

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

55

INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP



305M810T0477

ESTUDO DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO DO

16º PELO 27º Al



Edilson Crema

Tese apresentada ao Instituto  
de Física da Universidade de  
São Paulo para a obtenção do  
título Mestre em Ciencias.

Orientador:

Prof. Dr. Juan Carlos A. Quacchia

SÃO PAULO

1979

A Cristina, que soube suportar as  
privações deste trabalho e aos  
meus pais.

Desejo expressar meus agradecimentos ao Prof. Dr. Juan Carlos A. Quacchia pela orientação amiga durante a realização deste trabalho. Ao Prof. Dr. Trenino Polga desejo expressar minha sincera gratidão pela maneira incomum, amiga e decisiva com que apoiou minha iniciação científica e, também, pelo esforço e dedicação que permitiram o bom funcionamento do Acelerador Pelletron durante a tomada de dados. Agradeço também aos colegas de grupo Dirceu, Emílio, Newton, Nilson e Raphael pela inestimável colaboração durante os períodos de máquina, ao pessoal das oficinas e do SEMA pela colaboração imprescindível à realização deste trabalho, ao Prof. Eric Plagnol, ao Prof. Dr. W. Mittig e ao Prof. Dr. M. S. Hussein pelas valiosas discussões, à Diva pela dedicação durante o trabalho de datilografia, ao pessoal da gráfica pela impressão e aos colegas Hélio, Nilson e Raphael pelas discussões e amizades que me foram muito valiosas durante todo o meu trabalho.

Agradeço, ainda, a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro e a todos aqueles que, direta ou indiretamente, colaboraram na realização deste trabalho.

Edilson Crema  
fevereiro 79

## R E S U M O

Foram medidas cinco distribuições angulares do espalhamento elástico de  $^{16}\text{O}$  em  $^{27}\text{Al}$  nas energias incidentes de 30, 35, 40, 45 e 45.6 MeV no laboratório.

Os resultados experimentais foram analisados do ponto de vista dos seguintes modelos:

- modelo ótico
- modelo de difração "sharp cut-off"
- modelo de difração "smooth cut-off"
- decomposição NEAR-FAR da amplitude de espalhamento

Destas análises, concluímos que para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  em 40, 45 e 45.6 MeV, os dados experimentais são ajustados exatamente apenas com a combinação de efeitos de absorção (difração) com efeitos de atração (rainbow).

As análises, sugeriram ainda, que a atração nuclear seria responsável por algumas estruturas que aparecem nas distribuições angulares em 40 e 45 MeV e que são um pouco amortecidas em 45.6 MeV. Por isso, seria promissor um estudo mais detalhado dessa região.

## ABSTRACT

The elastic scattering distributions of O on Al were measured for incident energies of 30, 35, 40, 45 and 45.6 MeV in the laboratory system.

The experimental results were analysed according to of the following models:

- optical model
- the sharp cut-off diffraction model
- the smooth cut-off diffraction model
- the NEAR-FAR decomposition of the scattering amplitude

From the above analyses it can be inferred that the experimental data for the O + Al system at 40, 45 and 45.6 MeV is best fitted by a combination of the absorption (diffraction) and attraction (rainbow) effects.

The above analyses suggests as well, that the nuclear attraction should be responsible for some of the structure which is observed in the angular distributions at 40 and 45 MeV and which is slightly damped at 45.6 MeV. It would be interesting to study this region in more detail.

## ÍNDICE

I - INTRODUÇÃO .....	1
II - TEORIA DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO ENTRE ÍONS PESADOS ....	3
II-1 - Teoria Clássica do espalhamento elástico entre íons pesados	
1.1) Introdução .....	4
1.2) Definição experimental da seção de choque ...	5
1.3) Definição teórica: Função de Deflexão .....	8
1.4) Transformação do centro de massa ao laboratório	14
1.5) Potenciais de interação entre íons pesados .....	17
1.6) Órbitas e função de deflexão: momentos angula- res crítico e rasante .....	24
1.7) Características do espalhamento elástico clássico	29
1.7.1) Espalhamento em arco-íris .....	29
1.7.2) Espalhamento em auréolas .....	30
1.7.3) Espalhamento em espiral ou orbitação ...	30
1.7.4) Aplicação ao sistema $^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ .....	31
1.8) Limitações da descrição clássica da colisão elástica entre íons pesados .....	33
1.8.1) Efeitos quânticos .....	33
1.8.2) Absorção .....	34
II-2 - Teoria Quântica do espalhamento elástico entre íons pesados .....	
2.1) Introdução .....	36
2.2) Espalhamento de partículas descarregadas por um potencial de curto alcance .....	36
2.3) Espalhamento de partículas carregadas ....	41
2.4) Modificação do espalhamento coulombiano por um potencial de curto alcance .....	42
II-3 - Descrição Semi-Clássica do espalhamento elástico entre íons pesados .....	
3.1) Cálculo da amplitude de espalhamento semi-clás- sica .....	44

3.2) O Arco-Íris .....	48
3.3) As Auréolas .....	49
3.4) As Orbitações .....	49
3.5) Generalizações do tratamento semi-clássico	
3.5.1) Inclusão da absorção .....	49
3.5.2) Trajetórias complexas .....	51
II-4 - Modelos Quânticos para o espalhamento elástico entre íons pesados	
4.1) Introdução .....	55
4.2) Modelo ótico .....	56
4.3) Decomposição em contribuições de ângulos positivos e negativos .....	58
4.4) Modelos das fases parametrizadas .....	60
4.4.1) Modelo de Blair .....	60
4.4.2) Modelos de Mc Intyre e de Frahn .....	62
4.4.3) Pólos de Regge .....	64
III - ARRANJO EXPERIMENTAL .....	68
III-1- O Feixe de Partículas .....	68
III-2- O Acelerador e o Transporte do Feixe .....	69
III-3- A Câmara de Espalhamento e os Alvos .....	71
III-4- Dispositivo Eletrônico .....	74
IV - PROCESSAMENTO DOS DADOS E RESULTADOS OBTIDOS	
IV -1- Identificação .....	75
IV -2- Resolução nos espectros .....	75
IV -3- Cálculo da secção de choque .....	79
V - ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAIS	
V - 1- Modelo ótico .....	81
V - 2- Modelo de Blair .....	85
V - 3- Os modelos de Mc Intyre e Frahn .....	92
V - 4- Contribuição de ângulos positivos e negativos ..	95
VI - CONCLUSÕES .....	102
VII - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	104

**CAPÍTULO I**  
**INTRODUÇÃO**

O grupo de pesquisa do laboratório Pelletron da Universidade de São Paulo que se dedica ao estudo da fusão entre íons pesados atualmente está interessado na região de íons de peso médio ( $20 < A > 30$ ) e, em particular no sistema  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{A}_\text{L}$ . O espalhamento elástico é um estudo subsidiário importante à fusão, pois através dele obtém-se a secção de choque de reação para ser comparada à secção de choque de fusão. Como a quantidade de resultados experimentais para este sistema é muito reduzida foi considerado de interesse o estudo do espalhamento elástico de  $^{16}\text{O}$  em  $^{27}\text{A}_\text{L}$ .

Embora o início das pesquisas de reações entre íons pesados seja recente o estudo do espalhamento elástico, em particular, teve um rápido desenvolvimento e já possui uma bibliografia vasta e dispersa. Por isso, um dos objetivos deste trabalho é oferecer um resumo do desenvolvimento teórico ocorrido desde as primeiras análises até hoje. Isto será feito no extenso capítulo II.

Os equipamentos experimentais do sistema do acelerador Pelletron envolvidos na coleta de dados serão descritos superficialmente no capítulo III.

O processamento dos dados brutos, isto é, a identificação dos picos nos espectros, o cálculo da resolução dos espectros e, finalmente, a obtenção das secções de choque serão apresentados no capítulo IV.

A análise dos dados experimentais será feita no capítulo V do ponto de vista de quatro dos mais importantes modelos destinados ao espalhamento elástico entre íons pesados: o modelo ótico, o modelo de Blair (sharp cut-off), o

modelo de Mc Intyre (smooth cut-off) e a separação NEAR-FAR da amplitude de espalhamento. A combinação dos resultados de todos os modelos permitiu entender os principais mecanismos envolvidos na reação e indicar alguns trabalhos que seriam promissores. Estes resultados finais serão dados numa maneira compacta no último capítulo.

## CAPÍTULO II

### TEORIA DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO ENTRE IONS PESADOS

As reações entre íons pesados apresentam três propriedades características que as diferenciam das reações com íons leves em médias energias: comprimentos de onda curtos, interação coulombiana forte e forte absorção. As duas primeiras propriedades indicam que o espalhamento de íons pesados pode ser descrito em boa aproximação pela mecânica clássica e, por isso, uma extensa parte desse capítulo (seção II-1) será dedicado à descrição qualitativa da teoria clássica do espalhamento elástico entre íons pesados.

Naturalmente, existem processos quânticos nestas colisões que não são descritos pela teoria clássica. A interferência de diferentes trajetórias que levam ao mesmo ângulo de espalhamento é um desses processos e constitui uma das principais limitações da descrição clássica. Então, na seção II-2 será indicado o processo de obtenção da amplitude quântica de espalhamento; que será o ponto de partida das descrições semi-clássicas (seção II-3). Estas têm por objetivo levar em conta o fenômeno quântico da interferência, embora retenham conceitos clássicos como trajetórias, função de deflexão, etc.

A terceira propriedade do espalhamento de íons pesados, a forte absorção, é devida ao intenso desvio de partículas do canal elástico para canais não-elásticos (inelástico, transferência de partículas, fusão, etc) que ocorre nestas colisões. Este é um importante fenômeno que não é considerado nas descrições clássicas e semi-clássicas. Na seção II-4 serão descritos vários modelos que consideram explicitamente a absorção: o modelo ótico e os modelos das fases parametrizadas (smooth cut-off, sharp cut-off e pólos de Regge). Ainda nesta seção será descrito um modelo (NEAR-FAR) que tenta visualizar qual é a parte dominante na reação: a absorção ou a refração (atração).

## II-1) TEORIA CLÁSSICA DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO ENTRE IONS PESADOS

### II-1.1) Introdução

Um procedimento experimental importante para obter informações sobre a estrutura de corpos microscópicos é bombardeá-los com partículas, também microscópicas e altamente energéticas, e medir o número delas que são espalhadas nas diversas direções. Naturalmente, a distribuição angular das partículas espalhadas dependerá da natureza e da intensidade da força de interação partícula incidente-partícula alvo.

Por outro lado, este tipo de experiência só tem utilidade se for possível descrever o espalhamento teoricamente, isto é, partir de um potencial e prever a distribuição angular das partículas espalhadas. Portanto, para que possa haver uma comparação entre os procedimentos teórico e experimental, deve existir entre eles um ponto de união. É o conceito de secção de choque que executa esta ligação.

Na primeira subseção(1.1) a secção de choque é definida em termos de quantidades que são determinadas experimentalmente e, por isso, ela tem o título de "definição experimental da secção de choque ". Na subseção seguinte(1.2) é descrito o procedimento que parte do potencial de interação e calcula teoricamente a secção de choque elástica clássica. Neste procedimento é definida a função de deflexão, uma grandeza que desempenhará um papel fundamental em todo o estudo do espalhamento elástico entre ions pesados. Na subseção 1.3 é feita a equivalência entre as secções de choque teórica e experimental através de uma transformação de coordenadas do referencial do laboratório para o do CM. Para calcular a secção de choque teórica clássica deve-se partir de um potencial de interação entre dois ions pesados e, por isso, são descritos

na subseção 1.4 diferentes procedimentos para calcular este potencial. Na subseção seguinte, 1.5, cálculos de órbitas e funções de deflexão são analisados e se mostram muito úteis para o entendimento do mecanismo do espalhamento. Estas análises sugerem a existência de singularidades na secção de choque clássica, as quais são tratadas na subseção 1.6, onde são referidas como arco-iris, auréolas e orbitações. Finalmente, na última subseção são analisadas qualitativamente as duas grandes limitações do tratamento clássico do espalhamento elástico entre ions pesados: não considerar efeitos quânticos (como a interferência, etc) e a absorção.

### III-1.2) Definição experimental da secção de choque

Em primeiro lugar daremos uma "definição experimental" de secção de choque. Para isso, consideraremos que as partículas de um feixe paralelo e uniforme sejam espalhadas elasticamente por um alvo muito fino.

Seja  $f$  o fluxo do feixe, isto é, o nº de partículas que cruza a unidade de área normal à direção do feixe, por unidade de tempo. É conveniente, por razões óbvias de simetria, trabalhar com coordenadas esféricas e convencionar a direção do feixe como a direção  $\theta=0$  (eixo-z cartesiano).

Para uma dada partícula as constantes da órbita<sup>(1)</sup> e, portanto, a intensidade e a direção do espalhamento são determinadas.

---

(1) Isto é totalmente válido apenas na mecânica clássica. Uma das características fundamentais da mecânica quântica é a impossibilidade de se predizer unicamente a trajetória de qualquer partícula. Pode-se fornecer apenas probabilidades para o espalhamento nas várias direções.

das pela sua energia e momento angular. Para uma melhor visualização do processo é conveniente expressar o momento angular da partícula incidente em termos do parâmetro de impacto, definido como a distância perpendicular entre o centro do núcleo alvo e a velocidade incidente. Na figura 2.1a vemos que

$$L = mvr \operatorname{sen} \alpha = mvb = b\sqrt{2mE} \quad (2.1)$$

Consideraremos que a força entre o projétil e o alvo seja uma força central, de modo que existirá uma completa simetria em torno do eixo de incidência, isto é, o espalhamento será sempre coplanar. Desta maneira, o número das partículas,  $dY$ , que cruza a secção transversal e infinitesimal do feixe,  $d\sigma$ , por unidade de tempo é o número que emerge no ângulo sólido entre  $\theta$  e  $\theta + d\theta$  e  $\phi$  e  $\phi + d\phi$  (fig. 2.1b)

$$dY = f d\sigma \quad (2.2)$$

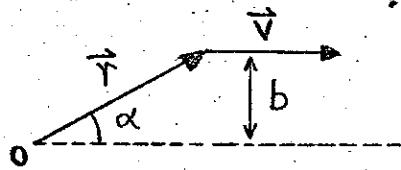
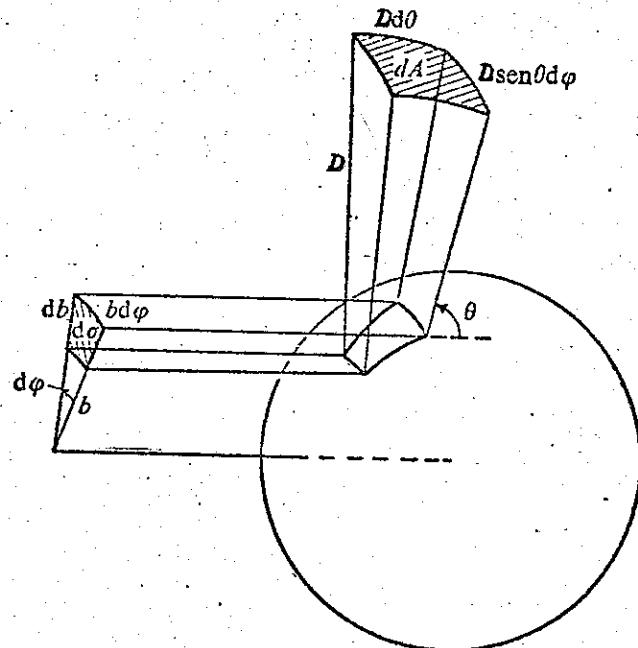


Figura 2.1 (a)



(b)

para medir este número podemos colocar um pequeno detetor bastante afastado do alvo ( $D \gg R$ ) e na direção especificada. Precisaremos, assim, exprimir os resultados em termos da área  $dA$  da secção transversal do detetor e da sua distância ao alvo. O elemento da área numa esfera de raio  $D$  é dado por

$$dA = D d\theta_e \cdot D \sin \varphi d\varphi = D^2 d\Omega \quad (2.3)$$

que é aproximadamente a área do detetor, desde que a condição  $D \gg R$  seja satisfeita. Experimentalmente esta aproximação é melhorada pela colocação de um colimador perto do detetor. A grandeza relevante não é a área  $d\sigma$  da secção transversal do feixe, mas a razão  $d\sigma/d\Omega$ , que é chamada secção de choque diferencial no laboratório. Note que o ângulo sólido  $d\Omega$  que o núcleo do alvo faz corresponder à área  $d\sigma$ , depende das características do espalhamento, isto é, da interação entre a partícula incidente e o alvo. Então a medida dessa grandeza "puramente geométrica" deverá fornecer informações a respeito dos núcleos em interação.

O número de partículas que penetra o detetor na unidade de tempo, provenientes de um núcleo do alvo pode ser expresso por

$$dy = f \frac{d\sigma}{d\Omega}_{LAB} \frac{dA}{D^2} \quad (2.4)$$

Normalmente os alvos são constituídos por um grande número de núcleos, embora se procure torná-los bem finos para que a sua espessura seja menor que o caminho livre médio das partículas do feixe. Desta maneira, podemos supor: que a probabilidade de colisões múltiplas (nas quais uma partícula se choca com vários núcleos) é desprezível, e que o número total das partículas que penetram o detetor na unidade de tempo é  $N_A$  vezes o número espalhado por um

único núcleo, onde  $N_A$  é o número de núcleos existentes no alvo.

Mas, para que esta aproximação seja razoável, o tamanho do alvo deve ser pequeno comparado com sua distância ao detetor, para que o espalhamento não dependa, apreciavelmente, do núcleo particular do alvo, com o qual se tenha dado a colisão. Experimentalmente esta aproximação é melhorada, pela existência de colimadores do feixe colocados antes do alvo. Eles delimitam uma pequena região do alvo que será efetivamente envolvida no espalhamento.

Finalmente, durante um tempo  $t$  de exposição, o número total de partículas espalhadas,  $Y$ , que penetram o detetor, limitado por um ângulo sólido  $\Delta\Omega = dA/L^2$ , será expresso por

$$Y = f t N \frac{d\sigma_{LAB}}{d\Omega} \frac{dA}{D^2} = N_A N_F \frac{dG_{LAB}}{d\Omega} \Delta\Omega \quad (2.5)$$

onde  $N_F$  é o número total de partículas do feixe que incidem no alvo durante a exposição. Então, conhecendo-se as características do alvo e do detetor, medindo-se o feixe e o número de partículas espalhadas num dado ângulo, podemos calcular a secção de choque diferencial no laboratório.

### II-1.3) "Definição teórica": Função de deflexão

Daremos agora uma "definição teórica" de secção de choque, isto é, descreveremos o procedimento que parte de um potencial de interação e calcula, teoricamente, a secção de choque clássica. Esta pode ser comparada com a secção de choque experimental para testar, quantitativamente, diferentes potenciais.

O espalhamento é um problema de dois corpos movendo-se sob a influência de uma força central mútua, cuja solução implica na resolução das equações do movimento para as duas partícu-

las. Mas, isto pode ser simplificado pela redução do espalhamento ao problema equivalente de um corpo. Consideremos um sistema conservativo de duas massas puntuais  $m_1$  e  $m_2$ , onde as forças são devidas somente ao potencial de interação  $V$ , que assumiremos ser uma função apenas das coordenadas relativas das duas partículas.

Seja  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  os raios vetores dos dois núcleos e  $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$  o raio vetor relativo a eles. Chamando o raio vetor do centro de massa de  $\vec{R}$  e as posições dos núcleos em relação ao centro de massa (CM) de  $\vec{r}_1^*$  e  $\vec{r}_2^*$ , podemos expressá-los como

$$\vec{r}_1^* = -\frac{m_2}{m_1+m_2} \vec{r} ; \quad \vec{r}_2^* = \frac{m_1}{m_1+m_2} \vec{r} \quad (2.6)$$

e

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (2.7)$$

A energia cinética pode ser escrita como a soma da energia cinética do movimento do CM com a energia cinética das partículas em torno do CM :

$$T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2} (m_1 \dot{\vec{r}}_1^* + m_2 \dot{\vec{r}}_2^*)^2$$

$$= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \dot{\vec{r}}^2$$

Então a Langrangeana do sistema terá a forma

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \dot{\vec{r}}^2 - V(r) \quad (2.8)$$

Desde que, o CM sempre se move com velocidade constante ou está

em repouso, nenhuma das equações do movimento para  $\dot{r}$  conterá termos em  $\dot{R}$  ou  $\ddot{R}$ . Portanto, sem nenhuma perda de generalidade, o primeiro termo da eq. (2.8) pode ser ignorado.

A Lagrangeana que restou é exatamente aquela que descreve o movimento de uma partícula de massa reduzida

$$\mu \equiv \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = m , \quad (2.9)$$

sendo espalhada por um centro de força  $V(r)$  fixo à uma distância  $r$  dela. Então o movimento de dois corpos em torno do seu CM pode sempre ser reduzido a um problema equivalente de um corpo.

Deduziremos agora como o ângulo de deflexão da partícula incidente depende do potencial de interação e, a partir daí, mostraremos como calcular a secção de choque teórica.

Nossa discussão foi restrita a sistemas conservativos e forças centrais, de modo que tanto a energia E como o momento angular L são conservados. Isto fornece diretamente as equações

$$\dot{r}^2 = \frac{2}{m} [E - V(r) - \frac{L^2}{2mr^2}] \quad (2.10)$$

e

$$L = mr^2\dot{\phi} = \text{constante.} \quad (2.11)$$

Eliminando o tempo das duas equações resulta

$$d\phi = -\frac{L}{mr^2} \left\{ \frac{2}{m} [E - V(r) - \frac{L^2}{2mr^2}] \right\}^{-\frac{1}{2}} dr , \quad (2.12)$$

que é a equação diferencial da metade esquerda da trajetória mos-

trado na fig. 2.2. Integrando de  $r = \infty$  até à distância,  $r_{\min}$ , de máxima aproximação encontramos o equivalente a um "ângulo de incidência".

$$\beta = \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{L}{mr^2} \left\{ \frac{2}{m} [E - V(r) - \frac{L^2}{2mr^2}] \right\}^{-\frac{1}{2}} dr.$$

Desde que o espalhamento é elástico o "ângulo de reflexão" também vale  $\beta$  e o ângulo de deflexão  $\theta$  deve satisfazer

$$2\beta + \theta = \pi.$$

Como na secção anterior substituiremos o momento angular pelo parâmetro de impacto para facilitar a visualização do problema.

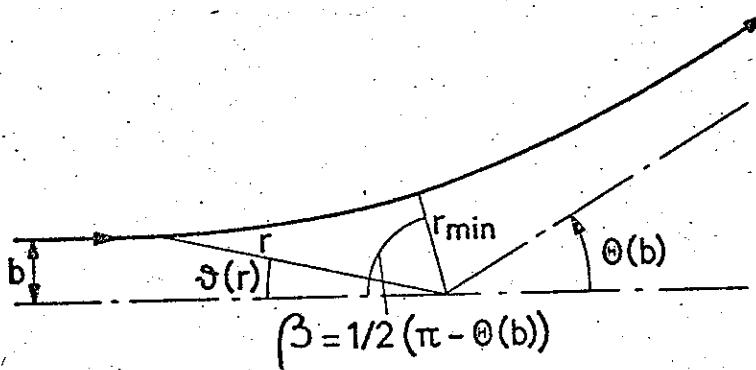


Figura 2.2 - Trajetória de uma partícula num campo central de alcance finito.

Então, fazendo as substituições  $w=b/r$  e  $b=L(2mE)^{-1/2}$  encontramos a chamada função de deflexão clássica  $\Theta(b)$

$$\Theta(b) = \pi - 2 \int_0^{b_{\min}} \frac{dw}{\sqrt{1 - V(w)/E - w^2}}. \quad (2.13)$$

Note que a função de deflexão é diferente do ângulo  $\theta$  de espalhamento. Mesmo que a partícula incidente dê várias voltas em torno

do centro de força antes de ser espalhada, o ângulo de espalhamento só pode variar de zero a  $\pi$ . Já a função de deflexão pode variar de  $-\infty$  até  $\pi$ , pois o integrando em (2.13) é sempre positivo e, eventualmente, pode ser infinito.

Ao longo deste trabalho estaremos interessados particularmente com a reação entre dois íons pesados que possuem elevadas cargas nucleares e, portanto, a interação coulombiana exercerá um papel fundamental. Por isso vamos calcular a função de deflexão puramente coulombiana. Se os núcleos possuem  $Z_1$  e  $Z_2$  prótons, respectivamente, e são supostos puntiformes, então a energia potencial coulombiana associada ao centro espalhador equivalente será

$$V_c(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} = \frac{\alpha_c}{r} \quad (2.14)$$

Neste caso a integração de (2.13) é particularmente simples

$$\Theta_c = 2 \operatorname{arctg} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2 E b} = 2 \operatorname{arctg} \frac{\alpha_c}{2 E b} \quad (2.15)$$

que é ilustrada na fig. 23. Para calcular o valor de  $r_{\min}$  deve-se lembrar que ele corresponde ao ponto em que a energia total  $E$  é igual à energia potencial mais a centrífuga, e seu valor é

$$r_{\min} = \frac{\alpha_c}{2E} \left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2E\delta}{\alpha_c} \right)^2} \right) \quad (2.16)$$

Se utilizarmos um potencial mais realístico, que substitui a carga puntiforme por uma distribuição extensa de carga com a mesma carga total, e considerarmos ainda a altura do potencial central igual a  $V_0$ , o resultado será bem diferente como mostra, qualitativamente, a figura 2.3.

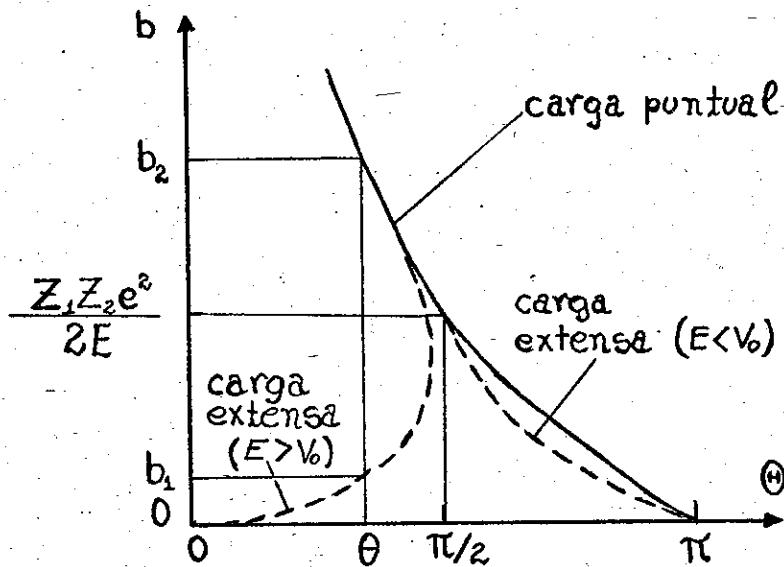


Figura 2.3 - Funções de deflexão para o espalhamento de uma partícula carregada por uma carga puntual e por uma carga extensa com a mesma carga total e com um potencial central de altura  $V_0$  (W0 76).

Nota-se que para um mesmo parâmetro de impacto a carga extensa sempre sofre um espalhamento menor que a carga puntiforme, isto é, sente uma menor força repulsiva. Quando a colisão é frontal ( $b=0$ ), se a energia da partícula incidente é maior que a altura da barreira de potencial  $V_0$ , ela passa através do centro de forças e vai a  $\theta=0$ . Mas se a energia é menor que  $V_0$  ela não consegue ultrapassar a barreira e é defletida a  $\theta=\pi$ .

Finalmente, podemos agora dar uma "definição teórica" da secção de choque clássica:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{nº de partículas espalhadas dentro do ângulo sólido } d\Omega / \text{unidade tempo}}{\text{intensidade incidente}}$$

Mas este número de partículas é igual ao número de aquelas que incidem no alvo dentro da área  $d\sigma$  da fig. 1, isto é,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta d\phi = \frac{fb |db| d\phi}{f},$$

onde foi usado  $|db|$  porque um aumento no parâmetro de impacto de  $db$  corresponde um decréscimo no ângulo de espalhamento de  $d\theta$ , pois, as partículas passam mais longe do centro de força. Para a secção de choque interessa apenas os módulos dessas variações.

Portanto, a secção de choque diferencial elástica pode ser escrita, no referencial do CM, como

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{CLÁSSICA}}^{\text{CM}} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\Theta} \right|, \quad (2.17)$$

onde usamos  $d\theta = d\Theta$ , porque a função de deflexão difere do ângulo de espalhamento apenas por um número inteiro de  $2\pi$ .

Como um exemplo deste procedimento utilizaremos o espalhamento puramente coulombiano. Partimos do potencial coulombiano e calculamos a função de deflexão clássica (eq. 2.15), que agora introduziremos na equação 2.17 para encontrar a secção de choque clássica no referencial do CM :

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{RUTHERFORD}}^{\text{CM}} = \frac{\alpha_c}{16E} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (2.18)$$

### II-1.4) Transformação do Centro de Massa ao Laboratório

Existe uma diferença fundamental entre os procedimentos esboçados nas duas secções precedentes que impede uma comparação direta entre as secções de choque calculadas pelas equações 2.5 e 2.17. Na primeira secção tratamos o espalhamento como um problema de dois corpos embora na definição da secção de choque não nos preocupamos explicitamente com o recuo do núcleo al-

vo como resultado do espalhamento. Mas a definição do ângulo de espalhamento  $\theta_L$ , como aquele formado entre as direções do feixe incidente e da partícula espalhada (fig. 2.4a), implicitamente leva em conta o recuo como um fator de atenuação da intensidade do espalhamento.

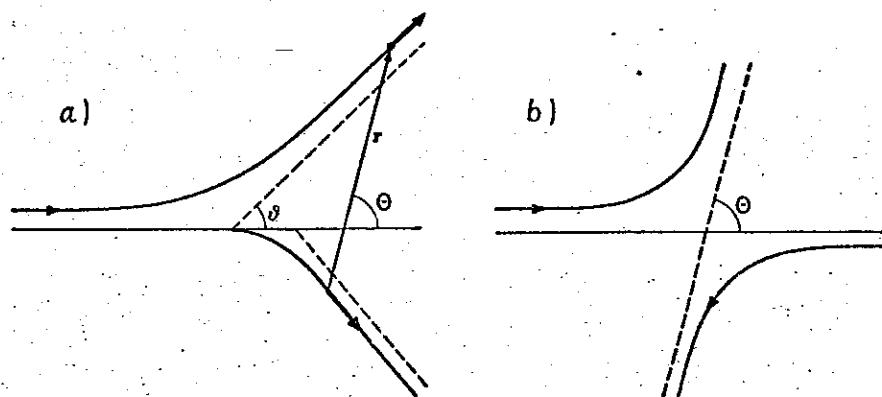


Figura 2.4 - Espalhamento de duas partículas visto (a) no sistema do laboratório e (b) no sistema do centro de massa.

