# UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO INSTITUTO DE FÍSICA

CORRELAÇÃO ENTRE BOSONS IDÊNTICOS

PRODUZIDOS EM COLISÕES HADRÔNICAS

A ALTAS ENERGIAS

Sandra dos Santos Padula

M. C. Nimes

A. H. Zusama

Raul Omanglo

Raul Susama

Carlos Susam

Tese apresentada ao Ins tituto de Fisica da Uni versidade de São Paulo para obtenção do título de doutor

Orientador: Prof. Dr. Yogiro Hama

Defesa en 16/10/87



São Paulo 1987 539.757 PJQ52 D

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Padula, Sandra dos Santos

Correlação entre bosons idênticos produzidos em co lisões hadrônicas a altas energias. São Paulo, 1987.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Departamento de Física Matemática. Área de Concentração: Física de Partículas Elemen-

Orientador: Prof. Dr. Yogiro Hama

Unitermos: l.Produção múltipla de partículas; 2.Formação de plasma de quarks e gluons em colisões hadrônicas a altas energias; 3.Correlação entre partículas idênticas (Efeito Hanbury Brown - Twiss); 4.Modelo hidrodinâmico de Landau.

USP/IF/SBI - 32/87

#### <u>AGRADECIMENTOS</u>

Gostaria de expressar minha gratidão ao Prof. Yogiro Hama pela orientação atenciosa e por haver transmitido muito de sua experiência profissional.

Agradeço também ao Prof. Carlos O. Escobar, com quem este trabalho se iniciou, pelo estímulo e interesse permanentes.

Sou também muito grata a algumas pessoas, especialmente queridas, por inúmeras razões que elas tão bem conhecem.

Gostaria ainda de agradecer à FAPESP e à CAPES pelo apoio financeiro a mim concedido.

#### RESUMO

Estudamos o fenômeno de correlação entre dois bosons idênticos (efeito Hanbury Brown-Twiss) no caso de fontes em ráp<u>i</u> da expansão. Partimos da hipótese que, em colisões hadrônicas a altas energías, forma-se um plasma de quarks e gluons, o qual se expande de acordo com as equações do Modelo Hidrodinâmico de Landau. Ao atingir a temperatura crítica, o fluido sofre uma transição de fase de plasma para hadrons usuais, os quais são então emitidos. Estudamos a dependência da função de correlação de duas par tículas em algumas grandezas, como por exemplo, no momento trans versal médio das partículas finais e na massa do estado de plasma inicialmente formado. Analisamos também a compatibilidade dos cálculos efetuados com alguns dados experimentais disponíveis. Mostramos que a consideração de expansão da fonte emissora intro duz efeitos cinemáticos importantes no comportamento da função de correlação. Assim sendo, os resultados usualmente obtidos com a hipótese de fontes estáticas, devem ser completamente modifica dos no caso de fontes que se expandem rapidamente, como aquelas formadas em colisões hadrônicas a altas energias.

### <u>ABSTRACT</u>

The phenomenon of correlation among two identical bosons (Hanbury Brown-Twiss effect) is studied for rapidly expanding We consider the hypothesis of a quark-gluon plasma sources. formation in high energy hadronic collisions, which expands according to Landau's Hydrodynamical Model. When the fluid reaches the critical temperature it undergoes a phase transition from plasma to ordinary hadrons, which are then emitted. We study the dependence of the two-particle correlation function on some quantities, such as the average transverse momentum of final particles and the mass of the initially formed plasma. We also analyse the compatibility of our results with some available experimental data. We show that the source expansion causes important kinematical effects on the behaviour of the correlation Being so, the results usually obtained by means of function. static sources, should be completely changed in case of rapidly expanding ones, such as the sources formed in high energy hadronic collisions.

# INDICE

	Página
I – INTRODUÇÃO	***
II - O MODELO HIDRODINÂMICO	4
III - EFEITO HANBURY BROWN-TWISS	15
. Histórico	15
. Ilustração e discussão do efeito HB-T	17
IV - CORRELAÇÃO ENTRE BOSONS IDÊNTICOS PRODUZIDOS EM CO- LISÕES HADRÔNICAS A ALTAS ENERGIAS	25
. Hipôteses e objetivos	25
. O efeito HB-T para fontes em expansão	27
. Cálculos do efeito HB-T baseados no Modelo Hidro-	
dinâmico	32
. Comparação com os dados experimentais	58
. Algumas previsões	69
V - CONCLUSÃO	72
APËNDICE A - Expressões estatísticas de n, ɛ e s	75
APÉNDICE B - Dependência da multiplicidade média <n<sub>CH&gt; na massa (M) do estado inicial de plasma</n<sub>	80
APÉNDICE C - Cálculo de $\tau_h$ e $\langle \tau_h \rangle$	88
npppnfnciae	aa

# I. INTRODUÇÃO

Estudos não perturbativos da Cromodinâmica Quântica (QCD) indicam a possibilidade de obtenção de um novo estado da matéria - o plasma de quarks e gluons - a densidades e/ou tempera turas suficientemente elevadas<sup>1</sup>. Em geral, é esperado que esta última condição seja mais facilmente verificada em colisões muito energéticas entre ions pesados, cuja realização experimental encontra-se atualmente em seus estágios iniciais. No entanto, o plasma pode já estar sendo produzido, mesmo em colisões hadrônicas a altas energias<sup>2</sup>.

O plasma da QCD é um estado em que quarks e gluons, normalmente confinados na matéria hadrônica usual, são liberados após a ocorrência de transição de fase de hadrons para plasma. É interessante, então, procurar sinais de sua existência. Para isso são, em geral, sugeridas análises de efeitos como emissão de fótons e dileptons, relação do momento transversal com a distribuição de rapidez, o aumento da produção de partículas estranhas e o efeito Hanbury Brown-Twiss (HB-T). Este último é particularmente interessante porque permite o conhecimento das dimensões espaço-temporais da região emissora de partículas, através da análise de correlação entre pares idênticos. No caso do plasma, em princípio podemos considerá-lo como uma maneira de obter informações sobre a região correspondente ã temperatura crítica, acima da qual a matéria usual se desagrega em seus componentes (quarks e gluons). Os resulta-

dos de QCD na rede atualmente prevêem que a temperatura crítica para a ocorrência de transição de fase é praticamente coincidente com a de restauração quiral (quarks de massa nula), situandose em torno de 200 MeV <sup>3</sup>.

O presente trabalho visa o estudo da correlação entre bosons identicos (efeito HB-T) produzidos em colisões hadronicas a altas energias, considerando que o estado inicial seja um plasma de quarks e gluons. Em se tratando de colisões hadronicas a altas energias, pensamos ser mais adequado supor que o estado formado sofra expansão antes de serem emitidos os hadrons finais, tendo em vista a grande multiplicidade média de partículas produzidas e a pequena dimensão da região de interação. Para a descrição da expansão da fonte (plasma) formada nessas colisões, adotamos as equações hidrodinâmicas de Landau.

A distribuição dos tópicos abordados é feita da maneira seguinte. No Capítulo II, fazemos uma breve revisão do Mo delo Hidrodinâmico de Landau e de algumas de suas implicações. No Capítulo III, discutimos o efeito Hanbury Brown-Twiss, desde um ponto de vista histórico, até a aplicação do fenômeno ao caso de fontes extensas porém estáticas. No Capítulo IV abordamos o trabalho por nós desenvolvido. Discutimos as alterações introdu zidas no efeito HB-T quando tratamos fontes em expansão, inicial mente analisadas em termos de um modelo simples, com apenas duas fontes pontuais. Essas alterações são então discutidas em maiores detalhes e ilustradas a partir de resultados obtidos nosso modelo, o qual pressupõe a formação de plasma. A fonte em răpida expansão é suposta totalmente caótica. Analisamos também a compatibilidade da curva média de correlação com alquns dados experimentais disponíveis, obtidos a energias do ISR-CERN. A par tir dos resultados dessa última análise, discutimos a validade da hipótese de formação inicial de plasma. Por fim, fazemos algumas previsões sobre o comportamento médio das curvas de correlação, com vistas aos dados experimentais futuros, a serem obtidos a energias incidentes mais elevadas. A conclusão do trabalho
encontra-se no Capítulo V. Finalmente, os apêndices contêm algumas discussões e cálculos mais detalhados de tópicos mencionados
no Capítulo II (Apêndices A e B) e no Capítulo IV (Apêndices A,
B e C).

## II. O MODELO HIDRODINÂMICO

O Modelo Hidrodinâmico de L.D. Landau parte da premissa que o objeto formado em colisões hadrônicas a altas energias deva sofrer expansão antes de emergirem as partículas Nessa visão, o processo global de tais colisões pode ser dividido em três estágios. No primeiro deles, há a formação de um fluido em um pequeno volume altamente contraído pelo fator de Lorentz, na direção do eixo de colisão e no sistema de centro-de -massa (SCM) das particulas incidentes. No segundo estágio, devido ao elevado gradiente de pressão interna existente, o fluido inicial se expande, de acordo com as equações da hidrodinâmica relativística; a temperatura decresce progressivamente durante a expansão até atingir aquela chamada de dissociação,  $\mathbf{T}_{\mathbf{d}}$   $\cong$   $\mathbf{m}_{\pi}$ sa de pion), sendo que o instante em que esta temperatura é atin gida é diferente para cada elemento de fluido. Aí, então, início o terceiro e último estágio, o de emissão de partículas fí nals, no qual a interação praticamente desaparece. Nessa versão, "hadrons" podem ser criados e destruídos durante o primeiro e se gundo estágios mas, só adquirem propriamente sua identidade como hadrons à temperatura de dissociação. É importante notar que, na formulação original do modelo, nenhuma alusão à composição inter na dos hadrons era feita.

Ainda no primeiro estágio é feita a hipótese de que o equilíbrio térmico seja atingido localmente, de onde segue que:

$$Ts = \varepsilon + p$$

$$d\varepsilon = Tds ; dp = sdT$$

$$c_0^2 = \frac{dp}{d\varepsilon}$$

sendo  $\underline{s}$  a densidade de entropia,  $\underline{\varepsilon}$  a densidade de energia,  $\underline{p}$  a pressão e T a temperatura;  $c_0$  é a velocidade do som no meio.

Durante a expansão hidrodinâmica é feita a suposição que o fluido seja ideal, ou seja, viscosidade e condutividade térmica são consideradas desprezíveis. Além disso,  $c_0^2 = 1/3$ , como em um gás perfeito.

As equações da hidrodinâmica relativistica são obtidas a partir da conservação de energia-momento:

$$\partial^{\nu} T_{\mu\nu} = 0$$
 ;  $T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p) u_{\mu} u_{\nu} - p g_{\mu\nu}$  (II.2)

onde  $\underline{u}^{\mu}$  é a quadrivelocidade e a métrica é a usual, ou seja,  $g_{00} = -g_{11} = 1$  (i = 1,2,3),

Da componente da equação (II.2) na direção de  $u^{\mu}$ , ou seja, de  $u^{\mu}$   $\partial^{\nu}T_{\mu\nu}$  = 0, usando as relações (II.1), resulta:

$$\vartheta^{\vee}(\mathbf{s}\mathbf{u}_{i}) = 0 \tag{II.3}$$

o que significa que a entropia é conservada (movimento adiabático).

Projetando a equação (II.2) na direção ortogonal a  $\mathbf{u}^{\mu}$  , no espaço de quatro dimensões, podemos obter:

$$u^{\mu} \partial_{\mu} (Tu^{\nu}) - \partial^{\nu} T = 0 . \qquad (II.4)$$

No espaço tridimensional, o fluido deve se expandir tanto na direção transversal à das partículas incidentes quanto na direção destas (longitudinal). No entanto, o movimento ao longo desta última predomina em grande parte do estágio de expansão, já tendo sido demonstrado que a expansão transversal pode ser considerada uma correção ao movimento longitudinal.

Considerando apenas a expansão unidimensional (longitudinal) do fluido, as equações hidrodinâmicas (II.3) e (II.4) podem ser escritas como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (su^0) + \frac{\partial}{\partial x} (su^1) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (Tu^1) + \frac{\partial}{\partial x} (Tu^0) = 0$$
(II.5)

onde  $u^0 = \cosh \alpha = 1/\sqrt{1-v^2}$  e  $u^1 = \operatorname{senh} \alpha$ ;  $\underline{\alpha}$   $\bar{e}$  a rapidez do elemento de fluido considerado.

As equações (II.5) para o movimento longitudinal do fluido foram resolvidas exatamente por I.M. Khalatnikov<sup>6</sup>, cuja solução pode ser escrita, para um potencial, como:

$$\chi(\alpha,y) = -\ell\sqrt{3} \text{ To } e^{y} \int_{-\infty}^{-y} e^{2y'} I_{0} \left[ \sqrt{y'^{2}-\alpha^{2}/3} \right] dy' ; (\alpha > 0)$$
(II.6)

onde  $T_0$  é a temperatura do fluido inicial termalizado e  $y=\ln\left(T/T_0\right)$ ;  $T_0$  é a função de Bessel modificada de primeira classe.

As coordenadas temporal (t) e longitudinal (x) relacionam-se com a solução (II.6) por:

A solução X obedece a duas condições de contorno, as quais podem ser melhor descritas com o auxílio da Figura 1.

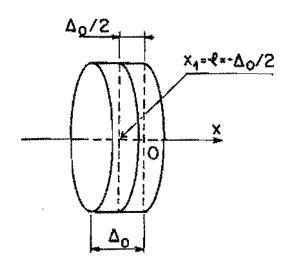


Figura 1
Fluido inicial contraído por Lorentz.

O fluido inicialmente formado e termalizado, é visto no SCM das partículas incidentes como um cilindro achatado, contraído pelo fator de Lorentz ( $\gamma$ ), com espessura  $\Delta_0 = 2R_0/\gamma$ . A expansão hidrodinâmica unidimensional será, então, ao longo de um tubo com raio transversal dado pelo dos hadrons incidentes, cujas extremidades estão em contacto com o vácuo. O movimento é simétrico em relação à secção transversal central do cilindro. As condições de contorno fixadas por Khalatníkov podem ser expressas da seguinte maneira:

i) Consideramos que o centro do cilindro esteja em repouso  $(\alpha=0)$  no plano  $x_1=-\ell=-\Delta_0/2$  (por simetria, pode ser suposto parede fixa). Nessas condições:

$$x_{\lambda}|_{\alpha=0} = -\ell \xrightarrow{\text{(II.7)}} \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=0} = T_0 \ell e^{Y}$$
 (II.8.a)

(i) A solução na extremidade em contacto com o vácuo deve ser ajustada por uma onda simples:

$$x = \frac{V - C_0}{1 - V C_0} t$$

para a qual deve valer também

$$\alpha = - \int c_0 \frac{d\varepsilon}{(\varepsilon + p)} = -y/c_0$$

Então, a segunda condição de contorno obedecida por (II.6) é:

$$\chi = const. = 0$$
 para  $\alpha = -y/c_0$  (II.8.b)

No diagrama espaço-temporal os pontos do fluido com mesmo tempo-próprio  $\tau=\sqrt{t^2-x^2}$  são dados por hipérboles. Pontos do fluido a uma mesma temperatura são ilustrados na Figura 2-a, para três valores de T  $\{T_1 > T_2 > T_3\}$ .

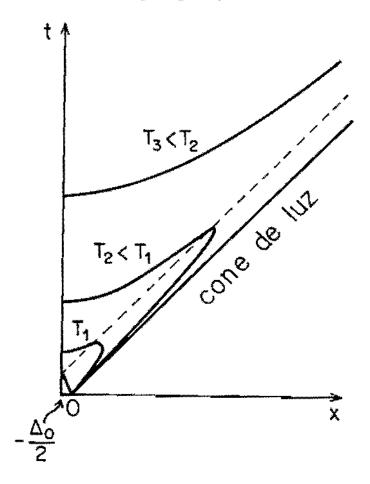
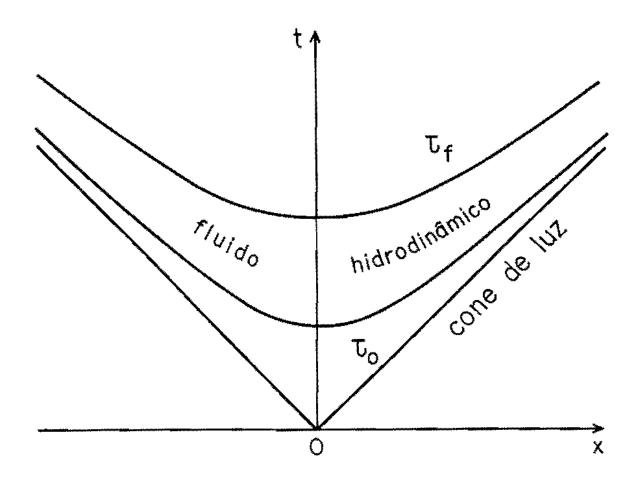


Figura 2-a Isotermas do movimento unidimensional.

Na Figura 2-a, a região correspondente à solução de onda simples fica delimitada aproximadamente pela curva tracejada e pela reta que representa o cone de luz. Fora desta região, as isotermas aproximam-se de hipérboles, à medida que a temperatura diminui.

Na década de 70, surgiram críticas ao Modelo Hidrodinâmico, referentes ao fato de as condições iniciais não serem covariantes, possivelmente conduzindo a violações do Princípio da Incerteza de Heisenberg a energias elevadas  $^{8,9}$ , e ainda apontando dúvidas quanto à hipótese assumida do estabelecimento de equilíbrio térmico global no instante de formação do fluido hidrodinâmico. Estes problemas ainda não foram esclarecidos, podendo talvez vir a sê-lo com o desenvolvimento de teorias de transporte. Todavia, alguns autores  $^{7,9,10}$  os contornam com a hipótese de que o fluido hidrodinâmico se materialize em um tempo-próprio  $\tau_0$ , estimado como sendo  $\tau_0 \sim \frac{1}{\Lambda_{\rm QCD}} \sim 1$  fm , nada podendo ser afirmado sobre o fluido antes desse instante. Com essa nova condição inicial covariante, a situação no diagrama espaço-temporal corresponde à mostrada na Figura 2-b.

O instante T<sub>f</sub> delimita a região do espaço-tempo na qual o sistema é assintótico, ou seja, é constituído de hadrons livres que são então emitidos. Nessa versão alternativa, a expansão ocorre ao longo de um tubo infinito, de tal forma que a descrição do movimento, no referencial próprio de um elemento de flui do, é igual à de qualquer outro referencial obtido aplicando um "boost" ao primeiro. Por essa razão, é chamada de hidrodinâmica de escala. Na realidade, um tal tubo não deve existir. No entanto, a hidrodinâmica de escala é uma boa aproximação para energias suficientemente altas e quando queremos descrever a região central de rapidez (platô central), conforme veremos nos cálculos subsequentes.



Pigura 2-b
Diagrama espaço-temporal na hidrodinâmica de escala.

O problema das condições iniciais é, no entanto, bas tante controverso ainda hoje. Por exemplo, E.V. Shuryak considera que as condições iniciais de Landau são boas, ao menos até energias da ordem do ISR/CERN<sup>11</sup>.

Voltando à solução de Khalatnikov, podemos obter a partir de (II.6) e (II.7), as expressões:

$$t + x = \ell \sqrt{3} e^{\alpha - 2y} \left\{ I_0 \left( \sqrt{y^2 - \alpha^2/3} \right) \left[ 1 + \frac{\alpha}{3y} \right] - e^{2y} \int_{\alpha/\sqrt{3}}^{-y} dy' e^{2y'} I_0 \left( \sqrt{y'^2 - \alpha^2/3} \right) \left[ 1 - \frac{2\alpha}{3y'} + \frac{\alpha}{3y'^2} \right] \right\}$$

$$t - x = \ell \sqrt{3} e^{-\alpha - 2y} \left\{ I_0 \left( \sqrt{y^2 - \alpha^2/3} \right) \left[ 1 - \frac{\alpha}{3y} \right] - e^{2y} \int_{\alpha/\sqrt{3}}^{-y} dy' e^{2y'} I_0 \left( \sqrt{y'^2 - \alpha^2/3} \right) \left[ 1 + \frac{2\alpha}{3y'} - \frac{\alpha}{3y'^2} \right] \right\}$$

As expressões (II.9) podem ser consideravelmente simplificadas quando  $\underline{y}$  e  $\underline{\alpha}$  forem suficientemente grandes, com  $y^2 >> \alpha^2$ . É evidente que tal condição não vale para os estágios iniciais da expansão, onde a temperatura ainda é muito alta e, por tanto,  $\underline{y}$  é pequeno. Na região onde a aproximação é boa, podemos escrever, em lugar de (II.9), as expressões:

$$t + x = \frac{2}{3} \ell \sqrt{3} e^{\alpha - 2Y} I_0 (\sqrt{y^2 - \alpha^2/3})$$

$$t - x = \frac{2}{3} \ell \sqrt{3} e^{-\alpha - 2Y} I_0 (\sqrt{y^2 - \alpha^2/3}) .$$
(II.9')

De (II.9'), podemos obter a solução aproximada para as equações da hidrodinâmica:

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \ln \frac{t+x}{t-x}$$
 (II.10.a)

$$T = T_0 \left(\frac{\tau}{\Delta}\right)^{-C_0^2}$$
;  $\tau = \sqrt{t^2 - x^2}$ ;  $c_0^2 = \frac{1}{3}$  (II.10.b)

sendo  $\underline{t}$  e  $\underline{x}$  as coordenadas temporal e longitudinal de um dado elemento de fluido e  $\Lambda = \sqrt{\frac{1-c_1^2}{\pi}} \frac{\Lambda_0}{2}$ ;  $\underline{\alpha}$  é a rapidez do fluido. A expressão (II.10.a) indica que a velocidade do elemento de fluido é aproximadamente dada por v = x/t. Para obter (II.10.b), consideramos também que  $\ln^2\left(\frac{t+x}{t-x}\right) << \ln^2\left(\frac{t^2-x^2}{\Lambda^2}\right)$  sendo, portanto, uma boa aproximação na região central de rapidez e para grandes valores do tempo-próprio  $\tau$ .

Devemos observar também que a solução aproximada expressa por (II.10) é invariante de escala e que os pontos a uma
mesma temperatura situam-se sobre hipérboles t²-x² = constante.
Assim sendo, a mesma situação é observada em qualquer referencial: elementos de fluido afastando-se da origem com velocidades

proporcionais à distância. Portanto, a solução aproximada coincide com a hidrodinâmica de escala, esta representando boa aproximação da hidrodinâmica de Landau na região central de rapidez e para grandes tempos-próprios.

Nos cálculos subseqüentes (Capítulo IV) supomos que a solução aproximada (II.10) descreve bem a expansão hidrodināmi ca unidimensional do fluido formado em colisões hadrônicas muito energéticas, até que seja atingida a temperatura  $T_{\rm d} \cong m_{\pi}$  (valor compatível com o estimado por cálculos de QCD na rede, conforme mencionado na Introdução). É interessante acrescentar que existem evidências experimentais que situam a temperatura de dissocia ção  $T_{\rm d}$  em torno desse valor (Figura 3).

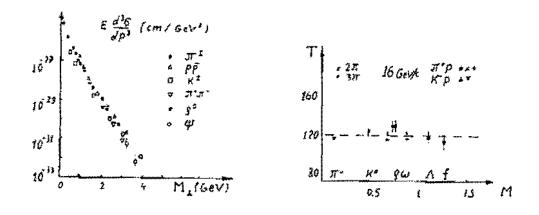


Figura 3

Distribuição de massa transversal para vários secundários. À direita, observamos o valor da inclinação T<sub>d</sub> como função da massa da partícula (ou do conjunto delas). Estes resultados foram extraídos de E.V. Shuryak<sup>1</sup>.

