UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

Otimização de Transdutores de Dois Modos Mecânicos para Detectores de Ondas Gravitacionais

Carlos Frajuca

Tese de Doutorado
submetida ao Instituto de Física da
Universidade de São Paulo

ORIENTADOR: Odylio D. Aguiar (INPE)
CO-ORIENTADOR: Carlos O. Escobar (USP)
CO-ORIENTADOR: William O. Hamilton (LSU)

Comissão Examinadora:

Prof.Dr. Odylio D. Aguiar (INPE)
Prof.Dr. Giorgio Frossati (Universidade de Leiden, Holanda)
Prof.Dr. José Roberto Sbragia Senna (INPE)
Profa.Dra. Odila Florêncio (UFSCar)
Prof.Dr. Walter F. Velloso Jr. (IAG-USP)

São Paulo
1996

Prof. Iberê Luiz Caldas
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

530.14

F812a

D
ex. 1

FICHA CATALOGRÁFICA

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Frajuca, Carlos

**Otimização de um Transdutor de Dois Modos Mecânicos
para Detectores de Ondas Gravitacionais.**

**Tese (Doutorado) Universidade de São Paulo.
Instituto de Física. Departamento de Física Nuclear**

**Área de Concentração: Física de Partículas Elementares
Orientador: Prof. Dr. Odylio D. Aguiar**

**Unitermos: 1. Ondas Gravitacionais; 2. Detectores
Mecânicos; 3. Multimodos; 4. Transdutores.**

USP/IF/SBI - 60/96

ABSTRACT

A Spherical Resonant-Mass Detector of Gravitational Waves is optimized. First, a mathematical model for the detector with six inductive superconducting two-mode transducers is used to simulate the performance of such detector. After that, a complete set of experiments to improve the mechanical and the electrical quality factors of the materials and the transducer attachments is shown, and the results are discussed.

RESUMO

Um Detector de Ondas Gravitacionais tipo Massa-Ressonante Esférico é otimizado. Primeiramente um modelo matemático para o detector com seis transdutores indutivos supercondutivos de dois modos é usado para simular o desempenho de tal detector. Depois disso, um conjunto completo de experimentos para melhorar os fatores de qualidade mecânico e elétrico do transdutor e dos acoplamentos entre suas partes é mostrado e os resultados, discutidos.

*“Furthermore, I think you should also consider the possibility to detect
UNCERTAIN or UNPREDICTED sources such as cosmic strings,
collisions of cosmic bubbles, the formation and disappearance of
wormholes, and who knows what. (...) When Galileo built his first
telescope and pointed it to Jupiter he knew he would probably see
Jupiter bigger, what he did not imagine (probably) was that he would
find four moons orbiting it!”*

O.D.Aguiar: In a letter to the American Gravity Wave Group.

“Além disso, eu penso que vocês deveriam considerar a possibilidade de detectar fontes incertas ou não consideradas, tais como: cordas cósmicas, colisão de bolhas cósmicas, formação e desaparecimento de buracos de minhoca (wormholes), e quem sabe o que mais. (...) Quando Galileo construiu seu primeiro telescópio e o apontou para Júpiter, ele provavelmente sabia que veria Júpiter maior, o que ele não imaginava (provavelmente) era que ele acharia quatro luas orbitando este.”

O.D.Aguiar: Numa carta para o grupo de Ondas Gravitacionais americano.

Agradecimentos

À Nadjá e a Valéria que transformaram e continuam transformando a minha vida.

Em especial ao Odylio, pela amizade, apoio, incentivo total (o qual sempre esteve solícito) e pelas discussões e sugestões dadas ao presente trabalho; ao Carlos O. Escobar por toda a atenção e ajudas prestadas; e aos professores Bill Hamilton e Warren Johnson por todo o incentivo e horas de discussão me mostrando o que é ser um físico experimental.

Aos meus pais, João e Amélia, sem os quais eu não seria quem sou.

Aos irmãos, José e Antonio, por sempre estarem presentes.

Aos amigos presentes e aos ausentes.

As secretárias do Departamento de Física Nuclear pelos serviços sempre prestativos.

À Cláudia pelo apoio nas questões burocráticas.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Ao Departamento de Física e Astronomia da Universidade Estadual da Lousiana - EUA pelo uso de seus laboratórios.

Podem ter certeza que todos tem uma parte neste trabalho.

Índice

1	Introdução	2
1.1	As Ondas Gravitacionais	2
1.2	Fontes Astrofísicas de Ondas Gravitacionais	5
1.3	Os Detectores de Ondas Gravitacionais	6
1.4	Breve História da Detecção de Ondas Gravitacionais	8
1.5	Aumentando a Sensibilidade do Detector	10
2	O Detector Esférico de Ondas Gravitacionais	14
2.1	Vantagens do Detector Esférico	14
2.2	Equações de Movimento da Esfera	16
2.3	Equações de Movimento da Esfera com Transdutores de Dois Modos	19
2.3.1	O Sistema de Multimodos	21
2.4	Modelo do Transdutor Indutivo Supercondutivo com SQUID .	23
2.4.1	SQUIDs	28
2.5	Simulação da Antena Esférica	30
2.6	Resolução do Problema Inverso	32
3	O Fator de Qualidade Mecânico de um Transdutor de Dois Modos	36
3.1	Descrição da Montagem e do Procedimento Experimental . . .	37
3.2	Os Ressonadores de Nióbio	39
3.3	O Ressonador de Nióbio e o Anel de Alumínio	43
3.4	O Ressonador Intermediário de Alumínio	44
3.5	O Ressonador de Nióbio e o de Alumínio	45
3.6	O Milirressonador	45
3.7	O Diapasão de Al 5056	46

4	Fator de Qualidade Elétrico	58
4.1	Descrição da Montagem e dos Procedimentos Experimentais .	59
4.2	Primeiro Grupo de Medidas	65
4.3	Segundo Grupo de Medidas	68
4.4	Modelo de Dissipação Mecânica para o Q_e	71
5	Conclusões	77
5.1	Sugestões para Trabalho Futuro	79
A	Programa da Simulação do Detector Esférico	81
B	Cálculo da Pressão na Contração Térmica Diferencial	89

Capítulo 1

Introdução

Imagine uma maçã suspensa no galho de uma macieira. Num certo instante esta maçã se solta do galho e cai no chão. Ao cair, a maçã provoca uma súbita mudança no campo gravitacional da Terra porque houve uma alteração na distribuição de massas do sistema Terra-maçã e o campo gravitacional tem de se adaptar a essa mudança. Essa mudança do campo tem de se propagar com velocidade máxima igual à da luz (Teoria da Relatividade Geral). É a esta alteração do campo gravitacional, se propagando longe da fonte, que chamamos de Onda Gravitacional.

1.1 As Ondas Gravitacionais

A detecção de ondas gravitacionais é um dos maiores desafios a que se propõe a ciência em nossos dias e com a conquista desse desafio teremos a abertura de uma nova janela na astronomia: a astronomia gravitacional.

A existência de ondas gravitacionais foi uma das primeiras previsões da Teoria da Relatividade Geral de Einstein [1]. Esta teoria prevê que essas ondas se propagam com a velocidade da luz e carregam energia e momento [2], [3], portanto a detecção de ondas gravitacionais e de suas propriedades será um teste para a TRG.

Ao contrário das ondas eletromagnéticas, que são emitidas quando uma carga elétrica acelera, a geração de ondas gravitacionais exige aceleração relativa entre duas massas. Para ser mais preciso, é necessário que haja uma mudança na distribuição “quadrupolar” de massa. Outro detalhe que

diferencia os dois tipos de radiação é que a radiação gravitacional interage fracamente com a matéria, isto é que as tornam extremamente difíceis de serem detectadas.

A própria causa das ondas gravitacionais serem tão difíceis de detectar nos permitirá sondar o interior de estrelas colapsantes ou eventos astrofísicos que estejam escondidos de nós por nuvens de poeira ou gases. Além disso poderemos ter acesso a alguns dos fenômenos mais espetaculares da natureza como a formação de buracos negros, coalescência de binárias compostas por buracos negros e/ou estrelas de nêutrons, colapso da região central de supernovas, rotação de pulsares não axialmente simétricos e outros tantos fenômenos (como a possível interação relativística de objetos formados por matéria escura) que permanecem até agora fora de nossa observação .

Somente tais eventos é que produziram ondas com intensidade grandes o bastante para serem detectadas. Ondas gravitacionais produzidas em laboratório pela nossa tecnologia possuem intensidade muito baixas para serem detectadas (mesmo se considerando a atenuação pela enorme distância das fontes astrofísicas). Esta é outra diferença entre a radiação gravitacional e a eletromagnética: as ondas eletromagnéticas podem ser produzidas e detectadas em laboratório, sendo outro motivo que justifica a dificuldade da detecção da radiação gravitacional.

Embora a verificação experimental indireta da existência de ondas gravitacionais já tenha sido feita observando-se a taxa de decaimento do período orbital do pulsar binário PSR1913+16 [4, 5], como pode ser visto na figura 1.1, uma detecção direta confirmaria a existência de ondas gravitacionais e se poderia medir a velocidade de propagação dessas ondas.

Na Teoria da Relatividade Geral uma onda gravitacional é descrita por um campo adimensional h_{ij} ($i,j=1,2,3$) [6]. Se as ondas gravitacionais são a única fonte de curvatura no espaço-tempo num sistema de coordenadas de um observador em queda livre, um deslocamento δx_i pode ser relacionado com h_{ij} pela equação de movimento

$$m \frac{d^2 \delta x_i}{dt^2} = \frac{m}{2} \frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial t^2} x^j. \quad (1.1)$$

Na aproximação de onda gravitacional muito fraca tal que $\delta x^i \ll x^i$, x^i pode ser considerado constante no lado direito da equação 1.1, que integrada fornece a seguinte relação

Figura 1.1: Decaimento do período orbital do pulsar binário PSR1913+16 (Taylor 1989).

$$\frac{1}{2}h_{ij} = \frac{\delta x_i}{x^j}. \quad (1.2)$$

O campo da onda gravitacional é transverso e com traço nulo. E se orientarmos o eixo z do nosso sistema de coordenadas na direção de propagação da onda, as únicas componentes não nulas do tensor serão $h_{xx} = -h_{yy}$ e $h_{xy} = h_{yx}$.

O campo tem, portanto, só dois estados de polarização que são chamados de polarização “mais”(plus) e “cruz”(cross), os quais, em termos das componentes do campo são:

$$h_+ \equiv h_{xx} = -h_{yy} \quad (1.3)$$

$$h_\times \equiv h_{xy} = h_{yx} \quad (1.4)$$

na figura 1.2 podemos ver os efeitos que uma onda gravitacional tem sobre um anel com massas de teste. Na polarização mais o anel é distorcido nas direções

x e y : enquanto expande na direção x , contrai na direção y e em seguida contrai na direção x e expande na direção y , num movimento harmônico simples. A polarização cruz produz o mesmo efeito só que em direções rodadas a 45° dos eixos x e y .

Figura 1.2: Distorção de um anel com massas de teste durante a passagem de um ciclo de uma onda gravitacional.

1.2 Fontes Astrofísicas de Ondas Gravitacionais

Ondas gravitacionais com origens astrofísicas são as maiores candidatas a detecção e são divididas em três grupos: impulsivas, periódicas e estocásticas. Fontes impulsivas são emissões que duram um curto intervalo de tempo, correspondente a somente poucos períodos da onda. Potenciais candidatos a fontes impulsivas são: colapso de estrelas no processo de formação de estrelas de nêutrons ou buracos negros, coalescência de sistemas binários compactos constituídos de estrelas de nêutrons e/ou buracos negros, e choques de es-

trelas com buracos negros. Fontes de ondas periódicas incluem rotação de sistemas binários e rotação de estrelas de nêutrons não axialmente simétricas. Fontes estocásticas incluem uma potencial radiação gravitacional de fundo com origem cosmológica ou de uma sobreposição da radiação de uma grande população de sistemas binários em nossa galáxia e nas galáxias próximas.

De acordo com Thorne [7], as ondas gravitacionais mais intensas são esperadas em frequências abaixo de 10 kHz . Thorne [6] estimou a amplitude característica de uma onda gravitacional como

$$h_c = 2,7 \times 10^{-20} \left[\frac{\Delta E_{OG}}{M_\odot c^2} \right]^{1/2} \left[\frac{1 \text{ kHz}}{f_c} \right]^{1/2} \left[\frac{10 \text{ Mpc}}{r} \right] \quad (1.5)$$

onde ΔE_{OG} é a energia total emitida na forma de ondas gravitacionais em massas solares, $M_\odot$ é a massa do sol, r é a distância da fonte e 10 Mpc é a distância estimada do centro do aglomerado de Virgo. Como exemplo, o colapso de uma estrela para uma estrela de nêutrons a uma distância de 10 kpc produziria uma amplitude da ordem de 10^{-20} a 10^{-18} .

Essa amplitude é suficientemente alta para ser detectada pelos detectores atuais, mas o problema é que a taxa de supernovas em nossa galáxia é estimada em cerca de uma a cada 30 anos. Para atingirmos um alcance comparável ao centro do aglomerado de Virgo é necessário aumentar a sensibilidade em 3 ordens de magnitude na amplitude ou em 6 ordens de magnitude na energia. De acordo com um catálogo recente feito por Fouqué [8], o aglomerado de Virgo contém 2096 galáxias, e entre elas 105 são galáxias espirais tipo Sab-Sdm que possuem uma alta taxa de supernovas, baseado em estudos óticos [9].

Na tabela 1.1 mostra-se as principais fontes astrofísicas, suas frequências, distâncias a serem observadas para obter-se pelo menos três eventos por ano e a amplitude esperada da onda ao chegar na Terra.

Uma fonte não convencional de Ondas Gravitacionais seriam coalescência de sistemas binários constituídos de objetos escuros (matéria escura) no halo de nossa galáxia [10].

1.3 Os Detectores de Ondas Gravitacionais

Como um campo gravitacional fornece a mesma aceleração a diferentes massas num mesmo lugar (princípio da equivalência) o único efeito observável

Fontes	Frequência	Distância	Amplitude
Fontes periódicas:			
Binárias	$10^{-4} Hz$	$10 pc$	10^{-20}
Novas	$10^{-2} - 1 Hz$	$500 pc$	10^{-22}
Pulsar do Carangueijo	60	$2 kpc$	$< 10^{-24}$
Fontes Impulsivas:			
Coalescência de Binárias	$10 - 10^3 Hz$	$100 Mpc$	10^{-21}
Queda de estrela num BN de $10 M_{\odot}$	$10^{-4} Hz$	$10 Mpc$	10^{-21}
Supernovas	10^3	$10 kpc$	$< 10^{-18}$
Colapso Gravitacional de uma estrela de $10^4 M_{\odot}$	10^{-1}	$3 Gpc$	$< 10^{-19}$

Tabela 1.1: Tabela das fontes de OG astrofísicas baseado em Thorne,1987. As distâncias foram selecionadas para proporcionar uma taxa de eventos de três por ano, para o caso de fontes impulsivas.

produzido por uma onda gravitacional são acelerações relativas de massas em lugares diferentes ao mesmo tempo.

Atualmente existem duas principais técnicas para detecção de ondas gravitacionais: interferômetros laser [11] e antenas ressonantes massivas [12], [13], [14].

Interferômetros laser funcionam pela medição da mudança na distância de separação entre duas massas que estão separadas por uma grande distância. Deste modo, as acelerações diferenciais nas direções definidas pelos braços do interferômetro são diretamente monitoradas.

Antenas ressonantes massivas fazem uso de uma grande massa distribuída pelo volume ocupado pela antena. Diferentes regiões da antena são conectadas com as outras pelas forças elásticas de um corpo sólido. A antena absorve parte da energia da onda gravitacional e a transforma em energia mecânica de vibração. Ressonadores mecânicos secundários são usados para aumentar a amplitude de vibração e transdutores de baixo ruído são usados para monitorar os deslocamentos resultantes. A largura de banda de um detector de massas ressonantes, propriamente projetado, é determinada pelo tempo de transferência de energia da antena para o ressonador secundário, e

por esta razão o detector ressonante não é um detector com banda estreita, mas depende do seu projeto.

1.4 Breve História da Detecção de Ondas Gravitacionais

A detecção de ondas gravitacionais tem mais de 30 anos [15]. Ela começou com Joseph Weber, que inventou o detector de massa ressonante. Sua antena era uma barra cilíndrica de alumínio com 1,5 toneladas funcionando a temperatura ambiente. Cristais piezoelétricos foram colados na superfície lateral da barra para medir a deformação possivelmente induzida pela passagem de uma onda gravitacional.

Desde a época de Weber esses detectores já tiveram sua sensibilidade muito melhorada. Passaram a ter melhor isolamento vibracional (para diminuir o ruído sísmico), passaram a ser resfriados até temperaturas criogênicas (existem três em operação resfriados a 4 K, e dois que estão em fase final de montagem e que já estão atingindo temperaturas da ordem de 50 mK), e a eletrônica de amplificação passou a ser mais sofisticada (algumas das antenas usam como amplificadores os chamados SQUIDS: “Superconducting Quantum Interference Devices”), e começou-se a usar uma amplificação mecânica (um segundo ressonador mecânico sintonizado na frequência da antena, acoplado a ela, aumenta a amplitude do movimento pela relação das massa entre os dois ressonadores) a partir da qual a vibração é transformada em sinal elétrico para ser amplificado.

