacGregor:Lett,Nuovo Cim. 4, 211 (1970).

(17) J.D.Bjorken and S.D.Drell, "Relativistic Quantum Mechanics", MacGrow-Hill Book Company (1964) pg.18 (no que segue usaremos a

notação desta referência).

(18) Veja Ref.17 pg.51; A.S.Davydov: "Quantum Mechanics", Addison-Wesley Pub.Co. (1965) pg.266.

(19) J.J.Sakurai: "Advanced Quantum Mechanics", Addison-Wesley Pub.Co. (1967) pg.118. Veja também Ref.17 pg. 52.

(20) K.Huang: Am.J.Phys. 20, 479 (1952).

(21) Veja Ref.17 pg.244.

(22) Agradecemos a L.Van Hove por discussões a este respeito.

(23) H.M.França, G.C.Marques and A.J. da Silva: "Charge, magnetization and hadronic matter distributions inside the nucleon" (em preparação).

(24) V.Weisskopf: Phys.Rev. 56, 72 (1939).

(25) Como foi apontado por N.Gourdin (Ref.4) os trabalhos da Ref.3 são contraditórios quanto ao cálculo do raio quadrático médio de carga do próton.

(26) Veja Ref.17 pgs.192 e 243.

(27) Veja Ref.17 pg.203.

(28) G.B.West: Phys.Rep. 18C, 265 (1975).

(29) W.Krolikowski and J.Rzewuski: Acta Phys.Pol. B59, 531 (1978); veja também Ref.17 pg.56.

(30) Veja Ref.17 pgs.37 e 284.

(31) K.J.Barnes: Phys.Lett.1, 166 (1962); L.N.Hand, D.G.Miller and R. Wilson: Rev.Mod.Phys. 35, 335 (1963).

(32) S.J.Brodsky: "Atomic Physics and Astrophysics", Brandeis University, Summer Institute of Theoretical Physics (1969) vol.1, pg. 95.

(33) F.Borkowski et al.: Z.Physik A275, 29 (1975); G.Höhler et al.: Nuc.Phys. B114, 505 (1976).

(34) L.E.Price et al.: Phys.Rev. D4, 45 (1971).

(35) W.Bartel et al.: Nuc.Phys. B58, 429 (1973).

(36) F.Hayot and U.P.Sukhatme: Phys.Rev.D10, 2183 (1974).

(37) A.W.Chao and C.N.Yang: Phys.Rev. D8, 2063 (1973).

(38) B.Bartoli, F.Felicetti and V.Silvestrini: Riv.N.Cim. 2, 241 (1972).

(39) M.Kac: Nucl.Phys. B62, 402 (1973).

(40) V.Franco: Phys.Rev.D11, 1837 (1975). Neste trabalho faz-se o inverso do que é feito na Ref.39, isto é, calcula-se G_M a partir dos dados para $d\sigma/dq^2$. Verifica-se que G_M^2 torna-se negativo para $q^2 \gtrsim 6\ GeV^2$.

(41) H.De Kerret et al.:Phys.Lett. 68B, 374 (1977)

(42) T.T.Chou and C.N.Yang: Phys.Rev. D17, 1889 (1978).

(43) G.Barbiellini et al.: Phys.Lett. 39B, 663 (1972).

(44) A.Böhm et al.: Phys.Lett. 49B, 491 (1974).

(45) L.Durand and R.Lipes: Phys.Rev.Lett. 20, 637 (1968).

(46) M.Maehara et al.: Progr.Theor.Phys. 57, 1097 (1977).

(47) E.Leader et al.: Phys.Rev.D14, 755 (1976).

(48) S.Blatnik and N.Zovko: Acta Phys.Aust. 39, 62 (1974).

(49) T.T.Chou and C.N.Yang: Nucl.Phys. B107, 1 (1976).

(50) C.Akerlof et al.: Phys.Lett. 59B, 197 (1975).

(51) R.Bomberowitz et al.: Bull.Am.Phys.Soc. 23, 52 (1978).