Na Figura 3 são exibidos dados de secção de choque inclusiva  ${\rm Ed^3\sigma/dp^3}$  em função da massa transversal  ${\rm M_{\perp}}=\sqrt{{\rm p_T^2+m^2}}$  das partículas produzidas em colisões hadrônicas . Observamos que o valor  ${\rm T_d}$  é praticamente o mesmo para vários secundários e até para algumas combinações arbitrárias de dois e três pions. Con-

cluímos que a distribuição de massa transversal é compatível com a de um gás de hadrons praticamente à mesma temperatura  $T_d \sim m_\pi$  (~140 MeV).

A partir de considerações estatísticas sobre as partículas que constituem o fluido à temperatura de dissociação, podemos obter também expressões para as densidades de partículas  $n\left(T_d\right)$ , de energia  $\varepsilon\left(T_d\right)$  e de entropia  $s\left(T_d\right)$ . Um resumo a respeito pode ser encontrado no Apéndice A.

Para finalizar, gostaríamos de citar alguns bons resultados obtidos com as hipóteses do Modelo Hidrodinâmico, quando comparados com os dados experimentais:

- multiplicidade carregada de secundários produzidos em colisões pp, em função da energia do proton no sistema de laboratório, para várias experiências de aceleradores e de raios cósmicos 12;
- distribulção de pseudo-rapidez dn/dn × (-n) para momento  $p = 15.4 \text{ GeV (ISR/CERN)}^{12}$  e  $\sqrt{s} = 30.8 \text{ e } 53.4 \text{ GeV}^{13}$ ;
- · razão entre o número médio de kaons  $<N_k^->$  e o de pions  $<N_{\pi}^->$ , ajustando os dados para dois valores de temperatura de dissociação  $(T_d=150\ e\ 160\ MeV)^{13}$ .

O Modelo Hidrodinâmico pode ser alterado de forma a incluir o efeito de partícula dominante 14: supomos que o estado inicial seja formado de uma partícula dominante e de uma bola-de -fogo (Apêndice B). Com esta hipótese, observamos boa concordância com os resultados experimentais, para o que se segue:

- momentos da distribuição de multiplicidade calculados com base na distribuição de Bose-Einstein para  $T=m_{\pi}^{-14}$ ;
- distribuição de pseudo-rapidez d $\sigma/d\eta$  em função da "missing mass" (M)  $^{14,15}$ ,

- . proporcionalidade entre a multiplicidade média e  $\sqrt{M}$   $^{14,15}$ ;
- . correlação entre  ${\rm < p_T^>}$  e a multiplicidade central, levando em conta a expansão transversal do fluido  $^{16}$ .

### III. EFEITO HANBURY BROWN-TWISS

#### HISTÓRICO

Em meados dos anos 50 R. Hanbury Brown e R.Q. Twiss 17 sugeriram um novo método, baseado na correlação entre partículas idênticas, para a determinação de dimensões angulares de fontes de rádio e de estrelas visíveis. O fenômeno, conforme discutido na época por E.M. Purcell 18, é um efeito originado na Mecânica Quântica. Ou seja, no caso de bosons, a correlação reflete o fa to dessas partículas apresentarem a tendência de se aglomerar (es tatística de Bose-Einstein) e no caso de fermions, é conseqüência do Princípio de Exclusão de Pauli embutido na estatística de Fermi-Dirac. Devemos acrescentar que, conforme salientado por E.A. Bartnik e K. Rzążewski 19, a correlação entre, por exemplo, pions idênticos, não segue automaticamente apenas da estatística de Bose-Einstein, mas é uma evidência de que a fonte emissora é incoerente (caótica).

Poucos anos mais tarde, G. Goldhaber e colaboradores 20 apontaram para a manifestação de um efeito análogo em colisões pp a  $\sqrt{s} = 2.1$  GeV, referindo-se à distribuição angular de pares de pions nelas produzidos. Experimentalmente, nítida diferença era observada entre a distribuição angular para pares de pions idênticos e para pares de pions com cargas opostas. Levando em consideração a influência da estatística de Bose-Einstein

no primeiro caso, conseguiram um melhor acordo com os dados experimentais do que o previsto pela estatística clássica. O efeito tornou-se posteriormente conhecido como GGLP.

Na década de 70 Grishin, Kopylov e Podgoretskii introduziram o fenômeno de correlação entre partículas idênticas no estudo de reações nas quais eram formados estados intermediários instáveis (núcleos excitados ou ressonâncias de partículas elementares). Sugeriram que um efeito análogo ao HB-T permitiria a determinação de larguras de estados ressonantes 21, de diferenças entre vidas médias de ressonâncias 22, de tempos de vida e forma de núcleos altamente excitados 23. Em seguida, E.V. Shuryak 24, suge rindo que a estrutura espaço-temporal de fontes emissoras de partículas poderia ser estimada por experiências de correlação, de senvolveu um formalismo mais geral para o estudo do fenômeno. Pou co depois, G.I. Kopylov 25 e G. Cocconi 26 introduziram medidas de correlação no estudo das dimensões espaço-temporais das regiões de produção múltipla em colisões hadron-hadron.

Desde o início da década de 80, inúmeras experiências de correlação vêm sendo realizadas com o objetivo de estimar as dimensões das regiões emissoras de partículas, em diversas colisões. A título de ilustração, citaremos alguns exemplos. Correlação entre fermions idênticos foi observada em interações proton-neon<sup>27</sup>, analisando o efeito para protons secundários. Na literatura, entretanto, são mais abundantes dados e análises de correlação entre pions, como por exemplo, os produzidos em reações π p, π n, π c <sup>28</sup>, nas interações αα, pp e pp <sup>29,30</sup> ou em colisões de <sup>2</sup>H, He, C em Ta ou de C em C e Ta <sup>31</sup>. Ainda envolvendo correlação entre pions idênticos carregados, encontra mos também dados obtidos no espalhamento inelâstico profundo μp <sup>32</sup> e em aniquilação e e <sup>4</sup> e <sup>33,34</sup>. Além disso, são também conhecidos alguns dados de correlação entre kaons, obtidos nas interações

 $\alpha\alpha$ , pp e pp  $^{-35}$  em em e  $^+e^{-34}$ . A análise dos dados é, em cada ca so mencionado, dependente do modelo adotado para a região produtora de partículas secundárias.

Os exemplos supra citados ilustram em parte o interesse e importância atribuídos ao assunto. São também aguardados com grande expectativa os dados de colisões pp a  $\sqrt{s} = 1.6$  TeV, em andamento no FERMILAB, e as experiências entre ions pesados a altas energias que começam a entrar em operação no SPS-CERN (energia por nucleon ~ 225 GeV/A) e no AGS-BNL (~15 GeV/A). Nessas experiências, além do efeito HB-T, outros sinais de formação de plasma de quarks e gluons serão investigados.

#### ILUSTRAÇÃO E DISCUSSÃO DO EFEITO HE-T

O efeito é mais facilmente compreendido quando consideramos apenas duas fontes emissoras de quanta pontuais, conforme a Figura 4:

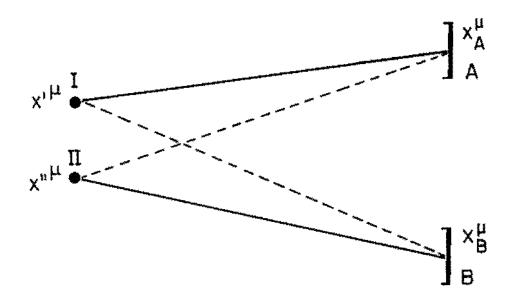


Figura 4

Representação esquemática da detecção simultânea de duas partículas.

A proposta é observar simultaneamente em dois detectores separados,  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$ , dois quanta emitidos pelas fontes I e II. Vamos supor que essas fontes emitam quanta (pions de mesmo sinal) independentemente, nos instantes  $\underline{t}'$  e  $\underline{t}''$ , de tal forma que suas coordenadas espaço-temporais sejam  $x'^{\mu}=(t',\bar{r}')$  e  $x'^{\mu}=(t'',\bar{r}'')$ ;  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$ , fixos, encontram-se nas posições  $x_A^{\mu}$  e  $x_B^{\mu}$  e são ajustados para detectar partículas em coincidência. Se  $\underline{A}$  detecta um pion com quadrimomento  $p_1^{\mu}=(E_1,\bar{p}_1)$  e  $\underline{B}$ , um outro com  $p_2^{\mu}=(E_2,\bar{p}_2)$ , como eles são idênticos, há duas possibilidades  $p_2^{\mu}$  ra sua detecção. A amplitude para o processo será:

Ampl. oc e 
$$ip_{1\mu}(x_A^{\mu}-x^{,\mu})$$
  $ip_{2\nu}(x_B^{\nu}-x^{,\nu})$   $ip_{1\mu}(x_A^{\mu}-x^{,\mu})$   $ip_{2\nu}(x_B^{\nu}-x^{,\nu})$  (III.1)

E a probabilidade de detecção simultânea será:

$$W(p_1, p_2) = |Ampl.|^2 \text{ oc } 2 \left\{ 1 + \cos (\Delta p_{\mu} \Delta x^{\mu}) \right\}$$
 (III.2)

onde

$$\Delta p^{\mu} = (\Delta E, \Delta \vec{p}) \equiv (E_1 - E_2, \vec{p}_1 - \vec{p}_2)$$

$$\Delta x^{\mu} = (\Delta t, \Delta \vec{r}) \equiv (t' - t'', \vec{r}' - \vec{r}'')$$
(III.3)

Usualmente, definimos a taxa de correlação ou coeficiente de coincidência por:

$$C(p_1, p_2) = \frac{W(p_1, p_2)}{W(p_1)W(p_2)}$$
 (III.4)

onde  $W(p_i)$  é a probabilidade de detecção de uma partícula isolada.

Então, no caso de (III.2), teremos:

$$C(p_1, p_2) = 1 + \cos(\Delta p_u \Delta x^{\mu})$$
 (III.4')

Conforme comentamos anteriormente, o efeito HB-T não segue unicamente da estatística quântica apropriada, mas também reflete o fato da fonte emissora ser caótica (ao menos parcialmente). No caso de completa incoerência das fontes, C(p1,p2) adquire o valor máximo 2 para  $\Delta E = 0$  e  $\Delta \vec{p} = 0$ , em se tratando de bosons, e o valor zero, quando fermions estão em correlação. to está de acordo com o fato de a probabilidade de detecção simultânea de duas partículas no mesmo estado quântico crescer, quando são bosons e se anular, quando são fermions (Princípio de Exclusão). A maneira usual de levar em conta a incoerência é intro duzir a hipótese de que as fases de emissão variem aleatoriamente, de evento para evento e de emissor para emissor. No caso de fontes totalmente coerentes, ou seja, se emitem quanta com fases bem definidas, obtemos  $C(p_1, p_2) = 1$ , quaisquer que sejam os valores de AE e Ap, independentemente do tipo de partículas idên ticas consideradas. Uma boa revisão e discussão a respeito pode ser encontrada na Referência 36. Podemos, porém, ilustrar o efei to considerando apenas duas fontes pontuais coerentes. Nesse ca so, a amplitude de detecção de uma partícula com quadrimomento  $p_1^{\mu}$  , em  $x_A^{\mu}$  , a qual pode ser emitida da fonte com coordenadas  ${x^{\dagger}}^{\mu}$ ou x" , será:

$$A(1) = f_{a} e^{i p_{1}^{\mu} (x_{A_{\mu}} - x_{\mu}^{*})} + f_{b} e^{i p_{1}^{\mu} (x_{A_{\mu}} - x_{\mu}^{*})}$$

onde  $\frac{f_1}{i}$  ē um fator que engloba a amplitude e a fase de emissão; agora, como se trata de emissão coerente, as fases são bem definidas.

A amplitude de detecção conjunta de dois quanta, um  $\text{com quadrimomento} \ \ p_1^\mu \ , \ \text{em} \ \ x_A^\mu \ , \ \text{e outro com} \ \ p_2^\mu \ , \ \text{em} \ \ x_B^\mu \ , \ \text{serã} \ ;$ 

$$A(1,2) = \begin{bmatrix} f_{a} & i p_{1}^{\mu} (x_{A_{\mu}} - x_{\mu}^{i}) & i p_{1}^{\mu} (x_{A_{\mu}} - x_{\mu}^{n}) \\ \\ x & f_{a}^{i} & e^{i p_{2}^{\mu} (x_{B_{\mu}} - x_{\mu}^{i})} + f_{b}^{i} & e^{i p_{2}^{\mu} (x_{B_{\mu}} - x_{\mu}^{n})} \end{bmatrix}.$$

Então, no caso de duas fontes coerentes, a probabilidade de detecção conjunta será:

$$W(1,2) = |A(1,2)|^2 = |A(1)|^2 |A(2)|^2$$

Como a probabilidade conjunta W(1,2) coincide com o produto das probabilidades de detecção isolada W(1)W(2) obtemos, através de (III.4), que  $C(p_1,p_2)\equiv 1$  no caso de emissão coerente.

Para tornar o modelo de duas fontes pontuais que con duz à expressão (III.4') mais adequado a situações de interesse, vamos considerar que as emissões, além de independentes, sejam a leatórias e que ocorram durante um intervalo  $\delta t$ . Nesse caso, o cálculo de  $C(p_1,p_2)$  envolve integração em t' e t'' e médias sobre as fases de emissão ao acaso. Por simplicidade, representaremos esse procedimento por uma média, como se segue:

$$C(p_1, p_2) = 1 + \langle \cos(\Delta p^{\mu} \Delta x_{\mu}) \rangle . \qquad (III.5)$$

Essa expressão permite que, medindo a taxa de coincidência em função de  $\Delta \vec{p}$  (com  $\Delta E=0$ ), conheçamos a distância e orientação relativa das fontes.

Quando consideramos fontes emissoras extensas, com distribuição estática  $F(x^{\mu})$ , o coeficiente de correlação serã:

$$C(p_1, p_2) = 1 + |G(F(x^{\mu}))|^2$$
 (III.6)

onde  $G(F(x^{'}))$  é a transformada de Fourier da distribuição de fontes. Se as distribuições espacial e temporal forem independentes e se, por exemplo, assumirmos que os emissores têm mesmo tempo de vida, a taxa de coincidência será:

$$C(p_1, p_2) = 1 + |G_1(F_1(\vec{r}))|^2 |G_2(F_2(t))|^2$$
 (III.7)

Supondo que as fontes emissoras sejam "acionadas" si multaneamente, com vida média t, e que sejam distribuídas unifor memente sobre a superfície de uma esfera de raio R, obtemos (parametrização tipo Kopylov-Podgoretskii-Cocconi):

$$C(p_1, p_2) = 1 + \left[\frac{2J_1(q_T R)}{q_T R}\right]^2 \times \frac{1}{1 + (q_0 \tau)^2}$$
 (III.8)

onde  $q_0 = E_1 - E_2$ ; as componentes  $\vec{q}_T = \vec{q}_L$  (variáveis de Kopylov) da diferença de momentos, respectivamente, na direção de  $\vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$  e transversal a ela, são melhor compreendidas com o auxílio da Figura 5.

Um outro modelo usualmente empregado, faz a hipótese de uma distribuição espaço-temporal gaussiana para a fonte. Nesse caso, obtemos (parametrização tipo GGLP):

$$C(p_1, p_2) = 1 + e^{-R^2 \vec{q}^2} e^{R^2 q_0^2}$$
 (III.9)

onde  $q^2 = (p_1^{\mu} - p_2^{\mu})^2$ ; r = 0.197R fm (para R em GeV<sup>-1</sup>) é o raio

quadrático médio do volume espaço-temporal no qual os pions são produzidos.

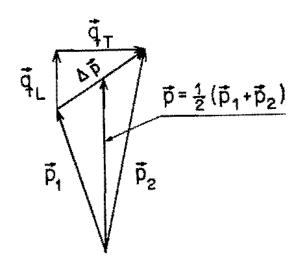


Figura 5 Componentes da diferença de momentos  $\Delta \vec{p}$ : paralela a  $\vec{p}$  ( $\vec{q}_L$ ) e perpendicular a esta direção ( $\vec{q}_{\pi}$ ).

As expressões (III.8) e (III.9) permitem a obtenção de estimativas das dimensões espaço-temporais das fontes. No caso de (III.8), escolhendo eventos com  $\Delta E = 0$  e medindo a correlação entre bosons identicos em função de  $\vec{q}_T$ , com  $\vec{p} = \frac{1}{2} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$  em dada direção, podemos obter R em um plano perpendicular à direção de  $\vec{p}$ . Variando esta última,  $\tilde{e}$  possível determinar a dimensão do volume de emissão. Em princípio,  $\tau$  pode também ser de terminado escolhendo eventos em que os bosons identicos tenham a mesma direção e aproximadamente o mesmo momento (portanto,  $\vec{q}_T \approx 0$ ). Assim,  $C(p_1,p_2)$  pode ser medida em função de  $q_0$ , para vários valores da diferença de energias, de onde informação sobre  $\tau$  pode ser extraída. No caso de (III.9) o procedimento é semelhante mas, como  $q^2 \equiv q_0^2 - \vec{q}^2 = (p_1^\mu - p_2^\mu)^2 < 0$ , a região  $q_0^2 \geq \vec{q}^2$  é cinematicamente proibida e, nesse caso, a dependência em  $q_0$  não pode ser obtida medindo  $C(p_1,p_2)$  para pequenos  $\vec{q}$ .

As expressões (III.8) e (III.9) são obtidas com a hi pótese de fontes completamente caóticas. Usualmente, no entanto, os ajustes de dados experimentais são feitos com a introdução de um parâmetro \(\lambda < 1\) no segundo termo daquelas expressões, o que torna o valor máximo de C(p1,p2) < 2. A introdução desse fator é geralmente justificada por duas razões. A primeira delas refere-se à influência de limitações experimentais (identificação equivocada de traços ou associações erradas destes com o vértice principal<sup>32</sup>). A segunda explica  $\lambda < 1$  como conseqüên cia de coerência parcial da fonte<sup>38</sup>. W. Hofmann<sup>37</sup>, no entanto, sugere que a compatibilidade dos dados experimentais com  $\lambda < 1$  po de ter uma explicação mais simples, particularmente no caso de colisões e e . O fato é que, nas análises de correlação entre bosons produzidos nessas colisões, o valor de \lambda é usualmente me dido a partir de uma extrapolação, para  $Q^2 = 0$ , dos dados obtidos para Q² finito, com base na expressão (III.9). Mas, tal ex trapolação é sensível às hipóteses sobre a dependência em Q2, sen do a forma gaussiana em geral adotada por conveniência. Se forem usadas formas mais pronunciadas  $^{36,39}$  para  $Q^2 \rightarrow 0$ , os ajustes re sultam em bom acordo com os dados na região medida (Q > 50 MeV) e em  $C(p_1,p_2) = 2$  para  $Q^2 + 0$  (ver Figura 6 da Referência 37).

Uma outra possível contribuição que pode se traduzir experimentalmente em  $\lambda < 1$ , tem origem na produção de pions após o decaimento de ressonâncias de longa vida, como  $\omega$ ,  $\eta$  e  $\eta'$ . Para os pions emitidos no decaimento destas, o tamanho efetivo da fonte  $^{37}$  é da ordem de  $1/\Gamma_{\rm ress}$  > 20 fm. Como conseqüência, a contribuição desses pions à correlação seria sensível para Q<10 MeV, região esta não coberta pelos dados, conduzindo a um valor subestimado para  $\lambda$ . Em outras palavras, a inclusão de ressonâncias de longa vida equivale a considerar emissão de uma região maior, ao longo da direção medida. Conforme veremos no capítulo seguin

te, dimensão maior resulta em curva de correlação mais estreita. Dessa forma, a contribuição à correlação é mais efetiva para pequenos valores de  $Q^2$ , tornando as curvas de  $C(p_1,p_2)$  mais altas nessa região que a extrapolação usualmente feita. É interes sante notar que o grupo CLEO $^{33}$  procurou corrigir os efeitos de ressonância nos dados e obteve valor de  $\lambda$  compatível com a unidade, após a correção.

Tudo isto sugere que a explicação de  $\lambda < 1$  como sen do conseqüência de coerência parcial da fonte emissora pode ser precipitada. No próximo capítulo, veremos ainda que há a possibilidade do valor máximo de  $C(p_1,p_2)$  ser menor que dois, mesmo no caso de fontes completamente caóticas.

# IV. CORRELAÇÃO ENTRE BOSONS IDÊNTICOS PRODUZIDOS EM COLISÕES HADRÔNICAS A ALTAS ENERGIAS

#### HIPÓTESES E OBJETIVOS

No ajuste dos dados experimentais sobre correlação en tre bosons idênticos, usualmente são empregados modelos de fonte extensa e estática, como os que conduzem às expressões (III.8) e (III.9) do capítulo precedente. No caso de produção múltipla em colisões hadrônicas a altas energias, porém, a escolha de fonte estática não nos parece adequada (ver também Referências 37, 39, 40 e 41). Isto porque, nesse caso, dada a grande multiplicidade média de partículas produzidas e a pequena dimensão da região de interação, parece-nos mais correto considerar que haja expansão da fonte antes que emerjam os hadrons finais. Isto sugere que modelos que consideram fontes em expansão no câlculo de C(p<sub>1</sub>,p<sub>2</sub>) sejam mais realistas.

O presente trabalho tem por objetivo estudar a correlação de Bose-Einstein entre pares de bosons produzidos em colisões hadrônicas a altas energias, com a hipótese de que seja formado um plasma de quarks e gluons inicialmente. Consideramos, en tão, que este sofra expansão (aqui descrita pelas equações do Modelo Hidrodinâmico de Landau), durante a qual a temperatura do plasma vai progressivamente baixando até atingir uma temperatura crítica, da ordem de massa de pion  $T_{\rm C} \approx m_{\pi}$ . Nesse ponto, tem iní

cio uma transição de fase de plasma (quarks e gluons) para hadrons, os quais são então emitidos e posteriormente detectados em correlação. Conforme comentamos no Capítulo I, o valor  $T_C \sim m_\pi$  para a temperatura crítica é compatível com os resultados de QCD na rede.

Antes do plasma atingir a temperatura crítica, ainda durante sua expansão, pode ocorrer evaporação de partículas. Mas, a estatística de ocorrência do fenômeno deve ser pequena quando comparada com a de emissão de partículas à temperatura de dissociação ( $T_{\vec{d}} = T_{\vec{c}} \approx m_{\pi}$ ). Como esta contribuição à análise de correlação deve ser predominante, o efeito de evaporação de hadrons não é considerado em nossos cálculos.

O modelo original de Landau assume que as partículas finais apareçam quando a temperatura local do fluido atinja a tem peratura de dissociação  $T = T_d = m_{\pi}$ , a qual define uma superfície de emissão. No nosso caso, isto equivale a considerar que o plas ma sofra hadronização instantânea, uma vez atingida  $T_c$ . No tra balho descrito mais adiante adotaremos inicialmente esta hipótese, com a finalidade de facilitar os cálculos envolvidos, embora saíbamos que seja pouco realista. Isto porque, devido ao de o fator estatistico ser grande para o plasma q-g, a densidade de energia  $\epsilon_{\mathrm{p}L}(\mathrm{T_c})$  é ainda muito alta para assumír que os pions sejam emitidos de uma tal superfície. Pensamos ser mais ra zoável considerar que, atingida T<sub>c</sub>, o fluido ainda se expanda a té alcançar o valor de densidade de energia (E, (T,)) característico para gás de hadrons. Posteriormente, quando formos analisar a compatibilidade de nossas previsões com os dados experimen tais, incorporaremos estas considerações. Iremos supor, então, que a transição de fase tenha duração finita, com o fluido expan dindo-se inercialmente (pressão constante) a entropia constante (M. Gyulassy e T. Matsui $^{42}$  mostraram que pode existir trajetória

isentrópica durante a transição de fase de plasma para hadrons, na ausência de efeitos viscosos. O acréscimo desse intervalo tor na as curvas de correlação mais estreitas. Contudo, a hipótese de emissão da superfície à temperatura  $\mathbf{T}_{\mathbf{C}} = \mathbf{m}_{\pi}$  (hadronização instantânea) não invalida a análise do comportamento qualitativo de  $\mathbf{C}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)$  em termos de algumas variáveis como, por exemplo, no momento transversal médio  $(\mathbf{p}_{\mathbf{T}})$  ou na massa (M) do estado inicial de plasma. Com relação a esta última, devemos salientar que é um parâmetro dependênte de evento, pois a massa da bola-de-fogo não é fixa. Embora esta hipótese não seja necessária no cálculo da correlação, torna-se essencial na comparação com os dados experimentais.