Esse segundo ressonador constitui-se o segundo modo ressonante da antena e tem como função, além de amplificar a amplitude de vibração, também aumentar a banda de frequência de detecção [16, 17] que é dada pela equação

$$\Delta f \approx 2f_0\sqrt{\mu} \quad (\mu < 1) \quad (1.6)$$

onde f_0 é frequência do modo e μ é a razão entre a massa de um modo de vibração e o seguinte. Para aumentar ainda mais essa banda de detecção um outro ressonador pode ser introduzido em série com os outros dois, o que permite aumentar mais ainda a razão das massas. Numa análise teórica, Price [18] mostrou que a largura da banda aumenta rapidamente para o número de modos indo de um até três e há um pequeno incremento se o número de

Nome da antena	Localização da antena	Temper. de ruído	Sensibilidade	Tipo de transutor
Allegro	Louisiana State University (LSU) BR, LA, EUA	$\approx 5\text{mK}$	$\approx 6 \times 10^{-19}$	indutivo 1-modo
Explorer	Genebra, Suíça Oper. pela Univ. de Roma, Itália	$\approx 10\text{mK}$	$\approx 8 \times 10^{-19}$	capacitivo 1-modo
	University of Western Australia Perth, Austrália	$\approx 2\text{mK}$	$\approx 7 \times 10^{-19}$	paramétrico microondas 1-modo

Tabela 1.2: Tabela da sensibilidade dos três detectores de segunda geração atualmente em um trabalho de coincidências ao redor do mundo.

modos é aumentado acima de três.

A transformação do sinal mecânico em sinal elétrico é feita através de um transdutor eletromecânico, neste caso um transdutor indutivo, onde uma bobina supercondutora plana é colocada paralelamente e muito próxima de uma superfície plana do último ressonador feito de material também supercondutor (no nosso caso, nióbio). Os movimentos do último ressonador alteram a indutância da bobina gerando o sinal elétrico que, passando por um transformador casador de impedâncias, é amplificado no SQUID e aí amplificado pela eletrônica convencional.

Antenas de segunda geração alcançaram sensibilidades em energia dez mil vezes maiores do que as de primeira geração. As sensibilidades reportada por três diferentes grupos estão listadas na tabela 1.2 [19, 20, 21]. Atualmente existe um centro de eventos onde eventos selecionados por cada grupo são armazenados e as coincidências são procuradas.

A terceira geração de antenas está em desenvolvimento. Seu objetivo é atingir temperatura ultrabaixas (da ordem de 50mK) usando refrigeradores de diluição. Este tipo de antenas está atualmente em desenvolvimento na Itália, em Frascati e Legnaro [22]. A meta em sensibilidade é atingir 10^{-20} .

1.5 Aumentando a Sensibilidade do Detector

Sinais impulsivos são os mais promissores para detecção por detectores de massas ressonantes, porque possuem altas amplitudes em altas frequências. A razão sinal ruído, em amplitude, para um sinal impulsivo em um detector é dado por [6],[23]

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{amplitude}} = \frac{h}{h_n}, \quad (1.7)$$

onde h_n é o ruído do detector. Isto é definido, em termos da densidade espectral de potência S_h , como

$$h_n = \left(2 \int_0^\infty S_h^{-1} \frac{d\omega}{2\pi}\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.8)$$

Uma onda gravitacional, ao interagir com uma antena, fornece energia à antena fazendo com que ela vibre. Como esta energia é muito pequena e como todo corpo sólido a uma temperatura finita sempre está vibrando por causa da energia térmica (alguma parte da energia térmica da antena se transfere para os modos vibracionais desta), o que se espera detectar é uma mudança na amplitude de vibração maior, num certo intervalo de tempo, do que aquela variação que seria causada pelo banho térmico.

Se a onda gravitacional excitar a antena na frequência de um dos seus modos ressonantes, a antena continuará a vibrar mesmo depois da onda ter passado. Isto permite que haja uma integração do sinal sobre um longo período de tempo (comparado com a duração da onda impulsiva) para olhar em variações na amplitude ou na fase do detector, isto permite com que parte do ruído randômico se cancele aumentando a sensibilidade da medida. O uso de materiais de alto fator de qualidade na construção da antena é justificado pelo fato de que quanto maior o fator de qualidade de um material tanto menor é a taxa de transferência de energia entre o detector e o banho térmico.

A sensibilidade da antena pode ser aumentada por uma série de fatores. O primeiro seria aumentar a massa do detector: isto aumentaria as energias absorvidas da onda por um mesmo fator do aumento da massa. Em segundo lugar estaria aumentar a força da interação da onda gravitacional com a antena simplesmente aumentando a densidade do material desta, já que a

secção de choque da antena é proporcional à massa do mesmo. Em terceiro lugar se poderia fazer a antena com um material cuja velocidade do som fosse a maior possível: isto aumenta a energia transferida durante a interação com a onda por ser um processo ressonante.

Em seguida deve-se diminuir as fontes de vibração de origem não gravitacional, como por exemplo: as vibrações térmicas (ou ruído browniano) são reduzidas pela diminuição da temperatura da antena ou pelo aumento do fator de qualidade mecânico “Q”; as vibrações sísmicas, de origem externa, são diminuídas pelo uso de um sofisticado sistema de suspensão que isole a antena dos ruídos externos; e temos finalmente os ruídos dos sensores. Os ruídos dos sensores são divididos em dois tipos: ruído serial eletrônico e ruído de “back action”. O primeiro é composto pelo ruído elétrico do transdutor somado ao ruído dos amplificadores, que estão em série com este. O segundo é o efeito mecânico causado pela antena pela ação reversa do ruído eletrônico presente na saída do transdutor. A principal fonte do primeiro é o pré-amplificador. Melhorando-se este, o problema é resolvido em grande parte. Já no caso do segundo ruído, existem técnicas, chamadas “back action evasion”, que o minimizam [24].

Outra forma de melhorar a sensibilidade é aumentar o fator de acoplamento β do transdutor com a antena. Este fator é a quantidade de energia mecânica sendo transferida pelo transdutor para a eletrônica sem que haja um aumento do ruído serial. Mas aumentando-se o acoplamento também aumenta-se o ruído de “back action”.

Existe uma limitação séria na sensibilidade da antena que é o chamado “limite quântico” [25]. A energia detectada pela antena não pode ser menor do que as leis da mecânica quântica permitem. Por exemplo, ao fazer-se as medições da deformação do detector, esta medição é obtida por um par de observáveis conjugados pela mecânica quântica: $X_1 = A \cos \phi$ e $X_2 = A \sin \phi$. Como estes observáveis estão conjugados, a sensibilidade máxima deles estão limitadas pelo princípio da incerteza

$$\Delta X_1 \Delta X_2 \geq \frac{\hbar}{2\chi m \omega} \quad (1.9)$$

onde χm é a massa efetiva do detector (para antenas esféricas χ é igual a aproximadamente 0,6) e ω é a frequência angular deste.

Uma opção para melhorar a sensibilidade do detector, ao chegar-se ao limite quântico, seria aumentar a energia a ser medida (pelo aumento da

secção de choque deste), e isto se consegue avaliando-se a expressão,

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{energia} = \frac{E}{k_B T_e}, \quad (1.10)$$

com

$$E \propto \rho \frac{v_s^5}{f^3} (|h_+(t)|^2 + |h_\times(t)|^2) \quad (1.11)$$

e

$$T_e = \sqrt{\frac{\pi T T_a}{\beta Q}}, \quad (1.12)$$

onde T_e é a temperatura efetiva do detector [26], ρ é a densidade do material, T é a temperatura termodinâmica do detector, T_a é a temperatura de ruído do amplificador e k_B é a constante de Boltzmann. Fica claro que para se aumentar a energia a ser medida é preciso aumentar a massa do detector e a velocidade do som do material do qual a antena é feita.

Existem tentativas de ultrapassar o limite quântico, que são as chamadas: “medidas de não demolição quântica” onde se tenta medir uma das variáveis conjugadas com maior precisão do que outra [25].

A sensibilidade é incrementada, também, ao se fazer o detector sensível em todas as direções do espaço, ou melhor dizendo, um detector “onidirecional”. Isto é obtido fazendo-se o detector esférico. Tema que será melhor explorado no próximo capítulo.

No capítulo 2 apresentamos um modelo para o detector esférico de ondas gravitacionais com transdutores indutivos supercondutores com amplificação feita por SQUIDS, e resultados de uma simulação computacional.

Os capítulos seguintes apresentam resultados de experiências realizadas na Louisiana State University (LSU, EUA).

O objetivo do capítulo 3 é obter altos fatores de qualidade mecânicos nos ressonadores de nióbio, e ao mesmo tempo conseguir fazer um acoplamento entre ressonadores feitos de diferentes materiais (no nosso caso, nióbio e alumínio 5056) sem que haja uma degradação no fator de qualidade mecânico. O motivo disso é que as antenas geralmente são feitas de materiais diferentes dos materiais do último ressonador (nióbio). O método escolhido aqui foi o da contração térmica diferencial. O ressonador de nióbio ao ser resfriado contrai menos do que um anel da mesma medida usinado no centro do segundo ressonador de alumínio. A pressão desse contato numa área de contato

suficientemente grande garante um acoplamento forte o bastante para não degradar o fator de qualidade mecânico.

No capítulo 4 mostraremos os resultados de experiências feitas com o propósito de melhorar o fator de qualidade elétrico (Q_e) de transdutores indutivos. Uma parte do Q_e provém de uma dissipação a mais no fator de qualidade mecânico quando o campo magnético é aplicado sobre o ressonador no intuito de fazer a transformação da energia mecânica em energia elétrica.

No capítulo 5 apresentamos as conclusões a que os resultados dos capítulos 3 e 4 levam. E baseados nisso apresentamos futuras experiências que podem levar a um melhoramento nos fatores de qualidade mecânico e elétrico.

Capítulo 2

O Detector Esférico de Ondas Gravitacionais

A idéia de um detector esférico foi proposta por Forward [27] no começo dos anos 70, depois estudada por Wagoner and Paik [13]. Recentemente voltou a ser estudada por Merkowitz e Johnson [28],[12] onde estes apresentam a configuração TIGA (Truncated Icosahedron Gravitational-Wave Antenna), que utiliza uma antena que tem o formato de um icosaedro truncado (o formato de uma bola de futebol, com 32 faces, 20 hexágonos e 12 pentágonos). Neste capítulo apresenta-se a antena esférica, sua onidirecionalidade na detecção de ondas gravitacionais e um modelo matemático que simula o detector esférico na configuração “TIGA”, onde 6 transdutores são colocados em 6 das faces pentagonais da antena. Usa-se como sensor para medir os movimento da superfície da antena um transdutor indutivo supercondutivo de três modos com um SQUID como pré-amplificador.

2.1 Vantagens do Detector Esférico

Uma antena esférica possui grandes vantagens sobre os atuais detectores de barra e os interferômetros laser convencionais:

- Primeiro, um detector esférico, propriamente projetado, tem a propriedade de ser onidirecional. Isto significa que ele é igualmente sensível a ondas gravitacionais vindas de qualquer direção do espaço. Uma esfera tem cinco modos quadrupolares degenerados, que podem ser vistos na figura

2.1. Uma onda gravitacional com apenas h_+ diferente de zero chegando de uma direção arbitrária excita a antena como mostrado no modo 1 da figura 2.1 (com o eixo z desse modo rodado na direção da onda incidente).

Figura 2.1: Os cinco modos de vibração quadrupolar da esfera. As regiões claras representam regiões com grande movimento radial e as regiões escuras representam as regiões com nenhum ou muito pouco movimento radial.

- Segundo, a sensibilidade da antena é independente da polarização da onda. Sempre se pode reconstruir a direção da onda e sua intensidade independentemente de sua polarização

- Terceiro, uma única antena esférica pode determinar a direção de origem da onda gravitacional. A vibração da antena pode ser decomposta nos cinco modos do sistema de laboratório e assim pode-se resolver o problema inverso obtendo-se a direção da onda [29]. Cálculos feitos por Zhou [30] indicam que um detector esférico pode determinar a direção da fonte com menos erro do que um conjunto de três interferômetros laser alinhados de forma a serem sensíveis em todas as direções.

- Quarto, duas antenas esféricas situadas nas proximidades uma da outra, podem ser usadas para detectar radiação gravitacional estocástica [31].

- Quinto, existe muita experiência adquirida em detectores de massa ressonante através de vários grupos como o da Louisiana State University nos EUA, os grupos de Roma e Padova, na Itália e o grupo da University of Western Australia em Perth, na Austrália. Já houve por parte desses grupos e outros mais de 20 anos no projeto, construção e operação desse tipo de sistemas.

- Sexto, um único detector esférico pode ser usado para testar as características tensoriais quadrupolares da onda gravitacional de acordo com a relatividade geral. Para testar características escalares da onda gravitacional e testar outras teorias de gravitação, duas antenas de tamanhos diferentes seriam necessárias, ou seria necessário medir, numa mesma antena, o modo monopolar fundamental ($n=1$) e o primeiro modo quadripolar excitado ($n=2, l=2$) de uma onda cuja direção de origem se conheça [32].

2.2 Equações de Movimento da Esfera

Aqui seguimos de perto o trabalho de Merkowitz and Johnson [12].

Forças agindo num corpo sólido causam deformações que são descritas pelo vetor de deslocamento $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$. As equações de movimento de um corpo elástico isotrópico são

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \sum \mathbf{F}. \quad (2.1)$$

onde ρ é a densidade do material, λ e μ são os coeficientes de Lamé que contêm a rigidez do material e $\sum \mathbf{F}$ representa a densidade de forças externas agindo sobre a esfera.

Tais forças externas serão as seguintes: a força gravitacional, $\mathbf{F}^{OG}$, dada pela equação 2.2; a força de reação dos transdutores ressonantes fixados na superfície da esfera; as forças de ruído, que incluem: o ruído serial, o ruído de “back action” e o ruído browniano da esfera e dos transdutores.

$$\mathbf{F}_i^{OG}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \rho \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 h_{ij}(t)}{\partial t^2} x^j. \quad (2.2)$$

A força gravitacional pode ser obtida de um potencial dado por

$$\mathbf{F}_i^{OG}(\mathbf{x}, t) = \nabla_i \Phi(\mathbf{x}, t) = \nabla \left(\sum_{j,k=1}^3 \frac{1}{4} \rho x_j \ddot{h}_{ik}(t) x_k \right). \quad (2.3)$$

A solução da equação 2.1 pode ser calculada pelo procedimento padrão de expansão em autofunções. Faz-se uma separação de variáveis no vetor deslocamento

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t) = \sum_{m=1}^5 a_m(t) \Psi_m(\mathbf{x}_i). \quad (2.4)$$

As autofunções $\Psi_m(\mathbf{x}_i)$ são as soluções independentes do tempo de um oscilador harmônico com a autofrequência ω_m , e podem ser calculadas resolvendo-se

$$-\rho \omega_m^2 \Psi_m = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \Psi_m) + \mu \nabla^2 \Psi_m, \quad (2.5)$$

com a condição de contorno que a resultante das forças agindo na superfície da esfera se anulem na direção normal à superfície. O coeficiente $a_m(t)$ é a amplitude do modo dependente do tempo. As autofunções obedecem a condição de ortogonalidade

$$\int_V \Psi_m(x) \cdot \Psi_n(x) d^3x = N_m \delta_{mn}, \quad (2.6)$$

a constante N_m é igual ao volume da esfera ou seja $N_m = \frac{4}{3}\pi R^3$ e $\int_V$ representa a integração sobre o volume da esfera.

Usando a ortogonalidade para eliminar os somatórios, encontra-se a seguinte solução para cada amplitude,

$$\ddot{a}_m(t) + \omega_m^2 a_m(t) = \frac{1}{\rho N_m} \int_V \Psi_m(x) \cdot \sum \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) d^3x. \quad (2.7)$$

Considera-se agora uma esfera perfeitamente homogênea e isotrópica sem forças externas atuando sobre ela. Suas autofunções já são conhecidas há muito tempo [33],[34],[13] e [12]. Aqui mostramos os resultados.

As autofunções da esfera podem ser escritas em termos dos harmônicos esféricos $Y_{lm}(\phi, \theta)$. Olhando a integral na equação 2.7 verifica-se que somente os modos de paridade ímpar (quando considerada a interação com ondas gravitacionais) apresentam amplitudes diferentes de zero. Para uma esfera de raio R as autofunções são

$$\Psi_{lm} = [\alpha_l(r)\hat{\mathbf{r}} + \beta_l(r)R\nabla]Y_{lm}(\theta, \phi), \quad l \text{ par.} \quad (2.8)$$

As autofunções radiais $\alpha_l(r)$ e $\beta_l(r)$ governam o movimento nas direções radial e tangencial, respectivamente. Quando $l=2$, as equações 2.8 fornecem as equações dos cinco modos quadrupolares que interagem fortemente com a onda gravitacional, todos degenerados, com frequência ω_0 . No resto destas discussões só será considerado o quadrupolo ($l=2$), portanto o l da notação será excluído daqui por diante.

