Raul Donangelo
M. C. Nemes
Mahir S. Hussein

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP
305M810T1052

"DESCRIÇÃO UNICANAL DAS REAÇÕES DE FUSÃO"

VERA LUCIA MOURA FRANZIN

Tese submetida ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
L052
e.2
INSTITUTO DE FÍSICA

Defesa em 08/12/87

Orientador: Prof.Dr. *Mahir Saleh Hussein*

São Paulo
1987

539.764
F837d
D
e.2

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Franzin, Vera Lucia Moura
Descrição unicanal das reações de fusão. São Paulo, 1987.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Departamento de Física Nuclear.
Área de Concentração: Física Nuclear
Orientador: Prof. Dr. Mahir Saleh Hussein

Unitermos: 1.Fusão de íons pesados

USP/IF/SBI - 37/87

AGRADECIMENTOS

Desejo agradecer a todos que direta ou indiretamente tornaram possível a realização deste trabalho, e em especial

Ao Dr. Hussein pela orientação e críticas
Aos meus pais pelo incentivo e tudo mais
Ao Ronaldo e à Rebeca pelo amor e paciência
À Herminia pela amizade
À Gina e à Rita pela competência profissional

RESUMO

Usando um modelo de um canal efetivo, o qual contem efeitos de acoplamento de canais através da presença de um potencial de polarização dependente da energia, nós estudamos, em energias abaixo da barreira, as reações de fusão dos sistemas $^{A1}Ni+^{A2}Ni$ e $^{16}O+^{A}Sm$. Com o auxilio de uma relação de dispersão inversa, obtivemos a parte imaginária desse potencial em termos da parte principal da integral envolvendo a parte real do mesmo. A consistência deste método foi verificada através da comparação entre este potencial empírico e o potencial de polarização efetivo determinado a partir de um acoplamento específico de canais. Foram também calculados o primeiro e segundo momentos da distribuição de momentos angulares da seção de choque parcial de fusão.

ABSTRACT

Using an effective one channel model which contains channel coupling effects through the presence of an inclusive energy-dependent polarization potential, we studied sub-barrier fusion of the systems $^{A1}Ni+^{A2}Ni$ and $^{16}O+^{A}Sm$. With the aid of an inverse dispersion relation, we obtained the imaginary part of this potential. The consistency of this method is checked by comparing this empirical polarization potential with the one determined from the explicit consideration of a specific channel coupling. The first and the second moments of the angular momentum distribuition of the partial fusion cross-section were calculated also.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO..... 1

CAPÍTULO II - COMENTÁRIOS GERAIS SOBRE FUSÃO..... 3

CAPÍTULO III - EFEITOS DA ESTRUTURA NUCLEAR NA SEÇÃO DE CHOQUE DE FUSÃO..... 15

CAPÍTULO IV - POTENCIAL DE POLARIZAÇÃO E RELAÇÃO DE DISPERSÃO..... 28

4.1 - POTENCIAL DE POLARIZAÇÃO..... 39

4.2 - COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO E SEÇÃO DE CHOQUE DE FUSÃO..... 44

CAPÍTULO V - RESULTADOS PARA $^{A1}Ni+^{A2}Ni$ E $^{16}O+^{A}Sm$..... 57

CAPÍTULO VI - CONCLUSÃO..... 64

LEGENDA DAS TABELAS - 65

TABELAS - 66

LEGENDA DAS FIGURAS - 68

FIGURAS - 75

APÊNDICE - 111

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A fusão de íons pesados tem despertado grande interesse nos últimos anos, pois entre outras, oferece a possibilidade de se produzir núcleos altamente excitados com a consequente população de estados de spins altos. Grande parte desse interesse tem sido dirigido à construção de modelos que expliquem os dados obtidos para a seção de choque de fusão em energias próximas e abaixo da barreira. A análise desses dados mostra que para projéteis na região média de massas, há um grande acréscimo em σ_F conforme a massa dos alvos aumenta[9]. A diferença entre os valores medidos de σ_F e os calculados pelos modelos de penetração de barreira unidimensional são geralmente atribuídos a um ou mais fatores, tais como, deformações estáticas, dinâmicas, acoplamento entre canais de entrada e canais de transferência de partículas, etc.

Muitos dos modelos desenvolvidos recentemente para a discussão da fusão abaixo da barreira, são baseados na teoria de canais acoplados. O objetivo deste trabalho é mostrar que podemos incluir todos os fatores citados acima, em uma descrição da fusão de um canal efetivo. Os efeitos de acoplamento de vários canais estão contidos na correção introduzida ao potencial núcleo-núcleo, pela parte real do potencial de polarização dependente da energia. Usando uma relação de dispersão inversa, podemos então determinar a parte imaginária dessa correção. O potencial de polarização extraído dos dados é então comparado com o potencial de polarização local independente do momento angular.

No capítulo II discutiremos alguns aspectos da fusão e alguns modelos baseados na penetração de uma barreira unidimensional e nas propriedades do núcleo composto, e no capítulo III serão discutidos alguns modelos para a fusão a-

baixo da barreira, os quais consideram efeitos de acoplamentos de canais, estrutura interna dos núcleos, etc. No capítulo IV mostraremos os formalismos quânticos utilizados na obtenção de uma expressão analítica para o potencial de polarização local dependente de ℓ, e da expressão da seção de choque de fusão obtida a partir desse potencial. Ainda no capítulo IV, mostraremos com alguns argumentos baseados em cálculos realizados para um determinado sistema, que podemos analisar a influência do potencial de polarização em σ_F, introduzindo-o como uma correção (dependente apenas da energia)ao potencial de interação núcleo-núcleo, usado em uma descrição da fusão com um modelo de um canal efetivo. A seguir discutiremos brevemente as técnicas de relação de dispersão e a obtenção da parte imaginária do potencial de polarização em termos da parte principal da integral envolvendo a parte real do mesmo. Para finalizar esse capítulo, mostraremos como eliminar a dependência em ℓ do potencial de polarização e as expressões utilizadas para calcular o primeiro e segundo momento da distribuição do momento angular da seção de choque de fusão parcial.

Para finalizar, mostraremos no capítulo V os resultados obtidos com nosso modelo na aplicação aos sistemas $^{A1}Ni+^{A2}Ni$ e $^{16}O+^{A}Sm$ e concluiremos nosso trabalho no capítulo VI.

CAPÍTULO II

COMENTÁRIOS GERAIS SOBRE FUSÃO

A fusão é definida como sendo o processo no qual dois núcleos se unem para formar um único núcleo composto, o qual em geral é altamente excitado e decai por emissão de partícula. Os estados de alto momento angular decaem por emissão de partícula α (no caso de íons leves) ou fissão (no caso de íons pesados). Os estados de baixo momento angular decaem por emissão de prótons ou neutrons.

Da análise dos dados experimentais, referentes a várias combinações de alvo e projétil, podemos observar várias características interessantes relativas à fusão. Por exemplo, na figura (2.1) vemos que em energias relativamente abaixo da barreira (região I) a seção de choque de fusão é aproximadamente igual à seção de choque de reação total (σ_R), enquanto que para energias mais altas (região II), σ_F é menor que σ_R. A queda de σ_F em relação à σ_R é mais pronunciada nos sistemas leves, para os quais σ_F dissipa grande parte de σ_R em baixas energias. Em energias muito altas (região III), o processo é dominado pela estabilidade de fissão do núcleo composto. Além disso, em reações que envolvem núcleos relativamente leves, σ_F pode alcançar valores de até 1 barn.

A razão σ_F/σ_R é inversamenente proporcional ao produto das cargas dos dois núcleos interagentes (fig. 2.2), o que pode explicar o fracasso em se produzir núcleos super-pesados em processos de fusão. Uma outra característica é que enquanto σ_F é uma função suave da energia para íons pesados, seu comportamento é oscilatório para sistemas leves (fig.2.3).

O processo de fusão pode ser entendido qualitativamente em termos de um intercâmbio entre forças conservativas e dissipativas. Ao se aproximarem, os núcleos sentem a interação núcleo-núcleo e em um primeiro contato ocorrem reações pe

riféricas (por exemplo, excitações inelásticas e transferência de partículas), as quais transformam a energia cinética em excitações intrínsecas. Se a perda de energia for suficientemente grande, o projétil ficará preso no poço de potencial da interação núcleo-núcleo e alvo e projétil permanecerão juntos por um tempo suficientemente longo para permitir um rearranjo em suas estruturas internas, formando então o núcleo composto. Para sistemas muito pesados, o potencial coulombiano domina o poço de potencial e a probabilidade do projétil ser capturado é reduzida, o que pode explicar o comportamento de σ_F/σ_R em função do produto $Z_1.Z_2$ mostrado na figura (2.2).

Neste capítulo vamos discutir duas classes distintas de modelos que se baseiam na hipótese que as ondas parciais devem atingir um determinado valor crítico (ℓ_c) para que a fusão ocorra. Na primeira agrupam-se os modelos baseados em cálculos de trajetórias clássicas, e que atribuem o valor de ℓ_c aos efeitos dos canais de entrada. Na segunda classe estão os modelos que ignoram os detalhes da dinâmica dos canais de entrada e concentram-se nas limitações da linha de Yrast do núcleo composto.

Os efeitos dos canais de entrada dependem de propriedades específicas do projétil e do alvo. Essa dependência manifesta-se através do potencial de interação e das forças dissipativas. Em energias muito baixas (região I), a força nuclear não é tão importante e o principal efeito é o da penetração da barreira, o que não pode ocorrer clássicamente.Além disso, nestas energias não são possíveis processos inelásticos ou de transferência de partículas. Portanto, só pode ocorrer ou espalhamento elástico ou fusão e assim,

$$\sigma_F = \sigma_R = \pi k^{-2} \sum_{\ell} (2\ell + 1) T_\ell = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} \sigma_\ell \qquad (2.1)$$

onde T_ℓ é o coeficiente de transmissão que dá a probabilidade

de formação do núcleo composto. Como estamos considerando energias muito baixas, sómente $\ell = 0$ contribui em (2.1). Quando $\ell \neq 0$, a barreira torna-se mais larga e a diferença entre a energia incidente e o topo da barreira é maior, o que torna $T_{\ell \neq 0}$ muito pequeno. Dessa forma, se adotarmos para T_ℓ, o comportamento,

$$T_\ell = \begin{cases} 1 & , \ell \leq \ell_g \\ 0 & , \ell > \ell_g \end{cases} \tag{2.2}$$

obtemos para σ_F a seguinte expressão:

$$\sigma_F = \pi k^{-2} \sum_{\ell=0}^{\ell_g} (2\ell + 1) = \pi k^{-2} (\ell_g + 1)^2 \tag{2.3}$$

onde ℓ_g é o valor máximo do momento angular para uma dada energia incidente, ou seja, dado pela condição:

$$E_{cm} = E_B + \hbar^2 \frac{\ell_g(\ell_g + 1)}{2\mu R_B{}^2} \tag{2.4}$$

com:

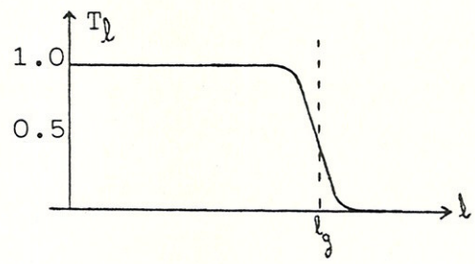
$$E_B = V_N(R_B) + V_C(R_B)$$

De (2.4) e (2.3) obtemos:

$$\sigma_F = \pi R_B^2 [1 - (E_B/E_{cm})] \tag{2.5}$$

A observação dos dados na região I mostra que σ_F medida é, geralmente, muito maior que a predita pela equação (2.5). Esse acréscimo em σ_F é devido à penetrabilidade quanto

mecânica da barreira em energias abaixo da mesma. O efeito de penetração da barreira diminui com o aumento de ℓ e dessa forma devemos esperar o seguinte comportamento para T_ℓ :



Dentro da aproximação WKB, a probabilidade T_ℓ é dada por:

$$T_\ell \simeq \exp[-(8\mu/\hbar^2)^{1/2}\int_{r_-}^{r_+} (V_{ef}(r) - E_{cm})^{1/2}dr] \qquad (2.6)$$

onde r_+ e r_- são os pontos de retorno dados por:

$$V_{ef}(r_+) = V_{ef}(r_-) = E_{cm}$$

com:

$$V_{ef}(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \qquad (2.7)$$

Aproximando-se a barreira por uma parábola invertida, ou seja,

$$V_{ef}(r) = E_{B,\ell} - \frac{1}{2}(r-R_B)^2 \left|\frac{d^2V_{ef}}{dr^2}\right|_{r=R_B} \qquad (2.8)$$

onde $E_{B,\ell} = V_{ef}(r=R_B)$, a expressão para T_ℓ , torna-se:

$$T_\ell = \exp[2\pi(E_{cm} - E_{B,\ell})/\hbar\omega_\ell] \qquad (2.9)$$

onde $h\omega_\ell$ é a medida da curvatura da barreira na região $r \simeq R_B$,

dada por:

$$\hbar\omega_{\ell} = \left[\frac{\hbar^2}{\mu}\left|\frac{d^2V_{ef}}{dr^2}\right|_{r=R_B}\right]^{1/2} \tag{2.10}$$

A expressão (2.9) não é válida para valores altos da energia, pois o efeito de múltiplas reflexões na barreira faz com que tenhamos uma série de potências de T_{ℓ}, dadas por:

$$T_{\ell} = [1 + \exp(2\pi(E_{B,\ell} - E_{cm})/\hbar\omega_{\ell})]^{-1} \tag{2.11}$$

Todos os argumentos discutidos até aqui assumem que não há perda na energia incidente ou no momento angular até que R_B seja alcançado. Isto não é correto pois devido à extremidade de longo alcance do potencial núcleo-núcleo, podem ocorrer reações periféricas tais como excitações inelásticas e transferência de partículas. Dessa forma os parâmetros do potencial (R_B e E_B) extraídos apenas dos dados de fusão não são corretos. Esse problema pode ser contornado calculando-se σ_F através de um modelo de trajetórias clássicas.

Nesse modelo assumimos que os momentos angulares intrínseco e relativo estão alinhados. O movimento é descrito pela distância r que separa os centros dos dois núcleos, pelo ângulo θ que descreve a orientação da linha que liga os centros e pela rotação de cada núcleo descrita pelos ângulos θ_1 e θ_2, respectivamente. Dessa forma, a lagrangeana do do sistema é dada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{5}M_1R_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{5}M_2R_2^2\dot{\theta}_2^2 - V(r) \tag{2.12}$$

onde M_1, M_2, R_1 e R_2 são, respectivamente, as massas e os raios do alvo e projétil e μ é a massa reduzida do sistema. Os momentos de inércia intrínsecos são tomados como sendo os de

um rotor rígido e V(r) descreve o potencial núcleo-núcleo. A dissipação na energia e no momento angular é descrita pela função de dissipação de Rayleigh,

$$\mathfrak{F} = F(r)(\dot{r}^2 + \frac{1}{2}u_t^2) \tag{2.13}$$

onde F(r) é a função de forma derivada por Randrup[11] e u_t é a velocidade tangencial na região onde os núcleos se sobrepoem. Os atritos radial e tangencial estão contidos em $\mathfrak{F}$ através de r e u_t, sendo que u_t descreve o atrito que ocorre na superfície dos dois núcleos em uma colisão razante. Esse atrito induz uma rotação intrínseca, ocorrendo então transferência de momento angular do movimento relativo para a rotação intrínseca. As equações de movimento são obtidas de:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = - \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial q_i} \qquad ; \; i=1,4 \tag{2.14}$$

As quatro coordenadas que aparecem em (2.14) são:

$$\begin{aligned}
\mu\ddot{r} &= \mu r\dot{\theta}^2 - \frac{\partial V}{\partial r} - 2F(r)\dot{r} \\
\dot{\ell} &= - F(r)u_t r \\
\dot{L}_1 &= F(r)\frac{\partial u_t}{\partial \dot{\theta}_1}u_t \\
\dot{L}_2 &= F(r)\frac{\partial u_t}{\partial \dot{\theta}_2}u_t
\end{aligned} \tag{2.15}$$

onde L_i é o momento angular intrínseco. Para cada valor de E_{cm} podemos integrar numéricamente as equações (2.15) para

diferentes parâmetros de impacto. Assim, o valor máximo de ℓ é determinado pela trajetória capturada e σ_F é obtida então de (2.3). A figura (2.4) mostra o resultado obtido com este tipo de cálculo para a fusão $^{27}A\ell + {}^{16}O$. Embora os efeitos de atrito sejam sentidos fora da barreira, o modelo descrito acima fornece resultados similares àqueles obtidos com a equação (2.5) em energias abaixo da barreira.

Em energias altas (região II), σ_F apresenta uma curvatura e queda em relação à σ_R, o que reflete o fato de que nem todas as ondas parciais que reagem também fundem. Nos modelos de distância crítica isto é obtido postulando-se a existência de uma distância crítica (R_c), a qual os núcleos devem alcançar para que ocorra a fusão. Isto corresponde a um fator de forma para a dissipação descrito por:

$$F(r) = \begin{cases} 0 & , r > R_c \\ \infty & , r \leq R_c \end{cases} \tag{2.16}$$

tal que todos os núcleos que alcançam R_c são capturados. Nesse caso, as equações de movimento são integradas analíticamente e , considerando-se uma barreira parabólica, obtemos para σ_F:

$$\sigma_F = \frac{\hbar\omega R_B^2}{2} \frac{[1 + \exp(2\pi(E - E_B)/h\omega)]}{1 + \exp(2\pi(E - E_B - (R_c/R_B)^2(E - E_c))/\hbar\omega} \tag{2.17}$$

onde:

$$E_c = V_N(R_c) + V_C(R_c) \tag{2.18}$$

A expressão (2.17) é obtida supondo-se que a altura da barreira independe de ℓ, o que é razoável para íons pesados,mas não

é válido para íons leves. Contudo, os efeitos de se variar R_B e E_B com ℓ se cancelam na fórmula de σ_F e a seção de choque como um todo é relativamente independente de ℓ.

Para energias altas, a expressão (2.18) se reduz à,

$$\sigma_F = \pi R_c^2 [1 - (E_c/E_{cm})] \tag{2.19}$$

enquanto que para baixas energias ela reproduz a expressão clássica,

$$\sigma_F = \pi R_B^2 [1 - (E_B/E_{cm})] \tag{2.20}$$

Portanto, nas regiões I e II, σ_F assume uma dependência linear com 1/E. Podemos, dentro desse modelo, explicar a curva em σ_F considerando que em baixas energias todas as ondas parciais que ultrapassam a barreira de potencial também alcançam R_c. Por outro lado, em energias altas as ondas parciais mais altas serão mantidas fora de R_c pelo potencial centrífugo.

Embora os modelos de canais de entrada reproduzam razoávelmente bem os dados, existem certas discrepâncias que não podem ser explicadas pelos mesmos. Eles não explicam, por exemplo, a diferença no valor máximo de σ_F medida quando consideramos por exemplo, as reações $^{12}C + ^{14}N$ e $^{12}C + ^{15}N$, onde R_B e E_B são iguais (fig. 2.3) e também o comportamento diferente de σ_F quando consideramos sistemas diferentes que conduzem a um mesmo núcleo composto (fig. 2.5).

A segunda classe de modelos, mencionada no início deste capítulo, relaciona as discrepâncias citadas acima com o valor Q da reação. Nesses modelos, a interpretação de ℓ_c está associada com as propriedades do núcleo composto que está sendo formado durante a reação e ao qual é cedido todo momento angular envolvido na mesma. Existe um limite para ℓ, no qual o núcleo composto é estável, associado à linha de Yrast. Essa linha é definida pelo valor máximo do momento angular do

núcleo composto para uma dada energia de excitação, ou pelo valor mínimo da energia para um determinado momento angular.

Se a linha de Yrast limita o número de ondas parciais, então podemos identificar ℓ_c com o spin I da linha e teremos,

$$E^* = E_{cm} + Q = \frac{\hbar^2 \ell_c(\ell_c + 1)}{2J} \qquad (2.21)$$

onde J é o momento de inércia do núcleo composto e E^* é a excitação total do mesmo. Inserindo o valor de ℓ_c obtido da expressão (2.21) em (2.3), obtemos:

$$\sigma_F = \frac{\pi J}{\mu}[1 + (Q/E_{cm})] \qquad (2.22)$$

A expressão (2.22) é similar, na forma, às expressões (2.5) e (2.19). Na figura (2.6), a linha tracejada mostra o resultado obtido a partir de (2.22) para seção de choque de fusão do sistema $^{16}O + {}^{27}A\ell$. O momento de inércia foi obtido considerando o ^{43}Sc como uma esfera rígida de raio $R = 1.20A^{1/3}$ fm e para Q foi usado o valor experimental de 14.25 MeV.

Existe um outro modelo proposto para limitar o valor de ℓ_c que introduz uma interpretação estatística da linha de Yrast (SYL)[16]. Esta linha segue paralela à linha de Yrast usual com uma energia adicional ΔQ. A expressão para σ_F torna-se:

$$\sigma_F = \frac{\pi J_{rig}}{\mu}[1 + (Q - \Delta Q)/E_{cm}] \qquad (2.23)$$

onde J_{rig} é o momento de inércia do rotor rígido,

$$J_{rig} = \frac{2}{5}Mr_o^2A^{5/3} \qquad (2.24)$$

A figura (2.7) mostra os resultados obtidos a partir de(2.23) (linha cheia) com r_o = 1.22 fm e ΔQ = 10 MeV.

Lee et al.[19] analisaram os dados da fusão dos sistemas $^{16}O + ^{27}A\ell$ e $^{19}F + ^{24}Mg$, através da seguinte relação para σ_F[19]:

$$\sigma_F = \frac{\hbar^2}{2\mu E_{cm}} \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{S=|I_1-I_2|}^{I_1+I_2} \sum_{I=|L-S|}^{L+S} \frac{(2J+1)}{(2I_1+1)(2I_2+1)} T_L^{(I)} \tag{2.25}$$

onde $T_L^{(I)}$ é o coeficiente de transmissão para formar o núcleo composto, $T_L^{(I)} = 1 - |\langle S_L^{(I)}\rangle|^2$, I_1, I_2, S, L e I são os spins do projétil, spin do alvo, spin do canal, momento angular e spin do estado composto, respectivamente. A amplitude de espalhamento média $\langle S_L^{(I)}\rangle$ para formar o núcleo composto no estado I com momento angular L é dada em termos da penetrabilidade da barreira no canal de entrada, P_L, da intensidade de acoplamento entre a densidade de níveis no núcleo composto, $\rho_I(E^*)$, e da largura parcial do canal de entrada, Γ_I^c. Dessa, forma temos:

$$\langle S_L^{(I)}\rangle = \exp(2i\sigma_L)[1 - P_L + P_L\exp(-\pi\rho_I(E^*)\Gamma_I^c)] \tag{2.26}$$

onde σ_L é o deslocamento de fase no canal de entrada. A figura (2.8) mostra que os resultados obtidos de (2.25) reproduzem razoávelmente bem os dados experimentais de σ_F, de onde podemos concluir que as seções de choque na região II são influenciadas pelas propriedades do núcleo composto. Contudo, existem alguns pares de sistemas[20],[21] que conduzem ao mesmo núcleo composto, os quais exibem desvios significativos entre σ_F calculado pelos modelos de linha de Yrast e os dados experimentais. Portanto, não é possível decidir qual das duas classes de modelos apresentados é melhor.

Recentemente, foi proposto um modelo (DDM)[22], no

qual a fusão de íons pesados é descrita por um processo de duas etapas e que permite a consideração simultânea dos efeitos dos canais de entrada e das características do núcleo composto. Dentro desse modelo, os efeitos dos canais de entrada são considerados não apenas através dos fatores de transmissão calculados com um dado potencial no canal de entrada, mas também pela incorporação dos efeitos que surgem da formação de uma configuração dinuclear que precede o núcleo composto no seu estado final de equilibrio. O DDM permite que o sistema de íons pesados emita partículas tanto no estágio intermediário como no núcleo composto, além de permitir que o sistema dinuclear quebre-se em dois fragmentos. A figura (2.9) mostra uma representação esquemática do processo de fusão em duas etapas, considerado no DDM. Na referência (23) é feita uma comparação entre os modelos de canais de entrada, linha de Yrast e DDM. A figura (2.10) mostra os resultados obtidos com esses modelos para a seção de choque de fusão da reação ^{16}O + $^{27}A\ell$. O resultado obtido com o DDM mostra a importância de se considerar a fusão como um processo de múltiplas etapas.

Nos modelos discutidos neste capítulo, em particular nos de canais de entrada, o potencial núcleo-núcleo depende apenas de coordenadas simples que descrevem a distância entre os centros de massa dos dois núcleos participantes da reação. Dessa forma, considera-se que o único efeito resultante do contato entre os dois núcleos é o da penetração do projétil através de uma barreira unidimensional e sua subsequente captura pelo poço de potencial do alvo. Contudo, conforme aumentamos a massa dos núcleos, aumenta também a possibilidade de que eles se deformem durante a colisão e assim a interação núcleo-núcleo irá depender não apenas da distância entre os centros, mas também da distância entre as superfícies dos núcleos. Deve-se esperar a mesma dependência no caso de núcleos com deformação permanente. Além disso, outros processos podem ocorrer antes da fusão, tais como excitações inelásti-

cas do alvo, transferência de partículas fracamente ligadas de um núcleo para outro e formação de um "pescoço" entre eles. Portanto, podemos considerar a fusão como sendo um processo de múltiplas etapas, ligado diretamente à estrutura dos núcleos envolvidos na reação. Os efeitos da estrutura nuclear sobre a σ_F serão discutidos no próximo capítulo.

CAPÍTULO III

EFEITOS DA ESTRUTURA NUCLEAR NA SEÇÃO DE CHOQUE DE FUSÃO

Neste capítulo vamos discutir alguns modelos para a seção de choque de fusão, os quais consideram o efeito das estruturas internas dos núcleos envolvidos na reação.

As excitações dos canais inelásticos (devidas às deformações nucleares) e à transferência de partículas podem ser incluídas no cálculo de σ_F, através da resolução do problema de canais acoplados, com a escolha apropriada do potencial de acoplamento entre os canais. A função de onda total (Ψ^+), deve ser expandida em termos das funções de onda radiais distorcidas (χ_i) e dos estados dos canais (Φ_i). A condição de que Ψ^+ satisfaça a equação de Schrödinger,

$$[H_o + V]\Psi^+ = E\Psi^+ \tag{3.1}$$

onde H_o é a hamiltoniana do movimento intrínseco e relativo e V é a interação entre os canais, conduz às equações acopladas para χ,

$$\frac{d^2}{dr^2}\chi_i + \frac{2}{\hbar^2}\mu_i[E_i - V_i^{ef}(r)]\chi_i = \frac{2}{\hbar^2}\mu_i \sum_{j\neq i} V_{ij}^c(r)\chi_j \tag{3.2}$$

com:

$$V_i^{ef} = \frac{\hbar^2}{2\mu r_i^2}\ell_i(\ell_i + 1) + \langle\Phi_i|V|\Phi_i\rangle \tag{3.3.a}$$

$$V_{ij}^c = \langle\Phi_i|V|\Phi_j\rangle \qquad ; \quad j \neq i \tag{3.3.b}$$

$$E_i = E + Q_i \tag{3.3.c}$$

O coeficiente de transmissão total é dado em termos dos coeficientes de transmissão em cada canal e varia de acordo com a intensidade do acoplamento.

Em um estudo desse modelo, considerando dois canais, feito por Dasso e Landowne[24], os potenciais de interação nuclear, U_i, e o de acoplamento, V_c, têm a forma de gaussianas localizadas em torno de x=0,

$$U_i = V_i \exp(-x^2/2\sigma_i^2)$$

$$V_i = F\exp(-x^2/2\sigma_i^2) \qquad (3.4)$$

Como condição de contorno para χ_i, temos uma onda incidente da direita no canal 1 e ondas transmitida e refletida em ambos os canais. O coeficiente de transmissão total, calculado em função da energia incidente E_1 ($E_2=E_1+Q$), é dado por:

$$T = T_1 + (k_2/k_1)T_2 \qquad (3.5)$$

onde k_i é o número de onda no canal i. Variando o conjunto de parâmetros μ, V_i, σ_i, F e Q, os autores mostram que o acoplamento de canais aumenta o valor de T, e portanto de σ_F, para $E < E_B$ e diminui o mesmo para $E > E_B$. A figura (3.1) mostra o comportamento de T em função da energia incidente. Em (3.1.a) e (3.1.b) esse comportamento é mostrado no limite clássico, com e sem acoplamento, respectivamente. Em (3.1.c) e (3.1.d) são mostradas as modificações no comportamento de T quando se considera os efeitos quanto-mecânicos introduzidos pelo acoplamento de canais. Segundo os autores, o problema com esse tipo de cálculo está na determinação da forma do acoplamento no caso de reações de transferência de partículas.

Outro estudo, tendo também como base o modelo de dois canais acoplados, foi feito por Dasso, Landowne e Win-

ther[25], com o objetivo de estudar a relação entre o coeficiente de transmissão e o valor Q da reação. Para resolver as equações acopladas, foi considerado que não há transferência de massa (energia potencial e massa reduzida são as mesmas em todos os canais) e o potencial de acoplamento foi foi separado em uma parte de movimento relativo, F(x), suposto constante e outra de movimento intrínseco, $G(\xi)$. A consideração de F(x) como constante não reproduz, a rigor, um sistema físico, mas é útil para se determinar a quantidade de fluxo que passa através da barreira, em função da intensidade do acoplamento. Para satisfazer as condições de contorno para χ_i, requeridas pelo problema físico, considera-se que a energia relativa incidente E é, para sistemas muito pesados, muito grande comparada com a energia dos estados intrínsecos, ε_i, e com a intensidade de acoplamento, F. Dessa forma, as condições de contorno para χ_i são as mesmas mencionadas acima, exceto pela mudança,

$$k_i^2 \longrightarrow k^2 = 2\mu E/\hbar^2$$

Para se obter T, deve-se determinar a matriz M, definida por:

$$\langle i|H_o + V_c(x,\xi)|j\rangle = \langle i|H_o + F_o G(\xi)|j\rangle = M_{ij} \qquad (3.6)$$

e seus elementos de matriz, M_{ij}. O próximo passo consiste em truncar a matriz M e diagonalizá-la para obter os auto valores (λ_i) e os auto estados correspondentes, a partir dos quais são determinados os fatores $|\langle j|0\rangle|^2$, onde "0" é o estado inicial.

O coeficiente de transmissão total é dado então pela soma dos coeficientes de transmissão em cada canal,

$$T = \sum_n |t_n|^2 \qquad (3.7)$$

Com isso, o efeito do acoplamento é o de trocar a barreira $V(x)$ por um conjunto de barreiras $[V(x)+\lambda_j]$, fazendo com que T seja dado pela média ponderada (onde os pesos são dados pelos fatores $|\langle j|0\rangle|^2$) dos coeficientes de transmissão para cada barreira.

A figura (3.2) mostra alguns resultados obtidos para T, em função de E, considerando diferentes valores de Q e diferentes dimensões da matriz M, para um oscilador com acoplamento linear constante. Esse estudo, como o anterior, serve como uma demonstração qualitativa de como a intensidade do acoplamento entre os canais da reação influi no acréscimo de T em energias abaixo da barreira.

Uma aplicação do modelo de canais acoplados, considerando canais inelásticos e de transferência, foi feita por Broglia et al.[26], aos sistemas $^{40}Ar+^{122}Sm$ e $^{58}Ni+^{58,64}Ni$. Para as excitações inelásticas a intensidade de acoplamento pode ser estimada através da expansão para modelo coletivo,

$$F_i^{inel.} = (4\pi)^{-1/2}\left[-\beta_i R\frac{d}{dr}V_N(R_B) + F_i^c(R_B)\right] \qquad (3.8)$$

onde $F_i^c(R_B)$ é o fator de forma da excitação coulombiana e o fator $(4\pi)^{-1/2}$ resulta da média sobre todas as direções das coordenadas relativas. No caso de transferência de uma partícula, a intensidade de acoplamento é:

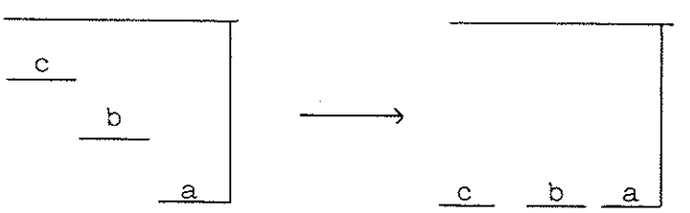
$$F_i^{tr.} = (4\pi)^{-1/2}(3MeV)\exp[-(R_B - R_1 - R_2)/1.2] \qquad (3.9)$$

A intensidade $F_i^{inel.}$ é aproximadamente cinco vezes o valor de $F_i^{tr.}$, mas como temos muitos canais de transferência, estes não podem ser desprezados.

Os parâmetros V_B, R_B e ϵ foram fixados a partir do ajuste com os dados experimentais de σ_F acima da barreira. Para os modos inelásticos foram considerados, para cada núcleo,

os estados mais baixos de várias multipolaridades e as ressonâncias gigantes de quadrupolo. A conclusão dos autores é que a aproximação de acoplamento constante é boa para acoplamento de dois canais através de um fator de forma realístico e que apesar de os dados para a fusão $^{40}Ar+^{122}Sm$ serem razoávelmente bem reproduzidos pelo modelo, devemos lembrar que os fatores de forma têm incertezas em suas magnitudes.

Outro modelo que pode ser usado para explicar os dados de σ_F em energias abaixo da barreira é o que considera deformação estática e movimento de ponto zero das vibrações coletivas superficiais. Para construir esse modelo, fazemos a aproximação adiabática, ou seja, consideramos todos os estados excitados em um mesmo nível de energia, conforme ilustrado na figura abaixo. Essa aproximação é boa, pois a energia de excitação desses estados é pequena quando comparada com a energia incidente, e a resolução em energia do espectro não permite uma separação desses estados do pico elástico.



