14/2/96

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Física

Estudo do Potencial de Interação entre ^{12}C e ^{24}Mg : um Exemplo de Transparência Anômala

SBI-IFUSP
305M810T2375

Wagner Sciani

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador:
Profa. Dra. Alinka Lépine-Szily

Alinka Lépine

Banca examinadora:
Profa. Dra. Alinka Lépine-Szily (IFUSP)
Prof. Dr. Diógenes Galleti (IFT/UNESP)
Prof. Dr. Dirceu Pereira (IFUSP)
Prof. Dr. Paulo Roberto Silveira Gomes (UFF)
Prof. Dr. Sílvio Bruni Herdade (IFUSP)

Iberê Luiz Caldas
Prof. Iberê Luiz Caldas
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

São Paulo
1996

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
c.1
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
2375
INSTITUTO DE FÍSICA

539.758
S576e
D
ex 1

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Sciani, Wagner
Estudo do potencial de interação entre ^{12}C e ^{24}Mg: um exemplo de transparência anômala. São Paulo, 1996.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Departamento de Física Nuclear
Área de Concentração: Física Nuclear
Orientador: Profa. Dra.Alinka Lépine-Szily

Unitermos:1. Espalhamento elástico; 2. Barreira Coulombiana; 3.Relação de Dispersão; 4. Canais acoplados.

USP/IF/SBI-01/96

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
INSTITUTO DE FÍSICA

À memória de meu pai Victorino

à minha mãe Jandira

Índice

Resumo iii

"Abstract" iv

Agradecimentos v

Capítulo 1-Introdução 1

Capítulo 2-Descrição do arranjo experimental 3
2.1 As medidas realizadas neste trabalho 3
2.2 Fonte de íons 4
2.3 Acelerador Pelletron 5
2.4 Alvos 7
2.5 Câmara de espalhamento e sistema de detecção 9
2.6 Dispositivo eletrônico de detecção 10
2.7 Aquisição de dados 12

Capítulo 3-Redução de dados 14
3.1 Interpretação dos espectros 14
3.2 Cálculo da seção de choque 16
3.3 Resultados experimentais 18

Capítulo 4-Aspectos teóricos 22
4.1 Espalhamento elástico 22
4.1.1 Alguns modelos de potenciais 24
4.2 Espalhamento inelástico 29
4.2.1 Modelo coletivo rotacional 29
4.2.2 Cálculo de canais acoplados 31
4.3 Relação de dispersão 36

Capítulo 5-Análise de modelo óptico 40
5.1 Ajustes de modelo óptico 40
5.2 Teste de sensibilidade radial do potencial óptico 55
5.3 Funções de excitação 57
5.4 Seção de choque de reação 59
5.5 Matriz S 60
5.6 Relação de dispersão 62
5.7 Comparação com os sistemas $^{16}O +^{28} Si$ e $^{12}C +^{28} Si$ 65
5.8 Cálculos com canais acoplados 67

Capítulo 6-Conclusões 76

Bibliografia 77

Resumo

Foram medidas distribuições angulares completas do espalhamento elástico do sistema $^{12}C + ^{24}Mg$ nas energias $E_{CM} = 10.67$ e 11.33 MeV e entre $E_{CM} = 12.0$ e 16.0 MeV, usando feixe de ^{12}C produzido no acelerador Pelletron. Esta faixa de energia se localiza parcialmente abaixo e em torno da barreira coulombiana, estando a barreira em 12.53 MeV.

Surpreendentemente todas as distribuições angulares apresentam fortes oscilações mesmo aquelas em energias abaixo da barreira coulombiana. As distribuições angulares foram ajustadas com cálculos de modelo óptico, sendo possível determinar o potencial mais raso, sem ambigüidades contínuas. As principais características deste potencial são : potencial extremamente transparente inclusive no interior nuclear e forte dependência com a energia nas profundidades real e imaginária V_o e W_o.

Em cinco energias também foram analisadas distribuições angulares do espalhamento inelástico e ajustadas por cálculos de canais acoplados. Os potenciais ópticos usados para diferentes canais apresentam a anomalia do limiar e cálculos de relação de dispersão conectando as integrais de volume dos potenciais ópticos reproduzem bem esta anomalia.

Abstract

Complete angular distributions of the elastic scattering $^{12}C + ^{24}Mg$ were measured at $E_{CM} = 10.67$ and 11.33 MeV and from $E_{CM} = 12.0$ to 16.0 MeV, using a ^{12}C beam produced at Pelletron Accelerator. This range of energy is close to the Coulomb barrier of the system, which is 12.53 MeV.

Surprisingly all the angular distributions show strong oscillations even at energies bellow the Coulomb barrier. The angular distributions were fitted by optical model calculations and we determined the shallowest real potential, without continuos ambiguity. The main features of this potential are : very transparent even at the nuclear interior and strong dependence with energy of the real and imaginary depths V_o and W_o.

At five energies the inelastic scattering data were also analysed and well fitted by coupled-channels calculations. The optical potentials of all channels present the threshold anomaly and are well reproduced by dispersion relation calculations applied to the volume integrals of the optical potentials.

Agradecimentos

À Profª Alinka Lépine-Szily pela orientação e oportunidade de realizar este trabalho;

aos colegas de grupo : Rubens Lichtenthäler Fº, Antonio Carlos C. Villari, José Martins de Oliveira Junior, Gilberto F. de Lima, Márcia M. Obuti e Antonio César G. Martins pela colaboração na tomada de dados e auxílio nas várias fases deste trabalho;

aos professores Roberto V. Ribas e Antonio Carlos C. Villari pela ajuda na fase inicial de redução de dados;

ao Profº Rubens Lichtenthäler Fº por discussões e esclarecimentos constantes;

aos meus irmãos : Valdir, Walter e Pedro pelo auxílio e incentivo sempre sinceros;

a todos que, direta ou indiretamente, me ajudaram a realizar este trabalho.

Wagner Sciani
Janeiro de 1996

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho medimos o espalhamento elástico do sistema $^{12}C + ^{24}Mg$ em energias ao redor da barreira coulombiana e surpreendentemente as distribuições angulares elásticas exibem fortes oscilações em ângulos traseiros. O fato de íons pesados-leves com estrutura $n - \alpha$ apresentarem oscilações com aumento no valor da seção de choque do espalhamento elástico em ângulos traseiros é bem conhecido em energias mais altas. Há poucas informações em energias próximas à barreira coulombiana devido à falta de medidas de distribuições angulares completas nestas energias.

O procedimento adotado para o estudo do espalhamento de ^{12}C por ^{24}Mg em energias ao redor da barreira coulombiana foi o de medir a distribuição angular para uma energia onde o processo predominante é o espalhamento de Rutherford para toda faixa angular e aumentar a energia em pequenos passos. Mais precisamente foram medidas distribuições angulares completas do espalhamento elástico do sistema nas energias de laboratório de 16 e 17 MeV(E_{CM} =10.67 e 11.33 MeV) e entre 18 e 24 MeV(E_{CM} =12 e 16 MeV) em passos de 0.5 MeV, usando feixe de ^{12}C produzido no acelerador Pelletron do Instituto de Física da Universidade de São Paulo. Assim, observa-se gradativamente o aparecimento do efeito da interação nuclear no sistema e, relacionando as energias próximas eliminam-se possíveis ambigüidades apresentadas pelo potencial óptico.

O presente trabalho foi dividido em 6 capítulos: no capítulo 2 é feita uma descrição do equipamento experimental para a realização das medidas deste trabalho onde todas as etapas, desde a preparação dos alvos até a aquisição dos dados são detalhadas.A redução dos dados adquiridos, isto é, o procedimento seguido para construir as distribuições angulares a partir dos dados brutos é tratado no capítulo 3. O capítulo 4 fornece uma breve revisão de alguns tópicos importantes dos espalhamentos elástico e inelástico entre núcleos, tais como o formalismo quântico do espalhamento elástico, o modelo rotacional e a teoria de canais acoplados. A análise dos dados medidos nesta experiência foi feita no contexto do modelo óptico e está no capítulo 5. Pôde-se determinar potenciais ópticos sem ambigüidade contínua, que reproduzem o comportamento dos dados experimentais do espalhamento elástico. São realizadas comparações das medidas e potenciais obtidos neste trabalho com resultados de outros autores para outros sistemas em energias próximas à barreira

coulombiana, no sentido de particularizar o espalhamento elástico $^{12}C+^{24}Mg$. Comparações entre funções de excitação para $^{12}C+^{24}Mg$ medidas por outros autores e as seções de choque calculadas usando o potencial deste trabalho visam validar o procedimento seguido para ajustar os dados experimentais. A relação de dispersão entre as partes real e imaginária do potencial nuclear é normalmente verificada no raio de absorção forte. No presente caso, a relação de dispersão não é satisfeita no raio de absorção forte, mas é verificada entre as integrais de volume dos potenciais real e imaginário. São feitos também cálculos de canais acoplados, onde os potenciais ópticos correspondentes à energia $E_{CM} - Q$ usados para os estados 2^+ e 4^+ do ^{24}Mg continuam plenamente a satisfazer a relação de dispersão. Finalmente, o capítulo 6 comenta as principais conclusões.

Capítulo 2

Descrição do arranjo experimental

2.1 As medidas realizadas neste trabalho

Para o estudo do espalhamento elástico $^{12}C + {}^{24}Mg$ foram medidas doze distribuições angulares completas em energias incidentes entre 16 e 24 MeV e completadas as distribuições angulares medidas anteriormente[Wa-78] nas energias de 19, 21 e 23 MeV. Todas as medidas realizadas no presente trabalho estão descritas na tabela *2.1*

$E_{LAB}(MeV)$	$E_{CM}(MeV)$	$\theta_{CM}(graus)$
16.0	10.67	$16.48 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
17.0	11.33	$48.80 \leq \theta_{CM} \leq 166.0$
18.0	12.00	$10.49 \leq \theta_{CM} \leq 166.0$
18.5	12.33	$19.46 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
19.0	12.67	$114.0 \leq \theta_{CM} \leq 166.0$
19.5	13.00	$22.44 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
20.0	13.33	$22.44 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
20.5	13.67	$22.44 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
21.0	14.00	$102.0 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
21.5	14.33	$13.49 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
22.0	14.67	$25.41 \leq \theta_{CM} \leq 146.0$
22.5	15.00	$22.44 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
23.0	15.33	$106.0 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$
23.5	15.67	$25.41 \leq \theta_{CM} \leq 150.0$
24.0	16.00	$19.46 \leq \theta_{CM} \leq 162.0$

TABELA 2.1 - Medidas realizadas neste trabalho

2.2 Fonte de íons

O feixe de ^{12}C foi produzido por uma fonte de íons do tipo SNICS (*Source of Negative Ions by Cesium Sputtering*) [Mi-77,Al-93]. Esta fonte de íons é utilizada para obter feixe negativo de elementos químicos que se encontram na forma sólida, tais como C, Si, B, Cu, etc. O catodo é feito do elemento do qual se quer o feixe negativo. O feixe é obtido pelo processo de arrancamento de átomos do catodo (*'sputtering'*) devido ao bombardeio por íons de Cs^+. Na figura *2.1* é mostrado um esquema da fonte de íons SNICS.

O vapor de césio neutro é introduzido através de uma válvula no interior da câmara, que é blindada termicamente. Os átomos de césio perdem elétrons na região de um filamento aquecido. Os íons de Cs^+ assim formados são focalizados por uma lente eletrostática e atraídos em direção ao catodo, que está a um potencial de -4 kV dentro da câmara em vácuo e é constituído pela pastilha de grafite.

Assim é formada uma fina camada de Cs sobre a pastilha. Os átomos de ^{12}C arrancados da pastilha de grafite através do bombardeio por Cs^+, ao passarem por essa película tornam-se negativos pois o Cs cede facilmente seu elétron de valência. Os íons negativos de ^{12}C são extraídos da câmara pelo potencial positivo aplicado ao extrator (+20 kV) que é localizado entre a saída da fonte e o tubo pré-acelerador. Este feixe extraído é acelerado de 20 keV a aproximadamente 80 keV no tubo pré-acelerador para otimizar a injeção no próximo estágio.

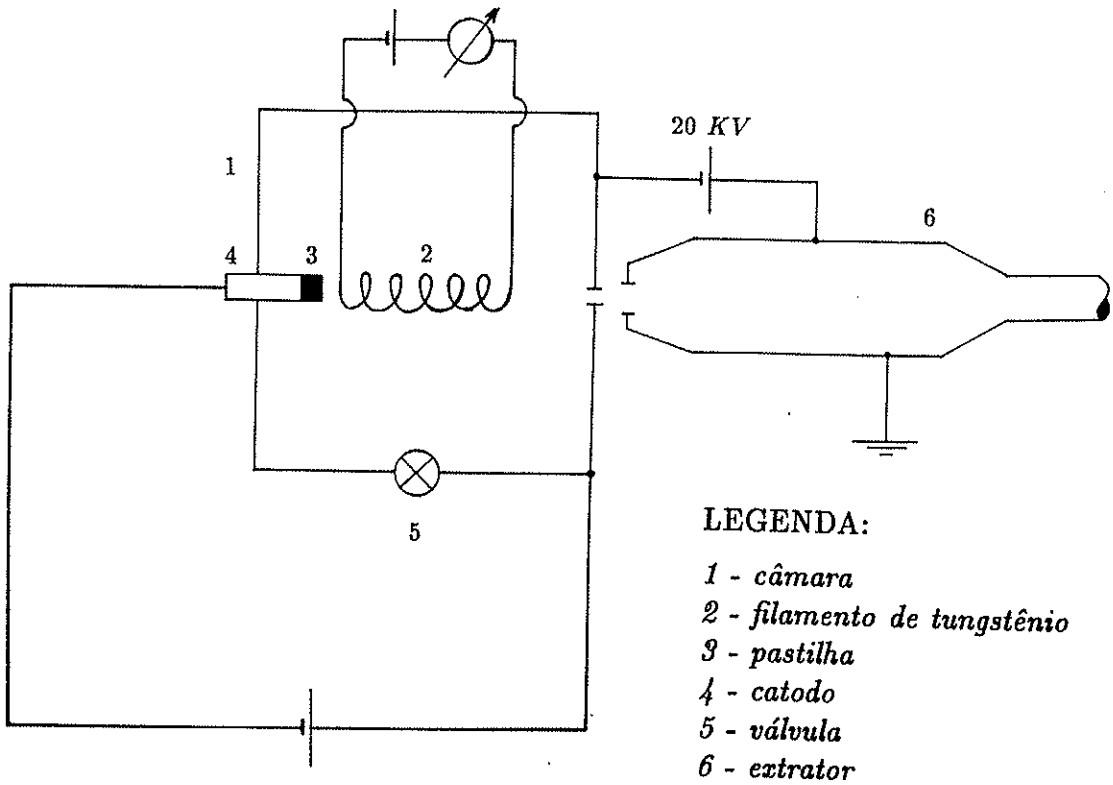


FIGURA 2.1 - Esquema da fonte de íons tipo SNICS

2.3 Acelerador Pelletron

O Pelletron é um acelerador eletrostático de dois estágios do tipo Tandem construído e instalado na Universidade de São Paulo pela *'National Electrostatic Corporation'* em 1972 [Sa-74]. A tensão máxima atingida no terminal do acelerador é $+8.5\ MV$.

O feixe negativo extraído da fonte e acelerado a 80 keV é defletido de 90° e analisado ao atravessar um eletroímã de focalização simples (ME-20). Este eletroímã seleciona a massa (M) do feixe antes de entrar no acelerador. Inicialmente negativo, o feixe é acelerado em direção ao terminal positivo do acelerador. No interior do terminal o feixe atravessa uma folha de carbono (*'stripper'*) de espessura aproximada de 10 $\mu g/cm^2$. Ao atravessar esta folha elétrons são arrancados dos átomos do feixe, mudando sua carga de negativa a positiva. O feixe constituído agora de íons positivos de carga *'qe'* é reacelerado em direção à saída do acelerador, adquirindo a energia :

$$E = eV_i + (q+1)eV_t \tag{2.1}$$

onde:

V_i : potencial de extração do feixe no interior da fonte de íons somado ao potencial aplicado no tubo pré-acelerador

e : carga eletrônica

eV_i : energia de entrada do feixe no acelerador

q : estado de carga do íon

V_t : tensão no terminal

O feixe segue para um eletroímã analisador de dupla focalização (ME-200) que seleciona sua energia correta, escolhendo um determinado estado de carga q e conseqüentemente a energia. O controle fino de energia é feito por um conjunto de fendas situado na saída do ME-200 conectado por um triodo a uma agulha de corona próxima ao terminal do acelerador. Qualquer desvio do feixe provocado por variação de sua energia é detectado pelas fendas fazendo com que haja variação de corrente na agulha de corona, que atua diretamente no ajuste da tensão do terminal, corrigindo o valor da energia.

Uma sonda de ressonância magnética nuclear (RMN) situada próxima à trajetória do feixe mede o campo magnético B no interior de ME-200. A relação entre a energia do feixe (em MeV) e a freqüência de ressonância magnética nuclear é :

$$E = Mc^2 \left[\sqrt{\frac{1 + 2q^2 f^2 c^2 k}{(Mc^2)^2}} - 1 \right] \tag{2.2}$$

onde:

E : energia do feixe, em MeV

M : massa de repouso do íon

c : velocidade da luz

q : estado de carga do íon

f : freqüência de ressonância magnética nuclear

k : constante de calibração do eletroímã ME-200 [Ro-76]

No eletroímã analisador ME-200 o feixe é defletido de 90° passando da direção vertical para a direção horizontal. Em seguida podemos direcionar o feixe a uma das seis canalizações da área experimental através de um ímã seletor (*'switching magnet'*). Neste trabalho utilizou-se a canalização situada a 30° na sala experimental B.

Entre a fonte de íons e a câmara de espalhamento há quadrupolos magnéticos e desviadores ('trimmers' e 'steerings') dispostos ao longo das canalizações que permitem otimizar a transmissão do feixe neste percurso. Os quadrupolos magnéticos mudam a forma do feixe, focalizando-o ou desfocalizando-o, enquanto os desviadores não alteram a forma do feixe, realizando desvios independentes nas direções horizontal e vertical à trajetória do feixe. Além disso, há medidores de corrente que interceptam a passagem do feixe (copos de Faraday) que permitem monitorar a intensidade do feixe nos diversos estágios do acelerador.

A figura *2.2* ilustra o percurso do feixe desde a fonte de íons até a câmara de espalhamento.

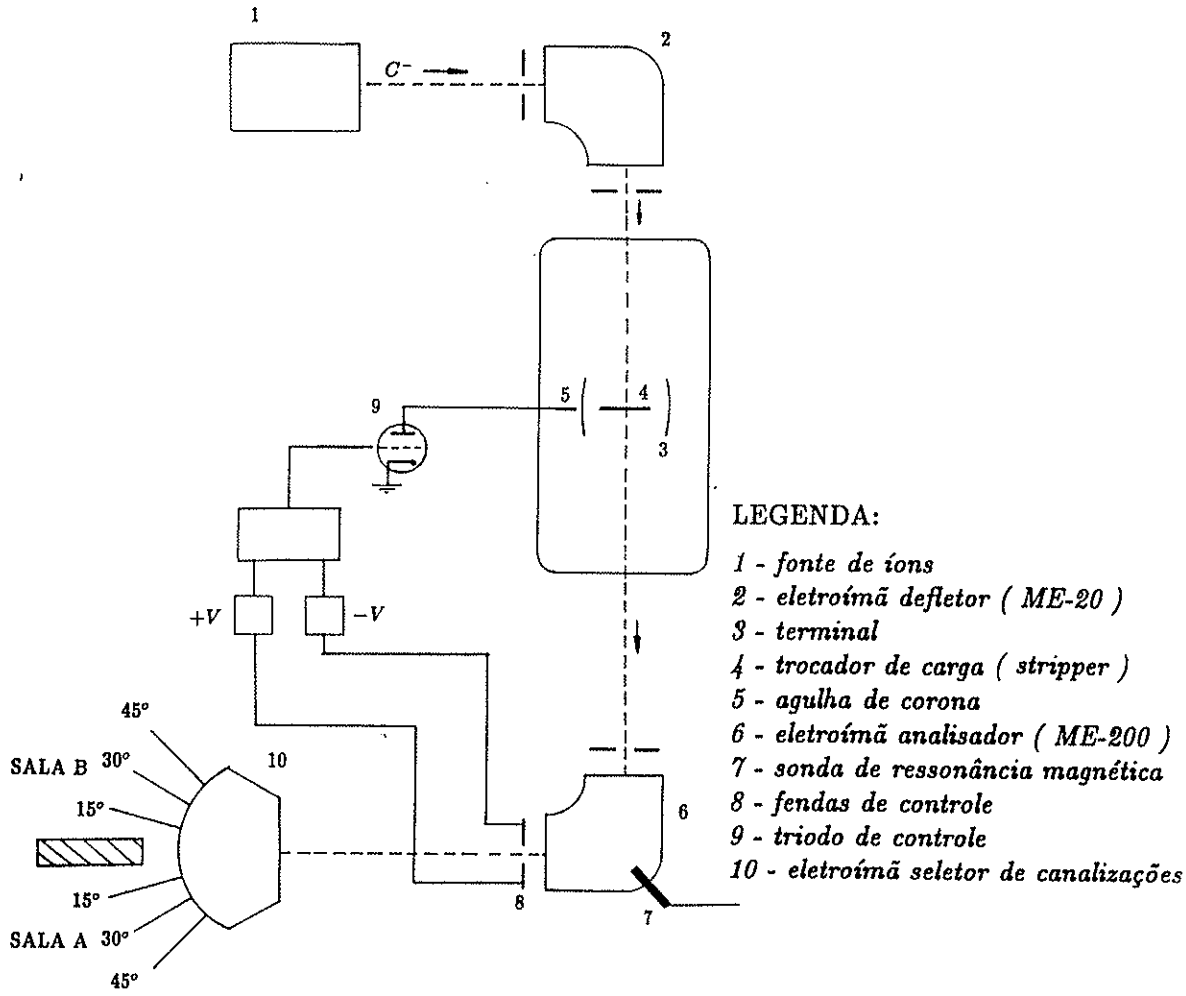


FIGURA 2.2 - Esquema do acelerador Pelletron

2.4 Alvos

Os alvos de ^{24}Mg utilizados nas experiências deste trabalho foram feitos no laboratório de alvos do laboratório Pelletron. O método de preparação de um alvo depende das propriedades químicas e físicas do elemento. Para alvos de ^{24}Mg é utilizado o método de evaporação, descrito abaixo. Como alvos finos de ^{24}Mg não são auto-suportáveis, necessita-se de um suporte (*'backing'*) constituído por uma película de ^{12}C. O ^{12}C apresenta boa resistência mecânica, facilidade em se obter filmes finos e homogêneos e devido à diferença grande de massa com relação ao ^{24}Mg, pode-se separar sem dificuldades o ^{12}C do ^{24}Mg em espectros de energia. Evapora-se uma película de ^{12}C sobre uma lâmina de vidro revestida com RBS, que é um detergente especial solúvel em água. A película de ^{12}C é descolada da lâmina de vidro imergindo-se a lâmina em água deionizada e cuidadosamente 'pescada' da água sobre um suporte de alvos (porta-alvos). Sobre os alvos assim confeccionados são evaporados os elementos desejados no alvo (^{24}Mg e ^{209}Bi). Devido às exigências quanto à pureza do alvo, faz-se necessário a utilização de uma unidade evaporadora de alto vácuo do tipo metalizadora. Na preparação dos alvos para as experiências deste trabalho a pressão interna à campânula durante a evaporação era de aproximadamente $3.0 \cdot 10^{-5}$ $Torr$. Um esquema da unidade evaporadora mencionada é apresentado na figura *2.3*. O magnésio é de aderência difícil ao suporte de carbono.Por isto, inicialmente evaporou-se uma pequena quantidade de ^{209}Bi sobre o alvo de ^{12}C, pois sabe-se que o magnésio tem boa aderência sobre o bismuto. Sendo o espalhamento de ^{12}C sobre ^{209}Bi puramente espalhamento de Rutherford nos ângulos dianteiros e nas energias usadas neste trabalho, a medida deste espalhamento permitiu uma normalização conveniente dos dados, como será mostrado no capítulo 3. Além disso, o ^{209}Bi serve como ponto de calibração nos espectros de energia. As evaporações do ^{209}Bi e ^{24}Mg são feitas por bombardeamento eletrônico em vácuo. O material a ser evaporado é depositado no interior de um cadinho cilíndrico de tântalo, que é bombardeado por elétrons emitidos por um filamento que envolve o cadinho, sem tocá-lo. Os elétrons são acelerados por uma diferença de potencial entre o cadinho e o filamento.A focalização dos elétrons sobre o cadinho é feita eletrostaticamente. Ao evaporar o ^{24}Mg é necessário colocar uma gota de água deionizada no interior do cadinho para que a amostra fique grudada em suas paredes e não saia de lá no início do aquecimento, antes de ser evaporada. Assim, há uma pequena quantidade de ^{16}O nos alvos logo após a evaporação do ^{24}Mg. A peça de cobre que serve como suporte aos porta-alvos foi internamente refrigerada com nitrogênio líquido durante a evaporação de ^{24}Mg. Quando o alvo é assim refrigerado a aderência do ^{24}Mg sobre o ^{12}C aumenta e também é evitada reevaporação do ^{24}Mg já depositado no alvo. Para retirar os alvos é injetado um gás inerte (nitrogênio seco ou argônio) no interior da campânula ao invés de ar, porque o oxigênio presente no ar adere facilmente ao alvo de magnésio. Nos espectros de energia observou-se que além de ^{12}C, ^{24}Mg e ^{209}Bi havia também ^{28}Si e ^{16}O nos alvos. O ^{28}Si apareceu devido à presença de moléculas de óleo no interior da câmara de espalhamento oriundas das bombas de vácuo e o ^{16}O foi proveniente da oxidação do alvo de ^{24}Mg em eventuais contatos do alvo com a atmosfera. Em algumas medi-

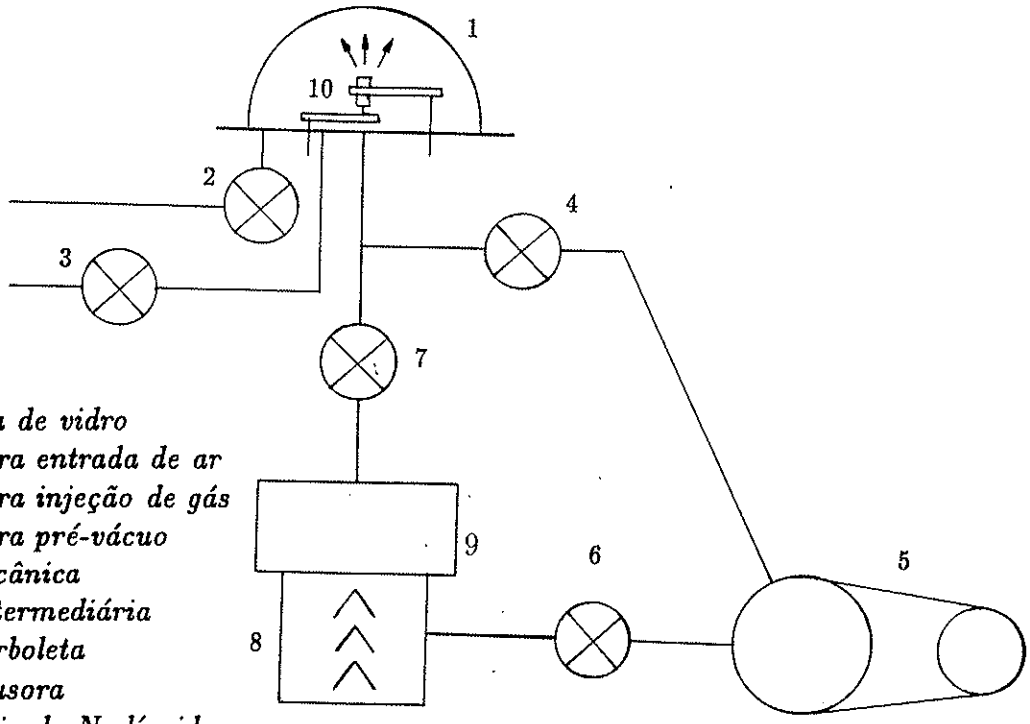
das foi montado um 'dedo frio' na câmara de espalhamento, que é um semi-cilindro refrigerado com nitrogênio líquido, de forma a coletar as contaminações de ^{28}Si e ^{12}C para evitar que houvesse uma quantidade significativa de ^{28}Si e também não permitir o crescimento de ^{12}C no alvo, uma vez que condensava o vapor de óleo existente no interior da câmara sobre o 'dedo frio'. As espessuras (e, em $\mu g/cm^2$) aproximadas dos principais elementos presentes no alvo são apresentadas na tabela *2.2*:

Alvo	e_{Mg}	e_{Bi}	e_C	e_{Si}	e_O
1	7.0	2.7	16.4	2.8	3.6
2	20.0	2.2	12.4	0.6	2.2
3	3.8	2.8	16.5	0.7	2.5
4	7.5	2.6	17.3	1.2	2.2

TABELA 2.2 - Espessuras aproximadas dos alvos utilizados

Como exemplo, a perda de energia total do feixe de ^{12}C de $20MeV$ no alvo 2 era de $150keV$ e esta perda foi levada em conta ao calcular a energia média do feixe.

Cabe esclarecer que as espessuras foram determinadas a partir do número de contagens de ^{12}C espalhado elasticamente sobre todas as componentes do alvo. Sabemos que em ângulos dianteiros nas energias mais baixas este espalhamento é de Rutherford sobre todas as componentes do alvo.



LEGENDA:

1 - campânula de vidro
2 - válvula para entrada de ar
3 - válvula para injeção de gás
4 - válvula para pré-vácuo
5 - bomba mecânica
6 - válvula intermediária
7 - válvula borboleta
8 - bomba difusora
9 - reservatório de N_2 líquido
10 - cadinho + filamento

FIGURA 2.3 - Esquema de uma unidade evaporadora tipo metalizadora

2.5 Câmara de espalhamento e sistema de detecção

Montou-se um sistema de três detectores do tipo telescópio $E-\Delta E$ sobre o prato giratório da câmara de espalhamento situada na canalização 30-B do laboratório Pelletron. As dimensões dessa câmara são 50 *cm* de raio e 30 *cm* de altura. O telescópio central estava montado a 26.8 *cm* do alvo ao passo que os outros dois telescópios distavam de 30.8 *cm* do mesmo alvo. O espaçamento entre um telescópio e o telescópio adjacente era de 10^o. Estas distâncias são entre o alvo e o colimador de entrada dos telescópios. Os alvos foram cuidadosamente montados em uma torre de alvos que suporta até quatro alvos. Regulando a altura dessa torre podia-se deixar exposto ao feixe um determinado alvo. A torre de alvos estava situada no centro da câmara. Depois de atravessar a câmara, o feixe era coletado por um copo de Faraday que permitia obter a carga total que atravessou o alvo. Os colimadores de entrada da câmara de espalhamento, alvo e detectores foram alinhados com um nível montado a zero grau no final da canalização. A figura *2.4* exibe o esquema do arranjo experimental na câmara de espalhamento.

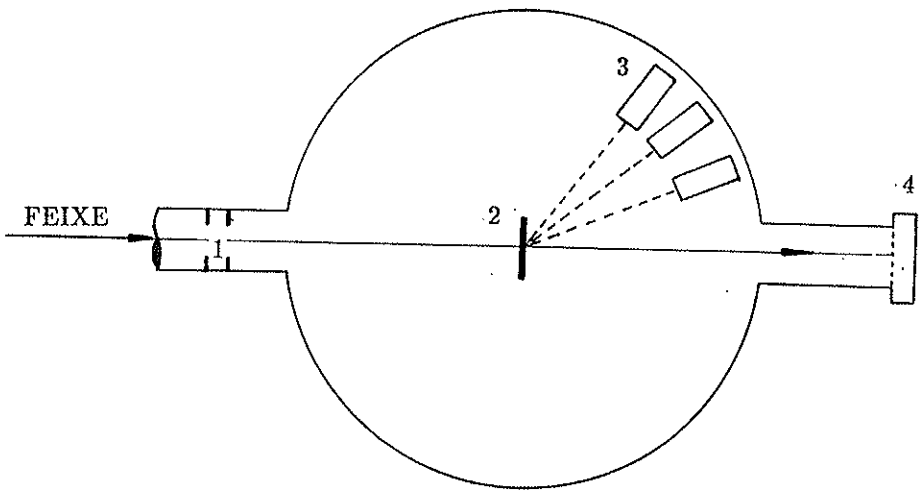


FIGURA 2.4 - Arranjo experimental na câmara de espalhamento

LEGENDA:

1 - colimadores
2 - alvo
3 - telescópios E - ΔE
4 - copo de Faraday

Cada telescópio é constituído por um contador proporcional a gás seguido por um detector de silício de barreira de superfície de 150 μm de espessura. O interior de cada detector foi preenchido com gás P10 (90% de argônio e 10% de metano) estando à pressão de 10 *Torr*, isolado do vácuo da câmara por uma janela de Vyns

($C_{22}H_{33}O_2Cl_9$) de espessura aproximada de 60 $\mu g/cm^2$. A pressão no interior da câmara manteve-se em 10^{-6} *Torr*.

