SBI-IFUSP

305M810T2839

O PAPEL DA ESTRUTURA NUCLEAR
NAS TAXAS DE DECAIMENTO BETA E
CAPTURA DE ELÉTRONS NA
PRÉ-SUPERNOVA

Alejandro Javier Dimarco

Tese de Doutorado

submetida ao

Instituto de Física da

Universidade de São Paulo

Orientador: Helio Dias

Banca Examinadora: Prof. Dr. Sérgio José Barbosa Duarte (CBPF)

Prof. Dr. Marcelo Chapparini (UFRJ)

Prof. Dr. Jorge Ernesto Horvath (IAGUSP)

Prof. Dr. Manoel Tiago F. Da Cruz (IFUSP)

Prof. Dr. Helio Dias (orientador) (IFUSP)

São Paulo, 1998

Sylvio Canuto

539.74
D582p
D
ex.1

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Dimarco, Alejandro Javier

O Papel da Estrutura Nuclear nas Taxas de Decaimento
Beta e Captura de Elétrons na Pré-Supernova.
São Paulo 1998.

Doutoramento - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física - Departamento de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Hélio Dias
Área de Concentração: Física Nuclear

Unitermos: 1. Decaimento Beta; 2. Captura Eletrônica;
3. Pré-supernova; 4. Elemento de Matriz;
5. Colapso Gravitacional.

USP/IF/SBI-053/98

À memória do meu Pai

CAMBALACHE

Que el mundo fué y será una porquería
ya lo sé,
en el quinientos diez
y en el dos mil también.
Que siempre ha habido chorros,
maquievelos y estafaos
contentos y amargados, valores y doblez
pero que el siglo veinte es un despliegue
de maldad insolente
ya no hay quien lo niegue;
vivimos revolcaos en un merengue
y en el mismo lodo todos manoseaos.
Hoy resulta que es lo mismo
ser derecho que traidor
ignorante, sabio, chorro,
pretencioso, estafador
todo es igual, nada es mejor
lo mismo un burro que un gran profesor,
no hay aplazaos, ni escalafón
los inmorales no han igualao.
Si uno vive en la impostura
y otro afana en su ambición
da lo mismo que sea cura,
colchonero, rey de bastos,
caradura o polizón.
Que falta de respeto
que atropello a la razón
cualquiera es un señor
cualquiera es un ladrón.
Mezclao con Toscanini va scarface y Napoleón
Don Bosco y la Mignon
Carnera y San Martín,
igual que en la vidriera irrespetuosa
de los cambalaches se ha mezclado la vida,
y herida por un sable sin remache
ves llorar la biblia junto a un calefón.
Siglo veinte cambalache problematico y febril
el que no llora no mama
y el que no afana es un gil.
Dale nomás, dale que va
que alla en el horno se vamo a encontrar,
no pienses mas, sentate a un lao
que a nadie importa si naciste honrao.
Si es lo mismo el que labura
noche y día como un buey
que el que vive de las minas,
que el que mata, que el cura
o esta fuera de la ley.

ENRIQUE SANTOS DISCEPOLO

Resumo

Neste trabalho calculamos taxas de captura de elétrons e decaimento beta no estágio de pré-supernova, para espécies nucleares da camada fp que são fundamentais nessa etapa da evolução estelar. Enfatizamos as transições entre estados de baixa energia. No cálculo dos elementos de matriz nucleares foram utilizados modelos microscópicos. Dados experimentais e densidades de níveis foram empregados na construção da função de partição nuclear. Foi avaliado o impacto de nossos cálculos nas abundâncias isotópicas e na derivada temporal da fração de elétrons, comparando o nossos resultados com cálculos mais simples. Concluimos de nosso trabalho que um cálculo mais detalhado das taxas de captura de elétrons e decaimento beta dando ênfase nas transições entre estados de baixa energia, pode conduzir a variações importantes nas previsões sobre o posterior colapso e explosão da supernova.

Abstract

In this work we carry out calculations of electron capture and beta decay rates, at presupernova stages, from several nuclei of the fp region that are important in this stages of stellar evolution. We emphasize transitions between low energy states. The nuclear matrix elements was calculated using microscopic models. We used experimental data and level densities in the construction of the nuclear partition function. We estimated the influence of ours calculations in the isotopic abundances and in the temporal variation of the electron fraction. We compared ours results with nives calculations. We conclud that a more detailed calculation of the electron capture and beta decay rates giving emphasize to the transition between low energy states can lead importants variations to predictions about the subsequent collapse and supernova explosion.

AGRADECIMENTOS

- Al Prof. Helio Dias por la orientación.
- Al Fotón, por las sugerencias, críticas y discusiones que enriquecieron la tesis. Pero creo que eso no es la cosa mas importante para agradecerle al Fotón. Lo que mas quiero agradecerle es la amistad y la confianza.
- A Laercio Losano por la coorientación y por haber compartido conmigo su casa en João Pessoa.
- A Fermin Garcia, por las innúmeras discusiones que le dieron un importante aporte a la tesis y por su amistad.
- A mi mamá, Doña Betty, y a mis hermanos, Adrian y Sebastian, por darme la seguridad de que siempre podia contar con ellos, por el apoyo, el cariño que siempre me brindaron y por la confianza que siempre me tuvieron.
- A todo el resto de mi familia, tios, tias, primos, primas, sobrinos y sobrinas, y a Tobeles. En especial a Matías que fue el último en llegar. Y a mi prima Cecilia, ademas de agradecerle, le queria decir que no se olvide de ir a...bueno...ella ya sabe adonde tiene que ir y que es lo que tiene que hacer.
- A Doña Maria, por confirmar mi hipótesis de que integridad y honestidad no tienen nada que ver con ningún título universitario, ni nivel cultural, ni nada que se le parezca.

-
- La lista de cosas para agradecerle a Fernando Roig sería mas grande que la propia tesis. Y la propia tesis hubiese sido casi irrealizable sin la ayuda que el Fercho me ofreció para afrontar todos los problemas que tuve mientras la estaba haciendo. Muchas gracias Fercho.
 - Cuando llegue a San Pablo, la primera cara que vi en el Conjunto Residencial Suíço fue la cara de Diana Markovski. Persona cabeza dura, si las hay. Casi tanto como yo. Muchas gracias, Diana, por tu amistad, por el apoyo y por la confianza que siempre me tuviste.
 - Otra persona a la cual le quiero agradecer muchas cosas es a mi gran amigo y compañero de sala, Max. Quiero agradecerle a Max el compartir conmigo el sentido de la amistad que las personas aprendemos, generalmente, en la adolescencia. Y para ser original tambien voy a poner algunas cosas que no puedo agradecerle de ninguna manera, como por ejemplo el echo de haber compartido varias noches tomando agua mineral y haber ido a misa todos los domingos. No se si he sido claro.
 - Al Sea, al Lobo, y a Pepon queria agradecerles poca cosa. Casi veinte años de amistad, nada mas. Y tambien queria agradecerles el apoyo y la confianza.
 - Al Lampi quiero agradecerle la amistad que siempre me ofrecio de muchas maneras y en diversas y dificiles circunstancias. Es un amigo que vale por dos o más...y no solo por lo que pesa...a propósito... larga los triglicéridos, gordo!
 - Las muestras de amistad que he recibido de Joao Pacheco son incontables. Pacheco tiene el corazón mas grande que el propio pecho. Muchas gracias por todo, Pacheco.
 - Hola Silvana, como te va? A Silvana queria agradecerle no solo la amistad de fierro, el apoyo y la confianza, que que siempre me ofreció, sino tambien el poseer la desgracia de tener mi mismo punto de vista sobre tantas cosas. lo cual hace que a la hora de hacerme malasangre (o sea casi permanentemente) no me sienta tan solo. Gracias por todo, Sil.
 - Vino. Vino tinto, para mas datos. De nada sirve agradecerle a Gabriela en

estas páginas todo lo buena y amiga que siempre fue conmigo. Ella quiere unos 'totines'. Ya llegaran! Pero por el momento, muchas gracias, Ga.

- Al Doctor Santiago Perez Bergliaffa, queria agradecerle el elevado tono científico mantenido en innumerables conversaciones en diversas y éticas circunstancias. Muchas gracias.
- Sandra Sautu! No se ni por donde empezar, ni por donde seguir, ni por donde terminar... y estoy segurísimo que ella sabe todo eso que yo no se, y mucho mas! Gracias!
- A los padres de Joao Pacheco, Don Eduardo e doña Olga por muchas muestras de solidaridad y cariño.
- A Cecilia queria agradecerle los gratísimos momentos que tuvimos juntos aqui en San Pablo.
- A Fabiana y Marcos. Gracias por la amistad que siempre tuve de Uds.
- A toda la Familia Vita, gente buena si las hay. Gracias por todo.
- Goya, Gerardo Goya...llego tu turno. Esta vez no te pedí la última transparencia, pero no importa, igual hay mucho para agradecer. Gracias por todo.
- A Juan Pablo Neirotti quiero agradecerle muchas charlas de cafe en el 614 ademas de haber estado conmigo, alla por julio del 94, en el día mas nefasto de mi vida.
- Otra persona de la cual he recibido innúmeras muestras de amistad es Javier Satulovsky. Muchas gracias, Javier.
- A Daniel Cornejo (alias el Bichi) le quiero agradecer, tambien, muchas charlas en el 614 y lo contento que se ponía cuando por una de esas casualidades alguna cosa me salía bien.
- Una amiga de aquellas fue Mirian Bracco. Muchas gracias por todo, Miri.
- A Valeria Casteleto le queiro agradecer la intelegencia que siempre ponía al servicio del sentido del humor. No cualquiera. Muchas gracias, Val.
- A Alessandro e Giovana. muchas gracias por el ánimo que siempre me dieron.

-
- Cuando intentaba comentarle a Paula Pucci de Goya de que trataba la tesis, ella comentó: *las estrellas...? las estrellas estan en el aire...y cuando explotan se caen!* Muchas gracias, Paula, por una de las frases de mayor contenido científico que quizas tenga esta tesis.
 - A Pablo y Lorena queria agradecerles el hecho de que a pesar del poco tiempo compartido, me hicieron sentir que teniamos una amistad de muchos años.
 - A Felipe, Patricia y Tomas, gracias por todo.
 - A Sandraly y Roxana, mucha gracias.
 - A todos mis nuevos amigos de la pensión de Don Edson: Artur, Marcelo, Carlos, Tulio, Ramon, Edson y al propio Don Edson. Muchas gracias.
 - A todos los colegas del FINPE que me ofrecieron un excelente clima de trabajo.
 - De los agradecimientos personales deje para lo último a Cristian Beauge, con la esperanza de que mientras le agradecia a los demas, se me ocurriera algo para agradecerle a el. Fue inútil. Estamos ante un caso en el cual la esperanza es lo último que se perdió. Pero vamos a imponer una hipótesis de existencia, luego tenemos que: gracias Cris, por lo que sea.
 - A la promoción de cuatro esfihas por 1 real del *fast food Veneza* de la Avenida Paulista y Alameda Joaquim Eugênio da Lima. sin la cual no hubiese sido posible la realización de esta tesis.
 - Al CNPq por el apoyo financiero.

CONTEÚDO

Agradecimentos	v
Conteúdo	ix
1 Introdução	1
2 Evolução estelar e o colapso gravitacional	7
2.1 PRÉ-SEQUÊNCIA PRINCIPAL	7
2.2 QUEIMA DE HIDROGÊNIO: FASE DA SEQUÊNCIA PRINCIPAL . .	8
2.3 ANÃS BRANCAS	10
2.4 GIGANTE VERMELHA	10
2.5 FASE DE PRÉ-SUPERNOVA	12
2.6 MECANISMOS DE IMPLOÇÃO	13
2.7 RELAÇÃO ENTRE PRESSÃO E DENSIDADE PARA UM GÁS DE FERMIONS: EQUAÇÃO DE ESTADO POLITRÓPICA	15
2.8 MASSA DE CHANDRASEKHAR	18
2.9 MECANISMO DE EXPLOÇÃO	21
3 Fundamentos teóricos no cálculo das taxas	23
3.1 TEORIA DE FERMI DO DECAIMENTO BETA	23
3.2 EQUAÇÕES PARA AS TAXAS EM CONDIÇÕES ESTELARES . . .	28
3.3 A FUNÇÃO DE PARTIÇÃO NUCLEAR	31

3.3.1	A Densidade de Níveis	32
3.3.2	O Problema da Degenerescência	34
3.3.3	Diferentes Aproximações para a Função de Partição Nuclear . . .	36
3.4	INTEGRAIS DE FASE	42
3.5	ELEMENTO DE MATRIZ NUCLEAR	43
3.5.1	Trânsições de Fermi e de Gamow-Teller	43
3.5.2	Regras de seleção	47
3.5.3	Valores do $\log(ft)$ e Meia Vida	48
3.5.4	Aproximação de duas partículas	49
4	Formalismo usado na construção dos elementos de matriz nucleares	51
4.1	A HAMILTONIANA	51
4.2	APROXIMAÇÃO BCS USUAL	53
4.2.1	O Estado Fundamental	55
4.2.2	Estados de Uma Quasipartícula	57
4.2.3	Estados de Duas ou Mais Quasipartículas	58
4.3	APROXIMAÇÃO DE TAMM-DANCOFF PARA QUASIPARTÍCULAS (QTDA)	60
4.4	APROXIMAÇÃO DE FASES ALEATÓRIAS PARA QUASIPARTÍCULAS (QRPA)	61
5	Resultados e discussões	63
5.1	FUNÇÕES DE PARTIÇÃO NUCLEAR	63
5.2	ELEMENTOS DE MATRIZ NUCLEAR	66
5.3	TAXAS DE CAPTURA DE ELÉTRONS	82
5.4	TAXAS DE DECAIMENTO BETA	86
5.5	EFEITOS SOBRE A DERIVADA TEMPORAL DA FRAÇÃO DE ELÉTRONS	102
6	Conclusões	109
	APÊNDICES	111

A Geometria do acoplamento de estados de três quasipartículas	113
B Estados espúrios	117
C Elementos de matriz da Hamiltoniana residual para quasipartículas	123
D Elementos de matriz do operador de transição	125
E Modelo usado no tratamento das ressonâncias	129
E.1 CAPTURA ELETRÔNICA	129
E.2 DECAIMENTO BETA	131
F Cálculo das abundâncias isotópicas	135
Referências	139

1. INTRODUÇÃO

Para o estudo da estrutura e do interior estelar dispomos, principalmente, de duas informações: a luminosidade (potência irradiada) e a temperatura superficial, as quais exibem certos padrões regulares de variação ao longo do tempo. Podemos concluir, então, que as estrelas devem passar por certos estágios evolutivos, ao longo da sua existência. O programa da astrofísica nuclear teórica é estabelecer em base às leis, aos modelos e aos dados experimentais da física nuclear, os processos físicos subjacentes a tais padrões de variação e as correspondentes etapas evolutivas de uma estrela (Clayton 1968; Chiu 1968; Chandrasekhar 1957; Rodrigues Gonçalves 1995)

Na análise e classificação das estrelas é usado amplamente um dispositivo chamado diagrama HR (em homenagem a Hertzsprung e Russel, seus criadores). Num diagrama HR cada estrela é representada por um ponto que como abscissa tem a temperatura superficial (índice de cor) e a ordenada está correlacionada com a luminosidade (magnitude). Assim, o diagrama HR permite que possamos classificar às estrelas segundo o seu estágio de evolução. O que se observa é que a maioria das estrelas representadas no diagrama situa-se ao longo da diagonal. É por isso que a fase evolutiva que caracteriza essas estrelas ficou sendo chamada de sequência principal. Como exemplo de uma estrela na fase de sequência principal temos o Sol. As gigantes vermelhas são estrelas que se encontram acima da sequência principal. Elas são muito luminosas, com temperaturas superficiais da ordem de 10^3 K, de grandes dimensões e cujos raios são da ordem de 10^{12} cm. Já abaixo da sequência principal encontramos a região das anãs

brancas, estrelas de baixa luminosidade, pouco massivas, com temperaturas superficiais da ordem 10^4 K, e muito compactas, com raios da ordem de 10^9 cm.

Uma estrela fica a maior parte da sua vida na sequência principal e, dependendo do valor de sua massa, após esse período, pode-se deslocar rapidamente para a região da gigantes vermelhas ou para a região das anãs brancas. Entretanto, estrelas suficientemente massivas, após se tornarem gigantes podem explodir violentamente como supernovas. A Astrofísica Nuclear Teórica estabelece esses três estágios como os fundamentais na vida de uma estrela, e busca esclarecê-los com base no conhecimento que adquirimos sobre o comportamento da matéria que compõe o interior estelar.

Em particular, temos que estrelas massivas ($8 - 10 \leq M/M_\odot \leq 70$) passam a maior parte da sua vida criando elementos cada vez mais pesados via reações termonucleares. O processo começa com a queima de hidrogênio para dar lugar ao He, assim que a estrela se contrai, por causa da autogravitação, a temperatura e a densidade aumentam e começa ocorrer a fusão de elementos mais pesados, como o ^{12}C , ^{16}O , ^{20}Ne , ^{28}Si , até a formação do ^{56}Fe , a espécie nuclear com a maior energia de ligação por núcleon. Todos os cálculos destes processos mostram que a estrela evolui até desenvolver um caroço composto basicamente de elementos do grupo de Fe (Shapiro & Teukolsky 1983). A massa do caroço ($\sim 1.5M_\odot$) é sustentada pela pressão do gás de elétrons degenerado presente no meio. Desde que a fonte de energia nuclear é interrompida o caroço se contrai usando a energia gravitacional disponível, evoluindo dessa forma, para uma estrutura altamente instável que dá origem ao colapso gravitacional. É o começo do fim para a estrela. Nesta fase começam a ocorrer processos fortemente endotérmicos, como a fotodissociação do ^{56}Fe e a captura de elétrons, levando a uma brusca queda da pressão e da energia térmica do gás de elétrons. Dessa forma o equilíbrio hidrostático é rompido e o caroço de ferro entra em colapso gravitacional, ou seja, implode. Por razões que ainda não estão bem esclarecidas, a implosão é bruscamente invertida numa violenta expansão, dando origem a um evento da explosão da supernova.

Em particular, o limite de Chandrasekhar (massa máxima que a pressão da degenerescência do gás de elétrons pode suportar sem colapsar) e a intensidade da explosão da supernova dependem da fração de elétrons (Y_e). A massa de Chandrasekhar é proporcional a Y_e^2 e energia do choque é proporcional a $Y_{ef}^{10/3} (Y_{ef} - Y_{ei})$, onde os subíndices f e i denotamos os valores da fração de elétrons nos instantes finais e iniciais do colapso.

A fração de elétrons é determinada pelas capturas de elétrons e decaimentos beta que ocorrem no interior do caroço, que começam a prevalecer assim que acaba a queima de combustível nuclear, fase conhecida com o nome de pré-supernova. Nesta fase as reações fotonucleares e nucleares (mas não processos envolvendo a interação fraca) estão em equilíbrio e a composição química do caroço da estrela, para um dado conjunto de valores da densidade, da temperatura e da fração de elétrons, é determinada pela equação de Saha (Aufderheide, Fushiki, Woosly, & Hartmann 1994). Nesse contexto vamos estudar o papel da estrutura nuclear nas taxas de captura de elétrons e decaimento beta.

Pelo exposto vemos que o problema da captura de elétrons e decaimento beta no meio estelar tem sido uma área ativa de pesquisa nos últimos anos. Devido a que as temperaturas características no caroço de uma pré supernova são da ordem de 10^9 K, ou seja ~ 0.5 MeV, Cameron (1959) estudou a importância das transições entre estados excitados populados termicamente, no aumento das taxas de reações envolvendo a interação fraca. Bahcall (1962a, 1962b, 1962c, 1964) e Peterson & Bahcall (1963) discutiram o papel da captura de elétrons desde o contínuo em meios de alta densidade, já que as densidades características, nesse contexto, são da ordem de $10^7 - 10^{11}$ g/cm³. Fowler & Hoyle (1964) e Mazurek, Cameron & Truran (1974) calcularam as taxas de várias reações, envolvendo a interação fraca, de interesse no problema da supernova. Fuller, Fowler & Newman (1980) calcularam as taxas de emissão de pósitrons, captura de elétrons desde o contínuo, e perdas de energias devidas aos neutrinos para seis reações com núcleos na região de massa $26 \leq A \leq 35$. Os mesmos autores no ano 1982 (Fuller, Fowler & Newman, 1982) estenderam esses cálculos à região de massa $21 \leq A \leq 60$, enquanto no ano 1985 (Fuller, Fowler & Newman, 1985) apresentaram expressões simples para as integrais de fase da captura de elétrons e captura de pósitrons, e para as integrais associadas às perdas de energia devidas aos neutrinos. Aufderheide, Brown, Kuo, Stout & Vogel (1990); Kar, Ray & Sarkar (1994) e Aufderheide, Fushiki, Woosly, & Hartmann (1994) (daqui em diante AFWH94) efectuaram cálculos das taxas de captura de elétrons e decaimento beta para vários núcleos par-par e impar-impar com $A > 60$, procurando investigar as mais importantes reações envolvendo a interação fraca na evolução da pré-supernova. Em particular, esses últimos autores calcularam 110 reações para várias condições termodinâmicas compatíveis com o estágio de pré-

supernova.

As taxas de decaimento beta e captura de elétrons são calculadas a partir de três ingredientes principais: as integrais de fase dos léptons, os elementos de matriz nucleares e a função de partição nuclear.

As integrais de fase fornecem a parte da taxa que da conta do espaço de fase disponível para os léptons que participam da transição. Dependem fortemente do valor Q da reação (diferença de energia entre os estados nucleares final e inicial), e da distribuição de momentos dos elétrons no meio estelar.

O elemento de matriz nuclear da conta da probabilidade da transição entre o estado inicial do núcleo pai e o estado final do núcleo filho, e depende da estrutura nuclear. Estão relacionados com a vida média da espécie nuclear que sofre a transição. Existe variada bibliografia sobre vidas médias, intensidades de transição e elementos de matriz nuclear do decaimento beta e captura de elétrons fora do contexto astrofísico (Fujita & Ikeda 1965; Takahashi, Yamada & Kondoh 1973; Suhonen, Taigel & Faessler, 1988; Muto, Bertsch, Brown & Zhao 1990; Aurebach, Brown & Zhao 1993; Zhao & Brown 1993; Koonin & Langanke 1994). Já em aplicações astrofísicas os núcleos de interesse em ambiente de pré-supernova são os de grupo do Fe (camada fp). Para tratar essas espécies nucleares, Fuller, Fowler & Newman (1980), tomam os elementos de matriz de Gamow-Teller de dados experimentais, quando disponíveis, enquanto os restantes foram obtidos de maneira aproximada como por exemplo aproximações simples do modelo de camadas com duas partículas de valência no cálculo das funções de onda. Aufderheide, Brown, Kuo, Stout & Vogel (1990) usaram também cálculos restritos do modelo de camadas. Takahashi, Mathews & Bloom (1986) calculam as intensidade da transição de Gamow-Teller entre uns poucos estados de baixa energia para o decaimento beta do ^{99}Tc usando também aproximações simples do modelo de camadas.

Cálculos microscópicos foram usadas para núcleos com $A < 40$ por Brown & Wildenthal (1985) efetuando um cálculo de diagonalização completa do espaço no modelo de camadas. Aproximações mais sofisticadas como a aproximação de fases aleatórias para quasipartículas (Suhonen, Taigel & Faessler 1988) foram usadas para núcleos mais pesados ($A > 90$) por Moller & Randrup (1990) e Staudt, Bender, Muto & Klapdor (1990), também em cenários astrofísicos. Levando em conta a importância das transições entre estados de baixa energia em ambiente de pré-supernova (AFWH94),

investigaremos nesta tese as contribuições desses estados às taxas de decaimento beta e captura de elétrons, usando aproximações mais abrangentes que em cálculos anteriores. Desse modo, na descrição dos estado do núcleo pai e filho, utilizaremos a aproximação de fases aleatorias para quasipartículas (QRPA) e aproximação de Tam-Dancoff para quasipartículas (QTDA) (Kuo, Baranger & Baranger 1966).

Um outro ingrediente no cálculo das taxas de captura de elétrons e decaimento beta que mencionamos em parágrafos anteriores é a função de partição nuclear, também de grande importancia nas equações de estado que governam a evolução estelar (Fowler, Engelbrech & Woosly 1978; Wilson 1978, Tubbs & Koonin 1979; Mazurek, Lattimer & Brown 1979). Diversas aproximações foram empregadas anteriormente para calcular a função de partição nuclear em astrofísica. Epstein e Arnett (1975) incluíram só o estado fundamental do núcleo em questão. Já Aufderheide, Brown, Kuo, Stout & Vogel 1990 fizeram uma outra aproximação levando em conta só estado fundamental e o estado excitado envolvido na transição, enquanto na referência AFWH94 o espectro nuclear, excepto o estado fundamental, e tratado com o uso da densidade de níveis.

Nesta tese, o espectro nuclear, visando o cálculo da função de partição, sera tratado utilizando níveis discreto, até 3 *MeV* de energia de excitação, e os demais utilizando densidades de níveis. O impacto deste cálculo da função de partição sera estudado, não apenas nas taxas de captura de elétrons e decaimento beta, mas também na avaliação das abundâncias isotópicas.

No capítulo 2 desta tese damos um breve resumo de evolução estelar, mencionamos a massa de Chandrasekhar e os mecanismos de implosão e explosão salientando a importancia da fração de elétrons em todos esses processos.

No capítulo 3 as taxas de captura de elétrons e decaimento beta são apresentadas, visando seu cálculo em condições estelares. Descrevemos detalhadamente cada um dos ingredientes necessários: a função de partição nuclear, as integrais de fase e o elemento de matriz nuclear. Sobre a função de partição nuclear discutimos a questão da degenerescência dos primeiros estados excitados e a importância da densidades de níveis. Já no caso do elementos de matriz descrevemos as transições de Fermi e Gamow-Teller, as respectivas regras de seleção, e a sua relação com a vida media, deixando a descrição do formalismo usado no seu cálculo para o capítulo 4, no qual descrevemos o hamiltoniano nuclear utilizado, e as aproximações usadas na diagonalização.

Os resultados obtidos sobre as funções de partição, elementos de matriz, taxas de decaimento beta e captura de elétrons são apresentados e discutidos no capítulo 5 dedicando ainda, a ultima seção ao estudo do impacto de nossos cálculos sobre as abundâncias isotópicas e derivada temporal da fração de eletrons.

No capítulo 6 apresentamos as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

2. EVOLUÇÃO ESTELAR E O COLAPSO GRAVITACIONAL

2.1. PRÉ-SEQUÊNCIA PRINCIPAL

O nascimento de uma estrela se origina em instabilidades gravitacionais na distribuição de matéria de um gás interestelar, fazendo com que o sistema se condense lentamente até formar uma próto-estrela. Uma próto estrela é composta basicamente de hidrogênio e uma pequena parcela de núcleos mais pesados, como o hélio, o carbono, o nitrogênio, etc. Com temperatura, densidade e raio da ordem de 10 K , 1 partícula/cm^3 e 10^{20} cm , respectivamente, a contração da próto-estrela continua até que a temperatura do material atinja o patamar de ionização (dezenas de $\text{eV} \approx 10^6\text{ K}$). Os eletrons livres que surgem desta ionização passam a exercer uma pressão que vai se opor à contração. Este primeiro período na formação de uma estrela é chamado de pré-sequência principal e se caracteriza por dois aspectos importantes. O primeiro é que a única fonte de geração de energia é a gravitação, e o segundo é que a temperatura ainda é insuficiente para provocar o inicio das reações termonucleares. Assim que o núcleo da estrela atinge condições termodinâmicas capazes de viabilizarem as reações termonucleares, a estrela para de se contrair e atinge, por um período de tempo relativamente prolongado, uma configuração de equilíbrio. A razão disto é a seguinte: consideremos a escala de tempo hidrodinâmico, definida por:

$$t_H \simeq \sqrt{\frac{R}{g}} \quad (2.1)$$

com $g = GM/R^2$, sendo M a massa da estrela, R o raio e a G a constante gravitacional; e a escala do tempo termico, definida como:

$$t_T \simeq \frac{\varepsilon_T}{L} \quad (2.2)$$

onde ε_T é energia térmica por partícula ($\simeq k_B T$ com k_B a constante de Boltzman e T a temperatura) e L a luminosidade. Acontece que $t_H \ll t_T$. Logo devemos concluir que a estrela deve permanecer a maior parte do tempo de sua vida em estados de equilíbrio hidroestático onde a atividade termica é predominante. No caso do sol temos que $t_H \sim 10^3$ s e $t_T = 10^7$ s. Para estrelas cuja massa é da ordem da massa solar, a fase de pré-sequência principal tem uma duração relativamente curta: 10^7 anos. Depois desta etapa a densidade chega a $1g/cm^3$ a temperatura atinge valores de 10^7 K suficientes para provocar a fusão do hidrogênio.

2.2. QUEIMA DE HIDROGÊNIO: FASE DA SEQUÊNCIA PRINCIPAL

A fase da sequência principal é marcada pela queima de hidrogênio, ou seja, pela transformação de hidrogênio em hélio. Esta transformação é feita pelas chamadas cadeias pp. A primeira cadeia pp (chamada ppI) é dada por:

Assim que a quantidade de ${}^4\text{He}$ se torna suficiente e a temperatura atinge valores suficientemente altos, uma nova cadeia pp começa a ser competitiva, a cadeia ppII formada por 5 reações, as duas primeiras são as mesmas reações 2.3 e 2.4 e as outras três são:

Devido a que o ${}^7\text{Be}$, pode capturar tanto um elétron como um próton, temos mais uma cadeia alternativa, a cadeia ppIII cuja três primeiras reações são as reações 2.3, 2.4 e 2.6 e as tres restantes são:

Em cada uma de estas cadeias de fusão, libera-se uma quantidade de energia extremamente grande ($\sim 25 \text{ MeV}$), cerca de 1% da massa do hidrogênio reagente.

Um outro conjunto de reações é capaz de processar a queima de hidrogenio: o ciclo CNO proposto independentemente por Weizsäcker em 1938 (Weizsäcker 1938) e por Bethe em 1939 (Bethe 1939). O ciclo CNO é formado pelas seguintes reações:

e com menor probabilidade o ciclo pode se estender atravez das reações:

É importante ressaltar que as cadeias pp e o ciclo CNO operam simultaneamente na maiorias das estrelas durante a fase da sequência principal. As abundâncias relativas de hidrogênio, de nitrogênio e de carbono, juntamente com a temperatura vão determinar o processo dominante.

O tempo usado pela estrela na sequência principal pode ser estimado (Mazurek 1976) segundo a relação

$$t_{sp} \simeq \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{L_{\odot}}{L} \right) \times 10^{10} \text{ anos} \quad (2.22)$$

Sendo M e L a massa e a luminosidade da estrela e $M_{\odot}$ e $L_{\odot}$ a massa e luminosidade do sol, respectivamente. Obviamente vemos que no caso do sol $t_{sp} \simeq 10^{10}$ anos.

Após a queima do hidrogênio, o fator determinante na evolução estelar é a sua massa.

2.3. ANÃS BRANCAS

Suponhamos agora que a massa é menor que o limite de Chandrasekhar (ver seção 2.8 deste capítulo). Neste caso temos dois fatores com um papel importante neste estágio: a degenerescência do gás de elétrons e aparecimento da matéria fria, como resultado do esfriamento da estrela por perda de energia através da radiação.

Na ausência de fontes nucleares de energia a estrela se contrai. A energia gravitacional liberada mantém o fluxo de energia através da superfície da estrela. A contração continua até os elementos se tornarem degenerados, primeiro na região central, depois na envoltória, contribuindo com um gradiente de pressão para freiar o colapso e restabelecer o equilíbrio hidroestático. Neste ponto a temperatura na superfície é $\sim 10^4$ K, a densidade central é $\sim 10^6$ g/cm³, o raio é 10^3 Km, e a luminosidade da estrela é devida somente aos núcleos que ainda se encontram em estado não degenerado. Esta última fase na vida de uma estrela é conhecida como fase de anã branca. Trata-se de uma morte lenta, não catastrófica. Dependendo da composição química e da temperatura o esfriamento pode demorar da ordem de 10^9 anos.