A seção de choque diferencial inelástica é dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{ab}(\theta) = |\langle b|f_{el}(\theta,R)|a\rangle|^2 \qquad (3.10)$$

Como o estado final $|b\rangle$ não é bem definido, a seção de choque diferencial total é a soma sobre todos os estados finais, incluindo o inicial, ou seja,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \sum_b \frac{d\sigma}{d\Omega}_{ab}(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{aa} + \sum_{b\neq a} \frac{d\sigma}{d\Omega}_{ab}(\theta) =$$

$$= \sum_b |\langle b|f_{el}(\theta,R)|a\rangle|^2 = \sum_b \langle a|f^*|b\rangle\langle b|f|a\rangle = \langle a|f^2|a\rangle \quad (3.11)$$

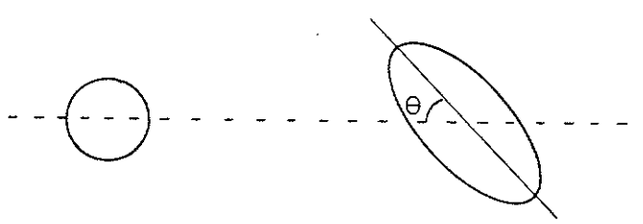
Os estados $|a\rangle, |b\rangle, \ldots$ são funções das coordenadas coletivas (θ,φ) e portanto σ_{total} deve ser tomada como a média sobre todas as orientações possíveis.

Partindo da expressão,

$$\sigma_F = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)T_\ell(E) \quad (3.12)$$

podemos tratar σ_F de duas maneiras. A primeira consiste em calcular o valor médio de $T_\ell(E)$ e usá-lo para calcular σ_F através de (3.12). Na segunda calculamos $T_\ell(E)$ através da expressão de Hill-Wheeller, escrevendo $E_B=E_B(\theta)$, onde θ é o ângulo de orientação do alvo (estáticamente deformado) com relação ao feixe incidente (figura abaixo). Como θ não é uma quantidade observável, devemos realizar uma média sobre esse parâmetro:

$$\sigma_F = \frac{1}{\int d\Omega} \int d\Omega \sigma_F(\theta) = \int_0^{\pi/2} \sigma_F(\theta) \operatorname{sen}\theta \, d\theta \quad (3.13)$$



Além das deformações estáticas podemos considerar também as deformações devidas às vibrações superficiais coletivas (ZPM). Nesse caso, o raio nuclear é parametrizado em termos das amplitudes vibracionais $\alpha_{\lambda\mu}$:

$$R(\theta,\varphi) = R_0\left[1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y^*_{\lambda\mu}(\theta,\varphi)\right] = R_0 + \Delta R \quad (3.14)$$

onde R_o é o raio do núcleo esférico. O estado fundamental do vibrador,

$$\Psi_o \propto \exp\left[- \frac{\sum_{\lambda\mu} D_\lambda \omega_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2}{2\hbar} \right] \tag{3.15}$$

pode ser reescrito como:

$$\Psi_o = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} \exp[-(R-R_o)^2/4\sigma^2] \tag{3.16}$$

Desde que ΔR não é observável, qualquer grandeza calculada em função de R, deve ser expressa como uma média em ΔR. O peso que entra na composição dessa média é a densidade de probabilidade,

$$g(R) = |\Psi(R)|^2 dR$$

de encontrar o raio nuclear entre R e R+dR. Assim, o valor médio da grandeza f(R) é dado por:

$$\langle f \rangle = \int g(R) f(R) dR \tag{3.17}$$

No caso do vibrador:

$$g(R) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp[-(R-R_o)^2/2\sigma^2] \tag{3.18}$$

com:

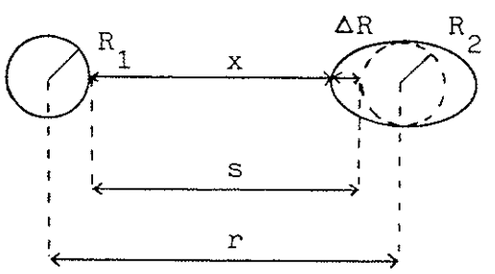
$$\sigma^2 = R_o^2 \sum_\lambda \frac{(2\lambda + 1)}{4\pi} \frac{\hbar}{2D_\lambda \omega_\lambda}$$

e D_λ é o parâmetro de massa do modo coletivo.

Esbensen[27] aplicou o modelo que considera deformações estáticas e ZPM aos sistemas $^{16}O+^{A}Sm$, considerando $\lambda = 0$ para o projétil e $\lambda=0$, 2 e 3 para o alvo. Os cálculos são efetuados tomando o potencial nuclear do tipo proximidade e a interação coulombiana expandida em termos dos momentos multipolares dos dois núcleos[28],

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}\left[1 + \frac{3}{5r^2} R_2 S_2 + \frac{3}{7r^3} R_2^2 S_3\right] \qquad (3.19)$$

onde S_2 e S_3 são as variações da distância superfície-superfície devidas ao ZPM quadrupolar e octupolar das vibrações (ou deformações estáticas) do alvo e $S=S_2 + S_3$. Isto pode ser vizualizado na figura abaixo,



onde $x=r-R_1-R_2-S$ é a distância superfície-superfície.

Como $V_{ef}(r)$ não é simétrico em torno da barreira, o fator de transmissão é calculado dentro da aproximação WKB. Para uma dada distribuição de S_2 e S_3, podemos calcular um fator de transmissão médio, $T_m(E,\ell)$, e obter σ_F de (3.12). Uma aproximação conveniente é converter o efeito das deformações ZPM em um momento angular efetivo, trocando r por r+S em $V_{ef}(r)$. Da nova expressão para V_{ef}, obtemos $L_{ef}=L(\ell,S_2,S_3)$ e assim o valor médio de T será,

$$T_m(E,\ell) = T(E,L(\ell,S_2,S_3))$$

onde a média é tomada com relação ao ZPM de octupolo ou qua-

drupolo (ou deformação estática).

Finalmente, é necessário especificar apenas as magnitudes dos desvios σ_λ das deformações ZPM,

$$\sigma_\lambda^2 = \frac{R_0}{Z(\lambda+3)} \left[(2\lambda+1)\frac{B(E_\lambda)}{B_W(E_\lambda)}\right]^{1/2} \tag{3.20}$$

Para os núcleos vibracionais, $\langle 0|\beta_\lambda|0\rangle = 0$ e para os estáticamente deformados, $\langle 0|\beta_\lambda|0\rangle \neq 0$. Os resultados apresentados por Esbensen foram obtidos tratando os isótopos ^{152}Sm e ^{154}Sm como estáticamente deformados. Um dos resultados foi obtido fixando ΔR e variando σ_2 e outro fixando σ_2 e variando ΔR. Além disso, foram comparados os resultados para σ_F com e sem ZPM no caso clássico (sem penetração de barreira) e no caso quântico, mostrando que o cálculo clássico com ZPM é melhor que o quântico sem ZPM (fig.3.3).

Como foi dito anteriormente, podemos também calcular o valor de $\sigma_F(\theta)$ e realizar uma média sobre o parâmetro θ. Neste caso, podemos calcular T_ℓ pela expressão de Hill-Wheeller e, considerando que o raio da barreira não varia muito com ℓ, fazer a aproximação,

$$E_{B,\ell} = E_0 + \frac{\hbar^2}{2\mu R_B^2}\,\ell(\ell+1) \tag{3.21}$$

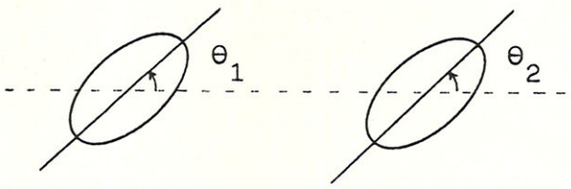
$$\hbar\omega = \hbar\omega_0 \quad ; \quad R_0 = R_B(\ell=0) \quad ; \quad E_0 = E_B(\ell=0)$$

Com as aproximações acima e trocando a somatória em ℓ por uma integral em $d\ell$ na expressão (3.12), obtemos:

$$\sigma_R(E) = \frac{R_0^2\hbar\omega_0}{2E}\ln[1 + \exp[2\pi(E - E_0)/h\omega_0]] \tag{3.22}$$

Uma das aplicações desse modelo foi feita por

Wong[29], considerando a interação entre dois núcleos estáticamente deformados de raios R_i e parâmetro de deformação β_2^i. O ângulo de orientação com relação ao eixo da colisão é designado por θ_i (figura abaixo).



A interação nuclear é dada por um potencial Wood-Saxon com R_i dado em termos de β_2^i, e a interação coulombiana é expressa pelas coordenadas r e θ. A seguir é calculada a barreira de interação para $\ell=0$ em termos de θ_1 e θ_2, $E_o(\theta_1,\theta_2)$. Como a interação depende dos ângulos, o momento angular ℓ deixa de ser um bom número quântico, mas considerando-se que a perturbação no movimento orbital, devida à deformação nuclear, é desprezível, podemos ainda considerar ℓ como uma integral de movimento e assumir que a depêndencia da barreira de interação com ℓ é dada por:

$$E_\ell(\theta_1,\theta_2) \simeq E(\theta_1,\theta_2) + \frac{\hbar^2}{2\mu R_o^2}\ell(\ell+1) \qquad (3.23)$$

e

$$\sigma_R(E,\theta_1,\theta_2) = \frac{R_o^2\hbar\omega_o}{2E} \ln\{1 + \exp[2\pi(E - E_o(\theta_1,\theta_2))/\hbar\omega_o]\} \qquad (3.24)$$

O valor de $\sigma_R(E)$ é dado pelo valor médio de (3.24) tomado sobre os ângulos de orientação.

Os resultados acima foram aplicados por Wong, para calcular a seção de choque de fissão de algumas reações tendo como alvo o ^{238}U e os projéteis ^4He, ^{11}B, ^{14}N, ^{16}O e ^{40}Ar. Para isso, Wong tomou $\sigma_{fissão}=\sigma_R$. A comparação com os dados ex-

perimentais, mostra que, nos casos considerados, o resultado é muito bom.

Além da inclusão dos efeitos de deformação estática e dinâmica, e da consideração de canais inelásticos e de transferência de partículas no cálculo de σ_F, existe um outro modelo, que descreve o sistema como duas esferas de raios R_1 e R_2 ligadas suavemente por um pescoço. As energias cinética e potencial são calculadas em termos das coordenadas ρ, λ e Δ que estão relacionadas, respectivamente, à separação radial, à forma do pescoço e aos graus de liberdade assimétricos, e são definidas por:

$$\rho = r/(R_1 + R_2)$$

$$\lambda = (d_1 + d_2)/(R_1 + R_2) \qquad (3.25)$$

$$\Delta = (R_1 - R_2)/(R_1 + R_2)$$

onde r, R_i e d_i são mostrados na figura (3.4).

Para estudar a dinâmica da colisão devemos levar em conta os efeitos das forças conservativa, inercial e dissipativa. A parte conservativa da interação é dada pelo potencial total,

$$V_\ell = V_{coul} + V_{nucl} + V_{centr} \qquad (3.26)$$

onde os efeitos rotacionais são levados em conta através do potencial centrífugo,

$$V_{centr}(\rho,\lambda,\Delta) = \frac{\hbar^2 \ell(\ell + 1)}{2J} \qquad (3.27)$$

sendo J o momento de inércia. Definindo,

$$B_{\ell}^{pescoço} = V(\rho=\rho_n,\lambda=0) \tag{3.28}$$

com ρ_n=1.27 e considerando a colisão de núcleos idênticos, podemos considerar três casos. No primeiro, $E < B_{\ell}^{pescoço}$ e T_{ℓ} é calculado através de:

$$T_{\ell}(E) = [1 + \exp(2S_{\ell}(E))]^{-1} \tag{3.29}$$

onde:

$$S_{\ell}(E) = \frac{1}{\hbar}\int_0^{\lambda_{fora}} [2M_{\lambda\lambda}(\rho_t,\lambda)(V_{\ell}(\rho_t,\lambda) - E)]^{1/2} d\lambda \tag{3.30}$$

onde λ_{fora} é o valor de λ no ponto onde o sistema emerge e $M_{ij}(\rho,\lambda,\Delta)$ é a componente do tensor de massa que aparece na expressão da energia cinética. Para calcular V_{ℓ} podemos aproximar o momento de inércia por:

$$J = \mu(2\rho R_o^2) \tag{3.31}$$

onde R_o é o raio do núcleo antes da formação do pescoço.

Para $E > B_{\ell}$ (B_{ℓ} = barreira de Coulomb), assumimos que a trajetória é confinada ao eixo λ=0 e $S_{\ell}(E)$ é dada por:

$$S_{\ell}(E) = \frac{\pi}{\hbar\omega_{\ell}} (B_{\ell} - E) \tag{3.31}$$

Para $B_{\ell}^{pescoço} < E < B_{\ell}$, $S_{\ell}(E)=0$ ou $T_{\ell}=1/2$.

Uma consequência imediata da consideração de coordenadas de pescoço é o abaixamento do limiar clássico por uma quantidade $\Delta B = B - B^{pescoço}$ (função da forma do pescoço), ou seja, o sistema não encontra nenhuma barreira para o movimento ao longo do pescoço, onde ele tem energia suficiente para alcançar a separação crítica ρ_n, que é maior que a barreira ra-

dial de fusão.

Este modelo foi aplicado por C.E. Aguiar et al.[30] aos sistemas $^{58}Ni+^{58}Ni$, $^{64}Ni+^{64}Ni$, $^{40}Ca+^{40}Ca$, $^{74}Ge+^{74}Ge$, $^{90}Zr+^{90}Zr$ e $^{80}Se+^{80}Se$. A comparação dos cálculos com os dados experimentais mostra o sucesso do modelo em energias muito abaixo da barreira de Coulomb, desde que o sistema não tenha canais de baixas energias fortemente acoplados ao canal de entrada. Acima da barreira, o modelo tende a superestimar sistemáticamente os dados, o que pode ser devido a terem sido desprezados os efeitos dinâmicos, os quais podem produzir um elevado momento angular de corte. Além disso, é necessário desenvolver a teoria para incluir os efeitos dos acoplamentos com canais isolados.

Nos próximos capítulos, mostraremos como todos os efeitos de estrutura discutidos até aqui, podem ser incluidos no cálculo de σ_F, com um modelo de um único canal efetivo, o qual contém esses efeitos através da presença de um potencial de polarização dependente da energia.

CAPÍTULO IV

POTENCIAL DE POLARIZAÇÃO E RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Nos processos que envolvem transferência de partículas ou excitação nuclear, a seção de choque de fusão pode ser calculada exatamente através da resolução do problema de canais acoplados. Este cálculo pode ser simplificado construindo-se o potencial de polarização, $V_{pol}(r)$, que surge do acoplamento entre o canal elástico e o canal de transferência, ou de excitação nuclear, o qual juntamente com um potencial nuclear conhecido é usado em uma descrição do espalhamento elástico dos núcleos colidentes. Neste capítulo, mostraremos o procedimento que conduz à redução de dois canais acoplados à um canal elástico através da introdução de $V_{pol}(r)$.

Para chegar à essa redução convém relembrarmos alguns formalismos envolvidos nos cálculos de canais acoplados. Consideraremos, para efeito de simplificação, o acoplamento entre dois canais, a saber, o canal elástico e o de transferência de partículas acopladas a um momento angular nulo. Os resultados podem ser fácilmente generalizados para o caso de momentos transferidos não nulos, ou para o caso em que se tenha acoplamento com um canal de excitação nuclear.

Consideremos em primeiro lugar, os operadores de projeção, P_i, que especificam os dois canais,

$$P_i = |\Phi_i\rangle\langle\Phi_i| \quad ; \; i=0,1 \tag{4.1.a}$$

$$P_0 + P_1 = 1 \tag{4.1.b}$$

onde $|\Phi_i\rangle$ descreve o movimento intrínseco no canal elástico (i=0) ou no canal de transferência (i=1). Assumimos que esses operadores satisfazem às seguintes relações:

$$P_i^2 = P_i \tag{4.2.a}$$

$$P_0 P_1 = P_1 P_0 = 0 \tag{4.2.b}$$

Em um caso que envolva rearranjo de acoplamento de canais, a relação (4.2.b) é apenas aproximadamente válida, mas as correções devidas à não ortogonalidade de canais podem ser fácilmente estimadas. Para canais de transferência, essas correções não mudam qualitativamente os resultados finais. Dessa forma, usaremos as equações (4.1), com as condições (4.2), em uma redução de Feshback da equação exata de Lippmann- Schwinger.

As funções de onda $|\psi_0\rangle$ e $|\psi_1\rangle$ que descrevem os canais elástico e de transferência, são dadas em termos da função de onda $|\psi\rangle$, através de:

$$|\psi_i\rangle = P_i |\psi\rangle \tag{4.3}$$

Através de (4.1.b) podemos decompor a hamiltoniana em várias partes:

$$(P_0 + P_1)H(P_0 + P_1) = H = \sum_{i,j=0}^{1} H_{ij} \tag{4.4.a}$$

com:

$$H_{ij} = P_i H P_j \tag{4.4.b}$$

As partes diagonais de H são dadas em termos de potenciais ópticos apropriados para a descrição do espalhamento elástico nos canais 0 e 1,

$$H_{ii} = |\Phi_i\rangle[h_i + V_i^{opt} + \varepsilon_i]\langle\Phi_i| \tag{4.5}$$

onde h_i é a energia cinética do movimento relativo mais o potencial coulombiano de carga puntual, ε_i é a energia intrínseca do canal i e V_i^{opt} é o potencial óptico correspondente. No caso de acoplamento com transferência de partícula, ε_i deve corresponder à energia de ligação da partícula ao núcleo.

As partes não diagonais de H, responsáveis pelo acoplamento dos canais 0 e 1, satisfazem às condições:

$$H_{ij} = |\Phi_i\rangle H' \langle\Phi_j| \simeq H_{ji}^{+} \tag{4.6}$$

$$H' = H^{\dagger}$$

o que significa que os efeitos de absorção nos potenciais ópticos estão todos incluídos em H_{00} e H_{11}.

As soluções das equações acopladas de Lippmann-Schwinger, são as funções de onda projetadas, $|\Psi_i\rangle$, com as condições de contorno apropriadas de ondas emergentes,

$$|\Psi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle = |\chi_0^{(+)}(\vec{k}_0);\Phi_0\rangle + g_0^{(+)} H_{01} |\Psi_1^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle \tag{4.7.a}$$

$$|\Psi_1^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle = g_1^{(+)} H_{10} |\Psi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle \tag{4.7.b}$$

ou

$$|\chi_0^{(+)}(\vec{k}_0);\Phi_0\rangle = [1 - g_0^{(+)} H_{01} g_1^{(+)} H_{10}] |\Psi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle$$

$$|\Psi_1^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle = g_1^{(+)} H_{10} \left[\sum_{n=1}^{3} [g_0^{(+)} H_{01} g_1^{(+)} H_{10}]^n |\chi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle + \right.$$

$$\left. [g_0^{(+)} H_{01} g_1^{(+)} H_{10}]^3 g_0^{(+)} H_{01} |\Psi_1^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle \right]$$

onde $\vec{k}_0$ é o número de onda no canal de entrada e $g_i^{(+)}$ é a função de Green ópticamente distorcida, descrevendo a propaga

ção no canal i, e dada por:

$$g_i^{(+)} = |\Phi_i\rangle[E - \varepsilon_i - T_i - V_i^{opt} + i\eta]^{-1}\langle\Phi_i| \qquad (4.8)$$

A onda distorcida, $\chi_i^{(+)}$, descreve o movimento relativo no canal i, na ausência de acoplamento (H_{01}=0), e satisfaz as equações ópticas de Lippmann-Schwinger de um canal,

$$|\chi_i^{(+)}(\vec{k}_i)\rangle = |\vec{k}_i^{(+)}\rangle + G_i^{(\pm)}V_i^{opt}|\chi_i^{(\pm)}(\vec{k}_i)\rangle \qquad (4.9.a)$$

$$G_i^{(\pm)} = (E - \varepsilon_i - h_i \pm i\eta)^{-1} \qquad (4.9.b)$$

onde $|\vec{k}_i\rangle$ e $G_i^{(+)}$ são, respectivamente, a função de onda de Coulomb distorcida e a função de Green do canal i.

Os elementos da matriz T exata podem ser obtidos da expressão de Gell-Mann-Goldberger,

$$T_{i0}(\vec{k}_i \leftarrow \vec{k}_0) = \langle\vec{k}_i^{(-)}|V_0^{opt}|\chi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle\,\delta_{i0} +$$

$$\langle\Phi_i;\tilde{\chi}_i^{(-)}(\vec{k}_i)|H_{10}|\Psi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle \qquad (4.10)$$

O primeiro termo no lado direito contribui apenas para o espalhamento elástico e descreve o espalhamento de potencial usual. O segundo termo contém o efeito de acoplamento de canais. É importante notarmos que o til (~) na função de onda incidente, $\langle\tilde{\chi}_i^{(-)}(\vec{k}_i)|$, enfatiza a não hermiticidade do potencial óptico envolvido. A diferenciação entre as funções de onda com e sem til não é necessária em um cálculo DWBA de uma etapa, mas torna-se relevante na descrição das amplitudes de múltiplas etapas, como mostraremos a seguir.

Essas funções satisfazem às equações,

$$|\chi_i^{(\pm)}(\vec{k}_i)> = |\vec{k}_i^{(\pm)}> + G_i^{(\pm)} V_i^{opt} |\tilde{\chi}_i^{(\pm)}(\vec{k}_i)> \tag{4.11}$$

e estão relacionadas por:

$$<\chi_j^{(+)}(\vec{k}_j)|\chi_i^{(+)}(\vec{k}_i)> = (2\pi)^3 \delta(\vec{k}_i - \vec{k}_j)\delta_{ij} \tag{4.12.a}$$

$$<\tilde{\chi}_j^{(-)}(\vec{k}_j)|\chi_i^{(+)}(\vec{k}_i)> = S_{ij}(\vec{k}_i,\vec{k}_j)\delta_{ij} \tag{4.12.b}$$

$$<\tilde{\chi}_j^{(+)}(\vec{k}_j)| = \int d\vec{k}_j S^{-1}(\vec{k}_j,\vec{k}_j)<\tilde{\chi}_j^{(-)}(\vec{k}_j)| \tag{4.12.c}$$

onde $|\vec{k}_j| = |\vec{k}_j|$ e S é a matriz S óptica diagonal. A equação (4.12.c) será usada para reduzir o segundo termo do lado direito da equação (4.10).

A contribuição de múltipla etapa ao elemento da matriz elástica T é :

$$\tilde{T}_{00}(\vec{k}_0' \leftarrow \vec{k}_0) = < \Phi_0;\tilde{\chi}_0^{(-)}(\vec{k}_0')|H_{10} + H_{01}|\Psi^{(+)}(\vec{k}_0)> =$$

$$< \Phi_0;\tilde{\chi}_0^{(-)}(\vec{k}_0')|\Phi_0>H<\Phi_1|\Psi^{(+)}(\vec{k}_0)> =<\Phi_0;\tilde{\chi}_0^{(-)}(\vec{k}_0')|H_{01}|\Psi_1^{(-)}(\vec{k}_0)> =$$

$$< \Phi_0;\tilde{\chi}_0^{(-)}(\vec{k}_0')|H_{01}g_1^{(+)}H_{10}|\tilde{\chi}_0^{(+)}(\vec{k}_0)> +$$

$$+ \text{ termos de ordem superior} \tag{4.13}$$

onde

$$\tilde{T}_{00} = T_{00} - <\vec{k}_0^{(-)}|V_0^{opt}|\chi_0^{(+)}(\vec{k}_0)> \tag{4.14}$$

Para desenvolver a contribuição de ordem mais baixa à $\tilde{T}_{00}$, empregamos a representação espectral da função de Green,

$$g_1^{(+)} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \, \frac{|\Phi_1;\chi^{(+)}(\vec{q})\rangle\langle\Phi_1;\chi^{(+)}(\vec{q})|}{E - \varepsilon_1 - E(q) + i\eta} \tag{4.15}$$

onde

$$E(q) = \frac{\hbar^2 q^2}{2\mu_1}$$

e μ_1 é a massa reduzida no canal 1.

Substituindo (4.15) em (4.13) temos:

$$\tilde{T}_{00}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{k}_0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \, \frac{t_{01}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{q})\tilde{t}_{10}(\vec{q} \leftarrow \vec{k}_0)}{(E - \varepsilon_1) - E(q) + i\eta} \tag{4.16}$$

onde t e $\tilde{t}$ representam as amplitudes de transferência em uma etapa e são dadas por:

$$t_{01}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{q}) = \langle \Phi_0;\tilde{\chi}_0^{(-)}(\vec{k}'_0)|H_{01}|\Phi_1;\chi_1^{(+)}(\vec{q})\rangle \tag{4.17}$$

$$\tilde{t}_{10}(\vec{q} \leftarrow \vec{k}_0) = \langle \Phi_1;\chi_1^{(+)}(\vec{q})|H_{10}|\Phi_0;\chi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle \tag{4.18}$$

Devemos notar que t é a amplitude usual de DWBA e $\tilde{t}$ não. Contudo, podemos colocar $\tilde{t}$ na forma DWBA com o auxilio da equação (4.12.c), obtendo:

$$\tilde{t}_{10}(\vec{q} \leftarrow \vec{k}_0) = \int d^3q' \, S^{-1}(\vec{q},\vec{q}')\langle\Phi_1;\tilde{\chi}_1^{(-)}|H_{10}|\chi_0^{(+)}(\vec{k}_0)\rangle =$$

$$\int d^3q' \, S^{-1}(\vec{q},\vec{q}')\, t_{10}(\vec{q}' \leftarrow \vec{k}_0) \tag{4.19}$$

Usando a expansão em ondas parciais para as ondas distorcidas,

$$\chi_i^{(+)}(\vec{k}_i,\vec{r}) = \frac{4\pi}{kr} \sum_{\ell m} (i)^{\ell} \exp(i\sigma_{i,\ell}(E_i)) f_\ell(k_i,r) Y_{\ell m}(\Omega_{\hat{k}_i}) Y^*_{\ell m}(\Omega_{\hat{r}}) \tag{4.20.a}$$

$$\tilde{\chi}_i^{(-)*}(\vec{k}_i,\vec{r}) = \frac{4\pi}{k_i r}\sum_{\ell m}(-i)^{\ell}(-1)^{2m}\exp(i\sigma_{i,\ell}(E_i))f_\ell(k_i,r)Y^*_{\ell -m}(\Omega_{\hat{k}_i}).$$

$$Y_{\ell -m}(\Omega_{\hat{r}}) \qquad (4.20.b)$$

na equação (4.17), obtemos para t_{01}:

$$t_{01}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{q}) = \frac{(4\pi)^2}{k_0 q}\sum_{\ell m}\exp(i\sigma_{0,\ell}(E_0)+i\sigma_{1,\ell}(E_1))I^{01}_{\ell\ell'}(k'_0,q).$$

$$Y_{\ell m}(\Omega_{\hat{k}_0})Y^*_{\ell m}(\Omega_{\hat{q}}) \qquad (4.21)$$

e para $\tilde{t}_{10}$:

$$\tilde{t}_{10}(\vec{q} \leftarrow \vec{k}_0) = \frac{(4\pi)^2}{k_0 q}\sum_{\ell m}\int d^3q' \,[S^{-1}(\vec{q},\vec{q}')\exp(i\sigma_{0,\ell}(E_0)+i\sigma_{1,\ell}(E_1)).$$

$$I^{10}_{\ell\ell'}(q,k_0)Y_{\ell m}(\Omega_{\hat{q}})Y^*_{\ell m}(\Omega_{\hat{k}_0})] \qquad (4.22)$$

onde as integrais radiais $I^{ij}_{\ell\ell'}(k_i,k_j)$ são definidas por:

$$I^{ij}_{\ell\ell'}(k_i,k_j) = \int_0^\infty f^i_\ell(k_i,r)F(r)f^j_{\ell'}(k_j,r) \qquad (4.23)$$

Nas equações (4.21) e (4.22), $\sigma_{i,\ell}(E_i)$ corresponde à defasagem coulombiana no canal i, com $E_i=E-\varepsilon_i$ ($\varepsilon_0=0$ e $E_0=E$). As funções $f_\ell(k_i,r)$ são as funções de onda radiais que se comportam assintóticamente como:

$$f_\ell(k_i,r) \xrightarrow[r\to\infty]{} F_\ell(kr) + \mathrm{tg}\delta^N_\ell G_\ell(kr) \qquad (4.24)$$

onde $F_\ell(G_\ell)$ é a função de Coulomb regular (irregular) e δ^N_ℓ é a defasagem nuclear da ℓ-ésima onda parcial. As quantidades

$I^{ij}_{\ell\ell'}(k_i,k_j)$ são as integrais usuais de DWBA.

Conforme foi demonstrado por Udagawa et al.[31], em casos que envolvem forte repulsão coulombiana e forte absorção, a parte principal da função de Green contribui da mesma forma que o termo dentro da camada de energia. Assim, uma aproximação que podemos fazer, é calcular $\tilde{T}_{00}$ dentro da camada de energia e incluir o efeito fora da camada, multiplicando o resultado por dois.

Usando (4.19) em (4.16), temos:

$$\tilde{T}_{00}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{k}_0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q\, d^3q'\, \underline{t}_{01}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{q})\, \underline{t}_{10}(\vec{q} \leftarrow \vec{k}_0)\, \frac{S^{-1}(\vec{q},\vec{q}')}{(E - \varepsilon_1) - E(q) + i\eta}$$

Antes de prosseguir, convém lembrarmos que a função de Green, $G^{(+)}$, é representada pelo operador:

$$G^{(+)} = (E - H + i\eta)^{-1}$$

e

$$(E - E + i\eta)^{-1} = P\left[\frac{1}{E - E'}\right] - i\pi\delta(E - E')$$

onde P é o valor principal de Cauchy. A parte não homogênea da função de Green é representada pela integral do valor principal e contém sómente as contribuições dos auto valores $E' \neq E$ (fora da camada de energia). O termo homogêneo, que depende da condição de contorno no infinito, surge sómente dos autovalores na vizinhança imediata de E (dentro da camada de energia). Assim, para considerar $\tilde{T}_{00}$ dentro da camada de energia, devemos associar,

$$[(E - \varepsilon_1) - E(q) + i\eta]^{-1} \longrightarrow -i\pi\delta(E - \varepsilon_1) - E(q)$$

Além disso, dentro da camada de energia a matriz S é diagonal,

$$S(\vec{k}_i,\vec{k}_j) = S(\vec{k}_i)\delta_{k_i,k_j}$$

Então,

$$\tilde{T}^{(1)}_{00}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{k}_0) = -2\pi i \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\delta[(E-\varepsilon_1)-E(q)]\, t_{01}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{q})S^{-1}(\vec{q})t_{10}(\vec{q}\leftarrow\vec{k}_0) \tag{4.25}$$

Usando as equações (4.21) e (4.22) em (4.25), temos:

$$\tilde{T}^{(1)}_{00}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{k}_0) = \frac{1}{k_0^2}\sum_{\ell}(2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)\exp(2i\sigma_{0,\ell}(E))\tilde{T}^{(1)}_{\ell}(k_0) \tag{4.26}$$

com:

$$\tilde{T}^{(1)}_{\ell}(k_0) = -16\pi(\mu_1/2\hbar^2E_1)^{1/2}I^{01}_{\ell}(E,E_1)I^{10}_{\ell}(E_1,E)\frac{i}{S^N_{1,\ell}(E_1)} \tag{4.27}$$

onde:

$$S_{1,\ell}(E_1) = S^N_{1,\ell}(E_1)\exp(2i\sigma_{1,\ell}(E_1))$$

Por outro lado, a contribuição de múltipla etapa, $\tilde{f}(\theta)$, à amplitude de espalhamento elástico $f(\theta)$, é dada por:

$$\tilde{f}(\theta) \simeq (-\mu_0/2\pi\hbar^2)\tilde{T}^{(1)}_{00}(\vec{k}'_0 \leftarrow \vec{k}_0) =$$

$$\frac{1}{2ik_0}\sum_{\ell=0}(2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)\exp(2i\sigma_{0,\ell}(E))\tilde{S}^{(1)}_{\ell}(E) \tag{4.28}$$

onde $\tilde{S}^{(1)}_{\ell}(E)$ é dada por:

$$\tilde{S}_{\ell}^{(1)}(E) \simeq \frac{-8}{\hbar^2}(\mu_0\mu_1/EE_1)^{1/2} I_{\ell}^{01}(E,E_1) I_{\ell}^{10}(E_1,E) \frac{1}{S_{1,\ell}^{N}(E_1)} =$$

$$-(\mu_0 i/\hbar^2 \pi k_0)\tilde{T}_{\ell}^{(1)}(k_0) \qquad (4.29)$$

Podemos resumir as regras para desenvolver as contribuições de ordem superior à $\tilde{T}_{00}$, como segue; Em primeiro lugar, escrevemos:

$$\tilde{T}_{00}^{(1)}(\vec{k}_0' \leftarrow \vec{k}_0) = \frac{4\pi}{ik_0^2} \sum_{\ell m} \tilde{T}_{\ell}(k_0) Y_{\ell m}(\hat{k}_0) Y_{\ell m}^{*}(\hat{k}_0) \exp(2i\sigma_{\ell}) \qquad (4.30)$$

A amplitude parcial, $\tilde{T}_{\ell}(k_0)$, tem a seguinte estrutura geral,

$$\tilde{T}_{\ell}(k_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{T}_{\ell}^{(n)}(k_0) \qquad (4.31.a)$$

onde:

$$\tilde{T}_{\ell}^{(n)}(k_0) = (1/4\pi)\, C_{G_1}^{n}\, C_{I}^{2n}\, C_{G_0}^{n-1} \qquad (4.31.b)$$

com a notação:

$$C_{G_j} = -\frac{i}{(2\pi)^2} \frac{\mu_j}{\hbar^2 k_j} \frac{1}{S_{j,\ell}^{N}(E_j)} \qquad (4.32.a)$$

$$C_I = (4\pi)^2 I_{\ell}^{01} = (4\pi)^2 I_{\ell}^{10} \qquad (4.32.b)$$

A equação (4.31.a) pode ser reescrita como,

$$\tilde{T}_{\ell}(k_0) = (1/4\pi) \sum_{n=1}^{\infty} C_{G_1}^{n}\, C_{I}^{2n} C_{G_0}^{n-1} =$$

$$(1/4\pi) C_{G_1}\, C_I^2 \sum_{n'=0}^{\infty} [C_{G_1}\, C_I^2\, C_{G_0}]^{n'} \qquad (4.33)$$

ou

$$\tilde{T}_{\ell}(k_0) = (1/4\pi)C_{G_1} C_I^2[1 - C_{G_1} C_I^2 C_{G_0}]^{-1} \tag{4.34}$$

A equação (4.34) dá a solução exata do problema de canais acoplados. Para que a série (4.33) seja convergente, devemos impor que:

$$\left|C_{G_1} C_I^2 C_{G_0}\right| < 1$$

A sitação em que $C_{G_1} C_I^2 C_{G_0}$ é muito próximo de 1, pode corresponder à ocorrência de uma ressonância de vida longa mediada por troca de partícula.