As autofunções $a(r)$ e $\beta(r)$ são dadas por

$$\alpha(r) = cR\frac{\partial}{\partial r}j_2(qr) + 6dR\frac{1}{r}j_2(kr) \quad (2.9)$$

e

$$\beta(r) = cj_2(qr) + d\frac{\partial}{\partial r}[rj_2(kr)] \quad (2.10)$$

onde, j_2 é a função de Bessel esférica de ordem 2, c e d dependem da razão de Poisson e seus valores podem ser encontrados na literatura. Os vetores de onda longitudinal e transversal são dados por $q^2 = \rho\omega_0^2/(\lambda+2\mu)$ e $k^2 = \rho\omega_0^2\mu$, respectivamente. As condições de contorno

$$c\frac{d}{dr}\left[\frac{j_2(qr)}{r}\right] + d\left[\frac{5}{r^2} - \frac{k^2}{2} - \frac{d}{rdr}\right]j_2(kr)|_{r=R} = 0, \quad (2.11)$$

e

$$c\left[\frac{6}{r^2} - \frac{k^2}{2} - \frac{2d}{rdr}\right]j_2(qr) + 6d\frac{d}{dr}\left[\frac{j_2(qr)}{r}\right]j_2(kr)|_{r=R} = 0 \quad (2.12)$$

determinam a frequência ω_0 que depende da razão de Poisson como pode ser visto na literatura.

O efeito da onda gravitacional sobre o modo m da esfera, F_m^{OG} , é calculado através da equação 2.7, com

$$F_m^{OG} \equiv \int_{V_0} \Psi_m \cdot \mathbf{F}^{OG} d^3x. \quad (2.13)$$

Resolvendo as integrais, usando as equações 2.3 e 2.8, obtém-se

$$F_m^{OG} = \sqrt{\frac{4\pi}{15}}\rho\ddot{h}_m(t)R^4[cj_2(qR) + 3dj_2(kR)] \quad (2.14)$$

$$F_m^{OG} = \frac{1}{2} \ddot{h}_m(t) m_e \chi R. \quad (2.15)$$

onde m_e é a massa da esfera, χR é o chamado comprimento (ou raio efetivo) da esfera (onde χ depende fracamente da razão de Poisson e tem um valor médio para os sólidos comuns de aproximadamente 0,6), e $\ddot{h}_m(t)$ é a densidade de aceleração gravitacional.

2.3 Equações de Movimento da Esfera com Transdutores de Dois Modos

Definindo-se cada transdutor ressonante pelo índice i e designando sua posição por $\mathbf{x}_i$, os deslocamentos radiais, z_i , na superfície da esfera sob cada transdutor são

$$z_i(t) = \hat{\mathbf{z}}_i \cdot \sum_m a_m(t) \Psi_m(\mathbf{x}_i). \quad (2.16)$$

Estes ressonadores mecânicos são sintonizados na mesma frequência da antena, o movimento da superfície da antena excitando o modo do ressonador. Cada ressonador i de dois modos é construído para obedecer a equação do oscilador harmônico simples unidirecional, o primeiro modo tendo a equação de movimento

$$m_1[\ddot{q}_{1i}(x_i, t) + \ddot{z}_i(x_i, t)] = -k_1 q_{2i}(x_i, t) + k_2 q_{3i}(x_i, t) + F_i^N(x_i, t), \quad (2.17)$$

e o segundo modo obedecendo a equação

$$m_2[\ddot{q}_{2i}(x_i, t) + \ddot{q}_{1i}(x_i, t) + \ddot{z}_i(x_i, t)] = -k_2 q_{3i}(x_i, t) + F_i^N(x_i, t). \quad (2.18)$$

Neste caso q_{1i} é o deslocamento relativo a superfície da esfera e o deslocamento inercial do primeiro ressonador é $q_{1i} + z_i$, q_{2i} é o deslocamento relativo à superfície do primeiro ressonador e o deslocamento inercial do segundo ressonador é $q_{2i} + q_{1i} + z_i$. Assume-se que todos os seis pares de ressonadores são idênticos com massas m_1 e m_2 e constantes de mola igual a k_1 e k_2 ; todos tendo a mesma frequência da antena $k_1/m_1 = k_2/m_2 = \omega_0^2$. F_{i1}^N e F_{i2}^N são forças de ruído atuando nos ressonadores. Um esquema desse sistema unidirecional é mostrado na figura 2.2.

Figura 2.2: Esquema de um ressonador mecânico de dois modos montado sobre a superfície de uma esfera, com forças e deslocamentos indicados.

Os valores dos deslocamentos radiais relativos nas posições de cada ressonador podem ser agrupados, para cada um dos modos, numa matriz padrão que depende unicamente da posição dos ressonadores. Essa matriz B_{mi} é definida por

$$\hat{\mathbf{r}}_i \cdot \Psi_m(x_i) = \alpha B_{mi}, \quad (2.19)$$

onde $\alpha = \alpha(R)$ que é o valor da componente radial da autofunção na superfície. Da equação 2.8 obtém-se

$$B_{mi} = Y_m(\theta_i, \phi_i). \quad (2.20)$$

Finalmente, pode-se escrever a equação de movimento acoplada dos modos da esfera,

$$m_e \ddot{a}_m(t) + k_e a_m(t) = \sum_{i=1}^n \alpha B_{mi} [k_r q_i(t) - F_i^N(t)] + F_m^{OG}(t). \quad (2.21)$$

onde n é o número de transdutores.

É conveniente escrever as três equações acopladas na forma matricial, lembrando-se que existem 5 modos para a esfera, e que tem de haver pelo menos 5 transdutores para se obter os valores dos cinco modos da esfera. Neste trabalho, para se obter uma distribuição mais uniforme sobre a superfície da esfera, como visto na figura 2.3, usar-se-ão 6 transdutores distribuídos conforme seis faces não opostas de um duodecaedro, o que torna a matriz B_{mi} uma matriz de 5 linhas por 6 colunas. Nas equações abaixo I é a matriz identidade, $a(t)$, $q(t)$, $F^{OG}(t)$ e $F^N(t)$ são vetores coluna.

$$\begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ m_{r1}\alpha B^T & m_{r1}I & 0 \\ m_{r2}\alpha B^T & m_{r2}I & m_{r2}I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{a}(t) \\ \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_e & -k_{r1}\alpha B & 0 \\ 0 & k_{r1}I & -k_{r2}I \\ 0 & 0 & k_{r2}I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ q_1(t) \\ q_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & -\alpha B & 0 \\ 0 & I & -I \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F^{OG} + F_e^N(t) \\ F_1^N(t) \\ F_2^N(t) \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

2.3.1 O Sistema de Multimodos

O sistemas de antena de multimodos foi primeiramente proposto por Richard [16, 17]. No seu trabalho pode-se ver que se um sistema de três ressonadores harmônicos, como o mostrado na figura 2.4, for resolvido pelo método tradicional de pequenas oscilações Se a razão entre a massa do segundo corpo e a massa do primeiro for μ_1 e a relação entre a massa do terceiro corpo e do segundo for μ_2 , e essa duas razões forem muito menor do que um, tem-se as soluções aproximadas para as frequência característica do sistema que são

$$\omega_- \approx \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\mu_1 + \mu_2} \right), \quad (2.23)$$

$$\omega_c = \omega_0, \quad (2.24)$$

$$\omega_+ \approx \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt{\mu_1 + \mu_2} \right); \quad (2.25)$$

Figura 2.3: Distribuição dos 6 ressonadores na superfície do icosaedro truncado

e a amplificação mecânica das amplitudes, supondo-se a conservação da energia entre M_1 e M_2 , é dada por

$$\frac{|x_3|}{|x_1|} = \sqrt{\frac{M_1}{M_3}}. \quad (2.26)$$

São duas as vantagens de um sistema de multimodos. A primeira é a possibilidade de usar uma massa final mais leve, o que possibilita uma maior amplificação mecânica. A segunda é a de propiciar uma maior separação entre os modos, o que aumenta a banda de detecção, que das equações 2.23 e 2.25, é dada aproximadamente por $\Delta\omega \approx \omega_0\sqrt{\mu_1 + \mu_2}$.

Figura 2.4: Modelo de um sistema de três modos.

2.4 Modelo do Transdutor Indutivo Supercondutivo com SQUID

A transformação do sinal mecânico em sinal elétrico é feita através de um transdutor eletromecânico, neste caso um transdutor indutivo supercondutivo, onde uma bobina supercondutora plana é colocada paralelamente e muito próxima a uma superfície plana do último ressonador feito de material também supercondutor (no nosso caso nióbio). Os movimentos do último ressonador alteram a indutância da bobina gerando o sinal elétrico que, passando por um transformador casador de impedâncias, é amplificado no SQUID e aí amplificado pela eletrônica convencional.

O transdutor indutivo supercondutivo foi desenvolvido primeiramente por Paik [35, 36], tendo como principais vantagens o bom casamento de impedâncias com o SQUID e a facilidade de operação.

O transdutor acoplado com o SQUID é representado esquematicamente na figura 2.5. Todos os circuitos mostrados no esquema são supercondutores para minimizar o ruído elétrico. A bobina tem impedância L_1 , um dos seus

lados está fixado no corpo do transdutor e o outro lado está colocado muito próximo à superfície do diafragma do ressonador, que tem uma massa efetiva m . Os deslocamentos $x(t)$ do diafragma modulam a indutância da bobina.

Figura 2.5: Esquema do transdutor indutivo acoplado a um SQUID com transformador.

$$L_1 = L_0 \left(1 - \frac{x(t)}{d} \right) = L_0 \alpha x(t), \quad (2.27)$$

onde L_0 é o valor da indutância na posição de equilíbrio e d é o espaçamento entre a posição de equilíbrio e a bobina plana. Como $x(t) \ll d$, tem-se

$$\alpha \equiv \frac{L_0}{d} \approx \frac{L_1}{d}. \quad (2.28)$$

Existe uma corrente I_0 estocada no circuito da bobina que cria um campo magnético que empurra o diafragma do ressonador.

Uma outra razão para se usar o transformador, além do casamento das impedâncias, é a de isolar o campo magnético criado pela supercorrente I_0 do SQUID. A indutância mútua entre L_2 e L_3 é

$$M_{23} \equiv \gamma_{23} \sqrt{L_2 L_3}, \quad (2.29)$$

onde γ_{23} é o coeficiente de acoplamento do transformador. A indutância mútua entre bobina de entrada do SQUID e o loop de indutância do SQUID vale

$$M_i = \kappa \sqrt{L L_i}, \quad (2.30)$$

onde κ é o coeficiente de acoplamento.

Seguiremos aqui o trabalho de Solomonson [37, 38].

Usando a quantização de fluxo do campo magnético em dois loops supercondutores, as correntes I e I_i produzidas pelo deslocamento $x(t)$ são

$$I = \frac{(L_3 + L_i) \alpha I_0 x(t) + M_{23} M_i \bar{J}}{(L_1 + L_2)(L_3 + L_i) - (M_{23})^2} \quad (2.31)$$

$$I_i = \frac{-M_{23} \alpha I_0 x(t) + (L_1 + L_2) M_i \bar{J}}{(L_1 + L_2)(L_3 + L_i) - (M_{23})^2} \quad (2.32)$$

onde $\bar{J}$ é a média no tempo da corrente circulando no loop do SQUID. A corrente total $I_0 + I$ na bobina L_1 cria uma força no diafragma de intensidade

$$F_m = -\frac{\alpha}{2} (I_0 + I)^2 = -\frac{\alpha}{2} I_0^2 - \alpha I_0 I. \quad (2.33)$$

A presença da corrente permanente I_0 causa dois efeitos. Primeiro, altera a posição de equilíbrio do diafragma para

$$d = d_0 + \frac{\alpha I_0^2}{2m\omega_0^2}, \quad (2.34)$$

onde $\omega_0 = 2\pi f_0$ é a velocidade angular intrínseca do transdutor quando $I_0 = 0$. Segundo, muda a frequência do transdutor de f_0 para uma frequência f_t . O termo $I_0 I$ na equação 2.33 cria um campo magnético adicional que é usada para obter-se a constante da “mola” magnética. Essa constante elástica é obtida da seguinte maneira

$$\Delta K \equiv -\frac{\partial F_m}{\partial x} = \frac{\alpha^2 I_0 (I_0 + I)}{L_1 + L_2 - \frac{(M_{23})^2}{L_3 + L_i}}, \quad (2.35)$$

onde a corrente I pode ser desprezada por ser muito menor do que a super-corrente I_0 .

Define-se a frequência sem campo magnético como

$$f_0 \equiv \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (2.36)$$

e a frequência alterada pelo campo magnético como

$$f_t \equiv \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K + \Delta K}{m}}. \quad (2.37)$$

Equações 2.35 até 2.37 formam uma equação de sintonia do transdutor

$$f_t^2 = f_0^2 + \Gamma I_0^2, \quad (2.38)$$

onde o parâmetro de sintonia Γ é

$$\Gamma = \left(\frac{I}{2\pi} \right)^2 \frac{\alpha^2}{m \left(L_1 + L_2 - \frac{(M_{23})^2}{L_3 + L_i} \right)}. \quad (2.39)$$

O coeficiente de acoplamento β é a eficiência da conversão de energia mecânica de vibração em energia elétrica induzida. É definida segundo Paik [36] como

$$\beta \equiv \frac{\Delta K}{K + \Delta K} = 1 - \left(\frac{f_0}{f_t} \right)^2 = \frac{\alpha^2 I_0^2}{m \omega_t^2} \left(\frac{1}{L_1 + L_2 - \frac{(M_{23})^2}{L_3 + L_i}} \right), \quad (2.40)$$

onde $\omega_t = 2\pi f_t$ é a velocidade angular alterada.

O coeficiente de acoplamento de energia do SQUID é definido como a razão da energia do sinal na entrada do indutor L_i do SQUID e a energia mecânica de vibração [35]

$$\beta_i \equiv \frac{L_i I_i^2}{m \omega_t^2 x^2} \approx \left(\frac{M_{23} \alpha I_0}{(L_1 + L_2)(L_3 + L_i) - (M_{23})^2} \right)^2. \quad (2.41)$$

Para otimizar β_i , as indutâncias L_2 e L_3 têm de ser otimizados para dados valores de L_1 e L_i . Para fazer isso Solomonson introduz os parâmetros adimensionais

$$\Lambda_1 \equiv \frac{L_2}{L_1}, \quad \Lambda_2 \equiv \frac{L_i}{L_3}, \quad (2.42)$$

$$\Lambda_3 \equiv \frac{(\alpha I_0)^2}{L_i m \omega_0^2}. \quad (2.43)$$

Substitui-se as equações 2.29, 2.38, 2.40, 2.42 e 2.43 em 2.41 e maximiza-se β_i com respeito a Λ_1 e Λ_2

$$\Lambda_1 = \sqrt{\frac{1 + \Lambda_3}{1 - (\gamma_{23})^2}} \quad (2.44)$$

$$\Lambda_2 = \sqrt{1 - (\gamma_{23})^2}. \quad (2.45)$$

Baseado em resultados prévios, Solomonson descreve como a indutância varia quando o tamanho do transdutor é mudado. Assumindo que a bobina plana cubra uma área constante do diafragma do ressonador (S_d), onde $S_d = m/(\rho h)$ (ρ é a densidade do diafragma e h é a espessura do diafragma), então

$$S_d \propto \frac{m}{h}. \quad (2.46)$$

Desde que as frequências dos modos internos do diafragma possam ser expressas da forma [39] $f_{ij} \propto h/S_d$, manter as frequências constantes exige que

$$S_d \propto h. \quad (2.47)$$

A espessura do diafragma pode ser cancelada substituindo-se 2.47 em 2.46, então $S_d \propto \sqrt{m}$. Usando esta relação pode-se definir uma constante do transdutor

$$\eta \equiv \frac{S_d}{\sqrt{m}}. \quad (2.48)$$

Se o primeiro campo crítico do supercondutor não foi excedido, tem-se

$$I_0 = \frac{B}{\mu_0 n} \quad (2.49)$$

$$L_1 = \alpha d \quad (2.50)$$

$$\alpha = \mu_0 S_b n^2, \quad (2.51)$$

onde n é a densidade de fios na bobina plana, B é o campo magnético e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ é a permeabilidade do vácuo.

Usando as equações 2.29, 2.44, 2.45, 2.48 e 2.49 para substituir variáveis, as grandezas α , d , β e Λ_3 podem ser reescritas como

$$\alpha = \mu_0 n^2 \eta \sqrt{m} \quad (2.52)$$

$$d = d_0 + \frac{\eta B^2}{2\mu_0 \omega_0^2 \sqrt{m}} \quad (2.53)$$

$$\beta = \frac{\eta B^2}{d\mu_0 \omega_t^2 \sqrt{m}} \left[1 + \frac{1 + \Lambda_3}{1 - (\gamma_{23}^2)} - \gamma_{23}^2 \sqrt{\frac{1 + \Lambda_3}{1 - (\gamma_{23}^2)}} \left(1 + \sqrt{1 - (\gamma_{23}^2)} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (2.54)$$

$$\Lambda_3 + \frac{\eta B^2}{d\mu_0 \omega_0^2 \sqrt{m}}. \quad (2.55)$$

Os parâmetros acima agora estão expressos em função da massa do transdutor, da constante ν , do campo magnético e do coeficiente de acoplamento γ_{23} . Todas as indutâncias que variam com o tamanho do transdutor não estão mais envolvidas.