2.4. GIGANTE VERMELHA

Se ao sair da sequência principal a massa da estrela for maior que a massa de Chandrasekhar (ver seção 2.8), a pressão de degenerescência dos elétrons, não conseguirá deter o colapso gravitacional. Deste modo a temperatura e a densidade atingem valores da ordem de 10^8 K e 10^6 g/cm³. Viabiliza-se assim a fusão de hélio no caroço enquanto a envoltória continuará queimando hidrogênio.

A fusão do hélio ocorre através das reações

e

em notação compacta

conhecida com o nome de reação 3- α , cuja energia média liberada é $\sim 7,65 \text{ MeV}$. No primeiro estágio da reação 3- α , dado pela reação 2.23, duas partículas alfa combinam-se durante um intervalo de tempo muito curto (da ordem de 10^{-6} s) para formarem o instável isótopo ${}^8\text{Be}$, mais que devido as condições do meio ainda pode interagir com uma outra partícula α , obtendo-se desse modo a reação 2.24. Após ter sido produzida uma quantidade suficiente de carbono, o hélio poderá ser consumido pela reação

iniciando a síntese do oxigênio. Encerrado o ciclo da queima do hélio no núcleo da estrela, composto agora basicamente de carbono e oxigênio, há uma nova contração das camadas centrais, enquanto que a envoltória se expande. A temperatura da envoltória cai, cessando também a queima de hidrogênio nas camadas mais externas começando assim a fase de gigante vermelha ou supergigante vermelha. Caso a massa do caroço seja maior que o limite de Chandrasekhar, ocorre o próximo ciclo: fusão de carbono e oxigênio. A queima do carbono acontece por um dos seguintes canais:

Já o oxigênio é queimado através de:

sendo o ${}^{28}\text{Si}$ o principal produto sintetizado, que a sua vez pode participar da seguinte reação fotonuclear :

Após da queima do ${}^{28}\text{Si}$ outras reações fotonucleares vão se processar. O resultado final destes reações será a síntese de núcleos cada vez mais pesados, até serem sintetizados os elementos químicos pertencentes ao chamado grupo do ferro. Como é bem sabido o ${}^{56}\text{Fe}$ é o elemento químico que possui maior energia de ligação por nucleon da tabela periódica, sendo, por isso, o elemento mais estável, ou seja qualquer processo de fusão que inclua o ${}^{56}\text{Fe}$, só pode consumir energia do meio (reação endotérmica). Deste modo encerram-se os ciclos das reações termonucleares no interior da estrela. Durante todo esse período de conversão de oxigênio em núcleos próximos do ${}^{56}\text{Fe}$ as estrelas se encontram na fase de gigante vermelha ou supergigante vermelha.

2.5. FASE DE PRÉ-SUPERNOVA

A estrela está agora com a seguinte estrutura: um caroço composto de elementos químicos pertencentes ao grupo do ferro e uma envoltória formada por camadas de elementos mais leves onde provavelmente ainda continuam se processando reações termonucleares. No gráfico da figura 2.1 apresentamos uma visão dessa situação.

Uma vez que fonte de energia nuclear é interrompida o caroço se contrai usando a energia gravitacional disponível, evoluindo dessa forma, para uma estrutura altamente instável. As temperaturas são da ordem de 10^9 K e as densidades da ordem de 10^9 g/cm^3 . Sob estas condições o sistema evolui rapidamente para o colapso gravitacional. É o começo do fim para a estrela. Essa configuração é chamada de pré-supernova. Nesta fase começam a ocorrer processos fortemente endotérmicos, como a fotodissociação do ${}^{56}\text{Fe}$ e a captura de elétrons levando a uma brusca queda da pressão e da energia térmica do gas de elétrons. Dessa forma o equilíbrio hidroestático é rompido e o caroço de ferro entra em colapso gravitacional, ou seja, implode. Nos instantes finais do colapso, a temperatura e a densidade atingem valores de ordem de 10^{10} K e 10^{14} g/cm^3 , respectivamente. e um caroço denso e rico em nêutrons é formado. Por razões

que ainda não estão bem esclarecidas, a implosão é bruscamente invertida numa violenta expansão, dando origem a um evento de explosão de supernova.

2.6. MECANISMOS DE IMPLOSÃO

A implosão ocorre se a ordem de grandeza dos tempos da contração gravitacional for da ordem dos tempos de queda livre, dada por:

$$t_{QL} \simeq \sqrt{\frac{R^3}{2GM}} \quad (2.38)$$

sendo R e M o raio e a massa do caroço respectivamente, e G a constante gravitacional. No caso de uma pré-supernova na qual $R = 10^8 \text{ cm}$ e $M = 2M_{\odot}$, $t_{QL} \simeq 10^{-3} \text{ s}$, o que está de acordo com o tempo do colapso que não vai além de uns poucos milissegundos. Os processos que atuando em tão curto período de tempo podem ser causa da implosão são a fotodissociação do ^{56}Fe e a captura de elétrons.

A fotodissociação do ^{56}Fe , dada pela seguinte reação:

foi proposta por Burbidge et al em 1957 (Burbidge, Burbidge, Fowler & Hoyle 1957). Trata-se de um processo fortemente endotermico, capaz de consumir do sistema aproximadamente $2.1 \times 10^{18} \text{ erg/g}$.

A captura de elétrons é representada pela seguinte reação:

onde um núcleo com Z prótons e $A - Z$ nêutrons captura um elétron transformando-se num núcleo com $Z - 1$ prótons e $A - Z + 1$ nêutrons emitindo um neutrino eletrônico. A captura eletrônica é um processo duplamente endotermico: por um lado, ela reduz tremendamente o número de elétrons livres do sistema, diminuindo a pressão do gás (ver seções seguintes) e por outro lado, através do abundante fluxo de neutrinos emitidos para fora do sistema nos instantes iniciais do colapso, utilizando a energia dos elétrons. Bahcall (1964) mostrou que a captura de elétrons é um mecanismo de implosão muito eficiente.

Figura 2.1: Estrutura de camadas de uma estrela no estágio de pré-supernova. O centro da estrela apresenta um caroço denso de elementos do grupo do Fe

2.7. RELAÇÃO ENTRE PRESSÃO E DENSIDADE PARA UM GÁS DE FERMIONS: EQUAÇÃO DE ESTADO POLITRÓPICA

Para entender a importância das taxas de captura de elétrons e decaimento beta nos cálculos de evolução estelar, vamos a iniciar supondo que temos um gás com R componentes químicos caracterizados pelos seus números atômicos Z_α , com $\alpha = 1, 2, \dots, R$. No caso $R = 1$, a densidade de matéria do gás é definida por:

$$\rho = \frac{\mu N}{N_A}, \quad (2.41)$$

onde N é o número de moléculas (ou átomos) por unidade de volume, em cm^{-3} , N_A é o número de Avogadro, ou seja o número de moléculas num mol de gás ($= 6.02 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$) e μ é o peso molecular (no caso em que o gás seja formado de átomos, $\mu = A$) em $g \times \text{mol}^{-1}$. Consideremos agora o caso $R > 1$, onde os R componentes químicos são gases atômicos. Definimos, então, para cada $\alpha = 1, 2, \dots, R$, uma expressão análoga a 2.41:

$$\rho_\alpha = \frac{A_\alpha N_\alpha}{N_A}, \quad (2.42)$$

onde N_α é o número de átomos do componente químico α por unidade de volume, o qual pode ser escrito também como

$$N_\alpha = \frac{\rho_\alpha N_A}{A_\alpha} = \rho \frac{x_\alpha N_A}{A_\alpha}, \quad (2.43)$$

com x_α sendo a fração em massa do componente químico α , ou seja que 1g de gás tem x_α g do componente químico α . Obviamente é satisfeito

$$\sum_{\alpha=1}^R x_\alpha = 1. \quad (2.44)$$

Seja agora n_α o número de partículas livres que, por cada átomo, contribui o componente químico α , por exemplo se nenhum dos átomos do gás está ionizado temos que $n_\alpha = 1, \forall \alpha$; caso contrário, para um gás totalmente ionizado, temos que

$$n_\alpha = Z_\alpha + 1, \quad (2.45)$$

ou seja, n_α é a soma dos Z_α elétrons mais a contribuição do núcleo. Logo, temos que

$$N = \sum_{\alpha=1}^R N_\alpha n_\alpha = \rho N_A \sum_{\alpha=1}^R \frac{x_\alpha n_\alpha}{A_\alpha}, \quad (2.46)$$

que no caso particular de um gás totalmente ionizado fica

$$N = \rho N_A \sum_{\alpha=1}^R \frac{x_{\alpha} (Z_{\alpha} + 1)}{A_{\alpha}} \quad (2.47)$$

ou

$$N = n_e + \rho N_A \sum_{\alpha=1}^R \frac{x_{\alpha}}{A_{\alpha}} \quad (2.48)$$

com

$$n_e = \rho N_A Y_e \quad (2.49)$$

e

$$Y_e = \sum_{\alpha=1}^R \frac{x_{\alpha} Z_{\alpha}}{A_{\alpha}}. \quad (2.50)$$

Vemos assim que na equação 2.49 expressamos o número de elétrons por unidade de volume (n_e), em função da densidade de matéria do gás (ρ), e da fração de elétrons (Y_e), definido na equação 2.50, que representa uma média do número de elétrons por núcleon, ou seja

$$Y_e = \left\langle \frac{Z}{A} \right\rangle, \quad (2.51)$$

porém, trata-se de uma média cujos fatores de peso não são simplesmente $1/R$, $\forall \alpha$; mais sim uma média ponderada com as frações em massa x_{α} .

A fração de elétrons Y_e , tem um papel fundamental na evolução estelar. Para entender a razão desta afirmação, vamos começar calculando uma relação entre pressão e densidade para um gás de férmions da forma politrópica, que por definição é uma relação do tipo:

$$P = K \rho^{\Gamma}, \quad (2.52)$$

onde K é uma constante e Γ é conhecido pelo nome de expoente politrópico.

A pressão é definida por

$$P = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} v(p) n(p) p dp, \quad (2.53)$$

onde p é o momento do férmion, v é a velocidade e $n(p)dp$ é o número de férmions por unidade de volume com momento $p \in (p, p + dp)$, dado por

$$n(p)dp = \frac{2s+1}{h^3} 4\pi p^2 f(p) dp, \quad (2.54)$$

ao passo que s é o spin do férmion (daqui para frente $s = \frac{1}{2}$), h ($= 6.6262 \times 10^{-27} \text{ erg} \times s$) é a constante de Planck e

$$f(p) = \frac{1}{\exp \left[\alpha + \frac{E(p)}{k_B T} \right] + 1} \quad (2.55)$$

é a função de distribuição de Fermi-Dirac, com k_B ($= 1.38062 \times 10^{-16} \text{ erg} \times K^{-1}$) a constante de Boltzman, T a temperatura, $E(p)$ a energia e

$$\alpha = -\frac{\mu}{k_B T} \quad (2.56)$$

onde μ é o potencial químico. No limite de baixas temperaturas temos que

$$\lim_{T \rightarrow 0} f(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } p \leq p_F \\ 0, & \text{se } p > p_F \end{cases}, \quad (2.57)$$

onde p_F é o chamado *momento de Fermi* dado por

$$p_F = \left(\frac{3h^3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{3}} n^{\frac{1}{3}}, \quad (2.58)$$

com n sendo a densidade (em número). Um gás de férmions que possui uma distribuição de momentos do tipo dada na equação 2.57, se diz estar em *regime completamente degenerado*.

No caso não relativístico a relação entre velocidade e impulso para uma partícula de massa m é simplesmente

$$v(p) = \frac{p}{m}, \quad (2.59)$$

que substituindo na expressão 2.52, juntamente com a distribuição $f(p)$, para um gás completamente degenerado, dada em 2.57, obtemos que

$$P = \frac{h^2}{20m} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} n^{\frac{5}{3}}, \quad (2.60)$$

enquanto que, no caso relativístico, temos que

$$v(p) = \frac{\frac{p}{m}}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{mc} \right)^2}} \quad (2.61)$$

e

$$P = \frac{\pi m^4 c^5}{3h^3} \theta(\zeta), \quad (2.62)$$

com

$$\zeta = \frac{p_F}{mc} = \frac{h}{mc} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{3}} n^{\frac{1}{3}} \quad (2.63)$$

e

$$\theta(\zeta) = \zeta (2\zeta^2 - 3) \sqrt{\zeta^2 + 1} + 3 \arg \sinh \zeta. \quad (2.64)$$

O parâmetro ζ , chamado *parâmetro de relatividade*, mede o grau no qual os férmions tem um comportamento relativístico, já que para ζ grande, obviamente, o gás será mais relativístico que para ζ pequeno. Em particular, temos que no limite $\zeta \rightarrow 0$

$$\theta(\zeta) \rightarrow \frac{8}{5} \zeta^5 \quad (2.65)$$

e substituindo na equação 2.62 obtemos a equação 2.60; e para $\zeta \rightarrow \infty$,

$$\theta(\zeta) \rightarrow 2\zeta^4. \quad (2.66)$$

Em resumo, obtemos para um gás de férmions em regime completamente degenerado que

$$P = \begin{cases} \frac{h^2}{20m} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} n^{\frac{5}{3}}, & \text{caso } n.r. \\ \frac{ch}{8} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} n^{\frac{4}{3}}, & \text{caso } r. \end{cases} \quad (2.67)$$

ou

$$P = \begin{cases} \frac{h^2}{20m^{\frac{5}{3}}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}}, & \text{caso } n.r. \\ \frac{ch}{8m^{\frac{4}{3}}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \rho^{\frac{4}{3}}, & \text{caso } r. \end{cases}, \quad (2.68)$$

onde podemos observar claramente, que a pressão como função da densidade tem a forma politrópica desejada, com $\Gamma = \frac{5}{3}$ para o caso não relativístico e $\Gamma = \frac{4}{3}$ para o caso relativístico. Além disso, temos o importante fato, consequência de um efeito puramente quântico, que um gás de férmions, mesmo a $T = 0$, tem uma pressão diferente de 0, o que será de grande importância na estabilidade de uma estrela.

2.8. MASSA DE CHANDRASEKHAR

A *massa de Chandrasekhar* é a massa máxima que uma estrela pode suportar sem colapsar devido as forças gravitacionais, e que é sustentada pela pressão da degenerescência eletrônica. Para encontrar uma expressão para a massa de Chandrasekhar vamos partir considerando uma esfera fluida de massa total $\mathcal{M}$ e raio $\mathcal{R}$, submetida a ação da autogravitação. A equação de equilíbrio hidrostático para um elemento de fluido, que se acha a uma distância r do centro da esfera, é:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\rho(r)M(r)\frac{G}{r^2}, \quad (2.69)$$

onde $P(r)$ e $\rho(r)$ são a pressão e a densidade a uma distancia r ($r < \mathcal{R}$) do centro da esfera, respectivamente, $M(r)$ é a massa do fluido contida em uma esfera de raio r concêntrica com a esfera maior de massa $\mathcal{M}$ e raio $\mathcal{R}$, e G é a *constante gravitacional*. Usaremos para a pressão a forma politrópica da equação 2.52, discutida na seção anterior

$$P = K\rho^{\frac{n+1}{n}}, \quad (2.70)$$

onde definimos o índice politrópico n através da relação

$$\Gamma = \frac{n+1}{n}. \quad (2.71)$$

A equação 2.69 pode ser adimensionalizada com as seguintes trocas de variáveis:

$$\rho = \Lambda\phi^n, \quad (2.72)$$

o que implica que

$$P = K\Lambda^{\frac{n+1}{n}}\phi^{n+1}, \quad (2.73)$$

e

$$\xi = \frac{r}{a}, \quad (2.74)$$

onde a é definido por

$$a = \left[\frac{(n+1)K\Lambda^{\frac{1-n}{n}}}{4\pi G} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.75)$$

e onde, por enquanto, só diremos que Λ é um parâmetro com unidades de densidade. Com estas trocas de variáveis a equação 2.69 fica:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left[\xi^2 \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \right] = -[\phi(\xi)]^n, \quad (2.76)$$

que é conhecida com o nome de *equação de Lane-Emdem de índice n* . As soluções desta equação com a condições de contorno

$$\phi(0) = 1 \quad (2.77)$$

e

$$\left[\frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_1} = 0 \quad (2.78)$$

são chamadas *funções de Lane-Emdem de índice n* . Olhando para a condição de contorno dada pela equação 2.77, e para a equação 2.72 encontramos um significado físico para o parâmetro Λ ; facilmente vemos que:

$$\Lambda = \rho_c, \quad (2.79)$$

onde ρ_c é a densidade central da estrela. A partir das funções de Lane-Emdem podemos tirar diversas informações de interesse, como por exemplo, o raio que, por definição, é determinado pelo primeiro zero da função de Lane-Emdem, ξ_1 . Assim, temos que:

$$\mathcal{R} = a\xi_1 = \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G} \right]^{\frac{1}{2}} \Lambda^{\frac{1-n}{2n}} \xi_1. \quad (2.80)$$

Uma outra propriedade que pode ser obtida é a massa $\mathcal{M}$. Para obtê-la partimos de:

$$M(\xi) = 4\pi \int_0^{\xi} \rho(r) r^2 dr = 4\pi a^3 \Lambda \int_0^{\xi} [\phi(u)]^n u^2 du, \quad (2.81)$$

que, usando a equação de Lane-Emdem de índice n , fica

$$M(\xi) = -4\pi a^3 \Lambda \int_0^{\xi} \frac{d}{du} \left[u^2 \frac{d\phi(u)}{du} \right] du = -4\pi a^3 \Lambda \xi^2 \frac{d\phi(\xi)}{d\xi}. \quad (2.82)$$

Como

$$\mathcal{M} = M(\xi_1), \quad (2.83)$$

obtemos finalmente

$$\mathcal{M} = -4\pi \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G} \right]^{\frac{3}{2}} \Lambda^{\frac{3-n}{2n}} \left[\xi^2 \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_1}. \quad (2.84)$$

Um outro parâmetro de interesse é o quociente entre a densidade média, definida por:

$$\bar{\rho} = \frac{\mathcal{M}}{\frac{4}{3}\pi \mathcal{R}^3}, \quad (2.85)$$

e a densidade central ρ_c : facilmente obtemos que:

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_c} = -\frac{3}{\xi_1} \left[\frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_1}. \quad (2.86)$$

Os valores de ξ_1 , $-\left[\xi^2 \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_1}$ e $\frac{\bar{\rho}}{\rho_c}$ encontram-se tabulados na literatura. Alguns valores, para diferentes valores de n , são apresentados na tabela 2.1.

Imaginemos agora que temos um gás formado por átomos totalmente ionizados e elétrons relativísticos, tal que podemos fazer a aproximação que a contribuição a massa do gás é dada pelos ions positivos mas que estes não contribuem para a pressão, a qual é toda fornecida pela pressão de degenerescência eletrônica. Sob esta hipótese podemos substituir na equação 2.67 n , por n_e , dado pela equação 2.49. Obtemos assim

$$P = \frac{ch}{8} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} N_A^{\frac{4}{3}} Y_e^{\frac{4}{3}} \rho^{\frac{4}{3}}, \quad (2.87)$$

Tabela 2.1: Parâmetros das funções de Lane-Emden

n	ξ_1	$-\left[\xi^2 \frac{d\phi(\xi)}{d\xi}\right]_{\xi=\xi_1}$	$\frac{\bar{p}}{\rho_c}$
0.0	2.4494	4.8988	1.0000
0.5	2.7528	3.7871	1.8361
1.0	3.14159	3.14159	3.28987
1.5	3.65375	2.71406	5.99071
2.0	4.35287	2.41105	11.40254
2.5	5.35528	2.18720	23.40646
3.0	6.89685	2.01824	54.1825

ou seja

$$K = \frac{ch}{8} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} N_A^{\frac{4}{3}} Y_e^{\frac{4}{3}}. \quad (2.88)$$

Substituindo 2.88 na equação 2.84, para o caso do índice politrópico $n = 3$, o que corresponde a $\Gamma = \frac{4}{3}$, encontramos a expressão desejada para a massa de Chandrasekhar:

$$M_{CH} = 5.80 Y_e^2 M_{\odot}, \quad (2.89)$$

onde M_{CH} é a massa de Chandrasekhar expressa em função da massa solar $M_{\odot}$. Vemos assim que M_{CH} depende do quadrado de Y_e . A derivada temporal de Y_e depende das taxas de captura de elétrons e decaimento beta, já que a primeira contribui para o desaparecimento dos elétrons da matéria estelar gerando uma queda na pressão, enquanto a segunda fornece elétrons ao meio estelar.

Em particular a variação temporal de Y_e devida às capturas de elétrons e decaimento beta é dada por:

$$\frac{dY_e}{dt} = \sum_{Z,A} \frac{x_{(Z,A)}}{A} \left[\lambda_{\beta D}^{(Z,A)} - \lambda_{CE}^{(Z,A)} \right], \quad (2.90)$$

onde a soma percorre as espécies nucleares de maior importância (o produto da abundância pela taxa deve ser maior que 10^{-8} s^{-1}) ao passo que as abundâncias $x_{(Z,A)}$ são as x_{α} definidas na seção 2.7 deste capítulo.

2.9. MECANISMO DE EXPLOSÃO

Entre os mecanismos que podem provocar uma explosão temos o transporte de momento por neutrinos (Schramm & Arnett 1975). Um outro mecanismo consiste nas queimas termonucleares explosivas que podem acontecer na matéria estelar degenerada, e um terceiro mecanismo é o *bounce* hidrodinâmico. (Colgate e Johnson, 1960; Bruenn, 1975 e Bethe et al, 1979).

O *bounce* hidrodinâmico consiste em uma inversão repentina do sentido do movimento do caroço, nos instantes finais do colapso. Essa inversão do movimento aparece ainda, quando as camadas mais externas próximas ao caroço estão quase em queda livre, provocando a colisão com o caroço, sendo então refletidas para fora. A energia do choque gerado nesse processo é proporcional $Y_{ef}^{10/3} (Y_{ef} - Y_{ei})$ (Suatira & Rai 1995; Kar, Ray & Sarkar 1994)

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS NO CÁLCULO DAS TAXAS

3.1. TEORIA DE FERMÍ DO DECAIMENTO BETA

O decaimento beta é só um caso particular de um conjunto de reações nucleares nas quais um próton vira um neutron ou vice-versa. Os fundamentos da teoria do decaimento beta foram desenvolvidos por Fermi (1934).

Na tabela 3.1 apresentamos um conjunto de tais reações. A interação responsável por este tipo de transições é a interação eletrofraca que conserva o número leptônico, o número bariônico, e a carga.

Apresentamos, a seguir, exemplos de algumas das reações presentes na tabela 3.1:

O espectro dos elétrons emitidos no decaimento beta é mostrado na figura 3.1 onde graficamos o número de elétrons $N(E_e)$ versus a energia E_e , onde $E_{\beta\text{max}}$ é a máxima energia observada dos elétrons.

Tabela 3.1: Reações nucleares com troca de carga

NOME	REAÇÃO
(a) decaimento β^-	$(A, Z) \longrightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$
(b) decaimento β^+	$(A, Z) \longrightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e$
(c) Captura de elétron	$e^- + (A, Z) \longrightarrow (A, Z - 1) + \nu_e$
(c) Captura de antineutrino	$\bar{\nu}_e + (A, Z) \longrightarrow (A, Z - 1) + e^+$
(e) Captura de neutrino	$\nu_e + (A, Z) \longrightarrow (A, Z + 1) + e^-$

Para obter uma expressão da probabilidade da transição por unidade de tempo em uma reação do tipo

$$(A, Z) \longrightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (3.5)$$

partimos da *regra de ouro de Fermi*

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle F | H' | I \rangle|^2 \frac{dn(E_F)}{dE_F}, \quad (3.6)$$

onde W é a probabilidade de transição por unidade de tempo e por unidade de energia final, $\langle F | H' | I \rangle$ é o elemento de matriz da interação H' responsável pela transição, entre os estados final $|F\rangle$ e inicial $|I\rangle$, e $\frac{dn(E_F)}{dE_F}$ é a densidade de estados finais, o seja o número de estados finais com energia $E_F \in (E_F, E_F + dE_F)$.

Para a reação dada pela equação 3.5, o estado inicial é simplesmente a função de onda do núcleo pai, ou seja

$$|I\rangle = |\Psi_{(A,Z)}\rangle, \quad (3.7)$$

ao passo que

$$\langle F | = \langle \Psi_{(A,Z+1)} \Psi_e \Psi_\nu |, \quad (3.8)$$

onde por simplicidade usamos os subíndices e e ν para designar elétron e antineutrino, respectivamente.

É uma boa aproximação supor que as funções de onda do elétron e do antineutrino são ondas planas

$$\Psi_e(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \exp\left(i \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar}\right), \quad (3.9)$$

$$\Psi_\nu(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \exp\left(i \frac{\vec{p}_\nu \cdot \vec{r}}{\hbar}\right), \quad (3.10)$$

— onde Ω é um volume arbitrário para a normalização das funções de onda, $\vec{p}_e$ é o momento do elétron e $\vec{p}_\nu$ é o momento do antineutrino. Devido ao fato de que o

comprimento de onda dos léptons ($\lambda = h/p$) tem uma ordem de grandeza de 10^{-11}cm enquanto o tamanho nuclear é da ordem de 10^{-12}cm , as funções de onda 3.9 e 3.10 apresentam pouca variação no interior do núcleo e podem ser aproximadas pelo seu valor em $\vec{r} = 0$. Temos assim que

$$\Psi_e(\vec{r}) = \Psi_\nu(\vec{r}) = \Psi_e(0) = \Psi_\nu(0) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}}. \quad (3.11)$$

Depois destas aproximações a equação 3.6 fica

$$\begin{aligned} W &= \frac{2\pi}{\hbar} |\Psi_e(0)|^2 |\Psi_\nu(0)|^2 |\langle \Psi_{(A,Z+1)} | H' | \Psi_{(A,Z)} \rangle|^2 \frac{dn(E_F)}{dE_F} = \\ &= \frac{2\pi}{\hbar\Omega^2} |\langle \Psi_{(A,Z+1)} | H' | \Psi_{(A,Z)} \rangle|^2 \frac{dn(E_F)}{dE_F}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Introduzimos agora a seguinte definição:

$$|\langle \Psi_{(A,Z+1)} | H' | \Psi_{(A,Z)} \rangle|^2 \equiv g^2 |\mathcal{M}|^2, \quad (3.13)$$

onde g é uma constante de acoplamento e $|\mathcal{M}|^2$ é o quadrado do elemento de matriz nuclear. Na seção 3.5 deste capítulo apresentamos uma definição mais precisa do elemento de matriz nuclear e dedicaremos todo o capítulo 4 para descrever o formalismo usado no seu cálculo. Logo, a equação 3.12 toma a forma:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar\Omega^2} g^2 |\mathcal{M}|^2 \frac{dn(E_F)}{dE_F}. \quad (3.14)$$

Para calcular a densidade de estados $\frac{dn(E_F)}{dE_F}$ partimos de

$$n(p)dp = \frac{p^2 \Omega dp}{2\pi^2 \hbar^3}, \quad (3.15)$$

onde $n(p)dp$ é o número de ondas planas num volume Ω com momento p no intervalo $(p, p+dp)$. Por outro lado temos que, usando a conservação da energia,

$$E_{\beta \max} = E_{(A,Z)} - E_{(A,Z+1)} = E_e + E_\nu \quad (3.16)$$

e

$$|dE_e| = |dE_\nu|, \quad (3.17)$$

podemos expressar a densidade de estados $\frac{dn(E_F)}{dE_F}$ só em termos da energia e momento do elétron como

$$\frac{dn(E_e)}{dE_e} = \frac{p_e^2 \Omega dp_e}{2\pi \hbar^3} \frac{p_\nu^2 \Omega dp_\nu}{2\pi \hbar^3} \frac{1}{dE_e} = \frac{\Omega^2 (E_{\beta \max} - E_e)^2 p_e^2}{4\pi^2 \hbar^6 c^3}, \quad (3.18)$$

onde usamos as equações 3.15, 3.16 e 3.17; e para a energia do antineutrino, a relação energia-momento para uma partícula sem massa dada por

$$E_\nu = cp_\nu, \quad (3.19)$$

sendo c a velocidade da luz no vácuo. Substituímos $\frac{dn(E_e)}{dE_e}$ em 3.14 e obtemos finalmente:

$$W = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} (E_{\beta \max} - E_e)^2 p_e^2 dp_e. \quad (3.20)$$

Para obter a taxa da reação, ou seja a probabilidade de transição por unidade de tempo (λ), é só integrar nos momentos,

$$\lambda = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{\beta \max}} (Q - E_e)^2 p_e^2 dp_e, \quad (3.21)$$

com

$$p_{\beta \max} = \frac{1}{c} \sqrt{Q^2 - m_e^2 c^4}, \quad (3.22)$$

onde m_e é a massa do elétron e usamos a notação Q para o $E_{\beta \max}$, que é de uso mais comum na literatura. A expressão 3.21 pode ser melhorada levando a conta a interação coulombiana do elétron com o núcleo filho, mediante a inclusão de uma função $F(Z, E_e)$, conhecida como *função de Fermi*, dada por:

$$F(Z, E_e) = \frac{|\Psi_{coulomb}|^2}{|\Psi_{livre}|^2} = 2(1 + \gamma) \left(\frac{2p_e R}{\hbar} \right)^{-2(1-\gamma)} \exp(\pi\nu) \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|^2}{|\Gamma(2\gamma + 1)|^2}, \quad (3.23)$$

onde

$$\nu = \frac{Z\alpha E_e}{cp_e}, \quad (3.24)$$

$$\gamma = [1 - (Z\alpha)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.25)$$

R é o raio nuclear ($= 1.25A^{1/3} fm$), $\alpha = 1/137$ é a constante de estrutura fina e Γ é a *função gama* (neste trabalho usamos o algoritmo descrito na referência Lanczos (1964) para o cálculo da função Γ). Assim, a taxa para o decaimento beta fica:

$$\lambda = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{\beta \max}} (E_{\beta \max} - E_e)^2 F(Z + 1, E_e) p_e^2 dp_e. \quad (3.26)$$

Passamos agora a desenvolver uma expressão para a taxa da captura de elétrons, dada pela reação:

onde o elétron é capturado do espectro contínuo de energia.

Figura 3.1: Gráfico ilustrativo onde mostra o espectro de energia dos electrons para o decaimento beta. A energia está em unidades da massa de repouso do elétron.

A conservação da energia implica que:

$$E_e + Q = E_\nu, \quad (3.28)$$

com

$$Q = E_{(A,Z)} - E_{(A,Z-1)}, \quad (3.29)$$

e utilizando as mesmas considerações que no caso do decaimento beta, chegamos a:

$$\lambda = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_{\mathcal{L}} (Q + E_e)^2 F(Z, E_e) p_e^2 f(p_e) dp_e. \quad (3.30)$$

Onde $f(p_e)$ é a distribuição de momentos dos elétrons. Para determinar o valor do limite inferior da integral consideremos primeiro o caso no qual $Q \leq -m_e c^2$. Neste caso a energia mínima que pode ter um elétron para ser capturado corresponde ao caso no qual $E_\nu = 0$ e, segundo a equação 3.28, temos que:

$$E_{e \min} = -Q = \sqrt{p_{e \min}^2 c^2 + m_e^2 c^4}. \quad (3.31)$$

Seja agora $Q > -m_e c^2$, neste caso a energia mínima do elétron corresponde a sua massa em repouso, ou seja que $p_{e \min} = 0$. Vemos assim que:

$$\mathcal{L} = \begin{cases} \frac{1}{c} \sqrt{Q^2 - m_e^2 c^4}, & \text{se } Q \leq -m_e c^2 \\ 0, & \text{se } Q > -m_e c^2 \end{cases}. \quad (3.32)$$

3.2. EQUAÇÕES PARA AS TAXAS EM CONDIÇÕES ESTELARES

Nas condições estelares as expressões 3.26 e 3.30 devem ser modificadas. Temos que levar em conta os efeitos da densidade e da temperatura no meio estelar que são bem diferentes da densidade e da temperatura em um laboratório terrestre.