A partícula proveniente da reação nuclear atravessava o gás e ao ionizá-lo perdia uma parte (ΔE) de sua energia incidente(E_{TOT}), havendo uma multiplicação de elétrons no interior do gás. Os elétrons provenientes destas ionizações eram coletados por um fio mantido a um potencial positivo de aproximadamente 110 V e constituiam um pulso elétrico proporcional a ΔE. Como ΔE é proporcional a MZ^2 foi possível identificar o número atômico (Z) da partícula. O 'comprimento útil' do detector, ou seja, a distância ao longo do qual a partícula colide com as moléculas do gás é de 6.0 *cm*. Após atravessar esse 'comprimento útil' a partícula era parada pelo detector de silício de barreira de superfície que era responsável pela detecção de sua energia residual ($E = E_{TOT} - \Delta E$).

O corte lateral de um telescópio $E - \Delta E$ está na figura *2.5*.

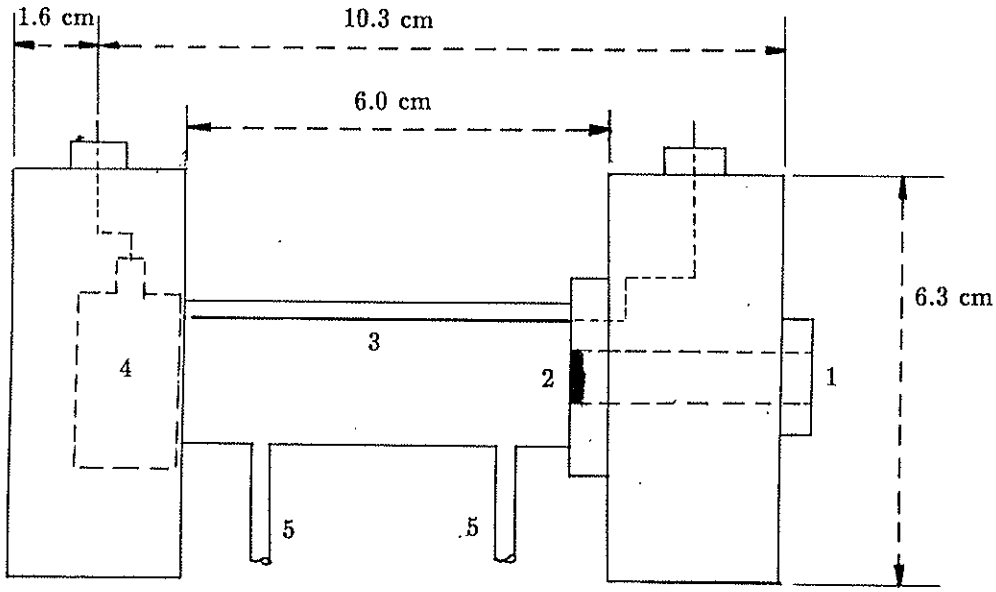


FIGURA 2.5 - Vista lateral de um telescópio E - ΔE

LEGENDA:

1 - colimador de entrada
2 - janela de Vyns
3 - fio coletor de elétrons ionizados
4 - detector de silício de barreira de superfície
5 - tubos para circulação de gás

2.6 Dispositivo eletrônico de detecção

Na figura *2.6* está apresentado o esquema da eletrônica utilizada na aquisição de dados nas experiências deste trabalho. A eletrônica analógica tem uma parte lenta onde são tratados os sinais de energia e uma parte rápida onde são tratados os sinais de tempo. Os sinais lentos de energia gerados pelos contadores proporcionais (ΔE) e pelos detectores de silício de barreira de superfície (E) são amplificados por pré-

amplificadores lineares (ORTEC 124) e por amplificadores lineares (ORTEC 571 ou 572) antes de serem enviados a conversores analógico-digitais (ADC) onde são convertidos em endereço e armazenados na memória do computador VAX 11/780.

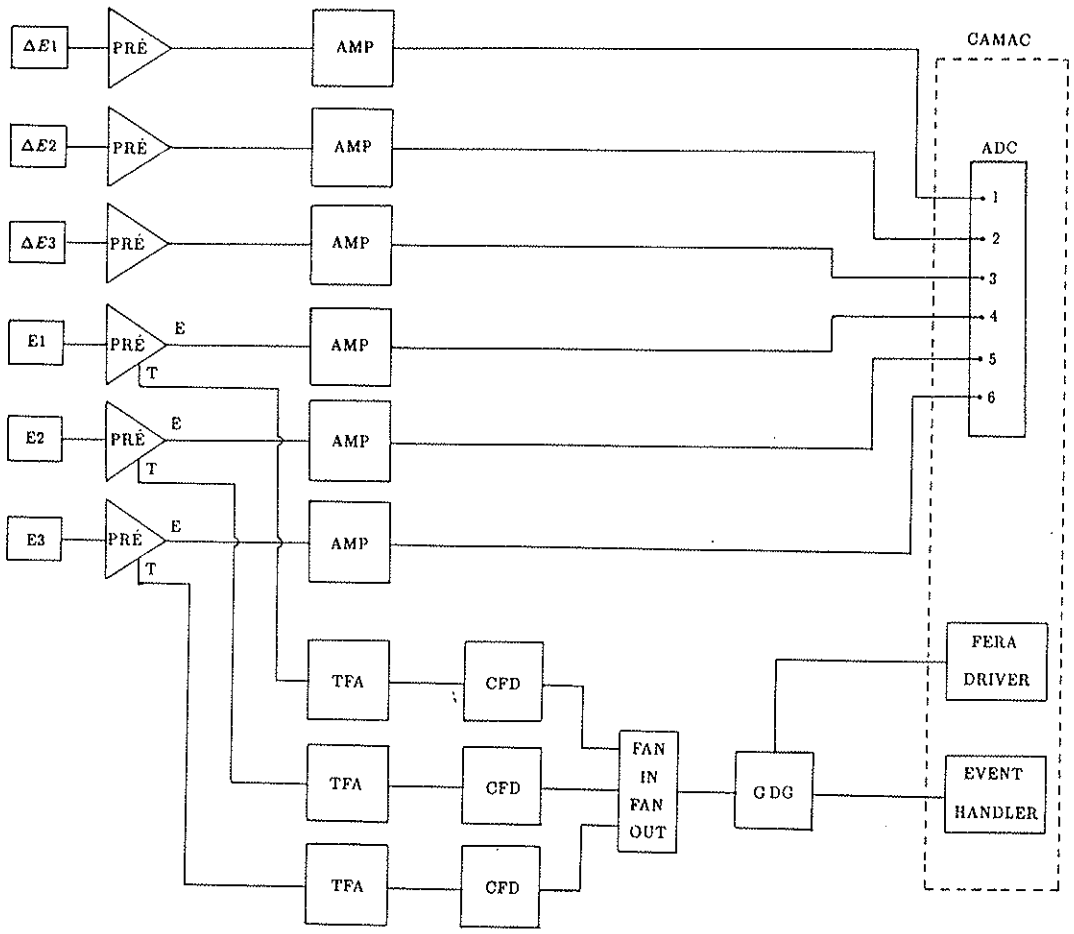


FIGURA 2.6 - Esquema da eletrônica de detecção

São armazenados somente eventos que produzem sinal tanto no contador proporcional a gás como no detector de silício. Isto é feito utilizando os sinais rápidos de tempo dos detectores de silício, para iniciar a aquisição. O sinal rápido de tempo do pré-amplificador do detector de Si (T_1, T_2 ou T_3) passa por um amplificador rápido (*'Timming Filter Amplifier'* , TFA), segue para um Discriminador por Fração Constante (CFD) onde é gerado um sinal lógico de tempo (norma NIM , de 10 ns) que depende apenas do instante em que chega o sinal rápido na entrada e independe da amplitude do sinal de entrada. Os pulsos provenientes dos CFD são enviados a uma unidade lógica FAN IN/FAN OUT que gera um sinal na sua saída quando existe pelo menos um sinal na sua entrada. Essa saída passa por um gerador de porta e atraso (*'Gate and Delay Generator'*, GDG) onde o sinal é atrasado e alargado em tempo para servir de partida para o *'Event Handler'* e para o *'Fera*

Driver' (entrada GAI). Ao receber este pulso, o *'Fera Driver'* deixa aberta uma porta durante o intervalo de duração deste sinal. Neste tempo, o ADC procura pelo valor máximo do sinal para convertê-lo em endereço. Assim, cada vez que há um sinal na saída de um dos três CFD e na saída do GDG (sinal de tempo de um detector de silício) todos os seis ADCs são lidos. A aquisição é iniciada pelo sinal de tempo de qualquer detector de silício.

2.7 Aquisição dos dados

Na aquisição e controle de dados deste trabalho utilizou-se o sistema SPM-CAMAC [Mi-87] que é o sistema normalmente empregado em experiências no laboratório Pelletron. O SPM-CAMAC tem como interface os instrumentos da norma CAMAC (*'Computer Automated Measurement and Control'*) onde o controle dos módulos CAMAC é feito pelo *'Crate Controler'* (*'controlador de caixa'*) que é ligado ao computador VAX 11/780. O sinal lógico do GDG serve como 'gatilho' do CAMAC que controla os ADCs. O mesmo sinal que faz com que o *'Event Handler'* execute um programa interno que lê, zera os ADCs e escreve os respectivos parâmetros lidos em um bloco de dados (*'buffer'*) de memória tipo FIFO (*'First In-First Out'*). Ao completar 3/4 de sua capacidade de memória, este *'buffer'* envia um sinal lógico LAM (*'Look at me'*) ao *'Crate Controler'* que envia o conteúdo da mensagem ao VAX 11/780 e esvazia a memória FIFO. Em resposta a cada LAM o computador gera uma seqüencia de operações CAMAC e lê um bloco de dados. O SPM-CAMAC é constituído de um processo principal (GERENTE-SPM) que possibilita que uma série de sub-processos sejam executados durante a aquisição. Os sub-processos são definidos através de um programa configurador. Os mais usados nessa experiência foram:

- [1] CAMAC-IO: possibilita a comunicação do computador com o CAMAC, controlando toda a aquisição de dados.
- [2] CAMAC-SCAN: responsável pela construção de espectros e histogramas em arquivos de disco. Esses histogramas são necessários para monitorar a experiência.
- [3] CAMAC-SVFILA: registra em disco os 'buffers' em modo fila, em um arquivo com a extensão .FIL
- [4] SPM-DAM: o DAM (Display and Manipulation Program) [Mi-87] é um programa gráfico, com o qual se pode observar os espectros construídos pelo SCAN, calcular a área e largura de picos, etc.

Pelo computador VAX 11/780 foram adquiridos os parâmetros E1, DE1, E2, DE2, E3 e DE3 onde E é a energia residual da partícula, DE é a perda de energia no gás. Esses parâmetros foram adquiridos em modo fila, ou seja, os dados foram armazenados evento por evento, cada evento sendo caracterizado pelos parâmetros E e DE. Os dados adquiridos vão sendo inseridos em espectros biparamétricos E

por DE (ΔE) para cada detector, aos quais o experimentador tem acesso a fim de monitorar a experiência. Cada arquivo de dados foi gravado em fita magnética de alta densidade através do programa LEMO(List-Tape Examine, Modify, Output) [Mi-87] para serem analisados posteriormente. Para cada evento registrado em fita tem-se os parâmetros E e DE para cada telescópio. Após a realização do experimento, outros parâmetros podem ser calculados a partir desses (como por exemplo energia total-E_{TOT}-, número atômico-Z-, etc.) e espectros mono ou biparamétricos podem ser construídos para conjuntos de parâmetros. Na figura *2.7* é apresentado um espectro biparamétrico $E - \Delta E$ obtido nesse trabalho.

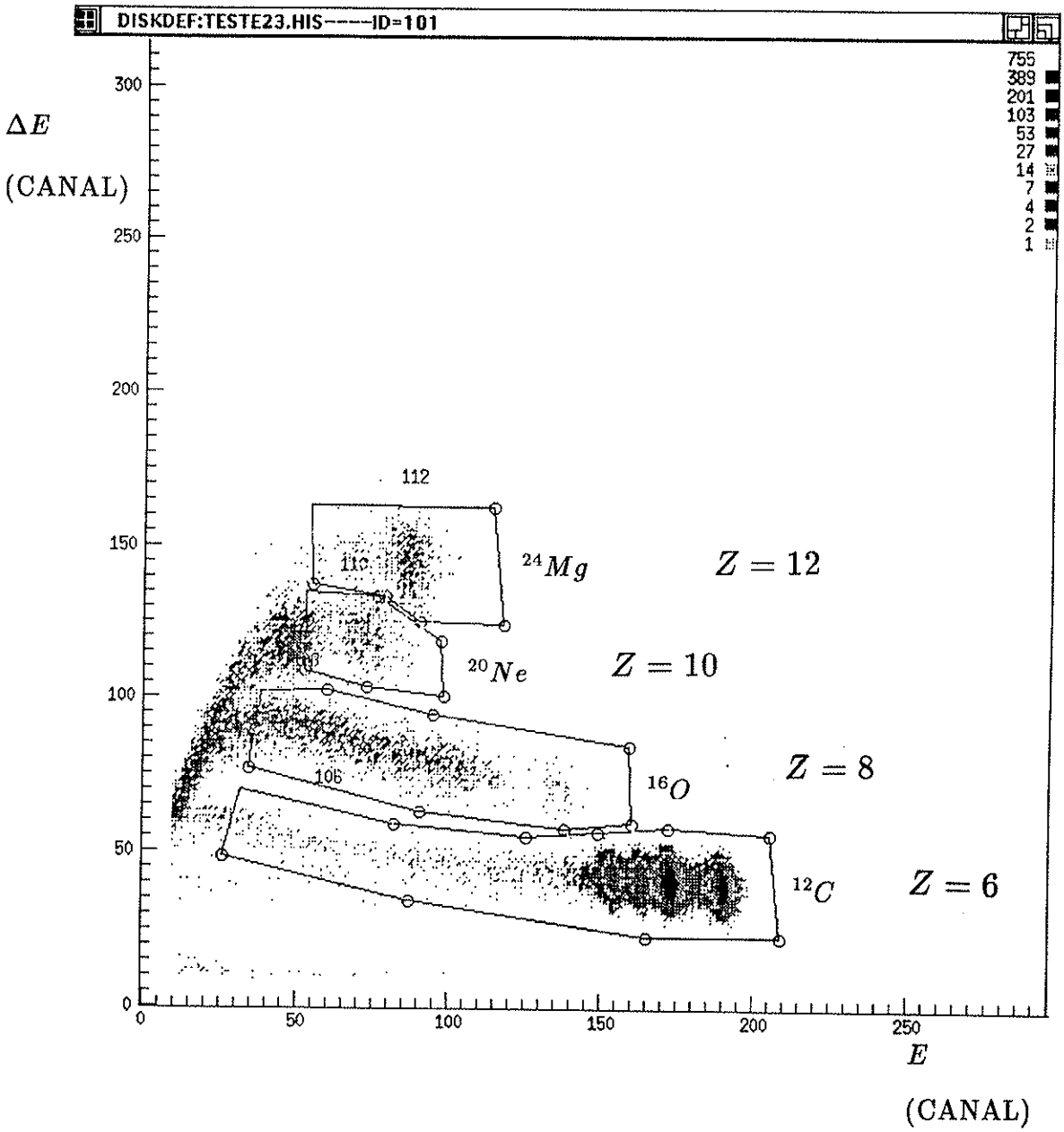


FIGURA 2.7 - Espectro biparamétrico $E - \Delta E$ correspondente a $E_{LAB} = 20.5MeV$, $\theta_{lab} = 25°$

Capítulo 3

Redução de dados

3.1 Interpretação dos espectros

O espectro $E - \Delta E$ da figura *2.7* apresenta faixas bem definidas em ΔE que se estendem sobre uma grande região de energia. Cada faixa destas, que apresenta uma lenta variação de ΔE com E ($\Delta E = MZ^2/E$) corresponde a uma espécie nuclear com número atômico Z bem definido. A faixa mais intensa corresponde ao ^{12}C ($Z = 6$) espalhado elasticamente no alvo e em seus contaminantes (^{24}Mg, ^{28}Si, ^{209}Bi, ^{16}O e ^{12}C). As outras faixas acima desta, com ΔE maiores, foram identificadas comparando a energia perdida no gás com cálculos de perda de energia usando a parametrização de Ziegler-Biersack[Zi-85] (programa STOPX[Mi-87]). A partir desta comparação puderam ser identificadas as faixas existentes no espectro, que correspondem a Z pares ($Z = 8$, 10 e 12). As reações de fusão $^{12}C + ^{12}C$ e $^{12}C + ^{16}O$, com evaporação de uma, duas ou três partículas α produzem a parte de baixa energia entre canal 40 e 100 das faixas com $Z = 8$ e $Z = 10$. Na faixa de $Z = 12$ têm-se picos correspondentes ao recuo do núcleo de ^{24}Mg do espalhamento elástico com ^{12}C, bem como o mesmo núcleo em seu primeiro (2^+) e segundo (4^+) estados excitados. Por cálculos de cinemática de reações, verificou-se que os picos de ^{24}Mg não podem provir da fusão $^{12}C+^{12}C$. Foram traçados polígonos sobre as faixas para cada espectro $E-\Delta E$ através do programa DAM[Mi-87]. A figura *2.7* também mostra os polígonos traçados em um particular espectro biparamétrico. Projetam-se os polígonos sobre o eixo de energia E originando histogramas lineares *número de contagens* $\times$ *canal*. As projeções foram feitas através do programa SCAN[Mi-87]. Cabe destacar que as escalas horizontais dos histogramas lineares (figuras *3.1* e *3.2*) são diferentes da escala do eixo de energia da figura *2.7*. Isso foi feito para melhorar a resolução dos histogramas. As figuras *3.1* e *3.2* mostram os respectivos espectros de energias que são projeções das faixas de ^{12}C e ^{24}Mg referentes a figura *2.7*. Na figura *3.3* é apresentada a projeção da faixa de ^{12}C do espectro obtido em $\theta_{LAB} = 62^o$ com a energia do feixe incidente igual a 20.5 MeV. Neste espectro observa-se um pequeno pico correspondendo ao espalhamento inelástico $^{24}Mg(^{12}C,^{12}C)^{24}Mg(2^+)$. Os picos mais intensos (^{24}Mg e ^{209}Bi) dos espectros são identificados comparando sua energia com cálculos de cinemática de reações que fornecem a energia da partícula espalhada. Em seguida foram construídas retas de calibração '*canal* $\times$ *energia*

total' para cada detector. A reta de calibração permitia identificar algum elemento desconhecido ou localizar os picos de interesse.

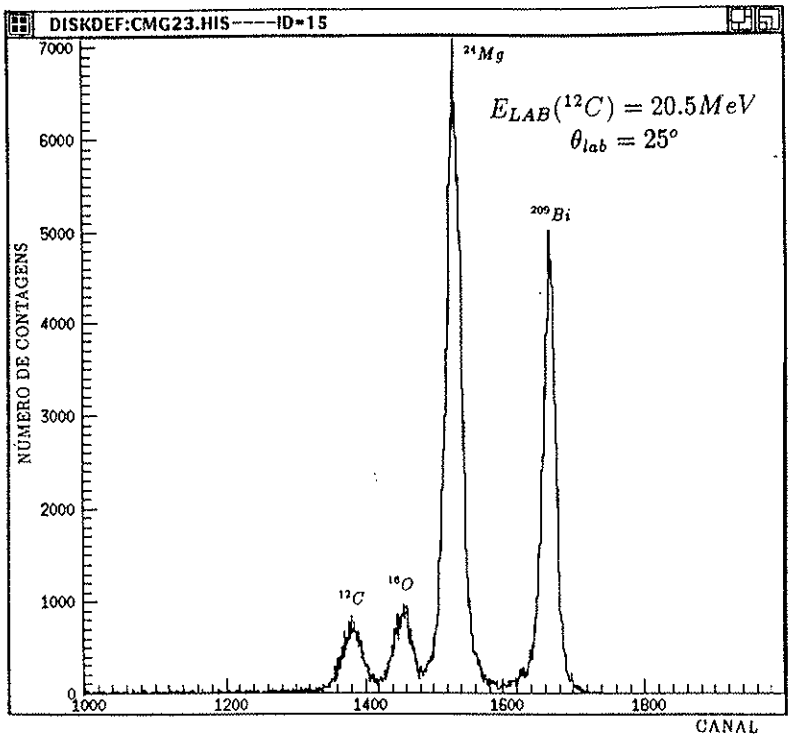


FIGURA 3.1 - Espectro de energia de ^{12}C espalhado pelo alvo que além de ^{24}Mg contém contaminações de ^{209}Bi, ^{16}O e ^{12}C

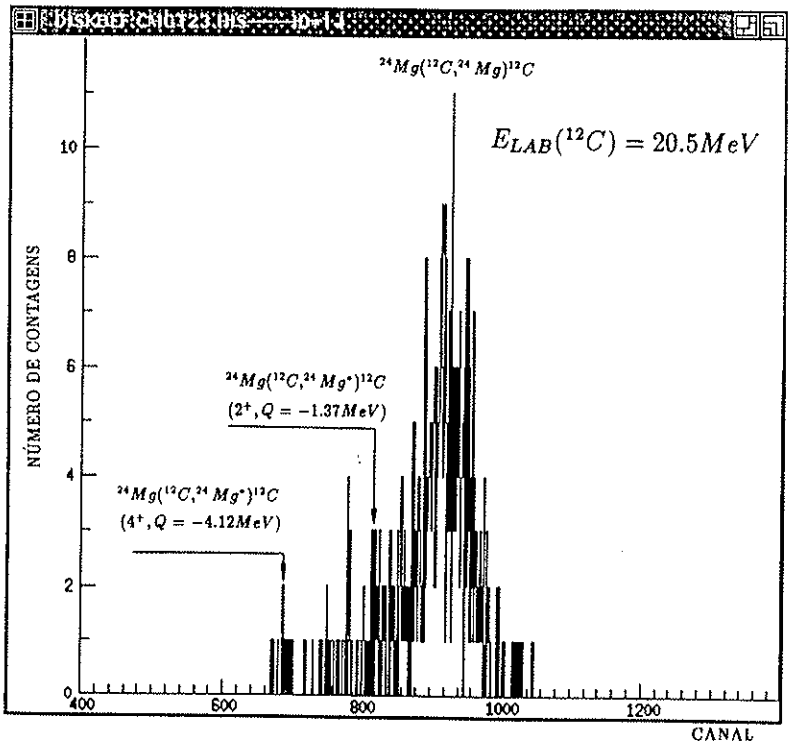


FIGURA 3.2 - Espectro de energia do ^{24}Mg de recuo

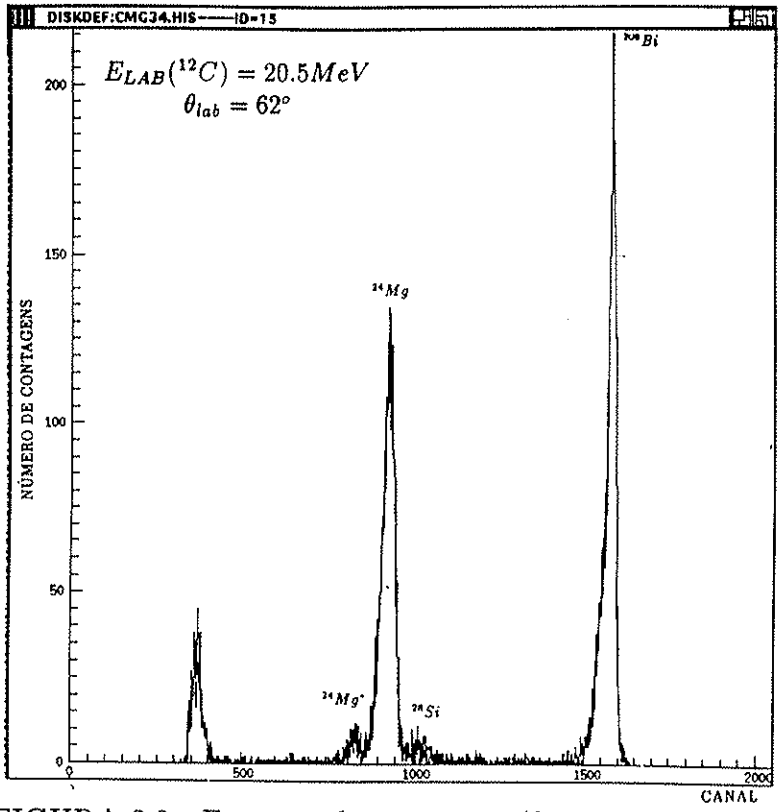


FIGURA 3.3 - Espectro de energia de ^{12}C espalhado pelo alvo

Foram calculadas as áreas dos picos (número de contagens) de interesse que representam o número de partículas detectadas. Utilizando as expressões 3.6 e 3.8 da próxima sub-seção foi possível calcular as seções de choque diferenciais. As faixas de ^{12}C e ^{24}Mg são complementares, ou seja, o ^{12}C e o ^{24}Mg espalhados em ângulos de laboratório dianteiros correspondem respectivamente a ângulos de centro de massa dianteiros e traseiros. A seção de choque de um ângulo de centro de massa dianteiro é calculada a partir do número de contagens do pico que representa o ^{12}C espalhado elasticamente no ^{24}Mg enquanto que a seção de choque de um ângulo de centro de massa traseiro é calculada a partir do número de contagens referente ao pico de ^{24}Mg recuando em ângulos dianteiros no sistema de laboratório (que corresponde a núcleos de ^{12}C espalhados em ângulos traseiros). Para alguns picos sobrepostos (espectros de ângulos bem dianteiros) utilizou-se o SAM [Mi-87] (Spectrum Analysis Module) que ajustava curvas teóricas sobre esses picos permitindo a decomposição destes e assim foi calculada a área de cada pico.

3.2 Cálculo da seção de choque experimental

O número de partículas detectadas (número de contagens) com uma determinada energia em um ângulo fixo é dado por:

$$N = \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB} \cdot \Delta\Omega_{det} e N_i \tag{3.1}$$

onde $\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB}$: seção de choque no sistema de laboratório

$\Delta\Omega_{det}$: ângulo sólido do detector em *srad*

e : espessura do alvo em unidades de *número de átomos/cm*^{2}

N_i : número de partículas incidentes

Pode-se escrever a seção de choque no sistema de centro de massa (C.M.) através da relação:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{CM} = \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{LAB} \cdot J \tag{3.2}$$

sendo J : jacobiano que faz a transformação do sistema de laboratório para o sistema de centro de massa Então:

$$N = \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{CM} \cdot \frac{1}{J}\Delta\Omega_{det} e N_i \tag{3.3}$$

Os alvos contém um elemento pesado (^{209}Bi) que permite eliminar a dependência da seção de choque com relação a N_i e a $\Delta\Omega_{det}$, pois o espalhamento de ^{12}C sobre ^{209}Bi na faixa de energia utilizada é puramente coulombiano. Isso permite normalizar os dados de $^{12}C + {}^{24}Mg$ pelos dados de $^{12}C + {}^{209}Bi$. Considere N_{Mg} e N_{Bi} os números de contagens devido aos espalhamentos elásticos $^{12}C + {}^{24}Mg$ e $^{12}C + {}^{209}Bi$ respectivamente:

$$N_{Mg} = \frac{d\sigma_{Mg}}{d\Omega}\Big)_{CM} \cdot e_{Mg}\Delta\Omega_{det}\frac{1}{J_{Mg}} N_i \tag{3.4}$$

$$N_{Bi} = \frac{d\sigma_{Bi}}{d\Omega}\Big)_{CM} \cdot e_{Bi}\Delta\Omega_{det}\frac{1}{J_{Bi}} N_i \tag{3.5}$$

Dividindo a equação 3.4 pela equação 3.5 temos :

$$\frac{d\sigma_{Mg}}{d\Omega}\Big)_{CM} = \frac{N_{Mg}}{N_{Bi}}\frac{e_{Bi}}{e_{Mg}}\frac{J_{Mg}}{J_{Bi}}\frac{d\sigma_{Bi}}{d\Omega}\Big)_{CM} \tag{3.6}$$

Nas energias estudadas, a seção de choque para o espalhamento elástico $^{12}C + {}^{209}Bi$ é a seção de choque de espalhamento de Rutherford :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{Ruth}(mb) = 1,296\left(\frac{Z_A Z_P}{E_{CM}}\right)^2 \frac{1}{\left(\ sen\frac{\theta_{CM}}{2}\ \right)^4} \tag{3.7}$$

onde Z_A e Z_P são os números atômicos do alvo e projetil respectivamente e E_{CM} é a energia de centro de massa da partícula incidente.

Portanto:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{Ruth}} = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{Ruth}^{C+Bi}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{Ruth}^{C+Mg}}\frac{N_{Mg}}{N_{Bi}}\frac{J_{Mg}}{J_{Bi}}\frac{e_{Bi}}{e_{Mg}} \tag{3.8}$$

A razão de espessuras e_{Bi}/e_{Mg} é determinada normalizando σ/σ_{Ruth} a 1 para ângulos dianteiros. A relação 3.8 é usada para o espalhamento elástico. Para o espalhamento inelástico, onde o alvo de ^{24}Mg é excitado, costuma-se utilizar a relação 3.6 para obter as distribuições angulares:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_i = \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big)_{Ruth}^{Bi+C} \cdot \frac{N_i}{N_{Bi}} \frac{e_{Bi}}{e_{Mg}} \frac{J_i}{J_{Bi}} \tag{3.9}$$

referindo-se os índices i aos estados excitados de ^{24}Mg. As energias de reação foram calculadas no meio do alvo, subtraindo da energia do feixe a metade da energia perdida no alvo, obtida por meio de cálculos usando o programa STOPX. Tendo em vista que as energias incidentes são próximas à barreira coulombiana o valor médio da seção de choque diferencial elástica em ângulos dianteiros pode ser escrito como

$$\langle \frac{\sigma}{\sigma_{Ruth}} \rangle = 1$$

Os dados foram normalizados através da expressão:

$$\langle \sigma k - \sigma_{Ruth} \rangle = 0$$

onde k é uma constante a ser determinada e a média é calculada sobre a região angular dianteira. Esta condição permite determinar k, que é a razão média das espessuras de alvos de ^{209}Bi e ^{24}Mg.

$$\langle k \rangle = \langle \frac{e_{Bi}}{e_{Mg}} \rangle$$

Os dados em ângulos traseiros foram normalizados usando a superposição de medidas ao redor de $\theta_{CM} = 100°$, medidos tanto pela detecção de ^{12}C quanto pelo ^{24}Mg de recuo. A principal fonte de incerteza nas seções de choque era o erro estatístico na área de ^{12}C e principalmente de ^{24}Mg. Não se considerou o erro estatístico da área de ^{209}Bi, pois o correspondente pico era sempre bem definido, apresentava fundo desprezível e com número de contagens alto. Incluiu-se também um erro de 2 % devido a normalização absoluta dos dados (aproximadamente 1 %), ângulo sólido, etc. e que foi estimado através de experiências anteriores do grupo.

3.3 Resultados experimentais

A figura *3.4* exibe as distribuições angulares elásticas $\frac{\sigma}{\sigma_{Ruth}}$ do espalhamento elástico $^{12}C + ^{24}Mg$ medidas nas 15 energias indicadas. Pode-se verificar que todas distribuições angulares apresentam um forte comportamento oscilatório, com exceção de $E_{CM} = 10.67MeV$. Sendo a energia da barreira $E_{BC}^{CM} = 12.56MeV$ este comportamento é verificado mesmo para energias na barreira(ou pouco abaixo dela), o que é um resultado bastante surpreendente e novo. No capítulo 5 esses resultados vão ser comparados com outros sistemas.