2.4.1 SQUIDS

Existem dois tipos de SQUIDS: SQUID de radiofrequência e SQUID de corrente contínua. Os SQUIDS de corrente contínua têm um ruído uma ordem de magnitude menor do que os de radiofrequência. Estruturalmente este é constituído de um loop supercondutor interrompido por duas junções Josephson de tunelamento, representado por um símbolo $\times$ na figura 2.6. Uma junção Josephson consiste de dois supercondutores separados com uma fina barreira isolante que permita que pares de Cooper dos elétrons supercondutores a atravessem. A impedância do SQUID dc depende do fluxo magnético no loop supercondutivo. O SQUID é polarizado (“biased”) com uma corrente I_b e a voltagem de saída, $V(t)$, proporciona o sinal de saída que é função

do fluxo externo aplicado ao SQUID. A linearidade da saída é mantida por um circuito de feedback apropriado. As junções Josephson são modeladas conforme figura 2.7

Figura 2.6: Esquema simplificado de um SQUID com sua característica input-output.

As correntes geradas I_{N1} e I_{N2} representam as fontes de ruído associadas aos resistores R . O ruído de Johnson nos resistores produz um ruído intrínseco de voltagem de saída através do loop do SQUID, $S_V^0(\omega) \propto k_b T R$. Os geradores de corrente produzem uma corrente circulante de ruído no loop do SQUID, $S_J^0(\omega) \propto k_b T / R$. A corrente de ruído também cria um fluxo de ruído no loop do SQUID; portanto, espera-se a existência de um termo S_{VJ}^0 .

O grupo de equações não-lineares de movimento do SQUID dc foram resolvidas por Tesche e Clark [40, 41], e seus resultados são mostrados a seguir:

1. A performance do SQUID é otimizada quando $\beta' \equiv \frac{2LI_0}{\Phi_0} \approx 1$, onde Φ_0 é o quantum do fluxo.
2. A função de transferência do fluxo para a voltagem é $V_\phi \approx \frac{R}{L}$.
3. As densidades espectrais de potência são

Figura 2.7: Modelo de um SQUID dc.

$$S_V^0(\omega) = 16k_b T R$$

$$S_J^0(\omega) = 11k_b T R$$

$$S_{VJ}^0(\omega) = 12k_b T.$$

4. A sensibilidade intrínseca em energia é

$$\frac{E}{1Hz} = \frac{S_\phi(\omega)}{2L} = \frac{S_V(\omega)}{2LV_{ph}i^2} \approx 16k_b T \sqrt{LC}.$$

2.5 Simulação da Antena Esférica

Nosso modelo de detector, agora com toda as fonte de ruído gaussiano incluídas, pode ser visto esquematicamente na figura 2.8, simplificado para o caso de um detector de barra.

As equações de movimento são

$$M_1 \ddot{x}_1 + H_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1 - H_2 \dot{x}_2 - K_2 x_2 = F_1 - F_2 + F_e^{OG} \quad (2.56)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 + H_2 \dot{x}_2 + K_2 x_2 - H_3 \dot{x}_3 - K_3 x_3 + M_2 \ddot{x}_1 - \alpha I_0 I = F_2 - F_3 \quad (2.57)$$

Figura 2.8: Modelo completo de um detector tipo barra, com três modos, SQUID dc e o transformador casador de impedâncias

$$M_3 \ddot{x}_3 + H_3 \dot{x}_3 + K_3 x_3 + M_3 [\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2] + \alpha I_0 I = F_3 \quad (2.58)$$

$$- \alpha I_0 \dot{x}_3 + (L_1 + L_2) \dot{I} + rI + M_{23} \dot{I}_i = V_r \quad (2.59)$$

$$M_{23} \dot{I} + (L_3 + L_i) \dot{I}_i = V_n, \quad (2.60)$$

onde o termo rI é um termo para simular a dissipação elétrica do circuito, já que as causas de tal dissipação não são perfeitamente conhecidas.

Finalmente, considerando que $K_i = M_i \omega_i^2$ e $H_i = M_i \omega_i / Q_i$, juntando com as equações da esfera acoplada e fazendo-se as devidas correspondências, tem-se finalmente o conjunto de equações de movimento a serem resolvidas na forma matricial. Essas equações estão escritas no apêndice I, dentro do programa usado para resolver as equações, junto com explicações dos passos do programa. Passa-se agora a analisar o resultado da simulação.

Sabendo-se que a energia depositada por um pulso de onda gravitacional numa antena esférica é dada por [13]

$$E = \frac{1}{2} m_e (\chi R_e)^2 \omega^2 (|h_+|^2 + |h_\times|^2) \quad (2.61)$$

onde R_e é o diâmetro da esfera, e comparando-se esta energia com a energia térmica de ruído igual a $4k_B T_e$, tem-se que

$$h = \sqrt{|h_+|^2 + |h_\times|^2} = \sqrt{\frac{k_B T_e * 2}{m_e (\chi R_e)^2 \omega^2}}, \quad (2.62)$$

onde T_e é a temperatura efetiva, que pode ser obtida por similaridade com a densidade espectral da força de Langevin:

$$\frac{1}{T_e} = 4k_B m_e \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{S_n}, \quad (2.63)$$

sendo S_n a densidade espectral do ruído (ou densidade espectral das forças de Langevin), obtida e calculada no programa.

Todos os dados de entrada e saída do programa estão indicados na figura 2.9. Procurou-se usar como dados de entrada valores otimistas (Q s mecânicos iguais a 50 milhões em todos os modos, Q_e igual a 10 milhões, temperatura termodinâmica igual a 50mK, número de ruído do SQUID igual a 2, massa da esfera igual a 40 toneladas, massa do segundo modo igual a 20,5 kilogramas e massa do terceiro modo igual a 32 gramas), mas que têm possibilidade de serem alcançados em futuro próximo com as pesquisas que estão se encaminhando ao redor do mundo. Para estes valores realistas obteve-se uma temperatura de ruído igual a $3,66 \times 10^{-7} K$ e uma sensibilidade de deformação mínima para fontes impulsivas da ordem de $3,27 \times 10^{-21}$.

2.6 Resolução do Problema Inverso

Apesar do problema inverso já ter sido resolvido [30] e [29], aqui será apresentado uma nova abordagem. Como a onda gravitacional excita os modos quadripolares da esfera (que tem formatos de elipsóides)[42], soma-se a leitura de amplitude e fase nos transdutores com o raio da esfera e ajusta-se um elipsóide sobre estes pontos. Os parâmetros do elipsóide, após normalizados pelo raio da esfera, formam o tensor de deformação da onda gravitacional. Simulações de Monte Carlo foram feitas para se determinar a precisão com

que uma fonte pode ser identificada no céu em função da razão sinal-ruído das leituras nos transdutores e os resultados concordam com os de Carl Zhou[30].

Total Noise —————

SQUID White Noise - - - - -

SQUID Back Action ————

Transducer Electrical loss ————

Antenna Brownian - - - - -

Mode 2 Brownian ————

Mode 3 Brownian ————

Figura 2.9: Gráfico da sensibilidade espectral de deformações de um detector esférico com raio de três metros feito de alumínio.

Figura 2.10: Simulação de Monte Carlo para obtenção do erro na determinação da direção da fonte astrofísica de ondas gravitacionais através da aproximação da superfície da esfera por elipsóides; A) razão sinal ruído igual a 1, B) razão sinal ruído igual a 10 em amplitude, resolução igual a aproximadamente 18° e C) razão sinal ruído igual a 100 em amplitude, com resolução aproximada de $1,5^\circ$.

Capítulo 3

O Fator de Qualidade Mecânico de um Transdutor de Dois Modos

Neste capítulo descrevem-se os experimentos, e seus respectivos resultados, desenvolvidos para se melhorar o fator de qualidade mecânico, Q_m , de um transdutor de dois modos, um correspondendo a uma parte de alumínio e o outro, a uma parte de nióbio. O motivo da confecção em dois materiais distintos é o seguinte: as antenas geralmente são feitas de alumínio 5056, um material mais barato do que o nióbio. Este, porém seria preferível devido às suas características. Uma solução intermediária é, portanto, construir o transdutor parte em Al e parte em Nb.

Descreve-se também o processo de fabricação de dois ressonadores de nióbio, apresentando-se os resultados obtidos. Um desses ressonadores foi usado como o segundo modo do transdutor. Para uma avaliação mais rápida de como o processo de contração térmica diferencial entre os dois ressonadores afetaria o fator de qualidade dos dois ressonadores, fez-se um teste onde apenas um anel de alumínio 6061 era colocado sobre o ressonador de nióbio, medindo-se o fator de qualidade a 4 K, com seis opções diferentes de contração. Finalmente, foi realizado um teste completo com os dois ressonadores acoplados, e os resultados são apresentados. Caso fosse necessário um ressonador final com massa da ordem de décimos de grama, um projeto alternativo de um milirressonador de nióbio foi desenvolvido e é apresentado aqui juntamente com o seu Q_m . Também foram efetuados testes com um

diapásão de Al 5056 para se verificar o comportamento do seu Q_m com o tratamento térmico destinado a aliviar as tensões térmicas geradas no processo de usinagem.

3.1 Descrição da Montagem e do Procedimento Experimental

A montagem completa está ilustrada na figura 3.1. A câmara experimental é feita de aço inoxidável. Três saídas conectam a câmara experimental com o exterior: uma para a linha de bombeamento do vácuo, outra para os medidores de vácuo e a terceira para as conexões elétricas. Medidores de vácuo incluem um termopar e um medidor iônico (“ion gauge”). O medidor iônico é conectado a um controlador modelo 307 da Granville-Phillips [Granville-Phillips Company, 5675 Arapahoe Ave., Boulder, CO 80303, EUA]; tal controlador tem a capacidade de enviar os dados para o computador.

O ressonador de dois modos e o ressonador de alumínio 5056 são suspensos por um sistema de dois estágios empilhados de Taber [43], enquanto os ressonadores puramente de nióbio e o ressonador de Nb com o anel de Al (ver figura 3.2) são suspensos por um sistema de três estágios empilhados de Taber. Os estágios são feitos com discos de latão, cada disco inferior sendo suspenso do disco superior através de arames de titânio com diâmetro de 0,3175 mm (0,0125”). Titânio foi escolhido por causa de sua alta tensão de escoamento e por seu baixo ruído de relaxação interna (“creep noise”).

As saídas para as conexões elétricas consistem de um conector de 8 pinos hermético para a chave térmica e as pernas de potência, e 4 conectores BNC herméticos para os sensores. A fiação elétrica desde o topo do “dewar” (garrafa térmica onde a câmara fica submersa num banho de hélio líquido) até a área experimental é composta por: dois cabos coaxiais SS-85 para conectar o PZT e o diodo do termômetro; um par de fios de cobre 32 AWG enrolados (para não gerar indutância), para a chave térmica; um par de fios de cobre 14 AWG enrolados para carregar a alta corrente. Todos esses fios e cabos eram aterrados termicamente no topo da câmara experimental, sendo enrolados em torno de um cilindro de cobre (OFHC), colados com verniz GE 7031. A fiação, ao descer até o último estágio da suspensão, era colada no topo de cada estágio com verniz GE 7031 ou epoxi de 5 minutos. Esta fiação

interna à câmara experimental inclui: um cabo coaxial UT34 para trazer e levar o sinal ao PZT; dois pares de fios de cobre 32 AWG para o termômetro e para a chave térmica; um conjunto de Nb cladeado (revestido) com cobre para trazer a alta corrente. Na última parte usou-se um fio de cobre 41 AWG para conectar o fim do cabo coaxial UT34 com o PZT [Keramos, Inc., 5460 W 84th Street, Indianapolis, IN 46268, EUA], assim como o termômetro diodo tipo n° DT-470-SD-12A [Lake Shore Cryogenics, Inc., 64 East Walnut ST., Westerville, OH 43081, EUA], usando-se o controlador para a temperatura feito pela mesma companhia. O PZT foi colado no corpo do transdutor com epoxi de 5 minutos e o termômetro, com verniz GE 7031.

O ressonador, quando montado pela primeira vez, tinha todos os seus modos excitados movendo-se levemente o dewar, o que fazia o ressonador balançar e bater na cabeça de um parafuso de nylon colocado a cerca de 1 mm de uma de suas extremidades. Quando os modos já eram conhecidos, o modo de interesse era excitado pelo PZT e o espectro era estudado por um analisador de sinal dinâmico HP3561A.

Feito vácuo na câmara experimental por pelo menos 12 horas, media-se o Q_m . Transferia-se, então aproximadamente 250 mTorr de He para a câmara experimental, seguido de nitrogênio líquido, que entrava em contato com as paredes externas de aço inoxidável da câmara. Após aproximadamente doze horas a temperatura do ressonador atingia 77 K. Vácuo era feito de novo na câmara experimental e outra vez o Q_m era medido. Em seguida 80 mTorr de He eram transferidos para o espaço experimental para depois transferir-se hélio líquido; após aproximadamente 5 horas o ressonador estava a temperatura de 4,2 K.

Para obter-se o gráfico $1/Q$ versus temperatura, o ressonador era aquecido lentamente fazendo-se um vácuo muito melhor na câmara experimental. Assim, a transferência de calor entre o ressonador e o LHe diminuía e o ressonador esquentava por causa de transferência de calor com o meio externo pelos fios de cobre, ou por reflexões de infravermelho, ou até por calor gerado no termômetro.

Para se ter uma idéia da dependência do Q_m com a pressão uma curva foi levantada (ver figura 3.3) e descobriu-se que o Q_m não melhora consideravelmente para pressões abaixo de 8×10^{-5} Torr, no caso dos ressonadores de Nb.

3.2 Os Ressonadores de Nióbio

Os ressonadores de Nb eram de três braços, conforme desenho 3.4 junto com as frequências dos modos. A idéia que motivou este formato foi a de aumentar a área do diafragma do ressonador em contato com a bobina plana. Esses ressonadores foram suspensos do último estágio da suspensão por 4 arames, tendo sido usinados de uma mesma placa [Teledyne Wah Chang Albany, P.O.Box 460, Albany, OR 97321, EUA]. Sua análise química e razões 3R foram fornecidas pelo fabricante e estão listadas na tabela 3.1

As etapas de fabricação de cada ressonador foram as seguintes:

- 1- Cortar um cilindro com 3 polegadas de diâmetro da placa de Nb;
- 2- submergir o cilindro de Nb em tricloroetano e proceder a limpeza ultrassônica por 20 a 50 minutos;
- 3- limpar o cilindro de Nb usando uma mistura na razão 1:1:1 em volume das soluções aquosas: 37% HCl, 70% HNO₃, e H₂O por 40 a 50 minutos;
- 4- ataque químico do cilindro de Nb usando uma mistura na razão 1:2:2, respectivamente, das soluções aquosas: 49% HF, 70% HNO₃ e H₂O, por 7 a 8 minutos;
- 5- tratar termicamente o cilindro, para alívio das tensões internas, em um forno a vácuo de nióbio [37], a uma temperatura entre 760 e 800°C sob uma pressão de $(2,3-9,9) \times 10^{-7}$ Torr, por 45 a 55 minutos;
- 6- usinar o cilindro, por métodos convencionais, até a forma que precede a usinagem dos braços que fornecem o efeito mola;
- 7- submergir o nióbio numa solução de tricloroetano e limpá-lo com processo ultrassônico por 25 a 120 minutos;
- 8- limpar o Nb com a solução mencionada no item 3, por 25 a 50 minutos;
- 9- atacar quimicamente o Nb usando a solução mencionada no item 4, por cerca de 2 minutos;
- 10- tratar termicamente o Nb, para alívio das tensões internas, no forno a vácuo a temperatura entre 750-900°C sob uma pressão de $(0.3-2,1) \times 10^{-6}$ Torr, por 45-55 minutos;
- 11- usinar os braços do ressonador usando-se usinagem convencional ou eletroerosão ;
- 12- tirar as rebarbas e lixar os braços usando fios abrasivos feitos de carboneto de silício;
- 13- submergir o ressonador em tricloroetano e limpá-lo ultrassonicamente por 20 a 30 minutos;

Elemento	1	2	3	4	5
Al	<20	<20	<20	<20	<20
B	<1	<1	<1	<1	<1
C	<20	<20	<20	<20	<20
Ca	11	11	10	11	10
Cd	<5	<5	<5	<5	<5
Co	<10	<10	<10	<10	<10
Cr	<20	<20	<20	<20	<20
Cu	<10	<10	12	<10	<10
Fe	<35	<35	<35	<35	<35
H	<5	-	-	-	-
Hf	<20	<20	<20	<20	<20
Mg	<10	<10	<10	<10	<10
Mn	<20	<20	<20	<20	<20
Mo	<30	<30	<30	<30	<30
N	11R	-	-	-	12R
N	<5R	-	-	-	12R
Ni	<20	<20	<20	<20	<20
O	<50R	-	-	-	<50R
O	<50R	-	-	-	<50R
Pb	<20	<20	<20	<20	<20
Si	<25	<25	<25	<25	<25
Sn	<10R	<10R	<10R	<10R	<10
Sn	<10R	<10R	<10R	<10R	-
Ta	130	120	120	150	150
Ti	19	14	13	12	12
V	<20	<20	<20	<20	<20
W	<30	<30	<30	<30	<30
Y	<2	<2	<2	<2	<2
Zr	32	29	28	30	29

Tabela 3.1: Resultado da análise química fornecida pelo fabricante da placa de Nb usada para fazer os ressonadores; as impurezas estão indicadas em ppm. As razões de resistividade residual (RRR:Residual Resistivity Ratio) são as seguintes: Spec.: 150 min. Resultados: 353 (temperatura ambiente/Hélio Líquido) e 334 (Gelo/Hélio Líquido)

14- limpar o ressonador com a solução mencionada no item 3, por 20 a 40 minutos;

15- sintonizar a frequência, na direção de menores frequências, do modo do ressonador, por ataque químico usando a solução mencionada no item 4, por 6 a 13 minutos;

16- tratar termicamente o ressonador, para alívio das tensões, a uma temperatura entre 930-980°C sob uma pressão entre $(1,1-1,7) \times 10^{-6}$ Torr, por 50 a 70 minutos;

17- esfriar o ressonador a 4,2 K para medição do seu Q mecânico;

18- tratá-lo termicamente a uma temperatura entre 1400-1500° C sob uma pressão entre $(0,7- 2,3) \times 10^{-6}$ Torr, por cerca de 40 minutos.