Por outro lado, na segunda secção, para facilitar a resolução, transformamos o problema de dois corpos no problema equivalente de um corpo, onde o ângulo de espalhamento  $\theta$  foi definido como o ângulo entre as direções final e inicial do vetor relativo entre as duas partículas. Na fig. 2.4a nota-se que estes ângulos têm valores diferentes. Então, o problema equivalente de um corpo não fornece diretamente o ângulo de espalhamento como medido no sistema de coordenadas do laboratório. Na fig. 2.4b vê-se claramente a definição do ângulo de espalhamento no referencial do CM.

Para que se possa estabelecer a conexão entre as secções de choque do laboratório e do CM deve-se notar, em primeiro lugar que o número de partículas que penetram um elemento de ângulo sólido deve ser o mesmo em ambos os sistemas (fig. 2.4a)

$$\int \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \sin \theta d\theta = \int \frac{d\sigma(\theta_2)}{d\Omega} \sin \theta_2 d\theta_2$$

ou,

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{LAB} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_2} \left. \frac{d\theta}{d\theta_2} \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{CM} \quad (2.19)$$

Em segundo lugar, deve-se calcular a conexão entre os ângulos de deflexão nos dois sistemas, que pode ser obtida diretamente da transformação entre as coordenadas do CM e do laboratório. A relação entre os ângulos é expressa por

$$\tan \theta_2 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + \frac{m_1}{m_2}} \quad (2.20)$$

Note-se que se o alvo é muito mais pesado que a partícula incidente ( $m_2 > m_1$ ) o ângulo de deflexão no laboratório e no CM são aproximadamente iguais.

Das equações 2.19 e 2.20 resulta que a relação entre as secções de choque no laboratório e no CM é a seguinte

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{LAB} = \frac{(1 + 2\gamma \cos \theta + \gamma^2)^{3/2}}{1 + \gamma \cos \theta} \cdot \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{CM} \quad (2.21)$$

$$\gamma = \frac{m_1}{m_2}$$

O espalhamento descrito até aqui é elástico no sentido que a energia cinética total é conservada. Entretanto as velocidades das partículas no sistema do laboratório não permanecem inalteradas, pois a partícula incidente transfere energia para a partícula do alvo que se põe em movimento. Cinematicamente, a velocidade da partícula incidente antes da colisão  $v_0$ , se relaciona com

a velocidade após a colisão,  $v_1$ , através da expressão

$$\left(\frac{v_1}{v_0}\right)^2 - \frac{2\mu}{m_2} \left(\frac{v_1}{v_0}\right) \cos \theta_l - \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = 0 \quad (2.22)$$

Deve-se notar que durante estas deduções foram usadas, basicamente, as conservações do momento e energia. Sempre que o momento é conservado (e isso será verdade na mecânica quântica) e o espalhamento for elástico, os detalhes do espalhamento são irrelevantes. A vizinhança da partícula espalhadora pode ser vista como uma "caixa preta" e, independente se a natureza dos fenômenos que ocorrem dentro dela são "clássicos" ou "quânticos", deve-se preocupar com o que acontece antes e depois do espalhamento. Consequentemente, as fórmulas destas secções podem ser usadas sem medo na análise experimental de fenômenos de natureza essencialmente quântica.

Pelo descrito até agora percebe-se que a função de deflexão desempenha um papel fundamental na descrição do espalhamento elástico clássico. Mas, para calculá-la através da eq. 2.13 deve-se primeiro contornar o problema crucial para a teoria das reações entre íons pesados: como calcular o potencial de interação entre dois íons pesados? Por isso na próxima secção discutiremos as principais tentativas de cálculo desse potencial.

### III-1.5) Potencial de Interação entre dois Íons Pesados

O potencial de interação entre dois íons pesados consiste de duas partes distintas:

- 1) uma interação coulombiana de longo alcance, de natureza puramente elétrica e que provém da grande carga elétrica concentrada no núcleo dos íons. Esta interação é bem conhecida tanto clássica como quânticamente (ME 71) e não será considerada nessa

discussão;

2) e uma parte nuclear de curto alcance que é ainda desconhecida.

Alguns métodos que foram introduzidos para calcular esta parte da interação serão discutidos a seguir.

Se dois núcleos complexos possuem energia suficiente para vencer a repulsão elétrica entre eles e haver uma apreciável sobreposição de suas matérias nucleares, muitas transformações podem ocorrer: por exemplo, mudança na forma dos mesmos. Obviamente, esta situação não pode ser descrita por um potencial que seja função apenas da separação entre os núcleos.

Para situar melhor o problema do potencial de interação é conveniente fazer um parêntesis no desenvolvimento da teoria clássica e discutir como seria a solução quântica do espalhamento entre dois íons pesados. Esta solução deveria seguir mais ou menos este procedimento (GL 74):

- a) calcular a função de onda de cada um dos núcleos separadamente;
- b) a função de onda do sistema é expandida em alguma base das funções de onda individuais;
- c) a função de onda assim obtida é levada na equação de Schrödinger com a Hamiltoniana completa para o espalhamento. Disto resulta um sistema de equações acopladas de notável complexidade;
- d) se o acoplamento entre o canal elástico e outros canais (elásticos, transferência, etc) for grande o problema deve ser resolvido exatamente, isto é, fazendo um cálculo de canais acoplados. Caso contrário, o problema pode ser resolvido perturbativamente (HO 71) através da eliminação de todas as equações, exceto as do canal elástico;
- e) como é familiar, esta eliminação leva ao aparecimento nas equações que foram retidas de um potencial efetivo constituído de

duas partes :

- i) a primeira corresponde ao potencial obtido "congelando" os graus de liberdade e calculando a energia potencial entre os núcleos através da interação elementar nucleon-nucleon. Por isso eles são chamados potenciais de convolução (folding-potential). São atrativos até que haja uma sobreposição muito grande dos núcleos, quando então ocorrerá repulsão devido ao Princípio de Pauli e, também, à saturação da força nucleon-nucleon;
- ii) uma segunda parte que contém o efeito de todos os canais eliminados sobre o que foi retido. O seu comportamento não pode ser previsto pelo procedimento acima, mas sim por uma teoria de canais acoplados.

Alguns métodos de cálculo do potencial de interação têm abandonado a hipótese drástica da "configuração congelada" e permitem uma variação na forma dos núcleos, que se ajustariam para manter a energia potencial mínima (aproximação adiabática) a cada distância de separação. Este potencial adiabático tem comportamento muito diferente do "folded-potencial". Ele não leva à repulsão a curta distância como o "folded", porque não há reconstrução da densidade (não há saturação da força nucleon-nucleon) e, também, presume-se que o Princípio de Pauli seja satisfeito pela mudança de forma dos núcleos. Estes potenciais adiabáticos poderiam estar relacionados com o segundo termo da interação efetiva, mas a relação, se existir, não é clara.

Esta discussão qualitativa do espalhamento elástico feita acima tem dois objetivos: em primeiro lugar mostrar que pelo menos em princípio, o espalhamento entre dois núcleos complexos pode ser descrito por um potencial efetivo quando consideramos o canal elástico (também o inelástico e transferência de poucos nucleons podem ser descritos); em segundo lugar, mostrar que

conhecemos apenas uma parte desse potencial efetivo, a qual é real e local, mas não sabemos o quando esta parte é modificada pelo acoplamento aos outros canais. Pode ser que ele seja tão fortemente não-local que não podemos descrever o problema através de uma parametrização simples. Mas, para inicializar a análise dos dados, não resta outra alternativa senão supor a segunda parte da interação efetiva desprezível em relação ao potencial de convolução. Posteriormente, se os dados experimentais assim o exigirem, deve-se procurar maneiras de levar em conta os outros canais.

Descreveremos agora, em linhas gerais, como cada um desses métodos calculam a parte real do potencial de interação nuclear.

- 1) No procedimento de convolução o potencial de interação é calculado pela expressão (MC 64, BR 74)

$$V_N^{12}(r) = \int d^3 r_i \rho(r_i) V_2(|\vec{r} - \vec{r}_i|) \quad (2.23)$$

onde  $\rho_1(M_1)$  é a distribuição de densidade de partícula independente de um núcleo e  $V_2$  é o potencial de partícula independente do outro núcleo. Mas, como  $V_N^{12} \neq V_N^{21}$ , deve-se tomar o valor médio. Pode-se, também, optar por um potencial simétrico produzido da seguinte forma

$$V_N^{12}(r) = V_N^{21}(r) = \iint \rho(r_1) G(r+r_1-r_2) \rho(r_2) d^3 r_1 d^3 r_2 \quad , \quad (2.24)$$

onde  $G$  é a interação efetiva entre dois nucleons.

- 2) O potencial de interação nuclear tem sido obtido da densidade de energia  $\epsilon(\rho)$  [BR 68, SC 69, LO 73, NG 75] pela integral

$$V_N^{12}(r) = \int d^3 r' [\epsilon(\rho_1 + \rho_2) - \epsilon(\rho_1) - \epsilon(\rho_2)] \quad , \quad (2.25)$$

onde  $\epsilon(\rho)$  é a energia de ligação nuclear por unidade de volume calculada na densidade  $\rho$ .

3) Se calculamos as integrais (2.24) e (2.25) sobre um plano  $\alpha$  perpendicular ao vetor que une os centros dos dois núcleos estariamos calculando a energia potencial nuclear nas proximidades dos núcleos (proximity potential, RA 74). O resultado seria

$$V_N^{12}(r) = \int_{\alpha} dx dy \epsilon(x, y; r) \quad (2.26)$$

onde  $\epsilon(x, y; r)$  é a energia de interação por unidade de área no ponto  $x, y$  na superfície. Naturalmente,  $\epsilon(x, y; r)$  depende dos raios nucleares,  $R_i$ , das difusividades das distribuições nucleares,  $a_i$ , e no alcance da interação nuclear  $\delta$ . Para núcleos pesados, que estamos interessados, normalmente  $R_i \gg a_i$  e  $R_i \gg \delta$ , tal que  $R_i$  é desprezível e  $\epsilon(x, y; r)$  se torna aproximadamente igual à energia de interação por unidade de área entre duas superfícies nucleares planas. Introduzindo como a distância entre as duas superfícies e executando a integração entre as outras variáveis resulta que

$$V_N^{12}(r) \approx V_{\text{prox}}(\xi) = 2\pi \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \int_{-\infty}^{\infty} C_{\infty}(\xi') d\xi' \quad (2.27)$$

A função universal  $C_{\infty}(\xi)$  pode ser calculada pelos métodos 1) ou 2).

4) Como já foi dito, os métodos autoconsistentes (Hartree-Fock ou Hartree-Fock-Bogoliubov) também estão sendo utilizados para calcular o potencial de interação entre íons pesados. Este método abandona as hipóteses de aproximação "abrupta" e densidades "congeladas" do procedimento "folding" e assume hipóteses contrárias para calcular um "potencial adiabático". Entre as dificuldades da aplicação deste método uma que parece crítica é a escolha do número de graus de liberdade que deve-se levar em conta explicitamente.

Na figura 2.5 é feita uma comparação de potenciais nucleares entre íons pesados calculados pelo procedimento de convolução: uma convolução simples ( $V_{\text{folding}}$ ) e um potencial de proximidade ( $V_{\text{prox.}}$ ). Vê-se que eles são muito diferentes, indicando que conhecemos muito pouco a respeito do potencial entre íons pesados. Assim sendo, podemos escolher uma forma simples e razoável, com poucos parâmetros ajustáveis, que se aproxima desses potenciais calculados. Normalmente é utilizado o potencial de Woods-Saxon

$$V_N(r) = -V_0 \left(1 + \exp \frac{r-R}{a}\right)^{-1} , \quad (2.28)$$

com parâmetros  $V_0$ ,  $R$  e  $a$ . Na fig.2.5 foi incluído um potencial de Woods-Saxon para comparação com os calculados.

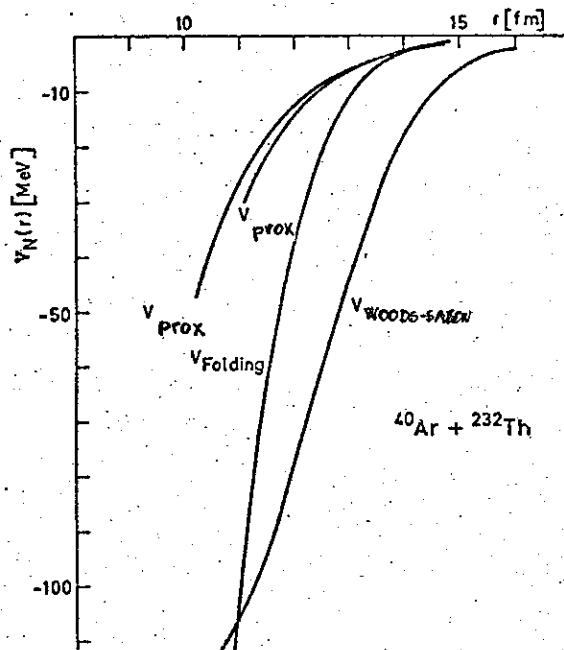


Figura 2.5 - Comparação dos potenciais nucleares do sistema  $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$  calculados por vários procedimentos (GP 75b).

De tudo o que foi dito acima fica claro que não conhecemos quase nada do potencial nuclear entre íons pesados e que, portanto, todas as conclusões a seu respeito devem ser tomadas com muita cautela.

Daqui para frente assumiremos que o potencial real de interação entre dois íons pesados é dado por

$$V_L(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{L(L+1)\hbar^2}{2mr^2}, \quad (2.29)$$

onde o primeiro termo é dado pela eq. 2.28 com  $R=r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ , o último é a energia centrífuga e o segundo termo é o potencial coulombiano dado por

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & r \geq R_C \\ \left[ 3 - \left( \frac{r}{R_C} \right)^2 \right] \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & r \leq R_C \end{cases} \quad (2.30)$$

com  $R_C = r_C A_2^{1/3}$  ( $A_2 > A_1$ ).

Desenvolvemos um programa que calcula o potencial (2.29) e na fig. 2.6 é mostrado o potencial do sistema  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$ .

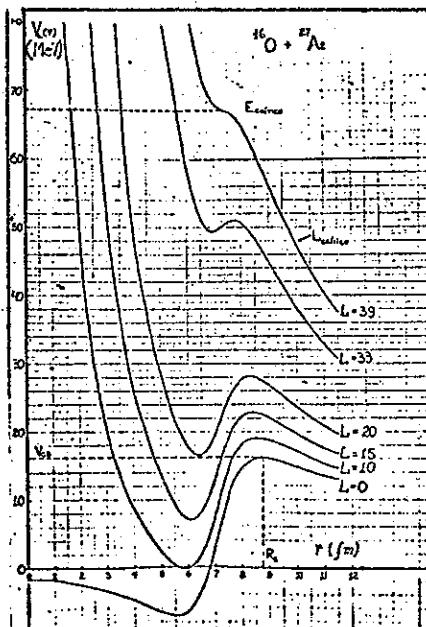


Figura 2.6 - Potencial real de  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$ :  $V_0 = 32.8$ ,  $a = .45$ ,  $r_0 = r_C = 1.30$

Nota-se três regiões distintas no potencial: uma repulsiva, puramente coulombiana e de longo alcance; uma atrativa no interior

dos poços de potencial; e uma repulsão para pequenas distâncias, que é coulombiana pela escolha do potencial, mas que deve conter a repulsão nuclear proveniente do Princípio de Pauli e da saturação da força nucleon-nucleon, implicitas nos potenciais de convolução. Deve-se notar os poços existirão apenas até um valor de momento angular, chamado momento angular crítico, que será muito importante nas análises do espalhamento.

### III-1.6) Órbitas e Função de Deflexão: momentos angulares crítico e rasante.

Resolvendo as equações do movimento 2.10 e 2.11 para o potencial da tab. 2.1 numa energia incidente de 100 MeV  $^{18}\text{O}$  em  $^{120}\text{Sn}$  pode-se seguir exatamente a trajetória das partículas para cada momento angular. O resultado desses cálculos é mostrado na fig. 2.7 em intervalos de 5 unidades de momento angular, onde o círculo representa o valor médio do potencial nuclear e a órbita tracejada indica que os núcleos chegam a deslizar um sobre o outro. Na fig. 2.8 são mostradas três órbitas com diferentes parâmetros de impacto, mas que levam ao mesmo ângulo de espalhamento. Isto provocará na secção de choque o surgimento de características especiais que serão discutidas na próxima secção. Ainda na mesma figura vê-se uma trajetória rasante ("grazing") e uma linha pontilhada que indica como seria a trajetória da partícula 2 sob a influência apenas do potencial coulombiano, evidenciando a grande competição nesta região das tendências opostas dos potenciais nuclear e coulombiano.

TABELA 2.1

Parâmetros do potencial de  $^{18}\text{O} + ^{120}\text{Sn}$  em  $E_{\text{lab}} = 100 \text{ MeV}$

$v_o$ (MeV)	$v_o$ (fm)	$a$ (fm)	$a_c$ (fm)
-40	1.31	0.45	1.20

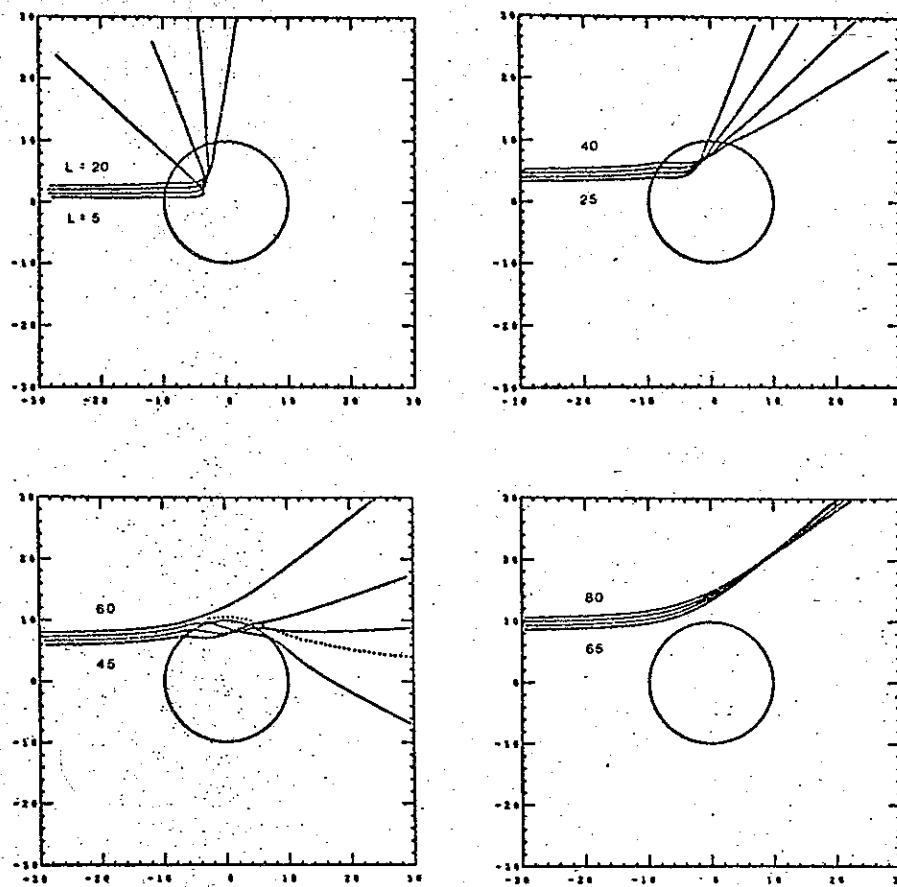


Fig. 2.7 - Estas trajetórias foram calculadas utilizando a tabela 2.1 .(BL 74).

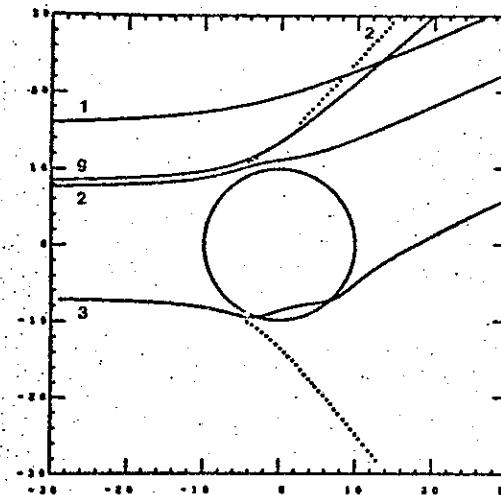


Fig. 2.8 - (BL 74)

Resolvendo a eq. 2.13 para o potencial da tab. 2.1, na mesma energia de 100 MeV, foi calculada a função de deflexão ilustrada na fig. 2.9 .Foram indicadas as quatro órbitas da fig. 2.8 que permitem a diferenciação de três classes de órbitas:

i) a região I que corresponde às órbitas que são mantidas fora do

núcleo pelo potencial coulombiano. Entretanto, aquelas com menores parâmetros de impacto "sentem" a extremidade do potencial nuclear atrativo que começa a competir com a repulsão coulombiana (fig. 2.7). O limite dessa competição, ou seja, das órbitas que não penetram no núcleo aquela que sofre o maior ângulo de espalhamento, tem grande importância na análise das distribuições angulares. Esta órbita especial, chamada órbita rasante (grazing), provoca um importante fenômeno chamado espalhamento em arco-íris coulombiano. Ela é a órbita limitrofe com a região II;

- ii) a região II corresponde às órbitas que devido à atração nuclear, roçam a extremidade da região atrativa, podendo até deslizar sobre ela e ser espalhada na região de sombra (fig. 2.7). Este efeito atrativo do potencial nuclear sobre algumas órbitas desta região dá origem ao espalhamento em auréolas, importante na análise das distribuições angulares. Existe, ainda nesta região uma órbita especial, para uma dada energia entre  $V_{cb}$  e  $E_{crítico}$  (fig. 2.6) que anula o denominador da eq. 2.13 e causa uma singularidade na função de deflexão (fig. 2.9). Esta órbita dá origem a um outro importante fenômeno conhecido como orbitação (orbiting) e é a trajetória limite entre as regiões II e III. O valor do momento angular,  $L_{crítico}$ , em que deixam de existir poços de potencial (fig. 2.5) e, portanto, forças atrativas é o limite superior desses fenômenos;
- iii) a região III que corresponde àquelas órbitas que ultrapassam a barreira de potencial e penetram profundamente na região atrativa do núcleo como, por exemplo, a órbita 3 na fig. 2.5 e algumas da fig. 2.7. Note-se que estas órbitas sofrem grande repulsão nuclear.

Esta separação, essencialmente qualitativa, é muito

útil na compreensão dos diversos canais disponíveis numa reação entre dois íons pesados e, também, para sugerir que tipo de experiência é conveniente para testar cada região do potencial efetivo de interação entre íons. Assim, um experimento que deteta as órbitas da região I poderá obter informações apenas da extremidade do potencial nuclear e, às vezes, da forma dos núcleos. Algumas das órbitas da região III podem ser espalhadas tanto em ângulos trazeiros como dianteiros interferindo com as órbitas da região I. Mas elas sofrem grande atenuação devido à absorção. Usaremos de agora em diante o termo absorção para indicar o desvio de partículas do canal elástico para qualquer outro canal (inelástico, transferência e formação de núcleo composto). Nas descrições quânticas e semi-clássicas a absorção será representada por um potencial imaginário. Embora as trajetórias e função de deflexão se referem ao espalhamento elástico clássico, nas reações entre íons pesados onde há pequena transferência de energia e momento angular (processos quase elásticos como o espalhamento inelástico e transferência de poucos nucleons) pode-se supor que a trajetória da partícula incidente praticamente fica inalterada.

As órbitas da região II entram em contato mais estreito com o potencial nuclear, o que aumenta a probabilidade de haver troca de nucleons, a excitação de um núcleo pelo outro ou, ainda, a permanência dos núcleos em contato por um tempo relativamente longo ("ressonâncias moleculares"). Portanto, experimentos que detectam estas "órbitas" permitem investigar o potencial nuclear mais profundamente.

As órbitas da região III contribuem muito pouco pa-

ra os processos elásticos e quase elástico devido à forte absorção presente nas reações entre íons pesados. Isto será discutido posteriormente.

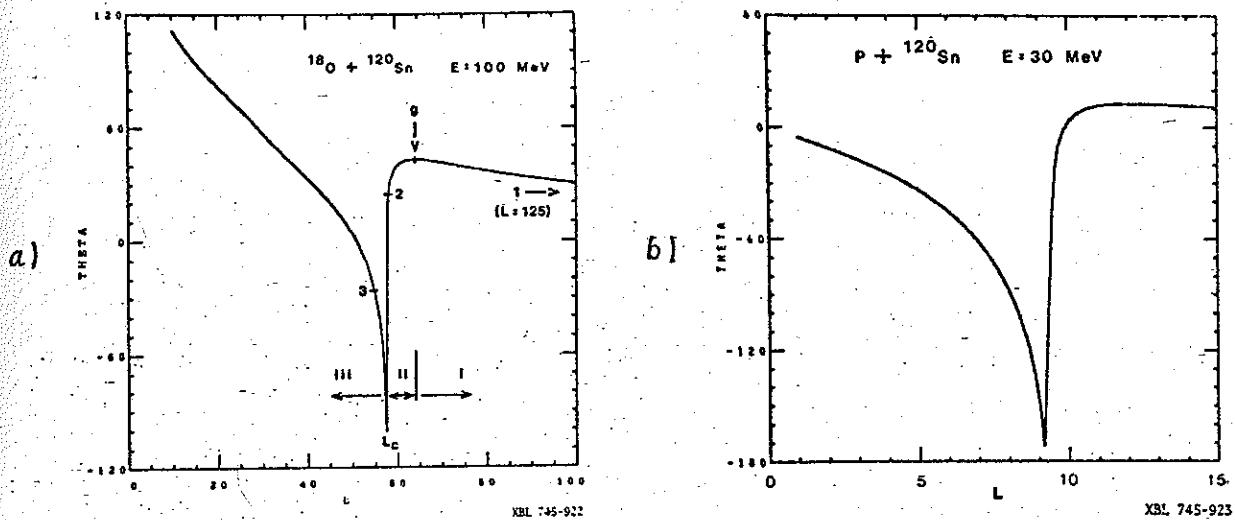


Figura 2.9 - Comparação das funções de deflexão clássicas de (a) partículas pesadas e (b) partículas leves - incidentes sobre  $^{120}\text{Sn}$  (GL 74).

Classicamente o momento angular pode assumir qualquer valor inteiro e não-inteiro, em contraste com a mecânica quântica onde ele pode ser apenas inteiro. A comparação das duas funções de deflexão da fig. 2.9 dá mais sentido à afirmação de que as reações entre íons pesados podem, geralmente, ser tratadas no limite clássico, enquanto para íons leves isso não ocorre. A função de deflexão do  $^{180}\text{O}$  se desenhada só para os valores inteiros de  $L$  seria praticamente contínua, ao passo que para o próton ela seria muito esparsa. Ou seja, a quantidade de momentos angulares por unidade de parâmetro de impacto nas reações entre íons pesados é muito grande, quase contínua, o que torna a analogia clássica muito útil.

### II-1.7) Características do espalhamento elástico clássico

A equação 2.17 que fornece a secção de choque elástica clássica pode ser escrita, alternativamente, como

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{ELÁSTICO}^{CM} = \frac{b}{\operatorname{sen} \theta} \frac{1}{|\Theta'(b)|} \quad (2.31)$$

onde  $\Theta'(b)$  é a derivada da função de deflexão em relação ao parâmetro de impacto. Se, para parâmetros de impacto diferentes de zero, o seno ou a derivada se anulam a secção de choque se torna infinita. Estas singularidades são devido à presença de mais de uma trajetória levando ao mesmo ângulo de espalhamento. Na fig. 2.10 estão ilustradas duas funções de deflexão típicas para potenciais do tipo da fig. 2.6, e que apresentam as particularidades referidas acima.

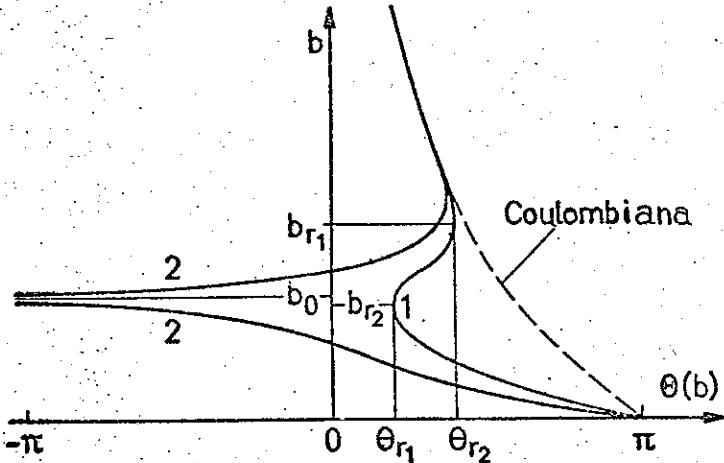


Figura 2.10 - Funções de deflexão típicas obtidas para potenciais parcialmente repulsivos e parcialmente atrativos (W0 76).

#### 1.7.1) Espalhamento em arco-íris (rainbow)

Este tipo de espalhamento ocorre quando  $\Theta'(b)=0$  para  $\operatorname{sen} \theta \neq 0$  e  $b \neq 0$ . Na fig. 2.10 a função de deflexão 1 apresenta dois arco-íris: aquele com parâmetro de impacto maior,  $b_{r2}$ , é chamado arco-íris coulombiano e o outro  $b_{r1}$  de arco-íris nuclear.

O anulamento da derivada tem duas consequências:

- i) a estacionaridade de  $\theta$  com  $b$  faz com que muitas partículas com parâmetros de impacto muito próximos sejam focalizadas no mesmo ângulo de espalhamento,  $\theta_r$ ; e
- ii) na região do arco-íris os ângulos de espalhamento permissíveis estão limitados abaixo por  $\theta_{r_1}$  e acima por  $\theta_{r_2}$ , o que permite falar num "lado claro" e num "lado escuro" do arco-íris.