Devemos acrescentar, porém, que a consideração de fontes em movimento, especialmente quando as velocidades dos pontos da fonte são variáveis, como é o caso em que há expansão, torna muito mais complexa a análise da correlação entre bosons identicos. Em particular, a correspondência simples entre a largura das curvas de correlação e as dimensões das regiões emissoras dei xa de valer, devido à interferência de efeitos cinemáticos introduzidos pela própria expansão. A seguir, vamos discutir alguns desses efeitos, fazendo uso de um modelo mais simples de duas fontes pontuais.

#### O EFEITO HB-T PARA FONTES EM EXPANSÃO

Suponhamos que I e II sejam duas fontes pontuais independentes que se afastam uma da outra ao longo do eixo x, ten do coordenadas espaço-temporais dadas, respectivamente, por:

$$x^{\mu} = (t', 0, 0, 0)$$
 ;  $x^{\mu} = (t'', x'', 0, 0)$  . (IV.1)

Suponhamos também que a fonte II seja acelerada, afas tando-se da primeira com uma quadrivelocidade  $u^{\mu}=(u^0,u^1,0,0)$  crescente e que cada uma delas tenha uma vida média  $\delta t$ . Se qui sermos medir a distância (longitudinal) entre as duas fontes, o mais conveniente é colocar os dois detectores A e B a aproximada mente  $90^{\circ}$  da direção (eixo x) que une as fontes. De acordo com a Figura 6, isto significa que  $p \pm 0x$ . Então, supondo  $\Delta E = 0$  devemos medir  $C(p_1,p_2)$  como função de  $\Delta p^2/\!/0x$ .

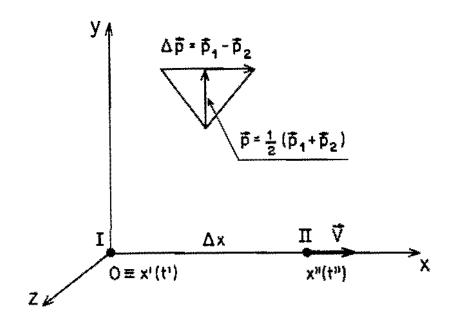


Figura 6

Representação esquemática de duas fontes pontuais com movimento relativo ao longo do eixo x.

Como a fonte II se move em relação à fonte I e emite durante ót, as coordenadas longitudinais desses pontos de emissão (x") são variáveis, distanciando-se cada vez mais da fonte I. Por outro lado, se considerarmos que a distribuição espectral se ja isotrópica no sistema próprio da fonte em movimento, quando vista no sistema de laboratório, esta estará cada vez mais concentra da na direção frontal, à medida que u¹ aumenta. Então, quanto maior for a velocidade u, menor será a probabilidade de que a

partícula seja emitida da fonte II a grandes ângulos. Assim sendo, a possibilidade de haver detecção simultânea com partículas emitidas de I vai progressivamente diminuindo. Em outras palavras, devido à aceleração, à medida que a fonte II se afasta mais da fonte I, ela contribui efetivamente menos para a correlação (esse efeito é também discutido nas Referências 36, 37, 39 e 43), ou seja, quanto maior for u, menor será a contribuição à média, como a da expressão (III.5) do Capítulo III. A distância Δx = x" que os dados de correlação revelarão será, então, aquela correspondente a uma velocidade típica u<sub>0</sub>, obtida com o espectro da fonte como função peso. Como ilustração, vamos supor que a distribuição espectral invariante seja dada por:

$$E \frac{dn}{dp} \propto u_{\mu} p^{\mu} \exp \left[ -\frac{u_{\mu} p^{\mu}}{T} \right] = u_{0} E \exp \left[ -\frac{u_{0} E}{T} \right]. \quad (IV.2)$$

Ao escrever o lado direito de (IV.2), estamos assumin do partículas emitidas a grandes āngulos, ou seja, cujas componentes longitudinais de momento sejam muito pequenas e tais que  $p_L = \frac{1}{2} \; (p_{1L} + p_{2L}) \; \cong \; 0 \; .$ 

Então, as particulas emitidas por II que contribuem efetivamente, são aquelas emitidas quando a velocidade da fonte for menor que a velocidade média calculada tendo (IV.2) por peso, ou seja:

$$\langle u_0 \rangle = \frac{E \int_0^1 u_0 \left\{ u_0 \exp \left[ -\frac{u_0 E}{T} \right] \right\} du_0}{E \int_0^1 \left\{ u_0 \exp \left[ -\frac{u_0 E}{T} \right] \right\} du_0} = \frac{1 + \frac{2T}{E} + 2\left(\frac{T}{E}\right)^2}{1 + \left(\frac{T}{E}\right)}$$
(IV.3)

Se assumirmos  $T = m_{\pi}$  e  $\langle p_{T} \rangle = 0.35$  GeV, (IV.3) re~

sulta em uma diferença de rapidez  $\Delta\alpha\approx0.94$ , a qual é compatível com a considerada na Referência 39. Contudo, as expressões (IV.2) e (IV.3) mostram ainda o seguinte: se os contadores forem calibra dos de forma a detectar partículas com grandes momentos, então, conforme estes aumentam  $\langle u_1 \rangle$  diminui, tendendo progressivamente para o valor 1, o que implica em  $\Delta\alpha \neq 0$ . Isto significa que, se a fonte II for acelerada (como acontece em uma expansão), a cur va  $C(p_1,p_2)$  em função da diferença de momentos torna-se mais larga (e, portanto, a distância efetiva de separação entre as fon tes diminui) quando  $p_T$  aumenta. Este efeito já foi observado com base em dados experimentais de correlação entre  $\pi^-\pi^-$ , obtidos a partir de colisões  $\pi^-C$  (ver a primeira das Referências 28).

Atē agora, analisamos uma situação muito particular, mesmo para duas fontes, poís, as "distâncias transversais" descritas por (IV.1) são identicamente nulas. No caso mais geral, ainda com a fonte II movendo-se na direção do eixo x, x" pode ter componentes y" e z" diferentes de zero. Nessas condi ções, podemos querer estimar as distâncias transversais à direção do movimento relativo das fontes. Então, a maneira mais sim ples de estimar Az, por exemplo, é colocar os detectores aproxí madamente paralelos ao eixo y  $(\vec{p}//0y)$  e medir  $C(p_1,p_2)$  como fun ção de  $\Delta p_{\tau}$  (com  $\Delta E = 0$ ,  $\Delta p_{\tau} = \Delta p_{\tau} = 0$ ). No caso de  $\Delta y$ , basta girar os detectores de  $\pi/2$  e repetir o mesmo procedimento em função de  $\Delta p_{_{\rm U}}$ , agora com  $\vec{p}/\!\!/0z$ . Com relação à determinação, por exemplo de Ay, podemos considerar uma outra configuração dos detectores, na qual eles são colocados ao longo do eixo y, e analisar medidas de  $C(p_1, p_2)$  como função de  $\Delta p_{V}$ . Entretanto, caso a emissão das partículas não seja simultânea, ou seja, se  $\Delta t = t' - t'' \neq 0$ , teremos:

$$\Delta p^{\mu} \Delta x_{\mu} = \Delta E \Delta t - \Delta p_{y} \Delta y = \Delta p_{y} \left[ \frac{\Delta E}{\Delta p_{y}} - \Delta y \right] \xrightarrow{\Delta y + 0} \Delta p_{y} \left[ \frac{\Delta E}{\Delta p_{y}} \Delta t \right]$$
(IV. 4)

e,  $(\Delta E/\Delta p_y)$  = v = constante para  $p_T$  constante. No caso particular das duas fontes pontuais colineares, cuja disposição espaço-temporal é dada em (IV.1), é evidente que  $\Delta y \equiv 0$ . No entanto, através de (IV.4), vemos que tudo se passa como se  $\Delta y$  fosse dado por  $\Delta y = -\left(\frac{\Delta E}{\Delta p_y}\right)\Delta t = -v\Delta t$ . Ou seja, quando a segunda fonte emite, o quantum emitido pela primeira já terá percorrido uma distância  $v\Delta t$ , de tal forma que o ponto (t",0, $v\Delta t$ ,0) se comporta como uma fonte emitindo simultaneamente com a segunda. Esse efeito, é claro, nada tem a ver com o movimento relativo das fontes, sendo apenas uma conseqüência da diferença nos tempos de emissão. No entanto, esta última tem grande importância no caso de fontes em expansão, conforme será ilustrado mais adiam te.

Há ainda um outro efeito observado nos nossos resultados e que antecipadamente discutimos aqui em termos mais simples. Ao estudar medidas de correlação em função de uma das com ponentes de  $\Delta \vec{p}$ , consideramos até agora que as demais fossem nu-No entanto, uma tal situação é bastante improvável, se con siderada em termos da obtenção dos dados experimentais. Uma situação um pouco mais geral é aquela em que a componente de Ap pa ralela a  $\vec{p}$  (por exemplo  $\Delta p_v$ )  $\vec{e}$  diferente de zero. Nessas condições, ao analisar a correlação como função de uma das componen tes ortogonais a  $\vec{p}$ , digamos  $\Delta p_x$ , verificamos que  $C(p_1, p_2)$  < 2 na origem ( $\Delta p_x = 0$ ) e que, além disso, o ponto de máximo não esta rã mais localizado em  $\Delta p_x = 0$ . Mais explicitamente, a situação considerada corresponde a uma disposição dos detectores na qual  $\vec{p}/\!/0y$  e  $\Delta \vec{p} = (\Delta p_x, \Delta p_y, 0)$ , com  $\Delta p_y > 0$  constante. Então, vo<u>l</u> tando ao modelo de duas fontes pontuais colineares de (IV.1),  $\Delta y = \Delta z = 0$  e  $\Delta p^{\mu} \Delta x_{\mu} = \Delta E \Delta t - \Delta p_{x} \Delta x$ . Quando  $\Delta p_{x} = 0$  então  $\Delta p^{\mu} \Delta x_{\mu} > 0$  e portanto  $C(p_1, p_2) < 2$ , de acordo com (III.5). Nes se caso, o máximo de C(p1,p2) estará deslocado, situando-se em Δp<sub>x</sub> = ΔΕΔt/Δx > 0. Dessa forma concluímos que o valor da função de correlação, em função da diferença de momentos em dada direção, pode ser menor que dois quando esta variável se anula, sem que seja necessário recorrer à hipótese de coerência parcial da fonte discutida no Capítulo III. Mais adiante teremos oportunidade de observar esse efeito como decorrência de nossos cálculos, onde consideramos fontes totalmente caóticas.

## CÁLCULOS DO EFEITO HB-T BASEADOS NO MODELO HIDRODINÂMICO

Conforme mencionamos no Capítulo III, E.V. Shuryak 
desenvolveu um formalismo geral, independente de modelo, para o 
tratamento da correlação entre partículas identicas. Nesse contexto, a probabilidade de detecção simultânea de dois bosons com 
quadrimomentos  $p_1^{\mu}$  e  $p_2^{\mu}$ , é dada pela expressão:

$$W(p_{1},p_{2}) = \langle \left| \sum_{i < j} \int \int d^{4}x_{1}d^{4}x_{2} \left[ e^{ip_{1}x_{1} + ip_{2}x_{2}} + e^{ip_{1}x_{2} + ip_{2}x_{1}} \right] J_{i}(x_{1}) J_{j}(x_{2}) \right|^{2} \rangle =$$

$$= \tilde{I}(0,p_{1})\tilde{I}(0,p_{2}) + \left| \tilde{I} \left[ p_{1} - p_{2}, \frac{1}{2} (p_{1} + p_{2}) \right] \right|^{2} \qquad (IV.5.a)$$

sendo  $J_i(x)$  a amplitude do campo emitido pela fonte <u>i</u> no ponto espaço-temporal  $x^\mu$ ; <> indica média sobre as fases aleatórias. As amplitudes <u>l</u> são transformadas de Fourier de produtos de  $J_i(x)$  com médias sobre fases aleatórias (as fontes são consideradas independentes e completamente caóticas), ou seja:

$$\vec{I}(\Delta p, p) = \iint d^*x d^*\Delta x \ e^{ix\Delta p + i\Delta x p} \sum_{i} I_{i}(x, \Delta x) \qquad (IV.5.b)$$

onde

$$\delta_{\dot{1}\dot{1}}I_{\dot{1}}(x,\Delta x) = \langle J_{\dot{1}}(x + \frac{\Delta x}{2}) J_{\dot{1}}^{\dot{x}}(x - \frac{\Delta x}{2}) \rangle \qquad (IV.5.c)$$

A amplitude

$$\bar{I}(0,p_{i}) = \langle | \sum_{j}^{n} \int d^{n}x e^{ip_{i}x} J_{j}(x) |^{2} \rangle = W(p_{i})$$
 (IV.5.d)

está ligada à distribuição de uma partícula, ou seja, à intensidade espectral da fonte.

Em termos da definição dada pela relação (III.4) do Capítulo III, o coeficiente de correlação  $C(p_1,p_2)$  é agora escrito como:

$$C(p_1, p_2) = 1 + \frac{|\tilde{I}(\Delta p, p)|^2}{\tilde{I}(0, p_1)\tilde{I}(0, p_2)}$$
 (IV.6)

A fonte por nós utilizada é aquela cuja expansão seque o Modelo Hidrodinâmico de Landau discutido no Capítulo II. Na expectativa de que os resultados finais não sejam muito sensíveis aos detalhes do modelo de expansão, consideramos desprezíveis os efeitos da expansão transversal e usamos a forma assintótica da solução de Khalatnikov expressa em (III.10) a qual, conforme observação feita no Capítulo II, é invariante por escala.

Como agora a fonte é contínua, o formalismo de Shuryak deve ser adaptado: os índices de fonte  $\underline{i}$  nas expressões (IV.5) passam a ser coordenadas espaço-temporais  $\mathbf{x}^{,\mu}$  e os somatórios sobre tais índices convertem-se em integrais em  $\mathbf{x}^{,\mu}$ .

Conforme comentamos anteriormente, de início vamos su por emissão de partículas da superfície  $T=T_{\rm c}\cong m_{\pi}$ , cada ponto da qual é considerado uma fonte caótica independente, tendo espectro de momento, no sistema de repouso da bola-de-fogo de mas-

sa M, dado por (adotamos unidades tais que  $\hbar = c = k = 1$ , sendo  $\underline{h}$  a constante de Planck,  $\underline{c}$  a velocidade da luz e  $\underline{k}$  a constante de Boltzmann):

$$f(p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \times \frac{u_{\mu} p^{\mu}/E}{\exp[u_{\mu} p^{\mu}/T_c] - 1}$$
 (IV.7.a)

e, sendo  $\alpha$  a rapidez do fluido nesse sistema, sua quadrivelocidade  $u^\mu$  e o quadrimomento  $p^\mu$  da partícula emitida são escritos na forma:

$$u^{\mu} = (\cosh \alpha, \sinh \alpha, 0, 0)$$
;  $p^{\mu} = (E, p_x, p_y, p_z)$ . (IV.7.b)

Com base em (IV.7.a) podemos escrever a amplitude do campo emitido pela fonte caótica (com fase aleatória  $\theta(x^{\mu})$ ) situada em  $x^{\mu}$ , no ponto de observação com coordenada espaço-temporal  $x^{\mu}$ , como:

$$J(x^{\mu}, x^{, \mu}) = \int d^3p \sqrt{f(p)} e^{i\theta(x^{, \mu})} \exp \left[-ip_{\mu}(x^{\mu}-x^{, \mu})\right].$$
(IV.8)

Uma vez conhecida a amplitude, podemos determinar a relação equivalente a (IV.5.c). Para isso, devemos calcular a média sobre as fases aleatórias do produto de amplitudes  $J(x^{\mu} + \Delta x^{\mu}/2; x^{\mu}) \cdot J^{*}(x^{\mu} - \Delta x^{\mu}/2; x^{n\mu}) , \ da seguinte forma:$ 

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} d\theta (x^{,\mu}) e^{i\theta (x^{,\mu})}$$

$$\times \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} d\theta (x^{,\mu}) e^{-i\theta (x^{,\mu})} \int_{0}^{2\pi} d^{3}p^{,\mu} \sqrt{f(p^{,\mu})} \times$$

$$\times \sqrt{f(p'')} \exp \left[-ip_{\mu}^{*}(x^{\mu} + \frac{\Delta x^{\mu}}{2} - x^{*\mu}) + ip_{\mu}^{*}(x^{\mu} - \frac{\Delta x^{\mu}}{2} - x^{*\mu})\right]$$
 (IV.9.a)

O cálculo da média sobre as fases conduz a:

$$\frac{1}{(2\pi)^{2}} \int_{0}^{2\pi} d\theta (x^{\mu}) \int_{0}^{2\pi} d\theta (x^{\mu}) e^{i [\theta (x^{\mu}) - \theta (x^{\mu})]} =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{2}} \times (2\pi)^{2} \delta (x^{\mu} - x^{\mu}) . \qquad (IV.9.b)$$

O lado direito de (IV.9.b) reflete o fato de o resultado ser nulo se  $x'^{\mu} \neq x''^{\mu}$ , e diferente de zero no caso contr<u>a</u>rio. Isto est<u>a</u> de acordo com a hipótese de fontes independentes e ca<u>o</u>ticas emitirem com mesma fase apenas quando t<u>e</u> as mesmas coordenadas espaço-temporais.

Com o auxílio de (IV.9.a) e (IV.9.b) podemos determinar o análogo para fontes contínuas da expressão (IV.5.b):

$$\begin{split} \tilde{\mathbf{I}}\left(\Delta \mathbf{p},\mathbf{p}\right) &= \int d^{4}\mathbf{x} \, \left[ \, d^{4}\Delta \mathbf{x} \, \left[ \, d^{3}\mathbf{p}' \, \left[ \, d^{3}\mathbf{p}'' \, \left[ \, d^{4}\mathbf{x}' \, \left[ \, d^{4}\mathbf{x}'' \, \left[ \, d^{4$$

Em (IV.10), a presença da função delta torna imediata a integração em d\*x". Rearranjando convenientemente as exponenciais e integrando-as em d\*x e d\* $\Delta x$ , obtemos o produto de funções delta  $\delta \left[ p_{\mu}' - \left( p_{\mu} + \frac{\Delta p_{\mu}}{2} \right) \right] \times \delta \left[ p_{\mu}'' - \left( p_{\mu} - \frac{\Delta p_{\mu}}{2} \right) \right]$ , cuja pre

sença torna simples as integrais em  $d^3p'$  e  $d^3p''$ . Estas, embora envolvam apenas as componentes espaciais dos momentos, fixam também a componente temporal de  $p_{\mu}^{\dagger}$  e  $p_{\mu}^{\prime\prime}$ , uma vez que a massa dos bosons idênticos analisados é fixa. Após os cálculos, obtemos:

$$\tilde{I}(\Delta p, p) = (2\pi)^{8} \int_{T=T_{C}} d^{4}x^{4} \sqrt{f(p^{4})} \Big|_{p_{\mu}^{4} = p_{\mu} + \frac{\Delta p_{\mu}}{2}} \times \sqrt{f(p^{4})} \Big|_{p_{\mu}^{4} = p_{\mu} - \frac{\Delta p_{\mu}}{2}} \times e^{ix_{\mu}^{4}\Delta p^{4}} .$$
(IV.10')

Para efetuar a integral quadridimensional sobre os pontos de fonte x' = (t',x',y',z') devemos lembrar que estamos considerando desprezível a expansão transversal do fluido. Su pondo que a expansão unidimensional se dê ao longo do eixo x (di reção longitudinal que coincide com a dos hadrons incidentes), a integral nas variáveis y' e z' será realizada sobre a secção transversal do fluido, a qual supomos circular e de raio R<sub>0</sub>. Este último deve coincidir, aproximadamente, com o raio médio dos hadrons incidentes. Assim, a integração nas variáveis transversais, a qual envolve apenas o fator exponencial em (IV.10'), tor na-se:

$$\iint dy' dz' e^{-i (y' \Delta p_{y'} + z' \Delta p_{z'})} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{R_0} -ir \Delta p_{T} \cos \theta$$

$$= 2\pi \frac{R_0}{\Delta p_{T}} J_1 (\Delta p_{T} R_0) \qquad (IV.11)$$

onde Ji é a função de Bessel de primeira classe e de ordem um

e  $\Delta p_T$  é o módulo da componente da diferença de momentos transversal à direção de incidência (eixo x), ou seja,  $\Delta p_T = \sqrt{p_Y^2 + p_Z^2}$ .

Usando a definição de tempo-próprio  $\tau^2 = t'^2 - x'^2$  e a rapidez do fluido dada pela expressão (II.10.a), podemos fazer uma mudança nas variáveis de integração  $\underline{t}'$  e  $\underline{x}'$ :

$$t' = \tau \cosh \alpha$$
;  $x' = \tau \sinh \alpha$  (IV.12)  $dt' dx' = \tau d\tau d\alpha$ .

Substituindo (IV.7.a), (IV.11) e (IV.12) em (IV.10'), obtemos:

$$\bar{I}(\Delta p, p) = (2\pi)^{9} \frac{R_{0}}{\Delta p_{T}} J_{1}(\Delta p_{T} R_{0}) \int_{T=T_{C}} \tau d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha$$

$$\times \frac{\sqrt{\left[u^{\mu}\left(p_{\mu} + \frac{\Delta p_{\mu}}{2}\right) / \left(E + \frac{\Delta E}{2}\right)\right] \left[u^{\nu}\left(p_{\nu} - \frac{\Delta p_{\nu}}{2}\right) / \left(E - \frac{\Delta E}{2}\right)\right]}}{\sqrt{\exp\left[\frac{u^{\mu}}{T_{c}}\left(p_{\mu} + \frac{\Delta p_{\mu}}{2}\right)\right] - 1} \sqrt{\exp\left[\frac{u^{\nu}}{T_{c}}\left(p_{\nu} - \frac{\Delta p_{\nu}}{2}\right)\right] - 1}}$$

Se considerarmos em (IV.13) que os argumentos das exponenciais sob raíz quadrada sejam tais que  $0 < e^{-x} < 1$ , podemos escrever:

$$\frac{1}{\sqrt{e^{X}-1}} = \sqrt{\frac{e^{-X}}{1-e^{-X}}} = \left\{\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}\right\}^{1/2} . \quad (IV.14)$$

Supondo que estes argumentos sejam grandes o suficien

te, de forma que apenas a contribuição dos primeiros termos do lado direito de (IV.14) seja significativa, obtemos expressão para o integrando (IV.13) ainda bastante complexa. Com a finalida de de obter uma expressão analítica para  $\tilde{I}(\Delta p,p)$ , mesmo que aproximada, consideramos a contribuição apenas do termo dominante. Isto equivale a supor que:

$$\exp\left[\frac{\mathbf{u}^{\mu}}{\mathbf{T_{c}}}\left(\mathbf{p_{\mu}}\pm\frac{\Delta\mathbf{p_{\mu}}}{2}\right)\right]-1 \quad \epsilon \quad \exp\left[\frac{\mathbf{u}^{\mu}}{\mathbf{T_{c}}}\left(\mathbf{p_{\mu}}\pm\frac{\Delta\mathbf{p_{\mu}}}{2}\right)\right] \quad . \tag{IV.15}$$

Então, usando (IV.7.b), podemos escrever Ĩ(Δp,p) como:

$$\tilde{I}(\Delta p, p) = (2\pi)^{9} \frac{R_{0}}{\Delta p_{T}} J_{1}(\Delta p_{T} R_{0}) \int_{T=T_{C}}^{+\infty} d\alpha$$

$$\times \frac{\sqrt{\left[\left(E + \frac{\Delta E}{2}\right) \cosh \alpha - \left(p_{L} + \frac{\Delta p_{L}}{2}\right) \operatorname{senh}\alpha\right] \left[\left(E - \frac{\Delta E}{2}\right) \cosh \alpha - \left(p_{L} - \frac{\Delta p_{L}}{2}\right) \operatorname{senh}\alpha\right]}}{\sqrt{\left(E + \frac{\Delta E}{2}\right) \left(E - \frac{\Delta E}{2}\right)}}$$

Em (IV.16) aparecem explicitamente os momentos das partículas fixados pelas funções delta obtidas na integração em d<sup>4</sup>x e d<sup>4</sup>Δx (ver discussão após a expressão (IV.10)), ou seja:

$$p_1^{\mu} = p^{\mu} = p^{\mu} + \frac{\Delta p^{\mu}}{2}$$
;  $p_2^{\mu} = p^{\mu} = p^{\mu} - \frac{\Delta p^{\mu}}{2}$ . (IV.17.a)

De onde obtemos:

$$E = \frac{1}{2} (E_1 + E_2) \qquad p_L = \frac{1}{2} (p_{1L} + p_{2L}) \qquad \vec{p}_T = \frac{1}{2} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)_T$$

$$(IV. 17.b)$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 \qquad \Delta p_L = p_{1L} - p_{2L} \qquad \Delta \vec{p}_T = (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)_T$$

onde o Índice L refere-se a componentes longitudinais e T, a componentes transversais.