Podemos fazer um cálculo semelhante para a amplitude de transferência, obtendo:

$$T_{01}(\vec{k}_1 \leftarrow \vec{k}_0) = (4\pi/k_0 k_1) \sum_{\ell m} [T_{\ell,01}(k_1,k_0) Y_{\ell m}(\hat{k}_0) Y^*_{\ell m}(\hat{k}_1) .$$

$$\exp(i\sigma_{0,\ell}(E_0) + i\sigma_{1,\ell}(E_1))] \tag{4.35}$$

onde:

$$T_{\ell,01}(k_1,k_0) = C_I \sum_{n=0}^{\infty} T^{(n)}_{\ell,01}(k_1,k_0) \tag{4.36.a}$$

e

$$T^{(n)}_{\ell,01}(k_1,k_0) = (1/4\pi)C^4_{G_1} C_I^{2n} C^n_{G_0} \tag{4.36.b}$$

com os coeficientes C dados pelas equações(4.32). As séries acima podem ser somadas, dando:

$$T_{\ell,01}(k_1,k_0) = (1/4\pi)C_I\left[1 - C_I^2 C_{G_1} C_{G_0}\right]^{-1} \tag{4.37}$$

Neste ponto devemos lembrar que em um cálculo usual DWBA, tomamos o termo n=0 na série (4.36.a). A seguir mostraremos como obtemos a expressão para o potencial de polarização.

4.1 - Potencial de polarização

Podemos reescrever a correção em primeira ordem à matriz elástica T (equação 4.13), como:

$$\tilde{T}_{00}^{(1)}(\vec{k}_0' \leftarrow \vec{k}_0) = \langle \tilde{\chi}_0^{(-)}(\vec{k}_0') | V_{pol} | \chi_0^{(+)}(\vec{k}_0) \rangle \tag{4.38}$$

onde V_{pol} é o potencial de polarização equivalente à função de onda exata no canal elástico, que surge do acoplamento entre o canal elástico e o canal de transferência. A equação (4.38) serve como uma definição de V_{pol},

$$V_{pol}(\vec{r},\vec{r}') = \langle \vec{r}';\Phi_0 | H_{01} g_1^{(+)} H_{10} | \Phi_0;\vec{r} \rangle \tag{4.39}$$

Das equações (4.12) e (4.15), temos:

$$g_1^{(+)} = -\frac{i}{4\pi^2}\int d^3q \; |\Phi_1;\chi^{(+)}(\vec{q})\rangle\langle\tilde{\chi}^{(-)}(\vec{q});\Phi_1| S^{-1}(\vec{q})\delta(E_1-E(q)) \tag{4.40}$$

Substituindo (4.40) em (4.39), temos:

$$V_{pol}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{4i\mu}{\hbar^2 k_1}\frac{F(r)F(r')}{rr'}\sum_{\ell m}\left[Y_{\ell m}(\hat{r})Y^*_{\ell m}(\hat{r}')f_\ell^1(k_1,r)\cdot\right.$$

$$\left. f_\ell^1(k_1,r')\frac{1}{S^N_{1,\ell}(E_1)}\right] \tag{4.41}$$

Expandindo $V_{pol}(\vec{r},\vec{r}')$ em ondas parciais,

$$V_{pol}(\vec{r},\vec{r}') = \frac{1}{rr'} \sum_{\ell m} V^{\ell}_{pol}(r,r')Y_{\ell m}(\hat{r})Y^{*}_{\ell m}(\hat{r}') \tag{4.42}$$

e comparando com (4.41), temos:

$$V^{\ell}_{pol}(\vec{r},\vec{r}') = \frac{-4i\mu_1}{\hbar^2 k_1} F(r) f^1_{\ell}(k_1,r) f^1_{\ell}(k_1,r') \frac{F(r')}{S^N_{1,\ell}(E_1)} \tag{4.43}$$

Na equação acima, $F(r)$ é o fator de forma local de transferência, $f^1_{\ell}(k_1,r)$ é a função de onda radial no canal de transferência, $S^N_{1,\ell}(E_1)$ é a projeção na onda parcial do elemento da matriz elástica S nuclear no canal 1, μ_1 e k_1 são a massa reduzida e o número de onda assintótico no canal 1.

A equação que determina a função de onda radial elástica exata, Ψ_{ℓ}, contém um termo do tipo,

$$\int_0^{\infty} dr\, V^{\ell}_{pol}(r,r')\Psi_{\ell}(r')$$

Introduzindo então o potencial local equivalente, através de:

$$\int_0^{\infty} dr'\, V^{\ell}_{pol}(r,r')\Psi_{\ell}(r') = \int_0^{\infty} dr' \langle r|V^{\ell}_{pol}|r'\rangle\langle r'|\Psi_{\ell}\rangle =$$

$$\bar{V}^{\ell}_{pol}(r)\Psi_{\ell}(r) \tag{4.44}$$

e aproximando $\Psi_{\ell}(r)$ por $f^0_{\ell}(k_0,r)$, obtemos de (4.43) e (4.44):

$$V_{pol}(r) = \frac{1}{f^0_{\ell}(k_0,r)} \left[\frac{-4i\mu_1}{\hbar^2 k_1} F(r) f^1_{\ell}(k_1,r) \frac{1}{S^N_{1,\ell}(E_1)}\right] \cdot$$

$$\cdot \int_0^{\infty} dr'\, f^1_{\ell}(k_1,r')F(r')f^0_{\ell}(k_0,r') =$$

$$= -(4i\mu_1 F(r) f_\ell^1(k_1,r) I_\ell^{10}(E_1,E))/(\hbar^2 k_1 \; S_{1,\ell}^N(E1) f_\ell^0(k_0,r)) \quad (4.45)$$

Se escrevermos $\bar{V}_{pol}^{\ell}$ como:

$$\bar{V}_{pol}^{\ell}(r) = \frac{-4i\mu_1}{\hbar^2 k_1} \frac{F(r)}{S_{1,\ell}^N(E_1)} I_\ell^{10} \bar{C}_\ell \quad (4.46)$$

com $\bar{C}_\ell$ fixado tal que $\bar{V}_{pol}^{\ell}(r)$ da equação (4.46) reproduza $\tilde{T}_{00}$ da equação (4.38), obtemos:

$$\tilde{T}_{00} = \frac{-4i\mu_1}{\hbar^2 k_1} I_\ell^{10} \bar{C}_\ell \frac{1}{S_{1,\ell}^N(E_1)} < \chi^{(-)}(\vec{k}_0') | F(r) | \chi^{(+)}(\vec{k}_0) > =$$

$$\frac{16\pi(\mu_1/2\hbar^2 E_1)^{1/2}}{ik_0^2} I_\ell^{10} \bar{C}_\ell \frac{1}{S_{1,\ell}^N(E_1)} \sum_{\ell m} [(2\ell + 1)P_\ell(\cos\theta).$$

$$\exp(2i\sigma_{0,\ell}(E)) I_{\ell\ell}^{00}(E,E)] \quad (4.47)$$

Igualando a equação (4.47) à equação (4.26), temos:

$$\bar{C}_\ell = I_{\ell\ell'}^{01}(E,E_1)/I_{\ell\ell}^{00}(E,E) \quad (4.48)$$

Assim,

$$\bar{V}_{pol}^{\ell}(r) = \frac{-4i\mu_1}{\hbar^2 k_1} \frac{F(r)}{S_{1,\ell}^N(E_1)} \frac{I_{\ell\ell'}^{10}(E_1,E) I_{\ell\ell'}^{01}(E,E_1)}{I_{\ell\ell}^{00}(E,E)} \quad (4.49)$$

Para calcular a função de onda radial exata $\psi_\ell(k_0,r)$, em termos da função de onda radial no canal elástico, $f_\ell^0(k_0,r)$, partimos da equação de Lippmann-Schwinger,

$$|\Psi_\ell> = |f_\ell> + G_0^{(+)} V_{pol} |\Psi_\ell>$$

cuja representação no espaço real é,

$$|\Psi_\ell, r> = |f_\ell, r> + \int d^3 r' G_{0,\ell}^{(+)}(r,r') V_{pol}(r') |\Psi_\ell, r'> \qquad (4.50)$$

De (4.15), temos:

$$G_i^{(+)}(\vec{r},\vec{r}') = <\vec{r}|G_i^{(+)}|\vec{r}'> =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 q d^3 q' \chi_i^{(+)}(\vec{q},\vec{r}) \tilde{\chi}_i^{(-)*}(\vec{q},\vec{r}') S^{-1}(\vec{q}) \delta(\vec{q}-\vec{q}') |\Phi_i><\Phi_i| \frac{}{E - \varepsilon_i - E(q) + i\eta}$$

(4.51)

Na aproximação "on-shell", temos:

$$G_0^{(+)}(\vec{r},\vec{r}') = \frac{-4i\mu_0}{\hbar^2 k_0} \frac{1}{rr'} \sum_{\ell m} \Big[Y_{\ell m}(\hat{r}) Y_{\ell m}^*(\hat{r}') f_\ell^0(k_0, r) |\Phi_0><\Phi_0| \cdot$$

$$\cdot f_\ell^0(k_0, r') \frac{1}{S_{0,\ell}^N(E)} \Big] \qquad (4.52)$$

Escrevendo,

$$G_0^{(+)}(\vec{r},\vec{r}\ ) = \frac{1}{rr'} \sum_{\ell m} G_{0,\ell}^{(+)}(r,r') Y_{\ell m}(\hat{r}) Y_{\ell m}^*(\hat{r}) \qquad (4.53)$$

e comparando (4.52) com (4.53), resulta:

$$G_{0,\ell}^{(+)}(r,r') = \frac{-4i\mu_0}{\hbar^2 k_0} f_\ell^0(k_0, r) |\Phi_0><\Phi_0| f_\ell^0(k_0, r') \frac{1}{S_{1,\ell}^N(E)} \qquad (4.54)$$

Substituindo (4.54) em (4.50),

$$\Psi_\ell^0(k_0,r) = f_\ell^0(k_0,r) -$$

$$\frac{4i\mu_0}{\hbar^2 k_0}\int d^3r' f_\ell^0(k_0,r)|\Phi_0\rangle\langle\Phi_0|f_\ell^0(k_0,r')\frac{1}{S^N_{0,\ell}(E)}V_{pol}(r')\Psi_\ell^0(k_0,r\ ) \tag{4.55}$$

e multiplicando ambos os termos por,

$$\int_0^\infty f_\ell^0(k_0,r)V_{pol}(r)|\Phi_0\rangle\langle\Phi_0|d^3r$$

obtemos:

$$\int_0^\infty f_\ell^0(k_0,r)V_{pol}(r)\Psi_\ell^0(k_0,r)d^3r =$$

$$\langle f_\ell^0|V_{pol}|f_\ell^0\rangle\left[1 + \frac{4i\mu_0}{\hbar^2 k_0}\frac{1}{S^N_{0,\ell}(E)}\langle f_\ell^0|V_{pol}|f_\ell^0\rangle\right]^{-1} \tag{4.56}$$

Substituindo agora (4.56) em (4.55), temos:

$$\Psi_\ell^0(k_0,r) = f_\ell^0(k_0,r)\left[1 - \frac{\tilde{S}_\ell^{(1)}(E_0)}{S^N_{0,\ell}(E_0)}\right]^{-1} \tag{4.57}$$

Comparando as equações (4.58) e (4.29) podemos escrever:

$$\langle f_\ell^0(k_0)|V_{pol}|f_\ell^0(k_0)\rangle = -i(8\mu_1/E_1)^{1/2}\frac{|I_\ell^{01}(E,E_1)|^2}{S^N_{1,\ell}(E_1)}$$

Lembrando que $\tilde{S}_\ell^{(1)}$ é a correção em primeira ordem à matriz S nuclear, introduzida pelo acoplamento entre os canais elástico e de transferência, podemos concluir que no caso em que temos acoplamento fraco entre os canais 0 e 1, o termo,

$$1 - (\tilde{S}_\ell^{(1)}(E)/S^N_{0,\ell}(E))$$

é aproximadamente igual a um e a aproximação,

$$\Psi_{\ell}^{0}(k_0,r) \simeq f_{\ell}^{0}(k_0,r)$$

é perfeitamente válida. Essa aproximação será usada quando formos calcular o coeficiente de transmissão e a seção de choque de fusão.

4.2 - Coeficiente de transmissão e seção de choque de fusão

Vamos deduzir agora a expressão para a seção de choque de fusão, quando consideramos um acoplamento entre os diversos canais de uma reação. A seguir, aplicaremos os resultados para o caso específico de dois canais acoplados pelo potencial de polarização. Faremos a seguir uma breve explanação sobre o formalismo envolvido no problema. Maiores detalhes podem ser vistos na referência (32).

Em primeiro lugar, definimos a seção de choque de fusão, como:

$$\sigma_F = \sigma_R - \sigma_I$$

onde σ_R é a seção de choque de reação total e σ_I é a seção de choque inelástica total, ou seja, é a soma das seções de choque de todos os canais inelásticos. A função de onda total do sistema nuclear é denominada por Ψ e as componentes elástica e inelástica são denominadas, respectivamente, por $P_0\Psi$ e $P_I\Psi$, onde P_0 e P_I são os operadores de projeção ($P_0+P_I=1$). A equação efetiva para $P\Psi$ é dada por:

$$[E - P_0H_0P_0 - P_0vP_IG(E)P_IvP_0]P_0 = 0 \qquad (4.60)$$

onde H_0 é a parte diagonal da hamiltoniana total ($P_0H_0P_I = 0$),

v é a parte de H que acopla P_0 e P_I e $P_I G P_I = (E - P_I H_0 P_I)^{-1}$. Os termos $P_0 H_0 P_0$ e $P_I H_0 P_I$ contém, ambos, as partes imaginárias de, respectivamente, P_0 e P_I. A seção de choque total extraída da equação (4.60) é dada por:

$$\sigma_R = -\frac{k}{E} \langle P_0 \Psi^{(+)} | \mathrm{Im}[P_0 H_0 P_0 + P_0 v P_I G(E) P_I v P_0] | P_0 \Psi^{(+)} \rangle \qquad (4.61)$$

onde $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu$ é a energia no centro de massa do canal elástico.

Das equações (4.59) e (4.61). assumindo que o termo $P_0 v P_I$ seja hermitiano, obtemos a seguinte expressão para σ_F,

$$\sigma_F = \frac{k}{E} \left[\sum_I \langle \Psi_I^{(+)} | W_I^F | \Psi_I^{(+)} \rangle + \langle P_0 \Psi^{(+)} | W_0^F | P_0 \Psi^{(+)} \rangle \right] \qquad (4.62)$$

onde:

$$W_i^F = \mathrm{Im}(P_i H_0 P_i) \qquad (4.63)$$

e $|\Psi_I^{(+)}\rangle$, que representa a função de onda no canal I, é dada pela solução emergente,

$$P_I |\Psi^{(+)}\rangle = |\Psi_I^{(+)}\rangle = P_I G_I^{(+)}(E) P_I v P_0 |\Psi^{(+)}\rangle \qquad (4.64)$$

O segundo termo na equação (4.62) representa a seção de choque de fusão na ausência de acoplamento de canais (σ_F^0), e é maior que o primeiro termo, pois $||P_I \Psi^{(+)}\rangle|$ é menor que $||P_0 \Psi^{(+)}\rangle|$, devido à perda de fluxo causada pelo acoplamento em $|P_I \Psi^{(+)}\rangle$. Este ponto ficará claro mais adiante, quando mostraremos uma aplicação para o caso de dois canais acoplados.

Consideremos então o problema de dois canais acoplados,

$$(E_0 - H_0)\Psi_0 = v\Psi_1 \tag{4.65.a}$$

$$(E_1 - H_1)\Psi_1 = v\Psi_0 \tag{4.65.b}$$

onde v representa o acoplamento entre os canais 0 e 1, e H_i é a hamiltoniana de interação no canal i,

$$H_i = h_i + V_i - iW_i$$

De (4.65) temos,

$$\Psi_1 = G_1^{(+)} v\Psi_0 \tag{4.66.a}$$

$$G_1^{(+)} = (E - H_1)^{-1} \tag{4.66.b}$$

De acordo com (4.61) a seção de choque é dada por:

$$\sigma_R = \frac{k_0}{E} \langle \Psi_0^{(+)} | [W_0 - \mathrm{Im}(vG_1^{(+)} v] | \Psi_0^{(-)} \rangle \tag{4.67}$$

Supondo que v seja hermitiano, podemos escrever,

$$\mathrm{Im}(vG_1^{(+)} v) = v(\mathrm{Im}G_1^{(+)})v$$

Definindo os operadores,

$$\Omega^{(-)} = 1 + G_1^{(-)} V_1 = 1 + G_1^{(+)\dagger} V_1 \tag{4.68.a}$$

$$\Omega^{(-)\dagger} = 1 + V_1^{\dagger} G_1^{(-)\dagger} = 1 + V_1^{\dagger} G_1^{(+)} \tag{4.68.b}$$

podemos escrever:

$$\mathrm{Im}G_1^{(+)} = \frac{1}{2i}\,[G_1^{(+)} - G_1^{(+)\dagger}] = \frac{1}{2i}\,[G_1^{(+)} - G_1^{(-)}] =$$

$$\Omega^{(-)}(\mathrm{Im}G_0^{(+)})\Omega^{(-)\dagger} + G_1^{(+)\dagger}(\mathrm{Im}V_1)G_1^{(+)} \tag{4.69}$$

Para demonstrar a relação (4.69), devemos lembrar que:

$$G_1^{(+)} = G_0^{(+)} + G_0^{(+)}V_1G_1^{(+)}$$

de onde obtemos:

$$G_0^{(+)-1} = G_1^{(+)-1} + V_1 = G_1^{(-)\dagger-1} + V_1 \tag{4.70.a}$$

$$G_0^{(+)-1\dagger} = G_1^{(+)-1\dagger} + V_1^\dagger = G_1^{(-)-1} + V_1^\dagger \tag{4.70.b}$$

Assim, podemos reescrever $\Omega^{(-)}$ e $\Omega^{(-)\dagger}$ como:

$$\Omega^{(-)} = G_1^{(-)}[G_1^{(-)-1} + V_1^\dagger] = G_1^{(-)}G_0^{(+)-1} \tag{4.71.a}$$

$$\Omega^{(-)\dagger} = [G_1^{(-)\dagger-1} + V_1]G_1^{(-)\dagger} = G_0^{(+)-1}G_1^{(-)\dagger} \tag{4.71.b}$$

Então:

$$\Omega^{(-)}(\mathrm{Im}G_0^{(+)})\Omega^{(-)\dagger} + G_1^{(+)\dagger}(\mathrm{Im}V_1)G_1^{(+)} =$$

$$\frac{1}{2i}\,[G_1^{(-)}G_0^{(+)-1\dagger}(G_0^{(+)} - G_0^{(+)\dagger})G_0^{(+)-1}G_1^{(-)\dagger} + G_1^{(+)\dagger}(V_1 - V_1^\dagger)G_1^{(+)}]$$

$$= \frac{1}{2i}\,[G_1^{(-)}(G_0^{(+)-1\dagger} - G_0^{(+)-1})G_1^{(-)\dagger} + G_1^{(+)\dagger}(V_1 - V_1^\dagger)G_1^{(-)}] =$$

$$\frac{1}{2i}\left[G_1^{(-)}(G_1^{(-)-1}+V_1^{\dagger}-G_1^{(-)\dagger-1}-V_1)G_1^{(-)\dagger}+G_1^{(+)\dagger}(V_1-V_1^{\dagger})G_1^{(+)}\right] =$$

$$\frac{1}{2i}\left[G_1^{(-)\dagger}-G_1^{(-)}-G_1^{(-)}(V_1-V_1^{\dagger})G_1^{(-)\dagger}+G_1^{(+)\dagger}(V_1-V_1^{\dagger})G_1^{(+)}\right] =$$

$$\frac{1}{2i}\left[G_1^{(+)}-G_1^{(+)\dagger}-G_1^{(+)\dagger}(V_1-V_1^{\dagger})G_1^{(+)}+G_1^{(+)\dagger}(V_1-V_1^{\dagger})G_1^{(+)}\right] =$$

$$\frac{1}{2i}\left[G_1^{(+)}-G_1^{(+)\dagger}\right] = \mathrm{Im}G_1^{(+)}$$

Portanto, podemos escrever σ_R como:

$$\sigma_R = \frac{k_0}{E_0}\langle\Psi_0^{(+)}|W_0 - vG_1^{(+)\dagger}(\mathrm{Im}V_1)G_1^{(+)}v|\Psi_0^{(+)}\rangle -$$

$$\frac{k_0}{E_0}\langle\Psi_0^{(+)}|v\Omega^{(-)}(\mathrm{Im}G_0^{(+)})\Omega^{(-)\dagger}v|\Psi_0^{(+)}\rangle \qquad (4.72)$$

O segundo termo de (4.72) pode ser reescrito como:

$$-\frac{k_0}{E_0}\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\, d\vec{k}'\langle\Psi_0^{(+)}|v\Omega^{(-)}|\vec{k}\rangle\langle\vec{k}|\mathrm{Im}G_0^{(+)}|\vec{k}'\rangle\langle\vec{k}'|\Omega^{(-)\dagger}v|\Psi_0^{(+)}\rangle =$$

$$\frac{\pi k_0}{E_0}\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\,\langle\Psi_{k_0}^{(+)}|v|\Psi_{k_1}^{(-)}\rangle\langle\Psi_{k_1}^{(-)}|v|\Psi_{k_0}^{(+)}\rangle\,\delta(E_1 - E_k) =$$

$$\frac{k_0}{E_0}\frac{\pi}{(2\pi)^3}\int d\vec{k}\,|\langle\Psi_{k_1}^{(-)}|v|\Psi_{k_0}^{(+)}\rangle|^2\delta(E_1 - E_k) \qquad (4.73)$$

onde foi usado:

$$\mathrm{Im}G_0^{(+)} = -\delta(E - E_k) \qquad \text{e} \qquad |\Psi_k^{(-)}\rangle = \Omega^{(-)}|k\rangle$$

A expressão (4.73) dá a seção de choque inelástica total, σ_I, e portanto,

$$\sigma_F = \sigma_R - \sigma_I = \frac{k_0}{E_0} \langle \psi_0^{(+)} | W_0 + (vG_1^{(+)\dagger} W_1 (G_1^{(+)} v) | \psi_0^{(+)} \rangle = \sigma_0 + \sigma_1 \tag{4.74}$$

onde:

$$W_1 = -\mathrm{Im} V_1$$

$$\sigma_0 = \frac{k_0}{E_0} \langle \psi_0^{(+)} | W_0 | \psi_0^{(+)} \rangle \tag{4.75.a}$$

$$\sigma_1 = \frac{k_0}{E_0} \langle \psi_0^{(+)} | vG_1^{(+)\dagger} W_1 G_1^{(+)} v | \psi_0^{(+)} \rangle = \frac{k_0}{E_0} \langle \psi_1^{(+)} | W_1 | \psi_1^{(+)} \rangle \tag{4.75.b}$$

Usando a expansão de $\psi_{k_0}^{(+)}$ em ondas parciais,

$$\psi_{k_0}^{(+)}(r) = \frac{4\pi}{k_0 r} \sum_{\ell m} (i)^{\ell} \psi_{\ell}^{0}(k_0, r) Y_{\ell m}^{*}(\hat{r}) Y_{\ell m}(\hat{k}_0) | \Phi_0 \rangle \exp(i\sigma_{\ell})$$

e as equações (4.52) e (4.57) nas equações (4.75), Obtemos:

$$\sigma_0 = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) \frac{8\mu_0}{\hbar^2 k_0} \left| 1 - \frac{\tilde{S}_{\ell}^{(1)}}{S_{0,\ell}^{N}(E_0)} \right|^{-2} \int_0^{\infty} | f_{\ell}^{0}(k_0, r) |^2 F(r)\, dr \tag{4.76.a}$$

e

$$\sigma_1 = \frac{8\mu_0}{\hbar^2 k_0} \left[\frac{4\mu_1}{\hbar^2 k_1} \right]^2 \sum_{\ell} \frac{(2\ell+1)}{|S_{1,\ell}^{N}(E_1)|^2} \left| 1 - \frac{\tilde{S}_{\ell}^{(1)}}{S_{0,\ell}^{N}(E_0)} \right|^{-2} \cdot$$

$$| I_{\ell i}^{01}(E_0, E_1) |^2 \int_0^{\infty} dr\, | f_{\ell}^{1}(k_1, r) |^2 F(r) \tag{4.76.b}$$

Dessa forma podemos escrever,

$$\sigma'_F = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) T_\ell \tag{4.77}$$

com:

$$T_\ell = \left[T_\ell^0(E_0) + \frac{16\mu_0\mu_1}{\hbar^4 k_0 k_1} T_\ell^1(E_1) \frac{|I_\ell^{01}(E_0,E_1)|^2}{|S_{1,\ell}^N(E_1)|^2} \right] \left[\left| 1 - \frac{\tilde{S}_\ell^{(1)}}{S_{0,\ell}^N(E_0)} \right| \right]^{-2} \tag{4.78}$$

Conforme foi dito no início deste capítulo, o cálculo de T_ℓ foi efetuado considerando que as partículas transferidas estão acopladas à L=0 e que portanto L transferido é nulo. Isto equivale a dizer que escrevemos o potencial de interação V(r) como:

$$V(r) = \sum_{LM} V_L(r) Y^*_{LM}(\hat{r}) = V_0(r) Y^*_{00}(\hat{r}) + \sum_{L\neq 0} \sum_{M} V_L(r) Y^*_{LM}(r)$$

e tomamos apenas o primeiro termo da soma acima. Mas, como podemos ver, os cálculos podem ser fácilmente generalizados para o caso L≠0.

Como os efeitos de estrutura estão contidos em I_ℓ^{01} e $S_{1,\ell}^N$, podemos considerá-los, introduzindo o fator espectroscópico β, em (4.73) da seguinte forma:

$$T_\ell = \left[T_\ell^0(E_0) + \frac{16\mu_0\mu_1\beta}{\hbar^4 k_0 k_1} T_\ell^1(E_1) \frac{|I_\ell^{01}(E_0,E_1)|^2}{|S_{1,\ell}^N(E_1)|^2} \right] \left| 1 - \frac{\tilde{S}_\ell^{(1)}\beta}{S_{0,\ell}^N(E_0)} \right|^{-2} \tag{4.79}$$

onde β varia entre 0 e 1.

Conforme dissémos no início deste capítulo, todos os cálculos apresentados foram obtidos considerando um processo de transferência de partículas, mas os mesmos podem ser

aplicados à um processo que envolva excitação do alvo, lembrando que neste caso $\mu_0=\mu_1$ e os elementos de matriz $I^{01}_{\ell\ell'}$ e $S^N_{1,\ell}$ possuem $(2\ell+1)$ componentes que devem ser considerados no caso de $V_{pol}(r,\ell,E)$. Neste caso, teremos[33]:

$$V_{pol}(r,\ell,E) = \frac{-4i\mu_0}{\hbar^2 k_1} \sum_{\ell'} \frac{(I^{01}_{\ell\ell'}(k_0,k_1))^2}{I^{00}_{\ell\ell}(k_0,k_0)S^N_{1,\ell}(k_1)} \quad \langle \ell 0 L 0 | \ell' 0 \rangle^2 \qquad (4.80)$$

onde L é o momento angular transferido na reação.

Para aplicar os resultados obtidos até aqui, nós calculamos o valor de σ_F para o sistema $^{58}Ni+^{64}Ni$, considerando o processo:

$$^{58}Ni + {}^{64}Ni \longrightarrow {}^{56}Ni + {}^{66}Ni$$

Dessa forma, $V_{pol}(r,\ell,E)$ é o potencial que surge do acoplamento entre o canal elástico e o canal de transferência de dois neutrons (com momento angular transferido L=0).

A figura (4.1) mostra o comportamento do termo $(2\ell+1)T_\ell$ em função de ℓ, para diferentes valores de β, e para E_{cm}=92MeV. Nesta figura, a curva para $\beta=0$ é exatamente a que se obteria sem acoplamento. Podemos notar que para $\beta \neq 0$ o valor desse termo é maior que para $\beta=0$, o que mostra que o acoplamento introduzido aumenta o valor de σ_F. O denominador de (4.79),

$$\left| 1 - \frac{\tilde{S}^{(1)}_\ell(E_0)}{S^N_{0,\ell}(E_0)} \right|^2$$

não influi neste acréscimo pois é aproximadamente igual a um, para todos os valores de ℓ e das energias consideradas. Portanto, a maior contribuição para o acréscimo de σ_F vem do segundo termo do numerador da equação (4.79).

A figura (4.2) mostra os valores experimentais[35] e os obtidos através das expressões (4.77) e (4.79), para σ_F, em função da energia incidente. Conforme podemos observar, os valores de σ_F para $\beta=1$ são maiores que para $\beta=0$ (sem acoplamento). Porém esse aumento ainda não é suficiente para explicar os dados experimentais. Neste ponto devemos lembrar que para obter a expressão para σ_F utilizada nos cálculos descritos acima, nós desprezamos a contribuição da parte real do potencial de polarização, que está contida na função de onda radial exata, $\psi_\ell(k_0,r)$. Ou seja, se essa função é dada por:

$$|\psi_\ell\rangle = |f_\ell\rangle + G_0^{(+)} V_{pol} |\psi_\ell\rangle \tag{4.81}$$

e de acordo com (4.57),

$$\psi_\ell^0(k_0,r) = f_\ell^0(k_0,r)\left[1 - \frac{\tilde{S}_\ell^{(1)}(E_0)}{S_{0,\ell}^N(E_0)}\right]^{-1}$$

onde o denominador acima é, segundo os resultados obtidos para o sistema considerado, igual a um, isto significa que em nossos cálculos, $|\psi_\ell\rangle = |f_\ell\rangle$ e a influência de V_{pol} em $|\psi_\ell\rangle$ (que aparece no segundo termo de (4.81) é desprezada. Como a parte real do potencial de polarização só influi em σ_F através da função de onda e essa influência foi desprezada em nossos cálculos, devemos encontrar uma forma alternativa para expressar σ_F em termos da parte real do potencial de polarização.

Dessa forma, vamos calcular a seção de choque de fusão através da seguinte expressão,

$$\sigma_F = \frac{\pi}{k_0^2}\sum_\ell (2\ell+1)[\hat{T}_\ell^{(0)}(E_0+V(E_0)) + \hat{T}_\ell^{(1)}(E_1+V(E_1)) + \ldots] \tag{4.82}$$

onde $\hat{T}_\ell^{(i)}(E_i+V(E_i))$ é calculado através de um modelo de pene

tração de uma barreira modificada pela parte real, v , do potencial de polarização inclusivo que contem o efeito de todos os canais importantes. Da maneira como foi introduzido na expressão (4.82), o potencial de polarização torna-se independente de r e $\hat{\ell}$. A parte imaginária de $V_{pol}(E)$ pode ser determinada a partir do estabelecimento de uma relação de dispersão, (RD), que conecta as partes real e imaginária do mesmo.

Tratamentos baseados na RD foram apresentados nos trabalhos de C. Mahaux et al.[34], com o objetivo de explicar o comportamento, em energias próximas à barreira, do potencial óptico que descreve o espalhamento $^{16}O + ^{208}Pb$ (E_B = 80MeV). A parte imaginária deste potencial decresce drásticamente em magnitude para $E \lesssim 90$MeV, o que pode ser devido à presença de canais não elásticos que estão sendo efetivamente barrados pela barreira de Coulomb. Ao mesmo tempo, a parte real do potencial aumenta drásticamente em magnitude (para $E \sim 78$ MeV é $\simeq 1.7$ vezes o valor encontado para $E \gtrsim 130$MeV). É natural atribuir esse comportamneto ao efeito do acoplamento com os canais não elásticos, os quais podem produzir mudanças no potencial real mesmo abaixo do limiar onde eles são energéticamente barrados. Esses acoplamentos são incluídos de um modo muito geral na RD que conecta as partes real e imaginária do potencial óptico.

Em nosso trabalho, partimos da suposição que as partes real e imaginária do potencial de polarização também são conectadas por uma RD. Escrevemos então, V_{pol} como:

$$V_{pol}(E) = v(E) + iw(E) \tag{4.83}$$

cuja transformada de Hilbert é:

$$V_{pol}(E) = \frac{1}{i}\frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{V_{pol}(E')dE'}{E' - E} \tag{4.84}$$

Dessa forma obtemos as relações de dispersão entre $v(E)$ e $w(E)$:

$$v(E) = \frac{P}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{w(E')dE'}{E'-E} \qquad (4.85.a)$$

$$w(E) = -\frac{P}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{v(E')dE'}{E'-E} \qquad (4.85.b)$$

Assim, a partir dos valores de $v(E)$ (que ajustam os dados experimentais de σ_F), podemos determinar também $w(E)$. Os detalhes da obtenção das relações de dispersão podem ser vistos no apêndice 1.