O ressonador de Nb $n^{\circ}1$ foi fabricado por usinagem convencional. Mas devido a vibrações durante o processo de usinagem, os braços ficaram mais finos do que o previsto e a frequência ficou menor do que a desejada. A frequência do Nb $n^{\circ}1$ ficou em 683,3 Hz e a frequência do Nb $n^{\circ}3$, em 827 Hz (após o ataque químico), a temperatura ambiente [44].

Iniciaram-se os experimentos para a medição do Q_m do Nb $n^{\circ}1$ (que já havia tido o seu Q_m medido [44]). Os dados apresentados abaixo são sempre a uma pressão menor do que 8×10^{-5} Torr. Após colocado um colar de alumínio ao redor do Nb $n^{\circ}1$ (ver próxima seção), ao se proceder a montagem inicial, o ressonador e o colar caíram num piso de cimento sarrafeado de uma altura de aproximadamente um metro e quarenta centímetros, e os braços do ressonador deformaram por aproximadamente 2 mm, se aproximando da base do ressonador. Como o ressonador estava protegido pelo colar de alumínio e pelo suporte da bobina, a deformação não foi visualizada e, por estimativa, presumiu-se que não havia ocorrido dano ao ressonador. Prosseguiu-se com o teste e o fator de qualidade medido, ao invés dos 24 milhões obtido em [44], resultou aproximadamente em 100 mil.

Neste ponto imaginou-se que a pressão do anel poderia estar causando tal diferença e que um pouco de graxa poderia minorar o problema. Portanto o experimento foi aberto e colocou-se graxa para vácuo de silicone entre as superfícies de contato. Resfriado novamente, o fator de qualidade melhorou para aproximadamente 200 mil. E a frequência, a 4,2 K, era de 694,924 Hz enquanto que em [44] a frequência medida foi de 694 Hz. Como se aumentou a massa reduzida ao introduzir-se o colar esperava-se que a frequência diminuísse, mas ela, ao contrário, aumentou.

Procedeu-se à medição do Q_m do ressonador sozinho (sem o colar de

alumínio) e obteve-se 230 mil a 4,2 K e a frequência (nas mesmas condições que [44]) foi de 695,929 Hz. Finalmente, abriu-se o conjunto e verificou-se a deformação do ressonador: o comprimento dos braços diminuíra, o que justificava o aumento da frequência.

Os braços foram devolvidos ao seu formato original e mediu-se de novo o Q_m , que apresentou, desta vez, o valor de 92,5 mil e uma frequência de 691,486 Hz.

Para tentar recuperar o Q_m do ressonador procedeu-se ao “deep anneal” (tratamento térmico intenso) como o citado no item 18 dos procedimentos de confecção do ressonador. Medido de novo o Q_m , este apresentou um valor de 13,5 milhões a 4,2 K e uma frequência de 691,682 Hz. Este fato nos serve de um bom indício de que o processo responsável pela dissipação mecânica na região dos 4,2 K está associado com interações entre deslocamentos (também chamadas discordâncias). Com a deformação dos braços houve um aumento na densidade de deslocamentos mas o tratamento térmico a reduziu. Os valores do Q_m e seu comportamento com a temperatura nas proximidades de 4 K é apresentado na figura 3.5 juntamente com os resultados de [44]. Nota-se que o formato da curva é o mesmo e pode-se ver que o maior Q_m se encontra perto de 7,5 K; na região abaixo de 4K há um pico de dissipação (em outros experimentos este pico foi localizado ao redor de 2K), e a temperatura de 9,2K aparece um degrau devido à transição supercondutora do nióbio.

O Nb $n^\circ 3$ foi fabricado através de eletroerosão na usinagem dos braços. Sua frequência a temperatura ambiente é de 818,50 Hz em vácuo, e a frequência a 4,2 K é de 845,869 Hz, com um Q_m da ordem de 16 milhões. Na figura 3.6 pode-se ver o comportamento do $\frac{1}{Q_m}$ com a variação da temperatura perto dos 4,2 K.

Em seguida mediu-se o comportamento do Q_m com a temperatura desde a temperatura ambiente até 4,2 K. Na figura 3.7 vê-se esse comportamento comparado com outros experimentos de Q_m do Nb $n^\circ 3$ [45, 46]. Verifica-se que o Q_m do Nb $n^\circ 3$ obtido a temperaturas altas é muito menor do que os outros resultados, e que os resultados coincidem nas regiões próximas de 4 K. Isto se deve ao fato que a dissipação a altas temperaturas para o Nb $n^\circ 3$ é dominada pela dissipação termoelástica (ver [48]), que está associada com dimensões do ressonador que sofrem deformações cíclicas. Como no caso do Nb $n^\circ 3$ essas dimensões são menores, a perda termoelástica é comparavelmente maior. Mas na região perto dos 4 K o processo dominante de dissipação é outro, provavelmente ligado a interações de deslocamentos [46].

Na figura 3.8, retirada do livro [47], vêem-se os processos de dissipação por mecanismos de relaxação de defeitos; perto da temperatura de 4,2 K, para um espécime suficientemente livre de hidrogênio, o processo de dissipação dominante seria o de difusão de “kinks” em deslocações de cunha (“edge dislocations”) [49], que teriam uma energia suficientemente baixa para serem excitados termicamente a temperaturas tão baixas.

Ainda nessa figura, têm-se: (1) Picos de relaxação de hidrogênio como defeito puntual: Complexo 1 O(N)-H, extrapolado de resultados em 10MHz por Huang et al. [50]; complexos 2 e 3 O(N)-H, extrapolado dos resultados Cannelli e Cantelli [51]; Complexo O(N)-H₂, de Huang et al. (2a) Pico de relaxação de deslocações intrínseca devido a formação ativada termicamente de pares de “kinks” (KPF) em deslocações de cunha (“edge dislocations”), típicos de materiais trabalhados a frio (Funk e Schultz) [52]; (2b) Pico de relaxação de deslocações devido a difusão de “kinks” em deslocações de hélice, de Kuramochi et al. [49] (3) Pico de trabalho a frio com hidrogênio (HCWP), devido a interação de deslocações cunha com hidrogênio intersticial. As linhas cheias indicam material trabalhado a frio e as linhas tracejadas, os materiais tratados termicamente (Funk e Schultz, 1985; Verdini e Baci [53]). (4) Pico de relaxação observado em discos de Nb recristalizado e atribuído a difusão de “kinks” em deslocações de cunha, mecanismo proposto por Seeger e Wüthrich [54], este pico também pode ser identificado com um pico similar observado por Kramer e Bauer [55], sendo identificado como tal processo em Kuramochi et al. [49].

3.3 O Ressonador de Nióbio e o Anel de Alumínio

Para testar como o fator de qualidade se comportava com a pressão da contração térmica diferencial, inicialmente foram realizados testes com apenas um anel de alumínio em torno do Nb nº1. Três anéis de Alumínio 6061 foram usinados com diferentes diâmetros internos, para fornecer diferentes pressões por contração térmica; o método utilizado para se calcular a pressão na interface de contato pode ser visto no apêndice 2 e os resultados obtidos podem ser vistos na tabela 3.2. As frequências com o anel eram de 668,78 Hz a temperatura ambiente e no vácuo, e de 690,717 Hz a 4,2 K. O anel

Anel (índice)	diâmetro (cm)	Pressão na interface(kgf/cm ²)	Q (10 ⁶) sem graxa	Q (10 ⁶) com graxa
1	7,005	80	19,0 ± 0,4	20,7 ± 0,4
2	7,003	170	19,1 ± 0,4	20,5 ± 0,4
3	6,995	330	20,7 ± 0,4	19,3 ± 0,4 *
só ressonador	6,985	-	20,7	

Tabela 3.2: Tabela dos fatores de qualidade. (*Neste teste foi encontrado um parafuso solto, podendo ser este o motivo do baixo Q).

de alumínio com o ressonador era suspenso do último estágio da suspensão de Taber por uma suspensão de dois arames. Note-se que quanto maior a pressão de contato, maior o fator de qualidade, ou que este fator de qualidade poderia ser melhorado se fosse colocada graxa de vácuo de silicone na interface entre os ressonadores. A pressão desse contato, numa área de contato suficientemente grande, garante um acoplamento forte o bastante para não degradar o fator de qualidade mecânico.

Foi também construído um gráfico da dependência de $\frac{1}{Q_m}$ com a temperatura (ver figura 3.9) onde constata-se uma dependência similar ao caso do ressonador sozinho.

Ao se decidir pelo melhor acoplamento a ser usado no transdutor de dois modos, optou-se pelo de maior pressão sem a presença de graxa.

3.4 O Ressonador Intermediário de Alumínio

O formato do ressonador intermediário pode ser bem compreendido na figura 3.10, e os resultados da simulação por elementos finitos do ressonador de alumínio intermediário estão apresentados na tabela 3.3 [retirados de [44]].

O ressonador foi suspenso do último estágio da suspensão de Taber por 4 arames de Ti de 0,3 mm de diâmetro. As frequências obtidas nesse ressonador foram 1212,75 Hz a temperatura ambiente e 1283,105 Hz a 4,2 K. E o fator de qualidade mecânico medido foi igual a 13 milhões.

Número do modo	1	2	3
Frequência (Hz)	858,2	1821,8	1821,9

Tabela 3.3: Resultados da simulação por elementos finitos do ressonador de alumínio intermediário.

	ressonador sozinho	ressonador acoplado
ressonador Al	13×10^6	10×10^6
ressonador Nb	16×10^6	15×10^6

Tabela 3.4: Tabela dos fatores de qualidade dos dois ressonadores acoplados.

3.5 O Ressonador de Nióbio e o de Alumínio

O ressonador de nióbio escolhido para este teste foi o Nb $n^\circ 3$ por apresentar uma frequência mais próxima à frequência do ressonador intermediário de alumínio. Não se tentou um casamento perfeito das frequências para se poder ter o fator de qualidade mecânico isolado de cada ressonador.

A suspensão neste caso foi idêntica à usada na seção anterior. As frequências dos ressonadores a temperatura ambiente eram 892,50 Hz para o ressonador de alumínio e 812,875 para o ressonador de Nb. As frequências dos ressonadores a 4,2 K eram de 953,082 Hz para o ressonador de Al e 841,312 Hz para o ressonador de Nb.

A montagem final dos dois ressonadores foi feita como aparece na figura 3.10, e os resultados dos fatores de qualidade mecânicos estão indicados na tabela 3.4.

3.6 O Milirressonador

Um milirressonador, isto é, um ressonador com massa muito pequena (cujo formato geral é visto na figura 3.11) foi testado. Ele era suspenso do último estágio da suspensão de Taber por um arame de titânio. O resultado obtido foi um Q_m de 6 milhões.

Um fato muito interessante acontecia com o milirressonador: quando ele ficava por uma noite em vácuo o seu Q_m aumentava por um fator de dois. Este fato foi atribuído a gases adsorvidos na superfície que, em vácuo, deixavam o metal. Como a razão área superficial sobre volume é muito grande esse fator começa a influir no fator de qualidade. Uma estimativa da dissipação não pode ser feita por falta de informação de qual seria a espessura da camada com gás adsorvido.

3.7 O Diapasão de Al 5056

Um diapasão de alumínio 5056 foi testado, principalmente com o intuito de se avaliar o efeito do tratamento térmico sobre o Q_m . Ele era suspenso do último estágio da suspensão de Taber por dois arames de titânio. Assim que usinado, a frequência medida foi de 1047,85 Hz a temperatura ambiente em vácuo. Quando resfriado a 4,2 K, a frequência medida foi de 1109,979 Hz e o Q_m medido, de 38,5 milhões.

Procedeu-se a um tratamento térmico a 600 ° C por 30 minutos. Após isso o diapasão foi resfriado rapidamente ao ar, apresentando uma superfície completamente oxidada ao final do tratamento térmico. O fator de qualidade logo após este tratamento apresentou um valor de 6,1 milhões e a frequência era de 1048,217 Hz a temperatura ambiente em vácuo, e de 1109,534 Hz a 4,2 K.

Quando o diapasão foi limpo por 1 hora por ultrassom, o Q_m aumentou para 16,3 milhões sem alteração nas frequências.

A seguir o diapasão foi lixado para se remover mais a camada oxidada. Então, o Q_m a 4,2 K foi medido e apresentou um valor de 13 milhões.

Outro tratamento térmico foi feito, desta vez seguindo o procedimento de Marsden [56], deixando-se o alumínio por 4 horas a uma temperatura de 540°C, e resfriando-se lentamente a uma velocidade de 50 ° C por hora. As frequências se alteraram para 1047,022 Hz a temperatura ambiente em vácuo e 1107,271 Hz a 4,2 K. E o fator de qualidade medido foi de 3,3 milhões.

Para eliminar a camada de oxidação foi realizado um ataque químico numa solução de 93,5% de H_2PO_4 + 6,5% de HNO_3 por duas horas. As frequências se alteraram para 1046,590 Hz a temperatura ambiente em vácuo e 1106,220 Hz a 4,2 K. E o Q_m obtido a 4,2 K foi de 37,5 milhões.

Figura 3.1: Montagem experimental para medir o fator de qualidade mecânico.

Figura 3.2: Suspensão do ressonador de Nb com o anel de Al. A conexão entre o último estágio e o ressonador é de um único fio em formato de “V”, com as extremidades presas em dois parafusos.

Figura 3.3: Gráfico do Q_m versus a pressão do ressonador de nióbio número 1.

Figura 3.4: Desenho do ressonador de Nb retirado de uma simulação no programa de elementos finitos COSMOS.

Figura 3.5: Gráfico do Q Inverso versus a Temperatura do ressonador de nióbio $n^{\circ}1$ antes da deformação dos braços (curva inferior) e depois da deformação, após o segundo tratamento térmico (curva superior).

Figura 3.6: Gráfico do Q Inverso versus a Temperatura do ressonador de nióbio $n^{\circ}3$ na região perto de 4,2 K, note-se que a curva é similar às curvas da figura anterior.

Figura 3.7: Gráfico do Q inverso versus a temperatura do ressonador de nióbio nº3, desde a tempertura ambiente até 4,2 K (curva superior), a curva inferior foi obtida por Duffy e Umstattd(1994). Note-se a grande discrepância em altas temperaturas.

Figura 3.8: Alguns processos de relaxação observados ou esperados em Nb a frequências da ordem de 1 kHz. (1) Picos de relaxação de hidrogênio como defeito puntual. (2a) Pico de relaxação intrínseca por formação de pares de “kinks” em deslocções de cunha, (2b) Pico de relaxação intrínseca por difusão de “kinks” em deslocções de hélice. (3) Pico de trabalho a frio com hidrogênio. (4) Pico de relaxação intrínseca por difusão de “kinks” em deslocções de cunha.

Figura 3.9: Gráfico do Q Inverso versus a Temperatura do ressonador de nióbio $n^{\circ}1$ montado com um anel de alumínio por contração diferencial, note-se que a curva é idêntica ao do ressonador de Nb sozinho. Existe uma discrepância na temperatura cujo o motivo foi o termômetro aquecer mais rapidamente do que os braços do ressonador.

Figura 3.10: Desenho da montagem final do ressonador de dois modos.

Figura 3.11: Desenho do milirressonador.

Capítulo 4

Fator de Qualidade Elétrico

Uma das grandes vantagens do transdutor indutivo está na sua simplicidade, que vem principalmente de sua natureza passiva. Uma corrente persistente intrinsecamente sem ruído é usada para o acoplamento da energia mecânica da vibração com a energia do campo magnético. As únicas fontes de ruído são as dissipações mecânica e elétrica no transdutor, proporcionais a Q_M^{-1} e Q_e^{-1} , e as fontes de ruído associadas com o SQUID, que são o ruído da voltagem $S_v(f)$, o ruído da corrente circulante $S_j(f)$ e sua correlação $S_{vj}(f)$.

A dissipação elétrica contribui para o ruído do movimento Browniano do sistema pela modificação do fator de qualidade do último ressonador de acordo com a seguinte equação 4.1 [36], válida para pequenos valores do acoplamento

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_M} + \frac{\beta}{Q_e}, \quad (4.1)$$

onde β é o coeficiente de acoplamento eletromecânico do transdutor dado por

$$\beta = 1 - \left(\frac{f_0}{f_t} \right)^2, \quad (4.2)$$

onde f_t a frequência do ressonador com a corrente estocada e f_0 a frequência do ressonador sem a corrente estocada.

O Q_e está representado graficamente na figura 4.1

Figura 4.1: Representação gráfica do fator de qualidade elétrica para pequenos valores do acoplamento

4.1 Descrição da Montagem e dos Procedimentos Experimentais

A câmara experimental do dewar descrito no capítulo anterior foi revestida internamente por uma folha fina de Nb, para evitar que o campo magnético interaja com as paredes de aço inoxidável da câmara e daí possa surgir alguma dissipação por corrente induzidas.