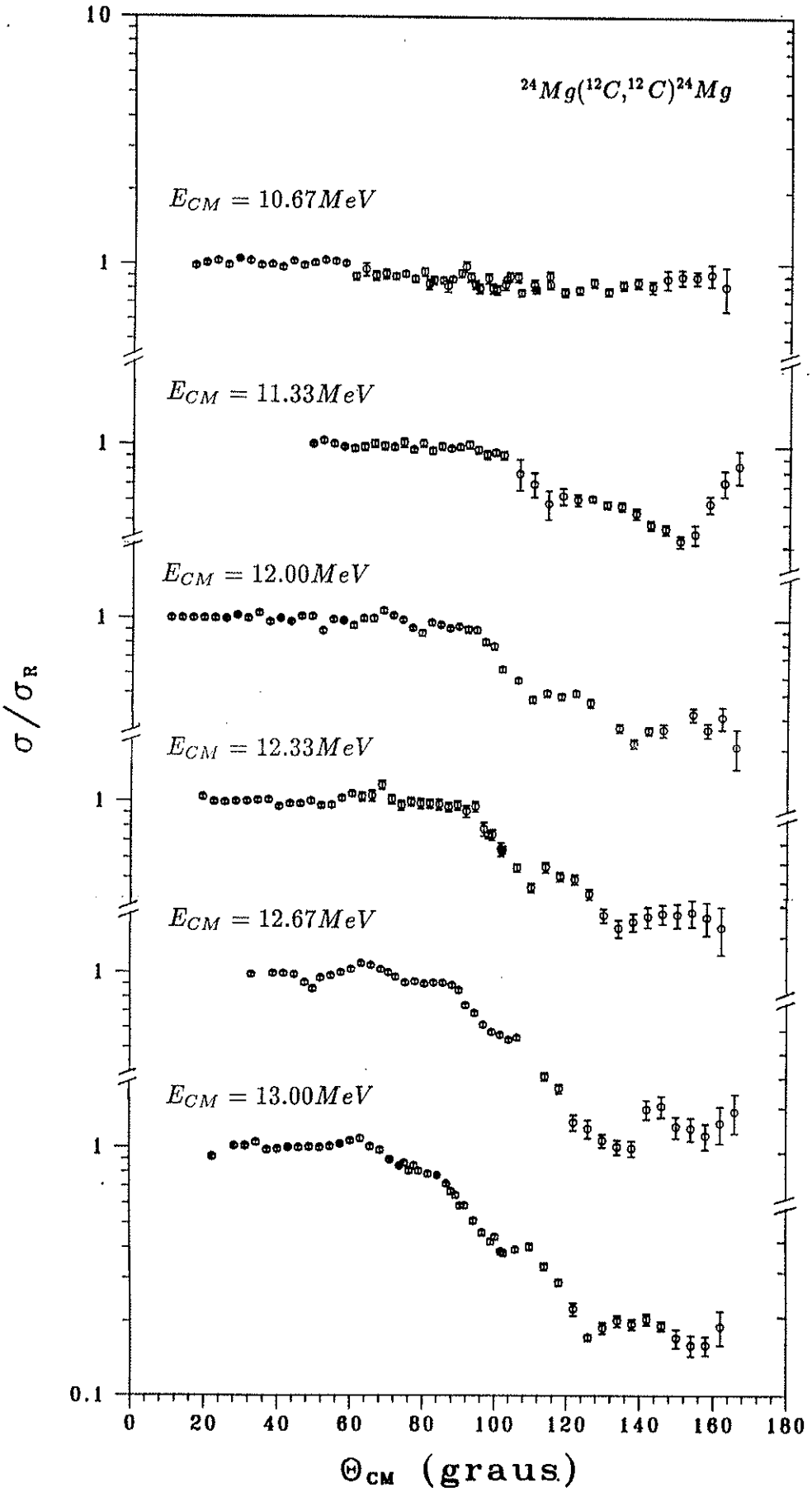


FIGURA 3.4.a - Distribuições angulares medidas neste trabalho

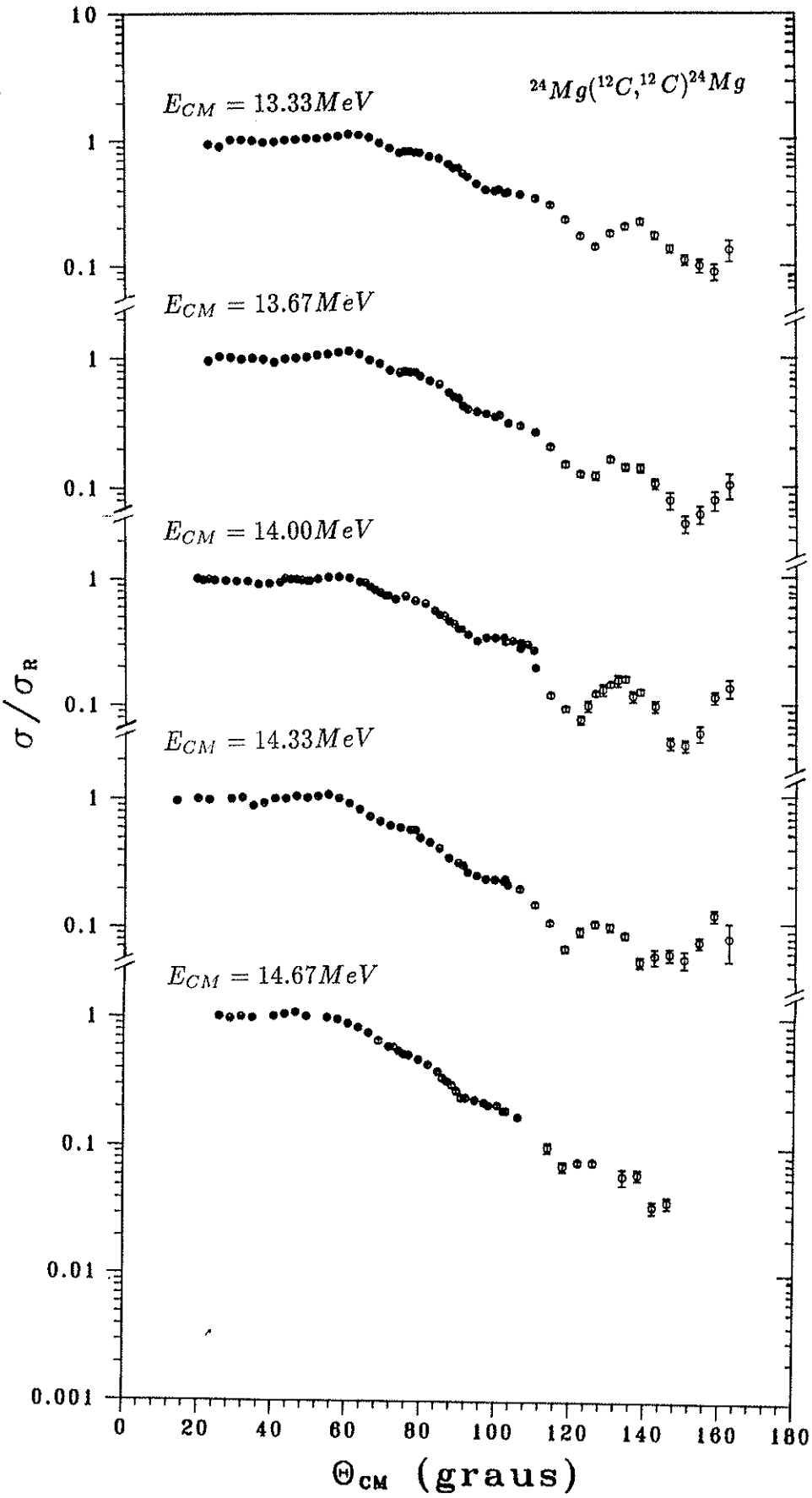


FIGURA 3.4.b - Distribuições angulares medidas neste trabalho

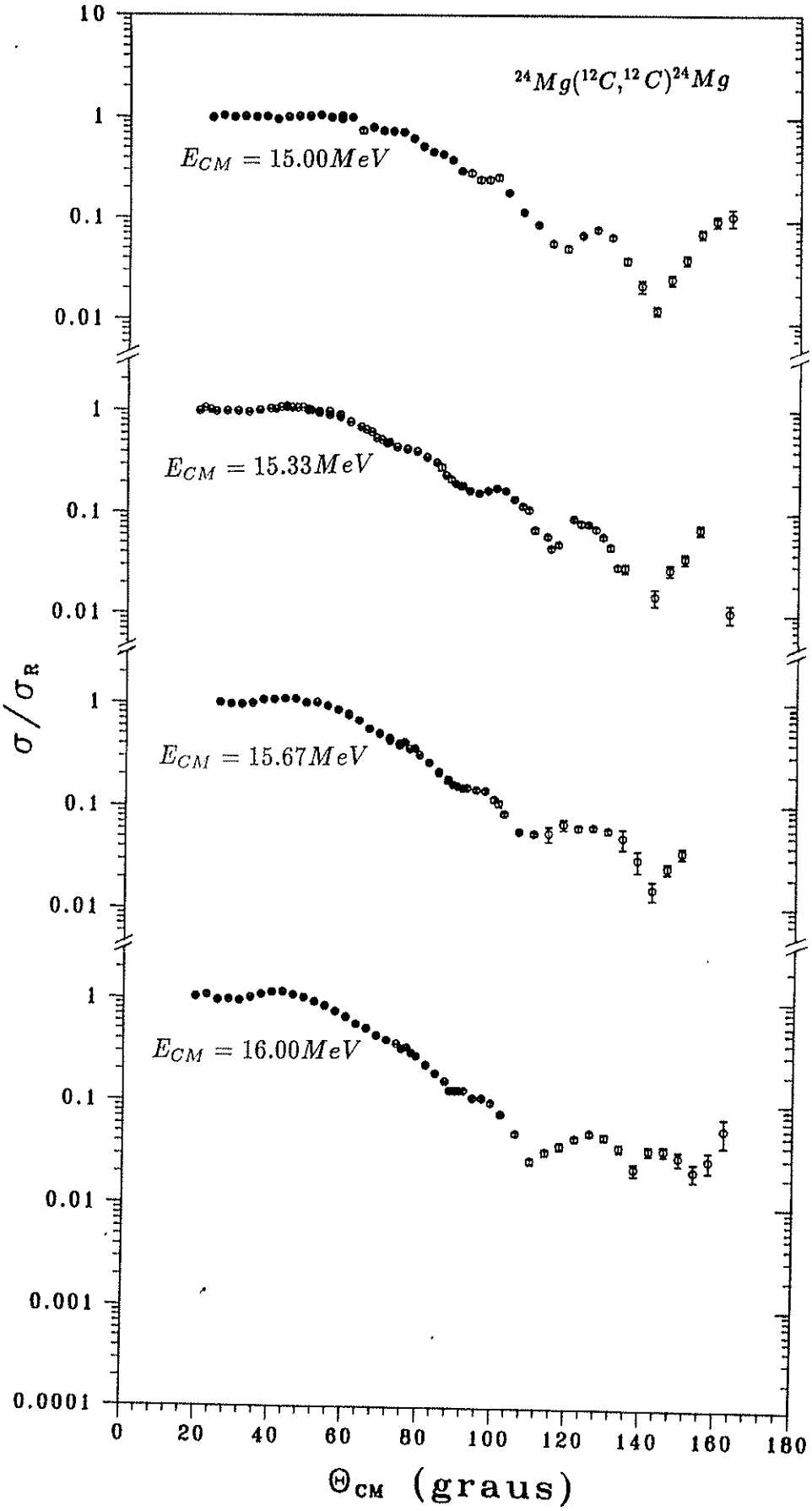


FIGURA 3.4.c - Distribuições angulares medidas neste trabalho

Capítulo 4

Aspectos teóricos

4.1 Espalhamento elástico

Este ítem trata do espalhamento elástico de partículas sem spin e não relativísticas que depende só das coordenadas relativas. O potencial de interação é a soma dos potenciais nuclear $V_N(r)$ e coulombiano $V_C(r)$:

$$U(r) = V_N(r) + V_C(r) \tag{4.1}$$

A seção de choque diferencial de espalhamento elástico no sistema de centro de massa pode ser obtida pela solução assintótica da equação de Schrödinger independente do tempo que descreve o movimento relativo das partículas

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 u + U(r)u = Eu \tag{4.2}$$

A solução desta equação pode ser dividida em duas etapas, resolvendo as partes nuclear e coulombiana separadamente. Na solução da parte nuclear para partículas neutras podemos escrever a solução assintótica da equação 4.2 como :

$$u_N(r,\theta,\phi) \rightarrow A[exp(i\vec{k}\cdot\vec{r}) + \frac{f_N(\theta,\phi)}{r}exp(ikr)] \tag{4.3}$$

onde a função de onda $u_N(r,\theta,\phi)$ é a superposição de uma onda plana de número de onda k, com uma onda emergente esférica de amplitude $f_N(\theta,\phi)$. Sendo o potencial nuclear $V_N(r)$ esfericamente simétrico, pode-se separar a função de onda em partes radial e angular, ou seja, a expressão 4.3 pode ser escrita como a soma de produtos de funções radiais e polinômios de Legendre. Essa passagem matemática é chamada de expansão em ondas parciais :

$$u_N(r,\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)i^\ell R_\ell(r)P_\ell(cos\theta) \tag{4.4}$$

onde :

$$R_\ell(r) = \frac{\chi_\ell(r)}{r}$$

$\chi_\ell(r)$ é a solução da equação radial de Schrödinger :

$$\frac{d^2\chi_\ell(r)}{dr^2} + \left[k^2 - U_N(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right]\chi_\ell(r) = 0 \tag{4.5}$$

k é o número de onda :

$$k = \sqrt{\frac{2\mu E_{CM}}{\hbar^2}}$$

e $U_N(r)$ é o potencial reduzido :

$$U_N(r) = \frac{2\mu V_N(r)}{\hbar^2}$$

Substituindo a forma assintótica de $R_\ell(r)$ na equação 4.4 e comparando com a equação 4.3,chega-se a seguinte expressão para a amplitude de espalhamento nuclear:

$$f_N(\theta) = (2ik)^{-1}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)[\eta_\ell exp(2i\delta_\ell) - 1]P_\ell(cos\theta) \tag{4.6}$$

É oportuno definir aqui os auto-valores da matriz S de espalhamento nuclear :

$$S_\ell = \eta_\ell exp(2i\delta_\ell) \tag{4.7}$$

onde η_ℓ é chamado de coeficiente de reflexão e δ_ℓ é a defasagem nuclear.

Nesta representação δ_ℓ é real. A absorção de partículas, associada a um potencial nuclear complexo que resulta em δ_ℓ complexo, está descrita pelo coeficiente de reflexão η_ℓ. Se $|\eta_\ell| = 1$ o potencial é real e não há absorção. Se $|\eta_\ell| < 1$ há absorção do canal elástico ($V(r)$ complexo).A segunda etapa na resolução da equação de Schrödinger é encontrar a solução da parte coulombiana. Neste caso a solução da equação assume a forma assintótica :

$$u(r,\theta) \to \psi_i(r) + f_C(\theta)\psi_e(r) \tag{4.8}$$

$$\psi_i(r) = (1 - \frac{\eta^2}{ik(r-z)})exp[ikz + i\eta \ln k(r-z)] \tag{4.9}$$

$$\psi_e(r) = \frac{1}{r}exp(ikr - i\eta \ln 2kr) \tag{4.10}$$

onde

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2 \mu}{\hbar^2 k}$$

é o parâmetro de Sommerfeld e $f_C(\theta)$ é a amplitude de espalhamento coulombiano.

$$f_C(\theta) = \frac{-\eta}{2ksen^2\frac{\theta}{2}}exp[i\eta \ln(sen^2\frac{\theta}{2}) + 2i\sigma_0] \tag{4.11}$$

Na região assintótica a solução da equação radial com o potencial nuclear e coulombiano é dada por :

$$u_\ell(kr) \to \frac{1}{kr} sen(kr - \eta \ln kr - \frac{\ell\pi}{2} + \sigma_\ell + \delta_\ell) \tag{4.12}$$

onde δ_ℓ é a mudança de fase devido ao potencial nuclear e σ_ℓ é a mudança de fase devido ao potencial coulombiano. Assim a amplitude de espalhamento total se escreve :

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1)[\eta_\ell exp2i(\delta_\ell + \sigma_\ell) - 1]P_\ell(cos\theta) \tag{4.13}$$

onde para a amplitude de espalhamento puramente coulombiano($\delta_\ell = 0$ e $\eta_\ell = 1$) tem-se :

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1)[exp(2i\sigma_\ell) - 1]P_\ell(cos\theta) \tag{4.14}$$

A seção de choque diferencial elástica é :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \tag{4.15}$$

onde $f(\theta)$ é a soma das amplitudes de espalhamento coulombiano e nuclear :

$$f(\theta) = f_C(\theta) + f_N(\theta) \tag{4.16}$$

que também pode ser expressa pela equação usual :

$$f(\theta) = f_C(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1)(S_\ell - 1)exp(2i\sigma_\ell)P_\ell(cos\theta) \tag{4.17}$$

4.1.1 Alguns modelos de potenciais

Modelo óptico

O espalhamento de íons pesados tem sido analisado com êxito através de potenciais de modelo óptico.

Nesse modelo desconsidera-se que os núcleos são constituídos de nucleons, isto é, supõe-se que dois corpos sem estrutura interna interagem através de um potencial nuclear médio.

O potencial total de interação entre projétil e alvo é :

$$U(r) = V_C(r) + V_N(r) \tag{4.18}$$

$V_C(r)$ é o potencial coulombiano de uma esfera uniformemente carregada de raio R_C :

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_P Z_A e^2}{2R_C}(3 - \frac{r^2}{R_C^2}) & r \leq R_C \\ \\ \frac{Z_P Z_A e^2}{r} & r > R_C \end{cases} \tag{4.19}$$

onde Z_A e Z_P são os números atômicos dos núcleos alvo e projétil respectivamente, $R_C = r_{Co} A_A^{1/3}$, A_A é a massa atômica do núcleo alvo.

Segundo o modelo óptico, o potencial nuclear médio é complexo :

$$V_N(r) = V(r) + iW(r) \tag{4.20}$$

A parte real é atrativa e descreve efeitos refrativos (espalhamento elástico) em analogia a refração da luz ao passar por um meio óptico, que é representada pela parte real do índice de refração. A parte imaginária simula a perda de fluxo do canal elástico para canais não elásticos (inelástico, fusão, transferência, etc.) assim como a absorção da luz é representada pela parte imaginária do índice de refração. A dependência radial das partes real e imaginária usualmente é dada pela forma de Woods-Saxon[Wo-54] :

$$V(r) = \frac{-V_o}{1 + exp(\frac{r-R}{a})} \tag{4.21}$$

$$W(r) = \frac{-W_o}{1 + exp(\frac{r-R_i}{a_i})} \tag{4.22}$$

sendo

V_o, W_o : profundidades real e imaginária respectivamente

a, a_i : difusividades real e imaginária respectivamente.

Os raios dos potenciais ópticos real e imaginário são :

$$R = r_o(A_P^{1/3} + A_A^{1/3})$$

$$R_i = r_i(A_P^{1/3} + A_A^{1/3})$$

r_o e r_i são os valores reduzidos dos raios dos potenciais ópticos e imaginário respectivamente. Os parâmetros do potencial óptico (V_o, W_o, r_o, r_i, a, a_i) são determinados empiricamente de modo a conseguir um bom ajuste da seção de choque experimental do espalhamento elástico. Pode-se afirmar que a forma da matriz S define o comportamento da seção de choque elástica. Para muitos sistemas de íons pesados observam-se características de absorção forte de $|S_\ell|$, ou seja, valores de ℓ menores do que ℓ_g (momento angular rasante, definido como valor de ℓ onde $|S_\ell| = 0.5$) são absorvidos com $|S_\ell| \approx 0$ e para valores de ℓ maiores que ℓ_g têm-se o crescimento rápido de $|S_\ell|$ até o valor da unidade. Essa forma de matriz S consegue reproduzir distribuições angulares que apresentam oscilações em ângulos dianteiros seguida de queda rápida e sem oscilação (efeitos de difração de Fresnel). Os potenciais ópticos utilizados para reproduzir essa forma de matriz S são potenciais fortemente absorventes, isto é, bem definidos somente na região superficial da interação nuclear.

Isto provoca ambigüidades contínuas entre potenciais com difusividades iguais, como por exemplo[Ig-58] :

$$V_o exp(-R/a) = constante \tag{4.23}$$

e

$$W_o exp(-R_i/a_i) = constante \tag{4.24}$$

Isto é, somente a região de superfície do potencial é bem definida (região radial onde há queda exponencial na intensidade do potencial) e não a sua profundidade na região interna do núcleo.

A figura *4.1* extraída da referência [Ig-58] ilustra essa ambigüidade de potencial, comparando os potenciais reais que melhor descrevem o espalhamento elástico de partículas α a 40 MeV por núcleos de ^{63}Cu.

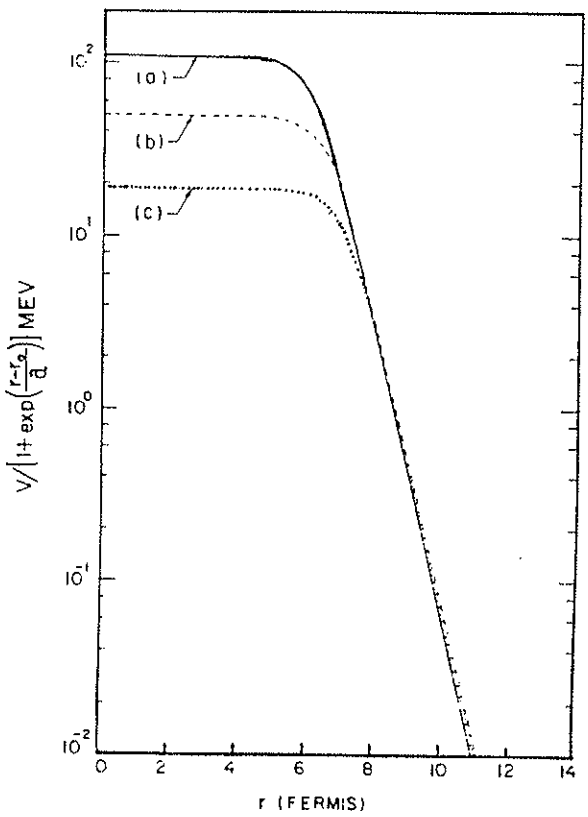


FIGURA 4.1 - Comparação entre os melhores potenciais para o espalhamento elástico $\alpha + ^{63}Cu$ a $40MeV$
(V_o e W_o em MeV, R e a em fermis)
(a)(V_o,W_o,R,a)=(-110, -20, 6.3, 0.5), (b)(-49.3, -11.6, 6.78, 0.5),(c)(-19, -13, 7.22, 0.5)

Para potenciais absorventes um outro tipo de ambigüidade é freqüentemente

observada[Sa-74b]: a determinação do potencial óptico ocorre somente no raio de absorção forte (R_{SA}), definido pelo angulo rasante θ_g :

$$R_{SA} = \frac{\eta}{k}(1 + \frac{1}{sen\frac{\theta_g}{2}}) \tag{4.25}$$

Isto é, potenciais que produzem ajustes equivalentes apresentam difusividades diferentes e se cruzam no raio de absorção forte. Verificou-se também[Sa-75] que além dos valores de $V(R_{SA})$ e $W(R_{SA})$ serem bem definidos têm-se dV/dr e dW/dr bem determinados nesse raio, indicando uma região ao redor do raio de absorção forte como uma região sensível no espalhamento de íons pesados descritos por potenciais fortemente absorventes. No estudo de íons pesados-leves ($A_A + A_P \leq 50$) muitas vezes notam-se oscilações até mesmo em ângulos mais traseiros. Tais distribuições somente são razoavelmente bem ajustadas através do uso de potenciais transparentes na superfície (ou pouco absorventes), onde a parte imaginária é mais recuada do que a parte real ($r_i < r$ ou $a_i < a$ com $W_o < V_o$). Nesse caso, a matriz S não apresenta as características de absorção forte, isto é, o módulo da matriz S pode apresentar valores altos mesmo para momentos angulares baixos.

Modelo de convolução

Ao contrário do modelo óptico, este modelo é microscópico pois considera a interação entre os nucleons dos núcleos alvo e projétil. As coordenadas utilizadas neste modelo estão indicadas na figura *4.2*.

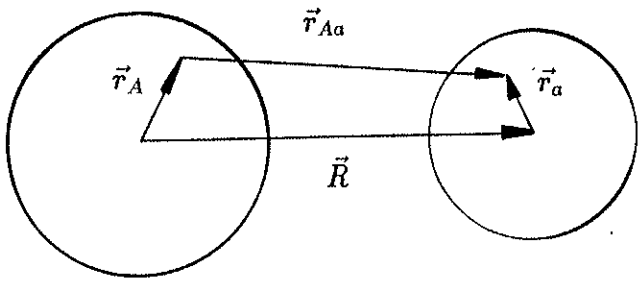


FIGURA 4.2 - Coordenadas utilizadas no modelo de convolução

O potencial de convolução entre os núcleos alvo (A) e projétil (a) é dado por :

$$V_F = \langle \psi_{A0}\psi_{a0}|V|\psi_{A0}\psi_{a0}\rangle \tag{4.26}$$

ψ_{A0} e ψ_{a0} representam os auto-estados dos núcleos alvo e projétil em seus estados fundamentais.

Escrevendo V como um operador local de dois corpos :

$$V = \sum_{i,j(i\in A, j\in a)} v_{ij} \tag{4.27}$$

Conclue-se que o potencial de convolução é :

$$V_F = \int d\vec{r}_A \int d\vec{r}_a \rho_A(\vec{r}_A)\rho_a(\vec{r}_a)v(\vec{r}_{Aa} = \vec{R} + \vec{r}_a - \vec{r}_A) \tag{4.28}$$

onde ρ_i é a distribuição dos centros de massa dos nucleons do núcleo i no estado fundamental, que pode ser determinada por densidades de Hartree-Fock ou por modelo de camadas ou ainda por espalhamento de elétrons. $v(\vec{r}_{Aa})$ é a interação efetiva nucleon-nucleon. Pela equação 4.28 pode-se concluir que o modelo de convolução só determina o potencial nuclear real, pois o potencial nucleon-nucleon é real. Não determina-se, portanto, o potencial nuclear imaginário e em geral utiliza-se potencial imaginário empírico com forma de Woods-Saxon.

Uma interação muito utilizada como interação efetiva é a $M3Y$ dada em MeV por Satchler e Love[Sa-79] :

$$v_{Aa}(r) = [7999\frac{e^{-4r}}{4r} - 2134\frac{e^{-2.5r}}{-2.5r}] - 276(1 - 0.005\frac{E}{A})\delta(\vec{r_{Aa}}) \tag{4.29}$$

sendo r a distância entre os nucleons. Os dois primeiros termos são potenciais na forma de Yukawa[Be-77] e o último simula o efeito de troca de um nucleon[Sa-79]. Pode-se construir o potencial de convolução a partir de uma interação efetiva dependente também da densidade ($u(r_{Aa}, E, \rho)$). A variação de u com a densidade é parametrizada na forma exponencial :

$$u(r_{Aa}, E, \rho) = v(r_{Aa}, E)C(E)[1 + \alpha(E)e^{-\beta(E)\rho}] \tag{4.30}$$

onde $v(r_{Aa}, E)$ é a interação M3Y (equação 4.29), ρ é a densidade nuclear e $C(E)$, $\alpha(E)$ e $\beta(E)$ são parâmetros da energia a serem determinados.

A interação dada pela equação 4.30 é a generalização da interação M3Y considerando a dependência na energia e densidade (DDM3Y) [Ko-84].

O potencial nuclear total é escrito como :

$$V_N(r) = NV_F(r) + iW(r) \tag{4.31}$$

N é uma constante de normalização e é o único parâmetro ajustável da parte real. $V_F(r)$ é o potencial de convolução, dado pela equação 4.28, e $W(r)$ é o potencial imaginário.

4.2 Espalhamento inelástico

4.2.1 Modelo coletivo rotacional

Em 1953, A.Bohr e B.Mottelson [Bo-53] introduziram este modelo na física nuclear ao verificarem a semelhança entre os espectros de energia de alguns núcleos e o espectro de energia rotacional de um rotor deformado.

A superfície de um núcleo deformado é descrita pela equação :

$$R(\theta', \phi') = R_o[1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_\lambda^\mu(\theta', \phi')] \tag{4.32}$$

sendo R_o o raio médio do núcleo : $R_o = r_o A_A^{1/3}$, $Y_\lambda^\mu(\theta', \phi')$ os harmônicos esféricos para θ' e ϕ' ângulos referentes ao sistema fixo no núcleo e $\alpha_{\lambda\mu}$ os coeficientes de deformação. Essa deformação do núcleo origina modos de excitação classificados como vibracional, rotacional ou uma mistura de ambos. Em um núcleo rotacional ou permanentemente deformado, os coeficientes $\alpha_{\lambda\mu}$ não dependem do tempo. Vamos considerar o caso simples de uma deformação puramente quadrupolar, que é a mais provável, onde tem-se $\lambda = 2$. A existência de um eixo de simetria faz com que $\alpha_{2,\mu} = \alpha_{2,-\mu}$, sendo $\mu = 0$. Logo, a equação 4.32 pode ser escrita como :

$$R(\theta') = R_o[1 + \beta_2 Y_2^\circ(\theta')] \tag{4.33}$$

$\beta_2 = \alpha_{2,0}$ é o parâmetro de deformação quadrupolar.

Esse núcleo deformado é representado na figura *4.3*

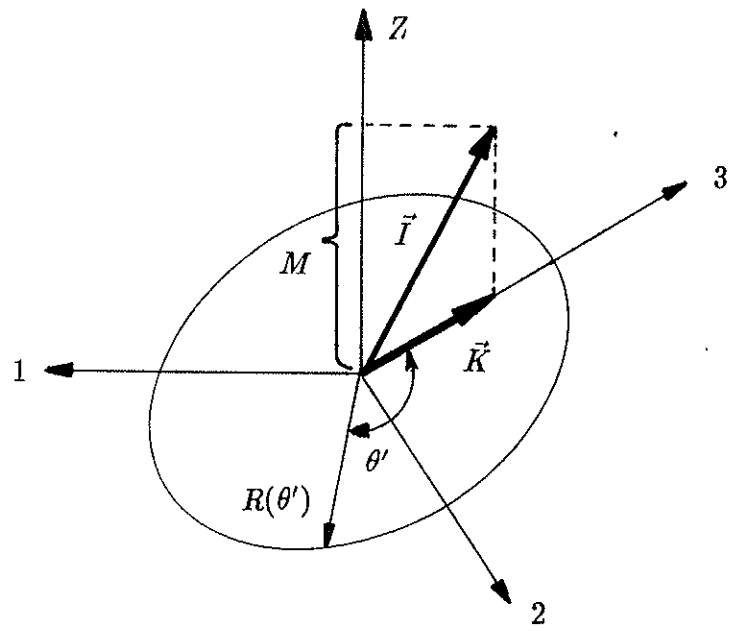


FIGURA 4.3 - Diagrama esquemático de um núcleo deformado e seus momentos angulares

A hamiltoniana do sistema pode ser separada em partes rotacional e intrínseca :

$$\hat{H} = \hat{H}_{rot} + \hat{H}_{int} \tag{4.34}$$

$\hat{H}_{int}$ é a hamiltoniana sem considerar a deformação do núcleo e $\hat{H}_{rot}$ é a hamiltoniana do modelo coletivo rotacional :

$$\hat{H}_{rot} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\hbar^2 \hat{I}_i^2}{2\Im_i} \tag{4.35}$$

onde $\hat{I}_i$ é operador de momento angular em relação ao eixo i do sistema fixo no núcleo e $\Im_i$ é momento de inércia sobre o eixo i

Como o núcleo é simétrico em relação ao eixo 3(ver figura 4.3) tem-se que :

$$\Im_1 = \Im_2 = \Im \tag{4.36}$$

Portanto, pode-se escrever a equação 4.35 como :

$$\hat{H}_{rot} = \frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{\hat{I}^2 - \hat{I}_3^2}{\Im} + \frac{\hat{I}_3^2}{\Im_3}\right) \tag{4.37}$$

$\hat{I}^2 = \hat{I}_1^2 + \hat{I}_2^2 + \hat{I}_3^2$

Os auto-estados de $\hat{H}_{rot}$ são caracterizados pelos números quânticos :

I : momento angular total do sistema

M : componente de I na direção de z

K : projeção de I sobre o eixo de simetria (eixo 3)

A equação de Schrödinger :

$$\hat{H}_{rot}\Psi^I_{MK} = E_{I,K}\Psi^I_{MK} \tag{4.38}$$

admite o seguinte espectro de auto-valores :

$$E_{I,K} = \frac{\hbar^2}{2\Im}[I(I+1) - K^2] + \frac{\hbar^2}{2\Im_3}K^2 \tag{4.39}$$

onde :

$I(I+1)$: auto-valor do operador $\hat{I}^2$

K : auto valor do operador $\hat{I}_3$

As auto-funções normalizadas do operador $\hat{H}_{rot}$ (equação 4.37) são dadas pela matriz de rotação :

$$\Psi^I_{MK} = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D^I_{MK}(\theta, \phi, \psi) \tag{4.40}$$

θ , ϕ e ψ são os ângulos de Euler que orientam o sistema de eixos fixos no corpo com o sistema de eixos fixos no espaço e $D^I_{MK}(\theta, \phi, \psi)$ é a matriz de rotação, que permite expressar uma função de onda no sistema de laboratório em função do sistema intrínseco quando o núcleo é submetido a rotações finitas.