Conforme já dissémos, o potencial de polarização assim determinado não depende de ℓ e r. Para analisar a validade dessa aproximação podemos, a partir de um cálculo de canais acoplados, obter as integrais radiais $I^{00}_{\ell\ell}$ e $I^{01}_{\ell\ell'}$ e os elementos de matriz $S^{N}_{1,\ell}(E)$. Com estes dados, $V_{pol}(r,\ell,E)$ pode ser calculado através de (4.49) ou (4.80),e comparado com $V_{pol}(E)$ dado por (4.85). Podemos, além disso, eliminar a dependência em ℓ de $V_{pol}(r,\ell,E)$ da seguinte forma. Das equações (4.49) e (4.80), vemos que o potencial de polarização pode ser escrito sob a forma:

$$V_{pol}(r,\ell,E) = C(\ell,E)F(r) \qquad (4.85)$$

Considerando que nos pontos de retorno, vale a igualdade,

$$E = \frac{\hbar^2(\ell+0.5)^2}{2\mu r^2} + V_N(r) + V_C(r) \qquad (4.86)$$

podemos expressar o momento angular em termos de r e E:

$$\ell(r,E) = r\left[\frac{2\mu}{\hbar^2}[E - V_N(r) - V_C(r)]\right]^{1/2} - \frac{1}{2} \qquad (4.87)$$

Com isto, $V_{pol}(r,\ell,E)$ pode ser reescrito como:

$$V_{pol}(r,E) = C(\ell(r,E),E)F(r) \tag{4.88}$$

Para finalizar este capítulo, devemos observar que além de σ_F, outras grandezas mensuráveis podem também ser obtidas, como por exemplo o centro de gravidade médio da distribuição ℓ cujo primeiro momento, que está relacionado à multiplicidade média de neutrons é dado por:

$$<\ell> = [\sum_{\ell} \ell(2\ell+1)T_{\ell}]/[\sum_{\ell}(2\ell+1)T_{\ell}] \tag{4.89}$$

e o segundo momento, relacionado à distribuição angular dos fragmentos da fissão, dado por:

$$<\ell^2> = [\sum_{\ell} \ell^2(2\ell+1)T_{\ell}]/[\sum_{\ell}(2\ell+1)T_{\ell}] \tag{4.90}$$

Quando usamos um modelo de penetração unidimensional, as grandezas $<\ell^n>$ na região $E << E_B$, tornam-se independentes da energia. Isto pode ser visto da seguinte forma. Escrevemos T_{ℓ} como:

$$T_{\ell} = [1 + \exp(a(E))\exp(b\ell(\ell+1)]^{-1} \tag{4.91}$$

com:

$$a(E) = \frac{2\pi}{\hbar\omega_{\ell}}(E_B - E)$$

$$b = \frac{2\pi\hbar^2}{2\mu\hbar\omega_{\ell}R_B^2}$$

Para $E << E_B$, podemos escrever,

$$T_\ell \simeq \exp[-a(E)]\exp[-b\ell(\ell+1)]$$

onde a(E) é positivo. Supondo que $\hbar\omega_\ell$ não varia muito com ℓ podemos, substituindo a somatória em (4.89) e (4.90) por uma integral, obter fácilmente uma expressão simples para $<\ell^n>$. Para $<\ell>$ e $<\ell^2>$ teremos:

$$<\ell> \simeq (\hbar\omega\mu R_B^2/4\hbar^2)^{1/2} \tag{4.92.a}$$

$$<\ell^2> \simeq (\hbar\omega\mu R_B^2/\hbar^2) \tag{4.92.b}$$

Se $\hbar\omega$ não depende da energia incidente, as quantidades $<\ell^n>$ serão também, na região $E << E_B$, independentes de E.

Para $E >> E_B$, podemos escrever T_ℓ como:

$$T_\ell \sim \Theta(\ell_{cr}(E) - \ell) \tag{4.93}$$

onde Θ é a função degrau unitário e ℓ_{cr} é dado por:

$$\ell_{cr}(E) = \left[\frac{2\mu R_B^2}{\hbar^2}(E - E_B)\right]^{1/2}$$

Dessa forma, $<\ell^n>$ será dado por:

$$<\ell^n> \simeq \frac{2}{n+2}\,\ell_{cr}^n(E) \tag{4.94}$$

e

$$<\ell> \simeq \frac{2}{3}\ell_{cr}(E) = \frac{2}{3}\left[\frac{2\mu R_B^2}{\hbar^2}(E - E_B)\right]^{1/2} \tag{4.95.a}$$

$$<\ell^2> \simeq \frac{1}{2}\ell_{cr}^2(E) = \frac{1}{2}\left[\frac{2\mu R_B^2}{\hbar^2}(E - E_B)\right] \tag{4.95.b}$$

No próximo capítulo, vamos mostrar os resultados obtidos com o modelo apresentado neste, para as reações Ni+Ni e $^{16}O+^{A}Sm$.

CAPÍTULO V

RESULTADOS PARA $^{A1}Ni + ^{A2}Ni$ E $^{16}O + ^{A}Sm$

Neste capítulo, vamos mostrar os resultados da aplicação do modelo apresentado no capítulo IV, aos sistemas $^{A1}Ni + ^{A2}Ni$ e $^{16}O + ^{A}Sm$. Definiremos em primeiro lugar o potencial real de interação nuclear que serve como um potencial de base em uma descrição de um canal de fusão de íons pesados. A partir daí, o cálculo de σ_F é realizado através da expressão,

$$\sigma_F = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_{\ell} (2\ell+1)\hat{T}_{\ell}^{0}(E,v(E)) \tag{5.1}$$

O potencial de interação nuclear é dado por:

$$V(r,\ell) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \tag{5.2}$$

onde:

$$V_C = \begin{cases} \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_C}[3 - (r/R_C)^2] & \text{para } r \leq R_C \\ \\ \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & \text{para } r > R_C \end{cases} \tag{5.3}$$

com:

$$R_C = r_{0C}(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \tag{5.4}$$

Para $V_N(r)$ escolhemos um potencial do tipo proximidade[36],

$$V_N(r) = V_0[1 + \exp(-\tau/0.75)]^{-1} \tag{5.5}$$

onde:

$$\tau = s/b \quad ; \quad s = r - C_1 - C_2 \tag{5.6.a}$$

$$C_i = R_i[1 - (b/R_i) + \ldots] \quad ; \quad R_i = r_0 A_i^{1/3} \tag{5.6.b}$$

$$V_0 = -3.437(4\pi\gamma\bar{C}) \tag{5.6.c}$$

$$\bar{C} = C_1 C_2/(C_1 + C_2) \tag{5.6.d}$$

$$\gamma = 0.9517[1 - 1.7826I^2] \tag{5.6.e}$$

$$I = (N_1 + N_2 - Z_1 - Z_2)/(A_1 + A_2) \tag{5.6.f}$$

Em nossos cálculos, tomamos $b \simeq 1$fm (o que implica em $\tau = s$ e $C_i = R_i$) e $r_0 = r_{0C} = 1.15$fm.

Para calcular $\hat{T}_\ell^0$, utilizamos a expressão de Hill-Wheeller[10],

$$\hat{T}_\ell^0(E) = \left[1 + \exp\left[\frac{2\pi}{\hbar\omega_\ell}[V(r_{B,\ell},\ell) - E - v(E)]\right]\right]^{-1} \tag{5.7}$$

onde $V(r_{B,\ell},\ell)$ e $r_{B,\ell}$ são, respectivamente, a altura e a posição radial da barreira, para a ℓ-ésima onda parcial e $\hbar\omega_\ell$ é a curvatura correspondente, dada por:

$$\hbar\omega_\ell = \left[\frac{\hbar^2}{\mu}\left|\frac{d^2V(r,\ell)}{dr^2}\right|_{r=r_{B,\ell}}\right]^{1/2} \tag{5.8}$$

Os valores do raio e da altura da barreira para $\ell=0$, obtidos com o potencial descrito por (5.5) e (5.6), estão contidos na tabela I.

A correção v(E) foi determinada, ajustando-se os valores de σ_F calculados através de (5.1) e (5.7) aos dados ex-

perimentais. A partir dos diversos valores v(E) obtidos para cada sistema, determinamos uma expressão analítica que descreve esses valores. Aplicamos então a expressão (4.85.b) para determinar a parte imaginária, w(E). Para os sistemas estudados, v(E) pode ser descrito por um polinômio,

$$V(E) = \begin{cases} 0 & , \; 0 \leq E \leq E_a \\ \sum_{m=1}^{n} b_m (E - E_a)^m & , \; E_a \leq E \leq E_b \\ 0 & , \; E \geq E_b \end{cases}$$

As tabelas II e III, contém o valor dos coeficientes b_m para os sistemas Ni+Ni e $^{16}O+^{A}Sm$, respectivamente, e na tabela I encontram-se os valores de E_a e E_b.

De (5.9) e (4.85.b), obtemos:

$$w(E) = -\frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{n} b_m \int_{E_a}^{E_b} \frac{(E' - E_a)^m}{E' - E} dE' =$$

$$-\frac{1}{\pi} \left[\sum_{m=1}^{n} b_m y^m \ln\left|\frac{\Delta - y}{y}\right| + \sum_{m=1}^{n} b_m \sum_{\ell=0}^{m-1} y^{\ell} \frac{\Delta^{m-\ell}}{m-\ell} \right] \qquad (5.10)$$

onde:

$$y = E - E_a \quad \text{e} \quad \Delta = E_b - E_a$$

As figuras (5.1) e (5.2) mostram o comportamneto de v(E) (linha cheia) e w(E) (linha tracejada), em função da energia incidente para Ni+Ni e $^{16}O+^{A}Sm$, respectivamente. Para o sistema $^{16}O+^{144}Sm$, v(E) e w(E) têm um comportamento oscilatório, enquanto que para os demais sistemas esse comportamento é mais regular. Podemos observar que conforme v(E) aumenta, w(E) diminui e vice-versa. Além disso, devemos lembrar que de acordo com (5.7), valores positivos de v(E) correspondem a uma "dimi

nuição" da energia da barreira, favorecendo um aumento em σ_F, enquanto que valores negativos de v(E) provocam uma diminuição em σ_F. O valor de σ_F obtido de (5.1) com v(E) dado por (5.9) é mostrado nas figuras (5.3) (para Ni+Ni) e (5.4) (para $^{16}O+^{A}Sm$), juntamente com os dados esperimentais[37, 9].

O comportamento do termo $(2\ell+1)\hat{T}_\ell(V-v(E))$ em energias próximas à barreira é mostrado nas figuras (5.5) (para Ni+Ni) e (5.6) (para $^{16}O+^{A}Sm$). O valor da energia está indicado sob as curvas. Podemos notar que este termo é significativo até um dado valor de ℓ, que denominamos ℓ_{max}. Assim, a somatória em ℓ na expressão (5.1), estende-se de $\ell=0$ a $\ell=\ell_{max}$. O valor de ℓ_{max} utilizado em nossos cálculos é 30 para os sistemas $^{16}O+^{A}Sm$, 33 para $^{58}Ni+^{58}Ni$, 37 para $^{58}Ni+^{64}Ni$ e 38 para $^{64}Ni+^{64}Ni$. O valor de ℓ no ponto em que $(2\ell+1)T_\ell$ é máximo, aumenta com E e para $E=E_B$ é aproximadamente 7 para $^{16}O+^{A}Sm$ e 10 para Ni+Ni. A distribuição em ℓ deste termo é caracterizada por uma largura média $\Delta\ell$, $(\Delta\ell=(\langle\ell^2\rangle-\langle\ell\rangle^2)^{1/2})$ e por um centro de gravidade médio, $\langle\ell\rangle$, calculados a partir de (4.89) e (4.90). Os resultados dos cálculos de $\langle\ell\rangle$, $\langle\ell^2\rangle$ e $\Delta\ell$ são mostrados nas figuras (5.7) (para Ni+Ni) e (5.8) (para $^{16}O+^{A}Sm$). Podemos notar que em energias muito abaixo da barreira, as quantidades $\langle\ell^n\rangle$ são independentes de E, o que resulta de não termos considerado a dependência em E do termo $\hbar\omega$.

Por outro lado, os dados obtidos por Vandenbosch[38] para os sistemas ^{4}He, ^{12}C, $^{16}O+^{154}Sm$, mostram que em energias muito abaixo da barreira, a distribuição média de spins é uma função crescente da energia incidente. A discrepância entre nossos resultados e o comportamento experimental, pode ser eliminada se calcularmos $\hbar\omega_\ell$ a partir de,

$$\hbar\omega_\ell = \left[\frac{\hbar^2}{\mu}\left|\frac{d^2V(r,E)}{dr^2}\right|_{r=R_{B,\ell}}\right]^{1/2}$$

onde:

$$V(r,E) = V^{opt}(r) + V_{pol}(r,E) \tag{5.11}$$

e $V_{pol}(r,E)$ é dado por (4.88). Supondo uma forma separável em r e E para a versão de V_{pol} independente de ℓ (eq. 4.88), podemos escrever,

$$V_{pol}(r,E) = a(E)F(r) \tag{5.12}$$

Dessa forma, teremos, por exemplo,

$$\langle \ell^2 \rangle^2 \propto (\hbar\omega_\ell)_0 + a(E)\frac{d^2}{dr^2} F(r) \tag{5.13}$$

onde $(\hbar\omega_\ell)_0$ é o resultado obtido para $\hbar\omega_\ell$ quando consideramos apenas o potencial óptico. Portanto, se levarmos em conta o potencial de polarização no cálculo de $\hbar\omega_\ell$, poderemos explicar a dependência em E das quantidades $\langle \ell^n \rangle$ em energias abaixo da barreira.

Além dos resultados discutidos acima, calculamos também $V_{pol}(r,\ell,E)$ através de (4.49) e (4.80), onde as integrais radiais $I^{00}_{\ell\ell'}$, $I^{01}_{\ell\ell'}$ e $S^{N}_{1,\ell}$ foram obtidas com o programa de cálculo de canais acoplados DWUCK. Para eliminar a dependência em ℓ, utilizamos a expressão (4.87). Esses cálculos foram realizados para os sistemas $^{64}Ni+^{64}Ni$ e $^{16}O+^{152}Sm$, com o potencial óptico dado por:

$$V^{opt}(r) = V_0 f(r) + iW_0 f(r) \tag{5.14}$$

com:

$$f(r) = [1 + \exp((r - 1.15(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}))/0.75)]^{-1} \tag{5.15}$$

O potencial coulombiano é dado por (5.3) e V_0 por (5.6.c). Para o sistema $^{16}O+^{152}Sm$, foi considerada a transição $0^+ \rightarrow 2^+$, com

$\beta_2^N=0.18$, $\beta_2^C=0.25$[38], $V_0=-76.9$MeV e $W_0=-4.25$MeV. O valor de $V_{pol}(r,E)$ é dado então por (4.80) com $\ell'=\ell,\ell\pm 2$. Para o sistema $^{64}Ni+^{64}Ni$, $V_0=-91.91$Mev, $W_0=-0.3$MeV com $V_{pol}(r,E)$ dado por (4.49), tendo-se efetuado o cálculo com um fator de forma macroscópico (que simula um par de neutrons), dado por[40]:

$$F(r) = \sigma \frac{\partial}{\partial r} V^{opt}(r) \tag{5.16}$$

com:

$$\sigma = \beta_p R_t / 3A_t \tag{5.17}$$

onde β_p é a intensidade de emparelhamento dos dois neutrons transferidos.

O comportamento do potencial total $(V_N + V_C)$, de $V^{opt}(r)$ e de $V_{pol}(r,E)$ em função de r, é mostrado nas figuras (5.9) (para $^{64}Ni+^{64}Ni$) e (5.10) (para $^{16}O+^{152}Sm$). Podemos notar que $V_{pol}(r,E)$ é pequeno comparado com $V^{opt}(r)$ e que um máximo na parte imaginária corresponde a um mínimo na parte real, da mesma forma que acontece com v(E) e w(E), o que sugere a existência de uma relação de dispersão entre elas. Como já dissémos anteriormente, o potencial de polarização calculado por (5.9) e (5.10) só depende da energia e é obtido para um valor fixo de r ($r=R_B$), enquanto que V_{pol} calculado pelas expressões (4.49) e (4.80) contem também uma dependência em r, o que não permite uma comparação quantitativa entre os dois resultados. Por outro lado, ambos os resultados conduzem a um aumento na σ_F abaixo da barreira, sendo que no caso de $V_{pol}(E)$, o cálculo da seção de choque de fusão é mais simples pois não envolve acoplamento explícito de canais.

Há ainda um ponto importante a ressaltar. O potencial de polarização usado em (5.1) e (5.7) para ajustar os dados experimentais é muito maior que o determinado dentro do cálculo de canais acoplados. Neste último caso nós especificamos qual o canal (excitação inelástica ou transferência) que-

remos acoplar com o canal elástico e, a partir daí, definimos o potencial de polarização com as características de cada canal, ou seja, usamos a expressão (4.49) ou (4.80). O fato de $v(E)$ ser maior que $V_{pol}(r,E)$ sugere que $v(E)$ contem também efeitos de outros canais além dos citados acima, e que são importantes no processo da fusão.

Uma complementação interessante deste trabalho, seria calcular $v(E)$ com T_ℓ dado por:

$$T_\ell = \hat{T}_\ell^0(E_0 + v_0(E)) + \hat{T}_\ell^1(E_1 + v_1(E)) + \ldots$$

onde E_i refere-se à energia no canal i. Com isto, poderíamos comparar os resultados obtidos para $v_i(E)$ e definir quais os canais importantes para a fusão.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

Comparando os resultados obtidos com os modelos discutidos no capítulo II (penetração de barreira unidimensional) e os discutidos no capítulo III, concluimos que os dados da fusão abaixo da barreira só podem ser explicados considerando-se fatores que não são levados em conta nos cálculos de penetração unidimensional. Mostramos, com nosso modelo, que podemos descrever a fusão em termos da penetração de uma barreira unidimensional, desde que esta barreira seja "corrigida". Essa correção é feita acrescentando-se ao potencial de interação núcleo-núcleo, o potencial de polarização dependente da energia. Além disso, com o modelo proposto o cálculo de σ_F torna-se mais simples pois não envolve acoplamento explícito de canais. O cálculo de canais acoplados, usando como acoplamento o potencial de polarização, é interessante pois permite que se comprove a influência desse acoplamento no acréscimo de σ_F abaixo da barreira. A comparação desse potencial de acoplamento com o obtido através da correção ao potencial núcleo núcleo sugere a existência de outros canais importantes para o processo da fusão.

Outro fato que devemos ressaltar é que $V_{pol}(r,E)$ é pequeno comparado ao potencial óptico usado no cálculo de canais acoplados e que um máximo na parte real de $V_{pol}(r,E)$ corresponde a um mínimo na parte imaginária, da mesma forma que ocorre com v(E) e w(E). Esse comportamento entre as partes real e imaginária de $V_{pol}(r,E)$ sugere a existência de uma relação de dispersão entre as mesmas. Embora não possamos fazer uma comparação quantitativa entre $V_{pol}(r,E)$ e $V_{pol}(E)$, o fato deste último poder ser descrito por uma relação de dispersão, torna válido o estudo da fusão com esta técnica.

Legendas das Tabelas

Tabela I: Para cada sistema estudado, estão indicados os valores da posição radial (R_B) e da altura (V_B) da barreira de coulomb para a onda parcial $\ell=0$. São mostrados também os valores das energias E_a e E_b que aparecem nas expressões (5.9) e (5.10) para v(E) e w(E), respectivamente.

Tabela II: Para cada sistema Ni+Ni estudado, estão indicados os valores dos coeficientes b_m que aparecem nas expressões (5.9) e (5.10).

Tabela III: Para cada sistema $^{16}O+^{A}Sm$ estudado, estão indicados os os valores dos coeficientes b_m que aparecem nas expressões (5.9) e (5.10).

TABELA I

sistema	E_a(MeV)	E_b(MeV)	R_B(fm)	V_B(MeV)
$^{58}Ni+^{58}Ni$	92.38	113.4	10.6375	97.9063
$^{58}Ni+^{64}Ni$	86.95	111.0	10.8233	96.3991
$^{64}Ni+^{64}Ni$	85.70	107.48	11.0016	94.9886
$^{16}O+^{144}Sm$	54.35	66.90	10.9834	60.3929
$^{16}O+^{148}Sm$	51.31	71.68	11.0410	60.0135
$^{16}O+^{150}Sm$	51.07	68.00	11.0689	59.8744
$^{16}O+^{152}Sm$	50.64	68.36	11.0962	59.7387
$^{16}O+^{154}Sm$	50.13	73.13	11.1229	59.6064

TABELA II

sistema	$b_7 x10^5$	$b_6 x10^5$	$b_5 x10^5$	$b_4 x10^5$	$b_3 x10^5$	$b_2 x10^5$	$b_1 x10^5$
$^{58}Ni+^{58}Ni$	0.0	-0.4441	31.6244	-867.2835	11773.0175	-81296.8934	210542.9231
$^{58}Ni+^{64}Ni$	0.0419	-3.4632	116.5972	-2068.0282	21118.7201	-127230.1278	367599.7033
$^{64}Ni+^{64}Ni$	0.0	0.3777	-21.4418	421.1925	-2650.2051	-12301.9113	147277.7457

TABELA III

sistema	$b_6 x10^4$	$b_5 x10^4$	$b_4 x10^4$	$b_3 x10^4$	$b_2 x10^4$	$b_1 x10^4$
$^{16}O+^{144}Sm$	-0.1977	6.4161	-73.7288	360.0794	-789.8551	1320.8820
$^{16}O+^{148}Sm$	0.0	0.1255	-8.4355	230.6495	-2935.2179	13776.8134
$^{16}O+^{150}Sm$	0.0	0.0	-7.3922	295.7878	-3958.7768	18113.0334
$^{16}O+^{152}Sm$	0.0	-0.1321	-0.9873	206.6287	-3691.4797	19049.7250
$^{16}O+^{154}Sm$	0.0	0.3402	-21.9328	531.5240	-5825.2225	24458.3909

Legenda das Figuras

Figura 2.1 - Seção de choque de fusão para a reação $^{16}O+^{27}Al$. Os dados experimentais são de Dauk et al.[1], Eisen et al.[2], Back et al.[3], Kozub et al.[4] e Cormier et al.[5]. A linha sólida foi obtida com o modelo de Glas-Mosel[6]. É também indicado o limite predito pelo modelo de gota líquida rotacional (LDM).

Figura 2.2 - Razão σ_F/σ_R para diversas reações envolvendo núcleos pesados. A linha tracejada é resultante de cálculos de trajetória unidimensional[7].

Figura 2.3 - Seção de choque de fusão em função da energia para os sitemas $^{14,15}N+^{12}C$ (fig. 2.3.a) e $^{16}O+^{A}Sm$ (fig. 2.3.b). Os dados experimentais são, respectivamente, de M. Conjeaud et al.[8] e R. G. Stokstad et al.[9].

Figura 2.4 - Predição de σ_F para a reação $^{16}O+^{27}Al$ feita pelo modelo de trajetória unidimensional[12]. Os dados são de Dauk et al.[1], Eisen et al.[2], R. Bass[13] e Kozub et al.[4].

Figura 2.5 - Seção de choque de fusão para as reações $^{16}O+^{10}B$ e $^{14}N+^{12}C$, conduzindo ao mesmo núcleo composto (^{26}Al). Os dados são de Gomez[14] e Kuehner[15]. As curvas mostram os resultados obtidos por Vandenbosch[7] com cálculos de trajetórias unidimensionais.

Figura 2.6 - Seção de choque de fusão para a reação $^{16}O+^{27}Al$. Os dados são de B. Back et al.[3], Dauk et al.[1],

e Kozub et al.[4]. A linha cheia representa o ajuste com os dados, obtido por Glas e Mosel[6] e a linha tracejada é o resultado obtido com a expressão (2.22)[3].

Figura 2.7 - Dados experimentais de σ_F[2,3,4,17,18] e o resultado obtido com a fórmula (2.23) (linha cheia).

Figura 2.8 - Comparação entre os dados experimentais de σ_F e os valores obtidos de (2.25)[18] para os sistemas $^{16}O+^{27}Al$ e $^{19}F+^{24}Mg$.

Figura 2.9 - Representação esquemática do processo de fusão em duas etapas[22].

Figura 2.10- Cálculo de σ_F para o sistema $^{24}Mg+^{32}S$.Os modelos usados estão indicados na figura[23].

Figura 3.1 - Ilustração do efeito de acoplamento entre canais sobre a transmissão, nas regiões $E < E_B$ e $E > E_B$.As figuras (3.2.a) e (3.1.b) indicam os limites clássicos com e sem acoplamento e as figuras (3.1.c) e (3.1.d) indicam como os efeitos quantomecânicos modificam as curvas correspondentes[24].

Figura 3.2 - Transição do limite de acoplamento fraco para o acoplamento forte com um oscilador linearmente acoplado. A figura (3.2.a) mostra os auto valores λ_m (abcissas) e os fatores de peso de overlap (ordenadas) para um acoplamento fixo, F=2, e energias de excitação -Q=10,5,2 e 0.5 MeV (do alto para baixo na figura). Na figura (3.2.b) são mostrados os coeficientes de transmissão clássicos em função da energia em relação à barreira[25].

Figura 3.3 - Comparação entre os valores medidos e os calculados por Esbensen[27] para σ_F da reação $^{16}O+^{148}Sm$. Em (3.3.a), o valor de ΔR é variado e o de σ_2 é ajustado. Ordenando as curvas com σ_F crescente, os valores usados de ΔR foram 0.37, 0.47, 0.57 e 0.83, e os σ_2 correspondentes são 0.36,0.27,0.14 e 0.0. Em (3.3.b), ΔR é fixo (0.47fm) e σ_2 é variado.

Figura 3.4 - Formas típicas do sistema nuclear, consideradas no modelo de C.E. Aguiar et al.[30]. Os núcleos colidentes são descritos por esferas ligadas suavemente por um pescoço.

Figura 4.1 - Comportamento do termo $(2\ell+1)T_\ell$ em função de ℓ, para a reação $^{58}Ni+^{64}Ni$.

Figura 4.2 - Comparação entre os dados experimentais[36] e os valores calculados de σ_F para $\beta=0$ e $\beta=1$, em função da energia incidente,para a reação $^{58}Ni+^{64}Ni$.

Figura 5.1 - Comportamento do potencial de polarização em função da energia, para os sistemas Ni+Ni. A linha cheia representa a parte real, v(E), e a linha tracejada representa a parte imaginária, w(E).

Figura 5.2 - Comportamento de v(E) (linha cheia) e w(E)(linha tracejada) para os sistemas $^{16}O+^{A}Sm$.

Figura 5.3 - Comparação entre os dados experimentais[37] e os valores calculados de σ_F para os sistemas Ni+Ni.

Figura 5.4 - Comparação entre os dados experimentais[9] e os valores calculados de σ_F para os sistemas $^{16}O+$

^{A}Sm.

Figura 5.5 - Comportamneto do termo $(2\ell+1)T_\ell$ em energias próximas à barreira para os sistemas Ni+Ni. O valor da energia referente a cada curva está indicado sob a mesma.

Figura 5.6 - Comportamento do termo $(2\ell+1)T_\ell$ para os sistemas $^{16}O+^{A}Sm$.

Figura 5.7 - Comportamento dos termos $<\ell>$, $<\ell^2>$ e $\Delta\ell$ em função da energia, para os sistemas Ni+Ni.

Figura 5.8 - Comportamento dos termos $<\ell>$, $<\ell^2>$ e $\Delta\ell$ em função da energia para os sistemas $^{16}O+^{A}Sm$.

Figura 5.9 - Comportamento do potencial total (V_N+V_C), do potencial óptico (V^{opt}) e do potencial de polarização dependente da energia e da distancia $(V_{pol}(r,E))$, em função de r para o sistema $^{64}Ni+^{64}Ni$.

Figura 5.10 -Comportamento do potencial total, do potencial óptico e do potencial de polarização para o sistema $^{16}O+^{152}Sm$.

REFERÊNCIAS

1) J. Dauk, K. P. Lieb e A. M. Kleinfeld, Nucl. Phys. A241 (1975) 170

2) Y. Eisen, I. Tserruya, Y. Eyal, Z. Fraenkel e M. Hillman, Nucl. Phys. A291 (1977) 459

3) B. B. Back, R. R. Betts, C. Gaarde, J. S. Larsen, E. Michelsen e T. Kuang-Hsi, Nucl. Phys. A285 (1977) 317

4) R. L. Kozub, N. H. Lu, J. M. Miller, D. Logan,T.W. Debiak e L. Kowalski, Phys. Rev. C11 (1975) 1497

5) T. M. Cormier, A. J. Lazzarini, M. A. Neuhausen, A. Sperduto, K. van Bibber, F. Vedebaek, G. Young, E. B. Blum, L. Herreid e W. Thoms, Phys. Rev. C13 (1076) 682

6) D. Glass e U. Mosel, Phys. Rev. C10 (1974) 2620
D. Glass e U. Mosel, Nucl. Phys. A237 (1975) 429

7) R. Vandenbosch, Nucl. Phys. A339 (1980) 167

8) M. Conjeaud, S. Gary, S. Harar e J. P. Wieleczko, Nucl. Phys. A309 (1978) 515

9) R. G. Stokstad, Y. Eisen, S. Kaplassis, D. Pelte, U. Smilansky e I. Tserruya. Phys. Rev. C21 (1980) 2427

10) D. L. Hill e J. A. Wheeller, Phus. Rev. 89 (1953) 1102

11) J. Randrup, Ann. Phys. (NY) 112 (1978) 356
J. Randrup, Nucl. Phys. A307 (1978) 319

12) J. R. Birkelund, L. E. Tubbs, J. R. Huizenga, J. N. De e D. Sperber, Phys. Rep. 56 (1979) 107

13) R. Bass, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 265

14) J. Gomez Del Campo, R. G. Stokstad, J. A. Biggerstaff, R. A. Dayras, A. H. Snell e P. H. Stelson, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 26

15) J. A. Kuehner e E. Almqvist, Phys. Rev. 134B (1964) 1229

16) S. M. Lee, T. Matsuse e A. Arima, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 165

17) R. Rascher, W. F. J. Müller e K. P. Lieb, Phys. Rev. C20 (1979) 1028

18) S. M. Lee, Y. Higashi, Y. Nagashima, S. Hanashima,M.Sato, H. Yamaguchi, M. Yamanouchi e T. Matsuse, UTTAC-37 (1980) NSSR7-36

19) T. Matsuse, A. Arima, T. Tsukamoto e S. M. Lee, International Conference on Nuclear Physics, Berkeley, (1980)

20) M. E. Ortiz, J. Gomez Del campo, Y. D. Chan, D. E. Disresoris, J. L. C. Ford Jr., D. Shapira, R. G. Stokstad, J. P. F. Sellschop, R. L. Parks e D. Weiser, Phys. rev. C25 (1982) 1436

21) J. F. Mateja, A. D. Frawley, C. C. Dennis, K. Abdo e K.W. Kemper, Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 311

22) B. V. Carlson, O. Civitarese. M. S. Hussein e A. S. De Toledo, Annals of Phys. 169 (1986) 167

23) L. F. Canto, B. V. Carlson e M. S. Hussein, Preprint IF/UFRJ/87/17, junho (1987)

24) C. H. Dasso e S. Landowne, Nucl. Phys. A405 (1983) 381

25) C. H. Dasso e S. Landowne, Nucl. Phys. A407 (1983) 221

26) R. A. broglia, C. H. Dasso, S. Landowne e G. Pollarolo, Phys. Lett. 133B (1983) 34

27) H. Esbensen, Nucl. Phys. A352 (1981) 147

28) K. Alder e A. Winther, Nucl. Phys. A132 (1969) 1

29) C. Y. Wong, Phys. Rev. Lett. 31 (1973) 766

30) C. E. Aguiar, V. C. Barbosa, L. F. Canto e R. Donangelo, Preprint, IF/UFRJ/87/01

31) Udagawa T, Lowks e Tamura T, Phys. Rev. C28 (1983) 1033

32) M. S. Hussein, Phys. Rev. C30 (1984) 1962

33) M. S. Hussein, A. J. Baltz e B. V. Carlson, Phys. Rep.113 (1984) 133

34) C. Mahaux, N. Ngô e G.R. Satchler, Nucl. Phys. A449(1986) 354

C. Mahaux, N. Ngô e G. R. Satchler, Nucl. Phys. A456 (1986) 134

35) M. Beckerman. M. Salomaa, A. Sperduto e J. D. Molitoris, Phys. rev. C25 (1982) 837

36) J. Blocki, J. Randrup, W. J. Swiatecki. C.F.Tsang, Annals of Phys. 105 (1977) 427

37) M. Beckerman, J. Ball. H. Enge, M. Salomaa, A. Sperduto, S. Gazes, A. DiRienzo e J. D. Molitoris, Phys. Rev. C23 (1981) 1581

38) R. G. Stokstad e E. E. Gross, Phys. Rev. C23 (1981) 281

39) R. Vandenbosch, T. Murakami, C. C. Sahm, D. D. Leach, A. Ray e M. J. Murphy, Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 1234

40) C. H. Dasso e G. Pollarolo, Phys. Lett. 155B (1985) 223

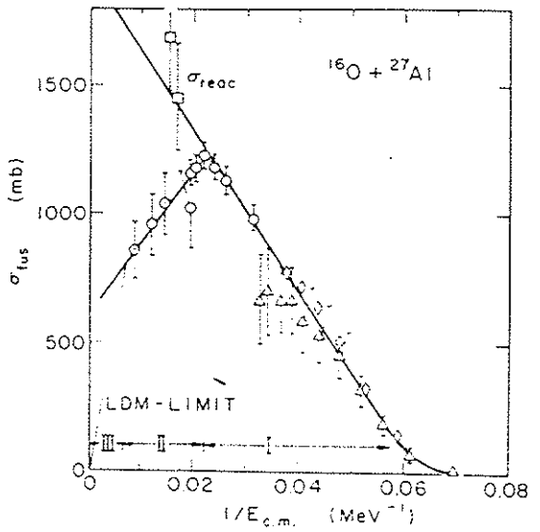


Fig.(2.1)

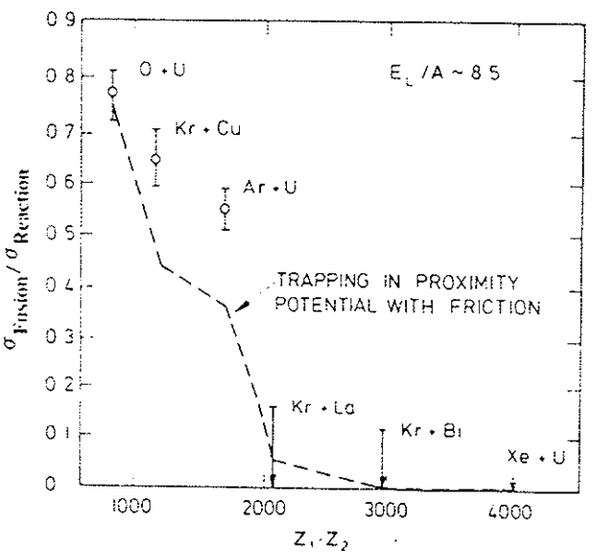


Fig.(2.2)