Agora introduz-se o circuito elétrico (ver figura 4.2) usado para a medição do fator de qualidade elétrico Q_e , que consiste num transdutor simplificado, onde são retirados o SQUID e suas conexões. Temos, portanto: uma bobina plana, um chave térmica (“heat switch”) e algumas junções supercondutoras

em fios de Nb isolados e fios de Nb revestidos de cobre (sendo que no local da junção supercondutora o revestimento foi retirado por ataque ácido com HNO_3).

Figura 4.2: Esquema do circuito para medição do fator de qualidade elétrico.

As junções supercondutoras foram feitas através de solda eletrônica (“spot welding”). A resistência elétrica medida nas pernas da chave térmica apresentou um valor de $1,81k\Omega$ e a resistência elétrica medida nas conexões para carregar a corrente permanente foi de $3,1\Omega$.

A bobina plana é colocada paralela ao diafragma do ressonador a uma distância média de $0,165\text{ mm}$ ($0,0065''$) (a distância no ponto mais próximo era de $0,005''$ no ponto mais distante era de $0,008''$). Uma corrente persistente é estocada na bobina que gera um campo magnético no espaço entre a bobina e o diafragma do ressonador. O campo magnético é mantido abaixo do

primeiro campo crítico do Nb supercondutor ($B_1 = 0,1 \text{ T}$ a $4,2 \text{ K}$). Para valores acima destes o movimento de fluxo magnético aprisionado (“trapped flux”) causa aumento na dissipação elétrica.

Tudo foi montado como exemplificado na figura 4.3.

Figura 4.3: Montagem do ressonador com a bobina supercondutora

A bobina foi enrolada com 168 voltas de fio de Nb com um diâmetro interno de $8,9 \text{ mm}$ ($0,35''$) e um diâmetro externo de $34,3 \text{ mm}$ ($1,35''$), ligeiramente menor que o diâmetro externo do diafragma de $35,5 \text{ mm}$ ($1,40''$), fornecendo uma densidade média de 6,6 fios por milímetro na direção radial. O valor da densidade média confere com cálculos de quanto a frequência do ressonador muda conforme a supercorrente estocada. A especificação do fio é: Nb isolado com formvar tendo diâmetro externo de $0,1 \text{ mm}$ ($0,004''$) e diâmetro interno de $0,076 \text{ mm}$ ($0,003''$). Este fio foi colado em forma de

espiral com epoxi Stycast 1266 Emerson and Cuming (Emerson and Cuming, Inc., 77 Dragon Court, Woborn, MA01888) sobre uma base de fibra de vidro G-10 de 12,7 mm (0,5") de espessura. Esta bobina foi aparafusada no suporte da bobina feito de Nb com um parafuso de Nb de 5/16" (7,94 mm). Um furo de 1/32" (0,79 mm) de diâmetro foi feito através do suporte da bobina para permitir que os dois fios da bobina saíssem trançados um sobre o outro conforme figura 4.3.

O interruptor quente foi feito primeiro enrolando-se uma folha fina de chumbo sobre uma resistência de carbono com cerca de $1,8k\Omega$ e $1/8W$ e, então, aproximadamente 7 a 8 voltas de fio de Nb trançado (para não gerar indutância) foram enrolados em torno do resistor sobre o revestimento de chumbo. Tudo foi colado com epoxi de 5 minutos. O diâmetro do fio de Nb foi escolhido como sendo de 0,2 mm (0,008"), maior do que os 0,076 mm (0,003") do fio da bobina. Foi escolhido assim para garantir que o fio da chave térmica não queimasse caso ocorresse algum acidente com o sistema em vácuo.

O ressonador Nb#1 foi o escolhido para se fazer as medidas do fator de qualidade elétrico por ele previamente apresentar o maior fator de qualidade mecânico.

O computador HP (o mesmo usado para coletar dados referentes ao capítulo anterior) apresentou um problema no decorrer da experiência sendo substituído por um computador Macintosh IIfx rodando o software Labview, que apresentava a seguinte janela para visualização da coleta de dados (ver figura 4.4).

Como visto na figura 4.4 os dados coletados foram frequência, pressão, Q, amplitude medida no pzt, temperatura e tempo. Para obter um valor mais preciso de Q a partir de cada conjunto de dados nos usamos as relações

$$x(t) = x(0)e^{\frac{t}{\alpha}} \quad (4.3)$$

e

$$\alpha = \frac{Q}{\pi f_0}, \quad (4.4)$$

e sabendo-se que a amplitude em decibéis $x_{db} = 20\log_{10}(x)$, a equação da amplitude torna-se

Figura 4.4: Janela do Labview

$$\ln \left[10^{x_{ab}/20} \right] = \left(-\frac{\pi f_0}{Q} \right) + \ln[x(0)]. \quad (4.5)$$

Aplicando-se o método dos mínimos quadrados ao conjunto de dados $\ln \left[10^{x_{ab}/20} \right]$ vs t por uma função linear, obtém-se o Q como a inclinação da reta de acordo com a equação 4.5 (ver figura 4.5).

Como pode ser visto na figura 4.5, para amplitudes grandes o Q é dependente da amplitude, provavelmente devido a dissipação causada por processo de movimento de fluxo aprisionado ("trapped flux"). O procedimento neste caso para achar o Q foi o de se ajustar uma reta somente na região onde não havia dependência com a amplitude.

O aparato completo usado para as medições é similar ao mostrado no

Figura 4.5: Exemplo de curva aonde Q é obtido por ajuste de reta

capítulo anterior (vide figura 3.1), as únicas diferenças seriam as presenças de um multímetro e de uma fonte de corrente contínua para o processo de carga da supercorrente.

Antes de estocar a corrente supercondutora, a câmara experimental é preenchida com He a uma pressão de cerca de 100 mTorr, para impedir que os fios e as junções supercondutoras derretam na hora de estocar a supercorrente. Para estocar a supercorrente a chave térmica é ligada e a corrente desejada é fornecida através das pernas de potência. Alcançada a corrente desejada espera-se até que a temperatura atinja um valor determinado pré-estabelecido em tentativas anteriores que garanta que a corrente será estocada plenamente. Desliga-se a chave térmica, espera-se que a temperatura diminua até um outro valor pré-determinado e diminui-se lenta-

mente a corrente fornecida.

Após a corrente ficar estocada, começa-se a bombear a câmara experimental para diminuir a pressão. Devido às muitas conexões de fio de cobre ligada ao experimento, não era possível usar um vácuo melhor do que $8 \times 10^{-5} \text{ Torr}$ pois a temperatura do experimento começa a aumentar demasiadamente abaixo desta pressão. Felizmente a esta pressão o Q mecânico já não é mais dependente da pressão (neste caso). A única diferença é que as medidas foram tomadas a 4,6 K e não a 4,2 K.

4.2 Primeiro Grupo de Medidas

Os gráficos mostrados a partir de agora mostraram o valor de $1/Q_c$, aonde Q_c é o fator de qualidade carregado do transdutor com a supercorrente.

Ao iniciarem-se as medidas do Q elétrico um grave problema apareceu: o Q mecânico sem corrente estocada, que anteriormente era da ordem de 15 milhões, caiu para algo da ordem de 100 mil. Mas quando uma corrente era estocada o Q mecânico retornava a apresentar valores da ordem de 10 milhões. Várias medidas foram feitas e sempre quando a supercorrente era retirada o Q mecânico retornava a apresentar valores da ordem de 100 mil. Esse fenômeno foi atribuído a fricção do par de fios de Nb enrolados que ao sair pelo furo do suporte da bobina encostavam nessa borda e causavam uma grande dissipação. Com a corrente estocada os fios flutuam dentro do furo por efeito Meisner (perto de cada fio o campo magnético não é nulo, mesmo com os fios enrolados) e esse efeito diminuía enormemente a fricção.

Esse fato somado a um outro problema detectado (um mau contacto nas pernas de potência) convenceu-nos a que o experimento fosse aberto. E para diminuir a fricção dos fios com o suporte da bobina um pouco de graxa de vácuo de silicone da Dow Corning foi aplicada entre o fio e as bordas do furo, pois ao ser resfriada a graxa endureceria, fixando os fios e diminuindo a fricção.

Resfriado o transdutor de novo a 4,2 K, o Q mecânico apresentou um valor de 8,89 milhões, parecendo que o problema realmente era o da fricção dos fios. O Q mecânico ainda não era de 15 milhões como anteriormente, provavelmente porque a graxa não eliminou toda a fricção.

Iniciando-se as medidas de novo, várias tentativas são feitas até que se obtenha a variação desejada da frequência para uma certa corrente estocada.

Mesmo assim, a curva de ajuste (frequência ao quadrado versus corrente ao quadrado) não é uma linha reta como deveria ser, como se ve na figura 4.6.

Figura 4.6: Curva de sintonia

Mesmo assim vários valores do Q mecânico foram obtidos, cada um correspondendo a um acoplamento, como se ve na figura 4.7.

Constata-se que o gráfico não aparece linear como deveria. Essas variações poderiam ser atribuídas a muitas causas que posteriormente atribuiremos a mais fricção entre os fios de Nb e a ressonâncias na suspensão. Na figura 4.8 vê-se o gráfico de βQ versus β . Esse gráfico é interessante pois ilustra uma característica importante neste trabalho, que é um acoplamento alto e um Q mecânico também alto. Maximizar o produto βQ é justamente uma das principais metas que se tenta alcançar.

Foi tomada a decisão de abrir-se de novo o experimento e retirar parte

Figura 4.7: Primeiro gráfico de $1/Q$ vs β

dos fios de Nb que estavam sobrando para que a bobina pudesse ter seus fios conectados várias vezes. Portanto, as conexões e fios seriam encurtados o máximo possível para verificar se os picos de dissipação presentes no experimento até agora teriam origem na fricção entre os fios supercondutores enrolados. Além disso decidiu-se também revestir com chumbo as porcas, arruelas e as cabeças dos parafusos de metal comum (não supercondutor) que estivessem perto dos fios externos de conexão e da chave térmica (essas peças interagindo com as pequenas variações do campo magnético, apresentam no seu interior correntes induzidas que, por efeito ôhmico, dissipam a energia do ressonador, sendo assim uma das fontes de dissipação elétrica).

Selecionando somente os melhores dados do Q mecânico obtido em função do β e o valor esperado (sem fricções) com $\beta = 0$ (ver tabela 4.1), e ajustando

Figura 4.8: Primeiro βQ versus β

uma reta por esses pontos, se obtém um valor de 800 mil para o fator de qualidade elétrico, como pode-se ver na figura 4.9. E o χ^2 reduzido do ajuste apresenta um valor de, aproximadamente, 0,5.

4.3 Segundo Grupo de Medidas

Após os fios terem sido encurtados e os metais normais revestidos de chumbo, mais dados de Q mecânico foram obtidos e desta vez a curva de ajuste apareceu como uma linha reta (como vê-se na figura 4.10). Ao se montar o gráfico de $1/Q$ vs β aparece apenas um pico de dissipação por volta de $\beta = 0,05$. O experimento foi aberto de novo e este pico foi identificado como sendo uma ressonância na suspensão. A suspensão foi modificada, o experimento

$Q (10^6)$	f_t (Hz)	I_0 (A)	β
$8,89 \pm 0,4$	691,583	0	0
$7,77 \pm 0,4$	692,645	1,48	0,003065
$10,7 \pm 0,4$	693,126	1,98	0,00447
$11,0 \pm 0,4$	695,221	2,74	0,01044
$13,0 \pm 0,4$	695,818	3,07	0,01213
$12,0 \pm 0,4$	698,360	3,93	0,01932
$10,9 \pm 0,4$	700,575	4,53	0,02551
$9,75 \pm 0,4$	703,422	5,03	0,03338
$9,19 \pm 0,4$	704,683	5,39	0,03683
$2,75 \pm 0,4$	704,670	5,58	0,03680
$8,77 \pm 0,4$	706,123	5,69	0,04076
$5,85 \pm 0,4$	706,701	5,76	0,04233
$5,22 \pm 0,4$	707,629	5,85	0,04484
$5,52 \pm 0,4$	708,435	6,00	0,04701
$5,21 \pm 0,4$	710,470	6,62	0,05246
$5,24 \pm 0,4$	711,034	7,08	0,05396
$3,93 \pm 0,4$	714,691	7,44	0,06262

Tabela 4.1: Tabela dos fatores de qualidade com as respectivas frequências, correntes e acoplamentos do primeiro grupo de medidas.

Figura 4.9: Ajuste do primeiro Q_e

fechado, resfriado e bombeado; e o pico de dissipação desapareceu.

Portanto, agora dispomos de um gráfico $1/Q$ vs β linear no qual podemos identificar claramente Q_e como sendo de 1,15 milhão (como pode-se ver na figura 4.11), sendo que o χ^2 reduzido do ajuste apresenta um valor de, aproximadamente, 1. A diminuição no comprimento do par de fios enrolados e o revestimento dos metais normais com chumbo aumentou o Q_e mas não tanto quanto era esperado. Isso incentivou-nos a tentar procurar uma outra causa para a dissipação elétrica, que é do que trata a próxima seção.

Após todos os melhoramentos no experimento, tudo se porta agora como o esperado. Inclusive, o Q mecânico para corrente nula, obtido pelo ajuste da curva de $1/Q$ vs β , é de 14,7 milhões, enquanto que seu valor esperado a essa temperatura de 4,6 K para esse ressonador era de 16 milhões.

Q (10 ⁶)	f _t (Hz)	I ₀ (A)	β
14,6 ±0,4	691,582	0	0
13,8 ±0,4	693,487	2,00	0,00549
13,5 ±0,4	695,864	3,00	0,01226
12,1 ±0,4	699,130	4,02	0,02148
10,2 ±0,4	703,487	5,06	0,03355
9,77 ±0,4	708,399	6,02	0,04691
8,13 ±0,4	713,847	7,00	0,06141

Tabela 4.2: Tabela dos fatores de qualidade com as respectivas frequências, correntes e acoplamentos do segundo grupo de medidas.

Essa diminuição pode ser explicada como sendo uma dissipação mecânica no material da bobina, fios e conexões .

Houve uma limitação na corrente estocada: ao estocar-se uma corrente maior do que 7 amperes a frequência começava a diminuir com o tempo, e se o “dewar” era balançado com muita força a corrente desaparecia totalmente. Provavelmente houve algum problema com as junções supercondutoras ou em algum lugar da fiação que estava a uma temperatura maior do que 4,6 K, e nesse ponto (provavelmente nas junções supercondutoras) o campo crítico do Nb é muito menor, ocorrendo o aniquilamento da supercorrente.

4.4 Modelo de Dissipação Mecânica para o Q_e

A idéia deste modelo é que a dissipação elétrica é devida a perdas mecânicas ocasionadas pelas forças de reação no substrato da bobina de fibra de vidro G-10. O fator de qualidade mecânico do G-10 foi medido numa experiência separada, onde o Q mecânico de um diapasão de G-10 com frequência de 1200 Hz a temperatura ambiente, apresentando um valor de 1000 para Q_m .

Sabe-se que a força entre o diafragma do ressonador e a bobina é dada por

Figura 4.10: Segunda curva de sintonia

$$f = \frac{\alpha I^2 x_1}{d}, \quad (4.6)$$

onde $\alpha = \mu_0 A_{bobina} n^2$, I é a corrente estocada, x_1 é a amplitude de movimento do diafragma, A_{bobina} é a área da bobina e n é a densidade de fios por metro linear na bobina. Com isto pode-se achar quanto é a amplitude de movimento de superfície da bobina, considerando que obedece a lei de Hooke, $f = k_2 x_2$, portanto, igualando com a equação anterior, resulta

$$x_2 = \frac{\alpha I^2 x_1}{k_2 d}. \quad (4.7)$$

A definição do Q ,

Figura 4.11: Ajuste do Q_e do segundo grupo de medidas

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta E}{E} \quad (4.8)$$

implica que a energia dissipada no substrato da bobina é a energia elástica dividida pelo Q mecânico do G-10. Obtém-se portanto

$$\Delta E_{G-10} = \frac{\alpha^2 I^4 (x_1)^2}{2Q_{G-10} k_2 d^2}. \quad (4.9)$$

A energia total do sistema é

$$E_t = \frac{\alpha I^2 (x_1)^2}{2d} + \frac{\alpha^2 I^4 (x_1)^2}{2k_2 d^2}. \quad (4.10)$$

O Q_e proposto é a energia dissipada dividida pela energia total, dado por

Figura 4.12: Curva βQ versus β do segundo grupo de medidas

$$\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_m} = \frac{\frac{\alpha^2 I^4(x_1)^2}{2Q_{G-10}k_2d^2}}{\frac{\alpha I^2(x_1)^2}{2d} + \frac{\alpha^2 I^4(x_1)^2}{2k_2d^2}}. \quad (4.11)$$

Cancelando-se a dependência na amplitude e simplificando-se a expressão, ficamos com

$$\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_m} = \frac{\frac{\alpha I^2}{Q_{G-10}k_2d}}{1 + \frac{\alpha I^2}{k_2d}}. \quad (4.12)$$

Por k_2d ser um número muito grande comparado com αI^2 , o segundo termo no denominador fica desprezível para os nossos parâmetros. Portanto

$$\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_m} = \frac{\alpha I^2}{Q_{G-10} k_2 d}. \quad (4.13)$$

Substituindo-se os valores conhecidos de $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{T.m}{A}$, $A_{bobina} = 9 \times 10^{-4} m^2$, $n^2 = 6,6 \times 10^3 m^{-2}$, $Q_{G-10} = 1000$ e $k_2 = 3,2 \times 10^8 \frac{N}{m}$, a equação acima fornece finalmente,

$$\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_m} = \frac{I^2}{1,5 \times 10^9}. \quad (4.14)$$

Vejamos agora como obter a corrente em função do acoplamento. Do gráfico de frequência ao quadrado versus corrente ao quadrado obtemos que a variação quadrática da frequência angular é proporcional ao quadrado da corrente estocada. Ou seja,

$$\Delta \omega^2 = 2,8 \times 10^4 I^2. \quad (4.15)$$

Ou, passando para frequências,

$$\Delta f^2 \approx 700 I^2. \quad (4.16)$$

E, da definição para β ,

$$\beta = 1 - \frac{1}{1 + \Delta f^2 f_0^2}, \quad (4.17)$$

invertendo-se para se obter o valor de Δf^2 em função de β resulta

$$\frac{\Delta f^2}{f_0^2} = \frac{\beta}{1 - \beta} \quad (4.18)$$

Usando-se a relação entre corrente e variação da frequência e adotando $700 Hz$ para o valor da frequência, obtém-se

$$I^2 \approx 700 \frac{\beta}{1 - \beta}. \quad (4.19)$$

Finalmente, substituindo este resultado na expressão do fator de qualidade elétrico obtém-se

$$\frac{1}{Q_e} - \frac{1}{Q_m} = \frac{\beta}{2 \times 10^6 \times (1 - \beta)}. \quad (4.20)$$

Para pequenos valores de β esta equação implica

$$Q_e = 2 \times 10^6. \quad (4.21)$$

Isto significa que aproximadamente metade da dissipação elétrica ocorrida na nossa experiência tem como origem uma dissipação mecânica no substrato da bobina (a porcentagem exata seria de 57,5 %). O resto da dissipação ou é realmente uma dissipação elétrica ou poderia se tratar de outra dissipação puramente mecânica causada pelas forças de reação, como por exemplo entre a cola e os fios que formam a bobina em si.