É assim que, devido as temperaturas da ordem de grandeza de $10^9 K$ o núcleo pai tem uma probabilidade não desprezível de estar em um estado excitado. Essa probabilidade é dada por:

$$\mathcal{P}(i) = \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)}. \quad (3.33)$$

onde i denota o i -ésimo estado excitado do núcleo pai, E_i , a sua energia, e J_i , o seu spin, enquanto $G(A, Z, T)$ é a função de partição nuclear. Uma outra modificação deve ser feita no integrando da equação 3.30 onde supusemos que os elétrons capturados

estão em regime totalmente degenerado, ou seja, que a sua distribuição de energia é dada por:

$$f(E_e) = \begin{cases} 1, & \text{se } E_e \leq E_F \\ 0, & \text{se } E_e > E_F \end{cases} \quad (3.34)$$

onde E_F é a energia de Fermi dos elétrons ($E_F = \sqrt{p_F^2 c^2 + m_e^2 c^4}$), porém é necessário usar uma distribuição de energia do tipo:

$$f(E_e) = \left[1 + \exp \left(\frac{E_e - \mu_e}{k_B T} \right) \right]^{-1}, \quad (3.35)$$

onde k_B é a *constante de Boltzman*, μ_e e o potencial químico dos elétrons no meio estelar, para o qual usamos a seguinte aproximação (Aufderheide, Brown, Kuo, Stout & Vogel 1990):

$$\mu_e = 5.15 \times 10^{-3} (\rho Y_e)^{\frac{1}{3}} \left\{ 1 + \frac{\pi T}{[5.15 \times 10^{-3} (\rho Y_e)^{\frac{1}{3}}]^2} \right\}^{-\frac{1}{3}} \text{ MeV}, \quad (3.36)$$

onde ρ é a densidade em $g \times cm^{-3}$, T é a temperatura em MeV e Y_e é a fração de elétrons:

$$Y_e = \left\langle \frac{Z}{A} \right\rangle. \quad (3.37)$$

No caso do decaimento beta a função de distribuição que deve ser usada é

$$f(E_e) = \left[1 + \exp \left(\frac{\mu_e - E_e}{k_B T} \right) \right]^{-1} \quad (3.38)$$

que difere da expressão 3.35 por um sinal menos no argumento da exponencial, devido ao fato que, no decaimento beta, o elétron é emitido pelo núcleo e devemos avaliar a probabilidade de que o elétron ache um buraco a ser ocupado apos ser emitido pelo núcleo.

Assim, a taxa do decaimento beta da espécie nuclear (Z, A) fica:

$$\lambda_{D\beta}^{(Z,A)}(\rho, T, Y_e) = \sum_{ij} |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp \left(-\frac{E_i}{k_B T} \right)}{G(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \quad (3.39)$$

com

$$\Phi(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) = \frac{g^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{\frac{1}{c} \sqrt{Q_{ij}^2 - m_e^2 c^4}} \frac{(Q_{ij} - E_e)^2 F(Z + 1, E_e) p_e^2 dp_e}{1 + \exp \left(\frac{\mu_e - E_e}{k_B T} \right)} \quad (3.40)$$

onde o índice i percorre os estados excitados do núcleo pai, o índice j os do núcleo filho e Q_{ij} ¹ está dado por:

$$Q_{ij} = E_i - E_j. \quad (3.41)$$

No caso da captura de elétrons encontramos uma expressão análoga a equação 3.39, obtida para o decaimento beta:

$$\lambda_{CE}^{(Z,A)}(\rho, T, Y_e) = \sum_{ij} |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \quad (3.42)$$

com

$$\Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) = \frac{g^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_{\mathcal{L}_{ij}}^{\infty} \frac{(Q_{ij} + E_e)^2 F(Z, E_e) p_e^2 dp_e}{1 + \exp\left(\frac{E_e - \mu_e}{k_B T}\right)} \quad (3.43)$$

e

$$\mathcal{L}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{c} \sqrt{Q_{ij}^2 - m_e^2 c^4}, & \text{se } Q_{ij} \leq -m_e c^2 \\ 0, & \text{se } Q_{ij} > -m_e c^2 \end{cases}. \quad (3.44)$$

Observando a equação 3.39 e a equação 3.42 vemos que esquematicamente elas tem a forma:

$$\lambda \sim \sum_{ij} |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \xi_{ij}, \quad (3.45)$$

onde J_i e E_i são o spin e a energia do i -ésimo estado excitado do núcleo pai, $G(A, Z, T)$ é a função de partição nuclear, que depende das propriedades nucleares através do espectro de energia e spins e também do meio estelar devido, à temperatura; ξ_{ij} são as integrais de fase definidas pelas relações 3.40 e 3.43, isto é:

$$\xi_{ij} = \begin{cases} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) & \text{para decaimento beta} \\ \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) & \text{para captura electronica} \end{cases}, \quad (3.46)$$

dependem da energia e do impulso do elétron, porém também dependem do núcleo através da função de Fermi $F(Z, E_e)$ e dos valores Q_{ij} das transições entre os diferentes estados dos núcleos pai e filho, e das variáveis termodinâmicas do meio estelar (ρ, T, Y_e) a través do potencial químico dos elétrons μ_e , e $|\mathcal{M}_{ij}|^2$ é o elemento de matriz nuclear o qual depende da estrutura nuclear do núcleo filho e do núcleo pai, envolvidos na reação

¹ Q_{ij} representa a diferença de energia entre o i -ésimo estado excitado do núcleo pai e o j -ésimo estado excitado do núcleo filho. Se E_i é medido a partir do estado fundamental do núcleo pai e E_j é medido a partir do estado fundamental do núcleo filho, $Q_{ij} = E_i - E_j + Q_{00}$, sendo Q_{00} a diferença de energia entre o estado fundamental do núcleo pai e o estado fundamental do núcleo filho.

e não depende de nenhuma variável termodinâmica do meio estelar onde o núcleo se encontre.

Em seguida passaremos a descrever mais detalhadamente cada um destes três ingredientes necessários aos cálculos das taxas.

3.3. A FUNÇÃO DE PARTIÇÃO NUCLEAR

Para um sistema quântico com espectro discreto a função de partição é definida por:

$$G(T) = \sum_m g(m) \exp\left(-\frac{E_m}{k_B T}\right) \quad (3.47)$$

ou de forma mais geral

$$G(T) = \sum_{m=0}^{\infty} g(m) \int \delta(E - E_m) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE, \quad (3.48)$$

onde E_m e $g(m)$ são a energia e a degenerescência do estado caracterizado pelo número quântico m , respectivamente, e todas as energias são medidas a partir do estado fundamental ($E_0 = 0$ e $E_m > 0 \forall m > 0$). Se o sistema tem ambos tipos de espectros a função de partição fica:

$$G(T) = \sum_m g(m) \left[\int \delta(E - E_m) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE \right] + \int \rho(E) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE, \quad (3.49)$$

onde a primeira integral deve ser calculada sobre o intervalo de energia onde o espectro é discreto, a segunda sobre o contínuo, e $\rho(E)$ é a densidade de níveis, ou seja $\rho(E)dE$ é o número de níveis com energias no intervalo $(E, E + dE)$. No caso nuclear a degenerescência é:

$$g(m) = 2J_m + 1, \quad (3.50)$$

onde J_m é o spin do m -ésimo estado excitado.

Diferentes aproximações foram utilizadas para a função de partição nuclear em vários trabalhos de astrofísica. Epstein & Arnett (1975) usaram a mais rudimentar, que considera apenas o estado fundamental,

$$G(A, Z, T) = 2J_0 + 1, \quad (3.51)$$

onde J_0 é o spin do estado fundamental.

Já Aufderheide, Brown, Kuo, Stout & Vogel (1990) levaram em conta o estado fundamental e o estado excitado, envolvido na transição. Por exemplo, no caso da reação

onde o estado 1^+ com energia 0.7388 MeV é o oitavo estado excitado, assim, para o ${}^{60}_{27}\text{Co}_{33}$, a aproximação usada foi

$$\begin{aligned} G(A, Z, T) &= 2J_0 + 1 + (2J_8 + 1) \exp\left(-\frac{0.7388 \text{ MeV}}{k_B T}\right) = \\ &= 11 + 3 \exp\left(-\frac{0.7388 \text{ MeV}}{k_B T}\right), \end{aligned} \quad (3.52)$$

onde para esse núcleo $J_0 = 5$.

Na referência AFWH94 foi usada uma aproximação mais elaborada, dada por:

$$G(A, Z, T) = 2J_0 + 1 + \int_0^\infty \int_0^\infty dE dJ (2J + 1) \rho(E, J) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) \quad (3.53)$$

onde o espectro nuclear, a partir do estado fundamental, é tratado como contínuo, com a densidade de níveis $\rho(E, J)$.

3.3.1. A Densidade de Níveis

A densidade de níveis é uma importante quantidade física que tem sido objeto de várias investigações teóricas e experimentais (Gilbert & Cameron 1965; Dlig, Schantl, Vonach & Uhl 1973; Grimes 1988; Sholmo 1992; Paar 1993; Pichon 1994; Agrawal 1997; Rauscher, Thielemann & Kratz 1997).

Nesta tese utilizamos duas fórmulas diferentes para a densidade de níveis. A primeira foi desenvolvida por Gilbert & Cameron (1965) e tem como ponto de partida o modelo de gás de Fermi para o núcleo. Nesse modelo a densidade de níveis para altas energias é proporcional a $\exp(2\sqrt{aE})$ (Bethe 1936, 1937), onde a é um parâmetro relacionado com a inversa do espaçamento entre níveis. Já as fórmulas

$$N(E) = \exp\left(\frac{E - E_0}{T}\right) \quad (3.54)$$

e

$$\rho(E) = \frac{N(E)}{T} \quad (3.55)$$

forneem um bom ajuste de dados experimentais até 10 MeV de energia de excitação, onde $N(E)$ é o número de níveis com energia menor que E , e E_0 e T são parâmetros. É

preciso introduzir mais um parâmetro, a energia E_x , que é a energia que costura ambas densidades. A determinação desses parâmetros pôde-se encontrar na referência Gilbert & Cameron (1965). A primeira densidade de níveis usada neste trabalho fica, então:

$$\rho_{GAC}(E) = \begin{cases} \rho_{1GAC}(E), & E < E_x \\ \rho_{2GAC}(E), & E > E_x \end{cases}, \quad (3.56)$$

com

$$\rho_{1GAC}(E) = \frac{1}{T} \exp\left(\frac{E - E_0}{T}\right), \quad (3.57)$$

$$\rho_{2GAC}(E) = \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{\exp\left[2\sqrt{a(E - U_0)}\right]}{a^{1/4}(E - U_0)^{5/4}}, \quad (3.58)$$

onde os valores dos parâmetros a , σ , E_0 , T and E_x são dados na tabela 3.2,

$$U_0 = P(Z) + P(N), \quad (3.59)$$

onde $P(Z)$ e $P(N)$ são as energias de pairing de prótons e nêutrons, respectivamente, tomadas da tabela III da referência Gilbert & Cameron (1965)

A dependência do spin pode ser incluída da seguinte forma:

$$\rho_{GAC}(E, J) = \rho_{GAC}(E)R(E, J), \quad (3.60)$$

onde o factor de spin $R(E, J)$ foi escolhido ser do tipo distribuição de Wigner (Bethe 1936; Von Egidy, Behkami & Schmidt 1986), ou seja que:

$$R(E, J) = \frac{2J + 1}{2\sigma^2(E)} \exp\left[-\frac{(J + \frac{1}{2})^2}{2\sigma^2(E)}\right]. \quad (3.61)$$

A segunda fórmula para a densidade de níveis usada foi a *back shifted Fermi gas model*, dada por Dlig, Schantl, Vonach & Uhl (1973). Esta fórmula é baseada nos mesmos princípios que a fórmula anterior só que depende de dois parâmetros livres e pôde-se escrever do seguinte modo:

$$\rho_{BSFGM}(E) = \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{\exp\left[2\sqrt{a(E - \Delta)}\right]}{a^{1/4}(E - \Delta + t)^{5/4}} \quad (3.62)$$

onde a temperatura termodinâmica t é definida por:

$$E - \Delta = at^2 - t \quad (3.63)$$

e o parâmetro de *cut-off* de spin descreve a distribuição de spins. Ele é dado por

$$\sigma^2 = g \langle m_j^2 \rangle t, \quad (3.64)$$

Tabela 3.2: Parâmetros da densidade ρ_{GAC} .

NUCLEUS	a [MeV ⁻¹]	T [MeV]	E_0 [MeV]	E_x [MeV]	σ
$^{59}_{27}\text{Co}_{32}$	8.04	1.06	-0.40	6.7	3.0
$^{60}_{27}\text{Co}_{33}$	7.23	1.14	-1.56	5.1	2.9
$^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$	6.75	1.26	0.80	9.2	2.9
$^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$	6.91	1.37	-1.60	9.9	3.2

Tabela 3.3: Parâmetros da densidade ρ_{BSFGM} .

NÚCLEO	a [MeV ⁻¹]	Δ [MeV]
$^{59}_{27}\text{Co}_{32}$	6.80	-0.72
$^{60}_{27}\text{Co}_{33}$	7.20	-1.88
$^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$	6.00	0.13
$^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$	6.20	-1.32

onde $\langle m_j^2 \rangle$ é o valor médio do quadrado da projeção do número quântico magnético e g é a densidade de estados de partícula única nas proximidades do nível de Fermi.

Para altas excitações pôde-se aproximar por

$$\sigma = 0.015tA^{5/3}. \quad (3.65)$$

Os dois parâmetros livres são a e Δ . O significado físico do parâmetro a é o mesmo que no caso da densidade anterior. Já o parâmetro Δ tem a ver com o gap de energia entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado.

A segunda fórmula é mas moderna que a primeira e tem como vantagem que depende de um número menor de parâmetros livres.

Os valores dos parâmetros a e Δ são dados na tabela 3.3. Os valores dos cinco parâmetros de ρ_{GAC} e os dois de ρ_{BSFGM} foram tomados da referências Gilbert & Cameron (1965) e Averigeanu & Hodgson (1992), respectivamente, uma vez que eles são obtidos usando os dados disponíveis sobre o espaçamento de níveis na faixa de energia correspondente a energia de separação de nêutrons. Para ρ_{BSFGM} usamos o mesmo fator dependente do spin, $R(E, J)$, utilizado com a densidade ρ_{GAC} .

3.3.2. O Problema da Degenerescência

Observando para a equação 3.47 podemos ver que cada estado deve ser contado $g(m)$ vezes. Com o objetivo de analisar essa questão, na aproximação dada pela equação 3.53 calculamos o número de níveis $N(E)$, de duas maneiras diferentes, dadas pela seguintes equações:

$$N(E) = 1 + \int_0^E dE' \rho(E') \quad (3.66)$$

e

$$N(E) = 2J_0 + 1 + \int_0^E dE' \int_0^\infty dJ(2J+1)\rho(E', J) \quad (3.67)$$

onde J_0 é o spin do estado fundamental. Ambas equações foram computadas usando $\rho_{BSFGM}(E, J)$ e $\rho_{GAC}(E, J)$, com

$$\rho_{BSFGM(GAC)}(E, J) = \rho_{BSFGM(GAC)}(E)R(E, J), \quad (3.68)$$

e com $R(E, J)$ dado pela equação 3.61.

Nas Figs. 3.2-3.5 apresentamos, para os núcleos $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$, $^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$, $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$ e $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$, o números de níveis, $N(E)$, dado pela equação 3.66 comparado com os dados experimentais computados contando cada estado só uma vez (gráficos superiores) e $N(E)$ dados pela equação 3.67 comparado com os dados experimentais contado cada estado $2J_m + 1$ vezes (gráficos inferiores).

No caso do $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$ (ver figura 3.2) podemos verificar que o número de níveis computado, usando a densidade de níveis (ρ_{BSFGM} ou ρ_{GAC}), é maior que o número de níveis experimentais. Comparando o gráfico superior e o gráfico inferior da figura 3.2 vemos também que esse fato independe se a degenerescência é ou não é computada. A descrição dos estados discreto de baixa energia usando uma densidade de níveis é muito pobre.

O $^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$ apresenta uma situação bem diferente. No gráfico superior da figura 3.3 podemos ver que o número de níveis computado com ambas densidades de níveis é menor que o número de níveis experimentais, para $E < 2 \text{ MeV}$. Se $E > 2 \text{ MeV}$ o número de níveis computado com ρ_{BSFGM} esta em bom acordo com os dados experimentais. Essa situação muda quando contamos cada estado $2J_m + 1$ vezes (ver gráfico inferior da figura 3.3). Se $E < 0.5 \text{ MeV}$ ($E > 0.5 \text{ MeV}$), o número de níveis computado usando uma densidade de níveis é menor (maior) que o número de níveis experimentais, independentemente da densidade de níveis usada.

Na figura 3.4 mostramos o caso do $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$. O número de níveis computado usando uma densidade de níveis é maior que o número de níveis experimentais e esse fato independe de levar ou não em conta a degenerescência.

Tabela 3.4: Quatro conjuntos de condições termodinâmicas compatíveis com o estágio de pre-supernova. Na primeira coluna temos a condição, na segunda a temperatura, na terceira a densidade e na quarta a fração de elétrons.

CONDIÇÃO	$T [10^9 K] - [MeV]$	$\rho [g \times cm^{-3}]$	Y_e
I	3.40 – 0.29	5.86×10^7	0.47
II	3.80 – 0.33	1.45×10^8	0.45
III	4.93 – 0.42	1.06×10^9	0.43
IV	7.33 – 0.63	4.01×10^{10}	0.41

O caso do $^{60}_{27}Co_{33}$ é mostrado na figura 3.5. Contando cada estado só uma vez (gráfico superior) o número de níveis computado com ρ_{BSFGM} esta em bom acordo com os dados experimentais. Já ρ_{GAC} subestima os dados experimentais. Quando contamos cada estado $2J_m + 1$ vezes, ρ_{BSFGM} sobrestima e ρ_{GAC} subestima o número de níveis experimentais

As figuras 3.2-3.5 mostram que o emprego de densidade de níveis como as usadas em trabalhos prévios (AFWH94) não reproduzem os dados experimentais na faixa de baixas energias.

Qual é a importância da degenerescência desses estados na construção da função de partição nuclear, usada na equação 3.45, nas condições termodinâmicas de pre-supernova?. Podemas responder a esta pergunta estudando o comportamento do factor $\exp(-E/T)$ vs. E , para os vários valores da temperatura usados na referência AFWH94. Nesse trabalho os autores calcularam várias taxas de decaimento beta e captura de elétrons para quatro conjuntos de condições termodinâmicas compatíveis com o estágio de presupernova. Nós apresentamos essas condições na tabela 3.4.

Na figura 3.6 mostramos $\exp(-E/T)$ vs E para as quatro temperaturas que são dadas na tabela 3.4 e podemos ver que a maior contribuição vem da parte dos primeiros estados do espectro. O uso de uma densidade de níveis para todo o intervalo de energia geralmente não é satisfatório, assim, precisamos encontrar uma melhor aproximação para a função de partição nuclear, do que a dada na equação 3.53.

3.3.3. Diferentes Aproximações para a Função de Partição Nuclear

Fizemos duas aproximações diferentes para a função de partição nuclear, para algumas espécies nucleares de interesse astrofísico no estágio de pre-supernova com A por volta de 60.

Figura 3.2: Número de níveis para o $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$. No gráfico superior (inferior) apresentamos sem (com) degenerescência. Os cálculos do número de níveis foi feito para as densidades de n'iveis ρ_{GAC} e ρ_{BSFGM} e comparado com os dados experimentais

Figura 3.3: Número de níveis para o $^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$. No gráfico superior (inferior) apresentamos sem (com) degenerescência. Os cálculos do número de níveis foi feito para as densidades de níveis ρ_{GAC} e ρ_{BSFGM} e comparado com os dados experimentais

Figura 3.4: Número de níveis para o $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$. No gráfico superior (inferior) apresentamos sem (com) degenerescência. Os cálculos do número de níveis foi feito para as densidades de níveis ρ_{GAC} e ρ_{BSFGM} e comparado com os dados experimentais

Figura 3.5: Número de níveis para o $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$. No gráfico superior (inferior) apresentamos sem (com) degenerescência. Os cálculos do número de níveis foi feito para as densidades de níveis ρ_{GAC} e ρ_{BSFGM} e comparado com os dados experimentais

Figura 3.6: Fator $\exp(-E/T)$ vs. a energia E para as temperaturas T_I , T_{II} , T_{III} e T_{IV} (ver tabela 3.4) compatíveis com o estágio de presupernova.

A primeira, e mais simples, aproximação considerando apenas os primeiros estados discretos, é dada por:

$$G_D(A, Z, T) = \sum_{m=0}^{E_D} (2J_m + 1) \exp\left(-\frac{E_m}{k_B T}\right) \quad (3.69)$$

onde as energias foram tomadas de dados experimentais e E_D é o valor da energia até a qual incluímos estados no cálculo da função de partição.

A segunda aproximação feita, que inclui parte do espectro tratado com uma densidade de níveis, é dada por:

$$G_{D+C}(A, Z, T) = G_D(A, Z, T) + \int_{E_D}^{\infty} dE \int_0^{\infty} dJ (2J + 1) \rho(E, J) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right). \quad (3.70)$$

Nós também calculamos a função de partição através da aproximação, definida pela relação 3.53, denotada por:

$$G_C(A, Z, T) = 2J_0 + 1 + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} dE dJ (2J + 1) \rho(E, J) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right). \quad (3.71)$$

As densidades de níveis usadas foram ρ_{GAC} e ρ_{BSFGM} apresentadas na seção 3.3.1, exceto no caso de núcleos par-par onde usamos só ρ_{GAC} . A causa dessa restrição está no fato que, nos núcleos par-par o parâmetro Δ é positivo, e ρ_{BSFGM} não está bem definida nesse caso para $E < \Delta$ como pode-se ver na equação 3.62. Os resultados obtidos são apresentados no capítulo 5.

3.4. INTEGRAIS DE FASE

As integrais de fase dadas pelas relações 3.40, para o decaimento beta, e 3.43 para a captura de elétrons; dependem fortemente das variáveis termodinâmicas da estrela como também do Q da reação. Para poder ver melhor esta dependência apresentamos nas figuras 3.7 e 3.8 o logaritmo das funções Φ (gráfico superior) e Θ (gráfico inferior) para o caso do $^{56}_{27}\text{Co}_{29}$ e $^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$, respectivamente, em função do Q da reação. As funções Φ e Θ foram adimensionalizadas e o valor Q da reação estão em unidades da massa de repouso do elétron.

As quatro curvas apresentadas em cada caso foram calculadas para cada uma das condições termodinâmicas estabelecidas na tabela 3.4. Vemos que, no caso do decaimento beta, a dependência com o valor Q da reação é muito forte perto do limiar da

reação, ou seja, para valores de Q próximos a massa de repouso do elétron, enquanto isso, a dependência do valor das integrais de fase em relação a Q diminui, independentemente das condições termodinâmicas do meio estelar. Já no caso da captura de elétrons (gráficos inferiores das figuras 3.7 e 3.8) a dependência é mais suave que no caso do decaimento beta. Também podemos verificar que a dependência com a carga é quase imperceptível por tratar-se de espécies nucleares muito próximas. Para perceber pequenas diferenças é preciso ir para espécies nucleares bem mais leves ou bem mais pesadas. A dependência é fraca devido ao fato que as integrais de fase dependem da carga e da massa só através da função de Fermi que, como já falamos na primeira seção deste capítulo, representa um fator de correção.

3.5. ELEMENTO DE MATRIZ NUCLEAR

3.5.1. Transições de Fermi e de Gamow-Teller

Na seção 3.1 apresentamos a teoria de Fermi do decaimento beta dando ênfase na parte cinemática da reação. Nesta seção tratamos do elemento de matriz nuclear e dedicaremos o próximo capítulo à descrição do formalismo usado para calculá-lo.

Existem vários trabalhos posteriores ao trabalho de Fermi (1934) que tratam da interação fraca (Wu & Moszkowski 1966; Roy & Nigam 1967). Neles a interação é construída com vários coeficientes que medem as intensidades de diferentes formas de acoplamento. Porém o número de constantes diminui consideravelmente, assim que se requer que a teoria seja invariante sob reflexão temporal, e se consideram certas observações experimentais como, por exemplo, as correlações angulares elétron-neutrino e a polarização dos elétrons emitidos no decaimento beta.

Temos, assim, que só duas constantes reais sobrevivem: G_A e G_V . G_V é associada a parte vectorial do acoplamento e G_A a parte axial-vectorial.

Como falamos na seção 3.1, a aproximação de ordem mais baixa é considerar os núcleons intervinientes como partículas não relativísticas, e as funções de onda dos léptons como ondas planas avaliadas na origem $\vec{r} = 0$. Com estas aproximações obtemos as chamadas *transições beta permitidas*. Se consideramos as variações nas funções de onda dos léptons e consideramos as pequenas componentes das funções de onda dos núcleons obtemos as *transições beta proibidas*. As intensidades das transições proibidas

Figura 3.7: Logaritmo decimal das integrais de fase para o decaimento beta (gráfico superior) e captura eletrônica (gráfico inferior) em função do valor Q da reação em unidades da massa de repouso do electron para o $^{56}_{27}\text{Co}_{29}$. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Figura 3.8: Logaritmo decimal das integrais de fase para o decaimento beta (gráfico superior) e captura de elétron (gráfico inferior) em função do valor Q da reação em unidades da massa de repouso do electron para o $^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela (refct).

são bem menores que as permitidas. Neste tese estudaremos só as contribuições das transições permitidas. Neste contexto o elemento de matriz nuclear da parte vetorial da interação se reduz ao elemento de matriz do operador 1, e da parte axial-vectorial ao elemento de matriz do operador de spin de Pauli $\vec{\sigma}$.

Em uma transição beta um nêutron é transformado em próton enquanto o inverso ocorre na captura de elétrons. Para descrever esses processos é conveniente introduzir os operadores

$$t_{\pm} = \frac{1}{2} (\tau_x \pm i\tau_y) \quad (3.72)$$

onde o operador $\vec{\tau}$ é o operador usual de isospin. Os operadores $t_{\pm}$ satisfazem as seguintes condições:

$$t_+ \phi_p = \phi_n, \quad (3.73)$$

$$t_+ \phi_n = 0, \quad (3.74)$$

$$t_- \phi_n = \phi_p \quad (3.75)$$

e

$$t_- \phi_p = 0, \quad (3.76)$$

onde ϕ_p e ϕ_n indicam estados de próton e nêutron respectivamente. O operador t_+ descreve a captura de elétron e o decaimento β^+ , enquanto que o operador t_- descreve o decaimento β^- .

Em um decaimento beta podemos ter ambas contribuições simultaneamente, ou seja que:

$$\lambda \propto G_V^2 |\mathcal{M}_F|^2 + G_A^2 |\mathcal{M}_{GT}|^2 \quad (3.77)$$

onde por simplicidade omitimos a parte cinemática, e $|\mathcal{M}_F|$ e $|\mathcal{M}_{GT}|$ são conhecidos na literatura como os *elementos de matriz de Fermi* e *Gamow-Teller*, respectivamente, definidos por (Brussaard & Glaudemans 1977):

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_F|^2 &\equiv \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_f} \left| \left\langle J_f M_f T_f T_{fz} \left| 1 \sum_{k=1}^A t_{\pm}(k) \right| J_i M_i T_i T_{iz} \right\rangle \right|^2 \\ &= \left| \left\langle J_f M T_f T_{fz} \left| 1 \sum_{k=1}^A t_{\pm}(k) \right| J_i M T_i T_{iz} \right\rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (3.78)$$

e

$$|\mathcal{M}_{GT}|^2 \equiv \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{qM_iM_f} \left| \left\langle J_f M_f T_f T_{fz} \left| \sum_{k=1}^A \sigma_q(k) t_{\pm}(k) \right| J_i M_i T_i T_{iz} \right\rangle \right|^2, \quad (3.79)$$

onde A é o número de núcleons, os subíndices f e i indicam estados finais e iniciais, respectivamente, e $|JMTT_z\rangle$ é o estado nuclear caracterizado pelo spin total J , o número quântico magnetico M , isospin total T e sua projeção sobre o eixo z do espaço de isospin, T_z . Com q indicamos as três componentes cartesianas do operador $\vec{\sigma}$, ou seja que $q = x, y$ ou z . É conveniente expressar o operador de spin em componentes esféricas σ_m com $m = -1, 0$ ou $+1$, definidas pela transformação:

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_{-1} - \sigma_{+1}) \quad (3.80)$$

$$\sigma_y = \frac{i}{\sqrt{2}} (\sigma_{-1} + \sigma_{+1}) \quad (3.81)$$

$$\sigma_z = \sigma_0, \quad (3.82)$$

assim a equação 3.79 fica:

$$|\mathcal{M}_{GT}|^2 \equiv \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{mM_iM_f} \left| \left\langle J_f M_f T_f T_{fz} \left| \sum_{k=1}^A \sigma_m(k) t_{\pm}(k) \right| J_i M_i T_i T_{iz} \right\rangle \right|^2. \quad (3.83)$$

3.5.2. Regras de seleção

No caso das transições de Fermi, a parte espacial do operador é simplesmente o operador 1 que não troca spin, porém, como é um operador escalar, tem que ser invariante sob transformações do operador paridade Π . Com respeito à parte de isospin temos

$$\sum_{k=1}^A t_{\pm}(k) = T_{\pm}, \quad (3.84)$$

que afeta só a orientação do isospin nuclear ou seja a projeção T_z . Logo temos que

$$|\mathcal{M}_F|^2 \neq 0 \text{ para } \begin{cases} \Delta J = 0 \\ \Delta T = 0 \\ \Delta \Pi = 0 \end{cases}.$$

Para as transições de Gamow Teller a parte espacial é dada pelo operador de spin $\vec{\sigma}$, que também permanece invariante sob transformações de paridade. Para determinar

as regras de seleção relativas ao momento angular total e ao isospin, é conveniente expressar a equação 3.83 usando o *teorema de Wigner-Eckart*:

$$|\mathcal{M}_{GT}|^2 = \frac{|\langle T_i T_{iz} 1 \pm 1 | T_f T_{fz} \rangle|^2}{2(2J_i + 1)(T_f + 1)} \left| \left\langle J_f T_f \left\| \sum_{k=1}^A \vec{\sigma}(k) \cdot \vec{\tau}(k) \right\| J_i T_i \right\rangle \right|^2 \quad (3.85)$$

onde definimos as componentes esféricas do operador de isospin $\tau_{\pm 1} = 2t_{\pm 1}$, $\langle T_i T_{iz} 1 \pm 1 | T_f T_{fz} \rangle$ é o usual *coeficiente de Clebsch-Gordan* e com " $\| \|$ " indicamos o elemento de matriz reduzido. No nosso caso usamos " $\| \| \| \|$ " pelo fato de ter empregado o teorema de Wigner Eckart, no espaço de spin e no de isospin. Das propriedades dos coeficientes de Clebsch Gordan e da conservação da paridade (válida só no caso das transições permitidas) obtemos a seguintes regras de seleção para as transições de Gamow-Teller:

$$|\mathcal{M}_{GT}|^2 \neq 0 \text{ para } \begin{cases} \Delta J = 0 \text{ ou } 1 \text{ (não } J_i = 0 \rightarrow J_f = 0) \\ \Delta T = 0 \\ \Delta \Pi = 0 \end{cases} \quad (3.86)$$

3.5.3. Valores do $\log(ft)$ e Meia Vida

A expressão 3.26, para a taxa do decaimento beta segundo a teoria de Fermi, pode ser escrita considerando os dois tipos de transições, como:

$$\lambda = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z, Q) \left(G_V^2 |\mathcal{M}_F|^2 + G_A^2 |\mathcal{M}_{GT}|^2 \right), \quad (3.87)$$

onde a função $f(Z, Q)$ é a integral de fase, cuja variável de integração é a energia em unidades da massa de repouso do elétron. Definimos a meia vida t como:

$$t = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (3.88)$$

Logo temos que

$$f(Z, Q)t = \frac{K}{\left(G_V^2 |\mathcal{M}_F|^2 + G_A^2 |\mathcal{M}_{GT}|^2 \right)}, \quad (3.89)$$

onde

$$K = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4} = 1.231 \times 10^{-94} \text{ erg}^2 \times \text{cm}^6 \times \text{seg}. \quad (3.90)$$

Como o valor $f(Z, Q)t$, que na literatura aparece simplesmente como o valor ft , varia em vários ordens de grandeza, é usual usar o $\log(ft)$, que para as transições permitidas varia na maioria dos casos entre 3 e 6, enquanto que valores maiores são característicos das transições proibidas.