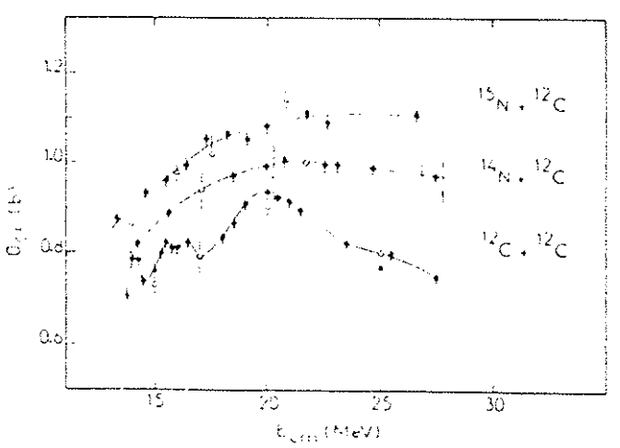


Fig.(2.3a)

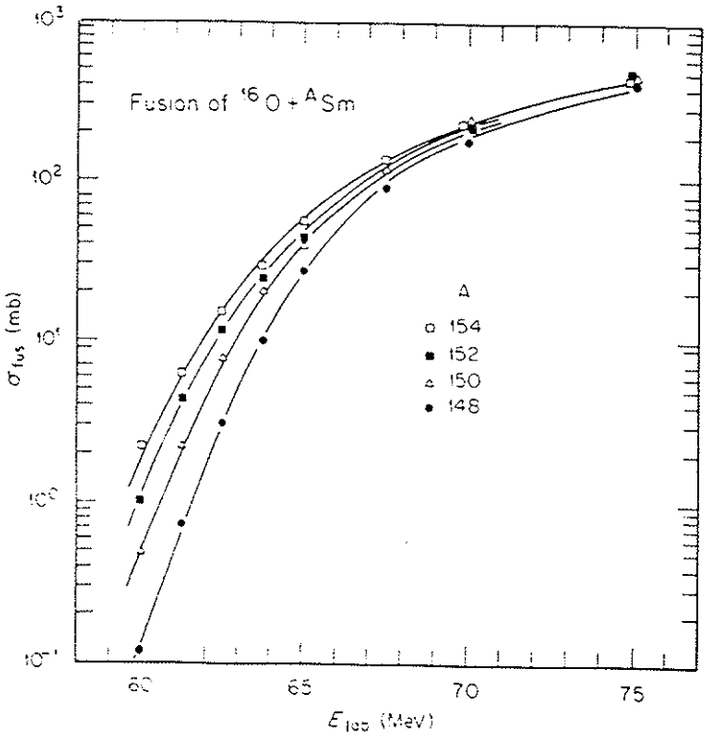


Fig.(2.3b)

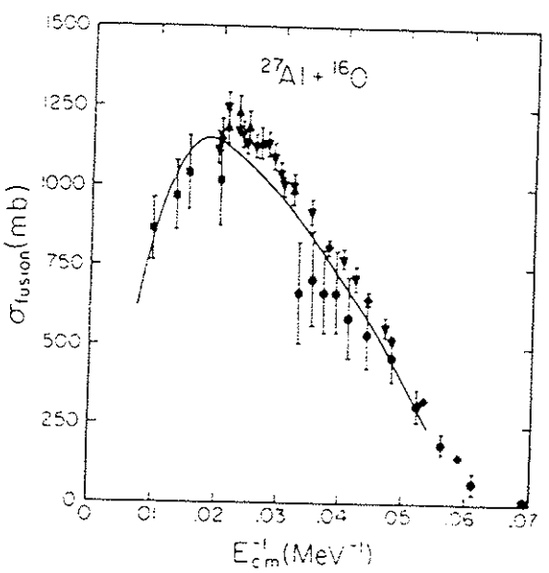


Fig.(2.4)

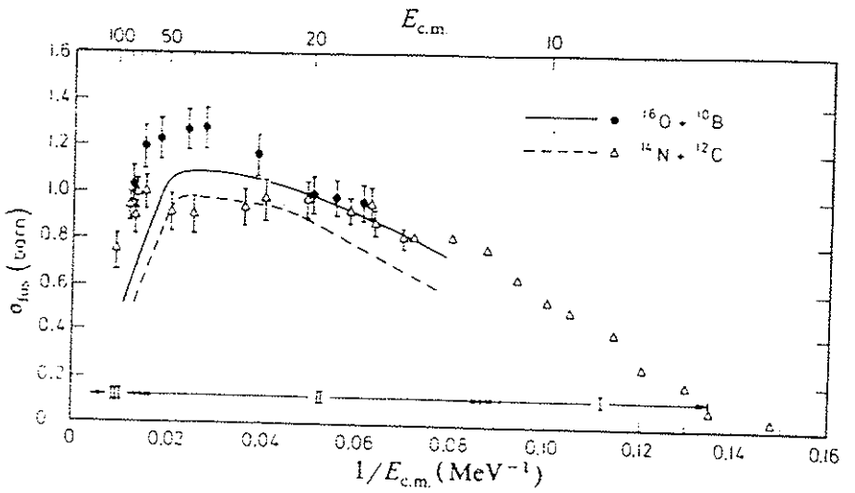


Fig.(2.5)

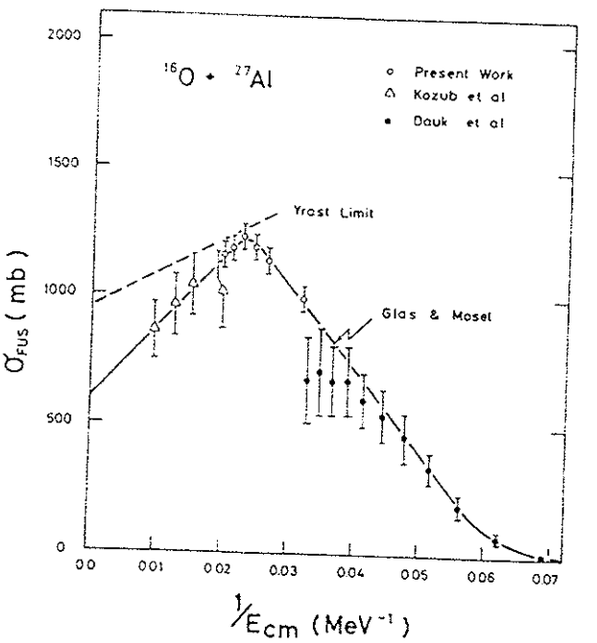


Fig.(2.6)

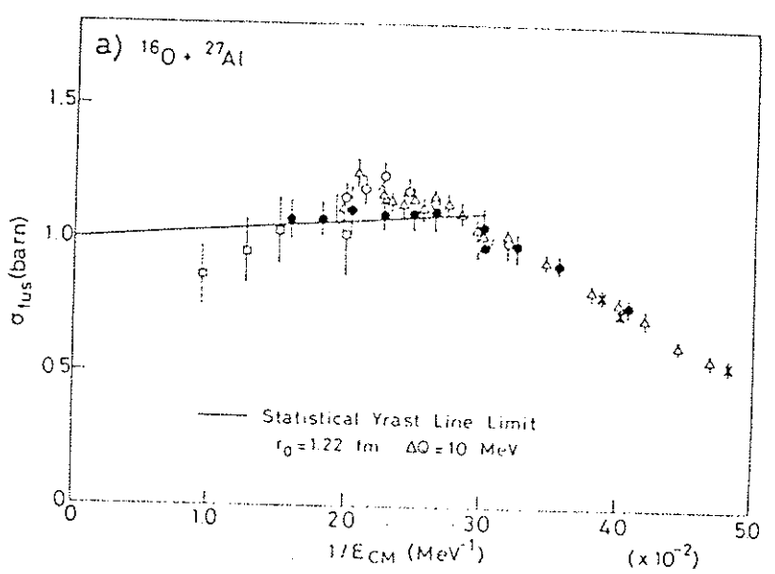
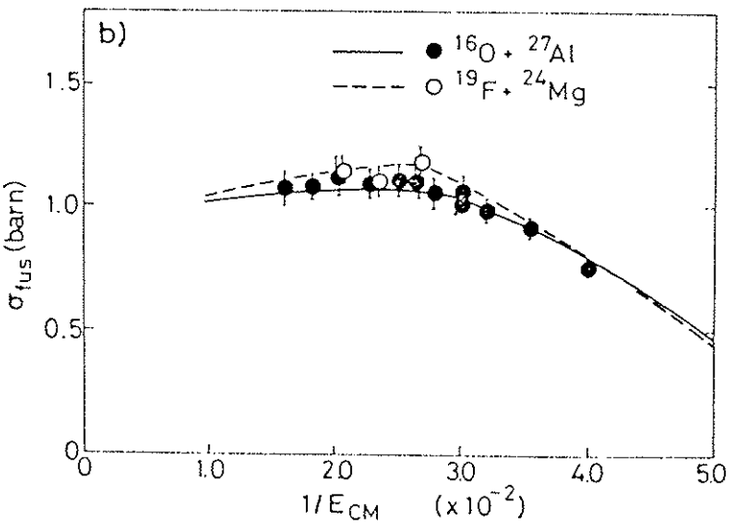


Fig.(2.7)

Fig.(2.8)



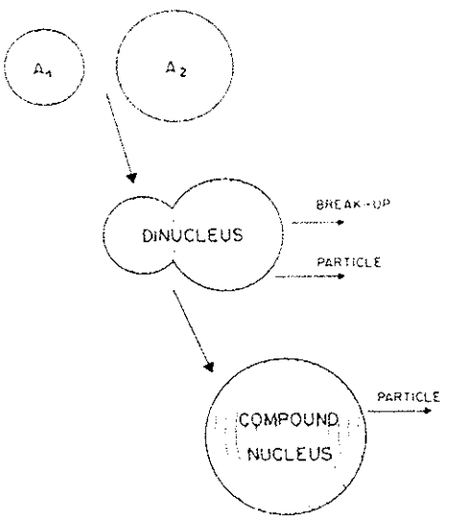
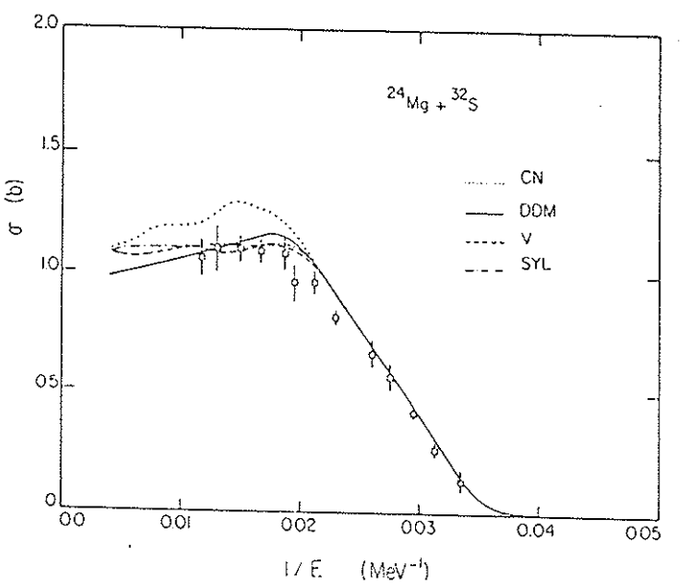


Fig.(2.9)

Fig.(2.10)



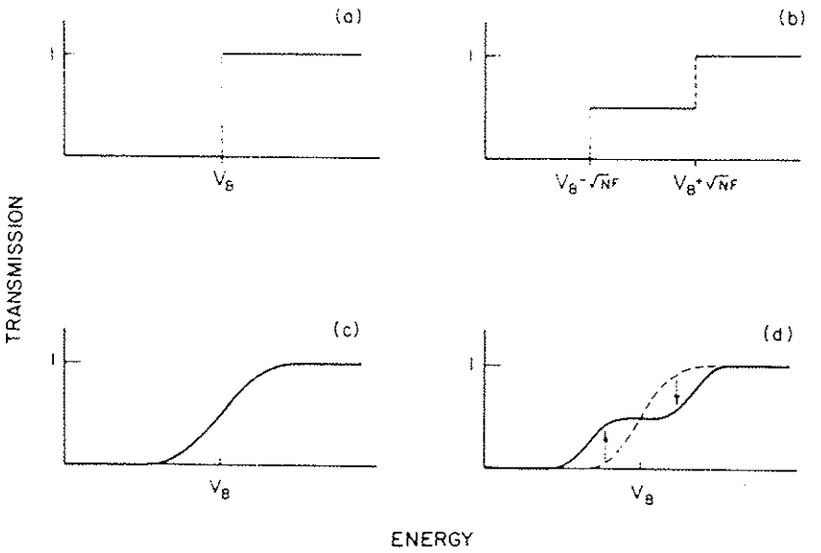

(a)
(b)
(c)
(d)
1
V_B
$V_B-\sqrt{NF}$
$V_B+\sqrt{NF}$
TRANSMISSION
ENERGY

Fig.(3.1)

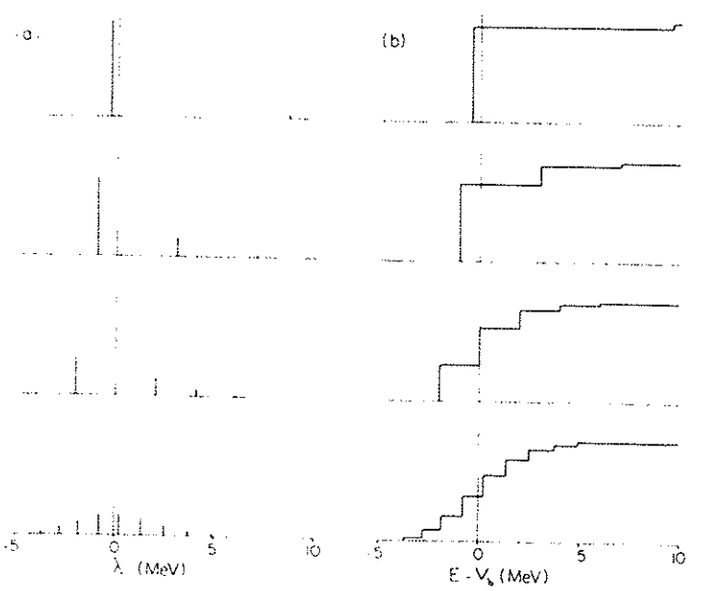

(a)
(b)
-5
0
5
10
λ (MeV)
E - V_B (MeV)

Fig.(3.2)

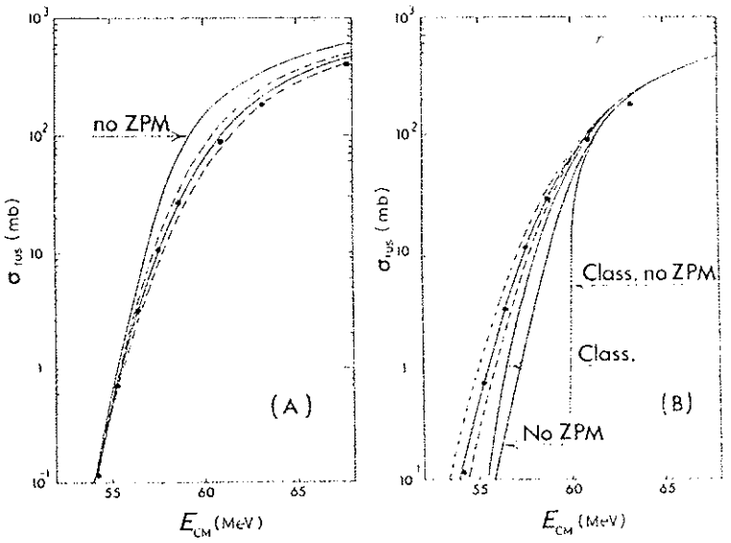

no ZPM
(A)
Class. no ZPM
Class.
No ZPM
(B)
σ_{fus} (mb)
E_{CM} (MeV)

Fig.(3.3)

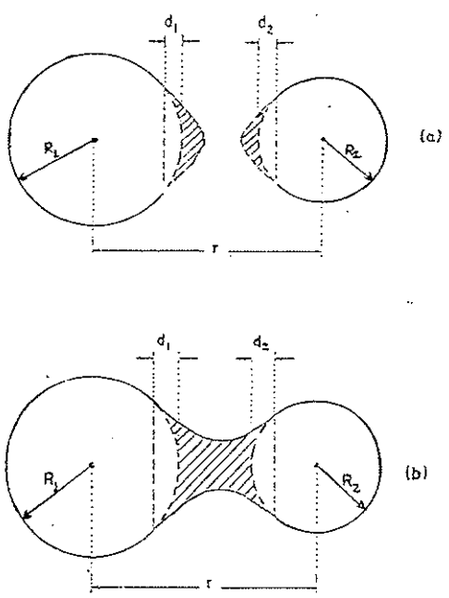

d_1
d_2
R_1
R_2
r
(a)
(b)

Fig.(3.4)

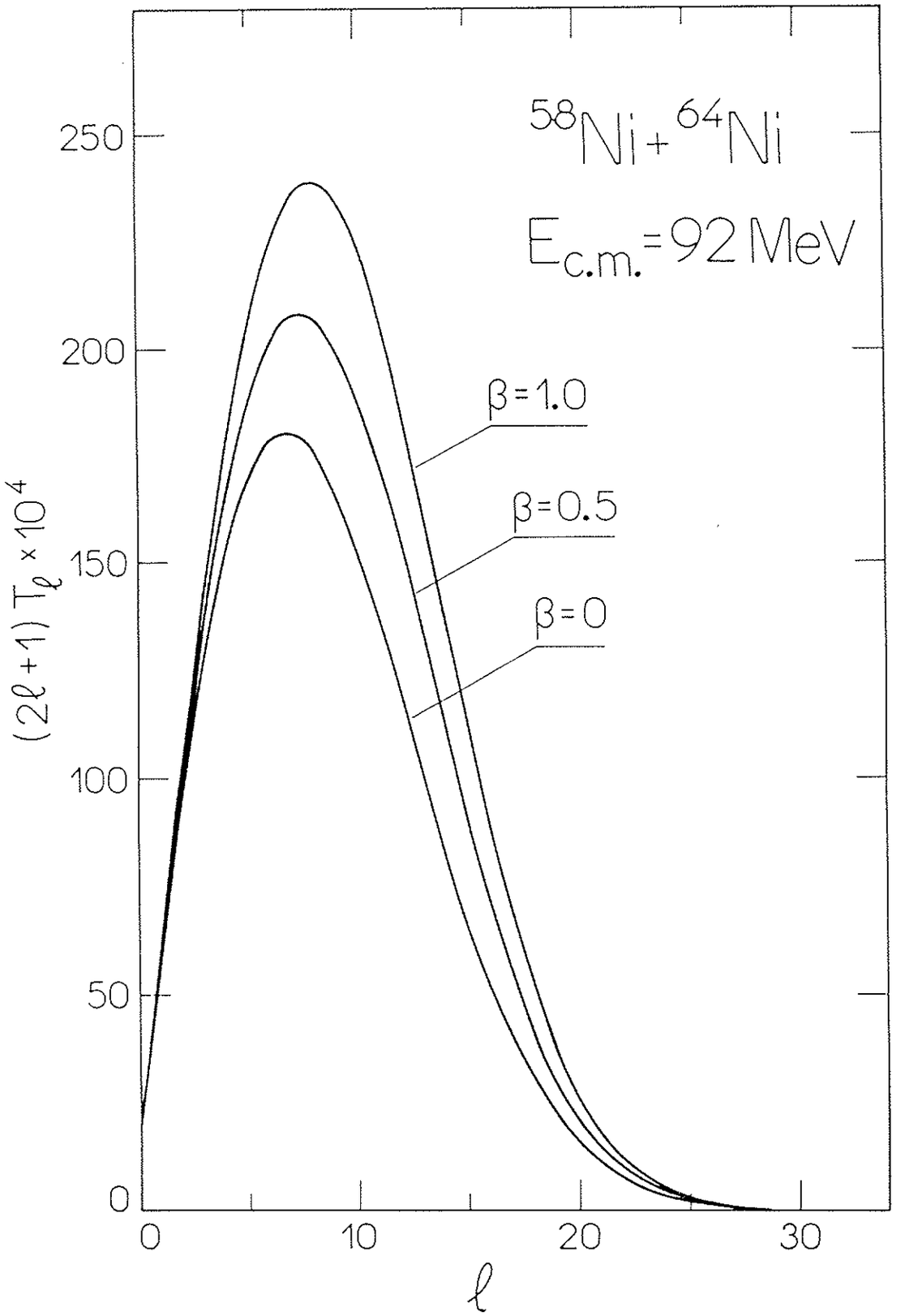

$^{58}Ni + ^{64}Ni$
$E_{c.m.} = 92$ MeV
β = 1.0
β = 0.5
β = 0
$(2\ell+1)\, T_\ell \times 10^4$
250
200
150
100
50
0
0
10
20
30
ℓ

Fig.(4.1)

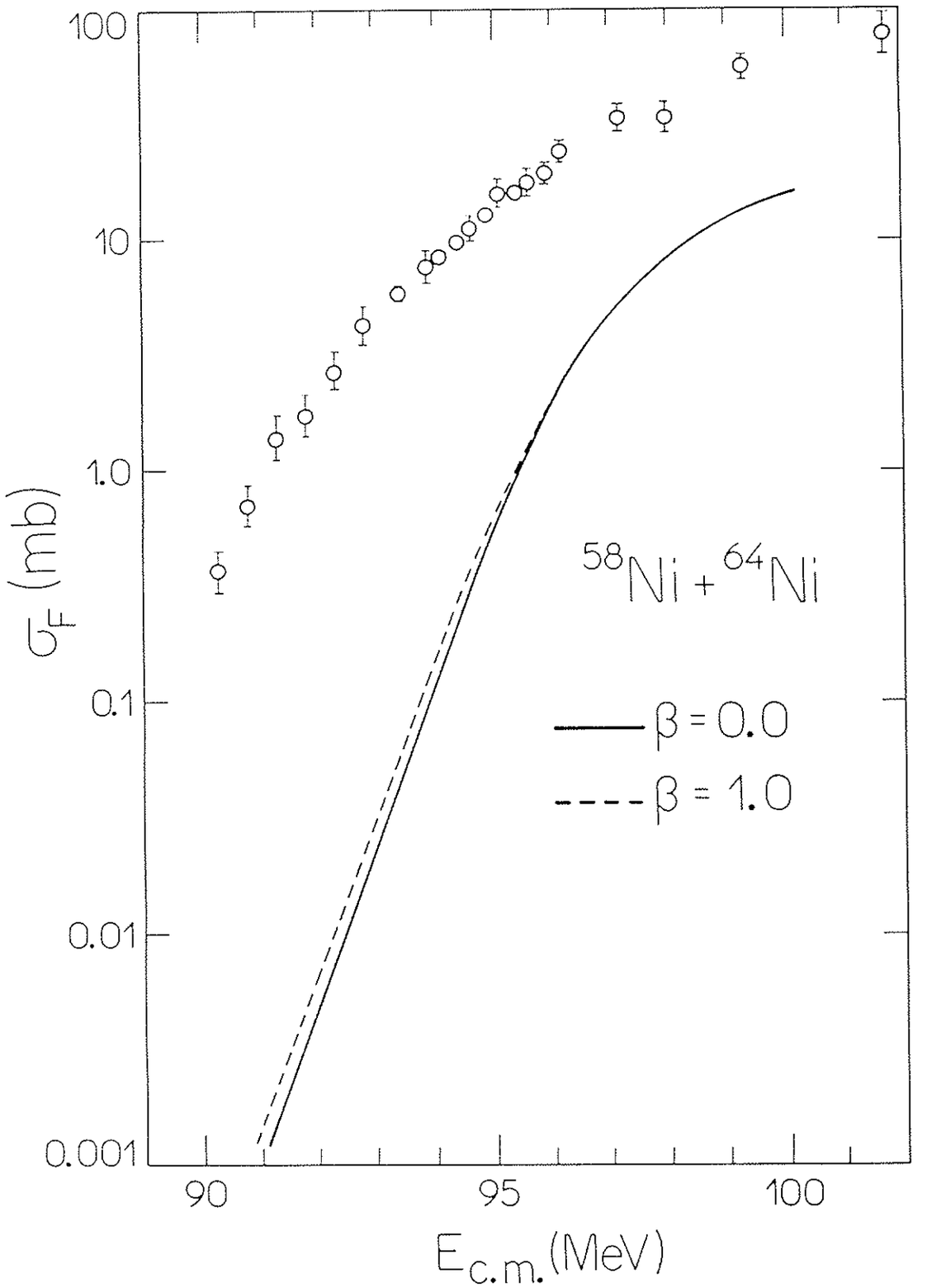

100
10
1.0
0.1
0.01
0.001
σ_F (mb)
90
95
100
$E_{c.m.}$(MeV)
$^{58}Ni + ^{64}Ni$
β = 0.0
β = 1.0

Fig.(4.2)

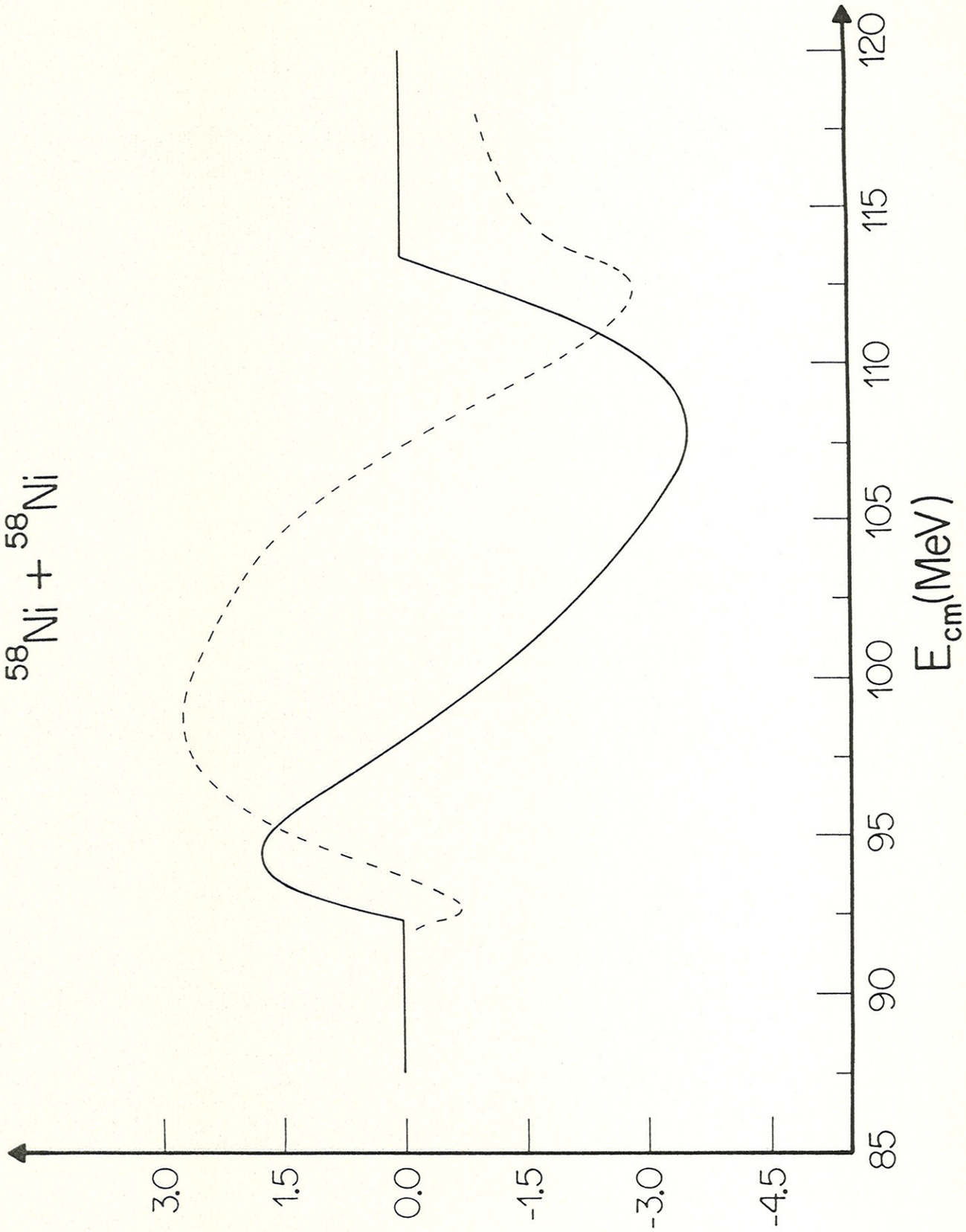


Fig.(5.1a)

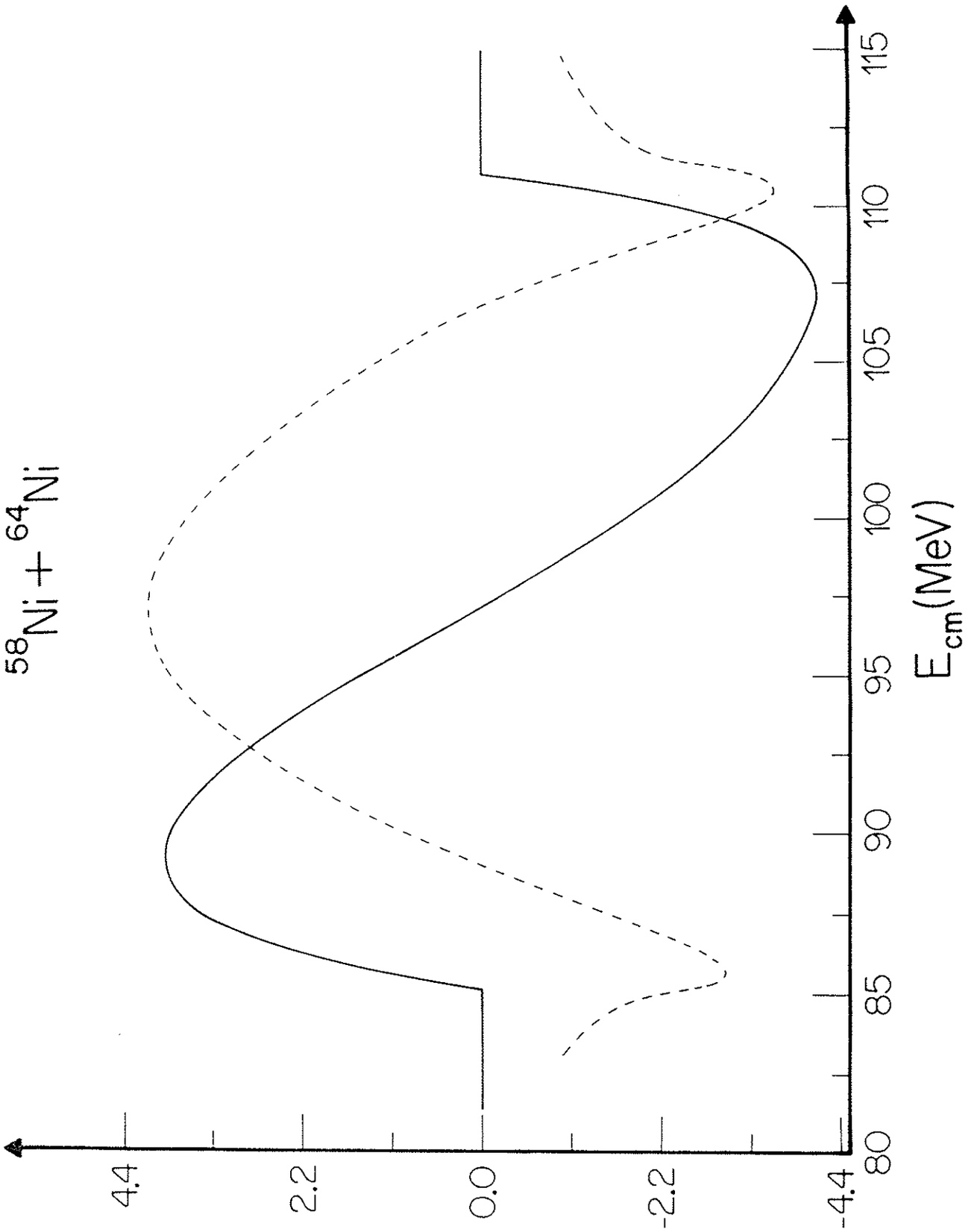


Fig.(5.1b)

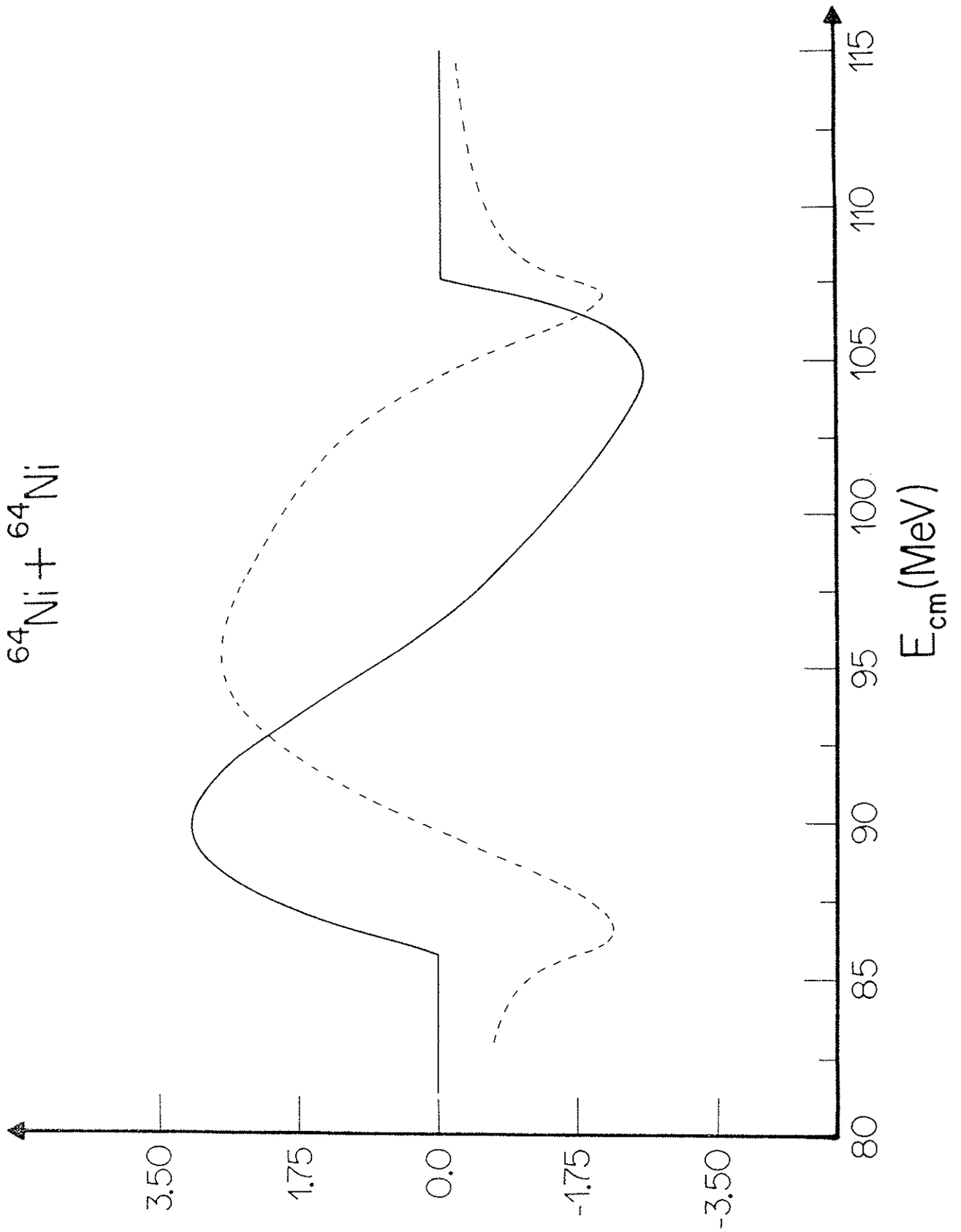


Fig.(5.1c)