Para uma banda rotacional pura, onde $K = 0$, tem-se :

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\Im} I(I+1) \tag{4.41}$$

e

$$\Psi^I_{M0} = Y^I_{M0}(\theta, \phi) \tag{4.42}$$

Pode-se observar que um esferóide é invariante quando submetido a uma rotação de π radianos em torno de qualquer eixo que passe pelo seu centro. Isso implica que a função de onda deve ser invariante sob o operador de rotação :

$$R_1(\theta \to \theta + \pi, \phi \to \phi + \pi, \psi \to \psi + \pi) \tag{4.43}$$

Submetendo Ψ^I_{MK} a R_1, tem-se :

$$\Psi^I_{MK} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}}[D^I_{MK}(\theta, \phi, \psi) + (-1)^{I+K} D^I_{M-K}(\theta, \phi, \psi)] \tag{4.44}$$

Se $K = 0$, $\Psi^I_{MK} \neq 0$ e considerando que :

$$Y^I_{M0}(\theta, \phi) = Y^I_{M0}(\theta + \pi, \phi + \pi) = (-1)^I Y^I_{M0}(\theta, \phi) \tag{4.45}$$

conclui-se que apenas os valores pares de I são permitidos :

$$I = 0, 2, 4, 6, ... \tag{4.46}$$

e a paridade de tais estados é positiva. Esses estados constituem a banda rotacional do estado fundamental, com suas respectivas energias calculadas pela equação 4.39 no caso de um núcleo par-par.

Voltando a equação 4.33 nota-se que a informação sobre a deformação da superfície do núcleo é dada por β_2, quando considera-se a deformação puramente quadrupolar. Define-se o comprimento de deformação quadrupolar como :

$$\delta_2 = \beta_2 R_o \tag{4.47}$$

4.2.2 Cálculo de canais acoplados

Muitos dos dados experimentais de reações nucleares tais como espalhamento elástico e inelástico e reações de transferência têm sido satisfatoriamente bem descritos pela aproximação de Born de ondas distorcidas (para tal aproximação costuma-se utilizar a sigla $DWBA$, das iniciais em inglês). Esta aproximação é bem sucedida quando a interação que causa uma determinada reação é fraca, de modo que é suficiente tratar a interação como uma perturbação em primeira ordem. No entanto, para alvos cujos núcleos são de natureza coletiva, nota-se que as seções de choque para os espalhamentos inelásticos são grandes se comparadas às seções de choque de espalhamento elástico. Nestes casos, a aproximação de Born de ondas distorcidas falha na descrição dos dados experimentais de espalhamento elástico e inelástico.

A análise do espalhamento inelástico é mais consistente quando feita através de cálculos de canais acoplados [Ta-65], onde embora o número de canais seja restrito, a interação é tratada até ordem infinita em cada canal considerado. Seja a reação :

$$A(a, a^*)A^*$$

que pode ser representada por :

$$a + A \rightarrow a^* + A^*$$

ou :

$$\alpha \rightarrow \alpha^*$$

α e α^* são os canais de entrada e saída respectivamente da reação.

A hamiltoniana desse sistema é :

$$H = T_\alpha + H_\alpha(\xi) + V(\vec{r}, \xi) \tag{4.48}$$

sendo :

T_α : energia cinética da partícula incidente

$H_\alpha(\xi)$: hamiltoniana dos núcleos projétil e alvo em função de suas coordenadas intrínsecas ξ

$V(\vec{r}, \xi)$: potencial de interação entre projétil e alvo

Substituindo a equação 4.48 na equação de Schrödinger, tem-se :

$$[T_\alpha + H_\alpha(\xi) + V(\vec{r}, \xi)]\Psi(\vec{r}, \xi) = E\Psi(\vec{r}, \xi) \tag{4.49}$$

onde :

$\Psi(\vec{r}, \xi)$: função de onda total do sistema

E : energia total do sistema :

$$E = E_\alpha + \frac{\hbar^2 k_\alpha^2}{2\mu_\alpha}$$

E_α : soma dos auto-valores da hamiltoniana intrínseca dos núcleos projétil e alvo

k_α : número de onda relativo entre projetil e alvo

μ_α : massa reduzida do sistema

A função de onda total do sistema pode ser expandida em funções de onda intrínsecas do núcleo alvo $\Psi_{\alpha'}(\xi)$, onde cada uma dessas funções representa um estado nuclear α' :

$$\Psi(\vec{r}, \xi) = \sum_{\alpha'}^{N} \Psi_{\alpha'}(\xi) u_{\alpha'}(\vec{r}) \tag{4.50}$$

Isto pode ser feito pois as funções $\Psi_{\alpha'}(\xi)$ formam um conjunto ortonormal completo. Cada função $u_{\alpha'}(\vec{r})$ descreve o movimento relativo entre os núcleos alvo e projétil no estado α'.

Substituindo a equação 4.50 na equação 4.49, multiplicando à esquerda por $\Psi^*_\alpha(\xi)$ e integrando sobre as coordenadas nucleares intrínsecas, tem-se :

$$[E - T_\alpha - E_\alpha]u_\alpha(\vec{r}) = \sum_{\alpha'}^{N} \langle \Psi_\alpha(\xi) | V(\vec{r}, \xi) | \Psi_{\alpha'}(\xi) \rangle u_{\alpha'}(\vec{r}) \tag{4.51}$$

Escrevendo :

$$\sum_{\alpha'}^{N}\langle\Psi_\alpha(\xi)|V(\vec{r},\xi)|\Psi_{\alpha'}(\xi)\rangle = \sum_{\alpha'\neq\alpha}^{N}\langle\Psi_\alpha(\xi)|V(\vec{r},\xi)|\Psi_{\alpha'}(\xi)\rangle +$$

$$+\langle\Psi_\alpha(\xi)|V(\vec{r},\xi)|\Psi_\alpha(\xi)\rangle = [\sum_{\alpha'\neq\alpha}^{N} V_{\alpha\alpha'}(\vec{r})] + V_{\alpha\alpha}(\vec{r}) \tag{4.52}$$

obtem-se :

$$[E - T_\alpha - E_\alpha - V_{\alpha\alpha}]u_\alpha(\vec{r}) = \sum_{\alpha'\neq\alpha}^{N} V_{\alpha\alpha'}(\vec{r})u_{\alpha'}(\vec{r}) \tag{4.53}$$

Para separar cada função de onda $u_\alpha(\vec{r})$ em partes radial e angular, expandimos $u_\alpha(\vec{r})$ em ondas parciais :

$$u_\alpha(\vec{r}) = \sum_{LM}\frac{\chi_\alpha(r)}{r}Y_L^M(\theta,\phi) \tag{4.54}$$

$Y_L^M(\theta,\phi)$ são os harmônicos esféricos e $\chi_\alpha(r)$ são as funções de onda radiais da partícula espalhada para cada canal α.

Substituindo a equação 4.54 na equação 4.53, multiplicando à esquerda por $Y_L^{M*}(\theta,\phi)$ e integrando sobre os ângulos θ e ϕ, tem-se :

$$\langle Y_L^M(\theta,\phi)|[E - T_\alpha - E_\alpha - V_{\alpha\alpha}(\vec{r})]\sum_{LM}\frac{\chi_\alpha(r)}{r}|Y_L^M(\theta,\phi)\rangle =$$

$$= \langle Y_L^M(\theta,\phi)|\sum_{\alpha'\neq\alpha,L'M'}^{N} V_{\alpha\alpha'}(\vec{r})\frac{\chi_{\alpha'}(r)}{r}|Y_{L'}^{M'}(\theta,\phi)\rangle \tag{4.55}$$

Obtem-se, então, as equações acopladas para as funções de onda radiais $\chi_\alpha(r)$:

$$[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + k_\alpha^2 - V_{\alpha\alpha}(r)]\chi_\alpha(r) = \sum_{\alpha'\neq\alpha} V_{\alpha\alpha'}(r)\chi_{\alpha'}(r) \tag{4.56}$$

com

$$V_{\alpha\alpha'}(r) = \frac{2\mu_\alpha}{\hbar^2}\sum_{L'M'}\langle Y_L^M(\theta,\phi)|V_{\alpha',\alpha}(\vec{r})|Y_{L'}^{M'}(\theta,\phi)\rangle \equiv \sum_\lambda v_{ac}^{(\lambda)(r)}(r)B_\lambda(I,I')A(LjI,L'j'I',\lambda js) \tag{4.57}$$

sendo $B_\lambda(II')$ e $A(LjI,L'j'I',\lambda js)$ fatores geométricos encontrados na referência [Ta-65].

O potencial $V_{\alpha\alpha}(r)$ é o potencial diagonal, que representa o potencial do modelo óptico somado à parte coulombiana.

O potencial $V_{\alpha\alpha'}(r)$ é a interação residual que representa o potencial de acoplamento, responsável pela transição do canal α para o canal α'. Também pode-se

observar pela equação 4.56 que o número de equações acopladas é igual ao número de estados considerados na expansão da função de onda total (equação 4.50) .

Desconsiderando a interação spin-órbita, o potencial total a que uma partícula incidente é submetida ao interagir com um núcleo deformado é :

$$V(r,\theta,\phi) = \frac{-V_o}{1+exp(\frac{r-R}{a})} + \frac{-i\cdot W_o}{1+exp(\frac{r-R_I}{a_I})} + V_C(r) = V_{diag} + V_{acopl} \qquad (4.58)$$

onde:

$V_C(r)$: potencial coulombiano (equação 4.19)

V_o : profundidade real

W_o : profundidade imaginária

a : difusividade real

a_I : difusividade imaginária

R_C : raio coulombiano

R : raio do potencial óptico real

R_I : raio do potencial óptico imaginário

Para calcular V_{acopl}, deve-se usar algum modelo para descrever a transição. No caso do modelo coletivo rotacional supondo o núcleo deformado axialmente simétrico:

$$R_C(\theta') = R_{Co}[1 + \sum_\lambda \beta_\lambda^C Y_\lambda^o(\theta')] \qquad (4.59)$$

$$R(\theta') = R_o[1 + \sum_\lambda \beta_\lambda^R Y_\lambda^o(\theta')] \qquad (4.60)$$

$$R_I(\theta') = R_{Io}[1 + \sum_\lambda \beta_\lambda^I Y_\lambda^o(\theta')] \qquad (4.61)$$

onde θ' é um ângulo referente ao sistema fixo no núcleo (veja figura *4.3*).

Para o modelo coletivo vibracional o potencial de Woods-Saxon (equações 4.21 e 4.22) é esférico, os parâmetros de deformação β_λ^C, β_λ^R e β_λ^I das equações 4.59, 4.60 e 4.61 são substituídos pelos seus respectivos $\alpha_{\lambda\mu}$, que são parâmetros dinâmicos que representam as oscilações do núcleo em torno de sua forma esférica. Têm-se, para o caso rotacional :

$$V_{diag} = \frac{-V_o}{1+exp(\frac{r-R_o}{a})} + \frac{-iW_o}{1+exp(\frac{r-R_{Io}}{a_i})} + V_C(R_{Co}) \qquad (4.62)$$

e

$$V_{acopl} = \sum_{\lambda\neq 0}[v_{ac}^{(\lambda)} + v_{ac}^{C(\lambda)}]\beta_\lambda Y_\lambda^o(\theta') \qquad (4.63)$$

onde:

$v_{ac}^{(\lambda)}$ e $v_{ac}^{C(\lambda)}$ são obtidos da expansão de R, R_I, R_C em torno de R_o, R_{Io} e R_{Co} em potências de $\beta_\lambda Y_{\lambda o}(\theta')$:

$$v_{ac}^{(\lambda)} \propto R_o\beta_2\frac{\partial V}{\partial R} + \frac{1}{2}R_o^2(\beta_4)^2\frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + ... \tag{4.64}$$

$$v_{ac}^{C(\lambda)} \propto \frac{3Z_P Z_A e^2}{5r^3}\beta_2^C R_C^2 + \frac{3Z_P Z_A e^2}{18r^5}e^2(\beta_4^C)^2 R_C^4 + ... \tag{4.65}$$

Voltando à equação 4.57 percebe-se que o fator de forma de transição $V_{\alpha\alpha'}(r)$ tem uma parte geométrica dada por $B_\lambda(II')$ e $A(LjI, L'j'I', \lambda js)$ e contém toda informação nuclear no fator de forma descrito por $v_{ac}^{(\lambda)}$. Informações a respeito da transição entre os estados estão contidas no fator de forma que está representado nas equações 4.64 e 4.65. Observa-se que no modelo coletivo, o fator de forma é a derivada do potencial de Woods-Saxon somado ao fator de forma coulombiano. Para $\lambda = 2$:

$$F(r) = R_o\beta_2\frac{\partial V(r)}{\partial r} + \frac{3Z_A Z_P e^2}{5}\frac{R_C^2}{r^3}\beta_2^C \tag{4.66}$$

Tem-se também que :

$$F(r) = R_o\beta_2\frac{\partial V(r)}{\partial r} + \frac{4\pi}{5}\frac{Z_P e[B(E2\uparrow)]^{1/2}}{r^3} \tag{4.67}$$

sendo $B(E2\uparrow)$ a probabilidade de excitação eletromagnética quadrupolar (ou probabilidade de transição reduzida), dada em e^2fm^4.

onde:

$$[B(E2\uparrow)]^{1/2} = \frac{3}{4\pi}Z_A R_C^2\beta_2^C \tag{4.68}$$

A utilidade da equação 4.68 é evidente uma vez que pode-se calcular o valor de $B(E2\uparrow)$ a partir de β_2^C, que é determinado ajustando distribuições angulares elásticas e inelásticas simultaneamente.

Obtém-se a seção de choque integrando as equações acopladas (equação 4.56). Essa integração é feita até um determinado raio R_M ('matching radius') onde a solução de $\chi_\alpha(r)$ é ajustada com a função de onda assintótica (em termos das funções regular e irregular de Coulomb), ou seja, R_M é o raio onde as forças nucleares e as distorções do potencial coulombiano devido a deformação do núcleo podem ser desprezadas.

Com este cálculo determina-se a matriz S e a partir dos coeficientes desta matriz obtém-se a amplitude de espalhamento $f_{I\to I'}(\theta)$ do estado fundamental (de spin I) para o estado excitado (de spin I') .

A seção de choque para o estado excitado de spin I' e projeção M' é :

$$\left.\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right)_{I'} = \frac{1}{(2I+1)}\frac{v_{I'}}{v_I}\sum_{MM'}|f_{I\to I'}(\theta)|^2 \tag{4.69}$$

v_I e $v_{I'}$ são as velocidades das partículas espalhadas nos canais I e I' respectivamente.

Para finalizar este ítem, cabe aqui uma observação de como é obtida a aproximação de Born de ondas distorcidas (DWBA) a partir do formalismo de canais acoplados.

Supondo uma interação fraca que provoca uma dada reação e que tem-se dois estados envolvidos : 1 (estado fundamental) e 2 (estado excitado).

Considerando a equação 4.53 para esses dois estados :

$$[E - T_1 - E_1 - V_{11}]\psi_1(\vec{r}) = V_{12}\psi_2(\vec{r}) \tag{4.70}$$

$$[E - T_2 - E_2 - V_{22}]\psi_2(\vec{r}) = V_{21}\psi_1(\vec{r}) \tag{4.71}$$

Se a interação é fraca, inicialmente é feita a aproximação :

$$V_{12} = V_{21} \approx 0 \tag{4.72}$$

Assim, resolvendo o sistema :

$$[E - T_1 - E_1 - V_{11}]\psi_1(\vec{r}) = 0 \tag{4.73}$$

$$[E - T_2 - E_2 - V_{22}]\psi_2(\vec{r}) = 0 \tag{4.74}$$

obtem-se $\psi_1(\vec{r})$ e $\psi_2(\vec{r})$.

A amplitude de espalhamento $f_{1\to 2}$ (equação 4.69) que determina a seção de choque é :

$$f_{1\to 2} = \langle \psi_1(\vec{r})|V_{12}|\psi_2(\vec{r})\rangle \tag{4.75}$$

considerando $V_{12} \neq 0$ agora.

O valor encontrado pela equação 4.75 é aproximadamente igual ao encontrado utilizando o cálculo de canais acoplados se a interação que causa a reação for fraca.

4.3 Relação de dispersão

O primeiro trabalho que apontou a aplicação das relações de dispersão para relacionar as partes real e imaginária do potencial óptico como derivadas de propriedades analíticas de propagadores que aparecem na teoria de reações foi elaborado por Feshbach[Fe-58]. Em 1962, Cornwall e Ruderman [Co-62] obtiveram resultados equivalentes obtendo essa relação como uma conseqüencia da causalidade em um modelo dependente do tempo, isto é, uma onda espalhada não pode ser emitida antes da chegada da onda incidente.

O potencial médio nuclear dependente da energia é:

$$V_N(E) = V(E) + iW(E) \tag{4.76}$$

A seguir vão ser deduzidas as relações de dispersão entre as partes real e imaginária do potencial óptico :

Escreve-se $V(E)$ como uma soma de um fator independente da energia (V_o) com um fator dependente da energia ($\Delta V_N(E)$) :

$$V_N(E) = V_o + \Delta V(E) + iW(E) = V_o + \Delta V_N(E) \tag{4.77}$$

A equação de Schrödinger para esse potencial é :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\varphi(\vec{r},E)+(V_o+\Delta V_N(E))\varphi(\vec{r},E)=E\varphi(\vec{r},E) \tag{4.78}$$

Calculando as transformadas de Fourier de $V_N(E)$ e de $\varphi(\vec{r},E)$:

$$V_N(t)=(2\pi)^{-1}\int V_N(E)exp(\frac{-iEt}{\hbar})dE \tag{4.79}$$

e

$$\psi(\vec{r},t)=(2\pi)^{-1}\int \varphi(\vec{r},E)exp(\frac{-iEt}{\hbar})dE \tag{4.80}$$

Pode-se, então, escrever a equação 4.78 como :

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r},t)+\int(V_o+\Delta V_N(t-t'))\psi(\vec{r},t)dt'=i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r},t)}{\partial t} \tag{4.81}$$

O princípio da causalidade garante, para $t<t'$, que :

$$\Delta V_N(t-t')=0 \tag{4.82}$$

A interpretação da equação 4.82, no contexto de funções de onda, é que uma onda espalhada não pode ser emitida antes da chegada da onda incidente, isto é, $\psi(\vec{r},t)$ não pode ser influenciado por $\psi(\vec{r},t')$ para $t<t'$. Outra importante conclusão que se obtem da equação 4.82 é que $\Delta V_N(E)$ é analítica na metade inferior do plano E-complexo. Logo, pela fórmula integral de Cauchy é possível afirmar que neste semi-plano :

$$\Delta V_N(E)=\frac{1}{2\pi i}\oint_C\frac{\Delta V_N(E')}{E'-E}dE' \tag{4.83}$$

De onde se obtém[By-70] :

$$P\int_0^\infty\frac{\Delta V_N(E')}{E'-E}dE'=i\pi\Delta V_N(E) \tag{4.84}$$

sendo P o valor principal da integral.

Sendo $\Delta V_N(E)=\Delta V(E)+iW(E)$ e igualando as partes reais e imaginárias da equação 4.84 obtemos as seguintes relações de dispersão :

$$\Delta V(E)=\frac{1}{\pi}P\int_0^{+\infty}\frac{W(E')}{E'-E}dE' \tag{4.85}$$

e

$$W(E)=-\frac{1}{\pi}P\int_0^{+\infty}\frac{\Delta V(E')}{E'-E}dE' \tag{4.86}$$

$\Delta V(E)$ é conhecido como potencial de polarização dinâmica.

A relação de dispersão utilizada neste trabalho é dada pela equação 4.85. Observa-se que qualquer crescimento localizado em $|W(E)|$ ($W(E) \leq 0$) é acompanhado por uma variação atrativa de $\Delta V(E)$ localizada na mesma região de energia.

No espalhamento de íons pesados nota-se que há um crescimento rápido em $|W(E)|$ à medida que se aumenta a energia em torno da energia da barreira coulombiana. Nessa mesma faixa de energia a função $|\Delta V(E)|$ apresenta um valor máximo, resultante da relação de dispersão.

O crescimento do potencial atrativo em energias próximas à barreira coulombiana aumenta a probabilidade de um íon incidente de baixa energia (energia ao redor da barreira) superar a barreira coulombiana, elevando os valores da seção de choque de fusão nessa faixa de energia. Aumentando a energia da partícula incidente de zero para valores ao redor da barreira coulombiana, os íons em colisão não sofrem somente repulsão coulombiana, como em energias menores. O que ocorre é a absorção de fluxo do canal elástico, justificando a importância dos efeitos de acoplamento dos principais canais não elásticos. Para sistemas pesados($A_A + A_P > 50$) essa 'anomalia' no espalhamento elástico (variação rápida e localizada do potencial óptico em energias em torno da barreira coulombiana) é verificada no raio de absorção forte.[Li-85,Ab-89,Fu-85]. Como exemplo a figura *4.4* mostra a relação de dispersão verificada no raio de absorção forte dos sistemas $^{16}O + ^{208}Pb$[Na-85] e $^{16}O + ^{63}Cu$[Pe-89].

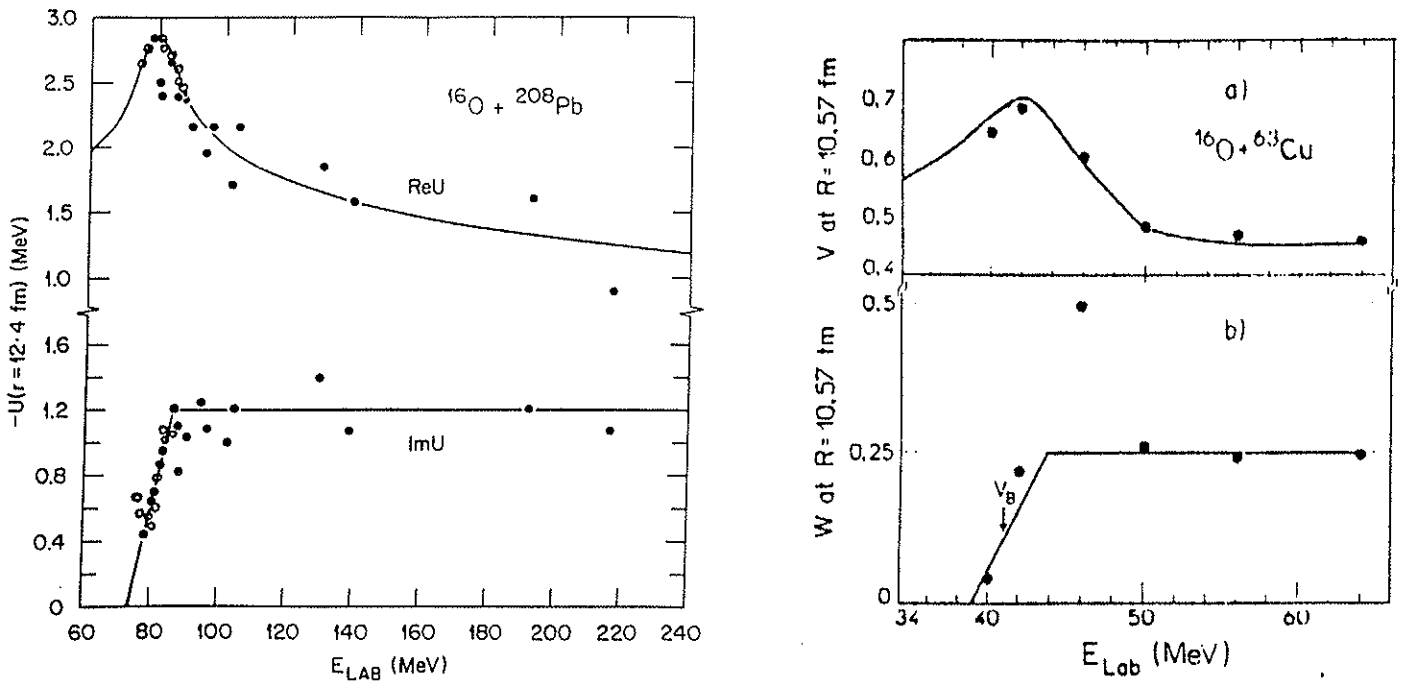


FIGURA 4.4 - Valores dos potenciais real e imaginário em um raio fixo para os sistemas $^{16}O + ^{208}Pb$[Na-85] e $^{16}O + ^{63}Cu$[Pe-89]. A curva sólida representa cálculos segundo a relação de dispersão

No espalhamento de partículas α em altas energias o espalhamento é sensível ao

potencial também em regiões interiores ao raio de absorção forte [Ma-86]. Mahaux e Ngô[Ma-82] observaram que, nestes casos, a relação de dispersão se verifica entre integrais de volume dos potenciais. Sendo a integral de volume $J_W(E)$:

$$J_W(E) = [\frac{4\pi}{A_A A_P} \int_0^R W(r,E) r^2 dr] \tag{4.87}$$

onde A_A e A_P são as massas do alvo e projétil respectivamente. A relação de dispersão entre integrais de volume pode ser escrita como :

$$J_{\Delta V}(E) = \frac{P}{\pi} \int_0^\infty \frac{J_W(E')}{E' - E} dE' \tag{4.88}$$

Também se observou que a relação de dispersão se aplica às partes diagonal e não diagonal da interação efetiva que aparece nos cálculos de canais acoplados(equação 4.57), evidenciando que a anomalia também deve ser verificada na interação de acoplamento que descreve o espalhamento inelástico [La-86].

Capítulo 5

Análise de modelo óptico

5.1 Ajustes de modelo óptico

Pode-se observar na figura *3.4* que as distribuições angulares de espalhamento elástico deste trabalho exibem oscilações mesmo em energias muito próximas à energia da barreira coulombiana, fato que não é comum para sistemas de íons pesados. A barreira coulombiana do sistema (E_{BC}^{CM} =12.56 MeV) é determinada pela expressão :

$$E_{BC}^{CM} = \frac{1.44 Z_A Z_P}{1.07(A_A^{1/3} + A_P^{1/3}) + 2.72} \tag{5.1}$$

Os dados de espalhamento elástico foram analisados no contexto do modelo óptico, utilizando o código PTOLEMY [Fa-76],que é um programa de reações diretas de íons pesados que realiza uma procura automática em um ou mais parâmetros do potencial óptico (equações 4.21 e 4.22) para minimizar o chi-quadrado, definido por :

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\sigma_{exp}(\theta_i) - \sigma_{calc}(\theta_i)}{\Delta(\sigma_{exp}(\theta_i))} \right]^2 . \tag{5.2}$$

onde:

N : número de graus de liberdade

$N = n - p$

n : número de dados experimentais

p : parâmetros variados na procura do mínimo do χ^2

$\sigma_{exp}(\theta_i)$: seção de choque diferencial experimental

$\sigma_{calc}(\theta_i)$: seção de choque diferencial calculada

$\Delta(\sigma_{exp}(\theta_i))$: erro da seção de choque experimental

Os dados experimentais obtidos em energias mais altas (E_{CM} =25.24 e 26.67 MeV) [Li-82,Ob-90] são bem ajustados pelo potencial I (tabela *5.1*), derivado do potencial de Siemssen[Si-70], com profundidade rasa dependente de energia e transparente na superfície. Se esse potencial é utilizado para ajustar os dados de energias

mais baixas, os ajustes correspondentes não exibem as oscilações encontradas nos dados experimentais. A figura *5.1* mostra os ajustes obtidos pelo potencial I.

Outro potencial que ajusta bem os dados em energias mais altas é o potencial obtido por Shkolnik et al.[Sh-78]. Os parâmetros deste potencial (potencial S) estão na tabela *5.1* onde se observa que também é dependente da energia e transparente na superfície. Na figura *5.2* estão os ajustes obtidos para distribuições angulares de $^{12}C + ^{24}Mg$ com o potencial S. Este potencial também fornece ajustes que oscilam para as energias mais altas (25.25 e 26.67 MeV) mas ao ser utilizado para energias mais baixas não reproduz as oscilações dos dados experimentais. A razão $\frac{W_o}{V_o}$ obtida com os potenciais I e S na energia de E_{CM} =14 MeV é de 0.212 e 0.474 respectivamente.