En nossos cálculos levamos em conta só o elemento de matriz de Gamow-Teller que para os núcleos da camada fp é de maior importância que o elemento de matriz nuclear de Fermi (Kar, Ray & Sarkar, 1994).

Logo a equação 3.87 fica

$$\lambda = \frac{m_e^5 c^4 G_A^2 |\mathcal{M}_{GT}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z, Q), \quad (3.91)$$

onde para a constante G_A usamos o valor $1.4 \times 10^{-49} \text{ erg} \times \text{cm}^3$.

3.5.4. Aproximação de duas partículas

Como exemplo, nesta seção, vamos a descrever, brevemente, uma aproximação simples para o cálculo dos elementos de matriz de Gamow-Teller, dado pela equação 3.79, chamada aproximação de duas partículas. Esta aproximação, como falamos na introdução, foi usada por Fuller, Fowler & Newman (1980) e consiste em considerar só duas partículas de valência na avaliação do elemento de matriz nuclear. Ou seja que a equação 3.79 fica

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{GT}|^2 &= \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_f} \left| \left\langle J_f M_f T_f T_{fz} \left| \tau_{\pm}(1) \vec{\sigma}(1) + \tau_{\pm}(2) \vec{\sigma}(2) \right| J_i M_i T_i T_{iz} \right\rangle \right|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{m M_i M_f} (-1)^m \langle M_f | -\sigma_m(1) + \sigma_m(2) | M_i \rangle \langle M_i | -\sigma_{-m}(1) + \sigma_{-m}(2) | M_f \rangle, \end{aligned} \quad (3.92)$$

onde, para o operador $\vec{\sigma}$, usamos as componentes esféricas definidas nas equações 3.80, 3.81 e 3.82, e a notação compacta

$$\begin{aligned} \langle M_f | \sigma_m(1) | M_i \rangle &\equiv \\ \left\langle J_f(j'_1 j_2)(l_1 l_2) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) M_f | \sigma_m(1) | J_i(j_1 j_2)(l_1 l_2) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) M_i \right\rangle, \end{aligned} \quad (3.93)$$

que, usando o teorema de Wigner-Eckart, fica

$$\begin{aligned} \langle M_f | \sigma_m(1) | M_i \rangle &= \\ (-1)^{\frac{1}{2} + M_f + l_1 + j_1 + j'_1 + j_2 + J_i + J_f} &\times \\ \sqrt{6(2J_f + 1)(2J_i + 1)(2j_1 + 1)(2j'_1 + 1)} &\times \\ \begin{pmatrix} J_f & 1 & J_i \\ -M_f & m & M_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & j'_1 & l_1 \\ j_1 & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j'_1 & J_f & j_2 \\ J_i & j_1 & 1 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.94)$$

No caso do $\langle M_f | \sigma_m(2) | M_i \rangle$ temos uma relação similar:

$$\begin{aligned}
 \langle M_f | \sigma_m(2) | M_i \rangle = & \\
 & (-1)^{\frac{1}{2} + M_f + l_2 + j_1 + j_2 + j'_2 + J_i + J_f} \times \\
 & \sqrt{6 (2J_f + 1) (2J_i + 1) (2j_2 + 1) (2j'_2 + 1)} \times \\
 & \begin{pmatrix} J_f & 1 & J_i \\ -M_f & m & M_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & j'_2 & l_2 \\ j_2 & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j'_2 & J_f & j_1 \\ J_i & j_2 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (3.95)
 \end{aligned}$$

4. FORMALISMO USADO NA CONSTRUÇÃO DOS ELEMENTOS DE MATRIZ NUCLEARES

4.1. A HAMILTONIANA

Para calcular os elementos de matriz nucleares é necessário contruir os estados finais e iniciais do núcleo filho e pai respectivamente. Com esse objetivo partimos da seguinte hamiltoniana para descrever o núcleo:

$$H = H_P + H_N + H_{PN}, \quad (4.1)$$

onde H_P (H_N) representa a hamiltoniana para prótons (nêutrons) e H_{PN} representa a interação residual entre protons e neutrons. H_P e H_N podem ser escritos como:

$$H_T = H_{sp} + H_{res}, \quad (4.2)$$

com $T = P$ ou N , onde na notação de segunda quantização,

$$H_{sp} = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} C_{\alpha}^{\dagger} C_{\alpha} \quad (4.3)$$

é a hamiltoniana de partícula independente e

$$H_{res} = \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} C_{\alpha}^{\dagger} C_{\beta}^{\dagger} C_{\delta} C_{\gamma}. \quad (4.4)$$

O significado dos símbolos empregados é: α designa todos os números quânticos necessários para caracterizar o estado de partícula independente ϕ_{α} , ou seja $\alpha \equiv$

$\{n_a, l_a, j_a, m_a\} \equiv \{a, m_a\}$, $C_a^\dagger$ (C_a) é o operador de criação (destruição) de uma partícula no estado ϕ_a , ε_a é a energia de partícula independente do estado ϕ_a e $V_{\alpha\beta\gamma\delta}$ é o elemento de matriz antissimetrizado da interação efectiva entre dois núcleons idênticos num potencial central, explicitamente:

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = \langle \alpha(1)\beta(2) | V(1,2) | \gamma(1)\delta(2) - \delta(1)\gamma(2) \rangle. \quad (4.5)$$

Dado que $V(1,2)$ é invariante com respeito a rotações, é conveniente introduzir a notação:

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2} \sum_{JM} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle \langle j_c m_c j_d m_d | JM \rangle g_J(abcd) = \sum_{JM} \langle j_a m_a j_c - m_c | JM \rangle \langle j_d m_d j_b - m_b | JM \rangle S_\beta S_\gamma f_J(acdb), \quad (4.6)$$

onde $\langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle$ são os *coeficientes de Clebsch-Gordon* usuais e

$$S_\beta = (-1)^{j_b - m_b}, \quad (4.7)$$

e $g_J(abcd)$ é o elemento de matriz partícula-partícula da interação residual, definido por :

$$g_J(abcd) = 2(1 + \delta_{ab})^{1/2}(1 + \delta_{cd})^{1/2} \langle abJM | V(1,2) | cdJM \rangle, \quad (4.8)$$

onde $\langle abJM | V(1,2) | cdJM \rangle$ é o elemento de matriz normalizado e antissimetrizado do modelo de camadas, ao passo que $|abJM\rangle$ é a função de onda normalizada e antissimetrizada com momento angular JM e com as partículas ocupando orbitais com números quânticos a e b . A função f_J é o elemento de matriz partícula-buraco relacionada com g_J por

$$f_J(abcd) = \sum_{J'} (2J' + 1) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & J' \end{Bmatrix} g_{J'}(adcb), \quad (4.9)$$

onde $\begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & J' \end{Bmatrix}$ é o coeficiente $6j$.

As funções g_J e f_J satisfazem as seguintes relações de simetria:

$$g_J(abcd) = -\theta(abJ)g_J(bacd) = g_J(cdab) \quad (4.10)$$

e

$$f_J(abcd) = \theta(abJ)f_J(badc) = f_J(cdab), \quad (4.11)$$

com

$$\theta(abJ) = (-1)^{j_a+j_b+J}. \quad (4.12)$$

O termo H_{PN} que aparece em na equação 4.1, tem a seguinte forma:

$$H_{PN} = \sum_{\pi\nu\pi'\nu'} V_{\pi\nu\pi'\nu'} N(C_\pi^\dagger C_\nu^\dagger C_{\nu'} C_{\pi'}), \quad (4.13)$$

onde N denota o produto normal de operadores fermionicos.

Dado que $V_{\pi\nu\pi'\nu'}$ também é invariante sob rotações é conveniente introduzir as seguintes notações:

$$\begin{aligned} V_{\pi\nu\pi'\nu'} &= \sum_{JM} \langle j_p m_p j_n m_n | JM \rangle \langle j_{p'} m_{p'} j_{n'} m_{n'} | JM \rangle g_J(pn p' n') = \\ &\sum_{JM} \langle j_p m_p j_{n'} - m_{n'} | JM \rangle \langle j_{p'} m_{p'} j_n - m_n | JM \rangle S_\nu S_{\nu'} f_J(pn p' n'). \end{aligned} \quad (4.14)$$

As funções g_J e f_J satisfazem, neste caso, as seguintes relações de simetria:

$$g_J(pn p' n') = \theta(pnJ) g_J(np p' n') = g_J(p' n' pn) \quad (4.15)$$

e

$$f_J(pn p' n') = -\theta(pnJ) f_J(np n' p') = f_J(p' n' pn). \quad (4.16)$$

4.2. APROXIMAÇÃO BCS USUAL

O operadores de criação ($a_\alpha^\dagger$) e aniquilação (a_α) de quasipartículas correspondentes ao estado ϕ_α são introduzidos por intermédio da *transformação de Bogoliubov-Valatin*

$$\begin{pmatrix} a_\alpha^\dagger \\ a_{\bar{\alpha}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_a & -v_a \\ v_a & u_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_\alpha^\dagger \\ C_{\bar{\alpha}} \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

onde foi usada a seguinte definição para inversão temporal:

$$C_{\bar{\alpha}} = S_\alpha C_{a, -m_a}. \quad (4.18)$$

As quantidades u_a e v_a são números reais satisfazendo

$$u_a^2 + v_a^2 = 1. \quad (4.19)$$

A transformação inversa de 4.17 é:

$$\begin{pmatrix} C_\alpha^\dagger \\ C_{\bar{\alpha}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_a & v_a \\ -v_a & u_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_\alpha^\dagger \\ a_{\bar{\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

Observamos que os operadores $a_\alpha^\dagger$ e a_α satisfazem as regras de anticomutação fermiônicas:

$$\{a_\alpha, a_\beta^\dagger\} = \delta_{\alpha\beta}, \quad (4.21)$$

$$\{a_\alpha, a_\beta\} = \{a_\alpha^\dagger, a_\beta^\dagger\} = 0. \quad (4.22)$$

Utilizando a equação 4.20, as hamiltonianas H_P e H_N podem ser reescritas como:

$$H_T = H_{00} + H_{11} + H_{20} + H_{02} + H_{res}^{qp}, \quad (4.23)$$

onde:

$$H_{00} = \sum_a \hat{a}^2 \left[\left(\varepsilon_a - \frac{1}{2} \mu_a \right) v_a^2 - \frac{1}{2} u_a v_a \Delta_a \right], \quad (4.24)$$

$$H_{11} = \sum_a \hat{a} \left[(u_a^2 - v_a^2) (\varepsilon_a - \mu_a) + 2u_a v_a \Delta_a \right] \bar{A}_{00}(aa), \quad (4.25)$$

$$H_{20} = H_{02}^\dagger = - \sum_a \hat{a} \left[(\varepsilon_a - \mu_a) u_a v_a - \frac{1}{2} (u_a^2 - v_a^2) \Delta_a \right] A_{00}^\dagger(aa), \quad (4.26)$$

e

$$H_{res}^{qp} = H_{22} + H_{31} + H_{13} + H_{40} + H_{04} \quad (4.27)$$

é a interação residual entre quasipartículas com:

$$H_{22} = \frac{1}{8} \sum_{abcdJM} [(u_a u_b u_c u_d + v_a v_b v_c v_d) g_J(abcd) + 4u_a v_b u_c v_d f_J(abcd)] \times \\ \times \bar{A}_{JM}^\dagger(ab) A_{JM}(cd), \quad (4.28)$$

$$H_{40} = H_{04}^\dagger = \frac{1}{4} \sum_{abcdJM} g_J(bacd) u_a u_b v_c v_d (-1)^{J+M} A_{J-M}^\dagger(ba) A_{JM}^\dagger(cd) \quad (4.29)$$

e

$$H_{31} = H_{13}^\dagger = -\frac{1}{4} \sum_{abcdJM} g_J(bacd) (u_a u_b u_c v_d - v_a v_b v_c u_d) \times \\ \times (-1)^{J+M} A_{J-M}^\dagger(ba) \bar{A}_{JM}(cd). \quad (4.30)$$

Os operadores $A_{JM}^\dagger(ab)$ e $\bar{A}_{JM}(ab)$ são definidos por:

$$A_{JM}^\dagger(ab) = \sum_{m_a m_b} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle a_\beta^\dagger a_\alpha^\dagger \quad (4.31)$$

$$\bar{A}_{JM}(ab) = \sum_{m_a m_b} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle a_\beta^\dagger a_{\bar{\alpha}}, \quad (4.32)$$

- ao passo que

$$\Delta_a = -\frac{1}{4} \hat{a}^{-1} \sum_c \hat{c} g_0(aacc) u_c v_c, \quad (4.33)$$

é chamado parâmetro de *gap*, e

$$\mu_a = -\frac{1}{2} \hat{a}^{-1} \sum_c \hat{c} f_0(aacc) v_c^2 \quad (4.34)$$

é a autoenergia, com

$$\hat{a} = \sqrt{2j_a + 1}. \quad (4.35)$$

O termo H_{PN} , que aparece na equação 4.1, e cuja forma explícita está na equação 4.13, pode ser escrito como:

$$H_{PN} = H_{22}^{PN} + H_{31}^{PN} + H_{13}^{PN} + H_{40}^{PN} + H_{04}^{PN}, \quad (4.36)$$

onde:

$$H_{22} = \frac{1}{8} \sum_{pn p' n' J M} [(u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) g_J(pn p' n') + 4u_p v_n u_{p'} v_{n'} f_J(pn p' n')] \times \\ \times A_{JM}^\dagger(pn) A_{JM}(p' n'), \quad (4.37)$$

$$H_{40} = H_{04}^\dagger = \frac{1}{8} \sum_{pn p' n' J M} g_J(npp' n') u_p u_n v_{p'} v_{n'} (-1)^{J+M} A_{J-M}^\dagger(pn) A_{JM}^\dagger(p' n'), \quad (4.38)$$

$$H_{31} = H_{13}^\dagger = -\frac{1}{4} \sum_{pn p' n' J M} g_J(npp' n') (u_p u_n u_{p'} v_{n'} - v_p v_n v_{p'} u_{n'}) \times \\ \times (-1)^{J+M} A_{J-M}^\dagger(pn) \bar{A}_{JM}(p' n'). \quad (4.39)$$

4.2.1. O Estado Fundamental

Para cada hamiltoniana H_T (com $T = P$ ou N), definimos um vácuo de quasipartícula dado por:

$$a_\alpha |\tilde{\Psi}_0\rangle = 0, \quad (4.40)$$

(com $\alpha = \pi$ ou ν) o qual é satisfeito por

$$|\tilde{\Psi}_0\rangle = \prod_{am_a > 0} (u_a + v_a C_\alpha^\dagger C_{\bar{\alpha}}^\dagger) |0\rangle. \quad (4.41)$$

Visto que o vácuo de quasipartícula $|\tilde{\Psi}_0\rangle$ não é um autoestado do operador número de partícula,

$$\hat{N} = \sum_\alpha C_\alpha^\dagger C_\alpha = \\ = \sum_a \left\{ \hat{a}^2 v_a^2 + \hat{a} (u_a^2 - v_a^2) \bar{A}_{00}(aa) + \hat{a} u_a v_a [A_{00}(aa) + A_{00}^\dagger(aa)] \right\}, \quad (4.42)$$

somos obrigados a:

i) Introduzir o potencial químico λ e diagonalizar a hamiltoniana

$$H(\lambda) = H - \lambda \hat{N}, \quad (4.43)$$

onde explicitamente

$$H(\lambda) = H_{00}(\lambda) + H_{11}(\lambda) + H_{20}(\lambda) + H_{02}(\lambda) + H_{res}^{qp}, \quad (4.44)$$

com

$$\begin{aligned} H_{00}(\lambda) &= H_{00} - \lambda \sum_a \hat{a}^2 v_a^2 = \\ &= \sum_a \hat{a}^2 \left[\left(\varepsilon_a - \frac{1}{2} \mu_a - \lambda \right) v_a^2 - \frac{1}{2} u_a v_a \Delta_a \right], \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} H_{11}(\lambda) &= H_{11} - \lambda \sum_a \hat{a} (u_a^2 - v_a^2) \bar{A}_{00}(aa) = \\ &= - \sum_a \hat{a} \left[(u_a^2 - v_a^2) (\varepsilon_a - \mu_a - \lambda) + 2u_a v_a \Delta_a \right] \bar{A}_{00}(aa), \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} H_{20}(\lambda) &= H_{02}^\dagger(\lambda) = H_{20} - \lambda \sum_a \hat{a} u_a v_a A_{00}^\dagger(aa) = \\ &= - \sum_a \hat{a} \left[(\varepsilon_a - \mu_a - \lambda) u_a v_a - \frac{1}{2} (u_a^2 - v_a^2) \Delta_a \right] A_{00}^\dagger(aa); \end{aligned} \quad (4.47)$$

ii) impor a condição de que o valor esperado do operador $\hat{N}$ seja igual ao número n_0 de partículas em consideração.

Em resumo, os parâmetros u_a e v_a serão obtidos das condições

$$\frac{\partial \langle \tilde{\Psi}_0 | H(\lambda) | \tilde{\Psi}_0 \rangle}{\partial v_a} = 0 \quad (4.48)$$

e

$$\langle \tilde{\Psi}_0 | \hat{N} | \tilde{\Psi}_0 \rangle = n_0, \quad (4.49)$$

que conduzem ao um conjunto de equações conhecidas como *equações de gap*, que são:

$$2(\varepsilon_a - \mu_a - \lambda) u_a v_a - (u_a^2 - v_a^2) \Delta_a = 0 \quad (4.50)$$

e

$$n_0 = \sum_a \hat{a}^2 v_a^2. \quad (4.51)$$

Utilizando a equação 4.50 é óbvio que

$$H_{20}(\lambda) = H_{02}(\lambda) = 0, \quad (4.52)$$

e que $H_{11}(\lambda)$ toma a forma simples

$$H_{11}(\lambda) = \sum_{\alpha} E_{\alpha}(\lambda) a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}, \quad (4.53)$$

sendo $E_{\alpha}(\lambda)$ a energia de quasipartícula medida em relação ao estado fundamental, e dadas por

$$E_{\alpha}(\lambda) = 2u_{\alpha}v_{\alpha}\Delta_{\alpha} + (u_{\alpha}^2 - v_{\alpha}^2)(\varepsilon_{\alpha} - \mu_{\alpha} - \lambda) = \sqrt{(\varepsilon_{\alpha} - \mu_{\alpha} - \lambda)^2 + \Delta_{\alpha}^2}. \quad (4.54)$$

Assim que são calculados os valores dos parâmetros supercondutores para prótons e para nêutrons separadamente, e os seus respectivos potenciais químicos, o estado fundamental é construído como o produto dos vácuos de próton e nêutron, explicitamente

$$|\Psi_0\rangle = \prod_{pm_p > 0} \prod_{nm_n > 0} (u_p + v_p C_p^{\dagger} C_{\bar{p}}^{\dagger}) (u_n + v_n C_n^{\dagger} C_{\bar{n}}^{\dagger}) |0\rangle. \quad (4.55)$$

A energia do estado fundamental é obviamente:

$$E_{BCS} = \sum_{T=P,N} H_{T00} = \sum_{T=P,N} [H_{T00}(\lambda_T) + \lambda_T n_{0T}]. \quad (4.56)$$

4.2.2. Estados de Uma Quasipartícula

A descrição mais simples de um núcleo ímpar é através de um estado de uma quasipartícula. Suponhamos que essa quasipartícula é um quasipróton no estado ϕ_{π} , então o estado de um quasipróton é dado por:

$$|\Psi(\pi)\rangle = a_{\pi}^{\dagger} |\Psi_0\rangle = a_{\pi}^{\dagger} \prod_{p'm_{p'} > 0} \prod_{nm_n > 0} (u_{p'} + v_{p'} C_{p'}^{\dagger} C_{\bar{p'}}^{\dagger}) (u_n + v_n C_n^{\dagger} C_{\bar{n}}^{\dagger}) |0\rangle, \quad (4.57)$$

tendo como energia:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_p &= \left\langle \Psi(\pi) \left| \sum_{T=P,N} H_T(\lambda_T) \right| \Psi(\pi) \right\rangle + \sum_{T=P,N} \lambda_T n_{0T} = \\ &= \left\langle \Psi(\pi) \left| \sum_{T=P,N} [H_T - \lambda_T (\hat{N}_T - n_{0T})] \right| \Psi(\pi) \right\rangle \equiv E_{BCS} + E_p(\lambda_p). \end{aligned} \quad (4.58)$$

4.2.3. Estados de Duas ou Mais Quasipartículas

Os estados mais baixos em núcleos pares superconductores correspondem a excitações de duas quasipartículas. Já para os núcleos ímpares as excitações que seguem em energia as excitações de uma quasipartícula são as excitações de três quasipartículas.

Em outras palavras, em núcleos pares teremos o estado com zero quasipartícula dado por $|\Psi_0\rangle$, cuja energia é E_{BCS} , e estados de duas quasipartículas. Por exemplo, para um núcleo par em nêutrons e par em prótons poderemos ter os seguintes tipos de excitações de duas quasipartículas:

$$|\Psi(pp'JM)\rangle = A_{JM}^\dagger(pp')|\Psi_0\rangle \quad (4.59)$$

e

$$|\Psi(nn'JM)\rangle = A_{JM}^\dagger(nn')|\Psi_0\rangle; \quad (4.60)$$

no caso de um núcleo par, ímpar em neutrons e ímpar em protons a correspondente excitação de duas quasipartículas terá a forma:

$$|\Psi(pnJM)\rangle = A_{JM}^\dagger(pn)|\Psi_0\rangle. \quad (4.61)$$

As energias não perturbadas para esses tipos de excitações são $E_{BCS} + E_p(\lambda_P) + E_{p'}(\lambda_P)$, $E_{BCS} + E_n(\lambda_N) + E_{n'}(\lambda_N)$ e $E_{BCS} + E_p(\lambda_P) + E_n(\lambda_N)$, respectivamente.

Para núcleos ímpares teremos o caso par em prótons e ímpar em nêutrons, onde as excitações de uma quasipartícula são da forma:

$$|\Psi(\nu)\rangle = a_\nu^\dagger|\Psi_0\rangle, \quad (4.62)$$

ao passo que as possíveis excitações para três quasipartículas são:

$$\begin{aligned} |\Psi(nn'J_1n''; JM)\rangle &= B^\dagger(nn'J_1n''; JM)|\Psi_0\rangle \equiv \\ &\equiv \sum_{M_1m_{n''}} \langle J_1M_1j_{n''}m_{n''}|JM\rangle A_{J_1M_1}^\dagger(nn')a_{\nu''}^\dagger|\Psi_0\rangle \end{aligned} \quad (4.63)$$

e

$$\begin{aligned} |\Psi(npJ_1p'; JM)\rangle &= B^\dagger(npJ_1p'; JM)|\Psi_0\rangle \equiv \\ &\equiv \sum_{M_1m_{p'}} \langle J_1M_1j_{p'}m_{p'}|JM\rangle A_{J_1M_1}^\dagger(np)a_{\pi'}^\dagger|\Psi_0\rangle; \end{aligned} \quad (4.64)$$

e o caso ímpar em prótons e par em nêutrons ,onde as expressões para as excitações de uma e três quasipartículas são:

$$|\Psi(\pi) \rangle = a_{\pi}^{\dagger} |\Psi_0 \rangle, \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} |\Psi(pp' J_1 p''; JM) \rangle &= B^{\dagger}(pp' J_1 p''; JM) |\Psi_0 \rangle \equiv \\ &\equiv \sum_{M_1 m_{p''}} \langle J_1 M_1 j_{p''} m_{p''} | JM \rangle A_{J_1 M_1}^{\dagger}(pp') a_{\pi''}^{\dagger} |\Psi_0 \rangle. \end{aligned} \quad (4.66)$$

e

$$\begin{aligned} |\Psi(pn J_1 n'; JM) \rangle &= B^{\dagger}(pn J_1 n'; JM) |\Psi_0 \rangle \equiv \\ &\equiv \sum_{M_1 m_{n'}} \langle J_1 M_1 j_{n'} m_{n'} | JM \rangle A_{J_1 M_1}^{\dagger}(pn) a_{\nu'}^{\dagger} |\Psi_0 \rangle. \end{aligned} \quad (4.67)$$

As energias não perturbadas destes estados têm, obviamente, o termo E_{BCS} e os termos das energias das quasipartículas correspondentes.

Notemos que os estados de duas e três quasipartículas dados acima não estão normalizados. Os correspondentes estados normalizados para duas quasipartículas são

$$|ab JM \rangle = \mathcal{A}_{JM}^{\dagger}(ab) |\Psi_0 \rangle, \quad (4.68)$$

onde

$$\mathcal{A}_{JM}^{\dagger}(ab) = N(ab) A_{JM}^{\dagger}(ab), \quad (4.69)$$

com

$$N(ab) = (1 + \delta_{ab})^{-\frac{1}{2}}; \quad (4.70)$$

e para os estados de três quasipartículas temos

$$|ab J_1 c; JM \rangle = \mathcal{B}^{\dagger}(ab J_1 c; JM) |\Psi_0 \rangle, \quad (4.71)$$

onde

$$\mathcal{B}^{\dagger}(ab J_1 c; JM) |\Psi_0 \rangle = N(ab J_1 c, J) B^{\dagger}(ab J_1 c; JM) |\Psi_0 \rangle, \quad (4.72)$$

com

$$N(ab J_1 c, J) = \begin{cases} 1, & \text{se } a \neq b \neq c \\ \frac{\sqrt{2}}{2}, & \text{se } a = b \neq c \end{cases}. \quad (4.73)$$

Se $a = b = c$, na maioria dos casos $N(ab J_1 c, J)$ é apenas um número. Em particular, se $j_a \leq 7/2$ isto é sempre verdadeiro. Entretanto, nos casos onde é necessário tomar uma combinação linear de estados com diferentes valores de J_1 afim de construir um

conjunto ortonormal, o número quântico J_1 , que aparece em $B^\dagger(abJ_1c; JM)$, é usado para identificar os estados desta combinação linear e $N(abJ_1c, J)$ torna-se um operador que realiza esta particular soma. Maiores detalhes sobre a construção do conjunto ortonormal $B^\dagger(abJ_1c; JM)$ estão dados no apêndice A.

É prática comum (Raj et al 1967; Ottaviani et al 1967; Kuo et al 1966) em cálculos utilizando a aproximação BCS que certos estados, os quais não têm qualquer componente com o número de partículas desejado, sejam eliminado do espaço em que estejamos trabalhando. Estes estados, conhecidos como *estados espúrios*, podem ser facilmente eliminados, veja o apêndice B.

4.3. APROXIMAÇÃO DE TAMM-DANCOFF PARA QUASIPARTÍCULAS (QTDA)

No caso de núcleos ímpares a equação secular para o i -ésimo autovalor, correspondendo a autofunção com momento angular J e uma dada paridade para o caso em que tenhamos estados de uma e três quasipartículas, é dada por:

$$\begin{pmatrix} E_{BCS} + E_J(\lambda) & \bar{\mathcal{L}}(deJ_1f, J) \\ \bar{\mathcal{L}}(abJ_1c, J) & \bar{\mathcal{K}}(abJ_1c, deJ_1f, J) + [E_{BCS} + E_a(\lambda) + E_b(\lambda) + E_c(\lambda)] \hat{I} \end{pmatrix} \times \\ \begin{pmatrix} \chi_1^i(J) \\ \chi_3^i(deJ_1'f, J) \end{pmatrix} = \omega_J^i \begin{pmatrix} \chi_1^i(J) \\ \chi_3^i(abJ_1c, J) \end{pmatrix}, \quad (4.74)$$

onde

$$\bar{\mathcal{L}}(deJ_1f, J) = N(deJ_1'f, J) \mathcal{L}(deJ_1'f, J) \quad (4.75)$$

e

$$\bar{\mathcal{K}}(abJ_1c, deJ_1f, J) = N(deJ_1'f, J) N(abJ_1c, J) \mathcal{K}(abJ_1c, deJ_1f, J) \quad (4.76)$$

sendo $\hat{I}$ a matriz unidade.

$\mathcal{L}$ é o elemento de matriz de H_{13} dada pela equação 4.30, entre estados de uma e três quasipartículas e $\mathcal{K}$ é o elemento de matriz de H_{22} entre estados de três quasipartículas. Expressões explícitas de $\mathcal{L}$ e $\mathcal{K}$ são dadas no apêndice C. Novamente ω_J^i , $\chi_1^i(J)$ e $\chi_3^i(abJ_1c, J)$ são obtidas resolvendo-se o problema secular dado na equação 4.74.

A i -ésima autofunção com momento angular JM será

$$\Psi^i(JM) = \chi_1^i a_{JM}^\dagger |\Psi_0\rangle + \sum_{deJ_1'f} \chi_3^i(deJ_1'f, J) B^\dagger(deJ_1'f; JM) |\Psi_0\rangle. \quad (4.77)$$

4.4. APROXIMAÇÃO DE FASES ALEATÓRIAS PARA QUASIPARTÍCULAS (QRPA)

No caso de núcleos pares (ímpares em próton e nêutron) só construímos excitações de duas quasipartículas (um quasipróton e um quasinêutron), mais no formalismo da QRPA.

Nessa aproximação a i -ésima autofunção com momento angular JM é dada por

$$\Psi^i(JM) = \sum_{ab} \left[X_2^i(ab, J) \mathcal{A}_{JM}^\dagger(ab) - Y_2^i(ab, J) \bar{\mathcal{A}}_{JM}^-(ab) \right] |\tilde{\Psi}_0\rangle \quad (4.78)$$

onde

$$\bar{\mathcal{A}}_{JM}(ab) = N(ab) \bar{A}_{JM}(ab) \quad (4.79)$$

e os coeficientes $X_2^i(ab, J)$ e $Y_2^i(ab, J)$ são solução da equação de autovalores

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_2^i \\ Y_2^i \end{pmatrix} = \omega^i \begin{pmatrix} X_2^i \\ Y_2^i \end{pmatrix}. \quad (4.80)$$

onde a forma explícita das matrizes α e β estão no apêndice C. Para estes núcleos calculamos somente as transições entre o primeiros estado excitado com $J^\pi = 1^+$ e o estado fundamental do núcleo filho ($J^\pi = 0^+$). Nesses casos o elemento de matriz nuclear para o operador de transição são:

$$\langle 0^+ \parallel \hat{\beta}_+ \parallel \Psi^i(1^+) \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} \langle p \parallel \vec{\sigma} \parallel n \rangle [u_p v_n X_2^i(np, 1^+) + v'_p u'_n Y_2^i(np, 1^+)] \quad (4.81)$$

e

$$\langle 0^+ \parallel \hat{\beta}_- \parallel \Psi^i(1^+) \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} \langle p \parallel \vec{\sigma} \parallel n \rangle [v'_p u'_n X_2^i(np, 1^+) + u_p v_n Y_2^i(np, 1^+)] \quad (4.82)$$

onde os parâmetros superconductores u e v correspondem ao núcleo pai e os u' e v' correspondem ao núcleo filho.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1. FUNÇÕES DE PARTIÇÃO NUCLEAR

Para estudar a importância dos primeiros estados excitados do espectro nuclear definimos o fator $f(T)$ como:

$$f(T) = \frac{G_D(A, Z, T)}{G_{D+C}(A, Z, T)}. \quad (5.1)$$

O factor $f(T)$ representa o peso dos estados de baixa energia na função de partição nuclear.