(52) C.E.DeHaven et al.: Phys. Rev.Lett. 41, 669 (1979); Nucl.Phys. B148, 1 (1979).

(53) C.Bourrely, J.Soffer and T.T.Wu: "A new impact picture for low and high energy proton-proton elastic scattering" CNRS-Report Nº 78/P.992 (1978).

(54) H.M.França and Y.Hama: Rev.Bras.Fis.8,127 (1978); "Energy dependence of the eikonal in pp elastic collisions" IFUSP/P-148 (1978), Phys.Rev.D. (a ser publicado).

(55) M.Elitzur and R.G.Lipes: Phys.Rev.D7, 1420 (1973);F.Henyey and U. P.Sukhatme: Nucl.Phys.B89, 228 (1975).

TABELAS

A parte imaginária (desprezamos a parte real) da amplitude de espalhamento é parametrizada por uma soma de gaussianas (ver 4.13):

$$a_i(q^2) = \sum_i A_i \exp(-B_i q^2)$$

O ajuste com os dados de $\sqrt{s} = 53\ GeV$ fornece os seguintes valores numéricos para A_i e B_i .

TABELA I

(a_i positiva)

$A_i\ (GeV^{-2})$	$B_i\ (GeV^{-2})$
6.31	6.81
3.79	3.78
0.08	1.10
-1.48	2.80
0.00023	0.16

TABELA II

(a_i com dois zeros)

$A_i\ (GeV^{-2})$	$B_i\ (GeV^{-2})$
1.4261	14.000
6.7432	5.55
0.5990	2.90
-0.07282	1.20
-0.0066	0.48

A comparação destes ajustes com os dados experimentais é mostrada nas figuras 2 e 3.

LEGENDAS DAS FIGURAS

FIGURA 1

Dados experimentais (ϕ Ref.34, ϕ Ref.35) da razão $\mu^2 G_E^2 / G_M^2$. A curva cheia corresponde à fórmula (3.14) com a hipótese

$$\mu\, \rho_{ch}(R) = \rho_{mg}(R) \quad , \quad \mu = 2.79 .$$

FIGURA 2

Seção de choque diferencial elástica para colisões próton-próton. Os dados experimentais são da Ref.43. A curva cheia se refere a $a_i(q^2)$ com dois zeros (ver Figura 3) enquanto que a curva tracejada corresponde a $a_i(q^2) > 0$.

FIGURA 3

O mesmo que a Figura 2 agora para $q^2 \geq 1\,GeV^2$ .Os dados experimentais indicados por ϕ e ϕ são das referências 44 e 41 respectivamente.

FIGURA 4

Comparação das transformadas de Fourrier das densidades de carga $f_{ch}(q)$, de magnetização $f_{mg}(q)$ e de matéria hadrônica $f_h(q)$. Para $f_h(q)$ mostramos dois casos que correspondem a: 1) $a_i(q)$ com dois zeros, curva cheia; 2) $a_i(q) > 0$,curva tracejada (ver Figura 3). Os dados da Ref.48 são usados para construir os valores experimentais de $f_{ch}(q)$ e $f_{mg}(q)$ através das expressões (2.15)

e (3.7) respectivamente.

FIGURA 5

O mesmo que a Figura 4 exceto que agora normalizamos com a fórmula de dipolo $f_d(q) = (1 + q^2/0.71)^{-2}$. A discrepância entre os diferentes casos é clara para $q \geq 1.5$ GeV .

FIGURA 6

Comparação das seções de choque diferenciais para colisões elásticas próton-próton e nêutron-próton. A semelhança entre elas assegura a similaridade entre $\chi_{pp}^{(b)}$ e $\chi_{pn}^{(b)}$ decorrente de (4.16). Os dados experimentais indicados por ϕ , $*$ e ϕ são das referências 50, 51 e 52 respectivamente.