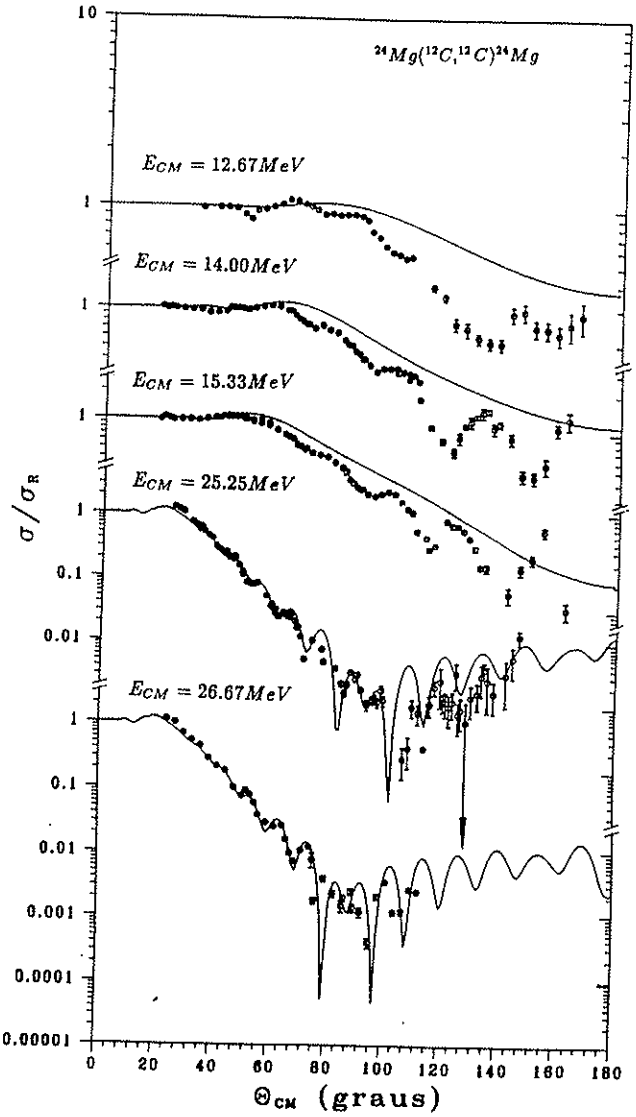


FIGURA 5.1 - Ajustes com o POTENCIAL I de distribuições angulares elásticas do sistema $^{12}C + ^{24}Mg$

POT.	$V_0(MeV)$	$r_0(fm)$	$a(fm)$	$W_0(MeV)$	$r_i(fm)$	$a_i(fm)$
I	$7.15+0.5E_{CM}$	1.348	0.376	$0.9+0.15E_{CM}$	1.336	0.078
S	$26.6+0.82(E_{CM}-35.0)$	1.323	0.472	$5.1+0.031(E_{CM}-35.0)$	1.335	0.262

TABELA 5.1 - Parâmetros dos potenciais ópticos I e S

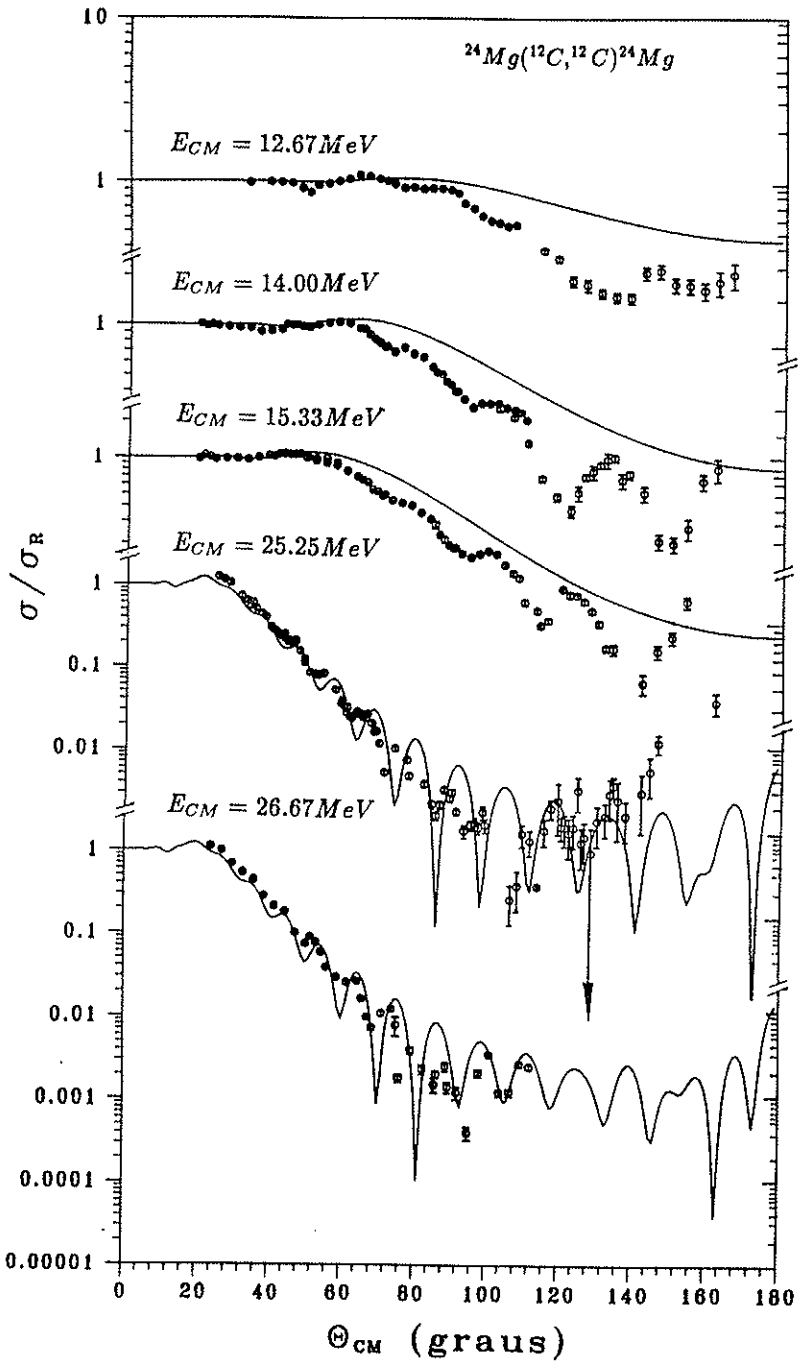


FIGURA 5.2 - Ajustes com o POTENCIAL S de distribuições angulares elásticas do sistema $^{12}C + ^{24}Mg$

Obtivemos um ajuste razoável dos dados de baixa energia (figura *5.3*) utilizando um potencial real muito profundo, com a razão $\frac{W_o}{V_o} = 0.01506$, isto é, muito mais transparente que os potenciais I e S :

$$V_0 = 897.2MeV \quad r_0 = 0.92038fm \quad a = 0.51784fm$$
$$W_0 = 13.517MeV \quad r_i = 1.128fm \quad a_i = 0.75fm$$
$$\chi^2 = 11.13$$

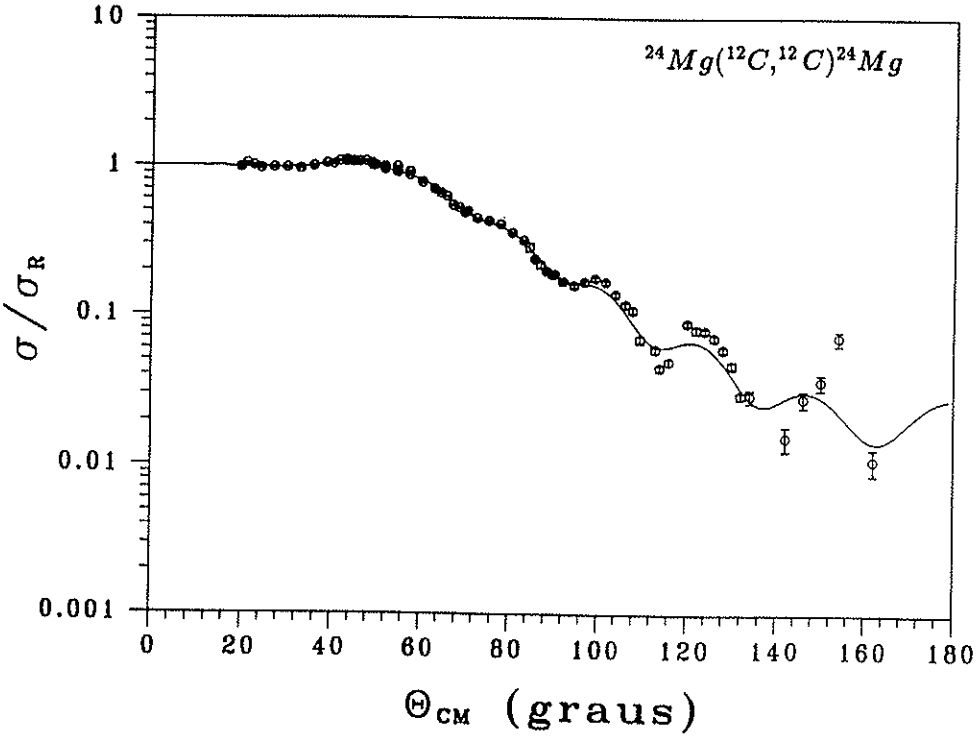


FIGURA 5.3 - Ajuste com potencial real muito profundo da distribuição angular a $E_{CM} = 15.33\ MeV$ medida neste trabalho

Observaram-se ambigüidades na profundidade real havendo muitas famílias semelhantes com ajustes comparáveis. Por esta razão decidimos dar preferência a potenciais que apresentassem profundidades reais mais rasas e procuramos determinar o primeiro potencial, isto é, o potencial mais raso que reproduzisse os dados.

Devido à dificuldade que encontramos em ajustar as três distribuições angulares de energias mais baixas com a mesma família de potencial óptico, decidimos realizar uma procura sistemática nos parâmetros V_o e r_o do potencial óptico real. Os parâmetros V_o e r_o foram variados independentemente sobre uma grade com passos de 1 MeV entre 10 e 44 MeV em V_o e com passos de 0.02 fm entre 1.0 e 1.6 fm para r_o. Para cada elemento da grade (V_o, r_o) foram variados os outros parâmetros pela procura automática até obter o melhor ajuste. O χ^2 foi calculado para cada ponto

(V_o, r_o) da grade e na figura *5.4* apresentamos o seu inverso $\frac{1}{\chi^2}$ em função de V_o e r_o em gráficos tridimensionais.

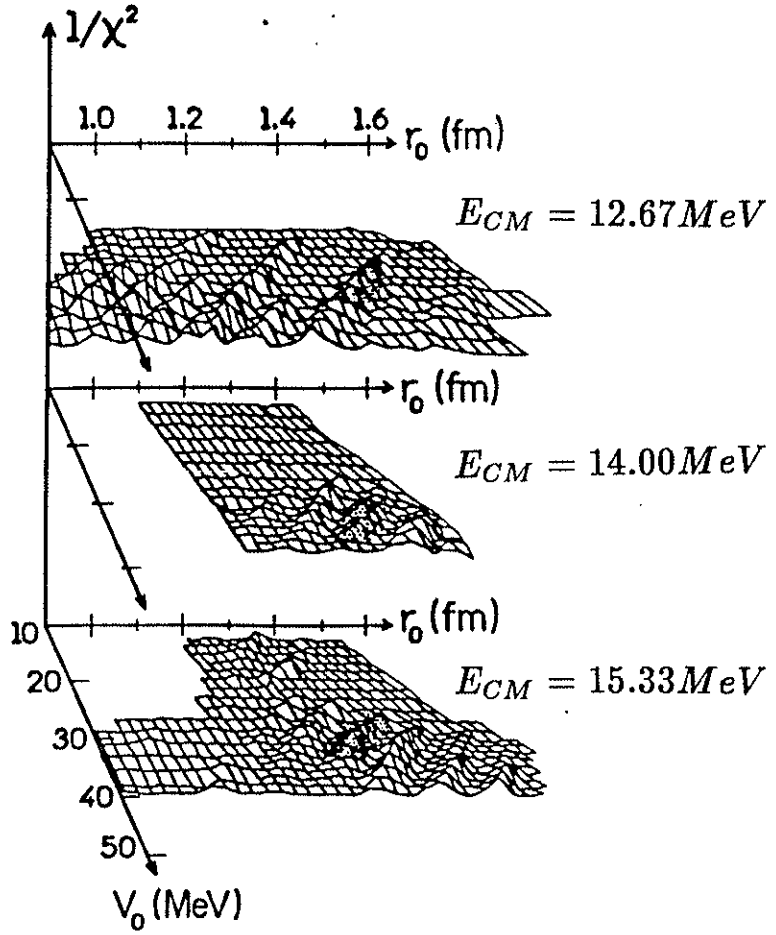


FIGURA 5.4 - Gráficos tridimensionais dos parâmetros de modelo óptico V_0, r_0 variados sobre uma grade e o inverso do χ^2 correspondente

Aos melhores ajustes correspondem picos ou cordilheiras na superfície de $1/\chi^2$. Os vales entre picos indicam potenciais que não fornecem bons ajustes. Verificamos a existência de várias cordilheiras paralelas com V_o entre 30 e 40 MeV e r_o entre 1.2 e 1.4 fm. Nenhuma cordilheira é observada entre 10 MeV $\leq V_o \leq$ 30 MeV na energia de E_{CM} =14 MeV. Existe uma única cordilheira que está presente nas três energias com valores de V_o e r_o semelhantes e que está pontilhada na figura *5.4*. O potencial correspondente vai ser chamado de POTENCIAL II e seus parâmetros estão na tabela *5.2*.

$E_{CM}(MeV)$	$V_0(MeV)$	$r_0(fm)$	$a(fm)$	$W_0(MeV)$	$r_i(fm)$	$a_i(fm)$	χ^2
12.67	38.467	1.29	0.4	0.48621	1.77	0.5374	9.2
14.00	37.393	1.29	0.4	0.6228	1.77	0.613	9.2
15.33	36.422	1.29	0.4	0.78746	1.77	0.4429	10.8

TABELA 5.2 - Parâmetros do potencial óptico II e respectivos χ^2

Observando a tabela *5.2* pode-se verificar que o potencial óptico II tem a difusividade real, raios real e imaginário constantes. Esses potenciais são pertencentes a uma mesma 'família' e os ajustes correspondentes estão na figura *5.5*.

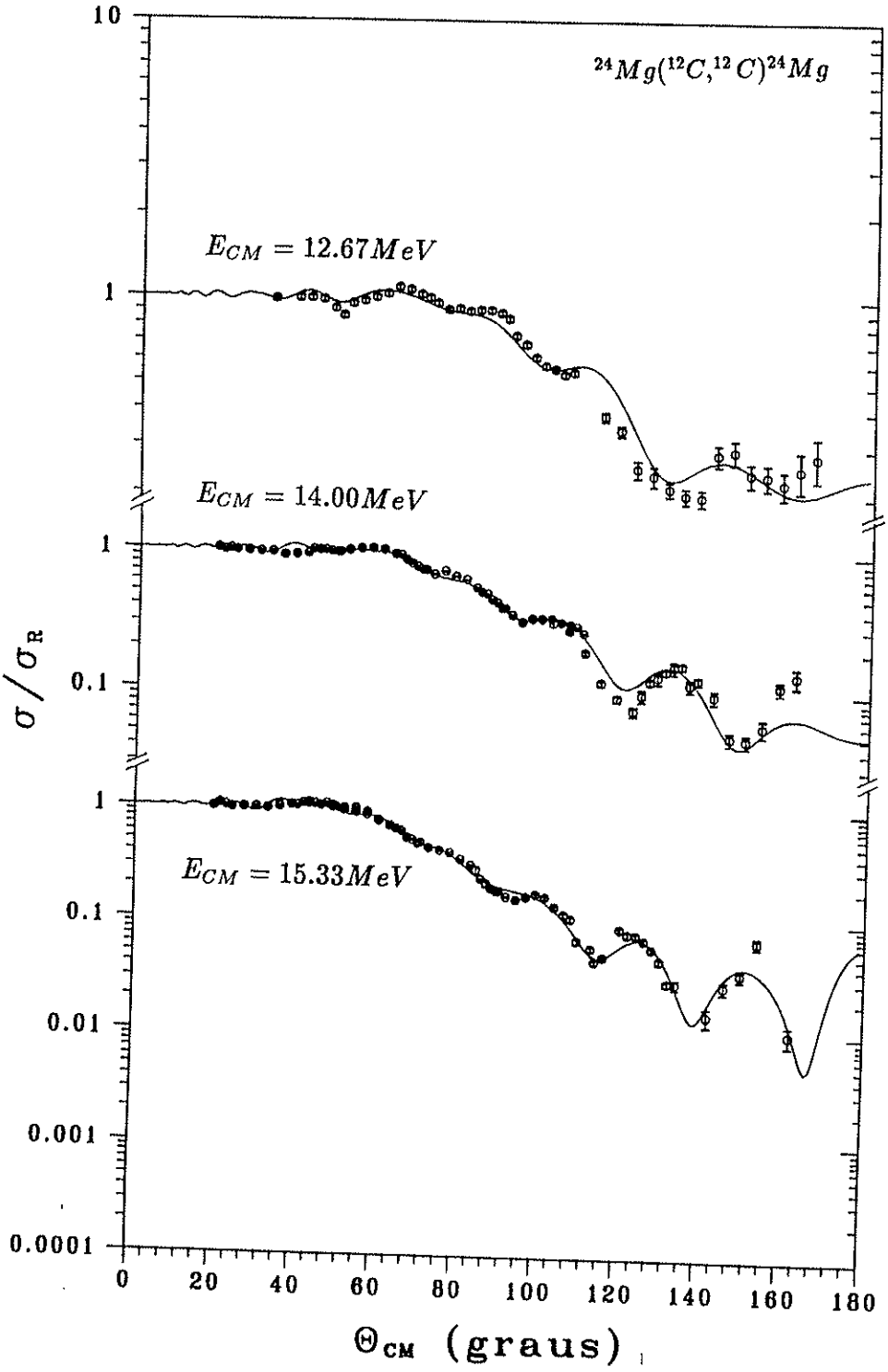


FIGURA 5.5 - Ajustes das distribuições angulares elásticas com o potencial II

Podemos observar que os ajustes reproduzem qualitativa e quantitativamente as oscilações, com período, fase e amplitude em bom acordo com os dados experimentais nas três energias analisadas.

Nesta faixa de V_o pesquisada ($10MeV \leq V_o \leq 44MeV$), este potencial é o único que reproduz as três distribuições angulares (ver figura *5.4*). Portanto, o potencial óptico real está determinado sem ambigüidades nessa região de profundidades.

A figura *5.6* apresenta a dependência radial dos potenciais real e imaginário correspondentes às principais regiões de bons ajustes ('cordilheiras') da figura *5.4*. Para cada energia nota-se, na figura *5.6.a*, que os potenciais reais pertencentes a mesma 'cordilheira' têm valores aproximadamente iguais em um raio bem definido (ponto de cruzamento). Esse ponto de cruzamento dos potenciais reais está indicado por círculos para o potencial II. Pode-se verificar que diferentes cordilheiras têm diferentes pontos de cruzamento. Em 14.00 e 15.33 MeV estão representados dois conjuntos de potenciais que não têm correspondente em 12.67 MeV.

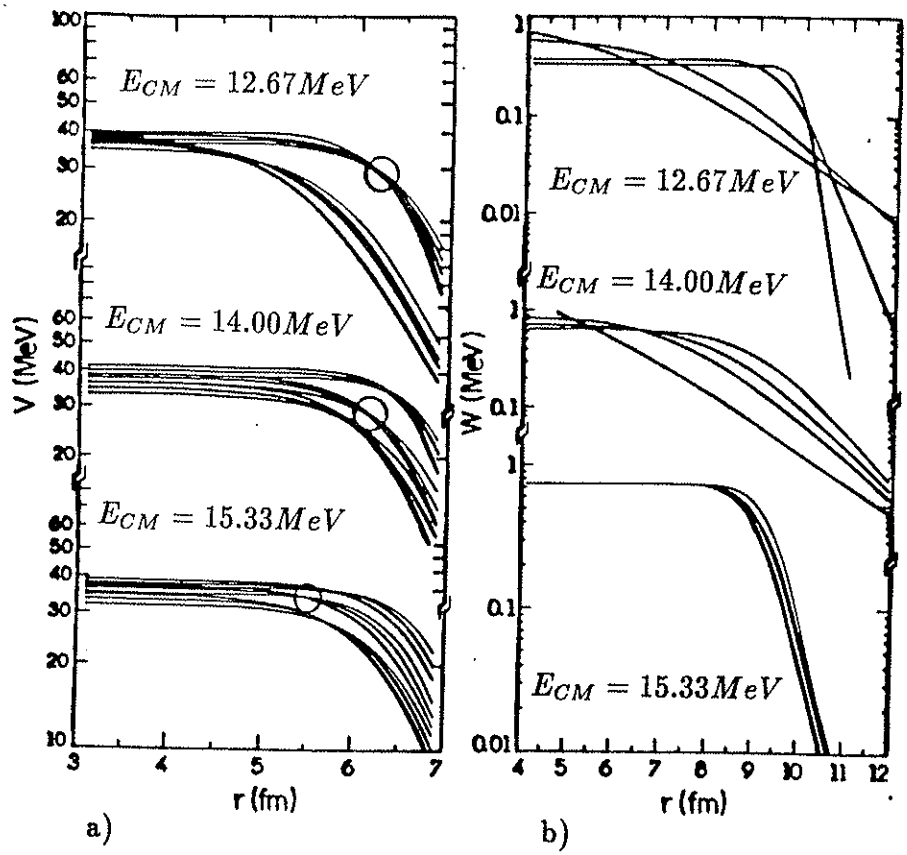


FIGURA 5.6 - **Dependência radial dos potenciais ópticos : a) real b) imaginário**

O ponto de cruzamento no potencial real indica a região mais sensível do potencial e está ao redor de 6.2 fm. Na figura *5.6.b* estão os potenciais imaginários correspondentes aos potenciais reais da figura *5.6.a*. Nota-se que esses potenciais não são bem determinados na região externa e têm pontos de cruzamento entre 5.5 e 6.5 fm. São muito pouco absorventes inclusive na região interna, sendo $\frac{W_o}{V_o} \approx 0.02$ e têm alcances mais longos que seus respectivos potenciais reais.

Para ajustar as distribuições angulares elásticas nas outras energias fixaram-se $r_0 = 1.29$ fm, $r_i = 1.77$ fm e R_C e fez-se procura automática de parâmetros. Para $E_{CM} > 12.00$ MeV manteve-se a =0.4 fm constante, não sendo possível fixar um valor de difusividade real em $E_{CM} \leq$12.0 MeV. Os parâmetros dos potenciais ópticos que forneceram os melhores ajustes estão na tabela *5.3* e seus respectivos ajustes se encontram na figura *5.7*.

$E_{CM}(MeV)$	$V_0(MeV)$	$a(fm)$	$W_0(MeV)$	$a_i(fm)$	χ^2
10.67	35.5	0.5	0.1384	0.85	10.8
11.33	35.0	0.48649	0.28661	0.8251	1.95
12.00	37.693	0.45186	0.44063	0.8	6.98
12.33	37.862	0.4	0.40718	0.8	5.5
12.67	38.467	0.4	0.48621	0.53748	9.2
13.00	37.804	0.4	0.59291	0.7359	4.6
13.33	37.638	0.4	0.62085	0.5117	9.2
13.67	37.512	0.4	0.67237	0.4726	9.4
14.00	37.393	0.4	0.6228	0.613	9.2
14.33	37.492	0.4	0.72643	0.74638	12.45
14.67	36.601	0.4	0.91497	0.4924	3.39
15.00	36.699	0.4	0.79829	0.39106	29.11
15.33	36.422	0.4	0.78346	0.4429	10.8
15.67	36.0	0.4	0.80208	0.48565	13.3
16.00	35.668	0.4	0.8105	0.48179	18.0

TABELA 5.3 - Parâmetros do potencial óptico II e respectivos χ^2

Pode-se observar na figura *5.7* que as distribuições angulares calculadas com este potencial II apresentam bons ajustes dos dados, prevendo o período, a fase e a amplitude das oscilações tanto na região angular dianteira como traseira. Os cálculos oscilam desde a energia E_{CM} =11.33 MeV, acompanhando os dados. O aspecto fundamental para estes ajustes é a transparência anormal do potencial imaginário, sendo que o valor $\frac{W_o}{V_o}$ chega a descer até 0.004 em baixas energias. Há uma grande transparência em toda região interna. W_o apresenta valores sempre menores que 1 MeV e seu valor crescendo continuamente com E_{CM}. V_o apresenta uma subida com a energia (com máximo em E_{CM}=12.67 MeV) decrescendo em seguida com o aumento de E_{CM}.

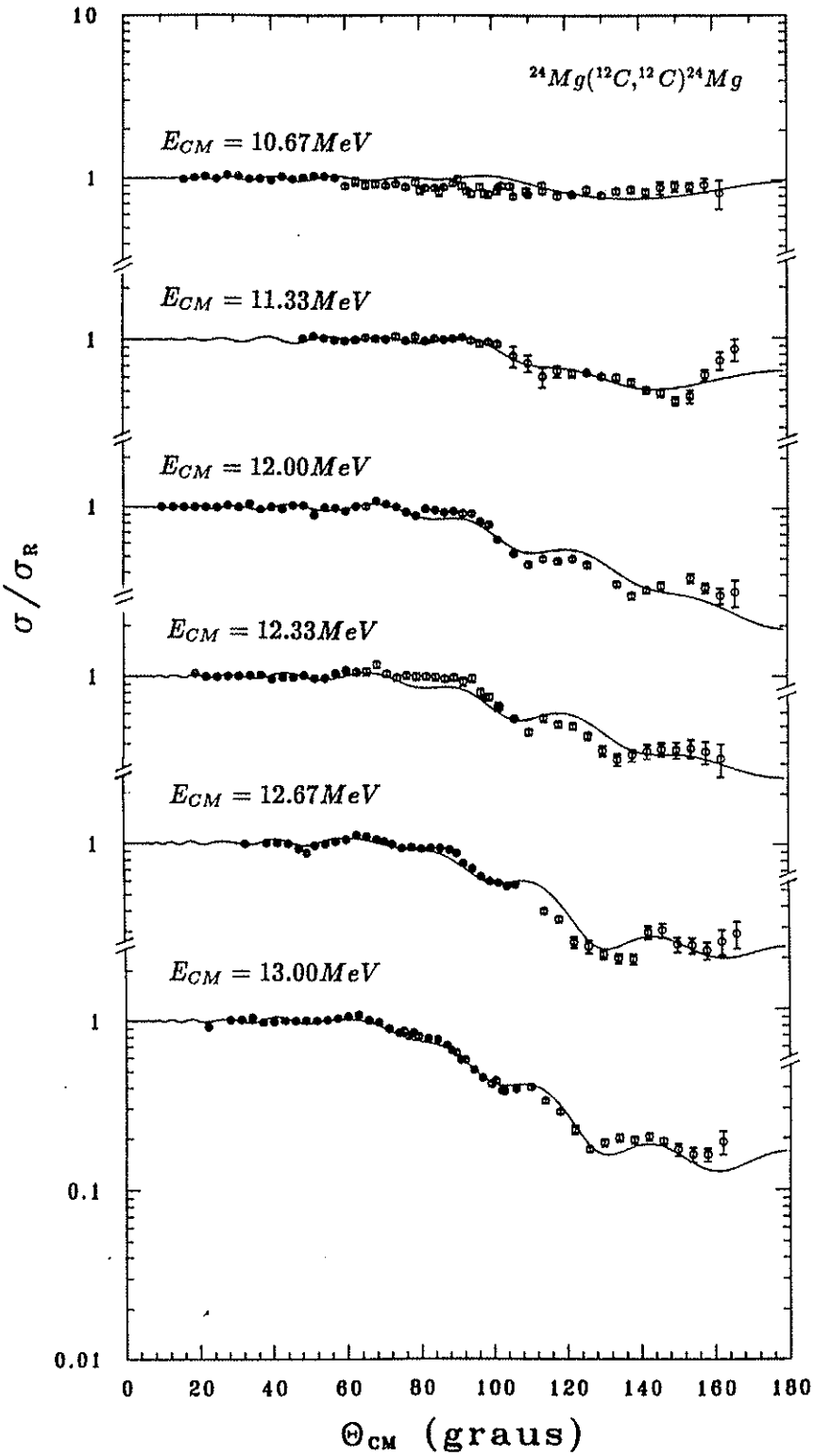


FIGURA 5.7.a - Ajustes com o POTENCIAL II das distribuições angulares elásticas medidas neste trabalho

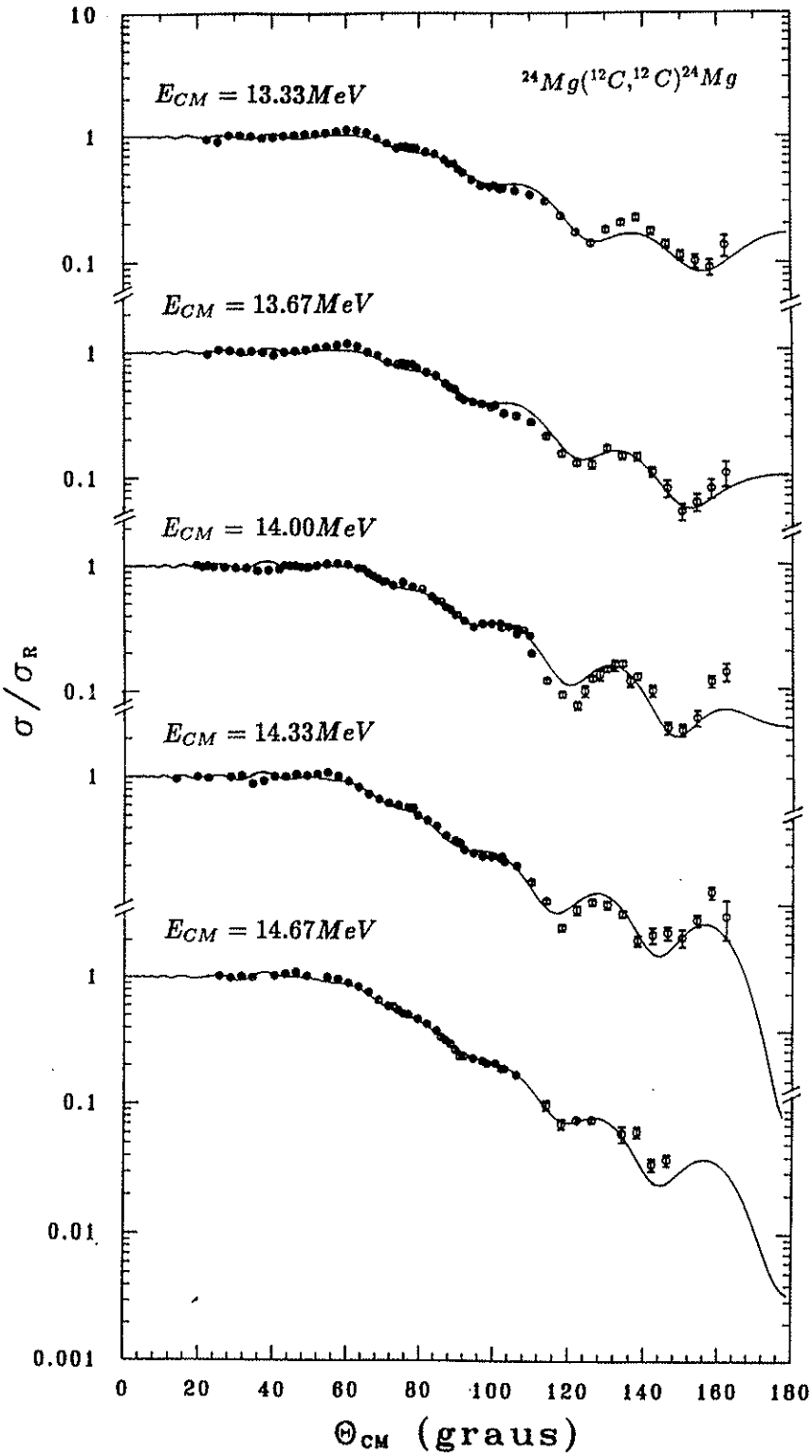


FIGURA 5.7.b - Ajustes com o POTENCIAL II das distribuições angulares elásticas medidas neste trabalho

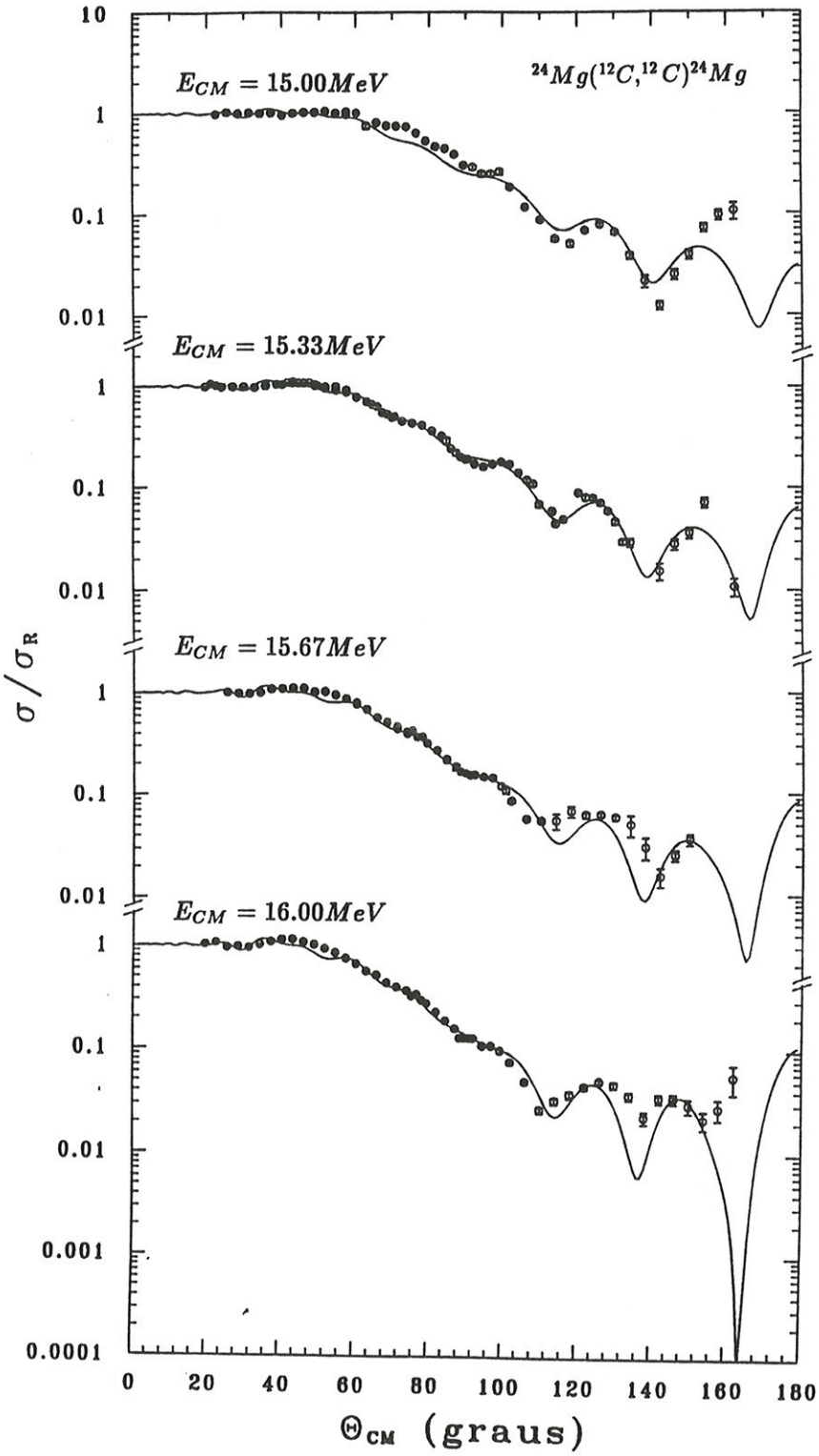


FIGURA 5.7.c - Ajustes com o POTENCIAL II das distribuições angulares elásticas medidas neste trabalho

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO
2375
INSTITUTO DE FÍSICA

A figura *5.8* indica a dependência radial do potencial II para três energias : 11.33, 13.67 e 16.00 MeV. Pode-se observar a grande transparência deste potencial até aproximadamente 8 fm. Acima deste raio o potencial imaginário é maior do que o potencial real, mas ambos têm intensidades bem reduzidas.