A integral em α que aparece na expressão (IV.16) pode ser calculada de maneira aproximada pelo Método de Ponto de Sela. Considerando dominante a contribuição do termo exponencial em (IV.16), obtemos o seguinte resultado, com precisão logarítmica:

$$\tilde{I}(\Delta p, p) = (2\pi)^{\frac{1-\eta}{2}} \frac{R_0}{\Delta p_T} J_1(\Delta p_T R_0) \int_{T=T_C} \tau d\tau$$

$$\times \frac{\sqrt{\left[\left(E + \frac{\Delta E}{2}\right) \cosh \alpha_0 - \left(p_L + \frac{\Delta p_L}{2}\right) \operatorname{senh} \alpha_0 \left[\left(E - \frac{\Delta E}{2}\right) \cosh \alpha_0 - \left(p_L - \frac{\Delta p_L}{2}\right) \operatorname{senh} \alpha_0\right]}}{\sqrt{\left(E + \frac{E}{2}\right) \left(E - \frac{E}{2}\right)}}}$$

$$\times \frac{\left\{ \left\{ \frac{E}{T_{C}} - i\tau\Delta E\right\}^{2} - \left(\frac{P_{L}}{T_{C}} - i\tau\Delta P_{L}\right)^{2} \right\}}{\left\{ \left(\frac{E}{T_{C}} - i\tau\Delta E\right)^{2} - \left(\frac{P_{L}}{T_{C}} - i\tau\Delta P_{L}\right)^{2} \right\}^{1/4}}$$
(IV.18.a)

onde  $\underline{\alpha}_0$   $\tilde{\mathbf{e}}$  especificado pelas relações:

$$\infty \sinh \alpha_0 = \frac{\left[\frac{E}{T_C} - i\tau \Delta E\right]}{\sqrt{\left[\frac{E}{T_C} - i\tau \Delta E\right]^2 - \left[\frac{P_L}{T_C} - i\tau \Delta p_L\right]^2}}$$

(IV.18.b)

$$\operatorname{senh} \alpha_0 = \frac{\left[\frac{P_L}{T_C} - i\tau \Delta p_L\right]}{\sqrt{\left[\frac{E}{T_C} - i\tau \Delta E\right]^2 - \left[\frac{P_L}{T_C} - i\tau \Delta p_L\right]^2}}$$

Para avaliar a integral restante, precisamos recordar alguns pontos. O primeiro deles é que, de acordo com a solução aproximada das equações hidrodinâmicas,  $\tau$  e T estão relacionados pela expressão (II.10.b) do Capítulo II, ou seja,  $T \equiv T_0 \left(\tau/\Delta\right)^{-C_0^2}$ , com  $c_0^2 = 1/3$ . O segundo ponto é que estamos con siderando apenas a contribuição, para a correlação, de partículas emitidas da superfície de dissociação. A maneira mais natural de explicitar este fato é introduzir, no integrando de (IV.18.a), uma função delta que fixe a temperatura em  $T = T_C$  e efetuar a integração em  $\tau$ , no intervalo  $(0,\infty)$ . Este último procedimento é lícito, uma vez que estamos considerando a ocorrência de hadronização instantânea em  $T = T_C$  (e, conseqüentemente, no tempo-próprio  $\tau = \tau_C$ ).

Usando (II.10.b) podemos escrever:

$$\delta \left[ \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{T_c}} - 1 \right] = \delta \left[ \frac{\mathbf{T_0} \left( \tau/\Delta \right)^{-1/3}}{\mathbf{T_0} \left( \tau_C/\Delta \right)^{-1/3}} - 1 \right] = 3 \tau_c \delta \left( \tau - \tau_c \right) . \tag{IV.19}$$

Então, após a integração em T, obtemos:

$$I(\Delta p, p) = (2\pi)^{19} / \frac{R_0}{\Delta p_T} J_1(\Delta p_T R_0) \times$$

$$\times 3\tau_{\mathbf{C}}^{2} \frac{\sqrt{\left[\left(\mathbf{E} + \frac{\Delta \mathbf{E}}{2}\right) \cosh \alpha_{0} - \left(\mathbf{p}_{\mathbf{L}} + \frac{\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}}{2}\right) \operatorname{senh} \alpha_{0}\right] \left[\left(\mathbf{E} - \frac{\Delta \mathbf{E}}{2}\right) \cosh \alpha_{0} - \left(\mathbf{p}_{\mathbf{L}} - \frac{\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}}{2}\right) \operatorname{senh} \alpha_{0}\right]}{\sqrt{\mathbf{E}^{2} - \Delta \mathbf{E}^{2}/4}}$$

$$\times \frac{\exp\left\{-\sqrt{\frac{1}{T_{C}^{2}}}(E^{2}-p_{L}^{2})-2i\frac{\tau_{C}}{T_{C}}(E\Delta E-p_{L}\Delta p_{L})-\tau_{C}^{2}(\Delta E^{2}-\Delta p_{L}^{2})\right\}}{\left\{\frac{1}{T_{C}^{2}}(E^{2}-p_{L}^{2})-2i\frac{\tau_{C}}{T_{C}}(E\Delta E-p_{L}\Delta p_{L})-\tau_{C}^{2}(\Delta E^{2}-\Delta p_{L}^{2})\right\}^{1/4}}$$
(IV.20)

A partir de (IV.20) podemos calcular a probabilidade  $\tilde{I}(0,p_{\hat{1}})$  de detecção de um boson isolado com quadrimomento  $p_{\hat{1}}^{\mu}$ . Isto  $\tilde{e}$  conseguido tomando os limítes  $\Delta E \rightarrow 0$ ,  $\Delta p_T \rightarrow 0$  e  $\Delta p_L \rightarrow 0$ . Sabendo ainda que

$$\frac{\text{lim}}{\Delta p_{T}^{+0}} \frac{R_{0}J_{1}(\Delta p_{T}R_{0})}{\Delta p_{T}} = R_{0}^{2} \frac{\text{lim}}{\Delta p_{T}^{+0}} \frac{J_{1}(\Delta p_{T}R_{0})}{\Delta p_{T}R_{0}} = \frac{R_{0}^{2}}{2}$$
 (IV.21)

obtemos:

$$\tilde{I}(0,p_{i}) = (2\pi)^{19/2} \frac{3}{2} R_{0}^{2} \tau_{C}^{2} \frac{1}{E_{i}} \sqrt{E_{i}^{2} - p_{L_{i}}^{2}} \frac{\exp\left\{-\sqrt{\frac{1}{T_{C}^{2}} (E_{i}^{2} - p_{L_{i}}^{2})}\right\}}{\left\{\frac{1}{T_{C}^{2}} (E_{i}^{2} - p_{L_{i}}^{2})\right\}^{1/4}}$$
(IV.22)

Lembrando que na expressão (IV.6), de  $C(p_1,p_2)$ , entra o produto  $\bar{I}(0,p_1)\bar{I}(0,p_2)$  e que  $p_1^{\mu}$  e  $p_2^{\mu}$  obedecem às relações (IV.17.a), podemos facilmente obter o produto com o auxílio do resultado (IV.22):

$$\tilde{I}(0,p_1)\tilde{I}(0,p_2) = \frac{9}{4} (2\pi)^{19} (R_0 T_C)^4 T_C \times \frac{\left[E^2 - p_L^2 + \frac{\Delta E^2 - \Delta p_L^2}{4}\right] - \left[E\Delta E - p_L \Delta p_L\right]^2}{(E^2 - \Delta E^2/4)} \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{T_{C}} \left[ \sqrt{E^{2} - p_{L}^{2} + \frac{\Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2}}{4} + (E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L})} + \sqrt{E^{2} - p_{L}^{2} + \frac{\Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2}}{4} - (E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L})} \right] \right\}$$

$$(IV.23)$$

Então, para determinar  $C(p_1,p_2)$  dada em (IV.6), faltanos calcular o módulo quadrado  $|\tilde{I}(\Delta p,p)|^2$  da expressão (IV.20). Este cálculo é mais longo e omitiremos os detalhes, limitando-nos a apresentar o resultado final:

$$\begin{split} \left\|\tilde{\mathbf{I}}\left(\Delta \mathbf{p},\mathbf{p}\right)\right\|^{2} & \approx 9\left(2\pi\right)^{19}\left(R_{0}\tau_{\mathbf{C}}\right)^{4} \left[\frac{J_{2}\left(\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{T}}R_{0}\right)}{\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{T}}R_{0}}\right]^{2} \times \left(\mathbf{E}^{2} - \frac{\Delta \mathbf{E}^{2}}{4}\right)^{-1} \\ & \times \left\{\left[\frac{\left(\mathbf{E}^{2} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)}{T_{\mathbf{C}}^{2}} - \tau_{\mathbf{C}}^{2}\left(\Delta \mathbf{E}^{2} - \Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)\right]^{2} + \frac{4\tau_{\mathbf{C}}^{2}}{T_{\mathbf{C}}^{2}}\left(\mathbf{E}\Delta \mathbf{E} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\right)^{2}\right\}^{-3/4} \\ & \times \exp\left\{-\sqrt{2}\left[\sqrt{\frac{\left(\mathbf{E}^{2} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)}{T_{\mathbf{C}}^{2}} - \tau_{\mathbf{C}}^{2}\left(\Delta \mathbf{E}^{2} - \Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)\right]^{2} + \frac{4\tau_{\mathbf{C}}^{2}}{T_{\mathbf{C}}^{2}}\left(\mathbf{E}\Delta \mathbf{E} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\right)^{2} \\ & + \frac{\left(\mathbf{E}^{2} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)}{T_{\mathbf{C}}^{2}} - \tau_{\mathbf{C}}^{2}\left(\Delta \mathbf{E}^{2} - \Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)\right]^{3/2} \right\} \\ & \times \left\{\left[\left(\frac{\mathbf{E}^{2} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)}{T_{\mathbf{C}}^{2}}\right]^{2} + \frac{1}{4}\left(\frac{\mathbf{E}\Delta \mathbf{E} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}}{T_{\mathbf{C}}}\right)^{2} + \tau_{\mathbf{C}}^{2}\left(\mathbf{E}\Delta \mathbf{E} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\right)^{2} + \frac{\tau_{\mathbf{C}}^{2}}{4}\left(\Delta \mathbf{E}^{2} - \Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)^{2}\right\} \\ & - \left[\left(\frac{\mathbf{E}^{2} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}}{T_{\mathbf{C}}^{2}}\right) + \tau_{\mathbf{C}}^{2}\left(\Delta \mathbf{E}^{2} - \Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}^{2}\right)\right]^{2}\left(\mathbf{E}\Delta \mathbf{E} - \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\Delta \mathbf{p}_{\mathbf{L}}\right)^{2}\right\}^{\frac{1}{2}} \\ & \cdot \left(\mathbf{IV} \cdot 24\right) \end{split}$$

Utilizando os resultados (IV.23) e (IV.24), podemos finalmente escrever a expressão para  $C(p_1,p_2)$  obtida com o nos so modelo:

$$\begin{split} &C(p_{1},p_{2}) = 1 + \frac{4}{T_{C}} \left[ \frac{J_{1}(\Delta p_{T}R_{0})}{\Delta p_{T}R_{0}} \right]^{2} \left\{ \left[ E^{2} - p_{L}^{2} + \frac{\Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2}}{4} \right]^{2} - (E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L})^{2} \right\}^{-\frac{1}{4}} \\ &\times \left\{ \left[ \frac{1}{T_{C}^{2}} \left( E^{2} - p_{L}^{2} \right) - \tau_{C}^{2} \left( \Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2} \right) \right]^{2} + \frac{4\tau_{C}^{2}}{T_{C}^{2}} \left( E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L} \right)^{2} \right\}^{-\frac{1}{4}} \\ &\times \exp \left\{ \frac{1}{T_{C}} \left[ \sqrt{E^{2} - p_{L}^{2} + \frac{\Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2}}{4}} + (E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L}) + \sqrt{E^{2} - p_{L}^{2} + \frac{\Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2}}{4}} - (E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L}) \right] \right\} \\ &\times \exp \left\{ -\sqrt{2} \left[ \sqrt{\left[ \frac{1}{T_{C}^{2}} \left( E^{2} - p_{L}^{2} \right) - \tau_{C}^{2} \left( \Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2} \right) \right]^{2} + \frac{4\tau_{C}^{2}}{T_{C}^{2}} \left( E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L} \right)^{2}} + \frac{(E^{2} - p_{L}^{2})}{T_{C}^{2}} - \tau_{C}^{2} \left( \Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &\times \left\{ \left[ \left( \frac{E^{2} - p_{L}^{2}}{T_{C}} \right)^{2} + \frac{1}{4} \left( \frac{E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L}}{T_{C}} \right)^{2} + \tau_{C}^{2} \left( E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L} \right)^{2} + \frac{\tau_{C}^{2}}{4} \left( \Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2} \right)^{2} \right]^{2} - \left[ \left( \frac{E^{2} - p_{L}^{2}}{T_{C}} \right)^{2} + \frac{\tau_{C}^{2} \left( \Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2} \right)}{T_{C}^{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &- \left[ \left( \frac{E^{2} - p_{L}^{2}}{T_{C}^{2}} \right) + \tau_{C}^{2} \left( \Delta E^{2} - \Delta p_{L}^{2} \right) \right]^{2} \left( E\Delta E - p_{L}\Delta p_{L} \right)^{2} \right\} \end{split}$$

Na expressão (IV.25),  $\tau_{\rm C}$  é determinado com o auxílio de (II.10.b), fixando  $T=T_{\rm C} \equiv m_{\pi}$ . Para determiná-lo completamente, precisamos conhecer a espessura inicial  $\Delta$  e a temperatura  $T_0$ , sendo que esta depende da massa M do plasma formado e de seu tamanho inicial. De acordo com a discussão feita no Apêndice B, adotamos a hipótese de que seja formada uma bola-de-fogo constituída de quarks e gluons (plasma) e uma partícula dominante. Supomos também que o plasma se forme em torno de um dos hadrons incidentes, com massa M grande e com raio inicial  $R_0$ , sendo este bastante contraído pelo fator de Lorentz ao longo da direção longitudinal. O Apêndice B contém uma discussão mais deta

lhada a respeito e  $\tau_c$  pode ser estimado com o auxílio da relação (B.15).

Pela expressão (IV.25), podemos observar que a função de correlação  $C(p_1,p_2)$  é bastante complexa. A análise de seu comportamento torna-se, porém, mais simples se escolhermos regiões cinemáticas convenientes. Esse procedimento permite ilustrar os efeitos comentados anteriormente, relacionados com fontes extensas em expansao.

Vamos iniciar a análise pela configuração mais simples. Imaginamos uma disposição dos detectores tal que a posição média dos dois forme um ângulo de  $90^{\circ}$  com o eixo x, o qual define a direção longitudinal de expansão (eixo de simetria). Es sa situação corresponde ao caso de dois quanta (por enquanto con sideramos pions apenas) emitidos simetricamente em relação a um eixo transversal, para a qual a semi-soma dos momentos das partículas ao longo da direção longitudinal é nula ( $p_L=0$ ). Devido à simetria axial do problema podemos, sem perda de generalidade, adotar tal direção transversal coincidente com o eixo y, conforme a Figura 7. Nesse caso, também  $p_2=0$  e, portanto,  $p=p_T=p_V$ .

Nessas condições,  $\Delta p_y = (\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \cdot \vec{j} = 0$  e, como  $p_L = 0$ , então  $\Delta E = p_L \Delta p_L + p_T \Delta p_y = 0$ . Consideramos ainda que o plano que contém os detectores e o eixo y forme um ângulo  $\Psi$  com a direção longitudinal  $(\vec{x}/\!/x)$ .

Conforme comentamos no início deste capítulo, a massa M do estado inicial de plasma é um parâmetro dependente do evento, podendo haver flutuações, ou seja, seu valor não fica fixado para uma dada energia incidente  $\sqrt{s}$ . É interessante, portanto, analisar a dependência de  $C(p_1,p_2)$  em M.

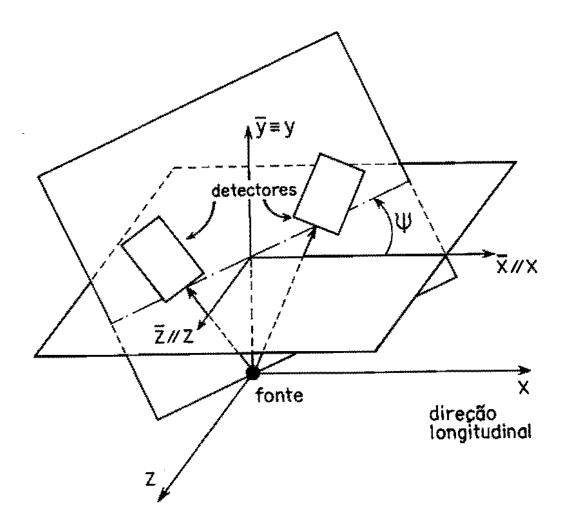


Figura 7

Esboço da disposição considerada para os detectores. O plano que os contém, passando pelo eixo y, é ortogonal ao plano  $\overline{x}\,\overline{y}$  (e, portanto, ao plano xy), formando um ângulo  $\psi$  (0  $\leq \psi \leq 2\pi$ ) com o eixo  $\overline{x}$  (e, portanto, com a direção longitudinal x).

Na Figura 8, exibimos curvas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p = \sqrt{\Delta p_L^2 + \Delta p_Z^2}$  ( $\Delta p_y = 0$  na configuração analisada), para dois valores de M, nos casos em que  $\psi = 0$  ( $\Delta p_z = 0$ ) e  $\psi = \frac{\pi}{2}$  ( $\Delta p_L = 0$ ). Neste último,  $C(p_1,p_2)$  é função da variável  $\Delta p_T = \sqrt{\Delta p_Y^2 + \Delta p_Z^2} = \Delta p_Z$  refletindo, então, a dimensão transversal da fonte. Como estamos supondo que esta não se altere (desprezamos a expansão transversal), a curva em função de  $\Delta p_Z$  deve ser insensível a variações de M. Isto efetivamente acontece, conforme podemos observar com

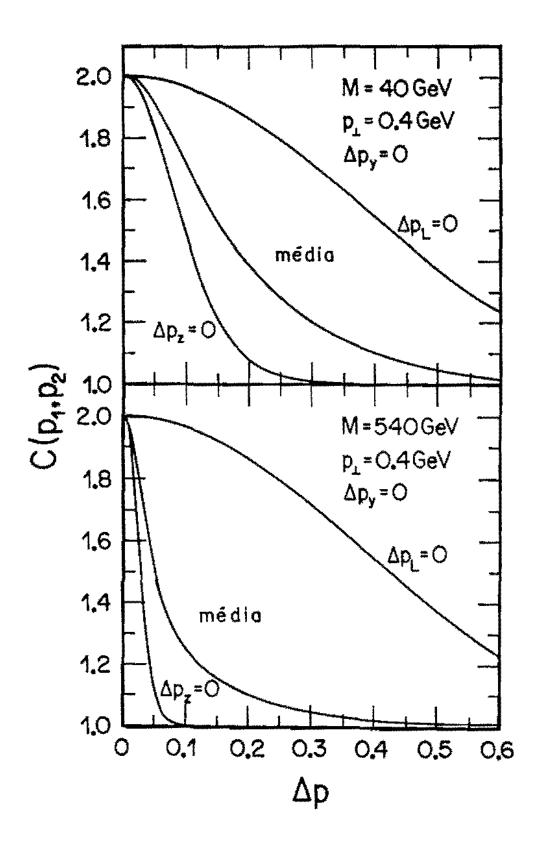


Figura 8 Comportamento das curvas de correlação  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p = \sqrt{\Delta p_L^2 + \Delta p_2^2}$  ( $\Delta p_y = 0$ ) para dois valores de M, com  $\psi = 0$  ( $\Delta p_z = 0$ ) e  $\psi = \pi/2$  ( $\Delta p_L = 0$ ), sendo  $p_T = \langle p_T \rangle = 0.4$  GeV. As curvas assinaladas com média corresponpondem a  $\langle C(p_1,p_2) \rangle$  nos ângulos  $\psi$ .

parando as curvas com M = 40 GeV e M = 540 GeV para  $\Delta p_L = 0$ , nas quais fixamos o momento transversal  $p_T = 0.4$  GeV. Porém, a situação é diferente quando analisamos  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p = \Delta p_L$  ( $\Delta p_Z = 0$ ), pois podemos observar pelos gráficos uma dependência acentuada na massa. Podemos entender esse comportamento da seguinte forma: de acordo com as equações (II.10) do Capítulo II, a superfície  $T = T_C$  (correspondente a  $\tau = \tau_C$ ), de onde os pions são emitidos, é uma hipérbole no diagrama espaço-temporal, para um dado valor da massa M. De acordo com a Figura 9, podemos observar que essa hipérbole se desloca para cima, se M cresce ( $\tau_C(M_2) > \tau_C(M_1)$ ). A figura também ilustra que as curvas com velocidade do fluido constante são retas partindo da origem de coordenadas, no referencial de repouso do plasma inicial.

Por outro lado, devemos lembrar que as curvas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p_L$  ( $\Delta p_2 = 0$ ) são obtidas supondo que os detectores estejam dispostos no plano xy, a grandes ángulos do eixo longitudinal (Figura 7 com  $\psi = 0$ ). Nesse caso, conforme a discussão anterior, relacionada com a expressão (IV.3), os pions que efetivamente contribuem são aqueles emitidos quando a velocidade da fonte for menor que o valor de corte  $\langle u_0 \rangle$ . Digamos, para facilitar a ilustração, que a reta v = constante na Figura 9 corresponda à velocidade de corte. Nessas condições, as partículas que dão contribuição efetiva são as emitidas por fontes na região simétrica compreendida entre as retas |v| = constante. Observamos então, pela mesma figura, que essa região longitudinal aumenta com M crescente, o que se traduz no fato de a função de correlação, em função de  $\Delta p_L$ , tornar-se mais estreita com o aumento da massa, conforme mostra a Figura 8.