Capítulo 5

Conclusões

Na simulação de uma antena esférica de 40 toneladas, feita de alumínio 5056, com fator de qualidade em todos os modos de 50 milhões, número de ruído no SQUID de dois, Q_e de 10 milhões, temperatura termodinâmica de 50 mK e com a razão entre os modos otimizada; obteve-se uma temperatura efetiva da ordem de 360 nK e esta corresponde a sensibilidade para fontes impulsivas da ordem de $3,2 \times 10^{-21}$, muito próximo do objetivo de 10^{-21} .

Agora, se considerarmos que, em vez de uma esfera de Al, usar-se-á uma esfera de alguma liga de cobre, com três metros de diâmetro, pesando da ordem de cem toneladas, com Q_m de 10 milhões para a esfera (os outros modos podem ser feitos de outro material), temperatura termodinâmica de 10 mK (ligas de Cu são mais facilmente refriadas) e mantendo todas as condições da esfera de Al, obtemos uma temperatura efetiva de 100 nK e uma sensibilidade para fontes impulsivas da ordem de $1,5 \times 10^{-21}$. E se porventura fosse encontrada uma liga de Cu com Q_m de 50 milhões, a temperatura efetiva seria de 56 nK e sensibilidade para fontes impulsivas de $1,1 \times 10^{-21}$. Este valor está dentro do objetivo inicialmente citado.

O fator de 10 milhões para o Q_e pode parecer muito otimista, mas já foram obtidos valores de 3 milhões [58], além disso se for usado um valor mais pessimista de 5 milhões a temperatura de ruído para o caso da antena de cobre com Q_s de 50 milhões aumenta para 58 nK ao invés de 56 nK, pois nesse caso o ruído dominante é o serial eletrônico (ruído branco do SQUID).

Já o número de ruído de SQUID de 2 está baseado em que já se foi obtido um número de ruído de 10 mas a uma temperatura superior a 100 mK, como a temperatura de operação suposta é de 10 mK e o ruído diminui

com a temperatura, a hipótese parece realista. Mesmo assim usando-se um número de ruído igual a 10, temperatura de ruído, para o caso da esfera de Cu, aumenta de 58 nK para 103 nK.

O transdutor desenvolvido aqui pode ser usado tanto para antenas cilíndricas quanto para antenas esféricas.

O processo de contração térmica diferencial apresentou ótimos resultados praticamente sem aumentar a dissipação, podendo ser usado também para acoplar um ressonador de alumínio com a massa principal da antena. Para isso faz-se um furo do mesmo diâmetro (com a menor ovalização possível para evitar zonas com contato fraco) e coloca-se uma extremidade do cilindro de nióbio nesse furo e a outra extremidade em um outro furo do mesmo diâmetro no primeiro ressonador de alumínio, sendo que a temperatura ambiente as partes seriam fixadas por parafusos escolhidos de tal forma que estes contraíssem, com o resfriamento, tanto quanto as partes fixadas). Assim, os dois ficam fixos por contração térmica diferencial.

Pelos resultados aqui mostrados, o motivo da dissipação mecânica na interface de contato é a existência de regiões com contato fraco, ou seja as superfícies aonde a pressão de contato é nula ou quase nula, que não estando rigidamente fixas uma na outra ocorre fricção e por conseguinte dissipação.

Somou-se à literatura mais alguns indícios de que o mecanismo de dissipação dominante no Nb a baixas temperaturas é o de interações entre deslocamentos, mais especificamente migração de "kinks" geométricos.

A dissipação elétrica tem como causa, em parte, dissipações mecânicas provocadas por uma interação de reação na bobina. Se eliminada esta dissipação com o substrato da bobina, neste caso, o fator de qualidade elétrico saltaria de 1,15 milhões para aproximadamente 2,7 milhões. Eliminando-se possíveis interações entre os fios da bobina com a cola epoxi e a superfície do substrato, 5 milhões parece um fator atingível em futuro próximo.

Mostrou-se também que o estado de limpeza da superfície é muito importante do ponto de vista da dissipação mecânica, haja visto que o diapasão de alumínio tratado termicamente no ar e não suficientemente limpo após o tratamento térmico teve o seu Q_m reduzido por um fator da ordem de 10.

Qualquer possível causa de fricção, como por exemplo, fios soltos dentro de um furo ou fios enrolados entre si, podem ser uma fonte certa de dissipação mecânica. Sempre que se confeccionar transdutores tentar minorar o máximo possível tais fontes de dissipação.

Se houver necessidade de ressonadores com massa da ordem de décimos

de grama (no caso de detectores com 4 ou 5 modos), mostrou-se que estes podem ser confeccionados com Q_m da ordem de 6 milhões a 4,2 K.

5.1 Sugestões para Trabalho Futuro

O caminho claro para melhorar o Q_e é o de se confeccionar a bobina com um material com fator de qualidade mecânico melhor. Uma possível escolha é escolher silício ou safira para o substrato e confeccionar a bobina (a parte da “fiação”) por deposição de filme fino; este parece ser o processo que forneceria o melhor fator de qualidade elétrico para o transdutor.

A dissipação dominante no Nb a baixas temperaturas é devida a interações das deslocamentos, que aparecem no ressonador depois do tratamento térmico, em regiões onde existe acúmulo de tensões. É bem conhecido que regiões com cantos vivos ou com mudanças abruptas de geometria, são pontos favoráveis para o acúmulo de tensões. Provavelmente é este o motivo pelo qual o Nb $n^{\circ}1$ apresentou, antes de cair no piso, um Q_m melhor do que o do Nb $n^{\circ}3$. O Nb $n^{\circ}3$ apresentava cantos vivos na região que conecta os braços do transdutor com a parte principal ou com o diafragma; e o Nb $n^{\circ}1$ tinha um raio nesses pontos igual ao raio da fresa usada para usiná-lo. O caminho para melhorar este fator de qualidade é o de fazer-se braços do ressonador com formatos suaves, sem mudanças abruptas ou cantos vivos. Este melhoramento e uma futura otimização no tratamento térmico (a temperaturas maiores ou por intervalos de tempo maiores) podem fazer de 50 milhões um fator atingível para o Q_m num futuro próximo.

E 50 milhões não apenas para os modos isolados mas para o sistema como um todo, incluindo as conexões entre os diferentes ressonadores que compoem os modos do sistema, viu-se que por contração térmica diferencial, pelo menos, 20 milhões é possível.

Uma experiência possível para medir-se o mecanismo dominante de dissipação no Nb a baixas temperaturas é realmente o de interação entre as deslocamentos ou se trata puramente de interações com o hidrogênio intersticial seria a confecção de um miliressonador monocristal de Nb com um filme fino de paládio na superfície para remover o H através de uma interação com uma atmosfera de oxigênio a aproximadamente 200 ° C [57]. Este processo remove muito mais hidrogênio do que os processos normais. Seria feita uma medida logo após o “deep annealing”, e uma outra após produzir-se uma

pequena deformação no ressonador, sem que este entrasse em contato com hidrogênio. Se o hidrogênio fosse identificado como o responsável pela dissipação, este método poderia ser usado para remover o H pelo menos dos braços do ressonador, onde se concentram as dissipações qualquer que seja o mecanismo.

Apêndice A

Programa da Simulação do Detector Esférico

Este programa está escrito para ser usado no aplicativo MatLab. Ele calcula a temperatura de ruído para um detector esférico de 3 modos, onde a esfera é feita de alumínio e tem 3 metros de diâmetro e onde os sensores de movimento da superfície da esfera estão dispostos na configuração TIGA [12]. O transdutor tem indutâncias baseadas no transdutor descrito no capítulo 4.

A simulação adota um SQUID de Clarke [40, 41] com parâmetros comerciais e combina o ruído branco do SQUID com o “back action” para fornecer a correta temperatura de amplificador do SQUID, associada por $kT_a = \sqrt{S_V * S_I} = n * \hbar * \omega$. Usa-se a expressão para a força gravitacional atuante na esfera dada por $F^{OG}(\omega) = \frac{1}{2}M_1 * R * \chi\omega^2 * h(\omega)$.

O programa é escrito do jeito que segue acompanhado de comentários.

```
figure(gcf);
```

chi=0.6;	% Parâmetro χ do compr. efetivo
%Parâmetros de integração	
num=800;	%número de intervalos (manter par)
f1=700;f2=1020;df=(f2-f1)/num;	%Frequências máx. e mín. e increm.
fc=(f1+f2)/2;	%Freq. próxima do centro da banda
wc=2*pi*fc;	
%Constantes	
j = sqrt(-1);	
mu0 = 4*pi*1e-7;	%Permeabilidade mag. do vácuo.
kb = 1.38e-23;	%Constante de Boltzman
hbar = 1.055e-34;	%Constante de Plank
PHInot = 2.068e-15	%Quantum de fluxo magnético
%Parâmetros físicos fixados	
T = 0.05;	%Temperatura termodinâmica
M1 = 40000;	%Massa da Esfera
mu = 650;	%Razão entre as massas dos modos
	% do transdutor
M2 = M1/mu/3;	%Massa ressonador intermediário
F1 = 860;	F2 = 860;
w1 = 2*pi*F1;	w2 = 2*pi*F2;
Length = 0.90;	% Comprimento efetivo da esfera
c1 = (2/(M1*Length))^2;	% Parâmetro const. junto com ω^4
	%que converte a densid. espectral
	%de ruído na densidade espectral
	% de sensibilidade a deformação
%Parâmetros do terceiro ressonador	
M3=M2/mu;	% Massa do terceiro ressonador
M3sqrt = sqrt(M3);	% Raiz quadrada de M3
Q3 = 50e6;	% Q mecânico de M3
Qe 10e6;	Q elétrico do trandutor
F3T = 860;	% Freq. sintonizada do resson. M3
w3T = 2*pi*F3T;	
w3Tsqr = w3T^2	

```

% Parâmetros do SQUID
L4 = 1e-6;
L = 100e-12;
Mi = 10e-9;
Misq = Mi2;
Kisqrd = 1;
R = 4;
% Pelo modelo de amplificador linear
% de SQUIDs, o termo de voltagem
% corresponde ao “back action”
% e adota-se o termo de ruído branco
% como sendo o termo de ruído
% da corrente de entrada.
% Portanto, “back action” igual a
%  $S_v = Misq * wc^2 * (11 * k_b * Tsef / R)$ 
% (Tesche-Clark) [40, 41]
% Ruído branco igual a
%  $S_i = (16 * h_b * Tsef * R) * (L/R)^2 / Misq$ 
% (Tesche-Clark) [40, 41]
% Função de transfeência do fluxo para
% voltagem igual a  $d\phi/dv = L/R$  ;
%  $S_v * S_i = (ns * \hbar * w_c)^2$  equação A.1.

ns = 2;

Tsef = (ns*hbar*R)/(kb*L*sqrt(11*16));
Si = 0.5*Misqr*wc2*(11*kb*Tsef/R);
Svamp = 0.5*Misq*wc2*(11*kb*Tsef/R);
Inoise = (2*Si)0.5;
phinoise = (2*Si*Misq)0.5/(PHInot*1e-6)
Tamp = sqrt(Svamp*Si)*2/kb

```

% Indutância de entrada
 % Indutância do loop
 % Indutância entre L4 e L
 % Coefic. de acoplam. do loop
 % Resistência de desvio
 % Número de ruído
 Temperatura efetiva do SQUID
 % para satisfazer equação A.1
 % Ruído equiv. da cor. de entrada
 % do SQUID, dens. espec. 2 lados
 % Ruído da voltagem do SQUID
 % densidade espectral de 2 lados
 % Ruído da corrente de
 % entrada de um lado
 % Ruído no fluxo
 % em $\mu\text{phinots}$, dens. spect. 1 lado
 % Temperatura de ruído do SQUID

```

% Parâmetros elétricos
B = 0.10;
Bsq = B2;
d0 = 50e-6;

diam = 100e-6;
diamsq = diam2;
eta = 8.4e-3;
g23 = 0.9;
g23sq = g232;
I0 = B*diam/mu0;
L3 = L4*(1-g23sq)-0.5;

% Campo magnético
% Gap entre o diafragma e
% a bobina plana
% Diâmetro do fio da bobina

% Fator geométrico do transdutor
% Coefic. de acopl. para M23

% Supercorrente estocada
% Transformador secundário
% otimizado

% Calcula-se agora a frequência
% do terceiro ressonador sem corrente
a1 = mu0*eta*M3sqrt/diamsq;

R1 = Bsq*eta/(mu0*M3sqrt);
w01 = w3T + 1.5;
w02 = w3T;
while abs(w01-w02) ≥ 0.1
    w01 = w02;
    w01sq = w012;
    d = d0 + 0.5*R1/w01sq;
    R = R1/(d*w01sq);
    b1 = R*w01sq/w3Tsq;
    b2 = ((1 + R)/(1-g23sq))0.5;
    b3 = g23sq*b2/(1+(1-g23sq)0.5);
    b4 = 1 + b2 - b3;
    beta = b1/b4;
    w02sq = w3Tsq*(1-beta);
    w02 = w02sq0.5;
end

% Parâmetro α
% da bobina

% Acoplamento eletromecânico

```

```

w3 = w02;
F3 = w3/(2*pi);
t3 = Q3/w3;

L1 = a1*d;
L2 = L1*b2;
M23 = g23*sqrt(L2*L3);
r = w3*T*(L1+L2-M23^2/(L3+L4))/Qe;

% Parâmetros de ruído
SF1 = 4*kb*T*M1/t1;
SF2 = 4*kb*T*M2/t2;
SF3 = 4*kb*T*M3/t3;
Sv = 4*kb*T*r;

%Parâmetros do sinal
Tburst = 0.050;

%Inicializa-se matrizes e vetores
SnSF1a = [ ]; SnSF2a = [ ]; SnSF3a = [ ];
SnSva = [ ]; SnSvampa = [ ]; SnSia = [ ];
SONa = [ ]; SONab = [ ]; far = [ ]; hwa = [ ];
% Estabelecer as matrizes constantes
056=zeros(5,6);055=zeros(5,5);065=zeros(6,5);
066=zeros(6,6);E56=eye(5,6);E55=eye(5,5);
E65=eye(6,6);E66=eye(6,6);
E5=ones(5,1);E6=ones(6,1);
%Localização dos transdutores (em graus)
theta1=37.3774;theta2=79.1877;
thetad=[theta1,theta1,theta1,
theta2,theta2,theta2];
phid=[0,120,240,60,180,300];

% Tempo de decaimento
%p/ o terceiro ressonador
% Cálculo das indutâncias
% otimizadas

%Resistência em série p/
% obtenção de  $Q_e$  finito

%Força Langevin em M1
%Força Langevin em M2
%Força Langevin em M3
%Ruído da voltagem
%devido a r

% Temperatura do sinal
%na antena medida em K

```

```

%Converte para radianos
theta = theta*pi/180;
phi= phid*pi/180;
nt1=size(phid); nt=nt1(2);
%Calcula a matriz  $B_{ij}$ , %i= modo e j = localização
B=zeros(5,nt);
B(1,:)=sqrt(15/(pi*16))* (sin(theta).^2).*cos(2*phi);
B(2,:)=sqrt(15/(pi*16))* (sin(theta).^2).*sin(2*phi);
B(3,:)=sqrt(15/(pi*16))* sin(2*theta).*sin(phi);
B(4,:)=sqrt(15/(pi*16))* sin(2*theta).*cos(phi);
B(5,:)=sqrt(5/(pi*16))* (3*cos(theta).^2-1);
sal = 2.9; %Valor do  $\alpha$ 