### 1.7.2) Espalhamento em auréolas (glory)

Este tipo de espalhamento ocorre sempre que o seno na eq. 2.31 se anula com  $\theta^1(b) \neq 0$  e  $b \neq 0$ . Isto ocorre para valores  $\theta(b_g) = -n\pi$ , com  $n$  inteiro positivo. Os valores inteiros negativos de  $n$  não podem ocorrer porque, para um potencial esfericamente simétrico e real, a eq. 2.13 necessariamente fornece ângulos de deflexão menores que  $\pi$ . Portanto, existe uma "auréola para trás" com  $n=1,3,5\dots$  e uma "auréola para frente" com  $n=0,2,4\dots$  Na fig. 2.10 existem dois pontos na função de deflexão 2 com  $\theta=0$  para  $b \neq 0$ , que pertencem a uma auréola para frente.

A "auréola para frente" pode acontecer quando o potencial desvia a trajetória da partícula para ângulo de espalhamento  $\theta = 0$ , diretamente ou após uma ou várias voltas completas em torno do outro espalhador ( $n$  par). A "auréola para trás" acontece quando as trajetórias dão meias voltas em torno do centro espalhador e saem com um ângulo de espalhamento  $\theta = \pm\pi$ . Por isso  $n$  é ímpar.

### 1.7.3) Espalhamento em espiral ou orbitação

Finalmente a secção de choque pode se tornar infinita se a própria função de deflexão se tornar singular para algum parâmetro de impacto  $b_o$ :  $\theta(b_o) = \infty$ . Fisicamente isto significa que a trajetória com  $b=b_o$  fica "espiralando" em torno do centro es-

palhador um número infinito de vezes, tendendo a uma órbita limite circular, e nunca reaparece. Isto acontece quando o máximo do potencial efetivo correspondente a  $b_0$  é exatamente igual à energia de incidência  $E$  (fig. 2.11). Neste ponto de máximo a força radial líquida sobre a partícula é nula, correspondendo a uma captura instável. Portanto, para existir a orbitação a energia da partícula deve estar  $V_{CB} < E < E_{crítico}$ . O momento angular crítico,

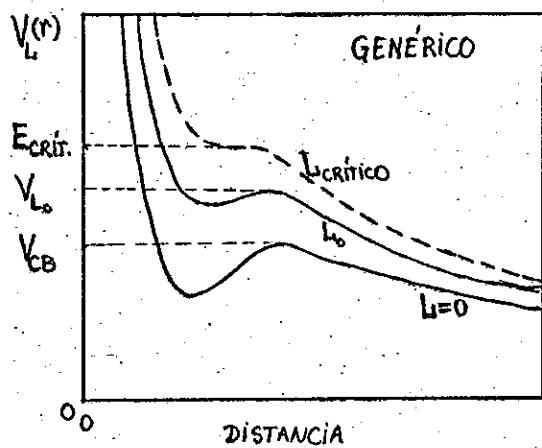


Figura 2.11

$L_c$ , é o valor de  $L$  para o qual o ponto de máximo da barreira de potencial passa a ser um ponto de inflexão, isto é, deixa de existir potencial efetivo atrativo. A energia crítica,  $E_c$ , é o valor da energia de incidência exatamente igual ao potencial efetivo para  $L=L_c$ . Com energia incidente acima de  $E_c$  não existirão valores de  $L$  tais que a força radial sobre a partícula se anule e, então, não haverá orbitação. Naturalmente, se  $E < V_{CB}$  é impossível, também, que haja orbitação.

#### 1.7.4) Aplicação ao $^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$

O sistema  $^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$  foi estudado (BR 72) em  $E_{lab} = 50$  MeV para três potenciais do tipo Woods-Saxon diferentes.

A fig. 2.12 mostra a função de deflexão e a razão da secção de choque elástica pela secção de choque de Rutherford calculadas para o potencial nuclear cujos parâmetros são indicados.

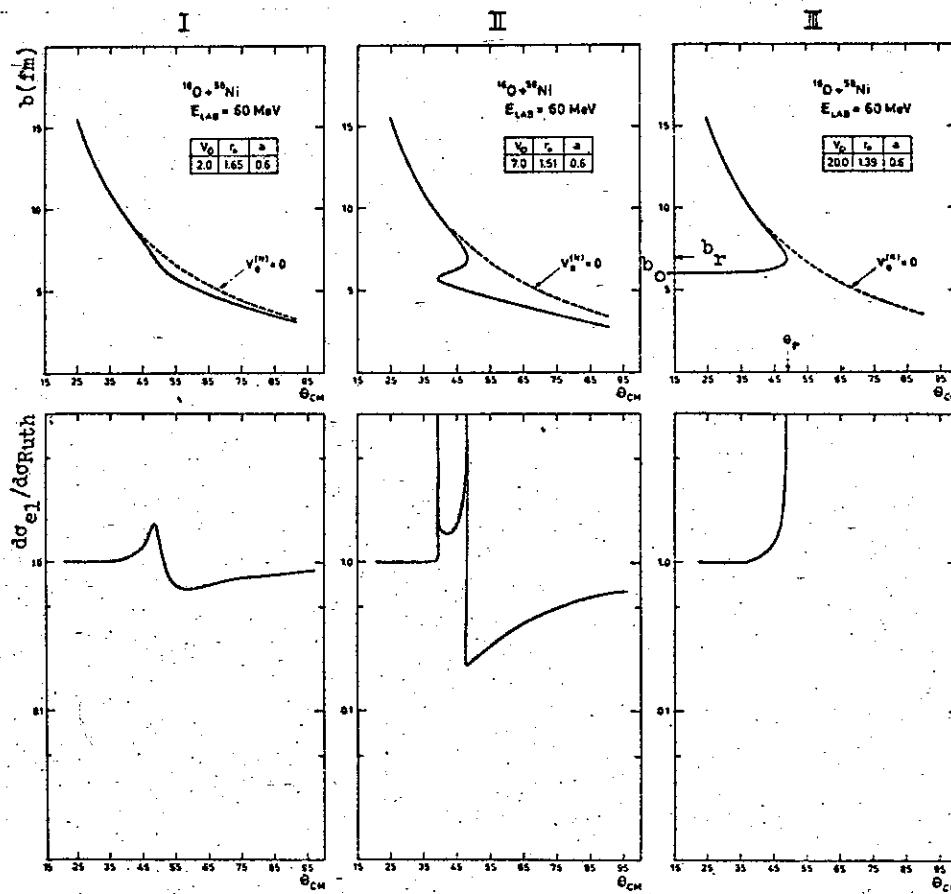


Figura 2.12 - Função de deflexão e distribuição angular para a colisão  $^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$  a 60 MeV (BR 72).

O potencial I é fracamente atrativo e as trajetórias desviam muito pouco da trajetória coulombiana. Mesmo assim ele apresenta um efeito focalizador que provoca um máximo na secção de choque. Um potencial mais atrativo, como o número II, compete mais com a repulsão coulombiana originando dois arco-íris (um coulombiano e um nuclear) que, devido ao forte efeito de focalização do "rainbow", correspondem a duas singularidades na secção de choque. O potencial III é tão fortemente atrativo que a função de deflexão assume valores negativos muito grandes. Aparece o arco-íris coulombiano, responsável pela singularidade na secção de choque, e para menores parâmetros de impacto aparece o espalhamento em auréola e a orbita - ção se não existir absorção.

### II-1.8) Limitações da descrição clássica do espalhamento elástico entre íons pesados

Na secção II-1.5 foi apresentado um esquema de como seria o cálculo exato para o problema do espalhamento, isto é, uma solução totalmente quântica bastante complexa. Deve-se esperar, portanto, que uma descrição clássica, tão simplificadora como a que foi desenvolvida até agora, seja útil apenas na interpretação qualitativa de alguns aspectos do espalhamento entre íons pesados. Existem, basicamente, duas limitações ao tratamento clássico:

#### 1.8.1 Efeitos quânticos

Em altas energias a função de deflexão continua sendo um instrumento útil na descrição do espalhamento, se relacionando de maneira simples com as defasagens quânticas (Método-semi-clássico). Mas, existe uma diferença fundamental entre os dois tratamentos que é a interferência entre diferentes trajetórias. No cálculo clássico quando duas trajetórias diferentes levam ao mesmo ângulo de espalhamento a secção de choque resultante será a soma das secções de choque de cada uma delas, enquanto no cálculo quântico somam-se as amplitudes das trajetórias que contribuem. Desta maneira, pode ocorrer interferência, destrutiva ou construtiva, entre as diferentes trajetórias, que se traduzirá numa mudança significativa dos espalhamentos em arco-íris e auréola clássicos. Entretanto, nas reações entre íons pesados, geralmente a imagem clássica do processo sofre algumas modificações, mas não desaparece completamente. Esta é uma característica empolgante deste tipo de reação, onde a imagem clássica muito simples se mistura com conceitos quânticos como numa região de transição entre as duas descrições. A introdução dos efeitos quânticos

ticos será efetuada no tratamento semi-clássico do espalhamento.

### 1.8.2 Absorção

Outra grande limitação da descrição clássica é considerar apenas o canal elástico, isto é, todas as partículas incidentes são espalhadas elasticamente. Mas, sabemos que se dois núcleos entram em contato muito estreito existe uma grande probabilidade de haver a excitação de um pelo outro, a transferência de partículas ou, ainda, a formação do núcleo composto. Isto significa para o canal elástico um desaparecimento de partículas e, por isso mesmo, recebe o nome genérico de absorção.

Na fig. 2.11 vê-se que, para uma dada energia  $E$ , trajetórias com parâmetros de impacto menores que  $b_o$  possuem a barreira coulombiana do potencial efetivo abaixo de  $E$ . Então, estas trajetórias penetram profundamente no potencial nuclear e são absorvidas quase completamente. Aquelas trajetórias que na fig. 2.10 possuem parâmetros de impacto entre  $b_o$  e  $b_r$ , apesar de não penetrarem no potencial nuclear, entram em contato estreito com ele e sofrem grande atenuação, isto é, muitas partículas são desviadas para canais quase-elásticos (inelástico e transferência de poucos nucleons). Assim, a auréola para trás ( $\theta = -\pi$ ) praticamente não ocorrerá e a auréola para frente ( $\theta = 0$ ) será bastante atenuada pela absorção.

A discussão qualitativa acima não é totalmente válida para sistemas muito pesados. Na fig. 2.13 é feita uma comparação da função de deflexão de um sistema de núcleos leves com a de um sistema de núcleos muito pesados, ambos com forte absorção. O

<sup>16</sup> O comporta-se como descrito acima, mas no  $^{238}\text{U}$  a repulsão coulombiana torna-se muito forte e a atração nuclear tem que ser também muito forte para produzir o arco-íris coulombiano. Portanto, a absorção é fortemente alimentada tanto pela excitação coulombiana,

como pelos canais quase-elásticos.

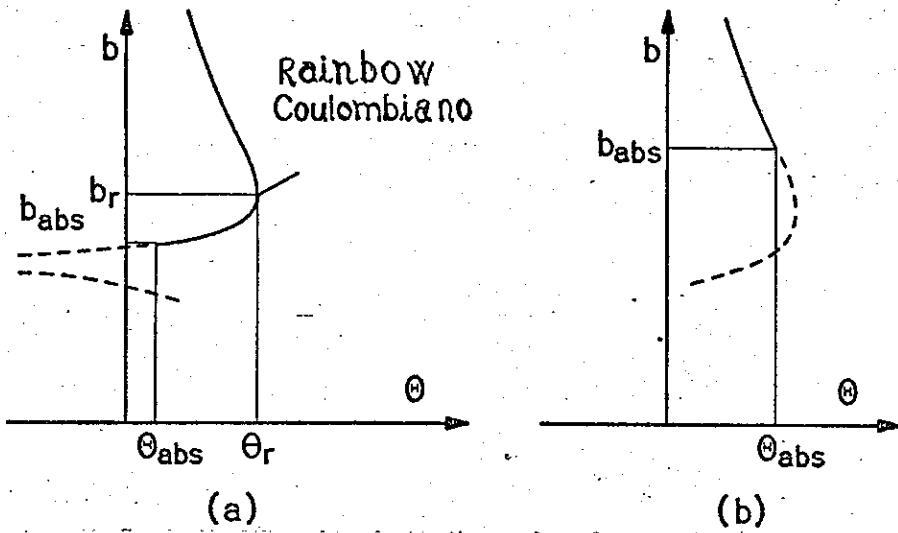


Figura 2.13 - Ilustração do surgimento da forte absorção para a colisão de (a) nucleos leves como  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  e (b) nucleos pesados como  $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$  (W 76).

A absorção será levada em conta no modelo ótico, nos modelos de difração e em algumas descrições semi-clássicas.

## II-2) TEORIA QUÂNTICA DO ESPALHAMENTO ENTRE ÍONS PESADOS

### 2.1) Introdução

A descrição quântica do espalhamento nuclear entre dois íons pesados se resume em resolver a equação de Schrödinger do sistema em estudo para determinadas condições de contorno. Como este é um problema de muitos corpos o potencial de interação será a soma da interação entre todas elas e a função de onda total dependerá das coordenadas de todos os nucleons.

Este procedimento é de notável complexidade e sua execução ainda não foi vislumbrada devido à falta de recursos teóricos. Por isso, neste ponto já é necessário introduzir uma aproximação mencionada na secção (II-1.5): supor que a interação possa ser apresentada por um potencial "médio" central que permite transformar este problema de muitos corpos no espalhamento de uma partícula por um potencial.

Será feita uma separação artificial das partes nuclear e coulombiana do potencial para uma melhor visualização do efeito de cada uma delas e facilitar a resolução. Então, na primeira subseção será descrito o método das defasagens utilizado para resolver o espalhamento de uma partícula por um potencial de curto alcance. Na subseção 2.3 será indicado, apenas superficialmente, o procedimento familiar de resolução do espalhamento de uma partícula por um potencial coulombiano. E na última subseção será tratada a influência de um potencial de curto alcance no espalhamento coulombiano.

### 2.2) Espalhamento de partículas descarregadas por um potencial de curto alcance.

Teoricamente, o espalhamento elástico significa que os canais de entrada e saída são exatamente os mesmos. Se ocorrer

variação no spin e/ou momento angular relativo, sem excitação dos dois núcleos, rigorosamente não se pode falar em canal elástico. Mas, nas reações entre íons pesados estes processos são ignorados porque, até agora, não surgiu nenhuma evidência da necessidade de considerá-los explicitamente. Então, desprezando os spins, a equação de Schrödinger apropriada ao espalhamento elástico de uma partícula de energia  $E$  por um potencial central de curto alcance  $V_N(r)$  será (ME 61)

$$\vec{\nabla}^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left\{ E - V_N(r) - \frac{L(L+1)}{r^2} \right\} \psi = 0 , \quad (2.32)$$

onde o último termo é o potencial centrífugo. A condição de contorno que o espalhamento elástico (de partículas descarregadas) impõe às soluções desta equação é que na região assintótica elas representem uma onda plana incidente e uma onda esférica espalhada.

Usando coordenadas polares com o eixo-z na direção do feixe incidente, a função de onda na região assintótica deve ser da forma

$$\psi \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} f(\theta) , \quad (2.33)$$

onde  $f(\theta)$  é chamada amplitude de espalhamento elástico e o número de onda  $k$  é dado por  $k = (2mE)^{1/2}/\hbar$ .

O primeiro termo da expressão acima pode ser interpretado como um feixe de partículas monoenergéticas e com fluxo  $\hbar k/m$  (ME 61), enquanto o segundo descreve um feixe emitido radialmente do centro espalhador com fluxo  $(\hbar k/m) |f(\theta)|^2$  e representa o feixe espalhado. Desta interpretação da função de onda assintótica pode-se obter a secção de choque quântica para o espalhamento, que é dada pela razão entre o número de partículas espalhadas no ângulo sólido  $d\Omega$  na unidade de tempo, pelo fluxo incidente:

$$d\sigma = \frac{(\hbar k/m) |f(\theta)|^2 d\Omega}{\hbar k/m} ,$$

e, portanto, a secção de choque diferencial quântica, no referencial do CM será simplesmente

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{QUÂNTICA}^{CM} = |f(\theta)|^2 \quad (2.34)$$

O problema do espalhamento ficou reduzido ao cálculo da amplitude de espalhamento para um dado potencial de interação. O método utilizado neste cálculo, chamado método das defasagens, é particularmente útil para potenciais de curto alcance (potencial nuclear por exemplo). Ele pode ser dividido em quatro etapas sucessivas (HO 63, HO 71, ME 74):

- 1) expandir a função de onda numa série de polinômios de Legendre exprimindo-a como o produto de uma parte radial e outra angular;
- 2) resolver a eq. (2.23) para esta função de onda e analisar seu comportamento assintótico;
- 3) fazer a expansão da onda plana incidente em ondas parciais e verificar o seu comportamento assintótico; e
- 4) utilizar 1), 2), 3) e a condição de contorno (2.33) e calcular diretamente a amplitude de espalhamento nuclear.

Será dada agora uma descrição superficial de cada uma destas etapas.

- 1) Desde que o potencial é suposto esfericamente simétrico, pode-se expandir  $\psi$  como um produto de uma parte radial e uma angular, que levada na eq. 2.32 origina uma eq. radial e uma angular. Esta equação angular tem solução imediata que são os polinômios de Legendre, de modo que a função de onda pode ser escrita

$$\psi = \sum_L \frac{u_L(r)}{r} P_L(\cos\theta) , \quad (2.35)$$

onde  $L=0, 1, 2, \dots$  é o número quântico momento angular orbital.

2) Substituindo  $\psi$  em 2.32 resulta a equação de onda radial

$$\frac{d^2 u_L}{dr^2} + \left\{ \frac{2m}{\hbar^2} \left[ E - V_N(r) - \frac{L(L+1)}{r^2} \right] \right\} u_L = 0. \quad (2.36)$$

Desde que o potencial nuclear é de curto alcance e o centrífugo cai com  $r^{-2}$  a equação acima se transforma, na região assintótica ( $r \rightarrow \infty$ ), em

$$\frac{d^2 u_L}{dr^2} + k^2 u_L = 0, \quad (2.37)$$

cuja solução pode ser escrita convenientemente como

$$u_L \sim A \sin \left( kr - \frac{1}{2} L\pi + \delta_L \right)$$

$$= \frac{A e^{i\delta_L}}{2i} \left[ e^{i(kr - \frac{1}{2} L\pi)} - e^{-i(kr - \frac{1}{2} L\pi)} \right]. \quad (2.38)$$

Nesta expressão  $\delta_L$  é uma constante cujo valor pode ser calculado pela integração na região nuclear e o termo  $- \frac{1}{2} L\pi$  foi introduzido arbitrariamente para que  $\delta_L \rightarrow 0$  quando  $V_N(r) \rightarrow 0$  para todo  $L$ .

3) a onda plana incidente deve ser decomposta em ondas parciais e verificado seu comportamento assintótico. Para isso usa-se a expansão

$$e^{ikz} = \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1) i^L j_L(kr) P_L(\cos \theta). \quad (2.39)$$

O comportamento assintótico da função de Bessel esférica pode ser facilmente obtido: multiplica-se a expressão acima por  $P_L(\cos \theta)$  e integra-se sobre todos os  $\theta$ ; o primeiro membro pode ser resolvido integrando por partes e desprezando termos da ordem de  $r^{-2}$ , enquanto o segundo membro é resolvido apenas da ortogonalidade dos polinômios de Legendre. O resultado será

$$2L j_L(kr) \sim \frac{i^L}{ikr} \left[ e^{i(kr - \frac{1}{2} L\pi)} - e^{-i(kr - \frac{1}{2} L\pi)} \right]. \quad (2.40)$$

4) com estes resultados a expressão 2.33 pode ser escrita

$$\frac{e^{ikr}}{r} f(\theta) = \sum_{L=0}^{\infty} \left\{ \frac{A e^{-i\delta_L}}{2ir} \left[ e^{2i\delta_L} e^{i(kr - \frac{1}{2}L\pi)} - e^{-i(kr - \frac{1}{2}L\pi)} \right] - \frac{(2L+1)}{2ikr} \left[ e^{i(kr - \frac{1}{2}L\pi)} - e^{-i(kr - \frac{1}{2}L\pi)} \right] \right\} P_L(\cos\theta).$$

Desde que uma onda totalmente emergente não deve possuir termos em  $e^{-ikr}$ , os coeficientes dos colchetes no segundo membro da equação acima devem ser iguais para haver o cancelamento de tais termos.

$$\frac{A e^{-i\delta_L}}{2ir} = -(2L+1) \frac{i^L}{2ikr}$$

de onde pode ser extraído o valor de A. E, finalmente, a amplitude de espalhamento pode ser expressa por:

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1)(e^{2i\delta_L} - 1) P_L(\cos\theta). \quad (2.41)$$

Na expressão acima apenas as defasagens  $\delta_L$  carregam informações sobre o potencial nuclear, cuja influência em  $\delta_L$  fica clara na fig. 2.14, que compara a função de onda radial  $u_L(L=0)$  na ausência e na presença do potencial nuclear. Nota-se que o efeito deste é atrasar a onda de uma fase  $\delta_0$ . Então, definindo-se o elemento da matriz S de espalhamento

$$S_L = e^{2i\delta_L} \quad (2.42)$$

a secção de choque elástica total será

$$\begin{aligned} \sigma_E &= \int \int \int |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ &= -\frac{\pi}{k^2} \sum_L (2L+1) |1-S_L| \end{aligned} \quad (2.43)$$

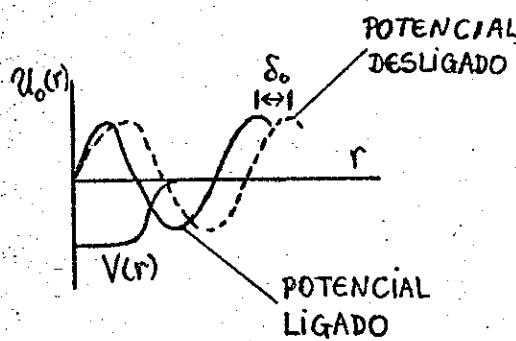


Figura 2.14

O teorema ótico (ME 61) permite calcular a secção de choque total do sistema

$$\sigma_{\text{TOT}} = \frac{4\pi}{k^2} \operatorname{Im} f(0) = \frac{2\pi}{k^2} \sum_L (2L+1)(1 - \operatorname{Re} S_L) , \quad (2.44)$$

que subtraída a secção de choque total elástica fornece a secção de choque de reação

$$\sigma_R = \sigma_{\text{TOT}} - \sigma_E = \frac{\pi}{k^2} \sum_L (2L+1)(1 - |S_L|^2) . \quad (2.45)$$

### 2.3) Espalhamento de partículas carregadas

Se a equação de Schrödinger 4.21 for resolvida para potencial puramente coulombiano  $Z_1 Z_2 e^2 / r$  a amplitude de espalhamento coulombiano (solução assintótica) terá a forma

$$f_c(\theta) = -\frac{\eta}{2k \operatorname{sen}^2 \theta/2} \exp[-i\eta \ln(\operatorname{sen}^2 \theta/2) + 2i\sigma_0] , \quad (2.46)$$

$$\text{com } \eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \quad \text{e} \quad \sigma_0 = \arg \Gamma(1+i\eta) . \quad (2.47)$$

Então, a secção de choque (quântica) coulombiana será

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\substack{\text{QUÂNTICA} \\ \text{RUTH}}}^{\text{CM}} = \left( \frac{\eta}{2k} \right)^2 \frac{1}{\operatorname{sen}^4 \theta/2} , \quad (2.48)$$

que é igual ao resultado puramente clássico (2.18) !

Mesmo quando a aproximação clássica não é válida o resultado quântico coincide com o clássico. Não existe justificativa para este fato, que é considerado na literatura como um acidente.

O próximo passo é decompor a amplitude de espalhamento coulombiana em harmônicos esféricos (ondas parciais), mesmo sabendo que esta expansão converge muito lentamente. Isto será útil quando for adicionado ao potencial coulombiano um de curto alcance (potencial nuclear), porque a presença desta interação afetará apenas os primeiros termos da expansão da amplitude total,  $f(\theta)$ , em ondas parciais. Portanto, a expansão  $f(\theta) = f_c(\theta)$  deve convergir rapidamente.

A separação de variáveis na eq. 2.32 com o potencial coulombiano + centrífugo leva a soluções assintóticas da forma:

$$\psi_c = \frac{1}{2kr} \sum_L (2L+1) i^{(L+1)} [u_L^- - e^{\pm i\sigma_L} u_L^+] P_L(\cos\theta), \quad (2.48)$$

onde  $\sigma_L = \arg \Gamma(L+1+i\eta)$  é chamada defasagem coulombiana, e  $u_L^\pm$  são as ondas coulombianas emergente e incidente, respectivamente, que possuem a forma assintótica

$$u_L^\pm \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \exp[\pm i(kr - \eta \ln 2kr - \frac{1}{2} L\pi)]. \quad (2.49)$$

O cálculo das defasagens coulombianas torna-se relativamente simples com o uso da relação de recorrência (AB 65)

$$\tilde{\sigma}_{L+1}(\eta) = \tilde{\sigma}_L(\eta) + \operatorname{erctg}\left(\frac{\eta}{L+1}\right). \quad (2.50)$$

#### 2.4) Modificação do espalhamento coulombiano por um potencial de curto alcance.

O método das defasagens pode ser estendido do caso do potencial de curto alcance para uma situação mais geral, onde também

está presente o potencial coulombiano de longo alcance. Na prática isto significa trocar as ondas livres pelas correspondentes ondas coulombianas em todos os passos do procedimento descrito. A função de onda resultante desse procedimento pode ser expandida na região assintótica (valores de  $r$  tais que  $V_n(r) \approx 0$ ) em

$$\Psi \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \Psi_c - \frac{1}{2kr} \sum_L (2L+1) l^{(L+1)} e^{2i\omega_L} (e^{2i\delta_L} - 1) U_L^+(r) P_L(\cos\theta) \quad (2.51)$$

Neste caso  $\Psi$  é constituída por uma onda coulombiana incidente e uma onda espalhada,  $\Psi_s$ , da forma

$$\Psi_s \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{r} \exp[i(kr - \eta \ln 2kr)] f(\theta), \quad (2.52)$$

com

$$f(\theta) = f_c(\theta) + f'_N(\theta), \quad (2.53)$$

e

$$f'_N(\theta) = -\frac{1}{2ik} \sum_L (2L+1) e^{2i\omega_L} (e^{2i\delta_L} - 1) P_L(\cos\theta). \quad (2.55)$$

Pelos mesmos argumentos usados em 2.33 pode-se afirmar que a secção de choque do espalhamento é dada por:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{QUÁNTICA}^{CM} = |f(\theta)|^2. \quad (2.56)$$

## II-3) DESCRIÇÃO SEMICLÁSSICA DO ESPALHAMENTO ENTRE IONS PESADOS

### 3.1) Cálculo da amplitude de espalhamento semiclássica

A aproximação JWKB obtém com muito sucesso o limite clássico da Mecânica Quântica para estados ligados estacionários. A primeira tentativa bem sucedida de utilizar o método JWKB para dar uma descrição semi-clássica do espalhamento nuclear foi realizada por Ford e Wheeler (FO 59). Grosseiramente, pode-se dizer que eles introduziram na teoria clássica a possibilidade de ocorrer interferência de trajetórias diferentes que levam ao mesmo ângulo de espalhamento. Mas, rigorosamente, pode-se definir a aproximação semi-clássica como um conjunto de aproximações matemáticas introduzidas na expressão quântica da amplitude de espalhamento (2.41).

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_L (2L+1) (e^{2i\delta_L} - 1) P_L(\cos \theta). \quad (2.57)$$

O conjunto mínimo destas aproximações são as quatro seguintes:

1) A defasagem  $\delta_L$  é substituída pelo seu valor aproximado pelo método JWKB (FO 70)

$$\delta_L = \frac{\pi}{2} (L + \frac{1}{2}) - kr_L + k \int_1^{\infty} dr \left\{ \sqrt{1 - \frac{V(r)}{E} - \frac{\hbar^2 (L + \frac{1}{2})^2}{2\mu E r^2}} - 1 \right\}, \quad (2.58)$$

onde  $r_L$  é o ponto de retorno clássico definido por

$$E = V(r_L) + \frac{\hbar^2 (L + \frac{1}{2})^2}{2\mu r_L^2}. \quad (2.59)$$

No potencial centrífugo foi feita a substituição de  $L(L+1)$  por  $(L + \frac{1}{2})^2$  sugerida por Kramers (KR 26) e posteriormente confirmada por Kemble (KE 37) e por Langer (LA 37), para obter um aumento de precisão. A validade dessa aproximação para  $\delta_L$  requer a condição

física de um potencial que varie pouco dentro de um comprimento de onda.

$$\left| \frac{1}{V} \frac{dV}{dr} \right| \ll 1 . \quad (2.60)$$

Esta condição é normalmente satisfeita pelas reações entre íons pesados em energias não muito acima da barreira coulombiana.

A mais importante propriedade da defasagem JWKB (2.58) é a sua íntima relação com a função de deflexão clássica (2.13). Derivando a expressão 2.58 em relação a L e identificando o momento angular clássico L com  $h(L + \frac{1}{2})$  e comparando com a expressão 2.13, encontra-se

$$\Theta(L) = 2 \frac{\partial \delta_L}{\partial L} . \quad (2.61)$$

Esta relação é de grande importância para entender a relação entre os resultados quântico e clássico.

2) O polinômio de Legendre é substituído pela expressão assintótica válida para grandes valores de L:

A)  $\sin \theta \geq \frac{1}{L}$

$$P_L(\cos \theta) \approx \frac{\sin[(L + \frac{1}{2})\theta + \frac{\pi}{4}]}{\sqrt{\frac{\pi}{2}(L + \frac{1}{2})} \sin \theta} \quad (2.62)$$

B)  $\sin \theta \leq \frac{1}{L}$

$$P_L(\cos \theta) \approx (\cos \theta)^L J_0[(L + \frac{1}{2})\sin \theta] \quad (2.63)$$

Esta aproximação requer que muitos valores de L contribuam para o espalhamento a um dado ângulo ou que a maior contribuição venha de valores grandes de L comparado a unidade. A comparação das figuras 2.9 a, b e c indica que as reações entre íons pesados sa-

tis fazem esta condição, o que não acontece no espalhamento de prótons. Contudo, estas fórmulas de aproximação são relativamente boas mesmo para pequenos  $L$ .

3) A somatória da expressão 2.57 é transformada numa integral se muitos  $L$  contribuem e se a defasagem  $\delta_L$  varia lisa e lentamente com  $L$ .