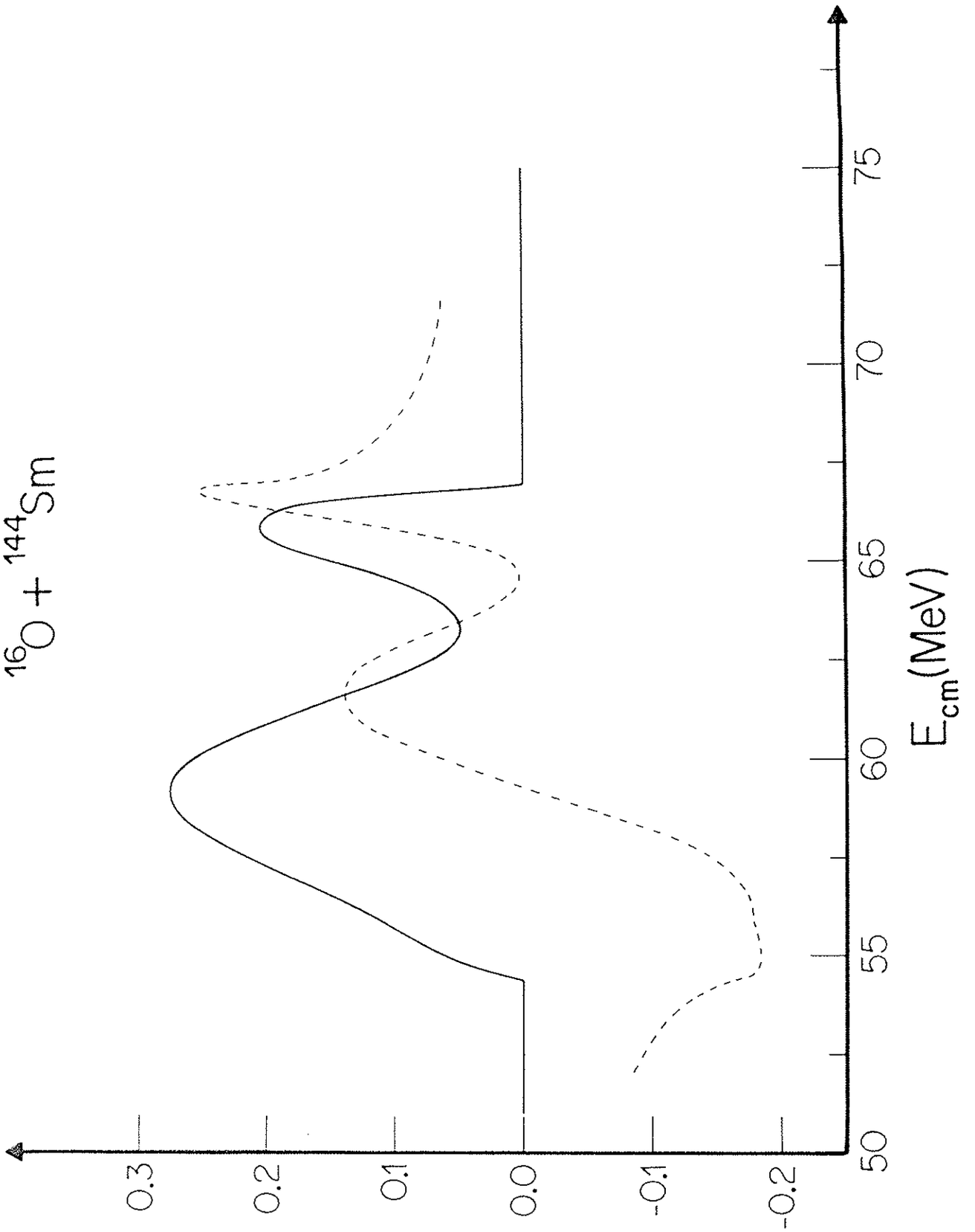


Fig.(5.2a)

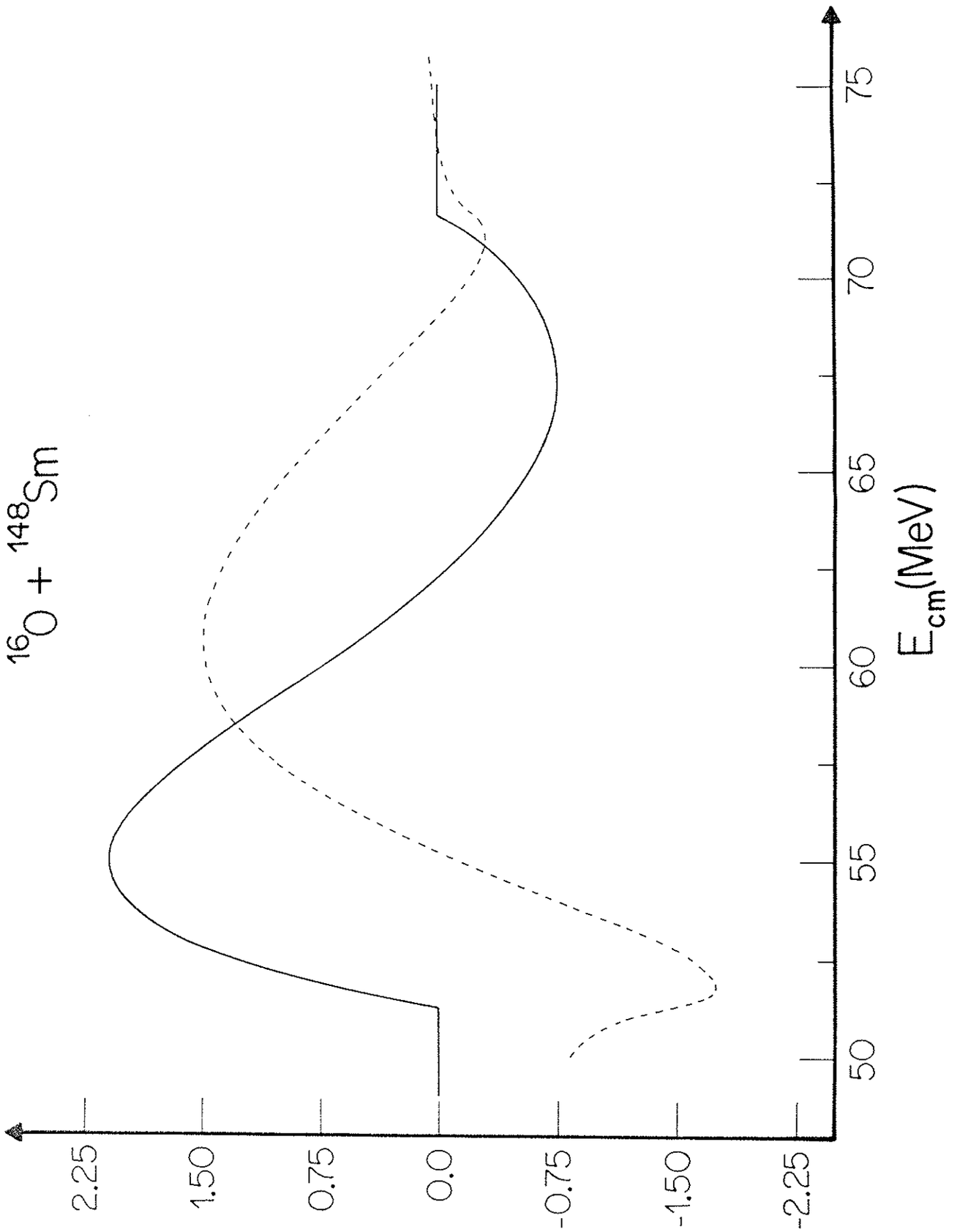


Fig.(5.2b)

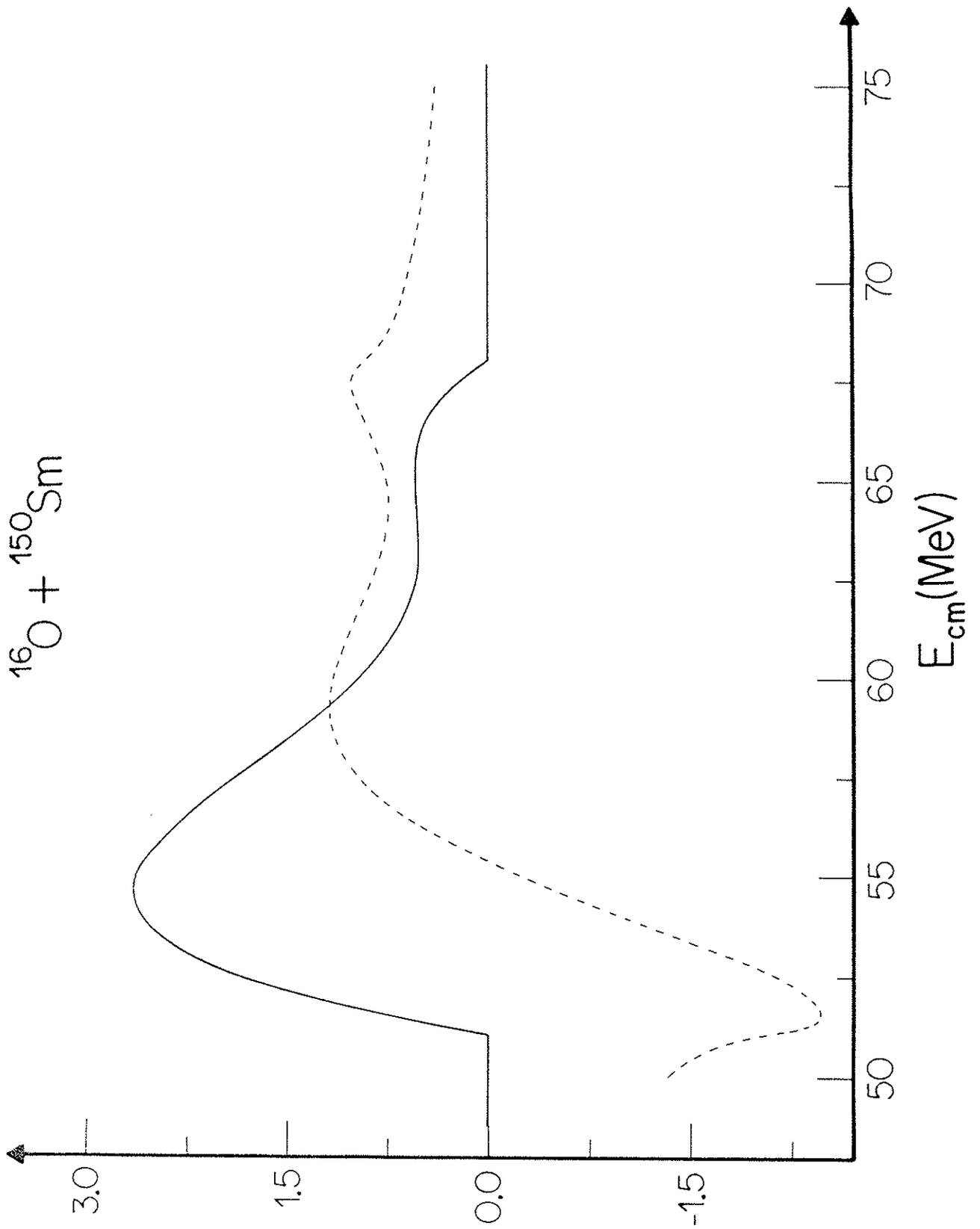


Fig.(5.2c)

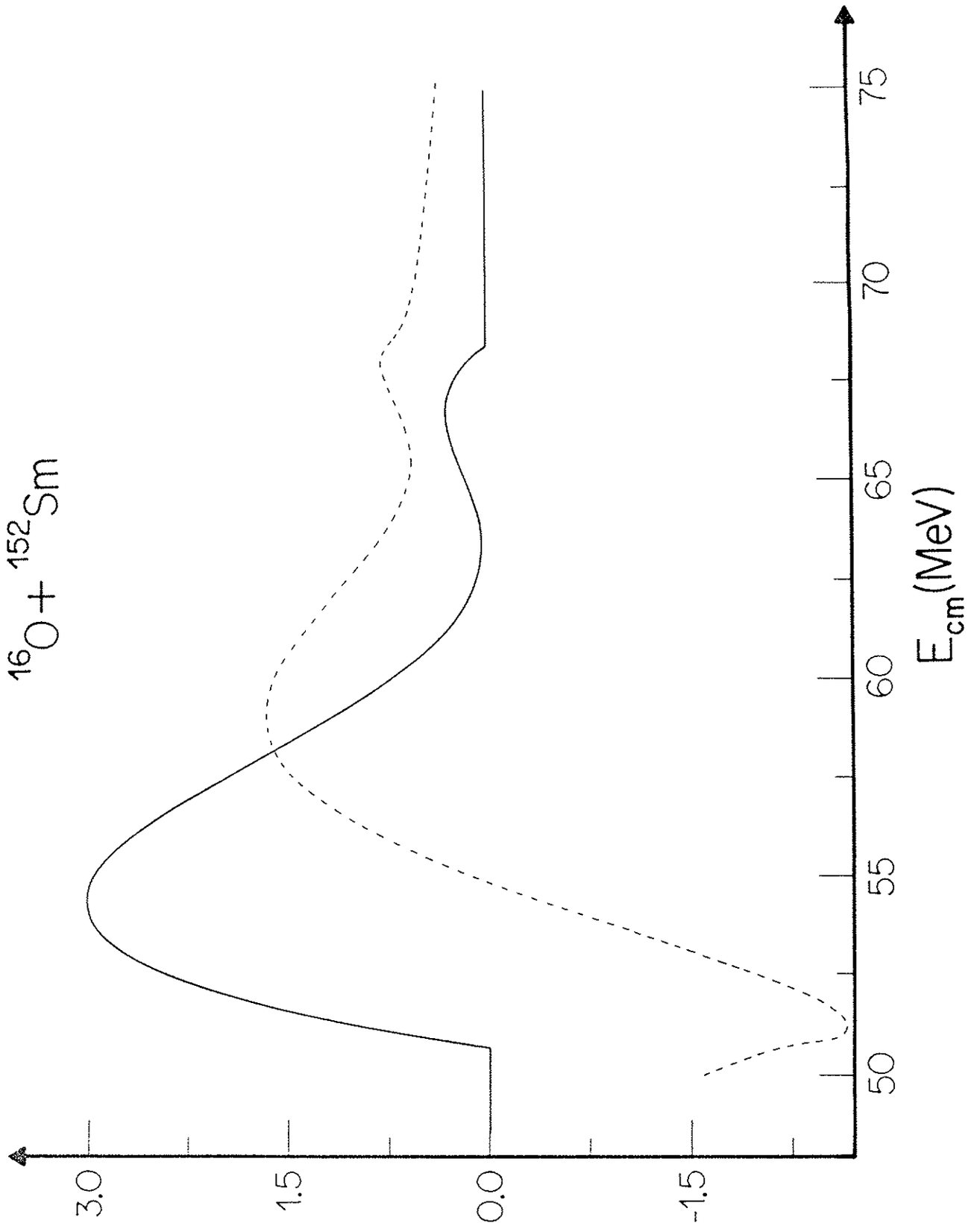


Fig.(5.2d)

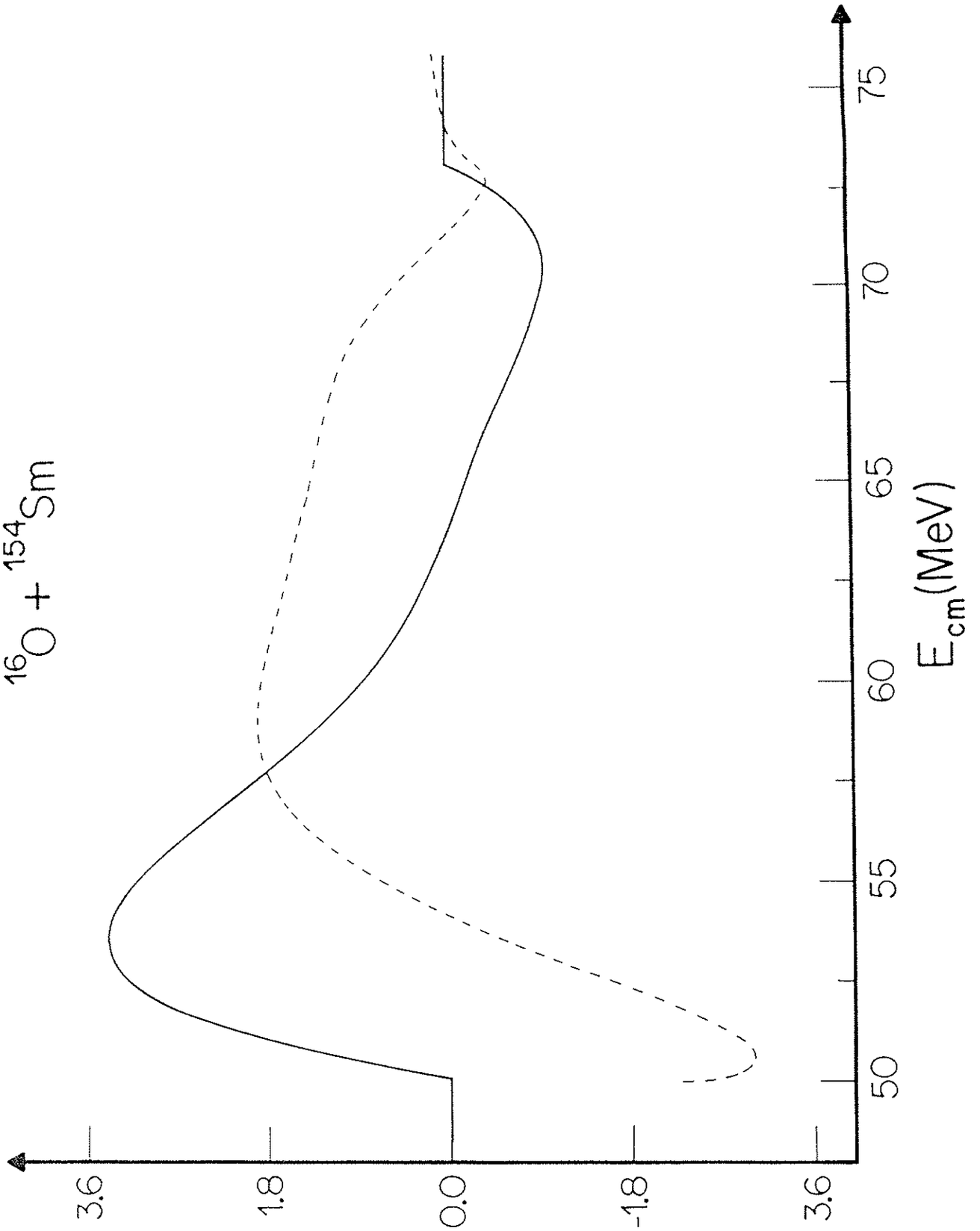


Fig.(5.2e)

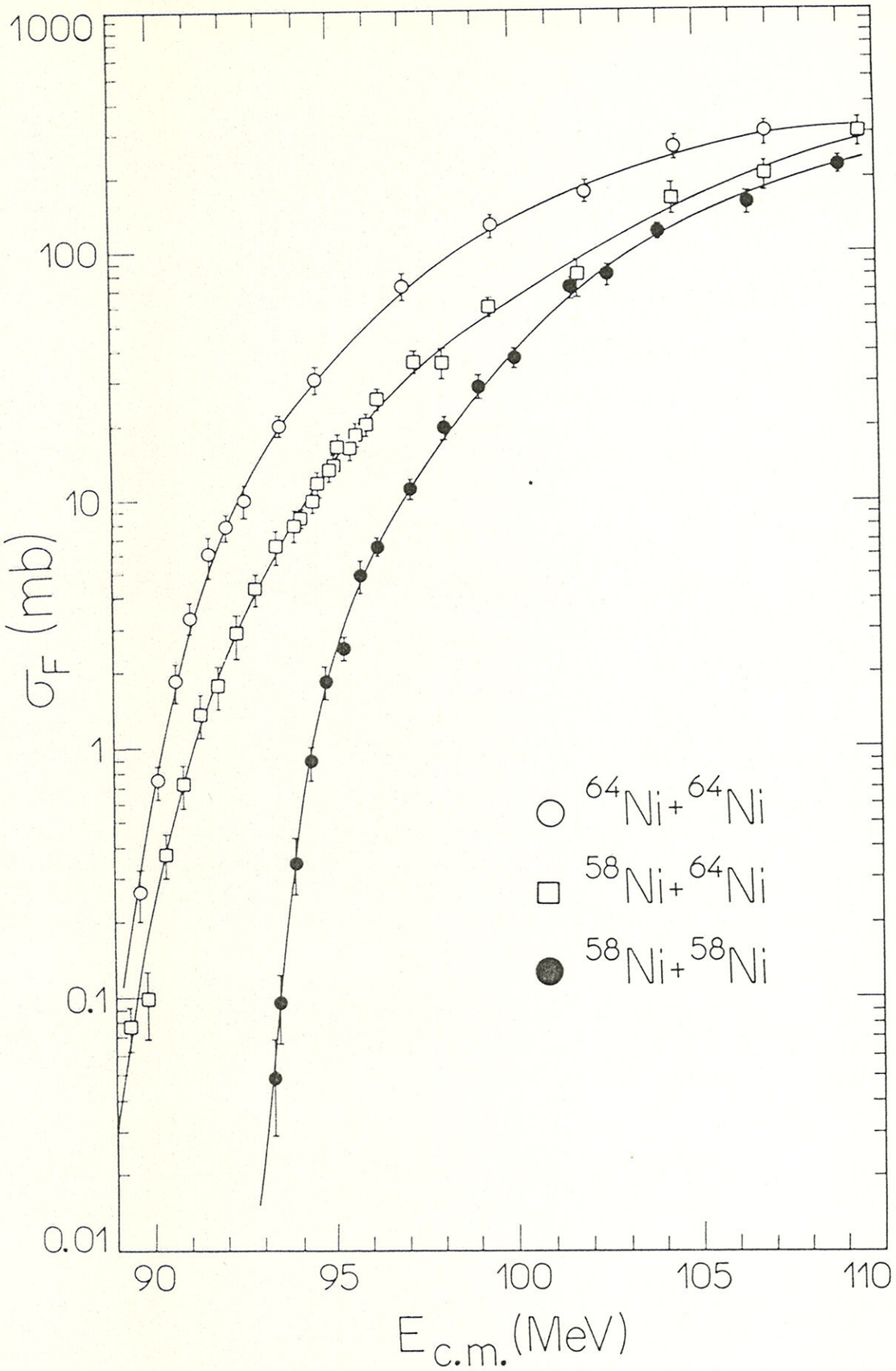

1000
100
10
1
0.1
0.01
σ_F (mb)
90
95
100
105
110
$E_{c.m.}$(MeV)
$^{64}Ni+^{64}Ni$
$^{58}Ni+^{64}Ni$
$^{58}Ni+^{58}Ni$

Fig.(5.3)

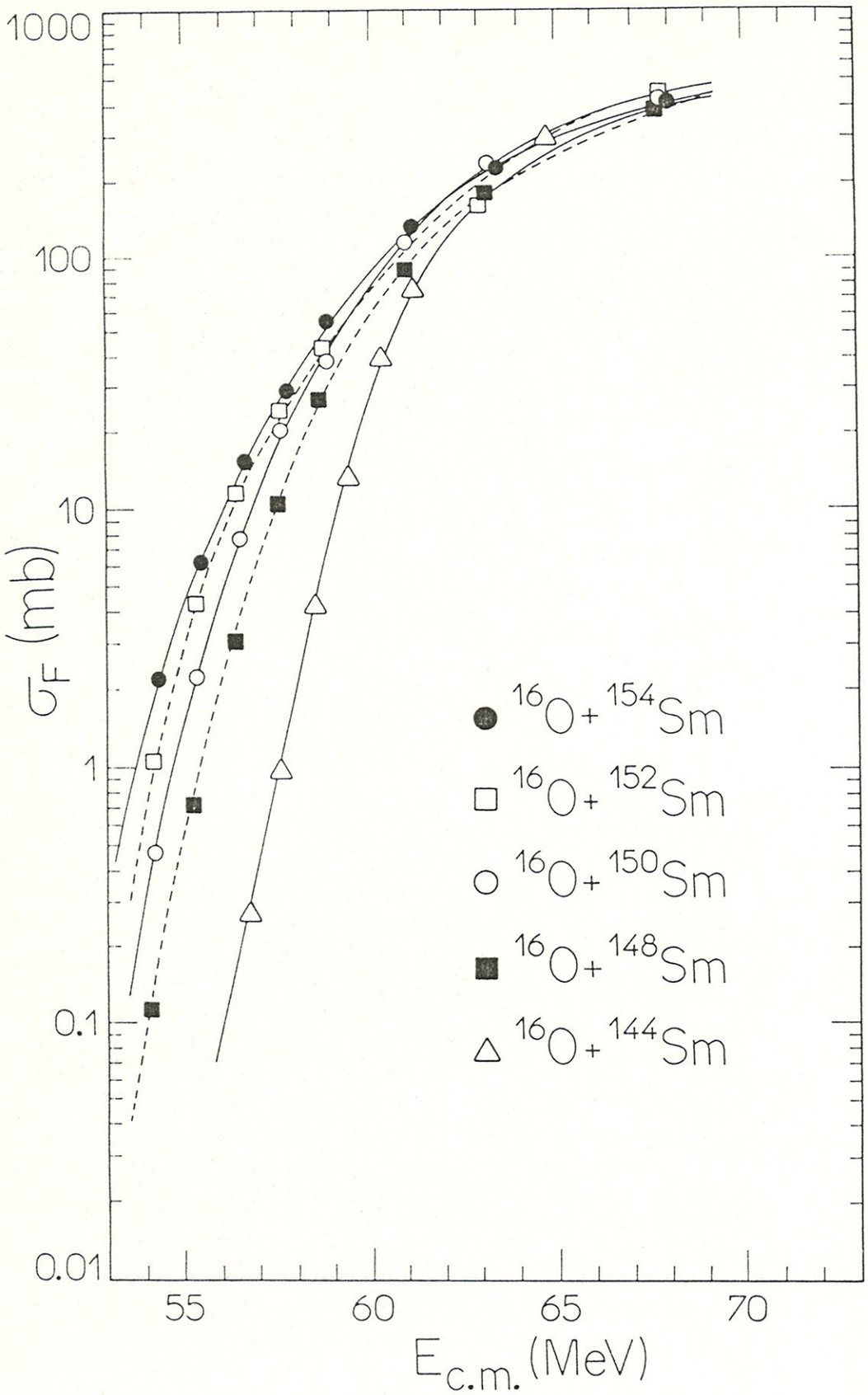

1000
100
10
1
0.1
0.01
σ_F (mb)
55
60
65
70
$E_{c.m.}$ (MeV)
$^{16}O + ^{154}Sm$
$^{16}O + ^{152}Sm$
$^{16}O + ^{150}Sm$
$^{16}O + ^{148}Sm$
$^{16}O + ^{144}Sm$

Fig.(5.4)

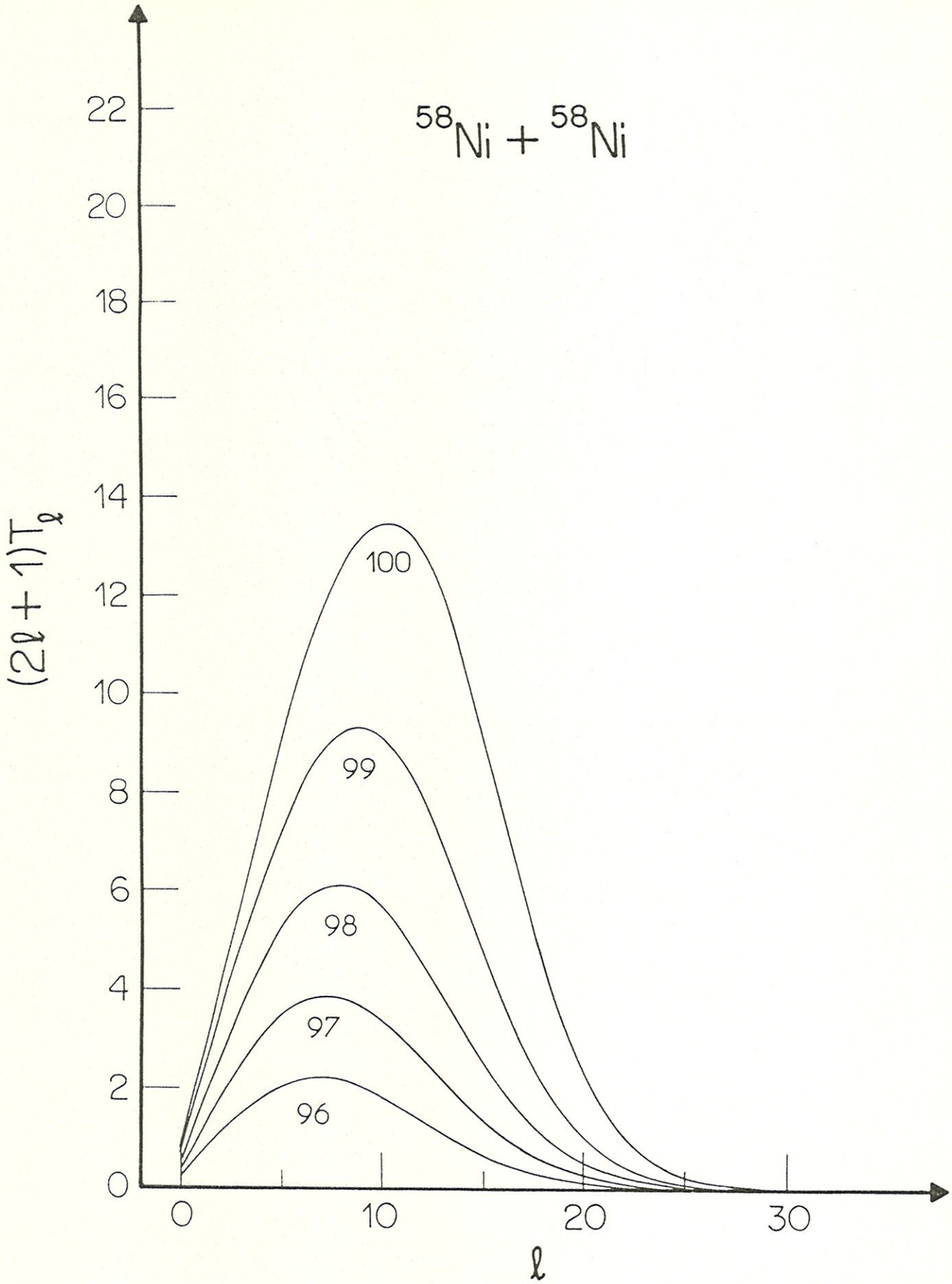

$^{58}Ni + ^{58}Ni$
$(2\ell+1)T_\ell$
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
100
99
98
97
96
0
10
20
30
ℓ

Fig.(5.5a)