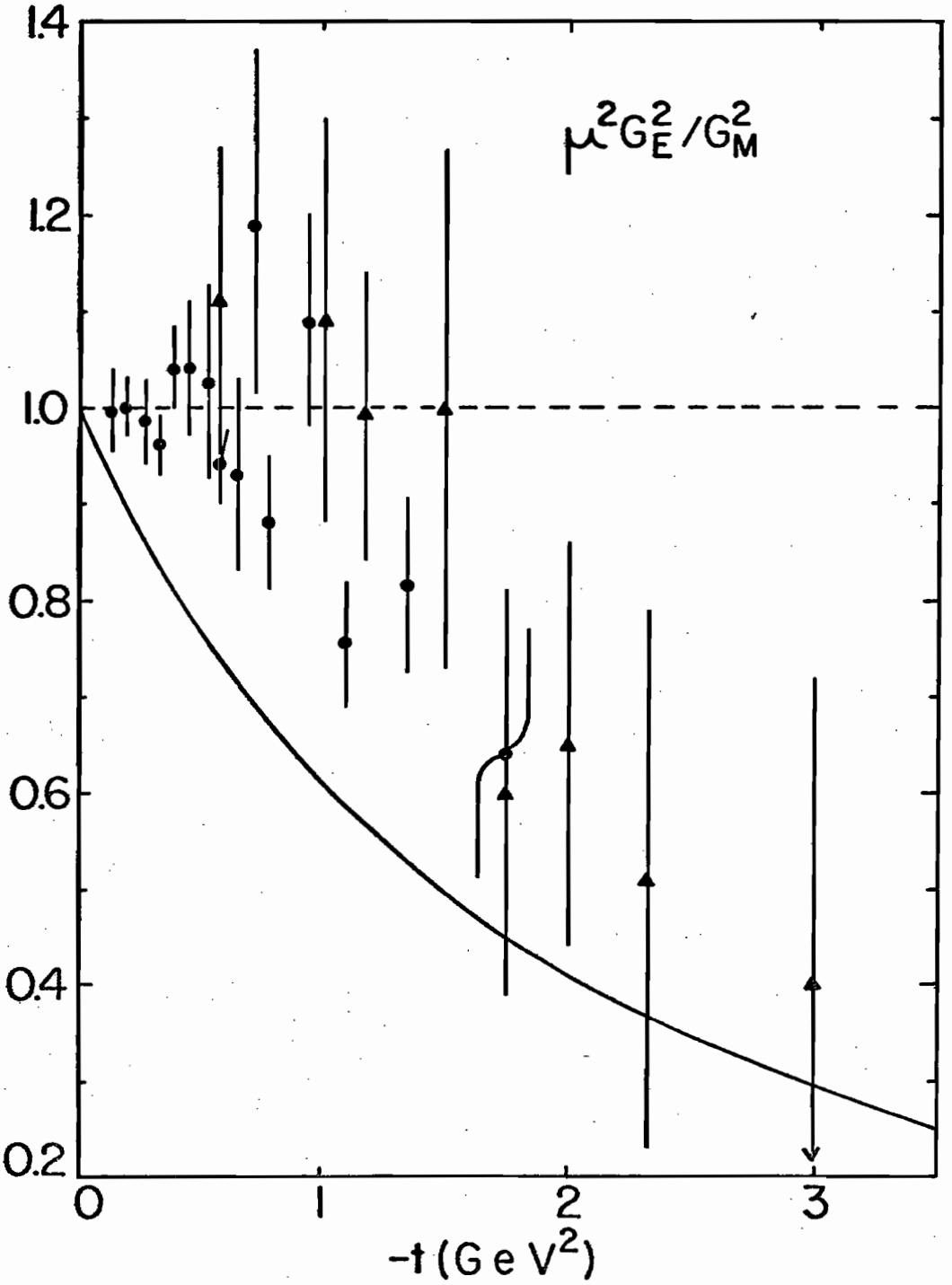

Fig. 1

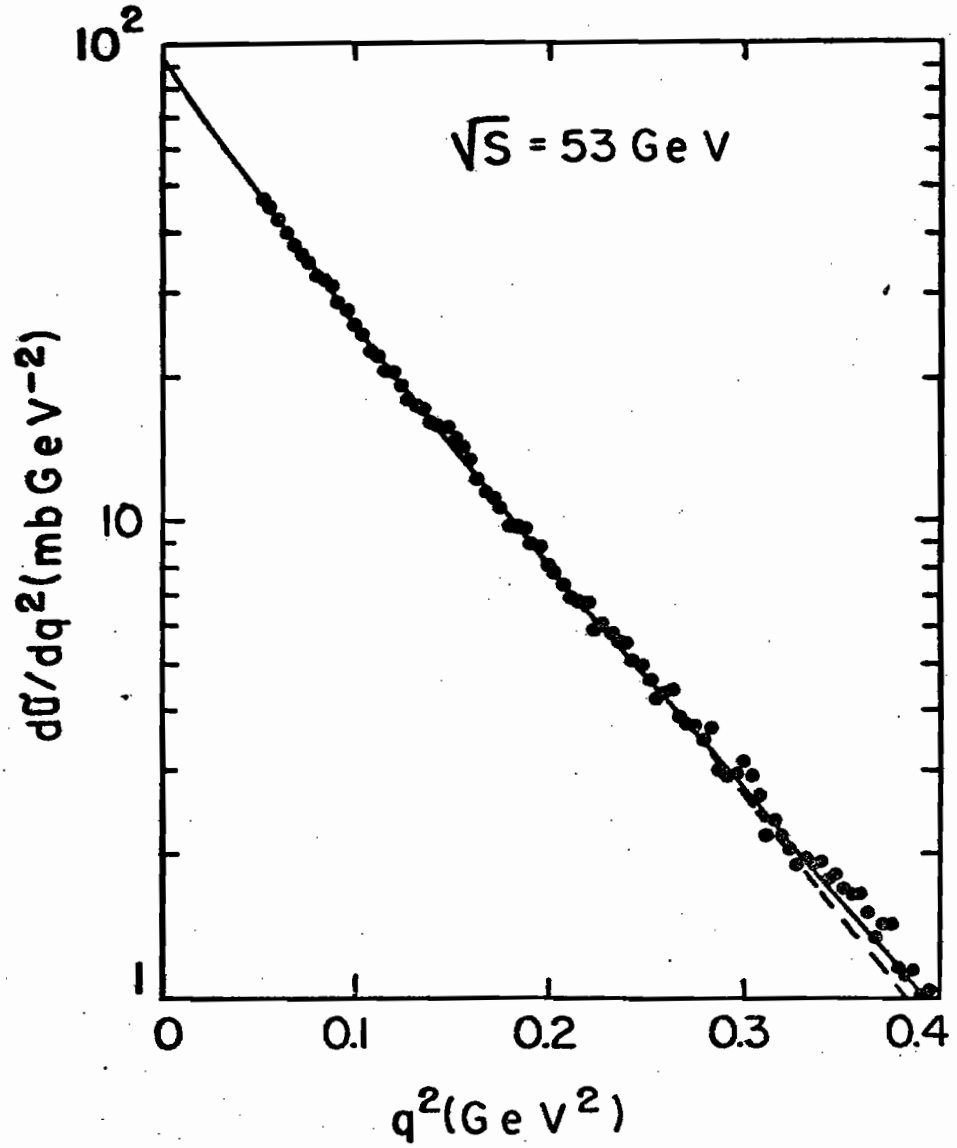