Para ângulos não muito próximos de  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ , isto é,  $\sin\theta > 1/L$ , estas aproximações transformam a amplitude quântica de espalhamento na forma semiclássica:

$$f(\theta) = -\frac{1}{k\sqrt{2\pi}\sin\theta} \int_0^{\infty} \left(L + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} [\exp i\varphi_+ - \exp i\varphi_-] dL , \quad (2.64)$$

onde

$$\varphi_{\pm} = 2\delta_L \pm \left(L + \frac{1}{2}\right)\theta \pm \frac{\pi}{4} , \quad (2.65)$$

e foi usado  $\sum_L (2L+1)P_L = 0$  (contribuição da onda plana incidente) (MO 49).

Estas três aproximações descritas até aqui definem o tratamento semiclássico do espalhamento e todas elas se fundem em condições físicas. Entretanto, para resolver a integral em 2.64 é necessário introduzir uma outra aproximação de caráter matemático.

4) O método das fases estacionárias normalmente é utilizado para resolver este tipo de integral (VO 77). A idéia física que está atrás desta aproximação é que se  $\phi_{\pm}(L)$  variar rapidamente as rápidas oscilações do integrando provocarão grandes cancelamentos e, então, contribuirão muito pouco para a integral. Os valores de  $L$  que mais contribuirão serão aqueles,  $L=L_j$ , para os quais não varia muito, isto é, onde  $\phi'_{\pm}(L)=0$ , e as "fases são estacionárias". O valor da contribuição da região em torno de tais pontos

podem ser encontrados expandindo  $\phi_{\pm}(L)$  em torno de  $L=L_j$  até segunda ordem, e resolvendo explicitamente a integral resultante. A contribuição à amplitude de espalhamento (2.64) de um "ponto estacionário"  $L_j$  encontrada é

$$f_{sc}^j = \sqrt{\frac{d\sigma_{cl}^j}{d\Omega}} \exp(i\beta_j), \quad (2.66)$$

onde  $d\sigma_{cl}^j/d\Omega$  é a secção de choque clássica (2.17) para  $L_j$ . A fase da amplitude semiclássica acima é determinada por

$$\beta_j = 2\delta_{Lj} - \frac{\pi}{4}(2 - \operatorname{sgn}\delta''_{Lj} - \operatorname{sgn}[\delta'_{Lj} + \pi] - 2\delta'_{Lj}). \quad (2.67)$$

Se mais que uma trajetória contribui para um dado ângulo, a amplitude de espalhamento total será a soma de todas contribuições, e a secção de choque apresentará interferência de diferentes trajetórias (que é um fenômeno puramente quântico)

$$\frac{d\sigma_{sc}}{d\Omega} = \left| \sum_j f_{sc}^j \right|^2. \quad (2.68)$$

Quando ocorrer o fenômeno de interferência esta aproximação só será válida se os "pontos estacionários" estiverem distantes um do outro, o que não ocorre para os espalhamentos rainbow e glory. Para o caso do potencial coulombiano (puramente repulsivo) apenas uma trajetória contribui para cada ângulo, então a secção de choque semiclássica, a exemplo da quântica, coincide com a secção de choque clássica

$$\frac{d\sigma_{sc}^R}{d\Omega} = \left| \frac{d\sigma_{cl}}{d\Omega} \right|^2 \left| \exp(i\beta_j) \right|^2 = \frac{d\sigma_{cl}^R}{d\Omega}. \quad (2.69)$$

### 3.2) Espalhamento em arco-íris

Existem dois fatos que impedem a utilização da aproximação acima próximo ao arco-íris:

- os "pontos estacionários" estão muito próximos um do outro;
- deve-se levar em conta termos de terceira ordem na expansão das fases, pois no rainbow

$$\frac{d\theta}{dL} = 2 \frac{d^2\delta(L)}{dL^2} = 0.$$

Com esta modificação a amplitude de espalhamento do arco-íris pode ser calculada da mesma maneira acima e resulta

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{sc} = \frac{\left( L_r + \frac{1}{2} \right)}{k \sin \theta} \frac{2\pi A_i^2(x)}{|\bar{q}|^{2/3}}, \quad (2.70)$$

onde  $x = \bar{q}^{1/3} (\theta_r - \theta)$ ,  $\bar{q} = q/k^2$  ( $q = \text{constante}$ ) e  $A_i(x)$  é a integral de Airy (função de Bessel de ordem 1/3) definida por

$$A_i(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ixu + \frac{i}{3}u^3) du \quad (2.71)$$

A fig. 2.15 mostra uma integral de Airy: no lado escuro do arco-íris ela cai mais rápido que a exponencial e no lado claro apresenta interferência de trajetórias. A secção de choque semiclassica não diverge em  $\theta_r$  como a secção de choque clássica.

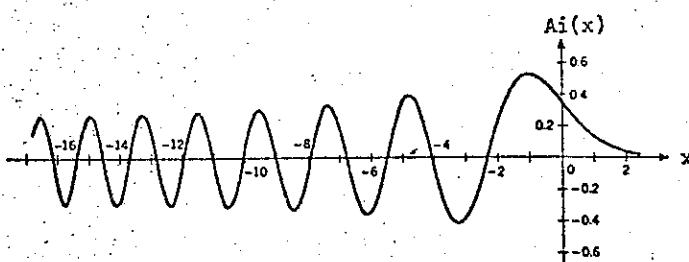


Figura 2.15 - A integral de Airy (W0 76).

### 3.3) Espalhamento em auréolas

Aqui também existem dois impedimentos à utilização do método descrito na subseção 3.1

- i) os "pontos estacionários" a  $+0$  e  $-0$  estão muito próximos um do outro;
- ii) como  $\theta \approx 0$  deve usar a expressão (2.63) para a expansão do  $P_L(\cos\theta)$ .

Com esta modificação a secção de choque semiclássica para o espalhamento em auréola fica

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{sc}^{\text{glory}} = \frac{(L_g + \frac{1}{2})^2}{k^{\frac{1}{2}}} 2\pi J_0^2 \left[ (L_g + \frac{1}{2}) \operatorname{sen}\theta \right]. \quad (2.72)$$

### 3.4) Espalhamento em espiral

Do ponto de vista clássico as orbitações ocorrem quando a energia incidente é muito próxima da barreira coulombiana, isto é,  $k \approx 0$ . Portanto, a condição de validade da aproximação semiclássica (2.60) é violada. Na maioria dos problemas envolvendo orbitações é necessário fazer um tratamento quântico que considere penetrabilidade na barreira e efeitos resonantes. A existência da orbitação foi detetada por Gobbi et al (GO 73) numa beta análise com o modelo ótico do espalhamento elástico de  $^{16}O + ^{16}O$ .

### 3.5) Generalizações do tratamento semiclássico

#### 3.5.1) Inclusão da absorção

Embora a teoria semiclássica desenvolvida acima tenha obtido resultados num certo sentido comparáveis com os cálculos exatos, ela não considera a absorção que é importante em quase todas as reações entre íons pesados (HA 74a, AU 75).

A primeira tentativa de incorporar a absorção à

50

teoria semiclássica (BR 72) assumia um potencial imaginário relativamente fraco  $W(r)$ , de tal modo que o ponto de retorno  $r_L$  ainda é o mesmo que sem a parte imaginária. O número de onda  $k(r)$  deve ser escrito agora como

$$k(r) = k \left[ 1 - \frac{(L + \frac{1}{2})^2}{k^2 r^2} - \frac{V(r)}{E} - i \frac{W(r)}{E} \right]^{1/2}. \quad (2.73)$$

Esta expressão pode ser simplificada expandindo ( $W \ll E$ ) e retendo os termos de primeira ordem em  $W$

$$\operatorname{Re} k(r) = k \left[ 1 - \frac{(L + \frac{1}{2})^2}{(kr)^2} - \frac{V(r)}{E} \right]^{1/2} \quad (2.74)$$

$$\operatorname{Im} k(r) = \frac{-k W(r)}{2E \left[ 1 - \frac{(L + \frac{1}{2})^2}{(kr)^2} - \frac{V(r)}{E} \right]^{1/2}}$$

O resultado desse procedimento é o surgimento de um fator de atenuação na amplitude de espalhamento semiclássica (2.64).

$$f_{\infty}^j(\theta) = \left[ f_{SC}^j(\theta) \right]_{\substack{\text{SEM} \\ \text{ABSORÇÃO}}} \times \exp \left\{ \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\theta dr \frac{W(r)}{k_j(r)} \right\}. \quad (2.75)$$

Embora esta tentativa funcione em alguns casos, a evidência de uma forte absorção e a difração que ela produz impõe duas restrições sérias à aproximação semiclássica:

- i) o potencial imaginário sofre uma variação abrupta na extremidade que torna o fator de atenuação fortemente oscilante, invalidando a aproximação das fases estacionárias
- ii) a difração que é um fenômeno puramente quântico não pode surgi de uma descrição clássica tão simples.

Em vista disso Frahn (FR 63,73) desenvolveu um Modelo de difração (secção IV-5) que enfatiza a forte absorção presente nas reações entre íons pesados. Com isso iniciou uma controvérsia com outros autores (BR 72, DA 73) que enfatizavam mais a parte atrativa da interacão (descrição semiclássica).

Recentemente Knoll e Schaeffer, através de uma generalização que permite soluções complexas no tradicional método WKB, parece ter conseguido dar uma descrição semiclássica que contém todos estes efeitos.

### 3.5.2) Trajetórias complexas

Uma teoria semiclássica que pretende descrever a colisão entre íons pesados em termos de conceitos clássicos, deve ser capaz de reproduzir razoavelmente bem a secção de choque calculada resolvendo exatamente a equação de Schrödinger com o potencial ótico. Ela deve ser capaz, ainda, de manusear a absorção bem como a difração que pode ser produzida pela queda abrupta da extremitade tanto do potencial real como do potencial imaginário.

Isto tudo parece ser conseguido usando, além das trajetórias clássicas devido ao potencial ótico, trajetórias complexas (BA 74, KW 74, KN 76, KN 77 e SC 77) que são soluções complexas das mesmas equações clássicas do movimento. Estas trajetórias permitem que a aproximação semiclássica seja estendida a casos onde o potencial tem grandes variações dentro de um comprimento de onda

$$\lambda \left| \frac{\vec{\nabla} V(r)}{V(r)} \right| \approx 1 \quad (2.76)$$

A utilização da aproximação semiclássica complexa é de grande importância em várias áreas: química (MI 70), transição

de fase e renormalização em estado sólido e física das partículas elementares (SC 77), física nuclear (BA 72, KN 74, KO 75, KN 76, AV 76, KN 77, BR 77), fenômenos vibratórios (BA 72).

A dedução das defasagens do método WKB complexo (CWKB) segue exatamente os mesmos passos do método convencional, diferindo unicamente por permitir que os pontos de retorno sejam complexos. Como resultados desse procedimento encontra-se que a defasagem CWKB é

$$S_L^L = \left(L + \frac{1}{2}\right)\pi - k r_\mu^L + k \int_{r_\mu^L}^{\infty} \left\{ \left[ 1 - \frac{V(r)}{E} - \frac{\hbar^2 (L + \frac{1}{2})^2}{2\mu E r^2} \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} dr \quad (2.77)$$

onde  $r_\mu^L$  é o ponto de retorno complexo definido por  $E = V_{eff}(r)$ . Para deixar mais claro o que seria um ponto de retorno complexo, na fig. 2.16 uma reflexão acima da barreira que envolve trajetórias complexas (SC 77) é ilustrada. Embora não exista valor real de  $r$  tal que  $E = V_{eff}(r)$ , isto pode acontecer para valores complexos de  $r$ .

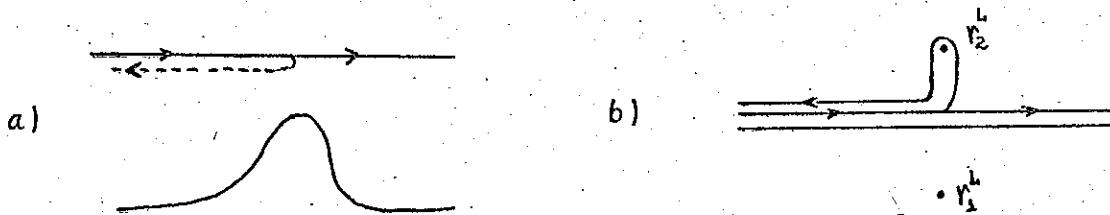


Figura 2.16a -Reflexão de uma partícula que passa acima da barreira de potencial.

b -Contorno de integração para a ação clássica (SC77).

Uma trajetória complexa descreve efeitos quânticos e isto permite que a aproximação WKB seja estendida para além de seu domínio usual (potenciais lisos e pequenos comprimentos de onda) de validade. Alguns efeitos quânticos implícitos nesta descrição são (SC 77):

- i) descreve o efeito quântico de penetração em regiões clássicamente proibidas;
- ii) efeito de difração devido tanto à absorção quanto à atração;
- iii) o princípio de incerteza parece estar embutido nas trajetórias complexas.

Uma grande vantagem do método semiclássico é associar cada trajetória que contribui para a secção de choque com o seu ponto de retorno clássico, isto é, "o lugar de onde ela vem". Então, existe uma íntima relação entre a forma do potencial ótico com a forma da distribuição angular. Na figura 2.17 são esquematizadas as trajetórias mais importantes no espalhamento de dois íons pesados.

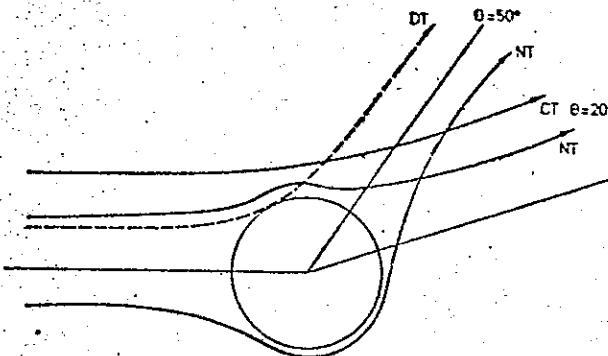


Figura 2.17- Trajetórias coulombianas (CT), nucleares (NT) e difrativas.

E a figura 2.18, extraída do (KN 76), mostra o cálculo da função de deflexão e a posição dos pontos de retorno complexos com o potencial real + imaginário. São também indicadas de onde vem cada trajetória.

Este cálculo com fases estacionárias da contribuição das trajetórias à amplitude de espalhamento fornece o máximo possível de informações sobre as posições dentro do potencial que origina cada região angular da secção de choque. Entretanto, muitas dessas mesmas informações podem ser obtidas com muito menos trabalho (CH 73, FU 75a, FU 75b). Trata-se da decomposição da amplitude de espalhamento quântica em contribuições de ângulos posi-

tivos (near side) e de ângulos negativos (fair side). Esta é uma descrição puramente quântica que será tratada na seção II-4.3.

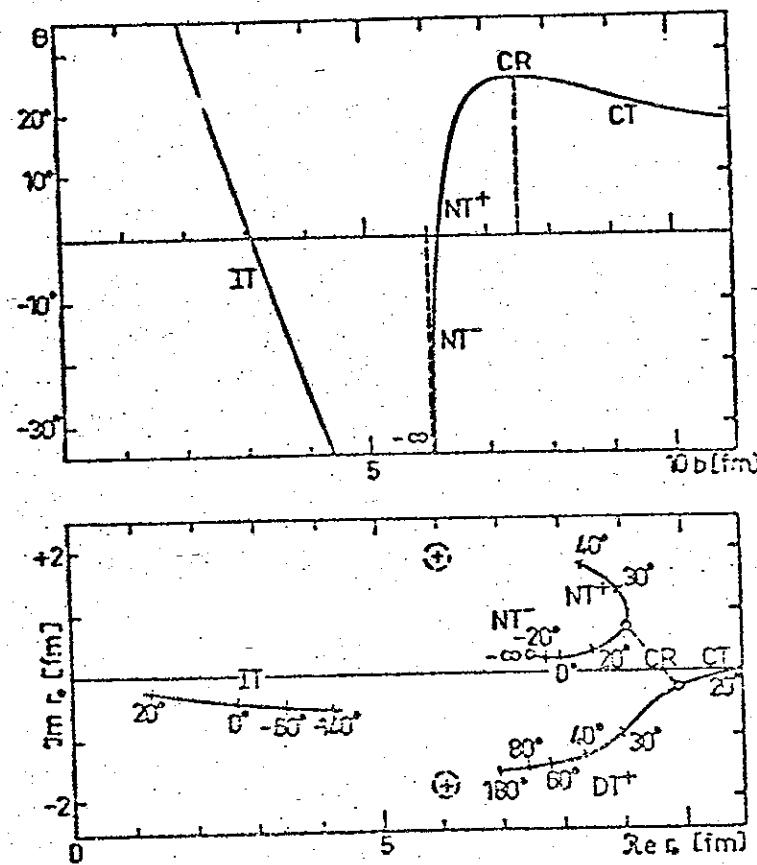


Figura 2.18 - Acima : função de deflexão dada pela parte real do potencial do sistema  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  a 50 MeV.  
Abaixo : posição dos pontos de retorno complexos calculados com o potencial real+imaginário (KN 76).

## III- 4) MODELOS QUÂNTICOS PARA O ESPALHAMENTO ELÁSTICO ENTRE ÍONS PESADOS

### 4.1) Introdução

A descrição semiclássica partiu da amplitude de espalhamento quântica e impôs algumas aproximações baseadas na evidência que o comprimento de onda do movimento relativo é pequeno comparado com as dimensões características do espalhamento. As descrições que passaremos a discutir não fazem nenhuma aproximação na amplitude quântica.

No modelo ótico, seção 4.2, visando levar em conta a absorção (seção II-1.8.2) e utilizando considerações fenomenológicas, o potencial de interação é parametrizado e a equação de Schrödinger (2.32) resolvida exatamente por integração. Por isso, normalmente os seus resultados são referidos como cálculo quântico exato.

Em seguida (4.3) será discutida uma aproximação que, através da decomposição dos Polinômios de Legendre e das ondas coulombianas em duas ondas propagantes, provoca a decomposição da amplitude de espalhamento total em duas componentes que contêm a contribuição de trajetórias que passam respectivamente, nos lados opostos do centro espalhador. Estas componentes são calculadas, em geral, utilizando as defasagens já calculadas pelo modelo ótico.

Oscálculos com o Modelo Ótico envolvem cálculos computacionais extensos e, geralmente, fornecem para as reações entre íons pesados uma matriz  $S$  com estrutura muito simples. Isto motivou o surgimento dos chamados modelos das fases parametrizadas que tentam simular a matriz  $S$  que o Modelo Ótico geraria. No modelo de queda abrupta (sharp cut-off) a absorção é exagerada, provocando o surgimento de difração de Fresnel e Fraunhofer (4.4.1). Esta descrição é generalizada no modelo de queda suave (smooth

cut-off) na seção 4.5.2 . E, finalmente, o modelo dos pólos de Regge (4.5.3) que leva em conta algumas estruturas nas reações entre íons pesados, as quais são relacionadas a ondas de superfície ou ressonâncias de potencial. Este pode ser visto como uma generalização do "smooth cut-off" no sentido de permitir que a matriz S apresente algumas estruturas. Estas parametrizações são aproximações ou simplificações dos cálculos do modelo ótico.

#### 4.2) Modelo ótico

Um feixe paralelo de partículas monoenergéticas de massa  $m$ , num meio de potencial  $V$ , pode ser representado pela onda  $\exp(ikz)$ , onde  $ik = |2m(E-V)|^{1/2}$ . Se o potencial  $V$  for complexo

$$V = U + iW \quad (2.78)$$

o número de onda também será,  $k = k_1 + ik_2$  com  $k_1$  e  $k_2$  reais, e a função de onda do feixe nesse meio deve ser da forma

$$\psi \sim \exp(ik_1 z) \exp(-k_2 z) \quad (2.79)$$

Portanto, a inclusão de um potencial complexo na equação de Schrödinger descreverá uma redução no fluxo das partículas incidentes, isto é, absorção no sentido discutido na seção (II-1.8.2).

$$|\psi|^2 \sim \exp(-2k_2 z) \quad (2.80)$$

O modelo é chamado de modelo ótico devido à analogia entre o espalhamento e absorção de partículas por um nú-

cleo e o espalhamento e absorção de luz por uma bola de cristal translúcida. O primeiro pode ser tratado matematicamente usando um potencial complexo da mesma maneira que o outro pode ser descrito por um índice de refração complexo. O modelo foi proposto por Serber (SE 49) e usado pela primeira vez por Feinbach (FE 49) no espalhamento de neutrons por vários núcleos.

O potencial do modelo ótico geralmente é parametrizado em termos da soma de uma parte real e uma imaginária com a forma de Woods-Saxon

$$V_{\text{opt}}(r) = -V_0 \left[ 1 + \exp \frac{r-RR}{AR} \right]^{-1} - i W_0 \left[ 1 + \exp \frac{r-RI}{AI} \right]^{-1}. \quad (2.81)$$

O termo imaginário que corresponde à absorção volumétrica é, às vezes corrigido ou substituído por uma absorção de superfície cuja forma é a derivada da Woods-Saxon.

O potencial (2.81) tem seis parâmetros que devem ser variados para ajustar uma determinada distribuição angular. Evidentemente, existem vários conjuntos de parâmetros que fornecem os mesmos resultados (ambiguidades do modelo). Nas reações entre íons pesados essas ambiguidades são muito grandes (HO 71).

O modelo ótico ignora a maioria das características de estrutura nuclear: o núcleo é tratado como uma porção de matéria nuclear que dá origem a um potencial de certo raio e difusibilidade. O modelo é capaz de dar apenas as estruturas grossas da secção de choque de espalhamento. Uma importante condição para a aplicação do modelo é que a reação excite muitos estados no núcleo composto, porque isto permite tomar médias que não dependem criticamente do particular núcleo considerado. Isto é sempre verificado nas reações entre íons pesados.

Existem várias outras condições de aplicabilidade

do modelo ótico. Em particular, o canal elástico não pode ter acoplamento forte com nenhum canal não elástico.

Destas condições fica mais ou menos claro porque o modelo ótico tem um sucesso muito maior nas reações entre íons médios e pesados do que entre íons leves.

#### 4.3) Decomposição em contribuições de ângulos positivos e negativos (near far).

Esta descrição tenta visualizar qual parte da interação é predominante na reação: atração (refração) ou absorção (difração). Para isto, é feita uma decomposição, puramente matemática da amplitude de espalhamento numa contribuição de ângulos positivos (NEAR) e outra de ângulos negativos (FAR) esquematizadas na fig. 2.19.

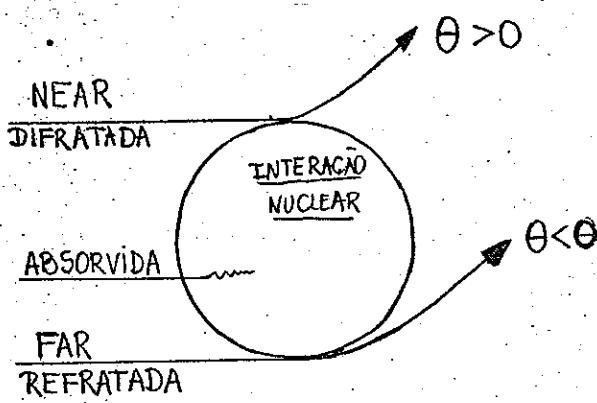


Figura 2.19 - Esquema da separação NEAR-FAR.

A obtenção dessa separação da amplitude total de espalhamento em duas componentes pode ser dividida em duas etapas:

- 1) a parte nuclear da amplitude total de espalhamento (2.55) é decomposta através da decomposição dos polinômios de Legendre (FU 75) em duas ondas propagantes nos ângulos  $\tilde{Q}_L^{(\pm)}$ ,

$$P_L(\cos \theta) = \tilde{Q}_L^{(+)}(\cos \theta) + \tilde{Q}_L^{(-)}(\cos \theta) \quad (2.82)$$

as quais são calculadas através da função de Legendre de segunda espécie (AB 65),  $Q_L(\cos\theta)$ , por

$$\tilde{Q}_L^{(\pm)}(\cos\theta) = \frac{1}{2} [P_L(\cos\theta) \mp i \frac{2}{\pi} Q_L(\cos\theta)] \quad (2.83)$$

Então, as componentes NEAR e FAR da amplitude nuclear de espalhamento serão dadas, respectivamente, por

$$f_N(\theta) = \sum_L (2L+1) a_L \tilde{Q}_L^{(-)}(\cos\theta), \quad (2.84)$$

e

$$f_F(\theta) = \sum_L (2L+1) a_L \tilde{Q}_L^{(+)}(\cos\theta), \quad (2.85)$$

onde

$$a_L = \frac{1}{2ik} e^{2i\sigma_L} (e^{2i\delta_L} - 1), \quad (2.86)$$

e os  $\delta_L$  geralmente são as defasagens calculadas pelo modelo ótico.

2) Resta agora decompor a amplitude coulombiana de espalhamento em duas componentes com ângulos de deflexão, respectivamente, positivos e negativos. Mas, considerações clássicas simples mostram que o potencial coulombiano repulsivo apresenta apenas ângulos de deflexão positivos. Além disso, o caráter de longo alcance do potencial coulombiano e a divergência que a amplitude coulombiana de espalhamento apresenta em  $\theta=0$  impedem que se tente fazer uma expansão da mesma.

Para obter esta decomposição Fuller (FU 75) teve que utilizar uma aproximação que escreve a amplitude de espalhamento coulombiana como uma projeção das ondas propagantes  $\tilde{Q}_L^{\pm}$

$$f(\theta) = f_{C,N}(\theta) + f_{C,F}(\theta) \quad , \quad (2.87)$$

onde

$$f_{C,N(F)}(\theta) = \sum_L (2L+1) \tilde{Q}_L^{-(+)}(\cos\theta) \quad (2.88)$$

Naturalmente, para o potencial repulsivo coulombiano a contribuição dos ângulos positivos,  $f_{C,N}$ , será dominante.

#### 4.4) Modelos das fases parametrizadas

Enquanto o modelo ótico faz hipóteses sobre a interação nuclear média, estes modelos analisam os dados experimentais através das propriedades assintóticas da função de onda espalhada, isto é, parametrizando as fases nucleares complexas.

Historicamente, o primeiro modelo de fase parametrizada foi a teoria de difração de Bohr, Placzek e Peierls (PL 40) para o espalhamento de neutrons de alta energia. A sua extensão para partículas carregadas foi feita por Akhiezer e Pomeranchuk (AK 45). Os espalhamentos de partículas alfa e de íons pesados foram investigados por Blair (BL 54) através do modelo de queda abrupta (sharp cut-off) que será discutido na seção 4.4.1. Este modelo foi generalizado por Mc Intyre et al no modelo de queda suave (smooth cut-off) tratado na seção 4.4.2, e por Mc Voy (VO 71) no modelo dos pólos de Regge tratado na seção 4.4.3.

##### 4.4.1) Modelo de Blair ("sharp cut-off")

Como já foi dito, estes modelos podem ser vistos como tentativas de simular a matriz S que o modelo ótico geraria. Na fig. 2.20 é mostrada uma matriz S gerada por um potencial ótico,

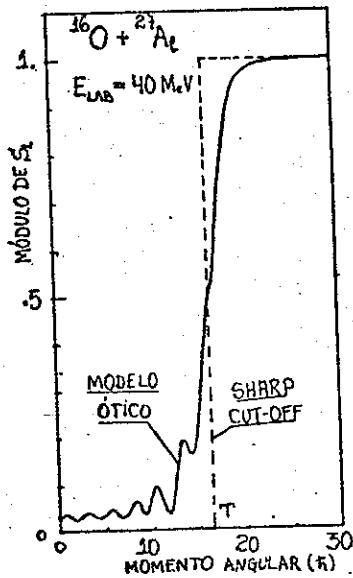


Figura 2.20 - Comparação do módulo da matriz S gerada pelo modelo de Blair e pelo modelo ótico (capítulo IV).

e a tentativa grosseira de simulá-la com as hipóteses do "sharp cut-off" expressas por

$$|S_L| = \begin{cases} 0 & \text{se } L \leq T \\ e^{2i\sigma_L} & \text{se } L > T \end{cases} \quad (2.89)$$

onde  $\sigma_L$  são as fases coulombianas e  $T$  é inteiro.

Isto equivale a dizer que as partículas com momentos angulares menores que um certo  $T$  são totalmente absorvidas pelo alvo, enquanto aquelas com  $L > T$  têm espalhamento coulombiano puro. Por isso este modelo é também chamado modelo de absorção completa.

Com a hipótese 2.89 a amplitude total de espalhamento torna

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{i}{2k} \sum_{L=0}^T (2L+1) e^{2i\sigma_L} P_L(\cos\theta) \quad (2.90)$$

Os resultados do modelo de queda abrupta apresentam discrepâncias tanto com os resultados experimentais do espa-

lhamento de partículas leves como de íons pesados (FR 78).

#### 4.4.2) Modelo de queda suave : Mc Intyre e Frahn

O motivo das discrepâncias do modelo de Blair é a hipótese 2.89. Então, a próxima tentativa para melhorar o modelo é relaxar aquela condição para permitir que se aproxime da matriz  $S$  do modelo ótico. A primeira tentativa bem sucedida foi realizada por Mc Intyre et al (IN 60), que permitiu uma transição gradual da absorção completa ao espalhamento coulombiano puro através de uma função lisa como

$$S_L \exp(-2i\tilde{\alpha}_L) = \left(1 + \exp \frac{L_A - L}{\Delta_A}\right)^{-1} \quad (2.91)$$

onde  $\Delta_A$  é a largura da região de transição no espaço de  $L$ ,  $L$  é uma variável contínua e  $L_A$  não está restrito apenas aos valores inteiros. O resultado qualitativo dessa parametrização, mostrado na fig. 2.21, se aproxima um pouco mais do modelo ótico. E, realmente, ela consegue excelentes acordos com a experiência, embora algumas discrepâncias ainda permaneçam, particularmente no esplhamento de partículas alfa em altas energias (IN 60).

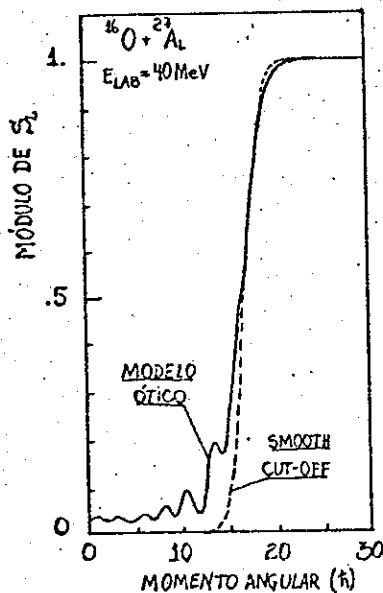


Figura 2.21 - Comparação do módulo da matriz  $S$  do modelo ótico com o do smooth cut-off:  $L_c = 17$ ,  $\Delta = .7$ ,  $\mu = .70$ .