Como a taxas de captura de elétron e decaimento beta são proporcionais à $1/G(A, Z, T)$ (ver Eqs. 3.39 e 3.42) achamos interessante definir um outro factor, $F(T)$, como

$$F(T) = \frac{2J_0 + 1 + \int_0^\infty \int_0^\infty dE dJ (2J + 1) \rho_{GAC}(E, J) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)}{G_{D+C}(A, Z, T)}, \quad (5.2)$$

onde podemos ver que o numerador é a aproximação G_C (relação 3.71) computada com a densidade de níveis ρ_{GAC} enquanto o denominador é a aproximação G_{D+C} (relação 3.70). Como a densidade de níveis usada na referência AFWH94 é do tipo ρ_{GAC} , descrita na secção 3.3.1, o fator $F(T)$ pode ser considerado como um *fator de correção* às taxas obtidas na referência AFWH94 ou seja que

$$\lambda \text{ usando } G_{D+C} = F \times \lambda \text{ na referencia AFWH94.} \quad (5.3)$$

Apresentamos, nas figuras 5.1-5.4, os gráficos dos fatores $f(T)$ e $F(T)$ em função da temperatura, para os núcleos $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$, $^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$, $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$ e $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$. Na tabela 5.39 da secção 5.4 deste capítulo, são dadas os valores de E_D que foram usados nos cálculos.

No gráfico superior da figura 5.1 podemos ver o fator $f(T)$ para o $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$. Se $T < T_{III}$, toda a contribuição à função de partição vem de G_D independentemente da densidade de níveis usada no cálculo de G_{D+C} . Só se $T > T_{III}$ a contribuição da parte continua de G_{C+D} começa a ser importante. Também podemos observar que $f \rightarrow 0$, assim que T cresce, mais rapidamente quando é calculada com ρ_{BSFGM} do que com ρ_{GAC} . Isto se deve ao fato de que o número de níveis computado com ρ_{BSFGM} começa a ser maior que o número de níveis calculado com ρ_{GAC} . O factor $F(T)$ para o $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$ é apresentado no gráfico inferior da figura 5.1. Analizando a figura 3.2 podemos concluir que a descrição dos primeiros estados excitados do $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$ mediante uma densidade níveis é precária. No gráfico inferior da figura 5.1 podemos ver as consequências desse fato, a aproximação G_C subestima a taxa em cerca de 70% (para T_I , T_{II} e T_{III}) em relação à aproximação G_{C+D} , que usa dados experimentais na descrição dos primeiros estados excitados. As diferenças entre as duas curvas começam a aparecer assim que a temperatura aumenta. Se o denominador da equação 5.2 é computado com ρ_{GAC} , obviamente temos que $F \rightarrow 1$. Se o denominador da equação 5.2 é computado usando ρ_{BSFGM} a diferença entre as duas curvas será sensível ao comportamento do número de níveis mostrado na figura 3.2.

O comportamento do factor $f(T)$, no caso do $^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$, é muito parecido ao do $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$ (ver gráficos superiores das figuras 5.1 e 5.2), porque, na construção de G_D , usamos um valor elevado de E_D (em comparação com as temperaturas de nosso interesse). Já o factor $F(T)$ apresenta um comportamento bem diferente. O $^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$ tem o primeiro estado excitado com $J^\pi = 3/2^-$ e $E = 14.4 \text{ keV}$, o segundo estado excitado com $J^\pi = 5/2^-$ e $E = 136.4 \text{ keV}$ e o terceiro estado excitado com $J^\pi = 3/2^-$ e $E = 366.8 \text{ keV}$. A presença destes estados próximo do estado fundamental dá uma grande contribuição à parte discreta de G_{D+C} a muito baixa temperatura e o factor $F(T)$ decresce abruptamente do valor 1 até quase 0.5 (ver gráfico inferior da figura 5.2). Após essa queda, os valores de $F(T)$ calculados com as duas aproximações começam a crescer até $T = T_{III}$. Nesse ponto comencan a aparecer diferenças entre as duas aproximações. Essas diferenças podem ser explicadas do mesmo modo que no caso do $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$. No gráfico inferior da figura 5.2 podemos ver que F toma o valor de aproximadamente 0.7, para todas as temperaturas de interesse.

— O factor $f(T)$ para o $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$ (ver gráfico superior da figura 5.3) apresenta um com-

portamento diferente aos dos casos anteriores. O factor $f(T)$ com as duas aproximações começam a decrescer ainda a baixas temperaturas por causa do baixo valor usado para E_D (1.74 MeV) devido à pouca informação experimental disponível. Somado a este fato temos que o primeiro estado excitado está acima de 1 MeV de energia de excitação, onde a contribuição à função de partição começa ser pequena. Podemos ver as consequências deste fato no comportamento do factor $F(T)$ (ver gráfico inferior da figura 5.3). As primeiras diferenças entre as duas curvas começam a aparecer a partir de $T = T_{II}$. A baixas temperaturas o valor de $F(T)$ calculado pelas duas aproximações aumentam até a unidade porque o número de níveis computado, usando a densidade de níveis, é maior que o número de níveis experimentais, como mostramos na figura 3.4. Para $T = T_I$, T_{II} ou T_{III} , $F \simeq 1.4$. Desta forma as taxas das reações envolvendo $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$ deveriam ser aproximadamente 40% maiores que as taxas das reações calculadas em AFWH94.

O $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ é um núcleo impar-impar e tem vários estados ainda a baixa energias de excitação. A contribuição desses estados é muito importante. O fator $f(T)$, para o $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$, é aproximadamente 1 abaixo de T_{III} , como podemos ver na figura 5.4. Se $T > T_{III}$, o comportamento do fator $f(T)$ é o mesmo que nos casos anteriores. No gráfico inferior da figura 5.4 mostramos o fator $F(T)$. O uso da densidade de níveis na construção da função de partição em todo o intervalo de energia superestima a taxa de qualquer reação que envolva o $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ em aproximadamente 30%. Se $T < T_{III}$ não há diferenças ao usar ρ_{BSFGM} ou ρ_{GAC} na construção de G_{D+C} . Se $T > T_{III}$ as diferenças começam a aparecer. O fator $F(T)$, computado com ρ_{GAC} , $\rightarrow 1$ como é de se esperar, enquanto $F(T)$, computado com ρ_{BSFGM} , permanece abaixo de 0.5. A causa deste fato pode ser vista no gráfico inferior da figura 3.5, com o aumento da energia, o número de níveis calculado com ρ_{BSFGM} começa a ser maior que o calculado com ρ_{GAC} .

Todas essas discrepâncias podem estar relacionadas com o problema da validade da hipótese de Bethe (Bethe 1936) para baixas energias em núcleos de massa intermediária. A equação 3.61 para $R(E, J)$ vem da seguinte fórmula para a densidade de níveis, $\rho(E, M)$, que inclui todos os estados com número quântico magnético M e momento angular total $J \geq M$, dada por:

$$\rho(E, M) = \omega(E) \frac{\exp\left(-\frac{M^2}{2\sigma^2}\right)}{\sqrt{2\pi}\sigma}, \quad (5.4)$$

onde $\omega(E)$ é a distribuição em energia, ao passo que σ é dado por:

$$\sigma = g \langle m^2 \rangle t, \quad (5.5)$$

com g sendo a soma dos espaçamentos das energias de partícula única para prótons e para nêutrons, estando relacionado com a pela equação:

$$a = \frac{1}{6} \pi^2 g, \quad (5.6)$$

t é a temperatura termodinâmica e $\langle m^2 \rangle$ é o valor médio quadrático do número quântico magnético para estados de partícula única. A expressão para $\rho(E, M)$, dada pela equação 5.4, é limitada porque não leva a conta o princípio de exclusão de Pauli e, porque na sua dedução, consideram-se um grande número de núcleons.

Nos últimos anos várias aproximações teóricas foram desenvolvidas com o objetivo de computar densidades de níveis cada vez mais precisas (Paar 1993; Pichon 1994; Agrawal 1997; Rauscher, Thielemann & Kratz 1997). Nelas mostra-se que a fórmula de Bethe, junto com o fator de spin padrão de Wigner, sobrestima $\rho(E, J)$ para grandes valores de J , e que a aproximação gaussiana para $\rho(E, M)$, dada pela equação 5.4, é válida só para baixos valores de J .

Pichon (1994) mostra que a distribuição gaussiana é boa para qualquer energia desde que haja um número suficiente de estados nessa energia.

5.2. ELEMENTOS DE MATRIZ NUCLEAR

Nos casos das transições entre núcleos impar-impar e núcleos par par, por exemplo $e^- + {}^{60}_{27}\text{Co}_{33} \rightarrow {}^{60}_{26}\text{Fe}_{34} + \nu_e$, os elementos de matriz nuclear de Gamow-Teller foram calculados entre os estados com spin e paridade 1^+ e os estados (0^+) . Os estados 1^+ foram construídos com o formalismo de QRPA com duas quasipartículas (um quasipróton e um quasinêutron), enquanto o estado 0^+ é o vácuo de quasipartícula conforme ao formalismo apresentado no capítulo 4.

A interação residual usada foi a interação de Kuo (Kuo & Osnes 1990). As equações do gap foram resolvidas com 5, 8 e 16 partículas de valência. As energias de partícula única usadas estão na tabela 5.1. extraídas da referência (Kuo & Osnes, 1990)

No caso das transições entre núcleos par-impar (impar-par) e núcleos impar-par (par-impar), como por exemplo o caso da reação $e^- + {}^{55}_{26}\text{Fe}_{29} \rightarrow {}^{55}_{25}\text{Mn}_{30} + \nu_e$, foram

^{56}Fe

Figura 5.1: Fatores f e F definidos pelas equações 5.1 e 5.2, respectivamente, como função da temperatura estelar para o núcleo $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$. As quatro linhas verticais representam as quatro temperaturas compatíveis com o estágio de pre-supernova (vide texto)

Figura 5.2: Fatores f e F definidos pelas equações 5.1 e 5.2, respectivamente, como função da temperatura estelar para o núcleo $^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$. As quatro linhas verticais representam as quatro temperaturas compatíveis com o estágio de pre-supernova (vide texto)

^{59}Co

Figura 5.3: Fatores f e F definidos pelas equações 5.1 e 5.2, respectivamente, como função da temperatura estelar para o núcleo $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$. As quatro linhas verticais representam as quatro temperaturas compatíveis com o estágio de pre-supernova (vide texto)

^{60}Co

Figura 5.4: Fatores f e F definidos pelas equações 5.1 e 5.2, respectivamente, como função da temperatura estelar para o núcleo $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$. As quatro linhas verticais representam as quatro temperaturas compatíveis com o estágio de pre-supernova (vide texto)

Tabela 5.1: Energias de partícula única usadas nos cálculos com QRPA.

nêutrons		prótons	
nlj	energia [MeV]	nlj	energia [MeV]
0p3/2	-32.04	0p3/2	-30.99
0p1/2	-30.68	0p1/2	-29.36
0d5/2	-24.38	0d5/2	-23.36
0d3/2	-21.33	0d3/2	-19.72
1s1/2	-20.99	1s1/2	-19.26
0f7/2	-16.15	0f7/2	-15.05
1p3/2	-11.98	1p3/2	-9.90
0f5/2	-10.97	0f5/2	-8.85
1p1/2	-10.11	1p1/2	-7.63
0g9/2	-7.51	0g9/2	-6.24
2d5/2	-3.57	1p1/2	-2.65
2s1/2	-2.34	2p3/2	-1.78
2p1/2	-1.61	2d5/2	-0.94
1d3/2	-0.86	2s1/2	1.09
2p3/2	-0.73	1d3/2	2.70
0g7/2	-0.31	0g7/2	2.78

Tabela 5.2: Energias de partícula única usadas nos cálculos com QTDA.

nêutrons		prótons	
nlj	energia [MeV]	nlj	energia [MeV]
1f7/2	1.00	1f7/2	1.45
2p3/2	5.52	2p3/2	6.60
1f5/2	6.53	1f5/2	7.65
2p1/2	7.39	2p1/2	8.87
1g9/2	9.99	1g9/2	10.26

levados em conta as transições entre os primeiros estados do núcleo pai e o núcleo filho. Esses estados foram construídos usando a mesma interação residual que no caso dos núcleos ímpar-ímpar, porém com a QDTA. Para núcleos par em próton e ímpar em nêutrons foram construídos estados de dois quasiprótons e um quasinêutron, de um quasipróton, e de três quasinêutron. Para núcleos ímpar em próton e par em nêutron foram construídos estados de dois quasinêutrons e um quasipróton, de três quasiprótons, e de um quasinêutron segundo o descrito no capítulo 4. As expressões para os elementos de matriz são dadas no apêndice D. Os níveis de partículas únicas, e as suas respectivas energias, utilizadas neste caso estão na tabela 5.2.

Em continuação apresentamos os valores obtidos para os elementos de matriz nucleares das diferentes reações que foram calculadas, juntamente com os estados corre-

spondentes e os respectivos valores Q . Naquelas reações nas quais foram consideradas transições entre mais de um estado do núcleo pai, do núcleo filho ou de ambos, os elementos de matriz e os respectivos valores Q das reações são apresentados em tabelas dependendo de dois subíndices i e j , com índice i percorrendo os estados do núcleo pai e o índice j percorrendo os estados do núcleo filho, segundo o seguinte formato:

$Q_{ij} \text{ MeV}$	$j \rightarrow$		
$i \downarrow$	###	###	###
	###	###	###
	###	###	###

e

$\left \left\langle F(j) \left \hat{\beta} \right P(i) \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$		
$i \downarrow$	###	###	###
	###	###	###
	###	###	###

; onde com $F(j)$ e $P(i)$ indicamos o j -

i -ésimo estado excitado do núcleo filho e o i -ésimo estado excitado do núcleo pai, consistentemente com o desenvolvido na seção 3.2 do capítulo 3. É o caso das transições entre núcleos par-ímpar (ímpar-par) e ímpar-par (par-ímpar) onde, geralmente, foram considerados mais de um estado no núcleo pai e no núcleo filho.

No caso das transições entre núcleos par-par (ímpar-ímpar) e ímpar-ímpar (par-par) os cálculos foram feitos entre o primeiro estado excitado 1^+ e o estado fundamental (0^+). Esses estados foram construídos resolvendo as equações de gap 4.48 e 4.49 com 5, 8 e 16 partículas de valência e os elementos de matriz nuclear são apresentados para cada caso onde na primeira coluna indicamos o número de partículas de valência (npv) e na segunda o elemento de matriz.

CAPTURA DE ELÉTRONS DO $^{56}_{27}\text{Co}_{29}$

A taxa de captura de elétrons do $^{56}_{27}\text{Co}_{29}$ foi calculada entre o primeiro estado excitado 1^+ no $^{56}_{27}\text{Co}_{29}$ (1.7201 MeV) e o estado fundamental do $^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$ (0^+). O valor Q da reação é 6.276 MeV. Os elementos de matriz estão apresentados na tabela 5.3.

- CAPTURA DE ELÉTRONS DO $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$

Tabela 5.3: Elemento de matriz da captura eletrônica do $^{56}_{27}\text{Co}_{29}$

npv	$\left\langle \begin{matrix} ^{56}_{26}\text{Fe}_{30} (0^+, gs) \\ \beta^+ \end{matrix} \begin{matrix} ^{56}_{27}\text{Co}_{29} (1^+, 0.7201\text{MeV}) \end{matrix} \right\rangle$
5	7.09×10^{-3}
8	7.58×10^{-3}
16	1.00×10^{-2}

Tabela 5.4: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa de captura de elétrons do $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$.

$^{59}_{27}\text{Co}_{32}$		$^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$	
$E [\text{MeV}]$	J^π	$E [\text{MeV}]$	J^π
0.000	$7/2^-$	0.000	$3/2^-$
1.099	$1/2^-$	0.287	$1/2^-$
1.191	$9/2^-$	0.472	$5/2^-$
1.292	$3/2^-$	1.024	$5/2^-$

No cálculo da taxa da captura de elétrons do $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.4. Os valores Q_{ij} de cada transição se acham na tabela 5.5. Os elementos de matriz entre esses estados são apresentados na tabela 5.6.

CAPTURA DE ELÉTRONS DO $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$.

A taxa da captura de elétrons do $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ foi calculada entre o primeiro estado excitado 1^+ do $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ (0.7388 MeV) e o estado fundamental do $^{60}_{26}\text{Fe}_{34}$ (0^+). O valor Q da reação é de 0.499 MeV. Os elementos de matriz se apresentam na tabela 5.7.

CAPTURA DE ELÉTRONS DO $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$.

A taxa de captura de elétrons do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ foi calculada entre o primeiro estado excitado 1^+ no $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ (0.5061 MeV) e o estado fundamental do $^{62}_{26}\text{Fe}_{36}$ (0^+). O valor Q

Tabela 5.5: Valores Q_{ij} da captura de elétrons do $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$.

$Q_{ij} \text{ MeV}$	$j \longrightarrow$			
$i \downarrow$	-	-	-3.137	-3.688
	-1.565	-1.852	-2.037	-
	-	-	-	-2.497
	-1.372	-0.560	-1.845	-

Tabela 5.6: Elemento de matriz da captura de elétrons do $^{59}_{27}\text{Co}_{32}$.

$\left \left\langle \begin{smallmatrix} 59 \\ 26 \end{smallmatrix} Fe_{33}(j) \right \hat{\beta} \begin{smallmatrix} 59 \\ 27 \end{smallmatrix} Co_{32}(i) \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$			
$i \downarrow$	-	-	1.60×10^{-2}	1.60×10^{-2}
	4.60×10^{-3}	1.30×10^{-2}	2.10×10^{-3}	2.10×10^{-3}
	-	-	-	-
	5.00×10^{-3}	1.30×10^{-2}	2.00×10^{-3}	2.00×10^{-3}

Tabela 5.7: Elemento de matriz da captura eletrônica do $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$

npv	$\left \left\langle \begin{smallmatrix} 60 \\ 26 \end{smallmatrix} Fe_{34}(0^+, gs) \right \hat{\beta}^+ \begin{smallmatrix} 60 \\ 27 \end{smallmatrix} Co_{33}(1^+, 0.7388 MeV) \right\rangle \right ^2$
5	0.138
8	0.138
16	0.142

da reação $e-2.021 \text{ MeV}$. Os elementos de matriz estão apresentados na tabela 5.8.

CAPTURA DE ELÉTRONS DO $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$

No cálculo da taxa da captura do eletrôn do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.9. Os valores Q_{ij} de cada transição se acham na tabela 5.10. Os elementos de matriz entre esses estados são apresentados na tabela 5.11.

CAPTURA DE ELÉTRONS DO $^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$

No cálculo da taxa da captura do elétrons do $^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.12. Os valores Q_{ij} de cada transição são dados na tabela 5.13. Os elementos de matriz entre esses estados são apresentados na tabela 5.14.

Tabela 5.8: Elemento de matriz da captura eletrônica do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$

npv	$\left \left\langle \begin{smallmatrix} 62 \\ 26 \end{smallmatrix} Fe_{36}(0^+, gs) \right \hat{\beta}^+ \begin{smallmatrix} 62 \\ 27 \end{smallmatrix} Co_{35}(1^+, 0.5061 MeV) \right\rangle \right ^2$
exp	0.165
5	0.257
-8	0.257
16	0.256

Tabela 5.9: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa de captura de elétrons do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$

$^{63}_{27}\text{Co}_{36}$		$^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$	
E [MeV]	J^π	E [MeV]	J^π
0.000	$7/2^-$	0.000	$5/2^-$
0.994	$3/2^-$	-	-

Tabela 5.10: Valores Q_{ij} da captura de elétrons do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$.

Q_{ij} MeV	$j \rightarrow$
$i \downarrow$	-6.650
	-5.655

Tabela 5.11: Elementos de matriz da captura de elétrons do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$.

$\left \left\langle ^{63}_{26}\text{Fe}_{37}(j) \left \hat{\beta} \right ^{63}_{27}\text{Co}_{36}(i) \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$
$i \downarrow$	6.30×10^{-3}
	1.00×10^{-4}

Tabela 5.12: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa de captura de elétrons do $^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$

$^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$		$^{55}_{25}\text{Mn}_{30}$	
E [MeV]	J^π	E [MeV]	J^π
0.000	$3/2^-$	0.000	$5/2^-$
0.931	$5/2^-$	0.126	$7/2^-$
1.317	$7/2^-$	0.984	$9/2^-$

Tabela 5.13: Valores Q_{ij} da captura de elétrons do $^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$.

Q_{ij} MeV	$j \rightarrow$		
$i \downarrow$	0.237	-	-
	1.163	1.037	-
	-	1.423	0.564

Tabela 5.14: Elementos de matriz da captura de elétrons do $^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$.

$\left \left\langle ^{55}_{25}\text{Mn}_{30}(j) \left \hat{\beta} \right ^{55}_{26}\text{Fe}_{29}(i) \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$		
$i \downarrow$	1.70×10^{-3}	-	-
	5.50×10^{-3}	0.00	-
	-	3.40×10^{-3}	1.27×10^{-2}

Tabela 5.15: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa de captura de elétrons do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$

$^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$		$^{61}_{25}\text{Mn}_{36}$	
E [MeV]	J^π	E [MeV]	J^π
0.000	$3/2^-$	0.000	$5/2^-$
0.000	$5/2^-$	-	-

Tabela 5.16: Valores Q_{ij} da captura de elétrons do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$.

Q_{ij} MeV	$j \rightarrow$
$i \downarrow$	-6.40
	-6.40

CAPTURE DE ELÉTRONS DO $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$

No cálculo da taxa da captura de elétrons do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.15. Os valores Q_{ij} de cada transição são dados na tabela 5.16. Os elementos de matriz entre esses estados são dados apresentados na tabela 3.5.

DECAIMENTO BETA DO $^{61}_{27}\text{Co}_{34}$

No cálculo da taxa do decaimento beta do $^{61}_{27}\text{Co}_{34}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.18. Os valores Q_{ij} de cada transição são dados na tabela 5.19. Os elementos de matriz entre esses estados estão apresentados na tabela 5.20.

DECAIMENTO BETA DO $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$

A taxa do decaimento beta do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ foi calculada entre o primeiro estado excitado 1^+ no $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$, cuja energia é de 0.5601 MeV, e o estado fundamental do $^{62}_{28}\text{Ni}_{34}$ (0^+). O valor Q da reação é de 5.8281 MeV. Os elementos de matriz estão apresentados na

Tabela 5.17: Elemento de matriz de elétrons do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$.

$\left \left\langle \begin{matrix} ^{61}_{25}\text{Mn}_{36}(j) \\ \beta \end{matrix} \middle \begin{matrix} ^{61}_{26}\text{Fe}_{35}(i) \end{matrix} \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$
$i \downarrow$	0.00
	1.4×10^{-3}

Tabela 5.18: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa do decaimento beta do $^{61}_{27}\text{Co}_{34}$

$^{61}_{27}\text{Co}_{34}$		$^{61}_{28}\text{Ni}_{33}$	
$E [\text{MeV}]$	J^π	$E [\text{MeV}]$	J^π
0.000	$7/2^-$	0.000	$3/2^-$
1.027	$3/2^-$	0.067	$5/2^-$
-	-	0.283	$1/2^-$

Tabela 5.19: Valores Q_{ij} do decaimento beta do $^{61}_{27}\text{Co}_{34}$.

$Q_{ij} \text{ MeV}$	$j \rightarrow$		
$i \downarrow$	-	1.327	-
	2.418	2.350	2.130

tabela 5.21.

DECAIMENTO BETA DO $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$

No cálculo da taxa do decaimento beta do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.22. Os valores Q_{ij} de cada transição são dados na tabela 5.23. Os elementos de matriz entre esses estados estão apresentados na tabela 5.24.

DECAIMENTO BETA DO $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$

No cálculo da taxa do decaimento beta do $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.25. Os valores Q_{ij} de cada transição se acham na tabela 5.26. Os elementos de matriz entre esses estados estão apresentados na tabela 5.27.

DECAIMENTO BETA DO $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$

No cálculo da taxa do decaimento beta do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$ foram levados em conta os estados

Tabela 5.20: Elemento de matriz do decaimento beta do $^{61}_{27}\text{Co}_{34}$.

$\left \left\langle ^{61}_{28}\text{Ni}_{33}(j) \left \hat{\beta} \right ^{61}_{27}\text{Co}_{34}(i) \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$		
$i \downarrow$	-	1.00×10^{-3}	-
	0.00	1.40×10^{-3}	0.00

Tabela 5.21: Elemento de matriz do decaimento beta do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$

npv	$\left\langle \begin{matrix} ^{62}_{28}\text{Ni}_{34} (0^+, gs) \\ \beta^- \\ ^{62}_{27}\text{Co}_{35} (1^+, 0.506\text{MeV}) \end{matrix} \right\rangle^2$
5	1.138
8	1.138
16	1.151

Tabela 5.22: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa do decaimento beta do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$

$^{63}_{27}\text{Co}_{36}$		$^{63}_{28}\text{Ni}_{35}$	
$E [\text{MeV}]$	J^π	$E [\text{MeV}]$	J^π
0.000	$7/2^-$	0.000	$1/2^-$
0.994	$3/2^-$	0.087	$5/2^-$
-	-	0.156	$3/2^-$
-	-	0.518	$3/2^-$

Tabela 5.23: Valores Q_{ij} do decaimento beta do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$.

$Q_{ij} \text{ MeV}$	$j \rightarrow$			
$i \downarrow$	-	3.587	-	-
	4.649	4.562	4.493	4.131

Tabela 5.24: Elemento de matriz do decaimento beta do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$.

$\left\langle \begin{matrix} ^{63}_{28}\text{Ni}_{35}(j) \\ \beta^- \\ ^{63}_{27}\text{Co}_{36}(i) \end{matrix} \right\rangle^2$	$j \rightarrow$			
$i \downarrow$	-	2.20×10^{-3}	-	-
	2.00×10^{-4}	1.50×10^{-3}	3.00×10^{-4}	3.00×10^{-3}

Tabela 5.25: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa do decaimento beta do $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$

$^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$		$^{59}_{27}\text{Co}_{32}$	
$E [\text{MeV}]$	J^π	$E [\text{MeV}]$	J^π
0.000	$3/2^-$	0.000	$7/2^-$
0.287	$1/2^-$	1.099	$1/2^-$
0.472	$5/2^-$	1.191	$9/2^-$
1.024	$7/2^-$	1.292	$3/2^-$

Tabela 5.26: Valores Q_{ij} decaimento beta do $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$.

$Q_{ij} \text{ MeV}$	$j \rightarrow$			
$i \downarrow$	-	1.565	-	1.372
	-	1.852	-	0.560
	3.137	2.037	-	1.845
	3.688	-	2.497	-

Tabela 5.27: Elementos de matriz do decaimento beta do $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$.

$\left\langle \begin{matrix} ^{59}_{27}\text{Co}_{32}(j) \\ \beta \end{matrix} \middle \begin{matrix} ^{59}_{26}\text{Fe}_{33}(i) \end{matrix} \right\rangle^2$	$j \longrightarrow$			
$i \downarrow$	-	1.00×10^{-3}	-	2.00×10^{-3}
	-	1.21×10^{-2}	-	0.00
	0.00	2.00×10^{-3}	-	5.90×10^{-3}
	1.10×10^{-3}	-	2.00×10^{-4}	-

Tabela 5.28: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa do decaimento beta do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$

$^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$		$^{61}_{27}\text{Co}_{34}$	
$E \text{ [MeV]}$	J^π	$E \text{ [MeV]}$	J^π
0.000	$3/2^-$	0.000	$7/2^-$
0.000	$5/2^-$	1.027	$3/2^-$
-	-	1.206	$3/2^-$
-	-	1.206	$5/2^-$
-	-	1.206	$7/2^-$

que são dados na tabela 5.28. Os valores Q_{ij} de cada transição se acham na tabela 5.29. Os elementos de matriz entre esses estados estão apresentados na tabela 5.30.

DECAIMENTO BETA DO $^{62}_{26}\text{Fe}_{36}$

A taxa do decaimento beta do $^{62}_{26}\text{Fe}_{36}$ foi calculada entre o estado fundamental do $^{62}_{26}\text{Fe}_{36}$ (0^+) e o primeiro estado excitado 1^+ do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ cuja energia é 0.5061 MeV . O valor Q da reação é -2.575 MeV . Os elementos de matriz estão apresentados na tabela 5.31.

DECAIMENTO BETA DO $^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$

No cálculo da taxa do decaimento beta do $^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$ foram levados em conta os estados que são dados na tabela 5.32. Os valores Q_{ij} de cada transição se acham na tabela

Tabela 5.29: Valores Q_{ij} do decaimento beta do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$.

$Q_{ij} \text{ MeV}$	$j \longrightarrow$				
$i \downarrow$	-	2.951	2.773	2.773	-
	3.978	2.951	2.773	2.773	2.773

Tabela 5.30: Elementos de matriz do decaimento beta do $^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$.

$\left \left\langle \begin{smallmatrix} 61 \\ 27 \end{smallmatrix} \text{Co}_{34}(j) \right \hat{\beta} \left \begin{smallmatrix} 61 \\ 26 \end{smallmatrix} \text{Fe}_{35}(i) \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$				
$i \downarrow$	-	0.00	4.00×10^{-3}	2.40×10^{-3}	-
	0.00	0.00	1.30×10^{-2}	3.10×10^{-3}	0.00

Tabela 5.31: Elemento de matriz do decaimento beta do $^{62}_{26}\text{Fe}_{36}$

npv	$\left \left\langle \begin{smallmatrix} 62 \\ 27 \end{smallmatrix} \text{Co}_{35}(1^+, 0.5061 \text{ MeV}) \right \hat{\beta}^- \left \begin{smallmatrix} 62 \\ 26 \end{smallmatrix} \text{Fe}_{36}(0^+, gs) \right\rangle \right ^2$
5	0.772
8	0.772
16	0.768

5.33. Os elementos de matriz entre esses estados estão apresentados na tabela 5.34.

Com o objetivo de comparar nosso trabalho com trabalhos anteriores apresentamos na figura 5.5 um gráfico dos elementos de matriz nucleares como uma função da massa A . O gráfico foi construído da seguinte maneira: de todos os elementos de matriz apresentados nas tabelas anteriores foram escolhidos para construir o gráfico aqueles com o menor valor de i e de j , tal que a transição seja permitida, para cada reação. Essa escolha foi motivada visando comparar nossos resultados com os resultados obtidos na referência AFWH94. Em AFWH94 as taxas de captura de elétrons e decaimento beta foram divididas em dois termos como veremos em detalhe nas seções 5.3 e 5.4, ainda neste capítulo.

No caso da captura de elétrons o primeiro termo representa as transições entre qualquer estado i do núcleo pai e os estados j de baixa energia do núcleo filho (ver equação 5.13). Os autores aproximam essa contribuição por um único termo (ver equação 5.20) usando para o valor Q da reação, o Q_{00} (ou seja o valor Q entre estados fundamentais) e para o elemento de matriz um valor efetivo ($|\mathcal{M}_{ij}|_{eff}^2 = 6.51 \times 10^{-2}$)

Tabela 5.32: Energia e spins dos estados usados no cálculo da taxa do decaimento beta do $^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$

$^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$		$^{63}_{27}\text{Co}_{36}$	
$E [\text{MeV}]$	J^π	$E [\text{MeV}]$	J^π
0.000	$7/2^-$	0.000	$7/2^-$
-	-	0.995	$3/2^-$

Tabela 5.33: Valores Q_{ij} do decaimento beta do $^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$.

$Q_{ij} \text{ MeV}$	$j \rightarrow$	
$i \downarrow$	6.650	5.655

Tabela 5.34: Elementos de matriz do decaimento beta do $^{63}_{26}\text{Fe}_{37}$.

$\left \left\langle ^{63}_{27}\text{Co}_{36}(j) \left \hat{\beta} \right ^{63}_{26}\text{Fe}_{37}(i) \right\rangle \right ^2$	$j \rightarrow$	
$i \downarrow$	0.000	1.30×10^{-3}

que fornece um bom ajuste para as taxas calculadas em trabalhos anteriores (Fuller, Fowler & Newman 1980,1982a,1982b,1985) para valores de Y_e tais que $0.45 \leq Y_e \leq 0.50$.