Fig. 2

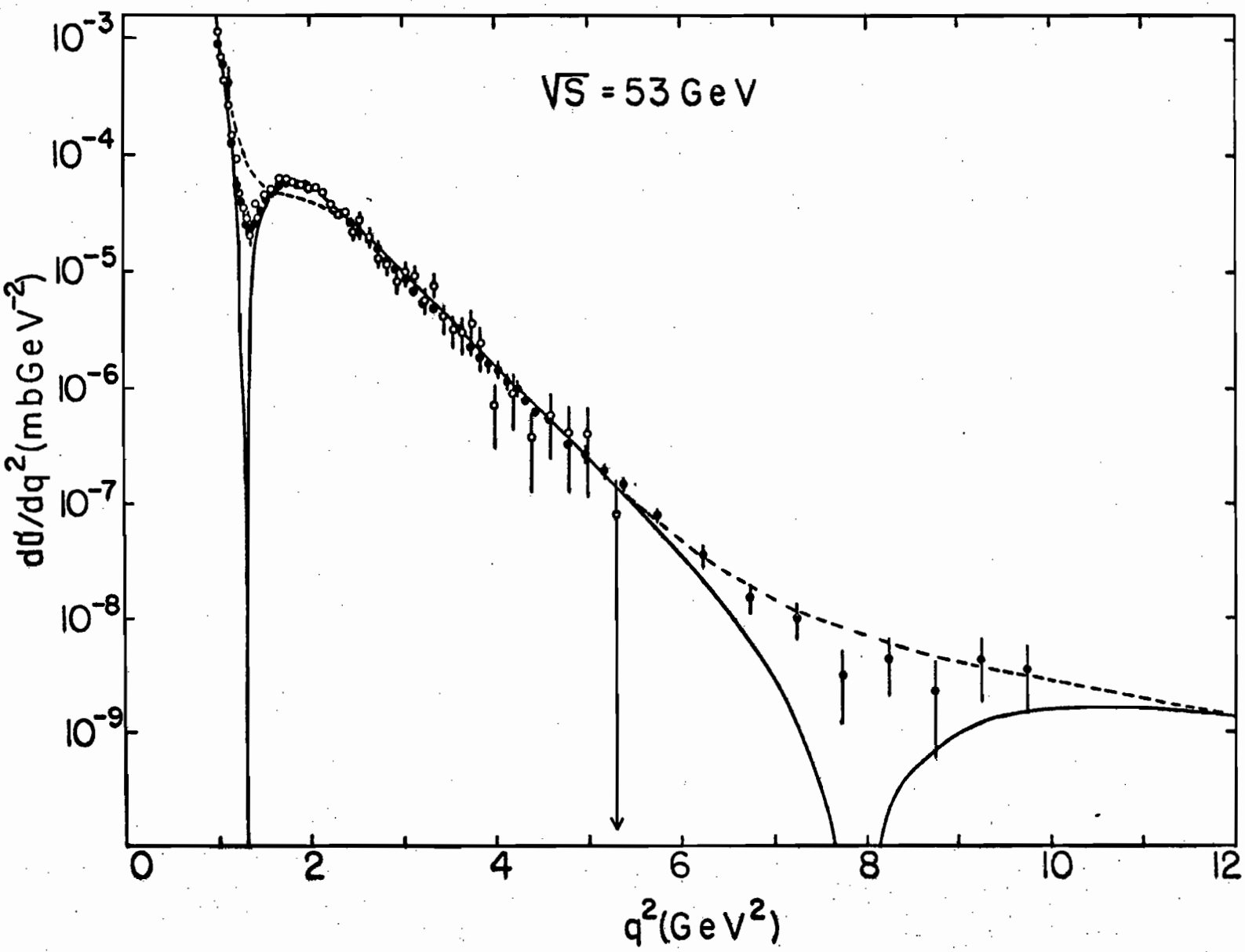
√S = 53 GeV
dσ/dq²(mbGeV⁻²)
10⁻³
10⁻⁴
10⁻⁵
10⁻⁶
10⁻⁷
10⁻⁸
10⁻⁹
0
2
4
6
8
10
12
q²(GeV²)