Para obter um melhor acordo com a experiência foi necessário introduzir uma defasagem nuclear real. Agora  $S_L \exp(-2i\sigma_L)$  torna uma quantidade complexa da forma  $|S_L| \exp(2i\delta_L)$  e é assumido que a fase  $\delta_L$  varia continuamente com  $L$  de acordo com

$$\delta_L = \delta [1 + \exp \frac{L - L_A}{\Delta_s}] \quad (2.92)$$

O "smooth cut-off", dessa forma, possui quatro parâmetros ajustáveis:  $L_A$ ,  $\Delta_s$ ,  $\delta$  e  $\delta$ . Excelentes ajustes de distribuições angulares de íons leves e pesados são conseguidos variando estes parâmetros (IN 62).

Apesar do sucesso dessa parametrização, Frahn e Venter (FR 63) através de uma generalização e pequenas modificações das hipóteses básicas da forma da matriz  $S$ , conseguem dar ao "smooth cut off" uma versão mais geral. O modelo de difração de Frahn apresenta, além do bom ajuste aos dados experimentais, as seguintes características:

- a) consegue descrever igualmente bem o espalhamento de partículas neutras e carregadas;
- b) é uma formulação analítica fechada; e
- c) permite uma caracterização física para os parâmetros
- d) descreve o espalhamento inelástico, a transferência de partículas, etc (FR 78).

Nesta formulação a parte real e a imaginária da matriz  $S$  são parametrizadas de acordo com

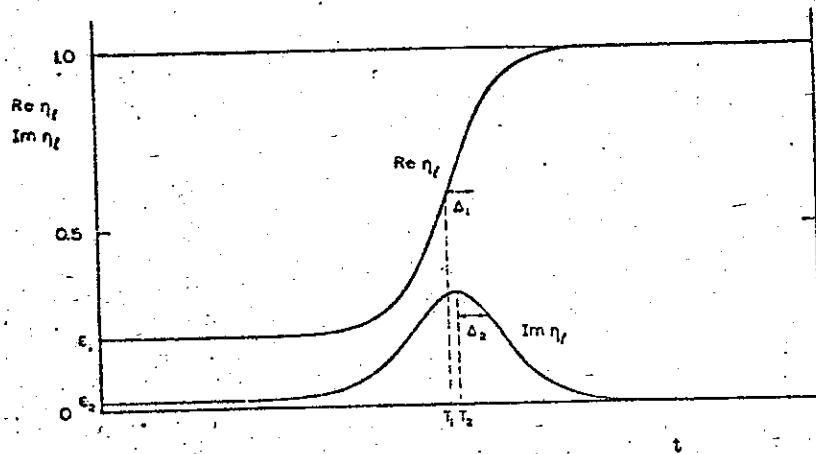
$$\text{Re}(S_L e^{-2i\sigma_L}) = g_1(L) + \epsilon_1 [1 - g_1(L)] \quad (2.93)$$

e

$$\text{Im}(S_L e^{-2i\sigma_L}) = \mu \frac{dg_2(L)}{dL} + \epsilon_2 [1 - g_1(L)]$$

onde  $g_i$  tem a forma de Woods-Saxon (2.91). A fig. 2.22 mostra o módulo da matriz S e suas partes real e imaginária para um caso genérico.

Figura 2.22 - (FR63)



Para conseguir uma descrição analítica três aproximações são assumidas (FR 63) :

- 1) a derivada  $dg_i/dL$  é aproximada por uma função delta,  $\delta(L-T)$ , devido à hipótese de forte absorção (difração);
- 2) o polinômio de Legendre é substituído por sua expansão assintótica; e
- 3) a soma sobre  $L$  da amplitude de espalhamento é convertida numa integral através da fórmula da soma de Poisson.

Com estas aproximações e com muito trabalho, consegue-se exprimir a amplitude de espalhamento elástico em extensas expressões fechadas (FR 68) que fornecem excelentes ajustes aos dados experimentais (Cap.V).

#### 4.4.3) Pólos de Regge

Serão discutidas agora algumas características quânticas que não são descritas pelos modelos de difração ou pelas aproximações semi-clássicas. Embora estas características estejam contidas implicitamente em alguma parametrização do modelo ótico é conveniente tratá-las de uma maneira mais explícita para facilitar a interpretação dos fenômenos descritos. O artifício matemático introduzido com este propósito por McVoy (VO 71) são os pólos

65

de Regge. Ele sugeriu a seguinte modificação do modelo de difração

$$S_L = [1 + \exp(-i\alpha) \exp \frac{T-L}{\Delta}] \frac{L - L_0 - iZ(L)}{L - L_0 - \frac{i}{2} \Gamma(L)}. \quad (2.94)$$

O primeiro termo dá o modelo de difração usual e o segundo um pôlo de Regge. Para  $Z(L)$  e  $\Gamma(L)$  a seguinte parametrização foi usada

$$\Gamma(L) = \gamma \left[ 1 + \exp \frac{L-T}{\Delta} \right] \quad \text{e} \quad Z(L) = (\frac{\alpha}{2} - D) \left[ 1 + \exp \frac{L-T}{\Delta} \right]. \quad (2.95)$$

O comportamento de  $n_L = S_L$  é mostrado na fig. 2.23 para  $\gamma = 7.02$ ,  $D = 3.54$ ,  $T = L_0 = 18.1$ ,  $\Delta = 1.62$  e  $\alpha = 0.526$ . O poço profundo de  $L=18$  é causado por um zero de Regge.

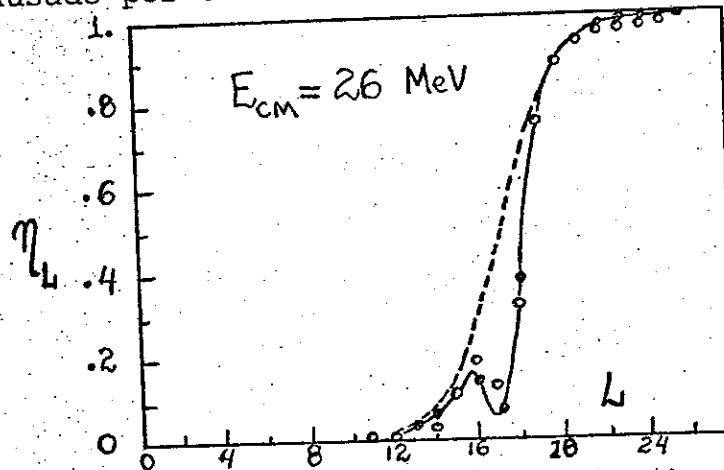


Figura 2.23 - O comportamento de  $n_L = |S_L|$  versus  $L$  para os parâmetros do texto. Os círculos abertos são calculados pelo modelo ótico, a linha tracejada é o termo de fundo (smooth cut-off) somente e a linha cheia (círculos cheios) inclui o pôlo de Regge (VO 71).

A fig. 2.24 mostra a distribuição angular de  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  (não idênticos) a 26 MeV. Enquanto para  $\theta \leq 90^\circ$  o espalhamento é dominado por figuras de difração, exceto por interferências com o pôlo de Regge, os ângulos trazeiros apresentam um comportamento típico de Regge, caracterizado por oscilações com período determinado por

um polinômio de Legendre.

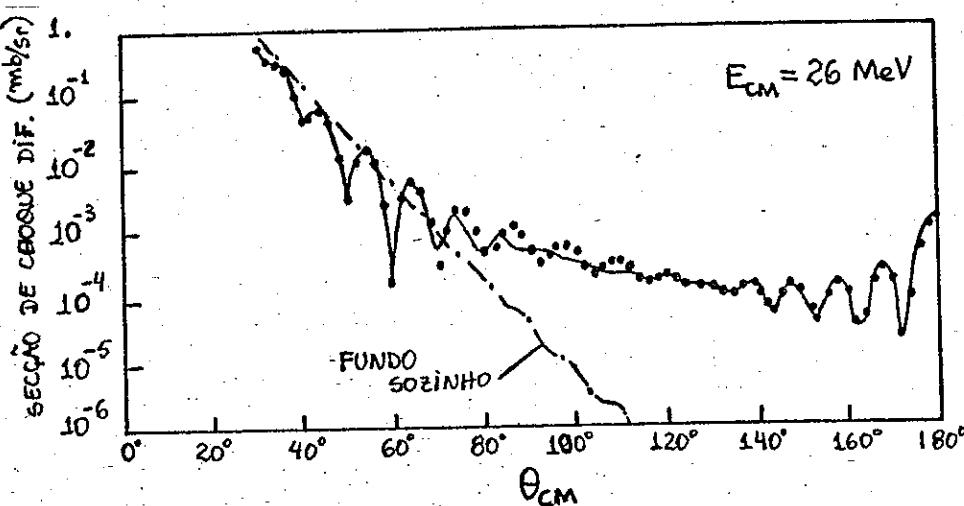


Figura 2.29 - A secção de choque versus ângulo para os parâmetros dados no texto. Os pontos foram gerados pelo modelo ótico. A linha interrompida é o resultado do termo de fundo sozinho (VO 71).

Um exemplo realístico da importância do Pólo de Regge nos ângulos trazeiros do espalhamento elástico entre íons pesados foi dado recentemente, depois que Braun-Munziger et al (BR 77a) conseguiram medir uma distribuição angular completa para o espalhamento elástico  $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$ . Eles afirmaram ser impossível conseguir um ajuste sobre toda a região angular com qualquer potencial ótico, mas que utilizando um pólo de Regge eles conseguiram um bom ajuste.

O sucesso deste ajuste foi interpretado como uma evidência de uma ressonância do tipo orbitação de uma onda parcial.

Recentemente excelentes ajustes foram obtidos para aqueles dados utilizando potenciais óticos transparentes na superfície (SH 78) sem a introdução explícita de um pólo de Regge. Os elementos da matriz S desse ajuste diferem drasticamente daqueles da análise com pólo de Regge, embora eles produzam basicamente, a mesma distribuição angular.

Finalmente, deve ser mencionado que estes potenciais ópticos dependentes de L que ajustam as distribuições angulares completas de  $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$  não reproduzem a forte dependência em energia do espalhamento elástico observada recentemente em 180° (BR 77b).

CAPÍTULO III  
ARRANJO EXPERIMENTAL

Os dados experimentais deste trabalho foram obtidos no Laboratório Pelletron da Universidade de São Paulo. Neste capítulo serão descritas superficialmente as partes fundamentais do equipamento experimental envolvido na coleta de dados.

### III-1) O FEIXE DE PARTICULAS

O feixe de  $^{16}\text{O}$  foi produzido por uma fonte de íons do tipo duoplasmatron (LA 65), cujo núcleo é mostrado na fig. 3.1 : o filamento aquecido emite eletrons a um potencial negativo em relação ao anodo. Na região do eletrodo intermediário (zwischen) estabelece-se um forte campo magnético, através de um imã permanente montado na região externa, que torna a trajetória dos eletrons espiralada. Isto aumenta a eficiência da ionização do gás que é aí introduzido provocando a formação de um plasma. A produção de íons negativos se dá quando a velocidade de propagação dos eletrons é comparável à velocidade orbital nas camadas não preenchidas dos átomos do gás.

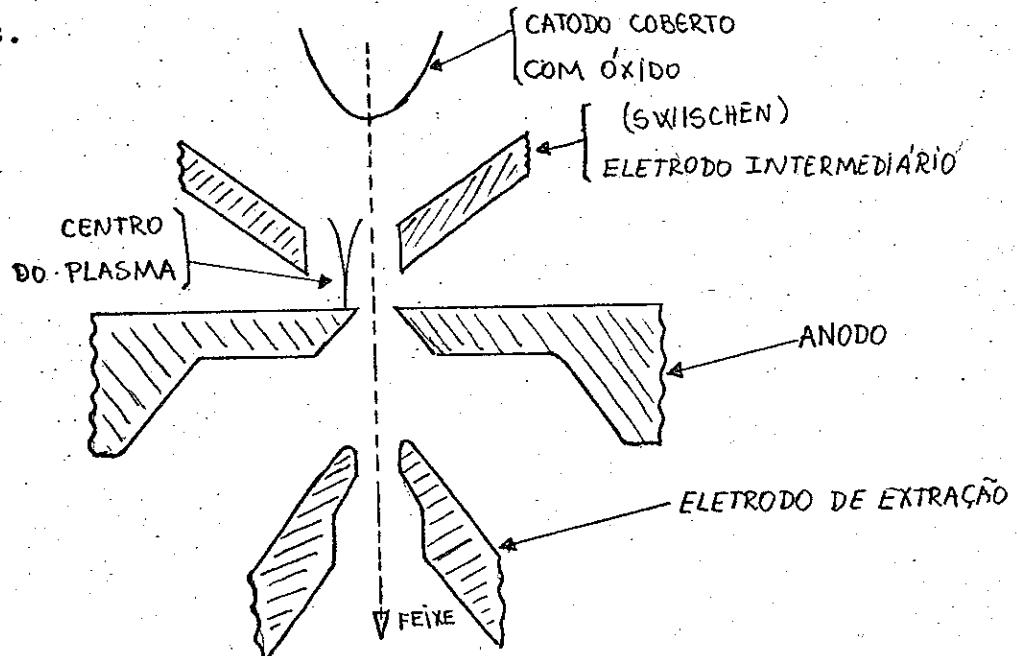


Figura 3.1 - Núcleo de uma fonte de íons duoplasmatron de extração direta (LA 65).

Para a obtenção de  $^{16}\text{O}^-$  deve-se introduzir na re -  
gião de descarga o gás  $\text{H}_2$  contaminado com  $^{16}\text{O}_2$ .

Os íons positivos são extraídos pelo eletrodo de extração mantido num potencial negativo em relação ao anôdo. O feixe negativo de interesse é extraído por um eletrodo positivo que é, também, o primeiro de uma sequência de três eletrodos constituintes de uma lente electrostática (einzel) focalizadora do feixe.

O feixe assim obtido tem baixa energia e seria muito dispersado, tanto pelo imã defletor ME-20 (descrito a seguir) como pela "lente divergente" que se forma na entrada do tubo acelerador devido ao alto gradiente de potencial (CR 76). Para evitar esse efeito o feixe é previamente acelerado: a parte superior da fonte é isolada e mantida num potencial de -80 kV e um pequeno tubo de aceleração executa uma transição lenta e gradual deste potencial ao potencial terra. Isto propicia ao feixe uma considerável rigidez elétrica e magnética.

#### O ACELERADOR E O TRANSPORTE DO FEIXE

O feixe extraído da fonte (carga mais provável -1) na direção horizontal é defletido de 90° por um eletroimã, cujo valor do produto massa energia ( $ME/Z^2$ ) é igual a 20 (fig.3.2). Em seguida um par de dubletos de quadrupolos o focalizam na entrada do Acelerador Pelletron (SA 74).

A energia de uma partícula num estado de carga  $Z$  ao deixar o acelerador é

$$E = eV_{\text{inj}} + (Z+1)eV_{\text{TERMINAL}}$$

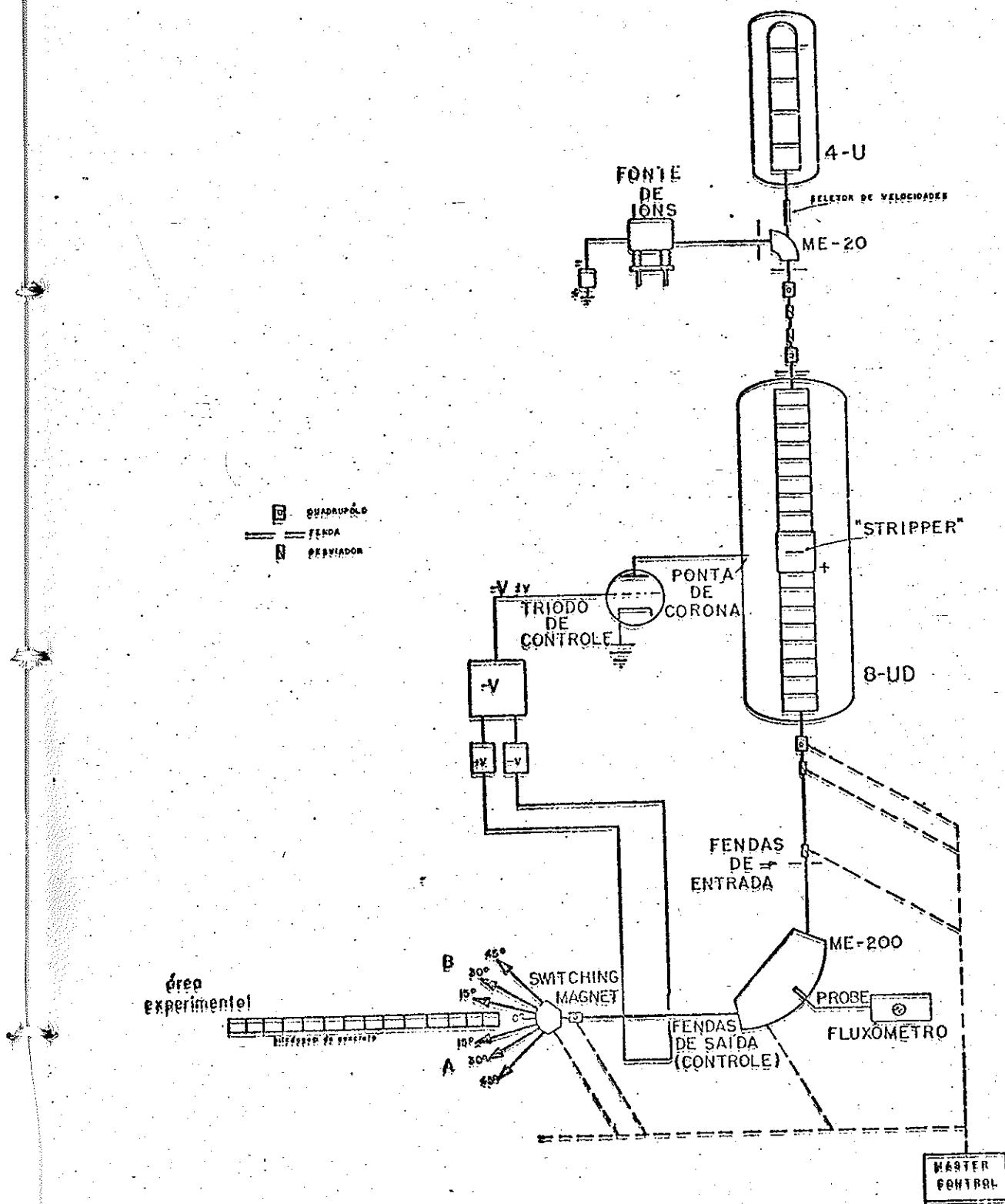


Figura 3.2 - Sistema do Accelerador Pelletron.

onde  $V_{inj}$  é o módulo do potencial negativo de pré aceleração e  $e$  é a carga eletrônica.

Na saída do acelerador existe um outro eletroímã ( $ME/Z^2=200$ ) de fundamental importância cuja função é (RO 75) :

- i) defletir o feixe de  $90^\circ$ , impondo-lhe uma trajetória horizontal;
- ii) selecionar partículas com determinada relação entre carga, mas sa e energia; e
- iii) definir e controlar a energia final do feixe.

Depois de analisado pelo ME-200, o feixe é dirigido por um outro eletroímã (Switching Magnet) para uma das canalizações na extremidade da qual, o feixe encontra a câmara de espalhamento após sofrer uma refocalização por outro dupletó de quadrupolos magnéticos.

### **III-3) CÂMARA DE ESPALHAMENTO E ALVOS**

Um porta alvos com capacidade para quatro alvos foi colocado no centro de uma câmara de espalhamento de 100 cm de diâmetro (fig. 3.3 e 3.4). Antes de tocar o alvo o feixe passa por um sistema duplo de colimação (1E, 2E, 1S e 2S na fig. 3) cuja geometria define um feixe na direção  $0.0^\circ \pm 0.2^\circ$  (WO 53)

Foram instalados na câmara quatro detektors de barreira de superfície de espessura  $100 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  (fig. 3.4) separados entre si de  $10^\circ$ , além de um outro detetor fixo em  $\theta_{Lab} = 15^\circ$  para a monitoração e normalização de todas as medidas.

O sistema de leitura da posição angular dos detektors permite uma precisão de 1 minuto de grau.

A técnica utilizada na confecção dos alvos foi a evaporação do alumínio metálico, em vácuo, por aquecimento através do bombardeamento eletrônico. Foram utilizados alvos de espes-

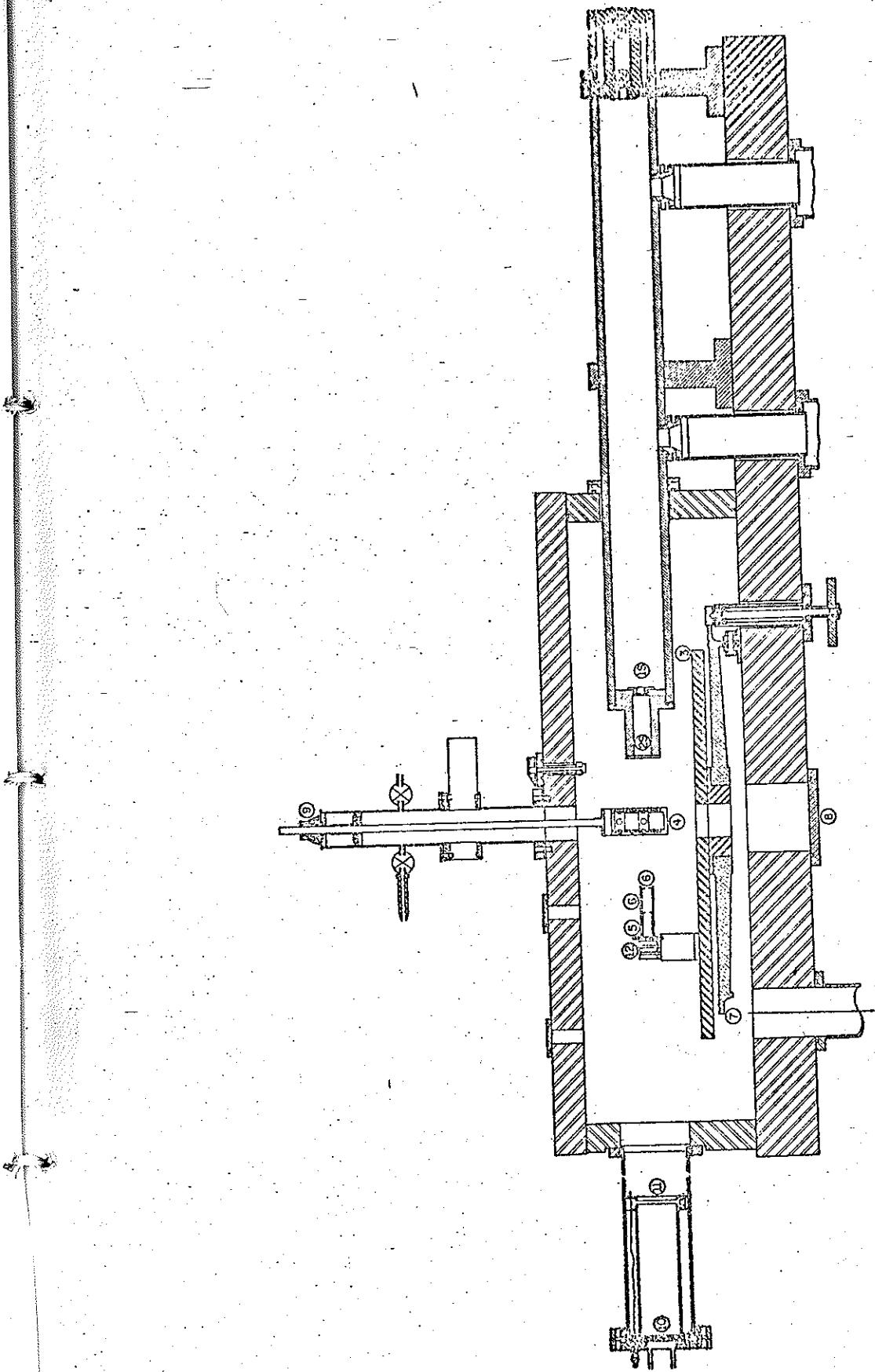


Figura 3.3 - Esquema da câmara de espalhamento.

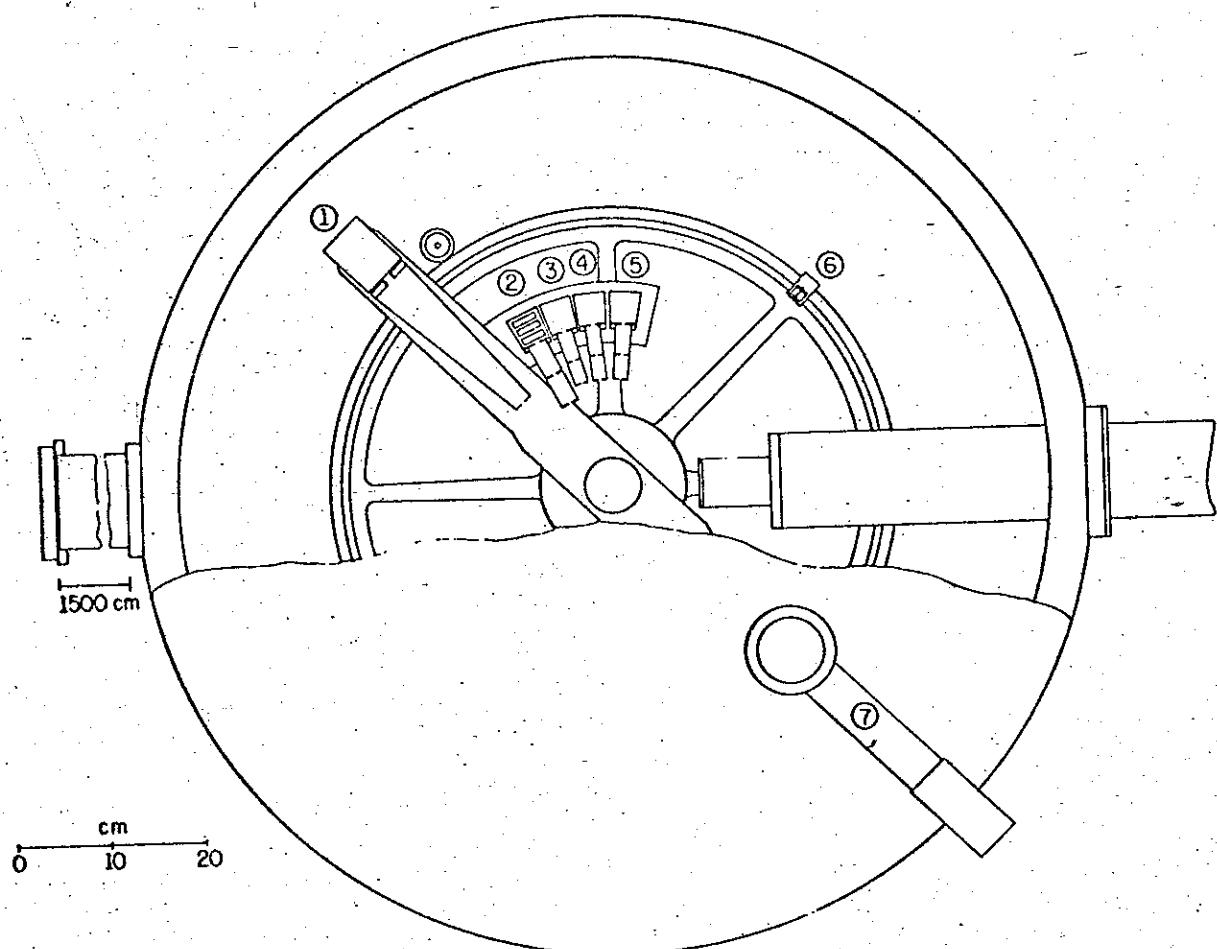


Figura 3.4 - Vista superior da câmara de espalhamento

1-2-3-4-5: Sistema de detecção: - colimadores  
- detectores

6: Leitura da posição angular dos detectores

7: Luneta para leitura

sura em torno de  $70 \mu\text{g/cm}^2$  e os contaminantes presentes mais significativos são: carbono, oxigênio e tântalo.

### III-4) DISPOSITIVO ELETRÔNICO

A eletrônica associada a estas medidas diretas é muito simples (fig. 3.5). Bem próximo ao detector o pulso sofre uma pré amplificação e é enviado através de um cabo coaxial até a sala de controle onde é tratado até adquirir uma forma ideal para a sua análise por um conversor analógico-digital (CAD). Este converte o pulso de tensão num endereço digital na memória do computador Honeywell DDP-516 cujo conteúdo é incrementado toda vez que uma outra partícula produzir o mesmo pulso.

Terminada uma medida aciona-se a interface entre o Honeywell e o computador IBM 360/44 para que os espectros sejam armazenados numa fita magnética.

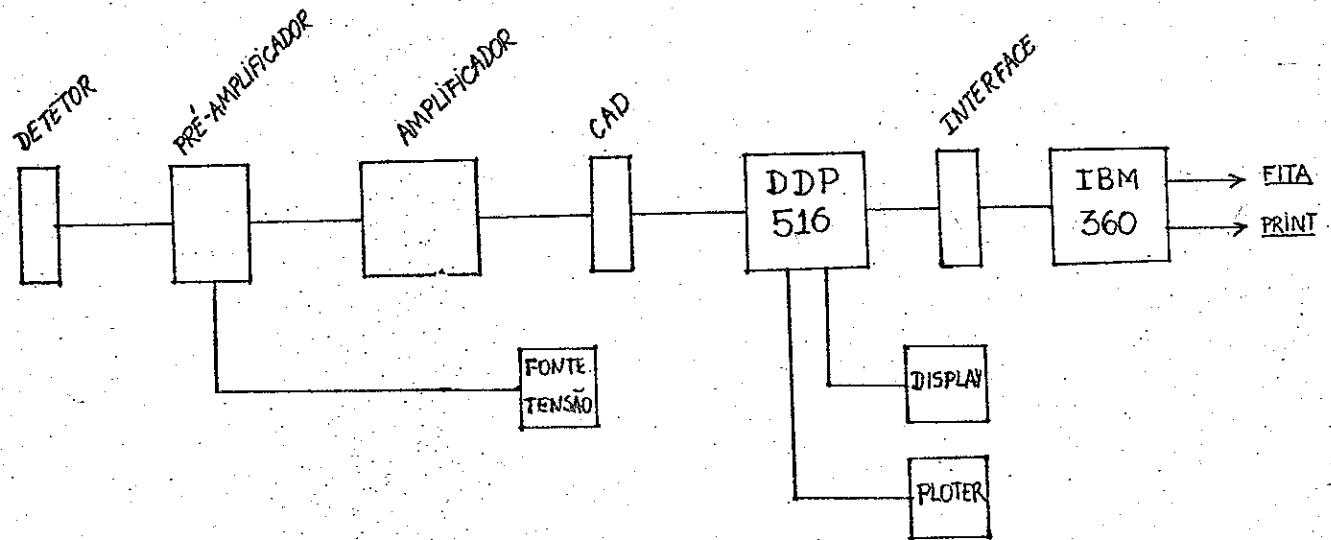


Figura 3.5 - Esquema da eletrônica envolvida na coleta de dados.