No caso do decaimento beta o primeiro termo representa a contribuição dos estados de menor energia do núcleo pai para estados com quaisquer j do núcleo filho. Novamente os autores aproximam esse primeiro termo por uma única transição (ver equação 5.25) usando o mesmo valor para o elemento de matriz usado no cálculo das taxas da captura de elétrons. Já o valor Q usado é $Q_{00} + E_{peak}$, onde E_{peak} é solução do seguinte problema de maximização:

$$\frac{\partial}{\partial E} \left[\exp \left(-\frac{E}{k_B T} \right) \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E) \right] = 0, \quad (5.7)$$

cuja solução aproximada é (AFWH94):

$$E_{peak} = E_{peak}^0 + \Delta(T, \mu_e), \quad (5.8)$$

onde

$$E_{peak}^0 = 5T - Q_{00} + \mu_e \quad (5.9)$$

e

$$\Delta(T, \mu_e) = -0.6604 \text{ MeV} + 0.9429T - 0.02119\mu_e - 0.9432 [\text{MeV}]^{-1} T\mu_e - 0.0009524 [\text{MeV}]^{-1} \mu_e^2 + 0.06224 [\text{MeV}]^{-2} T\mu_e^2. \quad (5.10)$$

No gráfico da figura 5.5, os símbolos cheios, sejam eles quadrados ou círculos, representam as transições do *Co*, enquanto os símbolos vazios representam as transições do *Fe*. Os quadrados denotam captura de elétrons e os círculos decaimento beta. A linha horizontal continua representa o valor médio usado na referência AFW94. A linha horizontal tracejada representa um valor médio obtido da seguinte maneira

$$|\mathcal{M}_{ij}|_{medio}^2 = \frac{1}{N_R} \sum_{\text{reac}} |\mathcal{M}_{i_0 j_0}|^2, \quad (5.11)$$

onde N_R é o número de reações que temos calculados ($N_R = 14$), a soma percorre todas as reações e os índices i_0 e j_0 denotam o menor valor possível de i e j para o qual a transição é permitida em cada reação. É importante observar que enquanto nosso valor médio foi obtido a partir de valores calculados do elemento de matriz nuclear o valor effectivo usado na referência AFWH94 não foi estimado por ajuste de nenhum elemento de matriz mas sim das próprias taxas. Vemos assim que em média o nosso elementos de matriz são maiores que o valor effectivo utilizado na referência AFWH94.

Nas seções seguintes vamos a discutir a importância deste fato nos resultados obtidos para as taxas em correlação com os outros ingredientes necessários para o cálculo das mesmas.

5.3. TAXAS DE CAPTURA DE ELÉTRONS

As taxas de captura de elétrons foram divididas em duas partes:

$$\lambda_{CE} = \lambda_{CE}^{(1)} + \lambda_{CE}^{(2)} \quad (5.12)$$

onde

$$\lambda_{CE}^{(1)} = \sum_i \sum_{j \in \text{baixa energia}} |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \quad (5.13)$$

e

$$\lambda_{CE}^{(2)} = \sum_i \sum_{j \in GTR} |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \quad (5.14)$$

O primeiro termo leva a conta as transições de qualquer estado do núcleo pai para aqueles estados do núcleo filho de baixa energia e o segundo termo leva a conta a transições de qualquer estado do núcleo pai para os estados das ressonâncias de Gamow Teller do núcleo filho.

Em nossos cálculos o primeiro termo foi aproximado pela expressão:

$$\lambda_{CE}^{(1)} = \sum_{ij \in \text{baixa energia}} |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \quad (5.15)$$

onde desprezamos aquelas transições dos estados do núcleo pai de energia maior devido ao fator de Boltzmann. Para entender melhor essa aproximação podemos ver que as taxas são proporcionais a

Figura 5.5: Elementos de matriz nucleares como função da massa A . Os símbolos cheios, sejam eles quadrados ou círculos, representam as transições do ^{60}Co , enquanto os símbolos vazios representam as transições do ^{55}Fe . Os quadrados denotam captura de elétrons e os círculos decaimento beta. A linha horizontal contínua representa o valor médio usado na referência AFWH94. A linha horizontal tracejada representa o valor médio obtido por nós segundo a equação 5.11. Os elementos de matriz mostrados são aqueles entre estados permitidos com i e j menores.

$\exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij})$ porem temos que

$$E_i = E_i - E_j + E_j + Q_{00} - Q_{00}, \quad (5.16)$$

só que se E_i é medida a partir do estado fundamental do núcleo pai e E_j é medida a partir do estado fundamental do núcleo filho temos que

$$Q_{ij} = E_i - E_j + Q_{00}. \quad (5.17)$$

Vemos assim que para um dado estado j fixo do núcleo filho, a taxa de decaimento do estado i do núcleo pai sera proporcional a

$\exp\left(\frac{Q_{00}}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{-E_j}{k_B T}\right) \exp\left(-\frac{Q_{ij}}{k_B T}\right) \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij})$. Podemos definir a função $g(Q, \rho, T, Y_e)$ como:

$$g(Q, \rho, T, Y_e) = \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right) \Theta(\rho, T, Y_e, Q). \quad (5.18)$$

Na figura 5.6 apresentamos um gráfico de $\log(g)$ em função de Q para as quatro conjunto de condições termodinâmicas, compatíveis com o estágio de pré-supernova definidas na tabela 3.4, para o $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$. Vemos que para um dado j fixo, g diminui assim que Q aumenta (para i cada vez maiores). Ou seja que ao jogar fora termos com i maiores sempre estamos ficando com termos de vários ordens de grandeza maiores que aqueles que desconsideramos.

O segundo termo foi aproximado pela expressão

$$\lambda_{CE}^{(2)} = |\mathcal{M}_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2 \frac{(2J_0 + 1)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{00} - E_{GTR(0)}) \quad (5.19)$$

segundo a referência AFWH94, onde se leva em conta a transição do estado fundamental do núcleo filho para a respectiva ressonancia de Gamow Teller. $\mathcal{M}_{0 \rightarrow GTR(0)}$ é o elemento de matriz nuclear da transição e $E_{GTR(0)}$ é a energia da ressonancia que foram calculados com um modelo simples usado na referência AFWH94. O significado da aproximação feita para $\lambda_{CE}^{(2)}$ e o cálculo de $|\mathcal{M}_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2$ e $E_{GTR(0)}$ são dados na seção E.1 do apêndice E.

Nas tabelas 5.35, 5.36, 5.37, e 5.38 apresentamos os resultados obtidos para a taxas de captura de elétrons. Os números romanos indicam a condição termodinâmica sob a qual foi feito o cálculo. Na primeira coluna apresentamos o núcleo, na segunda a função de partição usada, onde com $G_C(GAC)$ e $G_{D+C}(GAC)$ denotamos as funções

de partição dadas pelas equações 3.71 e 3.70 ambas calculadas usando a densidade de níveis definida nas expressões 3.56, 3.57 e 3.58, na terceira coluna indicamos a contribuição à taxa: com "a" indicamos a contribuição $\lambda_{CE}^{(1)}$ dada pela 5.15 onde os índices i e j percorrem todos os estados que se acham tabelados para cada reação na seção anterior, com "b" denotamos a contribuição da ressonância dada pela equação 5.19, segundo o explicado no apêndice E e com "c" denotamos a uma outra aproximação usada na referência AFWH94 para $\lambda_{CE}^{(1)}$ dada por

$$\lambda_{CE}^{(1)} \simeq |\mathcal{M}_{ij}|_{eff}^2 \frac{2J_0 + 1}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{00}), \quad (5.20)$$

onde $|\mathcal{M}_{ij}|_{eff}^2 = 6.51 \times 10^{-2}$ é o elemento de matriz nuclear efetivo já mencionado na seção 5.2, e Q_{00} e o valor Q da reação entre estados fundamentais. Com "a+b" e "c+b" indicamos as respectivas somas feitas para conhecer a taxa total e visando comparar os resultados obtidos com as duas aproximações usadas para $\lambda_{CE}^{(1)}$. Os valores das energias E_D utilizadas no cálculo das funções de partição, quando for preciso (ou seja quando for usada a aproximação G_{D+C}), são apresentados na tabela 5.39, da seção 5.4, deste capítulo.

Analizando as tabelas 5.35, 5.36, 5.37 e 5.38 observamos certos comportamentos gerais das taxas de captura de elétrons. Elas aumentam assim que aumenta a densidade da matéria estelar devido ao fato que quanto mais elétrons tem o meio estelar, maior é a probabilidade de captura.

As modificações introduzidas à $\lambda_{CE}^{(1)}$ pelo cálculo mais detalhado do elemento de matriz nuclear são bem mais significativas que as modificações introduzidas ao usar G_{D+C} em vez de G_C embora que estas últimas não sejam pequenas como apresentamos na seção 5.1 deste capítulo.

Na maioria dos casos, exceto no ${}^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ um cálculo detalhado do elemento de matriz nuclear diminui a contribuição de $\lambda_{CE}^{(1)}$ por vários motivos; por um lado nossos elementos de matriz são, geralmente, (exceto para o caso do ${}^{62}_{27}\text{Co}_{35}$) menores que o valor médio utilizado na referência AFWH94 como podemos apreciar das tabelas apresentadas na seção 5.2 e do gráfico da figura 5.5. Por outro lado os fatores de Boltzman, que devemos usar quando consideramos decaimentos de estados excitados do núcleo pai diminuem cada termo da soma na equação 5.15. Este fato está de acordo com o análise da função g que foi feito em parágrafos anteriores e que apresentamos na figura

5.6, ao passo que na equação 5.20 só aparece a degenerescência do estado fundamental do núcleo filho. Para entender melhor esse ponto, na figura 5.7, analisamos o caso particular da captura de elétrons do $^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$. Como na figura 5.6, apresentamos $\log(g)$ em função do valor Q , só que desta vez representamos com linhas verticais os valores Q_{ij} que estão tabulados na tabela 5.13. Vemos que a maior contribuição provem de Q_{11} e corresponde ao primeiro termo da equação 5.15. Esse primeiro termo é formalmente igual ao o único termo da equação 5.20 só que $|\mathcal{M}_{ij}|^2_{eff} > |\mathcal{M}_{11}|^2$ como podemos observar no gráfico da figura 5.5. Embora a equação 5.15 leve em conta ainda mais quatro termos, o valor da taxa dado pela equação 5.20 é mais elevado que o valor da taxa dado pela equação 5.15 porque a contribuição dos termos correspondentes aos outros valores de Q são menores (e ainda atenuados pelo $\exp(-E_i/k_B T)$), como vemos no gráfico da figura 5.7, e por outro lado os elementos de matriz correspondentes são também menores que $|\mathcal{M}_{ij}|^2_{eff}$. Os casos do $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ e $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ são dados nas figuras 5.8 e 5.9. Novamente graficamos o $\log(g)$ como uma função do valor Q . A linha vertical continua representa o valor Q_{00} usado na equação 5.20 (-0.24 MeV e -2.53 MeV para o $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ e $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$, respectivamente) enquanto a linha vertical tracejada representa o valor Q da única transição do $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ ($0.7388 \text{ MeV}, 1^+ \rightarrow ^{60}_{26}\text{Fe}_{34}(gs, 0^+)$) e $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ ($0.5061 \text{ MeV}, 1^+ \rightarrow ^{62}_{26}\text{Fe}_{36}(gs, 0^+)$) levada em conta pela equação 5.15 em cada caso. Embora a contribuição da função g neste último caso seja menor que para o Q_{00} , a diferença entre os elementos de matriz nuclear (ver figura 5.5) faz com que a taxa calculada com a equação 5.15 seja maior que a taxa calculada com a equação 5.20, como podemos observar na tabela 5.36. Porém, no caso do $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$ conseguem-se compensar quase não havendo diferenças entre as taxas calculadas segundo a equação 5.20 e segundo 5.15 como podemos ver na tabela 5.36 devido à que neste caso a diferença entre os elementos de matriz é menor que no caso do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ (ver figura 5.5)

5.4. TAXAS DE DECAIMENTO BETA

No caso do decaimento beta, as taxas também foram divididas em dois termos:

$$\lambda_{D\beta} = \lambda_{D\beta}^{(1)} + \lambda_{D\beta}^{(2)}, \quad (5.21)$$

$$\lambda_{D\beta}^{(1)} = \sum_{i \in \text{baixa energia}} \sum_j |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \quad (5.22)$$

Tabela 5.35: Taxas da captura de elétrons. Na primeira coluna é designado o núcleo. Na segunda aproximação da função de partição usada. Na terceira indicamos a contribuição à taxa: 'a' indica a contribuição $\lambda_{CE}^{(1)}$ segundo a equação 5.20, 'b' indica a contribuição da ressonância segundo a equação 5.19 e 'c' indicamos novamente a contribuição $\lambda_{CE}^{(1)}$ só que de esta vez calculada segundo a aproximação 5.13. Com 'a+b' e 'c+b' denotamos a taxa total quando $\lambda_{CE}^{(1)}$ é calculada usando as aproximações 5.20 e 5.13, respectivamente. Os números romanos indicam a condição termodinâmica.

Núcleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{56}Co	$G_C(GAC)$	a	3.90(-5)	1.83(-4)	5.44(-3)	1.80(0)
		b	7.10(-5)	5.94(-4)	5.49(-2)	6.92(1)
		c	3.28(-6)	1.50(-5)	4.12(-4)	1.15(-1)
		a+b	1.10(-4)	7.77(-4)	6.03(-2)	7.10(1)
		c+b	7.43(-5)	6.09(-4)	5.53(-2)	6.93(1)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	3.17(-5)	1.46(-4)	4.08(-3)	1.10(0)
		b	5.77(-5)	4.71(-4)	4.11(-2)	4.23(1)
		c	2.66(-6)	1.19(-5)	3.10(-4)	7.01(-2)
		a+b	8.94(-5)	6.17(-4)	4.52(-2)	4.34(1)
		c+b	6.04(-5)	4.83(-4)	4.14(-2)	4.24(1)
^{59}Co	$G_C(GAC)$	a	4.88(-5)	3.21(-4)	1.68(-2)	7.74(0)
		b	8.57(-8)	2.26(-6)	4.08(-3)	2.64(2)
		c	4.02(-6)	2.81(-5)	1.56(-3)	2.85(0)
		a+b	4.89(-5)	3.23(-4)	2.09(-2)	2.72(2)
		c+b	4.11(-6)	3.04(-5)	5.64(-3)	2.67(2)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	6.95(-5)	4.63(-4)	2.34(-2)	7.98(0)
		b	1.22(-7)	3.25(-6)	5.69(-3)	2.72(2)
		c	5.73(-6)	4.06(-5)	2.19(-3)	2.94(0)
		a+b	6.96(-5)	4.66(-4)	2.91(-2)	2.80(2)
		c+b	5.85(-6)	4.39(-5)	7.88(-3)	2.75(-2)

Tabela 5.36: Taxas da captura de elétrons (continuação).

Nucleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{60}Co	$G_C(GAC)$	a	4.14(-5)	1.92(-4)	5.90(-3)	2.25(0)
		b	4.33(-9)	1.31(-7)	3.39(-4)	4.55(1)
		c	5.63(-5)	2.24(-4)	5.24(-3)	1.52(0)
		a+b	4.14(-5)	1.92(-4)	6.24(-2)	4.78(1)
		c+b	4.33(-9)	2.24(-4)	5.58(-3)	4.70(1)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	2.91(-5)	1.30(-4)	3.65(-3)	1.09(0)
		b	3.04(-9)	8.90(-8)	2.10(-4)	4.55(1)
		c	3.96(-5)	1.52(-4)	3.24(-3)	7.39(-1)
		a+b	2.91(-5)	1.30(-4)	3.86(-3)	4.66(1)
		c+b	3.96(-5)	1.52(-4)	3.45(-3)	4.62(1)
^{62}Co	$G_C(GAC)$	a	5.30(-7)	2.17(-6)	1.31(-3)	1.58(0)
		b	2.64(-12)	1.96(-10)	2.52(-6)	1.27(1)
		c	5.11(-6)	4.86(-5)	5.52(-3)	4.18(0)
		a+b	5.30(-7)	2.17(-6)	1.31(-3)	1.43(1)
		c+b	5.11(-6)	4.86(-5)	5.52(-3)	1.69(1)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	2.25(-7)	2.65(-6)	6.00(-4)	9.56(-1)
		b	1.12(-11)	8.40(-11)	1.15(-6)	7.70(0)
		c	2.17(-6)	2.08(-5)	2.53(-3)	2.54(0)
		a+b	2.25(-7)	2.65(-6)	6.00(-4)	8.66(0)
		c+b	2.17(-6)	2.08(-5)	2.53(-3)	1.02(1)

Tabela 5.37: Taxas da captura de elétrons (continuação).

Nucleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{63}Co	$G_C(GAC)$	a	1.61(-8)	3.10(-7)	2.61(-4)	2.97(0)
		b	3.94(-15)	6.54(-13)	4.25(-8)	1.15(1)
		c	1.56(-9)	3.00(-8)	2.53(-5)	2.88(-1)
		a+b	1.61(-8)	3.10(-7)	2.61(-4)	1.45(1)
		c+b	1.56(-9)	3.00(-8)	2.53(-5)	1.18(1)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	1.78(-8)	3.45(-7)	2.87(-4)	2.72(0)
		b	4.37(-15)	7.27(-13)	4.67(-8)	1.05(1)
		c	1.72(-9)	3.34(-8)	2.78(-5)	2.72(1)
		a+b	1.78(-8)	3.45(-7)	2.87(-4)	1.32(1)
		c+b	1.72(-9)	3.34(-8)	2.78(-5)	3.77(1)
^{55}Fe	$G_C(GAC)$	a	8.28(-4)	2.66(-3)	4.11(-2)	8.17(0)
		b	7.79(-8)	1.97(-6)	3.23(-3)	1.75(1)
		c	3.94(-5)	1.46(-4)	3.20(-3)	1.05(-0)
		a+b	8.28(-4)	2.66(-3)	4.43(-2)	2.57(1)
		c+b	3.95(-5)	1.48(-4)	6.43(-3)	1.86(1)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	1.34(-3)	4.36(-3)	6.60(-2)	1.07(1)
		b	1.27(-7)	3.23(-6)	5.18(-3)	2.29(2)
		c	6.41(-5)	2.40(-4)	5.15(-3)	1.38(0)
		a+b	1.34(-3)	4.36(-3)	7.12(-2)	2.40(2)
		c+b	6.42(-5)	2.34(-4)	1.03(-2)	2.30(2)

Figura 5.6: Logaritmo decimal da função g em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para o caso da captura de elétrons $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Figura 5.7: Logaritmo decimal da função g em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para o caso da captura de elétron pelo $^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$. As linhas verticais denotam os valores Q entre os estados considerados no cálculo da taxa segundo a equação 5.15. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Figura 5.8: Logaritmo decimal da função g em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para o caso da captura de elétron pelo $^{60}_{27}\text{Co}_{33}$. A linha vertical continua representa o valor Q_{00} usado na equação 5.20 enquanto a linha vertical tracejada representa o valor Q da única transição $^{60}_{27}\text{Co}_{33} (0.7388, 1^+) \rightarrow ^{60}_{26}\text{Fe}_{34} (gs, 0^+)$ levada a conta pela equação 5.15. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Figura 5.9: Logaritmo decimal da função g em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para o caso da captura de elétron pelo $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$. A linha vertical continua representa o valor Q_{00} usado na equação 5.20 enquanto a linha vertical tracejada representa o valor Q da única transição $^{62}_{27}\text{Co}_{35} (0.5061, 1^+) \rightarrow ^{62}_{26}\text{Fe}_{36} (gs, 0^+)$ levada a conta pela equação 5.15. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Tabela 5.38: Taxas da captura de elétrons (continuação).

Núcleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{61}Fe	$G_C(GAC)$	a	9.06(-9)	1.70(-7)	1.35(-4)	2.20(0)
		b	4.83(-14)	5.68(-12)	1.62(-7)	3.64(0)
		c	3.48(-10)	6.55(-9)	5.18(-6)	8.44(-2)
		a+b	9.06(-9)	1.70(-7)	1.35(-4)	5.84(0)
		c+b	3.48(-10)	6.55(-9)	5.34(-3)	3.72(0)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	4.00(-9)	7.72(-8)	6.65(-5)	1.23(0)
		b	2.13(-14)	2.57(-12)	8.00(-8)	2.03(1)
		c	1.53(-10)	2.97(-9)	2.55(-6)	4.71(-2)
		a+b	4.00(-9)	7.72(-8)	6.66(-5)	2.15(1)
		c+b	1.53(-10)	2.97(-9)	2.63(-6)	2.03(1)

e

$$\lambda_{D\beta}^{(2)} = \sum_{i \in \text{alta energia}} \sum_j |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{ij}). \quad (5.23)$$

Com respeito aos possíveis valores do índice j devemos lembrar que no caso do decaimento beta o espaço de fases é bem menor que no caso da captura de elétrons, já que aqui temos um limiar de energia para a reação dada pela massa de repouso do elétron. Ou seja para um dado índice i fixo temos que

$$\Phi(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \equiv 0 \quad \forall j \text{ tal que } \frac{Q_{ij}}{m_e c^2} < 1,$$

o que pode acontecer assim que j toma valores cada vez maiores.

No cálculo de $\lambda_{D\beta}^{(1)}$ consideramos, para cada reação, os estados que se acham especificados na seção 5.2.

Para $\lambda_{D\beta}^{(2)}$ usamos a seguinte aproximação (AFWH94), e esta dada por:

$$\lambda_{D\beta}^{(2)} = |\mathcal{M}_{0 \rightarrow BGTR(0)}|^2 \exp\left(\frac{E_{BGTR(0)}}{k_B T}\right) \frac{G(Z+1, A, T)}{G(Z, A, T)} \times \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E_{BGTR(0)}). \quad (5.24)$$

O significado desta expressão e das quantidades que nela aparecem são dadas na seção E.2 do apêndice E.

Nas tabelas 5.40, 5.41, 5.42, e 5.43 apresentamos os resultados obtidos para as taxas de decaimento beta. Os números romanos indicam a condição termodinâmica sob a qual foi feito o cálculo, na primeira coluna apresentamos o núcleo, na segunda a função de partição usada, onde com $G_C(GAC)$ e $G_{D+C}(GAC)$ denotamos as funções de partição

Tabela 5.39: Valores de E_D usados no cálculo das aproximações G_D e G_{D+C} da função de partição nuclear.

NÚCLEO	E_D [MeV]
$^{56}_{27}\text{Co}_{29}$	3.08
$^{59}_{27}\text{Co}_{32}$	1.74
$^{60}_{27}\text{Co}_{33}$	3.09
$^{61}_{27}\text{Co}_{34}$	2.01
$^{62}_{27}\text{Co}_{35}$	4.60
$^{63}_{27}\text{Co}_{36}$	3.04
$^{55}_{26}\text{Fe}_{29}$	3.03
$^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$	4.10
$^{57}_{26}\text{Fe}_{31}$	3.06
$^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$	3.02
$^{61}_{26}\text{Fe}_{35}$	2.13
$^{62}_{26}\text{Fe}_{36}$	3.63
$^{61}_{28}\text{Ni}_{33}$	2.46
$^{62}_{28}\text{Ni}_{34}$	2.89
$^{63}_{28}\text{Ni}_{35}$	1.90

dadas pelas equações 3.71 e 3.70 ambas calculadas usando a densidade de níveis definida nas expressões 3.56, 3.57 e 3.58, na terceira coluna indicamos a contribuição à taxa: com "a" indicamos a contribuição $\lambda_{CE}^{(1)}$ dada pela 5.22 onde os índices i e j percorrem todos os estados que se acham tabelados para cada reação na seção anterior, com "b" denotamos a contribuição da ressonância dada pela equação 5.24, segundo o explicado no apêndice refapene e com "c" denotamos uma outra aproximação usada na referência AFWH94 para $\lambda_{D\beta}^{(1)}$ dada por

$$\lambda_{D\beta}^{(1)} \simeq |\mathcal{M}_{ij}|_{eff}^2 \frac{(2J_0 + 1) \exp\left(-\frac{E_{peak}}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E_{peak}), \quad (5.25)$$

onde a determinação de E_{peak} foi apresentado na seção anterior. Se E_{peak} é negativo, só a transição entre estados fundamentais é considerada, ou seja a equação 5.25 toma a forma:

$$\lambda_{D\beta}^{(1)} \simeq |\mathcal{M}_{ij}|_{eff}^2 \frac{(2J_0 + 1)}{G(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00}). \quad (5.26)$$

Com "a+b" e "c+b" indicamos as respectivas somas feitas para conhecer a taxa total e comparar os resultados obtidos com as duas aproximações usadas para $\lambda_{D\beta}^{(1)}$. Os valores das energias E_D utilizadas no cálculo das funções de partição, quando for preciso (ou seja quando for usada a aproximação G_{D+C}), são apresentados na tabela 5.39.

Analizando as tabelas 5.40, 5.40, 5.40 e 5.41, vemos que nos casos do decaimento beta do $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$, $^{62}_{26}\text{Fe}_{36}$ e $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$ as taxas calculadas segundo a equação 5.22 permanecem maiores que as taxas calculadas segundo a equação 5.25. Enquanto que as quatro reações restantes apresentam a situação inversa. Novamente para estudar o que esta acontecendo é conveniente introduzir a função h dada por:

$$h(Q, \rho, T, Y_e) = \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right) \Phi(\rho, T, Y_e, Q), \quad (5.27)$$

onde, na sua definição, usamos os mesmos argumentos que no caso da função g que definimos na equação 5.18. Na figura 5.10 apresentamos um gráfico de $\log(h)$ em função do valor Q , em unidades da massa de repouso do elétron, para o caso do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$. Tal como no caso da figura 5.6 as quatro curvas representam a quatro condições termodinâmicas da tabela 3.4. Como podemos observar as variações da função h com a relação o valor Q da reação não é tão suave como no caso da função g . Também as variações com relação às condições termodinâmicas são mais pronunciadas. Aqui as curvas se cruzam, enquanto no caso da captura de elétrons isso não acontece.

Na figura 5.11 apresentamos o caso do decaimento beta do $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$. As linhas verticais denotam os valores Q_{ij} usados no cálculo da reação, que são dados na tabela 5.26, com a equação 5.22. A linha vertical mais longa denota o valor Q usado na equação 5.25 ao calcular a taxa sob a condição termodinâmica IV. O valor de E_{peak} nas outras condições termodinâmicas é negativo e, como já falamos, nesse caso o valor usado é simplesmente Q_{00} (AFWH94). Observando a tabela 5.41 vemos a inclusão de mais transições aumenta a taxa do decaimento. O termo com $i = j = 2$ é o principal responsável já que por um lado, o elemento de matriz correspondente é da mesma ordem de grandeza que o elemento de matriz efetivo usado na equação 5.25 e por outro lado temos que sob a condições termodinâmicas I, II, e III, $h(Q_{22}) > h(Q_{00})$, e sob as condições termodinâmicas IV, $h(Q_{22}) > h(Q_{00} + E_{peak})$. Na figura 5.12 apresentamos o caso do decaimento beta do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$. A linha vertical tracejada denota o valor Q_{00} , usado na equação 5.25, enquanto a linha vertical continua denota o valor Q da única transição levada a conta na equação 5.22. Neste decaimento as duas aproximações, equação 5.25 e equação 5.22, são levadas em conta uma única transição, porém a taxa obtida pela equação 5.22 é maior ver tabela (5.40) devido ao fato que o elemento de matriz usado nessa equação é maior que o elemento de matriz efetivo usado na equação 5.25. Essa diferença aumenta nas condições termodinâmicas IV, devido ao comportamento cres-

Tabela 5.40: Taxas de decaimento beta. Na primeira coluna é dado o núcleo. Na segunda aproximação da função de partição usada. Na terceira indicamos a contribuição à taxa: 'a' indica a contribuição $\lambda_{D\beta}^{(1)}$ segundo a equação 5.25, 'b' indica a contribuição da ressonância segundo a equação 5.24 e 'c' indicamos novamente a contribuição $\lambda_{D\beta}^{(1)}$ só que desta vez calculada segundo a aproximação 5.22. Com 'a+b' e 'c+b' denotamos a taxa total quando $\lambda_{D\beta}^{(1)}$ é calculada usando as aproximações 5.25 e 5.22, respectivamente. Os números romanos indicam a condição termodinâmica.

Núcleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{61}Co	$G_C(GAC)$	a	4.23(-6)	1.17(-6)	2.71(-8)	3.31(-13)
		b	4.28(-6)	1.38(-5)	4.27(-5)	1.09(-9)
		c	2.82(-7)	1.23(-7)	4.41(-9)	2.06(-14)
		a+b	8.51(-6)	1.50(-5)	4.27(-5)	1.09(-9)
		c+b	4.56(-6)	1.39(-5)	4.27(-5)	1.09(-9)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	4.50(-6)	1.23(-6)	2.68(-8)	2.41(-13)
		b	9.12(-6)	2.96(-5)	8.99(-5)	1.93(-9)
		c	3.00(-7)	1.29(-7)	4.35(-9)	1.50(-14)
		a+b	1.36(-5)	3.08(-5)	8.99(-5)	1.93(-9)
		c+b	9.42(-6)	2.97(-5)	8.99(-5)	1.93(-9)
^{62}Co	$G_C(GAC)$	a	2.84(-2)	2.19(-2)	4.17(-3)	2.78(-9)
		b	2.19(-7)	1.34(-6)	3.70(-5)	4.43(-7)
		c	8.71(-2)	8.32(-2)	2.95(-2)	3.78(-8)
		a+b	2.84(-2)	2.19(-2)	4.21(-3)	4.45(-7)
		c+b	8.71(-2)	8.32(-2)	2.95(-2)	4.81(-7)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	1.20(-2)	9.38(-3)	1.91(-3)	1.68(-9)
		b	7.31(-8)	4.50(-7)	1.33(-5)	2.45(-7)
		c	3.70(-2)	3.57(-2)	1.35(-2)	2.29(-8)
		a+b	1.20(-2)	9.38(-3)	1.92(-3)	2.46(-7)
		c+b	3.70(-2)	3.57(-2)	1.35(-2)	4.74(-7)

cente da função h como podemos observar na figura 5.12. Na figura 5.13 observamos o caso do decaimento beta do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$. Mais uma vez com linhas verticais denotamos os valores Q_{ij} usados na equação 5.22 de acordo a tabela 5.23. A linha vertical tracejada indica o valor Q_{00} usado na equação 5.25. Neste caso E_{peak} é negativo para as quatro condições termodinâmicas. Como podemos apreciar da figura 5.13 e da tabela 5.41 a inclusão de mais estados na equação 5.22 não consegue compensar o fato do elemento de matriz efetivo ser maior que os elementos de matriz na tabela 5.34, fato que se torna mais pronunciado nas condições termodinâmicas I e II devido à que a função h é decrescente e a grande maioria dos valores Q_{ij} aparecem à direita do valor Q_{00} usado na equação 5.25. Além disso devemos esquivar o fato de que devemos multiplicar pelo fator $\exp\left(-\frac{E_j}{k_B T}\right)$.

Tabela 5.41: Taxas decaimento beta (continuação).

Nucleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{63}Co	$G_C(GAC)$	a	5.73(-3)	3.77(-3)	2.01(-4)	2.03(-10)
		b	1.13(-5)	4.24(-5)	3.65(-4)	5.91(-8)
		c	1.87(-4)	1.29(-4)	9.76(-6)	1.35(-11)
		a+b	5.74(-3)	3.81(-3)	5.66(-4)	5.93(-8)
		c+b	1.98(-4)	1.71(-4)	3.75(-4)	5.91(-8)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	6.35(-3)	4.20(-3)	2.21(-4)	1.86(-10)
		b	3.50(-5)	1.29(-4)	1.02(-3)	1.20(-7)
		c	2.07(-4)	1.43(-4)	1.07(-5)	1.24(-11)
		a+b	6.93(-3)	4.33(-3)	1.24(-3)	1.20(-7)
		c+b	2.42(-4)	2.72(-4)	1.03(-3)	1.20(-7)
^{59}Fe	$G_C(GAC)$	a	1.41(-5)	3.97(-6)	8.14(-8)	3.63(-13)
		b	3.33(-7)	2.02(-6)	3.78(-5)	8.00(-9)
		c	8.79(-6)	6.39(-6)	5.90(-7)	1.30(-12)
		a+b	1.44(-5)	5.99(-6)	3.79(-5)	8.00(-9)
		c+b	9.12(-6)	8.41(-6)	3.84(-5)	8.00(-9)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	8.31(-6)	2.15(-6)	3.59(-8)	1.22(-13)
		b	1.84(-7)	1.04(-6)	1.73(-5)	3.89(-9)
		c	5.19(-6)	3.46(-6)	2.60(-7)	4.37(-13)
		a+b	8.49(-6)	3.19(-6)	1.73(-5)	3.89(-9)
		c+b	5.37(-6)	4.50(-6)	1.76(-5)	3.89(-9)

Tabela 5.42: Taxas decaimento beta (continuação).

Nucleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{61}Fe	$G_C(GAC)$	a	7.80(-3)	5.35(-3)	3.69(-4)	2.81(-10)
		b	1.03(-6)	6.39(-6)	1.68(-4)	4.17(-7)
		c	4.06(-4)	1.96(-4)	4.41(-6)	6.10(-12)
		a+b	7.80(-3)	5.36(-3)	5.37(-4)	4.17(-7)
		c+b	4.07(-4)	2.02(-4)	1.72(-4)	4.17(-7)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	3.44(-3)	2.43(-3)	1.82(-4)	1.57(-10)
		b	4.11(-7)	2.63(-6)	7.81(-5)	2.70(-7)
		c	1.79(-4)	8.87(-5)	2.18(-6)	3.40(-12)
		a+b	3.44(-3)	2.43(-3)	2.60(-4)	2.70(-7)
		c+b	1.79(-4)	9.13(-5)	8.03(-5)	2.70(-7)
^{62}Fe	$G_C(GAC)$	a	4.37(-4)	1.84(-4)	3.46(-6)	4.60(-12)
		b	1.08(-4)	3.97(-4)	2.58(-3)	1.45(-7)
		c	5.15(-3)	2.17(-3)	4.08(-5)	5.43(-11)
		a+b	5.45(-4)	5.81(-4)	2.58(-3)	1.45(-7)
		c+b	5.26(-3)	2.57(-3)	2.62(-3)	1.45(-7)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	3.44(-3)	2.43(-3)	1.82(-4)	1.57(-10)
		b	4.74(-4)	1.96(-4)	3.53(-6)	5.00(-12)
		c	1.69(-4)	5.74(-4)	2.92(-3)	9.63(-8)
		a+b	3.91(-3)	2.63(-3)	1.86(-4)	1.62(-10)
		c+b	6.43(-4)	7.70(-4)	2.92(-3)	9.63(-8)

Figura 5.10: Logaritmo decimal da função h em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para o caso do decaimento beta do $^{60}_{27}\text{Co}$. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Figura 5.11: Logaritmo decimal da função h em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para decaimento beta do $^{59}_{26}\text{Fe}_{33}$. As linhas verticais denotam os valores Q_{ij} usados no cálculo da reação com a equação 5.22. A linha vertical mas comprida denota o valor de Q usado na equação 5.25 ao calcular a taxa sob a condição termodinâmica IV. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Figura 5.12: Logaritmo decimal da função h em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para decaimento beta do $^{62}_{27}\text{Co}_{35}$. A linha vertical tracejada denota o valor Q_{00} , usado na equação 5.25, enquanto a linha vertical continua denota o valor Q da única transição levada em conta na equação 5.22. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Figura 5.13: Logaritmo decimal da função h em função do valor Q (em unidades da massa de repouso do elétron) para decaimento beta do $^{63}_{27}\text{Co}_{36}$. Com linhas verticais denotamos os valores Q_{ij} usados na equação 5.22. A linha vertical tracejada indica o valor Q_{00} usado na equação 5.25. As quatro curvas denotadas com números romanos representam as quatro condições termodinâmicas que são dadas na tabela 3.4.

Tabela 5.43: Taxas decaimento beta (continuação).

Nucleo	FP	Contr.	λ			
			I	II	III	IV
^{63}Fe	$G_C(GAC)$	a	1.33(-1)	1.16(-1)	4.48(-2)	8.86(-8)
		b	9.95(-7)	6.28(-6)	1.95(-4)	1.33(-5)
		c	1.13(-3)	9.40(-4)	2.47(-4)	2.37(-10)
		a+b	1.33(-1)	1.16(-1)	4.50(-2)	1.34(-5)
		c+b	1.13(-3)	9.46(-4)	4.42(-4)	1.33(-5)
	$G_{D+C}(GAC)$	a	1.13(-1)	9.64(-2)	3.49(-2)	6.06(-8)
		b	7.40(-7)	4.52(-6)	1.29(-4)	8.48(-6)
		c	9.66(-4)	7.83(-4)	1.92(-4)	1.63(-10)
		a+b	1.13(-1)	9.64(-2)	3.50(-2)	8.54(-6)
		c+b	9.67(-4)	7.88(-4)	3.21(-4)	3.48(-6)

5.5. EFEITOS SOBRE A DERIVADA TEMPORAL DA FRAÇÃO DE ELÉTRONS

Para poder estimar o impacto de nossos elementos de matriz nuclear e da nossa função de partição nuclear em alguma grandeza de interesse astrofísico, calculamos a derivada temporal da fração de elétrons, dada pela equação 2.90, para nossa pequena amostra de reações. Usamos para as taxas as equações 5.12 e 5.21 para a captura de elétrons e decaimento beta respectivamente com as duas aproximações feitas para $\lambda_{CE}^{(1)}$ e $\lambda_{D\beta}^{(1)}$. Ou seja que um primeiro cálculo de $\frac{dY_e}{dt}$ foi feito com

$$\lambda_{CE} = |\mathcal{M}_{ij}|_{eff}^2 \frac{2J_0 + 1}{G_C(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{00}) + |\mathcal{M}_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2 \frac{(2J_0 + 1)}{G_C(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{00} - E_{GTR(0)}), \quad (5.28)$$

e

$$\lambda_{D\beta} = |\mathcal{M}_{ij}|_{eff}^2 \frac{(2J_0 + 1) \exp\left(-\frac{E_{peak}}{k_B T}\right)}{G_C(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E_{peak}) + |\mathcal{M}_{0 \rightarrow BGTR(0)}|^2 \exp\left(\frac{E_{BGTR(0)}}{k_B T}\right) \frac{G_C(Z + 1, A, T)}{G_C(Z, A, T)} \times \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E_{BGTR(0)}) \quad (5.29)$$

ao passo que um outro cálculo de $\frac{dY_e}{dt}$ foi feito com

$$\lambda_{CE} = \sum_{ij \in \text{baixa energia}} |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G_{D+C}(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) + |\mathcal{M}_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2 \frac{(2J_0 + 1)}{G_{D+C}(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{00} - E_{GTR(0)}) \quad (5.30)$$

e

$$\lambda_{D\beta} = \sum_{i \in \text{baixa energia}} \sum_j |\mathcal{M}_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G_{D+C}(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) +$$

$$|\mathcal{M}_{0 \rightarrow BGTR(0)}|^2 \exp\left(\frac{E_{BGTR(0)}}{k_B T}\right) \frac{G_{D+C}(Z+1, A, T)}{G_{D+C}(Z, A, T)} \times$$

$$\Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E_{BGTR(0)}) \quad (5.31)$$

onde todas as grandezas que aparecem já foram devidamente definidas, calculadas, apresentadas e discutidas na seções anteriores. A densidade de níveis usada no cálculo da função de partição é a dada pela equação 3.56.

Uma questão a resolver no cálculo da derivada temporal da fração de elétrons diz respeito ao conhecimento das abundâncias isotópicas. Devido ao fato de que no caroço da pré-supernova todas as reações que envolvem interação forte e a electromagnetica (mas não a fraca) estão fortemente inibidas, a equação de Saha (Clayton 1968) fornece as abundâncias para cada especie nuclear dado um conjunto de condições termodinâmicas (ρ, T, Y_e) . Por outro lado temos que a distribuição de núcleos no caroço deve conservar a carga e a massa. Logo, o sistema de equações a resolver para determinar as abundâncias isotópicas é

$$\frac{n(A, Z)}{G(A, Z, T)} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{Am_H k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{n_p^Z n_n^{A-Z}}{2^A} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_H k_B T} \right)^{\frac{3A}{2}} \exp \left[\frac{Q(A, Z)}{k_B T} \right], \quad (5.32)$$

$$\rho = (n_p + n_n) m_H + \sum_{A, Z} n(A, Z) \quad (5.33)$$

e

$$R = \frac{n_p + \sum_{A, Z} n(A, Z)}{n_n + \sum_{A, Z} (A - Z) n(A, Z)} \quad (5.34)$$

onde m_H é a massa do átomo de hidrogênio, $Q(A, Z)$ é a energia de ligação da especie nuclear (A, Z) , n_p (n_n) e a densidade em número de partículas por unidade de volume de prótons (nêutrons), $n(A, Z)$ é a densidade em número de partículas por unidade de volume, da especie nuclear (A, Z) , R está relacionado com a fração de elétrons através da fórmula:

$$R = \frac{Y_e}{1 - Y_e}, \quad (5.35)$$

ao passo que as abundâncias de próton, nêutron e da espécie nuclear (A, Z) , podem-se expressar em função das suas respectivas frações em massa, por médio das relações:

$$x_p = \frac{m_H n_p}{\rho}, \quad (5.36)$$

$$x_n = \frac{m_H n_n}{\rho} \quad (5.37)$$

e

$$x(A, Z) = \frac{m_H n(A, Z) A}{\rho} \quad (5.38)$$

Para resolver as equações 5.32, 5.33 e 5.34 seguimos os passos de Clifford & Tayler (1965). No apêndice F explicamos brevemente o algoritmo utilizado. Na figura 5.14 apresentamos as abundâncias isotópicas em função da fração de elétrons. As linhas contínuas mostram as abundâncias usando a mesma função de partição usada nas equações 5.28 e 5.29, enquanto com linhas tracejadas mostramos os cálculos feitos com a função de partição usada nas equações 5.30 e 5.31. O resultado apresentado na figura 5.14 é um resultado intermedio, mas não por isso menos interessante. Podemos apreciar sensibilidades nas abundâncias às aproximações utilizadas no cálculo da função de partição. Para valores de Y_e pequenos, as diferenças entre os cálculos são maiores devido ao aumento da temperatura. Mas em isotopos como o ^{60}Co que possui um grande número de estados conhecidos a baixas energias essas diferenças aparecem cedo.

Nas figuras 5.15 e 5.16 apresentamos a variações temporais da fração de elétrons em função da fração de elétrons devida às capturas de elétrons e decaimento beta, respectivamente. As linhas contínuas denotam que os cálculos foram feitos usando as equações 5.28 e 5.29 enquanto que as linhas tracejadas indicamos que os cálculos foram feitos segundo as equações 5.30 e 5.31. Para ser consistente no cálculo, as abundâncias utilizadas em cada caso foram calculadas com a mesma função de partição que as correspondentes taxas. No caso da captura de elétrons observamos importantes diferenças. Um cálculo mais detalhado do elemento de matriz diminui a variação temporal da fração de elétrons em acordo com a análise previa feito na seção 5.3 deste capítulo. Já no caso do decaimento beta acontece o contrario, também em acordo com a análise previa feita sobre as taxas de decaimento beta na seção 5.4. No gráfico da figura 5.17 apresentamos a soma das contribuições de todas as capturas de elétrons e decaimentos beta, indicadas com CE e DB, respectivamente. O significado das curvas contínuas e tracejadas é o mesmo que nos gráficos 5.15 e 5.16. As linhas verticais marcam o limite do intervalo no qual o decaimento beta prevalece sobre a captura de elétrons. Podemos ver que o fato de levar em conta os primeiros estados excitados, tanto no cálculo do elemento de matriz nuclear como no cálculo da função de partição, tem como efeito um favorecimento do decaimento beta sobre a captura de elétrons, aumentando o intervalo

Figura 5.14: Abundâncias isotópicas em função da fração de elétrons. Com linhas contínuas e tracejadas apresentamos o cálculo feito com a função de partição G_C e G_{D+C} , respectivamente. A densidade de níveis usada é a dada pela equação 3.56.

de valores da fração de elétrons sobre o qual sua derivada temporal é positiva.

Figura 5.15: Logaritmo do valor absoluto da derivada temporal da fração de elétrons devida às capturas de elétrons. Com linha contínua denotamos o cálculo feito com a taxa dada pela equação 5.28, ao passo que as abundâncias usadas correspondem à linha contínua do gráfico da figura 5.14. Já com linha tracejada denotamos que o cálculo foi feito com a taxa dada pela equação 5.30 e as abundâncias usadas correspondem à linha tracejada do gráfico da figura 5.14

Figura 5.16: Logaritmo da derivada temporal da fração de elétrons devida aos decaimentos beta. Com linha continua denotamos que o cálculo foi feito com a taxa dada pela equação 5.29, ao passo que as abundancias usadas correspondem à linha continua do gráfico da figura 5.14. Já com linha tracejada denotamos que o cálculo foi feito com a taxa dada pela equação 5.31 e as abundancias usadas correspondem à linha tracejada do gráfico da figura 5.14

Figura 5.17: Logaritmo do valor absoluto da derivada temporal da fração de elétrons total, ou seja somadas sobre todas as capturas de elétrons (curvas assinaladas com CE) e todos decaimentos beta (curvas assinaladas com DB) calculados nesta tese. As linhas contínuas e tracejada tem o mesmo significado que nos gráficos da figuras 5.15 e 5.16. O intervalo de valores de Y_e compreendido entre linhas verticais contínuas (tracejadas) contem aqueles valores de Y_e nos quais o decaimento beta predomina sobre a captura de elétrons segundo as curvas contínuas (tracejadas)

6. CONCLUSÕES

Nesta tese calculamos taxas de decaimento beta e captura de elétrons para um conjunto de espécies nucleares da camada fp que são de interesse em ambiente de pré-supernova, dando ênfase às transições entre estados de baixas energia. No cálculo do elemento de matriz nuclear foram usadas aproximações de camadas como a QRPA e a QTDA, que ainda não haviam sido usadas em ambientes astrofísicos para essa região de massa. Já no caso da função de partição foram usados dados experimentais na descrição dos estados nucleares de até 3 MeV de energia de excitação reservando o uso da densidade de níveis só para estados acima dessa energia. Para estudar o impacto de nossas taxas sobre grandezas de interesse astrofísico calculamos as abundâncias isotópicas e a derivada temporal da fração de elétrons e comparamos com resultados disponíveis na literatura. Tendo em vista todo o trabalho realizado concluímos que:

- Os primeiros estados excitados são muito importantes na avaliação da função de partição nuclear devido a que as temperaturas no estágio da pré-supernova são da mesma ordem de grandeza que as energias desses estados. O uso de uma densidade de níveis na descrição dessa parte do espectro não é adequado podendo levar a diferenças de até 50% com respeito à cálculos realizados usando os dados experimentais disponíveis na literatura. Essa diferença, não só tem impacto nas taxas de captura de elétrons e decaimento beta, mas também nas abundâncias isotópicas.

- O fato de levar em conta em detalhe a transições entre estados de baixa energia, seja no cálculo microscópico do elemento de matriz nuclear ou no fato de usar dados experimentais na avaliação da função de partição leva a importantes diferenças nos valores das taxas com relação a resultados anteriores. As taxas são mais sensíveis ao cálculo dos elementos de matriz nuclear que às funções de partição. O decaimento beta se vê favorecido frente às capturas de elétrons na maioria dos casos e para grande parte das condições termodinâmicas. Esta última afirmação se deve exclusivamente ao elemento de matriz nuclear.
- Sensibilidades às diferentes aproximações da função de partição são observadas nas abundâncias isotópicas. Essas sensibilidades são maiores para valores menores de Y_e quando a temperatura é maior.
- O intervalo de valores de Y_e , no qual $\frac{dY_e}{dt}$ devida ao decaimento beta é dominante sobre a captura de elétrons é maior aproximadamente em 30% com nossa proposta de cálculo que com os cálculos encontrados na literatura.
- Essa situação retarda a queda de pressão no caroço da estrela e, conseqüentemente o colapso gravitacional em cujo caso o impacto sobre o posterior explosão da supernova pode ser muito importante. Por exemplo, com o atraso na queda da pressão, o caroço teria mais tempo disponível para aumentar a sua massa devida a queima de silício nas camadas mais internas da envoltória. O valor da fração de elétrons no início e, possivelmente, no fim do colapso seria maior, o que originaria uma massa do caroço maior e conseqüentemente um choque mais energético. Inclusive as taxas calculadas nesta tese podem prever que estrelas que antes não tinham energia suficiente na onda de choque gerada no *bounce* como para ejetar a envoltória, agora conseguem explodir.

Essa última conclusão não pode ser tomada como definitiva já que o número de reações calculadas neste trabalho é pequeno em comparação com o número de reações envolvidas no interior estelar, mais podem marcar uma tendência. Visando confirmar essa última afirmação seria interessante, como perspectiva futura de trabalho, estender os nossos cálculos ao maior número de reações possíveis e, também aos próprios estágios do colapso.

APÊNDICES

APPENDIX

APÊNDICE A

GEOMETRIA DO ACOPLAMENTO DE ESTADOS DE TRÊS QUASIPARTÍCULAS

Neste apêndice nosso objetivo é o de mostrar como construir um conjunto completo de estados de três quasipartículas com momento angular total JM . Para isso é preciso construir um conjunto de operadores $B^\dagger$ tal que:

$$\langle \Psi_0 | B(abJ_1c; JM) B^\dagger(a'b'J_1c'; J'M') | \Psi_0 \rangle = \delta_{aa'} \delta_{bb'} \delta_{cc'} \delta_{J_1J_1'} \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \quad (A.1)$$

onde relembremos que $B^\dagger$ é um operador de criação de um estado de três quasipartículas estando relacionado com B pela equação 4.72. É fácil verificar que:

$$\langle \Psi_0 | B(abJ_1c; JM) B^\dagger(a'b'J_1c'; J'M') | \Psi_0 \rangle = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \mathcal{D}_3(abJ_1c; a'b'J_1c'; J), \quad (A.2)$$

sendo

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_3(abJ_1c; a'b'J_1c'; J) &= \delta_{cc'} \delta_{J_1J_1'} \delta_{J_1}(ab, a'b') + \\ &\delta_{cb'} (-1)^{J_1+J_1'+3J+a'} U(b'a'Jc', J_1'J_1) \delta_{J_1}(ab, a'c') + \\ &\delta_{ca'} (-1)^{J_1+3J+a'} U(a'b'Jc', J_1'J_1) \delta_{J_1}(ab, b'c') \end{aligned} \quad (A.3)$$

onde U está dado pela equação D.9 do apêndice D e

$$\delta_J(ab, a'b') = \delta_{aa'} \delta_{bb'} - (-1)^{J+a+b} \delta_{ab'} \delta_{ba'} \quad (A.4)$$

Desta forma vemos que o lado direito da equação A.2 na realidade é composto de seis termos correspondendo a diferentes formas de contração.

A fim de tornar o lado direito da equação A.2 idêntico à equação A.1 a primeira coisa a fazer é excluir as permutações entre a, b e c (a', b' e c'). Por exemplo, se tivermos incluído $B(abJ_1c; JM)$ para todos os valores de J_1 , não devemos incluir $B(caJ'_1b; JM)$ para todos os valores de J'_1 , visto que os membros do último conjunto podem ser obtidos do primeiro apenas através do reacoplamento de momentos angulares. Assim, o último conjunto é linearmente dependente do primeiro. Quando isto for levado em consideração a função $\mathcal{D}_3$ pode ser reescrita na forma:

$$\mathcal{D}_3(abJ_1c; a'b'J'_1c'; J) = \begin{cases} \delta_{aa'}\delta_{bb'}\delta_{cc'}\delta_{J_1J'_1}, & \text{quando } a, b \text{ e } c \text{ (} a', b' \text{ e } c') \\ & \text{forem diferentes.} \\ 2\delta_{aa'}\delta_{cc'}\delta_{J_1J'_1}, & \text{quando } a = b \neq c \text{ (} a' = b' \neq c') \\ & \text{e } J_1 \text{ par.} \\ 2\delta_{aa'}\delta_{J_1J'_1} + 4U(aaJa, J_1J'_1)(-1)^{a+3J}, & \text{quando } a = b = c \text{ (} a' = b' = c'), \\ & \text{para } J_1 \text{ e } J'_1 \text{ pares} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Notar que o segundo e terceiro caso da equação A.5 não estão definidos para J_1 (J'_1) ímpares. É fácil ver entretanto que o procedimento de ortonormalização é muito simples nos dois primeiros casos onde a equação 4.72 pode ser escrita como

$$B^\dagger(abJ_1c; JM) = \begin{cases} B^\dagger(abJ_1c; JM), & \text{para } a, b \text{ e } c \text{ diferentes entre si.} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}B^\dagger(abJ_1c; JM), & \text{para } a = b \neq c. \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

para o caso em que $a = b = c = j$ a construção dos estados de três quasipartículas pode ser feito seguindo-se as etapas:

ETAPA 1: Calcular $\mathcal{D}_3(jjJ_1j, jjJ_1j, J)$. Se for zero, então devemos rejeitar o correspondente $B^\dagger(jjJ_1j; JM)$, devido que $B^\dagger|\Psi_0\rangle$ é um estado de comprimento nulo. Tal estado simplesmente não existe. Como um exemplo, é fácil mostrar que $\mathcal{D}_3\left(\frac{3}{2}\frac{3}{2}\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\frac{3}{2}\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) = 0$ o qual indica que nós não podemos construir um estado totalmente antissimetrizado de momento angular $\frac{5}{2}$ por intermédio do acoplamento de três quasipartículas em $j = \frac{3}{2}$.

ETAPA 2: Calcular, para $J_1 \neq J'_1$,

$$\mathcal{D}_{jJ}(J_1 J'_1) = \frac{\mathcal{D}_3(jjJ_1j, jjJ'_1j, J)}{\sqrt{\mathcal{D}_3(jjJ_1j, jjJ_1j, J) \mathcal{D}_3(jjJ'_1j, jjJ'_1j, J)}}. \quad (\text{A.7})$$

Se der ± 1 , então $B^\dagger(jjJ_1j; JM)|\Psi_0\rangle$ e $B^\dagger(jjJ'_1j; JM)|\Psi_0\rangle$ são proporcionais entre si, de forma que devemos tomar ambos.

Nestas circunstâncias e após removida a redundância, a equação 4.72 torna-se:

$$B^\dagger(jjJ_1j; JM)|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{D}_3(jjJ_1j, jjJ_1j, J)}} B^\dagger(jjJ_1j; JM)|\Psi_0\rangle. \quad (\text{A.8})$$

Aqui gostaríamos de salientar que para os casos em que $j_a \leq \frac{7}{2}$ estas duas etapas são suficientes para definir completamente o conjunto completo ortonormalizado de estados $B^\dagger(abJ_1c; JM)|\Psi_0\rangle$. Para os casos em que $j_a > \frac{7}{2}$ devemos então passar à etapa 3.

ETAPA 3: Quando $\mathcal{D}_{jJ}(J_1 J'_1)$ definido na equação A.7 não for nem 1 nem 0, então devemos usar o procedimento de ortogonalização de *Schmidt*. Usando este procedimento, nos construímos dois estados ortonormais $|\phi_i\rangle$, $i = 1, 2$ por intermédio de $B^\dagger(jjJ_1j; JM)|\Psi_0\rangle$ e $B^\dagger(jjJ'_1j; JM)|\Psi_0\rangle$. Após isso calculamos

$$S_{1,2}(jJ''_1J) = \sum_{i=1}^2 \frac{[\langle \phi_i | B^\dagger(jjJ''_1j; JM) | \Psi_0 \rangle]}{\mathcal{D}_3(jjJ''_1j, jjJ''_1j, J)}, J''_1 \neq J_1, J'_1. \quad (\text{A.9})$$

Se der 1, então $B^\dagger(jjJ''_1j; JM)$ é linearmente dependente de $|\phi_1\rangle$ e $|\phi_2\rangle$, sendo rejeitado. Se não der 1, então um terceiro estado ortonormal pode ser construído e calculamos de maneira similar $S_{1,2,3}(jJ'''_1J)$, $J'''_1 \neq J_1, J'_1$ e J''_1 . Se der 1, então J'''_1 é rejeitado. Se não podemos construir um quarto estado ortonormal. Este procedimento pode ser facilmente continuado até que todos os estados ortonormais sejam encontrados. Somente nesta situação $N(abJ_1c, J)$ não é simplesmente uma constante de normalização.

APÊNDICE B

ESTADOS ESPÚRIOS

Quando o operador $\hat{N} - n_0$ atua no vácuo de quasipartícula obviamente que o estado resultante não possui qualquer componente com o número de partículas n_0 . Se estes estados espúrios não forem eliminados do espaço em consideração, isto pode conduzir a autovalores errados. O tratamento de estados espúrios utilizando várias quasipartículas por exemplo três (Kuo et al 1966) e quatro (Raj et al 1967; Ottaviani et al 1967) já foi amplamente discutido e no que segue faremos um breve resumo deste problema nos limitando em até estados de três quasipartículas. O estado espúrio Ψ_{sp_2} mais simples na descrição de um núcleo par é o estado 0^+

$$\Psi_{sp_2} = N_{sp_2} \left(\hat{N} - n_0 \right) |\tilde{\Psi}_0\rangle = N_{sp_2} \sum_a \hat{a} u_a v_a \mathcal{A}^\dagger(aa00) |\tilde{\Psi}_0\rangle \quad (\text{B.1})$$

que é uma particular combinação linear de estados de duas quasipartículas acopladas a $J = 0$, com N_{sp_2} sendo uma constante de normalização. A existência deste estado é consequência de que $|\tilde{\Psi}_0\rangle$ não é um autoestado de $\hat{N}$, pois se fosse, Ψ_{sp_2} seria nulo. Claramente Ψ_{sp_2} é ortogonal a $|\tilde{\Psi}_0\rangle$ e

$$\langle \phi_{n_0} | \Psi_{sp_2} \rangle = 0, \quad (\text{B.2})$$

onde ϕ_{n_0} é um estado com n_0 núcleons. Para melhor compreensão podemos expandir $|\tilde{\Psi}_0\rangle$ como

$$|\tilde{\Psi}_0\rangle = \sum_n c_n \phi_n, \quad (\text{B.3})$$

onde ϕ_n é um estado com n núcleons. Então o gráfico $|c_n|$ em função de n terá uma forma gaussiana centrada em n_0 como mostra a figura B.1. A mesma expansão de Ψ_{sp_2} é

$$\Psi_{sp_2} = \sum_n c_n (n - n_0) \phi_n. \quad (\text{B.4})$$

Ψ_{sp_2} é portanto, apenas uma outra combinação linear dos mesmos estados intrínsecos ϕ_n . Este estado, portanto, não tem nenhum significado físico novo sendo assim, espúrio. A quantidade $|c_n| (n - n_0)$ esta graficada na mesma figura B.1 onde pode-se observar que a amplitude é nula em n_0 .

Como é sabido o estado $|\tilde{\Psi}_0\rangle$ é uma autofunção aproximada da hamiltoniana H_T (com o subíndice T indicando próton o nêutron) dada pela equação 4.2. Já que H_T comuta com $(\hat{N} - n_0)$, Ψ_{sp_2} é também uma espécie de autofunção aproximada de H_T com momento angular $J = 0$. Então para assegurar que somente soluções físicas sejam retidas quando for diagonalizada a matriz na aproximação TDA, devemos previamente eliminar o estado espúrio.

De forma similar, um estado espúrio desta natureza existe em nosso tratamento TDA para núcleos de massa ímpar. Podemos afirmar que o estado espúrio a ser eliminado é

$$\Psi_{sp_3} = N_{sp_3} \left(\hat{N} - \langle N \rangle \right) a_{JM}^\dagger |\tilde{\Psi}_0\rangle \quad (\text{B.5})$$

onde

$$\langle N \rangle = \left\langle \tilde{\Psi}_0 \left| a_{JM} \hat{N} a_{JM}^\dagger \right| \tilde{\Psi}_0 \right\rangle = n_0 + (u_J^2 - v_J^2) \quad (\text{B.6})$$

e N_{sp_3} é uma constante de normalização. Escrito em termos de $B^\dagger$, Ψ_{sp_3} toma a forma

$$\Psi_{sp_3} = N_{sp_3} \sum_a \hat{a} u_a v_a \left(2 - \delta_{aJ} \frac{4}{2J+1} \right)^{1/2} B^\dagger(a a 0 J; J M) |\tilde{\Psi}_0\rangle, \quad (\text{B.7})$$

com

$$N_{sp_3}^{-2} = \sum_a \hat{a}^2 u_a^2 v_a^2 \left(2 - \delta_{aJ} \frac{4}{2J+1} \right). \quad (\text{B.8})$$

Vemos, assim, que Ψ_{sp_3} é uma particular combinação linear de estados de três quasipartículas acopladas a JM . De forma similar, podemos expandir $a_{JM}^\dagger |\tilde{\Psi}_0\rangle$ como

$$a_{JM}^\dagger |\tilde{\Psi}_0\rangle = \sum_n c'_n \phi_n. \quad (\text{B.9})$$

Figura B.1: Distribuição do número de núcleons em $|\Psi_0\rangle$ e $(N - n_0)|\Psi_0\rangle$. c_n e $c_n(n - n_0)$ são funções da expansão em $|\Psi_0\rangle = \sum_n c_n \phi_n$ e $(N - n_0)|\Psi_0\rangle = \sum_n c_n(n - n_0) \phi_n$, onde ϕ_n é um estado possuindo n núcleons.

O gráfico de $|c'_n|$ em função de n terá novamente uma forma gaussiana centrada em $\langle N \rangle$. Já o mesmo gráfico para Ψ_{sp_3} o qual é ortogonal a $a_{JM}^\dagger |\tilde{\Psi}_0\rangle$ terá um nodo em $\langle N \rangle$. É claro, portanto, que Ψ_{sp_3} é espúrio.

O seguinte método foi empregado em nossos cálculos, utilizando a aproximação TDA para eliminação de estados espúrios. Vamos a descrevê-lo em termos gerais. Suponhamos que a diagonalização da hamiltoniana $H(\lambda)$ no espaço de vetores ϕ_i , $i = 1, \dots, n$, um particular estado

$$\Psi_{sp} = \sum_{i=1}^n s_i \phi_i, \quad (\text{B.10})$$

com

$$\sum_{i=1}^n s_i^2 = 1, \quad (\text{B.11})$$

é espúrio. Precisamos, portanto, eliminar este estado, diagonalizando a hamiltoniana $H(\lambda)$ num espaço de *Hilbert* reduzido composto de ϕ'_j , $j = 1, \dots, (n-1)$ com

$$\langle \phi'_j | \Psi_{sp} \rangle = 0, \quad j = 1, \dots, (n-1). \quad (\text{B.12})$$

É fácil ver que isto pode ser feito, sem ser necessário ir primeiramente para a representação ϕ'_j e logo a representação ϕ_i , pela simples contrução de

$$\tilde{H} = (1 - P) H (1 - P)^\dagger \quad (\text{B.13})$$

com

$$(1 - P)_{ij} = \delta_{ij} - s_i s_j \quad (\text{B.14})$$

e diagonalizando $\tilde{H}$ na representação ϕ_i .

Neste procedimento, o estado espúrio Ψ_{sp} aparecerá como autoestado de $\tilde{H}$ com autovalor nulo, sendo todos os demais autoestados, ortogonais a ele. Esta técnica pode ser generalizada para tratar casos onde existam mais que um estado espúrio a ser eliminado. Suponha que temos K estados espúrios, $K < n$. Primeiramente devemos ortonormalizar-los, denotando-os por

$$\Psi_{sp}^\alpha = \sum_{i=1}^n s_i^\alpha \phi_i, \quad \alpha = 1, \dots, K \quad (\text{B.15})$$

com

$$\langle \Psi_{sp}^\alpha | \Psi_{sp}^\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta}. \quad (\text{B.16})$$

Para eliminá-los, nós devemos simplesmente diagonalizar $\bar{H}$ na mesma representação dada por

$$\bar{H} = \left(1 - \sum_{\alpha=1}^K P_{\alpha}\right) H(\lambda) \left(1 - \sum_{\alpha=1}^K P_{\alpha}\right)^{\dagger} . \quad (\text{B.17})$$

sendo

$$\left(1 - \sum_{\alpha=1}^K P_{\alpha}\right)_{ij} = \delta_{ij} - \sum_{\alpha=1}^K s_i^{\alpha} s_j^{\alpha} . \quad (\text{B.18})$$

Todos os estados espúrios Ψ_{sp}^{α} aparecerão como autoestados de $\bar{H}$ com autovalor zero, sendo ortogonais aos demais $n - K$ autoestados.