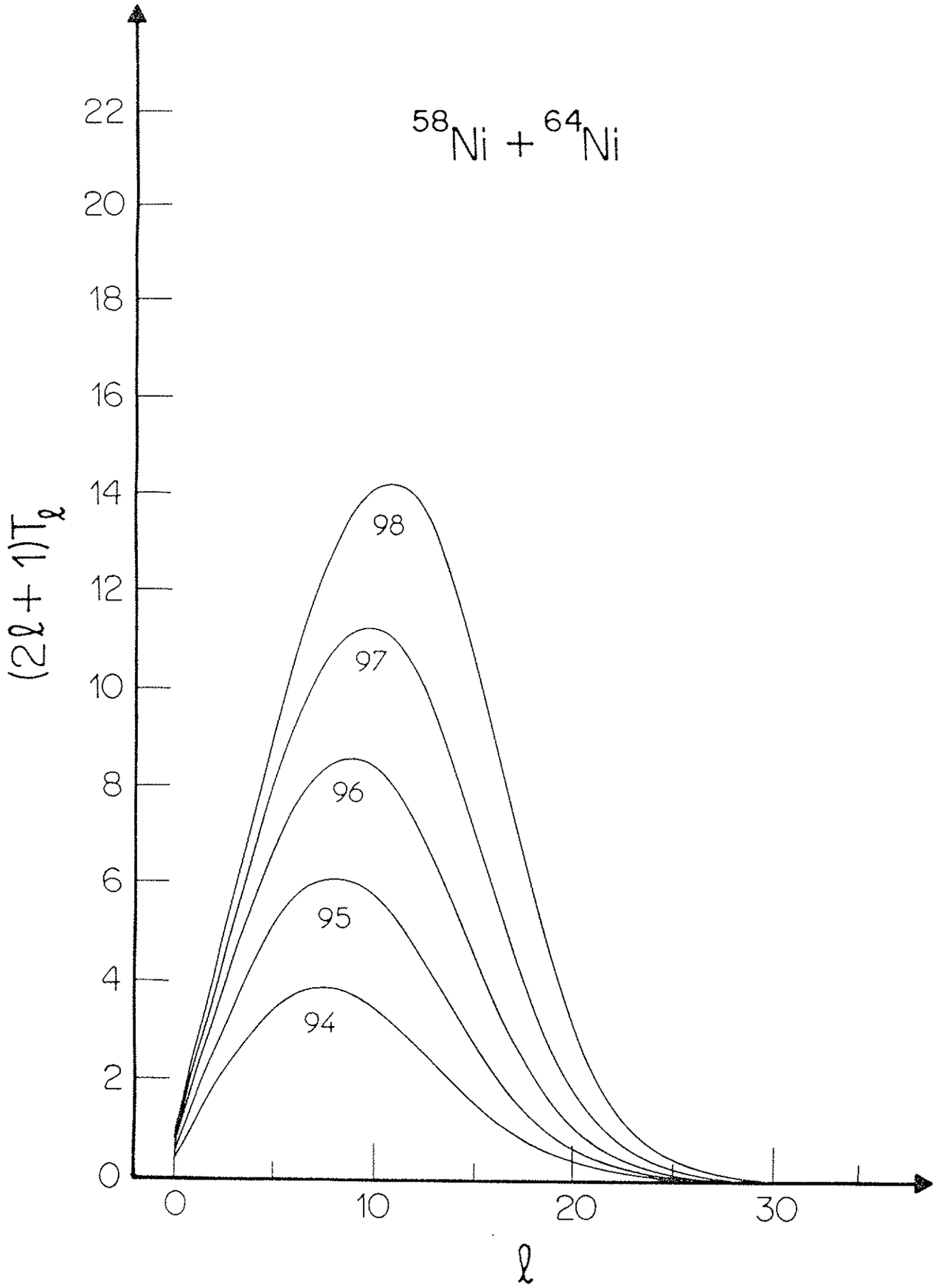

$^{58}Ni + ^{64}Ni$
$(2\ell + 1)T_\ell$
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
98
97
96
95
94
0
10
20
30
ℓ

Fig.(5.5b)

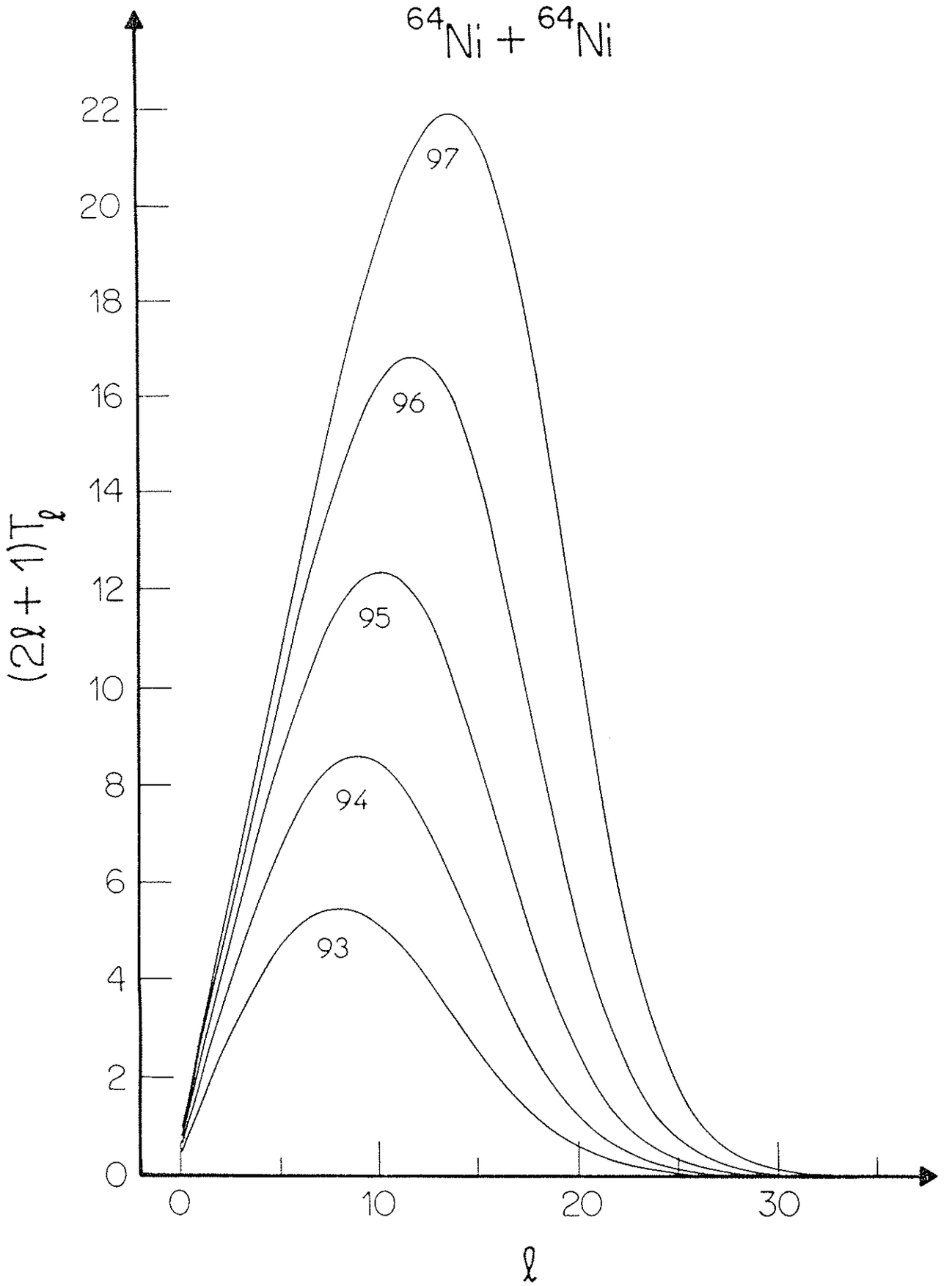

$^{64}Ni + ^{64}Ni$
$(2\ell + 1)T_\ell$
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
97
96
95
94
93
0
10
20
30
ℓ

Fig.(5.5c)

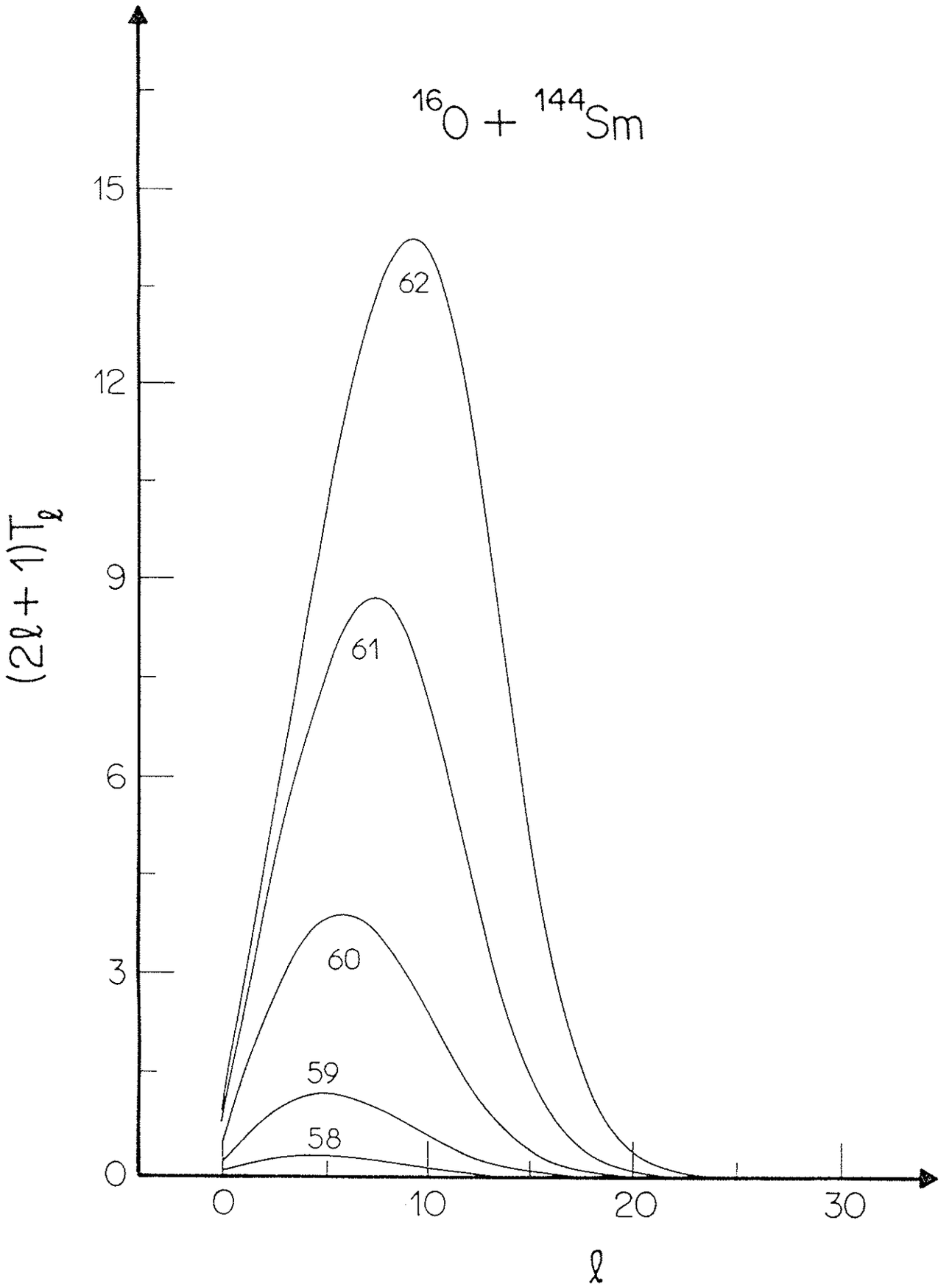


Fig.(5.6a)

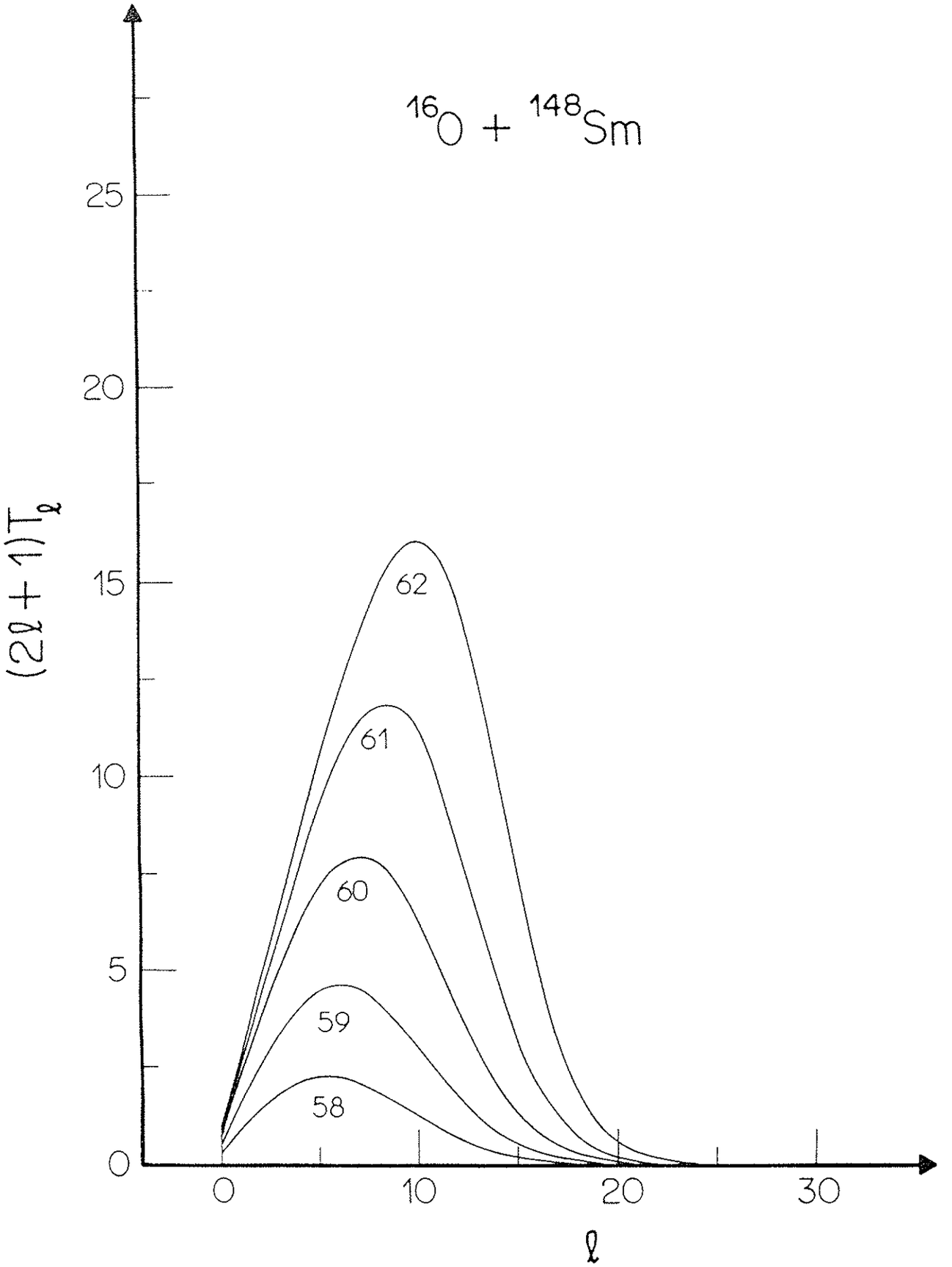


Fig.(5.6b)

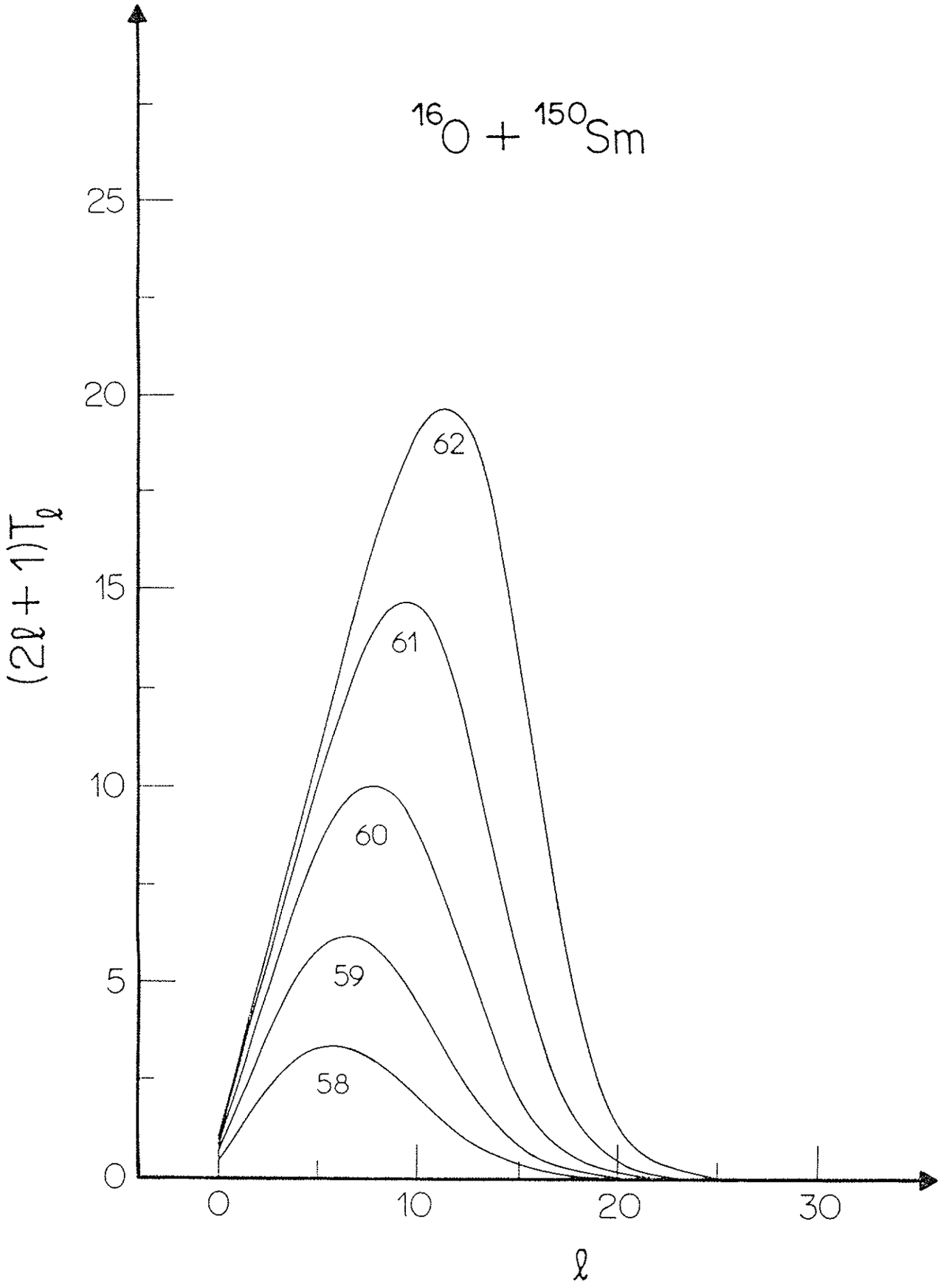


Fig.(5.6c)

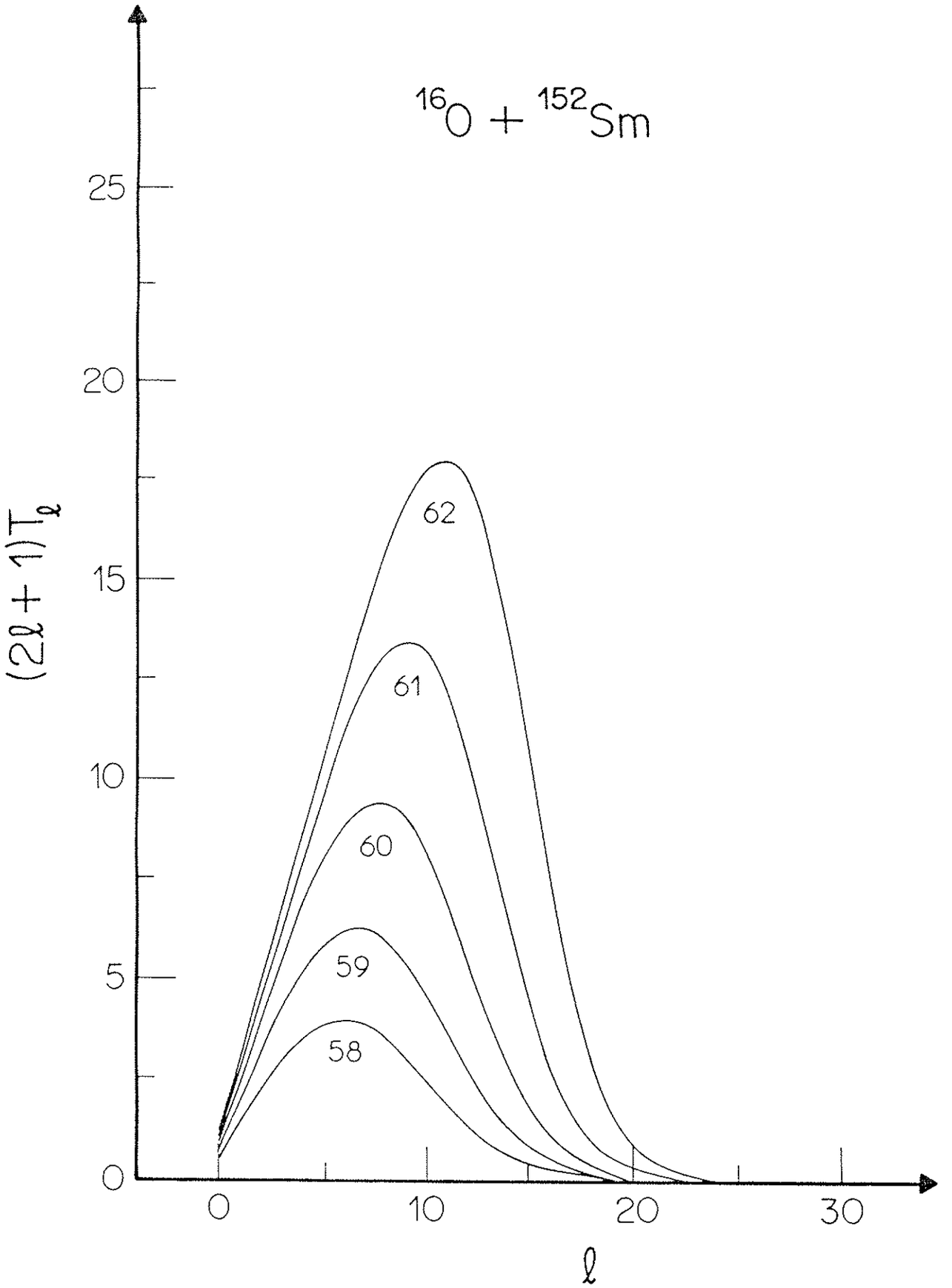


Fig.(5.6d)

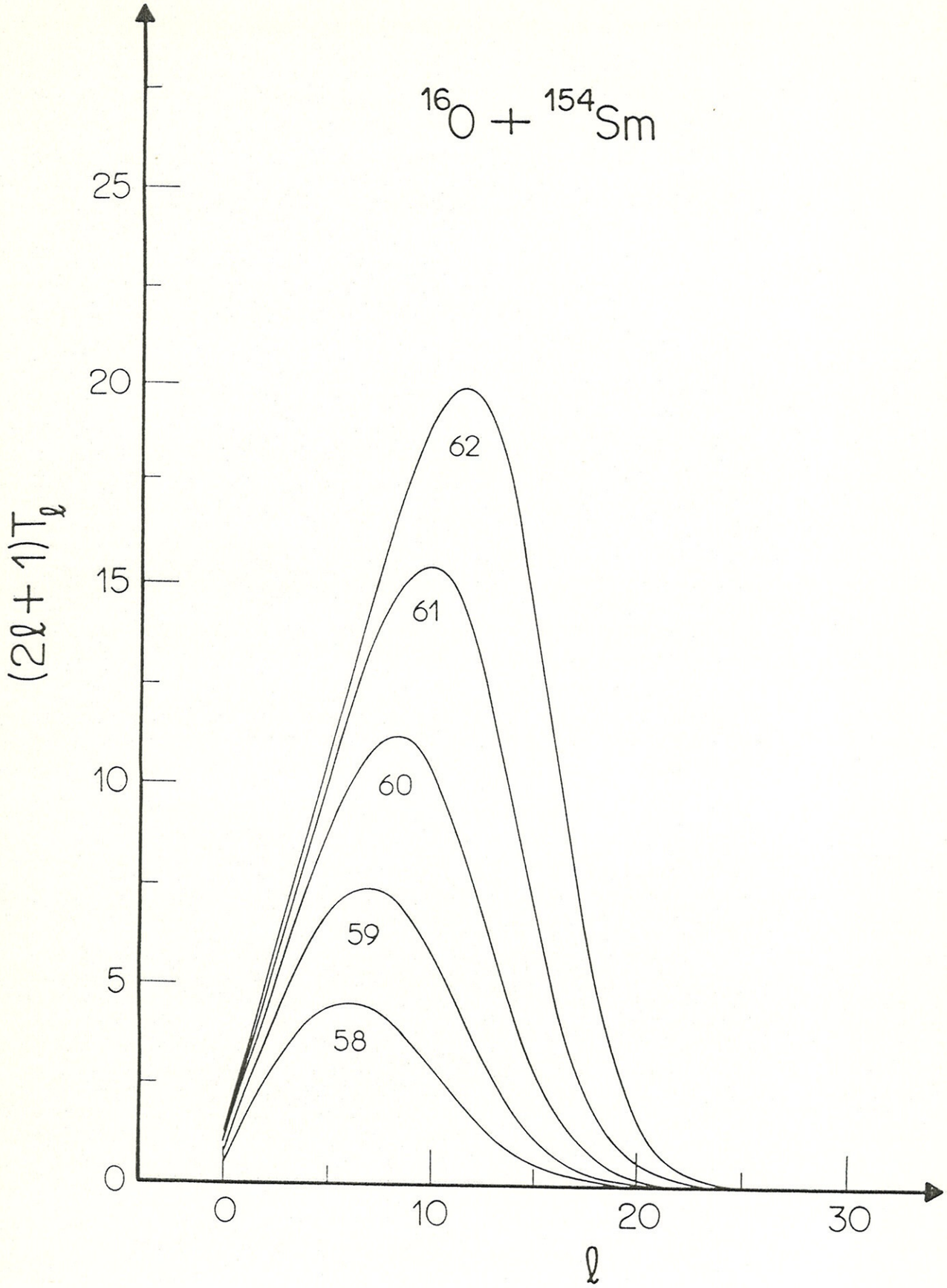


Fig.(5.6e)

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
1052
e.2
INSTITUTO DE FÍSICA

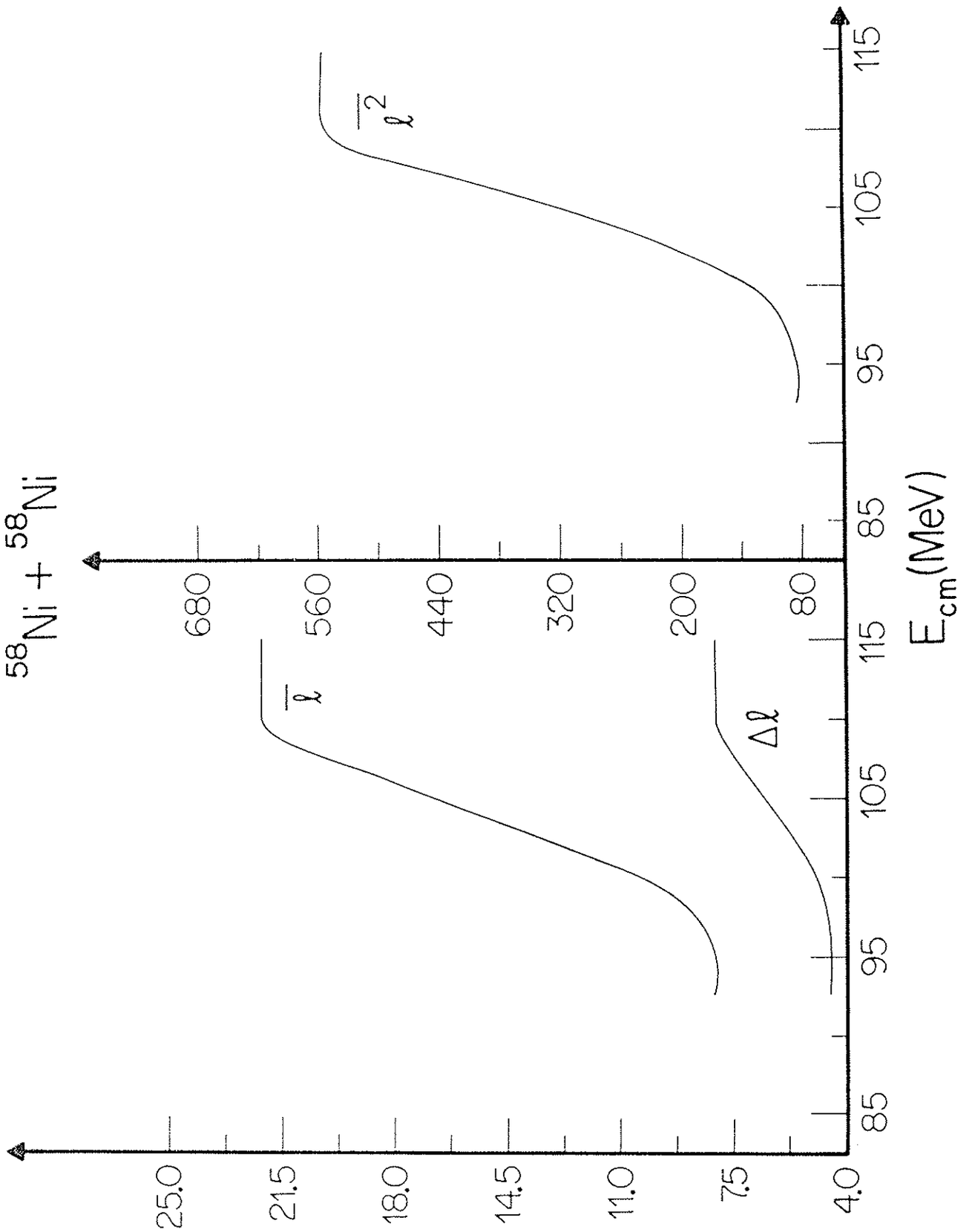

$^{58}Ni + ^{58}Ni$
$\overline{\ell}$
$\overline{\ell^2}$
$\Delta\ell$
680
560
440
320
200
80
25.0
21.5
18.0
14.5
11.0
7.5
4.0
85
95
105
115
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.7a)

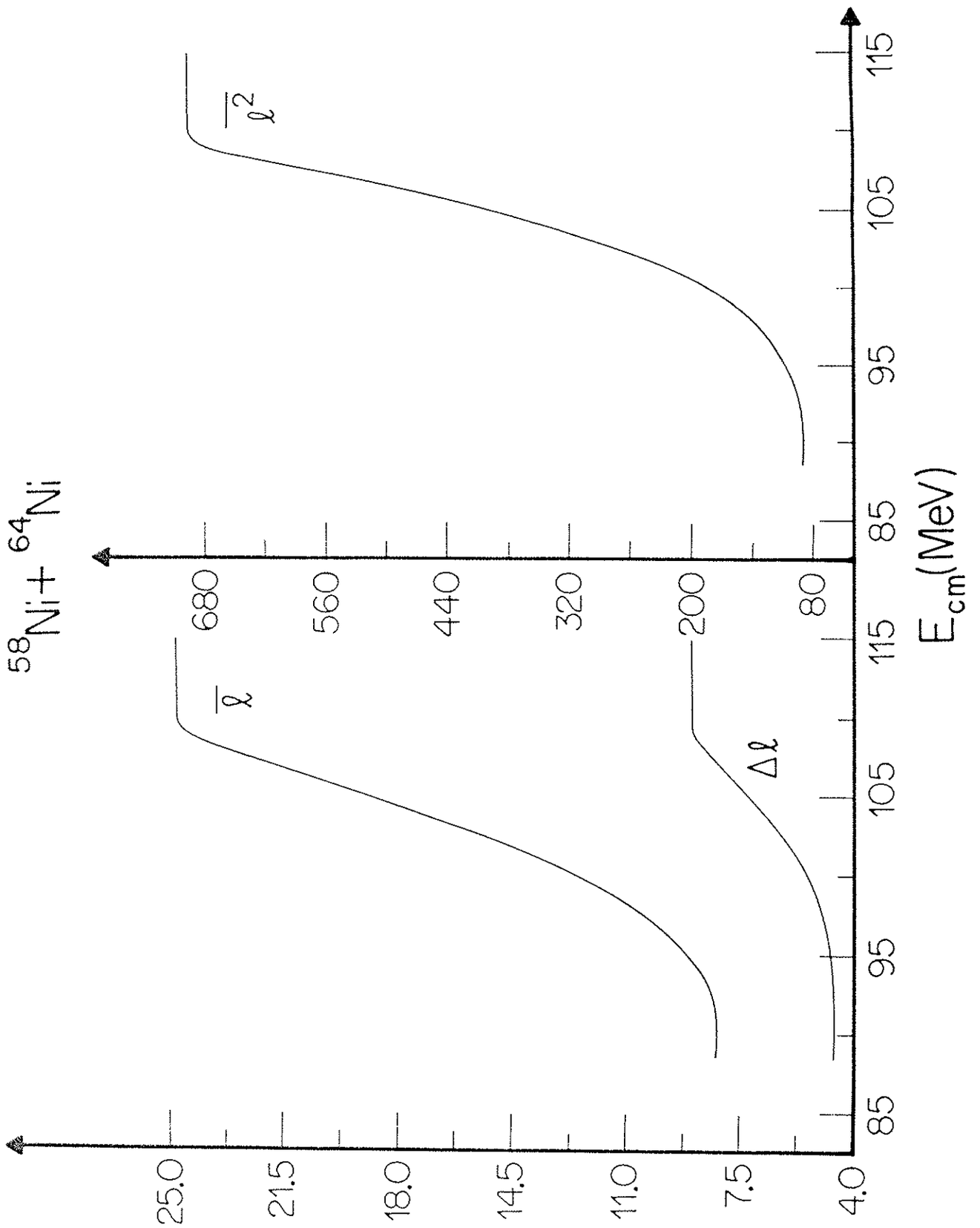

$^{58}Ni + ^{64}Ni$
$\overline{\ell}$
$\overline{\ell^2}$
$\Delta\ell$
680
560
440
320
200
80
25.0
21.5
18.0
14.5
11.0
7.5
4.0
85
95
105
115
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.7b)