A curva intermediária, ainda na Figura 8, corresponde à média de  $C(p_1,p_2)$  obtida fazendo rotações dos detectores em torno da direção média dos momentos das partículas (no caso, em torno do eixo y):

$$\langle C(p_{1},p_{2})\rangle_{\Psi} = 1 + \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} C(p_{1},p_{2}) |\tilde{I}(\Delta p,p)|^{2} d\Psi}{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} C(p_{1},p_{2}) |\tilde{I}(0,p_{1})|^{2} (0,p_{2}) d\Psi}$$
(IV.26)

sendo que C(p1,p2) é introduzida na média como função peso.

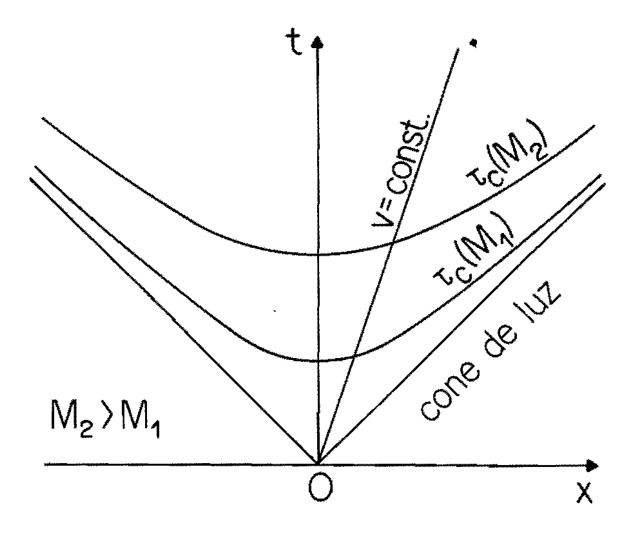


Figura 9

Diagrama espaço-temporal ilustrando os tempos-próprios  $\tau_{_{\mathbf{C}}}(M_2) > \tau_{_{\mathbf{C}}}(M_1)$  para  $M_2 > M_1$ . Pontos de fluido sobre a reta v = constante encontram-se à mesma velocidade.

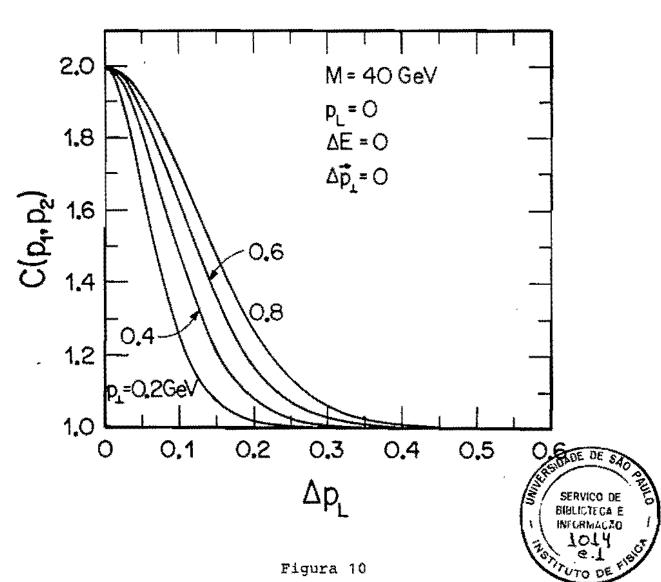
Ainda com a mesma disposição dos detectores, colocados simetricamente em torno do eixo transversal y  $(p_L = p_z = 0 : p = p_T = p_v)$ ,

vamos analisar a dependência da função de correlação no momento transversal médio  $p_{\eta t}$  das partículas, fixando o valor da massa M. A priori, poderíamos imaginar que C(p1,p2) não dependesse de  $\,p_{_{
m T}}^{}$ , pois estamos fixando  $\,$ M e considerando emissão apenas da superfície com T = m, portanto, com a dimensão típica da fonte mantida constante. Esperaríamos, intuitivamente, dependência pm caso estivéssemos considerando evaporação de partículas ainda durante a expansão do fluido, pois nesta fase a temperatura está decrescendo. Assim, particulas evaporadas no início da expansão, quando a temperatura é alta e a dimensão longitudinal típica é pequena, poderiam ser emitidas com grandes energias e, portanto, com grandes  $p_{qq}$  (no referencial próprio do elemento de fluido emissor), devido ao fator de Planck  $e^{-E/T}$  no espectro de emissão. E, pela mesma razão, partículas evaporadas quando a temperatura é bem mais baixa, correspondendo a dimensão típica maior, estariam associadas a pm menores.

No entanto, contrariando a intuição inicial, observamos que a função de correlação, em função da diferença de momentos, depende do valor de  $p_T$  mesmo para massa fixa e consideram do apenas emissão da superfície de dissociação  $(T=T_C = m_\pi)$ , conforme mostram as Figuras 10 e 11. Nos dois casos, a explicação para a dependência tem a mesma origem, mas vamos analisar as figuras em separado.

A Figura 10 mostra o comportamento de  $C(p_1,p_2)$  em função da componente longitudinal da diferença de momentos  $\Delta p_L$ , com M fixo,  $p_L = 0$  e  $\Delta p_T = 0$  (...  $\Delta E = 0$ ), para alguns valores de  $p_T$ . A disposição dos contadores é tal que as partículas são de tectadas a grandes ângulos da direção longitudinal. Nessas condições, haverá um limite máximo de velocidade para as fontes que contribuem efetivamente, correspondente a um certo  $< u_0 >$ , conforme a expressão (IV.3). De acordo com esta, mantendo  $T * T_C$  fi=

xo e aumentando  $p_T$  (e, portanto, a energia das partículas emitidas),  $< u_0 >$  diminui, correspondendo a velocidades de corte, na Figura 9 (para um valor fixo de M), progressivamente mais inclinadas em relação ao eixo longitudinal. Dessa forma, ainda com o auxílio da Figura 9, observamos que as dimensões longitudinais associadas às fontes que dão contribuição efetiva diminuem com o aumento de  $p_T$ , correspondendo a um alargamento das curvas de correlação, à medida que  $p_T$  cresce. Este é o comportamento observado na Figura 10.



Comportamento de  $C(p_1,p_2)$ , em função da variável longitudinal  $\Delta p_L$ , no momento transversal médio  $p_{\tau}$  do par de partículas em correlação.

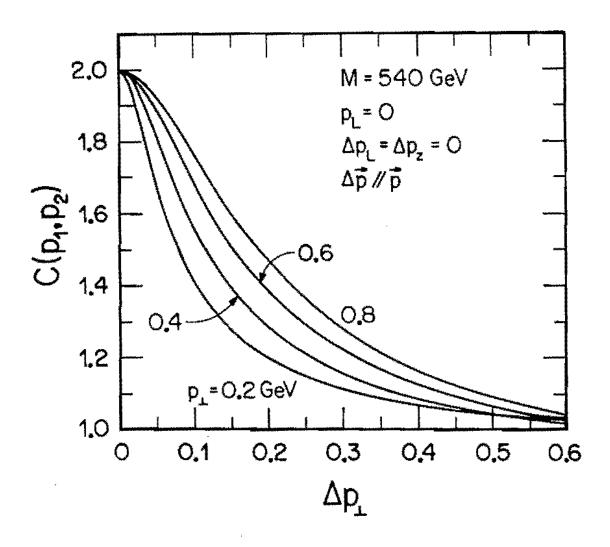


Figura 11 Comportamento de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p_T = \Delta p_Y$ , ilustrando a variação da profundidade aparente da fonte no momento trans versal médio  $p_T$  das partículas, para M mantida constante.

A Figura 11 corresponde à uma situação em que duas partículas de energias diferentes ( $\Delta E \neq 0$ ) são emitidas em uma megma direção a  $90^{\circ}$  (detectores praticamente coincidentes com o eixo y da Figura 7). Dessa maneira, estamos medindo curvas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p_T = \Delta p_y$ , com M e  $p_T = p_y$  fixos, as quais em princípio permitiriam obter informação sobre a profundidade (aparente) da fonte. A origem da dependência em  $p_T$  nesse caso é a mesma que a da Figura 10: o aumento no momento transver sal das partículas implica em uma diminuição na velocidade de cor

te, referente aos pontos do fluido que dão contribuição significativa à função de correlação. Suponhamos que  $v_M$  seja essa  $v_{\underline{C}}$  locidade, associada à massa fixa M. Consideremos também que no instante  $t(0) = \tau_{\underline{C}}(M)$  um elemento central (x=0) de fluido emita um pion, posteriormente detectado em coincidência com um outro emitido em t(x), de um elemento de fluido que tenha atingido a temperatura crítica  $T_{\underline{C}}$  a posteriori, com velocidade  $v_M$ . As duas emissões estarão, então, separadas temporalmente por um intervalo  $\Delta t = \tau_{\underline{C}}(M) - t(x)$ .

Por outro lado, conforme discutimos anteriormente com base no modelo simples de duas fontes com aceleração relativa, a expressão (IV.4) permite concluir que uma diferença nos tempos de emissão tem o efeito de simular alteração na dimensão transversal Δy. Agora, diferindo do caso das duas fontes pontuais colineares, Δy é variável. Ainda assim, devido ao fato de Δt ser diferente de zero, tudo se passa como se a fonte tivesse uma profundidade aparente dada por:

$$- \Delta y' = \Delta y - \frac{\Delta E}{\Delta p_y} \Delta t = \Delta y - v_y \Delta t . \qquad (IV.27)$$

Com base na discussão acima, podemos entender finalmente a dependência em  $p_T$  das curvas da Figura 11. Mantendo fixas M e  $T_C$  (e, portanto,  $T_C$  (M)), se  $p_T$  aumenta, a velocida de de corte  $(v_M)$  diminui. Isto implica, de acordo com o ilustra do na Figura 9 para um valor de M, em um decréscimo de  $\Delta t$  e, por (IV.27), em uma diminuição na "profundidade aparente"  $\Delta y$ '. Logo, se  $p_T$  aumenta, a curva de correlação deve tornar-se mais larga, precisamente o que observamos na Figura 11.

Ainda com relação à "profundidade" da fonte, podemos analisar sua dependência na massa M, com a mesma configuração

dos detectores e mesmos valores das grandezas cinemáticas que no caso da Figura 11, agora com  $p_T$  mantido fixo e a massa variável. Uma vez que a dimensão transversal da fonte é constante (igno ramos a expansão transversal), a priori esperariamos que o comportamento de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p_y$  fosse independente de M. No entanto, outra vez os resultados contrariam a intuição inicial, conforme mostra a Figura 12.

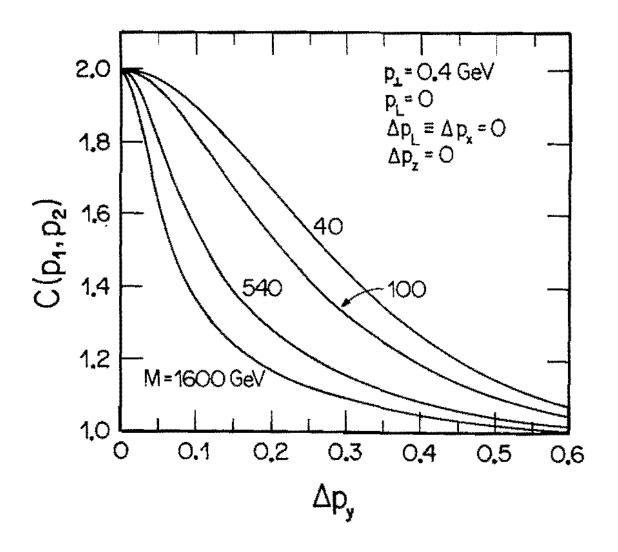


Figura 12 Curvas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p_y$ , mostrando a dependência da profundidade aparente da fonte na massa M, com  $p_p$  fixo.

Para entender a dependência na massa M, devemos lem brar novamente que a contribuição efetiva à correlação tem origem em partículas emitidas de elementos de fluido com velocidades

inferiores a um valor típico  $<u_0>$ , ao qual associamos a reta v = constante, da Figura 9. Consideremos então, como no caso an terior, duas partículas em correlação emitidas de elementos de fluido nos instantes  $t(0) = \tau_C(M)$  e t(x), este último correspondente ao elemento de fluido com velocidade de corte v. È evidente que, também neste caso, as duas emissões ocorrerão com um intervalo  $\Delta t = \tau_C(M) - t(x)$  de diferença. Como a velocidade é bem aproximada por v = x/t e como  $\tau^2 = t^2 - x^2$ , então, para um dado valor de M, com a velocidade de corte v = constante fixa, podemos escrever  $\Delta t$  como:

$$\Delta t = \tau_c(M) \frac{(\sqrt{1-v^2}-1)}{\sqrt{1-v^2}}$$
 (IV.28)

Então, mantendo  $p_T$  fixo (e, portanto, a mesma velocidade de corte), se considerarmos um valor de massa  $M=M_1$ , à diferença  $\Delta t$  nos tempos de emissão estará associada uma dimensão transversal aparente  $\Delta y'$ , como no caso anterior. Por outro lado, sabemos que, se  $M=M_Z>M_1$ , então  $T_C(M_2)>T_C(M_1)$ . Nessas condições, verificamos com o auxílio de (IV.28), que  $\Delta t(M_2)>\Delta t(M_1)$ . Em conseqüência, de acordo com (IV.27), a profundidade aparente  $\Delta y'$  também aumenta. Desse modo, concluímos que a curva de correlação deve se tornar mais estreita com o aumento da massa M, efetivamente o que é mostrado na Figura 12.

Vamos analisar agora dois outros efeitos comentados no início do capítulo, relacionados com o fato de a curva de correlação, em função de uma das componentes da diferença de momentos, adquirir valor menor que dois no zero da variável. Consideremos os detectores ainda simétricos em relação ao eixo transversal y ( $p_L = p_z = 0$ ), com M e  $p_T$  fixos, calibrados de forma a detectar partículas com  $\Delta E \neq 0$ . Resultados para  $\Delta p_Y$  fixado em 0.15 GeV encontram-se na Figura 13.

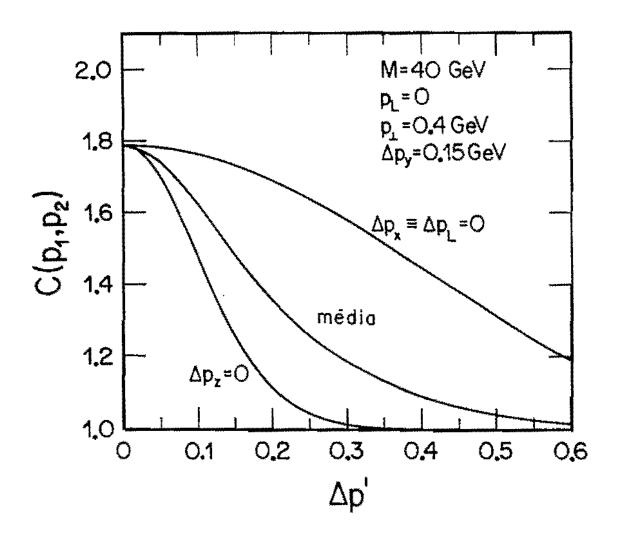


Figura 13

 $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p'=\sqrt{\Delta p_L^2+\Delta p_Z^2}$  ( $\Delta p_y=0.15$  GeV, fixo), com  $p_L$ ,  $p_T$  e M fixos. As curvas correspondem a  $\psi=0$  ( $\Delta p_Z=0$ ),  $\psi=\pi/2$  ( $\Delta p_L=0$ ) e, a assinalada com média, corresponde a  $\langle C(p_1,p_2) \rangle$  nos ângulos  $\psi$ .

As curvas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $\Delta p_L$  ( $\Delta p_Z=0$ ) e em função de  $\Delta p_Z$  ( $\Delta p_L=0$ ) têm comportamento semelhante às correspondentes da Figura 8, para o mesmo valor de M (= 40 GeV). Observamos, no entanto, que o valor máximo das curvas situa-se abaixo do valor 2 da Figura 8. Este comportamento é facilmente explicado pelo fato de  $C(p_1,p_2)$  estar sendo analisada em função de  $\Delta p_L$  ( $\Delta p_Z=0$ ) ou de  $\Delta p_Z$  ( $\Delta p_L=0$ ) mas, agora, uma outra componente da diferença de momentos ( $\Delta p_V$ ) é mantida fixa e diferen-

te de zero. Isto faz com que, no zero de  $\Delta p_L$  ou de  $\Delta p_Z$ ,  $C(p_1,p_2)$  adquira valor menor que dois, mesmo com hipótese de fontes total mente caóticas, como é o nosso caso. Conforme discutiremos mais adiante, devido à baixa estatística, na obtenção dos dados experimentais de  $C(p_1,p_2)$  em função de uma das componentes da diferença de momentos, são incluídos valores de outra componente compreendidos em intervalo diferente de zero. Com base na presente discussão, is to pode ser suficiente para que o máximo de  $C(p_1,p_2)$  se situe abaixo de dois, sem ser necessário recorrer a possível coerência parcial da fonte, como usualmente é sugerido. A curva intermediá ria na Figura 13 corresponde à média de  $C(p_1,p_2)$  nos ângulos  $\Psi$ , conforme a relação (IV.26).

Finalmente, vamos mostrar que nem sempre o máximo da função de correlação se situa no valor zero de uma das componentes da diferença de momentos, em termos da qual a curva é analisada. Para isso, consideremos uma disposição dos detectores um pouco mais geral que a dos casos anteriores, de maneira que  $p_L \neq 0$  seja fixo. Mantendo também fixo  $\Delta p_y \neq 0$ , analisemos o comportamento de  $C(p_1,p_2)$  como função de  $\Delta p_L$  ( $\Delta p_z = 0$ ), para vários valores da massa M. A Figura 14 exibe os resultados.

Como  $\Delta p_y \neq 0$ , observamos que o valor da correlação em  $\Delta p_L = 0$  é menor que dois. Além disso, o momento médio  $\vec{p} = \frac{1}{2} \; (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$  tem agora duas componentes não nulas:  $\vec{p}_T = p_y \hat{j}$  e  $p_L = p_x \; (p_z = 0)$ . Em decorrência desse fato, notamos que  $\Delta p_L = 0$  não corresponde ao máximo de  $C(p_1, p_2)$  como função dessa variável, o qual é deslocado para valores positivos de  $\Delta p_L$  (pois  $p_L > 0$ ), ainda assim sendo menor que dois.

Com as análises anteriores, correspondentes a regiões cinemáticas mais restritas, acreditamos ter ilustrado os principais efeitos esperados ao tratar fontes em rápida expansão. Gos taríamos de acrescentar que esses efeitos, em geral, não podem

ser observados com base nos dados de correlação até aqui conhecidos. Isto porque, devido a dificuldades experimentais, tais dados abrangem uma região cinemática mais ampla, correspondendo en tão a um comportamento médio dos resultados particulares aqui exibidos. Entretanto, um tal comportamento médio elimina a maior parte das características da função de correlação analisadas anteriormente. Sendo assim, torna-se necessária a realização de experiências mais restritivas para que possamos conhecer melhor a estrutura espaço-temporal da região emissora de partículas.

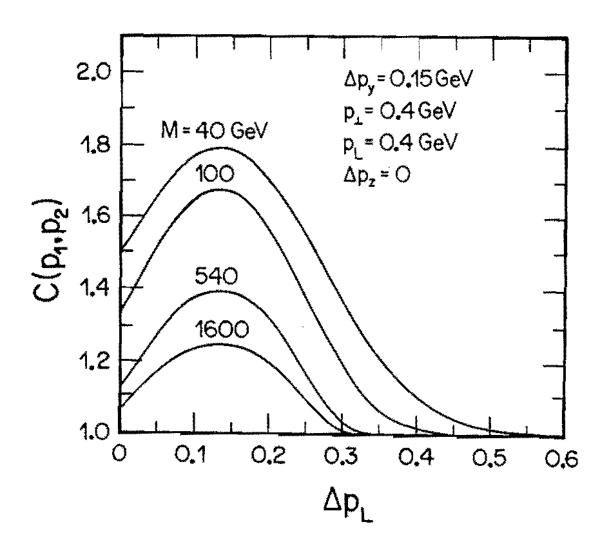


Figura 14 Ilustração do efeito de deslocamento do máximo de C( $p_1$ , $p_2$ ) em função de  $\Delta p_L$  para valores positivos da variável, quando  $\Delta p_y \neq 0$  e  $p_L > 0$ .

## COMPARAÇÃO COM OS DADOS EXPERIMENTAIS

Devido ao fato de a estatística ser baixa, os dados experimentais de correlação disponíveis consideraram eventos de cada colisão, de forma a incluir valores dos momentos  $\vec{p}_1$  e  $\vec{p}_2$ das partículas em uma ampla região cinemática. Por exemplo, ana lisaremos mais adiante dados de  $\infty$ rrelação de  $\pi^+\pi^+$  29, produzidos em colisões proton-proton (pp) a  $\sqrt{s}$  = 53 GeV, os quais foram ob tidos com a restrição  $p_{\eta\gamma}(LAB)$   $\geq$  0.1 GeV para cada partícula analisada, cobrindo a região central de rapidez |y| ≤ 1.0 e definindo como região sem correlação  $q_{_{\scriptsize T}}$   $\geq$  0.6 GeV e  $q_{_{\scriptsize T}}$   $\geq$  0.6 GeV (as componentes  $q_{\mathbf{q}}$  e  $q_{\mathbf{t}}$  da diferença de momentos foram definidas no Capítulo III e são esboçadas na Figura 5, para uma configuração particular). Nas medidas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $q_m$ foram considerados valores de  $q_{L}$  na região  $q_{\tau} \le 0.15$  GeV; nas medidas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $q_1$ , incluíram-se dados com  $q_{T} \leq$  0.15 GeV. Analisaremos também dados de correlação entre kaons idênticos obtidos na mesma experiência, os quais incluem kaons pro duzidos em colisões  $\alpha\alpha$  ( $\sqrt{s}$  = 126 GeV), pp ( $\sqrt{s}$  = 53 e 63 GeV) e pp (√s = 53 GeV)35. A função de correlação foi medida em função de  $q_{r}$ , com  $q_{r}$  no intervalo  $q_{r} \le 0.30$  GeV. As regiões cinemáticas consideradas para as demais variáveis são as mesmas que as de correlação de pions; os dados de Kt e de KK, porém, foram analisados conjuntamente (na Referência 29, constatou-se independência na carga das partículas em correlação). O fato de serem consideradas amplas regiões cinemáticas na obtenção dos da dos sugere que, a rigor, os cálculos de  $C(p_1,p_2)$  feitos com o nosso modelo, devam incluir médias em  $p_{\rm p}$ , em  $\theta$  (ángulo que define a direção de  $\stackrel{
ightharpoonup}{p}$  em relação  $\stackrel{
ightharpoonup}{a}$  direção longitudinal), em  ${
m q}_{_{
m T}}$ ou em q, , além da média em Y expressa por (IV.26). A inclusão de todas essas médias, no entanto, aumenta substancialmente a com plexidade dos cálculos envolvidos. Por simplicidade, resolvemos estimar a correlação adotando valores típicos (médios) para essas variáveis cinemáticas.