APÊNDICE C

ELEMENTOS DE MATRIZ DA HAMILTONIANA RESIDUAL PARA QUASIPARTÍCULAS

O elemento de matriz de H_{22} entre estados de duas quasipartículas é:

$$\mathcal{Q}(abcdJ) \equiv \langle \Psi(abJM) | H_{22} | \Psi(cdJM) \rangle =$$

$$\frac{1}{8} \hat{P}(abJ) \hat{P}(cdJ) [(u_a u_b u_c u_d + v_a v_b v_c v_d) g_J(abcd) + 4v_a u_b v_c u_d f_J(abcd)]. \quad (C.1)$$

O elemento de matriz de H_{13} entre estados de uma e três quasipartícula é:

$$\mathcal{L}(abJ_1c, J) \equiv \langle \Psi(JM) | H_{13} | \Psi(cdJ_1c, JM) \rangle =$$

$$\frac{1}{2} \hat{J}_1 \hat{J}^{-1} [g_{J_1}(abcJ) (u_a u_b u_J v_c - v_a v_b v_J u_c) +$$

$$(-1)^{J_1+J+c} f_{J_1}(abJc) (u_a u_c u_J v_b - v_a v_c v_J u_b) -$$

$$f_{J_1}(abcJ) (u_b u_c u_J v_a - v_b v_c v_J u_a)]. \quad (C.2)$$

O elemento de matriz de H_{22} entre estados de três quasipartículas é:

$$\mathcal{K}(abJ_1c, deJ'_1f, J) \equiv \langle \Psi(abJ_1c, JM) | H_{22} | \Psi(cdJ'_1f, JM) \rangle =$$

$$\delta_{cf} \delta_{J_1 J'_1} \mathcal{Q}(abdeJ_1) -$$

$$\hat{P}(deJ'_1) \left[\delta_{ce} (-1)^{J_1+J'_1+J+d} \hat{J}_1 \hat{J}'_1 U(edJf; J'_1 J_1) \mathcal{Q}(abdfJ_1) \right] -$$

$$\begin{aligned} \hat{P}(abJ_1) \left[\delta_{fb} (-1)^{J_1+J'_1+J+a} \hat{J}_1 \hat{J}'_1 U(baJc; J_1 J'_1) \mathcal{Q}(deacJ'_1) \right] + \\ \sum_{J''} \hat{P}(abJ_1) \hat{P}(deJ'_1) \left[\delta_{fb} (-1)^{J_1+J'_1+J+a} \right. \\ \left. \hat{J}_1 \hat{J}'_1 \hat{J}''^2 U(abJc; J_1 J'') U(deJf; J'_1 J'') \mathcal{Q}(bcefJ'') \right], \end{aligned} \quad (C.3)$$

onde as funções U estão definidas na equação D.9 do apêndice D e

$$\hat{P}(abJ) \equiv \left[1 - (-1)^{J+a+b} (a \leftrightarrow b) \right]. \quad (C.4)$$

As matrizes α e β da QRPA estão dadas por:

$$\begin{aligned} \alpha(abcdJ) &= (\varepsilon_a + \varepsilon_b) \delta_{ab,cd} + \\ &+ (u_a v_b u_c v_d + v_a u_b v_c u_d) f_J(abcd) + \\ &+ (u_a u_b u_c u_d + v_a v_b v_c v_d) g_J(abcd) \end{aligned} \quad (C.5)$$

e

$$\begin{aligned} \beta(abcdJ) &= (v_a u_b u_c v_d + u_a v_b v_c u_d) f_J(abcd) - \\ &- (u_a u_b v_c v_d + v_a v_b u_c u_d) g_J(abcd) \end{aligned} \quad (C.6)$$

APÊNDICE D

ELEMENTOS DE MATRIZ DO OPERADOR DE TRANSIÇÃO

O elementos de matriz são:

$$\begin{aligned}
 & \left\langle \Psi(p_a p_b J n_c; I) \left\| \hat{\beta}_- \right\| \Psi(n_d n_e J' p_f; I') \right\rangle = \\
 & \left\langle p_a \left\| \vec{\sigma} \right\| n_d \right\rangle u_{n_d} u'_{p_a} \frac{\hat{I}}{j_{p_a}} (-1)^{j_{p_a} + j_{n_d} - I - I'} \times \\
 & \sum_{J''} D(p_b n_c, n_e p_f, J'') U(j_{p_a} j_{p_b} I j_{n_c}; J J'') U(j_{n_d} j_{n_e} I' j_{p_f}; J' J'') U(J'' j_{n_d} I 1; I' j_{p_a}) + \\
 & \left\langle p_a \left\| \vec{\sigma} \right\| n_e \right\rangle u_{n_e} u'_{p_a} \frac{\hat{I}}{j_{p_a}} (-1)^{j_{p_a} + j_{n_d} - I - I' - J'} \times \\
 & \sum_{J''} D(p_b n_c, n_d p_f, J'') U(j_{p_a} j_{p_b} I j_{n_c}; J J'') U(j_{n_e} j_{n_d} I' j_{p_f}; J' J'') U(J'' j_{n_e} I 1; I' j_{p_a}) + \\
 & \left\langle p_b \left\| \vec{\sigma} \right\| n_d \right\rangle u_{n_d} u'_{p_b} \frac{\hat{I}}{j_{p_b}} (-1)^{j_{p_a} + j_{n_d} - I - I' - J} \times .
 \end{aligned}$$

$$\sum_{J''} D(p_a n_c, n_e p_f, J'') U(j_{p_b} j_{p_a} I j_{n_c}; J J'') U(j_{n_d} j_{n_e} I' j_{p_f}; J' J'') U(J'' j_{n_d} I 1; I' j_{p_b}) +$$

$$\langle p_b \parallel \vec{\sigma} \parallel n_e \rangle u_{n_e} u'_{p_b} \frac{\hat{I}}{j_{p_b}} (-1)^{j_{p_a} + j_{n_d} - I - I' + J + J'} \times$$

$$\sum_{J''} D(p_a n_c, n_d p_f, J'') U(j_{p_b} j_{p_a} I j_{n_c}; J J'') U(j_{n_e} j_{n_d} I' j_{p_f}; J' J'') U(J'' j_{n_e} I 1; I' j_{p_b}), \quad (D.1)$$

$$\langle \Psi(p_a p_b J n_c; I) \parallel \hat{\beta}_- \parallel \Psi(p_d p_e J' p_f; I') \rangle =$$

$$\frac{\hat{I}}{j_{n_c}} \left[\langle n_c \parallel \vec{\sigma} \parallel p_f \rangle v'_{n_c} v_{p_f} \delta_{J J'} D(p_a p_b, p_d p_e, J) U(J j_{p_e} I 1; I' j_{n_c}) + \right.$$

$$\langle n_c \parallel \vec{\sigma} \parallel p_f \rangle v'_{n_c} v_{p_e} (-1)^{j_{p_d} - I' + J + J'} \times$$

$$D(p_a p_b, p_d p_f, J) U(j_{p_e} j_{p_d} I' j_{p_f}, J' J) U(J j_{p_e} I 1; I' j_{n_c}) +$$

$$\langle n_c \parallel \vec{\sigma} \parallel p_d \rangle v'_{n_c} v_{p_d} (-1)^{j_{p_d} - I' + J} \times$$

$$D(p_a p_b, p_e p_f, J) U(j_{p_d} j_{p_e} I' j_{p_f}, J' J) U(J j_{p_d} I 1; I' j_{n_c}) \Big], \quad (D.2)$$

$$\langle \Psi(n_a n_b J n_c; I) \parallel \hat{\beta}_- \parallel \Psi(p_d p_e J' p_f; I') \rangle =$$

$$\hat{I} \left[\langle n_c \parallel \vec{\sigma} \parallel p_f \rangle v'_{n_c} v_{p_f} \delta_{J J'} \frac{\hat{I}}{j_{n_c}}^{-1} D(n_a n_b, n_d n_e, J) U(J j_{p_f} I 1; I' j_{n_c}) + \right.$$

$$\langle n_c \parallel \vec{\sigma} \parallel p_f \rangle v'_{n_a} v_{p_f} \frac{\hat{I}}{j_{n_a}}^{-1} (-1)^{j_{n_a} + J' - I} \times$$

$$D(n_b n_c, n_d n_e, J') U(j_{n_a} j_{n_b} I j_{n_c}, J J') U(J' j_{p_f} I 1; I' j_{n_a}) +$$

$$\begin{aligned} & \left\langle n_b \left\| \vec{\sigma} \right\| p_f \right\rangle v'_{n_b} v_{p_f} \hat{j}_{n_b}^{-1} (-1)^{j_{n_a}+J+J'-I} \times \\ & D(n_a n_c, n_d n_e, J') U(j_{n_b} j_{n_a} I j_{n_c}, J J') U(J' j_{p_f} I 1; I' j_{n_b}) \Big], \end{aligned} \quad (D.3)$$

$$\begin{aligned} & \left\langle \Psi(p_d p_e J n_f, I) \left\| \hat{\beta}_- \right\| \Psi(p_p) \right\rangle = \\ & \frac{\hat{I}}{\sqrt{3}} \left[\left\langle p_e \left\| \vec{\sigma} \right\| n_f \right\rangle u'_{p_e} v'_{n_f} \delta_{p_d p_p} U(j_{p_d} j_{p_e} I j_{n_f}, J 1) - \right. \\ & \left. \left\langle p_d \left\| \vec{\sigma} \right\| n_f \right\rangle u'_{p_d} v'_{n_f} \delta_{p_e p_p} (-1)^{j_{p_d}+j_{p_e}-J} U(j_{p_e} j_{p_d} I j_{n_f}, J 1) \right], \end{aligned} \quad (D.4)$$

$$\begin{aligned} & \left\langle \Psi(n_p) \left\| \hat{\beta}_- \right\| \Psi(n_d n_e J p_f, I) \right\rangle = \\ & \frac{\hat{j}_{n_p}}{\sqrt{3}} \left[\left\langle p_f \left\| \vec{\sigma} \right\| n_d \right\rangle v_{p_f} u_{n_d} \delta_{n_p n_e} U(j_{n_e} j_{n_d} I j_{p_f}, J 1) - \right. \\ & \left. \left\langle p_f \left\| \vec{\sigma} \right\| n_e \right\rangle v_{p_f} u_{n_e} \delta_{n_p n_d} (-1)^{j_{n_d}+j_{n_e}-J} U(j_{n_d} j_{n_e} I j_{p_f}, J 1) \right] \end{aligned} \quad (D.5)$$

e

$$\left\langle \Psi(n) \left\| \hat{\beta}_- \right\| \Psi(p) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (-1)^{j_p+j_n} \hat{j}_n v_p v'_n \left\langle p \left\| \vec{\sigma} \right\| n \right\rangle, \quad (D.6)$$

onde usamos as seguintes definições:

$$\left\langle p \left\| \vec{\sigma} \right\| n \right\rangle = -\sqrt{6} \delta_{l_p l_n} (-1)^{\frac{1}{2}+l_n+j_p} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ j_p & j_n & l_n \end{Bmatrix} = (-1)^{j_p-j_n} \left\langle n \left\| \vec{\sigma} \right\| p \right\rangle, \quad (D.7)$$

$$D(ab, cd, J) = \delta_{ac} \delta_{bd} - (-1)^{j_c+j_d+J} \delta_{ad} \delta_{bc}, \quad (D.8)$$

$$U(abcd, J J') = \hat{J} \hat{J}' (-1)^{a+b+c+d} \begin{Bmatrix} a & b & J \\ c & d & J' \end{Bmatrix} \quad (D.9)$$

e

$$\hat{J} = \sqrt{2J+1} \quad (D.10)$$

Os elementos de matriz do operador $\hat{\beta}_+$ podem ser obtidos a partir dos elementos de matriz do operador $\hat{\beta}_-$ trocando v_n por v'_p , u_p por u'_n , v_p por v'_n e u_n por u'_p .

APÊNDICE E

MODELO USADO NO TRATAMENTO DAS RESSONÂNCIAS

E.1. CAPTURA ELETRÔNICA

A expressão 5.14 pode ser aproximada por

$$\lambda_{CE}^{(2)} = \sum_i |M_{i \rightarrow GTR(i)}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{i \rightarrow GTR(i)}), \quad (E.1)$$

com

$$Q_{i \rightarrow GTR(i)} = Q_{00} + E_i - E_{GTR(i)} \quad (E.2)$$

onde Q_{00} é o valor Q da transição entre estados fundamentais. A soma sobre cada transição para um estado j foi substituída por uma transição única para um estado sobre o núcleo filho com energia $E_{GTR(i)}$ correspondente a energia do pico da ressonância da transição do estado do núcleo pai com energia E_i ou seja

$$\sum_{j \in GTR} |M_{ij}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{ij}) \simeq$$
$$|M_{i \rightarrow GTR(i)}|^2 \frac{(2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E_i - E_{GTR(i)}). \quad (E.3)$$

Usando a relação

$$E_{GTR(i)} = E_{GTR(0)} + E_i \quad (E.4)$$

conhecida como *hipotese de Brink*, a expressão E.2 fica

$$Q_{i \rightarrow GTR(i)} = Q_{00} - E_{GTR(0)} \quad (E.5)$$

onde a dependência com as energias de excitação do núcleo pai foi eliminada. Na figura E.1 podemos ver num esquema bem simples do significado da hipotese de Brink e de cada uma das energias que aparecem no problema. À direita do gráfico podemos ver o estado fundamental e o estado excitado de energia E_i do núcleo pai (Z, A) . À esquerda vemos duas curvas: com uma linha continua a intensidade da transição $(Z, A)_{gs} \rightarrow (Z-1, A)$, e com uma linha tracejada a intensidade da transição $(Z, A)^* \rightarrow (Z-1, A)$; ambas em função da energia de excitação do núcleo filho. Podemos observar que o pico da intensidade tem sido deslocado para cima numa quantidade igual a E_i .

Logo fazemos a aproximação

$$|M_{i \rightarrow GTR(i)}|^2 \simeq |M_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2 \quad (E.6)$$

e obtemos finalmente a expressão 5.19:

$$\lambda_{CE}^{(2)} = |M_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2 \frac{(2J_0 + 1)}{G(A, Z, T)} \Theta(\rho, T, Y_e, Q_{00} - E_{GTR(0)}) \quad (E.7)$$

Olhando para a figura E.2 vemos que uma boa aproximação para a energia $E_{GTR(0)}$ é:

$$E_{GTR(0)} = \Delta E_{SPEn} + \Delta E_{ph} + \Delta E_{pairing}, \quad (E.8)$$

onde o primeiro termo é a diferença de energia entre os estados de partícula única que os nêutrons ocupam no estado ressonante e o estado fundamental, (no caso da captura eletrônica do ^{56}Co fica $(\epsilon_{1f5/1} - \epsilon_{2p3/2})_{\text{nêutrons}}$). O segundo termo é a energia de repulsão partícula-buraco que deve ser usada para colocar um neutron fora do estado fundamental do núcleo filho. O terceiro termo é o investimento de energia necessário para quebrar um par de nêutrons no caso de que o núcleo filho seja par em neutrons. Para ΔE_{ph} usamos 2 MeV e para $\Delta E_{pairing}$ usamos a expressão

$$\Delta E_{pairing} = \frac{12 \text{ MeV}}{\sqrt{A}}. \quad (E.9)$$

As energias de partícula única usadas são dadas na tabela E.1. Com respeito ao cálculo do elemento de matriz $|M_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2$ usamos a expressão:

$$|M_{0 \rightarrow GTR(0)}|^2 = \frac{1}{2} \frac{n_i^p n_f^h}{2j_f + 1} |M_{GT}^{sp}|_{if}^2 \quad (E.10)$$

onde n_i^p é o número de partículas de próton no orbital inicial, n_f^h é o número de buracos de nêutrons no orbital final, j_f é o momento angular orbital final. Os elementos de matriz de Gamow Teller de partícula única, $|M_{GT}^{sp}|_{if}^2$, se encontram na tabela E.2.

E.2. DECAIMENTO BETA

No caso do decaimento beta vamos assumir que os estados de energia maiores do núcleo pai estão dominados por estados ressonantes. Seja (Z, A) o núcleo pai e $(Z + 1, A)$ o núcleo filho. Para cada estado em $(Z + 1, A)$, temos um estado ressonante em (Z, A) cuja energia pode ser estimada novamente pela hipótese de Brink como podemos ver na figura E.3. Temos assim que o valor Q para o decaimento está dado por:

$$Q_j = Q_{00} + E_{BGTR(j)} - E_j = Q_{00} + E_{BGTR(0)} \quad (E.11)$$

onde o índice j denota aqui o estado no núcleo filho correspondente. O significado das grandezas que intervêm na equação E.11 pode-se ver na figura E.3.

Aproximaremos a expressão 5.23 fazendo sobreviver, na soma sobre i , só aquele estado proveniente da ressonância sobre o núcleo pai j . Indicaremos esse índice i com a notação:

$$i = \theta(j). \quad (E.12)$$

Logo a expressão 5.23, fica:

$$\lambda_{D\beta}^{(2)} = \sum_j |M_{BGTR(j) \rightarrow j}|^2 \frac{[2J_{\theta(j)} + 1] \exp \left[-\frac{E_{\theta(j)}}{k_B T} \right]}{G(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_j). \quad (E.13)$$

Para determinar $|M_{BGTR(j) \rightarrow j}|^2$ foi usado o princípio do balance detalhado:

$$|M_{BGTR(j) \rightarrow j}|^2 \frac{[2J_j^{(Z)} + 1]}{G(A, Z, T)} = |M_{j \rightarrow BGTR(j)}|^2 \frac{[2J_j^{(Z+1)} + 1]}{G(A, Z + 1, T)} \quad (E.14)$$

Por último ficamos na soma só com o termo $j = 0$. Temos assim que

$$\begin{aligned} \lambda_{D\beta}^{(2)} &\simeq |M_{0 \rightarrow BGTR(0)}|^2 \exp \left(-\frac{E_{BGTR(0)}}{k_B T} \right) \\ &\times \frac{G(A, Z + 1, T)}{G(A, Z, T)} \Phi(\rho, T, Y_e, Q_{00} + E_{BGTR(0)}). \end{aligned} \quad (E.15)$$

onde os elementos de matriz $|M_{0 \rightarrow BGTR(0)}|^2$ e as energias $E_{BGTR(0)}$ foram calculadas como foi explicado na seção E.1 deste apêndice.

Tabela E.1: Energias de partícula única usadas no cálculo da ressonância.

nlj	$\epsilon_{nlj} [MeV \times A^{1/3}]$
2p1/2	123.2
1f5/2	119.4
2p3/2	112.6
1f7/2	94.7

Tabela E.2: Elementos de matriz de Gamow-Teller de partícula única.

$ M_{GT}^{sp} _{if}^2$	$j_f = l + 1/2$	$j_f = l - 1/2$
$j_f = l + 1/2$	$\frac{l+3/2}{l+1/2}$	$\frac{2l}{l+1/2}$
$j_f = l - 1/2$	$\frac{2l+2}{l+1/2}$	$\frac{l-1/2}{l+1/2}$

Figura E.1: Hipotese de Brink: O deslocamento do pico da energia da ressonância no núcleo filho coincide com a energia de excitação do núcleo pai.

Figura E.2: Modelo simples de camadas usado na estimativa do elemento de matriz nuclear da ressonância da captura eletrônica no caso do ^{56}Co . "P" significa próton e "N", nêutron. Um próton da camada $f\ 7/2$ transforma-se em nêutron e ocupa buraco na camada $f\ 5/2$ ficando assim um estado de ressonância no ^{56}Fe

Figura E.3: Hipotese de Brink: O deslocamento do pico da energia da ressonância no núcleo filho coincide com a energia de excitação do núcleo pai. Desta vez vemos a sua aplicação no tratamento da ressonância no caso do decaimento beta.

APÊNDICE F

CÁLCULO DAS ABUNDÂNCIAS ISOTÓPICAS

Para resolver as equações 5.32, 5.33 e 5.34 é conveniente definir as grandezas θ , ϕ e $\Xi(A, Z)$ como (Clifford & Tayler 1963):

$$\theta \equiv \ln \left(\frac{n_p}{n_n} \right), \quad (\text{F.1})$$

$$\phi \equiv m_H n(A_0, Z_0) A_0 \quad (\text{F.2})$$

e

$$\begin{aligned} \Xi(A, Z) \equiv \ln \left[\frac{m_H n(A, Z) A}{m_H n(A_0, Z_0) A_0} \right] = \\ \ln \left[\frac{G(A, Z, T)}{G(A_0, Z_0, T)} \right] + \frac{11.6A}{T_9} \left[\frac{Q(A, Z)}{A} - \frac{Q(A_0, Z_0)}{A_0} \right] + \\ \frac{5}{2} \ln \frac{A}{A_0} + \theta A \left(\frac{Z}{A} - \frac{Z_0}{A_0} \right) + \\ \left(\frac{A}{A_0} - 1 \right) \left[\ln \frac{\phi}{G(A_0, Z_0, T)} - \frac{5}{2} \ln A_0 - \frac{3}{2} \ln T_9 - 23.01 \right] \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

onde a energia de ligação é expressa em MeV , T_9 é a temperatura em unidades de 10^9 K e (A_0, Z_0) é um isótopo de referência escolhido de maneira que a grandeza

$$\left[\frac{11.6Q(A, Z)}{AT_9} + \frac{\theta Z}{A} \right]_{(A_0, Z_0)}$$

seja o maior possível. O ^{56}Fe é uma boa escolha para esse objetivo.

Em função destas definições podemos escrever as seguintes relações:

$$\rho = \phi \sum_{A,Z} \exp [\Xi(A, Z)] \quad (\text{F.4})$$

$$R = \frac{\sum_{A,Z} \frac{Z}{A} \exp [\Xi(A, Z)]}{\sum_{A,Z} (1 - \frac{Z}{A}) \exp [\Xi(A, Z)]}. \quad (\text{F.5})$$

Começamos os cálculos da seguinte maneira: Em primeiro lugar escolhemos um valor de Y_e (ou seja R) para o qual estamos interessados em averiguar o valor das abundâncias. Usando a parametrização da referência AFWH94 para a densidade e a temperatura dada pelas relações

$$\log \rho(Y_e) = 603 - 3642Y_e + 7439Y_e^2 - 5075Y_e^3 \quad (\text{F.6})$$

e

$$T_9(Y_e) = 1212 - 7571Y_e + 15831Y_e^2 - 11047Y_e^3, \quad (\text{F.7})$$

fixamos automaticamente os valores de ρ e T_9 . Tomamos, então, ρ , T_9 , Y_e (ou seja R), θ , $\left(\frac{\phi}{\rho}\right)_1$ e $\left(\frac{\phi}{\rho}\right)_2$ onde, $\left(\frac{\phi}{\rho}\right)_1$ e $\left(\frac{\phi}{\rho}\right)_2$ são um par de valores tentativos iniciais para $\frac{\phi}{\rho}$, e com esses valores da fração de elétrons, densidade, temperatura, θ , e $\frac{\phi}{\rho} = \left(\frac{\phi}{\rho}\right)_1$, calculamos as abundâncias segundo a equação F.3, obtendo desse modo, um valor ρ_1^* , para a densidade, segundo a equação F.4. Repetimos o processo, só que desta vez usamos $\frac{\phi}{\rho} = \left(\frac{\phi}{\rho}\right)_2$, obtendo agora um outro valor ρ_2^* . Não há motivo nenhum para que ρ seja igual à ρ_1^* ou à ρ_2^* , e de fato isso não acontece, mais usamos esses valores para, por meio de uma interpolação linear, prever um novo valor de $\frac{\phi}{\rho}$ e uma nova densidade. Neste ponto a iteração é repetida usando o novo par de valores de $\frac{\phi}{\rho}$ obtido com a nova densidade. O processo se repete até obter a densidade original com a aproximação desejada. Logo avaliamos R segundo a relação F.5, obtendo um valor R^* que, lamentavelmente, não terá nada a ver com o valor de R original (não há motivo nenhum para que R seja igual à R^*), só que agora fazemos variar θ até R^* coincidir com R com a aproximação desejada. Assim que isso acontece, obtemos as abundâncias para o dado valor da fração de elétrons.

Esse último passo equivale a resolver o problema de achar a raiz de uma função dada pela diferença entre o R^* obtido pela equação F.5 e o R 'input'. Seja Ω essa função, então as abundâncias isotópicas são obtidas a partir da relação

$$\Omega(Y_e, \theta, \vec{X}) = 0 \quad (\text{F.8})$$

onde $\vec{X}$ é um vector que guarda, em cada componente, a abundância de cada espécie nuclear. Para cada valor da fração de elétrons obtemos um valor de θ (e um vector $\vec{X}$) que satisfaz a relação F.8, o que define implicitamente

$$\theta = \theta(Y_e). \quad (\text{F.9})$$

No gráfico da figura F.1 apresentamos o $\log \theta$ vs Y_e . Os cálculos foram feitos com a aproximação G_D , G_C , e G_{D+C} . As densidades de níveis usadas em cada caso estão entre parentesis. Foram usadas 34 espécies nucleares. Na construção da função de partição usamos dados experimentais até 3 MeV de energia de excitação, sempre que houver; caso contrário, até onde houver.

Podemos observar, novamente, a insensibilidade do resultado à maneira de tratar o espectro nuclear com energias maiores de 3 MeV. Mas o resultado é sensível ao fato de levar em conta ou não o detalhe do espectro com energias menores de 3 MeV já que a curva mais afastada das restantes é a construída com G_C . Um outro assunto a tratar no gráfico da figura F.1 é o intervalo de variação da fração de elétrons. Vemos que $Y_e \in [0.42, 0.46]$. Isso se deve ao fato de que a equação F.8 não apresenta soluções para valores de Y_e fora deste intervalo. Não sabemos porque isto acontece. Mais para obter as abundâncias no intervalo $[0.40, 0.50]$, ajustamos as abundâncias segundo polinómios de segundo grau, como apresentamos na figura 5.14.

Figura F.1: Logaritmo natural de θ como uma função da fração de elétrons, para quatro aproximações da função de partição nuclear.

REFERÊNCIAS

- Auerbach, N., Bertsch, G. E., Brown, B. A. e Zhao L. 1993, *Nucl. Phys* **A556**, 190.
- Aufderheide, M. B., Brown, G. E., Kuo, T. T. T., Stout, D. B., e Vogel, P. 1990, *Ap. J.*, **362**, 241.
- Aufderheide, M. B. Fushiki, I., Woosly, S. E. e Hartmann, D. H. 1994, *Ap. J. Suppl.*, **91**, 389.
- Bahcall, J. N. 1961, *Phys. Rev.*, **124**, 495.
- Bahcall, J. N. 1962a, *Phys. Rev.*, **126**, 1143.
- Bahcall, J. N. 1962b, *Phys. Rev.*, **128**, 1297.
- Bahcall, J. N. 1962c, *Ap. J.*, **136**, 445.
- Bahcall, J. N. 1964, *Ap. J.*, **139**, 318.
- Bethe, H. 1936, *Phys. Rev.*, **50**, 332.
- Bethe, H. 1937, *Rev. Mod. Phys.*, **9**, 69.
- Bethe, H. 1939, *Phys. Rev.*, **55**, 434.
- Bethe, H. A., Brown, G. E., Applegate, J. e Lattimer, J. M. 1979, *Nucl. Phys* **A234**, 487.
- Brown, B. A. e Wildenthal, B. H. 1985, *Atomic Data Nucl. Data Tables*, **33**, 347.
- Bruenn, S. W. 1975, *Ann. N.Y. Acad. Sci.*, **262**, 80.
- Brussaard, P. J. e Glaudemans P. W. M. 1977, in *Shell-Model Applications in Nuclear Spectroscopy*. North-Holland Publishing Company.
- Burbidge, E. M., Burbidge, G. R., Fowler, W. A. and Hoyle, F. 1957, *Rev. Mod. Phys.*,

bf29, 547.

Cameron, A. G. W. 1959, *Ap. J.*, **130**, 453.

Chandrasekhar, S. 1957, *An introduction to the Study of Stellar Structure*. Dover Publications .

Chiu, H. Y. 1968, *Stellar Physics*, Vol 1, Blaisdel Publishing Company

Clyton, D. D. 1968, *Principles of Stellar Evolutions and Nucleosynthesis*. McGraw-Hill Book Company.

Clifford, F. E. e Tayler, R. J. 1965, *MmRAS*, Pt2, 21.

Colgate, S. e Jonhson, M. J. 1960, *Phys. Rev. Lett.*, **5**, 235.

Fermi, E 1934 em *Nuclear Physics*. The University of Chicago Press.

Fowler A., Engelbrecht, A. C. e Woosley, S. E. 1978, *Ap. J.*, **226**, 984.

Fowler, W. A. e Hoyle, F. 1964, *Ap. J. Suppl.*, **9**, 201.

Fujita, J. e Ikeda, K. 1965, *Nucl. Phys* **67**, 145.

Fuller, G. M., Fowler, W. A., e Newman, M. J. 1980, *Ap. J. Suppl.*, **42**, 447.

Fuller, G. M., Fowler, W. A., e Newman, M. J. 1982a, *Ap. J.*, **252**, 715.

Fuller, G. M., Fowler, W. A., e Newman, M. J. 1982b, *Ap. J. Suppl.*, **58**, 279.

Fuller, G. M., Fowler, W. A., e Newman, M. J. 1985, *Ap. J.*, **193**, 1.

Holmes, J. A., Woosly, S. E., Fowler, W. A. e Zimmerman, B. A. 1976, *Atomic Data Nucl. Data Tables*, **18**, 305.

Kar, K., Ray, A., e Sarkar S. 1994, *Ap. J.*, **434**, 662.

Koonin, S. E. e Langanke, K, 1994, *Phys. Lett.* **B326**, 5.

Kuo, T. T. S., Baranger, E. U, Baranger, M. 1966, *Nucl. Phys* **79**, 513.

Kuo, T. T. S., e Osnes, E. 1990, *Lectures Notes in Physics* Vol. **364**, (Springer-Verlag) 1.

Lanczos, C. 1964, *Num. Anal.*, **SIAM I**, 86.

Mazurek, T. J. 1976, *Ap. J.*, **207**, L87.

Mazurek, T. J., Cameron, A. G. W. e Truran, J. 1974, *Ap. Space Sci.*, **27**, 261.

Moller, P e Randrup, J 1985, *Nucl. Phys* **A514**, 1.

Muto, K., Bender, E. e Oda, T. 1990, *Phys. Rev.*, **C43**, 1487.

Patterson, V. L., e Bahcall, J. N. 1963, *Ap. J.*, **138**, 437.

Rodrigues Gonçalves, H. 1995, Tese de Doutorado, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF). Roy, R.R.e Nigam, B. P. (1967) *Nuclear Physics* (Wiley, New York).

-
- Scharman, D. N. e Arnett, W. D. 1975, *Ap. J.*, **198**, 628.
- Shapiro, S., L. e Teukolsky, S. A., 1976 *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars*. Wiley-Interscience Publication.
- Shlomo, S. 1992, *Nucl. Phys* **A539**, 17.
- Staudt, A., Bender, E., Muto, K. e Klapdor, H. V. 1990, *Atomic Data Nucl. Data Tables*, **44**, 79.
- Suhonen, J., Taigel, T. e Faessler, A. 1988, *Nucl. Phys.* **A486**, 91.
- Suatira, F. K. e Ray, A. 1995, *Phys. Rev.*, **C52**, 3460.
- Takahashi, K., Matheews, G. J., e Bloom, S. D. (1986) *Phys. Rev.*, **C33**, 296.
- Takahashi, K., Yamada, M. e Kondoh, T. 1973, *Atomic Data Nucl. Data*, **12**, 101.
- Thielemann, F. K., Arnould, M. e Truran, J. W. 1986, in *Advances in Nuclear Astrophysics*, ed. E. Vangioni-Flam et al. (Gif-sur-Yvette: Éditiones Frontières), 525.
- Tubbs, D. L. e Koonin, S. E. 1979, *Ap. J.*, **232**, L59.
- Weizsäcker, C. F. 1938, *Phys. Z.*, **39**, 633.
- Wu, C. S. e Moszkowski, S. A. (1966) *Beta Decay* (Interscience, New York).
- Zhao, L. e Brown, A. 1993, *Phys. Rev.*, **C47**, 2641.