```

```

Mmat=[
M1*E55      056      056      056 056
M2*sal*B'   M2*E66  066      066 066
M3*sal*B'   M3*E66  M3*E66  066 066
065         066      066      066 066
065         066      066      066 066];

```

```

Dmat=[
055      056 056      056      056
065      066 066      066      066
065      066 066      066      066
065      066 -a1*I0*E66 (L1+L2)*E66 M23*E66
065      066 066      M23*E66 (L3+L4)*E66];

```

```

kmat=[
k1*E55  -k2*sal*B  056      056      056
065      k2*E66    -k3*E66  -a1*I0*E66  066
065      066      k3*E66   a1*I0*E66  066
065      066      066      r*E66     066
065      066      066      066      E66];

```

```

A=[
E56  -sal*B  056  056  056
065  E66    -E66  066  066
065  066    E66  066  066
065  066    066  E66  066
065  066    066  066  E66];

```

```

% Pesos da regra de simpson para integração
simp=zeros(1,num+1);
for i=1:num
sim(i)=2*(rem(i+1,2)+1);
end
sim(1)=1; sim(num+1)=1;
for f=f1:df:f2
w=2*pi*f;
far=[far,f];
V=(-w^2)*Mmat + j*w*Dmat + Kmat;
bigG = inv(V)*A;
% onde bigG é a função de tranferência para todas as variáveis

```

```

H = B*bigG(24:29,:);% Função de transfer. para os modos
H2 = abs(H).^2;
SFv=[
E5*SF1
E6*SF2
E6*SF3
E6*Sv
E6*Svamp]; % Vetor de densidade de força
Sgm = H2*SFv + 0.4775*Si*E55; %espectro para os 5 modos de saída
SFm = Sgm./(diag(H2(:,1:5))); pmode = 1;
Sn = SFm(pmode);% Traça só um dos modos, os outros devem ser iguais
factor = sqrt((c1/w^4));
% Factor usado na conversão para a dens. espec. de deformação
factor = factor/sqrt(2); % Converte para espectro com um lado
hwa = [hwa, factor*sqrt(Sn)];
SON = 1/Sn;
SONa = [SONa,SON];
end

```

```

integral = 2*(df/3)*sum(sim.*SONa);
Tn = 1/(2*kb*M1*integral)^2;
% Tn é multiplicado por dois para considerar sinais chegando
% em tempos desconhecidos
noisenum = kb*Tn/(hbar*w1);
h = sqrt (kb*Tn*2/(M1*wc^2))/(Length);
clg;
set(gca,'FontSize',24,'Fontname','palotino');
%Gráfico do espectro do ruído convertido para a dimensão de h
semilogy(far,hwa,'-r');
hold on;

```


Apêndice B

Cálculo da Pressão na Contração Térmica Diferencial

Precisa-se calcular qual a tensão que um anel de alumínio sofrerá ao contrair como efeito do resfriamento da temperatura ambiente até a temperatura de 4,2 K, sobre um cilindro de nióbio, pois sabe-se que o alumínio contrai mais do que o Nb pela seguinte quantidade

$$\frac{\Delta L}{L_0}_{Nb} = -0,00147$$

$$\frac{\Delta L}{L_0}_{Al} = -0,00418$$

portanto a diferença entre as duas contrações é de

$$\frac{\Delta L}{L_0}_{Al-Nb} = -0,00271.$$

O problema é equivalente a analisar um tubo com pressão interna, onde a pressão é resultante da pressão do Al sobre o Nb, tentando contrair. Retirou-se da literatura técnica a fórmula para este específico caso, que, considerando-se as contrações pequenas, é a seguinte caso

$$\Delta d_i = \frac{pd_i}{E} \left(\frac{d_e^2 + d_i^2}{d_e^2 - d_i^2} + \nu \right) \quad (B.1)$$

onde d_i é o diâmetro interno do anel de Al, d_e é o respectivo diâmetro externo, p é a pressão interna no anel (ou equivalente a pressão exercida pelo anel de Al no cilindro de Nb), ν é a razão de Poisson (0,33) e E é o módulo de elasticidade do Al que vale $7,2 \times 10^{10} Pa$ (10.300.000 psi). E da mesma literatura

$$\sigma_{máx-Al} = 2,44 \times p, \quad (B.2)$$

onde $\sigma_{máx-Al}$ é a tensão máxima atuante no anel de Al.

Substituindo-se as dimensões e demais constantes na equação B.1, acha-se que a pressão máxima (quando o alumínio contrai 0,19 mm (0,0075") no raio sempre em contato com o nióbio) é igual a $7 \times 10^7 Pa$ (10.000 psi) e pela equação B.2, a tensão máxima atuante no alumínio é de $1,7 \times 10^8 Pa$ (24.400 psi).

Portanto a tensão máxima atuante no Al é proporcional à interferência entre o raio interno do anel e o raio externo do cilindro após o resfriamento. Se houver uma folga, nos raios, de 0,19 mm a temperatura ambiente, nenhuma tensão será criada. Portanto podemos estabelecer a seguinte fórmula para a folga (δ_r), no raio, em função da tensão admissível do anel

$$\delta_r = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{máx}} 0,19 \quad (B.3)$$

onde a resposta é obtida em milímetros.

Assim sabendo-se qual a tensão admissível do Al pode-se calcular a folga necessária para não ultrapassar tal pressão. E conhecendo-se a tensão ou a interferência após o esfriamento, pode-se calcular a pressão na interface entre o Al e o Nb.

Bibliografia

- [1] A.Einstein, (1916). “Näherungsweise Integration der Feld Gleichungen der Gravitation”, Preuss. Akad. Wiss.Berlin, Sitzungsberichte der Physikalisch-mathematischen Klasse, 688.
- [2] H.Bondi, (1957).“Plane Gravitational Waves in General Relativity”, *Nature*, **179**, 1072
- [3] R.A.Isaacson, (1968). “Gravitational Radiation in the Limit of High Frequency. I. The Linear approximation and Geometrical Optics”, *Phys.Rev.*, **166**, 1263. e “Gravitational Radiation in the Limit of high Frequency. II. Nonlinear Terms and the Effective Stress Tensor”, *Phys.Rev.*, **166**, 1272.
- [4] R.A.Husle e J.H.Taylor, (1975).“Discovery of a Pulsar in a Binary System”, *Astrophys.J.Lett.*, **195**, L51.
- [5] J.H.Taylor e J.M.Weisberg, (1989).“Further Experimental Tests of Relativistic Gravity Using the Binary Pulsar PSR 1913+16”, *Astrophys.J.*, **345**, 434.
- [6] K.S.Thorne, (1987).“Gravitational Radiation”, em *300 Years of Gravitation*, editado por S.M.Hawking e W.Israel,(Cambridge University Press, Cambridge).
- [7] K.S.Thorne, (1990).“Sources of Gravitational waves and Prospects for their Detection”, em *Recent Advances in General Relativity*, editado por J.Janis e J.Porter,(Birkhauser,Boston).

- [8] P.Fouqué, L.Bottnilli, L.Gouguenheim e G.Paturel, (1990). "I.The Extragalactic Distance Scale. II.the Unbiased Distance to the Virgo Cluster from the B-band Tully-Fisher Relation", *Astrophys.J.*, **394**, 1.
- [9] G.Tammann, (1982). "Supernova Statistics and Related Problems", em *Supernova: A Survey of Current Research*, editado por M.J.Rees e R.J.Stoneham,(D.Reidel Publishing,Dordrecht).
- [10] L.S.Finn, (1996). "Gravitational Radiation Sources for Acoustic Detectors", à aparecer em *Proceedings of First International Workshop for an Omnidirecional Gravitational Radiation Observatory*, editado por O.D.Aguiar, N.S.Magalhães e W.F.Velloso Jr., (World Scientific Publishing Co).
- [11] B.Barish, (1996). "Status and Prospects for Ligo" à aparecer em *Proceedings of First International Workshop for an Omnidirecional Gravitational Radiation Observatory*, editado por O.D.Aguiar, N.S.Magalhães e W.F.Velloso Jr.,(World Scientific Publishing Co).
- [12] S.M.Merkowitz e W.W.Johnson,(1995). "Spherical Gravitational Wave Antennae and the Truncated Icosahedral Arrangement", *Phys.Rev.D*, **51**, 2546.
- [13] R.V.Wagoner e H.J.Paik, (1976). "Multi-Mode Detection of Gravitational Waves by a Sphere", em *Proceedings of International Symposium on Experimental Gravitation, Pavia*,(Roma accademia Nazionale dei Lincei,1977).
- [14] W.O.Hamilton, à aparecer em *Proceedings of the Seventh Marcel Grossmann Conference on General Relativity and Gravitation* em 1994.
- [15] J.Weber, (1960). "Detection and Generation of Gravitational Waves", *Phys.Rev.*, **117**, 306.
- [16] J.P.Richard, (1979). "A Multimode Antenna for the Detection of Short Pulses of Gravitational Waves", em *Proceedings of the Second Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, editado por R.Ruffini,(North-Holland,Amsterdam).

- [17] J.P.Richard, (1984).“Wide-Band Bar Detectors of Gravitational Radiation”, *Phys.Rev.*, **52**, 165.
- [18] J.C.Price, (1987).“Optimal Design of Resonant-Mass Gravitational Wave Antennae”, *Phys.Rev.D*, **36**, 3555.
- [19] G.V.Pallatino, (1994).“Continuous Operation of the “EXPLORER” Cryogenic Gravitational Wave Detector”, em Proceedings of the 10th Italian Conference on General Relativity and Gravitational Physics, editado por M.Cerdônio,R.D’Auria,M.Francaviglia e G.Magnano,(World Scientific, Singapura).
- [20] N.Solomonson, W.O.Hamilton, W.Johnson e B.Xu, (1994). “Construction and Performance of a Low Noise Inductive Transducer for the Louisiana State University Gravitational Wave Detector”, *Rev.Sci.Instrum.*, **65**, 174.
- [21] N.P.Linthorne, D.G.Blair, F.van Kann, E.N.Ivanov, P.J.Turner, M.E.Tober e M.E.Heng, (1994). “Recent Results from the Niobium Gravitational Radiation Antenna at the University of Western Australia”, à aparecer em *Proceedings of the Seventh Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, em impressão .
- [22] G.Pizella, (1994).“The Ultracryogenic Gravitational Wave Antenna Nautilus”, à aparecer em *Proceedings of the Seventh Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, em impressão .
- [23] A.Papoulis, (1977).“Signal Analysis”,(McGraw-Hill, Inc.,New York,1977).
- [24] G.W.Spetz, A.G.Mann, W.O.Hamilton e W.C.Oelfke, (1984). “Experimental Verification of a Single Transducer Back-Action Evading Measurement Scheme for a Gravitational Wave Detector”, *Phys.Lett.*, **104A**, 335.
- [25] K.S.Thorne, C.M.Caves, V.D.Sandberg e M.Zimmermann (1979).“The Quantum Limit for Gravitational-Wave Detectors and Methods of Circumventing It”, Proceedings of the Battele Seattle Workshop, editado por L.Smarr, (Cambridge University Press).

- [26] H.C.Ohanian e R.Ruffin, (1994).“Gravitation and Space Time”, (W.W.Norton & Company, London).
- [27] R.L.Forward, (1971).“Multidirectional, Multipolarization Antennae for Scalar and Tenso Gravitational Radiation”, *Gen.Relativ.Gravit.*, **2**, 149.
- [28] W.W.Johnson e S.M.Merkowitz, (1993).“Truncated icosahedral Gravitational Wave Antenna”, *Phys.Rev.Lett.*, **70**, 2367.
- [29] N.S.Magalhães, W.W.Johnson,C.Frajuca e O.D.Aguiar, (1995).“Determination of Astrophysical Parameters from the Spherical Gravitational Wave Detector Data”, *Mon.Not.R.Astron.Soc.*, **274**, 670.
- [30] C.Zhou, (1994).“Investigation of Advanced Resonant-Mass Gravitational Radiation Detectors”,Tese de Doutorado, Stanford University
- [31] E.Coccia, (1996).“Spherical Gravitational Wave Detectors and Coalescing Binaries”, à aparecer em Proceedings of First International Workshop for an Omnidirecional Gravitational Radiation Observatory, editado por O.D.Aguiar, N.S.Magalhães e W.F.Velloso Jr., (World Scientific Publishing Co).
- [32] M.Bianchi, E.Coccia, C.N.Colatino, V.Fafone e F.Fucito, (1996). “Testing Gravitational Theories with a Spherical Gravitational Wave Detector”, à aparecer em Proceedings of First International Workshop for an Omnidirecional Gravitational Radiation Observatory, editado por O.D.Aguiar, N.S.Magalhães e W.F.Velloso Jr., (World Scientific Publishing Co).
- [33] P.Jaerisch e J.F.Math, (1880).(Crelle)Bd. **88**.
- [34] N.Ashby e J.Dreitlen, (1975). *Phys.Rev.D*, **12**, 336.
- [35] H.J.Paik, (1974).“Analysis and Development of a Very Sensitive Low Temperature Gravitational Radiation Detector”, Tese de Doutorado, Stanford University.
- [36] H.J.Paik, (1974).“Superconducting Tunable-Diaphragm Transducer for Sensitive Acceleration Measurements”, *J.Appl.Phys.*, **46**, 1168.

- [37] N.D.Solomonson, (1990).“Sensitive Cryogenic Transducer Development and Analysis for Use on Gravity Wave Detectors”, Tese de Doutorado, Louisiana State University, EUA.
- [38] N.D.Solomonson, W.W.Johnson e W.O.Hamilton, (1992). “Comparative Performance of Two-,Three-, and Four-Mode Gravitational Radiation Detector”, *Phys.Rev.D*, **46**, 2299.
- [39] R.D.Blevins, (1979). Em *Formulas for Natural Frequency and Shape*,(Krieger Publishing, Malabar, Florida, EUA).
- [40] J.Clarke e C.D.Tesche, (1978).“Dc SQUID: Noise and Optimization”, *J.Low Temp.Phys.*, **29**, 301.
- [41] J.Clarke, C.D.Tesche e R.P.Giffard, (1979).“Optimization of dc SQUID Voltmeter and Magnetometer Circuits”, *J.Low Temp.Phys.*, **37**, 397.
- [42] N.S.Magalhães, W.W.Johnson, C.Frajuca e O.D.Aguiar, (1997). “A Geometric Method for Location of Gravitational Wave Sources”, a ser publicado em *Astrophys.J.*.
- [43] R.C.Taber, (1979).“Attenuation of Mechanical Vibrations in Wires”, Stanfor University, não publicado.
- [44] Z.Keng, (1994).“Advanced Gravitational Radiation Transducer with Small Mass and Ultra-Low Temperature SQUIDS”, Tese de Doutorado, Louisiana State University, EUA.
- [45] W.Duffy Jr e R.Umstattd (1994).“Accostic Quality Factor of Niobium and Vanadium at Low Temperatures”, *J.Appl.Phys.*, **75**, 9.
- [46] J.Ferreirinho, (1986).“Low Temperature Internal Friction in Niobium”, Tese de Doutorado, University of Western Australia, Austrália.
- [47] D.G.Blair, (1991).“The Detection of Gravitational Waves”,editado por D.G.Blair,(Cambridge University Press, Cambridge).
- [48] A.S.Nowick e B.S.Berry, (1972). Em *Anelastic Relaxation in Crystalline Solids*, (Academic Press, New York, EUA.)

- [49] N.Kuramochi, H.Mizubayashi e s.Okuda (1987).“Low-Temperature Dislocation Internal Friction in Hydrogen-Free Niobium” ,*Phys.Stat.Sol.(a)*, **104**, 453.
- [50] K.F.Huang, A.V.Granato e H.K.Birnbaum, (1985).“Ultrasonic Relaxation from Trapped Hydrogen in Rapidly Cooled Niobium” , *Phys.Rev.B*, **32**, 2178.
- [51] G.Cannelli e R.Cantelli, (1982).“Effects of Hydrogen Transitions in Niobium at Very Low Temperatures”, *Solid State Commum.*, **43**, 567.
- [52] G.Funk e H.Schultz, (1985).“Dislocation Internal Friction and Hydrogen Degassing Experiments in Niobium and Tantalum Single Crystals”, *Z.Metallk*, **76**, 311.
- [53] L.Verdini e D.Baci, (1980).“The Hydrogen Cold Work Peak in Niobium”, *Nuovo Cim.*, **59B**, 163.
- [54] A.Seeger e C.Wüthrich, (1976).“Dislocation Relaxation Processes in body-Centred Cubic Metals”, *Nuovo Cim.*, **33B**, 38.
- [55] E.J.Kramer e C.L.Bauer, (1967).“Internal-Friction and Young’s-Modulus Variations in the Superconducting, Mixed, and Normal States of Niobium”, *Phys.Rev*, **163**, 407.
- [56] J.R.Marsden, (1984).“Study of Internal Friction in Aluminum - Magnesium Alloys”, Tese de Doutorado, University of Rochester, EUA.
- [57] G.Funk, M.Maul e H.Schultz, (1983).“The α Peak in Deformed Niobium and Tantalum and the Problem of Hydrogen Impuriies”, *Journal de Physique*, **44**, C9-711.
- [58] W.M.Folkner, M.V.Moody e J.P.Richard, (1983).“Measurement of a high electrical Quality Factor in a Niobium Resonator for a Gravitational Radiation Detector”, *J.Appl.Phys*, **65**, 3.