Na comparação de nossos resultados com os dados experimentais, ê necessário conhecer o valor da massa M, o qual, conforme comentamos anteriormente, varia de evento para evento. Resolvemos adotar também para a massa um valor médio aproximado. Para isso, é conveniente lembrar que, em colisões hadrônicas a altas energias, é observado com freqüência o fenômeno de partícula dominante. Este efeito foi incorporado ao Modelo de Landau por Hama 14, fazendo a hipótese de que, imediatamente após a colisão, apareçam uma bola-de-fogo e uma partícula dominante. Supondo que esta carregue uma fração x da energia incidente (/s), a massa M ("missing mass") pode ser estimada por:

$$\frac{M^2}{5} = 1 - x (IV.29.a)$$

Nos cálculos, cujos resultados analisaremos maís adiante, fazemos a hipótese de que, em média, a fração de energia carregada pela partícula dominante se situe em torno de  $x \approx 0.5$ , correspondendo ao fato de que  $\frac{d\sigma}{dx} \approx \text{const.}$  para o proton, o que permite a obtenção da seguinte relação para a massa:

$$M = \sqrt{0.5} \sqrt{s}$$
 . (IV.29.b)

Adotando os valores médios discutidos e calculando  $C(p_1,p_2)$  para pions, por exemplo, considerando emissão da superfície  $T = T_C = m_{\pi}$ , podemos verificar que a curva não é compatível com os dados experimentais. O fato pode ser compreendido da seguinte maneira: devido ao grande fator estatístico no plasma de quarks e gluons, a densidade de energia  $\varepsilon_C(T_C)$  é muito gran

de para que possamos assumir emissão de hadrons independentes da superfície  $T=T_{\rm C}$ . Consideramos, então, que ao atingir a temperatura crítica  $T_{\rm C}$ , o plasma leve um tempo finito  $\Delta \tau$  para sofrer uma transição de fase para um gás de hadrons. M. Gyulassy e T. Matsui de demonstraram que, na ausência de efeitos viscosos an tes e depois da transição de fase, a entropia é conservada em to do o processo, ou seja, existe trajetória isentrópica através da transição, a qual se processa a temperatura e pressão constantes. Mas, se a pressão se mantém constante, o fluido se expande inercialmente durante a transição de fase. Então, como estamos considerando desprezível a expansão transversal, se a entropia se conserva, o produto s $\tau$  é constante (s é a densidade de entropia). O instante  $\tau_{\rm C}$  do início da transição é conhecido, bem como a densidade de entropia s $_{\rm C}(T_{\rm C})$  (relação (A.8) do Apêndice A).

Então, se a densidade de entropía final  $s_h$  for conhecida, poderemos determinar o instante  $\tau_h$  em que todo o plas ma terá sido convertido em hadrons e, dessa forma, estimar  $\Delta \tau$ . Como os dados de correlação que analisaremos a seguir referem-se a pions e kaons, vamos supor que o gás de hadrons finais seja uma mistura desses bosons, considerados praticamente livres. Outras partículas poderiam ser incluídas nesse gás mas, como a temperatura crítica é  $T_{\rm c} = m_{\pi}$ , a presença de hadrons mais pesados daria contribuição desprezível (mesmo a presença de kaons contribui pouco para o valor de  $\tau_h$ ). A partir dessas considerações, podemos obter a densidade de entropia final  $s_h(T_{\rm c})$  (expressão (C.3) do Apêndice C) e o instante  $\tau_h$  (expressão (C.4)). Os de talhes encontram-se no Apêndice C.

Uma vez obtido  $\tau_h$ , precisamos recalcular a função de correlação, partindo de (IV.18.a), integrando em  $\tau$  entre os limites  $[\tau_c, \tau_h]$ , com uma função peso apropriada. Pensamos que a escolha natural para essa função peso seja a densidade de entro-

pia do fluido que ainda não se transformou em hadrons. Em princípio, é possível calcular a integral por métodos numéricos. No entanto, devido à complexidade do integrando, as tentativas por métodos usuais de integração numérica revelaram-se infrutíferas. Assim sendo, recorremos a aproximações. Consideramos que a contribuição dominante à formação de partículas e à sua subseqüente emissão tenha origem em um intervalo situado em torno de um tempo-próprio  $\langle \tau_h \rangle$ . Este valor é estimado calculando a média de  $\tau$  entre os instantes  $\tau_c$  e  $\tau_h$ , tendo por peso a fração  $(s_f)$  da densidade de entropia total que corresponde ao plasma remanes cente (expressão (C.9)). Dessa forma, repetimos o procedimento que conduziu às expressões (IV.20) e (IV.25), mas agora consideramos ocorrência de hadronização instantânea em  $\langle \tau_n \rangle$ , tempo-próprio que deve simular a contribuição mais significativa à emissão de partículas e, conseqüentemente, à função de correlação  $C(p_1,p_2)$ .

Vamos então comparar as curvas obtidas com base nas discussões anteriores e os dados experimentais. Os gráficos da Figura 15 referem-se à correlação entre  $\pi^+\pi^+$ , com pontos experimentais extraídos da Referência 29. As curvas tracejadas correspondem ao ajuste experimental baseado em fonte estática, onde  $C(p_1,p_2)$  é escrita como em (III.8), com  $q_0$  substituído por  $q_L$ . Para conseguir tais curvas foi necessário introduzir o parâmetro  $\lambda$  (grau de incoerência), cujo valor medido é  $\lambda=0.43\pm0.06$ . As curvas por nós calculadas basearam-se nos seguintes valores médios:  $\langle p_T \rangle = 0.38$  GeV;  $\langle \theta \rangle \approx 1.011$  rad; M  $\approx 37.5$  GeV (ver relação (IV.29.b) com  $\sqrt{s}=53$  GeV). Salientamos que os valores típicos (médios) por nós adotados não foram ajustados de modo a reproduzir os dados, mas estimados a partir das condições em que os dados foram obtidos.

Na Figura 15-a a curva contínua representa a média do coeficiente de correlação  $<C(p_1,p_2)>$  nos ângulos  $\psi$ , em fun

cão de  $q_T$ , com  $<q_L>=0.075$  GeV. Os cálculos foram feitos supondo que o número de sabores de quarks  $(N_f)$  pudesse ser dois ou três, porém, as curvas obtidas são praticamente indistinguíveis. Na Figura 15-b, mostramos  $<C(p_1,p_2)>$  em função de  $q_L$ , com  $<q_T>=0.1$  GeV. A curva contínua corresponde a  $N_f=3$  e a curva interrompida, a  $N_f=2$ . Aqui também notamos fraca dependência no número de sabores de quarks. Podemos observar pelos resultados que, embora tenhamos adotado valores médios para algumas grandezas cinemáticas e considerado emissão em  $<\tau_h>$ , a compatibilidade com os dados é surpreendentemente boa! Em partícular, a região de  $q_T$  pequenos na Figura 15-a é bem ajustada pela curva calculada, sendo importante lembrar que consideramos fontes to talmente caóticas, para as quais  $\lambda \equiv 1$ .

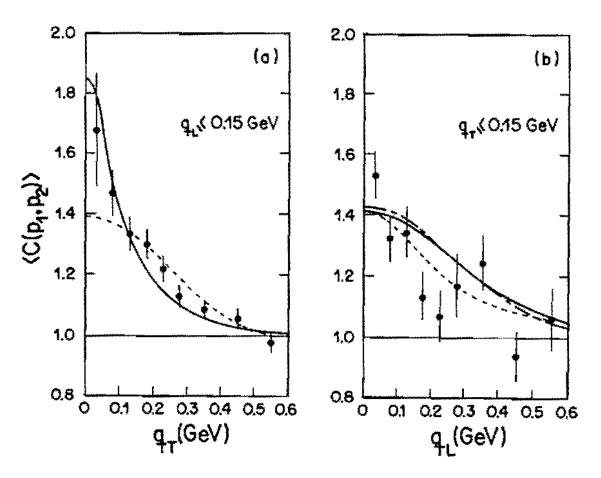


Figura 15 Os dados foram obtidos pela colaboração AFS  $^{29}$ . As curvas tracejadas correspondem a ajuste com fonte estática (III.8). As curvas contínua (N<sub>f</sub> = 3) e interrompida (N<sub>f</sub> = 2) correspondem aos nossos resultados: (a) <C(p<sub>1</sub>,p<sub>2</sub>)> em função de q<sub>T</sub>, com <q<sub>r</sub>> = 0.075 GeV; (b) <C(p<sub>1</sub>,p<sub>2</sub>)> em função de q<sub>L</sub>, com <q<sub>r</sub>> = 0.10 GeV; em ambõs os casos, <p<sub>r</sub>> = 0.38 GeV, <6 $> <math>\simeq$  1.011 rad e M  $\simeq$  37.5 GeV.

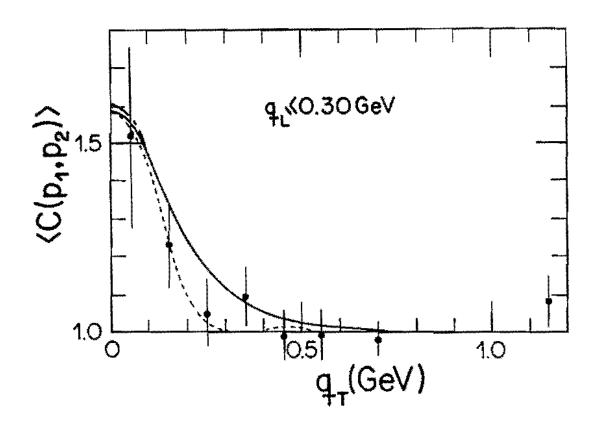


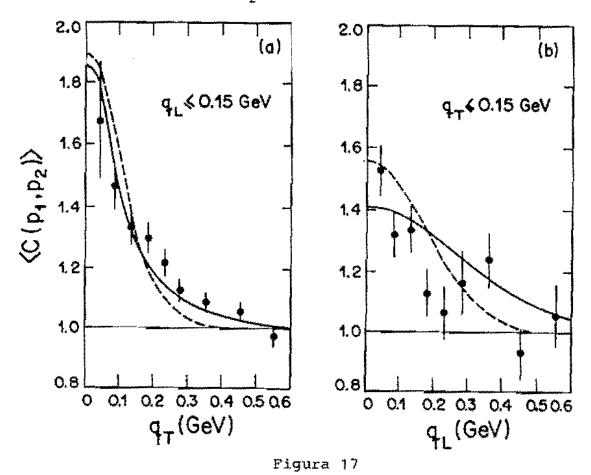
Figura 16

Dados experimentais obtidos pela Colaboração AFS $^{35}$ . A curva tracejada corresponde a ajuste com fonte estática (III.8). As curvas contínua (N<sub>f</sub> = 3) e interrompida (N<sub>f</sub> = 2) correspondem aos nossos resultados:  $\langle C(p_1, p_2) \rangle$  em função de q<sub>T</sub>, com  $\langle q_L \rangle$  = 0.15 GeV,  $\langle p_T \rangle$  = 0.44 GeV;  $\langle e \rangle$  = 0.847 rad e M = 39.6 GeV.

Na Figura 16 encontram-se os pontos experimentais referentes à correlação entre kaons identicos (K+K+ e K-K-) $^{35}$ . A qui também a curva tracejada corresponde ao ajuste com fonte estática como em (III.8), para o qual  $\lambda \neq 1$ ; o valor medido corresponde a  $\lambda' \equiv \lambda/\{1+q_L\tau_c\} = 0.58 \pm 0.31$  (nesse caso, a estatística muito baixa não permite determinação independente dos parâmetros R,  $\tau$  e  $\lambda$  em (III.8); apenas para efeito de comparação com dados de pions, esses parâmetros são ajustados para  $q_T \leq 0.50$  GeV e  $q_L \leq 0.30$  GeV). As curvas contínua e interrompida são as calculadas para a média  $\langle C(p_1,p_2) \rangle$  em  $\Psi$  e correspondem, respectivamente, a  $N_f = 3$  e  $N_f = 2$ . Os valores médios adotados fo-

ram  $\langle p_T \rangle$  = 0.44 GeV,  $\langle \theta \rangle$  = 0.847 rad, M = 39.6 GeV ( $\sqrt{s}$  = 56 GeV) e  $\langle q_L \rangle$  = 0.15 GeV, valores esses estimados levando em conta as condições experimentais. Pela Figura 16, notamos que as curvas para dois e três sabores de quarks diferem ligeiramente apenas na região  $q_T \lesssim$  0.1 GeV. Novamente podemos observar que a compatibilidade entre as curvas calculadas pelo nosso modelo e os pontos experimentais é bastante boa; lembramos novamente que estamos considerando  $\lambda \equiv 1$ .

Os resultados das Figuras 15 e 16 foram obtidos, den tro das aproximações discutidas, supondo a formação inicial um plasma de quarks e gluons. Uma vez que as curvas mostram boa concordância com os dados experimentais, podemo-nos indagar estamos diante de uma evidência de formação de plasma, já às energias do ISR-CERN. Precisamos, então, testar aquela hipótese. Con forme discutimos anteriormente, parece ser mais adequado conside rar que a fonte formada em colisões hadrônicas a altas energias se expanda antes de emergirem as partículas finais. Sendo assim, vamos considerar a expansão, conforme descrita pela solução apro ximada de Khalatnikov. Contudo, alteremos a hipótese referente às ca racterísticas do fluido inicial, supondo que este seja formado de matéria hadrônica desde o princípio. Os hadrons, na versão original de Landau, só adquirem propriamente sua identidade à temp<u>e</u> ratura de dissociação ( $T_d = T_c = m_{\pi}$ ); o que estamos supondo, então, é que a densidade de energia não tenha sido suficiente para a for mação de plasma. Por simplicidade, consideremos que o fluido for mado seja constituído de pions e kaons "desde o início". De for ma a preservar a compatibilidade com a multiplicidade média expe rimental de partículas carregadas, consideramos que a temperatura inicial seja igual aquela antes estimada para o plasma (devemos observar que a relação (B.12) do Apêndice B ē independente da constituição do fluido). Nessas condições, o raio inicial do fluido deve ser maior pois, de acordo com (B.11), fixado o parámetro  $\alpha$  e a(T<sub>C</sub>), é necessário aumentar R<sub>0</sub> para compensar a diminuição do fator estatístico. Para obter curvas de <C(p<sub>1</sub>,p<sub>2</sub>)> coerentes com as hipóteses feitas para o plasma, adotamos para as grandezas cinemáticas os valores médios estimados anteriormente e consideramos emissão de hadrons apenas da superfície T = T<sub>C</sub>. Os resultados da média nos ângulos  $\Psi$  de C(p<sub>1</sub>,p<sub>2</sub>) em função de q<sub>T</sub> e q<sub>L</sub> assim obtidos encontram-se nas Figuras 17 e 18, as quais referem-se, respectivamente, à correlação entre pions e entre kaons idênticos. As curvas tracejadas correspondem à hipótese de formação de pions e kaons desde o início. As curvas continuas são as mesmas das Figuras 15 e 16, referentes à hipótese de formação inicial de plasma, com N<sub>f</sub> = 3.



Nas mesmas condições da Figura 15, ilustramos o comportamento de  $(C(p_1,p_2))$  em função de  $q_T$  (a) e em função de  $q_L$  (b), correspondente à hipótese inicial de formação de plasma (curvas continuas) e de pions e kaons desde o início (curvas tracejadas).

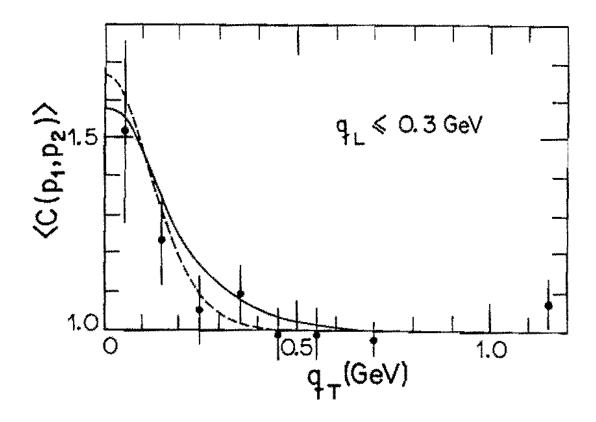


Figura 18

Nas mesmas condições da Figua 16, ilustramos agora o comportamento de  $<C(p_1,p_2)>$  em função de  $q_T$ , correspondente à hipó tese inicial de formação de plasma (curva contínua) e de pions e kaons desde o início (curva tracejada).

A Figura 17-b e, em especial, a Figura 18, sugerem que os novos resultados são também compatíveis com os dados experimentais. No entanto, as incertezas experimentais associadas são grandes. Na Figura 17-a, contudo, as barras de erro são menores e observamos que a nova curva de <C(p<sub>1</sub>,p<sub>2</sub>)> situa-se nitidamente abaixo dos dados, enquanto que a curva correspondente à hipótese de plasma é compatível com eles.

Um outro aspecto interessante é a proximidade das curvas, tanto na Figura 17-a quanto na Figura 18. Para melhor compreendê-lo, é conveniente analisar o comportamento de  $C(p_1,p_2)$ , em função de  $q_T$ , em regiões cinemáticas mais restritas, pois as curvas obtidas com médias em  $\psi$  e com os valores típicos adotados para as demais variáveis cinemáticas, podem escamotear algudos para as demais variáveis cinemáticas, podem escamotear algu-

mas características. Assim, vamos voltar à situação da Figura 7, com os detectores simetricamente colocados em torno do eixo y, tal que  $p \equiv p_T \ (p_L = p_Z = 0 \ ; \theta = \pi/2)$ ,  $q_L \equiv \Delta p_y = 0$ .

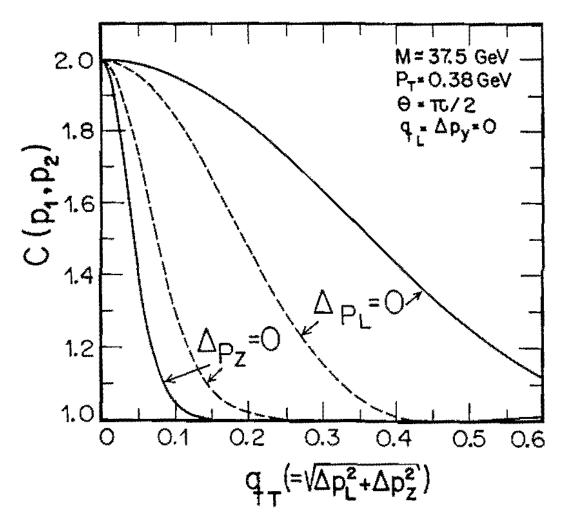


Figura 19

Comparação do comportamento das curvas de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $q_T \equiv \Delta p = \sqrt{\Delta p_L^2 + \Delta p_Z^2}$  ( $\Delta p_T = 0$ ) em regiões cinemáticas mais restritas. As curvas contínuas correspondem à hipótese de formação inicial de plasma e as curvas tracejadas, à presença de pions e kaons desde o início.

A Figura 19 exibe os resultados correspondentes à correlação de pares de pions idênticos, considerando duas hipóteses: plasma de quarks e gluons no início (curvas contínuas) e pions e kaons desde o princípio (curvas tracejadas). A figura também ilustra o comportamento das curvas de correlação correspondentes

a situações extremas pois, para cada uma das hipóteses acima, exi be curvas de  $C(p_1, p_2)$  em função de  $q_m = \Delta p_T (\Delta p_Z = 0)$  e em fun ção de  $q_T = \Delta p_Z$  ( $\Delta p_L = 0$ ). Na região cinemática em que  $\Delta p_L = 0$ , o comportamento de C( $p_1$ , $p_2$ ) em função de  $q_{T} \equiv \Delta p_{Z}$  pode ser fa cilmente compreendido, pois as curvas refletem a dimensão transversal da fonte. Como o raio inicial referente à hipótese de pions e kaons desde o princípio, é maior que o correspondente à hipóte se de plasma inicial, a função de correlação associada ao primei ro caso deve ser mais estreita que a do segundo. E precisamente este o comportamento que observamos na Figura 19, para as curvas referentes a  $\Delta p_1 = 0$ . Por outro lado, as curvas  $C(p_1, p_2)$  em fun ção de  $q_T = \Delta p_L$  ( $\Delta p_Z = 0$ ) devem refletir uma interrelação entre as dimensões longitudinais das fontes e suas velocidades caracte rísticas. Para compreender o resultado, necessitamos de uma informação adicional: os tempos-próprios associados à emissão de partículas são diferentes nos dois casos. Para o fluido constituído de hadrons desde o início, estes são emitidos da superfície de dissociação (Τ<sub>d</sub> = Τ<sub>c</sub> = m<sub>π</sub>) em um tempo-proprio τ<sub>d</sub> =15.5 GeV<sup>-1</sup> (M = 37.5 GeV;  $\sqrt{s}$  = 53 GeV). Se, no entanto, consideramos que ha ja formação de plasma inicialmente, a emissão dominante de partí culas, conforme já discutimos, deve situar-se em torno de  $\langle \tau_h \rangle$  = 27.1 GeV<sup>-1</sup> (para o mesmo valor de M). Concluímos então que, para a mesma velocidade de corte <v>, o fluido terá sofrido maior expansão no segundo caso, antes da emissão. Assim sendo, para a mesma velocidade característica <v>, suas dimensões devem ser maiores, o que implica em uma curva de correlação mais estreita para a hipótese de plasma. Este efeito é análogo à situação ana lisada na Figura 8, referente a raio inicial fixo e dois valores distintos da massa M.

Com base na ilustração da Figura 19 para regiões cinemáticas extremas ( $\Delta p_L = 0$  ou  $\Delta p_z = 0$ ), podemos perceber que, após o cálculo da média nos ângulos V, a curva média referente à hipótese de plasma deve ser bastante próxima da que corresponde a hadrons desde o início (como na Figura 17-a).

#### ALGUMAS PREVISÕES

Conforme pudemos observar no ítem anterior, obtivemos resultados compatíveis com os dados experimentais, mesmo ten do recorrido a aproximações. As incertezas experimentais contidas nos dados, entretanto, não permitem em geral decidir, de maneira inequívoca, se há ou não formação de plasma a energias do ISR/CERN. Lembramos, contudo, que a Figura 17-a favorece a hipó tese de um plasma inicial de quarks e gluons, em detrimento da que considera hadrons desde o princípio. Isto sugere que seria interessante fazer previsões quanto ao comportamento das curvas médias de  $C(p_1,p_2)$  em função de  $q_T$  e  $q_L$ , considerando que o plasma seja formado em colisões pp e  $p\bar{p}$ , a energias incidentes mais altas.

A Figura 20 mostra curvas de correlação entre pions idênticos em função de  $q_T$ , para três valores de massa associados ao aumento da energia incidente  $(\sqrt{s})$ , com  $<q_L>=0.075$  GeV, considerando o mesmo intervalo de rapidez (y) e o mesmo corte nos momentos transversais  $(p_T)$  das partículas usados na obtenção dos dados da Figura 15. Os parâmetros de massa empregados são M = 37.5 GeV  $(\sqrt{s}=53$  GeV;  $<p_T>=0.38$  GeV; <0>=1.011 rad), M = 382 GeV  $(\sqrt{s}=540$  GeV;  $<p_T>=0.43$  GeV; <0>=1.017 rad) e M = 636 GeV  $(\sqrt{s}=900$  GeV;  $<p_T>=0.445$  GeV; <0>=1.017 rad) e notação  $<C(p_1,p_2)>$  indica a média da função de correlação, com os valores típicos adotados, correspondente à rotação dos de tectores em torno da direção de  $<\frac{1}{p}>=\frac{1}{2}<(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2})>$ , do mesmo mo

do que nas Figuras 15-18. A dependência na massa, das curvas <C( $p_1,p_2$ )> em função de  $q_T$ , é a esperada: aumentando a massa M da bola-de-fogo inicial, aumenta o intervalo de expansão, resultando em curvas cada vez mais estreitas. Os máximos das curvas situam-se abaixo de dois em razão de estarmos fixando <q $_L$ >  $\neq$ 0. A altura diminui com o aumento da massa devido à ação combinada desses dois efeitos (isto é, diminuição da largura e <q $_L$ >  $\neq$ 0).