## CAPÍTULO IV

### PROCESSAMENTO DOS DADOS E RESULTADOS OBTIDOS

#### IV-1) IDENTIFICAÇÃO

A altura da barreira coulombiana para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  em estudo é em torno de 30.0 MeV no laboratório e, por isso, foram tomadas distribuições angulares da reação  $^{27}\text{Al}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O},)^{27}\text{Al}$  nas seguintes condições:

- 1)  $E_{\text{lab}} = 45.60 \text{ MeV}$  de  $\theta_{\text{lab}} = 5^\circ$  até  $\theta_{\text{lab}} = 50^\circ$ , em intervalos de  $2.5^\circ$ .
- 2)  $E_{\text{lab}} = 45.00 \text{ MeV}$  de  $\theta_{\text{lab}} = 5^\circ$  até  $\theta_{\text{lab}} = 35^\circ$ , em intervalos de  $2.5^\circ$ .
- 3)  $E_{\text{lab}} = 40.00 \text{ MeV}$  de  $\theta_{\text{lab}} = 10^\circ$  até  $\theta_{\text{lab}} = 70^\circ$ , em intervalos de  $2^\circ$ .
- 4)  $E_{\text{lab}} = 35.00 \text{ MeV}$  de  $\theta_{\text{lab}} = 8^\circ$  até  $\theta_{\text{lab}} = 62^\circ$ , em intervalos de  $2^\circ$ .
- 5)  $E_{\text{lab}} = 30.00 \text{ MeV}$  de  $\theta_{\text{lab}} = 8^\circ$  até  $\theta_{\text{lab}} = 100^\circ$ , em intervalos de  $2^\circ$ .

A fig. 4.1 mostra um aspecto típico dos ângulos dianteiros e a fig. 4.2 um dos ângulos trazeiros.

A análise dos dados experimentais começa com a identificação dos picos no espectro. No nosso caso isso foi feito utilizando uma reta de calibração do detector construída unindo dois pontos: o pico elástico do alumínio de identificação imediata e o canal zero do detector, isto é, o canal correspondente à energia zero. Este último era calculado para cada detector utilizando um gerador de pulsos de altura em energia bem determinada. Verificou-se que este canal nunca diferia do canal número zero de mais de 0.5%. No final da tomada de dados este procedimento era repetido para detetar possíveis variações nas condições de operação dos detectores.

#### IV-2) RESOLUÇÃO NOS ESPECTROS

Para avaliar a largura à meia altura dos picos nos

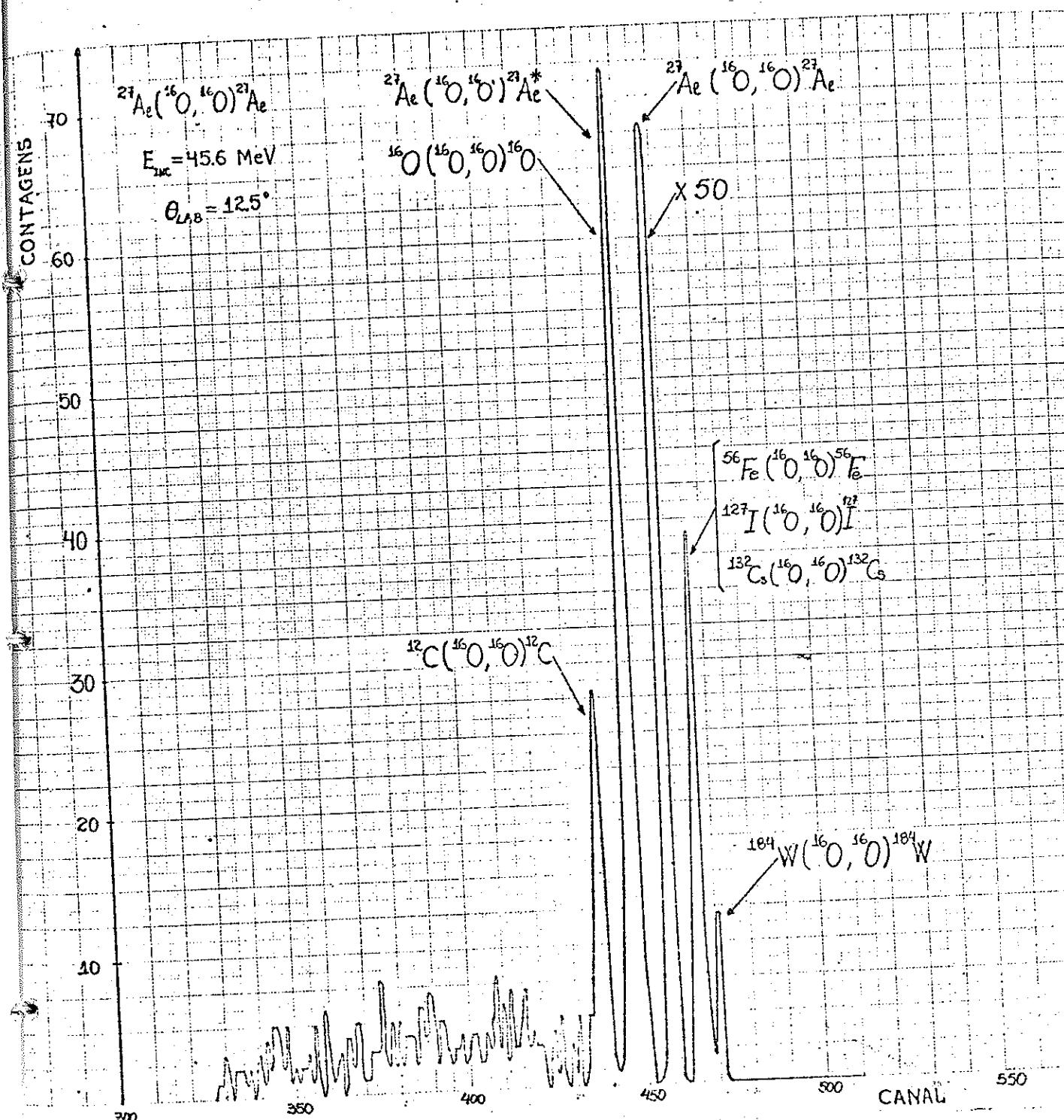


Figura 4.1 - Espectro típico dos ângulos dianteiros.

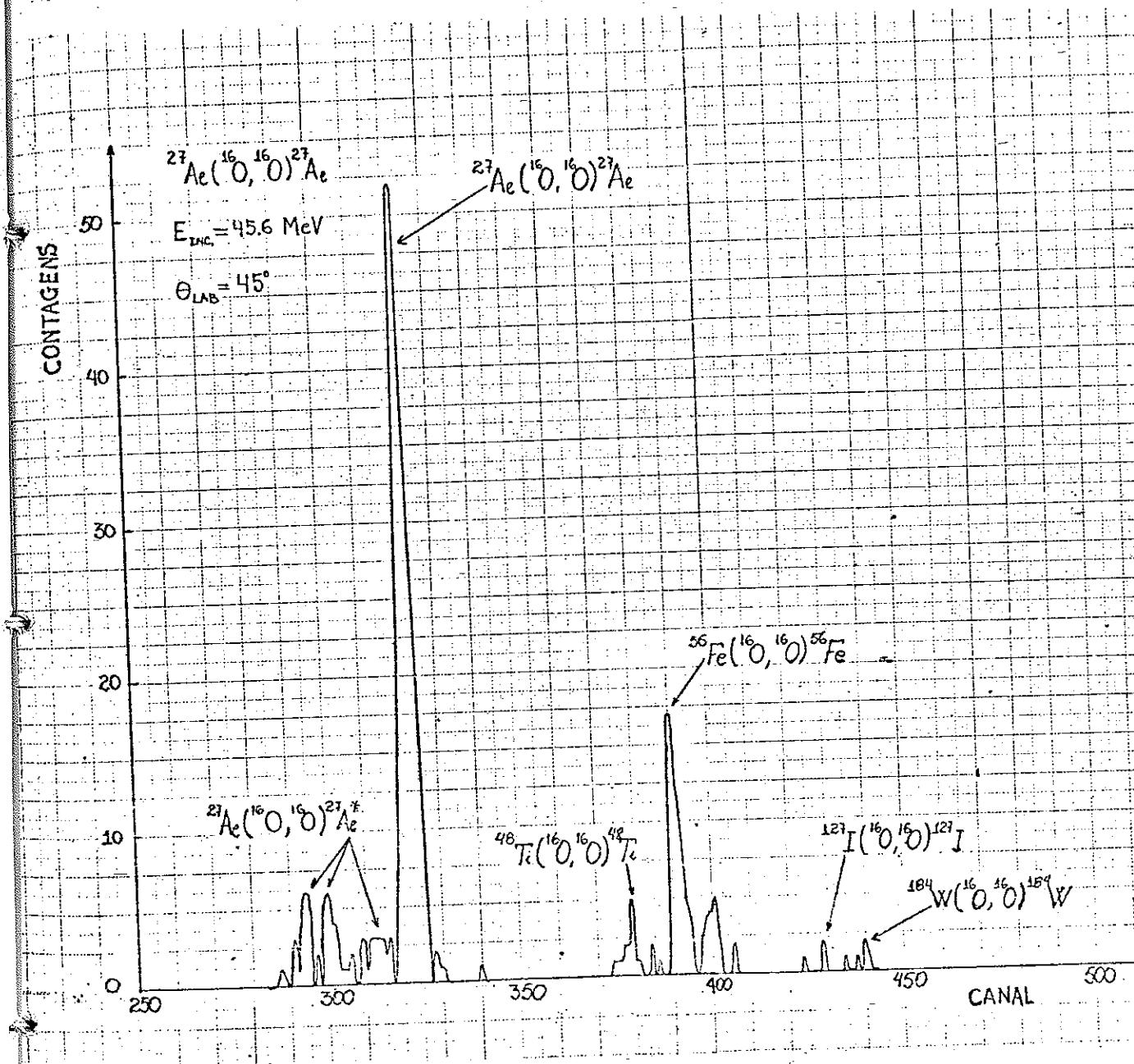


Figura 4.2 - Espectro típico dos ângulos trazeiros.

espectros de energia foi construída a curva (fig. 4.3) da cinemática do espalhamento elástico de  $^{16}\text{O}$  po  $^{27}\text{AL}$ . Nas reações entre ions pesados três efeitos são preponderantes para o alargamento dos picos ( $E_{\text{lab}} = 45.6 \text{ MeV}$  e  $\theta_{\text{lab}} = 50^\circ$ )

- i) a divergência angular do feixe incidente no alvo é de aproximadamente  $0.4^\circ$  (sec.III-3). Isto introduz um alargamento de aproximadamente 200 keV;
- ii) o feixe espalhado possui uma divergência angular também de aproximadamente  $0.4^\circ$  fixada pelo colimador do detector. Isto dá uma contribuição de 200 keV;
- iii) a perda total de energia no alvo foi estimada (NO 70) em torno de 300 keV.

Portanto a combinação destes três fatores fornecem uma previsão para a largura do pico de 400 keV. O espectro medido fornece uma resolução de 440 keV.

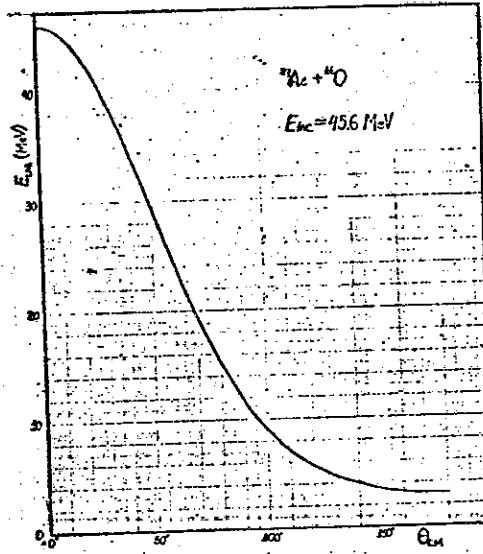


Figura 4.3 - Cinemática do espalhamento elástico de  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  em  $E_{\text{lab}} = 45.6 \text{ MeV}$ .

Esta resolução impediu a separação dos dois primeiros estados excitados do alumínio (0.863 e 1.010 MeV) que diferem apenas de  $\sim 150$  keV.

Uma outra dificuldade surgida foi a coincidência em

todos os ângulos do pico inelástico do alumínio e do pico elástico do oxigênio que contamina o alvo, que impediu uma análise do espalhamento inelástico.

#### IV-3) CÁLCULO DA SECÇÃO DE CHOQUE

A área dos picos foi calculada diretamente dos espectros onde os picos estavam separados e, naqueles em que isso não ocorria, foi calculada utilizando um programa de ajuste de picos (MI 75).

Foi deduzido no segundo capítulo (eq. 2.5) que o número de eventos detetados numa reação é

$$y = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{LAB} N_A N_F \Delta\Omega \quad (4.1)$$

onde  $N_F$  é o número total de partículas que incidem no alvo.

Nas reações entre íons pesados, devido ao estado de carga incerto da partícula espalhada, o cálculo de  $N_F$  pode tornar-se impreciso se for utilizado um integrador de feixe convencional. Esta dificuldade geralmente é contornada fazendo uma aproximação, que, para estas reações, é tanto melhor quanto mais baixa é a energia: o espalhamento para ângulos pequenos é puramente coulombiano. Ao longo de quase toda a literatura este ângulo dianteiro de normalização é tomado entre  $15^\circ$  e  $20^\circ$  no centro de massa. Todas as nossas distribuições angulares foram normalizadas por  $\theta_{cm} \approx 16^\circ$  ( $\theta_{lab} = 10^\circ$ ).

A razão entre o número de partículas detetadas no ângulo  $\theta$  e o número de partículas detetadas no monitor em  $\theta_{lab} = 15^\circ$  durante uma exposição será

$$\frac{Y(\theta)}{Y(15^\circ)} = \frac{\frac{d\sigma_{LAB}(\theta)}{d\Omega} N_A N_F \Delta\Omega_\theta}{\frac{d\sigma_{LAB}(15^\circ)}{d\Omega} N_A N_F \Delta\Omega_M} = \frac{\frac{d\sigma_{CM}(\theta)}{d\Omega} F(15^\circ) \Delta\Omega_\theta}{\frac{d\sigma_{CM}(\theta)}{d\Omega} F(\theta) \Delta\Omega_M} \equiv R(\theta) \quad (4.2)$$

onde  $F(\theta)$  é o fator de conversão da secção de choque do laboratório para o sistema do centro de massa (eq. 2.21). Em particular, para o ângulo de normalização  $\theta=10^\circ$  a expressão 4.2 fica

$$R(10) = \frac{Y(10^\circ)}{Y(15^\circ)} = \frac{\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{RUTH.}^{CM} F(15^\circ) \Delta\Omega_{10^\circ}}{\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{RUTH.}^{CM} F(10^\circ) \Delta\Omega_M} \quad (4.3)$$

onde já aproximamos a secção de choque em  $\theta_{lab}=10^\circ$  pela secção de choque puramente coulombiana (Rutherford).

Então, dividindo a expressão 4.2 pela 4.3, resulta que a secção de choque absoluta elástica no CM será

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \right|_{ELÁSTICA}^{CM} = - \frac{R(\theta)}{R(10)} \frac{F(\theta)}{F(10)} \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{RUTH.}^{CM} \quad (4.4)$$

A incerteza na secção de choque pode ser calculada propagando os desvios devidos, principalmente a:

- i) erro estatístico variando entre 1% e 4%;
- ii) erro inerente à normalização por  $\theta_{lab}=10^\circ$ , que no caso mais desfavorável ( $E_{lab}=45.6$  MeV) pode ser estimado em 3%.

Podemos atribuir à secção de choque absoluta um desvio inferior a 2,5% exceto para  $\theta_{lab} > 40^\circ$ , onde o aumento do erro estatístico eleva o desvio para 7%.

## CAPÍTULO V

### ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAIS

### V-1) MODELO ÓTICO

Uma vez calculadas as distribuições angulares com o procedimento descrito no Capítulo IV, o primeiro passo foi tentar ajustá-las com o modelo ótico. Partimos de um conjunto inicial de parâmetros extraídos de Ball (BA 75) e utilizamos um programa de pesquisa automática de parâmetros, MODOPT, que utiliza um potencial do tipo Woods-Saxon (descrito na eq. 2.81) e calcula, variando os parâmetros desejados, o melhor ajuste para a distribuição angular experimental (CO 68,71). A qualidade do ajuste é definida pelo critério convencional

$$\chi^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( \frac{F_i - f_i}{\epsilon_i} \right)^2 , \quad (5.1)$$

onde

$$F_i = \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_i) \right]_{\text{exp.}}$$

$$f_i = \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_i) \right]_{\text{calculado}}$$

$\epsilon_i$  = desvio de  $F_i$

N = número de pontos experimentais

Foi utilizado também um programa de pesquisa manual de parâmetros, OPMOD, exatamente igual ao MODOPT exceto pelo fato que a variação dos parâmetros é mais facilmente controlada pelo operador (PL 77).

Após várias tentativas para cada distribuição angular, conseguimos os ajustes mostrados nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3. Nota-se um excelente acordo do modelo ótico com os dados

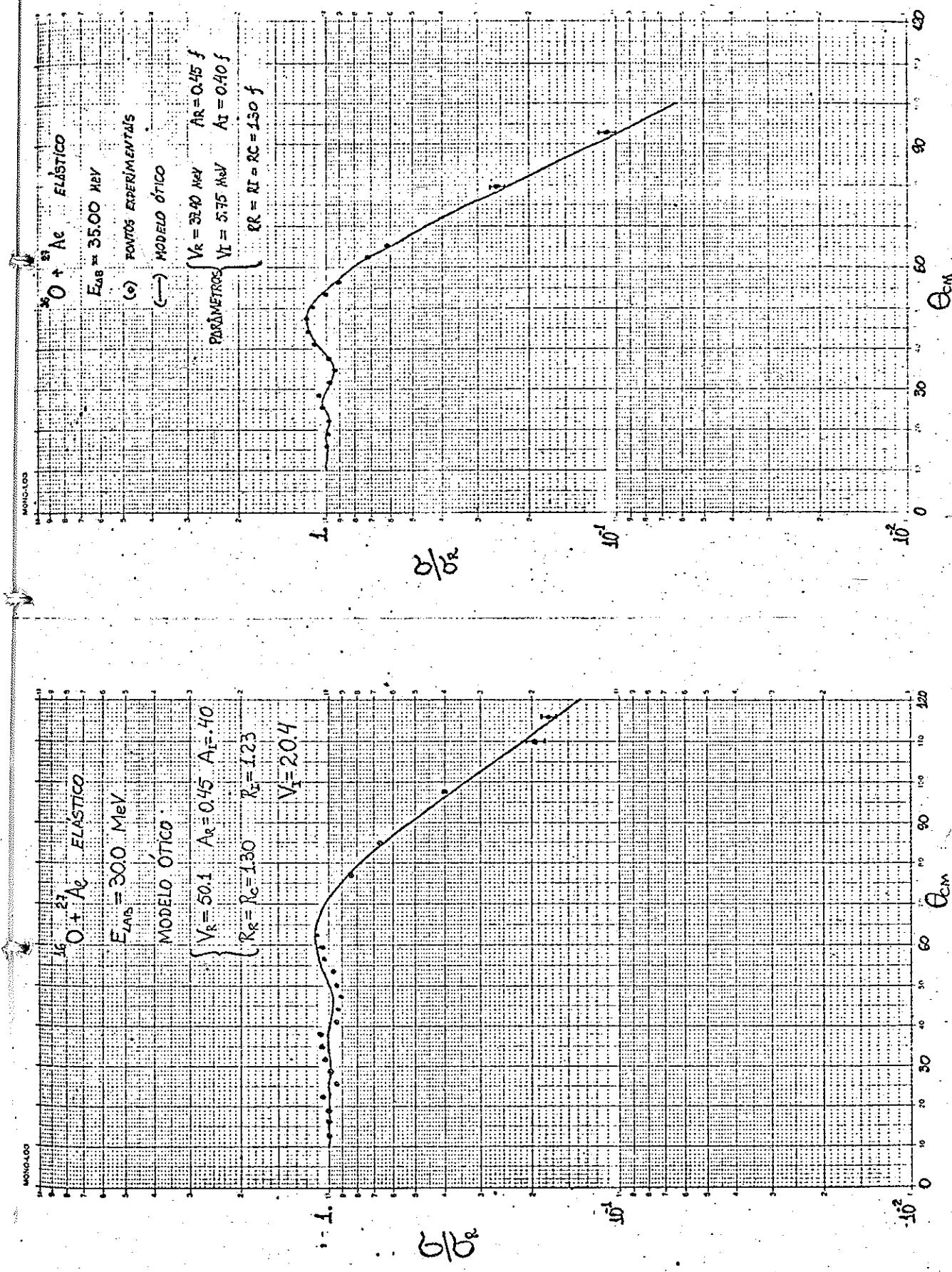


Figura 5.1 - Ajustes do modelo ótico às distribuições angulares em 30 e 35 MeV.

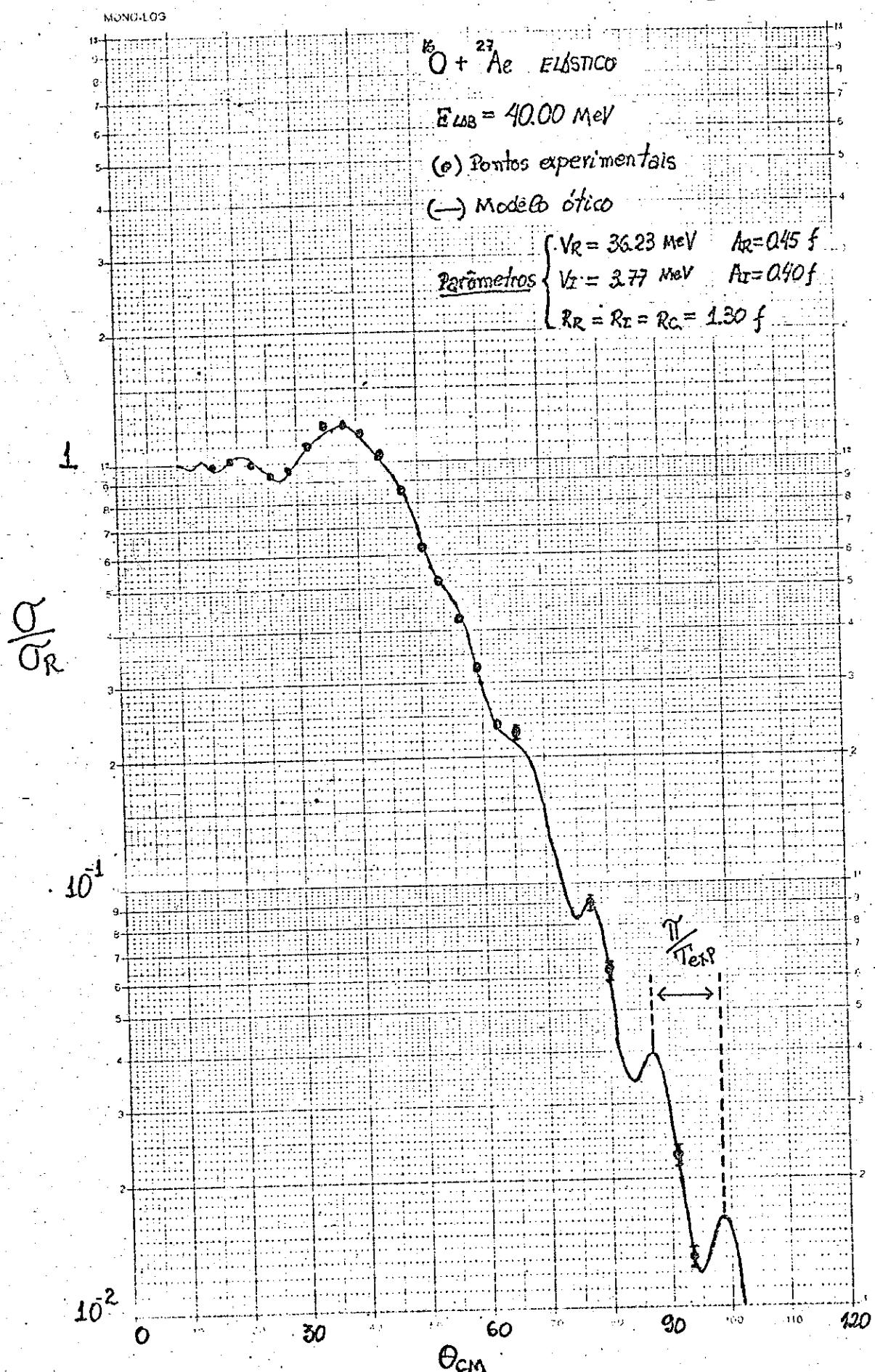


Figura 5.2 - Ajuste do modelo ótico à distribuição angular em 40.0 MeV.

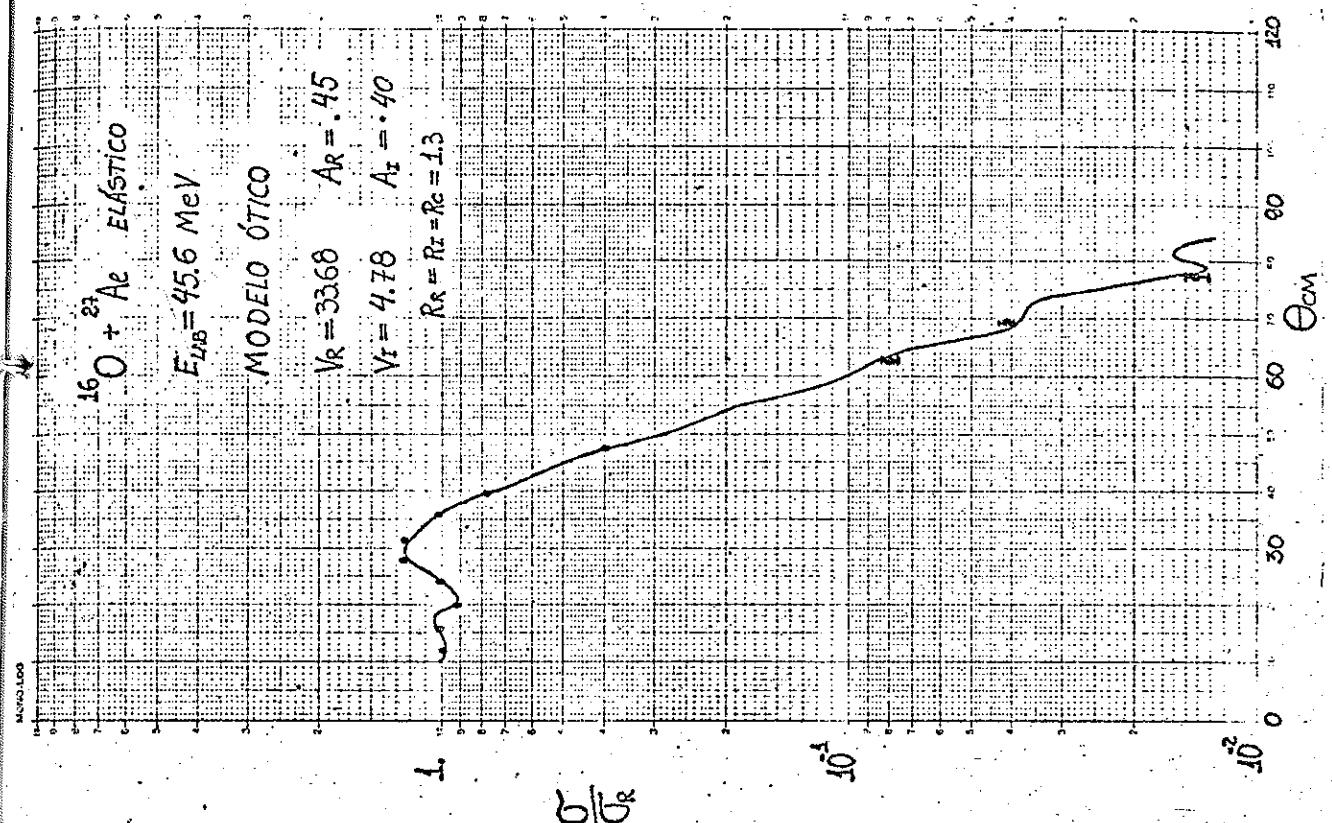
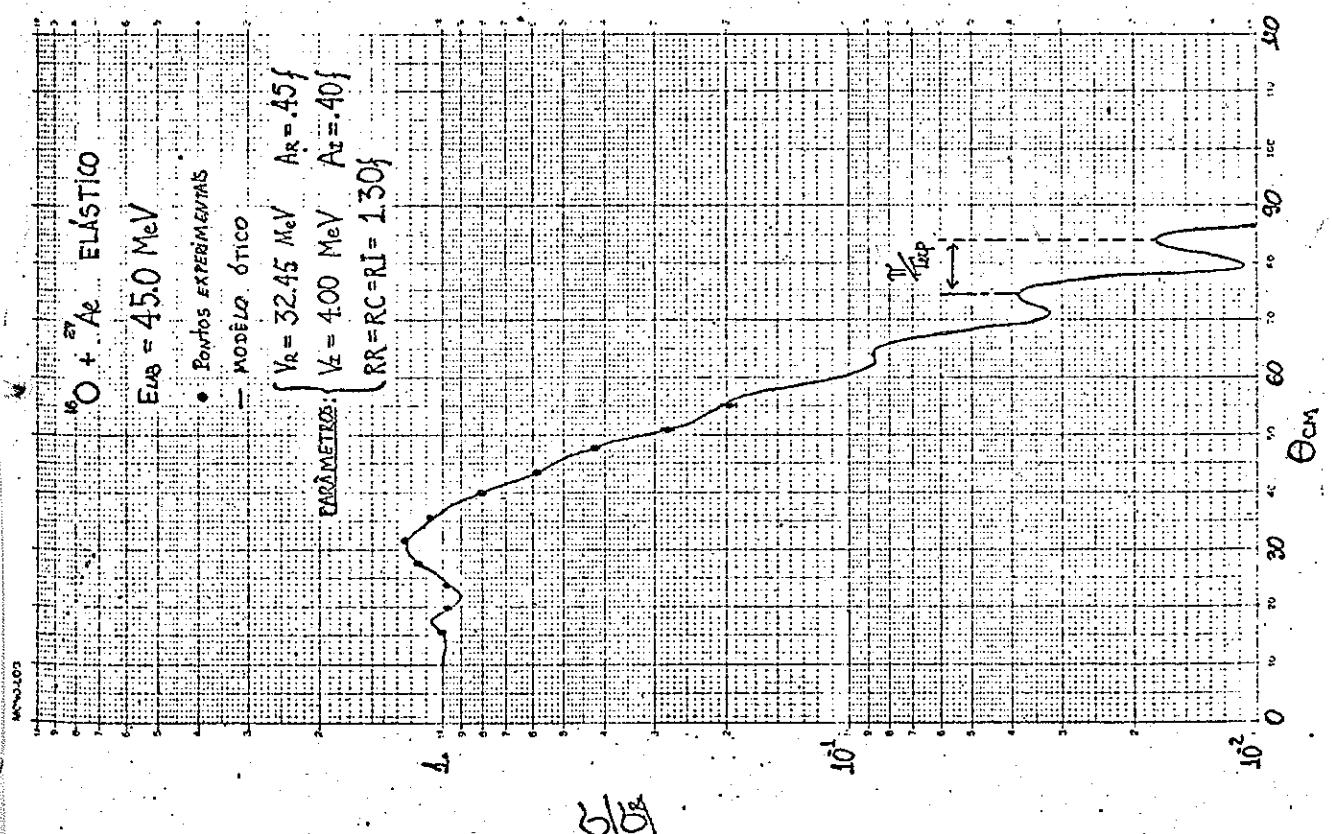


Figura 5.3 - Ajustes do modelo óptico às distribuições angulares experimentais em 45.0 e 45.6 MeV.

experimentais, exceto na distribuição em  $E_{lab} = 30.0$  MeV, onde o último máximo ( $\theta_{cm} \approx 63^\circ$ ) parece ter sido deslocado para baixo, de tal maneira que o último vale ( $\theta_{cm} \approx 48^\circ$ ) apresenta uma "amplitude" muito grande. Estas são características de sistemas em que o canal elástico está fortemente acoplado a canais inelásticos (DO 78). Esta hipótese é alimentada pelo fato que a energia incidente de 30 MeV está muito próxima da barreira coulombiana (em torno de 29 MeV) e, então, a probabilidade de ocorrer excitação coulombiana é grande.