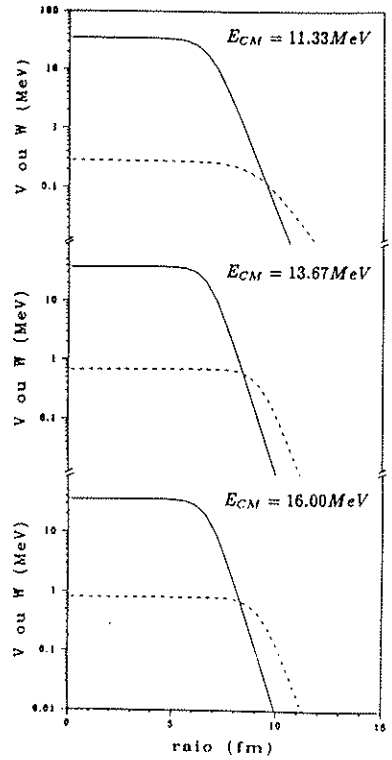


FIGURA 5.8 - Dependência radial das partes real e imaginária do potencial II para E_{CM} =11.33, 13.67 e 16.00 MeV. Os potenciais reais são representados pelas linhas sólidas e os imaginários pelas tracejadas

Isto também é verificado na figura *5.9* que mostra $w(r') = \frac{W(r')}{V(r')}$ do potencial II para E_{CM} = 13.67 MeV(linha sólida) em função de $r' = \frac{r}{A_A^{1/3}+A_P^{1/3}}$ onde a absorção só começa se fazer presente a partir de r' = 1.5 fm que corresponde a R =8 fm. Observamos que a absorção do sistema $^{12}C + ^{24}Mg$ a E_{CM} = 13.67 MeV é muito menor que de outros sistemas mais pesados (a, b, c) e que ela só começa atuar externamente à superfície ($r' > 1.5$ fm), isto é, as reações diretas que retiram fluxo do canal elástico, ocorrem longe da superfície, nas proximidades da barreira coulombiana. Essa representação é sugerida na referência [Br-95] e interpretada como uma medida de absorção normalizada pela quantidade de matéria nuclear. Isto permite comparar potenciais que ajustam bem distribuições angulares de diferentes sistemas em energias proximas à barreira coulombiana. Os parâmetros estão apresentados na tabela *5.4* e $w(r')$ estão na figura *5.9*.

$SIST.$	$V(MeV)$	$r_o(fm)$	$a(fm)$	$W(MeV)$	$r_{io}(fm)$	$a_i(fm)$	$\frac{E_{CM}}{E_{BC}^{CM}}$
$^{16}O + ^{208}Pb^{(a)}$	50	1.231	0.621	50	1.217	0.621	1.5
$^{16}O + ^{60}Ni^{(b)}$	100	1.22	0.5	12	1.22	0.5	1.07
$^{16}O + ^{28}Si^{(c)}$	86.94	1.17	0.583	89.59	0.52	0.025	1.12
$^{12}C + ^{24}Mg^{(d)}$	37.512	1.29	0.4	0.67237	1.77	0.4726	1.09

TABELA 5.4 - Comparação entre potenciais de diferentes sistemas em energias próximas à barreira coulombiana
Referências:
(a):[Ba-75] , (b):[We-75] , (c):[Me-84] , (d):este trabalho

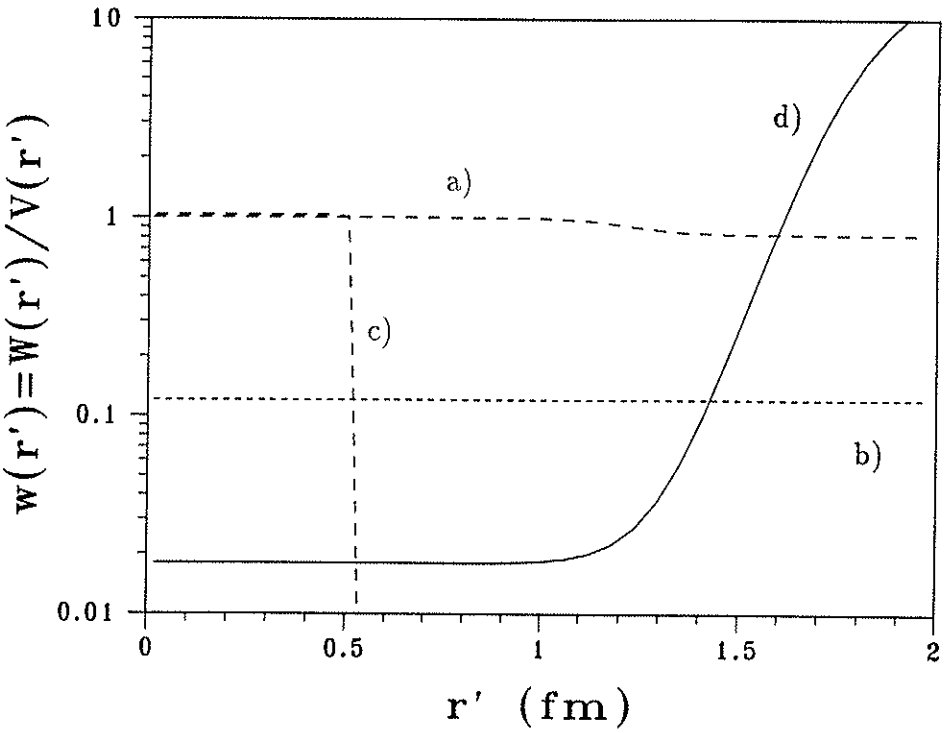


FIGURA 5.9 - Razão $w(r')$ para os potenciais da tabela *5.4*

Observa-se que :

- a absorção de sistemas pesados ($^{16}O + ^{208}Pb$ e $^{16}O + ^{60}Ni$ respectivamente curvas a e b) é praticamente independente da região radial r'
- o potencial do sistema $^{16}O + ^{28}Si$, que ajusta os dados em energia ligeiramente maior ($E_{CM} = 20.83$ MeV) é transparente nas regiões de superfície e externa e tem sua absorção localizada na região interna.

A figura *5.10* apresenta a dependência com a energia dos parâmetros deste potencial óptico(II).

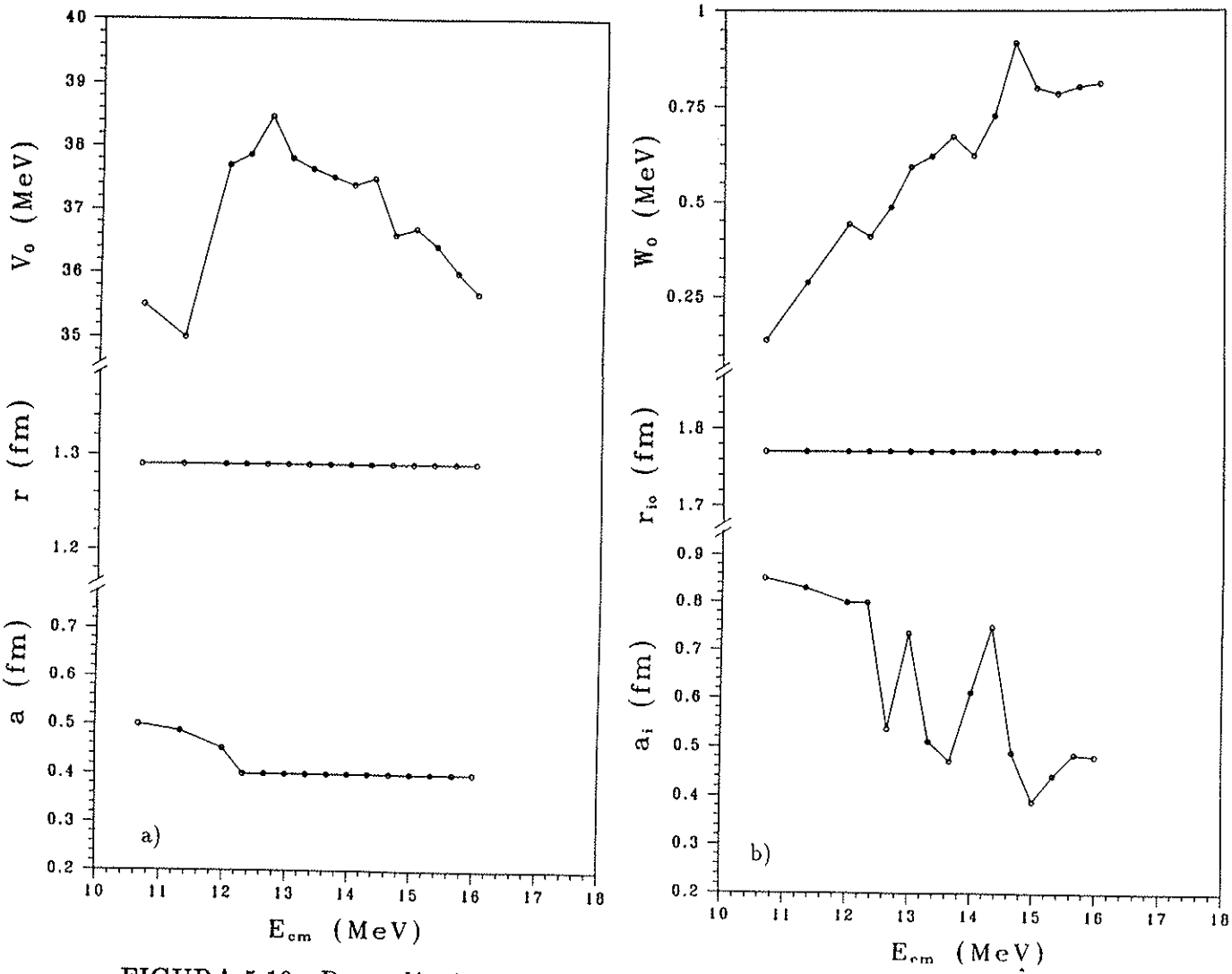


FIGURA 5.10 - Dependência com a energia dos parâmetros dos potenciais ópticos : a) real b)imaginário

Nas distribuições angulares elásticas (figura *5.7*) é interessante observar a variação da amplitude das oscilações dos dados experimentais em ângulos traseiros. Para ilustrar esse fato considera-se a oscilação cujo valor máximo de σ/σ_R está ao redor de 125° em E_{CM} =16.00 MeV. Tomam-se os valores máximo e mínimo desta oscilação, conforme está indicado na figura *5.11.*

Essa oscilação se desloca para ângulos mais traseiros (140°) em energias mais baixas. Para cada energia calculou-se a razão $\frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{MIN}}$ cujo comportamento com a energia está na figura *5.12.*

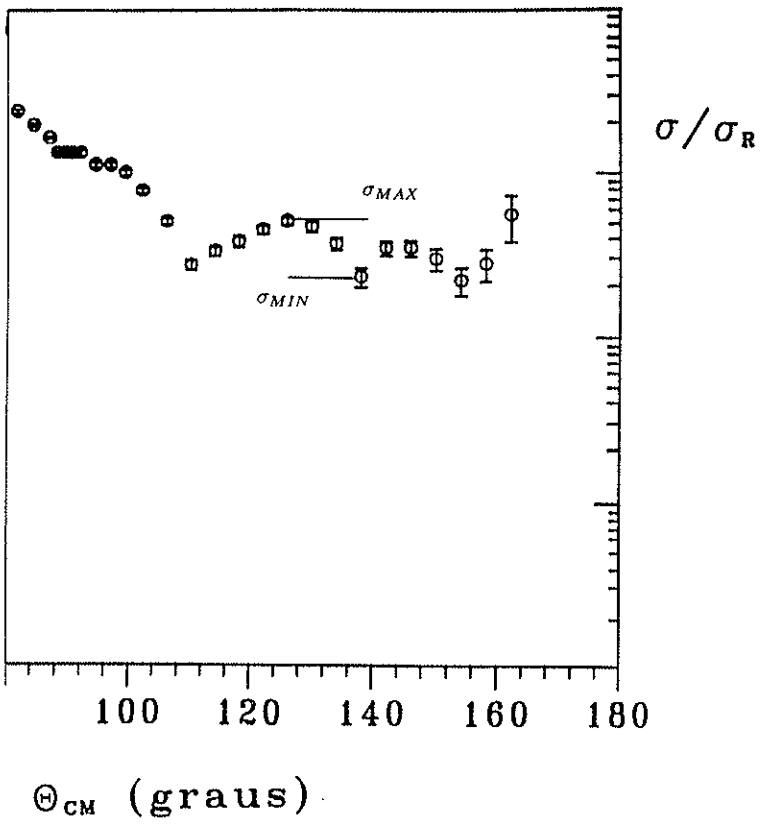


FIGURA 5.11 - Trecho ampliado da distribuição angular elástica a $E_{CM} = 16\ MeV$

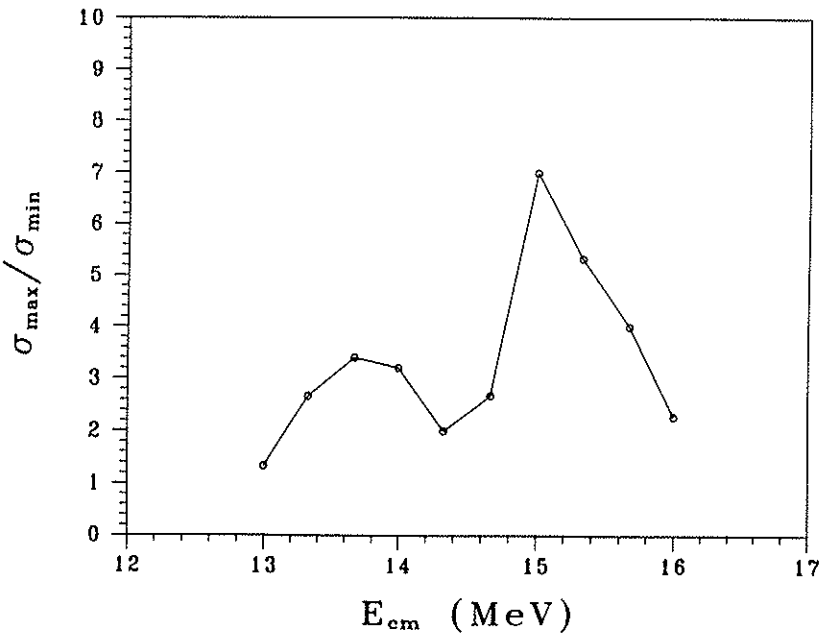


FIGURA 5.12 - Razão $\frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{MIN}}$ para oscilação em $\theta_{CM} \approx 125°$ das distribuições angulares elásticas

Verificamos que esta razão,ao invés de crescer monotonicamente com E_{CM}, apresenta um forte decréscimo a partir de E_{CM} =15 MeV que pode corresponder a um decréscimo de transparência.Potenciais mais usuais, menos transparentes devem entrar em cena,indicando uma mudança de comportamento para $E_{CM} > 15MeV$. Em um trabalho de Mermaz e colaboradores [Me-81] onde se mediram distribuições angulares elásticas para o mesmo sistema em energias mais altas, ou seja, para $16.53 \leq E_{CM} \leq 23.2MeV$, também se observam amplitudes de oscilação bem menores em ângulos traseiros à medida que a energia aumenta.

5.2 Teste de sensibilidade radial do potencial óptico

Realizou-se o teste de sensibilidade radial ('notch test') do potencial óptico II da tabela *5.3*. Esse teste consiste em adicionar uma perturbação atrativa e localizada ao potencial real. A posição radial dessa perturbação é variada e o valor do χ^2, que avalia a qualidade do ajuste da seção de choque elástica, é calculado para cada posição. Na região onde a perturbação produz uma modificação significativa no valor de χ^2 pode-se dizer que existe uma sensibilidade ao valor do potencial óptico.

A perturbação utilizada (V_S) foi a primeira derivada da forma de Woods-Saxon com profundidade $V_S(r) = 0.3V(r)$ e difusividade $a_S = 0.3fm$. A sua posição foi variada de 0 a $13fm$ em passos de $0.5fm$. O teste foi feito para E_{CM} =11.33, 13.67 e 16.00 MeV e os respectivos resultados são mostrados na figura *5.13*.

Um aumento significativo no valor de χ^2 é observado em toda região interior entre 1.5 a 8.0 fm. Conclui-se que a seção de choque é sensível à toda região interior do núcleo, resultado surpreendente que atesta a transparência anômala observada nestas energias neste sistema. Cabe esclarecer que o teste também foi realizado utilizando outras difusividades (a_S =0.2 fm e a_S =0.4 fm) apresentando os mesmos resultados. Esse teste também foi feito para a parte imaginária e o resultado está na figura *5.14*. Nota-se que o χ^2 manteve-se constante o que significa que não há um ponto de particular sensibilidade no potencial imaginário, mas que ele deve ser transparente em toda a região interna.

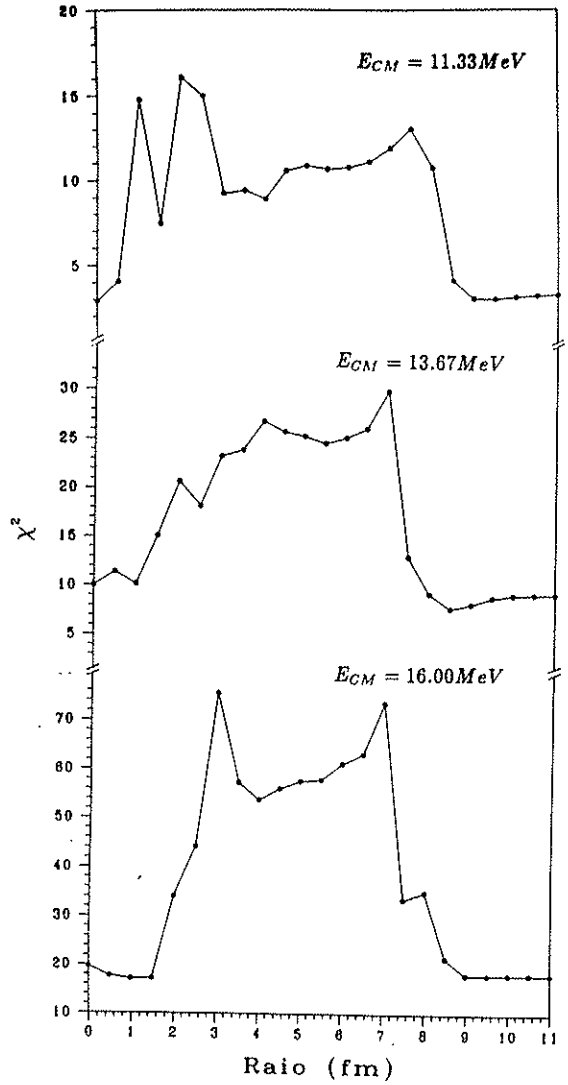


FIGURA 5.13 - Dependência radial do valor de χ^2 no teste de sensibilidade da parte real do potencial óptico

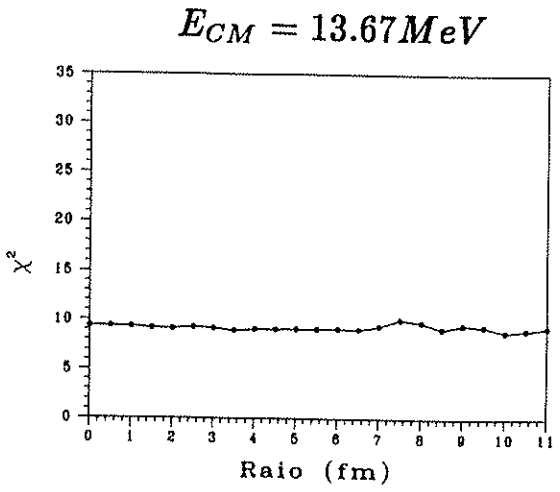


FIGURA 5.14 -Dependência radial do valor de χ^2 no teste de sensibilidade da parte imaginária do potencial óptico

5.3 Funções de excitação

Calculamos a função de excitação em 180° usando o potencial II e comparamos com os dados experimentais obtidos por Mermaz[Me-81]. Verificamos na figura *5.15* que as características gerais da função de excitação, como a forte queda para $E_{CM} > 11$ MeV e o pico em torno de 16 MeV são bem reproduzidas. O pico em torno de 13.5 MeV não aparece claramente.

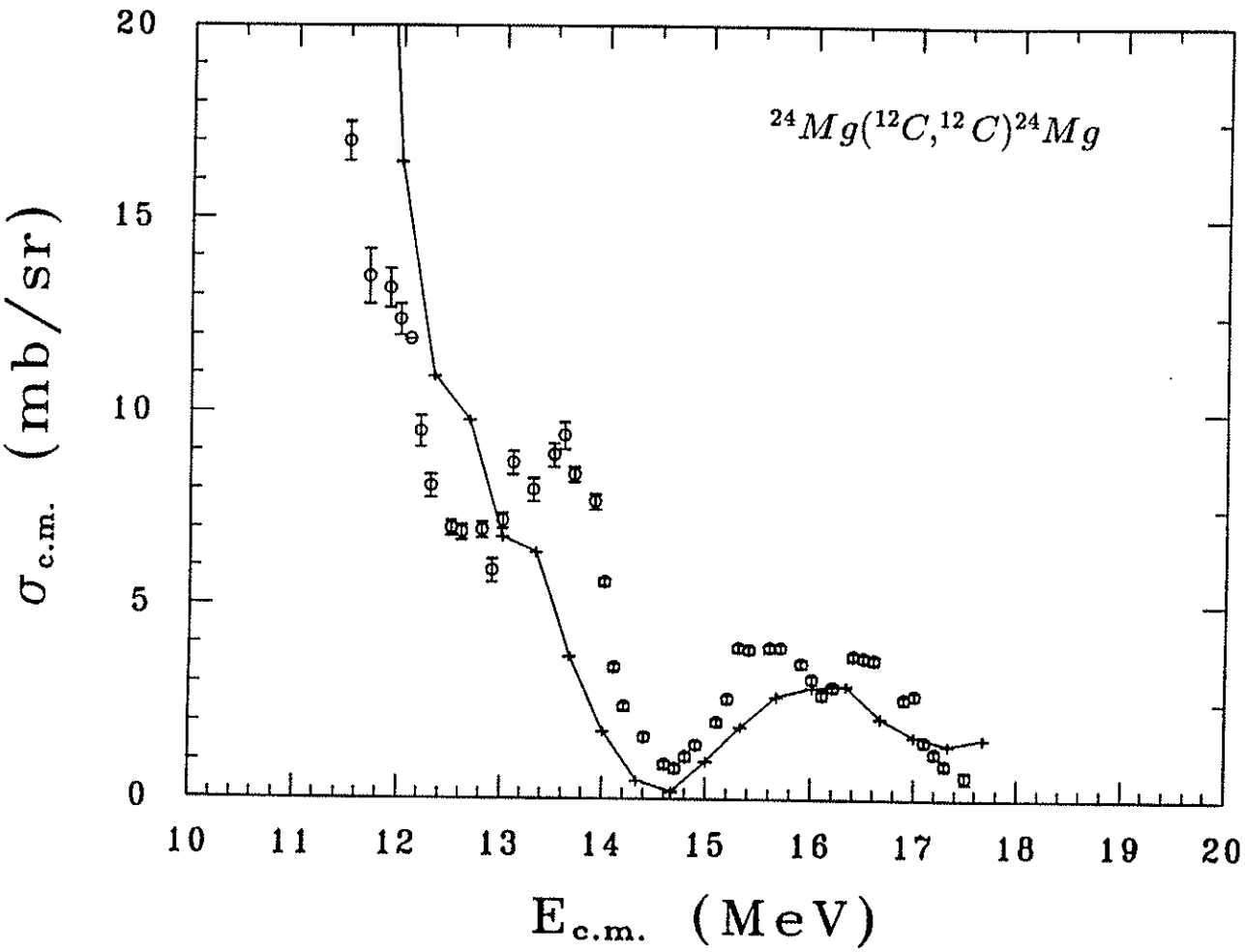


FIGURA 5.15 - Comparação entre a função de excitação a 180° calculada através do potencial II(linha sólida) e a função de excitação do trabalho de Mermaz[Me-81](pontos experimentais)

Na figura *5.16* vê-se o bom acordo da seção de choque calculada pelo potencial II (representados por +) e as funções de excitação medidas pelo nosso grupo [Fa-95] a $\theta_{CM} = 90°$ e 140°.

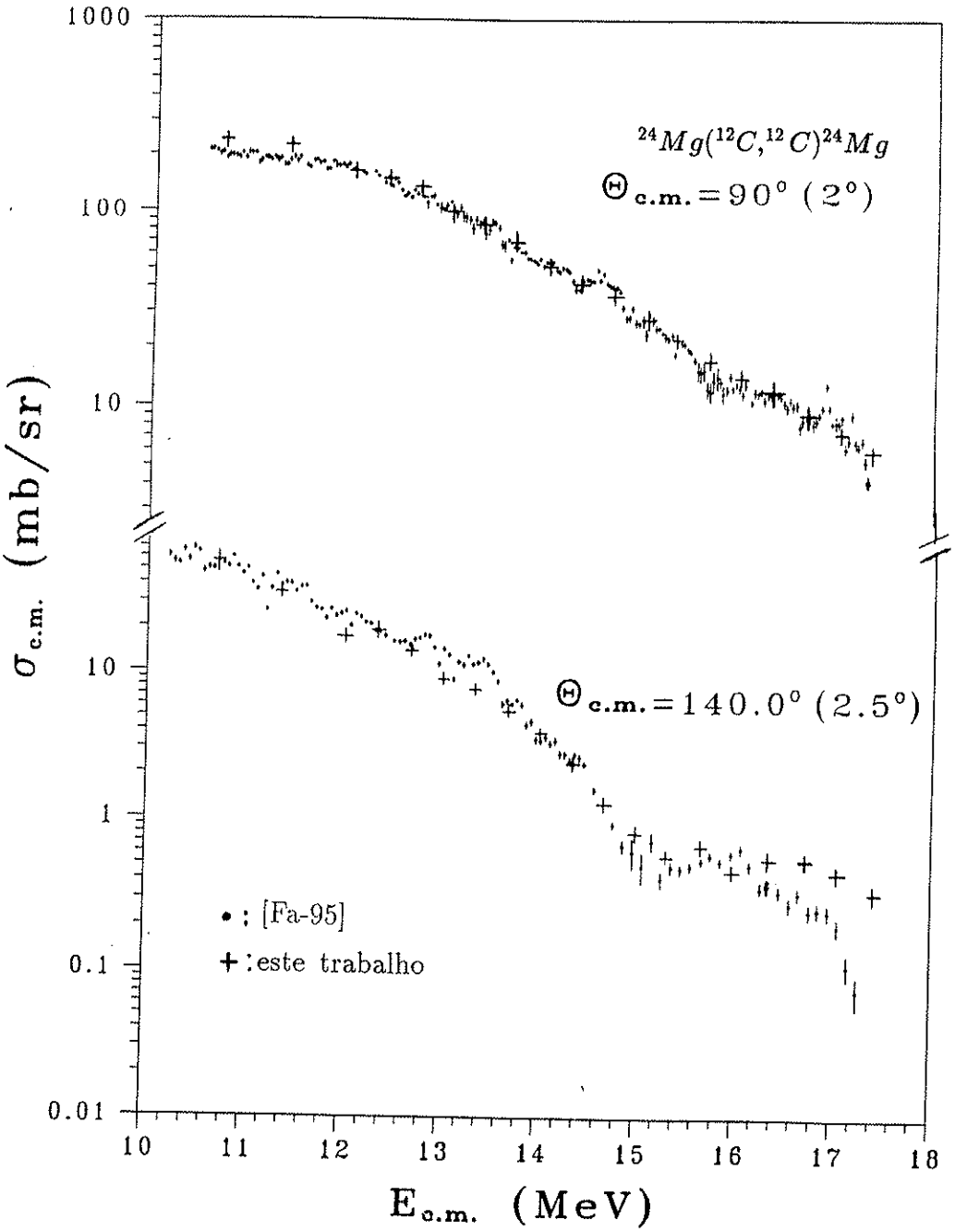


FIGURA 5.16 - Comparação entre funções de excitação a 90° e 140° [Fa-95] com funções de excitação calculadas pelo potencial II

5.4 Seção de choque de reação

As medidas experimentais de seções de choque de fusão para o mesmo sistema[Da-82 e Ga-82] foram comparadas com as seções de choque totais de reação obtidas a partir do potencial óptico II da tabela *5.3*. Esta comparação está na figura *5.17*. Infelizmente não há medidas experimentais de fusão na região da barreira onde a fusão é o único canal de reação e as duas seções de choque deveriam ser iguais. Nas energias acima da barreira coulombiana, as seções de choque de reação calculadas estão 25% a 30% acima da fusão. Esta diferença corresponde a processos diretos como espalhamento inelástico e transferências e seu valor é razoável. Portanto, este potencial, apesar de muito transparente, prevê valores razoáveis de seção de choque de reação.

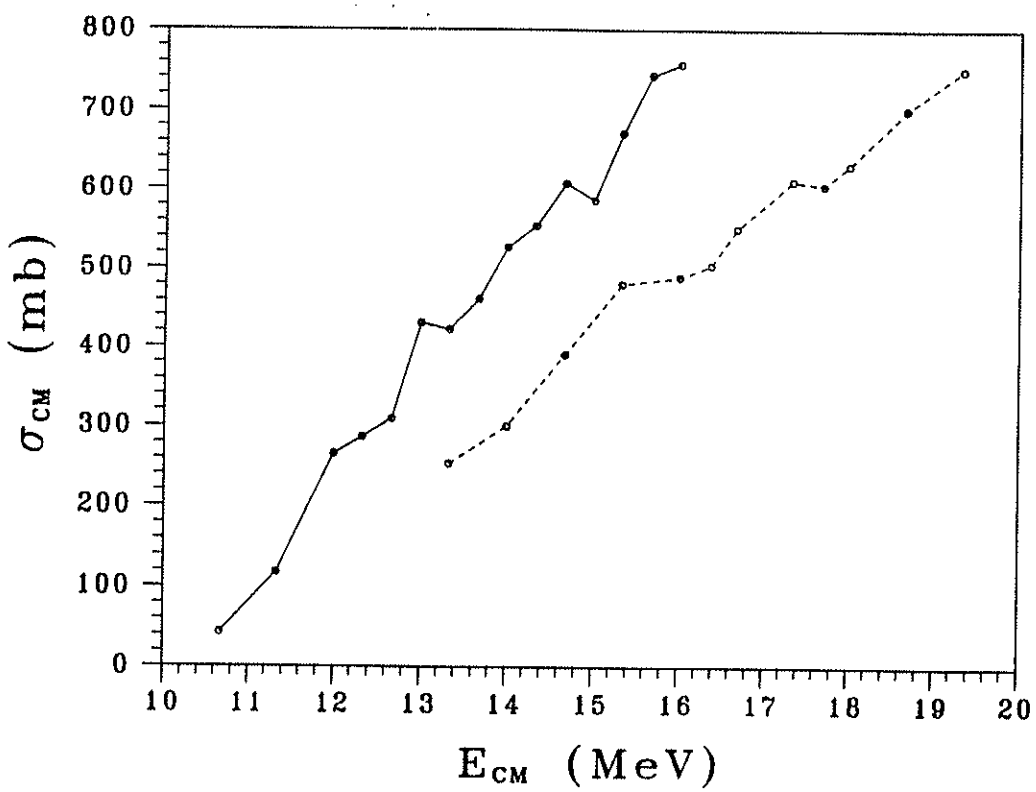


FIGURA 5.17 - Comparação entre seção de choque total de reação calculada pelo potencial II(linha sólida) e seção de choque de fusão obtida das referências [Da-82,Ga-82](linha tracejada)

5.5 Matriz S

Os módulos das matrizes de espalhamento $|S_\ell|$ em função do momento angular orbital ℓ obtidos com o potencial óptico II estão na figura *5.18*. Para E_{CM} =10.67 MeV a matriz S é parecida com a matriz S de um espalhamento puramente coulombiano, com exceção de um mínimo situado em $\ell = 1$. À medida que se aumenta a energia, nota-se o aparecimento de estruturas localizadas em torno de $\ell = 3$ e 6.