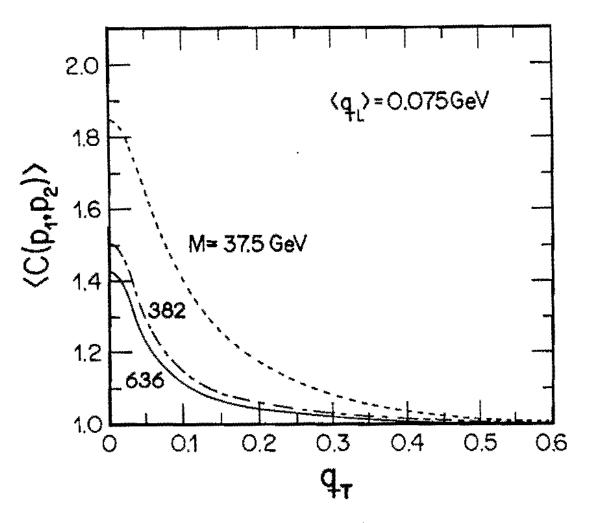


Figura 20

Previsão sobre o comportamento de  $\langle C(p_1,p_2) \rangle$  para pions, em função de  $q_T$ , em relação ao aumento da massa M correspondente ao crescimento da energia (SCM) dos hadrons incidentes.

Na Figura 21 são mostrados os resultados para <C( $p_1,p_2$ ) >em função de  $q_L$ , com <q $_T$ >=0.1 GeV, também no mesmo intervalo de y e com o mesmo corte em  $p_T$  que conduziu aos dados da

Figura 15. Os demais parâmetros, como  $\langle p_T \rangle$ ,  $\langle 9 \rangle$  e M, são os mesmos que foram estimados nos cálculos que resultaram na Figura 20. As conclusões a que podemos chegar em relação à dependência na massa, das curvas  $\langle C(p_1,p_2) \rangle$  em função de  $q_L$  (Figura 21), são análogas às comentadas em relação às curvas  $\langle C(p_1,p_2) \rangle$  em função de  $q_T$ .

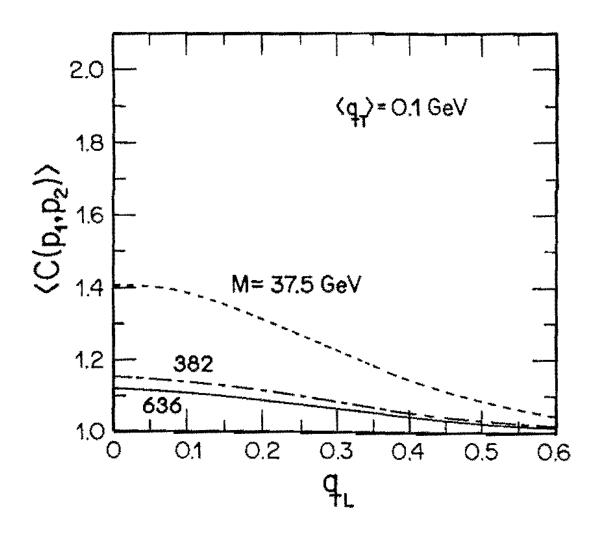


Figura 21

Previsão sobre o comportamento de  $(C(p_1,p_2))$  para pions, em função de  $q_L$ , em relação ao aumento da massa M correspondente ao crescimento da energia (SCM) dos hadrons incidentes.

#### V. CONCLUSÃO

O trabalho aqui discutido teve por objetivo principal o estudo da correlação entre partículas identicas (variante do efeito HB-T/GGLP) para o caso de fontes caóticas em rápida expansão.

O efeito HB-T permite que obtenhamos informações a respeito das dimensões espaço-temporais de fontes emissoras de partículas. No caso de fontes extensas estáticas, tais informações são obtidas diretamente pela análise do comportamento das cur vas do coeficiente de correlação  $C(p_1,p_2)$  em função da diferença de momentos das partículas detectadas.

Quando se trata de fontes com aceleração relativa, como é o caso em que há expansão, a análise da correlação torna-se mais delicada. Com a finalidade de tornar alguns dos efeitos que aparecem nessas situações mais facilmente compreensíveis, consideramos inicialmente o modelo simples de duas fontes pontuais.

Em seguida, analisamos uma situação mais realista, na qual a fonte é gerada em colisões hadrônicas a altas energias. Tal fonte deve sofrer expansão antes de emergirem as partículas finais, para cuja evolução adotamos o Modelo Hidrodinâmico de Landau. Mais especificamente, o límite assintótico de escala da solução de Khalatníkov, considerando desprezível a expansão transversal do fluido. Fazendo a hipótese de fontes completamente caó ticas e utilizando o formalismo de Shuryak adaptado para fontes

contínuas, obtivemos a expressão para o coeficiente de correlação.

Fizemos também a hipótese de que, mesmo em colisões hadrônicas a altas energias, possa ser produzido um plasma de quarks e gluons. Então, para ilustrar alguns efeitos introduzidos pela expansão, consideramos que os bosons (pions, no caso) pos teriormente detectados em medidas de correlação, fossem emitidos da superfície  $T = T_c = m_\pi$ . Analisamos o comportamento das curvas de correlação em algumas regiões cinemáticas mais ilustrativas. Al quns dos efeitos observados poderiam ser esperados intuitivamen-Este é o caso do alargamento das dimensões longitudinais aparentes com a massa M do estado inicial, observado pelo fato de as curvas de correlação tornarem-se mais estreitas com o cresci mento de M. Também esperada é a independência das dimensões trans versais na massa, uma vez que consideramos desprezível a expansão transversal do fluído. Pudemos observar, contudo, efeitos me nos intuitivos, como a dependência da profundidade na massa M e das dimensões aparentes da fonte no momento transversal médio p<sub>r</sub> das particulas, efeitos estes decorrentes da própria expansão.

Na comparação com os dados experimentais, a hipótese de emissão da superfície  $T=T_{\rm C}$  mostrou-se inadequada. Mas isto era esperado, uma vez que, ao atingir tal temperatura, a densidade de energia do fluido ainda é muito alta para supor que ha drons isolados sejam emitidos. Consideramos, então, que a contribuição dominante à emissão ocorresse em torno de um tempo-pró prio  $\langle \tau_h \rangle$ . Consideramos também valores médios para algumas grandezas cinemáticas envolvidas no cálculo de  $\langle C(p_1,p_2) \rangle$ . Comparando nossos resultados com os dados de correlação de pions e de kaons, pudemos observar boa concordância, dentro dos erros experimentais. Como os resultados obtidos contêm a hipótese de formação inicial de plasma, indagamo-nos se, baseados nessa compati

bilidade, poderíamos considerar uma evidência de produção de plas ma. Testamos então aquela hipótese, supondo que, em vez de plas ma, o fluido hidrodinâmico contivesse pions e kaons desde o infcio de sua formação. Os resultados decorrentes também se mostra ram compatíveis com os dados, de maneira geral. Lembramos, contudo, que as incertezas experimentais são grandes. Porém, para os pontos experimentais com as menores barras de erro (Figura 17-a), a nova curva de correlação está em desacordo com os dados, ao pas so que a correspondente à hipótese de formação inicial de plasma é compatível com eles. Desse modo, se os nossos resultados não permitem a conclusão clara de que possa estar havendo formação de plasma em colisões hadrônicas a energias do ISR-CERN, também não admitem conclusão contrária, dentro das incertezas experimentais dos dados analisados.

Uma outra característica importante ressaltada em nos sa análise é a questão da coerência da fonte. Com base na Figura 15-a, para a qual as diferenças são mais nítidas, observamos que a curva por nos obtida, correspondente a fontes completamente caóticas, descreve melhor a tendência dos dados (em especial para  $q_T \le 0.1$  GeV) que a de fontes estáticas, para a qual foi ne cessário considerar a hipótese de coerência parcial ( $\lambda < 1$ ).

Em síntese, no caso de fontes em expansão, precisamos ser cautelosos quanto às informações que os dados de correlação revelam sobre suas dimensões. De qualquer forma, seria interessante que os futuros dados experimentais procurassem analisar regiões cinemáticas mas restritas. Ainda que as dimensões reveladas da fonte não correspondam às reais, muitas informações elucidativas acerca de seu comportamento poderão ser extraídas, conforme discutimos nesse trabalho.

#### APENDICE A

## EXPRESSÕES ESTATÍSTICAS DE n, & E s

# GAS DE BOSONS (FERMIONS) À TEMPERATURA CRÍTICA

A expressão da densidade de partículas, obtida da Mecânica Estatística, como função da temperatura  ${\bf T_c}$ , é dada por  $^4$ :

$$n = g \int \frac{d^3 p/(2\pi)^3}{E/T_C} = \frac{g}{(2\pi)^3} \iiint \frac{p^2 \operatorname{dp} \operatorname{sen} \theta \operatorname{d}\theta \operatorname{d}\phi}{\exp\left[\frac{1}{T_C}\sqrt{p^2 + m^2}\right] \mp 1}$$
(A.1)

onde <u>g</u> é o fator estatístico (degenerescência), <u>p</u> o momento, <u>E</u> a energia e <u>m</u> a massa das partículas; o sinal - (+) refere-se a bosons (fermions). A integração em (A.1) estende-se a todo o espaço dos momentos.

Estamos usando unidades tais que  $h=c=k_B=1$ , sendo h a constante de Planck  $(h=h/2\pi)$ , c a velocidade da luz e  $k_B$  a constante de Boltzmann.

Fazendo uma mudança de variável  $x^2 = p^2/m^2$  e denotando  $z = m/T_{_{\rm C}}$ , obtemos:

$$n(z) = \frac{q}{2\pi^2} T_C^3 F(z)$$
 (A.2.a)

$$F(z) = z^{3} \int_{0}^{\infty} \frac{x^{2} dx}{\exp[z \sqrt{1+x^{2}}] + 1} = z^{2} \int_{m=0}^{\infty} (\pm 1)^{m} \frac{K_{2}[z(1+m)]}{(1+m)}$$
(A.2.b)

onde  $K_2[z(1+m)]$  é a função modificada de Bessel de segunda classe e ordem dois. Do lado direito de (A.2.b), o sinal (+) se apli

ca a bosons e o (-) a fermions.

A expressão para a densidade de energia é dada por 4:

$$\epsilon = \frac{g}{(2\pi)^3} \int E \frac{d^3p}{E/T_C} = \frac{g}{(2\pi)^3} \iiint \frac{\sqrt{p^2 + m^2} p^2 dp sen \theta d\theta d\phi}{\exp \left[\frac{1}{T_C} \sqrt{p^2 + m^2}\right] \mp 1}$$
(A.3)

onde a integração se estende a todo o espaço dos momentos.

Repetindo a mudança de variável feita anteriormente, obtemos:

$$\varepsilon(z) = \frac{g}{2\pi^2} T_C^* \Phi(z)$$
;  $z = \frac{m}{T_C}$  (A.4.a)

onde  $K_1[z(1+m)]$  é a função de Bessel modificada de segunda classe e ordem um.

No caso da densidade de entropia s, precisamos escrever a função de partição do sistema Z e usar as relações termodinâmicas:

$$s = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_{V,N} \qquad ; \qquad F = -T \ln Z$$

sendo F a energia livre de Helmholtz.

Então, a expressão para a densidade de entropía serâ<sup>4</sup>:

$$s(z) = \frac{q}{2\pi^2} T_c^3 G(z)$$
 (A.5.a)

$$G(z) = z^{z} \int_{m=0}^{\infty} (\pm 1)^{m} \left\{ \frac{4K_{z}[z(1+m)]}{(1+m)^{2}} + z \frac{K_{1}[z(1+m)]}{(1+m)} \right\}$$
 (A.5,b)

sendo que o sinal (+) se refere a bosons e o (-) a fermions.

#### GÁS DE PIONS E DE KAONS À TEMPERATURA CRÍTICA

As funções que determinam n(z),  $\varepsilon(z)$  e s(z) podem ser obtidas desde que conheçamos o valor de  $z=m/T_{\rm C}$ .

No caso de um gás de pions à temperatura  $T=T_{\text{c}}\approx m$ , o fator z será:

$$z_{\pi} = \frac{m_{\pi}}{T_{C}} = 1 .$$

E no caso de kaons, como  $m_k \approx 0.494 \text{ GeV}$  e  $m_{\pi} \approx 0.14 \text{ MeV}$ ;

$$z_k = \frac{m_k}{T_0} = \frac{0.494}{0.14} = 3.5$$
.

Como kaons e pions são bosons, obtemos para as funções F(z),  $\Phi(z)$  e G(z), a partir das correspondentes expressões, os resultados da tabela que se segue:

Tipo de Partícula	z = m/T <sub>c</sub>	F(z)	Φ(Z)	G(z)
pions	1.0	1.78	5.78	7.48
kaons	3.5	0.40	2,16	2.55

A partir da tabela, podemos facilmente obter n(z),  $\epsilon(z)$  e s(z), utilizando suas respectivas expressões, ou seja, (A.2.a), (A.4.a) e (A.5.a).

# PLASMA DE QUARKS E GLUONS À TEMPERATURA CRÍTICA

No Capítulo IV consideramos a hipótese de que possa ser formado um plasma de quarks e gluons em colisões hadrônicas a altas energias. Na Cromodinânica Quântica (QCD), os gluons são bosons sem massa, intermediários das interações fortes. Os quarks, no entanto, são massivos, a não ser a altas temperaturas quando em princípio, pode haver restauração da simetria quiral.

Para calcular, de maneira aproximada, as densidades  $\underline{n}$ ,  $\underline{\epsilon}$  e  $\underline{s}$  para o plasma à temperatura crítica  $\mathbf{T}_{\mathbf{C}} \cong \mathbf{m}_{\pi}$ , supomos que este seja um gás de gluons e quarks sem massa. Essa aproximação é tanto melhor quanto menor for a massa estimada para os quarks. Nessas condições, é mais razoável considerar apenas os quarks mais leves u ("up"), d ("down") e s (estranho), o que corresponde a tomar o número de sabores  $N_{\mathbf{f}} = 3$ .

Dessa forma, podemos calcular as expressões para n(z),  $\epsilon(z)$  e s(z) tomando z=0, tanto para os gluons quanto, aproximadamente, para os quarks. Obtemos, então, para a densidade de energia:

$$\varepsilon_{\text{plasma}}(z=0) = \frac{\pi^2}{30} (g_q + \frac{7}{8} g_q) T_c^4 + B$$
 (A.6)

sendo  $\underline{B}$  a constante (pressão do vâcuo) do Modelo "MIT Bag"  $^{44}$ . Os fatores  $g_g$  e  $g_q$  refletem, respectivamente, o número de graus de liberdade de gluons e de quarks:

$$g_{cr} = 8 (cor) \times 2 (spin)$$
 (A.7.a)

$$g_{q} = 2 (q\overline{q}) \times 3 (cor) \times 2 (spin) \times N_{f}$$
 (A.7.b)

O fator  $\frac{7}{8}$  na expressão (A.6) é estatístico, surgindo como conseqüência do fato dos quarks serem fermions. Devemos observar que, como B =  $5 \times 10^{-4}$  GeV, a pressão do vácuo B é bem menor que o primeiro termo de (A.6), mesmo à temperatura crítica  $T_c = m_\pi$ .

Para as densidades de "partículas" n(z) e de entropia s(z), obtemos:

$$n_{\text{plasma}}(z=0) = \frac{1}{\pi^2} (g_g + \frac{3}{8} g_g) T_c^3 \zeta(3)$$
 (A.8)

$$s_{plasma}(z=0) = \frac{2\pi^2}{45} (g_g + \frac{7}{8}g_g) T_c^3$$
 (A.9)

sendo  $\zeta(3)$  a função zeta de Riemann com argumento três. No caso de (A.8), o fator estatístico correspondente a fermions é  $\frac{3}{8}$ .

#### APÊNDICE B

# DEPENDÊNCIA DA MULTIPLICIDADE MÉDIA <N<sub>CH</sub>> NA MASSA (M) DO ESTADO INICIAL DE PLASMA

No Modelo Hidrodinâmico de Landau<sup>4</sup>, a densidade de partículas finais é diretamente proporcional à densidade de entropia:

$$n(T) = a(T) s(T)$$
 (B.1)

onde a(T) é o coeficiente de proporcionalidade, o qual varía muito lentamente com a temperatura.

Conforme discutimos no Capítulo IV, estamos considerando um modelo segundo o qual as partículas finais constituem um gás de pions e kaons, produzidos à temperatura crítica  $T_{\rm c} = {\rm m_{\pi}}$ . Podemos, então, determinar o coeficiente a(T) a essa temperatura, com o auxílio de (B.1) e das expressões (A.2) e (A.5) do Apéndice A. Devemos nos lembrar, contudo, que apenas partículas car regadas são detectadas. Dessa forma, devemos incorporar à expressão (A.2) fatores que exprimam esse fato. No caso de pions, dos três tipos existentes, apenas dois são carregados, o que resulta em um fator  $\frac{2}{3}$ . No caso de kaons, dois dos quatro são carregados, resultando em fator  $\frac{1}{2}$ . Dessa forma, obtemos:

$$a_{\pi+k}(T_c - m_{\pi}) = \frac{2[F(z_{\pi} - 1) + F(z_k - 3.5)]}{3G(z_{\pi} - 1) + 4G(z_k - 3.5)}$$
(B.2)

sendo que os valores das funções F(z) e G(z) são dados na ta

bela do Apêndice A.

No estado final de colisões hadrônicas a altas energias os pions são, contudo, mais abundantes. Se, em vez de um gás de pions e kaons secundários, considerás semos um gás constituído predominantemente de pions, o coeficiente a  $(T_c)$  seria da do por:

$$a_{\pi}(T_{C} \sim m_{\pi}) = \frac{2}{3} \frac{F(z_{\pi} \sim 1)}{G(z_{\pi} \sim 1)}$$
 (B.3)

Interessa-nos discutir aqui a dependência da multiplicidade média de partículas na massa M do estado inicial formado em colisões hadrônicas a altas energias. Conforme mencionamos no Capítulo IV, consideramos que, inicialmente, seja formado um plas ma de quarks e gluons nessas colisões. Este se expande e se restria até que seja atingida a temperatura crítica T<sub>C</sub>, quando tem início a transição de fase de plasma para hadrons (gás de pions e kaons). De acordo com o discutido no Capítulo II, a entropia é conservada durante a expansão hidrodinâmica. Além disso, conforme mencionamos no Apêndice C, Gyulassy e Matsui 42 mostraram que, na ausência de efeitos viscosos, a entropía também se conserva durante a transição de fase. Então, como a(T) é função praticamente constante da temperatura, podemos, a partír de (B.1), escrever:

$$N(T_C) = a(T_C) S(T_C) = a(T_C) S(T_0)$$
 (B.4)

onde  $N(T_c)$  é o número de hadrons (pions e kaons) secundários,  $S(T_c)$  é a entropia à temperatura crítica e  $S(T_c)$  é a entropia inicial.

Pela expressão (B.4), observamos que, conhecida  $S(T_0)$ ,

podemos prever a multiplicidade de partículas finais, com base no Modelo Hidrodinâmico. A entropia  $S(T_0)$  pode ser determinada através da expressão (A.9) do Apêndice A, tomada à temperatura inicial  $T_0$ , correspondente ao início da expansão do plasma. Quando consideradas a essa temperatura, as expressões (A.6)-(A.9) representam resultados mais realistas. Isto porque, para sua obtenção, consideramos  $z_q = (m_q/T_c) \sim 0$  e, como  $T_0$  deve ser maior que  $T_c$ , esta aproximação torna-se melhor. Então, a partír de (A.6), tomada em  $T=T_0$ , podemos escrever a temperatura inicial em termos da densidade inicial de energia  $\epsilon_0$ . Substituindo o resultado na expressão (A.9), obtemos:

$$S(T_0) = S(T_0) V_{p\ell} = \frac{2\pi^2}{45} (g_g + \frac{7}{8} g_q) V_{p\ell} = \frac{\epsilon_0^{3/4}}{\left[\frac{\pi^2}{30} (g_g + \frac{7}{8} g_q)\right]^{3/4}}$$
(B.5)

sendo  $V_{p\ell}$  o volume inicial do plasma, no sistema de referência onde este se encontra em repouso, no instante de sua formação.

Na expressão (B.5) não aparece a pressão do vácuo B do Modelo "MIT Bag", pois esse fator é desprezível frente ao primeiro termo de (A.6), quando considerado à temperatura  $T=T_0$ .

Se <u>M</u> for a massa de repouso do plasma inicial, então,  $\varepsilon_0$  = M/V<sub>pl</sub>; dessa forma (B.5) pode ser reescrita como:

$$S(T_0) = \frac{2\pi^2}{45} \left(\frac{30}{\pi^2}\right)^{3/4} \left(g_g + \frac{7}{8}g_q\right)^{1/4} V_{p\ell}^{1/4} M^{3/4} . \qquad (B.6)$$

Precisamos, então, estabelecer algumas hipóteses que conduzam a uma boa aproximação para o volume inicial do plasma  $V_{p\ell}$ . O Modelo Hidrodinâmico original considera que, em colisões hadrônicas a altas energias, as partículas incidentes desa-

pareçam na colisão, dando origem a um estado que se expande até atingir a temperatura de dissociação, quando emergem as partículas finais. O referencial mais natural para analisar tal situação é o sistema de centro de massa (SCM), no qual as partículas incidentes tornam-se altamente contraídas pelo fator de Lorentz.

No entanto, já na década de 50, a física de raios cós micos observava um efeito posteriormente reproduzido pelos dados de aceleradores a grandes energias: o de partícula dominante, no qual uma das partículas "sobrevive". Isto quer dizer que é observada uma partícula no mesmo sentido que uma das incidentes, com os mesmos números quânticos que ela, carregando grande parte de sua energia. Alguns dados apontam para a existência de duas partículas dominantes 45. No entanto, conforme discutido por Hama e e Pottag 14 para colisões proton-proton, os dados são compatíveis com a preponderância do efeito de uma partícula dominante em relação ao de duas partículas dominantes.

Foi proposta, então, uma alteração do Modelo Hidrodinamico original de forma a incluir o efeito de partícula dominamico de la colisões hadrônicas a altas energias podemos ter a produção de uma tal partícula, emergindo da colisão no mesmo sentido de uma das incidentes, e a formação de um fluido (bola-de-fo-go) em torno da outra partícula incidente, com volume bastante contraído, em sentido oposto ao da dominante no SCM. A bola-de-fogo está associada uma massa (M), correspondente à "missing mass".

Por outro lado, os dados experimentais de distribuíção inclusiva de partículas dominantes do/dx são compatíveis com uma distribuição plana em um grande intervalo da fração de energia (x) carregada pela partícula dominante, excetuando talvez uma faixa estreita em torno de |x|=1. Segundo Hama e Navarra 46, uma tal distribuição pode ser interpretada como manifestação de flutuações quânticas no processo de produção dessas partículas. Em outras palavras, mesmo para uma dada energia incidente fixa, a e nergia da partícula dominante deve ser distribuída probabilisticamente. Em correspondência, a massa M ("missing mass") deve va riar de evento para evento e, conseqüentemente, também o número de partículas finais produzidas. Com base nessas considerações foram feitas algumas tentativas de ajuste dos dados experimentais de distribuição de pseudo-rapidez  $dn/dn \times |n|$ , onde  $n = - \ell n t g \frac{\theta}{2}$ , considerando multiplicidades médias de partículas carregadas  $d = \ell n t g \frac{\theta}{2}$ , correspondentes a alguns valores de massa M (em primeira aproximação, quando são desprezadas flutuações no número de partículas carregadas, M pode ser estimada fixando  $d = \ell n t g \frac{\theta}{2}$ , mostram-se em bom acordo com os dados experimentais.

Adotando a versão do Modelo Hidrodinâmico que inclui o efeito de partícula dominante, o referencial mais natural para analisar a expansão do fluido formado em colisões proton-proton é o sistema de repouso da bola-de-fogo no instante de sua formação. Nesse sistema, o volume inicial do fluido é dado por 14:

$$V = \frac{V_0}{\gamma} , \quad \gamma = \frac{M}{2m_p}$$
 (B.7)

sendo  $V_0$  o volume do proton incidente que dará origem à bola-de-fogo (em seu referencial de repouso), m a massa do proton e M a massa da bola-de-fogo inicial.