A análise do espalhamento inelástico seria interessante, mas ela foi impossibilitada devido superposição do pico inelástico do alumínio com o pico elástico do oxigênio que contamina o alvo em todos os ângulos de interesse (fig. 4.1).

O ajuste é particularmente bom nas distribuições angulares em 40.0 e 45.6 MeV, onde inclusive as estruturas apresentadas pelos dados experimentais são acompanhadas pela curva teórica. Uma tentativa de justificação dessas estruturas será dada na seção V-4.

#### V-2) MODELO DE BLAIR (Sharp cut-off)

Para obter as implicações das hipóteses (2.89), desenvolvemos um programa que calcula a seção de choque elástica do modelo de Blair ( $\sigma_{Blair} = \sigma_B$ ), através da amplitude de espalhamento 2.90. A maior virtude desse modelo é que seus resultados dependem, além do parâmetro coulombiano  $\eta$ , somente da quantidade (inteira)  $T$ , que se relaciona com o raio de interação  $R$  por (FR 63)

$$R = \frac{1}{k} [ \eta + (\eta^2 + T^2)^{1/2} ] \quad (5.2)$$

Então, se T puder ser extraído dos dados experimentais o raio da interação pode ser avaliado.

Os melhores ajustes conseguidos com o modelo de Blair são mostrados nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6. Embora hajam muitas discrepâncias, é surpreendente como um modelo tão simples consegue aproximar-se tanto dos resultados experimentais, principalmente nos ângulos dianteiros.

Da análise das fig. 5.4, 5.5 e 5.6 pode-se traçar o comportamento geral de  $\sigma_B/\sigma_R$ , onde  $\sigma_R$  é a seção de choque de Rutherford. Duas regiões angulares com diferentes características podem ser distinguidas. O ângulo que divide estas duas regiões chamado ângulo crítico  $\theta_c$  é definido por

$$T = \eta \cot \frac{1}{2} \theta_c \quad (5.3)$$

Na região  $\theta \leq \theta_c$  (a região "coulombiana") existem, em torno do valor 1, oscilações de grande amplitude e pequena frequência, que serão chamadas de oscilações "grandes". Superpostas a estas, existem oscilações irregulares de pequena amplitude e alta frequência que serão chamadas de oscilações "pequenas".

Na vizinhança de  $\theta_c$  a seção de choque se afasta rapidamente de  $\sigma_R$ . Somente as oscilações "pequenas" permanecem superpostas ao rápido decréscimo de  $\sigma_B/\sigma_R$ .

Na região  $\theta > \theta_c$  (a região "difrativa") aparece outro tipo de oscilação com amplitude que aumenta rapidamente com o ângulo e com período que aproxima rapidamente do valor constante  $\pi/T$  (AK 45).

Quando comparamos estas previsões com os dados experimentais notamos que as discrepâncias quantitativas maiores ocorrem na região "difrativa". Estas oscilações de grande amplitude são

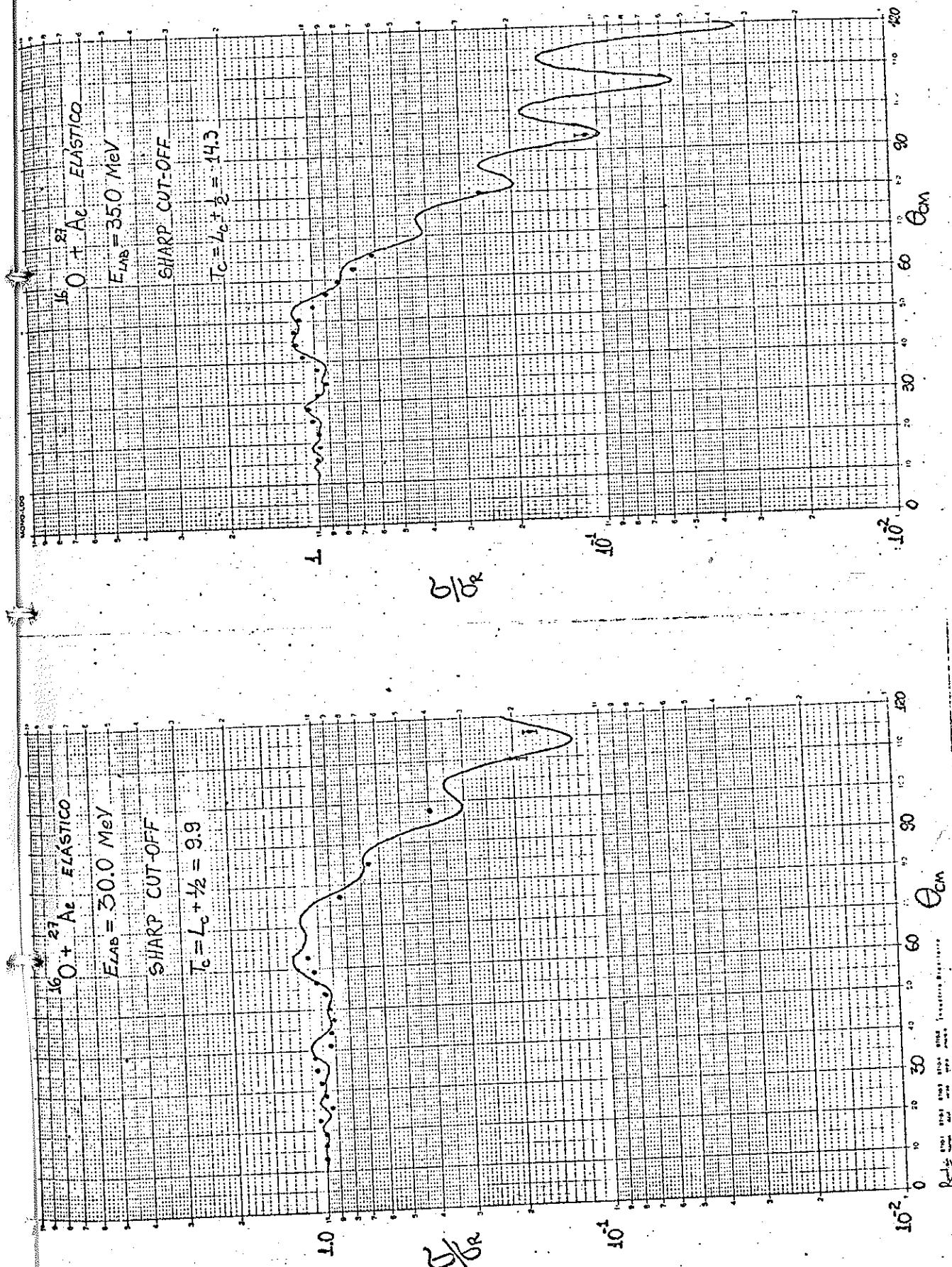


Figura 5.4 - Ajustes do sharp-cut-off às distribuições angulares em 30 e 35 MeV.

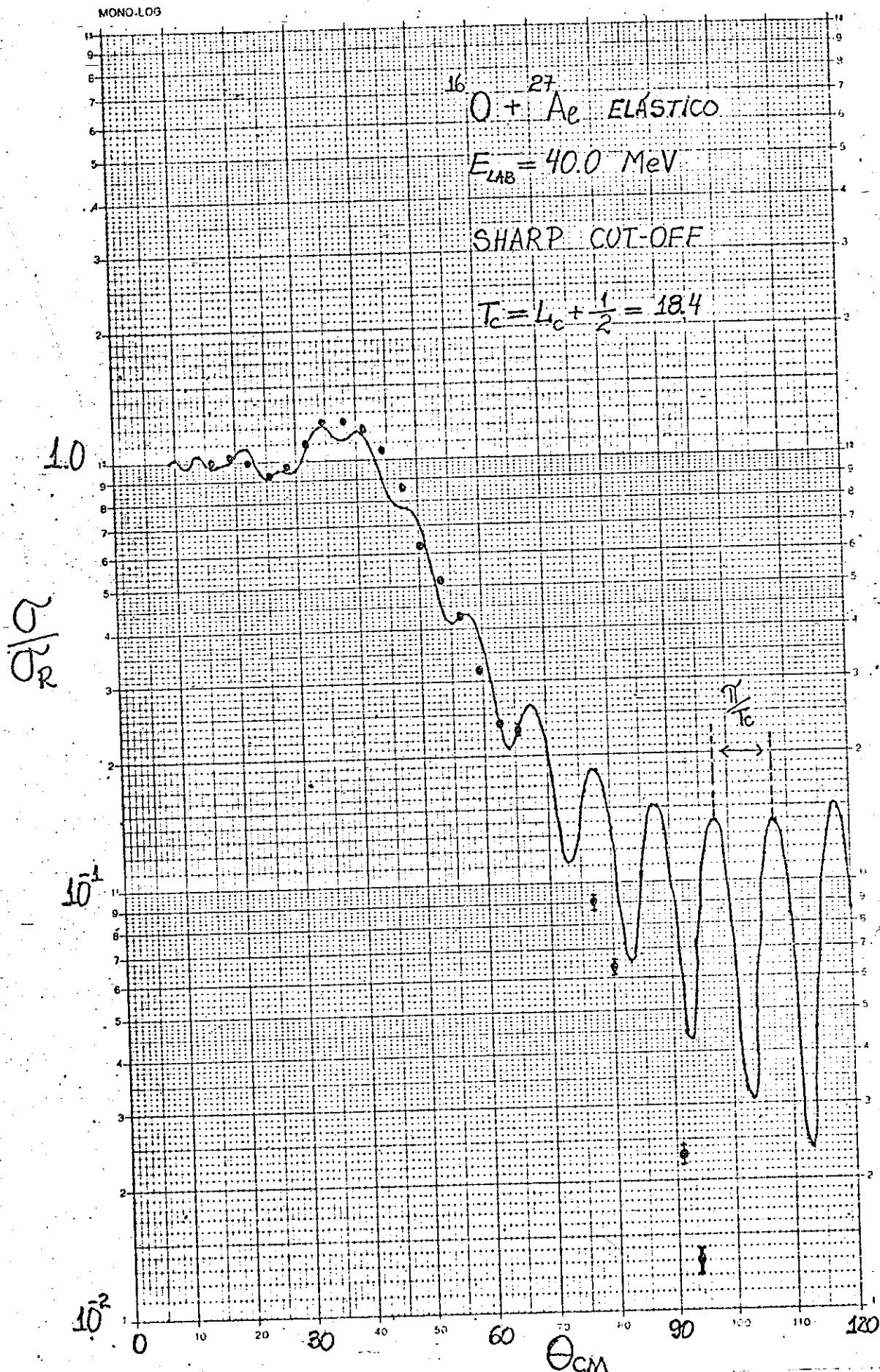
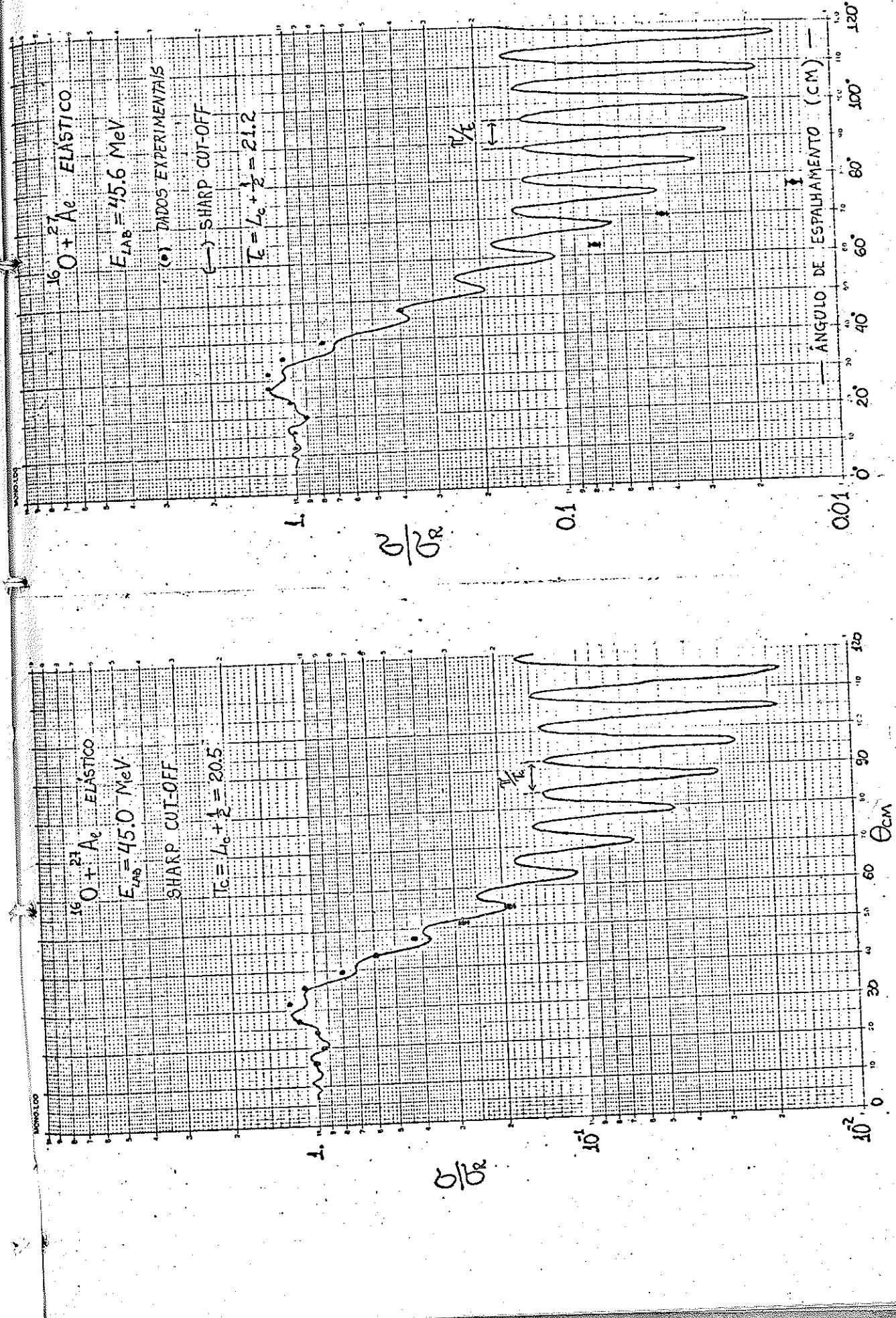


Figura 5.5 - Ajuste do sharp cut-off à distribuição angular em 40.0 MeV.



observadas somente com núcleos leves. Para núcleos de peso médio, como o nosso caso, estas oscilações são bastante amortecidas e para os núcleos muito pesados elas inexistem. O acordo na região "coulombiana" é bem melhor, embora os dados não apresentem as oscilações "pequenas". Nota-se ainda, que na região "difrativa" a secção de choque experimental cai mais rapidamente com o aumento do ângulo que o previsto pelo modelo, diferença esta que aumenta com a energia (fig. 5.4, 5.5 e 5.6).

Vê-se nas figuras 5.2 e 5.3 que as oscilações na região "difrativa", embora muito amortecidas, parecem existir. Isto então, permite determinar o valor do momento angular de "corte" T e, portanto, do raio da interação. Este procedimento permite, então, fazer uma verificação (não conclusiva) se aquelas oscilações são artificiais, isto é, originam-se das ambiguidades do potencial. O resultado desse cálculo é mostrado na tabela 5.1, onde foi colocado, também, o desvio percentual desta avaliação do raio de interação em relação ao valor calculado por  $1.30 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ .

TABELA 5.1

Avaliação experimental do raio médio da interação entre  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$

E <sub>Lab</sub> (MeV)	T <sub>exp</sub> (h)	T <sub>1/4</sub> (h)	R <sub>exp</sub> (fm)	Desvio (%)
45.6	19.35	20.2	8.45	17
45.0	18.95	20.1	8.44	16
40.0	19.35	17.4	8.63	20

A distribuição angular em 400 MeV, que possui um maior número de pontos experimentais e um melhor ajuste do modelo ótico, fornece um valor muito bom do raio de interação. Isto dá uma maior credi-

bilidade àquelas oscilações.

Mesmo quando não estão presentes oscilações, os valores de  $T$  podem ser avaliados pela chamada "receita do ponto um quarto". De acordo com argumentos semi-clássicos (BL 54), o ângulo tal que  $\sigma_B/\sigma_R = 1/4$  seria igual a  $\theta_C$ . Entretanto, pode ser mostrado (FR 63) que  $\theta_C$  é apenas, aproximadamente igual ao verdadeiro "ponto um quarto",  $\theta_{1/4}$ . Esta aproximação é tanto melhor quanto maior for o parâmetro coulombiano  $\eta$ .

Na tabela 5.2 estão computados os valores experimentais de  $\theta_{1/4}$ ,  $\theta_C$  do modelo de Blair (deduzidos dos  $\theta_{1/4}$ ) e os "one quarter-points" avaliados através das oscilações das distribuições angulares do modelo ótico em 40.0, 45.0 e 45.6 MeV. Chamaremos estas últimas de  $\theta_{1/4D}$ , onde o índice D significa "deduzido".

TABELA 5.2

Comparação entre os valores de  $\theta_{1/4}$ ,  $\theta_C$  e  $\theta_{1/4D}$  (texto) das várias energias.

$E_{Lab}$ (MeV)	$\theta_{1/4}$ (graus)	$\theta_C$ (graus)	$\theta_{1/4D}$ (graus)	Desvio (%)
30.0	106.5	100.6	-	-
35.0	79.5	75.4	-	-
40.0	61.5	58.7	63.7	4
45.0	51.8	49.6	54.5	5
45.6	51.4	49.2	53.2	3

Os dados computados na tabela 5.2 chamam a atenção para dois fatos:

- i) o ângulo crítico,  $\theta_C$ , da "sharp cut-off" é sempre menor que o valor experimental  $\theta_{1/4}$ ; e

ii) o valor do "one quarter-point" deduzido,  $\theta_{1/4, D}$ , é muito próximo do valor extraído diretamente das distribuições angulares,  $\theta_{1/4}$ . A última coluna da tabela 5.2 fornece o desvio percentual de um em relação ao outro, o qual nunca é maior que 5%. Este é mais um indício da existência daquelas estruturas na região  $\theta > \theta_C$  em 40.0, 45.0 e 45.6 MeV.

### V-3) OS MODELOS DE MC INTYRE E DE FRAHN: "SMOOTH CUT-OFF".

As discrepâncias do modelo de Blair foram resolvidas simplesmente pelo relaxamento da condição (2.89). Com a inclusão de uma transição suave do valor zero do módulo da matriz S ao valor 1, conseguiu-se um excelente acordo com os dados experimentais, principalmente na região "coulombiana"  $\theta < \theta_C$ . As figuras 5.7, 5.8 e 5.9 mostram os melhores ajustes às distribuições angulares conseguidos.

Os cálculos foram efetuados por um programa que desenvolvemos para fornecer a secção de choque das parametrizações de Mc Intyre e de Frahn. No primeiro caso ele calcula a matriz S a partir da expressão (2.91) e executa, exatamente, a somatória da amplitude total de espalhamento (2.53). No segundo caso, o programa calcula as expressões 61a e 62b da referência (FR 63), as quais contêm algumas aproximações e a parametrização (2.93) (seção II-4.4.2). Tanto as distribuições angulares como a matriz S geradas pelas duas parametrizações são muito semelhantes<sup>1)</sup>. Então optamos pelo modelo de Frahn por apresentar algumas vantagens (seção II-4.4.2).

Comparando os resultados da "sharp cut-off" com os do "smooth cut-off" conclui-se que a introdução da difusibilidade  $\Delta$  provoca:

1) Em trabalhos posteriores Frahn abandonou a parametrização (2.93) e passou a

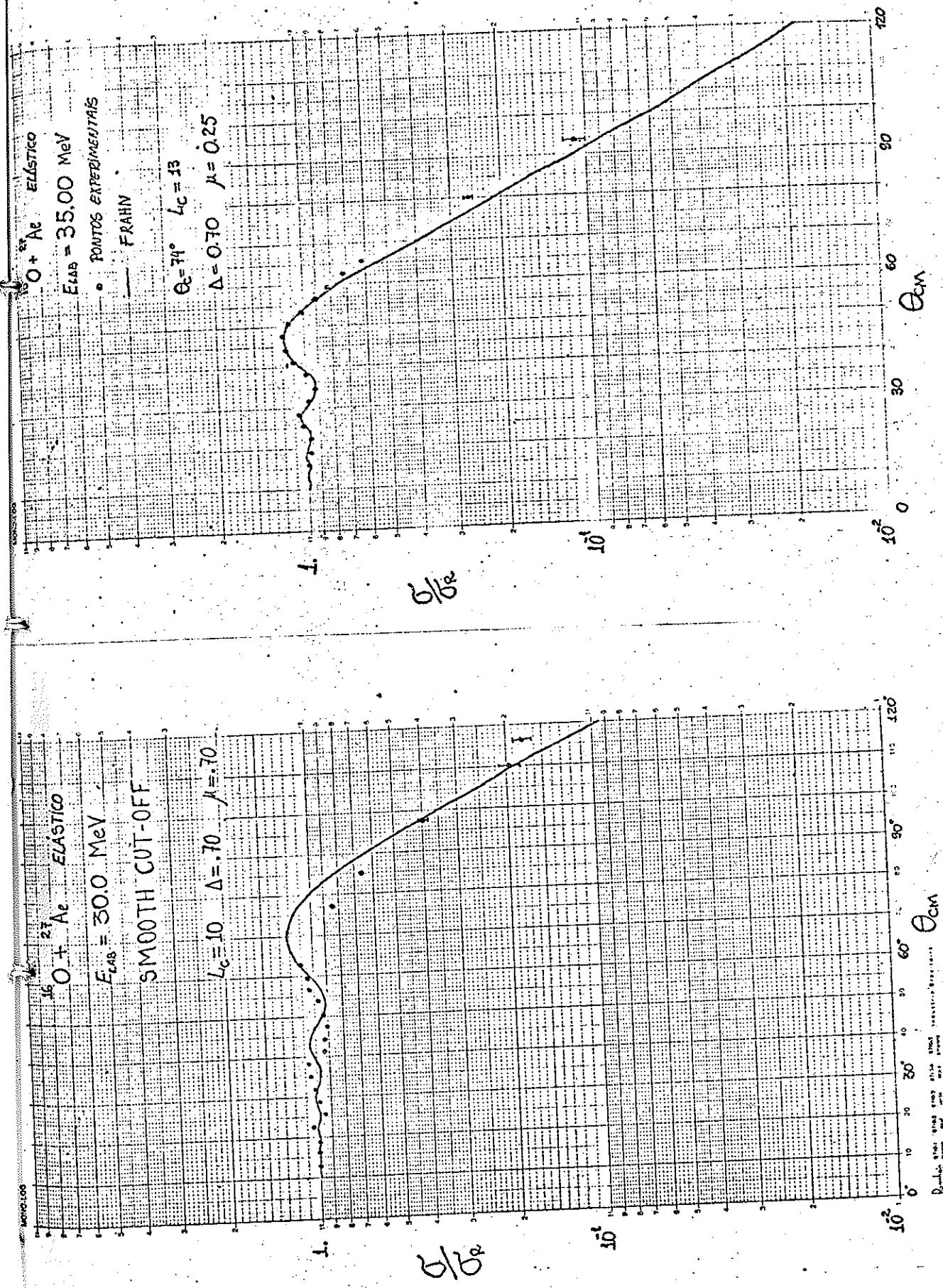


Figura 5.7 - Ajustes do smooth cut-off às distribuições angulares em 30.0 e 35.0 MeV.

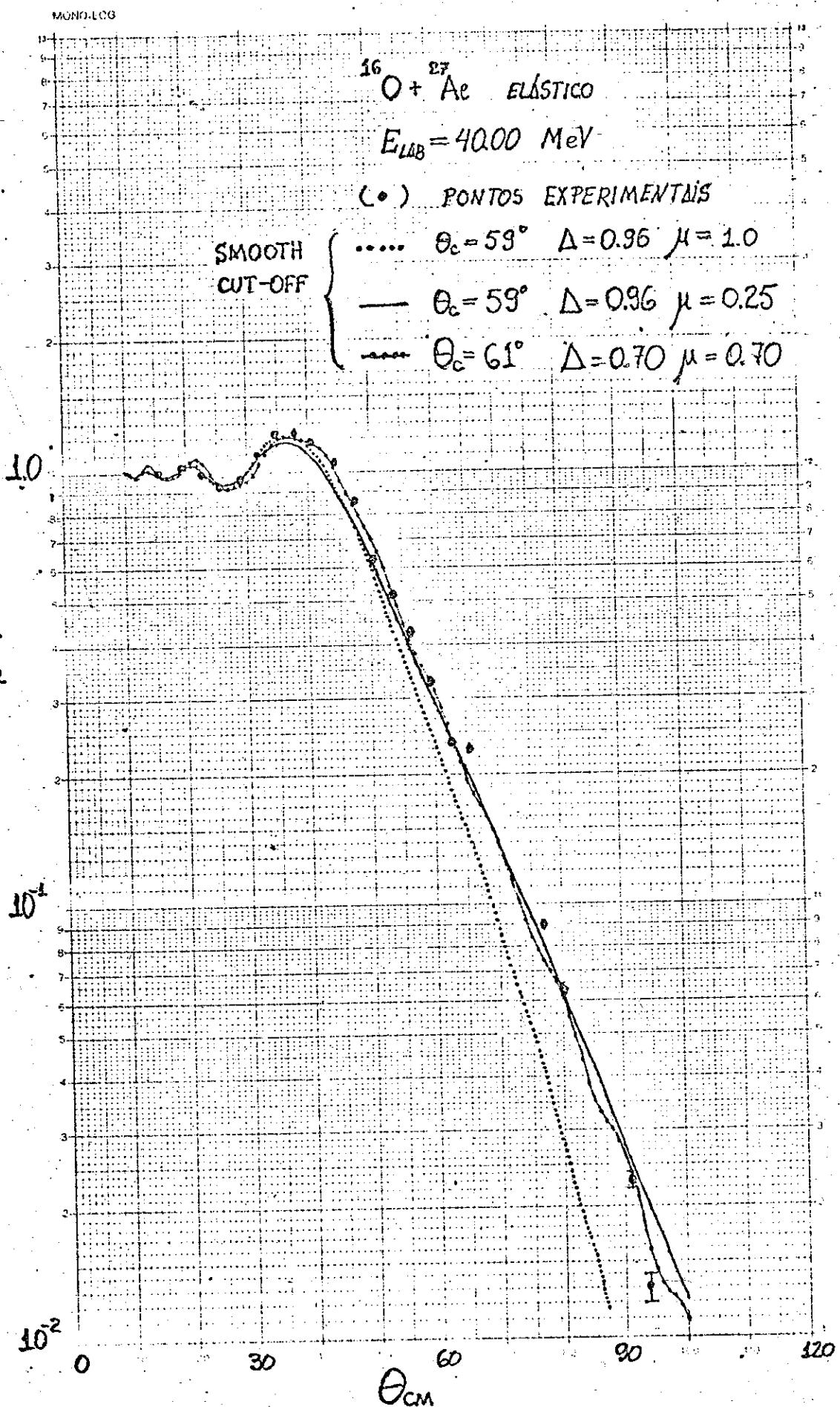


Figura 5.8 - Ajuste do smooth cut-off à distribuição angular em 40.0 MeV.