Fig.3

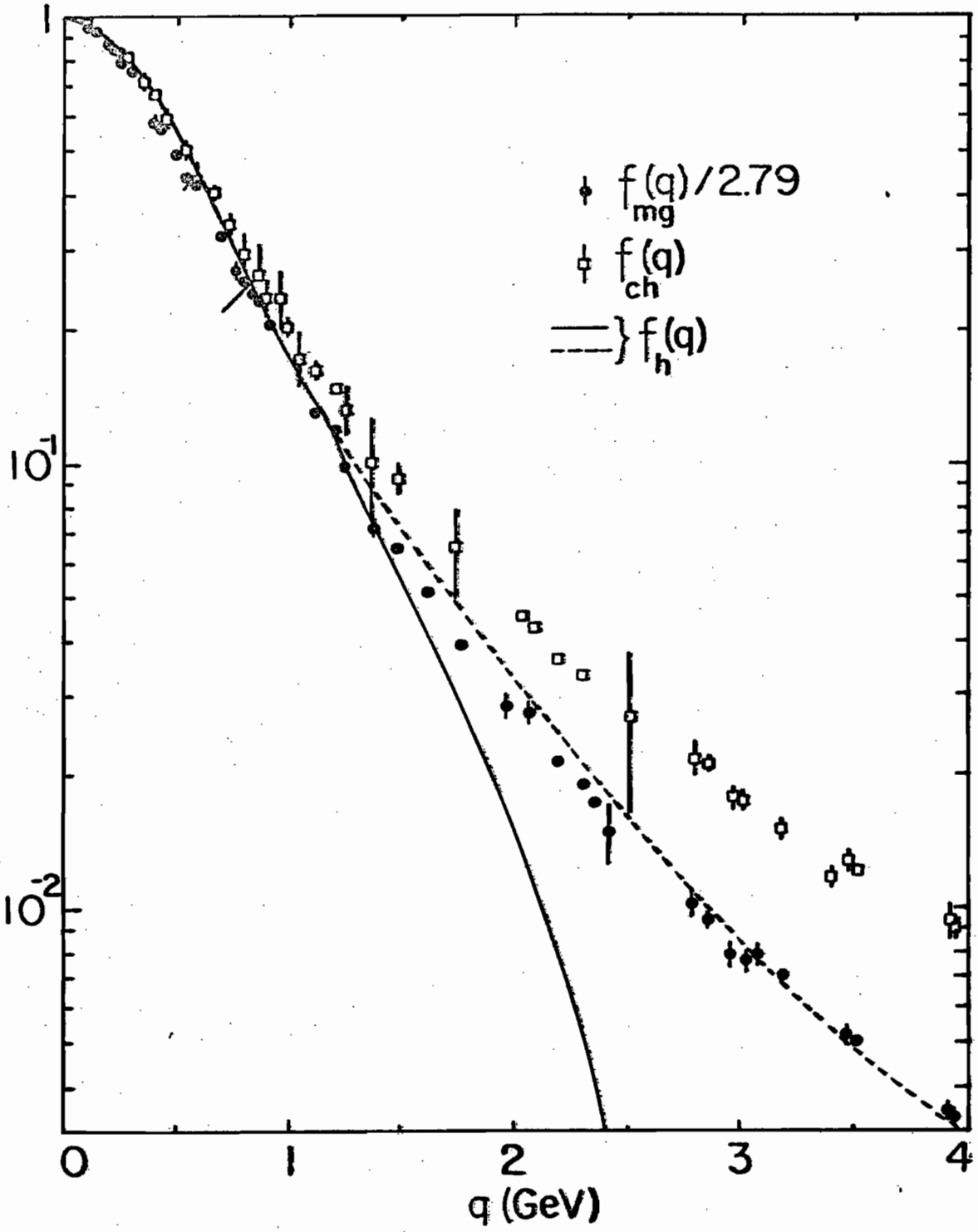

Fig. 4

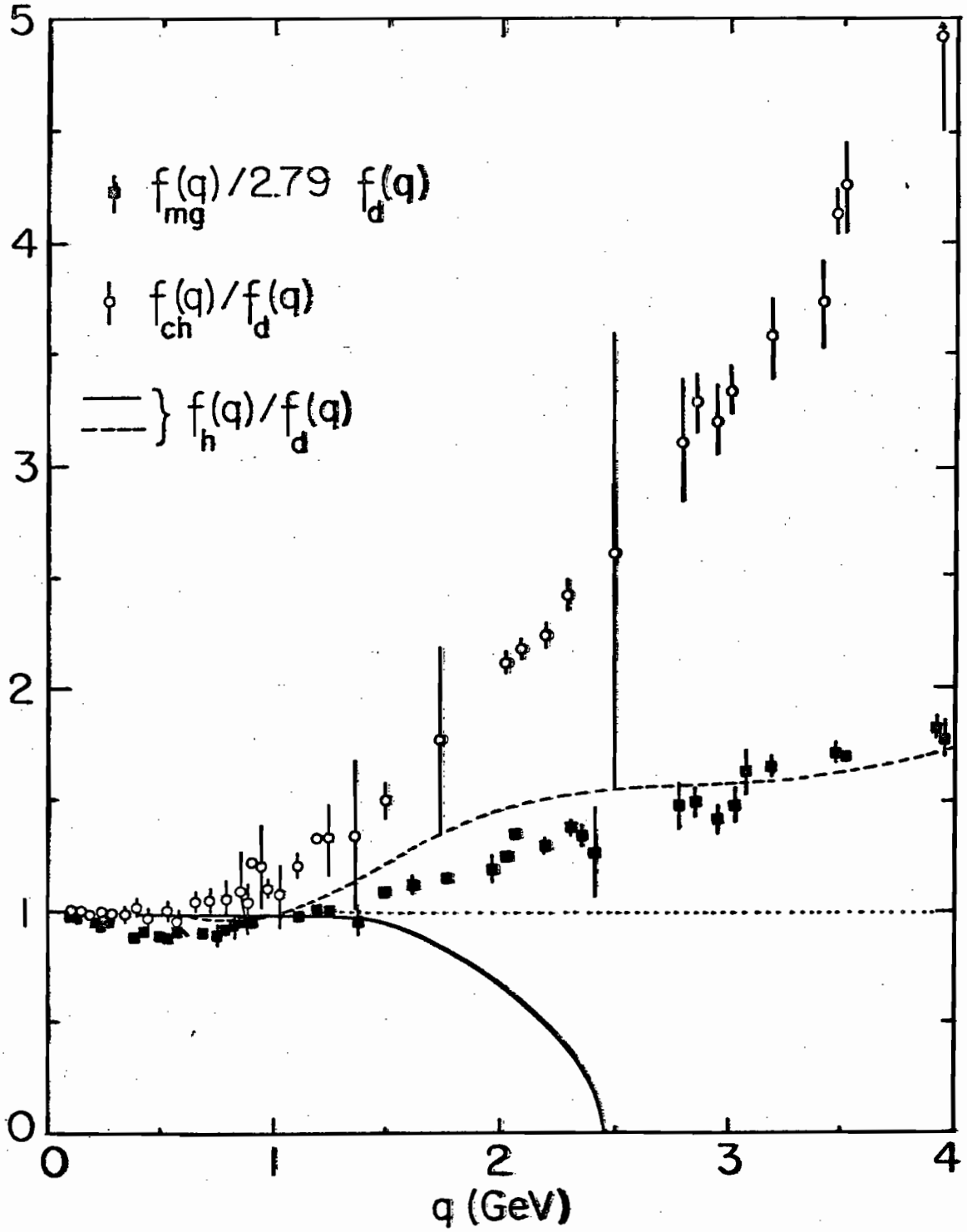

Fig. 5