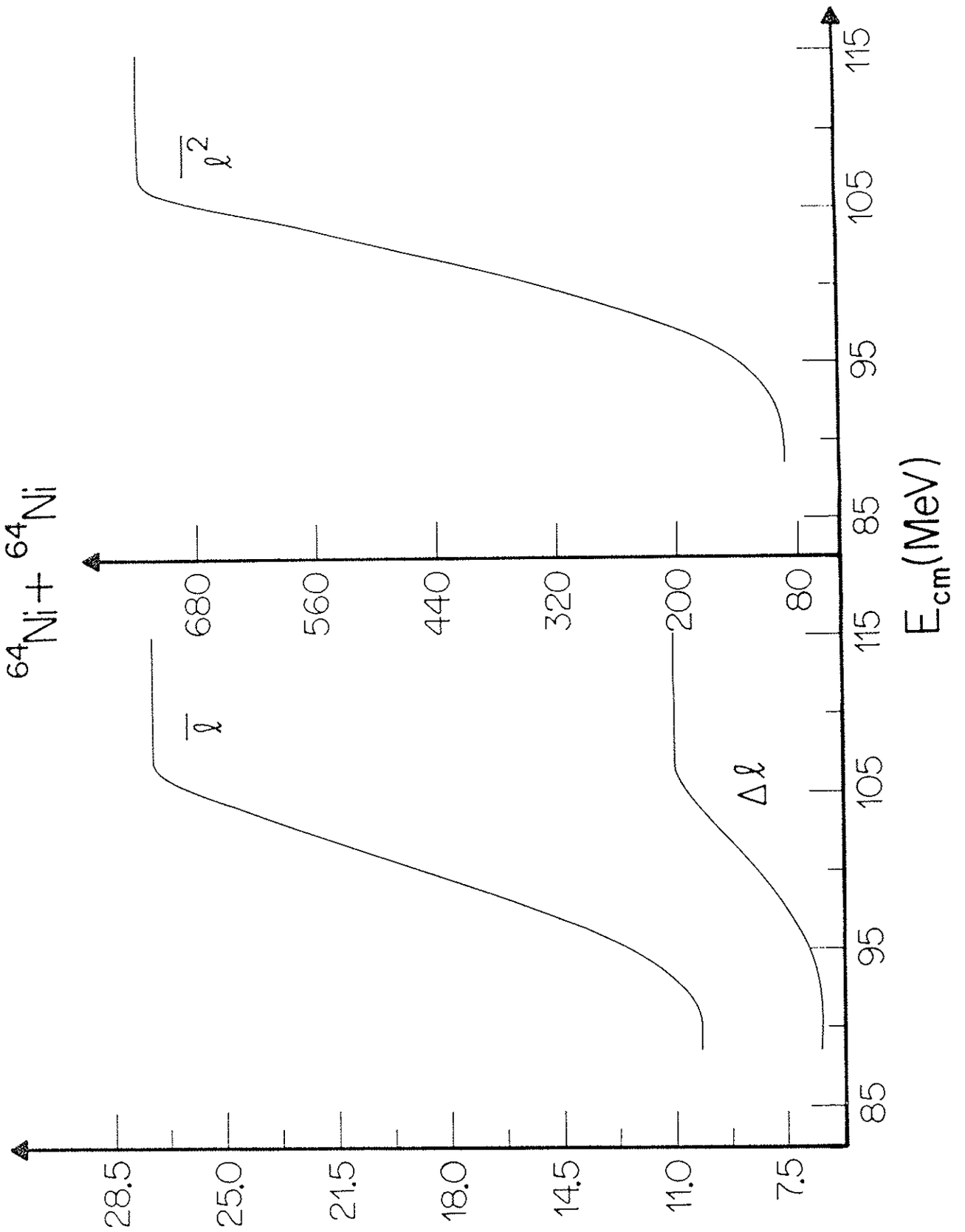

$^{64}Ni + ^{64}Ni$
$\overline{\ell}$
$\overline{\ell^2}$
$\Delta\ell$
680
560
440
320
200
80
28.5
25.0
21.5
18.0
14.5
11.0
7.5
85
95
105
115
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.7c)

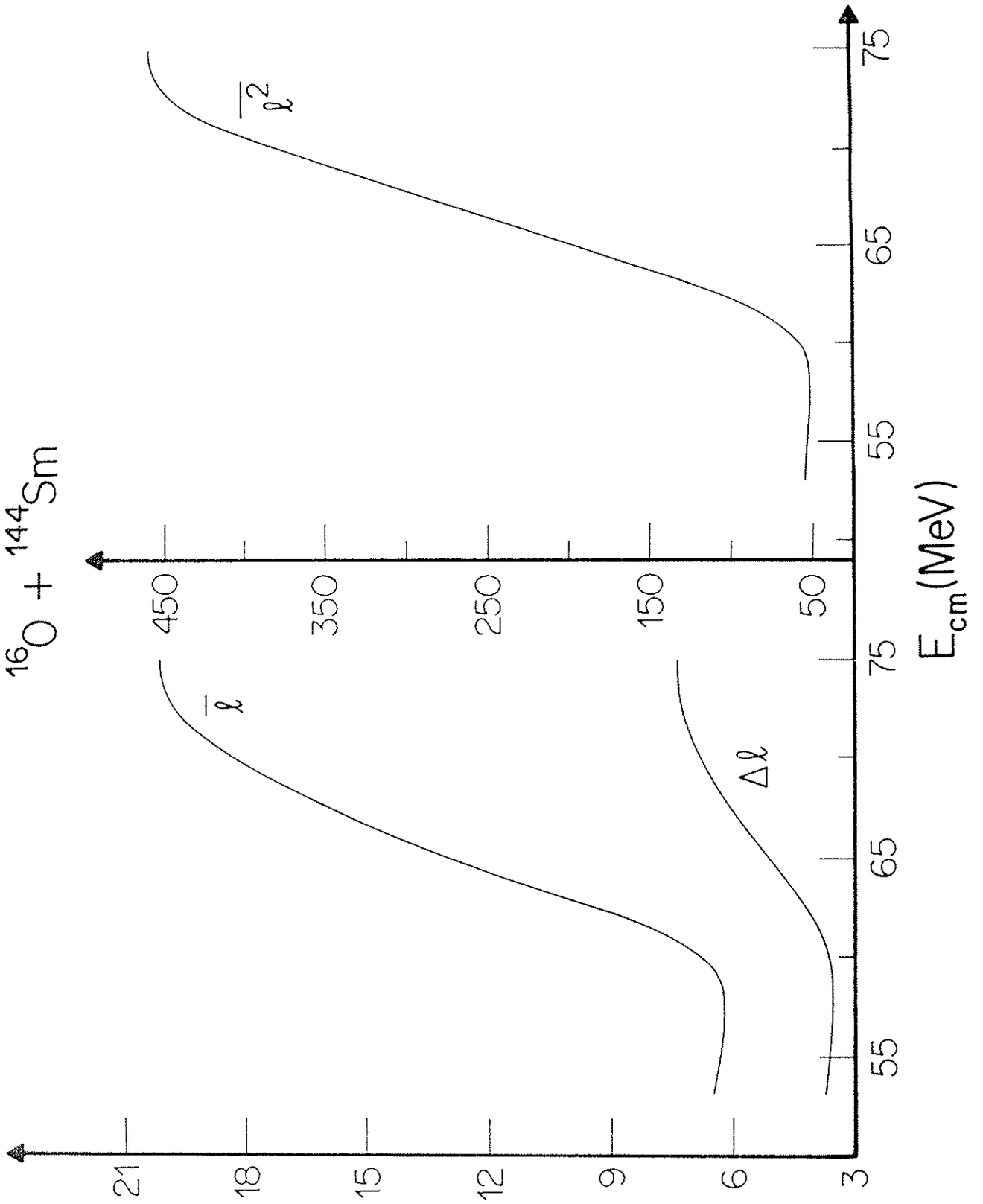

$^{16}O + ^{144}Sm$
$\overline{\ell^2}$
$\overline{\ell}$
$\Delta\ell$
450
350
250
150
50
21
18
15
12
9
6
3
55
65
75
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.8a)

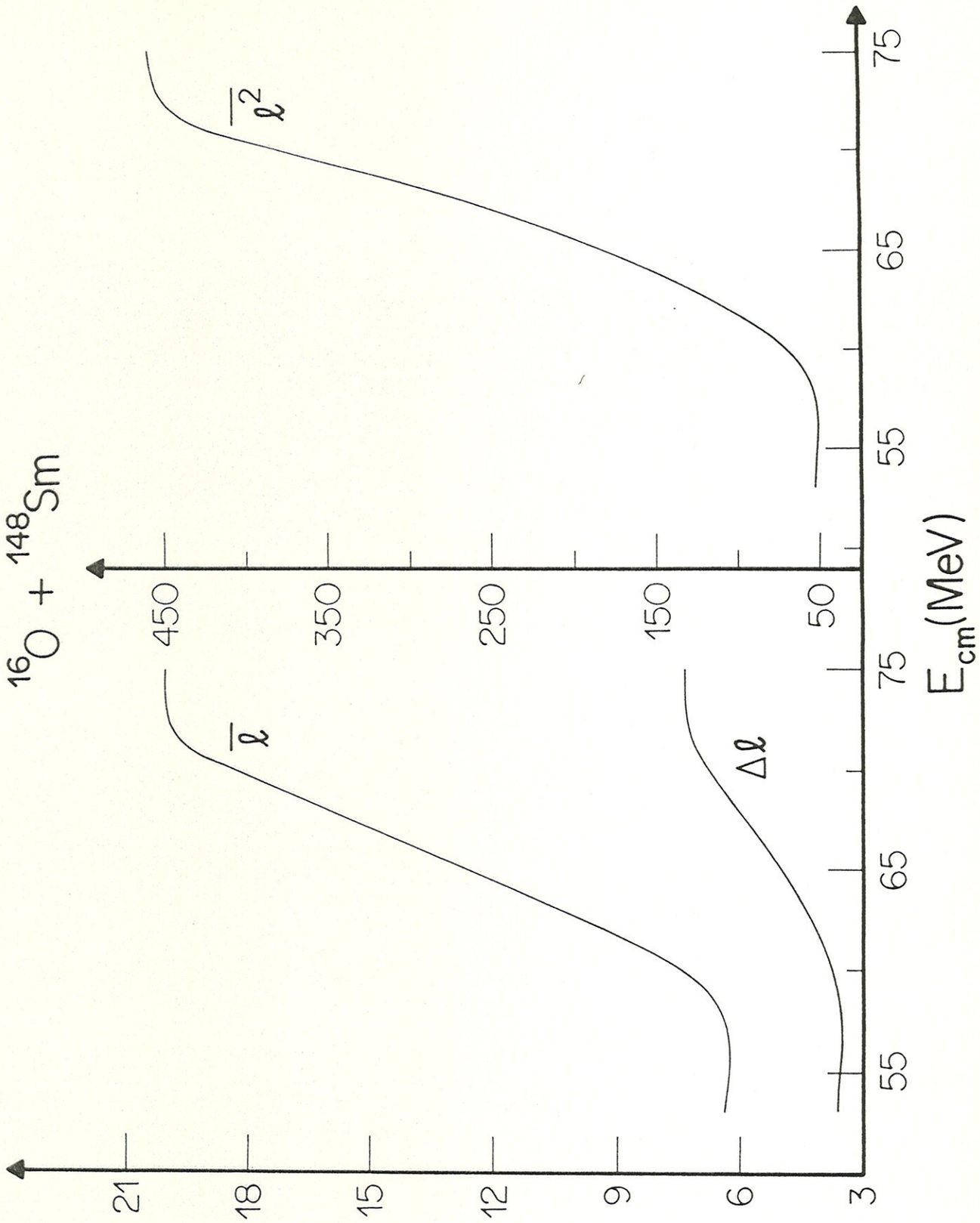

$^{16}O + ^{148}Sm$
$\overline{\ell^2}$
$\overline{\ell}$
$\Delta\ell$
450
350
250
150
50
21
18
15
12
9
6
3
55
65
75
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.8b)

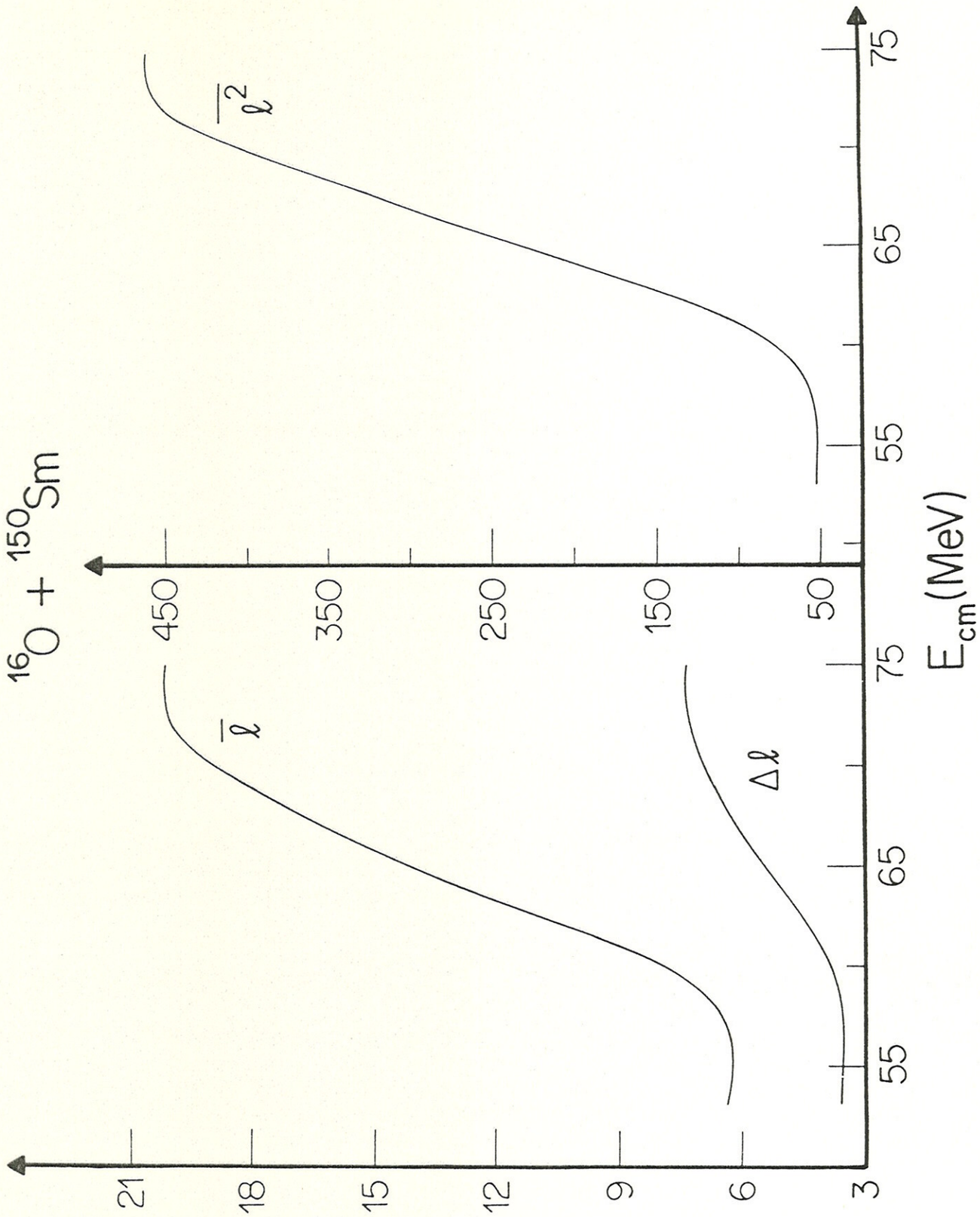

$^{16}O + ^{150}Sm$
$\overline{\ell^2}$
$\overline{\ell}$
$\Delta\ell$
450
350
250
150
50
21
18
15
12
9
6
3
55
65
75
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.8c)

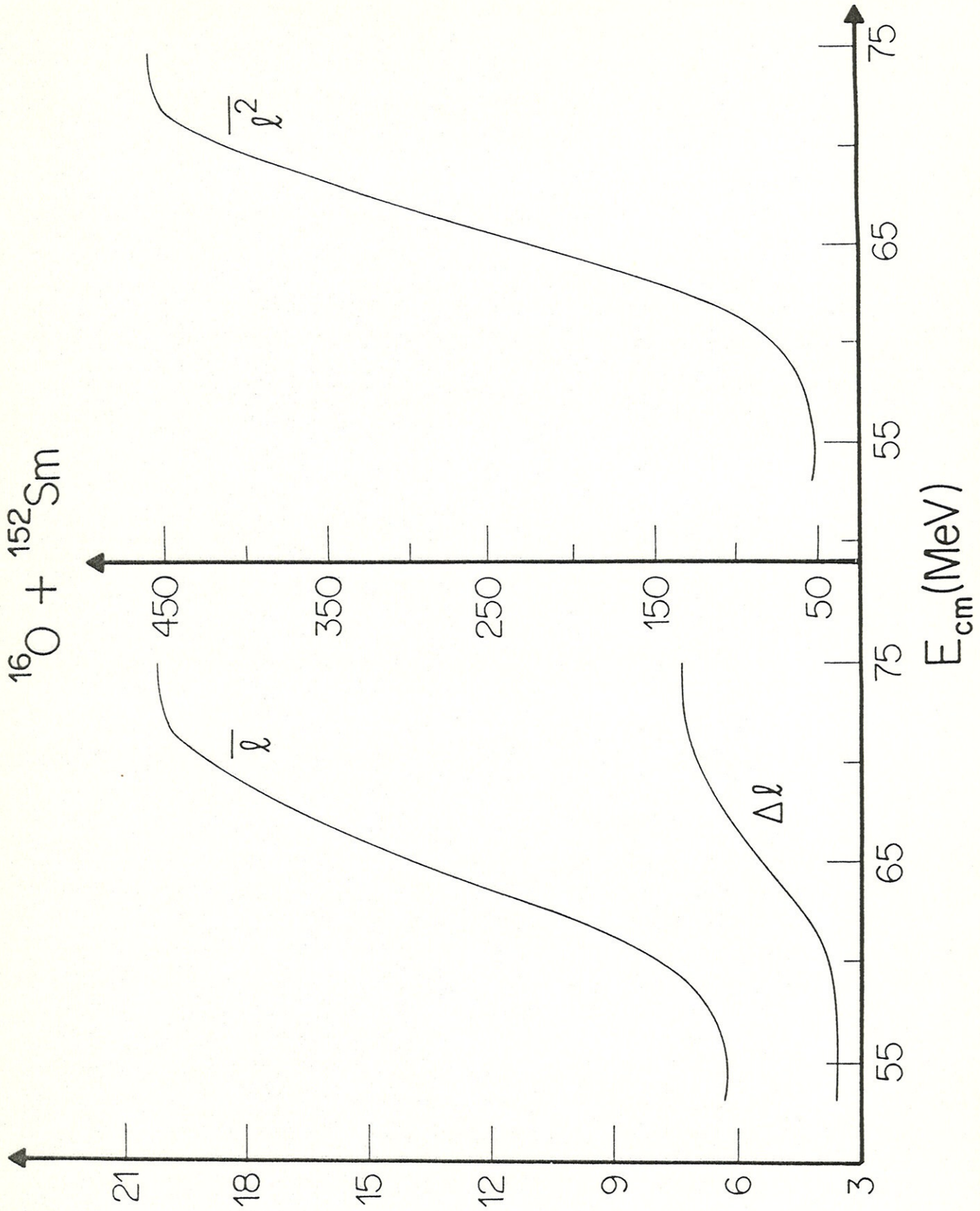

$^{16}O + ^{152}Sm$
$\overline{\ell^2}$
$\overline{\ell}$
$\Delta\ell$
450
350
250
150
50
21
18
15
12
9
6
3
55
65
75
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.8d)

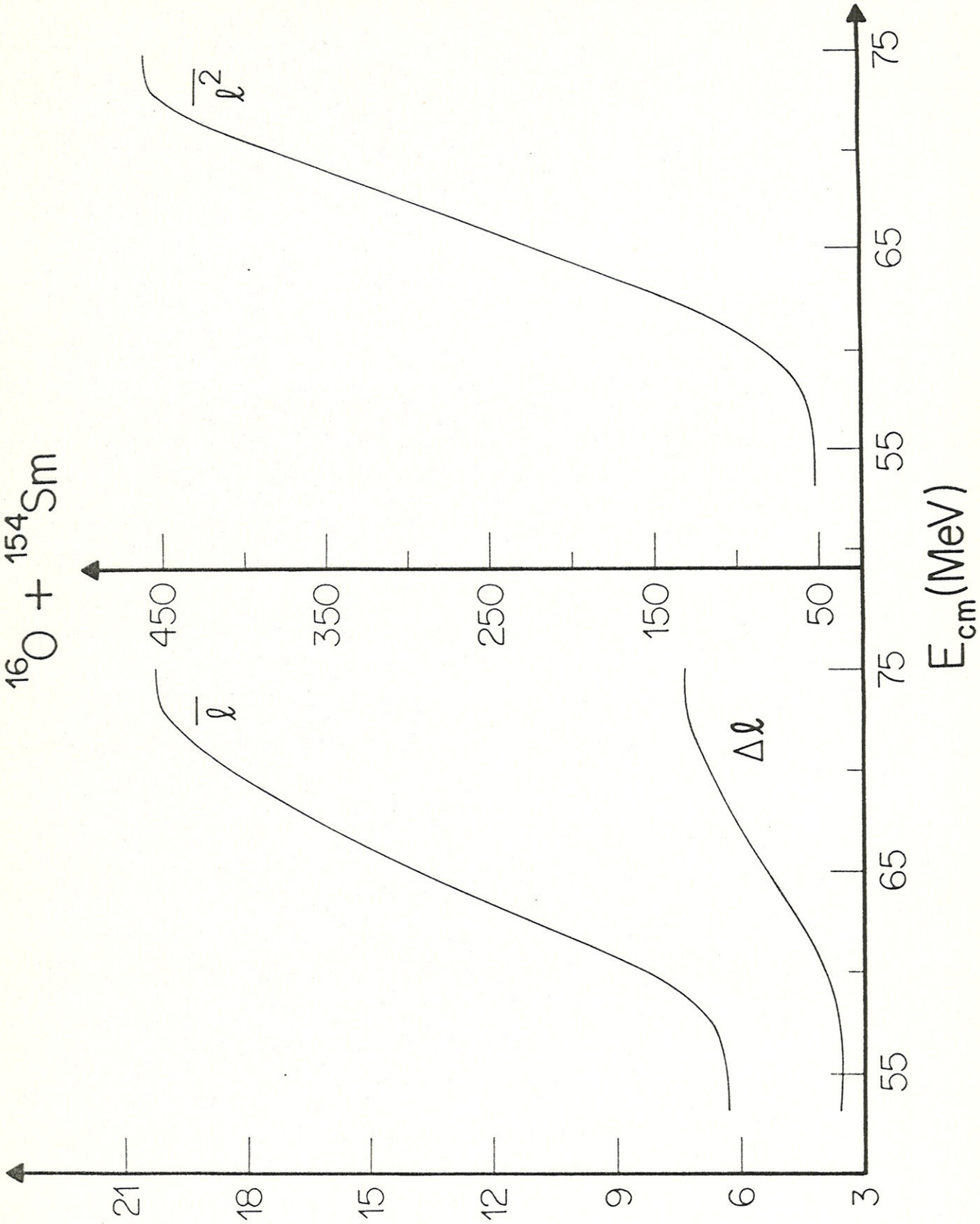

$^{16}O + ^{154}Sm$
$\overline{\ell^2}$
$\overline{\ell}$
$\Delta\ell$
450
350
250
150
50
21
18
15
12
9
6
3
55
65
75
55
65
75
E_{cm}(MeV)

Fig.(5.8e)

fig.(5.9)

$^{64}Ni + ^{64}Ni$

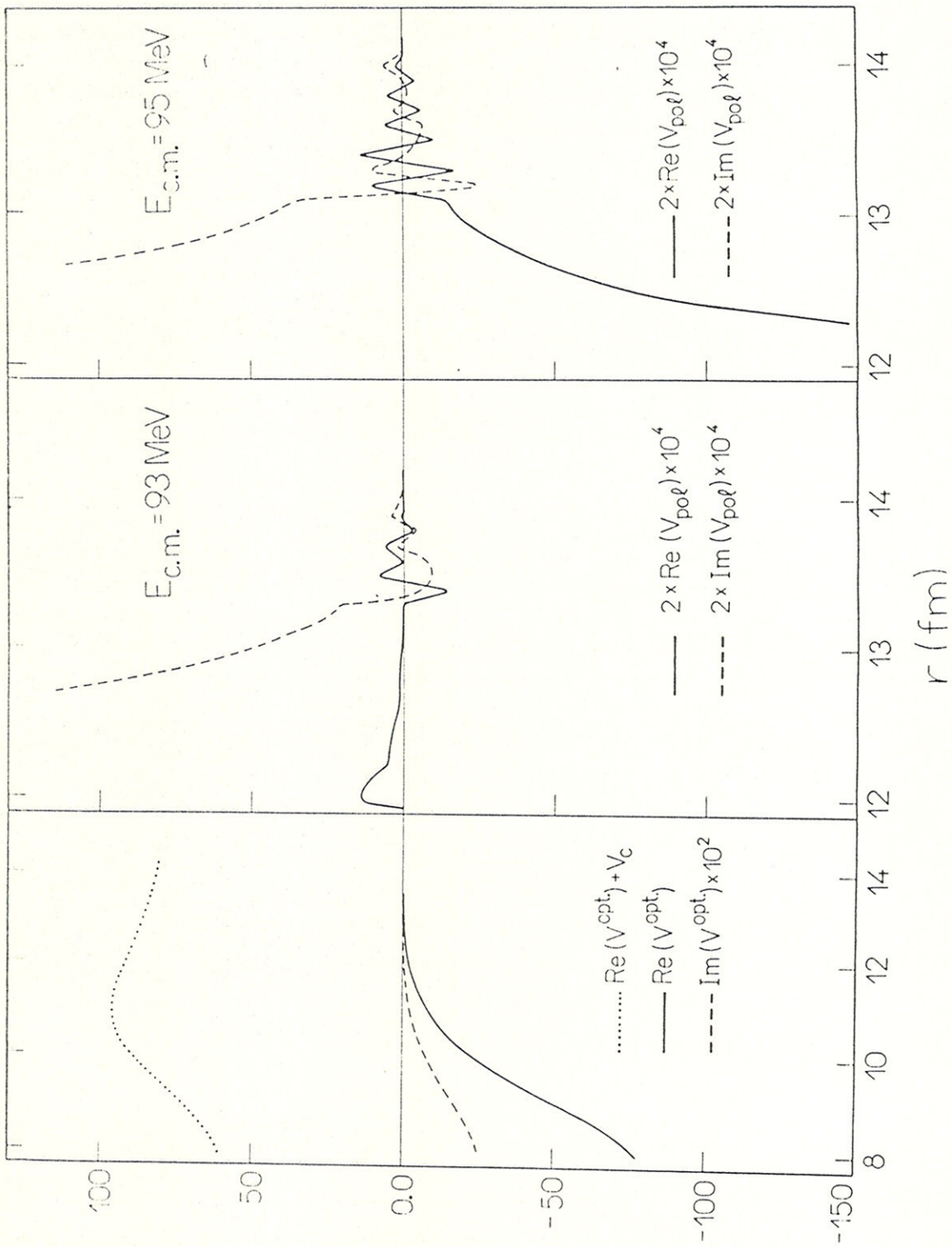
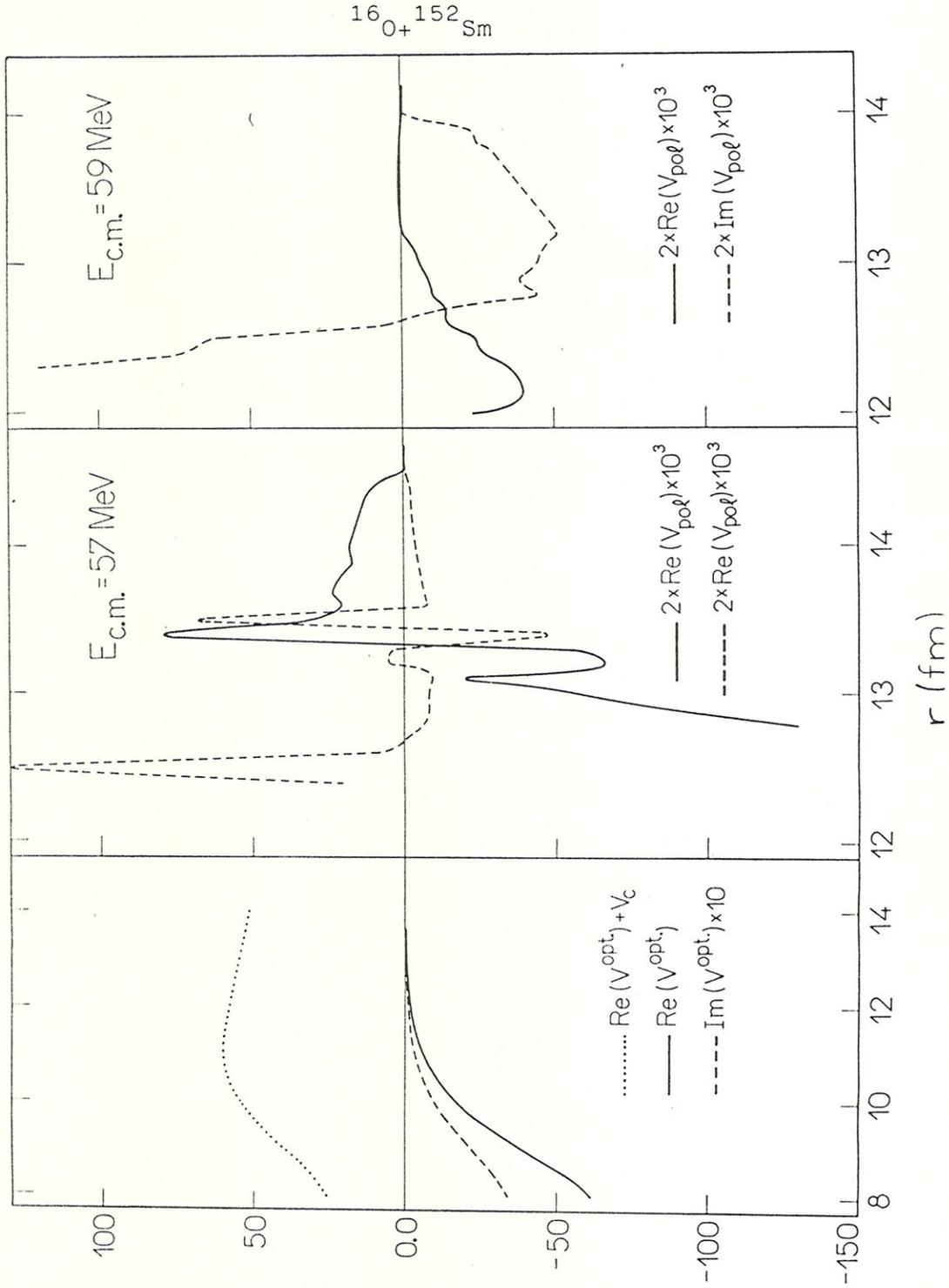


fig.(5.10)


$^{16}O+^{152}Sm$
$E_{c.m.}$= 59 MeV
$E_{c.m.}$= 57 MeV
2×Re (V_{pol})×10^3
2×Im (V_{pol})×10^3
Re ($V^{opt.}$)+V_c
Re ($V^{opt.}$)
Im ($V^{opt.}$)×10
100
50
0.0
-50
-100
-150
8
10
12
14
r (fm)

APÊNDICE 1

RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Para chegar à relação de dispersão, convém rever algumas manipulações formais com as integrais de Fourier e as transformadas de Hilbert. Consideremos uma função do tempo, g(t), que é nula para valores negativos de t, e cuja transformada de Fourier é a função da frequência ω, $F(\omega)$,

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\exp(i\omega t)dt = \int_{0}^{\infty} g(t)\exp(i\omega t)dt \qquad (A1)$$

Se a integral acima converge para ω real, ela também converge para $\omega \rightarrow \omega + i\gamma$, $\gamma > 0$. Essa representação pode ser usada pa- estender $f(\omega)$ até o semi plano complexo superior. É conveniente estender g(t) a valores negativos de t, escrevendo,

$$g(t) = \theta(t)g(t) \qquad (A2)$$

onde $\theta(t)$ é a função degrau unitário definida por:

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 1/2 & t = 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Usando a representação,

$$\theta(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\exp(i\omega' t)}{\omega' - i\eta} \qquad (A3)$$

em (A1), obtemos:

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt g(t)\exp(i\omega t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt g(t)\exp(i\omega t)\ \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} d\ \frac{\exp(i\omega' t)}{\omega' - i\eta} =$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{f(\omega'+\omega)}{\omega'-i\eta} = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{f(\omega')}{\omega'-\omega-i\eta} \tag{A4}$$

ou,

$$f(\omega) = \frac{1}{i}\frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{f(\omega')}{\omega-\omega} \tag{A5}$$

onde foi usada a relação:

$$\frac{1}{\omega'-\omega-i\eta} = P\,\frac{1}{\omega'-\omega} + i\pi\,\delta(\omega'-\omega) \quad , \text{ para } \eta \to 0(+)$$

Escrevendo $f(\omega)$ como,

$$f(\omega) = a(\omega) + ib(\omega)$$

e comparando com (A5), obtemos as seguintes equações que relacionam $a(\omega)$ e $b(\omega)$,

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}f(\omega) &= \frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\mathrm{Im}f(\omega')}{\omega'-\omega} \\ \mathrm{Im}f(\omega) &= -\frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\mathrm{Re}f(\omega')}{\omega'-\omega} \end{aligned} \tag{A6}$$

as quais são conhecidas como relações de dispersão.

Supondo que $f(\omega)$ se aproxima de um valor constante $f(\infty)$, conforme $\omega \to \infty$ (em qualquer direção no semi plano superior ω) e integrando $[f(\omega')-f(\infty)]/(\omega'-\omega-i\eta)$ sobre um contorno consistindo do eixo real e de um semi-círculo no semi plano superior ω', obtemos:

$$f(\omega+i\eta) - f(\infty) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{f(\omega')-f(\infty)}{\omega'-\omega-i\eta} \tag{A7}$$

e para $\eta \to o(+)$,

$$f(\omega)-f(\infty) = \frac{1}{i}\frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{f(\omega')-f(\infty)}{\omega'-\omega} \tag{A8}$$

Considerando agora que se conheça o valor de $f(\omega)$ para uma frequência finita ω_0, podemos expressar $f(\omega_0)$ por (A8) e subtrair $[f(\omega_0)-f(\infty)]$ de $[f(\omega)-f(\infty)]$ para obter a relação de dispersão subtraida,

$$f(\omega)-f(\omega_0) = \frac{1}{i}\frac{P}{\pi}(\omega-\omega_0)\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{f(\omega')}{(\omega'-\omega)(\omega'-\omega_0)} \tag{A9}$$

ou,

$$\mathrm{Re}f(\omega)-\mathrm{Re}f(\omega_0) = \frac{P}{\pi}(\omega-\omega_0)\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\mathrm{Im}f(\omega')}{(\omega'-\omega)(\omega'-\omega_0)} \tag{A10}$$