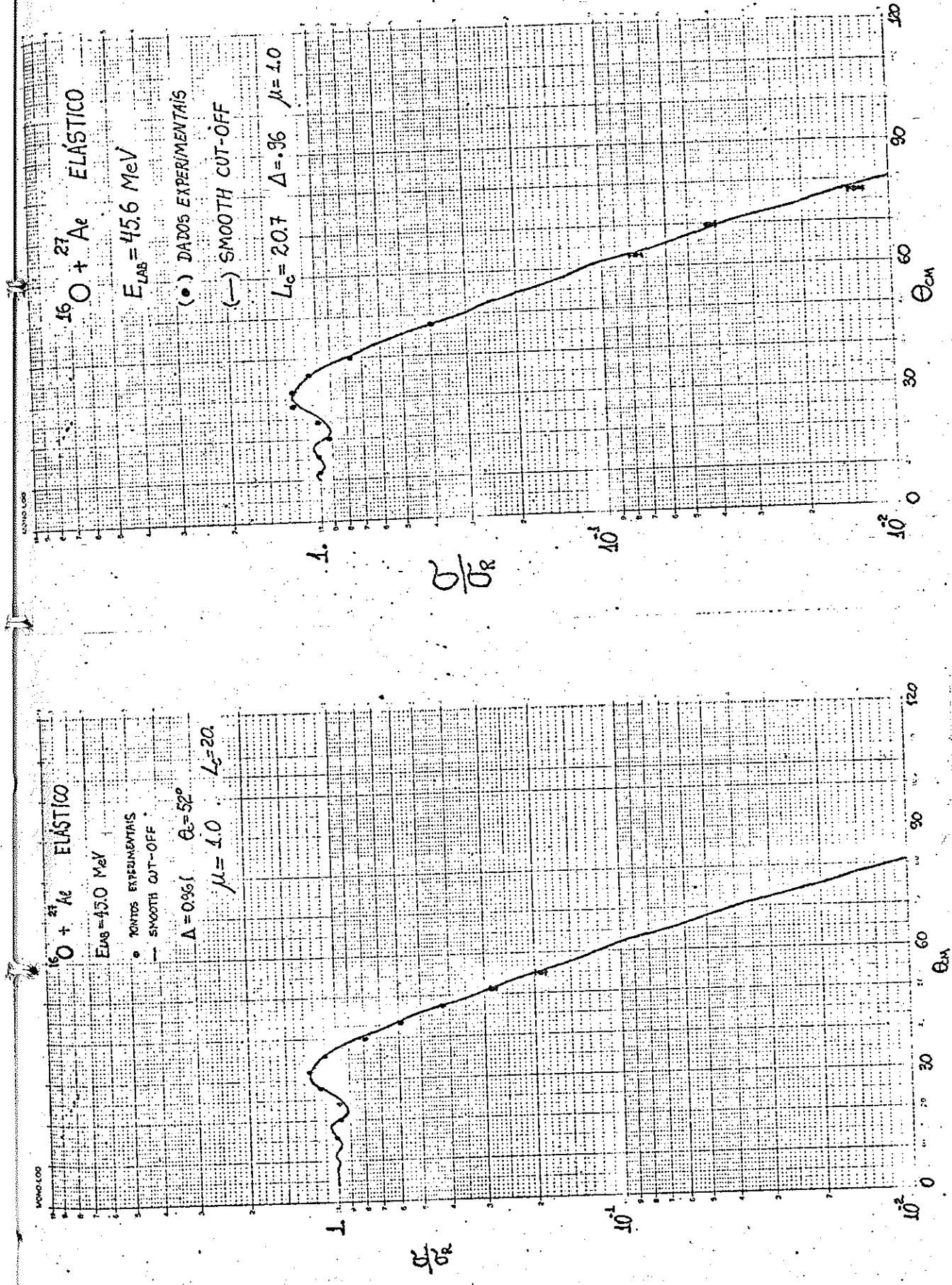


Figura 5.9 - Ajustes do smooth cut-off às distribuições angulares em 45.0 e 45.6 MeV.

- i) o amortecimento completo das oscilações na região "difrativa"  
 $\theta > \theta_C$
- ii) o decréscimo mais rápido de  $\sigma/\sigma_R$  com o aumento do ângulo na  
 região intermediária  $\theta \lesssim \theta_C$
- iii) o amortecimento completo das "pequenas" oscilações na região  
 "coulombiana".

Na fig. 5.10 é feita uma comparação entre o módulo da matriz S calculado pelo potencial ótico da fig. 5.2 e o calculado pela parametrização de Frahn. Nota-se que eles são muito semelhantes para valores  $L > 17$  e que diferem significativamente para  $L < 17$ . Isto explica porque o "smooth cut-off" dá um bom ajuste a esta distribuição angular apenas na região "coulombiana", uma vez que apenas os valores grandes de L contribuem a esta região. O ajuste da região "difrativa" requer estruturas na matriz S que o "smooth cut-off" não prevê. Nesta região ele pode ser visto como uma média do modelo ótico.

#### V-4) CONTRIBUIÇÕES DE ÂNGULOS DE DEFLEXÃO POSITIVOS E NEGATIVOS: DIFRAÇÃO OU

##### RAINBOW ?

A decomposição da seção de choque em duas componentes (NEAR -FAR) foi executada por um programa cedido por Eric Plagnol<sup>1)</sup> que utiliza as defasagens calculadas pelo modelo ótico. As fig. 5.11, 5.12 e 5.13 mostram os resultados desses cálculos para os potenciais da seção (V-1). Deve-se tomar cuidado, pois a escala está "quebrada" e a componente FAR é sempre muito menor que a componente NEAR (duas a seis ordens de grandeza). Convém lembrar que estas componentes têm origem física bem diferentes: a NEAR é o resultado das partículas que são refletidas (por difração ou espa-

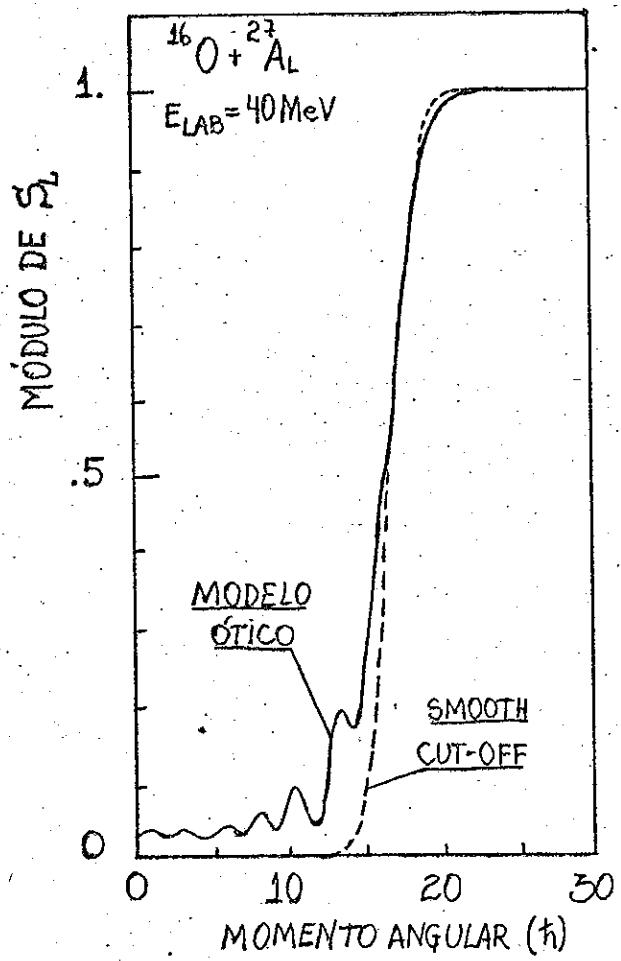


Figura 5.10 - Comparação dos módulos da matriz  $S$  gerados pelo modelo ótico e pelo smooth cut-off (parâmetros no texto).

lhamento coulombiano) pelo alvo, enquanto que a FAR é constituída das partículas que são refratadas (atração nuclear) por ele.

A observação daquelas figuras mostra claramente que a secção de choque "total" é constituída pela interferência das componentes NEAR-FAR. Vamos tomar a distribuição angular da fig.12 como referência para a análise a seguir.

Na região  $\theta_{\text{cm}} < 40^\circ$  a componente NEAR é sempre 10<sup>4</sup> vezes maior que a FAR, de modo que a amplitude da interferência entre elas é imperceptível no gráfico. Então, as oscilações nesta região originam-se de uma interferência do tipo NEAR-NEAR e têm características essencialmente difrativas (Fresnel). Convém ressaltar que a contribuição NEAR coincide em toda a região angular com a secção de choque do modelo de difração "smooth cut-off". Isto reforça a caracterização física dessa componente.

Na região  $\theta_{\text{cm}} > 40^\circ$ , que corresponde ao espalhamento de partículas com pequenos parâmetros de impacto, a componente FAR tem um aumento aproximadamente exponencial até em torno de  $54^\circ$  que reduz a sua razão pela componente NEAR para  $10^{-2}$ . Isto mostra que esta região da distribuição angular corresponde à partículas que entram em contato mais íntimo com a interação nuclear. Como a componente NEAR (absorção) é sempre dominante, a maior parte dessas partículas são desviadas a outros canais, isto é, são absorvidas. Entretanto, a amplitude da componente FAR é suficiente para provocar interferências com a NEAR, que são perceptíveis na distribuição angular. Esta interferência NEAR-FAR é tipicamente uma "difração" de Fraunhofer. Esta componente FAR aproximadamente exponencial está associada com a extremidade de um rainbow nuclear (VO 77, KN 76). Então nesta distribuição angular em  $40.0 \text{ MeV}$ , podemos afirmar que o comportamento geral é regido pela absorção, mas que estruturas importantes na região  $\theta_{\text{cm}} > 40^\circ$  somente

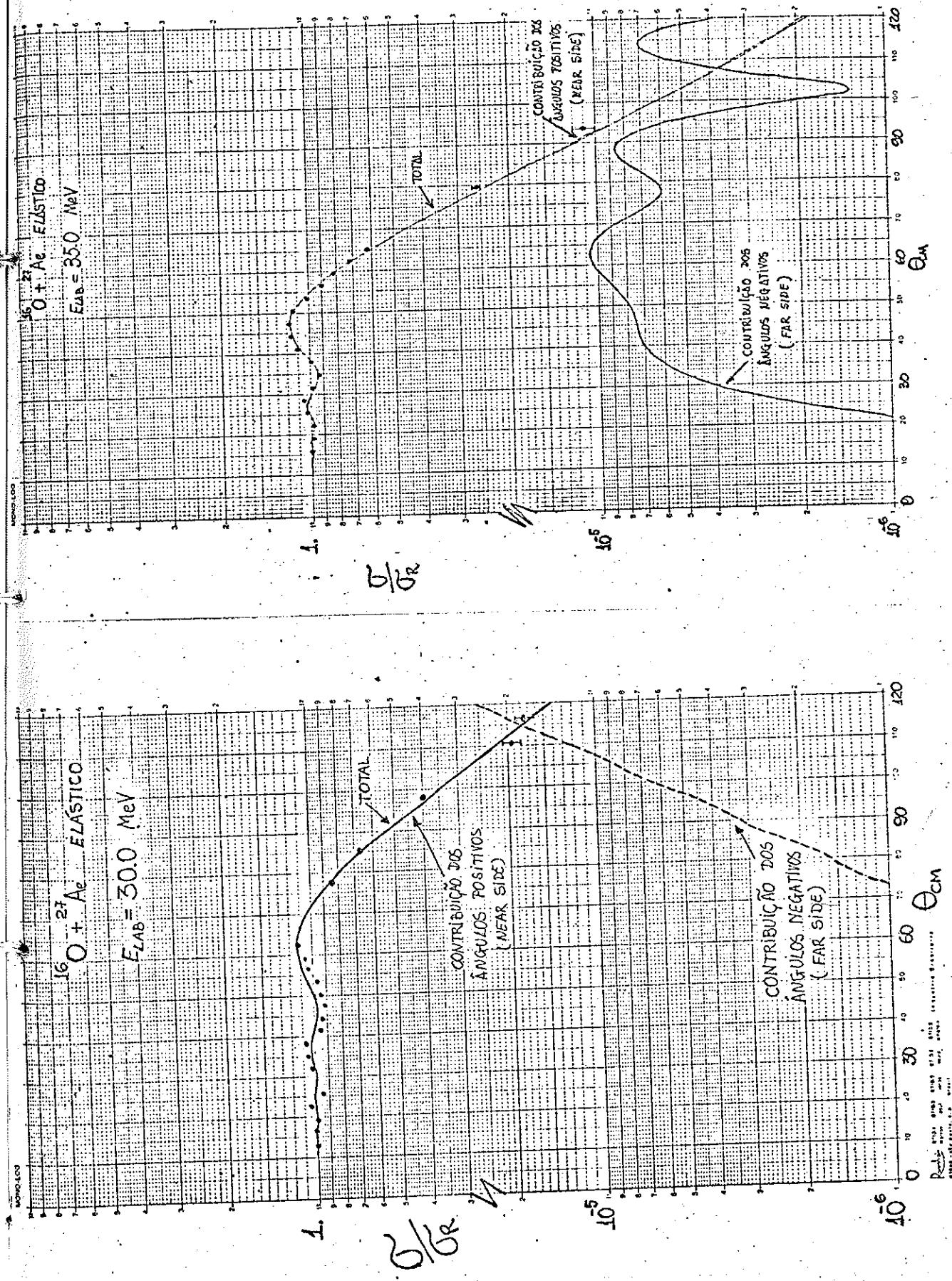


Figura 5.11 - Influencia das contribuições NEAR e FAR nas distribuições angulares em 30 e 35 MeV.

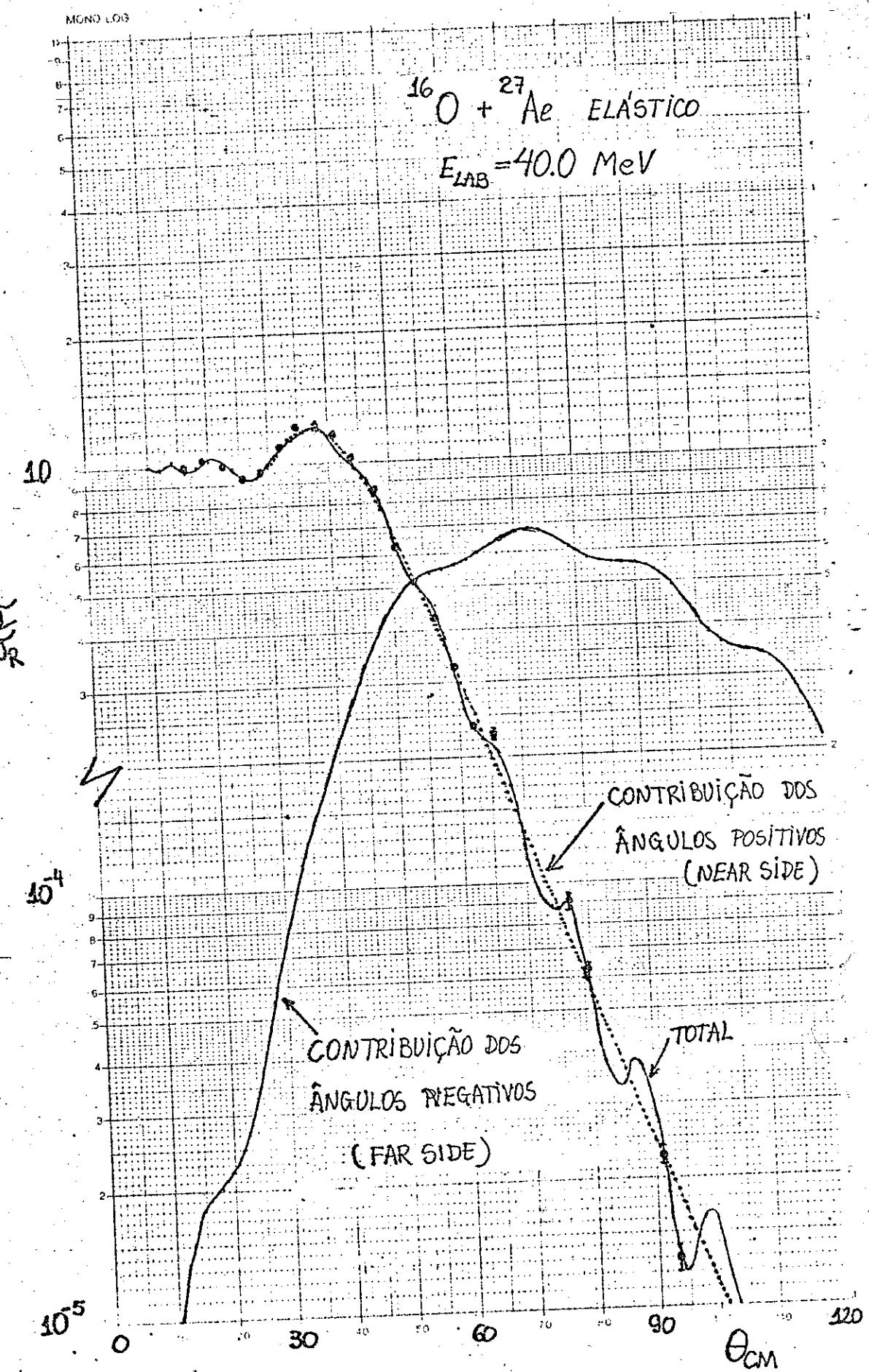


Figura 5.12 - Influencia das contribuições NEAR e FAR na distribuição angular em 40.0 MeV.

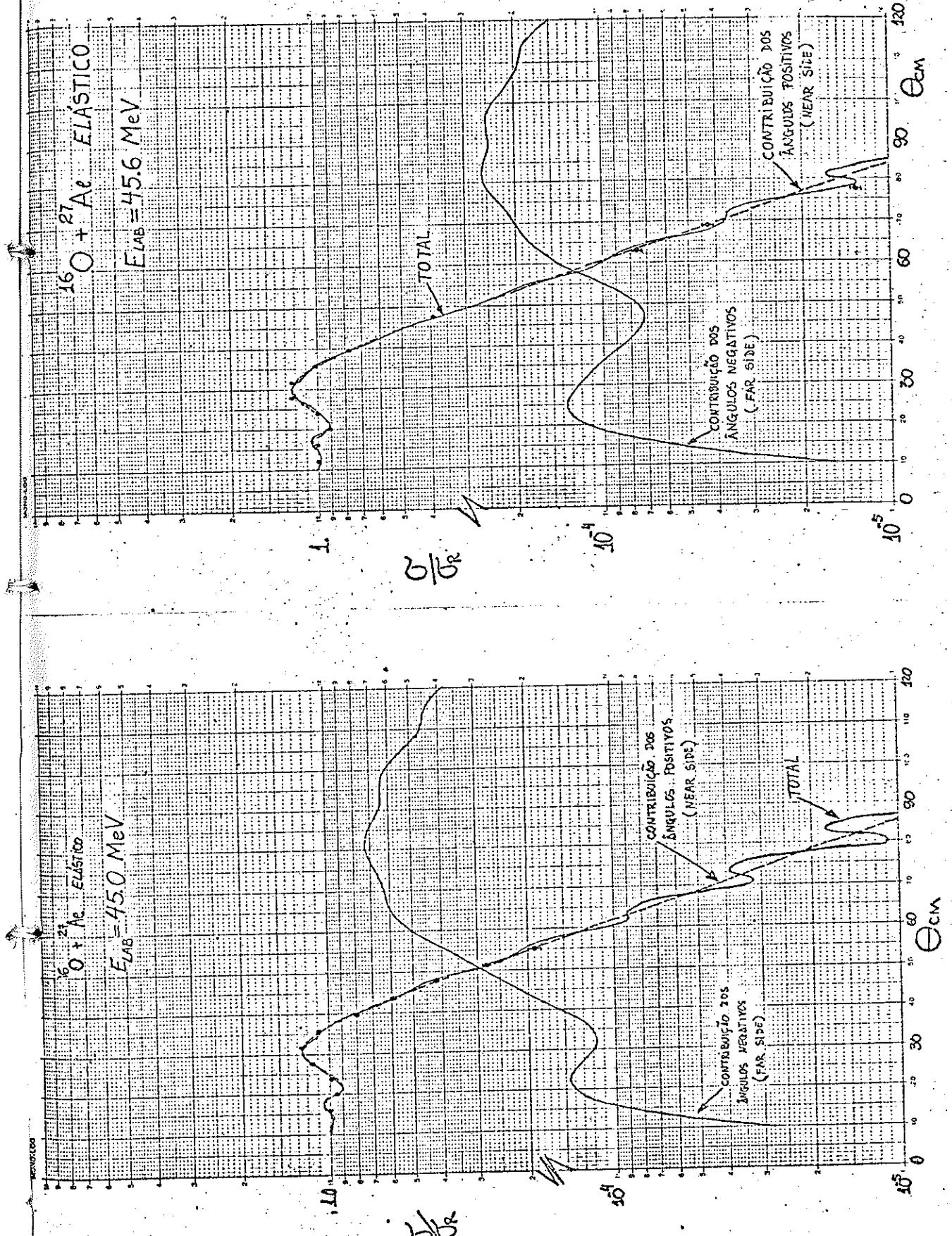


Figura 5.13 - Influencia das contribuições NEAR e FAR nas distribuições angulares em 45 e 45.6 MeV.

somente são explicadas pela presença de um rainbow. Então, da mesma maneira que (KN 76), podemos concluir que nenhuma das interpretações extremas (absorção e rainbow) dão conta dos nossos dados, mas sim uma interferência dos dois efeitos.

Algumas características interessantes da componente FAR surgem da comparação das fig. 5.11, 5.12 e 5.13. Ela aumenta de 2 ordens de grandeza de 35 para 40 MeV, permanece aproximadamente constante em 45 MeV e começa a diminuir em 45.6 MeV. Isto parece indicar que a influência da atração nuclear é fortemente dependente da energia de incidência e que entre 40 e 45 deve existir um máximo. A diferença de amplitude das oscilações entre 40 e 45.6 MeV também são indícios desse comportamento.

**CAPÍTULO VI**  
**CONCLUSÕES**

Foram tomadas cinco distribuições angulares para o espalhamento elástico de  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  desde a barreira coulombiana até a energia máxima acessível no acelerador Pelletron no período da tomada de dados. Durante a análise de dados uma delas ressentiu do pequeno número de pontos experimentais e outra da falta deles numa região crítica.

Os dados foram analisados com praticamente todos os modelos mais importantes que descrevem o espalhamento elástico entre dois íons pesados. Para dois deles já existiam programas funcionando e para os restantes desenvolvemos programas que executam os cálculos teóricos.

O modelo ótico não conseguiu dar à distribuição em 30 MeV um ajuste tão bom como o que deu às outras. Aquela distribuição apresentava características de sistemas que possuem o canal elástico fortemente acoplado a canais inelásticos. Portanto, seria interessante que se fizesse para essa energia cálculos de canais acoplados e medidas do espalhamento inelástico. Os ajustes do modelo ótico às distribuições angulares de 40, 45 e 45.6 MeV foram excelentes e apresentaram algumas estruturas na região em que dispúnhamos de poucos pontos experimentais. Surgiu, então, a dúvida se elas não seriam oscilações artificiais geradas pelas ambiguidades dos potenciais óticos. Embora nas análises com outros modelos surgiram indícios da realidade daquelas estruturas, somente medidas mais detalhadas nessas regiões seriam totalmente confiáveis.

O modelo de Blair, embora assumindo hipóteses tão simplificadoras, forneceu bons ajustes às distribuições angulares principalmente nos ângulos dianteiros. Estas análises sugeriram uma maneira de avaliar o raio de interação nuclear e o "one quarter-point" a partir das oscilações do ajuste do modelo ótico às distribuições em 40, 45 e 45.6 MeV. Os resultados foram bons e de

ram maior confiabilidade àquelas estruturas.

O modelo de difração "smooth cut-off" forneceu ajustes que nos ângulos dianteiros são indistingüíveis do modelo ótico, mas que não reproduzem as estruturas observadas nas altas energias. Mostrou-se assim um modelo bom para descrever as características difrativas da interação.

A separação da amplitude de espalhamento em duas componentes de origens física diferentes iluminou os processos físicos envolvidos na reação e permitiu compreender quais processos originam cada região da distribuição angular. Esta separação possibilitou resolver a controvérsia entre rainbow e difração. Para o sistema  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  nenhum dos dois extremos é satisfatório, necessitando a combinação dos dois efeitos para descrever os dados experimentais. A descrição NEAR-FAR sugeriu, ainda, que talvez fosse interessante estudar mais detalhadamente a região entre 40 e 45 MeV.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AB 65 - M.ABRAMOWITZ e I.A.STEGUN  
Handbook of Mathematical Function, Dover (1968)
- AK 45 - A.AKHIEZER e I.POMERANCHUK  
J.Phys. (U.S.S.R.) 9, 471 (1945)
- AU 75 - N.AUSTERN  
Phys.Rev. C12 (1975) 128
- BA 74 - R.BALIAN e C.BLOCH  
Ann.Phys. 85 (1974) 515
- BA 72 - R.BALIAN e C.BLOCH  
Ann.Phys. 63 (1972) 592
- BL 54 - J.S.BLAIR  
Phys.Rev. 95, 1218 (1954)
- BR 68 - K.A.BRUECKNER, J.R.BUCHLER e M.M.KELLY  
Phys.Rev. 173 (1968) 944
- BR 72 - R.A.BROGLIA, S.LANDOWNE e A.WINTHER  
Phys.Lett. 40B (1972) 293
- BR 74 - D.M.BRINK e N.ROWLEY  
Nucl.Phys. A219 (1974) 79
- BR 77a - P.BRAUN-MUNZINGER et al  
Phys.Rev.Lett. 38 (1977) 944
- BR 77b - P.BRAUN-MUNZINGER et al  
Proc.Symp. on Heavy-Ions elastic scattering, Rochester (1977)
- CH 73 - C.CHASMAN, S.KAHANA e M.J.SCHNEIDER  
Phys.Rev.Lett. 31 (1973) 1074
- CR 76 - E.CREMA  
Relatório FAPESP, não publicado

- DA 73 - R. DA SILVEIRA  
Phys. Lett. 45B (1973) 211
- DO 78 - R.DONANGELO, L.S. CANTO e M.S.HUSSEIN  
Preprint IFUSP 78
- FE 49 - S.FERNBACK et al  
Phys.Rev. 75, 1352 (1949)
- FO 59 - K.W.FORD e J.A.WHEELER  
Ann.Phys. (N.Y.) 7 (1959) 259 e 287
- FO 70 - N.FRÖMAN e P.O.FRÖMAN  
JWKB Aproximation, Amsterdam (1965)
- FR 63 - W.E.FRAHN e R.H.VENTER  
Ann.Phys. (N.Y.) 24 (1963) 243
- FR 73 - W.E.FRAHN  
in Extended Seminar on Nuclear Physics, Trieste 73  
(IAEA, Vienna 1975)
- FR 78 - W.E.FRAHN e K.E.REHM  
Phys.Reports 37, nº1 (1978) 1-51
- FU 75a - R.C.FULLER e K.W.MC VOY  
Phys.Lett. 55B (1975) 126
- FU 75b - R.C.FULLER  
Phys.Rev. C12 (1975) 1561
- GL 74 - N.K.GLENDENNING  
Proc.Int.Conf. on Reaction Between Complex Nuclei,  
Nashville (1974)
- GO 73 - A.GOBBI et al  
Phys.Rev. C7 (1973) 30
- HA 74a - H.L.HARNEY et al  
Z.Physik 269 (1974) 339

- HO 63 - P.E.HODGSON  
The optical model of elastic scattering, Oxford (1963)
- HO 71 - P.E.HODGSON  
Nuclear Reaction and Nuclear Structure, Oxford (1971)
- IN 60 - J.A.MC INTYRE et al  
in Proc.Intern.Conf.Nuclear Structure, Kingston,  
Canada (1960)
- IN 62 - J.A.MC INTYRE et al  
Phys.Rev. 125, 584 (1962)
- KE 37 - E.C.KEMBLE  
Quantum Mechanics, New York, 1937
- KN 74 - J.KNOLL e R.SCHAEFFER  
Phys.Lett. 52B- (1974) 131
- KN 76 - J.KNOLL e R.SCHAEFFER  
Ann.Phys.(N.Y.) 97 (1976) 307
- KN 77 - J.KNOLL e R.SCHAEFFER  
Proc.Simp. on Heavy-ion elastic scattering, Rochester, 1977
- KO 75 - T.KOELING e R.A.MALFLIET  
Phys.Lett. 22C (1975) 181
- KR 26 - H.A.KRAMERS  
Z.Physiks 39 (1926) 828
- LA 37 - R.E.LANGER  
Phys.Rev. 51 (1937) 669
- LA 65 - A.P.LAWRENCE et al  
Nucl.Instr. & Met. 32 (1965) 357
- LO 73 - J.T.LONDERGAN e K.W.MC VOY  
Nucl.Phys. A201 (1973) 390

- MC 64 - J.S.MC INTOSH et al  
Phys.Rev. 134B (1964) 1010
- ME 61 - A.MESSIAN  
- Quantum Mechanics, North-Holland, Amsterdam, 1962
- ME 74 - A.MESSIAN  
Quantum Mechanics, North-Holland, Amsterdam, 1974
- MI 70 - W.H.MILLER  
J.Chem.Phys. 53 (1970) 1949
- MI 75 - H.MIYAKE  
Tese Doutoramento - IFUSP - (1975)
- MO 49 - N.F.MOTT et al  
The Theory of Atomic Collisions, Oxford, 1949
- NG 75 - C.NGÔ et al  
Nucl.Phys. A252 (1975) 237
- NO 70 - L.C.NORTHCLIFFE e R.F.SCHILLING  
Nucl.Data Tables A7 (1970) 233
- PL 40 - G.PLACZEK e H.A.BETHE  
Phys.Rev. 57, 1075(A) (1940)
- PL 78 - E.PLAGNOL  
Comunicação particular
- RA 74 - J.RANDRUP et al  
Lawrence Berkeley Laboratory Report - 3603 (1974)
- RO 75 - V.H.ROTBURG  
Tese Mestrado - IFUSP - (1975)
- SA 74 - O.SALA e G.SPALEK  
Nucl.Inst. & Meth., 122,213 (1974)
- SC 69 - W.SCHEID  
Z.Physik 226 (1969) 364

SC 77 - R.SCHAEFFER  
- Não publicado

SE 47 - R.SERBER  
Phys.Rev. 72, 1008 (1947)

SH 78 - V.SHKOLNIK et al  
Phys.Lett. 74B (1978) 195

VO 71 - K.W.MC VOY  
Phys.Rev. C3 (1971) 1104

VO 77 - K.W.MC VOY  
Escuela Latino-Americana de Física, México (1977)

WO 53 - H.R.WORTHINGTON et al  
Phys.Rev. 90 (1953) 899

WO 76 - W.NORENBERG E H.A.WEIDENMULLER  
Lect. Notes Phys. 51 , 1976.