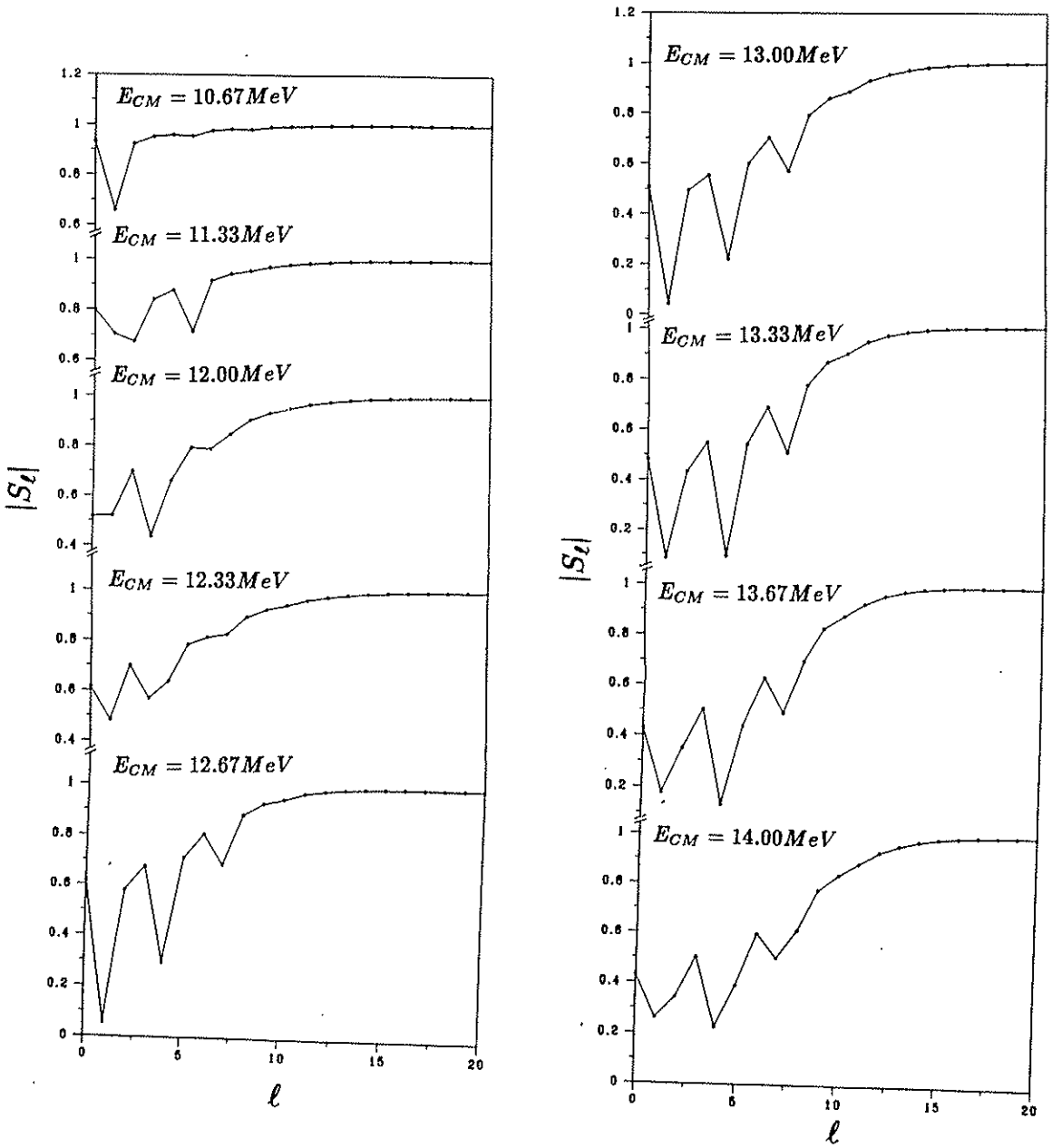


FIGURA 5.18.a - Módulos das matrizes de espalhamento em função do momento angular

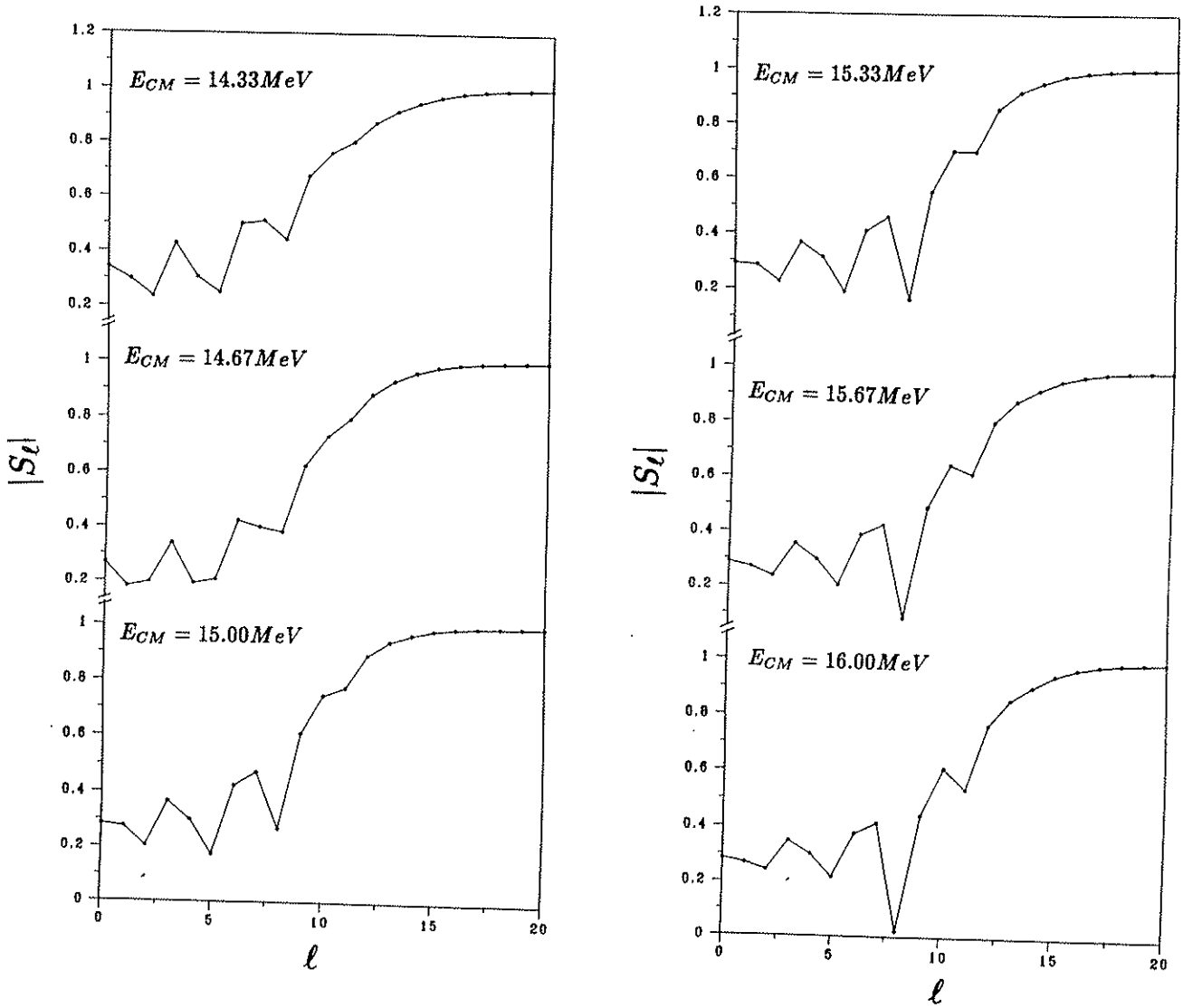


FIGURA 5.18.b - Módulos das matrizes de espalhamento em função do momento angular

5.6 Relação de dispersão

Na figura *5.19* estão graficados os valores do potencial óptico real e imaginário (tabela *5.3*) no raio de absorção forte ($R_{SA} = 8.5$ fm) na faixa de energia estudada. Utilizando para $W_{SA}(E)$ comportamento linear indicado na figura por uma linha sólida, calcula-se a dependência de $V_{SA}(E)$ com a energia pela relação de dispersão. Verificamos que o comportamento calculado não reproduz os valores experimentais do potencial II, a variação observada em W_{SA} produz uma variação em V_{SA} que é demasiadamente grande e é localizada em energias mais altas. Este desacordo reflete o fato também já observado e discutido antes, no teste de sensibilidade radial e nos valores de $w(r')$, de que a sensibilidade do potencial não se restringe à região radial de R_{SA}.

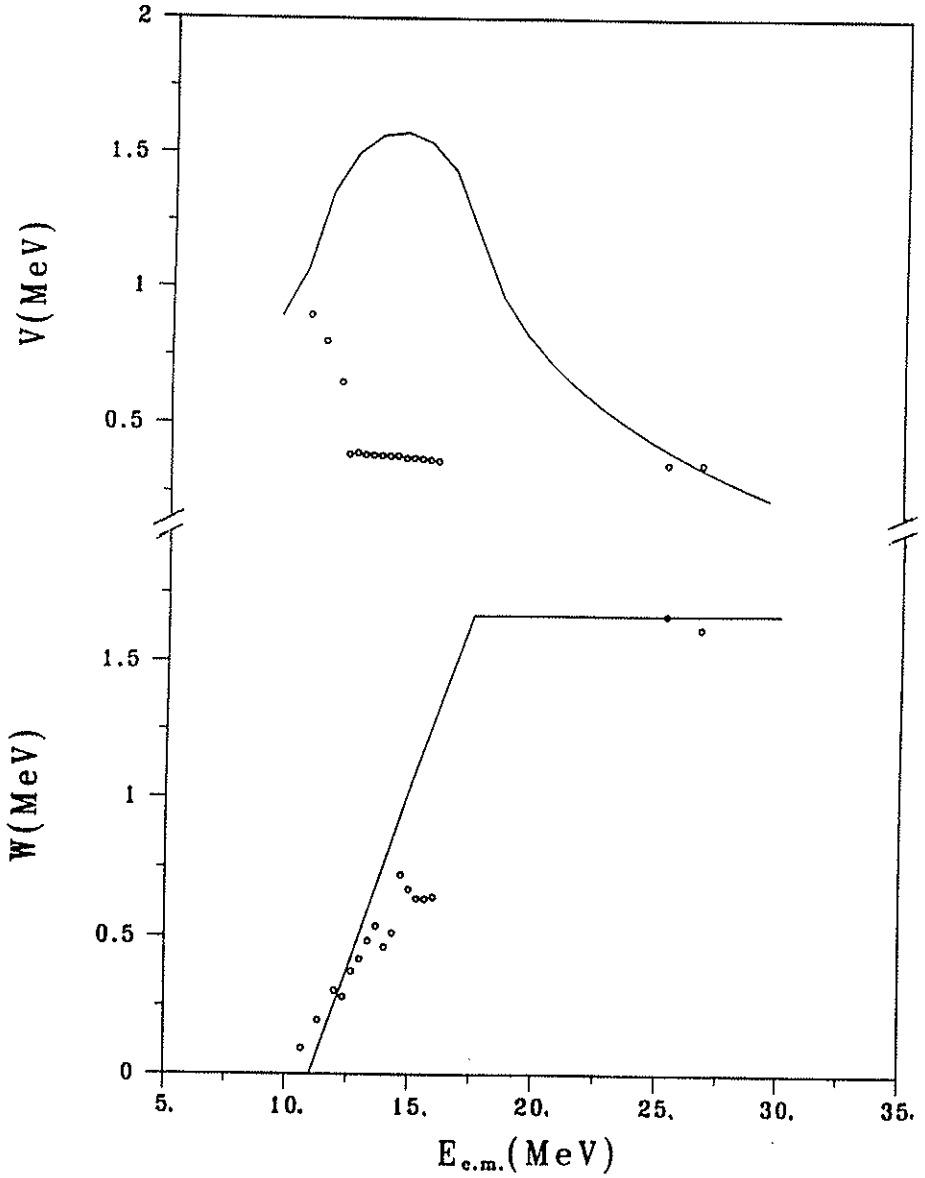


FIGURA 5.19 - Partes real e imaginária do potencial II a 8.5 fm (círculos) e cálculos segundo relação de dispersão (curva sólida)

No entanto, se calcularmos as integrais de volume das partes real e imaginária do potencial II, definidas como :

$$J_V = \frac{1}{A_P A_A} \int_0^\infty V(r) 4\pi r^2 dr \tag{5.3}$$

$$J_W = \frac{1}{A_P A_A} \int_0^\infty W(r) 4\pi r^2 dr \tag{5.4}$$

onde $V(r)$ e $W(r)$ são dados pela forma de Woods-Saxon (equações 4.21 e 4.22) e neste caso obtém-se :

$$J_V = \frac{1}{A_P A_A} \frac{4}{3} \pi V_o R^3 \left[(\frac{\pi a}{R})^2 + 1 \right] \tag{5.5}$$

e

$$J_W = \frac{1}{A_P A_A} \frac{4}{3} \pi W_o R_i^3 \left[(\frac{\pi a_i}{R_i})^2 + 1 \right] \tag{5.6}$$

Supondo para $J_W(E)$ o comportamento linear indicado na figura *5.20*, usa-se a equação 4.88 para calcular a dependência de J_V com a energia. Na figura *5.20* pode-se observar J_V e J_W extraídos dos dados experimentais (círculos) comparados com este cálculo (linha sólida). O acordo é bem razoável, tanto nos valores absolutos como na dependência com a energia. Os dois pontos à energia mais alta correspondem aos dados de [Li-82] e [Le-90]e os potenciais que os ajustam são apresentados na tabela *5.5*

$E_{CM}(MeV)$	$V_o(MeV)$	$r_o(fm)$	$a(fm)$	$W_o(MeV)$	$r_i(fm)$	$a_i(fm)$
25.25	34.98	1.29	0.4	2.1	1.77	0.48
26.67	34.98	1.29	0.4	1.959	1.77	0.41886

TABELA 5.5 - Parâmetros do potencial óptico obtido por Lépine et al.[Le-93]

Nota-se que à medida que se diminui a energia incidente para valores próximos a energia da barreira coulombiana ocorre o decréscimo de J_W, pois os canais inelásticos são energeticamente fechados pela barreira coulombiana. Este decréscimo é acompanhado por um aumento de J_V, que é devido aos acoplamentos de canais inelásticos até mesmo em energias onde estão fechados[Na-85]. Tais acoplamentos estão incluídos no termo da integral da expressão 4.88.

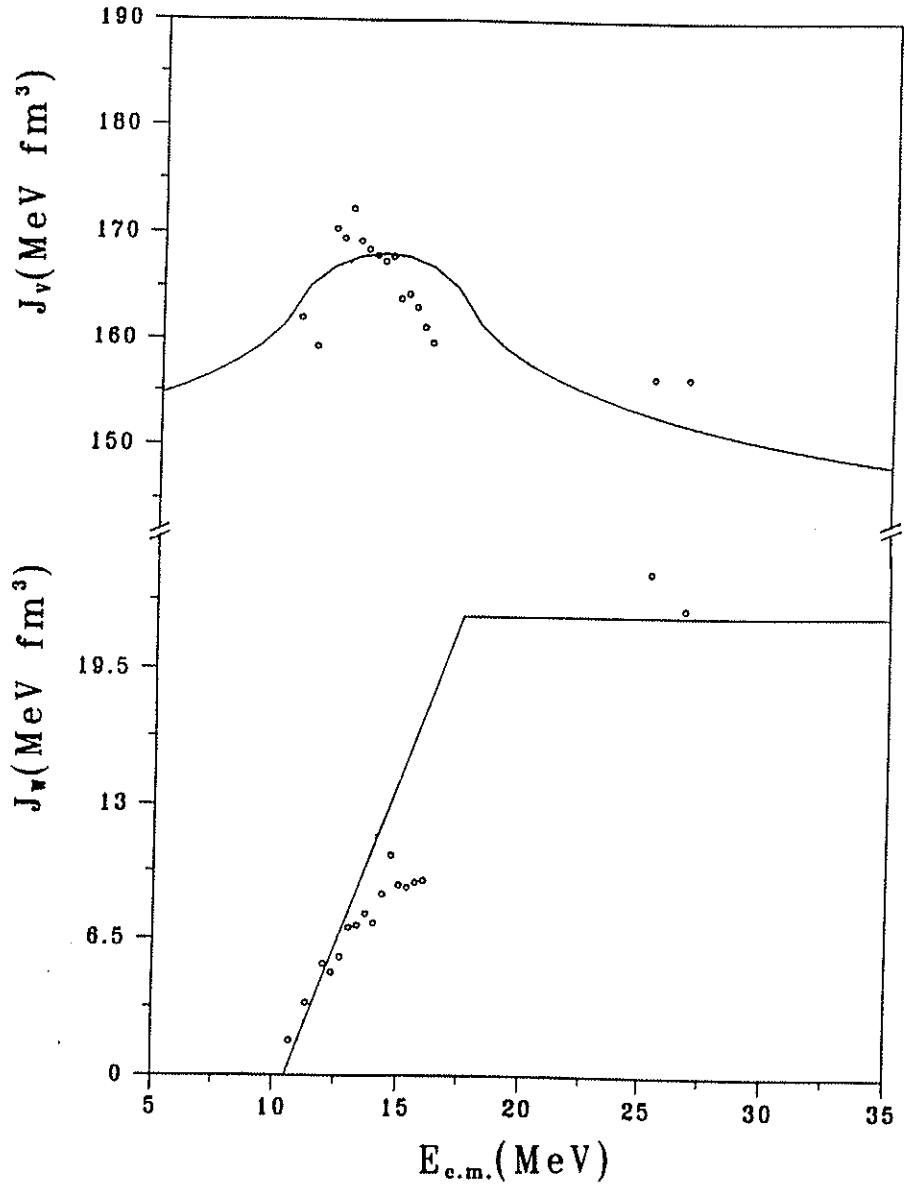


FIGURA 5.20 - Integrais de volume dos potenciais real e imaginário do potencial II (círculos) e cálculos segundo relação de dispersão (curva sólida)

5.7 Comparação com os sistemas $^{16}O + ^{28}Si$ e $^{12}C + ^{28}Si$

Distribuições angulares elásticas do sistemas $^{16}O + ^{28}Si$ foram medidas por Mermaz et al.[Me-84] entre $E_{CM} = 18.67$ e 22.29 MeV. Os dados experimentais e os respectivos ajustes estão na figura *5.21*. Pode-se notar que as distribuições angulares oscilam mesmo em energias próximas da barreira coulombiana ($E_{BC}^{CM} = 18.61$ MeV). Os autores utilizam potenciais profundos para ajustar os dados, não reproduzindo as oscilações até 20.1 MeV. Para energias mais altas os cálculos prevêm as oscilações.

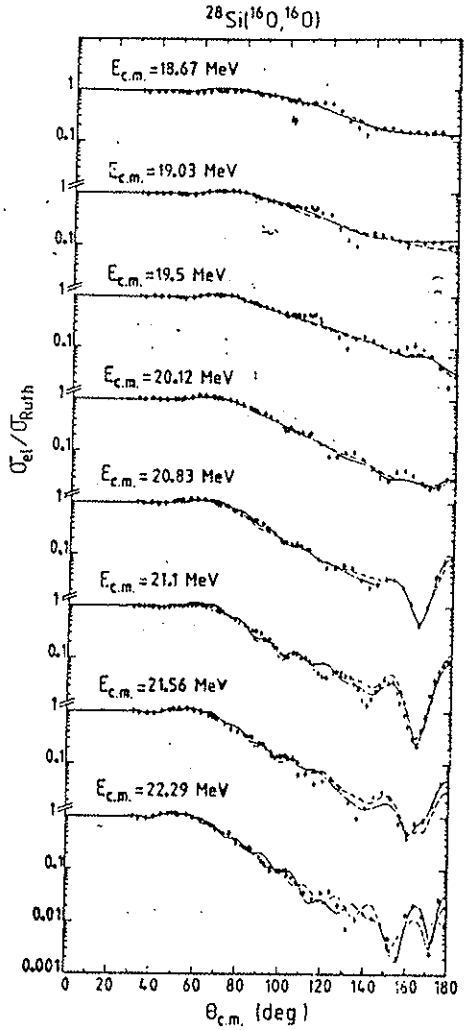


FIGURA 5.21 - Distribuições angulares do sistema $^{16}O + ^{28}Si$

O espalhamento elástico $^{12}C + ^{28}Si$ foi medido em energias abaixo e ao redor da energia da barreira coulombiana ($E_{BC}^{CM} = 14.46$ MeV)[Vi-82 e Ol-88]. Na figura *5.22* pode-se observar que os dados não oscilam nas duas energias. Para a distribuição angular com energia incidente mais alta da figura *5.22* tem-se $\frac{E_{CM}}{E_{BC}^{CM}} = 1.016$.

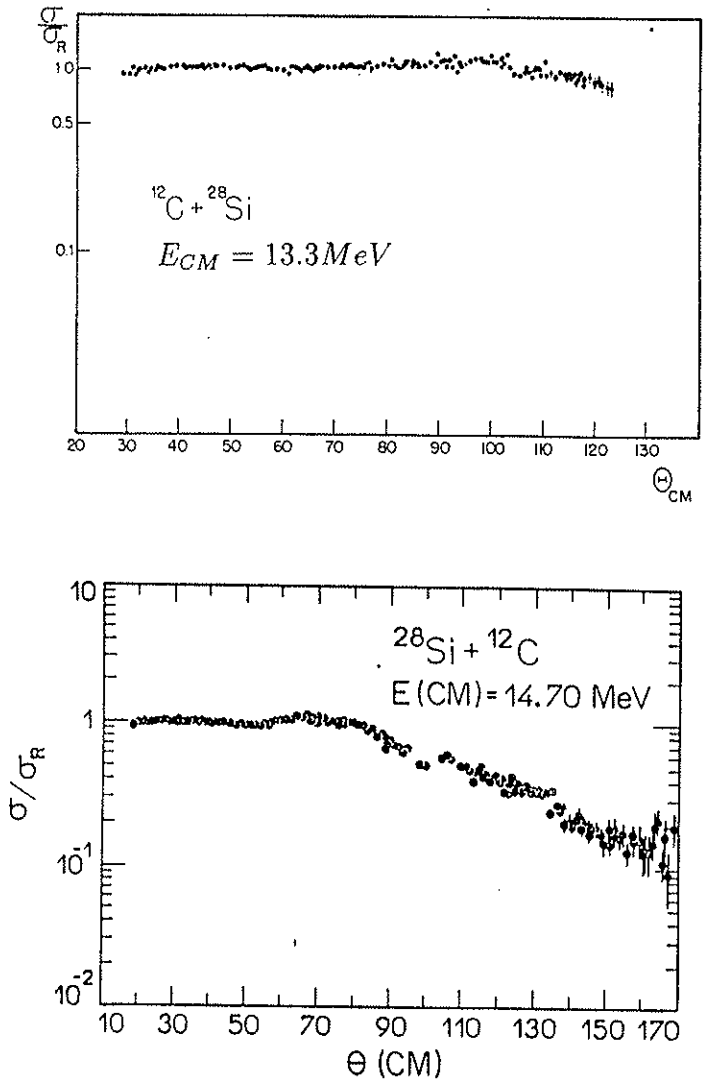


FIGURA 5.22 - Distribuições angulares do sistema $^{12}C + ^{28}Si$

Observando as características da distribuição angular elástica de $^{12}C + ^{24}Mg$ (fig. *5. 5*) na energia de 12.67MeV($\frac{E_{CM}}{E_{BC}^{CM}}$ =1.008) com os dados de $^{16}O + ^{28}Si$ na energia mais baixa ($\frac{E_{CM}}{E_{BC}^{CM}}$ =1.003 - fig. *5.21*) e com os dados de $^{12}C + ^{28}Si$ em $E_{CM} = 14.7$ MeV ($\frac{E_{CM}}{E_{BC}^{CM}} = 1.016$ - fig. *5.22*) pode-se concluir que:

*i)*entre os três sistemas é o $^{12}C + ^{28}Si$ que oscila menos e provavelmente é o mais absorvente.

*ii)*o sistema $^{12}C + ^{24}Mg$ é o que apresenta maiores oscilações e que é conseqüentemente o menos absorvente.

5.8 Cálculos com canais acoplados

Como o núcleo de ^{24}Mg é deformado, espera-se que o acoplamento entre excitações inelásticas e o canal elástico tenha influência significativa na seção de choque elástica. Para considerar esse acoplamento foram realizados cálculos de canais acoplados no contexto do modelo rotacional, onde supôs-se o núcleo alvo deformado. Os cálculos foram feitos usando o programa ECIS [Ra-72] (*Equations Couplés en Iterations Sequentielles*), que resolve um sistema de equações acopladas (expressão 4.56) iterativamente e assim determina as seções de choque diferenciais para espalhamentos elástico e não-elásticos. No arquivo de entrada do ECIS o número de ondas parciais foi igual a 500 e R_M =100 fm ('matching radius').

As distribuições angulares ajustadas foram obtidas à E_{CM} =12.67, 13.67, 14.00, 15.33 e 16.00 MeV, onde dispunha-se, além das distribuições angulares elásticas, as inelásticas $^{24}Mg(^{12}C,^{12}C)^{24}Mg$ para cada energia. As distribuições angulares inelásticas $^{24}Mg(^{12}C,^{12}C)^{24}Mg(2^+)$ para as energias de 12.67, 14.00 e 15.33 foram obtidas por Watari et al.[Wa-78] e para a energia de 16.00 MeV foi extraída da referência [Ca-76]. Para cada energia eram ajustadas as distribuições angulares elástica e inelástica simultaneamente.

Inicialmente foi acoplado apenas o primeiro estado excitado do ^{24}Mg (2+ , E^* = 1.37 MeV) ao estado fundamental, adotando a deformação como puramente quadrupolar. Assim, têm-se os seguintes parâmetros de deformação : β_2^r(nuclear real), β_2^i(nuclear imaginária) e β_2^C(coulombiana). A dependência de cada raio com sua deformação é dada pelas equações 4.59, 4.60 e 4.61. O parâmetro de deformação coulombiano foi calculado partindo do valor da probabilidade de transição reduzida encontrado na literatura ($B(E2\uparrow)$ = 430 e^2fm^4) e os parâmetros de deformação nuclear real e imaginária foram mantidos positivos, pois o núcleo de ^{24}Mg apresenta deformação prolata. Foi permitida a variação desses parâmetros juntamente com os seguintes parâmetros do potencial óptico : V_o, a, W_o e a_i. A figura *5.23* mostra ajustes para E_{CM} = 14.00 MeV. Observa-se na curva A do gráfico superior que considerando somente a deformação estática do alvo há defasagem entre o cálculo e os dados experimentais. Na curva B (tracejada) verifica-se que ao incluir o acoplamento $0^+ - 2^+$ seu efeito combinado à deformação estática do potencial restaura a fase das oscilações da distribuição angular elástica. Para estes cálculos os parâmetros do potencial do canal de saída foram mantidos iguais aos de entrada (tabela *5.3*).

No gráfico inferior (figura *5.23*) apresenta-se a seção de choque inelástica acima considerada e se observa que o cálculo está em desacordo com os dados experimentais para a distribuição inelástica. Decidiu-se, então, por incluir no esquema de acoplamentos também o 2^o estado excitado do $^{24}Mg(4^+, E^* = 4.12$ MeV) além do primeiro estado excitado(2^+, E^* = 1.37 MeV), uma vez que o pico referente ao estado 4^+ é observado nos espectros (figura *3.2*). O 4^+ é acoplado ao estado 2^+ e o acoplamento direto entre o canal elástico e o inelástico 4^+ não é levado em conta por ser menos importante no caso de núcleos deformados rotacionais como o ^{24}Mg, onde as transições $L = 2$ na banda rotacional são as transições mais prováveis.

A curva C (traço curto) mostra cálculos considerando os acoplamentos

$0^+ - 2^+ - 4^+$ com todos os parâmetros dos potenciais dos canais de saída iguais aos do canal de entrada. O resultado do cálculo para a distribuição angular elástica e inelástica é ruim nestas condições apresentando oscilações fora de fase com os dados experimentais. Como a energia de excitação do estado 4^+ ($Q = -4.12$ MeV) não é desprezível em relação à energia cinética do sistema (E_{CM}) e a energia disponível no canal de saída 4^+ é $E_{CM} - 4.12$ deve-se considerar a dependência com energia do potencial óptico usado no canal de saída 4^+. Esse efeito é acentuado para a distribuição angular a $E_{CM} = 14.0$ MeV, pois nesta energia a profundidade do potencial real é máxima (figura *5.10*). A subtração do valor de Q =4.12 MeV da energia de centro de massa altera muito a energia disponível e profundidades das partes real e imaginária. Quando a dependência em energia das profundidades é usada para os canais de saída 2^+ e 4^+, as oscilações calculadas estão em bom acordo com os dados experimentais. Este resultado está apresentado na curva D (linha sólida). Os potenciais ópticos utilizados nos cálculos de canais acoplados vêm confirmar a curva obtida pela relação de dispersão (figura *5.20*). Portanto, as distribuições angulares elástica e inelástica são bem ajustadas por estes cálculos de canais acoplados, incluindo a excitação dos estados 2^+ e 4^+ do núcleo de ^{24}Mg e usando o potencial óptico encontrado dependente da energia nos canais de entrada e saída.

Tanto o espalhamento elástico como o inelástico 2^+ tem suas oscilações bem reproduzidas tanto em amplitude como em fase quando as profundidades dos potenciais real e imaginário seguem as curvas da figura *5.10*. Calculamos as integrais de volume destes potenciais dos canais de saída e os incluímos não na energia E_{CM}, mas nas energias $E_{CM} - Q$, (figura *5.25*) e eles seguem o comportamento dos outros pontos, comportamento este bem descrito pela relação de dispersão.

A tabela *5.6* indica os parâmetros do potencial óptico de cada uma das curvas da figura *5.23* onde apresentamos os resultados dos cálculos para a energia $E_{CM} = 14$ MeV.

CURVA	$V_o(MeV)$ 0+	$W_o(MeV)$ 0+	$V_o(MeV)$ 2+	$W_o(MeV)$ 2+	$V_o(MeV)$ 4+	$W_o(MeV)$ 4+
A	37.393	0.6228	0	0	0	0
B	37.393	0.6228	37.393	0.6228	0	0
C	37.393	0.6228	37.393	0.6228	37.393	0.6228
D	36.1738	0.5359	36.87	0.7	34.3	0.3

TABELA 5.6 - Parâmetros de potenciais ópticos utilizados para cálculos de canais acoplados a $E_{CM} = 14$ MeV

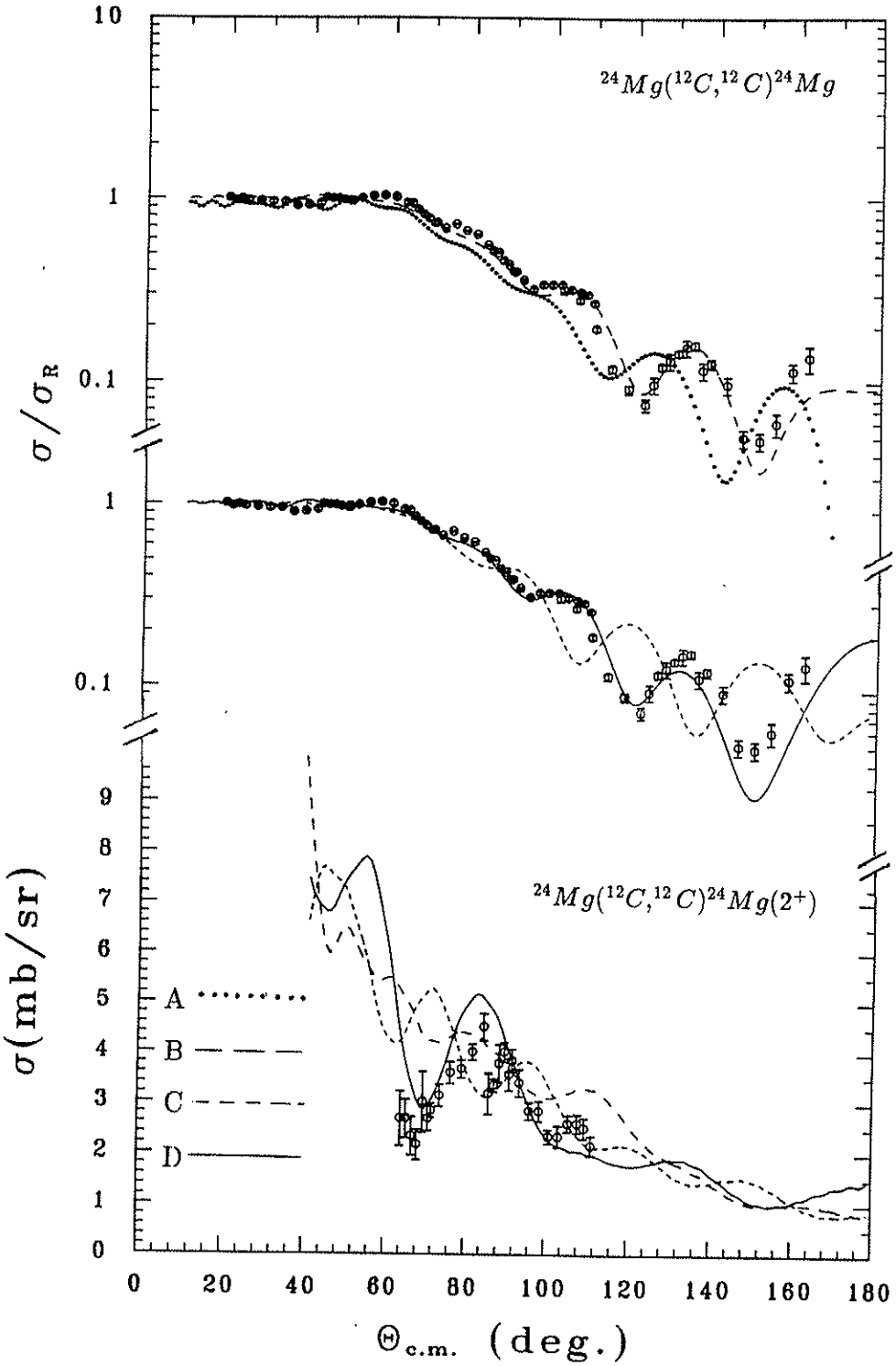


FIGURA 5.23 - Cálculos de canais acoplados para distribuição angular elástica e inelástica para $E_{CM} = 14.00$ MeV medida neste trabalho

Cálculos semelhantes ($0^+ - 2^+ - 4^+$) com potenciais que variam com Q ($E_{CM} - Q$ a energia disponível no canal de saída) foram efetuados para os dados adquiridos em outras energias. Pôde-se encontrar as profundidades também para os estados fundamental, 1° e 2° excitados, que são apresentados na tabela *5.7* com seus respectivos ajustes na figura *5.24*. Os raios reduzidos foram mantidos a r_o =1.29 fm e r_{io} =1.77 fm.