Supondo que o proton incidente tenha um volume aproximadamente esférico, de raio  $R_0$ , o volume inicial do plasma em (B.6) pode ser escrito, usando (B.7), como:

$$V_{p\ell} = \frac{4}{3} \pi R_0^3 \frac{2m_p}{M}$$
 (B.8)

Substituindo (B.8) em (B.6), obtemos:

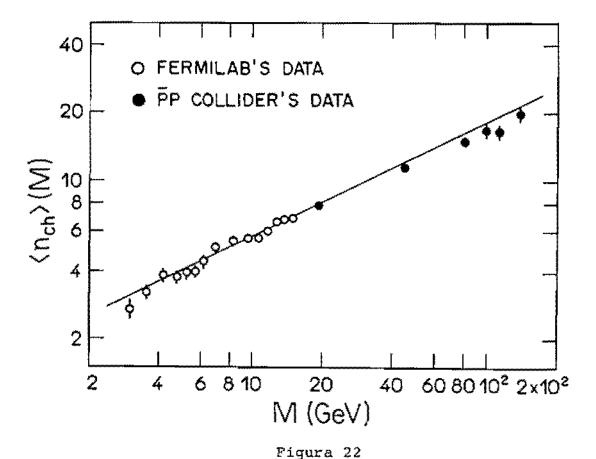
$$S(T_0) = \frac{4}{3} \left[ \frac{4\pi^3}{45} m_p (g_g + \frac{7}{8} g_g) \right]^{1/4} R_0^{3/4} \sqrt{M} . \qquad (B.9)$$

Então, com base na relação (8.4), podemos escrever:

$$N_{CH}(T_C) = \alpha \sqrt{M}$$
 (B.10)

$$\alpha = \frac{4a(T_c)}{3} \left[ \frac{4\pi^3}{45} m_p (g_q + \frac{7}{8}g_q) \right]^{1/4} R_0^{3/4} . \tag{B.11}$$

O coeficiente de proporcionaldade  $\underline{\alpha}$  em (B.10) pode, em princípio, ser determinado experimentalmente, a partir de dados de multiplicidade média de partículas carregadas  $^{\rm N}_{\rm CH}^{\rm >}$  em função de M. A Figura 22, extraída da Referência 15, reune dados do Fermilab $^{47}$  e do "pp collider"  $^{48}$ .



Multiplicidade média de partículas carregadas como função de M ("missing mass"), extraída da Referência 15.

A primeira característica interessante da figura é a compatibilidade dos dados com a equação (B.10). A reta, correspondente a  $\alpha$  = 1.8 GeV $^{-1/2}$ , representa um ajuste  $^{15}$  para o qual foi feita a hipótese de produção de uma partícula dominante e uma bola-de-fogo constituída de quarks e gluons (plasma). O raio inicial R<sub>0</sub> foi tomado igual ao do proton R<sub>p</sub> = 0.75 fm = 3.8 GeV $^{-1}$ . A análise considerou N<sub>f</sub> = 2, compatível com a hipótese de que o estado final fosse constituído predominantemente de pions.

Tendo em vista que, conforme mencionamos anteriormente, consideramos o estado final como um gás de pions e kaons e, ainda, que  $\alpha = 1.8$  reproduz de forma excelente os dados da Figura 22, resolvemos considerar fixo esse valor e não, como na Referência 15, considerar a priori  $R_0 = 0.75$  fm.

Interessa-nos determinar a temperatura inicial  $T_0$  do plasma. Com base nas considerações anteriores, podemos determinar esta temperatura a partir da expressão (A.6) do Apêndice A tomada em  $T=T_0$ , desprezando o fator B, conforme discutimos. Lem brando que  $\varepsilon_0 = M/V_{\rm p\ell}$ , podemos obter a expressão para  $T_0$  considerando  $\alpha = 1.8$  fixo. A partir dessas considerações e das relações (B.8) e (B.11), obtemos:

$$T_0 = \frac{4a(T_C)}{3\alpha} \sqrt{M} = 0.0989 \sqrt{M}$$
 (B.12)

Conhecida a temperatura inicial  $T_0$ , podemos determinar o tempo-próprio  $\tau_{\rm c}$  que marca o instante em que a transição de fase de plasma para hadrons tem início. Isto pode ser feito com o auxílio da expressão (II.10.b) do Capítulo II pois, até es se instante, o fluido se expande de acordo com a solução (assintótica) da hidrodinâmica de Landau. Dessa forma:

$$\tau_{\mathbf{C}} \cong \Delta \left(\frac{\mathbf{T}_{\mathbf{0}}}{\mathbf{T}_{\mathbf{C}}}\right)^{3} \tag{B.73}$$

onde  $T_{c} = m_{\pi}$  e  $\Delta$  é escrito como:

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{\Delta_0}{2} = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{2m_p}{M} R_0$$
 (B.14)

Então, substituindo  $R_0$  dado em (B.11) na expressão (B.14) e esta, bem como (B.12), em (B.13), obtemos finalmente:

$$\tau_{c} = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \left[ \frac{4a (T_{c})}{3} \right]^{5/3} \left[ \frac{90 m_{p}^{2}}{\pi^{3} (g_{q} + \frac{7}{8} g_{q})} \right]^{1/3} \frac{\sqrt{M}}{m_{\pi}^{3}}$$
(B. 15)

onde  $\alpha = 1.8$  fixo e a(T<sub>c</sub>) é dado em (B.2).

#### APÉNDICE C

## CALCULO DE Th E DE <Th>

# CALCULO DE Th

Conforme discutido no Capítulo IV, consideramos que, ao atingir a temperatura crítica To, o plasma de quarks e gluons inicie uma transição de fase para um gás de hadrons. M. Gyulassy e T. Matsui<sup>42</sup> demonstraram que, na ausência de efeitos viscosos, <u>e</u> xiste uma trajetória isentrópica através da transição, resultado este que independe de qualquer forma particular para a equação de estado. Durante o processo, temperatura  $(T = T_n)$  e pressão (p = p\_) devem manter-se constantes. Como cada elemento de fluido ao atingir T, tem uma certa velocidade v, o fato de a pressão ser constante nesse estágio implica que a velocidade tam bém o é; assim sendo, há expansão inercial durante a transição de fase. Estamos considerando desprezível a expansão transversal des de o início. Como a entropia se conserva durante a transição, sua densidade s decresce devido à expansão longitudinal apenas. Mas, se a velocidade se mantém constante para cada ponto do fluido, então, o produto st permanece constante, ou seja:

$$s_c \tau_c = s_h \tau_h = constante$$
 (C.1)

onde  $s_c$  e  $s_h$  são as densidades de entropia no início e no final da transição de fase;  $\tau_c$  e  $\tau_h$  são os tempos-próprios cor respondentes, ou seja,  $\tau_c$  corresponde ao tempo-próprio no limite em que o fluido ainda é plasma e  $\tau_h$ , àquele em que todo ele terá sido convertido em hadrons. Fazendo a hipótese de que, mesmo à

temperatura crítica, a massa dos quarks possam ser consideradas desprezíveis, a densidade de entropia  $s_{\rm c}$ , conforme discutido no Apêndice A, será escrita como:

$$s_c(T_c) = \frac{2\pi^2}{45} (g_g + \frac{7}{8} g_q) T_c^3$$
 (C.2)

 $g_g$  e  $g_q$  referem-se, respectivamente, ao número de graus de liberdade de gluons e de quarks  $(g_g + \frac{7}{8} g_q = 16 + \frac{7}{8} \times 12 \times N_f)$ ;  $T_c = m_{\pi}$ .

Por outro lado,  $\tau_{_{\mathbf{C}}}$  pode ser determinado com o auxílio da relação (II.10.b), para  $T=T_{_{\mathbf{C}}}$ , podendo ser escrito na forma dada pela expressão (B.15) do Apêndice B.

Supondo que o gás de hadrons seja formado essencialmente de pions e kaons, s<sub>h</sub> pode ser calculada através da relação (A.5) do Apêndice A:

$$s_h(z) = \frac{T_C^3}{2\pi^2} \left[ g_{\pi} G(z_{\pi} - 1) + g_{k} G(z_{k} - 3.5) \right]$$
 (C.3)

onde  $g_{\pi}=3$  e  $g_k=4$  são as degenerescências de pions e kaons, respectivamente; os valores das funções G(z) encontram-se na tabela do Apêndice A.

Finalmente, podemos determinar  $\tau_h$ , através das relações (C.1-C.3):

$$\tau_{h} = \frac{\frac{4\pi^{4}}{45} (g_{g} + \frac{7}{8} g_{g})}{g_{\pi} G(z_{\pi}) + g_{k} G(z_{k})} \tau_{c} . \qquad (C.4)$$

# CÁLCULO DE «Th»

De acordo com o que foi mencionado no Capítulo IV,

<τ<sub>h</sub>> corresponde ao tempo-próprio médio, em torno do qual situa -se a contribuição dominante à hadronização e à emissão subseqüente de partículas. Para estimá-lo, consideramos que, durante a transição de fase, a densidade de entropia possa ser escrita em termos de suas partes:

$$s = s_f + s_q \tag{C.5}$$

onde  $s_{\hat{f}}$  é a porção correspondente ao plasma e  $s_{\hat{g}}$  a correspondente ao gás de hadrons (pions e kaons). Consideramos também que, durante a transição,  $s_{\hat{f}}$  seja uma fração da densidade total de entropia s:

$$s_f = f \times s$$

$$(C.6)$$
 $s_q = (1-f)s$ 

onde a fração f deve respeitar as condições:

$$f = 1$$
 para  $V = V_{c}$  (C.7)  
 $f = 0$  para  $V = V_{h}$ 

sendo  $V_{\rm C}$  o volume do plasma quando tem início a transição de fase e  $V_{\rm h}$  o volume do gãs de hadrons quando ela termina, ou seja, quando o plasma tiver sido convertido totalmente em hadrons. Nessas condições, a fração f pode ser escrita como:

$$f = \frac{v_h - v}{v_h - v_c} = \frac{\tau_h - \tau}{\tau_h - \tau_c} . \qquad (C.8)$$

Para escrever o lado direito de (C.8), usamos o fato

de a expansão longitudinal ser inercial durante a transição de fase.

Partindo de (C.1) e de (C.8), podemos reescrever a relação (C.6) como:

$$s_{f} = \frac{s_{c}^{\tau} c}{\tau} \left( \frac{\tau_{h} - \tau}{\tau_{h} - \tau_{c}} \right)$$

$$s_{g} = \frac{s_{c}^{\tau} c}{\tau} \left( \frac{\tau - \tau_{c}}{\tau_{h} - \tau_{c}} \right)$$
(C.6')

O tempo-próprio  $<\tau_h>$  pode, então, ser estimado calculando a média de  $\tau$ , entre  $\tau_c$  e  $\tau_h$ , tendo por peso a fração  $(s_f)$  da entropia total associada à porção de plasma remanescente:

$$\langle \tau_h \rangle = \frac{\int_{\tau_c}^{\tau_h} s_f \tau d\tau}{\int_{\tau_c}^{\tau_h} s_f d\tau} . \qquad (C.9)$$

Finalmente, com o auxílio de (C.6'), obtemos:

$$\langle \tau_{h} \rangle = \frac{\int_{\tau_{c}}^{\tau_{h}} (\tau_{h} - \tau) d\tau}{\int_{\tau_{c}}^{\tau_{h}} (\frac{\tau_{h}}{\tau_{c}} - 1) d\tau} = \frac{\frac{1}{2} \left[ \frac{\tau_{h}}{\tau_{c}} - 1 \right]^{2}}{\frac{\tau_{h}}{\tau_{c}} \left[ \ln \left( \frac{\tau_{h}}{\tau_{c}} \right) - 1 \right] + 1} \times \tau_{c}$$
 (C.10)

sendo  $\tau_{_{\mathbf{C}}}$  dado pela expressão (B.15) do Apêndice B.

É conveniente observar que, no caso de formação de pions e kaons desde o início, o tempo-próprio  $\tau_{\rm d}$ , corresponden-

te à emissão de partículas da superfície de dissociação, é dado pela expressão:

$$\tau_{\rm d} = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{2}{m_{\pi}^3} m_{\rm p}^{2/3} \left[ \frac{45}{4\pi^3 (g_{\pi} + g_{\rm k})} \right]^{1/3} \left( \frac{4a}{3\alpha} \right)^{5/3} \sqrt{M}$$
 (C.11)

onde  $\alpha = 1.8$  e  $a(T_c)$  é dado pela expressão (B.2) do Apêndice B. Para obter (C.11) fixamos a temperatura  $T_0$  coincidente com a estimada no caso de formação de plasma. O raio inicial, no caso de hadrons desde o início, é maior e pode ser estimado pela expressão:

$$T_0 = \frac{4a}{3\alpha} \sqrt{M} = \left[ \frac{45}{4\pi^3 m_p (g_{\pi} + g_k)} \right]^{1/4} R_0^{-3/4} \sqrt{M}$$
 (C.12)

Em (C.12) a primeira igualdade é idêntica à da relação (B.12) do Apêndice B e o lado direito é obtido de expressão correspondente a (B.11), quando consideramos o fluido hidrodinãmico constituído de "hadrons" desde o início de sua formação.

#### REFERÊNCIAS

1 - Para uma revisão do assunto:
E.V. Shuryak, Phys. Rep. 61 (1980) 71;
H. Satz, "Quark Matter Formation and Heavy Ion Collisions",
editado por M. Jacob e J. Tran Thanh Van, Phys. Rep. 88 (1982)

349.

- 2 R. Campanini, preprint DFUB 17-85 Univ. Bolonha e Proc. of the Second International Workshop on Local Equilibrium in Strong Interaction Physics (LESIP - II), p. 28, editado por P. Carruthers e D. Strottman (World Scientific, 1986).
- 3 L. McLerran, preprint CONF-86/134-T Fermilab, apresentado no IX Workshop on High Energy Physics and Field Theory, Protvino, URSS (julho/1986);
  - H. Satz, preprint BNL-37953 Brookhaven National Lab.
- 4 L.D. Landau, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Fiz. 17 (1953) 51; Collected Papers, p. 569 e 665, editado por D. Ter Haar (Gordon & Breach, 1967).
- 5 Y. Hama, Proc. of the First International Workshop on Local Equilibrium in Strong Interaction Physics (LESIP I), p. 60, editado por D.K. Scott e R.M. Weiner (World Scientific, 1985); Y. Hama e F.W. Pottag, Rev. Bras. Fis. 15 (1985) 289; Y. Hama e F.W. Pottag, "Energy Dependence of the Transverse Expansion in Hydrodynamical Models", a ser submetido para publicação.
- 6 I.M. Khalatnikov, 2h. Eksp. Teor. Fiz. 26 (1954) 529.
- 7 J.D. Bjorken, Proc. of the International Summer Institute on Theoretical Physics, editado por J.G. Körner, G. Kramer e D. Schildknecht, Lect. Notes Phys. 56 (1976) 93.

- 8 J. Nowakowski e F. Cooper, Phys. Rev. D9 (1974) 771.
- 9 M.I. Gorenshtein, V.I. Zhdanov e Yu.M. Sinyukov, Sov. Phys. JETP 47 (1978) 435.
- 10 J.D. Bjorken, Phys. Rev. <u>D27</u> (1983) 140;
  - K. Kajantie e L. McLerran, Phys. Lett. 119B (1982) 203;
  - K. Kajantie e R. Raitio, Phys. Lett. 121B (1983) 415;
  - K. Kajantie, R. Raitio e P.V. Ruuskanen, Nucl. Phys. <u>B222</u> (1983) 152.
- 11 "Discussões de Mesa-Redonda", Proc. of the First International Workshop on Local Equilibrium in Strong Interaction Physics (LESIP I), p. 427, editado por D.K. Scott e R.M. Weiner (World Scientific, 1985).
- 12 P. Carruthers, Ann. N.Y. Acad. Sci. 229 (1974) 91.
- 13 E.I. Daibog, I.L. Rosental e Ju.A. Tarasov, Forts. Phys. <u>27</u> (1979) 313.
- 14 Y. Hama, Phys. Rev. <u>D19</u> (1979) 2623;
   Y. Hama e F.W. Pottag, Rev. Bras. Fis. 12 (1982) 247.
- 15 Y. Hama e F.W. Pottag, "Diffractive Excitation of the Quark -Gluon Plasma", a ser submetido para publicação.
- 16 Y. Hama e F.S. Navarra, Phys. Lett. 129B (1983) 251.
- 17 R. Hanbury Brown e R.Q. Twiss, Phil. Mag. <u>45</u> (1954) 663; Nature <u>177</u> (1956) 27; Nature <u>178</u> (1956) 1447.
- 18 E.M. Purcell, Nature 178 (1956) 1449.
- 19 E.A. Bartnik e K. Rzążewski, Phys. Rev. <u>D18</u> (1978) 4308.
- 20 G. Goldhaber et al., Phys. Rev. 120 (1960) 300.
- 21 V.G. Grishin, G.I. Kopylov e M.I. Podgoretskii, Sov. J. Nucl. Phys. 13 (1971) 638;
  - G.I. Kopylov, Sov. J. Nucl. Phys. <u>15</u> (1972) 103 (ambas referentes a ressonâncias hadrônicas);
  - V.G. Grishin, G.I. Kopylov e M.I. Podgoretskii, Sov. J. Nucl. Phys. 14 (1972) 335 (referente a ressonâncias nucleares).

- 22 G.I. Kopylov e M.I. Podgoretskii, Sov. J. Nucl. Phys. 14 (1972) 604.
- 23 G.I. Kopylov e M.I. Podgoretskii, Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) 219.
- 24 E.V. Shuryak, Phys. Lett. 44B (1973) 387.
- 25 G.I. Kopylov, Phys. Lett. 50B (1974) 472.
- 26 G. Cocconi, Phys. Lett. 49B (1974) 459.
- 27 S.A. Azimov et al., Phys. Rev. <u>D29</u> (1984) 1304.
- 28 N. Angelov et al., Sov. J. Nucl. Phys. 33 (1981) 671;
  - N. Angelov et al., Sov. J. Nucl. Phys. <u>35</u> (1982) 45;
  - N. Angelov, N. Akhababian e V.G. Grishin, Sov. J. Nucl. Phys.
  - 37 (1983) 202;
  - N. Akhababian et al., Z. Phys. C18 (1983) 97;
  - N. Angelov et al., Sov. J. Nucl. Phys. 39 (1984) 529.
- 29 Colaboração AFS, T. Åkesson et al., Phys. Lett. <u>129B</u> (1983) 269.
- 30 A. Breakstone et al., Phys. Lett. <u>162B</u> (1985) 400; Colaboração AFS, T. Åkesson et al., Phys. Lett. <u>187B</u> (1987) 420.
- 31 G.N. Agakishiev et al., Sov. J. Nucl. Phys. 39 (1984) 344.
- 32 Colaboração EMC, M. Arneodo et al., Z. Phys. C32 (1986) 1.
- 33 Colaboração PEP4-TPC, H. Aihara et al., Phys. Rev. <u>D31</u> (1985) 996;
  - Colaboração CLEO, P. Avery et al., Phys. Rev. D32 (1985) 2294.
- 34 Colaboração TASSO, M. Althoff et al., Z. Phys. <u>C30</u> (1986) 355.
- 35 Colaboração AFS, T. Åkesson et al., Phys. Lett. <u>155B</u> (1985) 128.
- 36 M.G. Bowler, Z. Phys. C29 (1985) 617.
- 37 W. Hofmann, preprint LBL-23108 (1987) Lawrence Berkeley Lab.

- 38 G.N. Fowler e R.M. Weiner, Phys. Lett. <u>70B</u> (1977) 201;
  - A. Giovannini e G. Veneziano, Nucl. Phys. B130 (1977) 61;
  - M. Gyulassy, S.K. Kauffmann e L.W. Wilson, Phys. Rev. C20 (1979) 2267;
  - M. Biyajima, Phys. Lett. 92B (1980) 193.
- 39 B. Andersson e W. Hofmann, Phys. Lett. 169B (1986) 364.
- 40 Y. Hama e Sandra S. Padula, Proc. of the Second International Workshop on Local Equilibrium in Strong Interaction Physics (LESIP II), p. 63, editado por P. Carruthers e D. Strottman (World Scientific, 1986).
- 41 K. Kolehmainen, Proc. of the Fifth International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions, editado por L.S. Schroeder e M. Gyulassy, Nucl. Phys. <u>A461</u> (1987) 239c.
- 42 M. Gyulassy e T. Matsui, Phys. Rev. D29 (1984) 419.
- 43 Y. Hama e Sandra S. Padula, "Bose-Einstein Correlation of Particles Produced by Expanding Sources", em preparação.
- 44 A. Chodos et al., Phys. Rev. <u>D9</u> (1974) 3471; Phys. Rev. <u>D10</u> (1974) 2599.
- 45 Colaboração CHLM, M.G. Abbrow et al., Nucl. Phys. <u>B102</u> (1976) 275;

  Colaboração CHM, J.C.M. Armitage et al., Phys. Lett. <u>82B</u> (1979) 149.
- 46 Y. Hama e F.S. Navarra, Z. Phys. C26 (1984) 465.
- 47 S.J. Barish et al., Phys. Rev. Lett. 31 (1973) 1080.
- 48 Colaboração UA4, V. Palladino, "Diffraction Dissociation at the SPS Collider", apresentado no Workshop on Elastic and Diffractive Scattering, Château de Blois, França (junho/1985); Colaboração UA4, D. Bernard et al., Phys. Lett. 166B (1986) 459.

PAGINA

3

ONDE SE LÊ

LEIA-SE

29 (linha 10) ... velocidade típica u, ... velocidade típica <u, > , ...

29 (eq. (IV.3)) 
$$= \frac{E \int_{0}^{\infty} u_{0} \left\{ u_{0} \exp \left[ -\frac{u_{0}E}{T} \right] \right\} du_{0}}{E \int_{0}^{\infty} \left\{ u_{0} \exp \left[ -\frac{u_{0}E}{T} \right] \right\} du_{0}} = \frac{1 + 2\left(\frac{T}{E}\right) + 2\left(\frac{T}{E}\right)^{\frac{2}{3}}}{1 + \left(\frac{T}{E}\right)}$$

31 (limba 7)

... distāncia vAt , ...

...distancia -vot,...

... (t",0,vat,0)...

... (t",0,~vat,0)...

31 (linha 30)

۵p<sup>li</sup> ۵۲٫ > 0

 $\Delta p^{H} \Delta x_{ij} \neq 0$ 

32 (linha 1)

 $\Delta p_{x} \equiv \Delta E \Delta t / \Delta x > 0$ 

Δp<sub>x</sub> ≡ ΔEΔt/Δx ≠ 0

33 (linha 11) ... expressa em (III.10) ...

... expressa em (II.10) ...

51 (linha 5) ... p<sub>T</sub> \* p<sub>y</sub> fixos ...

 $\dots p_L = p_Z = 0$  fixes ...

52 (eq. (IV.27))  $-\Delta y' = \Delta y - \frac{\Delta E}{\Delta p_y} \Delta t = \Delta y - v_y \Delta t$   $\Delta y' = \Delta y - \frac{\Delta E}{\Delta p_y} \Delta t = \Delta y - v_y \Delta t$ 

50 (linha 14) ... (relação (A.8) do Apêndice A). ... (relação (A.9) do Apêndice A).

87 (eq. (B.15))  $\tau_{C} = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \left[ \frac{4a \langle T_{C} \rangle}{3\alpha} \right]_{T^{3} \left(g_{C} + \frac{2}{3}g_{C}\right)}^{T_{3}} \frac{\sqrt{g}}{m_{\pi}^{3}}$