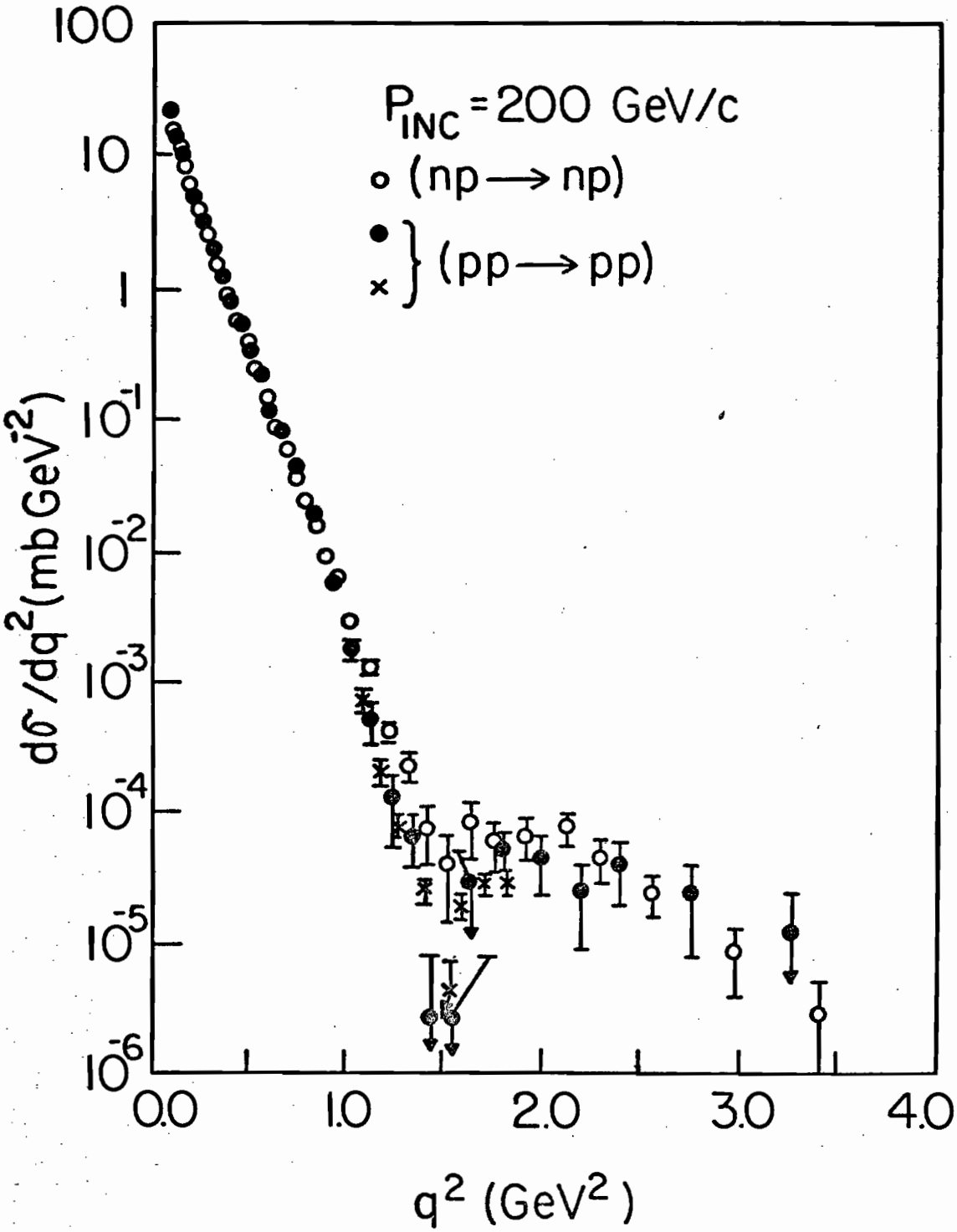
100
10
1
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
$d\sigma/dq^2$ (mb GeV^{-2})
P_{INC} = 200 GeV/c
o (np ⟶ np)
• } (pp ⟶ pp)
×
0.0
1.0
2.0
3.0
4.0
q^2 (GeV^2)

Fig. 6