$E_{CM} - Q(MeV)$	$V_o(MeV)$	$a(fm)$	$W_o(MeV)$	$a_i(fm)$	$B(E2\uparrow)(e^2fm^4)$
12.67	37.3	0.4	0.57	0.53748	
11.30	37.5	0.4	0.5	0.8	258
8.55	35.7	0.4	0.0	0.8	
13.67	37.0	0.4	0.53	0.4726	
12.30	37.659	0.4	0.7	0.5	371
9.55	34.097	0.5	0.23	0.8	
14.00	36.1738	0.4	0.5359	0.613	
12.63	36.87	0.4	0.7	0.8	371
9.88	34.3	0.6	0.3	0.8	
15.33	38.0	0.4	0.9	0.4429	
13.96	38.5	0.4	1.0	0.4429	371
11.21	38.0	0.4	0.66	0.4429	
16.00	36.5	0.4	0.9	0.48179	
14.63	38.0	0.4	0.75	0.4818	371
11.88	37.5	0.4	0.7	0.55	

TABELA 5.7 - Parâmetros do potencial II e probabilidades de transição reduzida considerando cálculos de canais acoplados

A tabela *5.9* exibe os valores dos comprimentos de deformação quadrupolar $\delta_2 = \beta_2 R$ para r_o =1.29 fm, r_{io} =1.77 fm . A tabela *5.10* fornece alguns valores encontrados na literatura.

$E_{CM}(MeV)$	δ_2^{Nr}	δ_2^{Ni}
12.67	1.19	1.19
13.67	1.11	1.38
14.00	1.34	1.38
15.33	1.36	1.38
16.00	1.36	1.38

TABELA 5.9 - Valores encontrados neste trabalho

REFERÊNCIA	PROJÉTIL	$E_{LAB}(MeV)$	$\delta_2^N(fm)$	$B(E2)(e^2fm^4)$
Ec-77	^{12}C	25 e 30	1.0	
Ca-76	^{12}C	21 e 24	1.62	
Ca-78	^{18}O	29 e 35	1.83	433
Li-88	^{16}O	27.8	1.6	430

TABELA 5.10 - Valores encontrados na literatura para o núcleo de ^{24}Mg

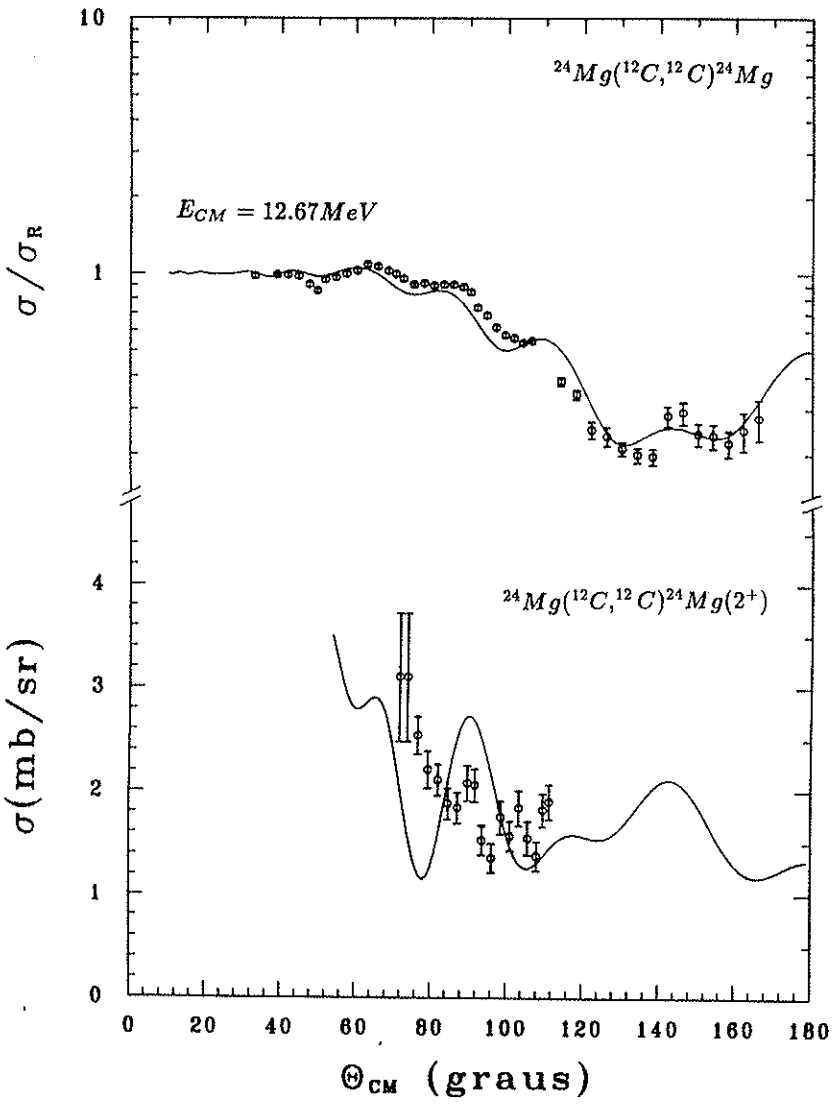


FIGURA 5.24.a - Ajustes para distribuições angulares elástica e inelástica para E_{CM} =12.67 MeV

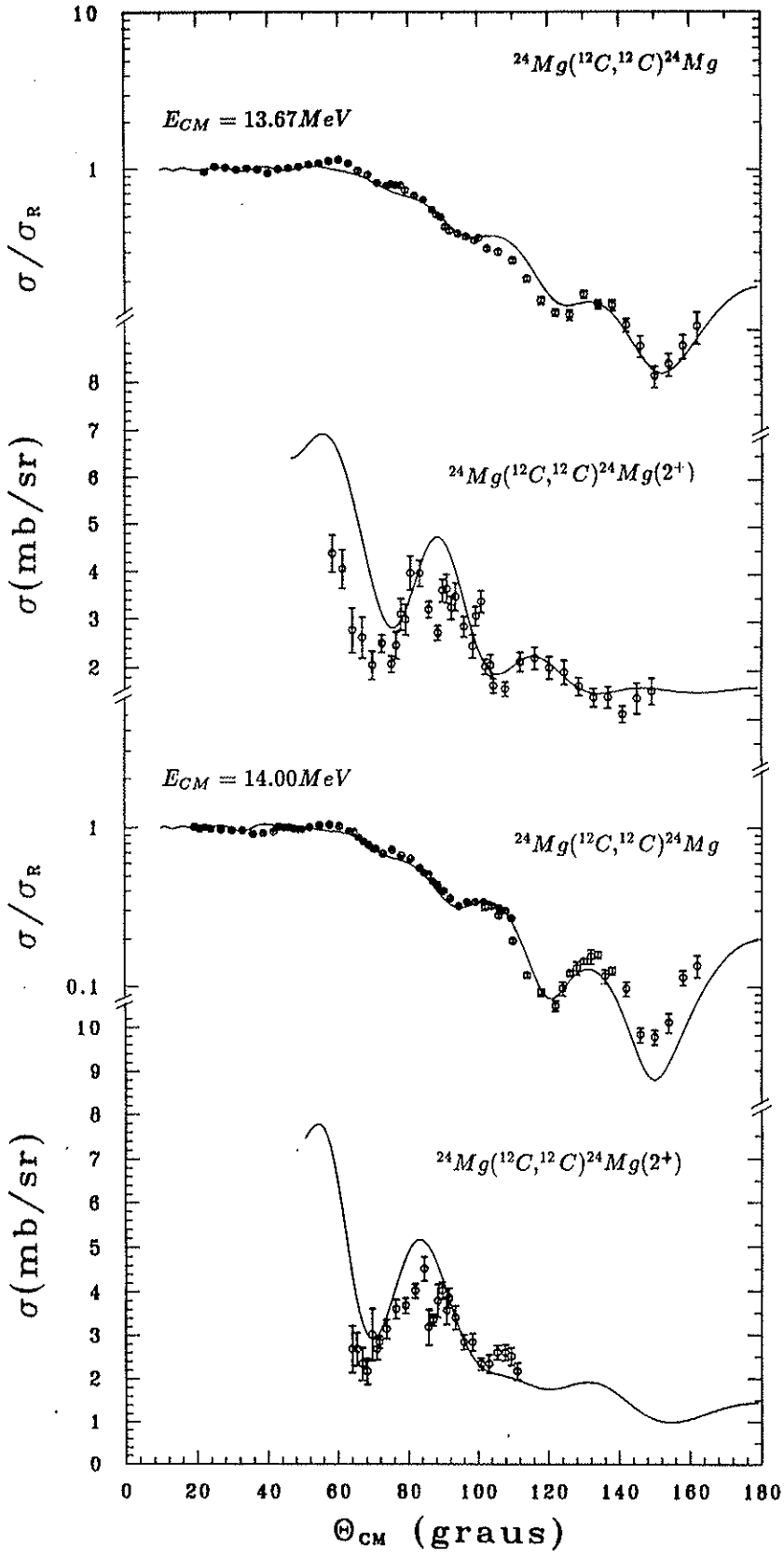


FIGURA 5.24.b - Ajustes para distribuições angulares elásticas e inelásticas para E_{CM} =13.67 MeV e E_{CM} = 14.0 MeV

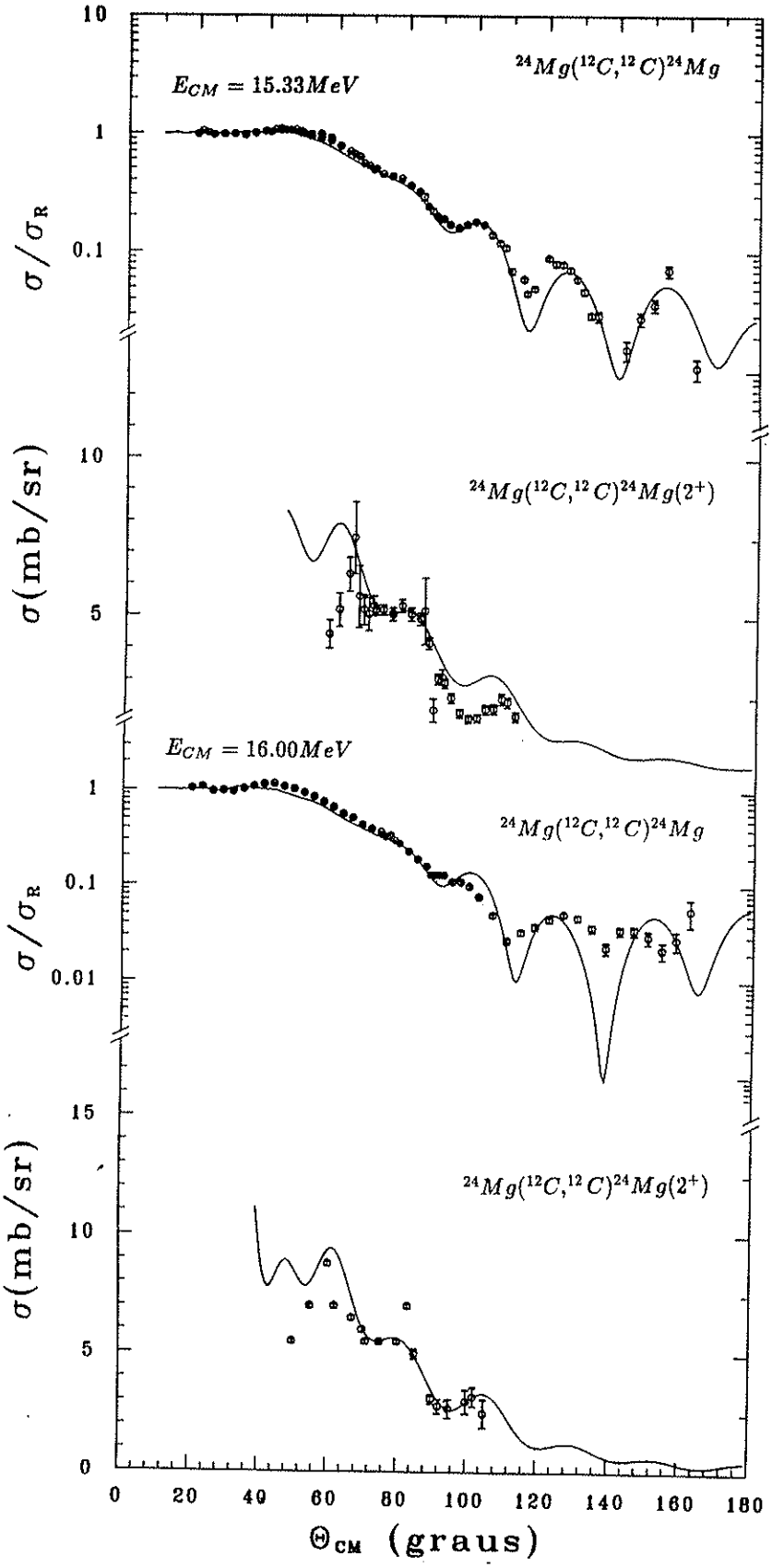


FIGURA 5.24.c - Ajustes para distribuições angulares elásticas e inelásticas para E_{CM} =15.33 MeV e E_{CM} =16.0 MeV

Incluindo na figura *5.20* os valores de J_V e J_W calculados a partir dos parâmetros de potencial óptico obtido para os estados excitados (tabela *5.7*) pode-se notar que estes pontos continuam a apresentar o comportamento da relação de dispersão (figura *5.25*). Considerou-se a energia disponível a um determinado canal inelástico como $E_{CM} - Q$, ou seja, como se houvesse espalhamento elástico sobre o alvo excitado com energia $E_{CM} - Q$.

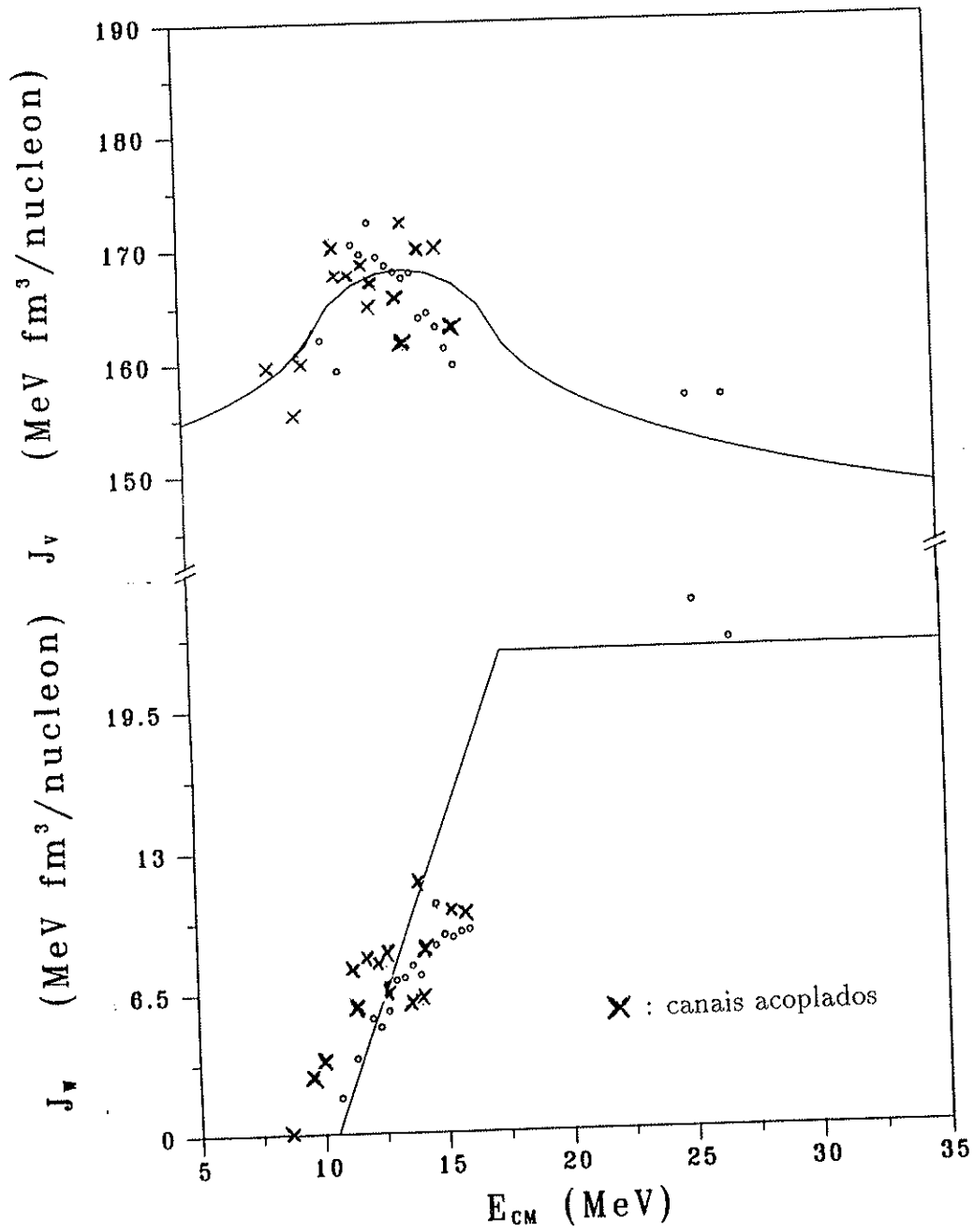


FIGURA 5.25 - Integrais de volume dos potenciais real e imaginário (pontos) e cálculos segundo a relação de dispersão (curva sólida)

Podemos observar na figura *5.24* que as distribuições angulares inelásticas também apresentam oscilações que são bem reproduzidas com os cálculos de canais acoplados usando os potenciais muito transparentes derivados do potencial II(tabela *5.3*). Estas oscilações aparecem em ângulos maiores que o mínimo da interferência coulombiana nuclear ($\theta_{CM} \approx 65^{o}$ a E_{CM} =13.67 e 14.00 MeV).

Oscilações semelhantes foram observadas por Carter [Ca-76](figura *5.26*) nos sistemas $^{16}O+^{24}Mg$ (E_{CM} =16.8 e 17.4 MeV) e $^{12}C+^{24}Mg$ (E_{CM} =14 e 16 MeV) e não reproduzidas na época por potenciais ópticos usuais. Wolter e Landowne[La-79] realizaram cálculos de canais acoplados, acoplando além dos canais elástico e inelásticos também a transferência-α ($^{24}Mg(^{16}O,^{20}Ne)^{20}Ne$) sem conseguir, no entanto, reproduzir as oscilações que na época atraíram bastante interesse. Nossos potenciais muito transparentes explicam as oscilações do espalhamento inelástico também.

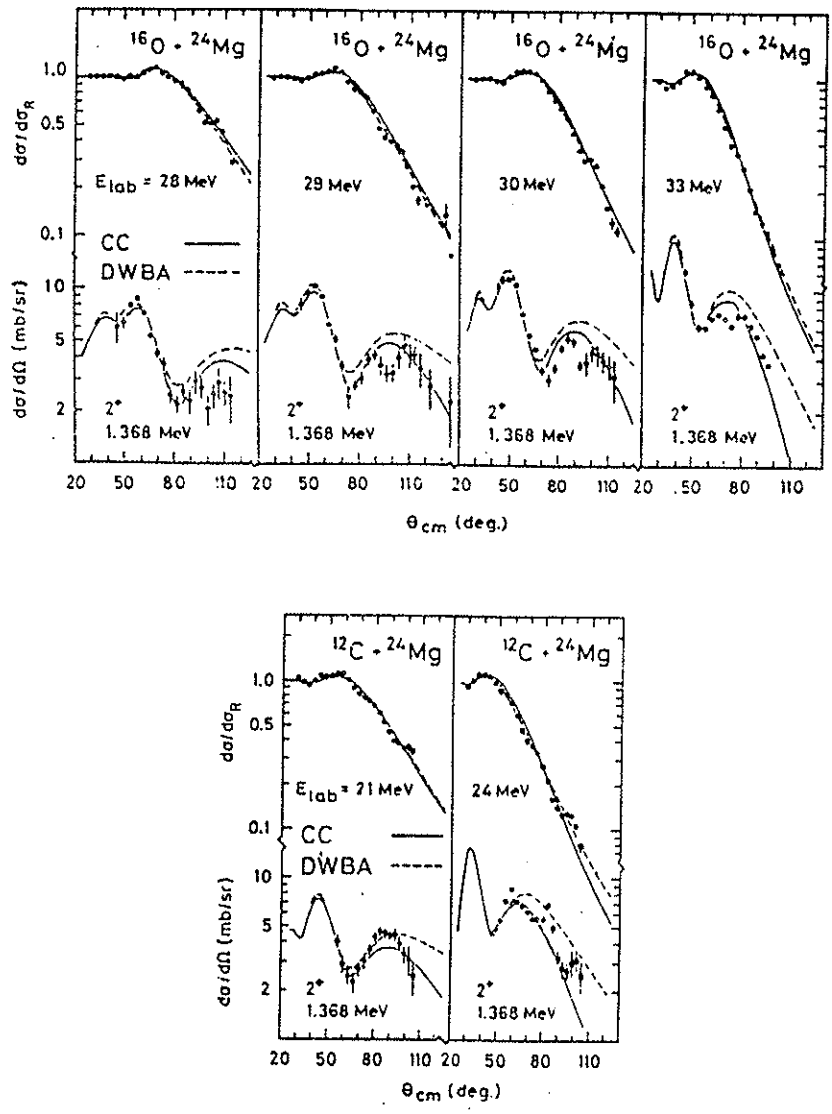


FIGURA 5.26 - **Distribuições angulares elásticas e inelásticas dos sistemas $^{16}O+^{24}Mg$ e $^{12}C+^{24}Mg$**[Ca-76]

Capítulo 6

Conclusões

Foram medidas 15 distribuições angulares completas do espalhamento elástico $^{12}C + ^{24}Mg$ em energias ao redor da barreira coulombiana do sistema. Observou-se que as distribuições angulares elásticas apresentam fortes oscilações nesta faixa de energia.

Os dados experimentais foram ajustados com cálculos de modelo óptico. Através de minunciosa procura de parâmetros, determinou-se o primeiro potencial óptico (o mais raso) sem ambigüidade contínua. Esse potencial apresenta grande transparência na região interna, forte dependência com a energia nas profundidades real e imaginária e parte imaginária de grande alcance e pouco absorvente, inclusive no interior nuclear. Do teste de sensibilidade radial pôde-se concluir que os dados experimentais são sensíveis à região interna do núcleo, justificando a transparência anômala observada. O potencial encontrado também reproduz funções de excitação a $\theta_{CM} = 90°$, 140° e 180°.

Neste trabalho, a relação de dispersão entre as partes real e imaginária do potencial nuclear não é verificada no raio de absorção nuclear, como acontece normalmente, mas sim entre as integrais de volume dos potenciais real e imaginário.

Foram também feitos ajustes com cálculos de canais acoplados no contexto do modelo rotacional simultaneamente para as distribuições angulares elástica e inelástica $^{24}Mg(^{12}C,^{12}C)^{24}Mg(2^+)$ nas energias E_{CM} = 12.67, 13.67, 14.00, 15.33 e 16.00 MeV, considerando os acoplamentos entre o canal elástico e o inelástico $^{12}C + ^{24}Mg(2^+$, 1.37 MeV) e entre os canais inelásticos: $^{12}C + ^{24}Mg(2^+$, 1.37 MeV) e $^{12}C + ^{24}Mg(4^+$, 4.12 MeV). Com esses cálculos os potenciais ópticos correspondentes à energia $E_{CM} - Q$ utilizados para os estados excitados 2^+ e 4^+ do ^{24}Mg continuam plenamente a verificar a relação de dispersão.

Bibliografia

[Ab-89] : D.Abriola, D.DiGregorio, J.E.Testoni, A.Etchegoyen, M.C.Etchegoyen, J.O.Fernandez Niello, A.M.J.Ferrero, S.Gil, A.O.Macchiavelli, A.J.Pacheco e J.Kittl
Phys.Rev. C39(1989)546.

[Al-93] : G.D.Alton
Nucl.Instr. and Meth. B73(1993)221.

[Ba-75] : J.B.Ball, C.B.Fulmer, E.E.Gross, M.L.Halbert, D.C.Hensley, C.A.Ludemann, M.J.Saltmarsh e G.R.Satchler
Nucl.Phys. A252(1975)208.

[Be-77] : G.Bertsch, J.Banysowicz,H.C.McManus e W.G.Love
Nucl.Phys. A284(1977)399.

[Bo-53] : A.Bohr e B.Mottelson
Kgl. Danske Videnskab Selskab, Mat.Fys.Medd. 27 n°18(1953).

[Br-95] : M.E.Brandan e C.Ugalde
comunicação particular.

[By-70] : W.F.Byron Jr. e R.W.Fuller, *'Mathematics of Classical and Quantum Physics'*, Addison-Wesley(1970)340.

[Ca-76] : J.Carter, R.G.Clarkson, V.Hnizdo, R.J.Keddy, D.W.Mingay, F.Osterfeld e J.P.F.Sellschop
Nucl.Phys. A273(1976)523.

[Ca-78] : J.Carter, R.G.Clarkson, V.Hnizdo e J.P.F.Sellschop
Nucl.Phys. A297(1978)520.

[Co-62] : J.M.Cornwall e M.A.Ruderman
Phys.Rev. 128(1962)1474.

[Da-82] : K.Daneshvar, D.G.Kivar, S.J.Krieger e K.T.R.Davies
Phys.Rev. C25(1982)1342.

[Ec-77] : J.S.Eck, D.O.Elliott, W.J.Thompson e F.T.Baker
Phys.Rev. C16(1977)1020.

[Fa-76] : M.H.McFarlane e S.C.Pieper, report ANL 76-11, não publicado.

[Fa-95] : P.Fachini, tese de mestrado
IFUSP, 1995.

[Fe-58] : H.Feshbach
Ann.Phys. 5(1958)357.

[Fu-85] : B.R.Fulton, D.W.Banes, J.S.Lilley, M.A.Nagarajan e I.J.Thompson
Phys.Lett. B162(1985)55.

[Ga-82] : S.Gary e C.Volant
Phys.Rev. C25(1982)1877.

[Ig-58] : G.Igo
Phys.Rev.Lett. 1(1958)72.

[Ko-84] : A.M.Kobos e G.R.Satchler
Nucl.Phys. A427(1984)589.

[La-79] : S.Landowne e H.H.Wolter
Nucl.Phys. A323(1979)161.

[La-86] : S.Landowne, C.H.Dasso e G.Pollarolo
Phys.Lett. B178(1986)336.

[Le-90] : A.Lépine-Szily, M.M.Obuti, R.Lichtenthäler F., J.M. de Oliveira Jr. e A.C.C.Villari
Phys.Lett. B243(1990)23.

[Le-93] : A.Lépine-Szily, W.Sciani, Y.K.Wattari, W.Mittig, R.Lichtenthäler F., M.M.Obuti, J.M. de Oliveira Jr. e A.C.C.Villari
Phys.Lett. B304(1993)45.

[Li-82] : R.Lichtenthäler F., A.Lépine-Szily, W.Mittig, V.J.G.Porto e C.V.Acquadro
Phys.Rev. C26(1982)2487.

[Li-85]: J.S.Lilley, B.R.Fulton, M.A.Nagarajan, I.S.Thompson e D.W.Banes
Phys.Lett. B151(1985)181.

[Li-88] : R.Lichtenthäler F., tese de doutoramento
IFUSP, 1988.

[Ma-82] : C.Mahaux e H.Ngô
Nucl.Phys. A378(1982)205.

[Ma-86] : C.Mahaux, H.Ngô e G.R.Satchler
Nucl.Phys. A456(1986)134.

[Me-81] : M.C.Mermaz, A.Greiner, B.T.Kin. M.J.Levine, E.Müller, M.Ruscev, M.Petrascu, M.Petrovici e V.Simion
Phys.Rev. C24(1981)1512.

[Me-84] : M.C.Mermaz, E.R.Chavez-Laneli, J.Barrette, B.Berthier e A.Greiner
Phys.Rev. C29(1984)147.

[Mi-77] : R.Middleton
Nucl.Instr. and Meth. 144(1977)373.

[Mi-87] : W.T.Milner, Programas do VAXPAK, Oak Ridge National Laboratory, 1987.

[Na-85] : M.A.Nagarajan, C.C.Mahaux e G.R.Satchler
Phys.Rev.Lett. 54(1985)1136.

[Ob-90] : M.M.Obuti, tese de mestrado
IFUSP, 1990.

[Ol-88] : J.M. de Oliveira Jr., tese de mestrado
IFUSP, 1988.

[Pe-89] : D.Pereira, G.Ramirez, O.Sala, L.C.Chamon, C.A.Rocha, J.C.Acquadro e C.Tenreiro
Phys.Lett. B220(1989)347.

[Ra-72] : J.Raynal - IAEA-SMR 9/8
Computing as a Language of Physics, Vienna, 1972.

[Ro-76] : V.Rotberg e D.Pereira
Revista Brasileira de Física 6(1976)413.

[Sa-75] : G.R.Satchler
Phys. B58(1975)408.

[Sa-74] : O.Sala e G.Spalek
Nucl.Instr. and Meth. 122(1974)213.

[Sa-74b] : G.R.Satchler, 'Proceedings of the International Conference on Reaction Between Complex Nuclei'. Ed. R. L. Robinson, North-Holland, Amsterdam(1974)171.

[Sa-79] : G.R.Satchler e W.G.Love
Phys.Lett. C(1979)

[Sh-78] : V.Shkolnik, D.Dehnhard, S.Kubono, M.A.Franey e S.Tripp
Phys.Lett. B74(1978)195.

[Si-70] : R.H.Siemssen, H.T.Fortune, R.Malmin, A.Richter e J.W.Tippie
Phys.Rev.Lett. 25(1970)536.

[Ta-65] : T.Tamura
Rev.Mod.Phys. 37(1965)679.

[Vi-82] : A.C.C.Villari, tese de mestrado
IFUSP, 1982.

[Wa-78] : Y.Watari et al.
comunicação particular - IFUSP, 1978.

[We-75] : L.West Jr., K.W.Kemper, e N.R Fletcher
Phys.Rev. C11(1975)859.

[Wo-54] : R.D.Woods e D.S.Saxon
Phys.Rev. 95(1954)577.

[Zi-85] : J.F.Ziegler, J.P.Biersack e U.Littmark : *The stopping and range of ions in solids* . Pergamon Press, 1985.